

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
FACULTÉ DE GÉNIE ÉLECTRIQUE ET DE L'INFORMATIQUE
UNIVERSITÉ MOULOU D MAMMERI DE TIZI OUZOU
DÉPARTEMENT D'ÉLECTROTECHNIQUE

MÉMOIRE

DE FIN D'ÉTUDE

EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME D'INGÉNIEUR
D'ÉTAT EN ÉLECTROTECHNIQUE
OPTION : MACHINES ÉLECTRONIQUES

THÈME

APPLICATION DE LA MÉTHODE DE SÉPARATION
DE VARIABLES POUR CALCUL DE
L'INDUCTANCE PARASITE D'UN
CONDENSATEUR BOBINÉ À FILMS MÉTALLISÉS

PROPOSÉ ET DIRIGÉ PAR :

MR C.BIROUCHE

ETUDIÉ PAR :

RAMOUL ALDJIA

PROMOTION : 2007-2008

Remerciements

Je tiens à remercier mon promoteur Mr C. Birouche, maître assistant chargé de cours à l'Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, pour tout son aide et ses conseils avisés qu'il n'a pas cessé de me prodiguer tout au long de mon travail.

Que Monsieur le Présidente et Madame, Messieurs les membres du jury trouvent ici mon gratitude et mon respect pour l'honneur qu'ils me feront d'avoir accepté d'examiner et de juger mon projet.

Je remercie également tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce modeste travail.

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail :

A la mémoire de ma nièce, LYNA,

A mes très chers parents,

*A mes frères Toufik et mokrane ainsi qu'à sa
femme, et leur fille Nadia,*

A mes sœurs et leurs maries ainsi que leurs enfants,

A toute ma famille,

A toutes mes amies en particulier mes copines

Nabila et Monira pour tout leurs aides.

ALDJIA

Sommaire

| | |
|--|----|
| Introduction générale | 1 |
| Chapitre I : Généralités sur les condensateurs | |
| I-1 Introduction..... | 3 |
| I-2 Description schématique..... | 5 |
| I-3 Constituants d'un condensateur..... | 6 |
| I-3-1 Les armatures..... | 6 |
| I-3-2 Les connexions..... | 6 |
| I-3-3 Le diélectrique..... | 7 |
| a) Claquage intrinsèque..... | 7 |
| b) Claquage thermique..... | 8 |
| c) Claquage électromécanique..... | 8 |
| d) Décharges partielles..... | 9 |
| e) Charges d'espace..... | 9 |
| I-4 Familles technologiques | 9 |
| I-4-1 Condensateurs céramiques..... | 9 |
| a) Céramiques de type I..... | 9 |
| b) Céramiques de type II..... | 10 |
| I-4-1-1 Technologie..... | 10 |
| a) Condensateur monocouche..... | 10 |
| b) Condensateur multicouches..... | 10 |
| I-4-2 Condensateur électrolytique..... | 11 |
| I-4-2-1 Technologie..... | 11 |
| a) Condensateur à l'aluminium à électrolyte liquide..... | 11 |
| b) Condensateur à l'aluminium à électrolyte solide..... | 12 |
| c) Condensateur au tantale à électrolyte gélifié..... | 12 |
| d) Condensateur au tantale à électrolyte solide..... | 12 |
| I-4-2-2 Application..... | 12 |
| I-4-3 Condensateurs à diélectrique souple..... | 13 |
| I-4-3-1 Type de diélectrique..... | 13 |

| | |
|---|----|
| a) Historique..... | 13 |
| b) Polypropylène..... | 14 |
| c) Polyester..... | 14 |
| d) Fabrication d'un film polymère..... | 15 |
| d-1 Technique du film tubulaire..... | 15 |
| d-2 Technique du film à plat..... | 16 |
| e) Traitement et métallisation des films..... | 16 |
| f) Causes de dégradation de la métallisation..... | 17 |
| g) les imprégnants..... | 18 |
| I-4-3-2 Technologie..... | 18 |
| a) Condensateurs bobinés..... | 19 |
| b) Condensateurs bobinés aplatis..... | 20 |
| c) Condensateurs rectangulaires..... | 20 |
| d) Condensateurs à armatures débordantes..... | 21 |
| e) Condensateurs bobinés à film métallisé..... | 21 |
| I-4-3-3 Application..... | 23 |
| I-5 Description d'un comportement électrique d'un condensateur..... | 24 |
| I-5-1 Généralités..... | 24 |
| I-5-2 Comportement lié à la densité de courant..... | 25 |
| I-5-3 Modèle électrique simple..... | 26 |
| I-5-3-1 Résistance série R_s | 27 |
| I-5-3-2 Résistance de fuite R_f | 27 |
| I-5-3-3 Pertes diélectriques..... | 27 |
| I-5-3-4 Inductance parasite L_s | 28 |
| A) Méthode utilisant la fréquence de résonance..... | 28 |
| B) Méthode utilisant l'énergie magnétique..... | 29 |
| Conclusion..... | 31 |

Chapitre II : Etude électromagnétique

| | |
|--------------------------------|----|
| II-1 Introduction..... | 32 |
| II-2 Equations de Maxwell..... | 32 |

| | |
|---|----|
| II-3 Relations du milieu..... | 33 |
| II-4 Loi d'Ohm..... | 34 |
| II-5 Equation de propagation du potentiel vecteur magnétique..... | 35 |
| II-6 Distribution des courants dans un condensateur..... | 38 |
| II-7 Technique d'homogénéisation de la structure interne du condensateur..... | 39 |
| II-8 Conséquences de l'homogénéisation..... | 43 |
| II-9 Méthodes de résolution des équations aux dérivées partielles..... | 44 |
| II-9-1 Méthodes analytiques..... | 45 |
| II-9-2 Méthodes numériques..... | 46 |
| A) Méthode d'intégrale de frontières..... | 47 |
| B) Méthode des éléments finis..... | 47 |
| C) Méthode des différences finies..... | 50 |
| Conclusion..... | 56 |

Chapitre III : Application de la méthode de séparation de variables

| | |
|--|-----------|
| III-1 Introduction..... | 57 |
| III-2 Homogénéisation du condensateur..... | 59 |
| III-2-1 Equation de propagation..... | 60 |
| III-3 Résolution par la méthode de séparation de variables..... | 61 |
| III-3-1 Détermination de la densité du courant de déplacement..... | 62 |
| III-3-2 Calcul du courant total..... | 66 |
| III-3-3 Calcul du champ électrique..... | 66 |
| III-3-4 Calcul de la tension..... | 67 |
| III-3-5 Calcul de l'impédance..... | 67 |
| III-4 résultats et discussions..... | 67 |
| III-4-1 Détermination de la première fréquence de résonance..... | 73 |
| III-4-2 Détermination d'inductance parasite..... | 74 |
| Conclusion..... | 75 |
| Conclusion générale..... | 78 |

Introduction générale

Grâce à sa caractéristique d'auto-cicatrisation, son faible cout et son volume réduit, condensateur à films métallisés est couramment utilisé en électronique de puissance, mais ses performance sont limitées en haute fréquence par l'apparition d'une inductance parasite liée aux bobinages et aux connexions [1],[2] [6].

Quand un condensateur est utilisé dans les cellules de commutations, il subit des contraintes électriques sévères dues à la variation rapide du courant durant les périodes de commutations des intercepteurs, une inductance parasite de 10 nH entraîne une surtension de 1V aux bornes du condensateur pour une variation de courant $\frac{di}{dt} = 100 \text{ A}/\mu\text{s}$. Ces contraintes diminuent la durée de vie des composants, par conséquent diminuent la fiabilité des systèmes associés.

Notre étude est une contribution à la modélisation des phénomènes électromagnétiques dans les condensateurs bobinés à films métallisés, nous allons essayer de caractériser le comportement du condensateur par la détermination de la variation de son impédance en fonction de la fréquence, ce qui nous permettra de déterminer son inductance parasite par l'intermédiaire de la fréquence de résonance. Les résultats obtenus seront comparés avec ceux mesurés [2] et ceux trouvés par la méthode des différences finies [9].

Notre étude est subdivisée en trois chapitres :

Dans le premier chapitre, nous donnerons quelques généralités sur la structure générale des condensateurs. Le second chapitre, sera consacré d'une part à l'étude électromagnétique du condensateur, et la présentation des méthodes de résolutions d'autre part, nous allons introduire la technique d'homogénéisation, ce qui nous permettra de simplifier le nombre d'équations à résoudre.

Dans le troisième chapitre, nous évaluerons la distribution du potentiel vecteur magnétique en utilisant un modèle analytique basé sur la méthode de séparation de

variables. Cette distribution nous permettra l'évaluation de la variation de l'impédance en fonction de la fréquence de quatre condensateurs bobinés à films métallisés.

Enfin, nous terminerons par une conclusion générale.

I-1 Introduction

Un condensateur est constitué de deux armatures conductrices séparées par un matériau diélectrique (air, papier, plastique,...) et reliées par des connexions aux bornes du circuit extérieur (Figure I-1).

Son comportement électromagnétique dépend de sa structure, de la nature du diélectrique, de la forme et de la position des connexions.

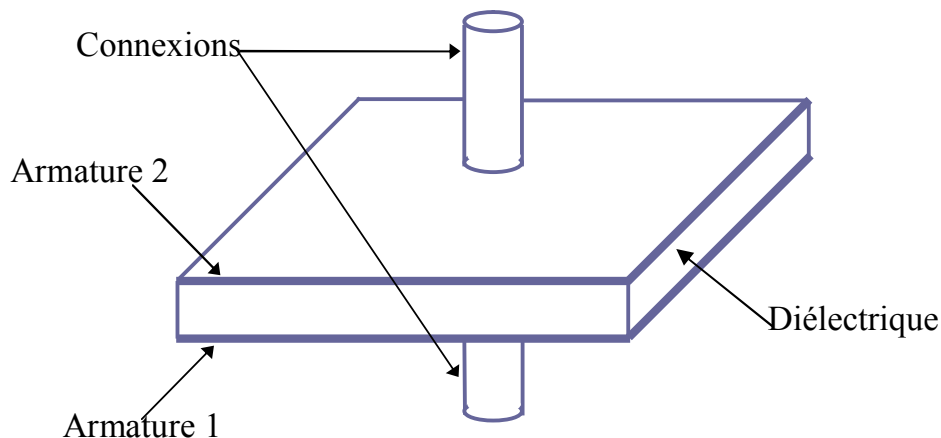


Figure (I-1) : Représentation simple d'un condensateur plan.

Les caractéristiques électriques, les plus importantes du condensateur sont :

❖ La capacité

Elle caractérise l'aptitude d'emmagasiner l'énergie dans un champ électrique, elle s'exprime en Farad [F]. La capacité d'un condensateur est donnée par les relations suivantes pour les différentes formes:

- Condensateur plan, d'armatures de surface (s), séparées par la distance (e) :

$$C = \varepsilon \cdot \frac{S}{e} \quad [\text{F}] \quad (\text{I-1})$$

- Condensateur sphérique (armature concentrique) de rayons extérieur R et intérieur r.

$$C = 4\pi\varepsilon \cdot \frac{R \cdot r}{R - r} \text{ [F]} \quad (\text{I- 2})$$

- Condensateur cylindrique d'armatures concentriques de rayons extérieur R et intérieur r et de longueur L.

$$C = 2\pi\varepsilon \cdot \frac{L}{\ln \frac{R}{r}} \text{ [F]} \quad (\text{I- 3})$$

Avec :

ε : Permittivité absolue ($\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$). [F/m]

ε_0 : Permittivité du vide. [F/m]

ε_r : Permittivité relative du diélectrique, dont la valeur dépend de la nature de ce dernier (tableau I-1).

| Diélectrique | Permittivité relative |
|--------------|-----------------------|
| Alumine | 4,5 à 8,5 |
| Air | 1 |
| Mica | 6 à 9 |
| Verre | 5 à 12 |
| Plastique | 2 à 5 |
| Céramique | 15 à 30 000 |

Tableau (I-1) permittivité relative en fonction du diélectrique [10]

❖ La tension de service

A) En courant continu

Indique la valeur de la tension continue, exprimée en volts, qui peut être appliquée au condensateur en régime permanent.

B) En courant alternatif

Indique la valeur de crête de la tension alternative, de fréquence comprise entre 50 et 60 Hz, pouvant être appliquée au condensateur en régime permanent.

❖ La tension d'essai

Elle exprime la valeur de la tension maximale (en Volts) applicable au condensateur pour un essai effectué selon des modalités spécifiques établies par le constructeur.

Elle est généralement de 2,5 fois plus élevée que la tension de service.

I-2 Description schématique

La capacité d'un condensateur plan (Figure (I-1)) est proportionnelle à la surface des armatures (Equation (I-1)). Pour obtenir des capacités importantes dans des dimensions acceptables, il est nécessaire de replier le diélectrique sur lui-même pour parvenir à la disposition schématisée sur la figure (I-2) où les armatures et les couches de diélectrique alternent.

La connexion se fait de façon qu'aucun court circuit ne puisse se produire à l'intérieur du condensateur par le fait du courant de conduction qui la traverse. (Les armatures (1) sont connectées à la connexion (A) et déconnectées de l'autre connexion (B), contrairement aux autres armatures (2) qui sont connectées à la connexion (B) et déconnectées à l'autre connexion (A)).

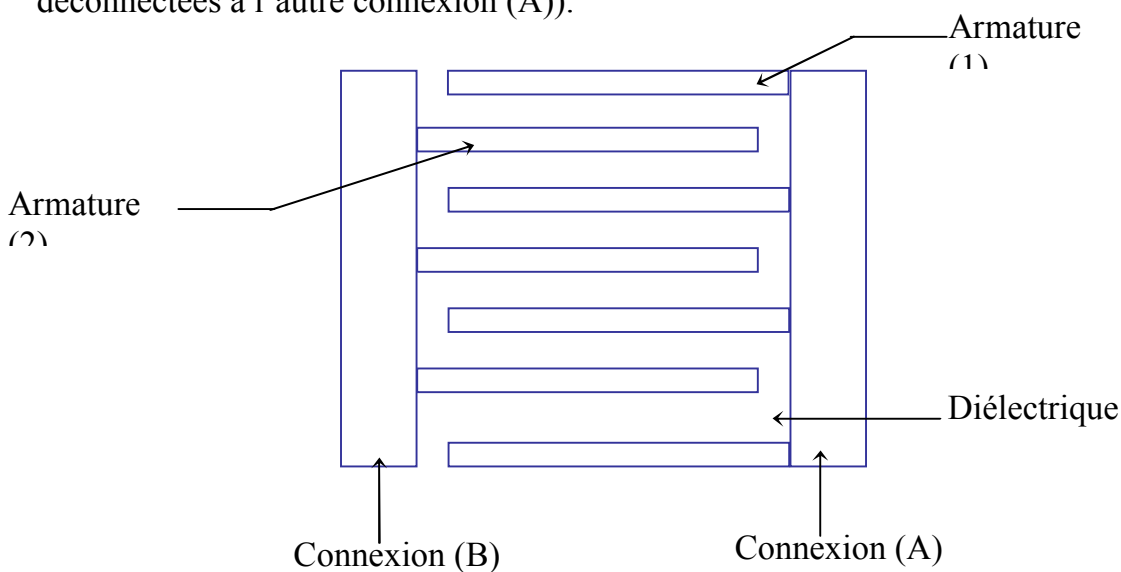


Figure (I-2) : Schéma d'un condensateur réel

I-3 Constituants d'un condensateur

La description schématique précédente montre le lien étroit qui existe entre les armatures, les connexions et le diélectrique.

Ces trois éléments et les conditions qui limitent leur fonctionnement.

I-3-1 Les armatures

Les armatures d'un condensateur possèdent deux fonctions :

- d'une part, elles imposent un champ électrique dans le diélectrique.
- d'autre part, elles collectent le courant et le conduisent vers les connexions.

Les armatures permettent aussi la circulation de courants importants sans dissipation de chaleur excessive qui s'ajoute à celle produite par les pertes diélectriques et qui élève la température du condensateur.

Le champ électrique produit par les armatures doit être le plus homogène possible, et son intensité doit être proche de :

$$\left| \vec{E} \right| = \frac{V}{e} \quad (\text{I-4})$$

Où :

V : Tension entre les armatures.

e : Epaisseur du diélectrique.

I-3-2 Les connexions

Les connexions servent à relier les armatures au circuit extérieur ; cette liaison possède un point faible qui se situe au niveau de la jonction avec les armatures, cette jonction est peu épaisse, donc mécaniquement fragile.

Les efforts électrostatiques et électrodynamiques qui s'exercent sur les armatures peuvent automatiquement entraîner des ruptures.

La réalisation de la jonction par projection de matières fondues (brasure) provoque l'échauffement du diélectrique qui doit être soigneusement contrôlé pour éviter sa dégradation et celle de son contact avec les armatures.

I-3-3 Le diélectrique [1, 8]

Le diélectrique est une substance polarisable sous l'effet d'un champ électrique qui traverse le condensateur. Il permet d'emmagasiner une énergie électrostatique.

Cette énergie a comme expression pour des diélectriques linéaires, homogènes et isotropes :

$$\omega = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r \left| \vec{E} \right|^2 \quad (\text{I-5})$$

Avec :

ε_0 : Permittivité du vide [F/m]

ε_r : Permittivité relative du diélectrique

\vec{E} : Champ électrique [V/m]

Pour augmenter cette densité d'énergie, il faut choisir un diélectrique de forte permittivité relative (céramique) ou bien utiliser le diélectrique en présence d'un champ électrique élevé et homogène. Mais au-delà d'une certaine valeur du champ électrique, plusieurs mécanismes de claquage surviennent.

On distingue plusieurs types de claquages :

- claquage intrinsèque.
- claquage thermique.
- claquage électromécanique.
- décharges partielles.
- charges d'espace.

a) Claquage intrinsèque

Le claquage intrinsèque est lié à l'interaction des électrons et des atomes du corps considéré ; sous l'influence du champ électrique, les électrons gagnent de l'énergie qui provoque leur accélération.

Pour de faibles valeurs de \vec{E} , l'énergie que gagnent les électrons est néanmoins rapidement cédée aux atomes du matériau, conduisant ainsi à un état d'équilibre.

Cependant, à partir d'une certaine valeur du champ électrique, cet équilibre n'est plus possible car l'énergie gagnée par les électrons n'est pas complètement restituée au matériau.

Cette situation génère une condition de claquage ; ce dernier peut prendre naissance lorsque le nombre d'électrons dépasse une certaine limite, augmentant par conséquent le courant de conduction électrique de façon très importante jusqu'à rendre le diélectrique pratiquement conducteur.

b) Claquage thermique

Un diélectrique soumis à un champ électrique est le siège de différents types de pertes ; elles sont induites par les phénomènes de polarisation, les courants de conduction et les décharges partielles.

L'énergie perdue se transforme en chaleur, provoquant l'augmentation de la température du diélectrique. Toutefois, cette température ne doit pas dépasser un certain seuil par risque d'une dégradation du diélectrique.

Par ailleurs, au-delà d'une certaine température, les pertes du diélectrique augmentent la chaleur dégagée croît et entraîne une élévation supplémentaire de la température.

Ce mécanisme de rétroaction positif peut conduire à un emballement thermique où la température augmente indéfiniment conduisant à la dégradation du diélectrique ce qui conduit au claquage.

c) Claquage électromécanique

Quand une différence de potentiel V est appliquée aux bornes des armatures, le diélectrique sera soumis à une pression P donnée par la formule suivante (I-6) :

$$P = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \left(\frac{V}{e} \right)^2 \quad (\text{I-6})$$

Cette pression provoque une diminution de l'épaisseur du diélectrique « e » qui, en retour, augmente la pression.

On peut remarquer qu'un matériau mou sera davantage sujet au claquage électromécanique qu'un matériau rigide. Il est donc possible d'augmenter leur rigidité

diélectrique en leur faisant subir des traitements mécaniques, comme la biorientation, qui les rendent résistants.

d) Décharges partielles

Les décharges partielles sont à l'origine des inclusions gazeuses présentes dans le diélectrique ; celles-ci provoquent généralement une élévation de température conduisant au claquage.

e) Charges d'espace

Au sein du diélectrique il peut exister des charges qui provoquent une perturbation dans la distribution du champ électrique. Ces charges proviennent des modifications du diélectrique (rupture de liaisons) ou bien sont injectées par les électrodes.

Le claquage prend naissance dans les zones où le champ est renforcé.

I-4 Familles technologiques

Les condensateurs sont classés en trois grandes familles technologiques qui sont :

- Condensateurs céramiques,
- Condensateurs électrochimiques (électrolytiques),
- Condensateurs à diélectrique souple (papier, film, ...)

I-4-1 Condensateurs céramiques

Les condensateurs céramiques sont ceux pour lesquels le diélectrique est un mélange de matériaux à base de titane, de strontium, de plomb, ...

Les céramiques sont principalement classées en deux types :

a) Céramiques de type I

Ces dernières présentent une très bonne stabilité en fonction de la température et de la fréquence

Leurs permittivités relatives sont comprises entre 5 et 150. Elles sont utilisées notamment dans les circuits oscillants, de même que dans les condensateurs à grande puissance réactive.

b) Céramiques de type II

Elles sont instables, et leurs permittivités relatives obtenues sont élevées entre 1000 et 10000; elles sont adaptées dans les circuits de découpage et de filtrage.

I-4-1-1 Technologie

Le condensateur céramique se divise en deux familles technologiques qui sont :

- Condensateur monocouche ;
- Condensateur multicouches.

a) Condensateur monocouche

Ce condensateur est réalisé à partir d'un disque céramique métallisé sur chacune de ses faces. Ce disque est constitué d'une poudre rendue homogène et cristalline par un traitement thermique par voie humide.

L'incorporation, par la suite, d'un liant organique précède la phase où le matériau subit un traitement à haute température (1100° C à 1400° C) appelé frittage.

b) Condensateur multicouches

Ce condensateur est constitué d'un certain nombre de condensateurs élémentaires placés en parallèle (Figure I-3). Les feuilles métallisées sont empilées (technologie "cerfeuil"), puis frittées à haute température de façon à obtenir les propriétés électriques et diélectriques souhaitées. Ils sont utilisés dans le filtrage de sorties des alimentations à découpage haute fréquence ainsi que dans des circuits d'aide à la commutation, et cela pour leur comportement non linéaire.

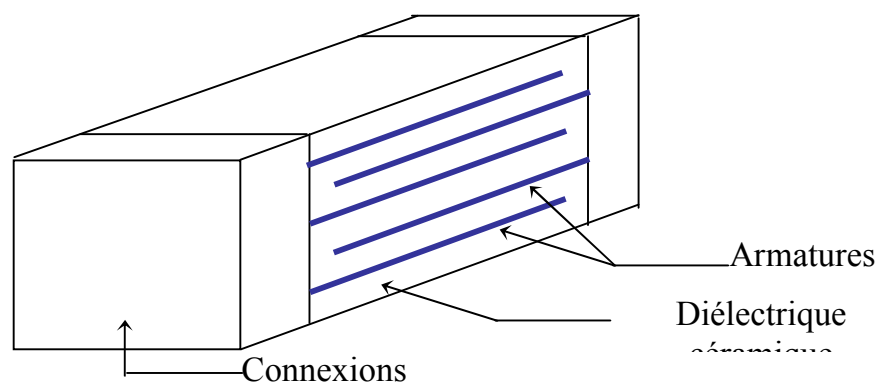


Figure (I-3) : Structure d'un condensateur céramique

I-4-2 Condensateur électrolytique [9-10]

Pour réaliser un condensateur électrolytique, il suffit de réunir une source à deux électrodes d'aluminium placées dans une éprouvette remplie d'une solution d'acide borique.

Les réactions chimiques qui s'y produisent donnent naissance à un courant assez intense dans le circuit, ce qui permet l'obtention d'un condensateur dont l'armature positive est l'anode, le diélectrique étant l'alumine (AL_2O_3).

La seconde électrode est formée par l'électrolyte et par la cathode. Du fait de sa conception, ce type de condensateur est polarisé et ne doit donc être utilisé qu'en courant continu.

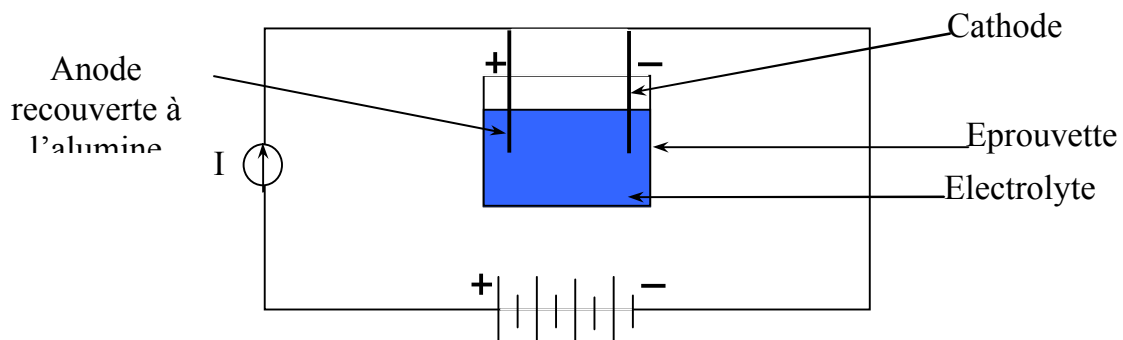


Figure (I-4) : Schéma d'un condensateur électrolyte.

I-4-2-1 Technologie [9]

Le condensateur électrolytique ou électrochimique se divise en plusieurs familles technologiques qui sont :

- Condensateur à l'aluminium à électrolyte liquide ;
- Condensateur à l'aluminium à électrolyte solide ;
- Condensateur au tantale à électrolyte gélifié ;
- Condensateur au tantale à électrolyte solide.

a) Condensateur à l'aluminium à électrolyte liquide

Ce condensateur se différencie des autres types par le fait qu'une armature (anode) est constituée d'une feuille d'aluminium lisse ou gravée sur laquelle a été disposé une couche très mince d'alumine par un procédé chimique.

Le diélectrique est formé par l'alumine et la seconde armature est constituée d'électrolyte retenu dans du papier.

Ce type de condensateur possède des performances exceptionnelles :

- Une permittivité relative : 8,5 ;
- Une rigidité diélectrique : 850 V/ μm ;
- On peut obtenir une énergie volumique d'environ 400J/l sous des tensions de 350 à 600 V. Mais leurs fréquences d'utilisation ne dépassent pas 500kHz, ainsi ils sont caractérisés par une faible tenue au vieillissement cela est dû à l'évaporation de l'électrolyte.

b) Condensateur à l'aluminium à électrolyte solide

La conception de ce condensateur est voisine de celui à électrolyte liquide, à l'exception de la nature du séparateur qui n'est pas du papier mais du tissu de verre imprégné de nitrate de manganèse qui confère à ce type de condensateur une très bonne tenue à la température (150°C- 175°C).

c) Condensateur au tantale à électrolyte gélifié [4]

Le diélectrique utilisé est l'oxyde du tantale (Ta_2O_5). Dans ce cas, une feuille de tantale est utilisée comme anode (obtenue par une poudre de tantale frittée à une température de l'ordre de 1500°C), associée à un électrolyte gélifié (mélange de silice et d'acide sulfurique) et une cathode parfois au tantale dans le cas d'applications spatiales.

d) Condensateur au tantale à électrolyte solide [10]

Le diélectrique utilisé est l'oxyde de manganèse recouvert d'une couche de graphite colloïdal et de laque d'argent comme collecteur de courant.

I-4-2-2 Application

Les condensateurs électrolytiques sont utilisés pour le filtrage des tensions continues, le stockage de l'énergie, le découpage et dans le secteur automobile et ce à cause de leurs résistances aux hautes températures.

I-4-3 Condensateurs à diélectrique souple [9]

Ce type de condensateurs se distingue par :

- La nature de son diélectrique ;
- La technique de métallisation du film ;
- La structure du condensateur ;
- Et la nature de l'électrode.

I-4-3-1 Type de diélectrique [8, 10]

a) Historique

Le diélectrique provient de deux sources distinctes, il est issu principalement :

- Du règne végétal
- Et du règne minéral.

✓ Règne végétal :

L'exemple qui peut être donné à ce niveau concerne la fabrication de condensateurs imprégnés de cellulose et de l'huile de ricin.

✓ Règne minéral

Le pétrole est la matière première par excellence étant, en effet, une source très importante pour la production de la quasi-totalité des matières plastiques.

A titre illustratif, le naphte produit par les raffineries de pétrole subit un traitement afin d'obtenir des monomères.

Ces derniers sont polymérisés par des procédés haute pression (> 1 000 bars) ou basse pression (< 50 bars).

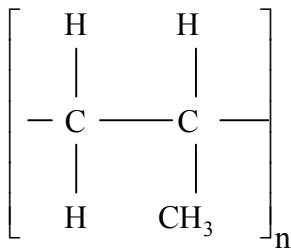
Un polymère est défini comme une macro molécule à chaîne linéaire dans laquelle le motif structural de la molécule de base (monomère) est répété plusieurs fois.

Les diélectriques suivants, issus du pétrole possèdent de très bonnes caractéristiques :

- Polypropylène,
- Polyester.

b) Polypropylène

La structure chimique du polypropylène (P-P) est la suivante :



Avec :

n: nombre de répétition du motif de base ($5\,000 < n < 100\,000$).

▪ Propriétés électriques :

- ✓ Permittivité électrique relative pouvant varier de 2,2 à 2,7 en fonction de la température, de la fréquence et de l'état de vieillissement du diélectrique.
- ✓ L'angle de perte ($\text{tg } \delta$) est de l'ordre de $2 \cdot 10^{-4}$ pour une fréquence de 1kHz.
- ✓ La rigidité diélectrique peut atteindre 60 kV/cm, elle est fonction de l'épaisseur du diélectrique et du type d'armature utilisée.

c) Polyester

Le nom chimique du polyester est le polytéréphtalate d'éthylène glycol (PETEG).

▪ propriétés électriques :

- ✓ Permittivité électrique de 3,2.
- ✓ L'angle de perte ($\text{tg } \delta$) est de l'ordre de $50 \cdot 10^{-4}$ pour une fréquence de 1kHz.
- ✓ Bonne tenue à la température (125°C).

Malgré toutes ces caractéristiques le polyester est moins utilisé que le polypropylène, dans la mesure où son coût de fabrication est plus élevé.

d) Fabrication d'un film polymère [8, 10]

La fabrication d'un film polymère nécessite trois étapes :

- Chauffage de la matière première (P-P, PTEG) sous une température inférieure à celle de fusion afin d'obtenir un produit malléable.
- Extrusion de la dite matière à travers une filière pour obtenir la forme d'un film.
- Étirage du film dans les deux sens (transversal et longitudinal) de manière à orienter le polymère.

L'étirage du film est obtenu soit au moyen de la technique du film tubulaire ou de la technique du film à plat.

d-1 Technique du film tubulaire

Le processus de fabrication comprend trois étapes :

- Extrusion du film à travers la filière circulaire (a),
- Gonflement du film par air chaud pour étirage longitudinal au moyen de deux jeux de rouleaux tournant à des vitesses différentes (zone b), et étirage transversal par un jeu de pinces (zone c)
- Sortie et refroidissement (zone d) par l'intermédiaire de rouleaux.

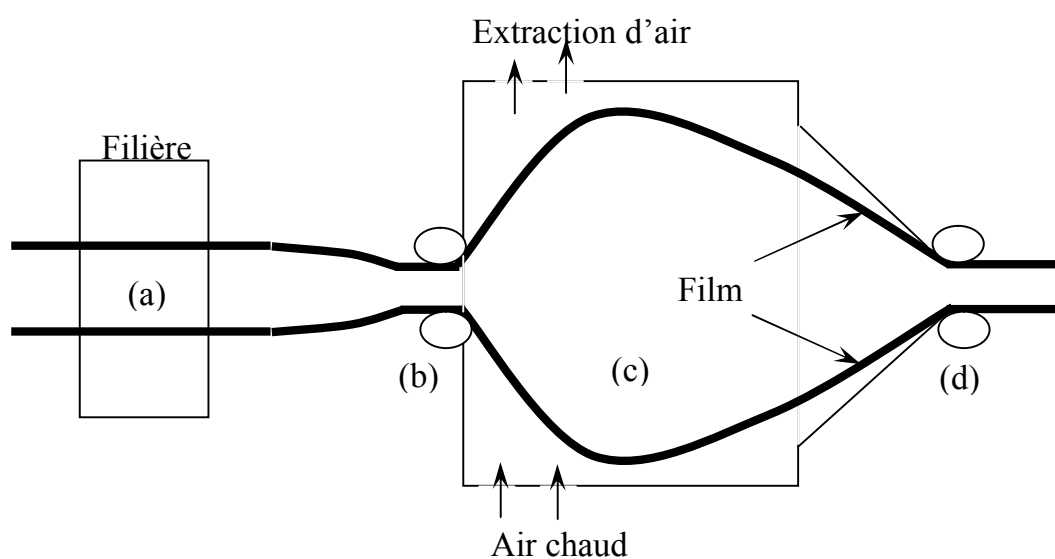


Figure (I-5) : Fabrication d'un film tubulaire.

d-2 Technique du film à plat

Le processus de fabrication comprend également trois étapes :

- Extrusion du film (zone A),
- Réchauffement pour étirage longitudinal au moyen de deux jeux de rouleaux tournant à des vitesses différentes (zone B),
- Etirage transversal par un jeu de pinces (zone C), dernière étape du processus avant obtention de la forme définitive du film.

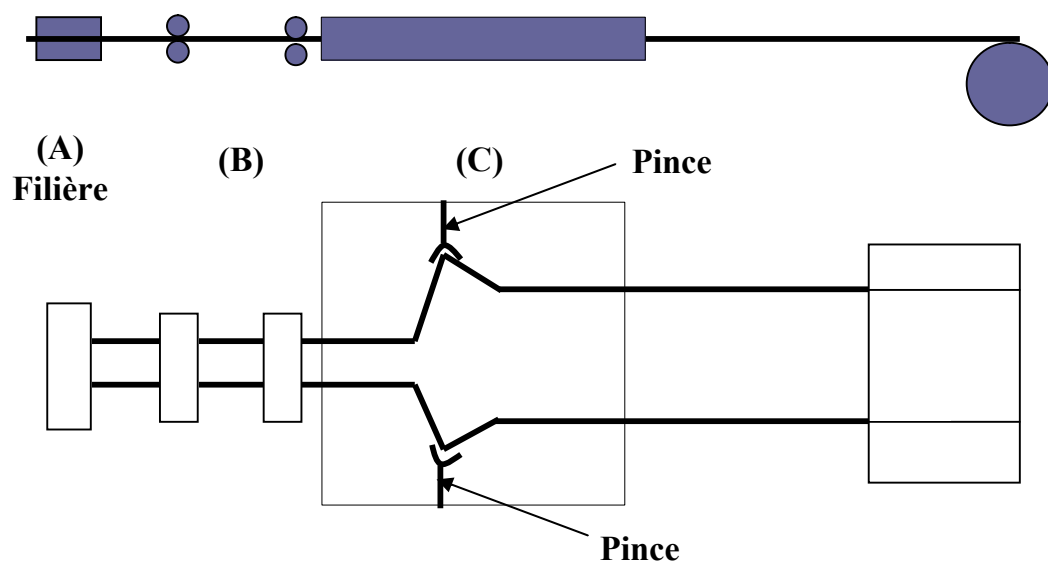


Figure (I-6) : Fabrication d'un film à plat.

e) Traitement et métallisation des films [2]

L'amélioration de l'état de surface et la diminution de la rugosité du film nécessite un traitement par "effet couronne" pour faciliter l'accrochage des couches métalliques lors de la fabrication.

En effet, le film ainsi traité reçoit une fine couche de métal de l'ordre de quelques nanomètres.

La métallisation peut être composée uniquement de zinc, d'aluminium ou d'une structure mixte qui contient :

- une couche d'argent sous forme de trace dont le rôle est de faciliter l'accrochage des autres métaux,

- une couche de zinc d'une épaisseur d'environ 15nm,
- une couche protectrice d'aluminium qui se corrode en présence de l'air en Al_2O_3 (alumine).

Le principe de métallisation des films est schématisé en figure (I-7)

De façon succincte, il consiste à dérouler le film de polypropylène (a) du dévidoir (b) avant de passer sur un jeu de rouleaux (c).

Le rôle de ces derniers est de condenser, sur le film, les vapeurs métalliques issues des creusets (d).

Le film métallisé est ensuite enroulé sur une bobine réceptrice (e).

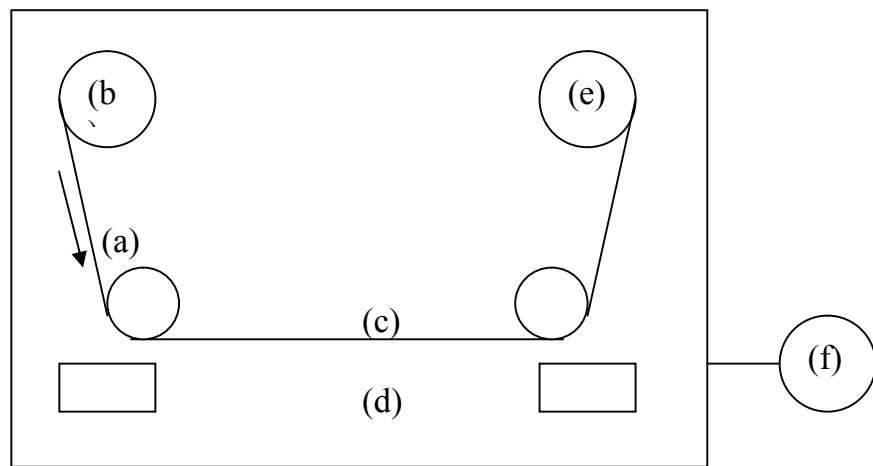


Figure (I-7) : Métallisation de film polypropylène.

f) Causes de dégradation de la métallisation [9, 8]

Les principales causes de dégradation de la métallisation sont dues :

- à l'érosion des bords des métallisations ;
- aux décharges partielles ;
- à l'humidité éventuelle ;
- à un mauvais bobinage ;
- à une mauvaise métallisation ;
- à une surtension appliquée aux bornes du condensateur ;
- à un volume inapproprié de polypropylène lors de son imprégnation par des liquides diélectriques.

g) les imprégnants

Afin d'éviter les décharges partielles dans le diélectrique, il y a nécessité d'ajouter un imprégnant dont le rôle est de combler les aspérités éventuelles dans le diélectrique.

Les imprégnants sont classés en trois catégories, à savoir :

- Imprégnant à base d'huile dont la caractéristique est d'augmenter sensiblement la rigidité diélectrique, ainsi on peut utiliser un diélectrique d'épaisseur moins importante et augmenter la capacité volumique des condensateurs,
- Imprégnant à base de cire réservés aux condensateurs en papier métallisé et fonctionnant à une température maximale de 80° C,
- Imprégnant à base de gaz (SF_6) dont l'inconvénient est la complexité dans l'usinage des composants.

Les condensateurs imprégnés sont généralement utilisés dans les applications de filtrage continu.

Notons que le papier est l'un des premiers diélectriques à être imprégné et qu'actuellement les matières plastiques le sont également.

I-4-3-2 Technologie [9]

La famille des condensateurs à diélectrique souple regroupe en son sein plusieurs types technologiques, soit :

- Condensateurs bobinés ;
- Condensateurs bobinés aplatis ;
- Condensateurs rectangulaires ;
- Condensateurs à armatures débordantes ;
- Condensateurs bobinés à film métallisé.

a) Condensateurs bobinés

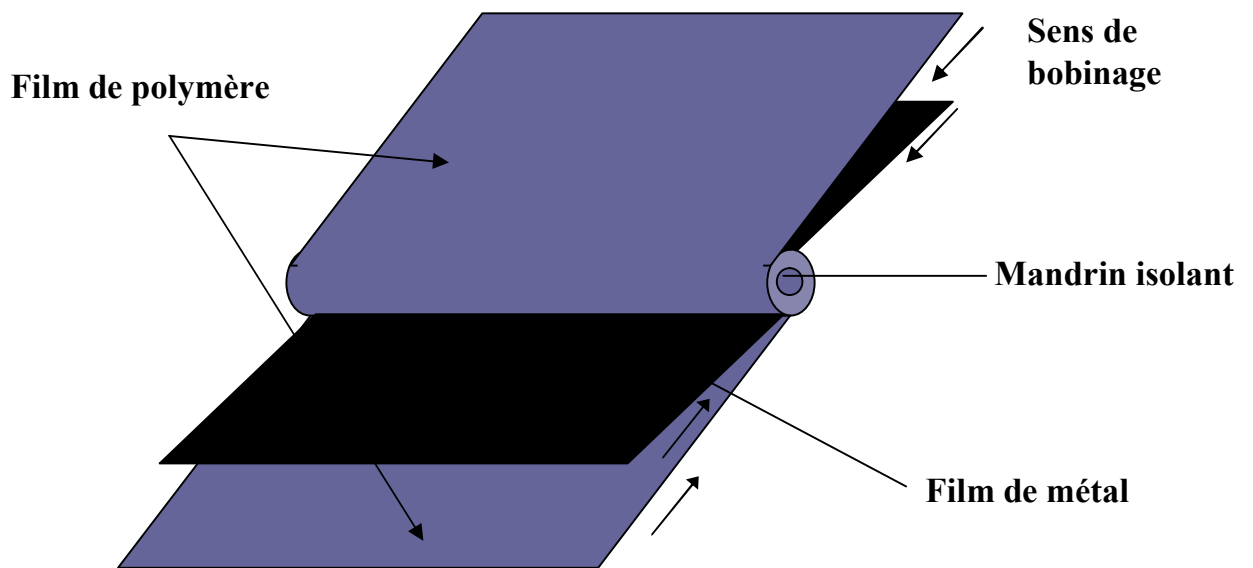


Figure (I-8) : Bobinage d'un condensateur film.

Un condensateur à film bobiné nécessite quatre bobines disposées de manière alternée, deux pour le diélectrique et deux pour les armatures.

Le bobinage des armatures se fait de façon simultanée autour d'un mandrin isolant. Par ailleurs, pour éviter les courts circuits chaque face du bobinage doit être démétallisée. La connexion des métallisations au circuit extérieur est assurée grâce aux « schoopages ».

Ces derniers sont réalisés par projection d'alliage de zinc fondu sur chacune des faces des bobinages.

Une fois le schoopage terminé, les films de connexion sont brasés et mis en boîte.

b) Condensateurs bobinés aplatis

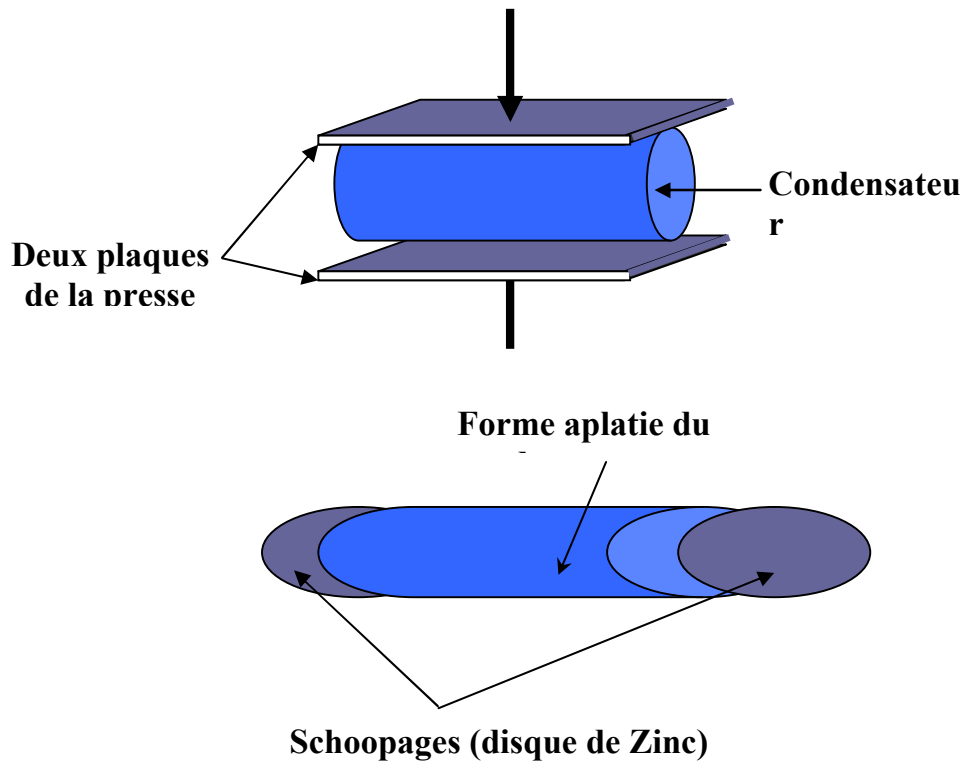


Figure (I-9) : Fabrication d'un condensateur aplati.

Le processus de fabrication d'un condensateur aplati est identique à celui d'un condensateur bobiné.

Sa forme finale, aplatie, résulte de la pression exercée par une presse, préalable aux opérations relatives au schoopage et aux connexions (Figure I-9).

c) Condensateurs rectangulaires [10]

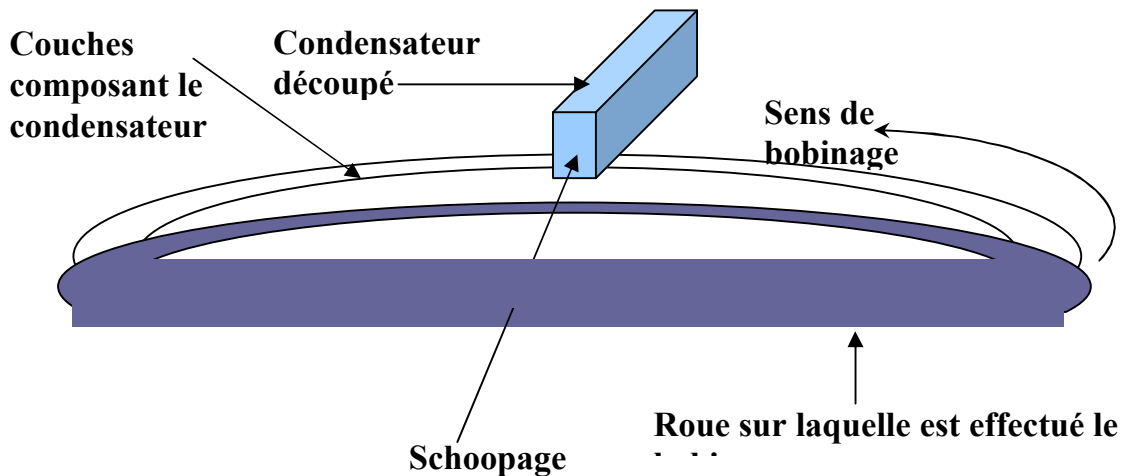


Figure (I-10): Fabrication d'un condensateur rectangulaire.

La réalisation de ce type de condensateur repose sur le bobinage du film qui nécessite le recours à une roue de très grand diamètre. Le Schoopage est déposé parallèlement au sens de bobinage. Le découpage du condensateur, quant à lui, est réalisé de façon perpendiculaire au sens du bobinage. L'élimination de toutes les bavures, par des procédés chimiques, permet d'éviter tout court circuit.

Les courts circuits résiduels éventuels, non éliminés par les procédés chimiques, peuvent s'éviter en appliquant au condensateur une tension supérieure à sa tension nominale ce qui élimine les courts circuits.

d) Condensateurs à armatures débordantes [9]

La technique de fabrication est la même que celle des condensateurs bobinés. Toutefois, une exception réside dans les deux films utilisés comme armatures qui sont, en effet, décalés l'un par rapport à l'autre dans la perspective d'un meilleur maintien du schoopage.

Cette technique permet également aux condensateurs de disposer d'une faible inductance parasite.

e) Condensateurs bobinés à film métallisé

❖ Généralités

Dans le condensateur bobiné à film métallisé, on utilise deux bobines à film métallisés et on les bobine autour d'un mandrin, afin d'obtenir les dimensions adaptées pour une capacité donnée.

Par contre, pour un condensateur de dimensions réduites mais d'égales capacité et tension il y a lieu de disposer une mince couche de métal sur le film diélectrique (polymère).

Ce type de condensateur possède une caractéristique particulière appelée « phénomène d'auto régénération » ou « auto cicatrisation » (Figure I-11).

Ce phénomène de reconstitution se produit lors d'une augmentation dans la valeur du champ électrique si celle-ci dépasse la valeur de la tension de claquage.

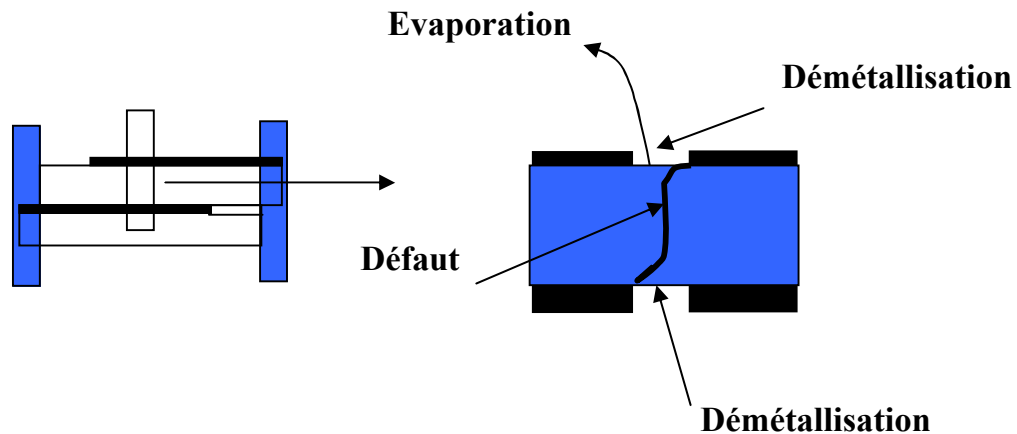


Figure (I-11) : Mécanisme d'auto- régénération

Description du mécanisme d'auto régénération :

Une décharge se produit dans le condensateur et fournit une énergie de 1mJ [9] qui occasionne un défaut dans les composants du film métallisé (démétallisation) par effet d'évaporation du métal et du diélectrique.

A l'issue du court circuit, les vapeurs du métal et du diélectrique se condensent et s'étalent sur la région de claquage cicatrisant la zone contenant le défaut.

Le condensateur en question est régénéré sans perdre ses caractéristiques bien que sa capacité ait diminué.

Ces condensateurs sont pratiquement «inclaquables »

❖ Fabrication

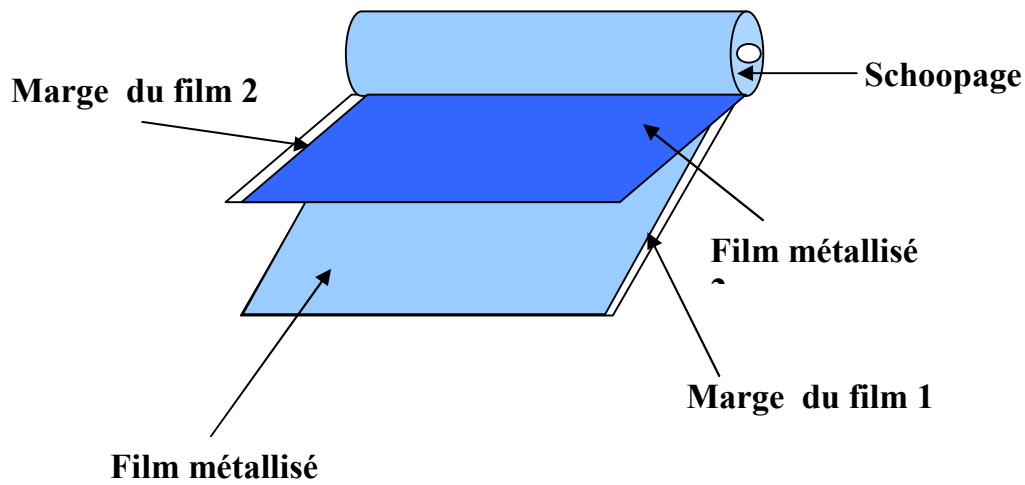


Figure (I-12) : Condensateurs à films métallisés.

La fabrication de ce type de condensateur nécessite seulement deux bobines de films métallisés enroulées autour d'un mandrin isolant.

Ces bobines ont la particularité d'avoir leurs faces métallisées du même côté.

L'isolement des films métallisés, suite au schoopage, est assuré par la présence d'une marge non métallisée à gauche sur une bobine et à droite sur la suivante.

La fabrication suit son cours suivant le processus de schoopage et le brasage des fils de connexions.

I-4-3-3 Application [8]

▪ Condensateurs à base de polypropylène

Les condensateurs à base de polypropylène sont utilisés pour les applications à haute fréquence et à des tensions élevées, faibles pertes diélectriques et de forte tenue au claquage de polypropylène.

Leur utilisation reste limitée à cause de l'apparition d'une inductance parasite, provoquée par les connexions et les bobinages.

▪ Condensateurs à base de polyester

Ces condensateurs conviennent pour les applications à tension alternative, mais avec une faible amplitude.

Ils sont généralement utilisés dans :

- **Le filtrage** : le rôle du condensateur, dans ce cas, est de réaliser le filtre passe bas afin d'éliminer les ondulations de tension.
- **La protection de semi-conducteurs** (circuit d'aide à la commutation) : le condensateur limite la variation de la tension aux bornes de ses composants.
- **Les convertisseurs à résonance** : le chauffage par induction en est l'exemple type.

I-5 Description d'un comportement électrique d'un condensateur

I-5-1 Généralités

Pour modéliser le comportement du condensateur avec des logiciels de simulation il est primordial de le représenter par un modèle électrique équivalent au regard de l'existence de pertes dues au diélectrique, aux schoopages, aux armatures et aux connexions.

Le condensateur ne peut pas être représenté par sa capacité uniquement, car il modifie sensiblement le comportement du composant.

La mesure de l'impédance en fonction de la fréquence effectuée avec un analyseur d'impédance [9-10]. Cette mesure met en relief l'existence de deux zones de fonctionnement distinctes (Figure I-13).

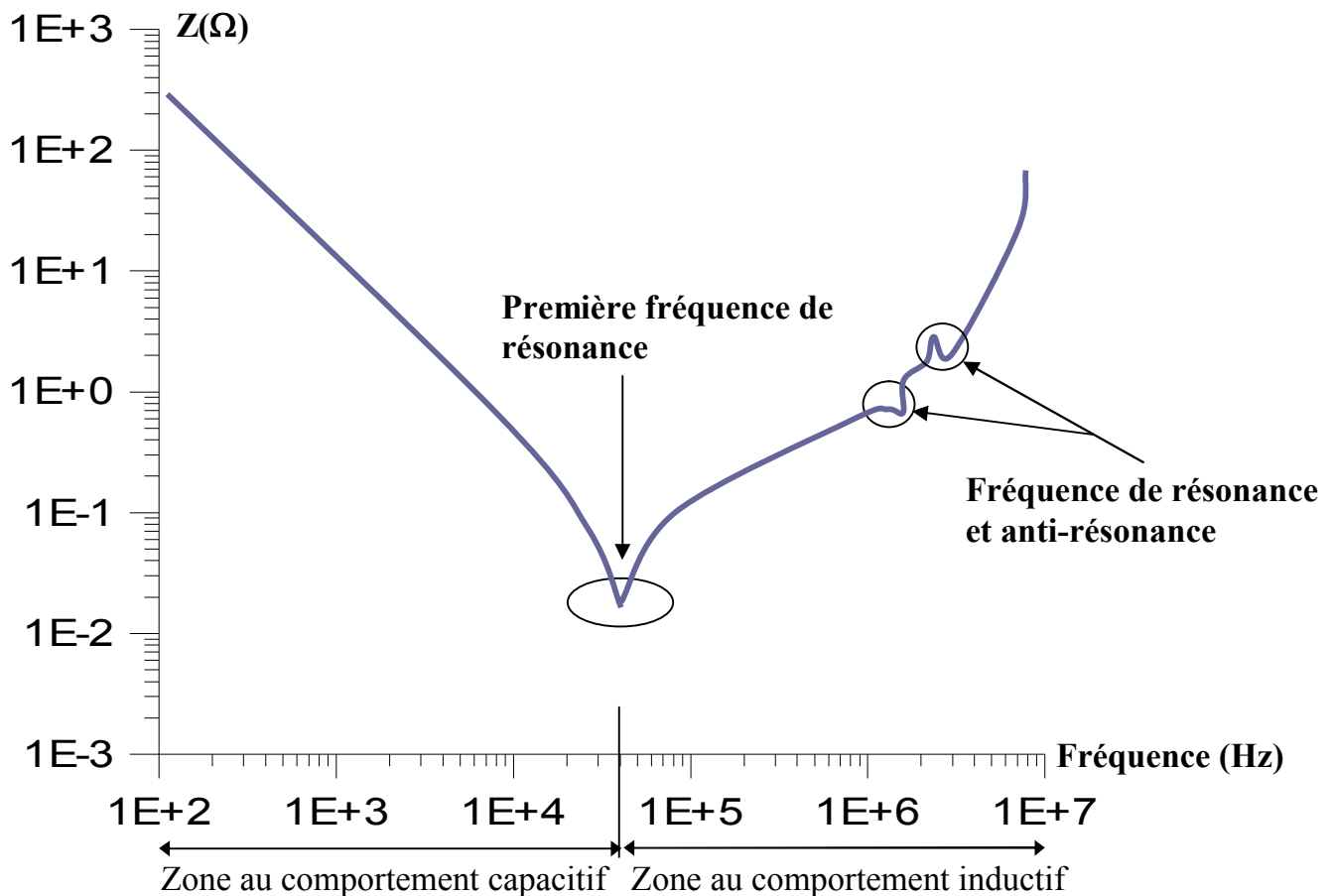


Figure (I-13) : Mesure de l'impédance en fonction de la fréquence [5,2].

I-5-2 Comportement lié à la densité de courant [8,10]

La densité du courant traversant le condensateur à deux types de problèmes :

a) A l'intérieur du condensateur :

Dans les condensateurs à film métallisé, plusieurs études ont montré l'inhomogénéité des densités des courants qui peut survenir en présence de défauts dans le composant ou dans la structure elle-même.

Ces densités de courant exercent sur les métallisations et sur le diélectrique des contraintes à l'origine de la dégradation du composant par l'effet de peau (fréquences élevées).

La répartition des courants induits n'est pas homogène dans les schoopages et les métallisations et provoque, par conséquent, une augmentation des pertes dans le

composant ainsi que des échauffements qui conduisent à un vieillissement prématuré du condensateur.

b) A l'extérieur du condensateur :

La circulation d'un courant à travers un condensateur crée un champ magnétique à l'origine d'une inductance parasite (L_s).

Cette dernière dégrade le comportement du condensateur et le système qui le contient.

La densité de courant, évoquée précédemment, peut causer l'existence d'un champ électromagnétique à l'extérieur du condensateur.

Ce champ rayonné perturbe les composants situés dans son environnement (problème de compatibilité électromagnétique).

Les connexions ont une influence sur la répartition du courant à l'intérieur du condensateur et ce par leurs tailles, leurs formes et par la position qu'elles occupent autour du composant.

Dans la mesure où peu d'études traitent de ce problème, dans la plus part des cas les connexions sont remplacées par une résistance R_s placée en série avec une inductance parasite L_s .

La valeur de la résistance peut être déterminée sur la base d'essais expérimentaux; le problème réside, cependant, dans la détermination de l'inductance parasite L_s .

I-5-3 Modèle électrique simple [10-2]

En tenant compte des spécificités de fonctionnement d'un condensateur, ce dernier peut être représenté par un schéma équivalent (Figure I-14).

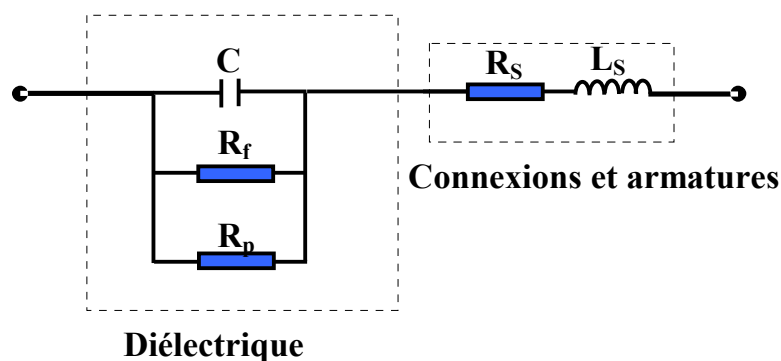


Figure (I-14) : Modèle électrique simple [10-2]

I-5-3-1 Résistance série R_s

La résistance série tient compte des pertes joules dans les connexions et les armatures ; elle dépend de la fréquence en relation avec l'effet de peau.

I-5-3-2 Résistance de fuite R_f

Cette résistance correspond à la résistance électrique du diélectrique, elle dépend uniquement de la nature et de la surface de ce dernier. Elle est donnée par la relation suivante :

$$R_f = \rho_{\text{diélectrique}} \frac{e}{s} \quad (\text{I-7})$$

Avec :

$\rho_{\text{diélectrique}}$: Résistivité du diélectrique

s : Surface du diélectrique

e : Epaisseur du diélectrique

Pour déterminer, expérimentalement, la valeur de R_f il y a lieu de charger le condensateur sous une tension donnée et de mesurer la constante de temps τ .

Sachant que $\tau = R_f \cdot C$, donc la valeur de R_f est de :

$$R_f = \frac{\tau}{C} \quad (\text{I-8})$$

Avec :

C : Capacité du condensateur

La valeur de R_f est en général très grande, son influence dans la majorité des études est négligée dans les modèles de calcul.

I-5-3-3 Pertes diélectriques [10]

La résistance R_p représente les pertes dissipées dans le diélectrique.

Cette résistance est liée à l'angle de perte δ par la relation suivante :

$$\text{tg}\delta = \frac{C \cdot \omega}{R_p} \quad (\text{I-9})$$

Avec :

ω : Pulsation d'utilisation donnée par : $\omega = 2.\pi.f$ (f : Fréquence)

L'angle de perte dépend de la nature du diélectrique, de la tension, de la fréquence et de la température.

Elle s'exprime en fonction de la permittivité par la relation suivante :

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{\epsilon_{\text{im}}}{\epsilon_{\text{réel}}} \quad (\text{I-10})$$

Avec :

ϵ_{im} : Partie imaginaire de la permittivité

$\epsilon_{\text{réel}}$: Partie réelle de la permittivité électrique du diélectrique

I-5-3-4 Inductance parasite L_s

Cette inductance parasite a des inconvénients sur les deux régimes : transitoire et permanent.

Pour le premier, elle produit une chute de tension qui peut être importante par rapport à la tension de service.

Pour le second, elle provoque des difficultés si la pulsation de résonance ω_0 est voisine de celle de l'harmonique de rang élevé.

On détermine l'inductance L_s par deux méthodes différentes.

A) Méthode utilisant la fréquence de résonance [9, 10]

- Expérimentalement, on mesure l'impédance du condensateur en fonction de la fréquence puis on détermine la fréquence de résonance F_0 qui correspond au 1^{er} minimum de l'impédance. Qui est donnée par l'expression :

$$F_0 = \frac{1}{2.\pi.\sqrt{L_s.C}} \quad (\text{I-11})$$

Par conséquent :

$$L_s = \frac{1}{C\sqrt{2.\pi.F_0}} \quad (\text{I-12})$$

- Théoriquement, on développe un modèle analytique et numérique permettant de calculer l'impédance du condensateur en fonction de la fréquence. Enfin on détermine la fréquence de résonance, ce qui permet de calculer l'inductance parasite L_s . (Figure (I-15)).

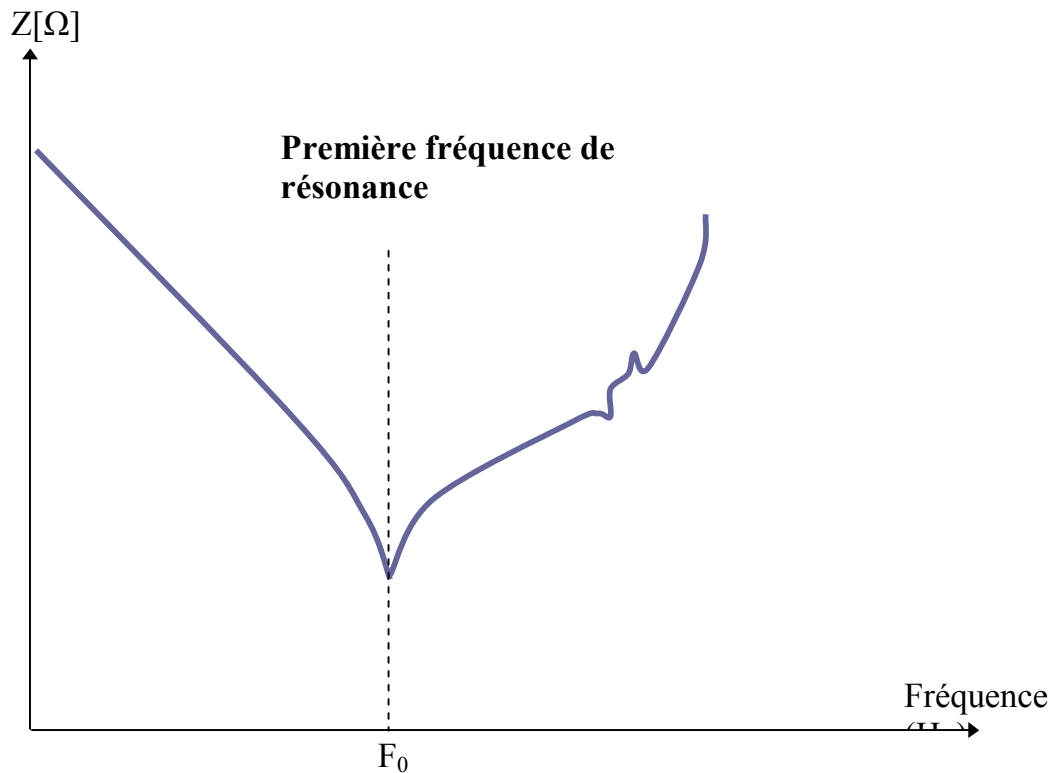


Figure (I-15) : Détermination de la fréquence de résonance.

B) Méthode utilisant l'énergie magnétique

L'énergie magnétique emmagasinée dans le condensateur est donnée par l'expression suivante :

$$E_m = \iiint_V \left(\int_0^H B \cdot dH \right) \cdot dv \quad (I-13)$$

Comme $\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$ l'expression (I-13) devient :

$$E_m = \frac{1}{2 \cdot \mu_0} \iiint_V B^2 dv \quad (\text{I-14})$$

Avec :

B : Induction magnétique dans le condensateur [T]

v : Volume du condensateur [m³]

Cette énergie peut s'exprimer en fonction de l'inductance parasite de la manière suivante :

$$E_m = \frac{1}{2} \cdot L_s \cdot I^2 \quad (\text{I-15})$$

Avec :

I : Courant traversant le condensateur

A partir de ces deux dernières équations (I-14) et (I-15), la valeur de L_s est déterminée comme suit :

$$L_s = \frac{\frac{1}{2 \cdot \mu_0} \cdot \iiint_V B^2 \cdot dv}{\frac{1}{2} \cdot I^2} = \frac{1}{\mu_0 \cdot I^2} \cdot \iiint_V B^2 \cdot dv \quad (\text{I-16})$$

Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons donné des généralités sur les différentes catégories de condensateurs et leurs domaines d'application.

Les condensateurs bobinés à film métallisé ont la particularité de bien s'adapter à l'électronique de puissance, l'existence d'une inductance parasite due aux bobinages et aux connexions détériore le comportement du condensateur surtout en hautes fréquences. La détermination de cette dernière passe obligatoirement par une étude électromagnétique des condensateurs à films métallisés qui fera l'objet du chapitre suivant.

II-1 Introduction

L'étude des modifications de l'espace, provoquées par des charges électriques en mouvement s'appelle l'électromagnétisme.

Dans ce chapitre nous présenterons :

1) les lois générales d'électromagnétisme qui obéissent aux équations de Maxwell, à la loi d'Ohm et aux relations du milieu ; celles-ci consistent à établir les équations aux dérivées partielles de la grandeur \vec{A} (potentiel vecteur magnétique) dans un condensateur bobiné à film métallisé.

2) la technique d'homogénéisation, afin de simplifier la structure complexe du condensateur et par conséquent réduire les équations à résoudre à une seule équation.

II-2 Equations de Maxwell [4, 9]

L'étude des phénomènes électromagnétiques se basait sur quatre équations fondamentales formulées par James Maxwell en 1860 :

Formes locales des équations de Maxwell

a) Première équation

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \quad (\text{II-1})$$

Avec :

\vec{D} : Vecteur de déplacement électrique [$\text{A} \cdot \text{s} / \text{m}^2$]

ρ : Densité de charge volumique [C / m^3].

Cette équation est la forme différentielle du théorème de Gauss.

Elle stipule que le flux de l'induction électrique à travers une surface fermée est égal à la charge électrique contenue dans le volume délimité par cette surface.

b) Deuxième équation

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II-2})$$

Avec :

\vec{B} : Vecteur induction magnétique [T],

\vec{E} : Vecteur champ électrique [V/m].

Cette équation est la forme différentielle de la loi d'induction.

Elle traduit le fait que la variation de l'induction magnétique en fonction du temps, engendre un champ électrique rotationnel.

c) Troisième équation

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{II-3})$$

Cette équation signifie que le champ magnétique est à flux conservatif, et que le flux d'induction magnétique \vec{B} à travers toute surface fermée, est nul.

d) Quatrième équation

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{II-4})$$

Avec :

\vec{H} : Vecteur champ magnétique [A/m]

\vec{J} : Vecteur de densité de courant de conduction [A/m^2]

Cette équation est basée sur le théorème d'Ampère qui stipule que toute circulation du courant I de densité \vec{J} crée un champ magnétique. Pour la mise en évidence du phénomène de propagation des ondes électromagnétiques, Maxwell a introduit le

terme $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$, appelé densité de courant de déplacement.

II-3 Relations du milieu

Les relations du milieu permettent de traduire le lien existant entre :

- les vecteurs champs magnétique (\vec{H}) et l'induction magnétique (\vec{B}) à travers la perméabilité magnétique (μ),
- les vecteurs champs électrique (\vec{E}) et déplacement électrique (\vec{D}) à travers la permittivité électrique (ϵ).

a) Milieu magnétique

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (\text{II-5})$$

Avec :

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$$

μ : Perméabilité magnétique absolue [H/m]

μ_0 : Perméabilité magnétique du vide, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ [H/m]

μ_r : Perméabilité magnétique relative du milieu considéré

b) Milieu diélectrique

$$\vec{D} = \epsilon \cdot \vec{E} \quad (\text{II-6})$$

Avec :

$$\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$$

ϵ : Permittivité électrique absolue [F/m]

ϵ_0 : Permittivité électrique du vide, $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9}$ [F/m]

ϵ_r : Permittivité électrique relative du milieu considéré

II-4 Loi d'Ohm:

La loi d'Ohm exprime la relation entre la densité de courant \vec{J} et le champ électrique \vec{E} à travers la conductivité électrique σ dans un milieu donné.

Elle est donnée par l'expression suivante :

$$\vec{J} = \sigma \cdot \vec{E} \quad (\text{II-7})$$

Avec :

\vec{J} : Vecteur de courant d'induction relative au milieu [A/m^2]

σ : Conductivité électrique du milieu [$\Omega.m$]⁻¹

- Dans un milieu statique avec un courant de source, la loi d'Ohm est donnée par :

$$\vec{J} = \sigma \cdot \vec{E} + \vec{J}_S \quad (\text{II-8})$$

Avec :

\vec{J}_S : Vecteur de densité de courant de source [A/m^2]

- Dans un milieu en mouvement avec un courant de source, la loi d'Ohm est donnée par :

$$\vec{J} = \sigma(\vec{E} + (\vec{V} \wedge \vec{B})) + \vec{J}_S \quad (\text{II-9})$$

Avec :

\vec{V} : Vecteur de vitesse de déplacement du milieu [m/s]

- Dans le cas de déplacement d'une pièce dans un champ magnétique \vec{B} , on doit tenir compte des courants induits dont la densité (\vec{J}_{ind}) est donnée par :

$$\vec{J}_{ind} = \sigma \cdot (\vec{V} \wedge \vec{B}) \quad (\text{II-10})$$

II-5 Equation de propagation du potentiel vecteur magnétique

Les équations de Maxwell ne peuvent pas être résolues directement ; pour simplifier le nombre d'inconnues ces dernières sont combinées avec les relations du milieu et la loi d'Ohm.

La formulation est introduite à l'aide du potentiel vecteur magnétique \vec{A} .

$$\text{Sachant que : } \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \Rightarrow \exists \vec{A} / \vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A} \quad (\text{II-11})$$

A partir des équations (II-5) et (II-10) on aura :

$$\vec{H} = \frac{\vec{\nabla} \wedge \vec{A}}{\mu} \quad (\text{II-12})$$

En remplaçant la valeur de \vec{H} dans la quatrième équation de Maxwell (II-4), et en considérant un milieu linéaire (μ est une constante) on aura :

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{A}) = \mu \vec{J} + \mu \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{II-13})$$

D'autre part, en remplaçant la valeur de \vec{B} dans la deuxième équation de Maxwell (II-2), on aura :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial (\vec{\nabla} \wedge \vec{A})}{\partial t} = -\vec{\nabla} \wedge \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right)$$

Ce qui nous donne :

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \wedge \left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) &= 0 \Rightarrow \exists \vec{V} / \left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = -\vec{\nabla} \vec{V} \\ \Rightarrow \vec{E} &= -\vec{\nabla} \vec{V} - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \end{aligned} \quad (\text{II-14})$$

Sachant que :

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{A}) = -\Delta \vec{A} + \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \quad (\text{II-15})$$

Avec :

Δ : Opérateur Laplacien

En remplaçant la valeur de \vec{E} (équation II-14) dans l'équation (II-13) et en tenant compte de la propriété de l'équation (II-6), on aura :

$$\Delta \vec{A} - \epsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \epsilon \mu \frac{\partial \vec{V}}{\partial t}) - \mu \vec{J} \quad (\text{II-16})$$

Pour assurer l'unicité de la solution de l'équation (II-16), il faut imposer la condition de Gauss Lorentz sur le couple (\vec{A}, \vec{V}) , soit :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \epsilon \mu \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = 0$$

L'équation (II-16) devient alors :

$$\Delta \vec{A} - \epsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\mu \vec{J} \quad (\text{II-17})$$

Cette dernière est l'équation de propagation du potentiel vecteur magnétique. Elle peut s'écrire sous différentes formes en fonction du matériau et des types d'études effectuées.

Les cas possibles sont donnés dans le tableau (II-1), ci-dessous :

| Etude avec terme de source | Régime statique | Régime dynamique |
|----------------------------|-----------------------------------|---|
| Dans le métal | $\Delta \vec{A} = -\mu \vec{J}$ | $\Delta \vec{A} - \mu \epsilon_m \left(\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} \right) = -\mu \vec{J}$ |
| Dans le diélectrique | $\Delta \vec{A} = -\mu_0 \vec{J}$ | $\Delta \vec{A} - \mu \epsilon_d \left(\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} \right) = -\mu_0 \vec{J}$ |

| Etude sans terme de source | Régime statique | Régime dynamique |
|----------------------------|----------------------------|--|
| Dans le métal | $\Delta \vec{A} = \vec{0}$ | $\Delta \vec{A} - \mu \epsilon_m \left(\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} \right) = \vec{0}$ |
| Dans le diélectrique | $\Delta \vec{A} = \vec{0}$ | $\Delta \vec{A} - \mu \epsilon_d \left(\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} \right) = \vec{0}$ |

Tableau (II-1) : Equation du potentiel vecteur magnétique en fonction du régime (statique ou dynamique) et du type de matériau.

Avec :

ϵ_m : Permittivité du métal

ϵ_d : Permittivité du diélectrique

II-6 Distribution des courants dans un condensateur [2, 3, 4, 6]

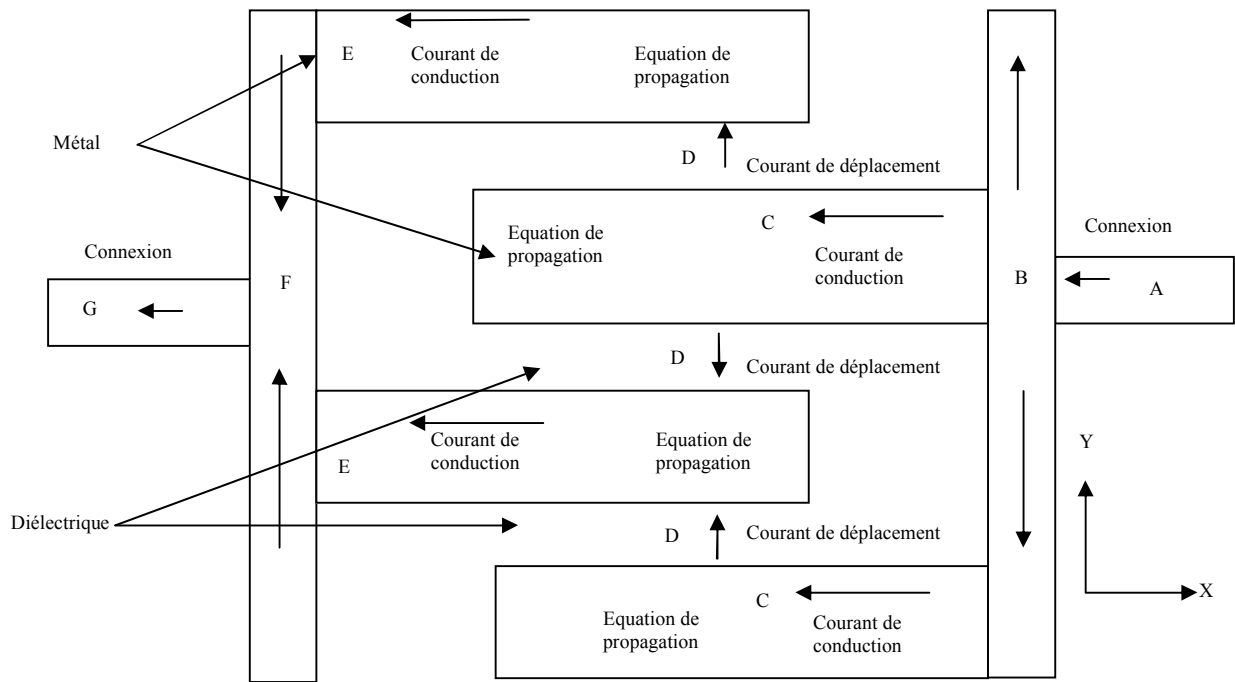


Figure (II-1): Circulation du courant dans un condensateur.

Dans un condensateur tel que représenté sur la figure (II-1), le courant provenant du circuit extérieur entre par la première connexion (A) du condensateur, il arrive dans le schoopage (B) suivant la direction (y).

Il se répartit dans la métallisation (C) sous forme de courant de conduction, puis il traverse le diélectrique (D) sous forme de courant de déplacement, ensuite il rejoint les autres métallisations (E) sous forme de courant de conduction au niveau du deuxième film.

Les courants de conduction seront collectés par le deuxième schoopage (F) pour sortir par la deuxième connexion (G).

Le condensateur réel étant constitué de plusieurs milliers de couches (métal - diélectrique), il y a lieu de résoudre autant d'équations de propagation du potentiel vecteur magnétique \vec{A} à l'intérieur du condensateur.

Cette façon de procéder est très longue, malgré la fiabilité de la précision des logiciels de simulation. En conséquence, une simplification de la structure interne du condensateur s'impose.

C. Joubert [1] et T. Talbert [6] ont proposé une technique de simplification de la structure complexe de condensateur, appelée technique d'homogénéisation.

II-7 Technique d'homogénéisation de la structure interne du condensateur [1, 6, 7, 8]

Cette technique d'homogénéisation est basée sur le remplacement de la structure complexe du condensateur (couches métal- diélectrique) par un matériau homogène et isotrope, sans modification du comportement électromagnétique externe du condensateur.

Ce qui conduit à la résolution d'une seule équation de propagation.

L'homogénéisation concerne deux paramètres, la perméabilité magnétique μ et la permittivité électrique ε du condensateur réel.

a) Perméabilité magnétique

Les métallisations du condensateur (zinc, aluminium) sont composées par des matériaux non ferromagnétiques, ce qui permet de considérer une perméabilité magnétique relative égale à 1; quant à l'isolant, il est constitué d'un polymère dont la perméabilité relative vaut 1.

Le matériau homogénéisé possède alors une perméabilité relative proche de 1, par conséquent la perméabilité absolue est proche de celle du vide ($\mu = \mu_0$).

b) Permittivité électrique

Vu que le condensateur à film métallisé est constitué de plusieurs couches (métal- diélectrique) placées en parallèle, de permittivité électrique relative différente :

- ✓ Egale à 1 pour le métal,
- ✓ Egale à 3,2 pour le diélectrique dans le cas d'une utilisation d'un polymère et variable (2,2-2,7) en cas d'utilisation d'un polypropylène.

Par conséquent, la permittivité relative ne dépend que du type de diélectrique utilisé.

La permittivité relative du matériau homogène, appelée permittivité relative fictive ε_{rf} , peut s'exprimer en fonction des différentes grandeurs du condensateur réel

(distance entre les deux schoopages, longueur de métallisation, capacité et nombre de couches du composant).

Pour mieux expliquer cette technique, on considère un condensateur de forme rectangulaire de n couches : (Figure II-2) [4].

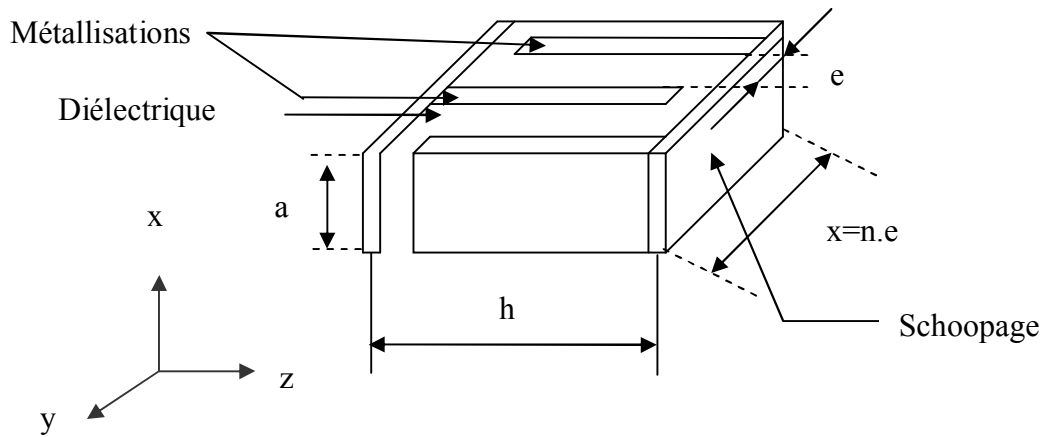


Figure (II-2) : Représentation d'un condensateur réel

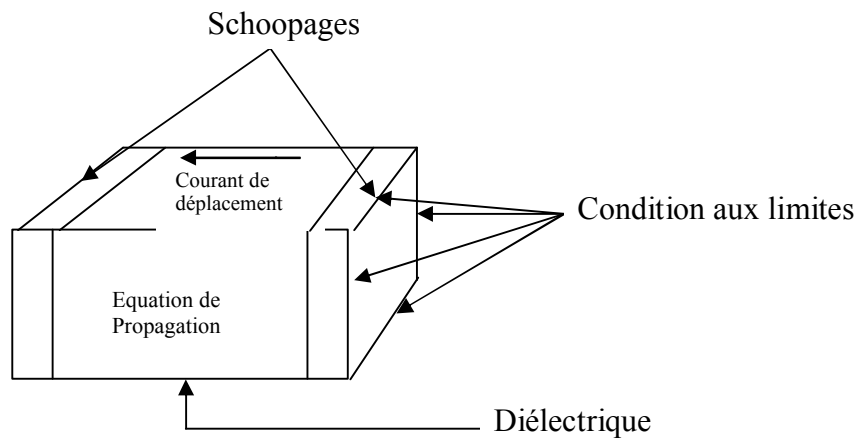


Figure (II-3) : Représentation d'un condensateur équivalent

La valeur de la capacité du condensateur réel (figure II-2) est de :

$$C_{\text{réel}} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_{\text{réel}} \cdot \frac{n \cdot h \cdot a}{e} \tag{II-18}$$

Avec :

n : Nombre de couches du condensateur

h : Distance entre les deux schoopages

a : Longueur d'une métallisation

e : Epaisseur du diélectrique

Pour avoir un condensateur équivalent, de capacité équivalente égale à celle du condensateur réel il faut effectuer l'homogénéisation d'une façon perpendiculaire aux schoopages.

Dans la structure simplifiée du condensateur fictif obtenue (Figure II-3), les armatures sont constituées par les schoopages de surface ($n.a.e$) limitant un composant équivalent homogène de permittivité électrique relative $\epsilon_{r\text{ fictive}}$ et de comportement électrique identique au condensateur réel.

La valeur de la capacité du condensateur équivalent est donnée par :

$$C_{\text{équivalente}} = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_{r\text{ eq}} \cdot n.a.e}{h} \quad (\text{II-19})$$

L'équivalence entre les deux capacités (réelle, équivalente) du condensateur donne :

$$C_{\text{équi}} = C_{\text{réelle}} \quad (\text{II-20})$$

A partir de la relation (II-20) et en tenant compte des équations (II-18) et (II-19), on peut déduire la valeur de la permittivité relative ϵ_r du condensateur réel en fonction de la permittivité relative $\epsilon_{r\text{ fictive}}$ du condensateur équivalent :

$$\epsilon_{r\text{ réel}} = \frac{e^2}{h^2} \epsilon_{r\text{ eq}} \quad (\text{II-21})$$

En remplaçant la valeur de $\epsilon_{r\text{ réel}}$ dans l'expression de la capacité du condensateur réel (équation II-18), on aura :

$$\varepsilon_{\text{req}} = \frac{h.C_{\text{réelle}}}{n.\varepsilon_0.e.a} \quad (\text{II-22})$$

En négligeant l'épaisseur des métallisations devant l'épaisseur des couches du diélectrique, on peut remplacer $n.e$ par x (Figure II-2).

La valeur de la permittivité relative du condensateur équivalent devient alors :

$$\varepsilon_{\text{req}} = \frac{h.C_{\text{réelle}}}{\varepsilon_0.a.X} \quad (\text{II-23})$$

Avec :

$$x = n.e$$

n : Nombre de couches

Cette permittivité relative du condensateur équivalent est exprimée en fonction des éléments représentatifs ($C_{\text{réelle}}$, ε_0 , h , a , x) du condensateur réel.

Pour les autres géométries (bobinés ou aplatis) ce calcul reste valable.

L'expression de la permittivité électrique fictive pour un condensateur bobiné à film métallisé, objet de notre étude, est donnée par [2] :

$$\varepsilon_{\text{req}} = \frac{2.Z_0}{\varepsilon_0.\pi(x_0)^2}.C \quad (\text{II-24})$$

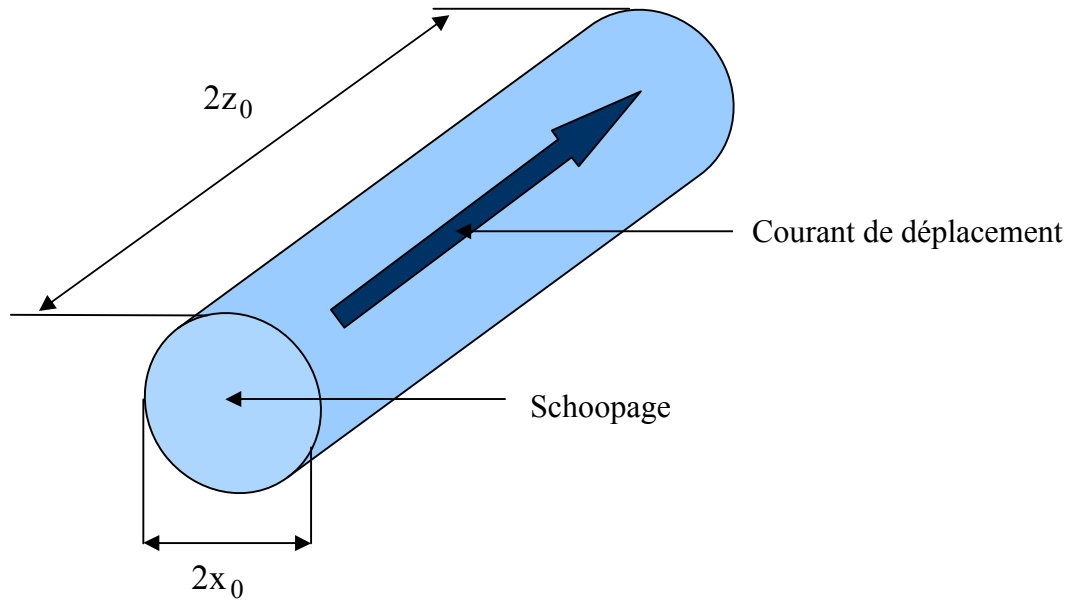


Figure (II-4) : Représentation d'un condensateur bobiné

II-8 Conséquences de l'homogénéisation [2, 3]

Le remplacement des couches (métal-diélectrique) par un matériau homogénéisé a pour conséquences :

- La dissimulation de discontinuité de la structure existante dans le condensateur réel,
- Le changement de l'orientation de l'effet capacitif dans le condensateur, sans toucher aux propriétés diélectriques macroscopiques. Ce dernier est maintenant orienté selon l'axe (\vec{oz}) (Figure II-3),
- Le remplacement des courants de déplacement et de conduction existants dans le condensateur réel par un seul courant de déplacement équivalent, orienté perpendiculairement aux schoopages du condensateur,

- La réduction de nombre d'équations électromagnétiques (équations de propagation) à une seule équation. Cette dernière sera résolue dans le diélectrique fictif (tableau II-2) en fonction des régimes statiques ou dynamiques.

| Avec terme de source | Régime statique | Régime dynamique |
|-----------------------------|-----------------------------------|--|
| Dans le diélectrique fictif | $\Delta \vec{A} = -\mu_0 \vec{J}$ | $\Delta \vec{A} - \varepsilon_{\text{fictive}} \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\mu \vec{J}$ |
| Sans terme de source | Régime statique | Régime dynamique |
| Dans le diélectrique fictif | $\Delta \vec{A} = 0$ | $\Delta \vec{A} - \varepsilon_{\text{fictive}} \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = 0$ |

Tableau (II-2) : Equation de potentiel vecteur magnétique en fonction du régime (statique ou dynamique) dans le diélectrique fictif.

Avec :

$\varepsilon_{\text{eq}} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{\text{req}}$: Permittivité absolue du condensateur équivalent

ε_0 et ε_{req} : Respectivement permittivité du vide et permittivité relative du condensateur équivalent.

II-9 Méthodes de résolution des équations aux dérivées partielles [2, 3]

Les équations aux dérivées partielles peuvent être résolues suivant deux méthodes (analytique ou numérique).

Les méthodes analytiques ne sont plus utilisées ; elles ont montré leur limite car ne pouvant être appliquées qu'à des cas simples (géométrie simple).

En effet, avec l'arrivée des ordinateurs et le développement réalisé dans le domaine informatique, notamment dans l'analyse numérique (naissance de logiciels de calcul et de conception performants), les méthodes numériques sont devenues l'outil principal de résolution des problèmes électromagnétiques.

II-9-1 Méthodes analytiques

Les méthodes analytiques étaient les premières méthodes de résolution des problèmes électromagnétiques, on peut citer :

- ✓ La méthode de séparation de variables ;
- ✓ La méthode de transformation conforme ;
- ✓ La méthode des séries exponentielles ;
- ✓ La méthode intégrale.

La méthode analytique la plus utilisée est la méthode de séparation de variables.

Méthode de séparation de variables :

Cette méthode est illustrée par l'exemple ci-après :

Considérons l'équation électromagnétique suivante :

$$\vec{\Delta}A - \mu_0 \cdot \epsilon_{eq} \left(\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \right) = 0 \quad (\text{II-25})$$

Dans le cas d'un problème bidimensionnel, où le potentiel vecteur magnétique n'a qu'une seule composante $A(z)$, en coordonnées cartésiennes l'équation précédente s'écrit :

$$\frac{\partial^2 A_z(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z(x, y)}{\partial y^2} - \mu_0 \cdot \epsilon_{eq} \cdot \frac{\partial^2 A_z(x, y)}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{II-26})$$

En régime harmonique de pulsation ω :

$$\frac{\partial^2 A_z(x, y)}{\partial t^2} = -\omega^2 A_z(x, y), \text{ on aura donc :}$$

$$\frac{\partial^2 A(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A(x, y)}{\partial y^2} + \mu_0 \cdot \epsilon_{eq} \cdot \omega^2 \cdot A(x, y) = 0 \quad (\text{II-27})$$

Le principe de la méthode de séparation de variable consiste à supposer que la solution $A(x, y)$ de l'équation (II-27) est donnée par le produit de deux solutions indépendantes $A(x)$ et $A(y)$.

$$A(x, y) = A(x) \cdot A(y) \quad (\text{II-28})$$

Avec :

$A(x)$: Solution de l'équation aux dérivées partielles dépendant de x

$A(y)$: Solution de l'équation aux dérivées partielles dépendant de y

Les deux termes $A(x)$, $A(y)$ vérifient les équations suivantes :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 A(x)}{\partial x^2} + K_x^2 \cdot A(x) = 0 \\ \frac{\partial^2 A(y)}{\partial y^2} + K_y^2 \cdot A(y) = 0 \end{cases} \quad (\text{II-29})$$

Avec :

$$K_x^2 + K_y^2 = \mu_0 \cdot \epsilon_{\text{eq}} \cdot \omega^2 \quad (\text{II-30})$$

La solution des deux équations (II-29) est donnée comme étant une somme de termes en sinus et en cosinus :

$$\begin{cases} A(x) = c_1 \cdot \cos(K_x \cdot x) + c_2 \sin(K_x \cdot x) \\ A(y) = c_3 \cos(K_y \cdot y) + c_4 \sin(K_y \cdot y) \end{cases} \quad (\text{II-31})$$

c_1, c_2, c_3, c_4 sont les constantes dépendantes de la géométrie du système et des conditions aux limites considérées.

La solution de l'équation (II-25) est donnée par :

$$A(x, y) = [c_1 \cdot \cos(K_x \cdot x) + c_2 \cdot \sin(K_x \cdot x)] \cdot [c_3 \cdot \cos(K_y \cdot y) + c_4 \sin(K_y \cdot y)] \quad (\text{II-32})$$

II-9-2 Méthodes numériques

Les méthodes numériques sont utilisées pour la modélisation des dispositifs électromagnétiques ; elles présentent des avantages pour la résolution des problèmes de type vectoriel et des géométries complexes.

Les méthodes numériques couvrent les domaines suivants :

- La mécanique des fluides ;
- Le transfert de chaleur ;
- Le magnétisme ;
- Les problèmes couplés.

Parmi les méthodes numériques, on trouve :

- ✓ La méthode d'intégrale de frontières ;
- ✓ La méthode des éléments finis ;
- ✓ Et la méthode des différences finies.

A) Méthode d'intégrale de frontières [2, 9]

La méthode d'intégrale de frontières permet la détermination des grandeurs inconnues sur la frontière du domaine, elle ne s'applique que dans le cas où le milieu considéré est linéaire, mais elle prend d'autres aspects devant des domaines de grandes dimensions.

A-1) Avantages de la méthode

Les avantages de cette méthode sont :

- L'application dans les domaines infinis ;
- La réduction du temps de calcul ;
- La réduction de taille des systèmes algébriques.

A-2) Inconvénients de la méthode

Les inconvénients de cette méthode sont :

- La limitation à la résolution de problèmes linéaires ;
- La non symétrie du système algébrique obtenu ;
- L'imprécision due à la considération de courant surfacique ($\delta = 0$).

B) Méthode des éléments finis

C'est la méthode la plus sollicitée pour la résolution numérique des équations aux dérivées partielles, cette méthode a été utilisée initialement pour l'analyse de structures (mécanique, génie civil).

Elle fut introduite par P.P. Silvester et M.V.K. Chari en électromagnétisme vers 1970. Son champ d'application a connu des développements importants et couvre plusieurs domaines (contraintes et déformations, mécanique des fluides, thermique, électromagnétisme).

La méthode des éléments finis est de portée générale car elle s'applique à tout système physique traduit par des équations aux dérivées partielles.

Elle présente l'avantage de s'intégrer à des logiciels C.A.O. (Conception Assistée par Ordinateur) et constitue un outil de base pour l'ingénieur appelé à concevoir des systèmes physiques.

Pour résoudre un problème par la méthode des éléments finis, il doit obéir aux étapes suivantes :

1) Equation aux dérivées partielles :

Le problème physique est transformé sous forme d'équations aux dérivées partielles satisfaisant en tous points le domaine d'étude (Ω) avec les conditions aux limites.

Il existe trois types de conditions aux limites associées, soit :

◆ Type Dirichlet : $A = A_0$ (II-33)

◆ Type Neumann : $\frac{\partial A}{\partial n} = 0$ (II-34)

◆ Type mixte : $a \cdot \frac{\partial A}{\partial n} + b \cdot A = c$ (II-35)

2) Discrétisation du domaine d'étude (maillage)

La discrétisation consiste à subdiviser le domaine d'étude Ω en éléments simples Ω_e (Figure II-5) de formes géométriques différentes (triangles, rectangles, ...) de telle sorte que l'ensemble de ces éléments soit disjoint et leur somme donne le domaine complexe.

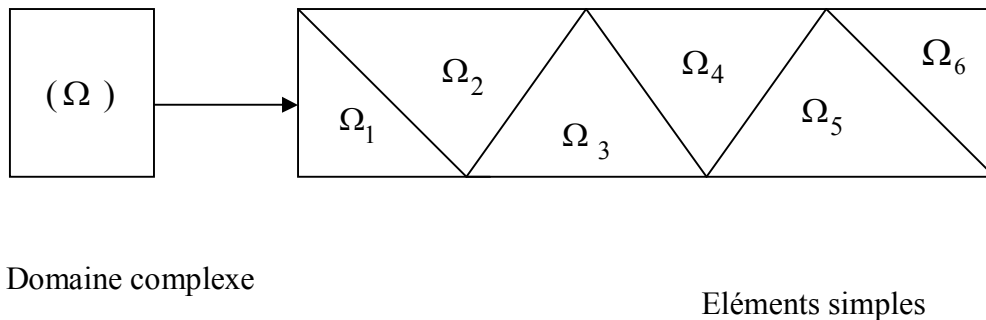


Figure (II-5) : Maillage du domaine complexe.

3) Eléments de références

Ils appartiennent au domaine déjà discrétisé et défini par une fonction d'approximation. Ce sont des éléments simples tels que le rectangle, le tétraèdre, le parallélépipède auxquels est associé un système de coordonnées normées.

La fonction d'interpolation est obtenue à partir du triangle de Pascal (Figure II-6)

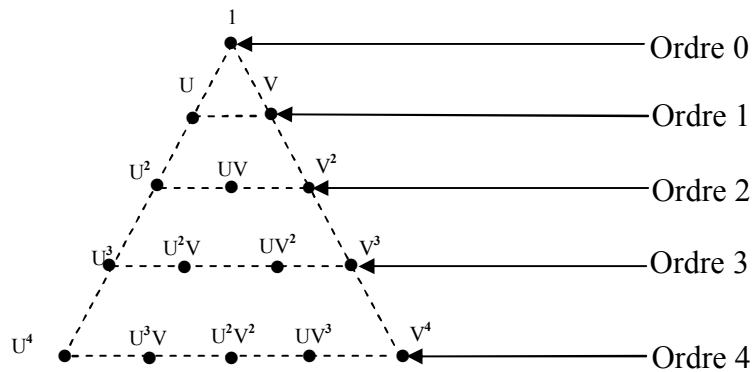


Figure (II-6) : triangle de Pascal.

4) Résolution matricielle

Après la définition de la fonction d'approximation de chaque élément nous aboutirons à un système algébrique matriciel qu'on peut résoudre par la méthode directe (Gauss, Cholevski) pour un problème linéaire, ou la mise en place d'un processus itératif dans le cas d'un problème non linéaire.

Le principe de la méthode des éléments finis est basé sur une formulation intégrale du problème aux dérivées partielles, cette formulation peut être de type variationnelle ou de type résidus pondérés.

a) Formulation variationnelle :

Elle nécessite la connaissance au préalable de la fonction d'énergie de type intégrale définie par :

$$F(A) = \int_{\Omega} L. d\Omega \quad (\text{II-36})$$

Avec :

L : Fonction de Lagrange

Ω : Domaine d'étude

b) Formulation résidus pondérés [9]

Le principe de cette méthode est basé sur un théorème applicable dans l'espace de « Helbert » qui stipule que seul le vecteur nul est orthogonal à tout vecteur de l'espace.

$$R = L(a) - f \quad (\text{II-37})$$

Avec :

R : Résidu de l'approximation

L(a) : Opérateur différentiel

a : Inconnue

f : Fonction définie sur le domaine d'étude (Ω)

On impose à l'intégrale du résidu de s'annuler en n points du domaine (Ω), à l'aide d'une fonction de pondération adéquate.

$$\int_{\Omega} R_i \cdot \Phi_i d\Omega = 0 \quad (\text{II-38})$$

Avec :

Φ_i : Fonction de pondération ou de projection.

Les valeurs de A qui permettent d'annuler l'intégrale sont les solutions du système algébrique obtenu.

Avantages de la méthode

- Application aux géométries complexes,
- Temps de calcul relativement réduit,
- Prise en compte de la non linéarité.

Inconvénients de la méthode

- Mise en œuvre relativement difficile,
- Présence de singularité dans le domaine d'étude,
- Imprécision dans le domaine d'étude infini.

C) Méthode des différences finies

Cette méthode est basée sur l'approximation de l'opérateur différentiel par un opérateur aux différences, où chaque dérivée est approchée par une différence de valeur de l'inconnue déterminée en un certain nombre de points du domaine de résolution; ainsi l'équation aux dérivées partielles est transformée en équations algébriques en chacun des nœuds.

Cette méthode s'est imposée par l'arrivée des calculateurs numériques.

C-1) Approximation des dérivées partielles par des différences finies :

▪ Maillage

Prenant le cas d'un problème dans un plan, et d'un domaine (Ω) rectangulaire, représenté sur la Figure (II-7).

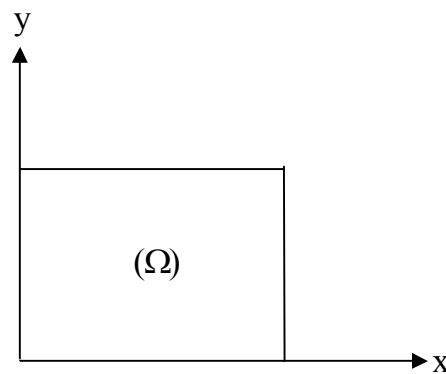


Figure (II-7) : Domaine d'étude.

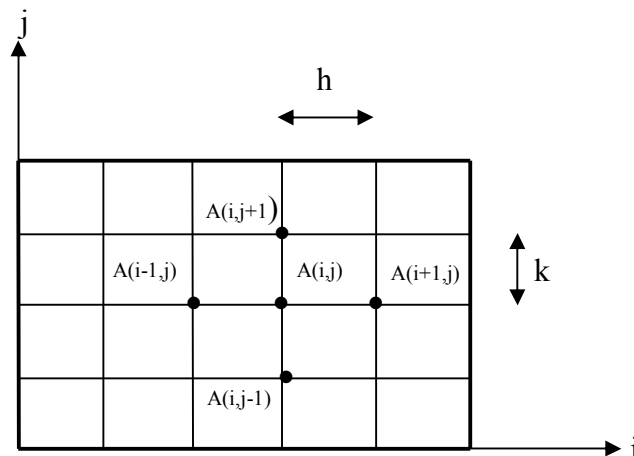


Figure (II-8) : Maillage du domaine d'étude

Le maillage du domaine consiste à tracer un ensemble de droites parallèles à l'axe des (x) équidistantes de pas (h) et un ensemble de droites parallèles à l'axe des (y) équidistantes de pas (k) (Figure II-8).

(Les pas h et k sont très petits par rapport aux dimensions de Ω).

Les points d'intersections donnent les nœuds du maillage. Au lieu de résoudre l'équation aux dérivées partielles en tous points $A(x,y)$ du domaine d'étude (Figure II-7), la méthode des différences finies se limite à la résolution aux nœuds $A(i,j)$ du maillage. (Figure II-8).

• Discrétisation de l'équation aux dérivées partielles

Le principe de cette méthode est de calculer les valeurs de $A(i,j)$ du maillage du domaine (Ω) qui vérifie l'équation proche de l'équation aux dérivées partielles au lieu de chercher les valeurs de $A(x,y)$ dans le domaine d'étude (Ω).

Pour cela, on remplace les dérivées par des approximations qui sont obtenues à partir du développement en série de « Taylor » d'ordre '4'.

$$\begin{cases} \frac{\partial A(i,j)}{\partial x} = \frac{A(i+1,j) - A(i-1,j)}{2.h} \\ \frac{\partial A(i,j)}{\partial y} = \frac{A(i,j+1) - A(i,j-1)}{2.k} \end{cases} \quad (\text{II-39})$$

$$\frac{\partial^2 A(i,j)}{\partial x^2} = \frac{A(i+1,j) + A(i-1,j) - 2.A(i,j)}{h^2} \quad (\text{II-40})$$

$$\frac{\partial^2 A(i,j)}{\partial y^2} = \frac{A(i,j+1) + A(i,j-1) - 2.A(i,j)}{k^2} \quad (\text{II-41})$$

Soit l'équation de Laplace suivante :

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{II-42})$$

Son équation discrétisée s'écrit :

$$\frac{A(i+1,j) + A(i-1,j) - 2.A(i,j)}{h^2} + \frac{A(i,j+1) + A(i,j-1) - 2.A(i,j)}{k^2} = 0 \quad (\text{II-43})$$

Cette expression est dite « Formule à cinq points » et s'écrit sous forme matricielle comme suit :

$$[M].(A) = (S)$$

Avec :

[M] : Matrice contenant les données géométriques et physiques du système

(A) : Vecteur inconnu

(S) : Vecteur source.

Pour résoudre ce système algébrique on utilise deux types de méthodes :

- ✓ Méthodes directes,
- ✓ Méthodes indirectes.

1) Méthodes directes

Les méthodes sont dites directes si on obtient la résolution exacte en effectuant un nombre fini d'opérations.

Pour choisir la méthode à utiliser on doit tenir compte des particularités de la matrice [M] (matrice creuse, triangulaire, diagonale, symétrique....).

Les méthodes les plus connues sont :

- Méthode de Gauss (pivot) ;
- Méthode de décomposition de [M] en L.U ;
- Méthode de Cholevski (méthode des racines carrées) ;
- Méthode de Cramer (application de la matrice inverse) ;
- Méthode de Gauss –Jordan.

Ces méthodes conviennent pour des matrices carrées pleines (nombre de zéro limité) et de dimensions ($N < 100$).

2) Méthodes indirectes (itératives)

Ces méthodes font passer d'un estimé de la solution A^k à un estimé A^{k+1} , après un certain nombre d'itérations, la solution finale étant obtenue lorsque A^{k+1} est proche de A^k .

k : k^{ième} Itérations, avec une certaine tolérance d'erreur.

Ces méthodes sont généralement utilisées lorsque le nombre d'inconnues du système est grand ($N > 100$).

Les méthodes directes deviennent trop compliquées, il est par conséquent préférable d'utiliser les méthodes itératives.

Dans la mesure où la méthode des différences finies fait intervenir des systèmes algébriques importants, l'utilisation des méthodes itératives s'impose; parmi les plus utilisées nous citerons :

- La méthode de Jacobi,
- La méthode de Gauss- Seidel.

La méthode de « Gauss Seidel » converge plus rapidement que celle de « Jacobi » qui demande $2N$ cases mémoire.

Le principe de la méthode de « Gauss Seidel » est illustré par cet exemple :

$$\begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{Bmatrix} \quad (\text{II-44})$$

On aura :

$$\begin{cases} t_{11}A_1 + t_{12}A_2 + t_{13}A_3 = B_1 \Rightarrow A_1 = \frac{(-t_{12}A_2 - t_{13}A_3 + B_1)}{t_{11}} \\ t_{21}A_1 + t_{22}A_2 + t_{23}A_3 = B_2 \Rightarrow A_2 = \frac{(-t_{21}A_1 - t_{23}A_3 + B_2)}{t_{22}} \\ t_{31}A_1 + t_{32}A_2 + t_{33}A_3 = B_3 \Rightarrow A_3 = \frac{(-t_{32}A_2 - t_{31}A_1 + B_3)}{t_{33}} \end{cases} \quad (\text{II-45})$$

On estime les valeurs initiales de la solution comme suit :

$$A_1 = A_1^{(0)}, A_2 = A_2^{(0)}, A_3 = A_3^{(0)} \quad (\text{II-46})$$

La solution finale sera obtenue par le schéma itératif suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1^{(k+1)} = \frac{(-t_{12}A_2^{(k)} - t_{13}A_3^{(k)} + B_1)}{t_{11}} \\ A_2^{(k+1)} = \frac{(-t_{21}A_1^{(k+1)} - t_{23}A_3^{(k)} + B_2)}{t_{22}} \\ A_3^{(k+1)} = \frac{(-t_{32}A_2^{(k+1)} - t_{31}A_1^{(k+1)} + B_3)}{t_{33}} \end{array} \right. \quad (\text{II-47})$$

On arrête les calculs quand les valeurs du vecteur A^{k+1} sont proches de celles de A^k .

Avantage de la méthode

- Mise en œuvre relativement simple ;
- Prise en considération des non linéarités ;
- Préparation et introduction des données relativement simples.

Inconvénients de la méthode

- Non prise en charge des géométries complexes ;
- Taille des systèmes algébriques importante ;
- Temps de résolution relativement important.

Conclusion

Grâce aux équations de Maxwell, et en se basant sur la formulation du potentiel vecteur magnétique, nous avons obtenu l'équation générale de propagation du potentiel vecteur magnétique, nous avons ainsi exposé les différentes méthodes de résolution de cette équation.

Pour simplifier le processus de résolution, on remplace la structure complexe du condensateur à film métallisé par un condensateur fictif de géométrie simple et de comportement électromagnétique identique à celui d'un condensateur réel.

Le chapitre suivant sera consacré au développement d'un modèle numérique pour calculer l'inductance parasite d'un condensateur à films métallisés en utilisant la méthode de séparation de variables.

III-1 Introduction [9, 8]

Quand un condensateur est alimenté par une source de tension à basse fréquence le champ électrique à l'intérieur est uniforme à chaque instant, à l'exception de quelques effets de bord.

Par contre, si le condensateur est alimenté par une source de tension à hautes fréquences, le champ électrique donne naissance à un champ magnétique variable qui induit un courant de déplacement dans les couches de diélectriques.

Par conséquent, à partir d'une certaine valeur de la fréquence appelée fréquence de résonance, le condensateur commence à se comporter comme une inductance.

Le but de notre étude est le développement d'un modèle analytique basé sur la méthode de séparation de variables qui permettra la détermination de l'inductance parasite d'un condensateur bobiné à films métallisés sans tenir compte de la forme et de la nature des connexions.

Pour atteindre notre objectif, nous avons opté pour la méthodologie suivante :

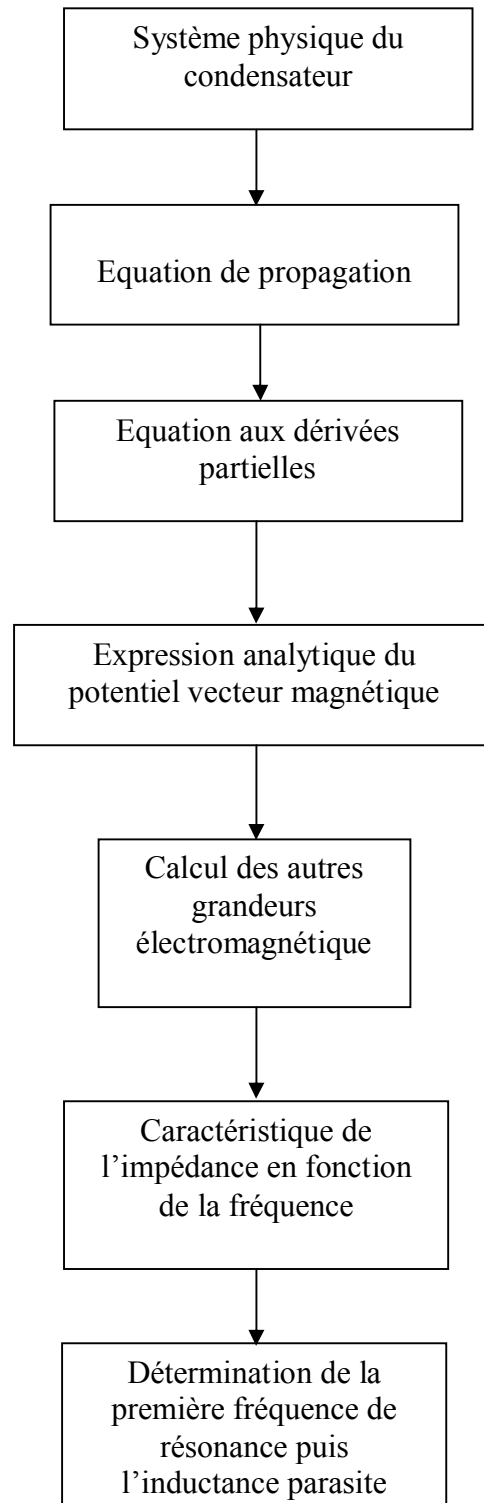


Figure (III- 1) : méthodologie employée pour la détermination des modèles hautes fréquences des condensateurs.

III-2- Homogénéisation du condensateur

Un condensateur à films métallisés est constitué de plusieurs milliers de couches (métal-diélectrique) de quelques nanomètres.

Pour faciliter la résolution, on remplace l'ensemble des couches (métal-diélectrique) par un matériau fictif, homogène et isotrope ayant comme caractéristiques de ne modifier d'aucune manière le comportement électrique du condensateur.

La transformation de la structure interne du condensateur réel de capacité $C_{\text{réelle}}$ implique la modification de la valeur de permittivité électrique relative, cette dernière sera calculée par la relation suivante :

$$\varepsilon_{\text{req}} = \left(\frac{2 \cdot z_0}{\varepsilon_0 \cdot \pi \cdot (x_0)^2} \right) \cdot C_{\text{réel}} \quad (\text{III-1})$$

ε_{req} : Permittivité relative du condensateur équivalent

x_0 et z_0 : Dimensions du condensateur (figure III-1)

La perméabilité magnétique relative du condensateur équivalent est égale à celle du vide ($\mu_r = 1$)

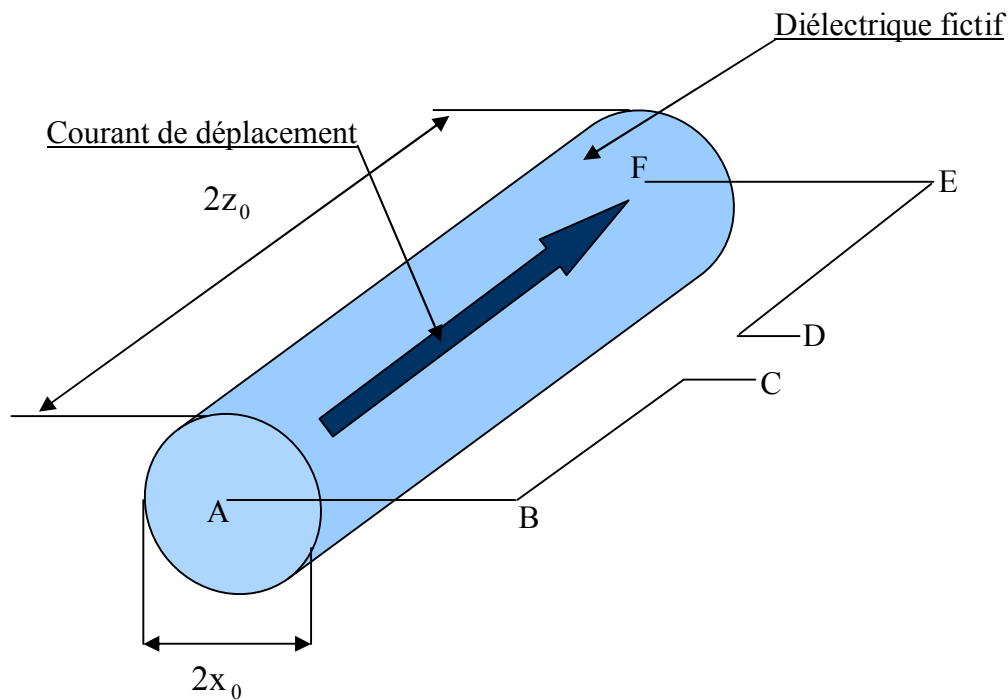


Figure (III-1) : Condensateur équivalent à géométrie bobinée

III-2-1 Equation de propagation :

L'équation de propagation du potentiel vecteur magnétique \vec{A} est donnée par la relation suivante :

$$\Delta \vec{A} + \epsilon_{\text{eq}} \cdot \mu_0 \cdot \omega^2 \cdot \vec{A} = \vec{0} \quad (\text{III-2})$$

Avec :

$$\epsilon_{\text{eq}} = \epsilon_{\text{req}} \cdot \epsilon_0$$

Dans le condensateur équivalent, la densité de courant est représentée par une densité de courant de déplacement équivalente telle qu'indiquée à la figure (III-1).

Cette densité de courant est parallèle à l'axe Z (une seule composante J_z).

En considérant que le condensateur est infiniment long la composante J_z ne dépend pas de z. Par conséquent le potentiel vecteur magnétique \vec{A} a la même direction que la densité de courant \vec{J} .

L'équation (III-2) peut s'écrire en coordonnées cylindriques comme suit :

$$\frac{\partial^2 A_z(r, \theta)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial A_z(r, \theta)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 A_z(r, \theta)}{\partial \theta^2} + \varepsilon_{\text{eq}} \cdot \mu_0 \cdot \omega^2 \cdot A_z(r, \theta) = 0 \quad (\text{III-3})$$

III-3 Résolution par la méthode de séparation de variables :

Pour les condensateurs bobinés, la méthodologie de détermination de différentes grandeurs consiste à résoudre l'équation (III-3)

On utilisant la méthode de séparation de variables,

$$A_z(r, \theta) = A_z(r) \cdot A_z(\theta)$$

Donc l'équation (III-3) devient :

$$A_z(\theta) \frac{\partial^2 A_z(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot A_z(\theta) \frac{\partial A_z(r)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot A_z(r) \frac{\partial^2 A_z(\theta)}{\partial \theta^2} + \varepsilon_{\text{eq}} \cdot \mu_0 \cdot \omega^2 \cdot A_z(r) A_z(\theta) = 0$$

$$A_z(\theta) \left[\frac{\partial^2 A_z(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial A_z(r)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{A_z(r)}{A_z(\theta)} \cdot \frac{\partial^2 A_z(\theta)}{\partial \theta^2} + \varepsilon_{\text{eq}} \mu_0 \omega^2 A_z(r) \right] = 0$$

Ce qui donne :

$$\frac{\partial^2 A_z(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial A_z(r)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{A_z(r)}{A_z(\theta)} \cdot \frac{\partial^2 A_z(\theta)}{\partial \theta^2} + \varepsilon_{\text{eq}} \mu_0 \omega^2 A_z(r) = 0 \quad (\text{III-4})$$

On pose :

$$\frac{1}{A_z(\theta)} \cdot \frac{\partial^2 A_z(\theta)}{\partial \theta^2} = -k_\theta^2 \quad (\text{III-5})$$

Donc l'équation (III-4) devient

$$\frac{\partial^2 A_z(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial A_z(r)}{\partial r} + \left[\varepsilon_{\text{eq}} \cdot \mu_0 \cdot \omega^2 - \frac{k_\theta^2}{r^2} \right] A_z(r) = 0 \quad (\text{III-6})$$

La solution de l'équation (III-5) s'écrit comme une somme de sinus et cosinus :

$$A_z(\theta) = C_1 \text{Cos}(k_\theta \cdot \theta) + C_2 \text{Sin}(k_\theta \cdot \theta) \quad (\text{III-7})$$

Et la solution de l'équation (III-6) est une somme de fonctions de Bessel de première J_{k_θ} et de seconde espèce k_{k_θ} , elle s'écrit comme suite :

$$A(r) = C_3 J_{k_\theta} \left(\sqrt{\varepsilon_{\text{eq}} \mu_0} \omega \cdot r \right) + C_4 k_{k_\theta} \left(\sqrt{\varepsilon_{\text{eq}} \mu_0} \omega \cdot r \right) \quad (\text{III-8})$$

C_1 et C_4 sont des constantes dépendant de la géométrie et des conditions aux limites.

Donc la solution générale est :

$$A_Z(\theta) \cdot A_Z(r) = [C_1 \cos(k_\theta \cdot \theta) + C_2 \sin(k_\theta \cdot \theta)] \{C_3 J_{k_\theta}(\sqrt{\epsilon_{eq} \mu_0} \omega \cdot r) + C_4 k_{k_\theta}(\sqrt{\epsilon_{eq} \mu_0} \omega \cdot r)\} \quad (\text{III-9})$$

Nous allons imposer au potentiel vecteur magnétique d'être le même tout autour du condensateur, l'expression générale de ce dernier étant particulièrement complexe, donc nous ne donnerons qu'une seule expression particulière de A celle qui correspondant à $k_\theta = 0$, qui donne la première fréquence de résonance série.

Donc l'équation (III-9) devient :

$$A_Z(\theta) \cdot A_Z(r) = C_1 C_3 J_0(\sqrt{\epsilon_{eq} \mu_0} \omega \cdot r) \quad (\text{III-10})$$

On introduit les conditions aux limites et on pose $C_1 C_3 = C$ et $r_0 = x_0$;

$$A_Z(\theta_0) \cdot A_Z(r_0) = C \cdot J_0(\sqrt{\epsilon_{eq} \mu_0} \omega \cdot x_0) \quad (\text{III-11})$$

en normalisant le potentiel vecteur magnétique, on aura :

$$1 = C J_0(\sqrt{\epsilon_{eq} \mu_0} \omega \cdot x_0) \Rightarrow C = \frac{1}{J_0(\sqrt{\epsilon_{eq} \mu_0} \omega \cdot x_0)}$$

Finalement le potentiel vecteur magnétique a pour forme :

$$A_Z(r, \omega) = \frac{J_0(\sqrt{\epsilon_{eq} \mu_0} \omega \cdot r)}{J_0(\sqrt{\epsilon_{eq} \mu_0} \omega \cdot x_0)} \quad (\text{III-12})$$

III-3-1- Détermination de la densité du courant de déplacement J_d :

Connaissant la valeur de potentiel vecteur magnétique, on pourra déduire les autres grandeurs.

Sachant que $\vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A}$ donc :

$$B_r = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial A_Z(r, \omega)}{\partial \theta} \quad (\text{III-13})$$

$$B_{\theta} = -\frac{\partial A_z(r, \omega)}{\partial r} \quad (\text{III-14})$$

Ce qui donne ;

$$B_r = 0 \quad (\text{III-15})$$

$$B_{\theta} = -\frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{J_0(\sqrt{\epsilon_{eq}\mu_0} \omega \cdot r)}{J_0(\sqrt{\epsilon_{eq}\mu_0} \omega \cdot x_0)} \right]$$

D'après les fonctions de Bessel de première espèce : $J'_0(x) = -J_1(x)$ ce qui donne ;

$$B_{\theta} = \sqrt{\epsilon_{eq}\mu_0} \omega \left[\frac{J_1(\sqrt{\epsilon_{eq}\mu_0} \omega \cdot r)}{J_0(\sqrt{\epsilon_{eq}\mu_0} \omega \cdot x_0)} \right] \quad (\text{III-16})$$

On a aussi

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu_0 \vec{J}_d$$

$$J_d(r, \omega) = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial B_{\theta}}{\partial \theta} - \frac{\partial B_r}{\partial r} \right)$$

$$J_d(r, \omega) = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{\sqrt{\epsilon_{eq}\mu_0} \omega}{J_0(\sqrt{\epsilon_{eq}\mu_0} \omega \cdot x_0)} \cdot \frac{\partial J_1(\sqrt{\epsilon_{eq}\mu_0} \omega \cdot r)}{\partial r} \quad (\text{III-17})$$

D'après les formules de récurrence des deux fonctions de Bessel on a :

$$J'_n(x) = \frac{1}{2} \{J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x)\}$$

$$J_{n+1}(x) = \frac{2n}{x} J_n(x) - J_{n-1}(x)$$

Ce qui donne

$$J'_1(\sqrt{\epsilon_{eq}\mu_0} \omega \cdot r) = \frac{1}{2} \sqrt{\epsilon_{eq}\mu_0} \omega \cdot \{J_0(\sqrt{\epsilon_{eq}\mu_0} \omega \cdot r) - J_2(\sqrt{\epsilon_{eq}\mu_0} \omega \cdot r)\} \quad (\text{III-18})$$

$$J_2(\sqrt{\epsilon_{eq}\mu_0} \omega \cdot r) = \frac{2}{\sqrt{\epsilon_{eq}\mu_0} \omega \cdot r} J_1(\sqrt{\epsilon_{eq}\mu_0} \omega \cdot r) - J_0(\sqrt{\epsilon_{eq}\mu_0} \omega \cdot r) \quad (\text{III-19})$$

On introduisant l'équation (III-16) et (III-17) dans l'équation (III-15) on trouvera :

$$J_d(r, \omega) = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{\sqrt{\epsilon_{eq}\mu_0} \omega}{J_0(\sqrt{\epsilon_{eq}\mu_0} \omega \cdot x_0)} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \sqrt{\epsilon_{eq}\mu_0} \omega \left\{ \begin{aligned} & J_0(\sqrt{\epsilon_{eq}\mu_0} \omega \cdot r) - \frac{2}{\sqrt{\epsilon_{eq}\mu_0} \omega \cdot r} J_1(\sqrt{\epsilon_{eq}\mu_0} \omega \cdot r) \\ & + J_0(\sqrt{\epsilon_{eq}\mu_0} \omega \cdot r) \end{aligned} \right\} \right]$$

Finalement la densité de courant de déplacement $J_d(r, \omega)$ a comme expression :

$$J_d(r, \omega) = \frac{\epsilon_{eq} \omega}{\sqrt{\epsilon_{eq}\mu_0} \omega \cdot r \cdot J_0(\sqrt{\epsilon_{eq}\mu_0} \omega \cdot x_0)} \cdot \left[\begin{aligned} & J_0(\sqrt{\epsilon_{eq}\mu_0} \omega \cdot r) \sqrt{\epsilon_{eq}\mu_0} \omega \cdot r - \\ & J_1(\sqrt{\epsilon_{eq}\mu_0} \omega \cdot r) \end{aligned} \right] \tag{III-20}$$

Vu la difficulté rencontrée pour évaluer le courant total, le champ électrique et la tension entre les deux schoopages, nous avons opté pour une autre méthode, elle consiste à trouver une approximation polynomiale fiable pour les deux fonctions de Bessel du premier espèce $J_0(x)$ et du seconde espèce $J_1(x)$. A partir des fonctions tabulées données par [14] et grâce au logiciel Grapher4win, nous avons trouvé les approximations suivantes :

$$J_0(x) = \sum_{k=0}^6 a_k x^{2k} \quad \text{et} \quad J_1(x) = \sum_{k=1}^6 b_k x^{2k-1}$$

Avec : $b_k = -2k a_k$

Les valeurs de a_k sont données dans le tableau (III-1) :

| k | a_k |
|---|--------------------------|
| 0 | 0,997404 |
| 1 | -0.24586 |
| 2 | 0.018215 |
| 3 | -3.7682910 ⁻⁴ |
| 4 | 4.8098610 ⁻⁶ |
| 5 | -3.0986910 ⁻⁸ |
| 6 | 8.0883510 ⁻¹¹ |

Tableau (III-1)

Ces approximations tiennent compte de la propriété principale qui relie les deux fonctions de Bessel à savoir $J_1'(x) = -J_0(x)$.

Les allures obtenues avec notre approximation sont représentées dans la figure (III-2), elles sont assez identiques à celles données par [14].

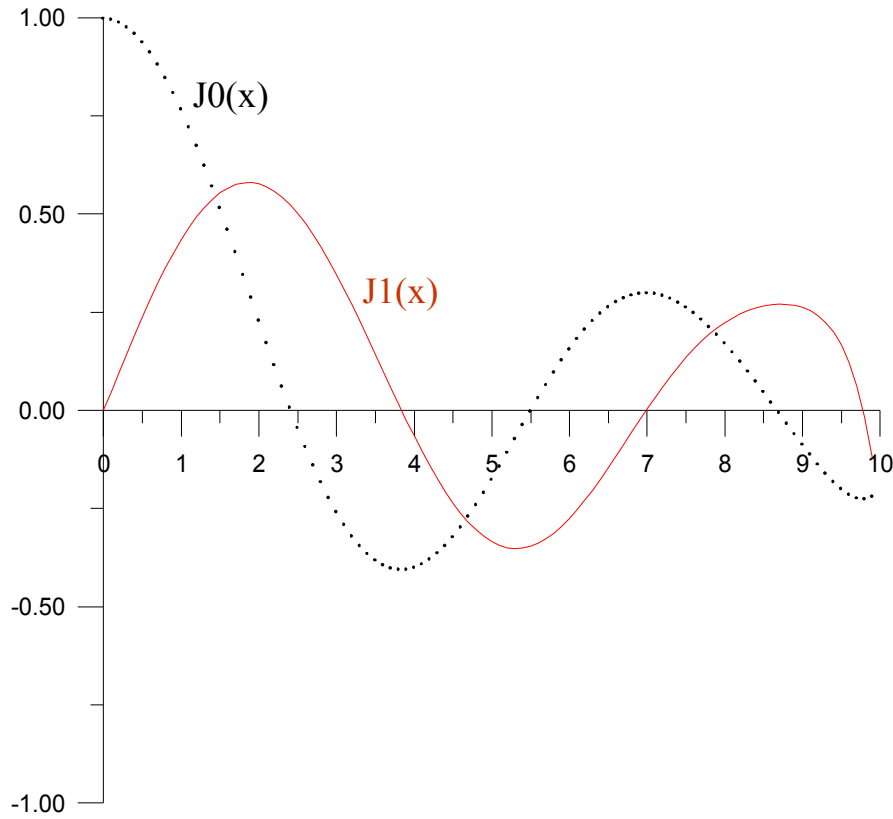


Figure (III-2) : Représentations graphique des fonctions $J_0(x)$ et $J_1(x)$.

On pose : $x = \alpha r$ avec $\alpha = \sqrt{\epsilon_{\text{eq}} \mu_0} \omega$

En utilisant les approximations trouvées, on déduit l'expression de la densité de courant :

$$J_d(r, \omega) = \frac{\alpha}{\mu_0 r J_0(\alpha x_0)} \left(\alpha r J_0(\alpha r) - J_1(\alpha r) \right)$$

$$J_d(r, \omega) = \frac{\alpha}{\mu_0 J_0(\alpha x_0)} \left(\alpha J_0(\alpha r) - \frac{J_1(\alpha r)}{r} \right) \quad (\text{III-21})$$

Avec :

$$J_0(\alpha x_0) = \sum_{k=0}^6 a_k (\alpha x_0)^{2k}, \quad J_0(\alpha r) = \sum_{k=0}^6 a_k (\alpha r)^{2k} \quad \text{et} \quad J_1(\alpha r) = \sum_{k=1}^6 b_k (\alpha r)^{2k-1}$$

III-3-2- Calcul du courant total qui traverse le condensateur :

$$I = \int J_d(r, \omega) ds = 2\pi \int_0^{x_0} j(r, \omega) r dr$$

$$I = \frac{2\pi\alpha}{\mu_0 J_0(\alpha x_0)} \int_0^{x_0} [\alpha r J_0(\alpha r) - J_1(\alpha r)] dr$$

$$I = \frac{2\pi\alpha}{\mu_0 J_0(\alpha x_0)} [Q_1 - Q_2] \quad (\text{III-21})$$

Avec :

$$Q_1 = \int_0^{x_0} \alpha r J_0(\alpha r) dr \quad \text{et} \quad Q_2 = \int_0^{x_0} J_1(\alpha r) dr$$

On trouve après calcul:

$$Q_1 = \sum_{k=0}^6 \left(\frac{a_k \alpha^{2k+1} x_0^{2k+2}}{2k+2} \right)$$

$$Q_2 = \sum_{k=1}^6 \left(\frac{b_k \alpha^{2k-1} x_0^{2k}}{2k} \right)$$

III-3-3- Calcul du module du champ électrique :

D'après les équations de Maxwell le champ électrique à pour forme :

$$|E(r, \omega)| = \frac{1}{\omega \epsilon_{eq}} J_d(r, \omega)$$

Ce qui donne :

$$|E(r, \omega)| = \frac{\omega}{\alpha J_0(\alpha x_0)} \left(\alpha J_0(\alpha r) - \frac{J_1(\alpha r)}{r} \right) \quad (\text{III-22})$$

III-3-4- Calcul de la tension v

Pour trouver la tension V entre les deux schoopages, on calcule, l'expression du champ électrique au centre du condensateur (r=0).

On aura pour (r=0)

$$|E(r, \omega)| = \frac{1}{\omega \epsilon_{eq}} J_d(0, \omega)$$

$$|E(0, \omega)| = \frac{\omega}{\alpha J_0(\alpha x_0)} \left(\alpha a_0 - \alpha b_1 \right) = \frac{\omega}{J_0(\alpha x_0)} \left(a_0 - b_1 \right)$$

$$V = \int |E(0, \omega)| dz = 2|E(0, \omega)| z_0$$

$$V = \frac{2 \omega z_0}{J_0(\alpha x_0)} (a_0 - b_1) \quad (\text{III-23})$$

III-3-5- Calcul de la l'impédance :

L'impédance du condensateur se calcule comme le rapport entre la tension V et le courant I qui traverse le composant.

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{\omega z_0 \mu_0}{\pi \alpha} \frac{[a_0 - b_1]}{[Q_1 - Q_2]} \quad (\text{III-24})$$

III-4- Résultats et discussions :

Notre méthode est appliquée pour déterminer, les variations de l'impédance de quatre condensateurs en fonction de la fréquence. Ces condensateurs possèdent les dimensions suivantes : $x_0 = 2,6 \text{ cm}$ et $z_0 = 4,2 \text{ cm}$. A partir des caractéristiques de l'impédance en fonction de la fréquence, nous allons déterminer les fréquences de résonances des quatre condensateurs, ce qui nous permettra l'accès aux inductances parasites.

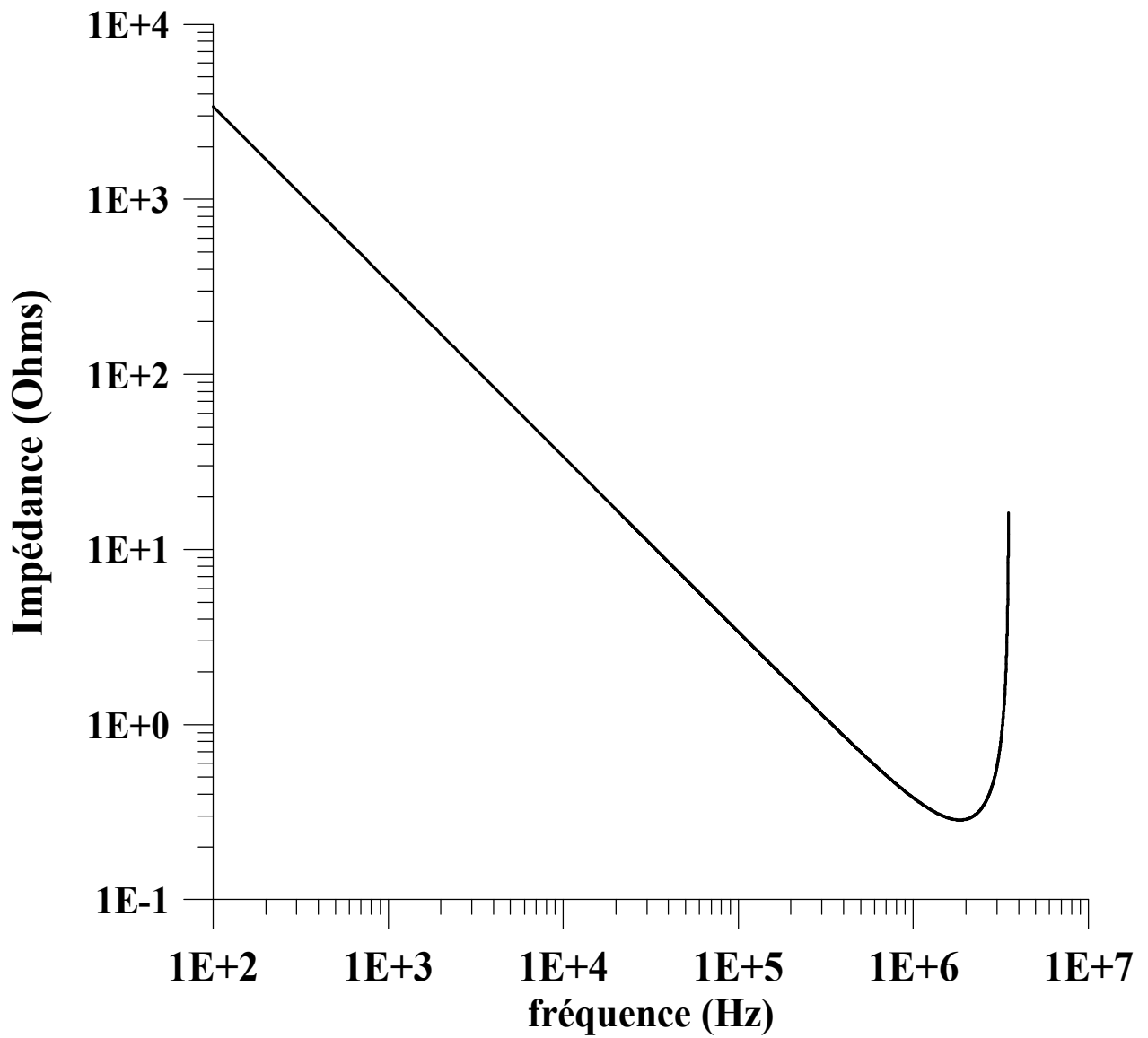


Figure (III-3) : Variation de l'impédance (Ohms) en fonction de la fréquence (Hz)
pour un condensateur de 470 nF

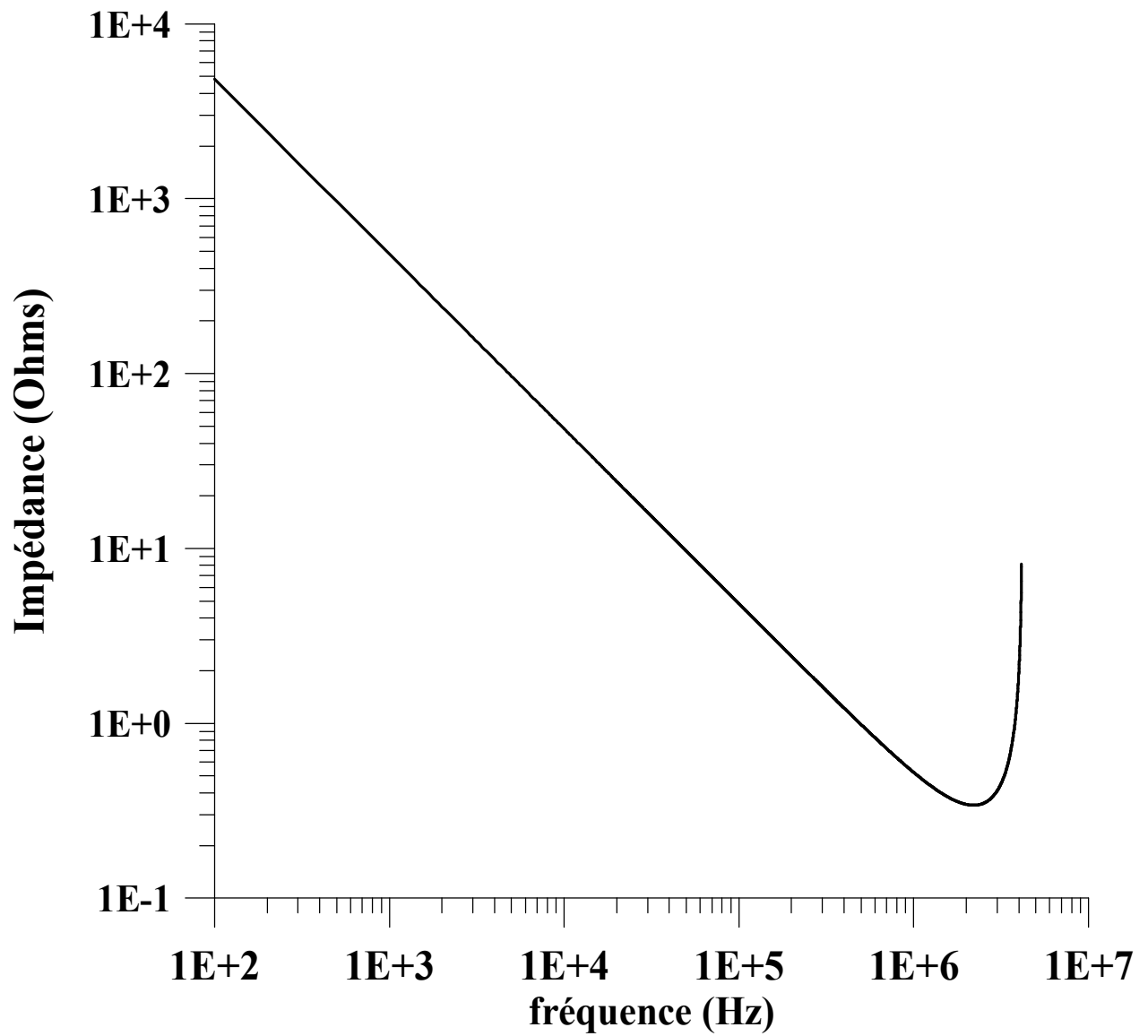


Figure (III-4) : Variation de l'impédance (Ohms) en fonction de la fréquence (Hz) pour un condensateur de 330 nF

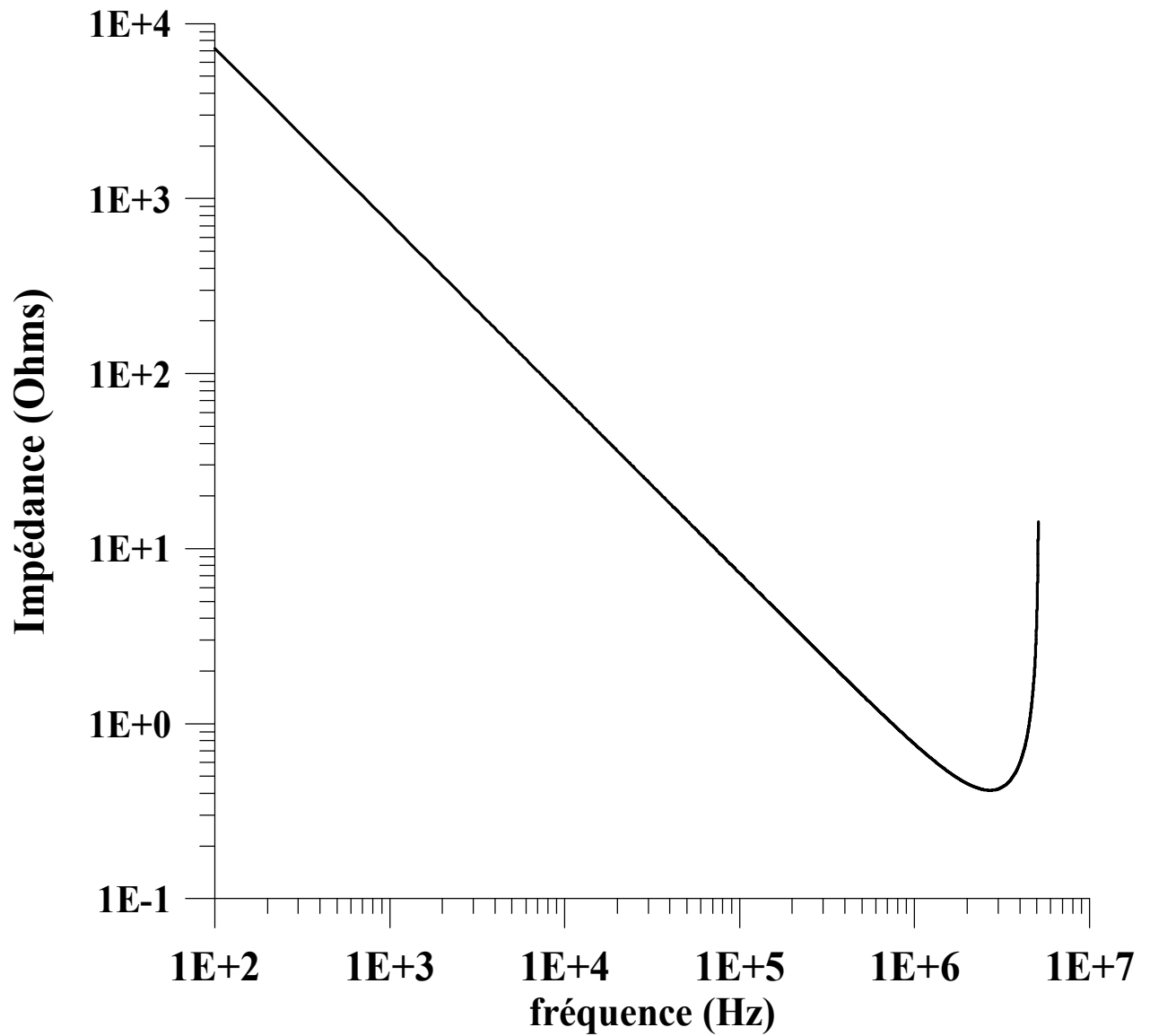


Figure (III-5) : Variation de l'impédance (Ohms) en fonction de la fréquence (Hz) pour un condensateur de 220 nF

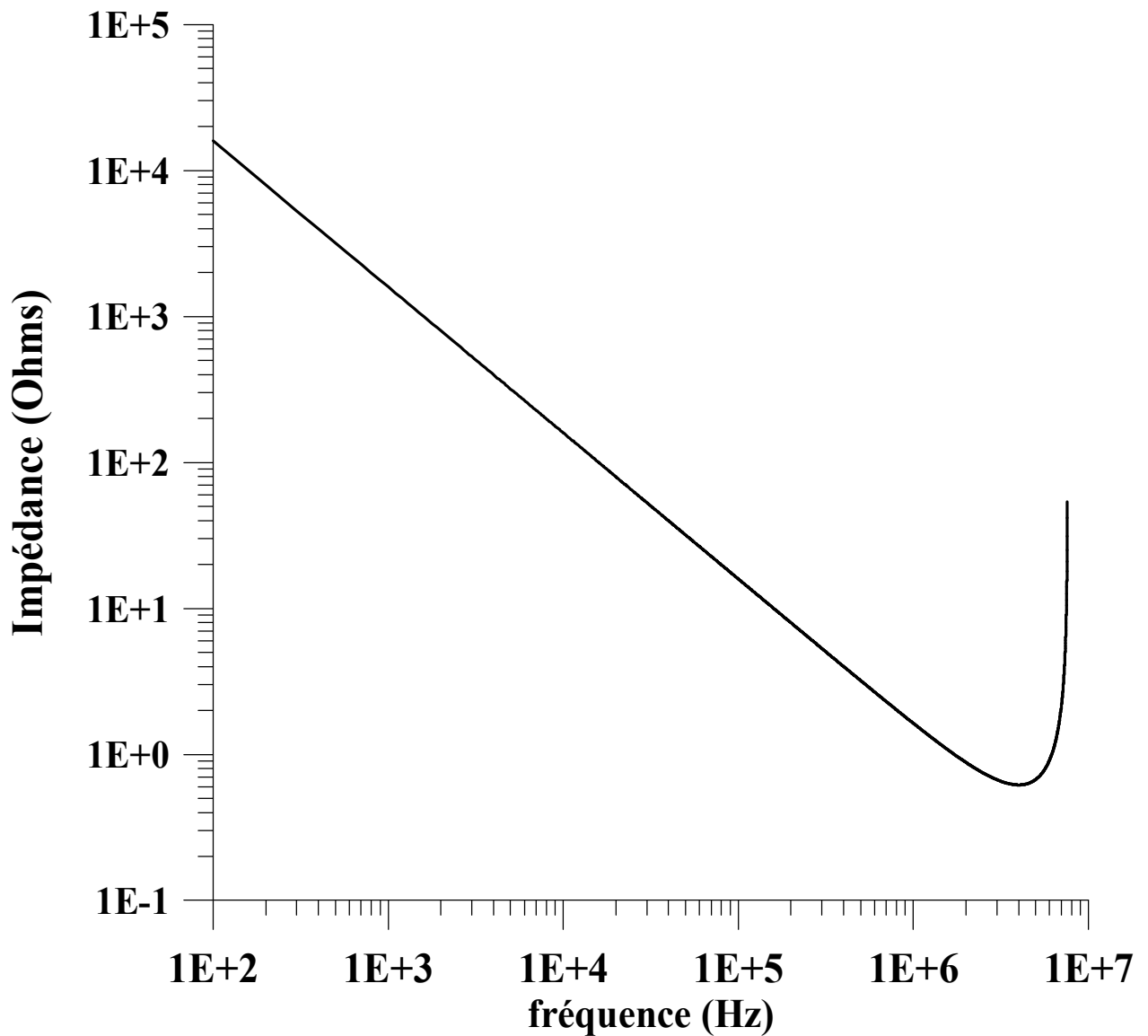


Figure (III-6) : Variation de l'impédance (Ohms) en fonction de la fréquence (Hz) pour un condensateur de 100 nF

Les figures (III-3), (III-4), (III-5) et (III-6), montrent respectivement les variations de l'impédance en fonction de la fréquence pour les condensateurs de capacité 470 nF, 330 nF, 220 nF et 100 nF. Les allures montrent deux zones, dans la première zone qui s'étale jusqu'à la première fréquence de résonance, l'impédance diminue en fonction de l'augmentation de la fréquence, ce qui correspond à un comportement capacitif du condensateur. La deuxième zone commence à partir de

première fréquence de résonance, l'impédance augmente avec l'augmentation de la fréquence, ce comportement est identique à celui d'un circuit inductif. On peut conclure qu'à partir de la première fréquence de résonance, le condensateur bobiné à films métallisés passe d'un comportement capacitif à comportement inductif.

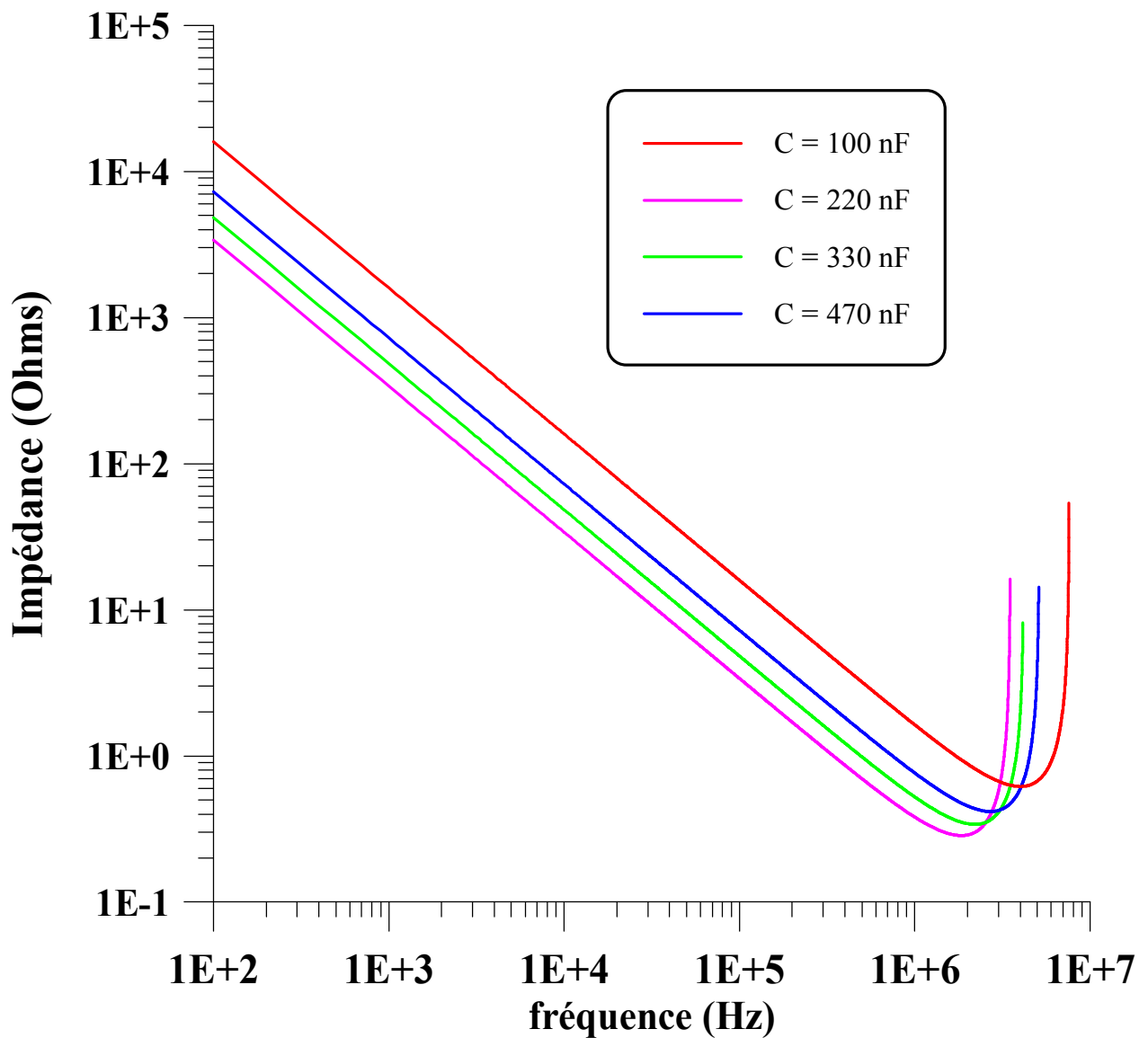


Figure (III-7) : Comparaison entre les variations d'impédance en fonction de la fréquence pour différentes valeurs de la capacité C

Les figure (III-7), illustre une comparaison entre les variations des quatre condensateurs, on remarque :

- Dans la première zone (la fréquence est inférieure à la première fréquence de résonance), le comportement est capacitif, ce qui explique que l'impédance diminue quand la capacité augmente.

- Dans la deuxième zone (la fréquence est supérieure à la première fréquence de résonance) : L'impédance augmente avec l'augmentation de la capacité, ce qui s'explique par le fait que dans cette zone le comportement du condensateur est inductif.

III-4- 1-Détermination de la première fréquence de résonance :

A partir des allures de variations de l'impédance en fonction de la fréquence, nous avons déterminé la première fréquence de résonance pour les différents condensateurs, cette dernière correspond au minimum de l'impédance.

| Capacité nF | Fréquence de résonance mesurée F_r (Mhz) [2] | Fréquence de résonance calculée F_r par la méthode des différences finies (Mhz) [9] | Fréquence de résonance F_r calculée par notre méthode (Mhz) | Erreur relative |
|----------------|--|---|--|--------------------|
| 470 | 1.75 | 2.81 | 1.84 | 05.14% |
| 330 | 2.06 | 3.36 | 2.20 | 06.80% |
| 220 | 2.42 | 4.11 | 2.70 | 11.57% |
| 100 | 4.92 | 6.10 | 4.00 | 18.70% |

Tableau (III-2) : Comparaison entre les fréquences de résonances mesurées et calculées

D'après le tableau (III-2), on peut dire que les résultats obtenus par la méthode de séparation de variables, sont satisfaisants, car l'erreur relative commise sur le calcul

des fréquences de résonances n'excède pas 19%. Du fait que la méthode de séparation de variables est une méthode analytique, elle donne des résultats plus proches des résultats de l'expérience [2], que ceux obtenus par la méthode des différences finies [9].

III-4- 2-Détermination d'inductance parasite :

Connaissant la première fréquence de résonance pour chaque condensateur, les inductances parasites des différents condensateurs sont déterminées en utilisant la relation suivante :

$$L_s = \frac{1}{(2\pi f_r)^2 C}$$

| Capacité nF | Inductance parasite mesurée L_s (nH) [2] | Inductance parasite calculée Par la méthode des différences finies L_s (nH) [9] | Inductance parasite calculée Par notre méthode L_s (nH) | Erreur relative |
|----------------|--|---|--|--------------------|
| 470 | 17.6 | 6.82 | 15.93 | 09.48% |
| 330 | 18.1 | 6.79 | 15.86 | 12.37% |
| 220 | 19.7 | 6.81 | 15.81 | 19.74% |
| 100 | 10.5 | 6.80 | 15.84 | 50.85% |

Tableau (III-3) : Comparaison entre les inductances parasites mesurées et calculées

D'après le tableau (III-3), les inductances calculées par le modèle basé sur la méthode de séparation de variables sont très proches avec celles mesurées pour les condensateurs de 470 nF, 330 nF et 220 nF où l'erreur relative commise ne dépasse pas 20%, cette erreur dépasse 50% dans le cas d'un condensateur de 100 nF. Les valeurs trouvées sont plus précises que celles obtenues par la méthode des différences finies [9].

Conclusion

Les résultats obtenus par la méthode de séparation de variables (première fréquence de résonance et inductance parasite) sont très proches des résultats de l'expérience.

Les allures obtenues sont très proches de la réalité quel que soit la valeur de la capacité du condensateur, l'inconvénient de cette approche réside dans l'apparition de plusieurs fréquences de résonance et d'anti-résonance (voir figure (III-8)). Notons que ces fréquences n'existent pas dans la réalité, ceci peut être expliqué par :

- 1- Les pertes diélectriques dans les condensateurs, ces pertes participent à l'atténuation de ces fréquences.
- 2- Les approximations utilisées pour le calcul des fonctions de Bessel de première et de la seconde espèce [2].

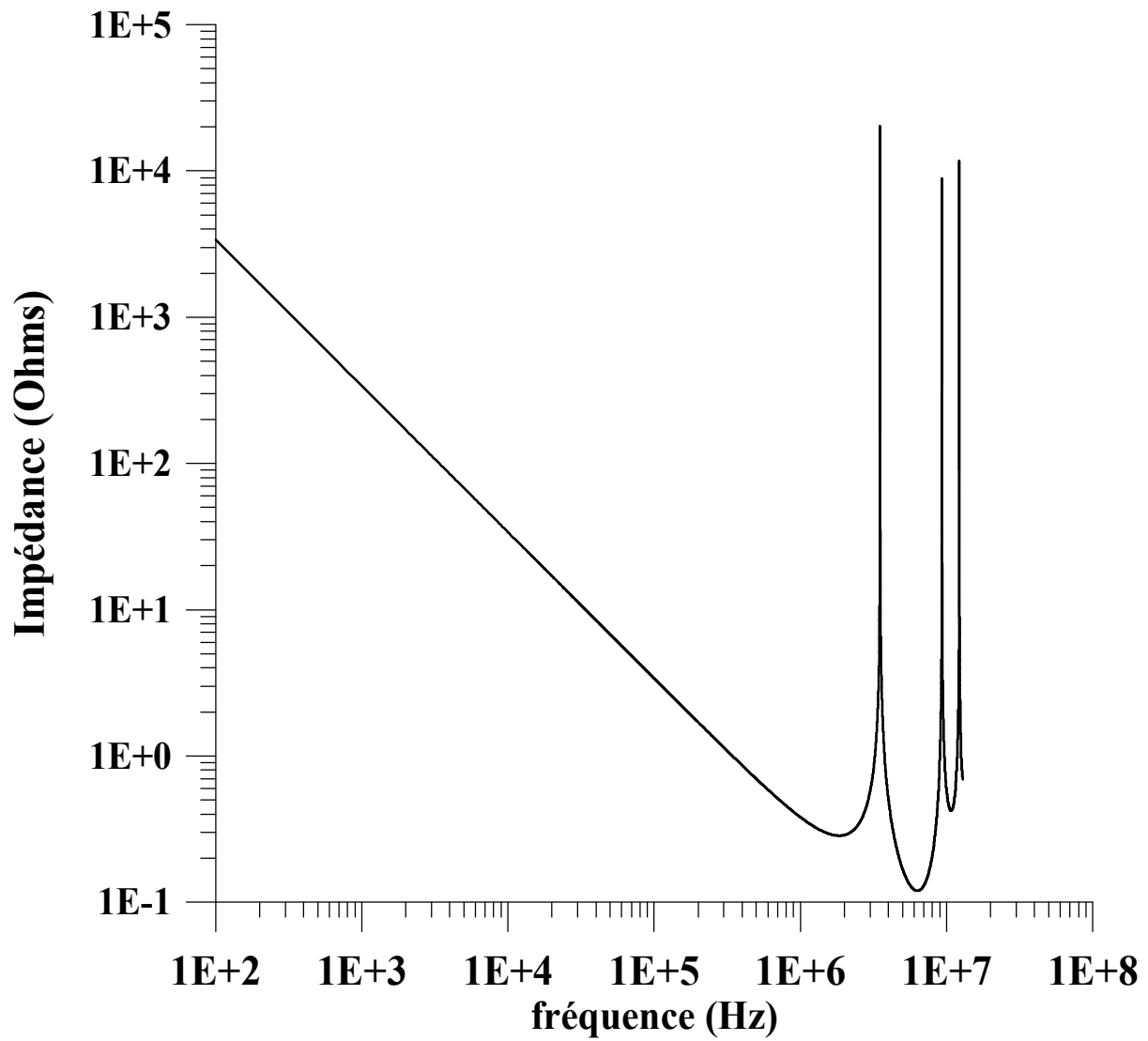


Figure (III-8) : Illustration de la variation d'un condensateur de 470 nF en fonction de la fréquence si on dépasse la première fréquence de résonance

Conclusion générale

Par sa principale caractéristique de l'auto-cicatrisation, le condensateur à films métallisés assure sa fonction dans un circuit électrique dans le cas d'un défaut. Ce type de condensateur est très utilisé dans l'électronique de puissance, mais quand il est placé dans les cellules de commutations, il subit des variations brutales de courant et de tension de celles-ci.

Donc pour mieux estimer les effets de ces variations, l'étude des phénomènes électromagnétiques dans un condensateur est la meilleure approche.

La structure complexe du condensateur bobiné à film métallisé (plusieurs couches de métal-diélectrique) constitue un obstacle pour la détermination de la distribution de potentiel vecteur magnétique. Pour cela, nous avons simplifié la structure interne du condensateur (technique d'homogénéisation), en remplaçant ces milliers de couches métal-diélectrique par un matériau homogène fictif sans changer les propriétés macroscopiques du composant. Cette simplification nous a permis de réduire le nombre d'équations à une seule équation électromagnétique de potentiel vecteur magnétique à résoudre.

A partir de cette structure simplifiée, nous avons pu évaluer la répartition du potentiel vecteur magnétique à l'intérieur du condensateur, en adaptant un modèle analytique basé sur la méthode de séparation de variables.

Nous avons caractérisé le comportement électromagnétique du condensateur par la variation de son impédance en fonction de la fréquence. La détermination de l'inductance parasite est faite par l'intermédiaire de la première fréquence de résonance. Les résultats obtenus (fréquences de résonances et les inductances parasites) sont très proches des résultats expérimentaux [2] et plus précis que ceux obtenus par la méthode des différences finies [9].

Nous espérons que ce travail servira de base pour d'autres études plus approfondies sur le comportement électromagnétique des condensateurs à films métallisés.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] **C. Joubert**, «Etudes des phénomènes électromagnétiques dans les condensateurs à films métallisés, Nouvelle génération de condensateurs», Thèse de Doctorat, Lyon 1996.
- [2] **T. Talbert**, «Phénomènes électromagnétiques dans les condensateurs à géométries non symétriques : modèle de répartition de courant, d'inductance et problème inverse», Thèse de Doctorat, Montpellier 2001.
- [3] **C. Birouche** « étude numérique du problème du magnétoformage avec un conformateur de champ » thèse de magister, université Bejaia 1998.
- [4] **M. Périgord** « Introduction à l'étude fréquentielle et transitoire des systèmes à bandes électriques de grandes longueurs », Thèse de doctorat, Tours 1972
- [5] **J-P. Ferieux, F. Forest**, « Alimentations à découpage. Convertisseurs à résonance », 3^{ème} édition Dunod, 1999.
- [6] **S. Siami, C. Joubert, N. Daudé, P. Merle** «Minimization of the stray inductance in metallized capictors: connections and winding geometry dependences» EUR. Phys. J. Ap4, 37 1998.
- [7] **A. Si Salem, S. Sifouane** « Modélisation des phénomènes couplés magnétiques électriques par la méthode des éléments finis en vue de dimensionnement des installations de chauffage par induction », Mémoire d'ingénieur, Université Mouloud Mammeri de Tizi-ouzou, 2003.
- [8] **Kh.Gourari, M.Oulmi**, « Modèle numérique de l'inductance parasite d'un condensateur rectangulaire à films métallisés » Mémoire d'ingénieur, Université Mouloud Mammeri de Tizi-ouzou, 2004.

[9] **R. Zitoun, Dj. Samet**, « Calcul de l'inductance parasite d'un condensateur bobiné à film métallisé », Mémoire d'ingénieur, Université Mouloud Mammeri de Tizi-ouzou, 2004.

[10] **N. Kaouane, M. Adli**, « Calcul de l'inductance parasite d'un condensateur rectangulaire à films métallisés en utilisant la méthode de l'énergie magnétique » Mémoire d'ingénieur, Université Mouloud Mammeri de Tizi-ouzou, 2005.

[11] **M. le Feddi, Z. Ren, A. razek, A. Bossavit** « Homogénéisation technic for Maxwell Equations in periodic structures»IEEE,Trans. On magnitics volume 33, N^o 2, 2001.

[12] **F. Bouali, S. Boudaou**, «Analyse en régime pulsé des dispositifs à courant de Foucault en utilisant la méthodes des circuits couplés» mémoire d'ingénieur, Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, promotion 2004.

[13] **D. Amrani, M. Kebbas** « Modélisation d'un dispositif de lévitation magnétique à supra conducteur par la méthode des éléments finis, en utilisant la formulation potentiel vecteur magnétique – champ électrique », Mémoire d'ingénieur, université Mouloud Mammeri Tizi-ouzou, 2002.

[14] **M. Lobenberg** « formules et tables de mathématiques » assistant à l'université de paris VI.