MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MOULOUD MAMMERI, TIZI-OUZOU

FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET DE L'INFORMATIQUE

DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE

Mémoire de fin d'études

Présenté en vue de l'obtention

du Diplôme d'Ingénieur d'Etat en Electronique

Option : communication.

Thème:

Segmentation morphologique par une approche hiérarchique.

Proposé et dirigé par :

Melle S.Amer Medjkane

Présenté par :

Melle : Tassadit IDDOUAR

Melle : Karima MERAKEB

Année universitaire **2008/2009**

Soutenu le : 06 /07/2009.

Remerciements

Nous tenions à remercier au premier lieu le bon DIEU qui nous accordé la force et le courage durant toutes nos études, et en deuxième lieu notre promotrice Melle : AmerMedjkane.S pour son encadrement, son orientation de notre travail, ainsi que pour sa gentillesse.

Nous voudrions exprimer aussi notre sincère gratitude aux membres du jury qui ont accepté de valoriser notre travail.

D'autre part, Nous voudrions remercier tout les enseignants du département d'électronique qui ont contribué à notre formation.

Nos remerciements vont également à toute personne, qui d'une manière ou d'une autre, nous a aidée et encouragée pour l'aboutissement de ce travail.

Dédicace

- *J e dédie ce modeste travail en particulier à :*

  - *Mes très chers parents qui m'ont accompagné et soutenus tout au long de ma scolarité.*
  - *Mon frère et mes sœurs plus spécialement Lynda qui n'a pas pu être la aujourd'hui.*
  - *A Karim qui m'a soutenu et encouragé tout au long de ce travail.*
  - *Toute ma famille.*
  - *Ainsi à tous mes amis(es) surtout Aziza.*
  - *Sans oublier toute la promotion 2009, département d'électronique.*

Tassadit

Dédicace

Je dédie ce modeste travail :

- *A ceux qui m'ont donné la vie, symbole de beauté, de fierté, de sagesse et de patience, ceux qui sont la source de mon inspiration et de mon courage, à qui je dois de l'amour et la reconnaissance : ma chère mère et mon cher père.*

- *A mon très cher frère « Nourddine » qui n'a pas cessé de m'encourager, je ne le remercierais jamais assez pour son aide et pour son soutien quoi que je fasse.*

- *A mes très chères et adorables sœurs : Kahina, Zohra et Dihiya.*

- *A tous mes amis (es).*

- *A tous mes collègues de la promotion 2008-2009 électronique.*

- *A toute personne qui m'a aidé et encouragé durant les moments difficiles.*

Karima.

Notations

X, Y : ensemble X, ensemble Y

x, y : élément x, élément y

X^C : ensemble complémentaire de l'ensemble X

B : élément structurant (Structure élémentaire qui servira à analyser localement, par comparaison, les formes d'intérêt).

B_x : élément structurant centré en un point x.

$E_B(X)$: érosion de l'ensemble X par B.

$D_B(X)$: dilatation de l'ensemble X par B.

$O_B(X)$: ouverture de l'ensemble X par B.

$F_B(X)$: fermeture de l'ensemble X par B.

Ult(X) : érodé ultime de X.

HDF : chapeau haut de forme.

HDFN : chapeau haut de forme noir.

HDFB : chapeau haut de forme blanc.

G(f), $g^+(f)$, $g^-(f)$: gradient de Beucher, gradient extérieur, gradient intérieur.

$B_n(X)$: boule de taille n de centre x.

SBM(x) : squelette de X par boule maximale.

IZ : zone d'influence.

Xi : composantes connexes de l'ensemble X.

d(x, Xi) : distance de x à l'ensemble X_i.

SKIZ(X) : squelette de X par zone d'influence.

$d_x(x, y)$: distance géodésique entre x et y.

C_{xy} : chemin reliant x à y dans X.

$D_Y^{(1)}(X)$: dilatation élémentaire binaire de X dans Y.

$D_Y^{(n)}(X)$: dilatation géodésique binaire de X dans Y de taille n.

$B_x(x, n)$: boule géodésique de centre x de taille n.

$E_Y^{(1)}$ (X) : érosion élémentaire binaire de X dans Y.

$E_Y^{(n)}$ (X) : érosion géodésique binaire de X dans Y de taille n.

$D_g^{(n)}$ (f) : dilatation géodésique numérique de taille n.

$E_Y^{(n)}$ (f) : érosion géodésique numérique de taille n.

D_X^{rec} (Y) : dilatation par reconstruction binaire.

$D_g^{(N)}$ (f) : dilatation par reconstruction numérique.

E_g^{rec} (f) : érosion par reconstruction numérique.

$O^{rec}(f)$: ouverture par reconstruction.

$F^{rec}(f)$: fermeture par reconstruction.

MR(f) : maximum régional d'une fonction f.

mR(f) : minimum régional d'une fonction f.

LPE : ligne de partage des eaux.

Sommaire

Introduction ……1

Chapitre I : Généralités sur le traitement d'image

I .Image numérique …….....3

I.1.définition d'une image numérique……..3

I.2.Le pixel……...3

I.3.Caractéristique d'une image numérique……4

I.3.1.Dimension…….....4

I.3.2.Résolution…….....4

I.3.3.Contour …….....5

I.3.4.Luminance……5

I.3.5.Contraste……...6

I.3.6.Voisinage……..6

I.4.Types d'image……....6

I.4.1.Image binaire……....6

I.4.2.Image en niveaux de gris ……7

I.4.3.Image couleur……...7

I.5.Traitement d'images……...8

I.5.1.Acquisition……8

I.5.2.Prétraitement……9

I.5.3.Le traitement numérique……...…9

I.5.4.Post-traitement……..…....9

I.5.5.Visualisation, transmission et stockage……....9

I.6.Le seuillage……...10

I.7.Histogramme……11

I.7.1.Types d'histogrammes……....12

a) Histogramme uni modal…….12

b) Histogramme bimodal…….12

c) Histogramme multimodal…….12

I.7.2. Egalisation d'histogramme……..12

I.8.Le bruit……...…13

Chapitre II : Description des opérateurs morphologiques

Introduction…….15

II.1.Principe……15

II.2. Transformations morphologiques ensemblistes……15

II.2.1.Transformation par érosion…….16

II.2.2.Transformation par dilatation……..17

II.2.3.Transformation par fermeture…….18

II.2.4.Transformation par ouverture…….18

II.2.5.Erodé ultime……19

II.3.Transformations morphologiques fonctionnelles……..19

II.3.1.Erosion numérique……..20

II.3.2.Dilatation numérique……...21

II.3.3.Ouverture numérique……..22

II.3.4.Fermeture numérique……..23

II.4.Chapeau haut de forme……...24

II.5.Le gradient morphologique……25

II.6.Squelettisation……26

II.6.1.Squelette par boule maximale…….27

II.6.2.Squelette par zone d'influence……28

II.7.Les filtres morphologiques…….29

II.7.1.Les filtres alternés……...29

II.7.2.Les filtres alternés séquentiel……..30

II.8.Transformations géodésiques……. …30

II.8.1.Dilatation géodésique binaire……..31

II.8.2.Erosion géodésique binaire…….32

II.8.3.Dilatation et érosion géodésique binaire……..…33

II.9.Transformation par reconstruction…….33

II.9.1.Reconstruction binaire……33

II.9.2.Reconstruction numérique……..34

II.9.3.Ouverture par reconstruction……..34

II.9.4Fermeture par reconstruction……...35

Conclusion……..36

Chapitre III : Segmentation morphologique d'image

Introduction…….37

III.1.Définition des extrema d'une fonction……...37

III.2.Ligne de partage des eaux (LPE)……39

III.2.1.Définition de la LPE……...40

III.2.2.Construction de la LPE ……42

III.2.3.Utilisation de la LPE……...44

III.3.Amélioration de la segmentation morphologique par la LPE……44

III.3.1.La LPE par filtrage…….46

III.3.1.1.Filtre alterné –séquentiels……46

III.3.1.2.Filtre par reconstruction……...46

III.3.2.La LPE avec marqueurs……...46

III.3.2.1.L'extraction des marqueurs ……47

III.3.2.1.1.Méthode du chapeau haut de forme……..47

III.3.2.1.2.Méthode des h-minima…….47

III.3.2.2.Intégration des marqueurs dans l'image originale ……...48

III.3.3.La segmentation hiérarchique……...48

III.3.3.1.Image-mosaïque…….48

III.3.3.2.LPE sur image-mosaïque ……..50

Conclusion……..51

Chapitre IV : Tests et résultats sous MATLAB

Introduction……52

IV.1.Présentation du logiciel MATLAB……52

IV.2.Présentation des images tests…….53

IV.3.Présentation des résultats……...54

Test 1 : sur l'image Lenna……...54

Test2 : sur l'image Cameraman……...59

Test 3: sur limage House…….64

Test 4 : sur l'image Cell……...68

IV.4.Discussion……...74

Conclusion……..75

Conclusion générale.....76

Annexe……78

Bibliographie…….85

-Introduction générale-

Une image est une représentation planaire d'une scène ou d'un objet situé en général dans un espace tridimensionnel. Le traitement d'images est né de l'idée et de la nécessité de remplacer l'observateur humain par une machine. L'image ou les signaux provenant des capteurs ont alors été numérisés pour pouvoir être traités par l'ordinateur. L'analyse d'une image numérique est basée sur des concepts mathématiques qui permettent de la décrire quantitativement afin d'extraire des informations pertinentes en regard de l'application concernée, les traiter puis les interpréter .Il est donc possible de l'utiliser dans les disciplines très variées, aussi bien dans le domaine de la recherche que dans celui de la fabrication industrielle ou de l'analyse médicale. [2]

Les méthodes et techniques d'analyse employées dépendent essentiellement de la nature des images à analyser et du but que se fixe l'expérimentateur.

La segmentation est une phase fondamentale dans le traitement d'images qui permet de réaliser une partition de l'image en sous-ensembles connexes et homogènes appelés régions. [1]

Il n'existe pas de méthode unique de segmentation d'une image, le choix d'une technique est lié :

- à la nature de l'image (éclairage, présence du bruit) ;
- aux opérations situées en aval de segmentation (reconnaissance de forme, interprétation) ;
- aux primitives à extraire (contour, texture) ;
- à la contrainte d'exploitation (complexité de l'algorithme, la taille de la mémoire disponible).

A cet effet, de nombreuses méthodes de segmentation d'images ont été proposées reposant sur les différentes approches contour et région.

Dans ce mémoire, nous présentons une technique de segmentation morphologique par approche hiérarchique basée sur les opérateurs de la morphologie mathématique et qui s'appuie sur le concept de la ligne de partage des eaux (LPE).

La LPE est une technique de segmentation qui consiste à simuler la montée des eaux sur le gradient de l'image d'entrée depuis ses minima locaux. Même si la LPE produit une très forte sur-segmentation, tous les contours effectivement présents dans l'image font partie de la partition obtenue par l'algorithme. Ce qui sous-entend que toute l'information nécessaire est présente dans cette transformation morphologique et qu'il faut, afin de pouvoir l'exploiter correctement, éliminer toute l'information non significative.

Afin de pallier au problème de sur-segmentation plusieurs techniques ont été développées pour imposer des contraintes à l'algorithme de la LPE :

- le pré-traitement de l'image par le filtrage dans le but d'éliminer les minima non significatifs.
- le marquage par les méthodes du chapeau haut de forme et les h-minima.
- la LPE hiérarchique en utilisant l'image-mosaïque.

Suite à la présentation qui vient d'être faite, les différents chapitres de ce travail sont organisés de la manière suivante :

- le premier chapitre est consacré aux notions de base utilisées en traitement d'images.
- le deuxième chapitre aborde les notions de base de la morphologie mathématique dans le cadre ensembliste et fonctionnel.
- le troisième chapitre décrit la méthode de segmentation d'image par la ligne de partage des eaux.

- le dernier chapitre est consacré à la présentation et interprétation des différents résultats obtenus par cette méthode de segmentation.

Enfin, nous terminerons notre travail par une conclusion.

L'image est un moyen de communication universel le plus efficace, dont la richesse du contenu permet aux êtres humains de tout âge et de toute culture de se comprendre.

Initialement, l'image est une représentation partielle d'une scène réelle (à un instant donné) dans un espace bidimensionnel acquise à l'aide d'un système de production d'image (appareils photographique, camera, radio graphes, scanner,…).Sa forme peut être analogique (ex : photographie, vidéo,….) ou numérique (ex : image numérisée suivant divers format, image compressée,…).

L'opération de numérisation (ou digitalisation) est une opération qui permet de transformer une image analogique (signal analogique) en une image numérique ou discrète représentée par une série de bits afin de reproduire une image aussi fidèle que possible à celle d'origine.

1. Image numérique

1.1. Définition :

Une image numérique est définie comme un signal fini bidimensionnel échantillonné à valeurs quantifiées dans un certain espace de couleurs. Elle est divisée en éléments de taille fixe appelés cellules ou pixels de coordonnées x et y auxquels est associée la valeur en ce point (x, y) d'une fonction qui traduit l'information portée par la scène. Elle est représentée par une matrice dont les éléments sont associés aux coordonnées cartésiennes de chaque point de l'image.

1.2. Le pixel :

Dans une photo conventionnelle, le plus petit élément est le grain, l'élément digital équivalent dans une image numérique est le pixel. Le pixel (abréviation de l'expression anglo-saxonne " picture éléments " (« pix » vient de « Picture » et « el » de « element ») est le plus petit point de l'image numérique. C'est une entité calculable qui peut recevoir une structure et une quantification. Si le bit est la plus petite unité d'information que peut traiter un ordinateur, le pixel est le plus petit élément que peuvent manipuler les matériels et logiciels d'affichage ou d'impression.

La quantité d'information que véhicule chaque pixel donne des nuances entre images monochromes et images couleurs.

L'image numérique est définit par :

- Le nombre de pixels qui la compose en hauteur et en largeur.
- Le nombre de valeurs possibles de l'intensité lumineuse ou de couleur que peut prendre chaque pixel.

1.3. Caractéristiques d'une image numérique :

1.3.1. Dimension :

C'est la taille de l'image. Cette dernière se présente sous forme de matrice dont les éléments sont des valeurs numériques représentatives des intensités lumineuses (pixels). Le nombre de lignes de cette matrice multiplié par le nombre de colonnes nous donne le nombre total de pixels dans une image.

1.3.2. Résolution :

C'est la détermination du nombre de points par unité de surface exprimée en point par pouce (**PPP**, en anglais **DPI** pour Dots Per Inch). Plus le nombre de pixels par unités de longueur de la structure à numériser est élevé, plus la quantité d'information qui décrit cette structure est importante, plus la résolution est élevée.

Il y a deux types de résolutions : la résolution spatiale et la résolution tonale.

- Résolution spatiale :

La résolution spatiale dépend de la surface que représentent les pixels. Plus la surface est grande plus la résolution diminue et cette résolution dépend aussi de l'échantillonnage. On trouve dans la figure **I.1** différentes résolutions spatiales de la même image.

Figure. I.1. *Résolution spatiale.*

- Résolution tonale :

La résolution tonale représente le nombre de niveaux de gris présent dans l'image. Cette résolution dépend de la quantification. On trouve dans la figue **I.2** différentes résolutions tonales de la même image.

Figure. I.2. *Résolution tonale.*

1.3.3. Contour :

Les contours représentent la frontière entre les objets de l'image, ou la limite entre deux pixels dont les niveaux de gris présentent une différence significative**.** L'extraction de contour consiste à identifier dans l'image les points qui séparent deux régions différentes**.**

1.3.4. Luminance :

C'est le degré de luminosité des points de l'image. Elle est définie aussi comme étant le quotient de l'intensité lumineuse d'une surface par l'aire apparente de cette surface. Pour un

observateur lointain, le mot luminance est substitué au mot brillance, qui correspond à l'éclat d'un objet. Une bonne luminance se caractérise par :

- ✓ Des images lumineuses (brillantes);
- ✓ Un bon contraste : il faut éviter les images où la gamme de contraste tend vers le blanc ou le noir ; ces images entraînent des pertes de détails dans les zones sombres ou lumineuses ;
- ✓ L'absence de parasites.

1.3.5. Contraste :

C'est l'opposition marquée entre deux régions d'une image, plus précisément entre les régions sombres et les régions claires de cette image. Le contraste est défini en fonction des luminances de deux zones d'images.

Si L1 et L2 sont les degrés de luminosité respectivement de deux zones voisines A1 et A2 d'une image, le contraste C est défini par le rapport :

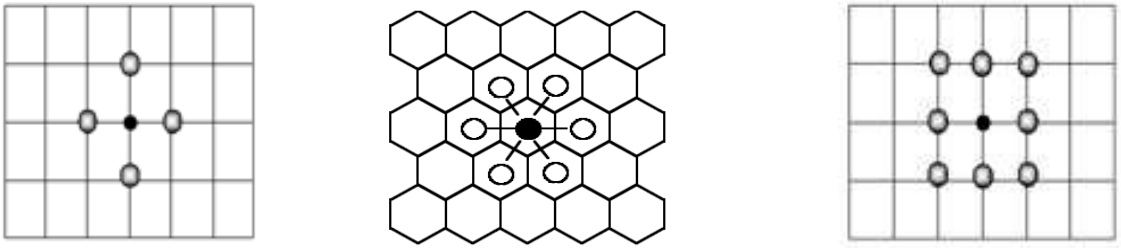
$$C = \frac{L1 - L2}{L1 + L2} \qquad (I.1)$$

1.3.6. Voisinage :

Le voisinage est défini comme étant l'ensemble des pixels qui entourent dans toutes les directions possibles un pixel donné de coordonnées (i, j).

On peut trouver 4-voisinages, 6-voisinages et 8-voisinage.

La figure **I.3** illustre la répartition des voisins selon le pavage.



(a) **(b)** **(c)**

Figure. I.3.*La répartition des voisins selon le pavage :* ***(a) :*** *carré selon deux directions,* ***(b)*** *: hexagonale,* ***(c)*** *: carré selon trois directions.*

1.4 .Types d'image :

1.4.1. Image binaire :

Une image binaire (dite aussi image en noir et blanc) est une image représentée sous forme d'une matrice dont les éléments valent 0 ou 1.les 0 sont représentés par du noir et les 1 par du blanc. Chaque pixel est codé sur un bit.

Figure. I.4. *Image binaire.*

1.4.2. Image en niveaux de gris :

Le niveau de gris est la valeur de l'intensité lumineuse en un point. La couleur du pixel peut prendre des valeurs allant du noir au blanc en passant par un nombre fini de niveaux intermédiaires. Cette valeur peut être comprise par exemple entre 0 et 255. Chaque pixel n'est donc plus représenté par un bit, mais par un octet (8 bits).

Figure. I.5. *Image en niveau de gris.*

1.4.3. Image couleur :

Une image couleur contient trois plans de couleur le rouge, le vert et le bleu (RVB). Chaque plan est codé comme une image en niveaux de gris, avec des valeurs allant de 0 à 255. Dans une image couleur (R.V.B.), un pixel est représenté sur trois octets : un octet pour chacune des couleurs : rouge (R), vert (V) et bleu (b).

Figure. I.6. Image couleur.

1.5. Traitement d'images :

Le traitement d'images désigne une discipline des mathématiques appliquées qui étudie les images numériques et leurs transformations, dans le but d'améliorer leur qualité ou d'en extraire de l'information.

Un système de traitement d'images est composé de plusieurs parties ; la figure I.7 montre les différentes étapes de traitement :

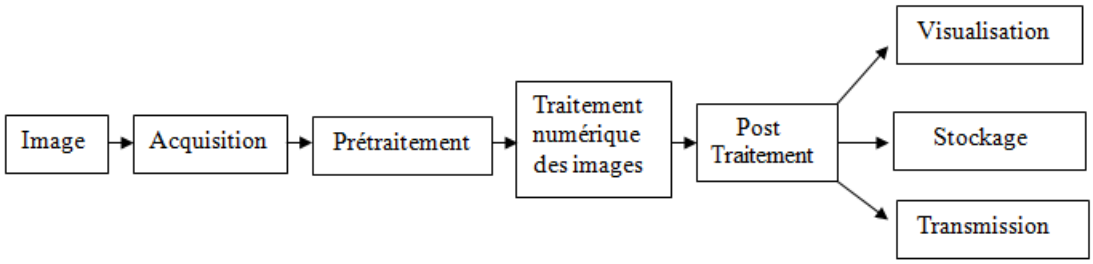


Figure. I.7.*Schéma synoptique d'un système de traitement d'image.*

I.5.1.Acquisition :

L'acquisition d'une image est l'opération qui permet le passage de l'information réelle à une représentation numérique. Ce passage (appelé aussi numérisation) est la transformation d'un signal analogique en un signal numérique. Elle est réalisée en plusieurs étapes :

- Le transfert des images optiques :

Opération permettant de transformer le signal optique en un signal analogique.

- L'échantillonnage :

Opération qui consiste à multiplier le signal analogique par une série d'impulsion unité dans le but d'avoir des échantillons du signal.

- Quantification :

Est une traduction des échantillons en valeurs numériques selon une règle de codage choisi.

I.5.2.Prétraitement :

L'opération de prétraitement a pour but principal la correction de l'imperfection du système d'acquisition. Les techniques de prétraitement les plus utilisées reposent principalement sur le filtrage et le rehaussement de contraste afin de retrouver à partir d'une image dégradée, celle qui est la plus proche de l'image originale.

I.5.3.Le traitement numérique :

Le traitement numérique d'images est l'ensemble des méthodes qui permettent de décrire quantitativement le contenu d'une image .Les traitements applicables aux images sont nombreux et souvent sont en fonction du domaine d'application, les plus utilisés sont principalement les opérations de convolution et de segmentation.

I.5.4.Post-traitement :

Le post-traitement concerne les images numériques traitées, toutes les opérations utilisées en prétraitement, le sont aussi en post-traitement.

I.5.5.Visualisation, transmission et stockage :

- Visualisation :

Tout système de traitement d'image est doté d'un dispositif de visualisation qui permet l'affichage des images. L'utilisation de différents restituteurs permet de transformer le signal numérique qui est la matrice image en un signal analogique visible par l'œil de l'observateur.

- Transmission :

L'image peut être transmise vers une station d'archivage ou de traitement qui peut être différente de la station d'acquisition.

- Stockage :

L'image numérisée est traitée peut aussi être archivée en la stockant sur des supports destinés à cet effet comme par exemple les bandes magnétiques, les disques durs, …

1.6. Le seuillage :

Le seuillage (ou banarisation) consiste à déterminer un niveau de seuil S (*treshold* en anglais) afin de mettre a zéro tout les pixels ayant un niveau de gris inférieur à S et à mettre à 1 tout les autre pixels. Ainsi, le résultat du seuillage est une image binaire contenant des pixels noirs et blancs. Le graphe de la transformation correspondante est le suivant:

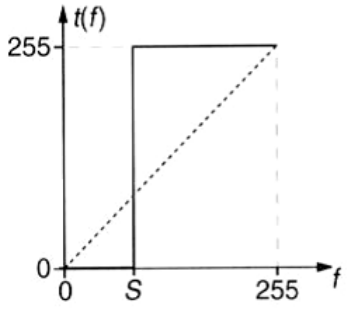


Figure. I.7. *Fonction de seuillage.*

On binarise généralement une image pour faire apparaître certains détails ou tout simplement pour détacher du fond un objet ou des primitives .Le problème de seuillage réside dans le choix optimal de seuil de binarisation.

La figure I.8 illustre les différents seuillages d'une image à 256 niveaux de gris.

(a) **(b)** **(c)**

Figure. I.8. ***(a)*** *: originale à 256 niveaux de gris,* ***(b)*** *: image seuillée à 90,* ***(c)*** *: image seuillée à 120.*

1.7. Histogramme :

Un histogramme est un graphique statistique permettant de représenter la distribution des niveaux de gris des pixels d'une image. Par convention les niveaux de gris sont représentés en abscisses et le nombre d'apparition en ordonnées.

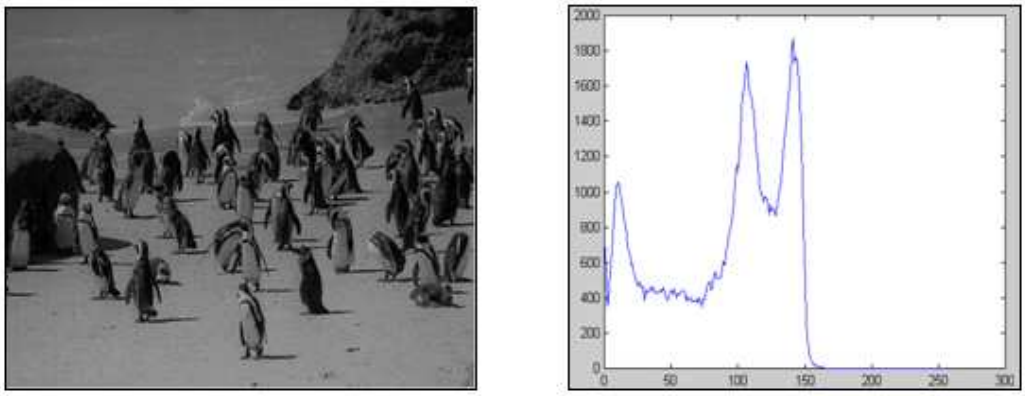


Figure. I.9. *Image originale et son histogramme.*

1.7.1. Types d'histogrammes :

a)Histogramme uni modal :

Ce type d'histogramme n'a qu'un seul pic, il présente soit un objet, soit un fond.

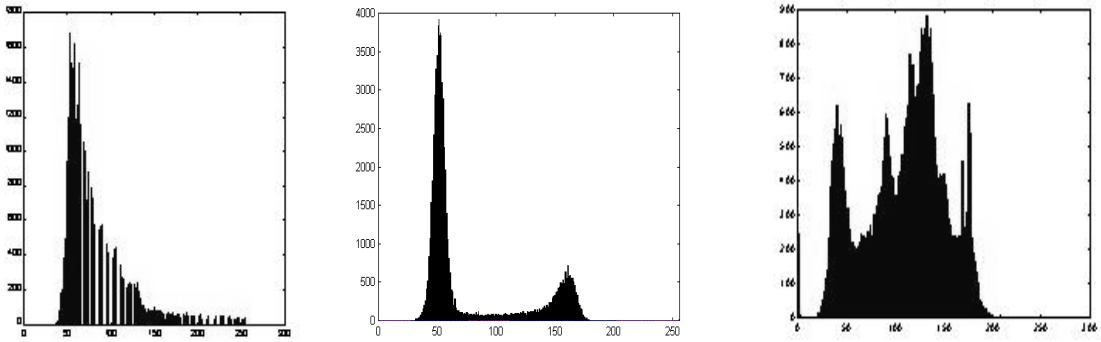
b) Histogramme bimodal :

IL est formé de deux modes bien séparés (deux pics séparés par une vallée) et l'on déduit ainsi qu'il existe un objet sur un fond.

c) Histogramme multimodal :

Il est formé de plusieurs modes séparés (plusieurs pics séparés par plusieurs vallées) qui nous renseigne sur la présence de plusieurs objets.

Les différents types d'histogrammes sont représentés à la figure I.10 :



(a) **(b)** **(c)**

Figure. I.10. *Différents types d'histogrammes :*

(a) *: uni-modal,* ***(b)*** *: bimodal et* ***(c)*** *: multimodal.*

1.7.2. Egalisation d'histogramme :

La transformation d'égalisation est construite de telle façon à ce que l'histogramme de l'image transformé soit le plus plat possible. Cette technique améliore le contraste et permet d'augmenter artificiellement la clarté d'une image grâce à une meilleure répartition des intensités relatives.

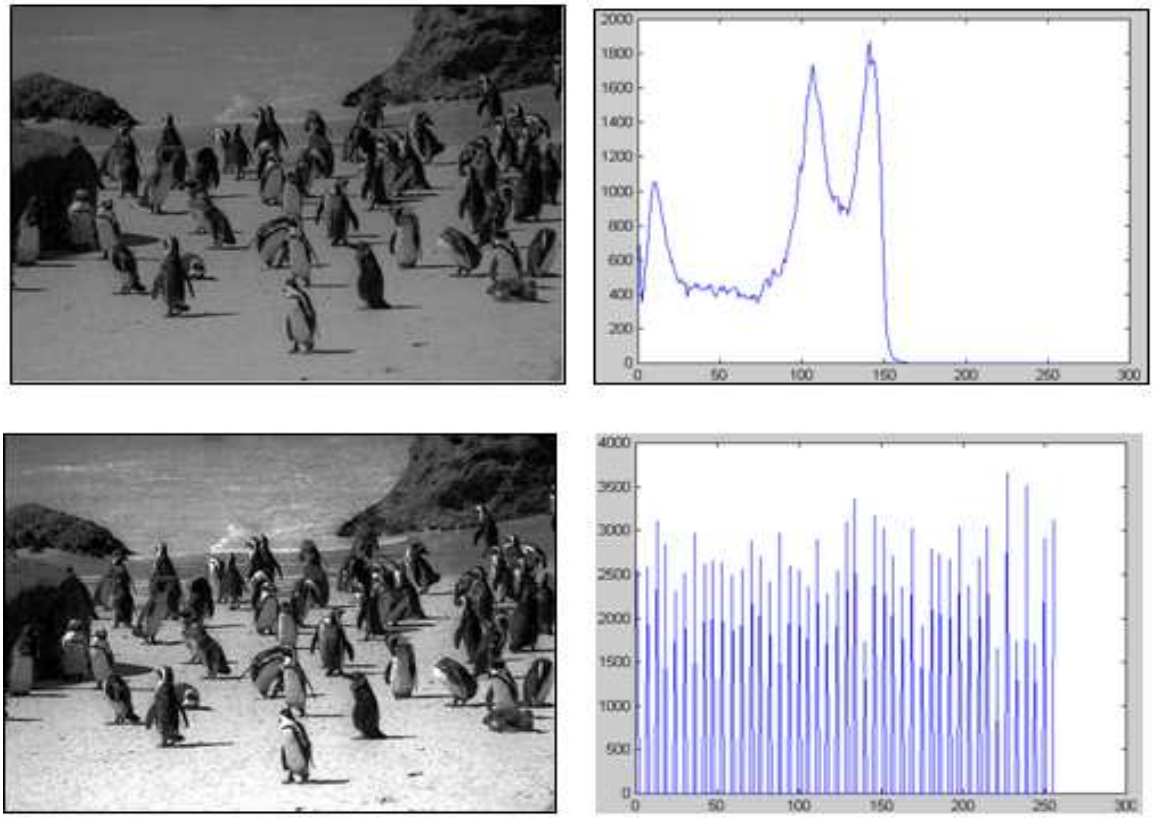


Figure. I.11.*Illustration de l'égalisation d'histogramme.*

1.8. Le bruit :

Un bruit (ou parasite) dans une image est considéré comme un phénomène de brusque variation de l'intensité d'un pixel par rapport à ses voisins. On peut trouver :

- Bruit lié au contexte de l'acquisition.
- Bruit lié au capteur.
- Bruit lié à l'échantillonnage.
- Bruit lié à la nature de la scène.

Avec les différents filtres qui sont disponibles en traitement d'images, on arrive à diminuer les informations parasites dans l'image. Même si parfois on n'arrive pas à les supprimer tous, mais on essaye d'avoir une image plus nette et plus claire.

Dans ce chapitre, nous avons défini quelques notions générales qui sont liées à l'image ainsi qu'à son traitement et qui sont nécessaires pour notre étude.

Introduction :

La morphologie mathématique a été élaborée en 1964 par Georges Matheron et Jean Serra dans les laboratoires de l'École des Mines de Paris. Son développement a toujours été fortement motivé par des applications industrielles. La puissance de ses outils l'ont fait entrer dans de nombreux champs d'applications : imagerie médicale, sciences des matériaux, télédétection, biologie,….

II.1.Principe :

L'idée de base de la morphologie mathématique est d'étudier ou de traiter un ensemble à l'aide d'un autre ensemble, appelé **élément structurant**.

A chaque position de l'élément structurant, on examine s'il touche ou s'il est inclus dans l'ensemble initial. En fonction de la réponse, on construit un ensemble de sortie. On obtient ainsi des opérateurs de base qui sont **la dilatation** et **l'érosion.**

Ces opérateurs de base sont appliqués sur des images binaires (la morphologie mathématique ensembliste) et sur des images en niveau de gris (la morphologie mathématique fonctionnelle).

II.2.Les transformations morphologiques ensemblistes :

La morphologie mathématique ensembliste étudie les images binaires et fait appel à la théorie des ensembles. Elle utilise l'élément structurant de centre x, de géométrie et de taille connues.

La figure **II.1** présente les différentes formes de l'élément structurant.

(a) **(b)** **(c)** **(d)** **(e)**

Figure. II.1.*Différente forme de l'élément structurant:* ***(a)****: carré,* ***(b):*** *disque,*

(c)*: segment,* ***(d)****: bipoints et* ***(e)****: cercle.*

L'élément structurant choisi est déplacé de façon à ce que son centre x passe par toutes les positions dans l'image binaire à analyser. Pour chacune des positions de x, on se pose une question relative à l'union ou à l'intersection de l'élément structurant avec les objets de l'image. L'ensemble des points correspondants à une réponse positive permet de construire une nouvelle image qui constitue l'image résultat.

II.2.1.Transformation par érosion :

Plaçons-nous dans un espace euclidien R^2 partiellement occupé par un ensemble X et soit B_x l'élément structurant centré en un pixel x.

L'opération d'érosion consiste à poser en chaque pixel x d'un ensemble X, la question : « **B_x est-il contenu entièrement dans X ?** ».

L'ensemble des positions x correspondant à une réponse positive forme le nouvel ensemble, appelé **érodé de X par B.** Cet ensemble satisfait l'équation :

$$\mathbf{Y = \{x \subset X : B_X \subset X\}.} \qquad \mathbf{(II.1)}$$

$$\mathbf{Y = E_B(X).}$$

On note l'érosion d'un ensemble X par :$\mathbf{E_B(X)}$ ou bien par $X\Theta\mathbf{B}$ **.**

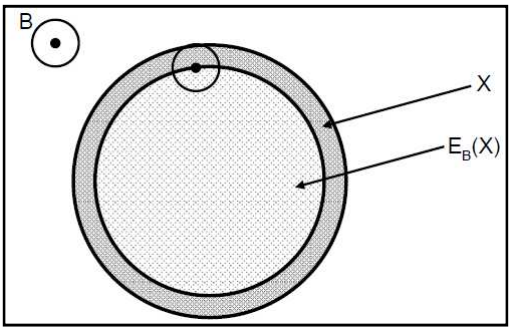
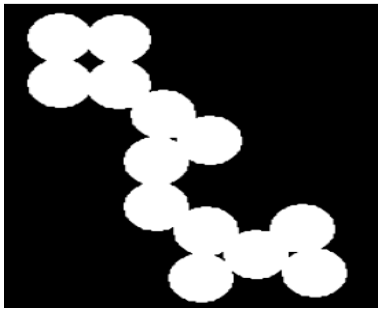
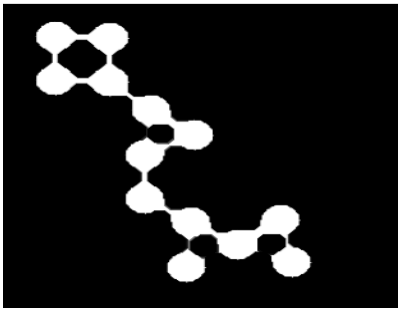


Figure. II.2.*Erosion ensembliste.*



(a) : *Image binaire*



(b) : *Image érodée*

. **Figure. II.3.***Erosion binaire.*

L'érosion faits disparaitre les petits objets plus petits que l'élément structurant et amincit les objets restants.

II.2.2.Transformation par dilatation :

L'opération de dilatation se définit de manière analogue à l'érosion. Avec le même élément structurant B_x, on pose en chaque pixel x la question : « **B_x touche-t-il X ?** ».

L'ensemble des points de l'image correspondant aux réponses positives forme le nouvel ensemble Y, appelé **dilaté de X par B.**

Cet ensemble satisfait l'équation :

$$\mathbf{Y = \{x \subset X : B_X \cap X \neq \emptyset\}.} \qquad \textbf{(II.2)}$$

$$\mathbf{Y = D_B\ (X).}$$

On note la dilatation d'un ensemble (X) par : $\mathbf{D_B\ (X)}$ ou bien par **: X ⊕ B**

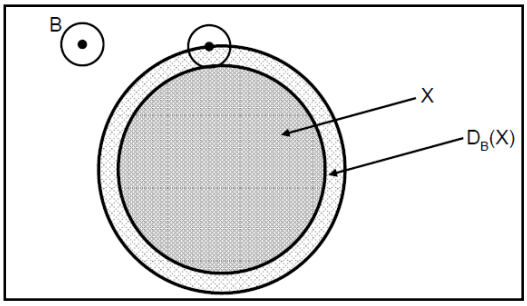
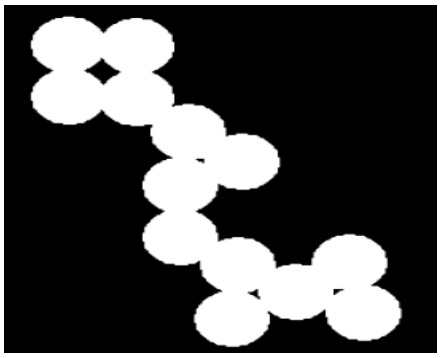


Figure. **II.3.***Dilatation ensembliste.*



(a) : *Image binaire* **(b)** *: Image dilatée*

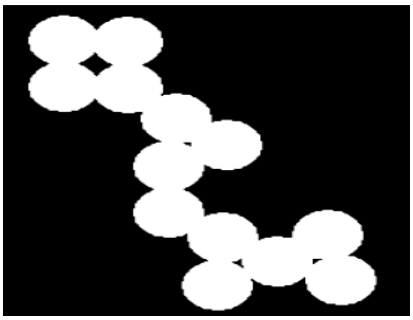
Figure. II.4.*Dilatation binaire.*

La dilatation binaire fait disparaitre les petits trous et les petits détroits, et fait grossir les objets.

II.2.3.Transformation par fermeture :

La fermeture consiste à appliquer une dilatation suivie d'une érosion en gardant le même élément structurant.

$$F_B(X) = E_B(D_B(X)). \qquad \textbf{(II.3)}$$



(a) : *Image originale* **(b)** : *Image binaire fermée.*

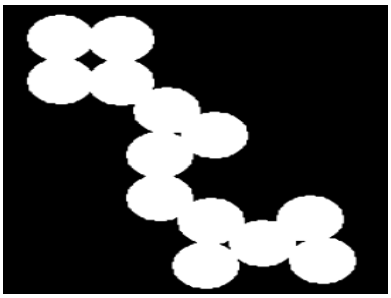
Figure. II.5 : *fermeture binaire.*

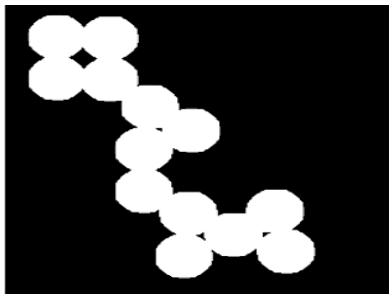
La fermeture binaire bouche les petits trous et ferme les petits détroits.

II.2.4.Transformation par ouverture :

L'ouverture est l'opération « inverse » de la fermeture, c'est une composition d'une érosion suivie d'une dilatation avec le même élément structurant.

$$O_B(X) = D_B(E_B(X)). \qquad \textbf{(II.4)}$$





(a)*: Image binaire.* ***(b)*** *: Image ouverte.*

Figure. II.6.*Ouverture binaire.*

L'ouverture binaire élimine les petites composantes et ouvre les petits isthmes.

II.2.5.Erodé ultime :

C'est la réunion de composantes qui disparaissent d'une érosion à l'autre dans une séquence d'érosions c'est-à-dire lorsqu'on applique n érosions successives avec le même élément structurant à l'image initiale, elle se divise en composantes connexes.

On continue le processus d'érosion jusqu'au moment où l'érosion suivante ferait disparaître les composantes de l'image. La partie encore présente dans chaque composante à l'étape précédente est son érodé ultime. La réunion des érodés ultimes des composantes connexes présentes dans l'image X est l'érodée ultime de X il est noté par : **Ult(X).**

En pratique elle est utilisée pour séparer les particules qui se chevauchent et qui se touchent.

II.3.Transformations morphologiques fonctionnelles :

La morphologie mathématique fonctionnelle, à la différence de la morphologie mathématique ensembliste, s'applique aux images en niveaux de gris.

Les transformations d'images en morphologie mathématique fonctionnelle se pratiquent comme pour la morphologie mathématique ensembliste: l'élément structurant B est déplacé de façon à ce que son origine x passe par toutes les positions de l'image. Pour chaque position, on comparera les valeurs prises par les pixels inclus dans le domaine de l'élément structurant. Le pixel central prendra soit la valeur minimale (lors d'une érosion) soit la valeur maximale (lors d'une dilatation).

Une image en niveau de gris peut se présenter par une fonction f, le graphe de la fonction est définit par :

$$f(x) = \{x, t \,/\, t=f(x)\}. \qquad \text{(II.5)}$$

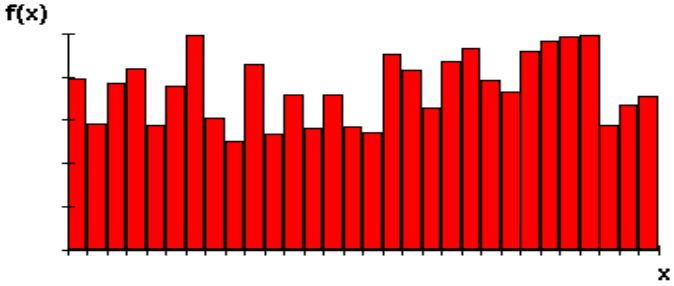


Figure. II.4. *Représentation d'une fonction de niveau de gris.*

II.3.1.Erosion numérique:

Pour obtenir la fonction érodée de f(x), on attribue à f(x) la valeur minimale qu'elle prend dans le domaine de l'élément structurant B et cela, à chaque nouveau

déplacement de B. L'image suivante illustre l'érosion de la fonction f(x) par un élément structurant B plat.

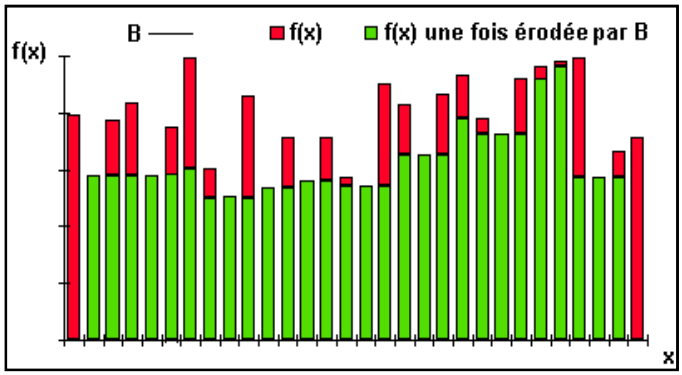
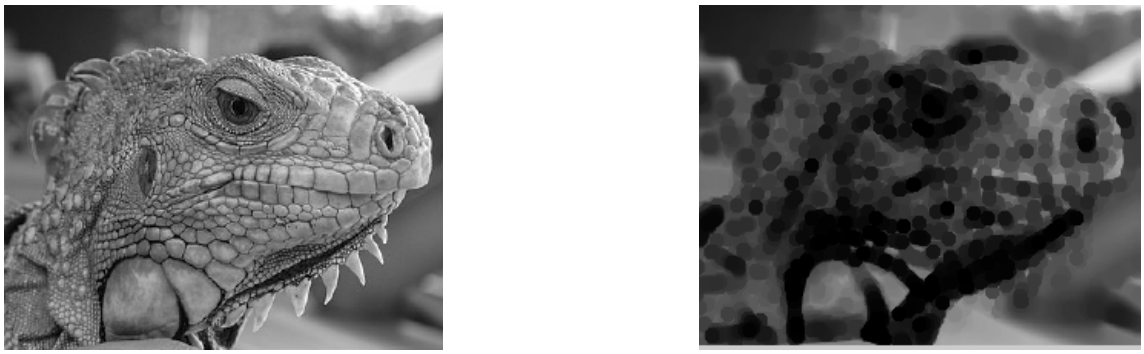


Figure. II.5.*Erosion en niveau de gris.*

Cette transformation a pour propriétés de réduire les "pics" de niveaux de gris et d'élargir les "vallées" : elle tend donc à homogénéiser l'image, à l'assombrir et à étaler le bord des objets les plus sombres.



(a) *: image originale,* **(b)** *: image érodée.*

Figure. II.6.*Erosion numérique.*

L'érosion en niveau de gris réduit la luminance des pixels qui sont entourés de voisins de moindre intensité.

II.3.2.Dilatation numérique:

Pour obtenir la fonction dilatée de f(x), on attribue à f(x) la valeur maximale qu'elle prend dans le domaine de B et ce, à chaque nouveau déplacement de B.

L'image suivante illustre la dilatation de la fonction f(x) par un élément structurant B plat.

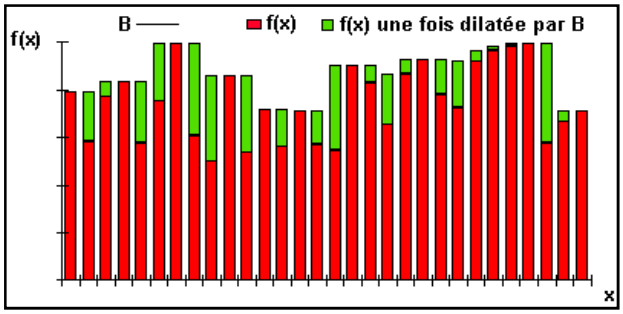


Figure. II.7. *Dilatation en niveau de gris.*

Cette transformation comble les "vallées" et épaissit les "pics" : elle homogénéise l'image, l'éclaircit et tend à faire disparaître les objets sombres.

(a) : *Image originale,* **(b)** : *image dilatée.*

Figure. II.8. *Dilatation numérique.*

II.3.3.Ouverture numérique:

Comme en morphologie mathématique ensembliste, l'ouverture consiste en une érosion suivie d'une dilatation.

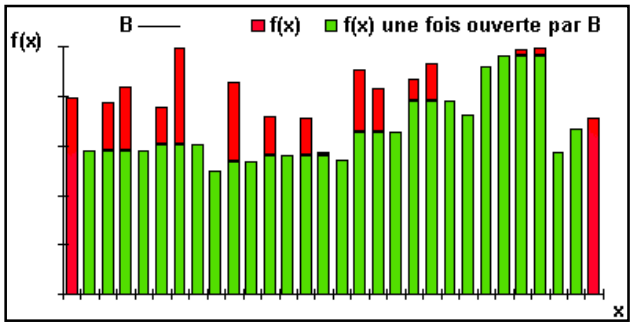


Figure. II.9. *Ouverture en niveau de gris.*

L'ouverture de f(x) par l'élément structurant B supprime les pics mais préserve les vallées, elle homogénéise l'image mais préserve les objets sombres.

(a) : *Image originale*

(b) : *Image ouverte.*

Figure. II.10. *Ouverture numérique.*

II.3.4.Fermeture numérique:

La fermeture en niveau de gris consiste en une dilatation suivie d'une érosion.

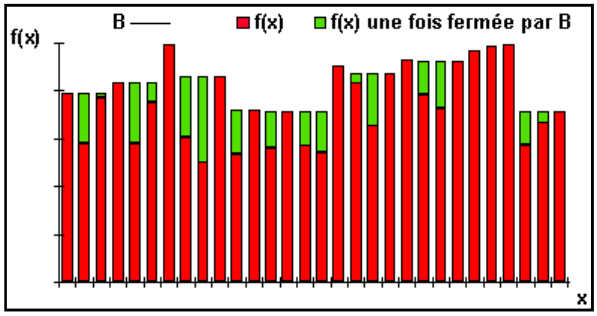
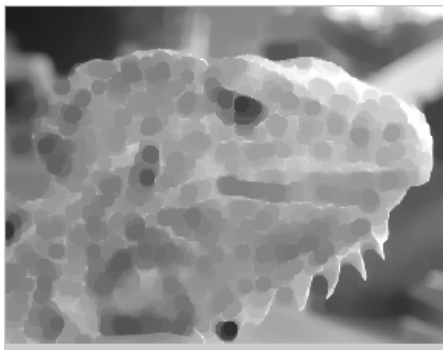


Figure. II.11. *Fermeture en niveau de gris.*

La fermeture comble les vallées, elle homogénéise et éclaircit l'image comme l'illustre la séquence d'image.



(a) : *image originale.* **(b) :** *image fermée.*

Figure. II.12. *Fermeture numérique.*

II.4.Chapeau haut de forme :

La transformation « chapeau haut de forme » est définie comme étant la différence entre une fonction f et son ouvert (après une ouverture numérique).

$$\mathbf{HDF = f - O_B (f)}. \qquad \textbf{(II.6)}$$

(a) : *Image originale.* **(b)** : *chapeau haut de forme.*

Figure. II.13.*Chapeau haut de forme.*

Elle peut se diviser en chapeau haut de forme noir de son terme anglais « black top-hat » et en chapeau haut de forme blanc de son terme anglais « White top-hat ».

- Le chapeau haut de forme noir (HDFN) correspond à la différence seuillée à une valeur (z) de l'image fermée et l'image initiale. Cette transformation permet la détection des zones foncées de l'image.
- Le chapeau haut de forme blanc (HDFB) correspond à la différence seuillée à une valeur (z) de l'image initiale et l'image ouverte.

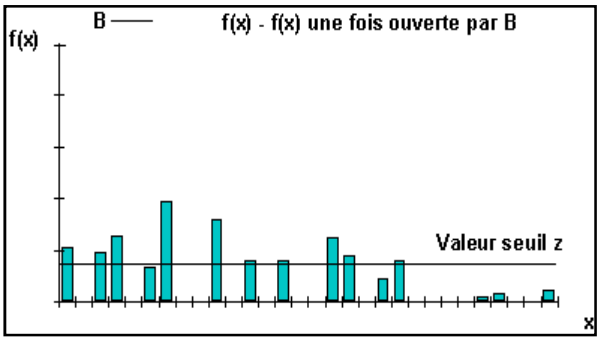
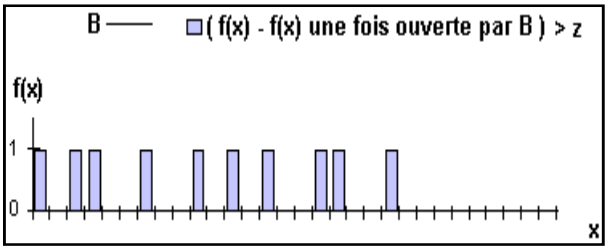


Figure. II.14.*Différence entre f(x) et l'ouvert de f(x).*

On commence par faire la différence entre la fonction f(x) de départ et la fonction f(x) ouverte. Ensuite, on attribut la valeur 1 aux objets qui ont l'intensité en niveaux de gris supérieure à ce seuil et 0 aux autres.



On ne s'intéresse qu'à la transformation chapeau haut de forme blanc car elle est insensible aux variations de niveaux de gris.

Le chapeau haut de forme permet d'extraire les pics, elle est appliquée aux images mal éclairées ou avec un fond variable.

II.5. Le gradient morphologique :

Le gradient morphologique trouve ses applications dans la détection des contours.

Il existe trois demi gradients :

- Le gradient par érosion (semi gradient intérieur) : met en évidence le contour interne. C'est le résidu obtenu entre l'image initial et son érodé par B.

$$g^{-}(f) = f - E_B(f). \qquad \textbf{(II.7)}$$

- Le gradient par dilatation (semi gradient extérieur) : renforce le contour extérieur, c'est le résidu obtenu entre le dilaté de l'image par B et l'image initiale.

$$g^{+}(f) = D_B(f) - f. \qquad \textbf{(II.8)}$$

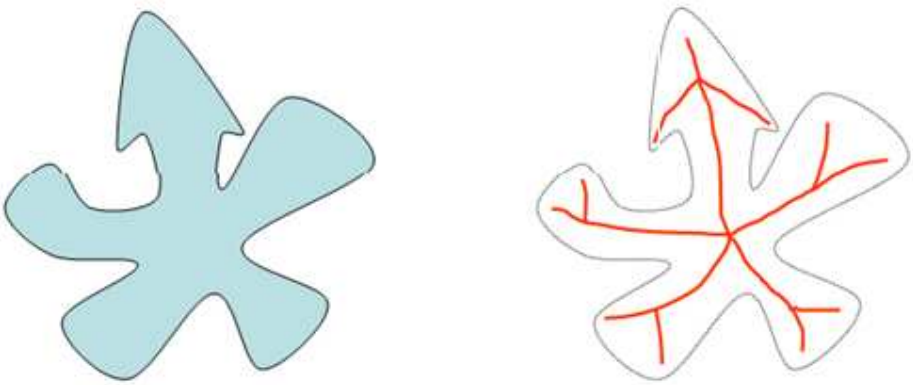
- Le gradient de Beucher ou large gradient : c'est la différence entre le dilaté de l'image par l'élément structurent B et son érodé.

$$G(f) = D_B(f) - E_B(f). \qquad \textbf{(II.9)}$$

Figure. II.15.*Gradients de l'image en niveau de gris.*

II.6.Squelettisation :

La squelettisation consiste à amaigrir une forme jusqu'à obtenir un ensemble de courbes centrées. L'ensemble obtenu est alors appelé ***squelette*** ou ***axe médian***. L'objectif de la squelettisation est de représenter un ensemble avec un minimum d'information, sous une forme qui soit à la fois simple à extraire et commode à manipuler. [7]



(a) **(b)**

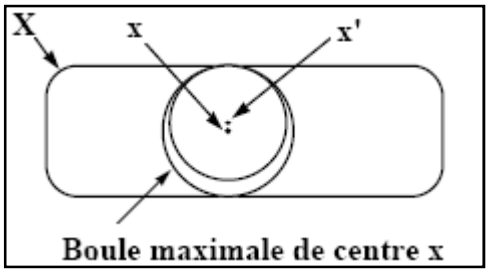
Figure. II.16. (a) *: ensemble initiale,* **(b)** *: squelette.*

Le squelette d'un ensemble $X \in R^2$ est défini à partir de la notion de boule maximale.

- **Boule maximale :**

  Une boule $B_n(x)$ de taille n et de centre $x \in X$ est maximale vis-à-vis de l'ensemble X s'il n'existe aucune boule $B_k(x')$ tels que :

$$B_n(x) \subseteq B_k(x') \subseteq X, k \geq n. \qquad \textbf{(II.10)}$$

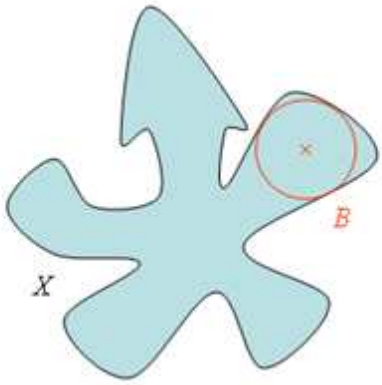


En pratique, les boules maximales doivent toucher la frontière de X au moins en deux points distincts.

II.6.1.Squelette par boule maximale :

Le squelette est la réunion des centres des boules maximales contenue dans X noté SBM(x).

SBM(x)= {p : Bp boule maximale}.



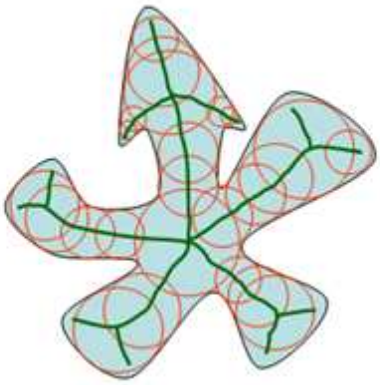


Figure. II.16. *Squelette par boule maximale.*

II.6.2.Squelette par zone d'influence :

- **Définition de zone d'influence :**

La zone d'influence d'une composante connexe de X est l'ensemble des points du plan le plus proche de cette composante que de toute autre composante de X et on la note $IZ(X_i)$ tel que :

$$IZ = \{x \in R^2,\ i \neq j,\ d(x, X_i) \leq d(x, X_j)\}. \qquad \textbf{(II.11)}$$

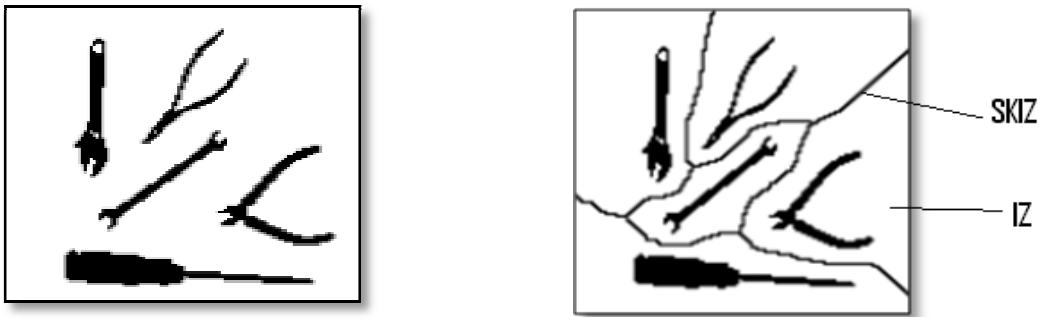
X : étant un ensemble composé des différentes composantes connexes X_i.

$X = \cup X_i$.

$d(x, X_i)$: est la distance du pixel x à l'ensemble X_i.

Les zones d'influence sont séparées par une ligne dont les points vérifient $d(x, X_i) = d(x, X_j)$. Elle est définie par :

$$SKIZ(X) = X/IZ(X). \qquad \textbf{(II.12)}$$



(a) : Originale. **(b)** : *Originale+SKIZ*

Figure. II.17.*Squelette par zone d'influence.*

II.7.Les filtres morphologiques :

Les filtres morphologiques sont utilisés afin de simplifier l'image en supprimant certaines structures géométriques(en général implicitement défini par un ou plusieurs éléments structurants).

L'ouverture et la fermeture sont deux filtres morphologiques. A partir de ces opérateurs on peut construire des filtres morphologiques de deux façons : par composition ou par combinaison de sup et inf. Un filtre morphologique est une transformation croissante et idempotente.

II.7.1.Filtres alternés :

Un filtre alterné de taille B noté $\mathbf{FA_B}$ est obtenu par itération d'ouverture et de fermeture de même taille :

$$\mathbf{O_B\, 0\, F_B}$$

Ou $\mathbf{F_B\ 0\ O_B}$

Ou $\mathbf{O_B\, 0\, F_B\, 0\, O_B}$

Ou $\mathbf{F_B\, 0\, O_B\, 0\, F_B}$

(a) : *image initiale.*

(b) : *Image filtré par un FA.*

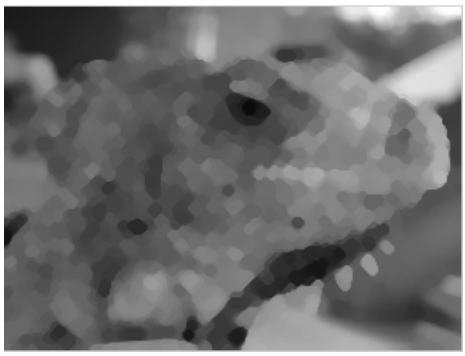
Figure. II.18. Filtre alterné.

II.7.2.Filtres alternés séquentiels :

Un filtre alterné séquentiel (FAS) est obtenu en réalisant une suite d'ouvertures et de fermetures de taille croissante. Ces filtres ont pour but de filtrer progressivement les pics étroits et les vallées étroites. Chaque étape de filtrage alterné nous montre des détails de taille croissante.

$$O_{B(1)}\, 0\, F_{B(1)}\, 0\, O_{B(2)}\, 0\, F_{B(2)} \ldots\ldots\ldots\ldots\, 0\, O_{B(i)}\, 0\, F_{B(i)}.$$

(a) : *image initiale*.



(b) : *image filtrée par un FAS de taille 3.*

Figure. II.19 : *Filtre alterné séquentiel.*

II.8.Transformations géodésiques :

La transformation géodésique est une opération qui consiste à reconstituer les composantes connexes d'un ensemble X, lorsque leur intersection avec les composantes connexes d'un autre ensemble Y est non vide.

L'ensemble de référence Y est généralement appelé marqueur et l'ensemble X masque géodésique. [6]

Les transformations géodésiques ont un très grand intérêt en morphologie mathématique car c'est dans ces transformations que se situent les instruments de base les plus performants dans la segmentation des objets constitutifs d'une image.

- **Distance géodésique**

Soit X un ensemble de R^2, de forme quelconque et connexe . Soient x et y deux points de X, la distance la plus courte entre ces deux points x et y selon un chemin totalement inclus dans l'ensemble X, est appelé « **chemin géodésique** » et cette longueur est noté d_x (x, y).[5]

$$d_x(x, y) = \inf \{l(Cxy) : C_{xy} \text{ chemin reliant x à y dans X}\}.$$

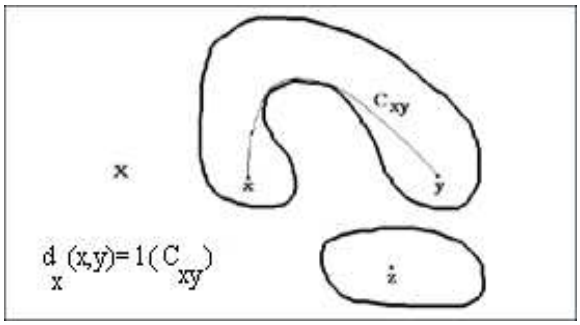


Figure. II.20. *Distance géodésique.*

II.8.1.Dilatation géodésique binaire :

Soit X et Y deux ensembles non vides dans R^2, avec $X \subseteq Y$. La dilatation géodésique de taille $n \geq 0$ de Y est l'ensemble des points de X dont la distance géodésique à Y est plus petite ou égale à n.

$$D_Y^n(X) = \{x \in Y : B(x, n) \cap X \neq \emptyset\}. \qquad \textbf{(II.13)}$$

Avec $B_x(x, n)$ est la boule géodésique de centre x et de taille n.

$$B_x(x, n) = \{x \in Y: dx(x, y) \leq n\}. \qquad \textbf{(II.14)}$$

Il existe une autre définition de la dilation géodésique telle que :

La dilatation géodésique de taille n de l'ensemble conditionnellement à Y, notée $D^{(n)}{}_Y(X)$, est défini comme une succession du dilaté géodésique de taille 1.

$$\forall\, X \subseteq Y\ ,\ D_Y^{(n)}(X) = \underbrace{D_Y^{(1)}(\ D_Y^{(1)}(\ \ldots\ldots\ D_Y^{(1)}\ (X)))}_{\text{(n fois)}} \qquad \textbf{(II.15)}$$

Avec : $D_Y^{(1)} = (X \oplus B) \cap Y = D_B(X) \cap Y$ est la dilatation de taille 1(élémentaire) de l'ensemble X conditionnellement à Y.

II.8.2.Erosion géodésique binaire :

De la même manière, l'érosion géodésique binaire de taille n d'un ensemble X dans l'ensemble de référence Y est définit par :

$$E_Y^{(n)}\ (X) = \{x \in Y: B\ (x, n) \subset X\}. \qquad \textbf{(II.16)}$$

- On note que :

$$E_Y^{(n)}(X) = Y \setminus D_Y^{(n)}(Y \setminus X). \qquad \textbf{(II.17)}$$

Ou : \ désigne la différence suivante : $Y \setminus X = Y \cap X^C$.

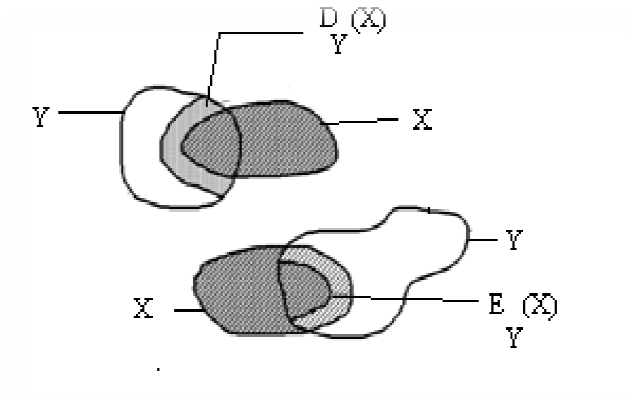


Figure. II.21.*Généralisation de la dilatation et l'érosion géodésique binaire.*

II.8.3.Dilatation et érosion géodésiques numériques :

Soit f une fonction numérique et soit g le masque géodésique tel que $f \leq g$, la dilatation géodésique de taille n est définie par :

$$D_g^{(n)}(f) = \underbrace{D_g^{(1)}(\ D_g^{(1)}(\ \ldots\ldots\ D_g^{(1)}\ (f))}_{\text{(n fois).}} \qquad \textbf{(II.18)}$$

Avec $D_g^{(1)}$ est la dilatation géodésique de taille 1 donnée par :

$$D_g^{(1)}\ (f) = \inf\ (D(f), g) \quad \text{noté aussi } D_g(f) = D(f) \wedge g.$$

La dilation géodésique a pour objet de dilater une image appelée marqueur f tout en étant contraint dans une image appelée masque g.

L'érosion géodésique $E_g^{(n)}$ s'obtient par dualité.

L'application première de la dilatation géodésique est l'opération dite reconstruction, qui permet d'extraire complètement des objets marqués sans modifier leur forme. Dans le cas numérique, l'image f marque les structures ou régions à construire (à préserver).

II.9.Transformations par reconstruction :

Les transformations par reconstruction sont définies par composition, d'une transformation morphologique et de la reconstruction géodésique, soit par une dilatation, soit par une érosion.

II.9.1.Reconstruction binaire :

La reconstruction de l'ensemble X à partir de Y ⊂ X est obtenue par itération de la dilatation géodésique élémentaire de Y dans X jusqu'à l'idempotence.

$$D_X^{rec}(Y) = D_X^{\infty}(Y) = D_X^{(n)}(Y) \quad \text{Jusqu'à} \quad : D_X^{(n)}(Y) = D_X^{(n+1)}(Y). \qquad \textbf{(II.19)}$$

II.9.2.Reconstruction numérique : [4]

La reconstruction de la fonction f à partir de g ≥ f, est obtenue par itération de la dilatation géodésique élémentaire de f dans g jusqu'à l'idempotence :

$$D_g^{rec}(f) = D_g^{\infty}(f) = D_g^{(n)}(f) \quad \text{Jusqu'à} \quad : D_g^{(n)}(f) = D_g^{(n+1)}(f). \qquad \textbf{(II.20)}$$

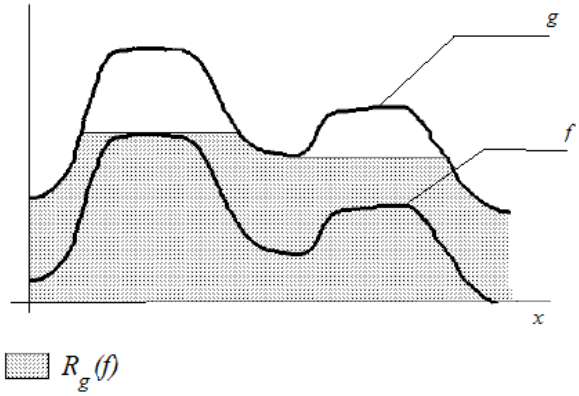


Figure. II.22. *Reconstruction géodésique numérique.*

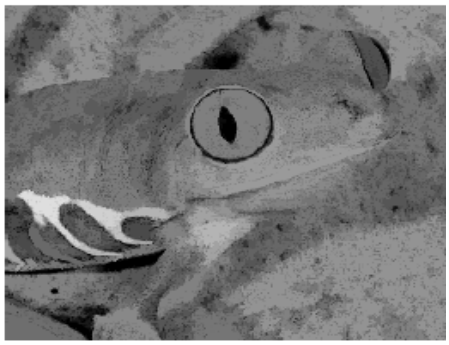
La reconstruction duale E_g^{rec} (f) est définie avec des érosions géodésiques jusqu'à l'idempotence.

II.9.3. Ouverture par reconstruction : [4]

L'ouverture par reconstruction de taille n est définie par :

$$O^{rec}(f) = D_f^{rec}(E^{(n)}(f)) = D_f^{rec}(E^{(n+1)}(f)). \qquad \textbf{(II.21)}$$

(a) : *Image originale*



(b) : *Ouverture par reconstruction.*

Figure. II .23.*Ouverture par reconstruction.*

II.9.4.Fermeture par reconstruction : [4]

Une fermeture par reconstruction de taille n est définie par :

$$\mathbf{F^{rec}(f) = \boldsymbol{D_f^{rec}}\ (D^{(n)}(f)) = \boldsymbol{E_f^{rec}}\ (D^{(n+1)}(f)).} \qquad \textbf{(II.22)}$$

(a) : *Image originale.*

(b) : *Fermeture par reconstruction.*

Figure. II.24.*Fermeture par reconstruction.*

Par extension, les ouvertures et fermetures par reconstruction éliminent les structures en préservant les contours des images numériques.

Conclusion :

On vient de définir dans ce chapitre les notions générales de la morphologie mathématique. Nous avons développé les différents opérateurs morphologiques classiques et géodésiques, afin de pouvoir les appliquer à la segmentation d'images en utilisant l'algorithme de la LPE.

Introduction :

La segmentation (ou l’extraction des caractéristiques) est un point central dans un système de traitement et d’analyse d’images. Elle consiste à regrouper les pixels qui partagent une même propriété pour former des régions connexes, homogènes et différentes de leurs voisines.

Il existe plusieurs approches et méthodes de segmentation .On va s’intéresser dans ce chapitre à l’étude de la segmentation d’images par une approche morphologique .L’un des outils de segmentation les plus puissants fourni par cette approche est la ligne de partage des eaux (en abrégé la LPE). Elle constitue l'un des principaux concepts de la Morphologie Mathématique et, dans ce cadre, elle est considérée comme un des opérateurs les plus répandus permettant de segmenter une image. [5]

III.1.Définition des extrema d’une fonction :

Les extrema d'une fonction f ou les extremums régionaux jouent un rôle important pour les images numériques, en particulier dans le calcul des operateurs géodésiques. Pour les mettre en évidence on peut utiliser la reconstruction de la fonction f.[6]

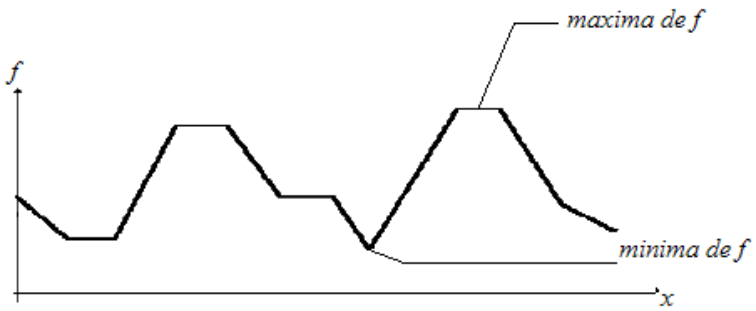


Figure.III.1. *Les extrema d'une fonction.*

Un extrema régional peut être un maximum régional ou un minimum régional.

- ✓ **Définition du maximum régional :**

Un maximum régional d'une fonction f est un point ou un plateau d'où on ne peut pas atteindre un point ou un plateau plus haut sans être obligé de descendre.

L'extraction des maximums régionaux est obtenue en appliquant la reconstruction par dilatation de la fonction f-1 dans f.

Cette notion est définit par :

$$\mathbf{MR(f) = f - R_f\,(f-1).} \qquad \textbf{(III.1)}$$

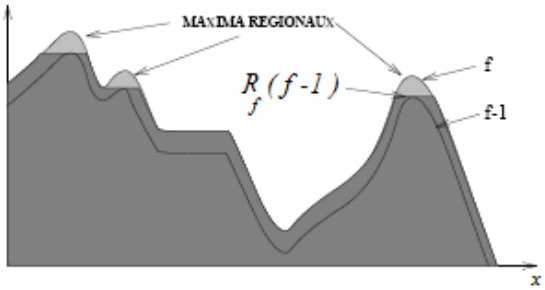


Figure.III.2 *Extraction des maximas régionaux.*

✓ **Définition du minimum régional :**

Un minimum régional est un point ou un plateau d'où on ne peut pas atteindre un point ou un plateau plus bas sans être obligé de remonter.

De la même manière, l'extraction des minimas régionaux est obtenue en appliquant la reconstruction par l'érosion de la fonction f +1.

Cette notion est définit par :

$$\mathbf{mR\ (f) = R_f^*(f+1) - f.} \qquad \textbf{(III.2)}$$

✓ **Maxima et minima étendus :**

Les extrema régionaux sont extrêmement sensibles aux bruits de l'image, une approche plus robuste consiste à éliminer les points de l'image dont le contraste est plus petit que la valeur h(bruit).On appelle cette transformation h-max tel que :

$$\mathbf{h\text{-}max_h\ (f) = f\text{-}R_f(f\text{-}h).} \qquad \textbf{(III.3)}$$

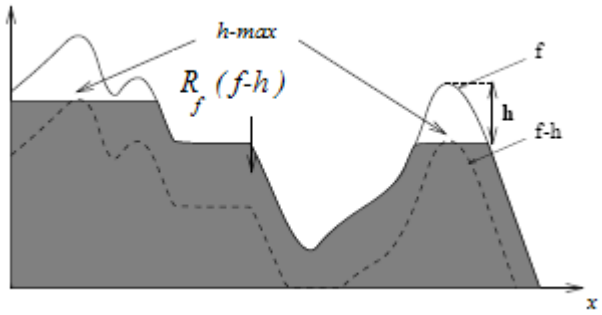


Figure.III.3. *Extraction des maximas étendus régionaux.*

La position des maxima étendu est donné par la détection des maxima de la transformée h-max de f avec le paramètre de bruit h.

$$\mathbf{EMAX_h\ (f) = MR\ (h\text{-}max\ (f))}. \qquad \textbf{(III.4)}$$

De manière duale, nous pouvons définir les minima étendus de l'image connaissant la hauteur du bruit à éliminer h:

En premier lieu, on doit éliminer les points de l'image dont le contraste est plus petit que la valeur h du bruit, ce qui fait l'objet de la transformation h-min :

$$h\text{-}min_h(f) = [R^*_f\,(f+h)]-f. \qquad \textbf{(III.5)}$$

La position des minima étendu sera donné par :

$$Emin_h\,(f) = mR^*\,(h\text{-}min_h(f)). \qquad \textbf{(III.6)}$$

III.2.Ligne de partage des eaux LPE :

La ligne de partage des eaux a été proposée comme une technique de segmentation par ***S. Beucher et C. Lantuéjoul*** en ***1977***. Son but est d'obtenir une partition de l'image en régions. Elle s'appuie sur les transformations géodésiques précédemment décrites.

III.2.1.Définition de la LPE :

La LPE est l'approche morphologique de la segmentation d'une image. Elle consiste à extraire les lignes de crête du module gradient de l'image permettant ainsi de décomposer l'image en régions homogènes.[5]

L'une des principales classes d'implémentation de la LPE est basée sur l'algorithme récursif d'immersion .Dans ce cadre, la LPE considère l'image en niveau de gris comme un relief topographique : le niveau de gris de chaque pixel dans l'image est interprété comme son altitude dans le relief topographique .Les bassins et vallées correspondent aux zones sombres de l'image alors que les montagnes et les lignes de crêtes correspondent aux zones claires.

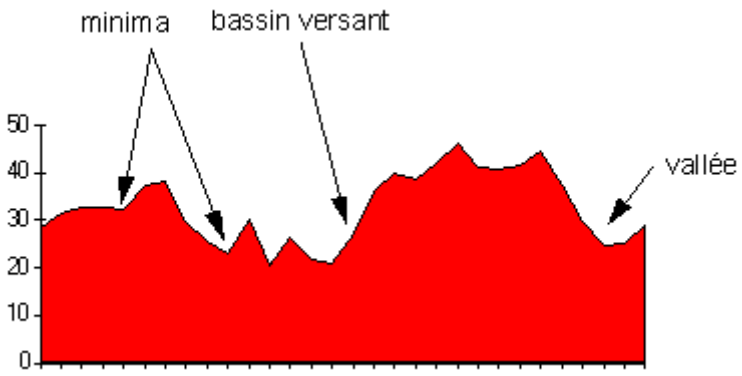


Figure.III.4. *Fonction numérique présentée par un relief topographique*

Le principe de la LPE par immersion consiste à imaginer que tous les minima régionaux sont percés. Ensuite, l'eau est introduite progressivement par ces minima afin d'immerger le relief.

Chaque fois que la hauteur d'eau atteint l'altitude d'un minimum, alors une nouvelle région est créée, donnant ainsi naissance à un bassin versant pour chaque minima régional.

Chaque fois que deux bassins versants se rencontrent on empêche leur fusion en construisant des digues. A la fin de l'immersion, l'ensemble des digues achevées entourées d'eaux constituent la LPE.

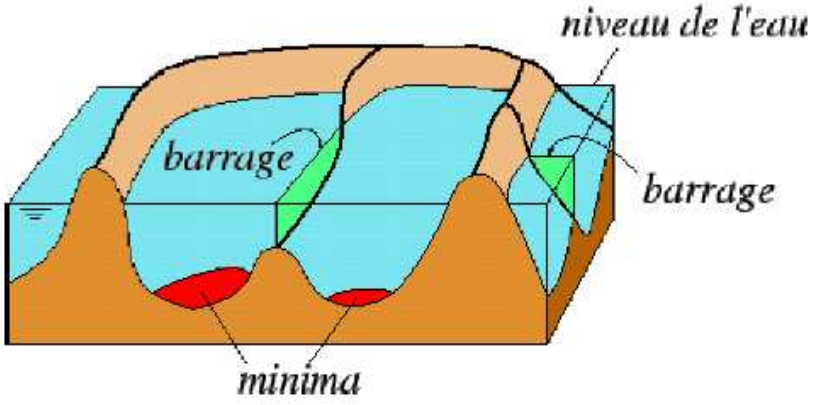


Figure.III.5. *La LPE par immersion.*

La ligne de partage des eaux est constituée par l'ensemble des digues ainsi construites. Elle partage donc l'image en plusieurs bassins versants que l'on peut considérer comme des zones d'influences ou zones d'attractions des minima régionaux.

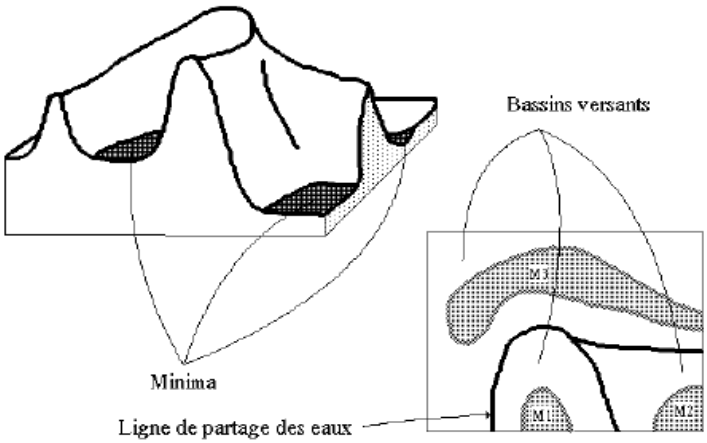


Figure.III.6. *La LPE et les bassins versants d'une fonction.*

III.2.2.Construction de la LPE : [5]

La LPE par immersion présente l'avantage de fournir un algorithme direct pour sa construction. Cet algorithme est basé sur la reconstruction des seuils successifs de la fonction f à l'aide du squelette par zone d'influence géodésique.

Soit f une fonction numérique. Désignons par $Z_i(f)$ l'ensemble des points x d'altitude inferieur ou égale à i.

$$\mathbf{Z_i(f) = \{x : f(x) \leq i\}.} \qquad \textbf{(III.7)}$$

Considérant la plus petite altitude i correspondant à un seuil $Z_i(f)$ non vide .$Z_i(f)$ peut avoir plusieurs composantes connexes, chacune d'elles étant alors par définition un minimum régional de f .Examinons alors le seuil $Z_{i+1}(f)$ immédiatement supérieure.

$$\mathbf{Z_i(f) \subset Z_{i+1}(f).}$$

Soit Z une composante connexe de $Z_{i+1}(f)$.Il y a trois relations possibles entre Z et $Z_i(f)$:

- $Z \cap Zi(f) = \emptyset$. dans ce cas. Z est un minimum régional possible entre Z et $Z_i(f)$.
- $Z \cap Zi(f)$ est non vide et connexe, dans ce cas Z représente le niveau (i+1) produit par l'inondation du minimum régional $Z_i(f) \cap Z$.
- $Z_i(f) \cap Z$ peut etre non vide et formés de plusieurs composantes connexes, dans ce cas Z est la réunion des eaux provenant des différents minima régionaux composant $Z_i(f) \cap Z$.

Chaque zone d'influence constitue un bassin versant au niveau i+1 associée à chaque minimum régional (composante connexe) de $Z_i(f) \cap Z$.

Reprenons alors la totalité de seuil $Z_{i+1}(f)$.Comme ce qui vaut pour une composante connexe de $Z_{i+1}(f)$ vaut pour toutes les autres composantes.

Il suffit alors de réitérer cette procédure de construire pour les niveaux i+2, i+3,…etc. De façon plus formelle on peut décrire cet algorithme comme suit :

<u>Initialement :</u>

$$\mathbf{W_0 = m_0(f).}$$

$m_0(f)$ désigne les minima de f à l'altitude nulle et W_0 la section des bassins versants de f au même niveau.

<u>Pour **i=1** jusqu'à **i=N**, on calcule :</u>

$$\mathbf{W_i = [SKIZ(W)] \cup m_i(f).} \qquad \textbf{(III.8)}$$

Le premier terme désigne le squelette par zone d'influence géodésique de W_{i-1} section des bassins versants de f au niveau i-1 dans le seuil de f au niveau i.

Le second terme est constitué des minima de f à l'altitude i, il peut se calculer chaque niveau par l'opération suivante :

$$m_i(f) = Z_i(f) / R_{Z_i(f)}(Z_{i-1}(f)). \qquad \textbf{(III.9)}$$

C'est la différence entre le seuil i et la reconstruction géodésique de seuil i-1.

A la fin de la procédure, W_N représente les bassins versants de f.

$$LPE = W^C_N . \qquad \textbf{(III.10)}$$

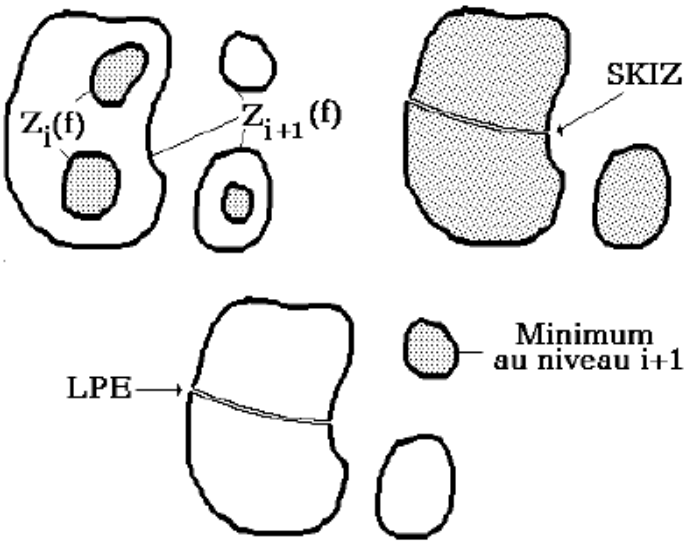


Figure.III.6.*Construction de la LPE par SKIZ géodésique.*

III.2.3.Utilisation de la LPE : [6]

L'utilisation la plus courante et la plus pratique de la LPE est sur une image du gradient (morphologique), les vallées de l'image gradient vont représenter les régions homogènes de l'image initiale. Cela crée ainsi des lignes de partages des eaux aux points de discontinuités des niveaux de gris, ce qui est intéressant pour les applications de la segmentation.

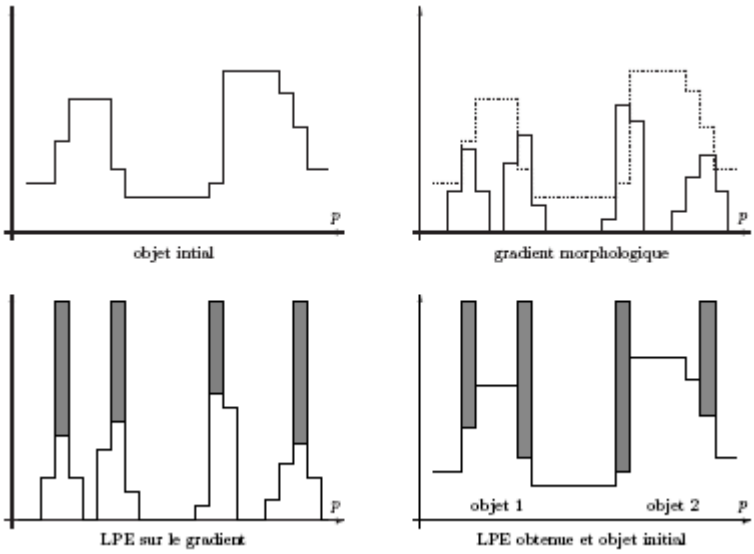


Figure.III.7. *Segmentation par la LPE.*

III.3.Amélioration de la segmentation morphologique par la LPE :

L'efficacité de la LPE en tant qu'outil de segmentation est son application directe sur l'image gradient sans traitement préalable, mais malheureusement dans la majorité des cas cela conduit à une sur-segmentation désastreuse qui est l'inconvénient majeur de la LPE. Son origine est du à la présence d'un grand nombre des minima locaux non significatifs dans l'image originale (dus au bruit du système de prise de vue par exemple ou à la variation locale non significatifs des niveaux de gris).[8]

Les minima régionaux peuvent être des :

- ✓ Minima profonds mais de faible largeur (min 1).
- ✓ Minima larges mais de faible profondeur (min 2).

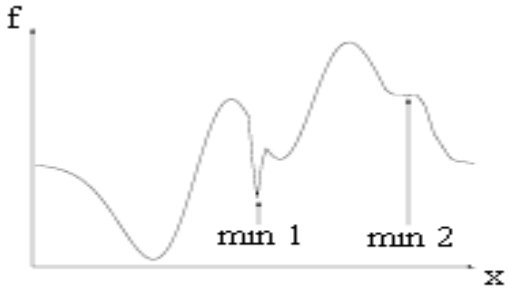
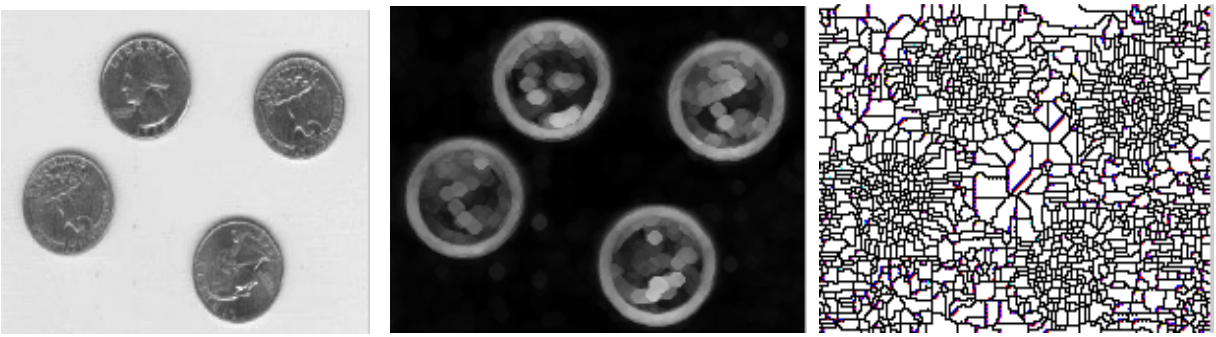


Figure.III.8. *Minima régionaux non significatifs.*



(a) **(b)** **(c)**

Figure.III.9. *Illustration de la sur-segmentation:* ***(a)****:image originale,* ***(b)****: image gradient,* ***(c)****: LPE de l'image gradient.*

Il existe plusieurs méthodes qui permettent de pallier à cette sur-segmentation **:**

- La première consiste à filtrer l'image originale afin de supprimer tous les minima non significatifs de l'image gradient : c'est l'approche ***filtrage.***
- La deuxième consiste à choisir le nombre de minima locaux donc le nombre de zones qu'on souhaite mettre en évidence : c'est l'approche ***marqueurs (swamping).***
- Enfin, une première LPE peut servir de marqueur pour une seconde et la zone qu'elle délimite donne lieu à une image mosaïque. Cette image est susceptible à son tour d'être traitée par la LPE .C'est un processus itératif qui donne lieu à une ***segmentation hiérarchique.***

III.3.1. La LPE par filtrage :

Dans cette approche, on cherche à atténuer l'information parasite (bruit) qui rend l'extraction des informations recherchées dans l'image difficile. Elle consiste à éliminer tous les minima non significatifs de l'image gradient.

Avec les différents filtres qui sont disponibles en traitement d'image, les filtres morphologiques sont les plus utilisés car ils permettent de conserver les contours tout en simplifiant l'image, ce qui est intéressants dans cette approche.

III.3.1.1.Filtres alterné-séquentiels :

Comme on les a déjà défini précédemment, les filtres alternés-séquentiels sont des filtres morphologiques qui consistent à faire une succession d'ouverture et de fermetures par un élément structurant de taille croissante.

III.3.1.2. Filtre par reconstruction :

La reconstruction géodésique reconfigure les minima d'une image. Lors de la reconstruction de l'image initiale par l'image de contrainte, on obtient une image modifiée dont les minima correspondent à ceux définis par l'image de marquage. Ce procédé de reconstruction crée alors une image égale à l'origine et élimine les minima non marqués et on opère une LPE sur cette image.

III.3.2. La LPE avec marqueurs : [5]

Dans cette approche, on utilise la LPE en imposant les sources d'inondations c'est-à-dire on utilise des marqueurs qui ont pour rôle d'imposer la présence de certains bassins versants seulement, de manière à contraindre la topologie de la LPE.

Les objets placés dans une image apparaissent comme des régions à niveaux de gris homogènes. Ces régions sont mises en évidence par le gradient morphologique, dont les minima définissent en fait des marqueurs. Néanmoins le gradient morphologique comporte bien trop de minima non-significatifs que l'on va donc chercher à supprimer. L'idée de l'approche par marqueurs est de contraindre la LPE à considérer un ensemble de marqueurs préalablement et judicieusement choisi.

La réalisation de cette idée exige deux choses :

- ✓ L'extraction des marqueurs des régions à segmenter.
- ✓ L'intégration de cette information dans l'image originale.

III.3.2.1.L’extraction des marqueurs :

On cherche des ensembles connexes de points faisant partie des objets à segmenter. Quand les minima sont remplacés par des marqueurs il est primordial de contrôler leur place. On doit les choisir en s'assurant qu’ils contiennent les minima significatifs de l'image. Les marqueurs doivent être choisis tels qu'ils soient contenues dans les sous bassins versants, c'est à dire les parties du bassin inondées avant le premier débordement.

Il existe plusieurs méthodes de type morphologique qui permettent de déterminer de tels ensembles.

III.3.2.1.1. Méthode du chapeau haut de forme :

Dans cette méthode, on extrait des éléments plus petits que l'élément structurant. C'est à dire qu'on considère comme marqueurs les éléments qui sont à l'intérieur du chapeau haut de forme. Cette transformation est définie comme la différence entre l'image f et son ouverture de taille λ. On choisit la valeur de λ en fonction de la taille des éléments à mettre en évidence.

III.3.2.1.2. Méthode des h-minima :

Cette méthode consiste à déterminer les régions minimales de l'image obtenue par reconstruction géodésique par dilatation de l'image J par l’image source I (J=I-h). Cette reconstruction géodésique a pour effet de combler les bassins versants non significatifs (ce qui suppose un bon choix de h) pour ne conserver que les minima intéressants.

III.3.2.2. Intégration des marqueurs dans l’image originale:

L’intégration des marqueurs dans l’image originale est obtenue par la reconstruction géodésique de l’image originale. Elle consiste à reconfigurer les minima dans l’image, cela crée une image égale à l’origine dont les zones marquées seront les sources d’inondations de la LPE. Généralement, on utilise un marqueur pour chaque objet à segmenter plus un marqueur pour le fond.

III.3.3.La segmentation hiérarchique :

Cette solution consiste à simplifier l'image initiale, tout en conservant dans l'image simplifiée l'information pertinente pour la segmentation. Une telle procédure de simplification conduit à une approche hiérarchique.

L'idée de ce traitement est la suivante : on va chercher à créer une mosaïque des zones plates qui ressemble à l'image de départ, éliminant ainsi les variations d'intensité à l'intérieur de chaque carreau de la mosaïque. On applique à nouveau ce traitement sur l'image simplifiée et au fil des itérations, la LPE d'une telle image sera ainsi bien moins sur-segmentée.

III.3 3.1. Image-mosaïque : définition et construction : [5]

Soit f une fonction numérique associée à l'image originale et g à son gradient morphologique. Pour construire une image-mosaïque à partir de l'image originale f, on va appliquer la LPE sur l'image –gradient g et à chaque bassin versant BV_i de la LPE (g) on détermine un minimum m_i du gradient. A ce minimum correspond une valeur de niveau de gris constante f_i sur la fonction initiale telle que :

$$\forall\, \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{m_i}\,; \quad \mathbf{f(x)} = \mathbf{f_i} \qquad \textbf{(III.12)}$$

On définit une nouvelle fonction f' en affectant à chaque bassin versant BV_i la valeur f_i précédemment définit. Cette fonction est dénommée image-mosaïque ou image-partition.

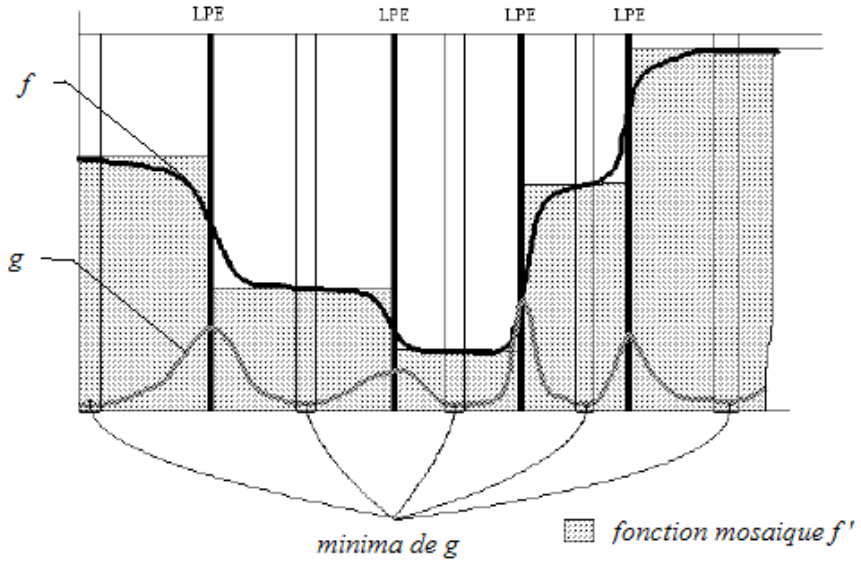


Figure.III.10. *Principe de la construction de l'image mosaïque.*

La figure III.11 présente le résultat en (b) d'une telle démarche appliquée à l'image initiale en (a).

(a) **(b)**

Figure.III.11 :*(a) : image initiale, (b) :l'image-mosaïque.*

Cette simplification transforme l'image originale en une fonction étagée. L'image-mosaïque est intéressante à un plus d'un titre. D'abord, elle présente un meilleur contraste que l'image initiale, puisque chaque contour apparait désormais comme une marche d'escalier. Ensuite, l'information éliminée par cette transformation n'est pas pertinente, puisque, par construction, on a préservé tous les contours qui sont

apparus sur l'image initiale. L'image-mosaïque conserve le contour tout en les renforçant.

III.3.3.2.LPE sur l'image-mosaïque :

Partant de l'image-mosaïque f' et de son gradient-mosaïque, on va introduire une procédure de hiérarchisation susceptible d'éliminer la sur-segmentation de l'image de départ.

On applique la LPE sur le gradient-mosaïque, et on construit une nouvelle image mosaïque f'' à partir de f' et de LPE précédente.

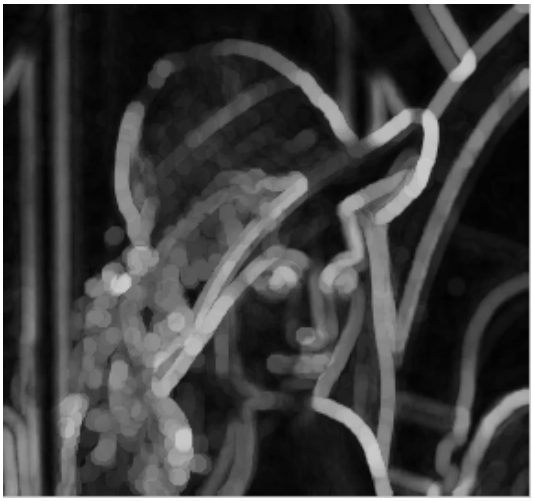


Figure.III.11 *: Le gradient-mosaïque.*

On applique à nouveau la même démarche à l'image obtenue f'', on obtient ainsi des niveaux de hiérarchie croissants dans lesquels la sur-segmentation est à chaque fois diminuée.

La segmentation devient de plus en plus simple au fil des itérations, on arrête le traitement lorsque certains éléments essentiels de l'image disparaissent.

Conclusion :

Nous avons présenté dans ce chapitre une méthode de segmentation par approche morphologique qui est la ligne de partage des eaux qui fournit des contours fermés. Cette méthode est très sensible aux faibles variations des niveaux de gris ce qui engendre généralement le problème de la sur-segmentation .Avec les améliorations proposées dans ce chapitre, on va essayer d'améliorer les résultats de segmentation.

Introduction :

Le but de ce chapitre est de présenter les résultats de la programmation des méthodes qui permettent d'améliorer les performances de la segmentation d'image par la ligne de partage des eaux (LPE).

Les programmes sont appliqués sur des images en niveau de gris et exécutés sous le logiciel MATLAB. Ce logiciel est le plus utilisé en traitement d'image car il offre de nombreuses possibilités de traitement avec une palette très fournie d'outils prêts à l'emploi.

IV.1.Présentation du logiciel MATLAB :

MATLAB (abréviation de ***MAT****rix* ***LAB****oratory*) est un langage de programmation de haut niveau pour le calcul numérique. Il est particulièrement performant pour le calcul matriciel, car sa structure de données est basées sur des matrices. Il dispose de possibilité d'affichage très riches et d'une syntaxe spécifique, simple et intuitive. Il s'agit d'un langage à interpréter, ce qui permet un développement très rapide mais qui a l'inconvénient de ne pas avoir un temps d'exécution aussi rapide qu'un langage comme C.

MATLAB propose deux types de fonctionnement :

- Un fonctionnement en ligne de commande où MATLAB exécute les instructions au fur et à mesure qu'elles sont données par l'utilisateur.
- Un fonctionnement via des scripts, dans ce cas MATLAB exécute ligne par ligne un fichier que l'on désigne par programme.

Une image MATLAB est une matrice bidimensionnelle de valeurs entières ou réelles. Les principales fonctions de traitement d'image sous MATLAB se trouvent

dans la boite à outils (toolbox) image processing (traitement d'image) ou on peut trouver les fonctions suivantes :

- Lecture, écriture et affichage d'une couleur au niveau de gris ;
- Transformations spatiales et transformations fréquentielles ;
- Filtrage linéaire et non linéaire ;
- Binarisation et morphologie mathématique ;
- Analyse et restauration d'image ;
- Changement d'espace couleur ;

IV.2.Présentation des images tests :

Notre méthode de segmentation par la LPE va être réalisée sur des images en niveau de gris. Nous effectuerons nos tests sur les images suivantes :

- L'image *Lenna* :

Lenna est une image classique du traitement d'images. Elle est appréciée pour la richesse des caractéristiques qu'elle présente. Une image riche de détails et de difficultés pour la segmentation.

- L'image *Cell :*

Cette image présente des cellules avec des niveaux de gris semblables et qui parfois se chevauchent, ce qui rend leur segmentation difficile.

- Image *Cameraman*

L'image cameraman présente aussi des détails qui rendent sa segmentation difficile. En effet, on n'a pas le même contraste entre les différents objets du fond.

- Image House

L'image *House* est une image simple qui n'a pas assez de détails.

IV.3.Présentation des résultats

<u>Test 1 :</u> sur l'image *Lenna.*

. Ligne de partage des eaux sur l'image initiale :

Figure. IV.1.a. *Image initiale.*

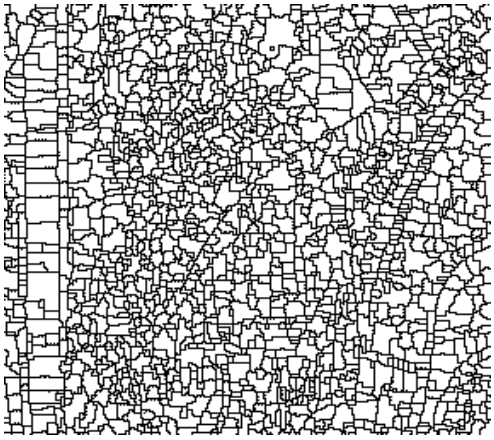


Figure. IV.1.b. *Image sur-segmentée.*

Figure. IV.1. *La LPE de l'image Lenna*

❖ Ligne de partage des eaux sur l'image filtrée

- **Le filtre par reconstruction**

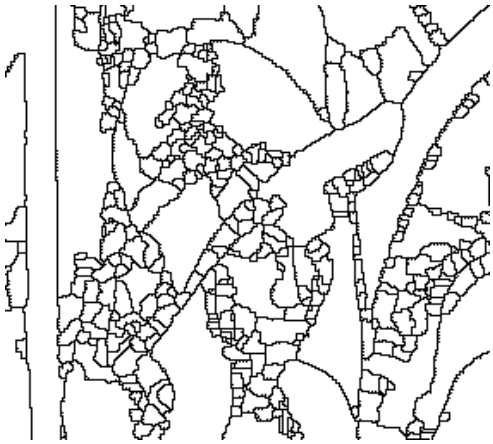


Figure. IV.2.a. *Image filtrée*. **Figure. IV.2.b.** *LPE sur l'image filtrée*.

Figure. IV.2. *Résultats de la LPE sur l'image filtrée par le filtre par reconstruction.*

❖ La LPE contrainte par le marquage

• Méthode de chapeau haut de forme

Figure. IV.3.a. *Image transformée.*

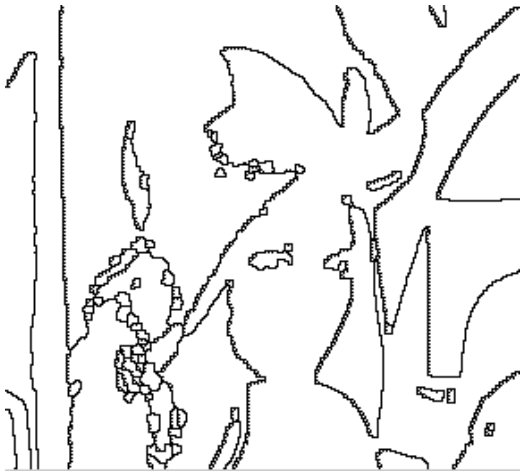


Figure. IV.3.b .*LPE de l'image transformée.*

Figure. IV.3. *Résultats de la LPE par marquage par la méthode de chapeau haut de forme.*

❖ LPE hiérarchique

- **Sans filtrage**

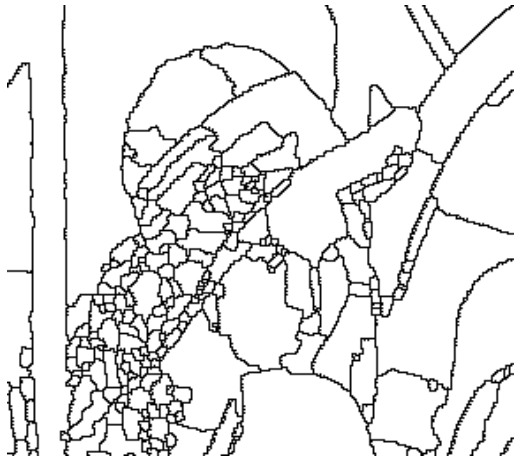


Figure. IV.4.a. *LPE à la première itération. (280 régions).*

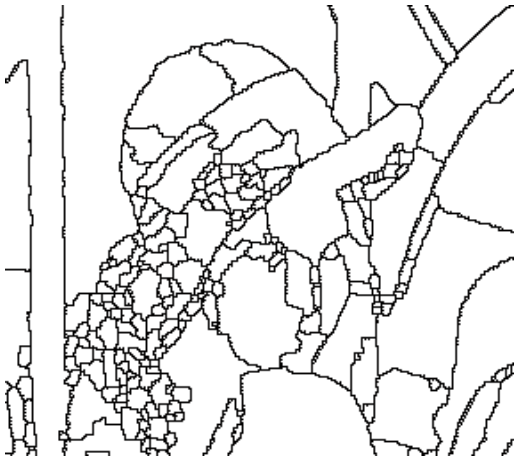


Figure. IV.4.b. *LPE à la deuxième itération (265 régions).*

Figure. IV.4.c. *LPE à la troisième itération. (238 régions).*

Figure. IV.4.d. *LPE à la quatrième itération (218 régions).*

Figure. IV.4.e. *LPE à la quatrième itération superposée à l'image initiale.*

Figure. IV.4. *Résultats de la LPE hiérarchique sans filtrage.*

❖ LPE hiérarchique

- **Avec filtrage**

Figure. IV.5.a. *Image filtrée.*

Figure. IV.5.b. *LPE à la première itération (155 régions).*

Figure. IV.5.c. *LPE à la deuxième itération (145 régions).*

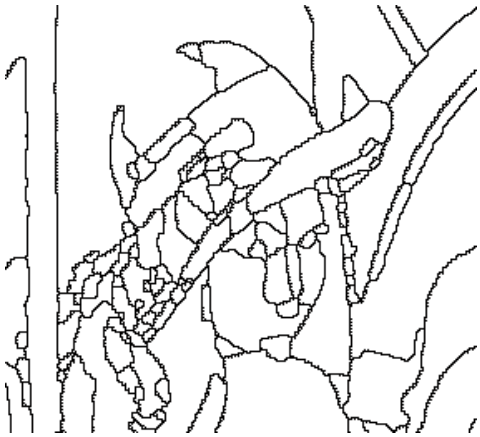


Figure. IV.5.d. *LPE à la troisième itération. (140 régions).*

Figure. IV.5.e. *LPE à la troisième itération superposée à l'image initiale.*

Figure. IV.5. *Résultats de la LPE hiérarchique avec filtrage.*

Interprétation :

Les résultats des filtres sur l'image Lenna a révélé une LPE qui fait apparaitre la forme du chapeau et du visage (figure IV.2.b). Néanmoins, subsiste toujours la sur-segmentation.

L'application de la LPE contrainte par des marqueurs sur l'image *Lenna* nous donne des résultats différents lorsqu'on modifie la taille de l'élément structurant (pour le calcul de chapeau haut de forme). Ce qui conduit à l'apparition des nouvelles distributions des zones. On arrive uniquement à détecter les grands traies de cette image et on perd les détails (figure IV.3.b).

Avec la LPE hiérarchique, on arrive à préserver les traies du visage. Mais la sur-segmentation est toujours présente (figure IV.4). Le filtrage de l'image avant d'appliquer la LPE diminue le nombre de régions (figure IV.5).

<u>Test 2 :</u> sur l'image *cameraman.*

❖ **Ligne de partage des eaux sur l'image initiale :**

Figure. IV.6.a. *Image initiale.*

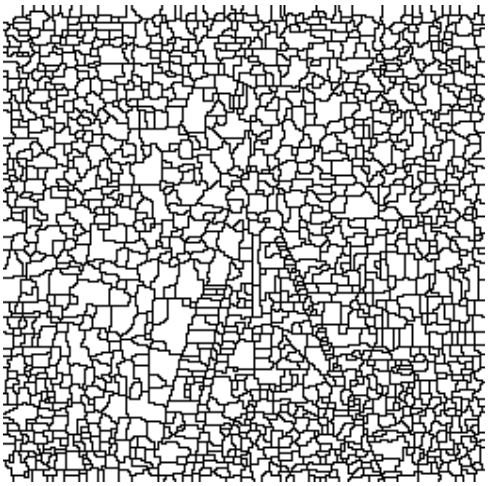


Figure. IV.6.b. *LPE de l'image initiale.*

Figure. IV.6. *LPE de l'image cameraman.*

❖ **La LPE sur l'image filtrée.**

- **Filtre par reconstruction**

Figure. IV.7.a. *Image filtrée*.

Figure. IV.7.b.*PE sur l'image filtrée***.**

Figure. IV.7.*Résultat de la LPE sur l'image filtrée par filtre par reconstruction.*

❖ **La LPE contrainte par des marqueurs**

- **Méthode des h-minima**

Figure. IV.8.a. *Image transformée.*

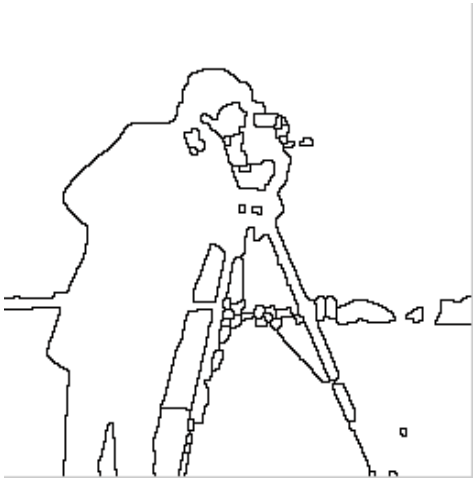


Figure. IV.8.b. *LPE de l'image transformée.*

Figure. IV.8.c. *LPE superposée à l'image originale.*

Figure. IV.8. *LPE par marquage avec la transformation par h-minima.*

❖ La LPE hiérarchique

- **Sans filtrage**

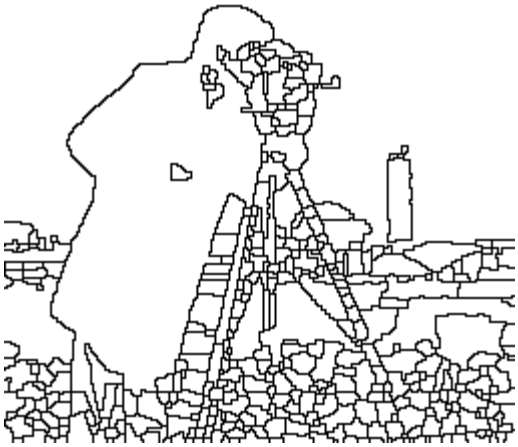


Figure. IV.9.a. *LPE à la première*

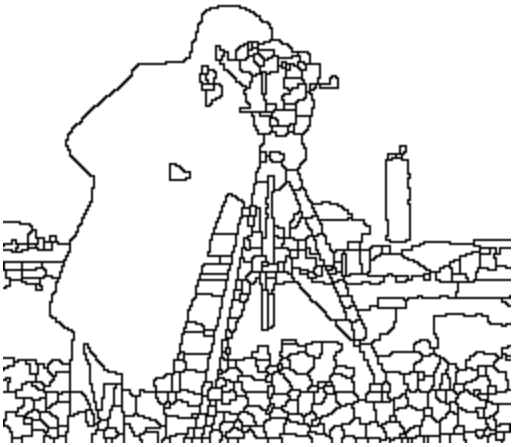


Figure. IV.9.b. *LPE à la deuxième*

itération (496 régions).

itération (414 régions).

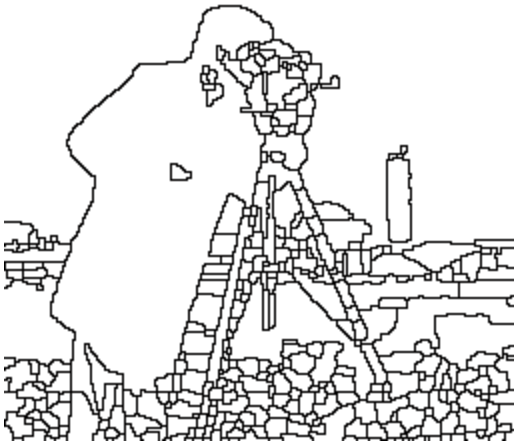


Figure. IV.9.c. *LPE à la troisième itération (374 régions).*

Figure. IV.9.b. *LPE à la deuxième itération superposée à l'image originale.*

Figure. IV.9. *Résultats de la LPE hiérarchique sans filtrage.*

❖ **La LPE hiérarchique sur l'image filtrée**

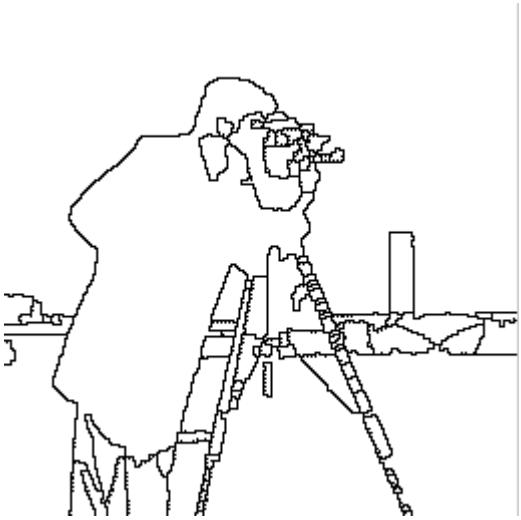
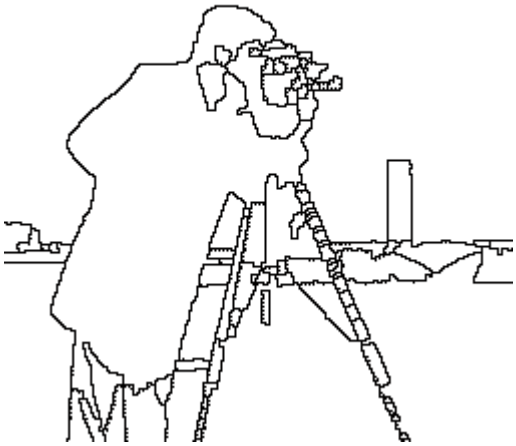


Figure. IV.10.a. *Image filtrée.*

Figure. IV.10.b. *LPE à la première itération (120 régions).*



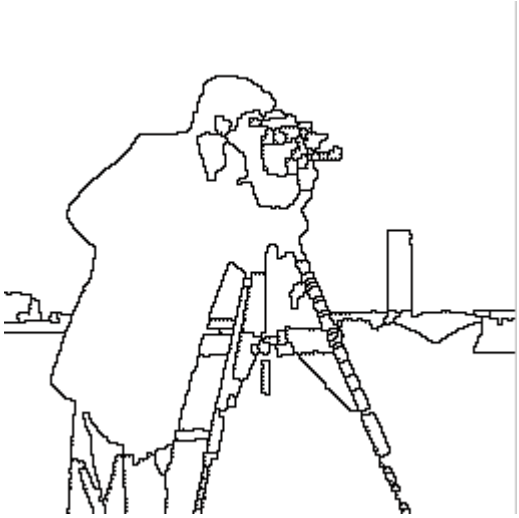


Figure. IV.11.c. *LPE à la deuxième itération (107 régions).*

Figure. IV.11.d. *LPE à la troisième itération* (*102 régions*)**.**

Figure. IV.11.e. *LPE à la troisième itération superposée à l'image initiale.*

Figure. IV.11. *Résultats de la LPE hiérarchique avec filtrage.*

Interprétation :

Les résultats obtenus par la LPE hiérarchique sont bien meilleurs que ceux obtenus par les autres traitements (figures IV.9 et IV.11). Néanmoins, certaines régions restent sur-segmentées, malgré l'utilisation des filtres (figure IV.11).

<u>Test 3 :</u> sur l'image *House.*

❖ **Ligne de partage des eaux sur l'image initiale :**

Figure. IV.12.a. *Image initiale.*

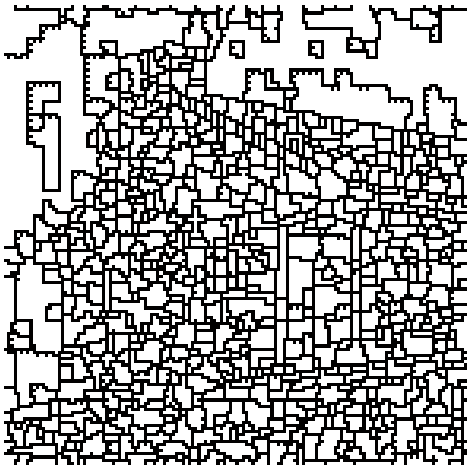


Figure. IV.12.d *Image sur-segmentée.*

Figure. IV.12. *La LPE de l'image house.*

❖ **La LPE sur l'image filtrée.**

- **Filtre alterné séquentiel.**

Figure. IV.13.a. *Image filtrée*

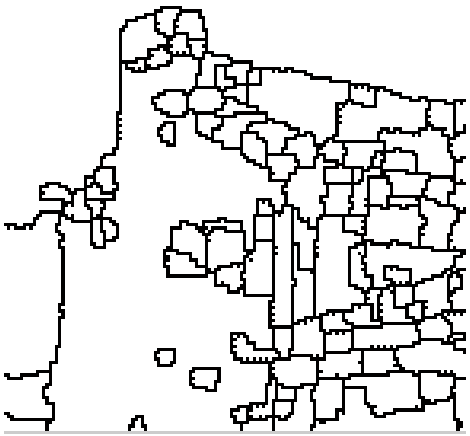


Figure. IV.13.b. *LPE sur l'image filtrée.*

Figure. IV.13.*Résultat de la LPE sur l'image filtrée par FAS.*

❖ **La LPE contrainte par marquage**

- **Méthode des h-minima**

Figure. IV.14.a. *Image transformée.*

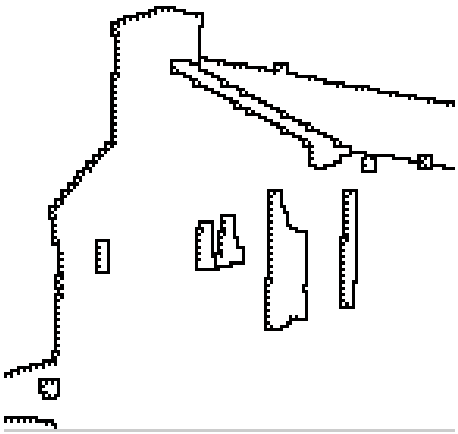


Figure. IV.14.b. *LPE de l'image transformée.*

Figure. IV.14.c. *LPE superposée à l'image originale.*

Figure. IV.14. *LPE par marquage avec la transformation par h-minima.*

❖ **LPE hiérarchique**

- **Sans filtrage**

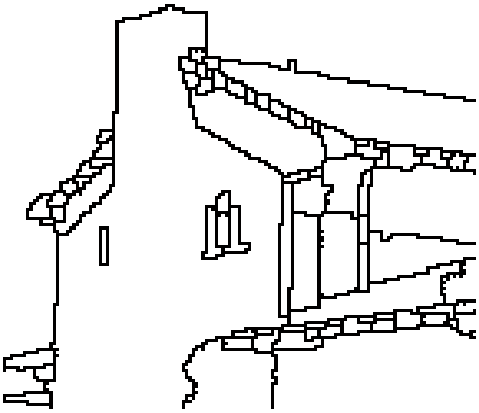


Figure. IV.15.a. *LPE à la première Itération (98 régions).*

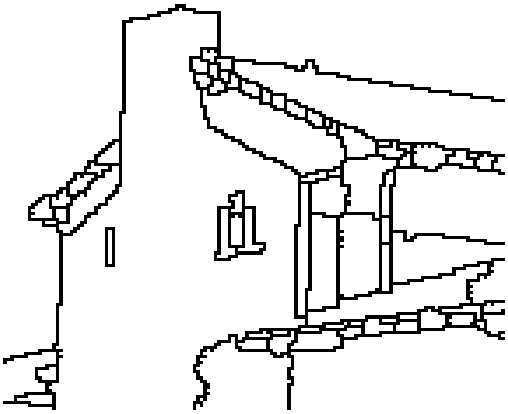


Figure. IV.15.b. *LPE à la deuxième Itération (90 régions).*

Figure. IV.15.e. *LPE à la deuxième itération superposée à l'image initiale.*

Figure. IV.15. *Résultats de la LPE hiérarchique sans filtrage.*

- **Avec filtrage**

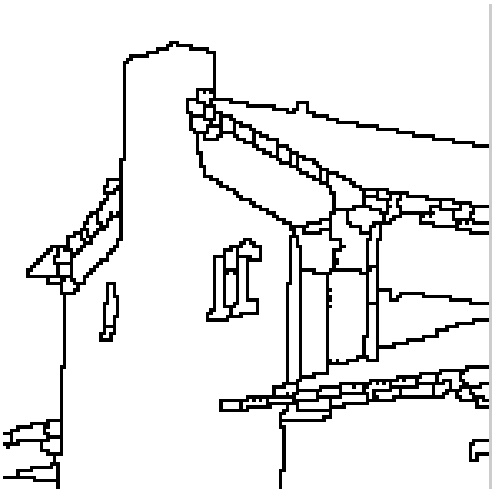


Figure. IV.16.a. *LPE à la première Itération (89 régions).*

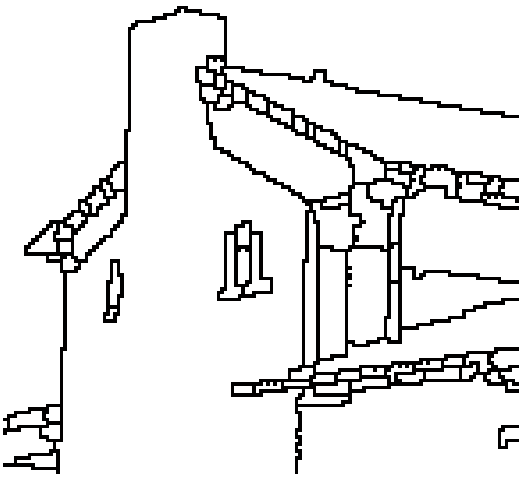


Figure. IV.16.b. *LPE à la deuxième Itération (82 régions).*

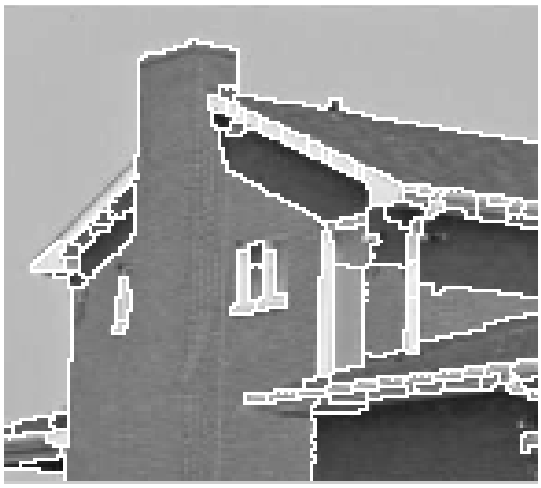


Figure. IV.16.c. *LPE à la deuxième itération superposée à l'image initiale.*

Figure. IV.16. *Résultats de la LPE hiérarchique avec filtrage.*

<u>Test 4 :</u> sur l'image *cell*

- **Ligne de partage des eaux sur l'image initiale**

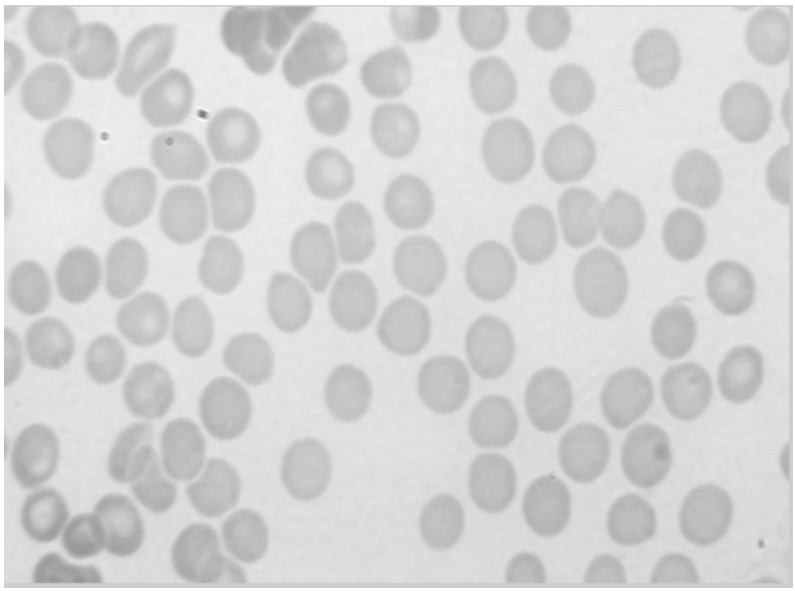


Figure. IV. 17. a. Image *cell originale.*

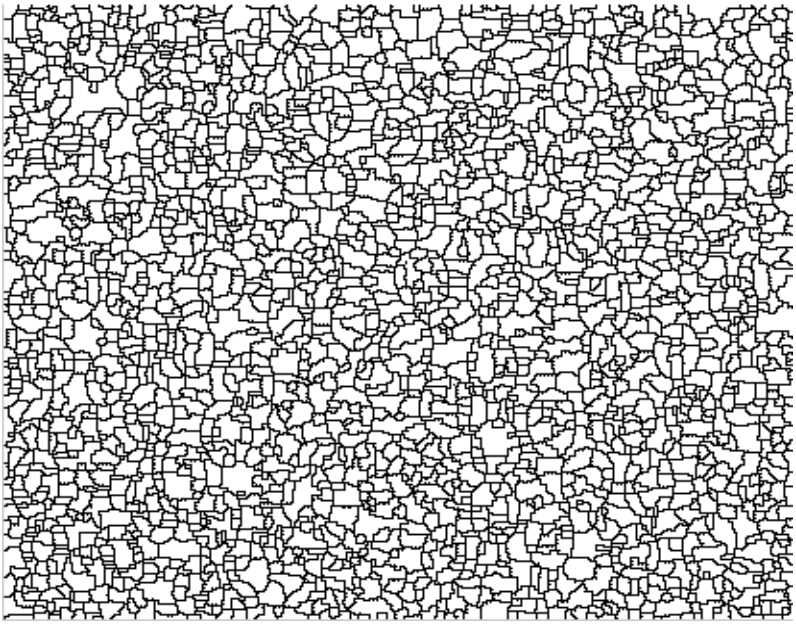


Figure. IV.17.a. *LPE de l'image cell.*

❖ **La LPE sur l'image filtrée**

- **Par le filtre alterné séquentiel**

Figure. IV.17.a. *Image filtrée.*

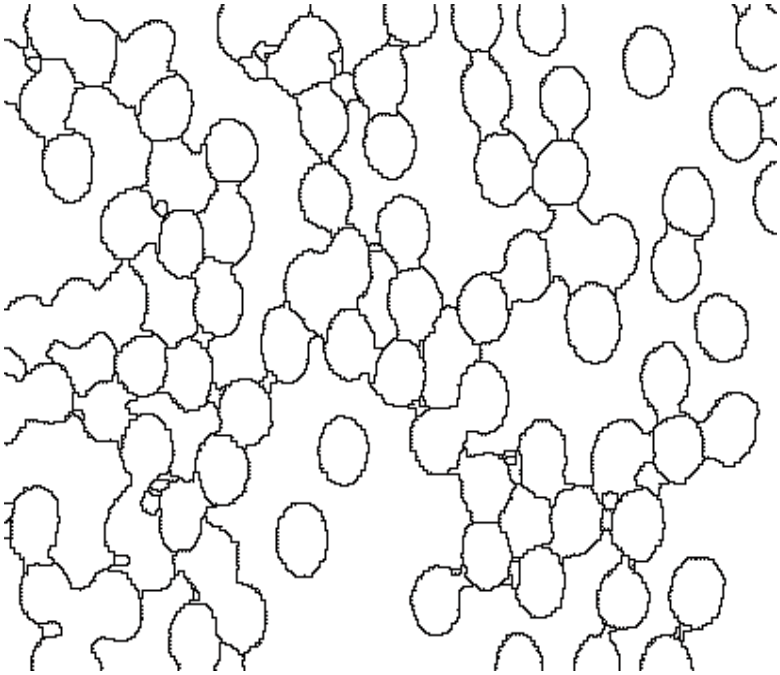


Figure. IV.17.b. *LPE image filtrée.*

Figure. IV.17. *Résultat de la LPE sur l'image filtrée par FAS.*

- **Par le filtre par reconstruction**

Figure. IV.18.a. *Image filtrée.*

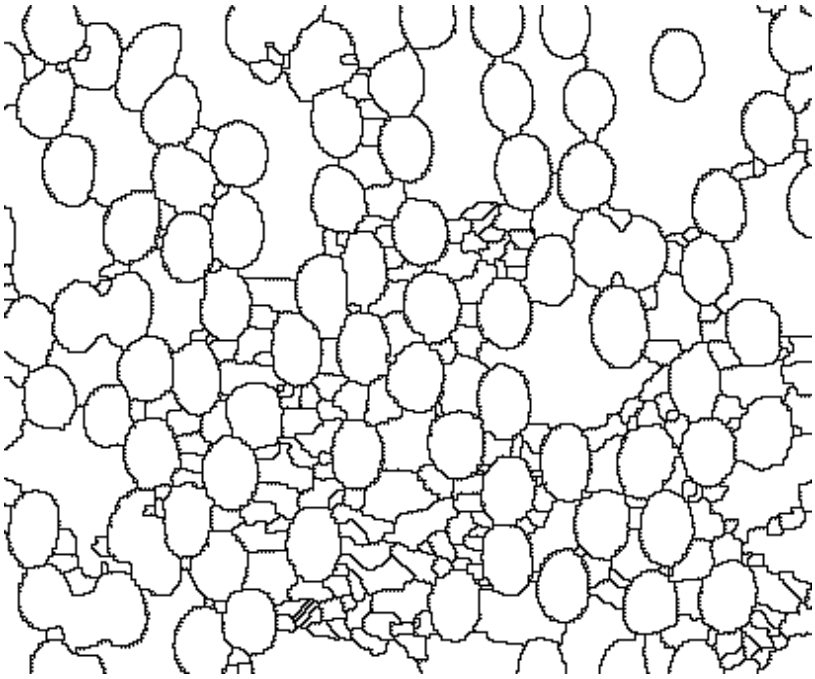


Figure. IV.18.b. *LPE image filtrée.*

Figure. IV.18. *Résultat de la LPE sur l'image filtrée par reconstruction.*

❖ **Ligne de partage des eaux hiérarchique**

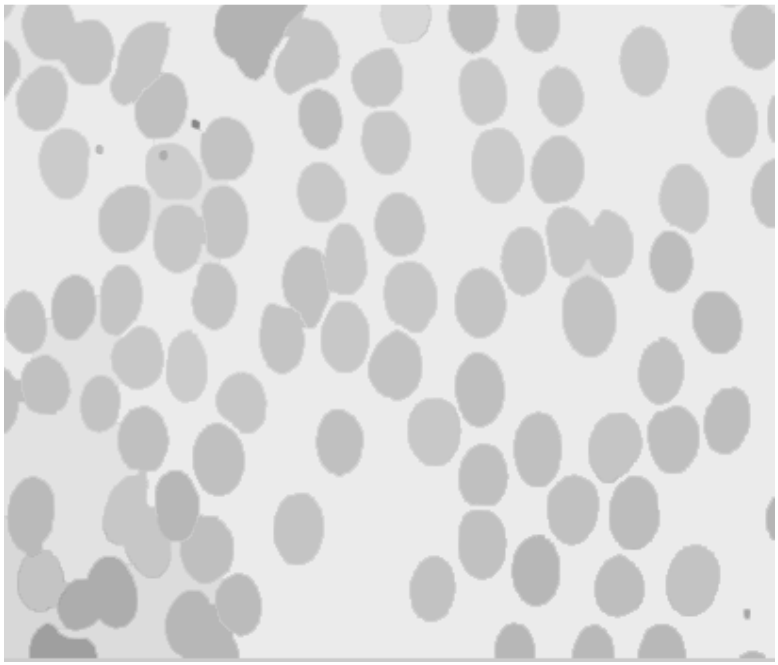


Figure. IV.19.a. *Première image-mosaïque de l'image cell.*

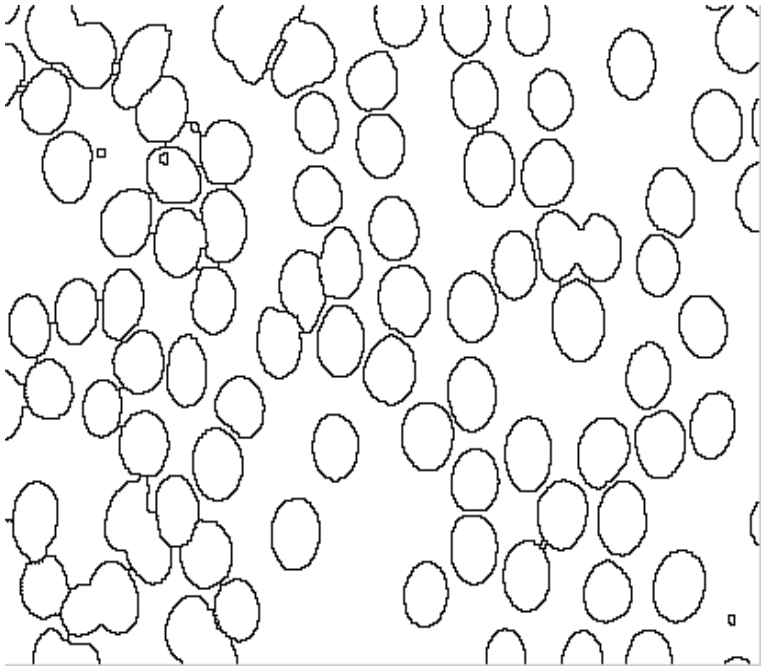


Figure. IV.19.b. *LPE de la première itération, (103regions).*

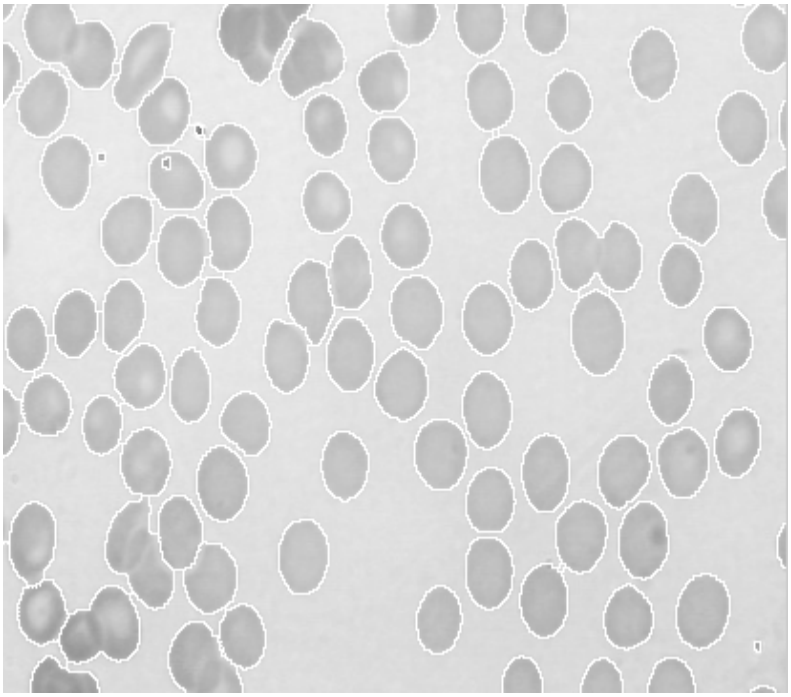


Figure. IV.19.c. *LPE superposée sur l'image initiale.*

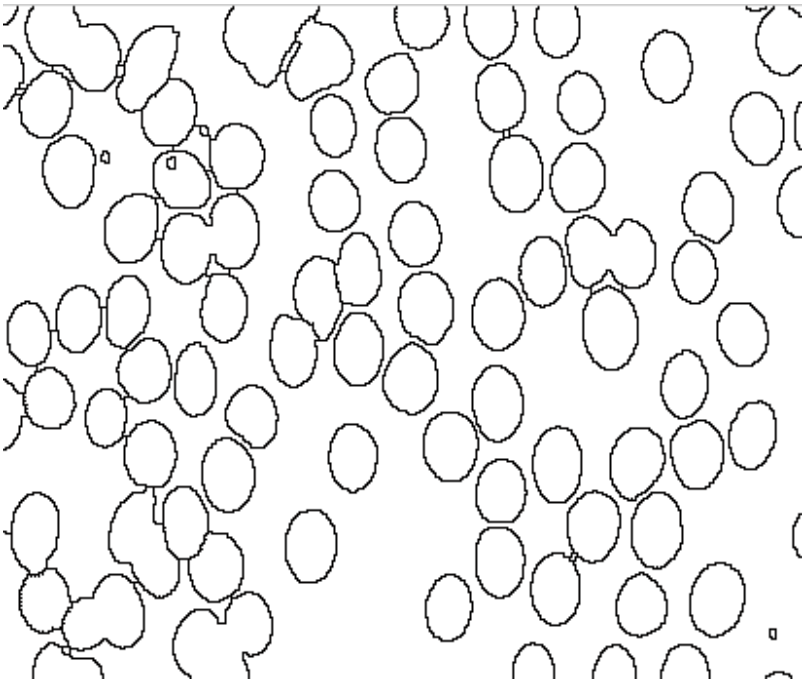


Figure. IV.19.d. *LPE à la deuxième itération (100 régions).*

Figure. IV.19.*Résultat de la LPE hiérarchique sur l'image Cell.*

Avec le filtrage, on arrive à diminuer la sur-segmentation mais cela reste insuffisant (figures IV.18.b et IV.18.c).

L'application de la LPE hiérarchique à la première itération a donné un résultat satisfaisant. La majorité des cellules ont été séparées. Il subsiste toute fois quelques cellules fusionnées et la connexité n'est pas préservée (figure IV.19).

A la deuxième itération, on perd les contours de quelques cellules ce qui nécessite d'arrêter le traitement.

Discussion :

L’application directe de la LPE sur l’image gradient des images originales a engendré une très forte sur-segmentation due à la présence des minima non significatifs.

Afin d’améliorer les performances de la segmentation par la LPE, on va chercher à éliminer ou a ignorer ces minima.

En utilisant des filtres morphologiques, on constate que l’application des filtres par reconstruction nous donne une meilleure segmentation que celle obtenue par l’application des filtres alternés séquentiels (FAS). Cela est justifié par le fait que les filtres par reconstruction utilisent des transformations conditionnelles, permettant ainsi de préserver globalement l’information présente dans l’image, contrairement aux FAS dont la qualité est fortement liée au choix de la taille de l’élément structurant utilisé. Même après filtrage, il est impossible d'éliminer tous les minima locaux.

Pour palier à cela, la méthode par marquage à l’aide des transformations « *chapeau haut de forme* » et « *h-minima* » s’est révélée être efficace pour réduire la sur-segmentation. En effet, on a vu lors de l’application des tests que le choix de *h* ou celui de la taille de l’élément structurant pour le chapeau haut de forme n’est pas évident à prendre, car il détermine le niveau au dessous duquel des minima non désirés seront éliminés. Il est donc nécessaire de connaitre au préalable, la position de tous les minima de l’image et pouvoir ainsi agir directement sur ceux qui ne sont pas significatifs.

Malgré que les résultats obtenus avec cette deuxième solution sont satisfaisants, il y a toujours apparition d’une sur-segmentation ou la disparition de certains objets essentiels de l’image car le choix des marqueurs n’est pas facile. Afin de remédier à ce problème, on a opté à une troisième solution qui est la ligne de partage des eaux hiérarchique (algorithme de cascade).En effet, plus le nombre d’itérations augmente plus le nombre de régions diminue permettant ainsi d’atténuer la sur-segmentation. Cependant, le prétraitement de l’image par les filtres par reconstruction est nécessaire avant le

procédé d'hiérarchisation. En effet, ce traitement a nettement amélioré les résultats de segmentation qui sont illustrés par les figures VI.5 et VI.11.

Conclusion :

Dans ce chapitre on a exposé les différentes améliorations permettant d'avoir une meilleure segmentation par la LPE .Il reste à l'utilisateur d'essayer de déterminer la méthode qui s'adaptera mieux à l'image à traiter en fonction de ses caractéristiques.

-Conclusion générale-

Dans notre travail, nous avons réalisé une segmentation morphologique par approche hiérarchique basée sur le concept de *la ligne de partage des eaux* (LPE) sur des images en niveau de gris.

Comme l'inconvénient majeur de la LPE est la sur-segmentation, nous avons essayé de palier à ce problème par le procédé de filtrage, marquage et la hiérarchisation de la LPE.

Suite aux tests effectués, nous avons constaté qu'il n'existe pas de traitement optimal applicable à toute image. Le choix des filtres, des marqueurs ainsi que le nombre des itérations pour la LPE hiérarchique dépend fortement des caractéristiques des images à traiter.

En effet, les résultats obtenus montrent que les filtres par reconstruction sont mieux adaptés que les filtres alternés séquentiels. Malgré l'existence d'une amélioration après filtrage, la LPE fait encore apparaitre une forte sur-segmentation, mais leurs applications dans les autres traitements (marquage et LPE hiérarchique) a amélioré beaucoup nos résultats.

La segmentation par la LPE contrainte par des marqueurs est satisfaisante si on la compare à celle obtenue par le filtrage. L'utilisation de la transformation *chapeau haut de forme* et les *h-minima* a permis de marquer les zones d'intérêt de façon à faire apparaitre les régions pertinentes dans la LPE. Cette méthode est relativement efficace quand les marqueurs à extraire sont relativement simples. Cette condition, malheureusement, n'est pas toujours remplie car le marquage est souvent complexe.

La segmentation *hiérarchique* peut palier à ce problème .En effet, l'application de la LPE sur une version simplifiée de l'image à traiter appelée image-mosaïque a

rendu la segmentation de plus en plus simple au fil des itérations. Partant de cette image simplifiée est son gradient morphologique on introduit un procédé de *hiérarchisation* susceptible d'éliminer la sur-segmentation.

En pratique, on ne peut pas segmenter tous les objets présents dans l'image. La détermination des paramètres des opérateurs de la morphologie mathématique dépendent essentiellement de l'information recherchée dans l'image.

-ANNEXE-

Pour mieux comprendre le domaine de traitement d'image en générale et de la morphologie mathématique en particulier, il est nécessaire de savoir leurs notions de bases ainsi que les propriétés de leurs opérateurs. Dans la présence annexe, on va commencer par développer les notions de bases de la morphologie mathématique en commençant par des rappels sur la théorie ensembliste et fonctionnelle. Ensuite, on va développer quelques notions supplémentaires.

Treillis :

Le treillis est l'espace de travail de la morphologie mathématique. Le treillis complet ou l'ensemble L munit de l'ordre partie $\leq$:

$$\begin{cases} a \leq a \\ a \leq b, b \leq a \Longrightarrow a = b \\ a \leq b, b \leq c \Longrightarrow a \leq c \end{cases}$$

Pour toute famille, l'élément $X_i \in L$, il existe un supremum et un infimum.

Inf : le plus grand minorant $\wedge$ { Xi }.

Sup : le plus petit majorant $\vee$ { Xi }.

Les premières applications de la morphologie mathématique ont été sur des images binaires qui sont considérées comme des ensembles. Dans ce cadre, la relation d'ordre $\leq$ est l'inclusion ensembliste $\subset$ .le sup de la famille X_i est la réunion $\bigcup_i X_i$ .l'inf est l'intersection $\bigcap_i X_i$.

Ensuite, ces applications sont tendues sur des images en niveau de gris qui sont considérées comme des fonctions à valeurs réelles $L = R^2$. La relation d'ordre est alors donné par $f \leq g$, $f(X) \leq g(X)$.Le sup et l'inf sont donnés par :

$$f = \vee f_i \Leftrightarrow f(X) = \sup_i f_i(X).$$

$$g = \wedge g_i \Leftrightarrow g(X) = \inf_i g_i(X).$$

Rappel sur les ensembles:

Les ensembles sont notés par des lettres en majuscule et les éléments constituants l'ensemble par des lettres en minuscule.

- **Opérateurs sur les ensembles :**

Deux ensembles sont égaux si et seulement si :

$$Y=X \Longrightarrow X \subset Y \Leftrightarrow Y \subset X.$$

L'inclusion d'un ensemble X dans un ensemble Y (X sous ensemble de Y) si :

$$X \subset Y \Leftrightarrow \forall x \in X \Longrightarrow x \in Y.$$

L'intersection de deux ensembles X et Y est l'ensemble des points appartenant à X et Y noté par :

$$X \cap Y = \{ x : x \in X \text{ et } x \in Y \}$$

- **Complémentaire d'un sous ensemble :**

Soit L un ensemble dans $\mathbb{R}^2$ et X un sous ensemble dans L, le complémentaire de X dans L est l'ensemble noté par $(X^c)_L$ tel que :

$$(X^c)_L = \{ x : x \in L \text{ et } x \in Y \}.$$

- **Formule de Morgan :**
  Soit X et Y ont la même référence L, on a :

$$((X \cap Y)^c)_L = (X^c)_L \cup (Y^c)_L$$

$$((X \cup Y)^c)_L = (X^c)_L \cap (Y^c)_L$$

- **Différence entre ensemble :**

Soit X et Y deux ensembles binaires de L .La différence d'ensemble notée X/Y est donné par :

$$X/Y = X \cap Y^c$$

X/Y correspond à la partie de X qui ne configure pas dans Y.

Rappel sur les graphes :

La définition des notions de la théorie des graphes est nécessaire pour développer les notions de voisinage et de trame.

- **Définition d'un graphe :**

- Un graphe associé à un réseau est défini par deux ensembles : G(X, U).

- Un ensemble X dont les éléments sont appelés sommets appartenant au réseau de points.

- Un ensemble U dont les éléments $u \in U$ sont définit a partir de deux paire de points (p,q) appartenant au reseau.Si u = (p,q) est un arc de G alors p est l'extrémité initial de u et q est l'extrémité terminal de u .on dira aussi que p est le prédécesseur de q et q le successeur de p, on dit que p est flèche q (p est alors flécheur, ou bien q est fléché par p).

- **Définition d'un graphe complet :**

Un graphe G est dit complets si pour toute paires de sommets $(p,q) \in X^2$,il existe au moins un arc $(p,q) \in U$ ou $(p,q) \in U$.

- **Digitalisation d'une image :**

Pour digitaliser une image, chaque ligne de balayage est divisée par un certain nombre de segments appelés point image « *pixel* ». Les points sont disposés de telle sorte qu'ils forment des mailles.

- **Trame et voisinage :**

Les points de l'image étaient considérés comme des sources indépendantes d'information pour analyser des relations entre points, on va définir ici les notions de trame et de voisinage.

- **Définition de la trame digitale :**

La trame (ou grille) G d'une image est un sous ensemble de $L \times L$ .Elle est constituer de l'ensemble des arêtes du graphe G = (L, G) dont les sommets sont les points de l'image. Nous pouvons maintenant donner une définition plus complète de la notion d'image.

Une image numérique est un tableau de pixel muni d'une trame. Il s'agie maintenant de trouver une trame dont les propriétés conviennent à nos besoins. L'isotopie est une quantité que l'on peut souhaiter d'une trame. On cherche alors une trame telle que la distance euclidienne dE entre deux points p et q soit la même pour tous les couples $(p, q) \in G$.Si on dote l'image d'un repère orthonormé, on cherche alors une trame telle que :

Dans la pratique, les images sont stockées dans des tableaux rectangulaires. Elles sont issues de capteurs dont les pixels sont organisés sous cette forme. Cette contrainte technologique nous amène à utiliser souvent une trame carré et, en particulier, les trames 4-connexes et les trames 8-connexes, pour lesquelles chaque nœud fait partie de 4(resp.8) arêtes distinctes.

- **Définition d'un voisin d'un pixel :**

La notion de voisinage dans les images numériques est largement utilisée pour les opérateurs de traitement d'image.
Si G est la trame de l'image, la notion de voisin est donnée par :

$$(p, q) \in D^2, \text{ p voisin de p - } (p, q) \in G.$$

- **Définition de K-voisinages :**

G définit un K6voisinage lorsque tout point p a exactement K voisins dans la trame considérée, c'est-à-dire :

$$\forall \ p \in D, \ \text{card.}\ (N_G(p)) = K$$

On pare également des K-voisins de p pour designer l'ensemble des voisins de p dans une trame définissant un K-voisinage, la trame 4-connexe, part exemple, définit un 4-voisinage.

- **La connexité dans les images :**

L'image dotée d'une trame nous autorise à considérer les ensembles de points comme des objets.

- **Définition d'une connexion :**

Soit $S \subset D$ doté de la trame G deux points p et q sont connectés (dans S) s'il existe un chemin les reliant dans S, c'est-à-dire :

$$\forall \ (p, q) \in D^2 \ , \ p \text{ et } q \text{ connectés.}$$

S est l'ensemble des points partageants une même propriété, par exemple, l'ensemble des points à valeur 1 dans une image binaire.

- **K-connexité entre points :**

Deux points $(p, q) \in S^2$ sont dit k-connectés (ou K-connexes) s'ils sont connectés dans une trame G définissent un k-voisinage.

- **K-connexité d'une trame :**

Une trame est dite k-connexe lorsqu'elle définit un k-voisinage.

- **Définition d'une composante connexe :**

La connexité est une relation d'équivalence qui factorise S en classes d'équivalence. Une telle classe d'équivalence est appelée la K-connexité.Une

composante connexes $S_i \subset S$ est donc un ensemble connexe maximal non vide. Soit S' un ensemble connexe de S, on a alors :

$$\forall S' \neq \emptyset , S_i \subset S, S_i \subset S' \Rightarrow S' = S_i$$

Les composantes connexes seront également appelées objets.

- **Définition de transformation homotopique :**

Une transformation Ψ est dite homotopique si, ∀ X un ensemble binaire, Ψ(X) conserve l'homotopie de X.Une telle transformation conserve les positions relatives des parties connexes des objets et de celles du fond. L'indice de connexité et le nombre de trous dans chaque composante connexe seront préservés.
Dans le cas des images numériques, on est amené à considérer les ensembles binaires formés par les seuils successifs $T^*_h(f)$ de la fonction f définie par :

$$T^*_h(f) = [p \in D : f(p) \leq h].$$

Deux images f et g sont alors homotypique si les seuils $T^*_h(f)$ et $T^*_h(g)$ de niveau h sont des ensembles homotypiques ∀ h ∈ Q.

- **Connexité et distance :**

La distance entre points dans une image est une portion fondamentale. Elle permet une analyse quantitative des objets et largement utilisé en morphologie mathématique. Les notions de connexités et de voisinage sont très liées à celle de métrique dans les images. Lorsque les arcs de G ont une longueur l la trame carrée se définit par : p (X_p, Y_p), q (X_q,Y_q) voisins si est seulement si :

$|xp - xq| + |Yp - Yq| = 1$ dans la trame c-4.

Max ($|xp - xq| + |Yp - Yq| = 1$) pour la trame c-8.

- **Les transformations en tout ou rien par élément structurant :**

Pour faire une transformation en tout ou rien, on a recours à l'usage au choix de l'élément structurant **B,** de géométrie connue. Ensuite, cet élément structurant est déplacer sur l'image de façon à ce que origine passe par toutes les positions de l'espace dont celles des points de l'image. Pour chaque position ou chaque point, on pose une question relative à l'union, à l'intersection ou à l'inclusion de cet élément avec l'image .la réponse sera positive ou négative d'où le non de transformation en tout ou rien .l'ensemble des points correspondant à des réponses positives forme un nouvel ensemble qui constitue ce que l'on appelle l'image transformée.

- **Propriétés algébrique :**

Il existe trois propriétés algébriques :
Soit X et Y deux ensemble de $\mathbb{R}^2$ et T une transformation dans $\mathbb{R}^2$.

- **Croissance :**
  La transformation T est dite croissante si ayant X inclus dans Y, alors T(X) est aussi inclus dans T(Y), elle est définie par la relation suivante :

$$X \subset Y \Rightarrow \quad T(X) \subset T(Y)$$

- **Extensivité :**
  La transformation T est dite extensive si X est inclus dans son transformé T(X), c'est-à-dire :

$$X \subset T(X)$$

  Inversement, la transformation Test dite anti-extensive si T(X) est inclus dans l'ensemble origine X, c'est-à-dire : $T(X) \subset X$.

- **Idempotence :**
  La transformation T est dite idempotence si, l'ayant fait subir à X, et l'ayant renouvelé une autre fois sur l'ensemble transformé, T(X), on obtient alors deux ensembles :

$$T(X) \text{ et } T(\,T\,(X)) = T(X).$$

- **Propriétés topologiques :**

❖ **Homotopie :**
Une transformation T est dite homotypique si elle ne modifie pas le nombre de connexité. On a alors : $N_n(T(X)) = N_n(X)$.

❖ **Connexité :**
Une transformation T préserve la connexité si, X étant connexe, on a T(X) connexe.

Les propriétés algébriques des opérateurs morphologiques :

Il est assez bien important de connaitre les propriétés algébriques des opérateurs morphologiques, on va donner uniquement les résultats sans démonstration.

- Propriétés de l'érosion :

  L'érosion est une transformation qui est :

  ✓ Croissante.
  ✓ Anti-extensive.
  ✓ Non idempotente

- Propriété de la dilatation :

  La dilatation est une fonction qui est :

  ✓ Croissante.
  ✓ Extensive.
  ✓ Non idempotente.

- Propriété de l'ouverture :

  L'ouverture est une transformation qui est :
  ✓ Anti-extensive.
  ✓ Croissante.
  ✓ Idempotente.

- Propriété de la fermeture :

La fermeture est une transformation qui est :

- ✓ Extensive.
- ✓ Croissante.
- ✓ Idempotente.

Bibliographie

[1] J.P COCQUEREZ et S.PHILIPP : ‘’Analyse d’images : filtrage et Segmentation’’.
Edition Masson.

[2] M.COSTER et J.L CHERMANT :’’Précis d’analyse d’image’’
Edition CNRS, année 1989.

[3] S.MAKNI, M.NOGAJ et J.BATTAIS : ‘’Segmentation d’images par LPE sous contraintes’’.
Rapport DEA ATS – Avril 2003.

[4] A. MANZANERA :’’Cours de morphologie mathématique’’.
Ensta/Lei, 2005.

[5] S.BEUCHER :’’Segmentation d’image et morphologie mathématique’’.
Thèse de doctorat, école nationale des mines de Paris, 1990.

[6] C.VACHIER :’’Extraction des caractéristiques :’’Segmentation d’image et Morphologie mathématique’’. Thèse de doctorat, école nationale des Mines de Paris, 1995.

[7] S.BEUCHER :’’Squelettes connexes et non connexes’’.
Cours de morphologie mathématique, ENMP Mars 1989.

[8] M.F.DEVAUX et A.L. REGUERRE :’’Granulométrie par morphologie mathématique’’.
INRA, Nantes