

**REPULIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE MINISTRE
L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MOULOU D MAMMARI DE TIZI –OUZOU
FACULTE DE GENIE DE LA CONSTRUCTION
DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE**



Mémoire De Fin D'étude MASTER En Génie Mécanique

Spécialité : Construction Mécanique

THEME

**Etude de l'impact de la taille et la forme d'un défaut
sur la rupture d'un acier TRIP austénitique 304L**

Proposé et dirigé par :

-Mr. ALMANSBA MADJID

-Mr. M. BENCHERIF

Réalisé par :

- BENDOU MASSICILIA

2021/2022

Remerciement

Je tiens avant tous à remercier mon promoteur monsieur ALMANSBA Madjid ainsi que mon Co-promoteur monsieur BENCHERIF Mokhtar, pour leurs disponibilités constantes, tout au long de mon travail.

Je souhaite adresser mes sincères remerciements à toutes les personnes qui ont contribué à sa réalisation et qui ont permis par leur soutien et leurs conseils, de le mener bien.

Mes vifs remerciements vont également à ma famille pour leur soutien, compréhension et patience tout au long de mon cursus.

Liste des figures :

I-1:Chaîne de production des tôles en acier inoxydables	3
I-2: diagramme d'équilibre Fe-cz200 [6].....	4
I-3: Diagramme d'équilibre Fe-Cr [7]	5
I-4:mécanique de passivation d'un acier inoxydable.....	6
I-5:La variante de la martensite [12]	8
I-6 : Chargement de structure cristalline de l'austénite en martensite[13]	8
I-7 : dessin de définition de l'éprouvette caractéristique de traction d'épaisseur 1.5mm	10
I-8: courbe caractéristique	10
II-1:Le navire cargo "Schenectady" qui a subi une défaillance catastrophique dans le port de portland.[18].....	13
II-2:Les trois fondamentaux d'extension des fissures:(a) Mode d'ouverture I,(b) Mode de glissement, II(c) Mode de déchirement III. [26]	18
II-3: Zones distinguées au tour de la pointe de fissure.....	18
II-4:Fissure dans un milieu continu.....	19
II-5:Les micro-mécanismes de la rupture fragile dans les métaux : le clivage /Transgranulaire et la rupture Intergranulaire.....	20
II-6:Mécanisme de la déchirure ductile .[29]	21
II-7: Dénomination de l'axe de coordonnées en avant d'une pointe de fissure. La direction z est normale à la page.....	21
II-8:Fissure dans une plaque infinie soumise à un effort de traction à distance. En termes pratique "infini" signifie que la largeur de la plaque est $\gg 2a$	24
II-9:Répartition des contraintes élastiques et élastoplastiques dans la plan de la fissure sur et en aval de son extrémité [31]	25
II-10:Le modèle de rendement de la bande. La zone plastique (a) est modélisée par des contraintes de compression de l'amplitude de rendement à chaque point de l'extrémité de fissure (b).....	26
II-11:force d'ouverture de la fissure appliquée à une distance x de la ligne centrale.....	27
II-12:Déplacement d'ouverture de la pointe de fissure (CTOD). Fissure initialement aigue s'émousse avec la déformation plastique, ce qui entraîne un déplacement limité à l'extrémité (δ) de la fissure.....	30
II-13: Estimation du CTOD à partir du déplacement de la fissure effective dans la correction de la zone plastique d'IRWIN.....	30

II-14:Estimation de la CTOD à partir du modèle de rendement en bandes.	31
II-15: définition alternative de CTOD :(a) déplacement à la pointe de la fissure originale et (b) déplacement à l'intersection d'un sommet à90° avec les fourches de la fissure.....	32
II-16:Le modèle de charnière pour l'estimation du TOD à partir d'éprouvettes de flexion à trois points.	32
II-17:Détermination de la composante plastique du déplacement de l'ouverture de la fissure.	33
II-18:Taux de libération d'énergie non linéaire.	34
II-19:Contour arbitraire autour de l'extrémité d'une fissure.	36
II-20:Schéma des première mesures expérimentales de J, effectuées par Landes et Begley.[35]	38
II-21:L'organigramme de la VUMAT	48
II-22: Les différent étapes pour le calcul de J	49
III-1:La géométrie de l'éprouvette.....	51
Figure III-2:partition d'éprouvette avec une entaille en U.....	52
Figure III-3:Les condition aux limites	52
Figure III-4:Maillage de l'éprouvette avec a/w=20%	53
Figure III-5:Maillage d'éprouvette avec a/w=40%	53
Figure III-6:maillage d'éprouvette avec a/w=60%	53
III-7:Calibrage du modèle.	54
Figure III-8 : Force en fonction de déplacement.....	55
Figure III-9 : ouverture des lèvres de l'entaille CMOD en fonction du déplacement total.	56
Figure III-10fraction volumique de la martensite en fonction de la déformation plastique équivalente	56
III-11:J-intégral en fonction de CMOD	57
III-12: Géométrie de l'éprouvette avec une entaille en forme V	57
Figure III-13:Partition des éprouvettes avec entaille en V.....	58
Figure III-14:Les conditions aux limites	58
III-15:Maillage de l'éprouvette pour a/w= 40%	59
III-16:Maillage de l'éprouvette pour a/w=50%	59
III-17Maillage de l'éprouvette pour a/w=60%	59
III-18:Force en fonction du déplacement	60
III-19:Ouverture des lèvres de l'entaille CMOD en fonction du déplacement totale.....	60
III-20: Fraction volumique de la martensite en fonction de la déformation plastique équivalente	61

III-21:J-intégral en fonction de CMOD	61
---	----

Liste des tableaux

Tableau I-1: Composition chimique de l'acier inoxydable AISI 304 L.	9
Tableau I-2: Propriétés mécaniques de l'acier 304 L.	10
Tableau II-1: Relation entre les constantes élastique.	15
Tableau III-1: Tableaux des paramètres. [40]	55

Sommaire :

I	-Les aciers à effet TRIP -----	10
I.1	Définition des aciers :-----	1
I.2	Classification des aciers :-----	1
I.3	Les aciers inoxydables-----	1
I.4	Naissance des aciers inoxydables -----	1
I.5	Désignation des aciers inoxydables-----	2
I.6	Fabrication des aciers inoxydables-----	2
I.7	Mise en forme (tôles) :-----	2
I.8	Diagramme fer/carbone :-----	3
I.9	Diagrammes d'équilibre Fer-Chrome :-----	4
I.10	Classification des aciers inoxydables :-----	5
I.11	Rôles des éléments d'addition sur les propriétés des aciers inoxydables-----	5
I.12	Utilisation des aciers inoxydables :-----	5
I.13	La passivation des aciers inoxydables-----	6
I.14	Transformation martensitique -----	6
I.15	L'acier à effet Trip -----	6
I.16	Etude de la microstructure d'acier a l'effet trip -----	7
I.17	Métallurgie des aciers à effet TRIP -----	8
I.18	Acier TRIP 304L / AISI 304L / 1.4307 -----	9
I.19	Désignations :-----	9
I.20	Les caractéristiques mécaniques :-----	9
II	Généralités sur la mécanique de la rupture-----	11

II.1	Introduction :	-----	12
II.2	Aperçu historique :	-----	12
II.3	Comportement des matériaux	-----	14
II.3.1	Comportement linéaire élastique :	-----	14
II.3.2	Plasticité :	-----	16
II.3.2.1	Critère de plasticité	-----	16
II.4	Eléments de la mécanique de la rupture :	-----	17
II.4.1	Mode d'ouverture élémentaire des fissures :	-----	17
II.4.2	Description d'un milieu fissuré :	-----	18
II.4.3	Rupture fragile :	-----	19
II.4.4	Rupture ductile :	-----	20
II.5	Mécanique élastique linéaire de la rupture :	-----	21
II.5.1	Facteur d'intensité de contrainte :	-----	21
II.5.2	Energie de rupture (G) :	-----	23
II.5.3	Plasticité de la pointe de la fissure :	-----	24
II.5.3.1	L'approche Irwin[30]:	-----	24
II.5.3.2	L'approche de Dugdale[33] et Barenblatt [34]:	-----	26
II.6	Mécanique élasto-plastique de la rupture :	-----	28
II.6.1	: Le déplacement d'ouverture de la pointe de la fissure (Crack Tip Opening Displacement) CTOD :	-----	29
II.6.2	L'intégrale du contour J :	-----	34
II.6.2.1	Taux de libération d'énergie non linéaire	-----	34
II.6.2.2	J en tant qu'intégrale de ligne indépendante de la trajectoire :	-----	36

II.6.2.3	Mesure en laboratoire de J :-----	36
II.7	Calcule numérique :-----	39
II.8	Qu'est-ce que la méthode des éléments finis :-----	40
II.9	Qu'est-ce que ABAQUS :-----	40
II.10	Equations constitutives et description du modèle :-----	43
II.10.1	Équations constitutives des vitesses de déformation plastique :-----	45
II.10.2	L'organigramme de la VUMAT :-----	48
II.10.3	Organigramme pour calculer J-intégrale :-----	49
	Conclusion :-----	49
III	Résultats et discussions-----	50
III.1	But de l'étude :-----	51
III.2	Description des essais :-----	51
III.3	Géométrie de l'éprouvette :-----	51
III.4	Simulation et résultats :-----	52
III.4.1	La partition :-----	52
III.4.2	Conditions aux limites :-----	52
III.4.3	Maillage des modèles :-----	53
III.4.4	Calibrage du modèle :-----	54
III.4.5	Les courbes numériques :-----	55
III.5	Simulation numérique des éprouvettes SENT avec une entaille en forme V :-----	57
III.5.1	La géométrie des éprouvettes utilisés avec une entaille de forme V :-----	57
III.5.2	Partition :-----	58
III.5.3	Les conditions aux limites :-----	58

III.5.4	Maillage :-----	59
III.5.5	Résulta (les courbes numériques):-----	60
III.5.6	Discussion des résultats : -----	61
IV	Conclusion Générale et perspectives : -----	64
	Conclusion Générale :-----	65

I - Les aciers à effet TRIP

I.1 Définition des aciers :

L'acier est un alliage de fer contenant moins de 2 % de carbone. Il peut être répertorié selon cette teneur en carbone qui fixe son niveau de dureté maximale à l'état trempé. Un acier de haute teneur en carbone sera employé pour sa grande dureté alors qu'un acier de teneur plus faible est moins dur et plus malléable. Il contient généralement de petites quantités d'autres éléments outre le fer et le carbone, incorporés, volontairement ou non, au cours de son élaboration. On peut également y ajouter des quantités plus importantes d'éléments d'alliage ; il est considéré alors comme un acier allié.

I.2 Classification des aciers :

Du fait du nombre élevé d'éléments ajoutés au fer et de la gamme étendue de leur teneur, les aciers présentent un très grand nombre de nuances différentes[1]. On peut classer les divers types d'alliages à base de fer selon leur composition chimique ou selon leur domaine d'utilisation. L'adoption de cette dernière nous permet de recenser quatre familles d'aciers :

- Les aciers au carbone d'usage général,
- Les aciers de traitements thermiques, alliés ou non,
- Les aciers à outils
- Les aciers inoxydables

I.3 Les aciers inoxydables

Les aciers inoxydables sont des alliages métalliques à base de fer ou plus exactement à base d'acier (alliage : fer-carbone) qui doivent contenir au moins 10,5 % de chrome (selon la norme européenne EN 10088-1) et souvent d'autres éléments d'addition tels que le nickel (ou son substitut le manganèse) et dans une moindre mesure le molybdène [2].

I.4 Naissance des aciers inoxydables

Les aciers inoxydables sont nés au début du 20e siècle. Leur résistance à la corrosion est due à une teneur en chrome d'au moins 12%. Ces aciers permettent de répondre aux problèmes de corrosion sévère (industrie chimique, eau de mer...) ainsi qu'à la corrosion douce lorsque toute contamination est interdite (industrie agroalimentaire, pharmacie, industrie nucléaire...). Ils permettent aussi de résoudre les problèmes d'aspect de surface en milieu atmosphérique (bâtiment, mobilier...).

A la fin du 19e siècle Brustlein et Boussingault ont, chacun de leur côté, mis en évidence le rôle du chrome sur la résistance à l'oxydation des alliages ferreux [Colombié, 1991]. Au tout début du 20e siècle, Goldschmidt développe les premières nuances d'aciers inoxydables à bas carbone [Castro 1990]. Les grandes familles d'aciers inoxydables se développent progressivement.

Dès 1909, les principales nuances de base d'aciers martensitiques, ferritiques et austénitiques connues actuellement sont élaborées. Il faudra attendre 1931 pour voir apparaître les premières nuances d'aciers austéno-ferritiques. [3] Au contraire des aciers martensitiques qui sont formés par trempe de la phase austénitique, pour les nuances ferritiques, austénitiques et austéno-ferritiques, les transformations de phase ne touchent qu'une partie mineure du matériau. La phase principale reste principale. Leurs propriétés ne peuvent être améliorées par une trempe.

I.5 Désignation des aciers inoxydables

Les normes relatives à la classification des aciers inoxydables sont variables d'un pays à l'autre. Les nuances d'aciers inoxydables sont désignées en Europe par une série de chiffres de type 1.4000 (norme EN 10088) et aux États-Unis par trois chiffres (norme AISI : American Iron and Steel Institute). Par exemple, 1.4301 (ou AISI 304L) correspond à un inox austénitique qui comprend 18 % de chrome et 10 % de nickel. En outre, la lettre L dans l'appellation américaine indique un très faible taux de carbone qui garantit une meilleure résistance à la corrosion, à l'instar de la nuance 316L (ou 1.4404). L'Euronorme indique aussi de manière plus détaillée la composition : par exemple X5CrNi18-10 (acier très allié désigné par la lettre X, la teneur en C multipliée par 10, les principaux éléments suivis de leur teneur en %).

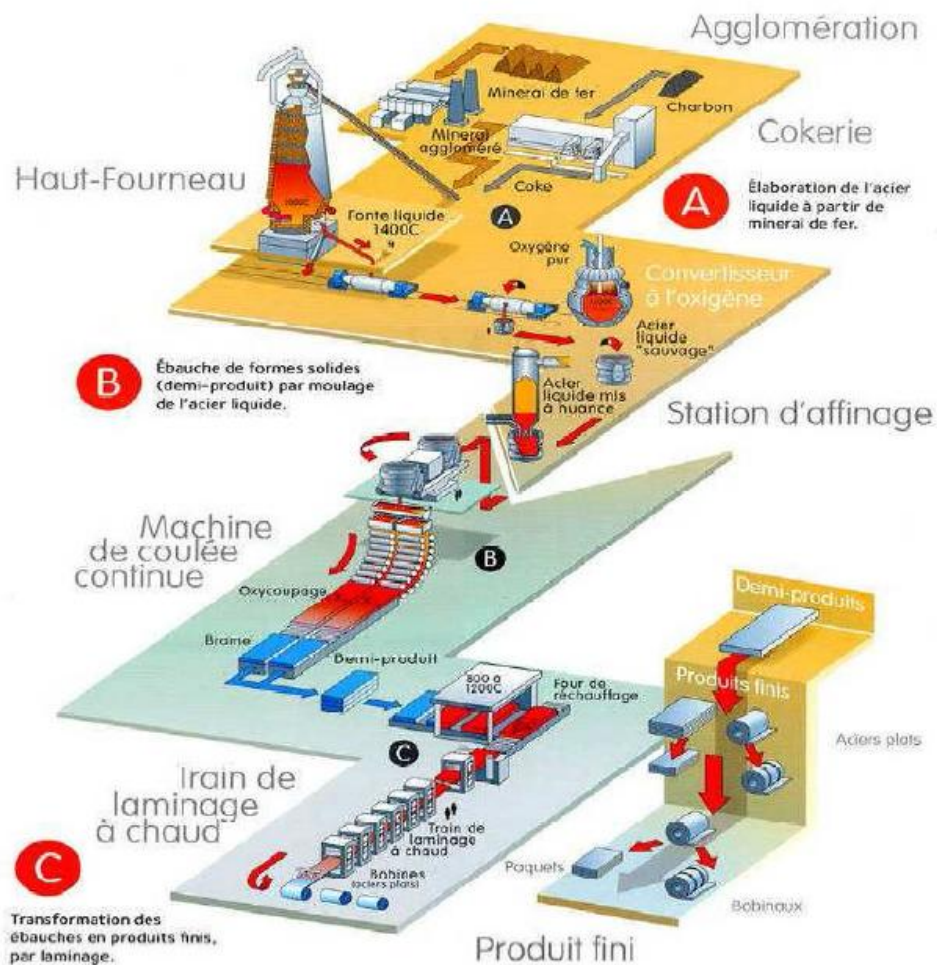
I.6 Fabrication des aciers inoxydables

La fabrication des aciers inoxydables comporte quatre étapes principales qui sont :

- L'élaboration qui comprend elle-même une phase de fusion dans un four à arc suivie d'une opération d'affinage ;
- la coulée soit sous forme de lingots, soit de plus en plus par coulée continue ;
- la transformation à chaud le plus souvent par laminage et plus rarement par forgeage ;
- la transformation à froid par laminage pour les produits plats et par tréfilage pour les produits longs.

I.7 Mise en forme (tôles) :

L'acier inoxydable est obtenu par fusion des différents métaux qui le composent dans un four électrique à 1500°C. Les blocs coulés sont ensuite laminés sous forme de tôles, de poutres ou de fils (*Figure I.1*).

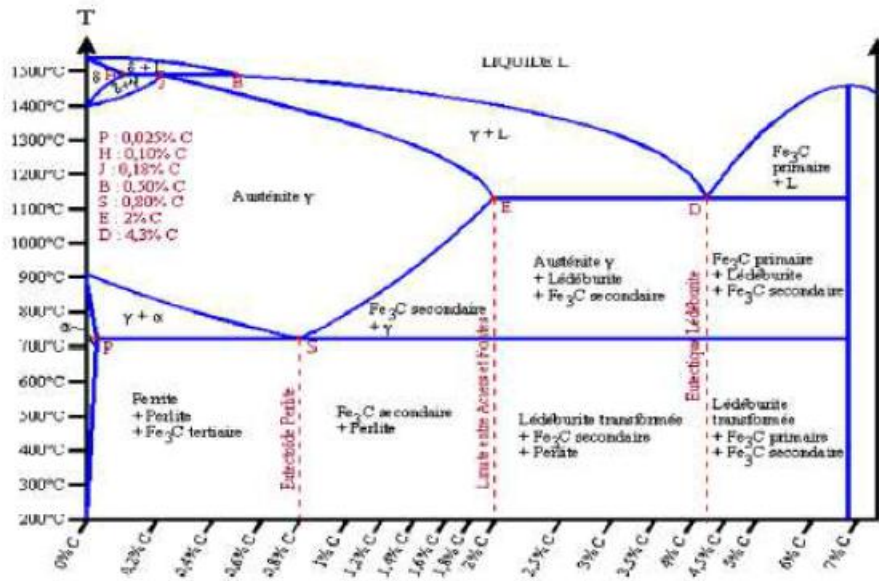


I-1:Chaîne de production des tôles en acier inoxydable

Des traitements thermiques à haute température ($>1000^{\circ}\text{C}$) doivent être appliqués pour obtenir des propriétés mécaniques optimales et un aspect de surface impeccable. De nombreux finis de surface sont proposés : mat, brillant, satiné, poli et brossé suivant l'aspect esthétique souhaité. Malgré la forte densité du métal, la tôle est un matériau léger, facilement Transportable et façonnable. Les tôles sont des produits plats tirés des brames par laminage à Chaud ou a froid, écrasées par un passage successif entre deux rouleaux jusqu'à obtention de l'épaisseur voulue [4]. Les aciers inoxydables sont faciles à mettre en œuvre à l'aide des procédés habituels que sont : le profilage, le pliage, le cisailage, le perçage, le poinçonnage et les soudages. Avec les nuances austénitiques, l'érouissage provoqué par certaines opérations nécessite une puissance d'environ 50% supérieure à celle nécessaire pour un acier au carbone de même épaisseur. Les aciers inoxydables peuvent être fixés ou assemblés à d'autres matériaux à l'aide des techniques usuelles telles que les soudages, les brasages fort et tendre, les assemblages mécaniques et le collage[5].

I.8 Diagramme fer/carbone :

Le carbone est l'élément non métallique indispensable à tous les aciers. Le diagramme fer c'est bien connu (figure II.2) et présente à l'état solide. Il s'agit d'un élément gammagène puissant qui favorise très fortement le domaine de la solution solide d'insertion du carbone dans la structure austénitique du fer. Pour des raisons de résistance à la corrosion, la teneur en carbone des aciers inoxydables est dans la plupart des cas maintenue très basse.



I-2: diagramme d'équilibre Fe-cz200 [6]

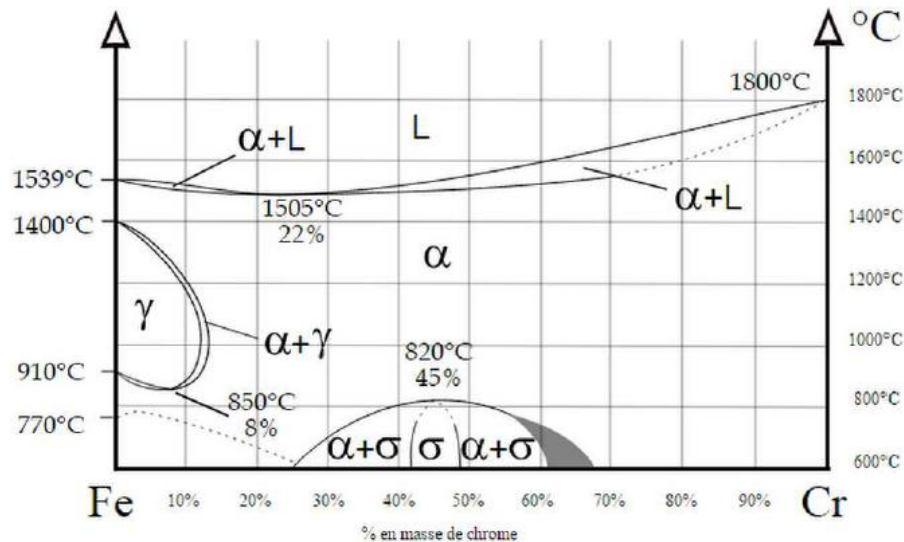
Le carbone est majoritairement en solution. La solubilité maximale du carbone dans l'austénite est de l'ordre de 2% à la température du palier eutectique alors qu'elle est moindre à 0,1% dans la ferrite α et dans la ferrite δ .

I.9 Diagrammes d'équilibre Fer-Chrome :

Le diagramme de phase présenté dans la figure I.1 constitue un outil essentiel dans l'étude et la description de l'équilibre des phases des aciers inoxydables. La solubilité du chrome dans le fer à haute température est complète et la totalité des alliages Fe-Cr se solidifient en mode ferritiques. A faibles teneurs en chrome on distingue la présence de la phase γ qui est limitée à l'intérieur d'un domaine appelé « boucle γ », cette situation étant due au chrome qui, compte tenu de sa structure cristallographique, favorise le développement du domaine α .

La boucle γ (domaine de température 912-1394°C) sépare le diagramme en deux zones principales :

- En dessous de 11% de Cr, les alliages subissent une transformation $\alpha \rightarrow \gamma$ au chauffage et l'inverse au refroidissement.
- Au-dessus de 12.7% de Cr, il n'y a plus de transformation de phases et les alliages restent totalement ferritiques.
- Entre 11 et 13% de chrome les deux phases α et γ coexistent en équilibre.



I-3: Diagramme d'équilibre Fe-Cr [7]

I.10 Classification des aciers inoxydables :

Les aciers inoxydables constituent une grande famille d'alliages métalliques. Suivant leur teneur en chrome et les traitements thermiques qu'ils ont subis, ils présentent une large gamme de propriétés. Il existe quatre classes d'aciers inoxydables (de structures cristallographiques différentes), dont l'emploi dépend des propriétés recherchées, ils sont obtenus à partir des différentes zones de ces diagrammes :

- Les aciers ferritiques sont obtenus par refroidissement ;
- Les aciers austénitiques sont obtenus par trempe à partir d'une composition située dans la boucle γ , la phase austénitique résultante étant thermodynamiquement métastable ;
- Les aciers martensitiques sont obtenus de la même manière que les aciers austénitiques, à la différence que dans ce cas l'austénite obtenue est très instable à cause de la présence du carbone et se transforme en martensite ;
- Les aciers austéno-ferritiques sont obtenus à partir d'une composition située sur la limite de boucle γ .

I.11 Rôles des éléments d'addition sur les propriétés des aciers inoxydables

Les éléments d'addition ajoutent à l'acier ou alliage métallique à base de fer (Fe + C), jouent un rôle particulier sur les caractéristiques générales, ou un rôle commun lorsque plusieurs éléments d'additions sont présents dans la composition chimique finale. Les éléments d'alliages se répartissent en deux catégories : ceux qui favorisent le maintien du fer (α) (alphagène) et ceux qui stabilisent le fer (γ) (gammagène). Les informations suivantes montrent brièvement le type d'influence que peuvent avoir quelques éléments d'alliage et leur rôle quand ils sont additionnés à un acier [8].

I.12 Utilisation des aciers inoxydables :

Les aciers inoxydables sont utilisés dans des domaines nombreux et variés. Pratiquement tous les domaines industriels et grands publics les utilisent.

Les deux raisons principales en sont :

Des propriétés très variées, qu'il s'agisse d'abord de résistance à la corrosion, mais aussi des caractéristiques mécaniques, de mise en œuvre, etc.

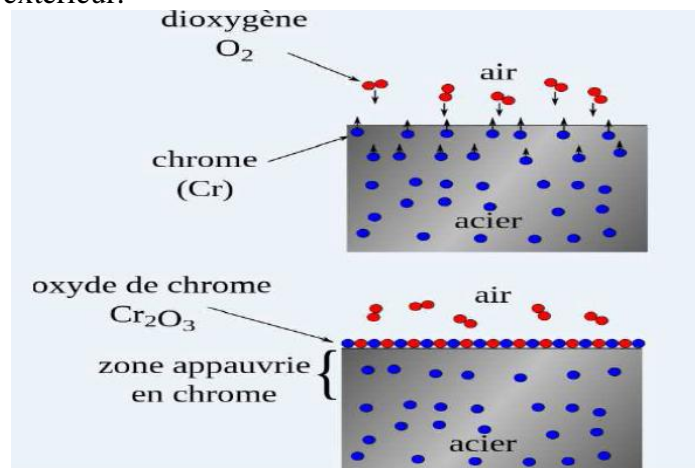
L'existence de toutes les formes de produits : produits plats minces et épais, produits longs, fils, produits forgés et moulés, tubes, tôles plaquées, soudure, etc.

Les aciers austénitiques représentent le gros de la production d'aciers inoxydables de 70 à 80 %.

Contrairement à d'autres produits sidérurgiques, ils se développent car ils connaissent de nouvelles utilisations dans plusieurs domaines : automobile, centrales nucléaires, alimentaire, ménager et plates-formes pétrolières. [9] [10]

I.13 La passivation des aciers inoxydables

A l'exception des métaux nobles comme l'or, la surface des métaux est toujours oxydée. Si cette couche de corrosion est soluble dans le milieu aqueux environnant, le processus se propage progressivement jusqu'au cœur du matériau par un mécanisme de formation/dissolution de la couche d'oxydes. Au contraire, si la couche de corrosion est peu soluble et reste en surface sous forme solide, elle ralentit, voire inhibe, le phénomène de corrosion. Cette couche de corrosion est appelée « film passif » car l'alliage n'est plus réactif vis-à-vis du milieu extérieur.



I-4:mécanisme de passivation d'un acier inoxydable

I.14 Transformation martensitique

La transformation martensitique peut se produire dans un grand nombre de système d'alliage Comme, entre autre, les alliages à base de fer, les alliages à base de cuivre et les alliages à base de titane.

Pour l'acier, la martensite est une phase obtenue à partir de l'austénite par la transformation displacive. Elle se forme à des températures suffisamment basses pour que l'austénite ne soit plus la phase stable. Elle se produit par le déplacement, par un mécanisme de cisaillement, des atomes de fer des positions du réseau CFC vers des positions voisines, de cristallographie plus stable à basse température. Comme le déplacement des atomes sont petits, de l'ordre d'une distance inférieure à la distance interatomique, la transformation martensitique est une transformation displacive et sans diffusion (la composition chimique reste la même dans les deux phases).

I.15 L'acier à effet Trip

Les aciers TRIP sont des aciers qui développent un comportement mécanique particulier. Ils se différencient par un compromis résistance / ductilité particulièrement élevé qui résulte de

leur microstructure. Ils sont ainsi très bien adaptés pour des pièces de structure et de renfort de formes complexes. Cette microstructure, composée d'une matrice ferritique ductile dans laquelle se trouvent des îlots de phase bainitique dure et d'austénite résiduelle, permet d'obtenir des allongements plus importants du fait de la transformation de l'austénite en martensite sous l'effet de la déformation plastique (effet TRIP : "Transformation Induced Plasticity"). Cet effet TRIP confère à ces aciers un excellent compromis entre résistance et ductilité.

La désignation des aciers TRIP est régie par leur résistance à la rupture qui reste dans une gamme allant d'environ 600 à 1000 MPa. La limite d'élasticité d'un acier TRIP est de l'ordre de 500 MPa avec un taux d'allongement à rupture supérieur d'environ 10 %. La capacité de consolidation de cet acier est considérable ; lui assurant une bonne aptitude à la répartition des déformations et par conséquent une bonne emboutissabilité. Cette consolidation conduit également à l'obtention de caractéristiques mécaniques sur pièces, notamment la limite d'élasticité, beaucoup plus élevées que sur le métal à plat.

Ce fort potentiel de consolidation et une haute résistance mécanique lui confèrent une excellente capacité d'absorption d'énergie. La particularité des aciers TRIP réside principalement dans le fait qu'ils contiennent de l'austénite résiduelle à température ambiante. Il est nécessaire que cette quantité soit suffisante pour avoir un impact sur les propriétés finales de l'acier. Cependant, il est avant tout nécessaire que les propriétés de cette austénite résiduelle soient adaptées à la fonction requise. Aussi, dans le cas des aciers TRIP, celle-ci doit présenter une stabilité suffisante afin que la transformation en martensite ne se fasse que pour une sollicitation mécanique non négligeable. Pour ce faire, le taux de C contenu dans l'austénite résiduelle finale doit être suffisamment élevé. [11]

I.16 Etude de la microstructure d'acier à l'effet trip

Transformation Induced Plasticity : cette expression en anglais indique que la transformation de phase est induite par la déformation plastique, la phase transformée en martensite accumule des contraintes qui peuvent être relaxées par une déformation sous forme de glissement de dislocation ou de maillage. Dans l'acier à effet trip, cette plasticité de transformation de l'austénite métastable se traduit par un changement soudain du seuil d'écrouissage.

La transformation correspond à un changement de phase particulière qui se produit à l'état solide et qui est à l'origine des propriétés remarquables des matériaux dans laquelle elle se produit, la vitesse de refroidissement doit être élevée ce qui ne permet pas aux atomes de se déplacer par diffusion, il en résulte une déformation macroscopique sous la forme d'un cisaillement qui se compose par une déformation supplémentaire et la plastification de l'austénite

L'absence de diffusion implique non seulement que les phases austénitique et martensitique ont même composition chimique, mais que ; de plus la martensite hérite de l'ordre et des défauts de la phase mère.

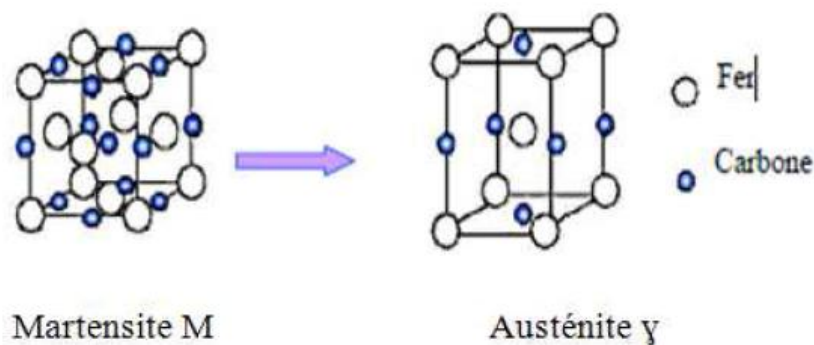
La structure de la martensite se présente sous forme d'aiguille, elle est très dure entre 500-650 HB selon la teneur en carbone, et difficilement usinable.



I-5:La variante de la martensite [12]

Dans les aciers la martensite possède trois types de structures cristallines :

- La martensite a une structure tétragonale. Elle est observée dans l'alliage binaire Fe-c et se trouve dans les aciers trip industriels. Elle possède une forte énergie de fonte d'empilement.
- La martensite a une structure hexagonale compacte Hc.
- La martensite tétragonale à face centrée TFC les caractéristiques de la transformation martensitique une énergie de déformation élastique importantes, un changement de forme laissant un plan invariant ; une déformation homogène macroscopique du réseau cristallographique constituée par un glissement et une dilatation.



I-6 : Chargement de structure cristalline de l'austénite en martensite[13]

I.17 Métallurgie des aciers à effet TRIP

Plusieurs études ont été menées sur l'optimisation des paramètres des cycles thermiques, du laminage et de la teneur en éléments d'addition en vue de mettre au point des aciers TRIP performants. Ces travaux ont mené vers la description de l'importance que joue la transformation bainitique pour obtenir une structure multiphasée et en particulier pour stabiliser l'austénite résiduelle.

Il a été déterminé que l'austénite résiduelle présente dans la microstructure des aciers Dual Phase joue un rôle positif dans l'amélioration de leurs propriétés mécaniques. De plus, si cette austénite est suffisamment stable, la résistance mécanique et la ductilité de ces aciers sont encore augmentées.

Au même temps, le développement et l'utilisation à large échelle des aciers TRIP imposent des contraintes sévères pour le coût de production de ces aciers. Par conséquent, l'ajout massif des éléments d'addition pour retenir l'austénite est interdit (comme le nickel).

Comme des teneurs en carbone de l'ordre de 0.15% sont courantes dans les aciers Dual Phase, l'idée était d'essayer d'utiliser ce carbone pour stabiliser l'austénite à la température ambiante. Aussi, cette stabilisation doit se faire après le recuit inter-critique.

A travers la transformation bainitique et ses mécanismes intrinsèques qui permettent à priori d'obtenir une austénite sursaturée en carbone, le développement des aciers TRIP faiblement alliés et qui contiennent de l'austénite résiduelle à la température ambiante est envisageable.

Suivant la composition chimique, on distingue deux catégories d'aciers à effet TRIP :

- les aciers à effet TRIP fortement alliés (Fe-Ni, AISI304, AISI301, ...) qui sont entièrement austénitiques,

- les aciers TRIP faiblement alliés qui sont partiellement austénitiques (multiphasés). Les industriels s'intéressent en particulier à l'effet TRIP des aciers faiblement alliés multi-phasés pour leurs caractéristiques mécaniques remarquables.

I.18 Acier TRIP 304L / AISI 304L / 1.4307

L'acier inoxydable 304L (UNS S30403) est l'acier inoxydable austénitique au chrome-nickel "18-8" le plus utilisé. C'est un alliage résistant à la corrosion avantageux et polyvalent, qui peut être utilisé pour un large éventail d'applications générales.

304L est généralement doublement certifié comme 304 et 304L. La faible carbochimie de l'acier inoxydable 304L, associée à l'ajout d'azote, permet à 304L de répondre aux propriétés mécaniques de 304.

I.19 Désignations :

Désignation Européenne : X2CrNi18.9 ou 1.4307

Désignation Française : Z3CN19.09 ou Z2CN18.10

Composition chimique :

Le tableau (I-1) : affiche la composition chimique de l'acier selon la fiche technique sa composition chimique.

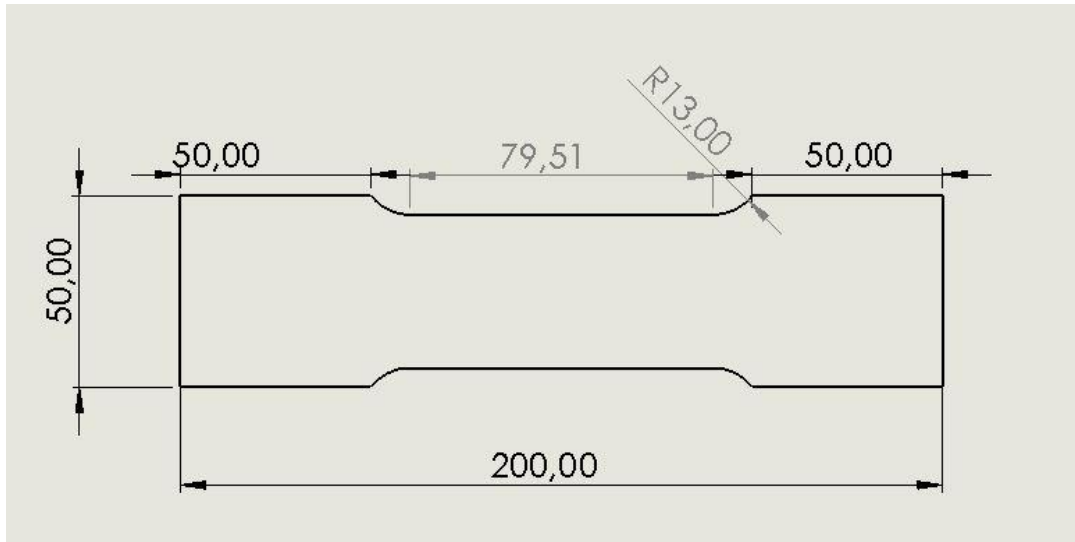
Tableau I-1: Composition chimique de l'acier inoxydable AISI 304 L.

Fe	C	Cr	Mn	N	Ni	P	S	Si
Base	0,017	17,665	1,667	0,082	8,035	0,033	0,032	0,385

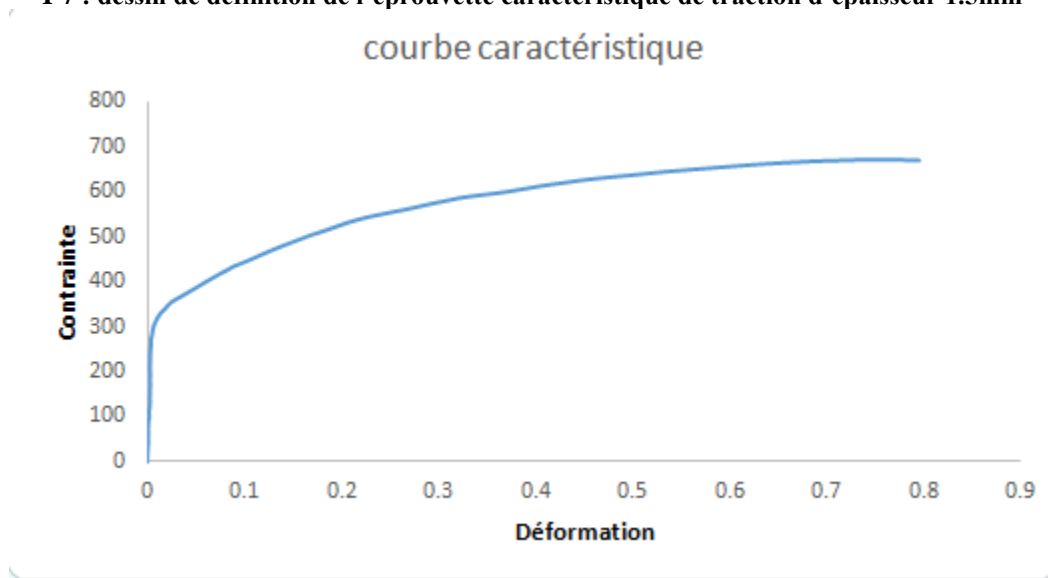
I.20 Les caractéristiques mécaniques :

Pour caractériser notre acier, nous avons réalisé des essais de tractions sur des éprouvettes normalisées choisis à partir de la norme ASTM-A370 (Figure I-7), à une vitesse de

$V = 5.10^{-2} \text{ mm/s}$ et ce à température ambiante (25°C).



I-7 : dessin de définition de l'éprouvette caractéristique de traction d'épaisseur 1.5mm



I-8: courbe caractéristique

Le tableau (I-2) : représente les caractéristiques mécaniques de l'acier inoxydable AISI 304L.

Tableau I-2: Propriétés mécaniques de l'acier 304 L.

R_m (N/mm ²)	$R_{p0,2}$ (N/mm ²)	A%	ρ (Kg/m ³)
633	324	587	7800

II Généralités

sur la

mécanique de

la rupture

II.1 Introduction :

La conception comprend l'ensemble des opérations nécessaires à la création d'une structure optimale aux efforts appliqués sur elle. Dans ce but l'ingénieur propose des sollicitations maximales pour une structure bien définie ou un dimensionnement optimum pour la structure sollicitée à un effort connu. Dans ce cas le concepteur possède des données sur la sollicitation et sur le matériau qui se résume généralement à la limite élastique et les modules de Young et de Poisson, en appliquant la règle de la résistance des matériaux qui est $\sigma \leq \sigma_{adm}$.

Malheureusement dans certains cas la rupture ou la ruine de la structure est fatale. Alors on a pensé à d'autres critères qui se résume dans une nouvelle science, la mécanique de la rupture, et à l'intérieure de cette dernière, il va y avoir des améliorations et des approches qui ne converge pas toujours à la même idée. Dans cette nouvelle conception on ne s'intéresse pas seulement au niveau de la sollicitation et le dimensionnement de la structure mais aussi à la taille admissible des défauts contenus au sein de la structure. Pour ce, on utilise des critères de ruptures pour pouvoir prévenir une rupture ou estimer la durée de vie d'un organe. Parmi ces critères on peut citer :

- En mécanique élastique linéaire de la rupture :

Le facteur d'intensité de contrainte K, le taux de restitution d'énergie G.

- En mécanique élasto-plastique de la rupture :

Le CTOD (Crack Tip Opening Displacement), l'intégral J.

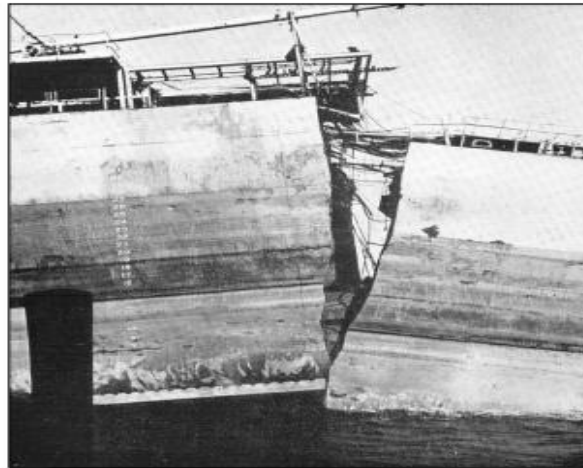
II.2 Aperçu historique :

Léonard de Vinci (1452-1519) a fourni quelques indices sur la cause fondamentale de la rupture. Il a mesuré la force des fils de fer et il a trouvé que la résistance variait inversement à la longueur du fil. Ces résultats impliquent que des défauts dans le matériau contrôlaient la résistance ; un fil plus long correspondait à une probabilité plus élevée d'échantillonner une région contenant un défaut [1]. Ces résultats n'étaient cependant que qualitatifs.

Un lien quantitatif entre la contrainte de rupture et la taille des défauts a été établi par le travail de Griffith, qui a été publié en 1921 [14]. Il a appliqué une analyse de contrainte d'un trou elliptique (réalisée par Inglis 7 ans plus tôt[15]) à la propagation instable d'une fissure, l'approche de Griffith ne s'applique qu'aux solides idéalement fragiles, Les efforts ultérieurs

pour appliquer le modèle de Griffith aux métaux ont échoué, Une modification du modèle de Griffith qui le rendait applicable aux métaux n'est pas arrivée avant 1948.[16]

La mécanique de la rupture est passée du statut de curiosité scientifique à celui de discipline d'ingénierie, principalement à cause de ce qui est arrivé aux Liberty ships pendant la Seconde guerre mondiale[17] ¹



II-1:Le navire cargo "Schenectady" qui a subi une défaillance catastrophique dans le port de portland.[18]

Une fois les causes de la défaillance identifiées, les Liberty restants ont été équipés avec des renforts arrondis aux coins des écoutilles. De plus, des plaques anti-fissures en acier haute résistance ont été rivetées sur le pont à des endroits stratégiques. Ces corrections ont permis d'éviter d'autres fractures graves. À plus long terme, des aciers de construction ont été développés avec une résistance nettement améliorée, et des normes de contrôle de la qualité des soudures ont été élaborées.[19]

Naval Research Laboratory à Washington DC a étudié le problème de la fracture en détail. Le domaine que nous connaissons aujourd'hui sous le nom de mécanique de la rupture est né dans ce laboratoire au cours de la décennie qui a suivi la guerre. Le groupe de recherche sur la mécanique de la rupture au Naval Research Laboratory était dirigé par Dr George R. Irwin.[20]

¹ (2700 cargos construits aux États-Unis destinée à aider la Grande-Bretagne. Le programme Liberty Ships était un succès retentissant jusqu'à ce qu'un jour de 1943, quand l'un des navires s'est complètement brisé en deux alors qu'il naviguait entre la Sibérie et l'Alaska. Des fractures ultérieures se sont produites dans d'autres Liberty ships, environ 400 ont subi des fractures, dont 90 ont été considérées comme graves. Dans 20 navires, la défaillance était essentiellement totale, et environ la moitié d'entre eux se sont cassés complètement en deux.) [5]

En 1956, Irwin a développé le concept de taux de libération d'énergie, dérivé de la théorie de Griffith, mais sous une forme plus utile pour résoudre les problèmes d'ingénierie.[21]

Pendant une période relativement courte (1960-1961), plusieurs chercheurs ont développé des analyses pour corriger la déformation à l'extrémité de la fissure, y compris Irwin, Dugdale, Barenblatt, et Wells. La correction de la zone plastique d'Irwin était une extension relativement simple de la mécanique élastique linéaire de la rupture.

Wells a proposé le déplacement des faces de fissures comme critère alternatif de rupture quand une plasticité importante précède la rupture. Wells a remarqué que les faces des fissures s'écartaient avec la déformation plastique. Cette observation a conduit au développement du paramètre connu aujourd'hui sous le nom de déplacement d'ouverture de la pointe de la fissure (CTOD : Crack Tip Opening Displacement).[22]

En 1968, Rice a développé un autre paramètre pour caractériser le comportement non linéaire des matériaux en amont d'une fissure, Il a montré que le taux de libération d'énergie non linéaire peut être exprimée sous la forme d'une intégrale de ligne, qu'il a appelé l'intégrale J.[23]

Shih a démontré une relation entre l'intégrale J et le CTOD, ce qui implique que les deux paramètres sont également valables pour caractériser la rupture.[24]

Les deux paramètres sont actuellement appliqués à travers La plupart des fondements théoriques de la mécanique de la rupture dynamique qui ont été développés

Le domaine de la mécanique de la rupture a atteint sa maturité au cours des deux dernières décennies du vingtième siècle. Maintenant elle est considérée comme une discipline d'ingénierie établie.

Les travaux plus récents sont allés plus loin, en incorporant le comportement non linéaire des matériaux en fonction du temps, comme la viscoplasticité et la viscoélasticité.

II.3 Comportement des matériaux

II.3.1 Comportement linéaire élastique :

La loi de Hooke généralisé $\sigma = E\varepsilon$ pour un matériau linéaire élastique, les contraintes et les déformations dans le cas tridimensionnel sont exprimer par :

$$\sigma = C : \varepsilon \quad \text{Ou} \quad \sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (\text{III.1})$$

Le tenseur d'élasticité C est un tenseur de quatrième rang qui caractérise par ses composantes C_{ijkl} , c'est-à-dire par les constantes d'élasticité, les propriétés élastiques du matériau. On peut montrer que C , dans le cas anisotrope le plus général, se compose de 21 constantes indépendantes et que les symétries $C_{ijkl} = C_{jikl} = C_{ijlk} = C_{klij}$. En inversant (III.1), la loi d'élasticité alternativement peut s'écrire comme suit :

$$\varepsilon = M : \sigma \quad \text{Ou} \quad \varepsilon_{ij} = M_{ijkl} \sigma_{kl} \quad (\text{III.2})$$

Où $M = C^{-1}$ est le tenseur inverse (conformité). Ses composantes M_{ijkl} ont les mêmes propriétés de symétrie identique à celles de C_{ijkl} . Dans le cas d'un matériau isotrope (même comportement dans toutes les directions), C est un tenseur isotrope qui est déterminé uniquement par deux constantes indépendantes :

$$C_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (\text{III.3})$$

En insérant cette représentation dans (III.1), la loi d'élasticité s'énonce ainsi

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (\text{III.4})$$

Où λ et μ sont les constantes dites de Lamé (G. LAMÉ, 1795-1870). Leur relation avec le module de Young E (T. YOUNG, 1773-1829), le module de cisaillement G , le coefficient de Poisson ν (S.D. POISSON, 1781-1840) et le module d'élasticité isostatique K est donné dans le tableau 1.

	λ, μ	μ, K	basic pair E, G	E, ν
λ	λ	$K - \frac{2}{3}\mu$	$\frac{G(E-2G)}{3G-E}$	$\frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$
μ	μ	μ	G	$\frac{E}{2(1+\nu)}$
K	$\lambda + \frac{2}{3}G$	K	$\frac{GE}{3(3G-E)}$	$\frac{E}{3(1-2\nu)}$
E	$\frac{\mu(3\lambda+2\mu)}{\lambda+\mu}$	$\frac{9K\mu}{3K+\mu}$	E	E
ν	$\frac{\lambda}{2(\lambda+\mu)}$	$\frac{3K-2\mu}{2(3K+\mu)}$	$\frac{E}{2G} - 1$	ν

Tableau II-1: Relation entre les constantes élastique.

En inversant (III.4) selon (III.2) et en utilisant les relations du tableau (III.1), la loi d'élasticité peut être réécrite comme suit :

$$\varepsilon_{ij} = -\frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij} + \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} \quad (\text{III.5})$$

Une autre possibilité de représentation est la décomposition de la loi d'élasticité isotrope en sa partie hydrostatique (volumétrique) et sa partie déviatorique.

$$\sigma_{kk} = 3K \varepsilon_{kk} ; \quad S_{ij} = 2\mu e_{ij} \quad (\text{III.6})$$

II.3.2 Plasticité :

Si les contraintes ou les déformations dépassent une certaine limite, une déformation plastique peut être observée, en particulier dans les matériaux métalliques. Dans ce cas, une modification de la charge entraîne le plus souvent une modification immédiate (indépendante du temps) de la déformation. L'un des effets de la déformation plastique sont les déformations plastiques restantes après le déchargement. Pour la caractérisation d'un matériau élasto-plastique dans la théorie de la plasticité conventionnelle, on suppose généralement que les déformations et les incréments de déformation sont composés de manière additive d'une partie élastique et d'une partie plastique.

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad ; \quad d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^p \quad . \quad (\text{III.7})$$

En reliant les incréments de déformation à un incrément de temps correspondant dt , la répartition additive peut également être exprimée comme suit :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^p \quad (\text{III.8})$$

Pour la partie élastique, on peut supposer une relation linéaire contrainte-déformation, telle que donnée par exemple par (III.1). Être supposée. En conjonction avec (III.7), la loi d'élasticité prend alors la forme suivante :

$$\sigma = C : \varepsilon^e = C : (\varepsilon - \varepsilon^p) \quad (\text{III.9})$$

Comme loi constitutive de la partie plastique, on utilise des formulations en termes d'incrément de déformation plastique ainsi qu'en termes de déformations plastiques totales. Les représentations correspondantes sont connues sous le nom de **plasticité incrémentale** et de **plasticité par déformation** (théorie de la déformation totale), respectivement. Les deux approches supposent généralement l'incompressibilité plastique, c'est-à-dire que les déformations volumétriques plastiques sont nulles : $\varepsilon_{kk}^p = 0$. En conséquence $\varepsilon^p = e^p$.

II.3.2.1 Critère de plasticité

Il est possible de supposer que la déformation ne se produit que si un certain état prévaut, qui est déterminé par les contraintes σ_{ij} . Un tel critère d'élasticité peut être exprimé par :

$$F(\sigma) = 0 \quad (\text{III.10.a})$$

Qui peut être interprétée comme une surface (surface limite) dans l'espace à neuf dimensions des contraintes σ_{ij} . Un état de contrainte sur la surface limite ($F = 0$) caractérise alors que les états de contrainte à l'intérieur de la surface d'élasticité ($F < 0$) correspondent à une réponse élastique. En conséquence, le critère de rendement étendu

$$F(\sigma) \leq 0 \quad (\text{III.10.b})$$

Définit l'ensemble de tous les états de contrainte possibles (admissibles).

La surface d'écoulement peut changer d'emplacement et de forme pendant la déformation plastique. Les cas particuliers sont la croissance auto-similaire de la surface d'écoulement,

connue sous le nom de durcissement isotrope, et la translation pure, connue sous le nom de durcissement cinématique.

Si la surface d'écoulement reste inchangée, la réponse du matériau est dite parfaitement plastique. Comme nous le verrons plus tard en relation avec le principe du travail plastique maximal, la surface d'écoulement est convexe.

Pour un matériau isotrope, le critère limite ne peut dépendre que des invariants $I_\sigma, II_\sigma, III_\sigma$ ce qui est équivalent à une dépendance uniquement sur I_σ, II_s, III_s . Lorsqu'ils sont chargés par un état de contrainte hydrostatique, de nombreux matériaux, en particulier les métaux, présentent un état purement élastique par des déformations volumétriques, c'est-à-dire que I_σ n'influence pas la limite d'élasticité. Ainsi, le critère d'élasticité (III.10.a) se réduit à :

$$F(II_s, III_s) = 0 \quad (III.11)$$

L'équation (III.11) offre une multitude de critères possibles, parmi lesquels seuls deux critères de rendement bien établis et largement utilisés seront mentionnés ici.

Le critère de rendement VON MISES (R. VON MISES, 1883-1953) est donné par l'équation suivante :

$$F = II_s - k^2 = 0 \quad \text{ou} \quad F = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij} - k^2 = 0 \quad (III.12)$$

Il peut également être écrit sous la forme :

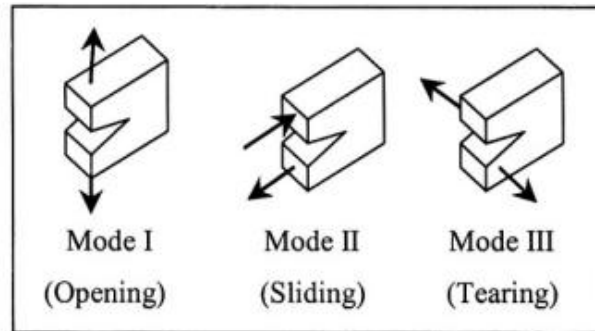
$$F = \frac{1}{6} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right] - k^2 = 0 \quad (III.13)$$

En conséquence, le matériau cède si II_s a atteint la valeur critique k^2 . Sont équivalentes les affirmations selon lesquelles la déformation nécessite une certaine contrainte de cisaillement octaédrique τ_{oct} ou que la réponse élastique linéaire est limitée par une densité critique d'énergie de déformation U_G .

II.4 Eléments de la mécanique de la rupture :

II.4.1 Mode d'ouverture élémentaire des fissures :

Dans les pièces comportant des fissures planes, les mouvements possibles des surfaces de discontinuité ont été classés en trois modes indépendantes, noté I, II et III. Le mode I, ou encore le mode d'ouverture, est considéré comme étant le plus important en mécanique de la rupture. Le mode II, les surfaces de la fissure se déplacent dans le même plan et dans une direction perpendiculaire au fond de fissure. Le mode III, les surfaces de la fissure se déplacent dans le même plan et dans une direction parallèle au fond de la fissure [25]

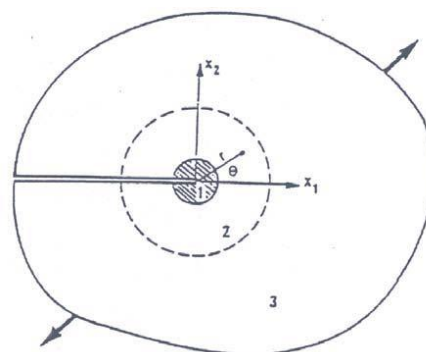


II-2: Les trois fondamentaux d'extension des fissures: (a) Mode d'ouverture I, (b) Mode de glissement, II (c) Mode de déchirement III. [26]

II.4.2 Description d'un milieu fissuré :

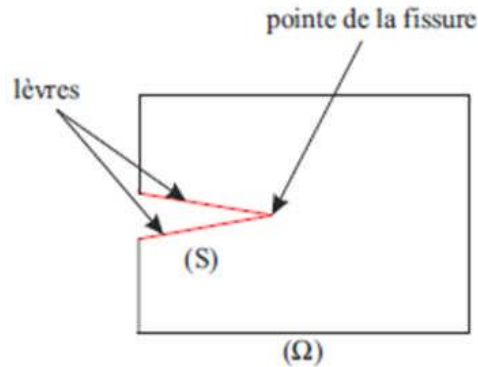
L'étude de la résistance statique d'un matériau comportant une ou plusieurs fissures démontre qu'au voisinage d'une fissure la limite d'élasticité du matériau peut être largement dépassé, et les déformations plastiques localisées sont inévitables. Pour tous les matériaux courants, on peut distinguer dans un milieu fissuré trois zones successives.

- Zone d'élaboration : Cette zone se trouve autour de la pointe de la fissure au cours de la propagation. Cette zone a généralement des dimensions de l'ordre de quelques cristaux. Le caractère discontinu des processus physiques de la rupture dans cette zone rend son étude très difficile, car la frontière entre le microscopique et le macroscopique reste mal définie. Toute analyse de la rupture par une modélisation continue dans cette zone ne peut donc être qu'approximative.
- Zone singulière : Cette zone est définie comme une zone dans laquelle les champs mécaniques sont continus et possèdent une certaine structure « autonome », caractéristique de la seule fissure. La dimension de cette singularité est en $\frac{1}{\sqrt{r}}$, r étant compris entre un rayon dit plastique, en dessous duquel les contraintes dépasseraient σ_y (limite d'élasticité) et un rayon au-dessous duquel l'analyse mathématique deviendrait incorrecte.
- Zone extérieure : Cette zone se situe au-delà des deux précédentes, où les champs mécaniques lointains se raccordent avec le changement et les conditions aux limites [27].



II-3: Zones distinguées au tour de la pointe de fissure.

La fissuration se manifeste par la séparation irréversible d'un milieu continu en deux parties appelées lèvres de fissure. Cette séparation se caractérise par une discontinuité au sens des déplacements.

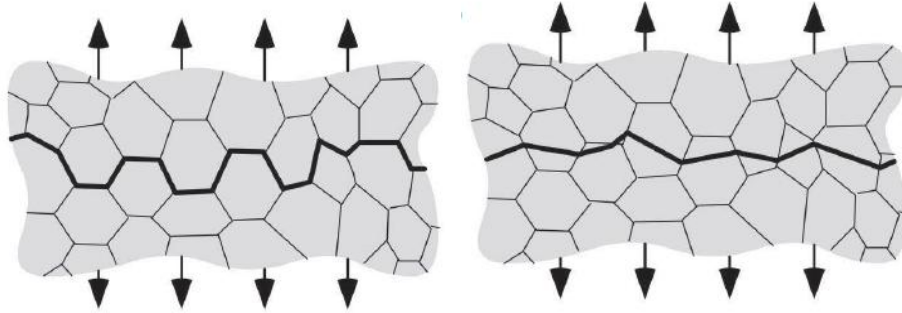


II-4:Fissure dans un milieu continu.

II.4.3 Rupture fragile :

La rupture fragile s'accompagne de très peu de déformation plastique, elle peut être considérée comme la propagation rapide d'une fissure le long d'un plan cristallographique particulier, la rupture fragile se produit par clivage qui peut être cassant. Les plans de clivage préférés sont ceux dont la densité de tassement est la plus faible, car moins de liaisons doivent être rompues et l'espacement entre les plans est plus grand. Dans les alliages métalliques, ce type de rupture est soit :

- Transgranulaire : rupture par clivage ou par glissement dans un grain. Comme l'illustre la figure (II-7 à droite). La fissure qui se propage change de direction chaque fois qu'elle traverse un joint de grain ; la fissure recherche le plan de clivage le plus favorablement orienté dans chaque grain. L'orientation nominale de la fissure de clivage est perpendiculaire à la contrainte principale maximale, ce type de rupture se produit dans le cas des matériaux cubiques centrés.
- Intergranulaire : rupture par glissement le long des joints de grain. Comme l'illustre la figure (II-7 à gauche).



II-5: Les micro-mécanismes de la rupture fragile dans les métaux : le clivage /Transgranulaire et la rupture Intergranulaire.

II.4.4 Rupture ductile :

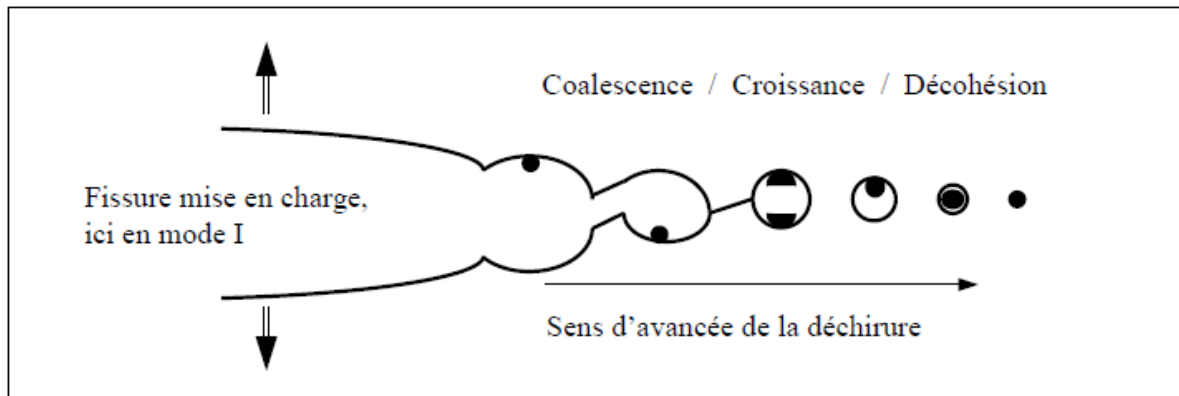
D'une manière générale, tous les processus de la rupture peuvent être considérés comme des transitions entre la propagation stable et instable des fissures.

La rupture ductile est une rupture où la propagation instable de la fissure est précédée d'une déformation plastique. Le terme ductile indique la présence d'une déformation stable, tandis que la rupture désigne l'instabilité de la charge associée à la création soudaine d'une surface macro fissure, la fissure croît lentement au début avant le début de la propagation instable de la fissure, le processus de croissance de la fissure peut être séparé en phases d'initiation de la fissure, et de croissance stable de la fissure, et de croissance instable de la fissure.

Lorsque la quantité de la croissance stable des fissures est faible, on suppose généralement que l'initiation de la fissure coïncide avec l'instabilité de la fissure. Le phénomène de la rupture ductile est associé à une relation non linéaire entre la charge et la déformation qui est attribuée à la déformation plastique et à une croissance lente et stable des fissures.[28]

Les étapes couramment observées dans la rupture ductile (Figure II-7) sont les suivantes :

1. Formation d'une surface libre sur une inclusion ou une particule de seconde phase, par décohésion de l'interface ou fissuration de la particule soit par décohésion de l'interface, soit par fissuration de la particule.
2. Croissance du vide autour de la particule par le biais de la déformation plastique et de l'hydrostatique.
3. Coalescence du vide croissant avec les vides adjacents.[29, p. 12]

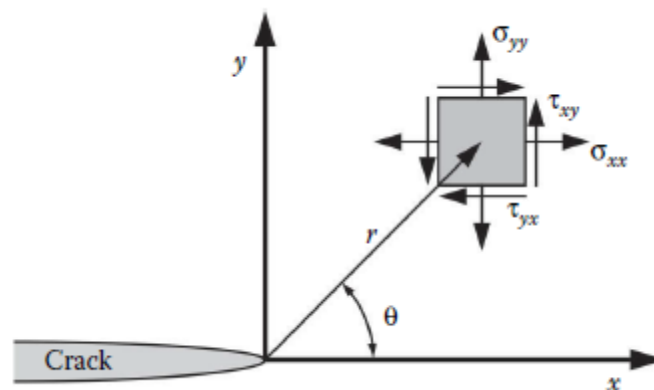


II-6: Mécanisme de la déchirure ductile .[29]

II.5 Mécanique élastique linéaire de la rupture :

La mécanique linéaire de la rupture est une approche qui est caractérisée par trois variables : la contrainte appliquée, la ténacité K_c (facteur d'intensité de contrainte) et une variable additionnelle qui est la taille du défaut a . Il y a cependant deux approches alternatives de la mécanique de la rupture, l'une utilisant le concept du facteur d'intensité des contraintes critique (ténacité du matériau) et l'autre un critère d'énergie.

II.5.1 Facteur d'intensité de contrainte :



II-7: Dénomination de l'axe de coordonnées en avant d'une pointe de fissure. La direction z est normale à la page.

Le facteur d'intensité des contraintes, K , où $\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(1)} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(1)}(\theta)$. Le facteur d'intensité

de la contrainte est généralement noté d'un indice pour indiquer le mode de chargement, c'est-à-dire K_I , K_{II} ou K_{III} . Ainsi, les champs de contrainte en avant d'une pointe de fissure dans un matériau élastique linéaire isotrope peut s'écrire comme suit :

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(I)} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(I)}(\theta) \quad (\text{V.1})$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(II)} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(II)}(\theta) \quad (\text{V.2})$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(III)} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(III)}(\theta) \quad (\text{V.3})$$

Pour définir un facteur caractérisant l'agressivité du champ de contrainte obtenue par application d'une charge sur une pièce fissurée, G.R. Irwin (1957, 1958) a calculé les contraintes et les déplacements au voisinage du fond de fissure (Figure V-2). En considérant les modes I et II, les contraintes et les déplacements ne varient que dans le plan. Le calcul peut se simplifier entre les deux mécanismes : déformation plane ou contrainte plane. Les contraintes sont exprimées par les formules ci-après :

- Mode I

$$\sigma_{11} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left[\cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \right] \quad (\text{V.4})$$

$$\sigma_{22} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left[\cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \right] \quad (\text{V.5})$$

$$K_I = \sigma_g \sqrt{\pi a}$$

$$\tau_{12} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left[\cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \quad (\text{V.6})$$

Considérons l'ancien singulier du mode I sur le plan de fissure, où $\theta = 0$. Selon le tableau, les contraintes dans les directions x et y sont égales :

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \quad (\text{V.7})$$

- Mode II

$$\sigma_{11} = -\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \left[\sin \frac{\theta}{2} \left(2 - \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \right] \quad (\text{V.8})$$

$$\sigma_{22} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \left(\sin \frac{\theta}{2} - \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \quad K_{II} = \tau_g \sqrt{\pi a} \quad (\text{V.9})$$

$$\sigma_{12} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \left[\cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \right] \quad (\text{V.10})$$

Différant des deux modes précédents, le fonctionnement du mode III est extérieur au plan. Le calcul est fait autrement.

$$\sigma_{12} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \quad (V.11)$$

$$\sigma_{21} = -\frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \quad K_{III} = \tau_g \sqrt{\pi a} \quad (V.12)$$

Les facteurs d'intensité des contraintes (FIC), K_I, K_{II}, K_{III} , définissent l'amplitude de la zone de singularité. Les contraintes dans cette zone augmentent proportionnellement à ces derniers. Ils caractérisent alors complètement les conditions à l'extrémité de la fissure. Si les FIC sont connus, on peut déterminer les champs des contraintes, des déformations et des déplacements en fonction des coordonnées r et θ . Le (FIC) est donc un des concepts les plus importants de la mécanique élastique linéaire de la rupture.

II.5.2 Energie de rupture (G) :

L'approche énergétique stipule que l'extension de la fissure (c'est-à-dire la fracture) se produit lorsque l'énergie disponible pour la croissance de la fissure est suffisante pour surmonter la résistance du matériau.

Le taux de libération d'énergie G , qui est de l'énergie est désigné comme le taux de changement de l'énergie potentielle avec la zone de fissure pour un matériau élastique linéaire. Au moment de la rupture, $G = G_C$, le taux de libération d'énergie critique, qui est une mesure de la résistance à la rupture.

Pour une fissure de longueur $2a$ dans une plaque infinie soumise à une contrainte de traction à distance (figure V-2),

Le taux de libération d'énergie est donné par

$$G = \frac{\pi \sigma^2 a}{E} \quad (V.13)$$

E est le module de Young,

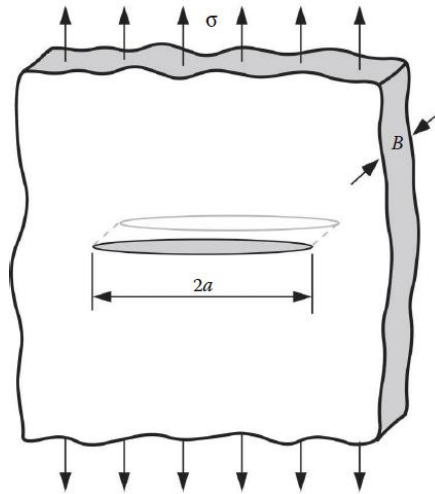
σ est la contrainte appliquée à distance,

a est la demi-longueur de la fissure.

A la rupture, $G = G_C$, et l'équation (V.13) décrit les combinaisons critiques de contrainte et de taille de fissure pour la rupture : $G = G_C$.

$$G_C = \frac{\pi \sigma_f^2 a_c}{E} \quad (V.14)$$

Notez que pour une valeur G_C constante, la contrainte de rupture, f varie avec $1/a$. Le taux de libération d'énergie, G est la force motrice de la rupture, tandis que G_C est la résistance du matériau à la rupture.



II-8: Fissure dans une plaque infinie soumise à un effort de traction à distance. En termes pratique "infini" signifie que la largeur de la plaque est $\gg 2a$

II.5.3 Plasticité de la pointe de la fissure :

L'analyse des contraintes élastiques linéaires des fissures aiguës prévoit des contraintes infinies à l'extrémité de la fissure. Dans les matériaux réels, cependant, les contraintes à l'extrémité de la fissure sont finies parce que le rayon de l'extrémité de la fissure doit être fini. La déformation inélastique du matériau, telle que la plasticité dans les métaux et le fendillement dans les polymères, conduit à une relaxation supplémentaire des contraintes à l'extrémité de la fissure.

L'analyse des contraintes élastiques devient de plus en plus imprécise à mesure que la région inélastique à l'extrémité de la fissure augmente. Des corrections simples du MLER sont disponibles lorsque la pointe de la fissure modérée.

La taille de la zone d'élasticité de la pointe de la fissure peut être estimée par deux méthodes : l'approche Irwin où l'analyse des contraintes élastiques est utilisée pour estimer la limite élastique-plastique, et l'approche Dugdale et Barenblatt où le modèle de rendement en bande. Les deux approches conduisent à des corrections simples pour la déformation en bout de la fissure. Le terme zone plastique s'applique généralement aux métaux,

II.5.3.1 L'approche Irwin[30]:

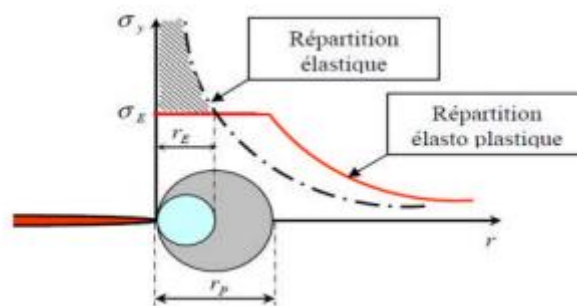
Dans le plan d'une fissure et en aval de l'extrémité de celle-ci, la contrainte normale σ_y est donnée, par exemple dans le cas d'une sollicitation en mode I (avec $\theta=0$), par :

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \quad (\text{V-15})$$

Irwin considère en première approximation que la frontière entre zones élastique et plastique correspond aux lieux des points où les contraintes atteignent la limite d'élasticité du matériau. Pour la détermination du rayon r_E pour lequel cette frontière coupe le plan d'une fissure en contraintes planes, il pose $\sigma_y = \sigma_E$ où σ_E est la limite d'élasticité en traction simple [40] ce qui conduit à :

$$r_E = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_E} \right)^2 \quad (\text{V-16})$$

Pour représenter la longueur r_E (figure II.9), on suppose que le comportement du matériau est élastique plastique parfait pour ensuite tout simplement tronquer le champ des contraintes à $\sigma_y = \sigma_E$



II-9: Répartition des contraintes élastiques et élastoplastiques dans la plan de la fissure sur et en aval de son extrémité [31]

Cette analyse fait cependant abstraction des forces non transmises représentées par l'aire hachurée de la figure (II-9). Pour tenir compte de ces forces, il convient d'assurer l'équilibre entre les deux répartitions (élastique et élastoplastique) des contraintes. La taille r_p de la zone plastique doit être supérieure à r_E . L'équilibre des forces entre les deux configurations conduit à :

$$r_p = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_E} \right)^2 \quad (\text{Contraintes planes})$$

$$r_p = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_E \sqrt{3}} \right)^2 \quad (\text{Déformations planes})$$

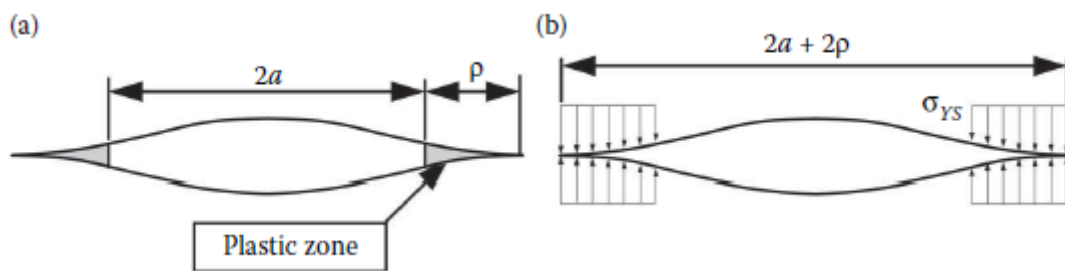
La distribution des contraintes dans la répartition élastoplastique pour $r > r_p$ est obtenue par une translation d'une distance r_E de la répartition élastique (figure II.9). Irwin rend compte de cette translation en définissant un FIC effectif qu'il obtient en augmentant la longueur de fissure de r_E , ce qui revient à considérer non pas la longueur réelle a de la fissure mais une longueur effective $a_{eff} = a + r_E$. C'est ainsi que, dans le cas d'une fissure traversant une plaque infinie chargée en mode I [32], le FIC_{eff} devient :

$$K_{eff} = \sigma \sqrt{\pi(a + r_E)} = \sigma \sqrt{\pi a} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma}{\sigma_E} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (V-17)$$

A noter que dans le cas du FIC non corrigé est $K_I = \alpha \sigma \sqrt{\pi a}$

II.5.3.2 L'approche de Dugdale[33] et Barenblatt [34]:

Le modèle de rendement en bande, illustré à la figure (II-10), a été proposé pour la première fois par Dugdale et Barenblatt. Ils ont supposé une zone plastique longue et mince à l'extrémité de la fissure dans un matériau non durcissant sous contrainte plane. Ces premières analyses ne considéraient qu'une fissure dans une plaque infinie. La zone plastique d'élasticité de la bande est modélisée en supposant une fissure de longueur $2a + 2\rho$, où est la longueur de la zone plastique, avec une contrainte de fermeture égale à σ_{YS} appliqué à chaque extrémité de la fissure (V-6.b).



II-10:Le modèle de rendement de la bande. La zone plastique (a) est modélisée par des contraintes de compression de l'amplitude de rendement à chaque point de l'extrémité de fissure (b)
 Ce modèle approxime le comportement élastique-plastique en superposant deux solutions élastiques : une fissure sous tension à distance et une fissure avec des contraintes de fermeture à la pointe. Ainsi, le modèle de rendement de la bande est une application classique du principe de superposition.

Puisque les contraintes sont finies dans la zone d'élasticité de la bande, il ne peut y avoir de singularité de contrainte à l'extrémité de la fissure. Par conséquent, le terme principal du champ de la pointe de la fissure qui varie avec $1/r$ doit être nul. La longueur de la zone plastique, doit être choisie de manière à ce que les facteurs d'intensité de contrainte de la tension à distance et de la fermeture de la bande soient égaux à zéro. Facteurs d'intensité de la contrainte provenant de la tension à distance et de la contrainte de fermeture s'annulent.

L'intensité de la contrainte due à la contrainte de fermeture peut être estimée en considérant une force normale P appliquée à la fissure à une distance x de la ligne centrale de la fissure (Figure V-7). Les intensités de contrainte de intensités de contrainte pour les deux extrémités de la fissure sont données par :

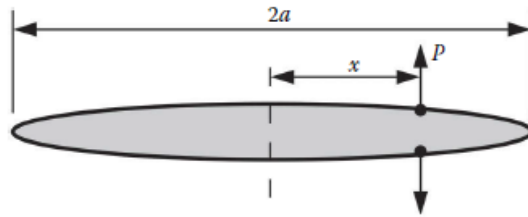
$$K_{I(+a)} = \frac{p}{\sqrt{\pi a}} \sqrt{\frac{a+x}{a-x}} \quad (\text{V.24})$$

$$K_{I(-a)} = \frac{p}{\sqrt{\pi a}} \sqrt{\frac{a-x}{a+x}} \quad (\text{V.25})$$

En supposant que la plaque a une épaisseur unitaire. La force de fermeture en un point situé dans la zone d'élasticité de la bande de la bande est égale à :

$$p = -\sigma_{ys} dx \quad (\text{V.26})$$

Ainsi, l'intensité de contrainte totale à chaque pointe de fissure résultant des contraintes de fermeture est obtenue en remplaçant a par $a+\rho$ dans les équations (V.24) et (V.25) et en additionnant la contribution des deux extrémités de fissures :



II-11:force d'ouverture de la fissure appliquée à une distance x de la ligne centrale.

$$\begin{aligned} K_{fermeture} &= -\frac{\sigma_{ys}}{\sqrt{\pi(a+\rho)}} \int_a^{a+\rho} \left\{ \sqrt{\frac{a+\rho+x}{a+\rho-x}} + \sqrt{\frac{a+\rho-x}{a+\rho+x}} \right\} dx \\ &= -2\sigma_{ys} \sqrt{\frac{a+\rho}{\pi}} \int_a^{a+\rho} \frac{dx}{\sqrt{(a+\rho)^2 - x^2}} \end{aligned} \quad (\text{V.27})$$

En résolvant cette intégrale, on obtient :

$$K_{fermeture} = -2\sigma_{ys} \sqrt{\frac{a+\rho}{\pi}} \cos^{-1} \left(\frac{a}{a+\rho} \right) \quad (\text{V.28})$$

L'intensité de la contrainte provenant de la contrainte de traction à distance $K_\sigma = \sigma\sqrt{\pi(a+\rho)}$, doit s'équilibrer avec $K_{femture}$. Par conséquent,

$$\frac{a}{a+\rho} = \cos\left(\frac{\pi\sigma}{2\sigma_{YS}}\right) \quad (V.29)$$

Notez que l'on s'approche de l'infini avec $\sigma \rightarrow \sigma_{YS}$. Explorons plus avant le modèle de rendement de la bande en effectuant une expansion en série de Taylor sur l'équation (V.29).

$$\frac{a}{a+\rho} = 1 - \frac{1}{2!}\left(\frac{\pi\sigma}{2\sigma_{YS}}\right)^2 + \frac{1}{4!}\left(\frac{\pi\sigma}{2\sigma_{YS}}\right)^4 - \frac{1}{6!}\left(\frac{\pi\sigma}{2\sigma_{YS}}\right)^6 + \dots \quad (V.31)$$

En négligeant tous les termes sauf les deux premiers et en résolvant la taille de la zone plastique, on obtient :

$$\rho = \frac{\pi^2\sigma^2 a}{8\sigma_{YS}^2} = \frac{\pi}{8}\left(\frac{K_I}{\sigma_{YS}}\right)^2 \quad (V.32)$$

Pour $\sigma \ll \sigma_{YS}$. Notez la similitude entre les équations (V.32) et (V.14) Puisque $1/\pi = 0.318$ et $\pi/8 = 392$, les approches de rendement d'Irwin et de la bande prédisent des tailles de zone plastique similaires.

Une façon d'estimer l'intensité de la contrainte effective avec le modèle de rendement de la bande est de fixer a_{eff} égale à $a+\rho$:

$$K_{ff} = \sigma\sqrt{\pi a \sec\left(\frac{\pi\sigma}{2\sigma_{YS}}\right)} \quad (V.33)$$

Cependant, l'équation (V.33) a tendance à surestimer K_{eff} ; le a_{eff} réel est un peu inférieur à $a+\rho$ parce que la zone d'élasticité de la bande est chargée à σ_{YS} . Burdekin et Stone ont obtenu une estimation plus réaliste de K_{eff} pour le modèle de rendement de la bande.

$$K_{eff} = \sigma_{YS}\sqrt{\pi a \left[\frac{8}{\pi^2} \ln \sec\left(\frac{\pi\sigma}{2\sigma_{YS}}\right)\right]^{1/2}} \quad (V.34)$$

II.6 Mécanique élasto-plastique de la rupture :

La mécanique de la rupture élasto-plastique s'applique aux matériaux qui présentent un comportement non linéaire et indépendant du temps (c'est-à-dire un comportement plastique).

Deux paramètres élasto-plastiques sont introduits dans cette partie : le déplacement d'ouverture de la pointe de la fissure (CTOD) et l'intégrale de contour J. Ces deux paramètres

décrivent les conditions de pointe de fissure dans les matériaux élasto-plastiques, et chacun d'eux peut être utilisé comme critère de rupture.

Les valeurs critiques de CTOD ou de J donnent des mesures de la résistance à la rupture presque indépendante de la taille, même pour des matériaux relativement petits. de la ténacité à la rupture, même pour des quantités relativement importantes de plasticité à l'extrémité de la fissure.

II.6.1 : Le déplacement d'ouverture de la pointe de la fissure (Crack Tip Opening Displacement) CTOD :

Lorsque Wells a tenté de mesurer les valeurs de K_{Ic} dans un certain nombre d'aciers de construction, il a constaté que ces matériaux étaient trop durs pour être caractérisés par MLE. Cette découverte a apporté à la fois bonne et mauvaise nouvelle : une ténacité élevée est évidemment souhaitable pour les concepteurs et les fabricants, mais les expériences de Wells ont indiqué que la théorie existante de la mécanique de la rupture n'était pas applicable à une catégorie importante de matériaux. En examinant des spécimens de test fracturés, Wells a remarqué que les faces de la fissure s'étaient écartées avant la rupture ; la déformation plastique a émoussé une fissure initialement nette, comme l'illustre la figure (VI-1). Le degré d'émoussement des fissures augmente proportionnellement à la ténacité du matériau. Cette observation a conduit Wells à proposer l'ouverture à l'extrémité de la fissure comme une mesure de la résistance à la rupture de la fissure comme. Aujourd'hui, ce paramètre est connu sous le nom de CTOD.

Dans son article original, Wells a effectué une analyse approximative qui liait le CTOD au facteur d'intensité de la contrainte dans la limite de l'élasticité à petite échelle. Considérons une fissure avec une petite zone plastique, comme illustré à la (Figure VI.2). Irwin a postulé que la plasticité de l'extrémité de la fissure fait que la fissure se comporte comme si elle était légèrement plus longue. Ainsi, nous pouvons estimer le CTOD en résolvant le déplacement à l'extrémité physique de la fissure, en supposant une longueur de fissure effective de

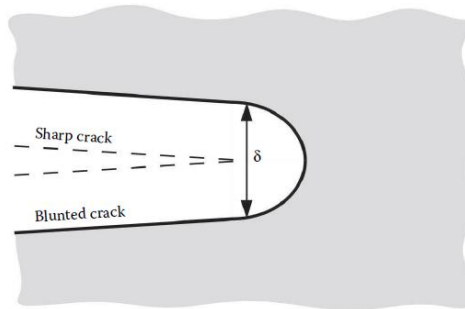
$a + r_y$, le déplacement r_y derrière la pointe de fissure effective est donné par :

$$u_y = \frac{k+1}{2\mu} K_I \sqrt{\frac{r_y}{2\pi}} = \frac{4}{E'} K_I \sqrt{\frac{r_y}{2\pi}} \quad (\text{VI.1})$$

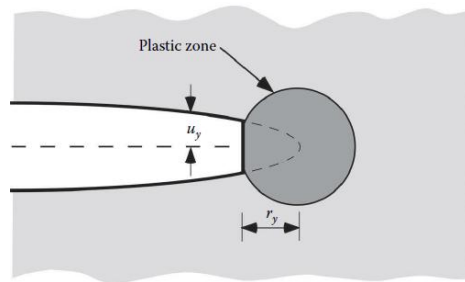
E' est le module d'Young effectif.

La correction de la zone plastique d'Irwin pour une contrainte plane est :

$$r_y = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_{YS}} \right)^2 \quad (\text{VI.2})$$



II-12: Déplacement d'ouverture de la pointe de fissure (CTOD). Fissure initialement aigue s'é moussse avec la déformation plastique, ce qui entraîne un déplacement limité à l'extrémité (δ) de la fissure.



II-13: Estimation du CTOD à partir du déplacement de la fissure effective dans la correction de la zone plastique d'IRWIN

En substituant l'équation (VI.2) dans l'équation (VI. 1), on obtient :

$$\delta = 2u_y = \frac{4}{\pi} \frac{K_I^2}{\sigma_{YS} E} \quad (\text{VI.3})$$

Où (δ) est le CTOD. On peut également relier le CTOD au taux de libération d'énergie en appliquant l'équation (VI. 2)

$$\delta = \frac{4}{\pi} \frac{G}{\sigma_{YS}} \quad (\text{VI.4})$$

Ainsi, dans la limite du rendement à petite échelle, le CTOD est lié à G et K_I . Wells a postulé que la CTOD est un paramètre approprié pour caractériser la pointe de fissure lorsque la mécanique de la rupture élastique linéaire n'est plus valable.

Le modèle de rendement des bandes constitue un autre moyen d'analyser le CTOD, où la zone plastique a été modélisée par des contraintes de fermeture de type limite élastique. La taille de la zone de rendement de la bande a été déterminée par l'exigence de contraintes finies à l'extrémité de la fissure. Le CTOD peut être considéré comme le déplacement d'ouverture de

la fissure à l'extrémité de la zone d'élasticité de la bande, comme l'illustre la figure (VI.3). Selon cette définition, le CTOD d'une fissure dans une plaque infinie soumise à une contrainte de traction à distance est donné par.

$$\delta = \frac{8\sigma_{YS}a}{\pi E} \ln \sec \left(\frac{\pi \sigma}{2 \sigma_{YS}} \right) \quad (VI.5)$$

L'équation (VI.5) est dérivée. L'expansion en série de Taylor du terme $\ln \sec$ donne :

$$\delta = \frac{8\sigma_{YS}a}{\pi E} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\pi \sigma}{2 \sigma_{YS}} \right)^2 + \frac{1}{12} \left(\frac{\pi \sigma}{2 \sigma_{YS}} \right)^4 + \dots \right] \quad (VI.6)$$

Par conséquent, comme $\sigma/\sigma_{YS} \rightarrow 0$

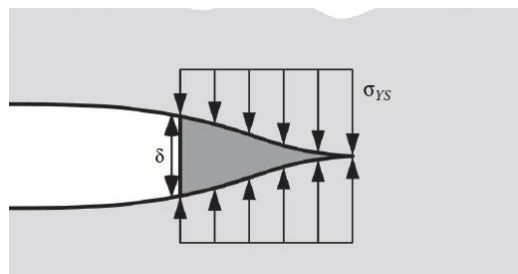
$$\delta = \frac{K_I^2}{\sigma_{YS} E} = \frac{G}{\sigma_{YS}} \quad (VI.7)$$

Qui diffère légèrement de l'équation (VI.3).

Le modèle de rendement de la bande suppose des conditions de contrainte planes et un matériau non durcissant. La relation réelle entre CTOD, KI et G dépend de l'état de contrainte et de l'érouissage durcissement. La forme plus générale de cette relation peut être exprimée comme suit :

$$\delta = \frac{K_I^2}{m\sigma_{YS} E'} = \frac{G}{m\sigma_{YS}} \quad (VI.8)$$

Où m est une constante sans dimension qui vaut approximativement 1,0 pour une contrainte plane et 2,0 pour une déformation plane.

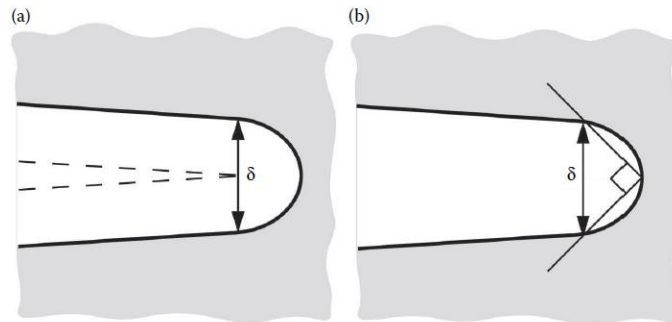


II-14: Estimation de la CTOD à partir du modèle de rendement en bandes.

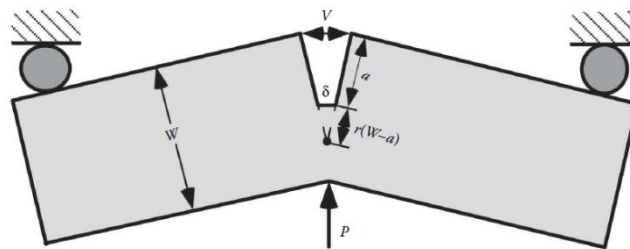
Il existe un certain nombre de dénominations alternatives du CTOD. Les deux dénominations les plus courantes, illustrées à la figure (VI.4), sont le déplacement à la pointe de la fissure originale et l'interception à 90°. Cette dernière définition a été suggérée par Rice et est couramment utilisée pour déduire le CTOD dans les mesures par éléments finis. Notez que

cela plupart des mesures en laboratoire du CTOD ont été effectuées sur des spécimens fissurés sur les bords, chargés en flexion trois points. Les premières expériences utilisaient une jauge en forme de palette qui était insérée dans la fissure ; lorsque la fissure s'ouvrait, la jauge en forme de palette tournait, et un signal électronique était envoyé à un traceur x-y. Cette méthode était toutefois imprécise. Car il était difficile d'atteindre la pointe de la fissure avec la jauge à palette. Aujourd'hui, le déplacement V , à l'embouchure de la fissure est mesuré et le CTOD est déduit en supposant que les moitiés de l'éprouvette sont rigides et tournent autour d'un point d'articulation, comme illustré à la figure (VI.5). En se référant à cette figure, nous pouvons estimer le CTOD à partir d'une construction triangulaire similaire :

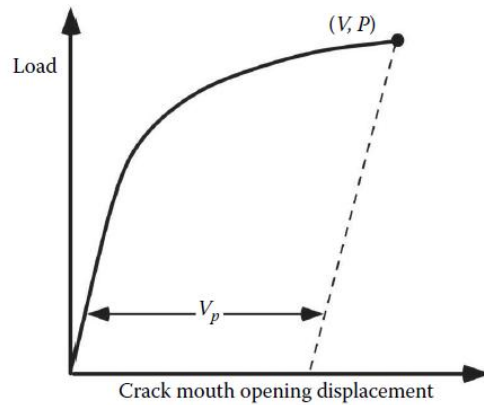
$$\frac{\delta}{r(W-a)} = \frac{V}{r(W-a)+a} \quad (\text{VI.9})$$



II-15: définition alternative de CTOD : (a) déplacement à la pointe de la fissure originale et (b) déplacement à l'intersection d'un sommet à 90° avec les fourches de la fissure.



II-16: Le modèle de charnière pour l'estimation du TOD à partir d'éprouvettes de flexion à trois points.



II-17: Détermination de la composante plastique du déplacement de l'ouverture de la fissure.

$$\delta = \frac{r(W-a)V}{r(W-a)+a} \quad (\text{VI.9})$$

Où r est le facteur de rotation, une constante sans dimension comprise entre 0 et 1.

Le modèle de charnière est inexact lorsque les déplacements sont principalement élastiques. Par conséquent, méthodes standard pour les essais CTOD adoptent généralement un modèle de charnière modélisé, dans lequel les déplacements sont séparés en composantes élastiques et plastiques ; l'hypothèse de la charnière est appliquée uniquement aux déplacements plastiques. La figure (VI.6) illustre une courbe typique de charge (P) en fonction du déplacement (V) d'un essai de charnière modélisé. Déplacement (V) d'un essai CTOD. La forme de la courbe charge-déplacement est similaire à une courbe de contrainte-déformation : elle est initialement linéaire mais s'écarte de la linéarité avec la déformation plastique. En un point donné de la courbe, le déplacement est séparé en composantes élastique et plastique en construisant une ligne parallèle à la courbe plastique en construisant une ligne parallèle à la ligne de charge élastique. La ligne en pointillés représente la trajectoire de déchargement pour cette éprouvette, en supposant que la fissure ne se développe pas pendant l'essai. Le CTOD de ce spécimen est estimé par :

$$\delta = \delta_{el} + \sigma_p = \frac{K_I^2}{m\sigma_{YS}E'} + \frac{r_p(W-a)V_p}{r_p(W-a)+a} \quad (\text{VI.10})$$

Les indices "el" et "p" désignent respectivement les composantes élastiques et plastiques. Le facteur d'intensité de la contrainte élastique est calculé en insérant la charge et les dimensions de l'échantillon dans l'expression appropriée. Le facteur de rotation plastique, r_p est d'environ 0,44 pour des matériaux et des spécimens d'essai typiques. Notez que l'équation (VI.10) se

réduit au résultat de l'élasticité à petite échelle (équation VI.10) pour des conditions élastiques linéaires, mais le modèle de charnière domine lorsque $V \approx V_p$.

II.6.2 L'intégrale du contour J :

II.6.2.1 Taux de libération d'énergie non linéaire

Dans cette section, cependant, l'interprétation du taux de libération de l'énergie est discutée en premier lieu parce c'est un facteur important dans l'analyse des fissures dans les matériaux élastiques non linéaires.

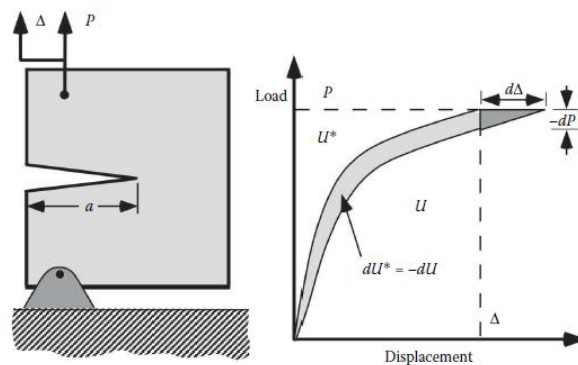
$$J = -\frac{d\Pi}{dA} \quad (\text{VI.11})$$

Où Π est l'énergie potentielle et A est la surface de la fissure. L'énergie potentielle est donnée par :

$$\Pi = U - F \quad (\text{VI.12})$$

Où U est l'énergie de déformation stockée dans le corps et F est le travail effectué par les forces externes. Considérez une plaque fissurée qui présente une courbe charge-déplacement non linéaire, comme illustré à la figure (VI-7). Si la plaque a une épaisseur unitaire, $A = a$. Pour le contrôle de la charge,

$$\Pi = U - p\Delta = -U^*$$



II-18:Taux de libération d'énergie non linéaire.

Où U^* est l'énergie de déformation complémentaire, définie comme suit

$$U^* = \int_0^p \Delta dp \quad (\text{VI.13})$$

Ainsi, si la plaque de la figure (VI-7) est en contrôle de charge, J est donné par :

$$J = \left(\frac{dU^*}{da} \right)_p \quad (\text{VI.14})$$

Si la fissure avance à un déplacement fixe, $F = 0$, et J est donné par :

$$J = - \left(\frac{dU}{da} \right)_\Delta \quad (\text{VI.15})$$

Selon la figure, dU^* pour le contrôle de la charge diffère de $-dU$ pour le contrôle du déplacement par la quantité $\frac{1}{2} dP d\Delta$, qui est infiniment petite par rapport à dU . Par conséquent, J pour le contrôle de la charge est égal à J pour le contrôle du déplacement.

En invoquant les dénominations de U et U^* , nous pouvons exprimer J en termes de charge et de déplacement :

$$J = \left(\frac{\partial}{\partial a} \int_0^p \Delta dp \right)_p = \int_0^p \left(\frac{\partial \Delta}{\partial a} \right)_p dp \quad (\text{VI.16})$$

$$\text{Ou } J = - \left(\frac{\partial}{\partial a} \int_0^\Delta P d\Delta \right)_\Delta = - \int_0^\Delta \left(\frac{\partial P}{\partial a} \right)_\Delta d\Delta \quad (\text{VI.17})$$

L'intégration de l'équation (VI.17) par parties conduit à une preuve rigoureuse de ce que nous avons déjà déduit de la (figure VI-7). C'est-à-dire que les équations sont égales, et que J est le même pour les conditions de charge et d'adhérence fixes.

Ainsi, J est une version plus générale du taux de libération d'énergie. Pour le cas particulier d'un matériau élastique linéaire, $J = G$. Aussi,

$$J = \frac{K_I^2}{E'} \quad (\text{VI.18})$$

Pour un chargement linéaire élastique de Mode I

Une mise en garde s'impose lorsque l'on applique J à des matériaux élasto-plastiques. L'énergie est normalement considérée comme l'énergie potentielle qui est libérée d'une structure lorsque la fissure se développe dans un matériau élastique. Cependant, une grande partie de l'énergie de déformation absorbée par un matériau élasto-plastique n'est pas récupérée lorsque la fissure s'agrandit ou que l'éprouvette est déchargée. Une fissure croissante dans un matériau élasto-plastique laisse un sillage plastique.

La définition du taux de libération d'énergie de J est utile pour les matériaux élastiques-plastiques lorsqu'elle est appliquée de manière appropriée.

II.6.2.2 J en tant qu'intégrale de ligne indépendante de la trajectoire :

Considérons une trajectoire arbitraire dans le sens inverse des aiguilles d'une montre (Γ) autour de la pointe d'une fissure, comme le montre la figure (II-19). L'intégrale J est donnée par :

$$J = \int \left(w dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds \right) \quad (\text{VI.19})$$

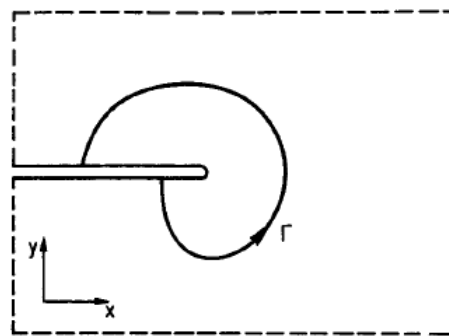
Où w est la densité d'énergie de déformation, T_i sont les composantes du vecteur traction, u_i sont les composantes du vecteur déplacement, et ds est l'incrément de longueur le long du contour. Le site densité d'énergie de déformation est défini comme suit :

$$w = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} \quad (\text{VI.20})$$

Où σ_{ij} et ε_{ij} sont les tenseurs de contrainte et de déformation, respectivement. La traction est un vecteur de contrainte en un point donné du contour. Autrement dit, si nous devons construire un diagramme de corps libre du matériau à l'intérieur du contour, T_{ij} définirait les contraintes agissant aux frontières. Les composantes de vecteur traction sont données par :

$$T_i = \sigma_{ij} n_j \quad (\text{VI.21})$$

Où n_j sont les composantes du vecteur unitaire normal à Γ .



II-19:Contour arbitraire autour de l'extrémité d'une fissure.

II.6.2.3 Mesure en laboratoire de J :

Lorsque le comportement du matériau est élastique linéaire, le calcul du J dans une éprouvette ou une structure est relativement simple car $J = G$, et G est lié de manière unique au facteur d'intensité de la contrainte. Cette dernière quantité peut être calculée à partir de la charge et de

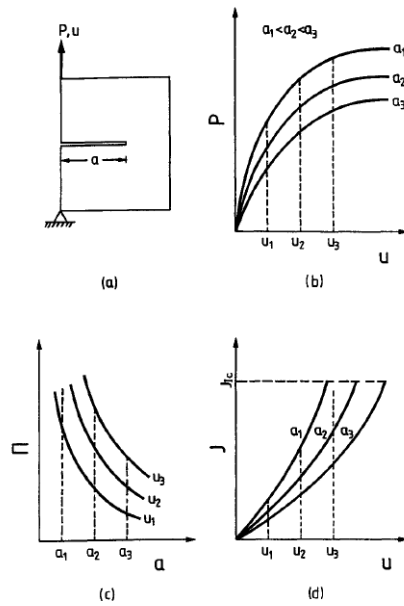
la taille de la fissure, en supposant qu'il existe une solution K pour cette géométrie particulière est disponible.

Le calcul de l'intégrale J est un peu plus difficile lorsque le matériau est non linéaire. Le principe de superposition ne s'applique plus, et J n'est pas proportionnel à la charge appliquée. Ainsi, une relation simple entre J , la charge et la longueur de la fissure n'est généralement pas disponible.

Une des options pour déterminer J est d'appliquer la définition de l'intégrale de ligne, équation (VI.19), à la configuration qui nous intéresse. Read a mesuré l'intégrale de J dans des panneaux d'essai en fixant un ensemble de jauges de contrainte dans un contour autour de la pointe de la fissure. Puisque J est indépendant du chemin et que le choix du contour est arbitraire, il a sélectionné un contour de manière à simplifier le plus possible le calcul de J autant que possible. Cette méthode peut également être appliquée à l'analyse par éléments finis ; c'est-à-dire que les contraintes, les déformations et les déplacements peuvent être déterminés le long d'un contour et J peut alors être calculé selon l'équation (VI.19). La méthode du contour pour déterminer J est cependant peu pratique dans la plupart des cas. L'instrumentation requise pour les mesures expérimentales de l'intégrale des contours est très encombrante, et la méthode des contours n'est pas non plus très attrayante en analyse numérique.

Begley et Landes, qui ont été parmi les premiers à mesurer J expérimentalement, ont invoqué la définition du taux de libération d'énergie de J (équation VI.11). La figure (VI.12) illustre schématiquement leur approche. Ils ont obtenu une série de spécimens d'essai de la même taille, géométrie et matériau et ont introduit des fissures de différentes longueurs. Ils ont déformé chaque spécimen et tracé la charge en fonction du déplacement (figure VI-12. b). L'aire sous une courbe donnée est égale à U , l'énergie absorbée par le spécimen. Landes et Begley ont tracé U en fonction de la longueur de fissure pour différents déplacements fixes (figure VI-12.c). Pour une éprouvette fissurée sur le bord d'une épaisseur de B , l'intégrale J est donnée par :

$$J = -\frac{1}{B} \left(\frac{\partial U}{\partial a} \right)_{\Delta} \quad (\text{VI.27})$$



II-20:Schéma des première mesures expérimentales de J, effectuées par Landes et Begley.[35]

Ainsi, J peut être calculé en déterminant la pente de la tangente aux courbes de la figure (VI.12.c). L'application de l'équation (VI.27) conduit à la figure (VI-12.d), un tracé de J en fonction du déplacement pour différentes longueurs de fissures. Cette dernière est une courbe d'étalonnage, qui ne s'applique qu'au matériau, la taille de l'échantillon, la géométrie de l'échantillon et la température pour lesquels elle a été obtenue. L'approche de Landes et Begley présente des inconvénients évidents, puisque de multiples spécimens doivent être testés et analysés pour déterminer J dans un ensemble particulier de circonstances.

Rice et al ont montré qu'il était possible, dans certains cas, de déterminer J directement à partir de la courbe charge-déplacement d'un seul spécimen. Leurs dérivations des relations J pour plusieurs configurations de spécimens démontrent l'utilité de l'analyse dimensionnelle.

Dans le cas d'une éprouvette SENT, les équations adéquates pour calculer l'évolution de l'intégrale J sont[36]:

- Facteur d'intensité de contrainte :

$$K = \frac{P}{(BB_N W)^{\frac{1}{2}}} f\left(\frac{a_0}{W}\right) \quad (VI.28)$$

- Facteur géométrique :

$$f\left(\frac{a_0}{w}\right) = \frac{\left(\frac{a_0}{w}\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(1+2\frac{a_0}{w}\right)\left(1-\frac{a_0}{w}\right)^{\frac{3}{2}}} \left[\begin{array}{l} 1,985 + 0,71\left(\frac{a_0}{w}\right) + 11,81\left(\frac{a_0}{w}\right)^2 \\ -48,015\left(\frac{a_0}{w}\right)^3 + 103,4\left(\frac{a_0}{w}\right)^4 - 121,55\left(\frac{a_0}{w}\right)^5 + 51,67\left(\frac{a_0}{w}\right)^6 \end{array} \right] \quad (\text{VI.29})$$

$$J = J_{el} + J_{pl} \quad (\text{VI.30})$$

J = énergie totale de rupture (J/m^2),

J_{el} = portion élastique de l'énergie de rupture (J/m^2),

J_{pl} = L'aire plastique de l'énergie de rupture (J/m^2)

La composante élastique J_{el} est calculée directement à partir du facteur d'intensité de contrainte K pour une fissure à déformation plane :

$$J_{el} = \frac{K^2 (1-\nu^2)}{E} \quad (\text{VI.31})$$

E : module de Young

ν : Coefficient de poisson

K le facteur d'intensité de contrainte élastique.

$$J_{pl} = \frac{\eta \cdot A_{pl}}{B_N b} \quad (\text{VI.32})$$

Où

η Est un facteur de géométrie plastique $\eta = 2 + 0.522 b_0/w$

$b_0 = W - a_0$ est le ligament de l'éprouvette.

B_N : est l'épaisseur nette de l'éprouvette.

A_{pl} : est l'aire plastique sous la courbe charge-LLD obtenue dans un essai de rupture.[37]

Ces équations vont être utilisé dans un programme sur le logicielle de calcule numérique Matlab pour calculer l'évaluation de l'intégrale J dans le chapitre III.

II.7 Calcule numérique :

Les ordinateurs ont eu une énorme influence sur pratiquement toutes les branches de l'ingénierie, et la mécanique des fractures ne fait pas exception. La modélisation numérique est devenue un outil indispensable dans l'analyse des fractures, car relativement peu de problèmes pratiques ont des solutions analytiques à forme fermée.

Des solutions d'intensité de contrainte pour des centaines de congurations ont été publiées, la majorité d'entre elles ont été déduites de modèles numériques. Les analyses élastiques-plastiques pour calculer l'intégrale J et le CTOD deviennent également relativement

courantes. En outre, chercheurs appliquent des techniques numériques avancées à des problèmes particuliers, tels que la fracture aux interfaces, la rupture dynamique et la croissance ductile des fissures développée à l'origine par des ingénieurs en structures qui l'on appliquées principalement à des calculs dans le domaine linéaire

Une des méthodes les plus en vue dans ce domaine est la méthode des éléments finis qui a été développée à l'origine par des ingénieurs en structure, cette méthode a tellement de succès qu'elle fût successivement étendue à tous les domaines de la mécanique particulièrement la mécanique des fluides l'aéronautique...etc.

II.8 Qu'est-ce que la méthode des éléments finis :

Un problème d'ingénieur est généralement représenté par un modèle mathématique : des équations aux dérivées partielles sur un domaine géométrique avec des conditions aux limites sur les frontières de ce domaine. De plus, étant un problème continu, il possède une infinité de degrés de liberté. A l'exception de quelques cas ayant une géométrie très simple, il est très difficile sinon impossible de trouver une solution analytique au problème et d'étudier son comportement en une seule opération. Pour pouvoir trouver une solution, l'ingénieur est donc amené à remplacer le système continu par un système discret équivalent ayant un nombre fini de degrés de liberté. En traiter le système discret par une méthode numérique telle la méthode des éléments finis pour le calcul des champs de contraintes et de déformation en tous points du système.

La méthode des éléments finis se met en deux étapes. Dans la première le domaine géométrique est subdivisé en sous domaines de géométrie simple, appelés éléments, ces éléments sont connectés aux nœuds où la continuité des champs de déplacement est assurée sur lesquels l'étude du problème peut se faire en une seule opération. Dans la seconde, les équations aux dérivées partielles sont remplacées par des équations algébriques à l'aide du calcul vibrationnel ou des méthodes de minimisation de l'erreur comme celle des résidus pondérés. La solution finale s'obtient résolvant un système d'équations global formé assemblant les équations algébriques obtenues sur tous les éléments constituant le domaine. Ces étapes se font de nos jours grâce à des logiciels de calcul tel le logiciel ABAQUS

II.9 Qu'est-ce que ABAQUS :

ABAQUS est l'un des logiciels de conception et de calcul assistés par ordinateur qui a été développé par Hibbit, Karlsson & Sorensen (HKS) devenu ABAQUS, Inc depuis le début de la théorie des éléments finis et a été amélioré au fur et à mesure pour intégrer toutes les

nouveautés de la théorie et des besoins de l'entreprise, jusqu'à ce que l'entreprise soit rachetée par Dassault industries en Octobre de l'année 2005.

ABAQUS est avant tout un logiciel de simulation par éléments finis de problèmes très variés en mécanique. Il est connu et répandu, en particulier pour ses traitements performants de problèmes non-linéaires.

ABAQUS est donc un progiciel de calcul éléments finis qui se compose de trois produits : ABAQUS/Standard, ABAQUS/Explicit et ABAQUS/CAE.

- ABAQUS/Standard est un solveur généraliste qui recourt à un schéma traditionnel d'intégration implicite.
- ABAQUS/Explicit est un solveur qui emploie un schéma d'intégration explicite pour résoudre des problèmes dynamiques ou quasi-statiques non-linéaires.
- ABAQUS/CAE constitue une interface intégrée de visualisation et de modélisation pour les dits solveurs. Chacun de ces produits est complété par des modules additionnels et/ou optionnels, spécifiques à certaines applications.

Les produits ABAQUS, ABAQUS/CAE notamment, sont écrits intégralement avec les langages C++, Fortran pour les parties calcul et Python pour les scripts et les paramétrisations. La gestion de l'interface graphique est assurée par fox-toolki. ABAQUS est très largement utilisé dans les industries automobiles et aéronautiques. En raison du large spectre de ses capacités d'analyse et de sa bonne ergonomie, il est également très populaire dans les milieux universitaires, pour la recherche et l'éducation.

ABAQUS fut d'abord conçu pour analyser les comportements non-linéaires. Il possède en conséquence une vaste gamme de modèles de matériau. Ses modélisations d'élastomères, en particulier, méritent d'être reconnues. En 2005, ABAQUS, Inc a été acquis par Dassault Systèmes et est devenu SIMULIA.

Le cœur du logiciel ABAQUS est donc ce qu'on pourrait appeler son "moteur de calcul". À partir d'un fichier de données (caractérisé par le suffixe .inp), qui décrit l'ensemble du problème mécanique, le logiciel analyse les données, effectue les simulations demandées et fournit les résultats dans un fichier .odb.

Deux tâches restent à accomplir : générer le fichier de données (cela s'appelle aussi effectuer le prétraitement), et exploiter les résultats contenus dans le fichier. odb (ou post traitement). La structure du fichier de données peut se révéler rapidement complexe : elle doit contenir toutes les définitions géométriques, les descriptions les maillages, les matériaux, les chargements, etc...., suivant une syntaxe précise. Il faut savoir que le pré- traitement et le post traitement peuvent être effectués par d'autres logiciels. ABAQUS propose le module ABAQUS CAE, interface graphique qui permet de gérer l'ensemble des opérations liées à la modélisation :

- La génération du fichier de données,
- Le lancement du calcul proprement dit,
- L'exploitation des résultats.

Les Modules

ABAQUS CAE est divisé en unités fonctionnelles appelées modules. Chaque module contient les outils qui sont propres à une partie de la tâche de modélisation.

1-Le module « PART » : Le module Part permet de créer tous les objets géométriques nécessaires à notre problème, soit en les dessinant dans ABAQUS CAE, soit en les important d'un logiciel de dessin tiers.

2-Le module « PROPERTY » : Le module Property permet, comme son nom l'indique, de définir toutes les propriétés d'un objet géométrique ou d'une partie de ces objets.

3-Le module « ASSEMBLY » : Ce module permet d'assembler les différents objets géométriques créés dans un même repère de coordonnées global. Un modèle ABAQUS contient un seul assemblage.

4-Le module « STEP » : Ce module permet de définir toutes les étapes et les requêtes pour le post traitement, c'est à dire le moment (temps) à partir duquel une force est appliquée et jusqu'à quand, il est aussi possible de créer des forces ou des conditions limites qui s'activent à des moments donnés.

5-Le module « INTERACTION » : Grâce à ce module, il est possible de spécifier toutes les interactions entre les différentes parties et régions du modèle, qu'elles soient mécaniques,

thermiques ou autres. Il faut savoir qu'ABAQUS ne prend en compte que les interactions explicitement définies, la proximité géométrique n'étant pas suffisante.

6-Le module « LOAD » : Le module Load permet de spécifier tous les chargements, conditions limites et champs. Il faut savoir que les chargements et les conditions limites sont dépendants des steps, par exemple une force est appliquée au step 1 mais inactive au step 2.

7-Le module « MESH » : Ce module contient tous les outils nécessaires pour générer un maillage élément fini sur un assemblage.

8-Le module « JOB » : Une fois que toutes les tâches de définition du modèle ont été réalisées, il faut utiliser le module Job pour analyser ce modèle. ABAQUS va alors réaliser tous les calculs nécessaires et en tirer des résultats.

9-Le module « VISUALIZATION » : Ce module permet de visualiser le modèle et les résultats, les courbes de charges, les déformations...

10-Le module « SKETCH » : Ce module permet de créer des formes bidimensionnelles qui ne sont pas associés à un objet. Il peut être utilisé pour des extrusions par exemple.

II.10 Equations constitutives et description du modèle :

Dans cette section, le modèle phénoménologique constitutif, développé par IWAMOTO et al [38] [39], qui décrit Le comportement mécanique des aciers TRIP. Ce modèle est basé sur une forme modifiée des modèles proposé par OLSON, G.B. et COHEN, [40]et STRINGFELLOW [41] pour les aciers austénitiques.

Ces modèles supposent que des embryons martensitiques se forment aux intersections des bandes de cisaillement. L'augmentation de la fraction volumique de l'austénite dans les bandes de cisaillement, est décrite par la loi d'évolution Equation:(1)

$$\dot{f}^{sb} = \alpha (1 - f^{sb}) \dot{\epsilon}_a^{pslip} \quad (1)$$

$\dot{\epsilon}_a^{pslip}$: est le taux de déformation plastique effectif dans l'austénite dû à la déformation par glissement.

α : est un paramètre lié à l'énergie du défaut d'empilement. Est-on fonction de la température OLSON, G.B. et COHEN

$\dot{\epsilon}_a^{pslip}$: Taux de contrainte et du paramètre d'axialité de contrainte, comme le montre l'équation suivante équation (2) :

$$\alpha = \alpha_1 T^2 + \alpha_2 T + \alpha_3 - \alpha_4 \Sigma \left[\frac{\dot{\epsilon}_a^{pslip}}{\dot{\epsilon}_y} \right]^M \quad (2)$$

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$: sont des paramètres matériels,

$\dot{\epsilon}_y$: est la vitesse de déformation de référence,

T est la température,

$\Sigma \frac{\sigma_{ii}}{3\bar{\sigma}}$: Est le facteur de triaxialité

σ_{ii} : est le premier invariant du tenseur de contrainte de Cauchy

$\bar{\sigma}$: est la contrainte effective.

Dans cet article, le paramètre de dépendance du taux de contrainte est ignoré car des simulations statiques simples sont effectuées. Pour ces raisons, α est défini par équation (3) :

$$\alpha = \alpha_1 T^2 + \alpha_2 T + \alpha_3 - \alpha_4 \Sigma \quad (3)$$

Où $\alpha \geq 0$

Le taux de formation de martensite \dot{f}^m , formulé par IWAMOTO dépend de la probabilité qu'une intersection de bande de cisaillement forme un embryon martensitique tel que défini par STRINGFELLOW et al(27). Afin d'éliminer la complexité introduite par la probabilité distribution, SIERRA [42] est simplifié le taux de formation de martensite.

En conclusion, le taux d'augmentation de la fraction volumique de martensite \dot{f}^m , est également régie par la déformation plastique dans l'austénite, elle est donnée dans équation (4)

$$\dot{f} = A(1 - f^m) \dot{\epsilon}_a^{pslip}$$

$$A = \alpha \eta (f^{sb})^{n-1} (1 - f^{sb}) \quad (4)$$

$$\eta = \eta_1 + \eta_2 \Sigma$$

η : gouverne le taux de formation de martensite et dépend de la triaxialité, et η_1 et η_2 .

Sont des constantes. Le terme η remplace la fonction de distribution de probabilité b et équivaut à la force motrice de la formation martensitique g , définie dans l'équation cinétique d'origine.

II.10.1 Équations constitutives des vitesses de déformation plastique :

Un aspect important de la transformation martensitique est l'adoucissement de la déformation qui se produit en raison de la déformation associée au processus de transformation. IWAMOTO et AUTRE ont pris compte de cet adoucissement en introduisant dans le modèle constitutif un taux de déformation supplémentaire qui est proportionnel au taux d'augmentation de la fraction volumique de martensite. Ainsi, l'équation constitutive dépendante du mode de déformation pour la vitesse de déformation peut être établie comme suit : pour la formulation constitutive on a supposé une déformation infinitésimale.

La vitesse de déformation plastique $\dot{\epsilon}_{ij}^{pslip}$ est supposée être la somme de la vitesse de déformation plastique $\dot{\epsilon}_{ij}^{pslip}$ induite par déformation de glissement dans l'austénite et la martensite, de $\dot{\epsilon}_{ij}^{ptrans}$ et la vitesse de déformation induite par la transformation martensitique, Ce dernier peut être décomposé en deux termes : une partie dévia torique, $\dot{\epsilon}_{ij}^{pshape}$ associé au changement de forme et une partie de dilatation $\dot{\epsilon}_{ij}^{pdilat}$ qui exprime le changement de volume, équation (5).

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \dot{\epsilon}_{ij}^{pslip} + \dot{\epsilon}_{ij}^{ptrans} = \dot{\epsilon}_{ij}^{pslip} + \dot{\epsilon}_{ij}^{pshape} + \dot{\epsilon}_{ij}^{pdilat} \quad (5)$$

IWAMOTO et al [43] ont effectué les tests de traction et de compression uni axiale avec acier inoxydable 304 austénitique et a prouvé que les courbes de contrainte- déformation en traction et en compression de l'austénite et la martensite dans l'acier TRIP sont asymétriques. D'autre part, MILLER et Mc DOWELL a proposé la fonction de rendement, y compris le 3ème invariant de la contrainte dévia torique J_3 pour exprimer l'asymétrie des courbes contrainte – déformation en traction et en compression dans l'acier inoxydable austénitique en raison du développement des microstructures sans la transformation de phase.

Pour décrire le résultat expérimental rapporté par IWAMOTO et al [43], la fonction du rendement incluant J_3 est donnée par Eq (6)

$$f = J_2 - K \frac{J_3}{J_2^2} - \frac{1}{3} \bar{\sigma}^2 = 0 \quad (6)$$

$$J_2 = \frac{1}{2} S_{ij} S_{ij} \quad (7)$$

$$J_3 = \det |S_{ij}| \quad (8)$$

$$\bar{\sigma} = \sqrt{3J_2 - k \frac{J_3}{J_2^{1/2}}} \quad (9)$$

S_{ij} Est le tenseur déviatorique de la contrainte de Cauchy Equation(7) et $\bar{\sigma}$ est la contrainte équivalente Equation (8), k est le paramètre qui reflète le développement de microstructures à l'intérieur du matériau, tel que la texture. La forme simplifiée de l'équation d'évolution proposée par MILLER et Mc DOWELL (9) est utilisée comme indiqué dans Equation (10).

$$\dot{k} = C_k (1 - k) \dot{\bar{\epsilon}}^{pslip} \quad (10)$$

Où C_k : C'est une constante,

$\dot{\bar{\epsilon}}^{pslip}$: Est la vitesse de déformation plastique équivalente de la déformation par glissement dans un acier TRIP SIERRA et Al [44] ont ignoré, dans leur étude, l'évolution de la texture de l'acier TRIP afin de parvenir à simplifier la condition de rendement. Le comportement asymétrique est pris en compte dans l'état de contrainte dépendant du paramètre. SERRI et al ont introduit une loi de contrainte- déformation équivalente $\bar{\sigma}_{am}(\dot{\bar{\epsilon}}^{pslip})$ Eq (13) pour le matériau à deux phases contenant la fraction volumique instantanée de martensite, f^m . Représente La loi de contrainte- déformation effective est approximée à l'aide d'une règle de mélanges.

Avec cette simplification ajoutée, la condition de rendement est donnée par Eq. (9)

$$\bar{\sigma} = \sqrt{3J_2} \quad (11)$$

$$F = \bar{\sigma} - \bar{\sigma}_{am} \quad (12)$$

$$\bar{\sigma}_{am} = f^m \sigma_m(\bar{\epsilon}^{pslip}) + (1 - f^m) \sigma_a(\bar{\epsilon}^{pslip}) \quad (13)$$

Où les indices α et m se réfèrent respectivement aux phases austénitique et martensitique.

Σ_m et σ_a sont la contrainte-déformation effective des phases austénitique et martensitique Eqs (14)-(15) :

$$\sigma_m = \sigma_{ym} + c_{1m} \left\{ 1 - \exp(-c_{2m} \bar{\varepsilon}^{pslip}) \right\}^{c_{3m}} \quad (14)$$

$$\sigma_a = \sigma_{ya} + c_{1a} \left\{ 1 - \exp(-c_{2a} \bar{\varepsilon}^{pslip}) \right\}^{c_{3m}} \quad (15)$$

Où les contraintes d'écoulement σ_{ym} et σ_{ya} sont fonction de la température selon Equations (16) (17).

$$\sigma_{ya} = c_{4a} \exp(-c_{5a} T) \quad (16)$$

$$\sigma_{ym} = c_{4m} \exp(-c_{5m} T) \quad (17)$$

L'acier TRIP subit un comportement élasto-plastique si la limite de rendement est égale à zéro.

$\dot{\varepsilon}_{ij}^{pslip}$: Est le tenseur de la vitesse de déformation plastique induite par la déformation par glissement. Sa formule est donnée par Equation (18) :

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{pslip} = \dot{\varepsilon}^{pslip} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \quad (18)$$

Où

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{3S_{ij}}{2\bar{\sigma}} \quad (19)$$

$\dot{\varepsilon}_{ij}^{pshape}$ et $\dot{\varepsilon}_{ij}^{pdilat}$ sont des tenseurs du taux de déformation plastique induit par transformation, le premier décrit le changement de forme, le second décrit le changement de volume. Les formules pour les deux sont données dans Eqs (20) -(22).

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{pshape} = R f^m \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \quad (20)$$

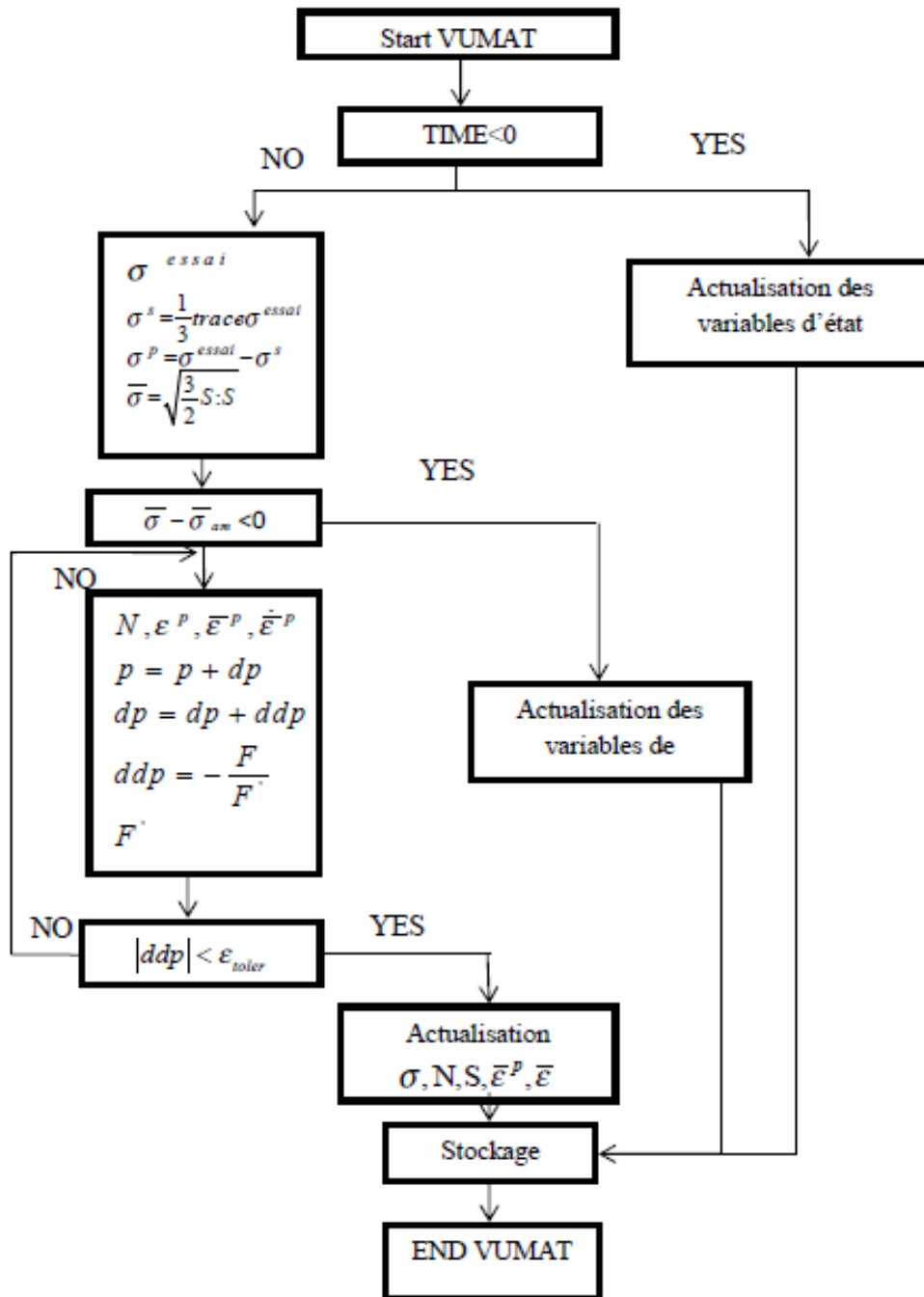
$$R = R_0 + R_1 \left(\frac{\bar{\sigma}}{\sigma_{ya}} \right) \quad (21)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{pdilat} = \frac{1}{3} \Delta f^m \sigma_{ij} \quad (22)$$

Où R est un paramètre qui explique l'ampleur des changements de forme, R_0 et R_1 sont les suivants constantes, σ_{ya} est la limite d'élasticité de la phase austénite mère, représente le changement de volume et Δf est la fonction delta de KRNOECKER.

Et pour avoir les courbes de cette modélisation nous avons utilisé les vingt-trois variables d'entrées, ou on a calibré les dix paramètres de l'austénite et de la martensite.

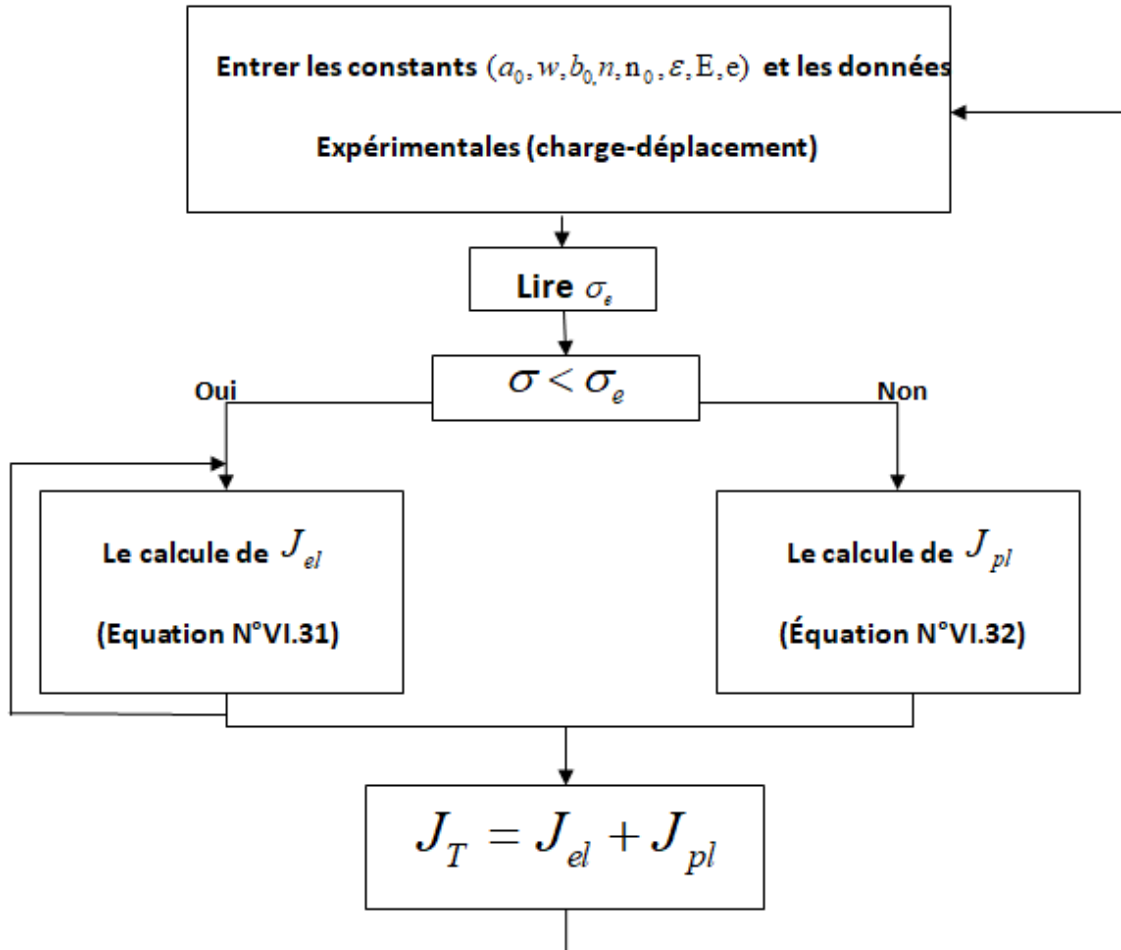
II.10.2 L'organigramme de la VUMAT :



II-21:L'organigramme de la VUMAT

II.10.3 Organigramme pour calculer J-intégrale :

L'organigramme suivant montre les différentes étapes suivies pour calculer J-intégrale en utilisant Matlab :



II-22: Les différentes étapes pour le calcul de J

Conclusion :

Dans ce chapitre on a présenté les concepts de la mécanique de la rupture linéaire (MLR) et non linéaire (MNL) et leurs approches (la ténacité K_{IC} , Intégrale J, CTOD...) ainsi que les différentes méthodes d'évaluation de la ténacité.

Dans le chapitre suivant nous allons introduire la partie expérimentale de notre travail ainsi que toute la procédure utilisée en détail.

III Résultats et discussions

III.1 But de l'étude :

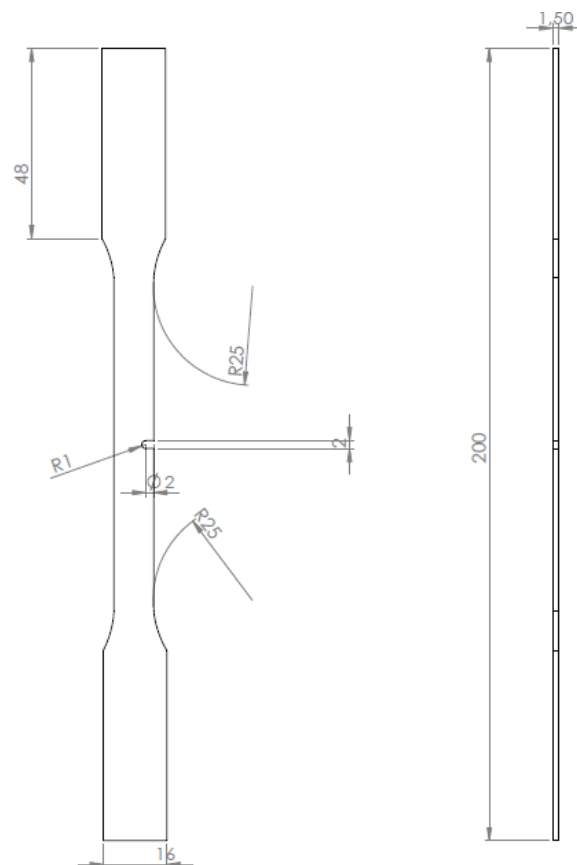
Le but de notre étude est d'évaluer l'effet de la transformation martensitique produite dans le cas d'une éprouvette SENT $a/w=20\%$, puis de comparer les résultats obtenus avec ceux de simulations sur d'autres éprouvettes SENT avec $a/w=40\%$ et 60% et ainsi montrer par la même occasion l'effet de la taille du défaut sur le comportement de notre matériau et la forme de la fissure.

III.2 Description des essais :

Nous allons étudier trois éprouvettes SENT en aciers TRIP soumis à une traction sur l'axe perpendiculaire au plan de la fissure. Ces éprouvettes se différencient par la longueur de la fissure qui varie de 20%, 40% et 60% de la largeur de l'éprouvette.

III.3 Géométrie de l'éprouvette :

La figure (III.1), représente les dimensions des éprouvettes utilisées :



III-1: La géométrie de l'éprouvette

III.4 Simulation et résultats :

III.4.1 La partition :



Figure III-2:partition d'éprouvette avec une entaille en U

III.4.2 Conditions aux limites :

On a imposé un déplacement de 15 mm correspondant à l'expérimental sur la face supérieure extrême parallèle au plan de l'entaille, et un encastrement sur la face inférieure comme la montre la figure suivante :

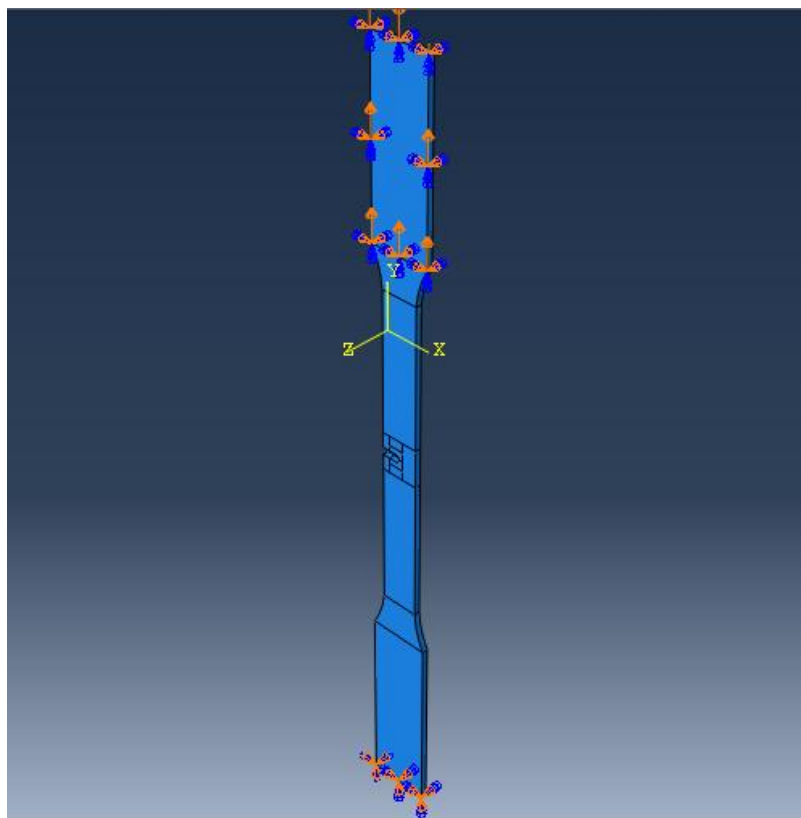


Figure III-3:Les condition aux limites

III.4.3 Maillage des modèles :

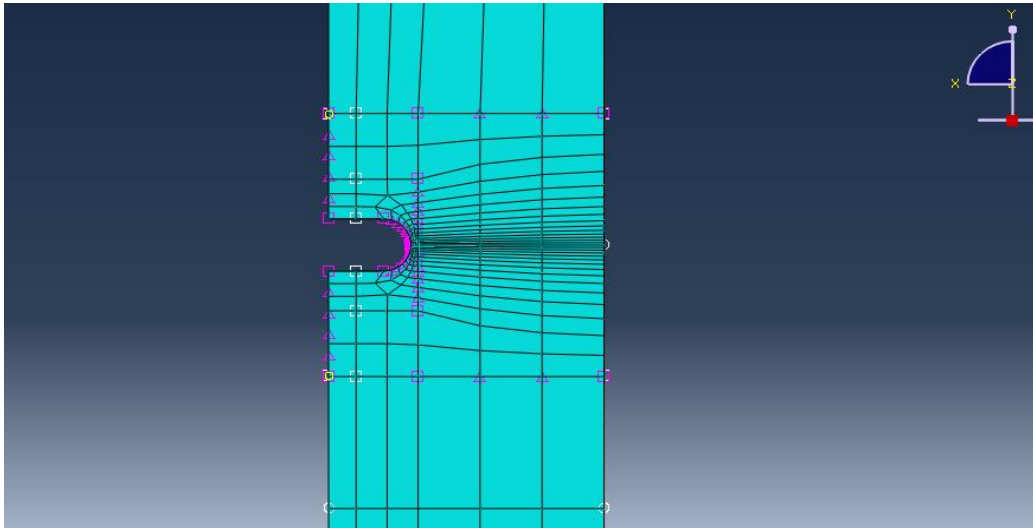


Figure III-4:Maillage de l'éprouvette avec $a/w=20\%$

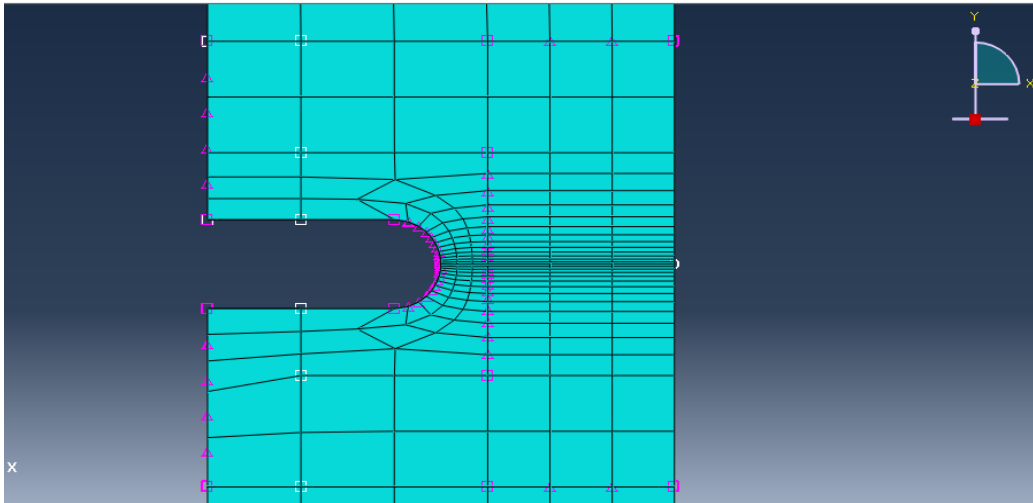


Figure III-5:Maillage d'éprouvette avec $a/w=40\%$

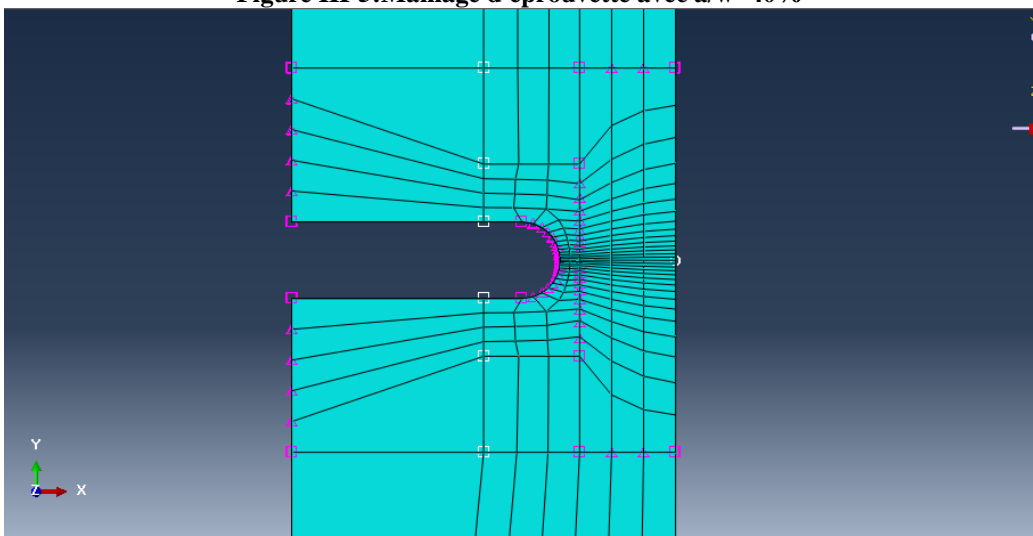
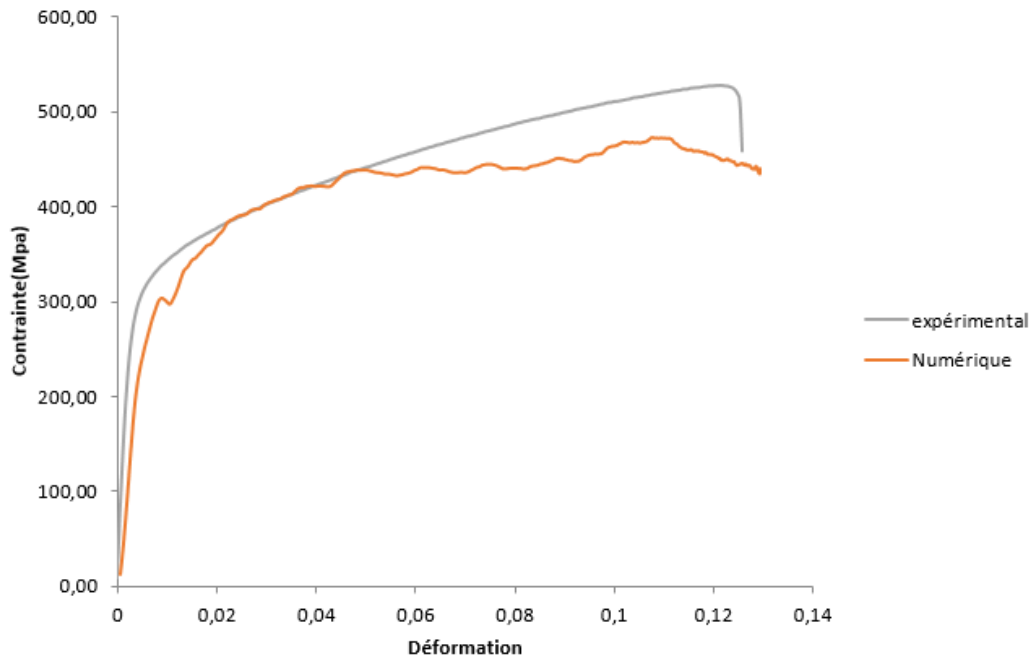


Figure III-6:maillage d'éprouvette avec $a/w=60\%$

III.4.4 Calibrage du modèle :

Ce modèle contient plusieurs constantes à déterminer, elles dépendent toutes du matériau de l'étude afin de les déterminer nous avons réalisé plusieurs simulations en modifiant à chaque fois les valeurs des paramètres jusqu'à ce que la courbe numérique soit proche à celle expérimentale.



III-7: Calibrage du modèle.

Le tableau suivant représente les paramètres utilisés pour calibrer le modèle

Module du Yung E		20375Gpa
Coefficient de poisson ν		0.33
Température T		293K°
Formation d'une bande de cisaillement	α_1	0.00019
	α_2	0.0242
	α_3	14.6
	α_4	-4.5
Le taux de formation de la martensite η		4.5
Formation martensitique	η_1	50
	η_2	45
Ampleur du changement de forme	R_0	0.02
	R_1	0.085
Transformation du volume dv		0.05

C_{1a}	2084.2
C_{2a}	0.31
C_{3a}	0.58
C_{4a}	1024.1211
C_{5a}	0.00384125
C_{1m}	2000
C_{2m}	1000
C_{3m}	0.1
C_{4m}	2000
C_{5m}	0.0005

Tableau III-1: Tableaux des paramètres. [45]

III.4.5 Les courbes numériques :

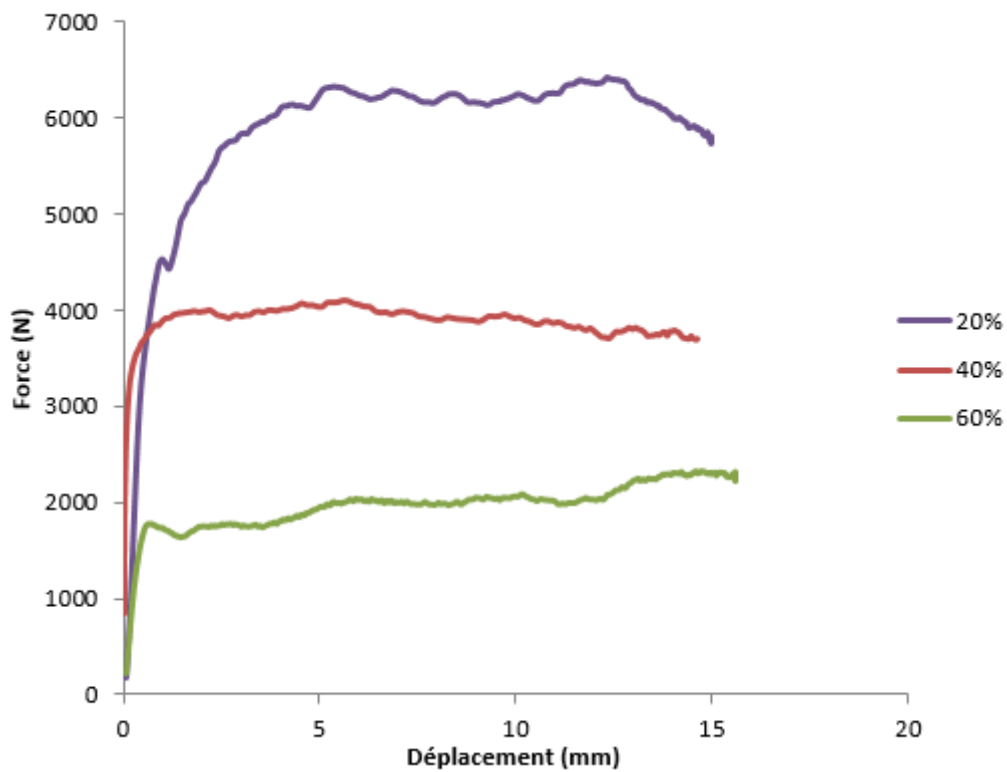


Figure III-8 : Force en fonction de déplacement

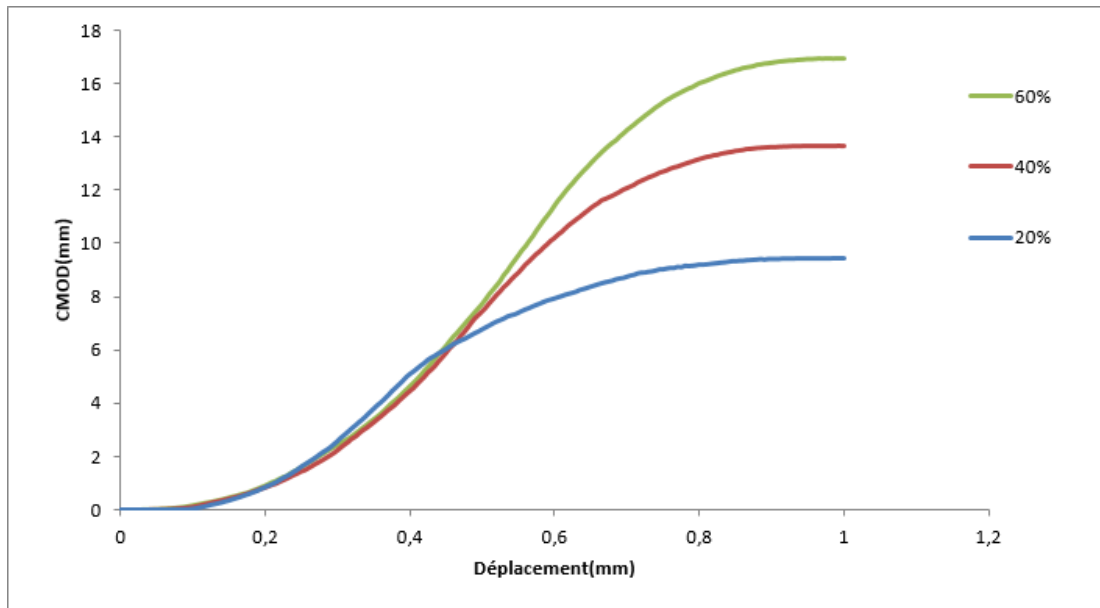


Figure III-9 : ouverture des lèvres de l'entaille CMOD en fonction du déplacement total.

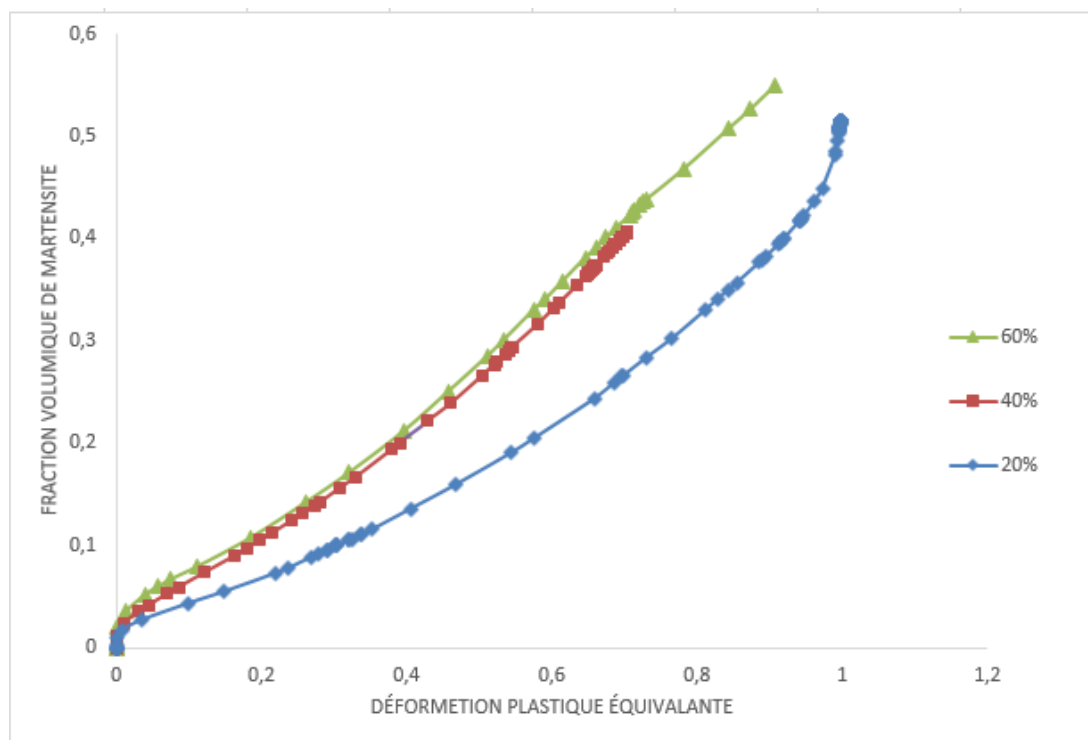
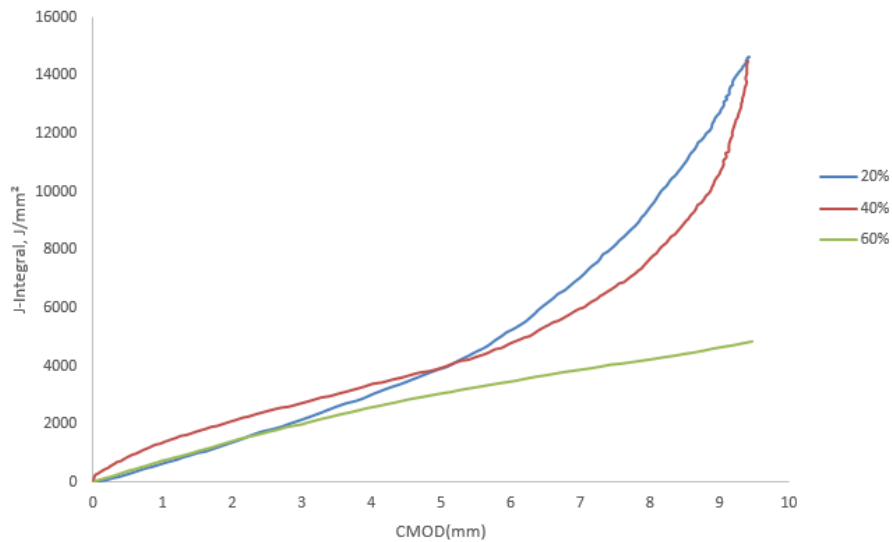


Figure III-10 fraction volumique de la martensite en fonction de la déformation plastique équivalente

Nous avons aussi pu évaluer la ténacité de nos éprouvettes numériquement grâce au calcul de l'intégrale J, les résultats sont montrés dans la figure ci-dessous :

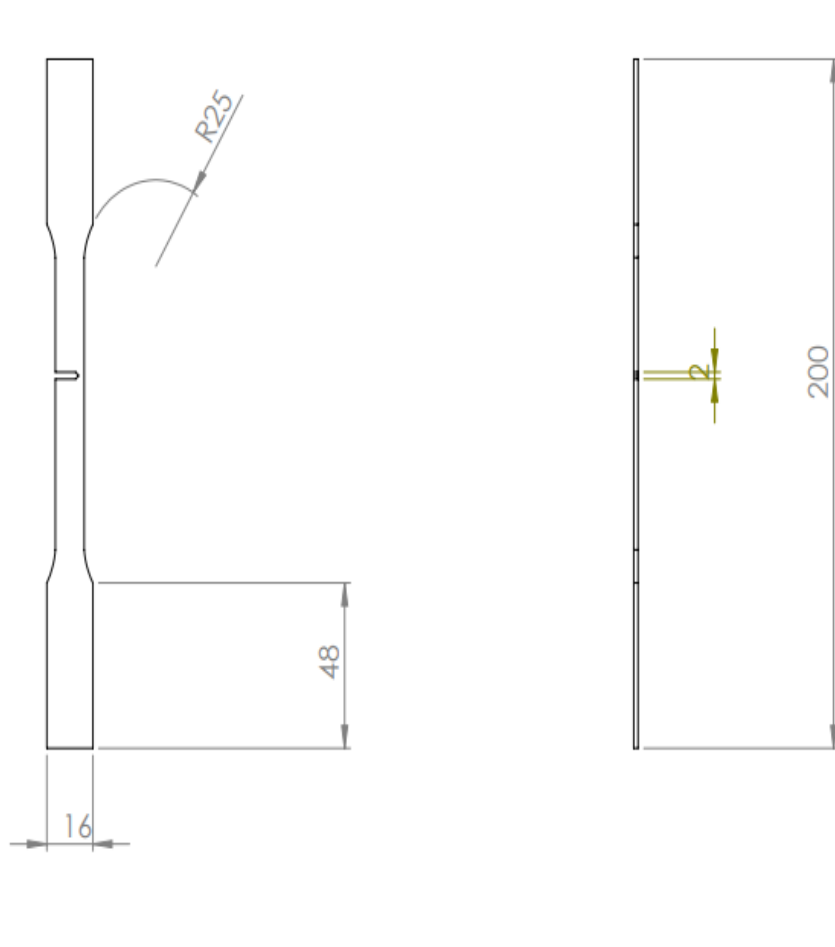


III-11: J-intégral en fonction de CMOD

III.5 Simulation numérique des éprouvettes SENT avec une entaille en forme V :

La simulation numérique a été effectuée en changeant la forme de l'entaille tout en gardant les mêmes paramètres, géométrie, conditions aux limites ainsi que le même type de maillage.

III.5.1 La géométrie des éprouvettes utilisés avec une entaille de forme V :



III-12: Géométrie de l'éprouvette avec une entaille en forme V

III.5.2 Partition :

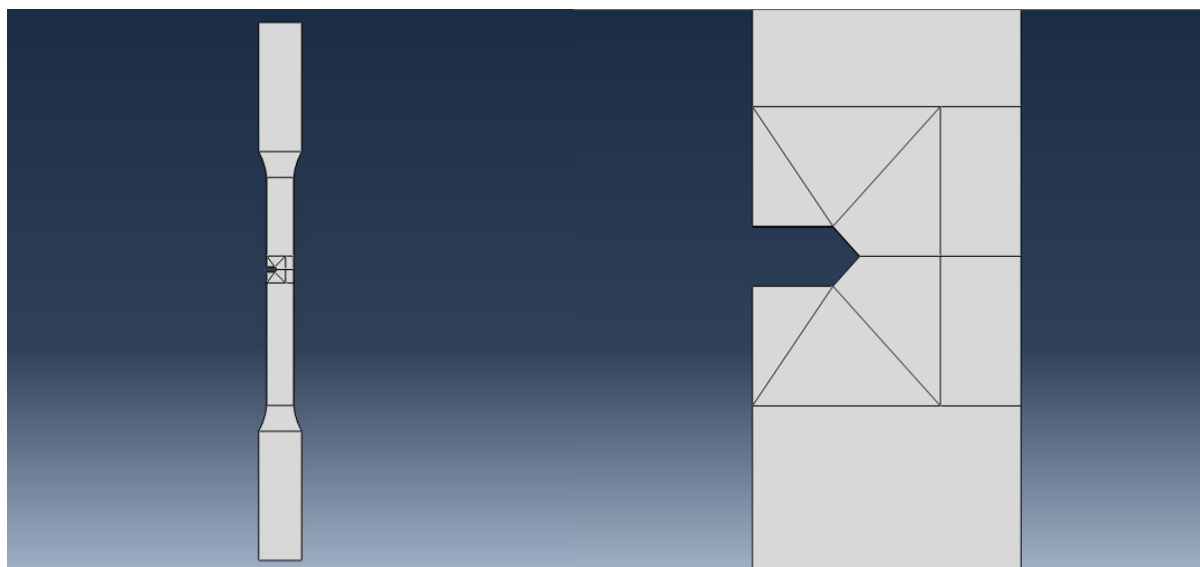


Figure III-13:Partition des éprouvettes avec entaille en V

III.5.3 Les conditions aux limites :

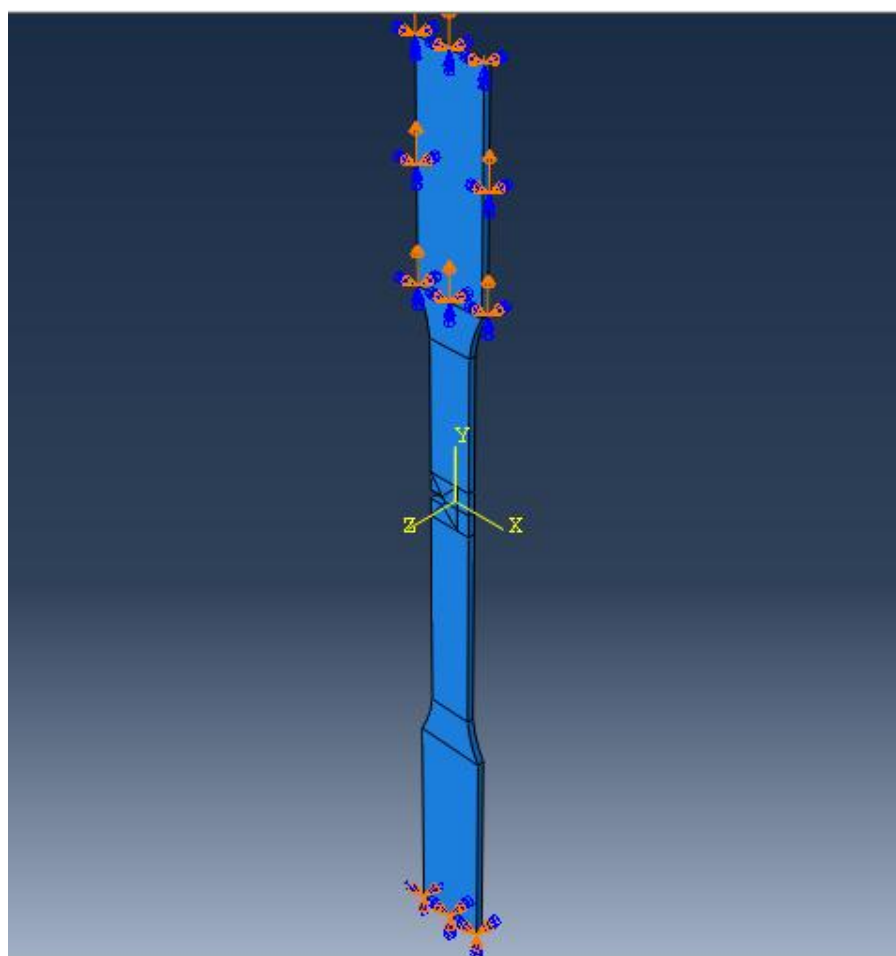
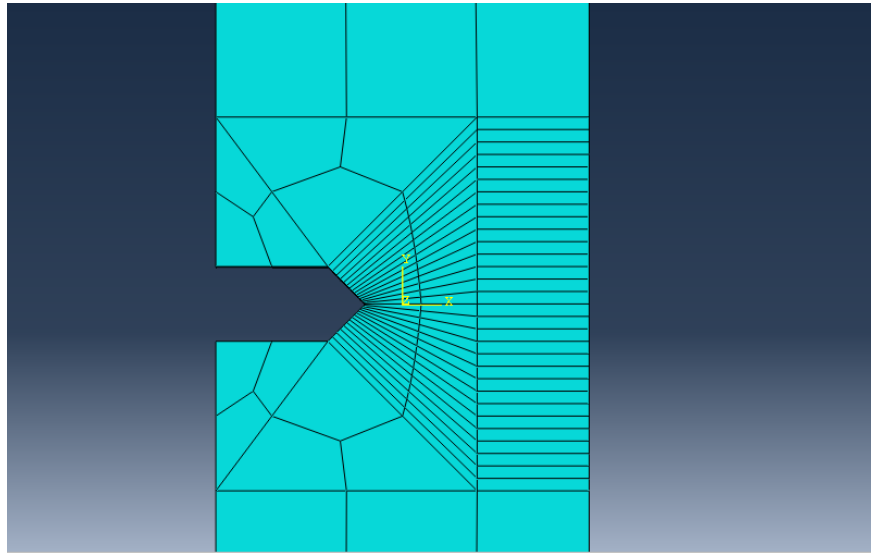
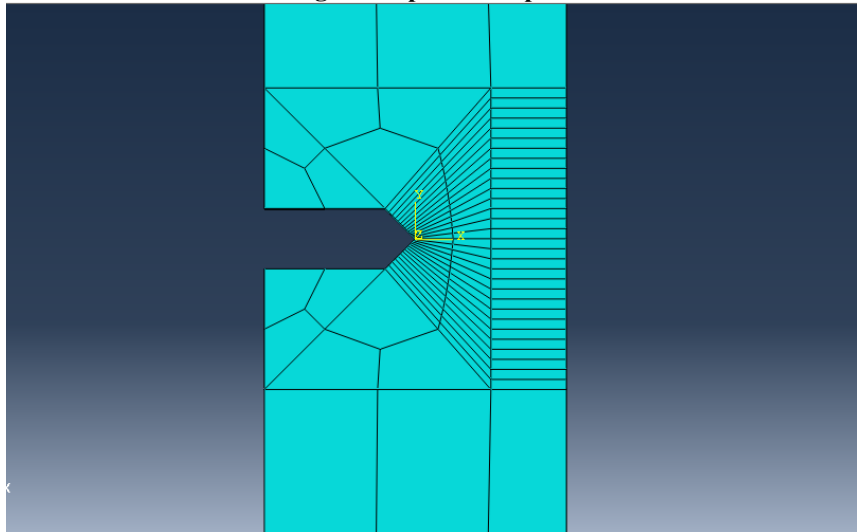


Figure III-14:Les conditions aux limites

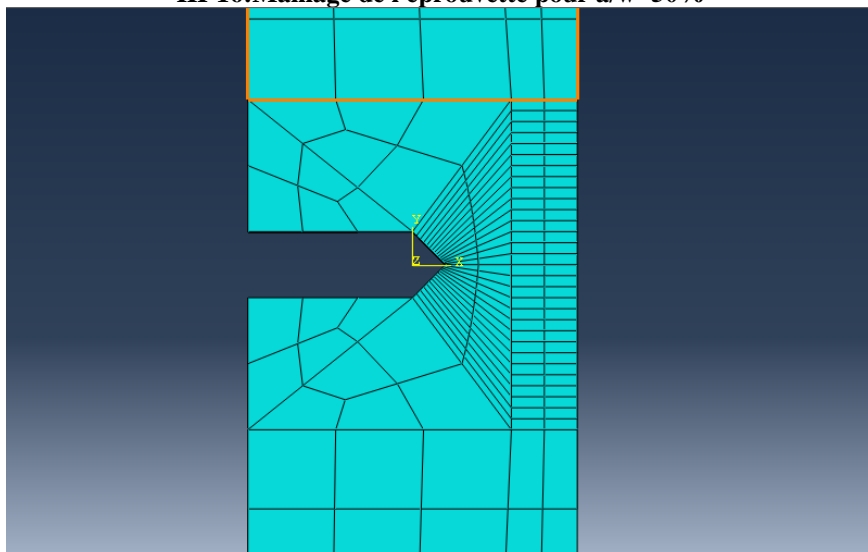
III.5.4 Maillage :



III-15:Maillage de l'éprouvette pour $a/w=40\%$

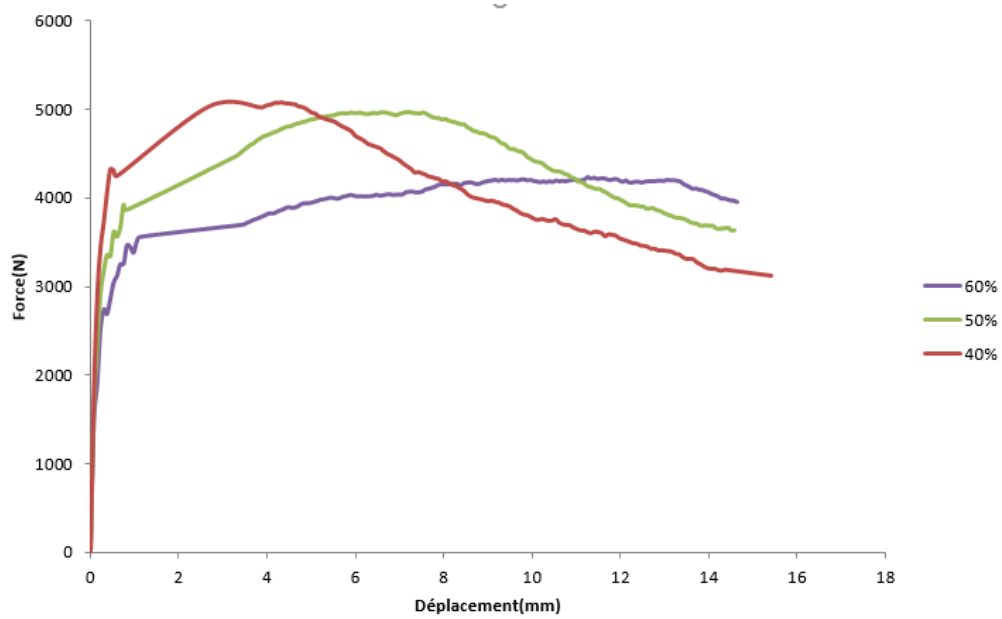


III-16:Maillage de l'éprouvette pour $a/w=50\%$

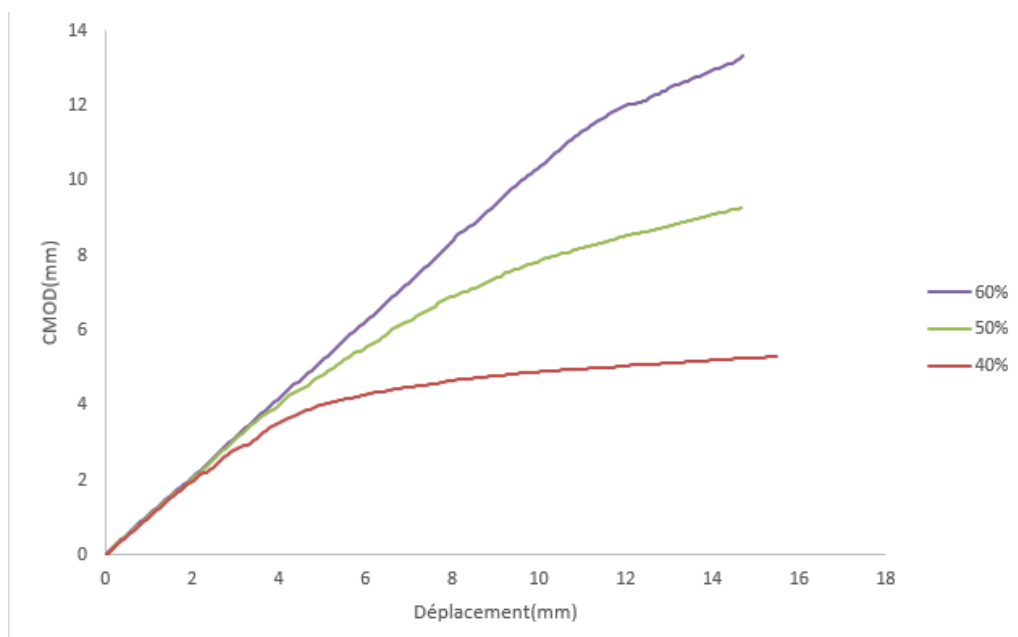


III-17Maillage de l'éprouvette pour $a/w=60\%$

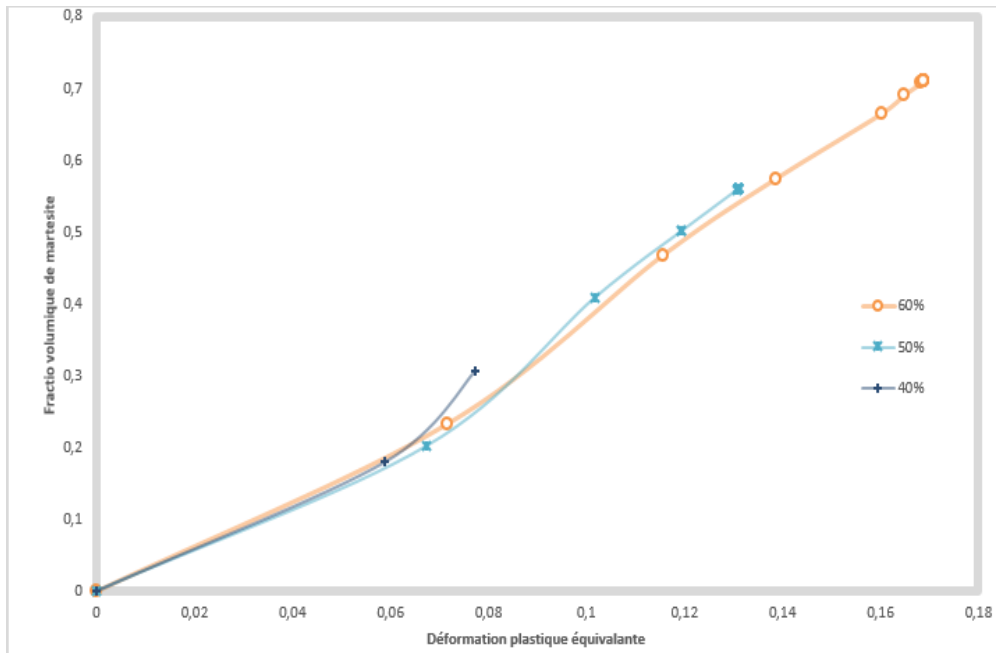
III.5.5 Résultats (les courbes numériques):



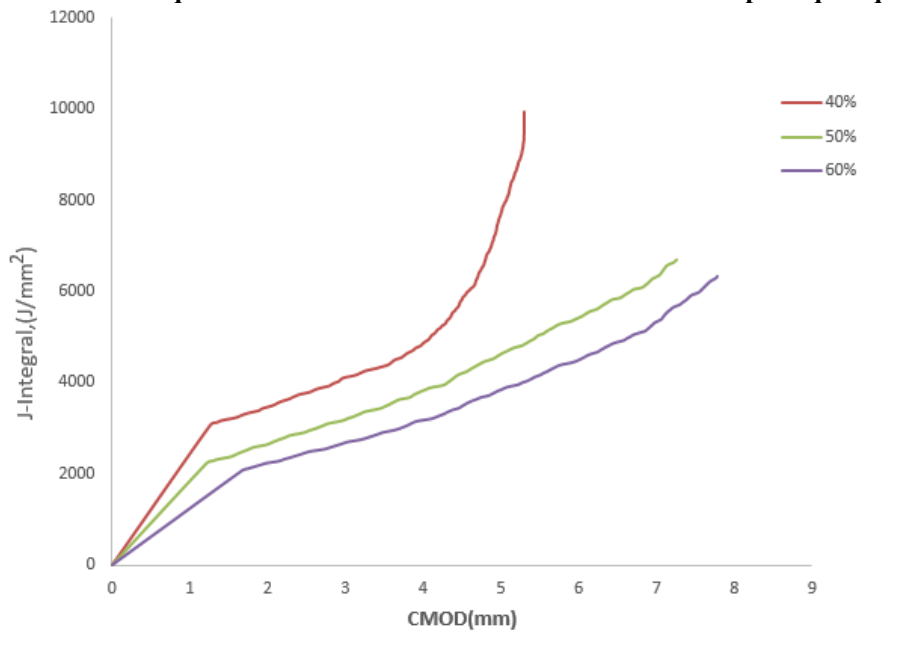
III-18: Force en fonction du déplacement



III-19: Ouverture des lèvres de l'entaille CMOD en fonction du déplacement totale



III-20: Fraction volumique de la martensite en fonction de la déformation plastique équivalente



III-21: J-intégral en fonction de CMOD

III.5.6 Discussion des résultats :

Après avoir calibré notre modèle en utilisant la courbe des résultats obtenus expérimentalement, nous avons déterminé les paramètres du modèle. Certains d'entre eux ont été obtenu grâce à la méthode des moindres carrés, et ce en comparant la prédiction émise par le solveur avec la valeur finale de la contrainte limite d'austénite et de martensite sachant qu'elles sont de 324MPa pour l'austénite et variant entre 800 ET 1350MPa dans le cas de la martensite, ce qui nous a permis d'identifier les paramètres C_4 et C_5 pour chacune des phases. Pour le reste des paramètres nous y sommes parvenu en nous référant aux travaux antérieurs

d'autres auteurs[45], [46] pour enfin aboutir aux résultats montrés dans le tableau (**Tableau III,1, Figure III-3**)

Puis, nous avons voulu voir quel impact aurait eu un changement dans la taille du défaut initial (a_0), pour cela nous avons effectué d'autres simulation en utilisant un rapport $a_0/W=40\%$ et 60% (la longueur initiale du défaut /la largeur de l'éprouvette) tout en gardant les mêmes paramètres ainsi que les mêmes conditions aux limites.

Nous avons pu obtenir les courbes montrées dans la **Figure III.8** : Notons que les différentes courbes sont identiques pour ce qui est de la partie élastique, néanmoins on remarque un changement dans la limite élastique de notre matériau étant plus importante pour le rapport $a_0/W=20\%$ et diminuant avec l'augmentation de ce dernier. Ceci se traduit par la diminution de la section pleine de l'éprouvette causant ainsi le phénomène de concentration de contraintes facilitant par la même occasion la transition vers le domaine plastique pour une valeur de contrainte limite plus faible.

Pour ce qui est de la transformation martensitique, nous avons constaté que pour le même élément considéré sur l'éprouvette de simulation se situant sur la région du fond de fissure, que le taux de formation de martensite est plus important dans le cas d'une entaille de 60% sachant que le un taux de martensite élevé est témoin d'une plus importante déformation plastique de la région[47] qui se traduit aussi par la présente d'une déformation de transformation plus accrue.

Puis nous avons évalué l'intégrale J, en utilisant un programme Matlab contenant les équations présentées dans le chapitre II (VI.28-29-30-31), nous y avons introduit dans un premier lieu les valeurs de Force et déplacement pour chaque rapport de fissure, puis nous avons recueilli les résultats présentés dans la **Figure III-11**, où on peut voir distinctivement l'influence de la taille de la fissure sur l'évolution de la ténacité des éprouvettes en notant que le rapport de 20% présente les valeurs du taux de restitution d'énergie de déformation (Intégral-J) les plus importantes, car les équations constitutives de cette intégrale se basent sur l'évolution de la force, l'avancée de la fissure ainsi que de l'énergie de déformation exprimée comme l'air sous la partie plastique de la courbe Force-Déplacement.

Puis au final nous avons voulu voir quel impact aurait eu un changement de la forme de l'entaille (forme en V) tout en gardent les même paramètres et ainsi les même conditions aux limites et le même maillage, où on peut voir distinctivement la différence entre les courbes de

celle avec une entaille en forme U et celle en V , ,on note que la limite élastique des éprouvette avec une entaille en forme U est plus importante que celle en V et cela est dû à la distribution de contraintes uniformément toute au long de la partie circulaire du fond de fissure, contrairement à celle en forme V où les contraintes sont concentrées.

D'autre part, l'évolution de l'intégral-J en fonction d'ouverture des lèvres de l'entaille CMOD est plus importante avec entaille en forme U ce qui signifie que cette dernière est plus tenace que celle en forme V.

IV Conclusion

Générale et

perspectives :

Conclusion Générale :

Après avoir mener à bien notre étude concernant l'impact de la longueur et la forme de l'entaille sur la transformation martensitique d'un acier TRIP austénitique 304L, nous avons en premier lieu fait les calculs et tracés les courbes forces déplacements pour chaque cas, puis dans un deuxième lieu nous avons conçus un script matlab interactif avec les résultats de abaqus pour tracer les courbes de l'intégrale J. pour les calculs sous abaqus, nous somme parvenu dans un premier temps à déterminer les constantes du modèle d'Iwamoto et Sierra [45] puis de lancer des simulations dans le cas de deux autres longueurs d'entailles initiaux. Après interprétation des résultats, nous avons tiré les conclusions suivantes :

- Pour l'entaille à 20%, le modèle de cinétique de transformation utilisé ici a montré une bonne compatibilité avec les résultats expérimentaux.
- L'entaille présente sur l'éprouvette d'essai SENT à une influence considérable sur les paramètres du modèle.
- La taille de la fissure initiale des éprouvettes SENT, a un impact direct sur l'évolution de la martensite formée au cours de la simulation.

Comme perspectives nous proposons de :

- Réaliser des essais expérimentaux pour le cas des éprouvettes avec un rapport $a_0/W=40\%$ et 60% afin de mieux calibrer le model et de montrer les paramètres les plus sensibles à la variation de la taille de la fissure initiale.
- Procéder à des mesures de ténacité pour évaluer la résistance à la rupture pour chaque rapport de fissure expérimentalement afin d'appuis les résultats numériques prédits, et obtenir l'avancement des fissures pour chaque cas afin d'avoir les courbes J-R pour en déduire les valeurs du J_{IC} .

Les simulations numériques permettent en outre de comprendre le rôle des différents éléments intervenant dans la modélisation :

- L'effet de la taille initiale de la fissure.
- L'effet de la forme de la fissure

Références

- [1] “Caractérisation structurale et mécanique du joint soudé de la liaison bimétallique Acier Ordinaire E36/ Acier anti-usure, MAROUF.H, Magister 2012.”
- [2] “Pierre-Jean CUNAT, « Aciers inoxydables : Critères de choix et structure », Technique de l’ingénieur ; M4540.”
- [3] *a et b Pierre-Jean Cunat, « Aciers inoxydables, critères de choix et structures », traité « Matériaux métalliques », Techniques de l’ingénieur, mars 2000, M4540.*
- [4] “Suppléments extra-alliagesinox, Plancher métaux pour l’industrie, novembre 2016.”
- [5] “Direction générale de l’information scientifique et technique et gestion de l’information: ‘Automatisation du laminage des tôles fortes sur cage quarto réversible’, Rapport, Commission des communautés européennes, 1975.”
- [6] “V.MAILLOT. Amorçage et propagation de réseaux de fissure de fatigue thermique dans un acier inoxydable austénitique de type X2CrNi18-9 (AISI 304L). CEA SACLAY,Janvier 2004.”
- [7] “Inge Houben Arcelormittal. Introduction Aux Aciers Inoxydables. Symposium L’inoxPartenaire De L’eau. 10 et 11 Oct 2007.”
- [8] “VARIOT et GERBEAUX. Les aciers inoxydables mise en oeuvre et soudage publication de la soudure autogène, paris 82.”
- [9] *Michel COLOMBIE et Coll. «matériaux métalliques», 2e édition, 2008.*
- [10] “Madeleine Durand-charre. La microstructure des aciers et des fontes .institut National poly echnique de Grenoble.2003.”
- [11] “Aurélié HUG AMALRIC, Etude par mesure du bruit Barkhausen de la microstructure et de l’état de contrainte d’aciers biphasés : application aux aciers pour tôle automobile, INSAL.”
- [12] “Mémoire d’Ochen Mohamed Université hadj lakhdar « effet du PH du milieu sur la corrosion de l’acier inoxydable 304L»,2013.”
- [13] *Sassoulas Hervé, «Traitements thermiques des aciers inoxydables», In : Techniques de l’Ingénieur, traité Matériaux métalliques, 1997, vol.MD1, dossier M115.*
- [14] *Griffith, A.A., The phenomena of rupture and flow in solids. Philosophical Transactions, Series A, 221, 1920, 163–198.*
- [15] *Inglis, C.E., Stresses in a plate due to the presence of cracks and sharp corners. Transactions of the Institute of Naval Architects, 55, 1913, 219–241.*
- [16] W. F. Brace, “An extension of the Griffith theory of fracture to rocks,” *J. Geophys. Res.*, vol. 65, no. 10, pp. 3477–3480, Oct. 1960, doi: 10.1029/JZ065i010p03477.
- [17] Bannerman, D.B. and Young, R.T., “Some improvements resulting from studies of welded ship failures,” in *Welding Journal*, pp. 25, 1946, 223–236.
- [18] W. Zhang, “Technical Problem Identification for the Failures of the Liberty Ships,” *Challenges*, vol. 7, no. 2, Art. no. 2, Dec. 2016, doi: 10.3390/challe7020020.
- [19] H. Kobayashi and H. Onoue, “Brittle fracture of liberty ships,” *Failure Knowledge Database*, vol. 100, p. 67, 1943.
- [20] H. P. Rossmannith, “The importance of engineering fracture mechanics in structural integrity: A short history of fracture mechanics,” *Technology, Law and Insurance*, Nov. 2010, doi: 10.1080/135993797349786.
- [21] *Irwin, G.R., Fracture dynamics. Fracturing of Metals. American Society for Metals, Cleveland, pp. 147–166, 1948.*
- [22] *Wells, A.A., Unstable crack propagation in metals: Cleavage and fast fracture. Proceedings of the Crack Propagation Symposium, Vol. 1, Paper 84, Cranfield, UK, 1961.*

- [23] Rice, J.R., *A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. Journal of Applied Mechanics*, 35, 1968, 379–386.
- [24] Shih, C.F., *Relationship between the J-integral and the crack opening displacement for stationary and extending cracks. Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 29, 1981, 305–326.
- [25] G. E.E, “Linear Elastic Stress Field in Cracked Bodies,” in *Fracture Mechanics An Introduction*, Second edition., vol. 123, p. 15,16.
- [26] N. Perez, *Fracture Mechanics | SpringerLink*, 1st ed. Springer, Boston, MA. Accessed: Oct. 31, 2021. [Online]. Available: <https://link.springer.com/book/10.1007/b118073>
- [27] Thai Ha NGUYEN, “PREDICTION DE LA NON-RUPTURE FRAGILE DANS UN JOINT SOUDE EN ACIER C-Mn DANS LE DOMAINE DE LA TRANSITION FRAGILE/DUCTILE,” ECOLE CENTRALE DE LILLE.
- [28] E.E. Gdoutos, Democritus University of Thrace, and Xanthi, Greece, “Strain Energy Density Failure Criterion: Mixed-Mode Crack Growth,” in *FRACTURE MECHANICS by E.E. Gdoutos Democritus University of Thrace, Xanthi, Greece*, p. 209.
- [29] Vincent LE CORRE, “ETUDE DE LA COMPETITION DECHIRURE DUCTILE / RUPTURE FRAGILE : APPLICATION A LA TENUE MECANIQUE DES TUBES EN ACIER C-Mn ET DE LEURS JOINTS SOUDES,” ECOLE CENTRALE DE LILLE.
- [30] “Irwin, G.R., Plastic zone near a crack and fracture toughness. Sagamore Research Conference Proceedings, 4, 1961, 63–78.”
- [31] “A. Zeghloul: ‘Concepts fondamentaux de La Mécanique de La Rupture’, Mémoire de Master, Ecole National de L’ingénieur de Metz, 2016.”
- [32] “W. Pacquentin: ‘Contribution à l’étude des propriétés physico-chimiques des surfaces modifiées par traitement laser : application a l’amélioration de la résistance a la corrosion localisée des aciers inoxydables’, Thèse de doctorat, Université de Bourgogne, novembre 2011.”
- [33] “Dugdale, D.S., Yielding in steel sheets containing slits. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 8, 1960, 100–104.”
- [34] “Barenblatt, G.I., The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture. *Advances in Applied Mechanics*, Vol. VII. Academic Press, New York., pp. 55–129, 1962.”.
- [35] “(From Begley, J.A., Landes, J.D., The J-Integral as a Fracture Criterion. ASTM STP 514, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1972; Landes, J.D., Begley, J.A., The Effect of Specimen Geometry on JIc. ASTM STP 514, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1972.)”.
- [36] B.BENNOUR.C.TAMERT, “L’effet du temps de maintien sur la résistance à la rupture d’un acier TRIP 304L,” UNIVERSITE MOULOUD MAMMERI DE TIZI – OUZOU.
- [37] Ian-Kui Zhu,¹ Brian N. Leis,¹ and James A. Joyce², “Experimental Estimation of J-R Curves from Load-CMOD Record for SE_B... Specimens.” *Journal of ASTM International*, Vol. 5, No. 5.
- [38] *IsvanMészáros and JànsónProhászka, "Magnetic investigation of the effect of a martensite on the properties of austenitic stainless steel", Journal of Materials Processing Technology, 2005, vol.161, issues 1-2, pp162-168.*
- [39] *Woei-Shyan Lee and Chi-Feng Lin "The morphologies and characteristics of impact-induced martensite in 304L stainless steel", Scripta Materialia, 2000, vol.34, issue 8, pp 777-782.*

- [40] Kain V, Chandra K, Adhe K N and De P K , "" Effect of work on low temperature esensitization behaviour of austenitic stainless steels"0.2004, journal of nuclear Materials; vol 334, issues 2-3 ,pp 115-132.
- [41] *Caractérisation du comportement mécanique des aciers a effet TRIP :Application pliage .*
- [42] R. Sierra, J.A. Nemes, "Investigation of the mechanical behaviour of multi-phase TRIP steels using finite element methods," pp. 649–665.
- [43] Takeshi Iwamoto, Toshio Tsutu, "Computational simulation on deformation behavior of CT specimens of TRIP steel inder model I loading for evaluation of fracture toughness." Recieved in final revised from 10October 2001.
- [44] R.Sierra ,J.A.Nemes, "Investigation of the mecanical behaviour of multi-phase TRIP steels using finite element methods."
- [45] R. Sierra, J.A. Nemes, "Investigation of the mechanical behaviour of multi-phase TRIP steels using finite element methods," p. 654.
- [46] Y. Tomita and T. Iwamoto, "Constitutive modeling of TRIP steel and its application to the improvement of mechanical properties," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 37, no. 12, pp. 1295–1305, 1995.
- [47] R. G. Stringfellow, D. M. Parks, and G. B. Olson, "A constitutive model for transformation plasticity accompanying strain-induced martensitic transformations in metastable austenitic steels," *Acta Metallurgica et Materialia*, vol. 40, no. 7, pp. 1703–1716, Jul. 1992, doi: 10.1016/0956-7151(92)90114-T.