

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de L'Enseignement Supérieur et de la A Recherche Scientifique

Université Mouloud Mammeri De Tizi-Ouzou



Faculté De Génie Electrique Et D'informatique  
DEPARTEMENT D'AUTOMATIQUE

**Mémoire de Fin d'Etude  
de MASTER ACADEMIQUE**  
Spécialité : **Commande des systèmes.**

*Présenté par*  
**Nassim BOUTEMEUR**  
**Said CHABA**

Mémoire dirigé par **Karima AMOURA**

Thème

**Méthode basée sur le dépassement de la  
réponse indicielle pour le réglage des  
contrôleurs PID.**

*Mémoire soutenu publiquement le 12 Juillet 2017 devant le jury composé de :*

**M Safia YOUSFI**

M.A.A, UMMTO, Présidente

**M Karima AMOURA**

M.A.A, UMMTO, Rapporteur

**M Aldjia NAIT ABDESSALEM**

M.A.A, UMMTO, Examinatrice

**M Fatima CHEBALLAH**

M.A.A, UMMTO, Examinatrice

---

## **Remerciements**

---

Nous remercions Dieu le tout puissant de nous avoir donné le courage, la patience, la force, et la volonté pour la réalisation de ce travail.

Nos remerciements sont particulièrement destinés à notre chère promotrice «Madame AMOURA Karima» pour l'aide, les précieux conseils et la compréhension qu'elle a montrée à notre égard, ainsi que pour toutes les informations, le temps et l'encouragement qu'elle n'hésite jamais de nous fournir pendant toute la période consacrée à la réalisation de notre projet de fin d'études.

Nous adressons nos remerciements au président et ainsi qu'aux membres du Jury qui ont accepté d'examiner notre PFE en lui portant de l'intérêt.

Nous remercions aussi Monsieur le chef du département et tous les enseignants du département d'Automatique pour les enseignements, l'aide, la compréhension, ainsi que pour la précieuse formation qu'ils nous ont donné pendant toute la période de notre formation au sein de département.

Pour terminer, nos remerciements s'adressent à nos familles, amis pour leur soutien et à tous ceux qui nous sont chers.

Merci.  
**Merci**

Numéro	Titre	Page
I.1	Caractérisation de la réponse indicielle dans la méthode Ziegler-Nichols en BO.	5
I.2	Réponse indicielle en boucle ouverte.	6
I.3	Caractérisation de la réponse indicielle dans la méthode Ziegler-Nichols en BF.	8
I.4	Détermination du gain proportionnel par la méthode d'approximations successives.	13
I.5	Détermination de la constante de temps intégrale par la méthode d'approximations successives.	13
I.6	Détermination de la constante de temps dérivée par la méthode d'approximations successives.	14
II.1	Schéma de commande en boucle ouverte.	16
II.2	Schéma de commande en boucle fermée.	17
II.3	Schéma bloc d'une régulation classique.	18
II.4	Schéma bloc d'une régulation par modèle interne.	18
II.5	Réponses indicielles du système en utilisant les deux approximations.	26
III.1	Réponse indicielle d'un système du premier ordre à retard bouclé avec un contrôleur proportionnel.	29
III.2	Réponses indicielles d'un système défini par l'équation (III.4) pour plusieurs valeurs du dépassement.	30
III.3	Réponse indicielle du système 1 <sup>er</sup> ordre à retard, avec $\frac{\tau}{\theta}$ varie de 0.2 à 100, corrigé à l'aide d'un contrôleur proportionnel seulement afin d'assurer un dépassement 30%.	31
III.4	Relation entre le gain du régulateur $KK_{c0}$ et le gain du contrôleur correspondant $KK_c$ pour plusieurs valeurs de dépassement.	34
III.5	Variation de A en fonction des dépassements.	35
III.6	Variation de $KK_c$ en fonction de $\frac{\tau}{\theta}$ .	36
III.7	Variation de $\frac{\theta}{t_p}$ en fonction des dépassements.	38
III.8	Réponses indicielle du système en utilisant un régulateur PI, perturbé avec un échelon 0.1 à t=8s	40
III.9	Réponse du système du avec un régulateur PI, perturbé avec un échelon 0.1 à t=8s	41
III.10	Réponse d'un système de 1 <sup>er</sup> ordre avec un régulateur PI, perturbé avec un échelon 0.1 t=35s.	43
III.11	Erreur entre les réponses obtenues avec SOM en utilisant différents dépassement et IMC.	43
IV.1	Synoptique de la maquette du pendule inversé	46

IV.2	Schéma de l'ensemble chariot et pendule inversé.	47
IV.3	Réponses indicielles du système linéaire en utilisant un PI dont les paramètres sont calculés par IMC et SOM ( $K_{c0} = -6, K_{c0} = -10$ ).	54
IV.4	L'erreur entre les réponses entre SOM ( $K_{c0} = -6, K_{c0} = -10$ ) et IMC.	55
IV.5	Réponses indicielles du système non-linéaire en utilisant un PI dont les paramètres sont calculés par IMC et SOM (avec un gain $K_{c0} = -6$ et $K_{c0} = -10$ ).	56
IV.6	Résultats expérimentaux en utilisant un PI dont les paramètres sont calculés par IMC et SOM (avec $K_{c0} = -6$ et $K_{c0} = -10$ ).	58

Numéro	Titre	Page
I.1	Paramètres du régulateur PID, obtenus par la méthode de Ziegler-Nichols en boucle ouverte pour les systèmes sans intégrateur.	5
I.2	Relations de réglage préconisé par la méthode de Ziegler-Nichols en boucle ouverte pour les systèmes avec intégrateur.	7
I.3	Paramètres des correcteurs à partir de la méthode de pompage et de la BF pour la méthode de Ziegler&Nichols.	8
I.4	Paramètres des correcteurs à partir de la méthode de réglabilité.	9
I.5	Réglage des régulateurs selon Chien-Hrones-Reswick en régulation.	10
I.6	Réglage des régulateurs selon Chien-Hrones-Reswick en poursuite.	10
I.7	Relations de réglage préconisé par la méthode de Cohen-Coon en boucle ouverte.	11
III.1	Informations sur 90 expériences.	33
III.2	Variation de A en fonction des différents dépassements.	34
IV.1	Tableau des caractéristiques des réponses indicielles en boucle fermée sur le système linéaire.	54
IV.2	Tableau des caractéristiques des réponses indicielles en boucle fermée sur le système non linéaire.	57
IV.3	Tableau des caractéristiques des réponses indicielles en boucle fermée sur le système réel.	58

**Introduction générale.....1**

**Chapitre I : Etat de l'art sur les méthodes empiriques**

I.1. Introduction.....4

I.2. Méthode de ziegler-Nichols.....5

    I.2.1. Réponse indicielle en Boucle ouverte .....5

    I. 2.2. Réponse indicielle en Boucle fermée .....7

I.3. Méthode de la Réglabilité .....9

I.4. Méthode de CHIEN-HRONES RESWICK .....10

I.5. Méthode de Cohen-Coon.....11

I.6. Méthode Essai-Erreur..... 11

I.7. Méthode d'approximations successives .....12

I.8. Conclusion.....14

**Chapitre II : Méthodes analytiques pour la synthèse de contrôleurs.**

II.1. Introduction.....15

II.2. Méthodes de synthèse directe de régulateurs.....15

II.3. Commande par modèle interne.....18

    II.3.1. Principe de la commande par modèle interne (IMC).....18

    II.3.2. Relation entre le contrôleur par modèle interne et le contrôleur classique.....20

    II.3.3. Synthèse du régulateur par IMC.....21

    II.3.4. Choix du filtre.....22

II.4. Exemple .....23

II.5. Application numérique .....26

II.6. Conclusion .....	27
------------------------	----

### **Chapitre III : Méthode basée sur la réponse indicielle en boucle fermée.**

III.1 Introduction .....	28
III.2. Principe de la méthode .....	28
III.3.L'expérience en boucle fermée .....	30
III.4. Relation entre la réponse de consigne et les réglages IMC .....	32
III.4.1. Détermination du gain du régulateur ( $K_c$ ) .....	34
III.4.2. Détermination du temps intégrale ( $T_i$ ).....	36
III.5. Analyse et simulation .....	39
III.6.Conclusion .....	44

### **Chapitre IV : Application sur le pendule inversé.**

IV.1 Introduction.....	45
IV.2. Description du système pendule inversé-chariot.....	45
IV.3. Principe de fonctionnement .....	46
IV.4. Modélisation du système global moteur-chariot-pendule.....	47
IV.5. Commande du pendule inversé.....	51
IV.6. Approximation par un modèle de premier ordre à retard (BROIDA).....	52
IV.7. Résultats des simulations.....	53
IV.8. Résultats expérimentaux.....	57
IV.9.Conclusion.....	60

<b>Conclusion Générale.....</b>	<b>61</b>
---------------------------------	-----------

Le contrôleur Proportionnel-Intégrateur-Dérivateur est le régulateur le plus utilisé dans la commande des processus industriels pendant des décennies. Actuellement et malgré les progrès dans les domaines de la théorie du control, les régulateurs PID sont encore très largement utilisés dans les systèmes industriels. Sur la base d'une enquête, plus de 97% des contrôleurs sont des régulateurs PID [13]. La raison majeure de sa large acceptation en industrie est sa capacité de commander la majorité des processus et les performances qu'il permet d'atteindre. Le PID est obtenu par l'association de trois actions (Proportionnel, Intégral et Dérivée) qui sont simples à utiliser. La conception et le réglage du correcteur PID a été un sujet de recherche depuis le jour où Ziegler et Nichols ont présenté leur méthode de réglage en 1942 [15], qui consiste à déterminer les coefficients  $K_c$ ,  $T_i$  et  $T_d$  du régulateur, afin d'obtenir une réponse adéquate du procédé et de la régulation. Les objectifs de la commande sont multiples, telle que, la robustesse, rapidité et précision.

- La robustesse est sans doute le paramètre le plus délicat. On dit qu'un système est robuste si la régulation fonctionne toujours même si le processus est perturbé, le régulateur doit être capable d'assurer sa tâche même avec ces changements afin de s'adapter à des usages non prévus.
- La rapidité du contrôleur dépend du temps de montée et du temps d'établissement du régime permanent.
- Le critère de précision est basé sur l'erreur statique.

Il existe dans la littérature, de nombreuses méthodes permettant de déterminer les paramètres du régulateur PID, qui peuvent être divisées en deux catégories : méthodes analytiques et méthodes empiriques. Les méthodes analytiques se sont les techniques de calcul basées sur le modèle du procédé à commander, telles que, la commande optimale LQG [10], la commande  $H_\infty$  [11], la commande d'ordre fractionnaire [22] et la commande à modèle interne [8]...ect. La commande à modèle interne est l'une des méthodes les plus utilisée vue son efficacité, sa simplicité à mettre en œuvre et sa robustesse. En effet, non seulement elle impose la réponse du processus, mais elle maintient également son comportement face aux perturbations et cela en dépit des imperfections du modèle. Quand aux méthodes empiriques, elles sont basées sur des essais expérimentaux sur le procédé, elles ne nécessitent pas une connaissance parfaite du modèle du procédé à commander. Ces

méthodes sont largement utilisées dans le domaine industriel, car elles sont efficaces, simples à mettre en œuvre et elles conduisent souvent à des correcteurs de type PI ou PID ayant un ordre réduit. Cependant, leur application devient longue sur les processus lents puisque le réglage se fait successivement (action proportionnelle ensuite action intégrale puis l'action dérivée).

La méthode de Ziegler –Nichols est la méthode la plus connue et la plus utilisée dans le domaine industriel, son inconvénient majeur est que le système peut devenir instable car elle possède des dépassements importants. Dernièrement une nouvelle méthode est apparue pour remédier à ce problème, appelé « Setpoint Overshoot Method » (SOM), proposée par Skogestad et Shamsuzzoha [24]. Cette méthode permet d'établir des relations empiriques permettant de déterminer les paramètres du régulateur PID en utilisant que les informations sur la réponse indicielle en boucle fermée sans connaître le modèle du système à commander. Dans ce mémoire, nous intéressons à l'étude de la méthode empirique SOM, comment obtenir les expressions des coefficients  $K_c, T_i$  en se basant sur la méthode analytique IMC et son application pour le réglage des paramètres du contrôleur PID.

Ce mémoire est décomposé en quatre chapitres organisé de la façon suivante :

Le chapitre I est consacré à l'état de l'art sur les méthodes empiriques, nous présentons la définition et le mode opératoire de chacune des méthodes. Les paramètres du régulateur seront calculés à partir des observations expérimentales sur le procédé (relevé de la réponse indicielle)

Le chapitre II est consacré à l'étude de la méthode analytique, qui est la commande à modèle interne pour la synthèse du contrôleur PID, où nous allons présenter le principe et la synthèse de la méthode qui va être illustrée par un exemple en utilisant deux différentes approximations.

Dans le chapitre III, nous présentons une nouvelle méthode de réglage des paramètres du régulateur (PI), sur la base d'un test en boucle fermée. Après une introduction sur l'idée de cette méthode, dans la partie suivante on développe le principe de la méthode et en citant les différentes étapes à suivre pour le calcul des paramètres et elle est ensuite illustrée par des exemples.

Dans le dernier chapitre, nous allons vérifier l'efficacité de la méthode proposée sur un banc d'essai qui est le pendule inversé monté sur un chariot mobile. Après une description générale de ce dernier et son principe de fonctionnement, on va tester les performances et la robustesse du contrôleur PI dont les paramètres sont obtenus par les deux méthodes SOM et IMC sur les deux modèles linéaire et non linéaire du pendule et sur le système réel.

## I. 1. Introduction

Le premier régulateur PID à trois modes (proportionnel, intégral et dérivé) date des années 1930 où il est devenu commercialement disponible [15], à nos jours et malgré les développements importants dans les domaines de la théorie du contrôle et de la technologie, les contrôleurs PID restent encore les plus largement utilisés dans les systèmes industriels. Pour cette raison de nombreuses méthodes permettant de déterminer ses paramètres, sont proposées dans la littérature. Ces méthodes peuvent être divisées en deux catégories : méthodes analytiques et méthodes empiriques. Ces dernières sont des méthodes pratiques couramment utilisées sur site lorsque les installations sont accessibles et qu'il est possible de réaliser des essais expérimentaux. La majorité de ces méthodes sont basées sur la réponse indicielle du système à commander en boucle ouverte ou en boucle fermée. J.G Ziegler et N.B Nichols ont été les premiers à montrer comment on pouvait choisir les paramètres d'un régulateur à partir d'une réponse à un échelon du procédé [15], ensuite plusieurs autres méthodes utilisant le même principe sont apparues telles que la méthode de Réglabilité, Cohen-Coon, Essais-Erreur et la méthode d'approximations successives. Dans le domaine industriel les méthodes empiriques sont les plus privilégiées telles que la très ancienne méthode de Ziegler-Nichols, car elles ne nécessitent pas un modèle du système à commander, et conduisent souvent à des correcteurs de type PI ou PID ayant un ordre réduit.

Dans ce chapitre nous allons aborder quelques méthodes empiriques pour le réglage des paramètres du contrôleur PID. On donnera la définition et le principe de base de chaque méthode. La méthode de Ziegler-Nichols en boucle fermée sera utilisée dans le chapitre III, pour cela elle sera bien détaillée et bien expliquée.

## I.2. Méthode de Ziegler-Nichols

En 1942, Ziegler et Nichols ont proposé deux approches expérimentales destinées à ajuster rapidement les paramètres des régulateurs à structure Proportionnel (P), Proportionnel-Intégral (PI) et Proportionnel-Intégral-Dérivateur (PID), la première nécessite l'enregistrement de la réponse indicielle du système en boucle ouverte, alors que la deuxième demande d'amener le système en boucle fermée à sa limite de stabilité.

### I.2.1. Réponse indicielle en boucle ouverte

➤ Systèmes sans intégrateur

Elle s'applique aux systèmes stables qui ont une réponse apériodique. Afin d'obtenir les paramètres du régulateur PID du système en boucle ouverte sans intégrateur, il suffit d'enregistrer la réponse indicielle du système seul sans correcteur à une entrée échelon, puis tracer la tangente au point d'inflexion de la courbe. On mesure le temps  $T_g$  qui est l'intersection de la tangente avec le signal d'entrée et le retard  $T_u$  correspondant respectivement à l'intersection de la tangente au point d'inflexion avec l'axe des abscisses, puis on déduit la valeur de  $T_a = T_g - T_u$  (figure I.1), et le gain statique  $K = Y_\infty/E$ , tel que :  $Y_\infty$  est la valeur de la sortie en régime permanent [15].

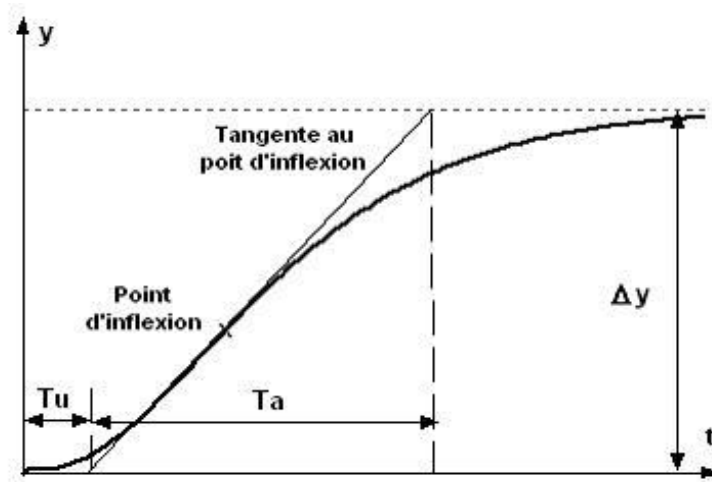


Figure I.1 : Caractérisation de la réponse indicielle dans la méthode Ziegler-Nichols en BO.

Les paramètres du régulateur sont donnés dans le tableau (I.1)

Type	$KK_p$	$T_i$	$T_d$
P	$\frac{T_a}{(K T_u)}$	-	-
PI	$\frac{0.9 T_a}{(K T_u)}$	$3 T_u$	-
PID	$\frac{1.2 T_a}{(K T_u)}$	$2 T_u$	$0.5 T_u$

Tableau I.1 : Paramètres du régulateur PID, obtenus par la méthode de Ziegler-Nichols en boucle ouverte pour les systèmes sans intégrateur.

➤ **Systèmes avec intégrateur :**

La méthode de Ziegler-Nichols est aussi applicable pour les systèmes en boucle ouverte avec intégrateur, il suffit d'enregistrer la réponse indicielle en boucle ouverte du système seul, puis récupérer le point d'intersection de l'asymptote de la dernière partie de la réponse indicielle avec l'axe des abscisses  $T_u$  et la pente  $a$ , à partir de la pente on pourra déduire la valeur de  $K$  avec la relation suivante [14] :

$$a = K.E \quad (I.1)$$

Où :

$E$  : l'entrée

$K$  : gain statique

$a$  : pente de l'asymptote

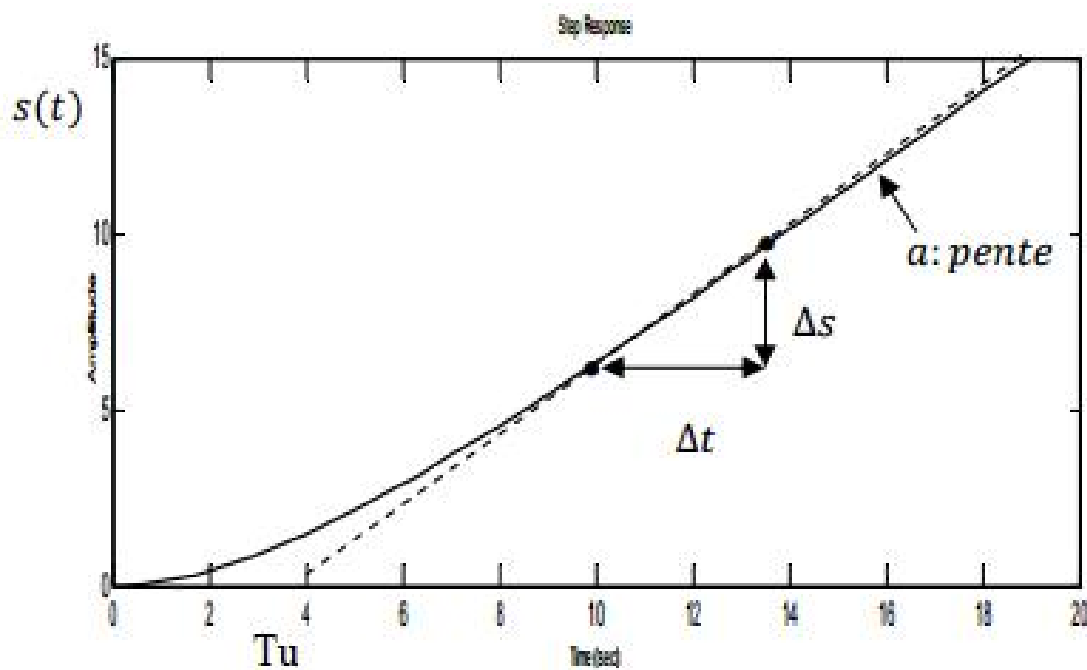


Figure I.2 : Réponse indicielle en boucle ouverte.

On se sert du tableau I.2 pour déterminer les paramètres du correcteur.

Type	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$\frac{1}{(K)}$	-	-
PI	$\frac{0.9}{(K T_u)}$	$3.33 T_u$	-
PID	$\frac{1.2}{(K T_u)}$	$2 T_u$	$0.5 T_u$

Tableau I.2 : Relations de réglage préconisé par la méthode de Ziegler-Nichols en boucle ouverte pour les systèmes avec intégrateur.

### I.2.2. Réponse indicielle en boucle fermée

Lorsque le test en boucle ouverte ne peut pas être mis en œuvre, on peut utiliser la deuxième méthode de Ziegler-Nichols basée sur un essai en boucle fermée, elle est la plus connue des méthodes pratiques qui permet de calculer les paramètres des régulateur P, PI et PID, elle s'applique sur tout les systèmes qu'ils soient possible de les mettre en régime de pompage, C'est-à-dire d'amener le système en boucle fermée à sa limite de stabilité. L'avantage de cette méthode est qu'elle n'a pas besoin de connaître le modèle du procédé et que le réglage se fait directement sur la boucle fermée.

Afin d'appliquer cette méthode, on procède comme suit :

Initialement le régulateur est réglé en action proportionnel seul, puis on augmente le gain  $G_{rc}$  progressivement jusqu'à l'obtention du pompage, le gain critique  $G_{rc}$  du régulateur est le gain qui permet d'atteindre le pompage (oscillation entretenue), et la période des oscillations est mesurée sur l'enregistrement de la réponse figure I.3, puis on détermine les paramètres du régulateur en utilisant le tableau I.3.

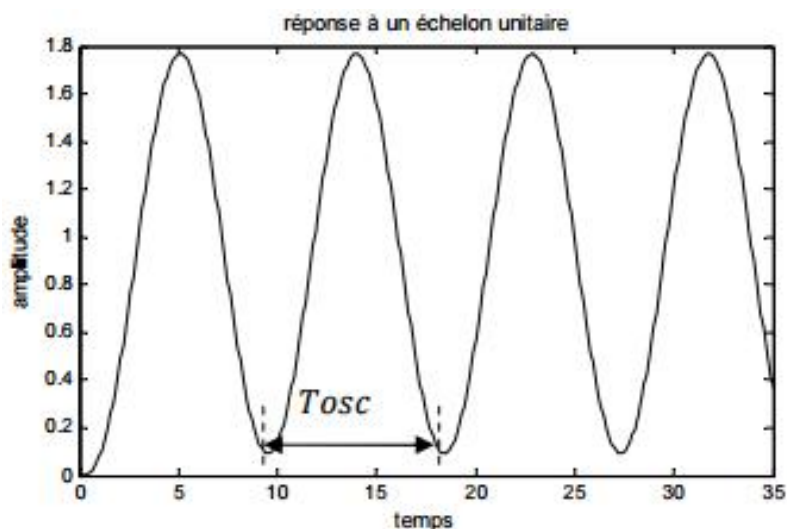


Figure I.3 : Caractérisation de la réponse indicielle dans la méthode Ziegler-Nichols en BF.

On se sert du tableau I.3 suivant pour déterminer complètement les paramètres du correcteur, on choisit le type du régulateur, selon le besoin et les exigences du cahier des charges. Le régulateur PID comprend trois actions, la première est l'action Proportionnelle qui sert à augmenter le temps de réponse du système, la deuxième est l'action intégrale qui sert à annuler l'erreur et améliorer la précision et la troisième et dernière action est l'action dérivée qui agit juste sur le régime permanent et améliore la rapidité d'atteinte de la sortie pour le régime statique du processus [15].

Correcteurs Actions	P	PI	PID Mixte
$K_p$	$\frac{G_{rc}}{2}$	$\frac{G_{rc}}{2.2}$	$\frac{G_{rc}}{1.7}$
$T_i$	$T_i \text{ maxi}$	$\frac{T_{osc}}{1.2}$	$\frac{T_{osc}}{2}$
$T_d$	0	0	$\frac{T_{osc}}{8}$

Tableau I.3: Paramètres des correcteurs à partir de la méthode de pompage et de la BF pour la méthode de Ziegler&Nichols.

L'avantage de cette méthode est qu'elle est facile à mettre en œuvre (physiquement et au point de vue calcul), l'inconvénient majeur est que le système peut devenir instable ou passer dans des états dangereux (systèmes chimiques) et peut prendre beaucoup de temps si le système réagit très lentement.

### I.3. Méthode de la réglabilité :

La méthode dite « Méthode de la réglabilité » est basée sur la réponse indicielle du système en boucle ouverte sans contrôleur. Le mode opératoire et l'exploitation de la réponse indicielle sont ceux de la première méthode de Ziegler & Nichols sans intégrateur. Les paramètres du régulateur sont déterminés en fonction du « coefficient de réglabilité » défini par le rapport :

$$r = \frac{T_u}{T_a}$$

Il s'agit du même rapport qui intervient dans la première méthode de Ziegler & Nichols basée sur la réponse indicielle. Il traduit l'importance du retard  $T_u$  par rapport à la constante de temps  $T_a$ .

Le tableau suivant fournit des relations empiriques pour calculer les coefficients du régulateur et déterminer son type selon le coefficient de réglabilité  $r$  [25]:

$r$	$K_p$	$T_i$	$T_d$
0.05 à 0.1	$\frac{5}{K}$	$T_a$	0
0.1 à 0.2	$\frac{0.5}{K r}$	$T_a$	0
0.2 à 0.5	$\frac{0.5 (1 + 0.5r)}{K r}$	$T_a (1 + 0.5 r)$	$T_a \frac{0.5r}{0.5r + 1}$
Au delà	PID non recommandé	PID non recommandé	PID non recommandé

Tableau I.4 : Paramètres des correcteurs à partir de la méthode de réglabilité.

$K$  : est le gain statique du procédé.

#### I.4. Méthode de CHIEN-HRONES RESWICK

Cette méthode s'applique au système ayant une fonction de transfert du premier ordre qui a une constante de temps  $\tau$  avec retard  $\theta$ . Le réglage des paramètres se fait soit par rapport à la consigne (poursuite), soit par rapport à la perturbation (régulation). Deux réglages de cette méthode sont proposés (voir tableaux ci-dessous) afin obtenir des systèmes plus amortie en boucle fermée, soit un dépassement de 0% ou 20%. Les réglages sont proposés pour une réponse en boucle fermée à coefficient d'amortissement  $z = 0.7$ , soit un temps de réponse minimum.

Les paramètres du régulateur sont calculés séparément pour le rejet de perturbation (tableau I.5) et pour la réponse au changement de consigne (tableau I.6) [23] [26].

Dépassement	régulateur	P	PI	PID
0%	$K_p$	$0.3 \frac{\tau}{\theta}$	$0.6 \frac{\tau}{\theta}$	$0.95 \frac{\tau}{\theta}$
	$T_i$	-	$4 \theta$	$2.4 \theta$
	$T_d$	-	-	$0.42 \theta$
20%	$K$	$0.7 \frac{\tau}{\theta}$	$0.7 \frac{\tau}{\theta}$	$1.2 \frac{\tau}{\theta}$
	$T_i$	-	$2.3 \theta$	$2 \theta$
	$T_d$	-	-	$0.42 \theta$

Tableau I.5 : Réglage des régulateurs selon Chien-Hrones-Reswick en régulation.

Dépassement	régulateur	P	PI	PID
0%	$K_p$	$0.3 \frac{\tau}{\theta}$	$0.35 \frac{\tau}{\theta}$	$0.6 \frac{\tau}{\theta}$
	$T_i$	-	$1.2 \tau$	$T$
	$T_d$	-	-	$0.5 \theta$
20%	$K$	$0.7 \frac{\tau}{\theta}$	$0.6 \frac{\tau}{\theta}$	$1.4 \tau$
	$T_i$	-	$\tau$	$2 \theta$
	$T_d$	-	-	$0.47 \theta$

Tableau I.6 : Réglage des régulateurs selon Chien-Hrones-Reswick en poursuite.

**I.5. Méthode de COHEN-COON**

Cette méthode est basée sur un système ayant un retard et son critère principal est le rejet de perturbation. Elle est utilisée juste pour les processus stables avec une réponse apériodique. La méthode de Cohen-Coon procède en premier lieu à l'identification des paramètres du système  $K, \theta$  et  $\tau$  à partir de la réponse indicielle du processus en boucle ouverte afin d'obtenir un modèle simplifié décrit par une fonction de transfert de premier ordre à retard :

$$G(s) = \frac{K e^{-\theta s}}{1 + \tau s}$$

Puis on procède au calcul des paramètres du régulateur selon les relations résumées dans le tableau I.3 [15]

Type	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$\frac{1. \tau}{K \theta} \left  \frac{3. \tau + \theta}{3. \tau} \right $	-	-
PI	$\frac{1. \tau}{K \theta} \left  \frac{10.8. \tau + \theta}{12. \tau} \right $	$\theta \frac{30 + 3(\theta/\tau)}{9 + 20(\theta/\tau)}$	-
PID	$\frac{1. \tau}{K \theta} \left  \frac{16. \tau + 3. \theta}{12. \tau} \right $	$\theta \frac{32 + 6(\theta/\tau)}{13 + 8(\theta/\tau)}$	$\frac{40}{11 + 2(\theta/\tau)}$

Tableau I.7 : Relations de réglage préconisé par la méthode de Cohen-Coon en boucle ouverte.

**I.6. Méthode Essai-Erreur**

Elle permet de régler les paramètres du régulateur PID un à un en plusieurs étapes. Elle suppose sous entendu la disponibilité du système et la possibilité de le soumettre à plusieurs tests. Dans cette démarche, la connaissance de la structure du régulateur n'est pas indispensable [15].

❖ **Mode opératoire :**

Le mode opératoire est décrit par les étapes suivantes :

- Réaliser la boucle fermée.

- Inhiber l'action intégrale et dérivée (Position Off)
- Mettre le gain  $K_p$  au minimum
- Appliquer une consigne et observer la réponse indicielle.

Comme le gain  $K_p$  est au minimum, la réponse sera très amortie.

- Faire augmenter le gain  $K_p$  pas à pas jusqu'à l'obtention d'une réponse nettement oscillante (amortie). On note  $K_{pu}$  la valeur de  $K_p$  pour laquelle la réponse a été obtenue (Ultimate gain).

- Mettre  $K_p = K_{pu}/2$

- Réaliser la même opération avec  $T_i$  en la réduisant jusqu'à l'obtention d'une réponse oscillatoire. Soit  $T_{iu}$  la valeur retenue.

- Mettre  $T_i = 2 T_{iu}$

- Procéder de même pour  $T_d$  en l'augmentant progressivement jusqu'à l'obtention d'une réponse oscillatoire. Soit  $T_{du}$  la valeur retenue.

- Mettre  $T_d = T_{du}/3$ .

### **I.7. méthode d'approximations successives**

Elle s'applique sur les systèmes apériodiques en boucle fermée. Puis on règle successivement l'action proportionnel, l'action intégrale et enfin l'action dérivée.

Le mode opératoire est décrit par les étapes suivantes [14]:

- ✓ On annule l'action intégrale et dérivée en mettant  $T_i = \infty, T_d = 0$ .
- ✓ On augmente  $K_p$  jusqu'à avoir la réponse la plus rapide avec un amortissement maximum et un écart minimum (voir figure (I.4)).
- ✓ On diminue  $T_i$  pour annuler l'erreur statique et avoir la réponse la plus rapide avec un amortissement maximum et un écart minimum (voir figure (I.5)).
- ✓ On augmente  $T_d$  jusqu'à avoir la réponse optimale (voir figure (I.6)).

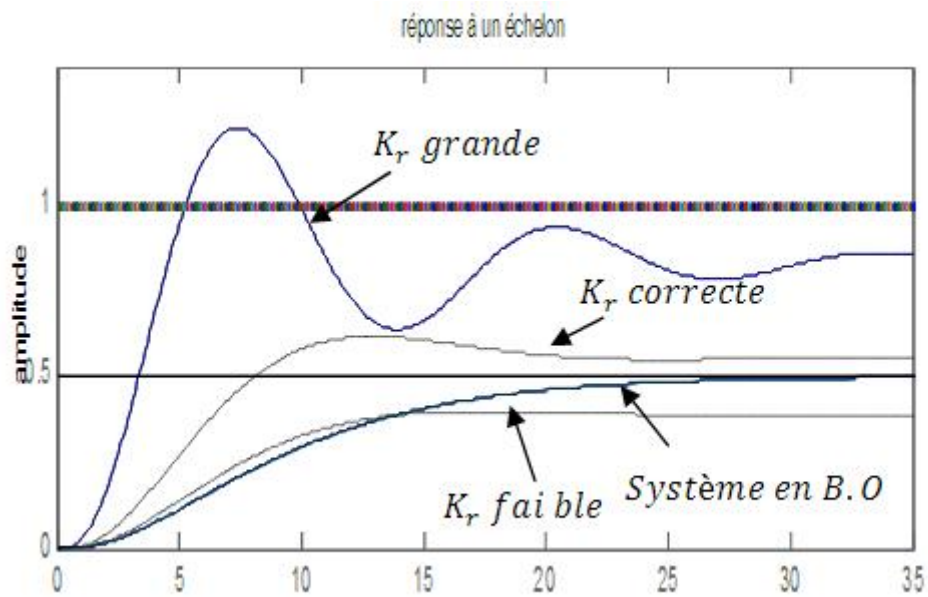


Figure I.4 : Détermination du gain proportionnel par la méthode d'approximations successives.

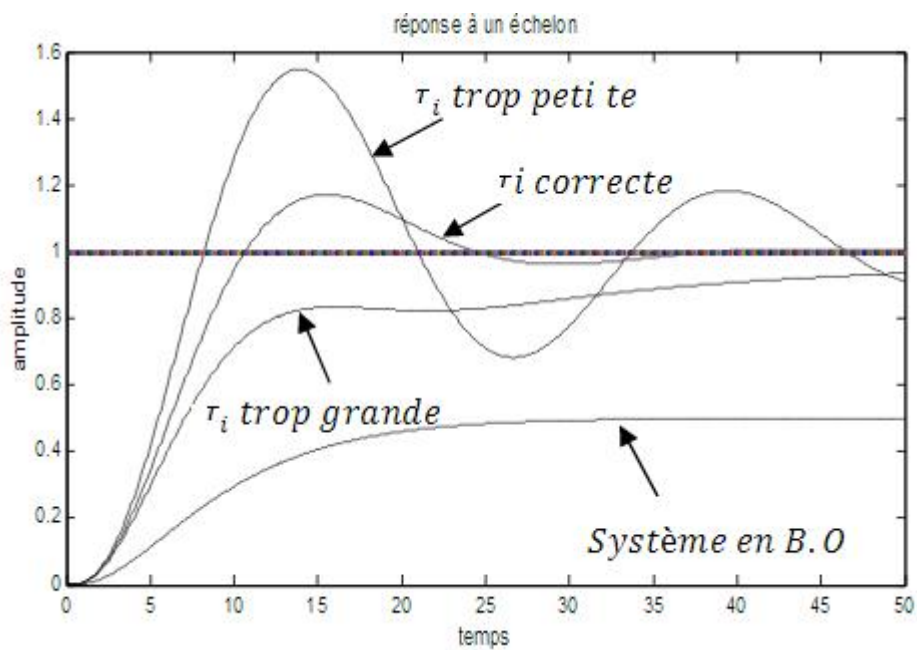


Figure I.5 : Détermination de la constante de temps intégrale par la méthode d'approximations successives.

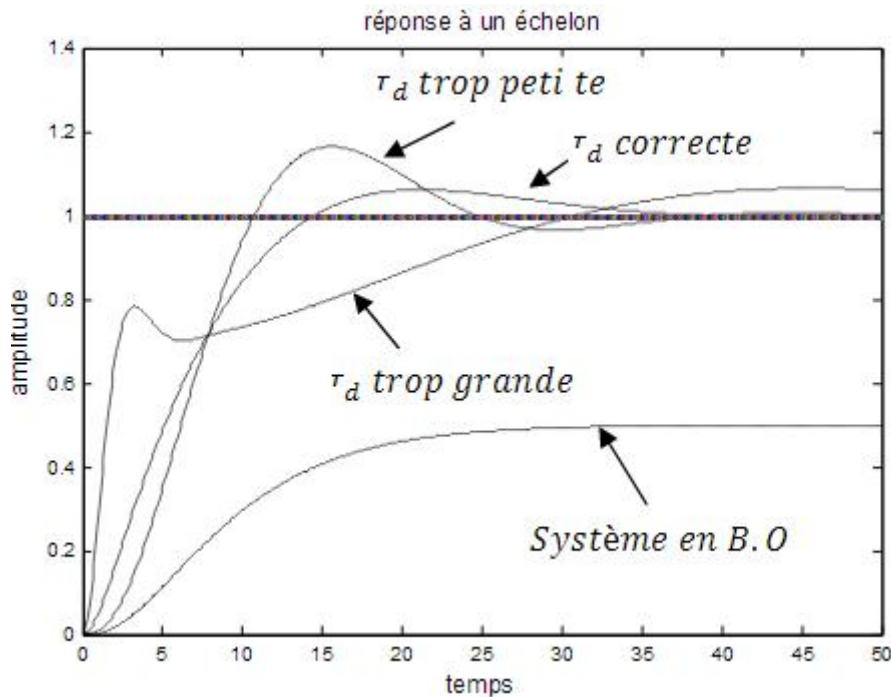


Figure I.6 : Détermination de la constante de temps dérivée par la méthode d'approximations successives.

Cette méthode est très utilisée vue sa simplicité. Son principal avantage est qu'elle ne nécessite pas la connaissance du modèle du processus. L'inconvénient majeur est que son application devient longue sur les processus à grande inertie.

### Conclusion

L'avantage des méthodes empiriques présentées dans ce chapitre réside dans le fait qu'elles sont simples à mettre en œuvre et qu'elles ne nécessitent pas une connaissance parfaite du modèle de système à commander. Cependant, certaines de ces méthodes ne couvrent pas une large gamme de processus et d'autres présentent des dépassements importants comme celle de Ziegler-Nichols, ce qui peut déstabiliser le système ou le mettre dans des états dangereux. Afin de remédier à ce problème de dépassement, et le risque d'instabilité on traitera par la suite la méthode SOM (Setpoint Overshoot Method) qui est une méthode inspirée par la méthode de Zeigler –Nichols et la méthode analytique IMC (Internal Model Control) où commande à modèle interne qui sera l'objet du prochain chapitre.

## **II.1. Introduction**

Le choix d'un contrôleur pour un système en boucle fermée dépend des performances que l'on souhaite obtenir pour ce système. Les performances souhaitées sont généralement : un dépassement réduit, un temps de réponse rapide, une erreur nulle entre la réponse du processus et la consigne en régime permanent et une bonne robustesse par rapport aux perturbations.

La plupart des méthodes de synthèse de contrôleurs reposent sur un modèle mathématique du système physique à contrôler. En théorie, le modèle doit être précis et représente fidèlement la réalité du système, toutefois un modèle parfait qui représente exactement le processus réel n'existe pas et ça pour plusieurs raisons par exemple : les erreurs de mesures, les non linéarités négligées pendant la modélisation, l'usure des parties mécanique et électrique du processus avec le temps, les perturbations externes... Ces situations rendent généralement les systèmes de contrôle dévié de l'exigence de conception, ou même déstabiliser le système.

Donc, il est essentiel de concevoir un contrôleur qui peut assurer la robustesse du système en boucle fermée de façon à diminuer l'erreur de modélisation et les variations dans la dynamique des processus. Pour toutes ces raisons on doit choisir une méthode de synthèse robuste qui prend en compte les défaillances du modèle. La commande à modèle interne est un autre moyen d'augmenter la robustesse d'une commande. Ses origines se trouvent dans la commande des processus chimiques qui sont particulièrement difficiles à modéliser [1].

Dans ce chapitre on étudie la commande par modèle interne et les méthodes de synthèse direct afin d'obtenir le fonctionnement désiré d'un système. La Synthèse direct en boucle ouverte est élaborée sans l'aide de la connaissance des grandeurs de sortie (feedback), par contre la synthèse directe en boucle fermée génère une commande en fonction de la consigne et de la sortie (présence de feedback), on va étudier ensuite la commande par modèle interne.

## **II.2. Méthodes de synthèse directe de régulateurs**

Soit le schéma de commande en boucle ouverte de la figure II.1, où  $C(s)$  est le régulateur qui va commander le procédé et  $G(s)$  représente la fonction de transfert du système.

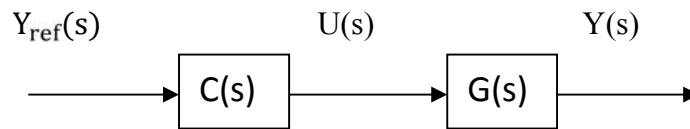


Figure II.1 : Schéma de commande en boucle ouverte.

Où

$U(s)$  : commande à injecter au système

$Y_{\text{ref}}(s)$ : Consigne

$Y(s)$ : sortie du processus

On suppose que l'on connaît parfaitement la fonction de transfert du système  $G(s)$  et qu'il n'y a pas de perturbations. Dans ce cas le régulateur peut être calculé facilement, il suffit alors de prendre :

$$C(s) = G(s)^{-1} G_d(s) \quad (\text{II.1})$$

Où :  $G_d(s)$ : est le modèle désiré que l'on souhaite imposer.

Lorsque  $G(s)$  possède un retard ou des zéros instables, le modèle est factorisé comme suit :

$$G(s) = G^+(s) G^-(s) \quad (\text{II.2})$$

Où

- $G^-(s)$  contient le retard et les zéros instables, et doit avoir en plus un gain statique égal à 1.
- $G^+(s)$  est la partie inversible de  $G(s)$ .

Dans ce cas le régulateur  $C(s)$  est calculé en utilisant l'équation suivante :

$$C(s) = G^+(s)^{-1} \cdot G_d(s) \quad (\text{II.3})$$

Cette technique n'utilise pas la mesure pour déterminer la commande puisqu'il y a absence d'un retour d'information sur la grandeur à commander (sortie), elle est utilisée la plupart du temps, lorsque la réaction du système est difficile à mesurer c'est-à-dire quand il est très compliqué d'avoir un retour du résultat obtenu. L'avantage de la synthèse du régulateur en boucle ouverte réside dans sa simplicité en plus elle ne pose pas de problème de stabilité,

puisque, si le procédé et le régulateur sont tout les deux stables, le système global est stable. L'inconvénient majeur est que l'objectif fixé n'est généralement pas atteint complètement. En effet la relation liant la sortie et la commande ne prend pas en compte des perturbations qui affectent le système, l'autre inconvénient est qu'il est impossible de stabiliser un système naturellement instable [17].

Donc la commande en boucle ouverte devient inutile lorsque le système est soumis à des perturbations. Dans ce cas, on doit utiliser la commande en boucle fermée illustré dans le schéma bloc de la figure II.2.

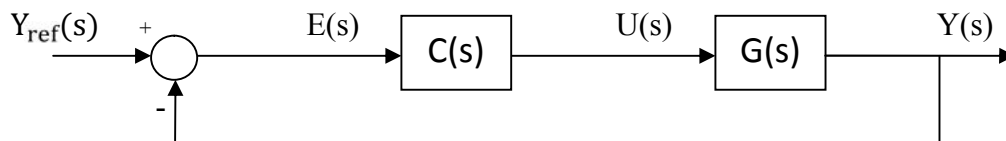


Figure II.2 : Schéma de commande en boucle fermée.

$E(s)$  : détermine l'écart entre la mesure et la consigne, en fonction de cet écart on déduit l'action à entreprendre.

Cette chaîne de régulation est dite fermée car l'action modifie la sortie, lorsqu'il est soumis à des perturbations. L'avantage de cette commande est qu'une variation de la sortie entraîne une variation de l'action, l'objectif fixé peut alors être atteint par compensation de perturbations externes, comme elle peut stabiliser un système instable en boucle ouverte [2].

La fonction de transfert du système en boucle fermée dans ce cas est donnée par :

$$G_{bf}(S) = \frac{C(s)G(s)}{1+C(s)G(s)} \quad (II.4)$$

Soit  $G_d(s)$  la fonction de transfert désirée à imposer a la boucle fermée, alors l'objectif est d'avoir :

$$G_d(s) = G_{bf}(s) \quad (II.5)$$

C'est-à-dire

$$G_d(s) = \frac{C(s)G(s)}{1+C(s)G(s)} \quad (II.6)$$

L'expression du régulateur  $C(s)$  qui permet d'avoir la fonction de transfert  $G_d(s)$  en boucle fermée est donnée par :

$$C(s) = \frac{G_d(s)}{G(s) - G(s)G_d(s)} \quad (\text{II.7})$$

Cette méthode de synthèse directe est très intéressante car elle permet toujours d'aboutir à un régulateur qui permet d'obtenir les performances imposées par le cahier des charges. Elle est efficace et aboutit à des régulateurs simples et connus (PI, PID) dans le cas des systèmes simples et la fonction de transfert désirée et aussi simple. Par contre, dans le cas de systèmes complexes ou la fonction de transfert désirée est complexe, cette méthode est inutile car elle donne lieu à des régulateurs à structure complexe, qui ne peuvent pas être mis sous la forme d'un PID, ou à des régulateurs non réalisables (degré du numérateur > degré du dénominateur) ou instable [17].

### II.3. Commande par modèle interne

La commande à modèle interne s'interprète de façon naturelle comme une généralisation de la boucle ouverte classique, dans le cas du modèle parfait, elle permet de traiter des procédés stables ou préalablement stabilisés. Elle est caractérisée essentiellement par la construction d'une commande en fonction de l'écart entre la sortie du procédé et la sortie du modèle et de la consigne. Tout écart par rapport au modèle est ramené à l'entrée du bloc de commande. Cet écart est vu comme une perturbation équivalente à compenser, le bloc de commande agit alors simultanément sur le processus et le modèle pour annuler l'écart [1].

En effet, le régulateur à modèle interne est facile à régler en ligne et facile à maintenir, c'est-à-dire à faire évoluer avec le procédé, car il contient un modèle explicite du procédé, selon Garcia et Morari, elle est l'une des structures les plus utilisées pour la commande des systèmes vu sa simplicité de mise en œuvre et son efficacité [20].

#### II.3.1. Principe de la commande par modèle interne (IMC)

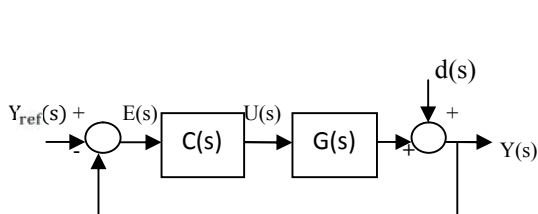


Figure II.3 : Schéma bloc d'une régulation classique

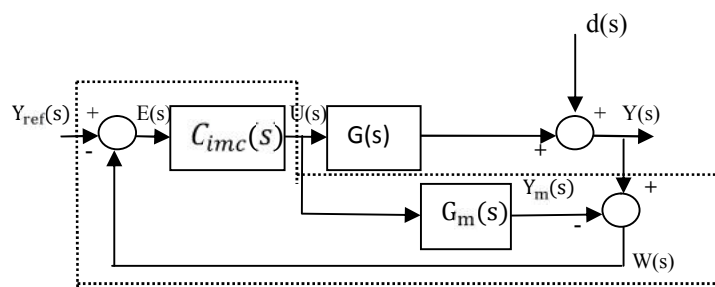


Figure II.4 : Schéma bloc d'une régulation par modèle interne.

Sur ces deux figures on retrouve les principaux éléments d'une boucle de contre réaction :

- $G(s)$ : fonction de transfert qui représente le comportement réel du système.
- $Y(s)$  : sortie du procédé.
- $G_m(s)$  : le modèle du système, obtenu par identification ou modélisation du système.
- $C_{imc}(s)$  : le correcteur a modèle interne.
- $Y_{ref}(s)$  : la consigne.
- $d(t)$  : la perturbation.
- $C(s)$  : Le contrôleur classique.
- $W(s)$  : l'erreur d'approximation.

La partie encadrée en pointillés est celle de la régulation, elle est composée de deux parties :

- Le régulateur proprement dit  $C_{imc}(s)$ .
- Le modèle du procédé à commander  $G_m(s)$ .

Le modèle  $G_m(s)$  est obtenu par modélisation ou par identification du système réel, il correspond à une image approchée de la fonction réelle  $G(s)$  du système.

Dans cette structure de commande ce n'est plus l'erreur entre la sortie  $Y(s)$  et l'entrée de référence  $Y_{ref}(s)$  qui est utilisée par le régulateur  $C_{imc}(s)$  pour calculer la loi de commande mais l'erreur entre la consigne  $Y_{ref}(s)$  et la grandeur  $W(s) = Y(s) - Y_m(s)$  qui représente l'erreur d'approximation du système à commander par le modèle  $G_m(s)$ .

Si l'on suppose que le modèle est parfait et que le système n'est soumis à aucune perturbation alors le signal d'écart entre la sortie du procédé et celle du modèle est nul. Si les perturbations agissent sur la sortie du procédé, toujours dans le cas du modèle parfait, cet écart est dû aux perturbations, qui seront parfaitement rejetées grâce au contrôleur IMC [17].

Dans le cadre de cette hypothèse de modèle parfait, cette structure de commande devient simplement une structure de commande en boucle ouverte, et par conséquent :

- Le problème de stabilité rencontrés dans les boucles classiques disparaissent, en effet le système bouclé est stable si et seulement si le procédé et le régulateur IMC sont stables.
- Le rôle du régulateur est donc en quelque sorte « d'inverser le modèle », cependant il n'a pas les inconvénients d'une boucle ouverte pure, car le signal de contre réaction qui est

égale à l'écart modèle-procédé permet de modifier l'erreur sur la consigne d'une façon adéquate. Le signal d'erreur comprend l'influence des perturbations extérieures ainsi que les erreurs de modélisation [18].

### II.3.2. Relation entre le contrôleur par modèle interne et le contrôleur classique

- Considérons le schéma bloc de la structure de la commande par modèle interne représenté sur la figure II. 4, l'expression de la sortie est donnée par :

$$Y(s) = d(s) + G(s) C_{imc}(s) E(s) \quad (II.8)$$

L'écart  $E(s)$  entre la consigne et la sortie est donné par :

$$E(s) = Y_{ref}(s) - Y(s) + Y_m(s) \quad (II.9)$$

On remplaçant  $Y(s)$  et  $Y_m(s)$  par leurs expressions, on aura :

$$E(s) = Y_{ref}(s) - d(s) - G(s)C_{imc}(s)E(s) + G_m(s) C_{imc}(s)E(s) \quad (II.10)$$

Qui peut s'écrire sous la forme :

$$E(s) (1 + G(s)C_{imc}(s) - G_m(s) C_{imc}(s)) = Y_{ref}(s) - d(s) \quad (II.11)$$

À partir de l'expression (II.11), on obtient :

$$E(s) = \frac{1}{1 + G(s)C_{imc}(s) - G_m(s) C_{imc}(s)} (Y_{ref}(s) - d(s)) \quad (II.12)$$

On remplaçant (II.12) dans (II.8), on obtient l'expression de la sortie  $Y(s)$  donnée par :

$$Y(s) = \frac{G(s) C_{imc}(s)}{1 + G(s) C_{imc}(s) (G(s) - G_m(s))} \cdot Y_{ref}(s) + \frac{1 - G_m(s) C_{imc}(s)}{1 + C_{imc}(s) (G(s) - G_m(s))} \cdot d(s) \quad (II.13)$$

- Considérons le schéma bloc représenté sur la figure (II.1), dans le cas d'une régulation classique, l'expression de la sortie est :

$$Y(s) = d(s) + G(s)C(s) E(s) \quad (II.14)$$

L'expression de l'erreur est donnée par:

$$E(s) = Y_{ref}(s) - Y(s) \quad (II.15)$$

On remplaçant  $Y(s)$  par son expression, on aura :

$$E(s) = Y_{\text{ref}}(s) - G(s) C(s) E(s) - d(s) \quad (\text{II.16})$$

On obtient la formule de l'erreur  $E(s)$  comme suit :

$$E(s) = \frac{1}{1+G(s)C(s)} Y_{\text{ref}}(s) + \frac{1}{1+G(s)C(s)} d(s) \quad (\text{II.17})$$

En remplaçant l'équation (II.17) dans (II.14), on aura:

$$Y(s) = \frac{G(s)C(s)}{1+G(s)C(s)} Y_{\text{ref}}(s) + \frac{1}{1+G(s)C(s)} d(s) \quad (\text{II.18})$$

A partir des expressions (II.18) et (II.13), on peut établir la relation entre le régulateur classique  $C(s)$  et le régulateur à modèle interne  $C_{\text{imc}}(s)$ , en égalisant ces dernières, on obtient :

$$C(s) = \frac{C_{\text{imc}}(s)}{1 - C_{\text{imc}}(s)G_m(s)} \quad (\text{II.19})$$

$$C_{\text{imc}}(s) = \frac{C(s)}{1 + G_m(s)C(s)} \quad (\text{II.20})$$

Les relations (II.19) et (II.20) permettent de passer de la commande à modèle interne à la commande classique et vice versa.

### **II.3.3. Synthèse du régulateur par IMC**

La méthode de synthèse du contrôleur  $C_{\text{imc}}(s)$  est simple, elle utilise le principe de commande en boucle ouverte développée dans la section (II.2).

En supposant que le modèle est parfait, c'est-à-dire,  $G(s) = G_m(s)$ , l'expression du contrôleur  $C_{\text{imc}}(s)$  est donné alors par :

$$C_{\text{imc}}(s) = \frac{1}{G_m(s)^+} F(s) \quad (\text{II.21})$$

Où

$G_m^+(s)$  : est la partie inversible de  $G_m(s)$

$F(s)$  : est un filtre passe bas, qui a la forme générale [17] :

$$F(s) = \frac{1}{(1+\tau_f s)^n} \quad (\text{II.22})$$

Après avoir calculé le régulateur à modèle interne, en utilisant l'expression (II.19), on peut retrouver le régulateur classique  $C(s)$  donné par :

$$C(s) = \frac{C_{imc}(s)}{1 - C_{imc}(s) G_m(s)} \quad (\text{II.23})$$

### II.3.4. Choix du filtre

Soit le filtre passe bas donnée par la fonction de transfert suivante :

$$F(s) = \frac{1}{(1 + \tau_f s)^n}$$

Où

- $n$  : est un nombre entier positif, il est choisit de sorte que le contrôleur soit causal (physiquement réalisable).
- $\tau_f$  : est la constante de temps que l'on souhaite imposer a la boucle fermée, elle est déterminée par la performance désiré du système. Un  $\tau_f$  plus petit peut fournir une réponse en boucle fermée plus rapide, tandis qu'un  $\tau_f$  plus grand augmente la constante de temps en boucle fermée c'est-à-dire ralentit la rapidité de la réponse.

Si le modèle n'imite pas parfaitement le comportement dynamique du procédé alors le signal de retour exprime chacune des influences de la perturbation d'une part et de l'erreur de modélisation d'autre part. Ainsi, cette différence produit un signal d'erreur qui peut déstabiliser la boucle, d'où l'intérêt de filtrer le signal d'erreur en vue d'avoir une réaction moins rapide aux perturbations pour conférer à l'ensemble une certaine robustesse vis-à-vis des erreurs de modélisation [17].

### II.4. Exemple :

Considérons un système du 1<sup>er</sup> ordre avec un retard pur décrit la fonction de transfert suivante :

$$G(s) = \frac{K e^{-\theta s}}{1+\tau s} \quad (\text{II.24})$$

Où

- $K$  : est le gain statique.
- $\tau$  : est la constante du temps.
- $\theta$  : est le retard.

Le retard  $\theta$  peut être approximer par deux méthodes différentes, soit en utilisant l'approximation de Taylor du premier ordre ou bien par l'approximation de padé du premier ordre [21].

➤ **Approximation du retard en utilisant le développement de Taylor de premier ordre:**

L'approximation du retard par la méthode de Taylor donne le résultat suivant :

$$e^{-\theta s} = 1 - \theta s \quad (\text{II.25})$$

La fonction de transfert du système devient :

$$G(s) = \frac{K}{1+\tau s} (1 - \theta s) \quad (\text{II.26})$$

On décompose  $G(s)$  en deux parties

- La partie inversible est :

$$G^+(s) = \frac{K}{1 + \tau s}$$

- La partie non-inversible est :

$$G^-(s) = 1 - \theta s$$

On pose,  $F(s)$  la fonction de transfert du filtre passe-bas

$$F(s) = \frac{1}{(1+\tau_f s)^r} \quad (\text{II.27})$$

Avec,  $r=1$ , puisque  $G(s)$  est un système de premier ordre.

Le régulateur à modèle interne est comme suit :

$$C_{\text{imc}}(s) = G^+(s)^{-1} \cdot F(s) \quad (\text{II.28})$$

$$C_{\text{imc}}(s) = \frac{1+\tau s}{K} \cdot \frac{1}{1+\tau_f s} \quad (\text{II.29})$$

On obtient la formule finale du régulateur classique  $C(s)$ , en utilisant la relation entre le régulateur classique et le régulateur IMC donnée par l'équation (II.19)

$$C(s) = \frac{\tau}{K(\tau_f+\vartheta)} \left( 1 + \frac{1}{\tau s} \right) \quad (\text{II.30})$$

Qui peut être mis sous la forme d'un régulateur PI qui suit:

$$C(s) = K_c \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right) \quad (\text{II.31})$$

Où

$$\left\{ \begin{array}{l} K_c = \frac{\tau}{K(\tau_f+\vartheta)} \\ T_i = \tau \end{array} \right. \quad (\text{II.32})$$

$$T_i = \tau \quad (\text{II.33})$$

➤ **Approximation du retard en utilisant l'approximation de Padé du 1<sup>er</sup> ordre**

L'approximation du retard par la méthode de padé du 1<sup>er</sup> ordre donne le résultat suivant :

$$e^{-\vartheta s} = \frac{1-\frac{\vartheta}{2}s}{1+\frac{\vartheta}{2}s} \quad (\text{II.34})$$

La fonction de transfert du système devient :

$$G(s) = \frac{K}{1+\tau s} \frac{1-\frac{\vartheta}{2}s}{1+\frac{\vartheta}{2}s} \quad (\text{II.35})$$

On décompose  $G(s)$  en deux parties

- La partie inversible est :

$$G^+(s) = \frac{K}{(1 + \tau s)(1 + \frac{\vartheta}{2}s)}$$

- La partie non-inversible est :

$$G^-(s) = 1 - \frac{\theta}{2}s$$

On pose F(s) la fonction de transfert du filtre passe-bas,

$$F(s) = \frac{1}{(1+\tau_f s)^r} \quad (\text{II.36})$$

Avec,  $r=1$ , puisque G(s) est un système de premier ordre.

$$C_{\text{imc}}(s) = G^+(s)^{-1} \cdot F(s) \quad (\text{II.37})$$

$$C_{\text{imc}}(s) = \frac{(1+\tau s)(1+\frac{\theta}{2}s)}{K} \cdot \frac{1}{1+\tau_f s} \quad (\text{II.38})$$

On obtient la formule finale du régulateur classique C(s), en utilisant la relation entre le régulateur classique et le régulateur IMC donnée par l'équation (II.19)

$$C(s) = \frac{(1+\tau s)(1+\frac{\theta}{2}s)}{K(\tau_f + \frac{\theta}{2}s)} \quad (\text{II.39})$$

Qui peut être mis sous la forme d'un régulateur PID :

$$C(s) = K_c \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + s T_d \right) \quad (\text{II.40})$$

Où

$$\left\{ \begin{array}{l} K_c = \frac{\frac{\theta}{2} + \tau}{K(\tau_f + \frac{\theta}{2})} \end{array} \right. \quad (\text{II.41})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T_i = \frac{\theta}{2} + \tau \end{array} \right. \quad (\text{II.42})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T_d = \frac{\theta \tau}{2(\frac{\theta}{2} + \tau)} \end{array} \right. \quad (\text{II.43})$$

### II.5. Application numérique

Prenons le système du premier ordre dont la fonction de transfert et les paramètres sont comme suit :

$$G(s) = \frac{K e^{-\theta s}}{1 + \tau s}$$

Où

$$k=1, \tau = 4 \text{ et } \theta=2.$$

$$\tau_f = 3.510 \text{ s.}$$

Le contrôleur obtenu en utilisant l'approximation de Taylor est :

$$C_1(s) = 0.726 \left( 1 + \frac{1}{4 s} \right)$$

Le contrôleur obtenu en utilisant l'approximation de padé est :

$$C_2(s) = 1.109 \left( 1 + \frac{1}{5 s} + 1.333 s \right)$$

Les réponses indicielles à un échelon unitaire en boucle fermée obtenues avec les contrôleurs  $C_1(s)$  et  $C_2(s)$  sont montrées sur la figure II.5.

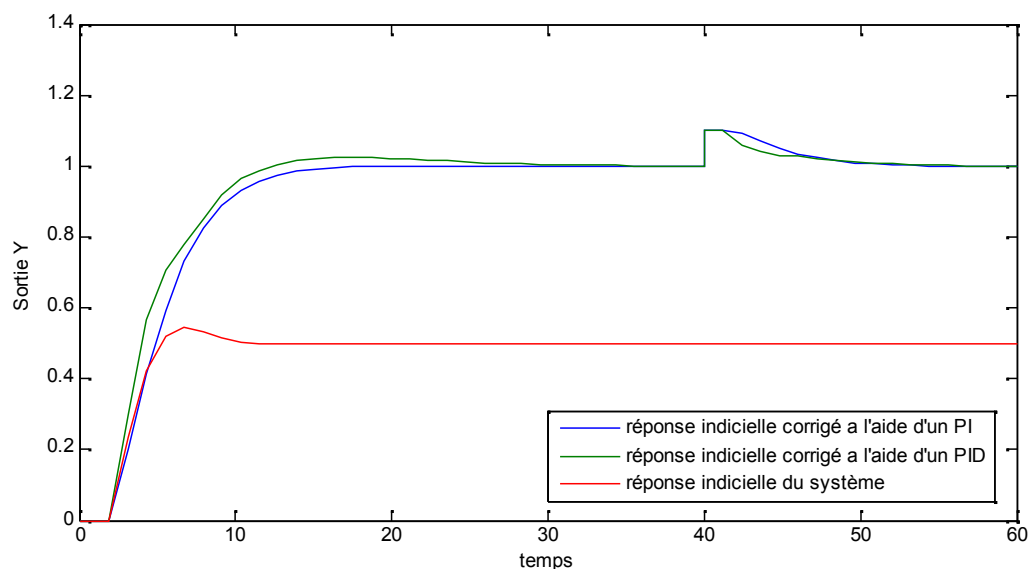


Figure II.5: Réponses indicielles du système en utilisant les deux approximations.

Nous avons procédé à deux approximations du retard qui sont la formule de Taylor et celle de Padé du 1<sup>er</sup> ordre, à partir du régulateur à modèle interne nous avons calculé le correcteur classique en utilisant la relation (II.19), ce qui nous a permis d'aboutir à un PI pour la première approximation et un PID pour la deuxième approximation. Après simulation nous avons constaté que l'erreur entre la sortie et la consigne est annulée par les deux méthodes d'approximations grâce à l'action intégrale, la réponse indicielle obtenu du système corrigé avec un PID est bien plus rapide par rapport à celle obtenu avec un PI grâce à l'action dérivée.

## **II.6. Conclusion**

Ce chapitre a été consacré à la présentation théorique de la commande par modèle interne qui présente plusieurs avantages. En effet elle est très utilisée vu sa simplicité et son efficacité, elle est aussi robuste par rapport aux variations paramétriques et donne lieu à des contrôleurs simple de type PI ou PID. Cette méthode ne pose pas de problème de stabilité si le procédé et le contrôleur sont stables, pour avoir un transfert unitaire entre la sortie du procédé et la consigne, le correcteur doit être égal à l'inverse du modèle. Afin de trouver les paramètres du contrôleur PI ou PID nous avons fait la transition entre la commande à modèle interne et le contrôleur classique.

Dans le chapitre suivant, nous abordons une méthode empirique basée sur les résultats de la méthode IMC. Cette méthode permet le réglage des paramètres du régulateur PID en utilisant des essais en boucle fermée.

### III.1. Introduction

Les méthodes empirique sont très utilisées dans le domaine industriel, parce qu'elles sont simple et facile à mettre en œuvre et elle ne nécessite pas la connaissance parfaite du processus à commander. La méthode de Ziegler-Nichols est la plus utilisée dans ce domaine, mais elle présente un dépassement important, ce qui peut déstabiliser le système. Pour cette raison, une nouvelle méthode est apparue, appelée "setpoint overshoot method" (SOM), elle a été développée par Shamsuzzoha [24] pour le réglage du contrôleur PID en utilisant des expériences en boucle fermée sans connaître le modèle du système à commander. Son principe est similaire à celui de la méthode de Zeigler-Nichols, mais dans ce cas le système n'est pas forcé à sa limite de stabilité. Ceci est moins restrictif que la méthode de Ziegler-Nichols, qui nécessite des oscillations entretenues [16]. Pour le réglage des paramètres du PID, elle utilise les informations qui peuvent être obtenues à partir de la réponse indicielle en boucle fermée en présence d'un contrôleur proportionnel seulement.

### III.2. principe de la méthode

La méthode SOM (Setpoint Overshoot Method) est basée sur une seule expérience en boucle fermée en présence d'un régulateur proportionnel, à partir de cette expérience on peut observer de nombreuses informations sur la réponse indicielle en boucle fermée, comme par exemple : le temps de montée, la période des oscillations, l'amplitude et le temps de premier dépassement...etc. De toutes ces informations les plus simples à observer sont l'amplitude et le temps du premier dépassement qui sont la base de cette méthode.

La procédure de la méthode proposée par Skogestad et Shamsuzzoha, se fait en trois étapes [24] :

- **Etape 1** : mettre le contrôleur en mode Proportionnel (P) seulement (annulé l'action intégrale et dérivée)
- **Etape 2** : faire varier le gain proportionnel  $K_{c0}$  afin d'obtenir une réponse indicielle qui donne un dépassement entre 0.1 (10%) et 0.6 (60%), puis enregistrer le gain  $K_{c0}$  du contrôleur utilisé dans l'expérience.
- **Etape 3** : à partir de l'expérience en boucle fermée, on obtient les valeurs suivantes voir figure III.1 :

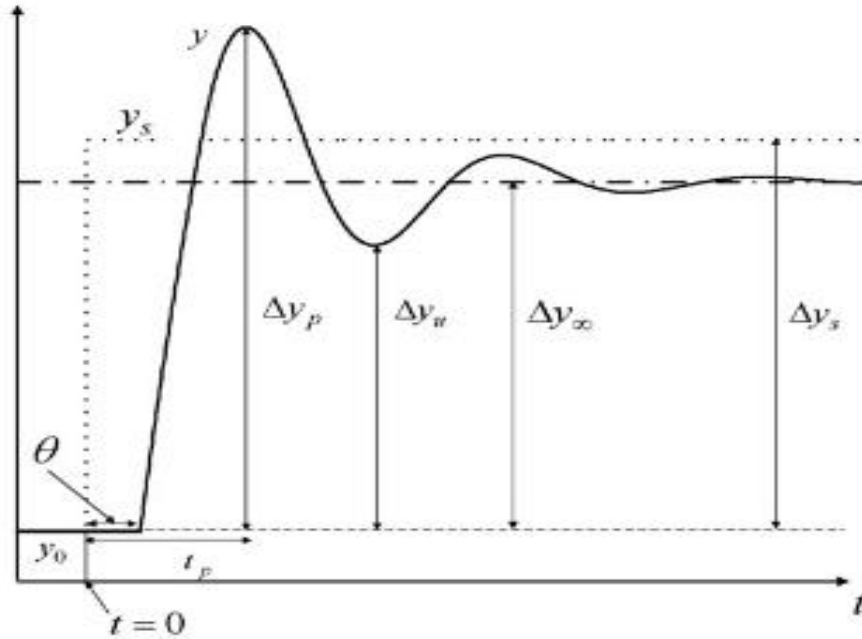


Figure III.1 : Réponse indicielle d'un système du premier ordre à retard bouclé avec un contrôleur proportionnel.

- Le gain du contrôleur :  $K_{c0}$ .
- Le dépassement :  $d = \frac{(\Delta y_p - \Delta y_\infty)}{\Delta y_\infty}$ . (III.1)
- Le temps du premier pic (dépassement)  $t_p$ .
- Gain statique :  $b = \Delta y_\infty / \Delta y_s$ . (III.2)

Tel que :

- ♦  $\Delta y_s = y_s - y_0$ : la valeur de la consigne.
- ♦  $\Delta y_p = y_p - y_0$ : la valeur maximale de la sortie en temps  $t_p$ .
- ♦  $\Delta y_\infty = y_\infty - y_0$ : la valeur de la sortie en régime permanent à une entrée échelon.

Pour trouver  $\Delta y_\infty$ , il faut attendre que la réponse indicielle atteigne son régime permanent, ce qui peut prendre un certain temps, si le dépassement est relativement important (supérieur à 0.3 (30%) ou plus). Dans ce cas on peut arrêter l'expérience lorsque la réponse atteint son premier minimum, et enregistrer la sortie correspondante  $\Delta y_u$  voir figure III.1.

La valeur finale peut alors être déduite par [24] :

$$\Delta y_\infty = 0.45(\Delta y_p + \Delta y_u) \quad (III.3)$$

### III.3. L'expérience en boucle fermée

Nous considérons un système du 1<sup>er</sup> ordre avec un retard unitaire et une constante de temps 10 fois plus grandes suivant :

$$g(s) = \frac{e^{-s}}{10s+1} \quad (\text{III.4})$$

On trace les réponses indicielles pour six gains du contrôleur  $K_{c0}$  différents, ce qui entraîne des dépassements de 0.10, 0.20, 0.30, 0.40, 0.50 et 0.60, respectivement. Comme le montre la figure III.2.

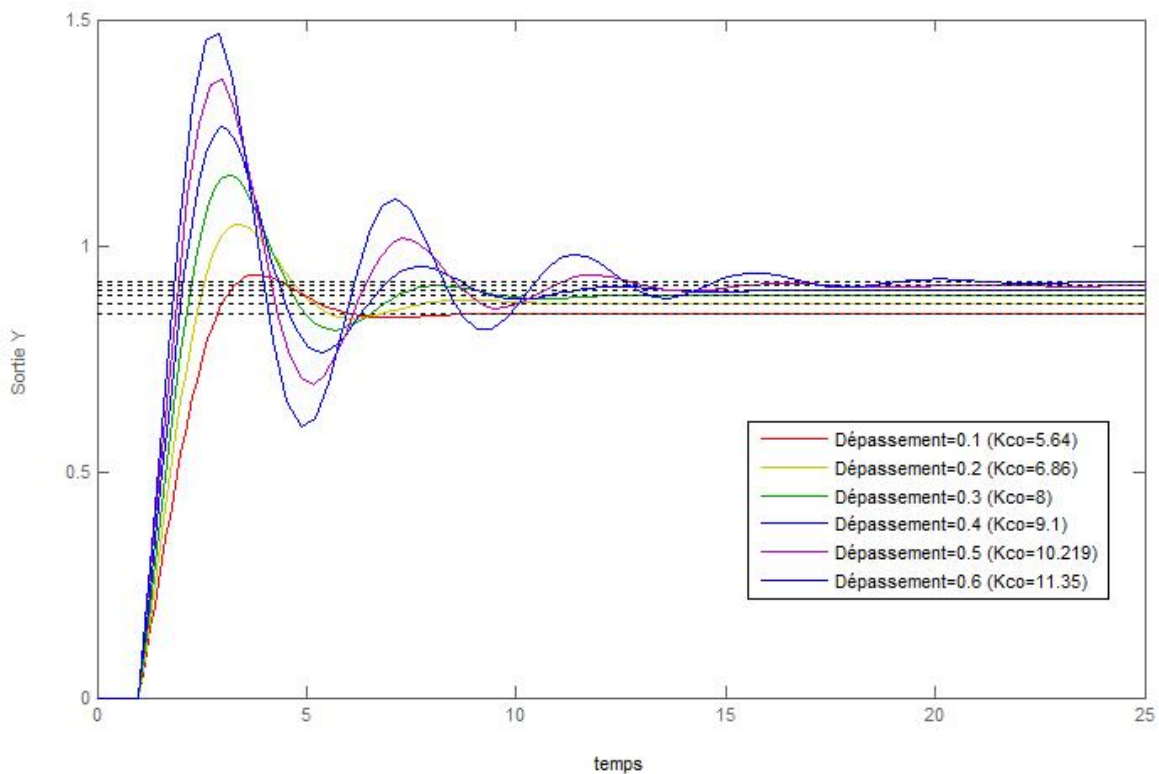


Figure III.2 : Réponses indicielles d'un système défini par l'équation (III.4) pour plusieurs valeurs du dépassement.

La réponse en boucle fermée devient plus rapide et plus oscillatoire avec un dépassement de plus en plus grand en augmentant la valeur du gain  $K_{c0}$ . Notez que les petits dépassements (inférieur à 0.1), ne sont pas pris en considération, la raison principale est que le dépassement est trop faible, est qu'il est difficile dans la pratique d'obtenir à partir des données expérimentales des valeurs précises de la sortie et du temps du 1<sup>er</sup> pic. Aussi pour de grands dépassements (supérieur à 0.6), les systèmes prennent un temps relativement lent pour

atteindre le régime permanent, c'est-à-dire le système met beaucoup de temps pour se stabiliser. Pour ces raisons, nous recommandons d'utiliser un dépassement intermédiaire d'environ 0.3 (30%) pour cette méthode.

Pour un système du 1<sup>er</sup> ordre à retard unitaire, la constante de temps varie de 0.2 à 100. Nous avons tracé les réponses indicielles, dont nous avons fait varier le gain du contrôleur  $K_{c0}$  afin d'obtenir un dépassement de 0.3,

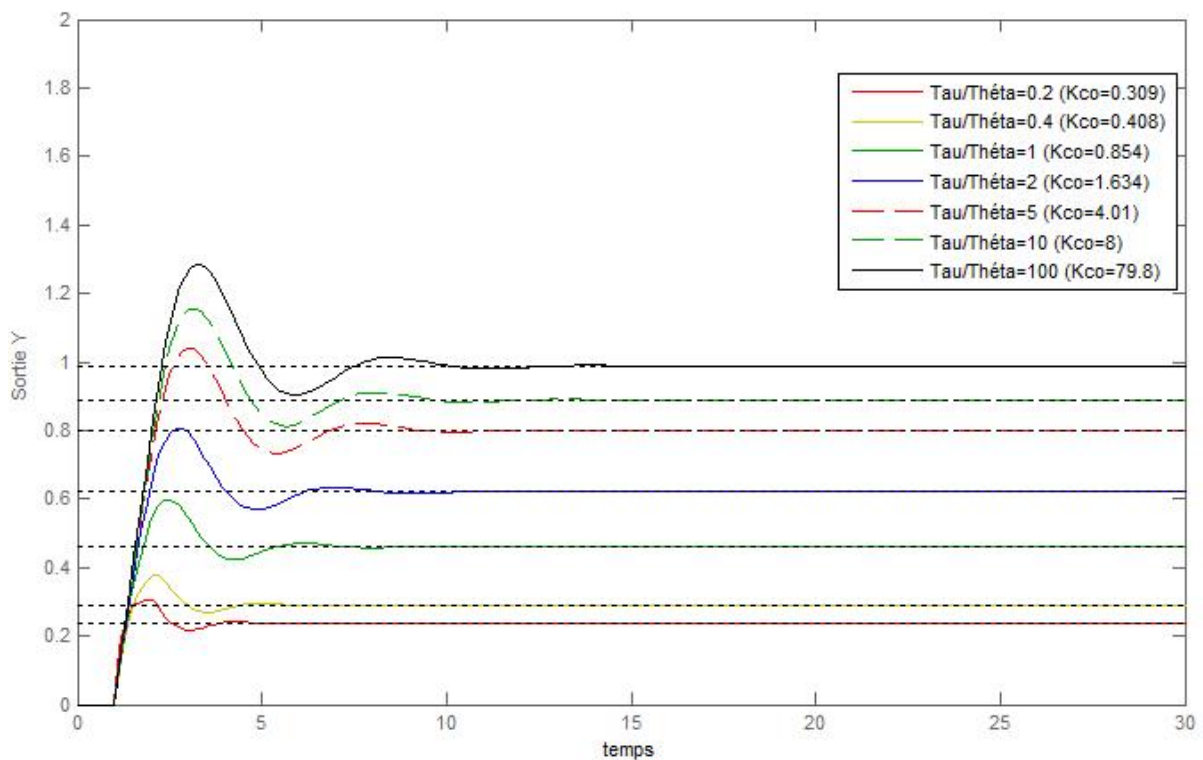


Figure III.3 : Réponse indicielle du système 1<sup>er</sup> ordre à retard, avec  $\frac{\tau}{\theta}$  varie de 0.2 à 100, corrigé à l'aide d'un contrôleur proportionnel seulement afin d'assurer un dépassement 30%.

On remarque que lorsque nous augmentons la constante de temps  $\tau$ , le temps du premier pic augmente un petit peu, mais la différence la plus frappante est le changement de sortie en régime permanent, elle s'approche de 1 lorsqu'on augmente  $\tau$ , ce qui nous permet de réduire l'erreur statique.

#### III.4. Relation entre les informations de la réponse indicielle et la méthode IMC

L'objectif est de déduire une relation de préférence aussi simple que possible entre les informations de la réponse indicielle (figure III.1) et les paramètres du régulateur PI

(Proportionnel-Intégral) obtenu en utilisant IMC défini par les équations (II.32) et (II.33), avec le choix de  $\tau_f = \theta$ .

Pour cela nous avons considéré 15 systèmes du 1<sup>er</sup> ordre avec retard décrit par la fonction de transfert [24] :

$$g(s) = \frac{k e^{-\theta s}}{1 + \tau s} \quad (\text{III.5})$$

Avec :

$$\frac{\tau}{\theta} = 0.1, 0.2, 0.4, 0.8, 1, 1.5, 2, 2.5, 3, 5, 7.5, 10, 20, 50, 100$$

$$K = \theta = 1$$

Pour chacun des 15 modèles du processus (valeurs  $\tau/\theta$ ), nous avons calculé les paramètres du régulateur PI en utilisant les équations (II.32) et (II.33) avec le choix de  $\tau_f = \theta$ . En outre, pour chacun des 15 processus, nous avons généré 6 réponses en boucle fermée en utilisant des contrôleurs proportionnels de gain  $K_{c0}$  qui donnent des dépassements différents allant de 0.1 à 0.6.

Dépassement = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6.

Au total, nous avons alors 90 réponses indicelles, et pour chacune d'elles nous enregistrons trois données: le gain du contrôleur Proportionnel  $K_{c0}$  utilisé dans l'expérience, le temps du premier dépassement ( $t_p$ ) et la valeur final  $S(\infty)$  (régime permanent) comme le montre le tableau suivant :

$K_c(\text{IMC})$	$D$		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
	$\tau/\theta$							
0.05	0.1	$K_{c0}$	0.100	0.200	0.300	0.400	0.500	0.600
		$t_p$	1.920	1.980	1.980	1.990	1.960	1.940
		$S(\infty)$	0.090	0.167	0.231	0.286	0.333	0.375
0.1	0.2	$K_{c0}$	0.108	0.207	0.309	0.410	0.510	0.612
		$t_p$	2.010	2.000	1.980	2.000	2.000	1.990
		$S(\infty)$	0.097	0.171	0.236	0.291	0.338	0.380
0.2	0.4	$K_{c0}$	0.177	0.292	0.408	0.514	0.626	0.734
		$t_p$	2.180	2.110	2.100	2.060	2.030	2.050
		$S(\infty)$	0.150	0.226	0.290	0.339	0.385	0.423
0.4	0.8	$K_{c0}$	0.376	0.544	0.699	0.849	0.996	1.145
		$t_p$	2.610	2.430	2.320	2.270	2.240	2.230
		$S(\infty)$	0.273	0.352	0.411	0.459	0.499	0.534
0.5	1	$K_{c0}$	0.481	0.674	0.854	1.026	1.196	1.363
		$t_p$	2.760	2.550	2.420	2.360	2.330	2.300
		$S(\infty)$	0.325	0.403	0.461	0.506	0.545	0.577
0.75	1.5	$K_{c0}$	0.751	1.008	1.242	1.471	1.692	1.910
		$t_p$	3.020	2.780	2.610	2.540	2.490	2.390
		$S(\infty)$	0.429	0.502	0.554	0.595	0.629	0.656
1	2	$K_{c0}$	1.029	1.343	1.634	1.916	2.189	2.458
		$t_p$	3.210	2.920	2.730	2.610	2.550	2.480
		$S(\infty)$	0.507	0.573	0.620	0.657	0.686	0.711
1.25	2.5	$K_{c0}$	1.311	1.682	2.029	2.359	2.690	3.005
		$t_p$	3.310	2.990	2.810	2.730	2.580	2.560
		$S(\infty)$	0.567	0.627	0.67	0.702	0.729	0.750
1.5	3	$K_{c0}$	1.597	2.024	2.43	2.814	3.196	3.583
		$t_p$	3.390	3.070	2.810	2.700	2.750	2.600
		$S(\infty)$	0.615	0.669	0.708	0.738	0.762	0.782
2.5	5	$K_{c0}$	2.747	3.400	4.010	4.606	5.183	5.766
		$t_p$	3.590	3.190	2.990	2.940	2.810	2.720
		$S(\infty)$	0.733	0.773	0.800	0.822	0.838	0.852
3.75	7.5	$K_{c0}$	4.190	5.130	6.007	6.840	7.720	8.598
		$t_p$	3.730	3.280	3.160	2.970	2.950	2.890
		$S(\infty)$	0.807	0.837	0.857	0.872	0.885	0.896
5	10	$K_{c0}$	5.640	6.860	8.000	9.100	10.210	11.350
		$t_p$	3.830	3.390	3.180	2.960	2.980	2.920
		$S(\infty)$	0.849	0.873	0.889	0.901	0.911	0.919
10	20	$K_{c0}$	11.440	13.780	15.980	18.090	20.180	22.250
		$t_p$	3.910	3.470	3.180	3.050	2.980	2.830
		$S(\infty)$	0.920	0.932	0.941	0.948	0.953	0.957
25	50	$K_{c0}$	28.850	34.550	39.900	45.090	50.170	55.340
		$t_p$	3.800	3.530	3.250	3.070	2.950	2.930
		$S(\infty)$	0.966	0.972	0.976	0.978	0.980	0.982
50	100	$K_{c0}$	57.850	69.200	79.800	90.100	100.200	110.400
		$t_p$	4.020	3.530	3.260	3.080	2.960	2.950
		$S(\infty)$	0.983	0.986	0.988	0.989	0.990	0.991

Tableau III.1 : Informations sur les 90 expériences

III.4.1. Détermination du gain du régulateur ( $K_c$ )

Nous cherchons d'abord une relation entre les trois données précédentes et le gain du régulateur proportionnel intégrale  $K_c$ . Pour cela, nous traçons  $KK_c$  en fonction de  $KK_{c0}$  pour les 90 expériences, comme le montre la figure III.4. Rappelons que,  $K_c$  est la valeur théorique du régulateur PI calculé avec IMC et  $K_{c0}$  est la valeur pratique permettant d'atteindre les différents dépassements.

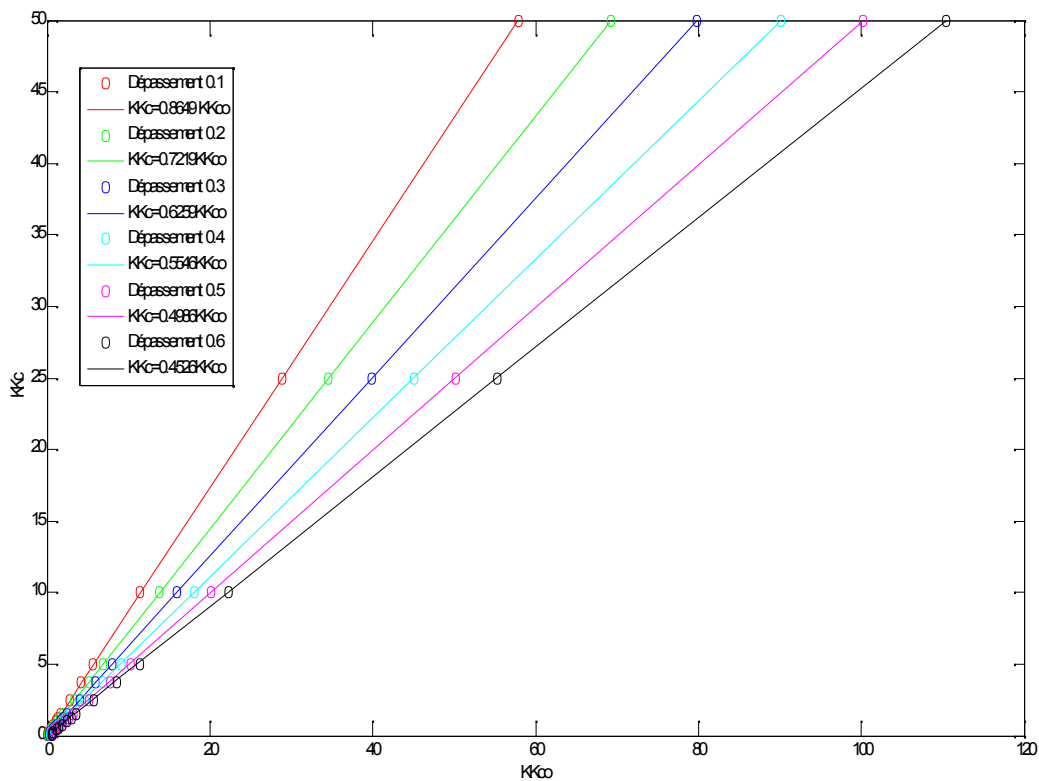


Figure III.4: Relation entre le gain du régulateur  $KK_{c0}$  et le gain du contrôleur correspondant  $KK_c$  pour plusieurs valeurs de dépassement.

Sur cette figure, on Remarque que les valeurs de  $KK_c$  en fonction de  $KK_{c0}$  peuvent être approximées par des droites qui passe par l'origine d'équation  $KK_c = A KK_{c0}$ , tel que A est la tangente de ces droites dont les valeurs sont regroupées dans le tableau (III.2).

dépassements	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
A	0.864	0.721	0.625	0.554	0.498	0.452

Tableau III.2 : Variation de A en fonction des différents dépassements.

Afin d'analyser la variation de A, nous avons tracé la valeur de ce dernier en fonction des différents valeurs de dépassements.

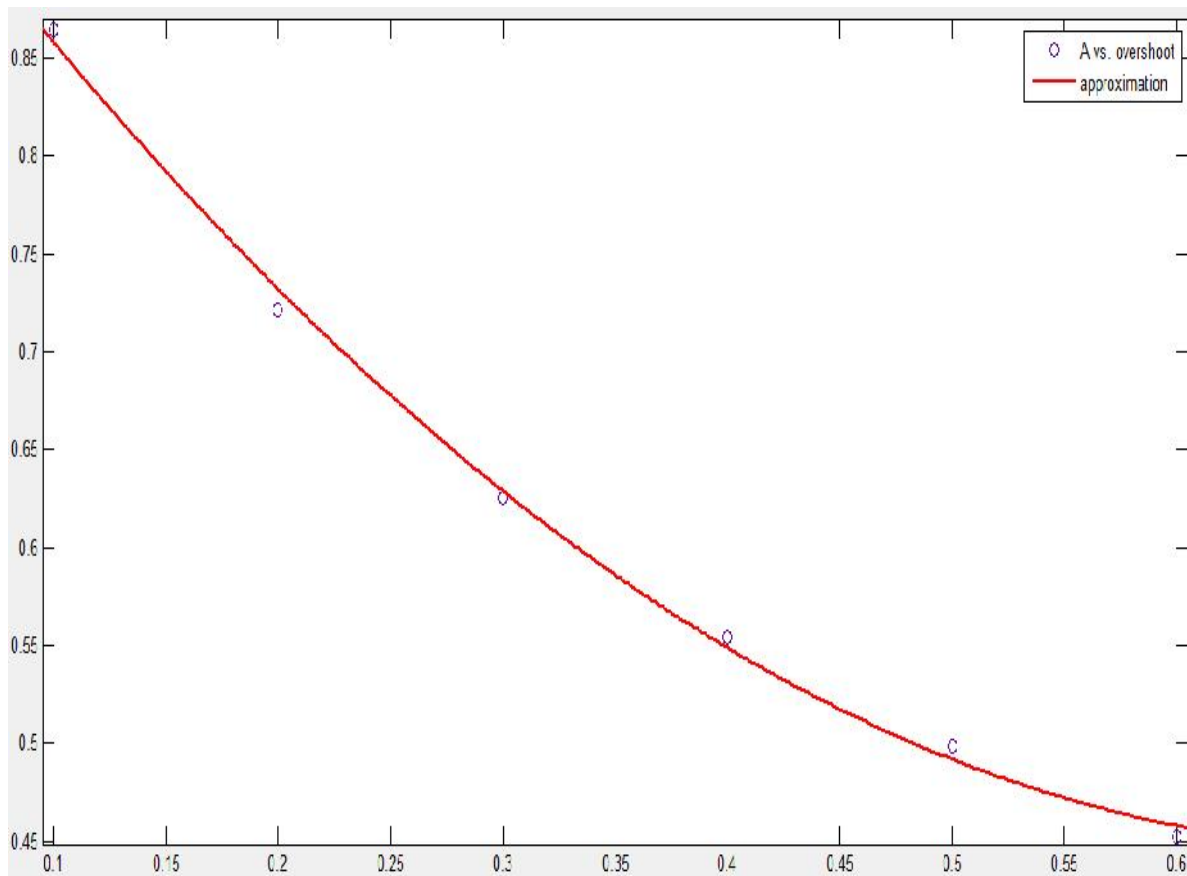


Figure III.5 : Variation de A en fonction des dépassements.

On constate que le rapport A varie de 0.85 pour le dépassement =0.1 à 0.45 pour le dépassement = 0.6 et 0.62 pour le dépassement = 0.3. La courbe a la forme d'une parabole qui peut être approximée par un polynôme d'ordre 2 en utilisant la fonction Matlab « cftool ». La relation obtenue est donnée par :

$$A = [1.152 (\text{dépassement})^2 - 1.607 (\text{dépassement}) + 1] \quad (\text{III.6})$$

La relation de l'équation (III.6) est basée sur des données avec des dépassements compris entre 0.1 et 0.6 et ne doit pas être prolongée en dehors de cette plage.

Finalement la valeur du gain  $K_c$  est défini par :

$$K_c = A K_{co} \quad (\text{III.7})$$

### III.4.2. Détermination du temps intégrale

Il est intéressant de trouver une simple relation pour le temps intégral, nous suivons la formule trouvée par IMC dans l'équation (II.32) qui est  $T_i = \dots$

Nous ne connaissant pas la valeur de la constante de temps  $\tau$ , cependant nous allons tracer  $KK_c$  en fonction de  $\tau/\theta$

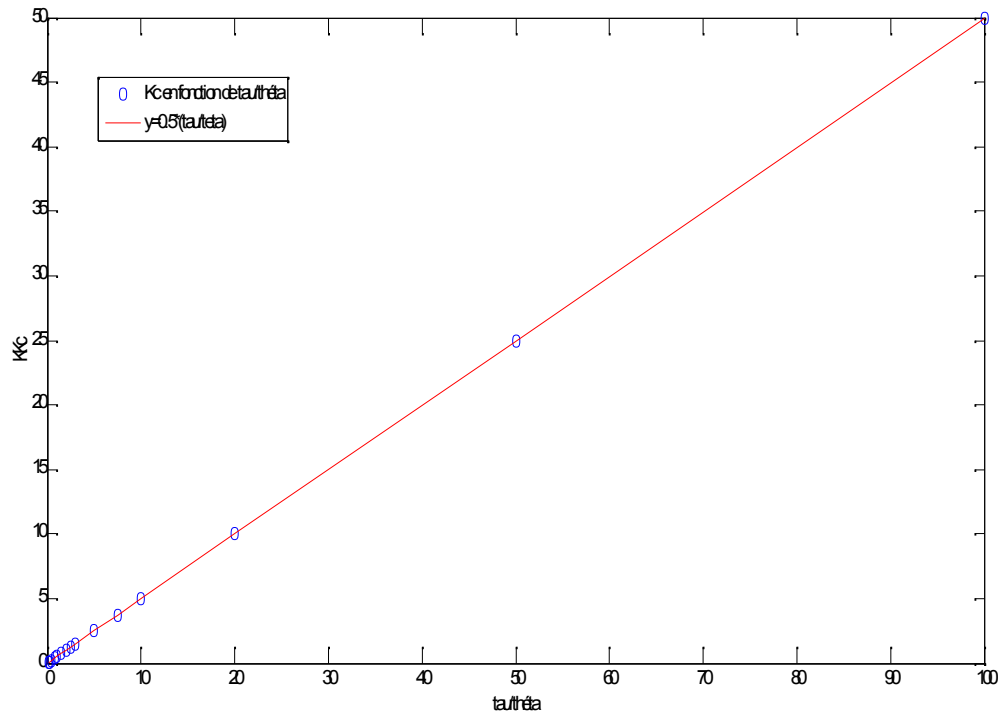


Figure III.6 : Variation de  $KK_c$  en fonction de  $\frac{\tau}{\theta}$

On obtient :

$$\text{Pente} = \frac{\Delta KK_c}{\Delta \tau/\theta} = 0.5 \quad (\text{III.8})$$

On déduit la valeur de  $\tau$  en fonction de  $KK_c$  et  $\theta$  :

$$\tau = 2 K K_c \theta \quad (\text{III.9})$$

En utilisant l'équation (II.33), nous remplaçant la valeur de  $\tau$  par l'équation (III.9), nous obtenons :

$$T_i = 2 K K_c \theta \quad (\text{III.10})$$

On réécrit  $KK_c$  comme suit:

$$KK_c = \frac{K_c}{K_{c0}} KK_{c0} \quad \text{avec} \quad A = \frac{K_c}{K_{c0}} \quad (\text{III.11})$$

La valeur de  $KK_{c0}$  peut être obtenue à partir de la valeur du gain statique  $b$ . en utilisant le schéma de la figure II.2, la valeur du gain statique en boucle fermée est donné par :

$$b = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{C(s)G(s)}{1+C(s)G(s)} \quad (\text{III.12})$$

$$b = \frac{KK_{c0}}{1+KK_{c0}} \quad (\text{III.13})$$

On aura donc :

$$KK_{c0} = \left| \frac{b}{(1-b)} \right| \quad (\text{III.14})$$

En remplaçant l'expression de  $KK_{c0}$  de l'équation (III.14) dans l'équation (III.11), on obtient :

$$KK_c = A \left| \frac{b}{(1-b)} \right| \quad (\text{III.15})$$

En remplaçant  $KK_c$  de l'équation (III.15) dans l'équation (III.9), on aura :

$$T_i = 2A \left| \frac{b}{(1-b)} \right| \theta \quad (\text{III.16})$$

Nous avons utilisé la valeur absolue afin d'éviter des problèmes si  $b > 1$ , comme cela peut arriver pour un processus instable.

L'équation (III.16) donnant l'expression temps intégral a tous les paramètres connus, sauf le retard  $\theta$ . On pourrait l'obtenir directement à partir de la réponse en boucle fermée, mais ce n'est généralement pas simple. Heureusement, comme le montre la figure III.7, il existe une relation raisonnablement bonne entre  $\theta$  et le temps du 1<sup>er</sup> pic  $t_p$  qui est beaucoup plus facile à

observer. En effet, on remarque que la valeur de  $\frac{\theta}{t_p}$  en fonction de dépassement varie entre 0.25 pour un dépassement de 10% et 0.5 pour un dépassement de 60%.

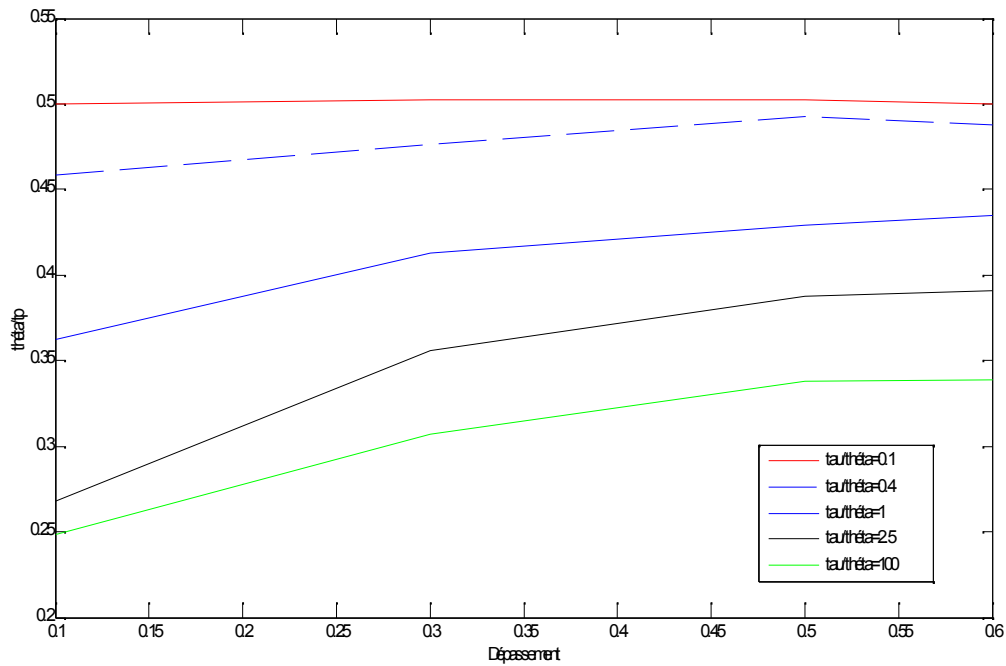


Figure III.7 : Variation de  $\frac{\theta}{t_p}$  en fonction des dépassements.

A partir de la figure III.7, on peut déduire la relation :

$$0.25 \leq \frac{\theta}{t_p} \leq 0.5 \tag{III.17}$$

D'où :

$$0.25 t_p \leq \theta \leq 0.5 t_p \tag{III.18}$$

On pose un paramètre qui varie entre 0.25 et 0.5, on obtient alors la relation finale :

$$\theta = \eta t_p \quad \text{avec} \quad 0.25 \leq \eta \leq 0.5 \tag{III.19}$$

En remplaçant (III.19) dans (III.16) on obtient :

$$T_i = 2A \left| \frac{b}{(1-b)} \right| \eta t_p \tag{III.17}$$

**III.5. Analyse et simulation :**

Nous avons réalisé des simulations pour 3 processus différents, pour chacun d'eux on a obtenu les paramètres du régulateur PI en se basant sur des expériences en boucle fermée avec trois dépassements différents (0.1, 0.2 et 0.3) et qui nous avons comparé aux paramètres obtenus avec la méthode IMC.

**❖ Exemple 1**

Soit le système  $g(s) = \frac{1}{(s+1)(1+0.2s)(1+0.04s)(1+0.008s)}$ , perturbé à  $t=15$  s.

On procède à l'identification en utilisant la méthode de BROIDA afin d'obtenir la fonction de transfert de premier ordre à retard suivant :

$$G_{\text{Broida}}(s) = \frac{K e^{-\theta s}}{1 + \tau s} \quad (\text{III.18})$$

Où

$K$  : le gain statique.

$\theta$  : retard du modèle.

$\tau$  : constante de temps du modèle.

Après identification on obtient :

$$G_{\text{Broida}}(s) = \frac{1 e^{-0.222 s}}{1 + 1.078 s}$$

\* Le contrôleur obtenu en utilisant la méthode SOM :

Pour un dépassement 10% :

$$C_{\text{SOM}(10\%)}(s) = 2.550 \left( 1 + \frac{1}{1.410 s} \right)$$

Pour un dépassement 30% :

$$C_{\text{SOM}(30\%)}(s) = 4.090 \left( 1 + \frac{1}{1.520 s} \right)$$

Pour un dépassement 60% :

$$C_{\text{SOM}(60\%)}(S) = 6.750 \left( 1 + \frac{1}{1.700 s} \right)$$

\* Le contrôleur obtenu en utilisant IMC ( $\gamma_f = \dots$ ) :

$$C_{\text{IMC}}(S) = 2.428 \left( 1 + \frac{1}{1.078 s} \right)$$

Pour les modèles qui ne sont pas de premier ordre plus retard, on procède par identification en utilisant la méthode de broida afin de calculer les paramètres du contrôleur IMC.

Les réponses indicielles obtenues en utilisant les différents contrôleurs sont montrées sur la figure III.8.

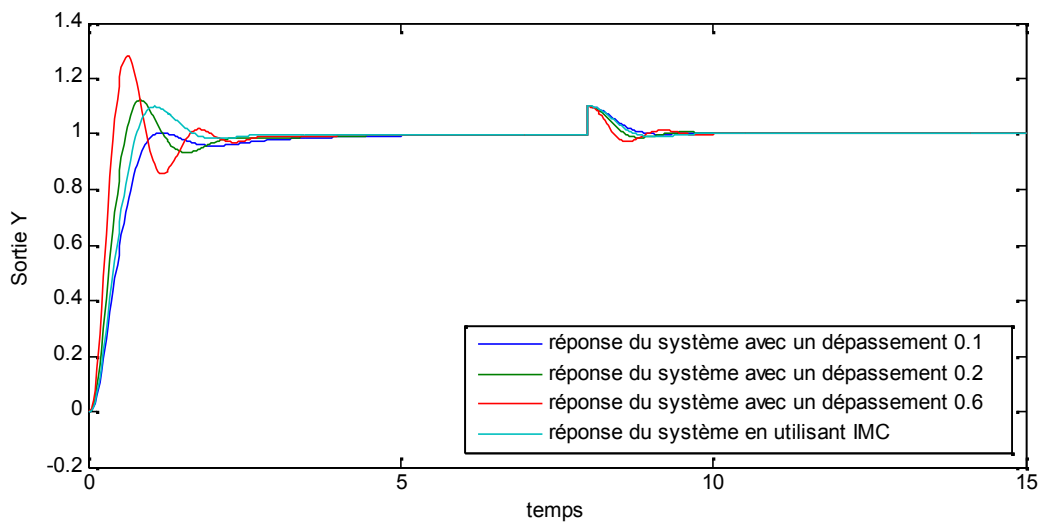


Figure III.8 : Réponses indicielle du système en utilisant un régulateur PI, perturbé avec un échelon 0.1 à  $t=8s$ .

### ❖ Exemple 2

Soit le système du second ordre  $g(S) = \frac{1}{(s+1)(1+0.2s)}$ , perturbé à  $t=8s$ .

En utilisant le modèle de broida (III.18), on obtient :

$$G_{\text{Broida}}(S) = \frac{1 e^{-0.174 s}}{1 + 1.078 s}$$

Le contrôleur obtenu en utilisant la méthode SOM :

Pour un dépassement 10% :

$$C_{\text{SOM}(10\%)}(s) = 4.060 \left( 1 + \frac{1}{2.370 s} \right)$$

Pour un dépassement 30% :

$$C_{\text{SOM}(30\%)}(s) = 8.820 \left( 1 + \frac{1}{2.900 s} \right)$$

Pour un dépassement 60% :

$$C_{\text{SOM}(60\%)}(s) = 18.990 \left( 1 + \frac{1}{3.650 s} \right)$$

\*Le contrôleur obtenu en utilisant IMC :

$$C_{\text{IMC}}(s) = 3.628 \left( 1 + \frac{1}{1.045 s} \right)$$

Les réponses indicielles obtenues en utilisant les différents contrôleurs sont montrées sur la figure III.9.

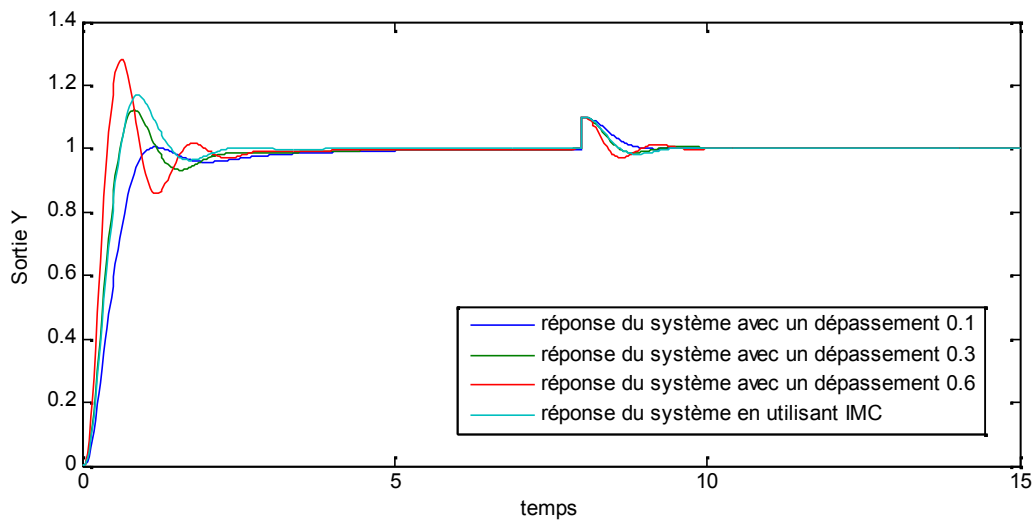


Figure III.9 : Réponse du système du avec un régulateur PI, perturbé avec un échelon 0.1 à t=8s.

D'après les deux figures III.8 et III.9, on remarque que lorsqu'on utilise une expérience en boucle fermée avec une réponse indicielle qui présente un dépassement important (0.6 par exemple) on obtient une réponse rapide mais qui présente un dépassement élevé, contrairement au cas où on choisit une réponse indicielle avec un faible dépassement (0.1 par exemple), on obtient une réponse avec un dépassement négligeable mais plutôt lente.

On constate alors une présence d'un dilemme Rapidité-Stabilité, pour céder à cela, compte tenu du cahier des charges, la meilleure façon c'est de prendre un dépassement moyen (dépassement 0.3)

### ❖ Exemple 3

Nous considérons un système du 1<sup>er</sup> ordre avec un retard unitaire  $g(s) = \frac{e^{-s}}{5s+1}$  perturbé à  $t=20s$ .

\* Le contrôleur obtenu en utilisant la méthode SOM :

Pour un dépassement 10% :

$$C_{SOM(10\%)}(s) = 2.217 \left( 1 + \frac{1}{4.753 s} \right)$$

Pour un dépassement 30% :

$$C_{SOM(30\%)}(s) = 2.492 \left( 1 + \frac{1}{4.460 s} \right)$$

Pour un dépassement 60% :

$$C_{SOM(60\%)}(s) = 2.597 \left( 1 + \frac{1}{4.232 s} \right)$$

\* Le contrôleur obtenu en utilisant IMC avec ( $\lambda_f = \lambda = 1$ ) :

$$C_{IMC}(s) = 2.5 \left( 1 + \frac{1}{5 s} \right)$$

\* Le contrôleur obtenu en utilisant la méthode de Ziegler-Nichols :

$$C_{Z-N}(s) = 4.045 \left( 1 + \frac{1}{2.958 s} \right)$$

Les réponses indicielles obtenues en utilisant les différents contrôleurs sont montrées sur la figure III.10.

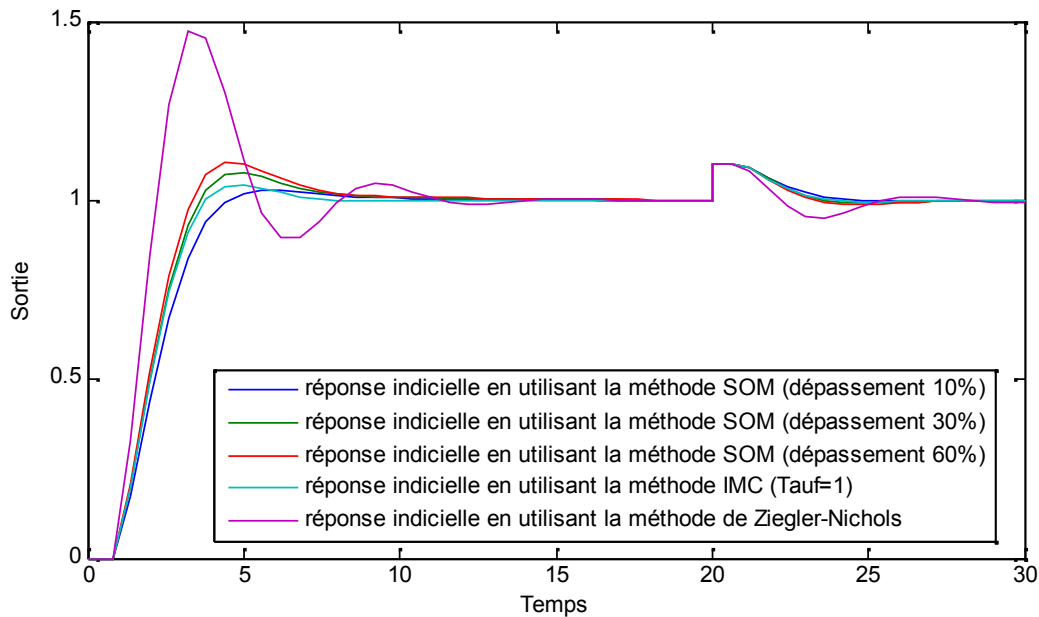


Figure III.10 : Réponse d'un système de 1<sup>er</sup> ordre avec un régulateur PI, perturbé avec un échelon 0.1 à  $t=35s$ .

La figure III.10 montre les réponses indicielles obtenues, On remarque que lorsque la méthode est testée sur des processus du 1<sup>er</sup> ordre plus retard, les réponses sont similaires à celles obtenues par IMC pour les différentes valeurs de dépassement, tel que les erreurs entre les réponses obtenues avec SOM et IMC sont montrées dans la figure suivante :

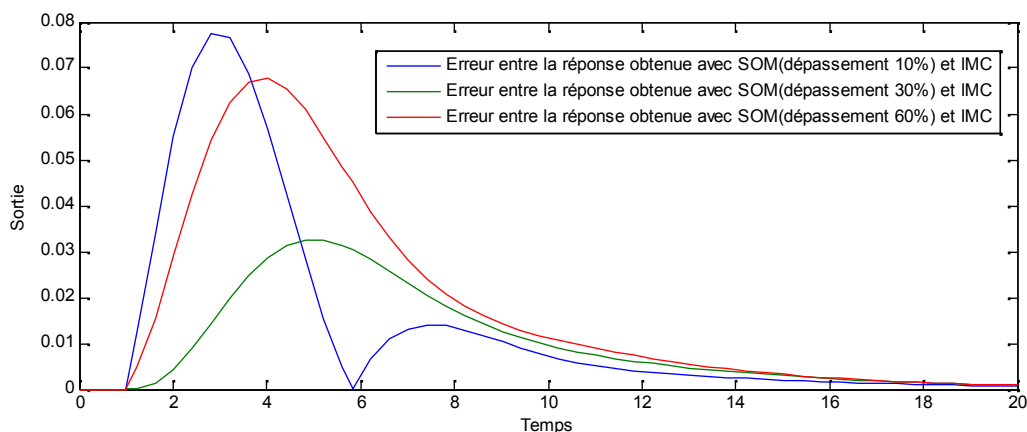


Figure III.11 : Erreur entre les réponses obtenues avec SOM en utilisant différents dépassement et IMC.

La figure III.11 montre que l'erreur entre la réponse indicielle obtenue avec IMC et SOM (10%-60%) est  $< 0.08$ , de même pour celle obtenue entre IMC et SOM (30%) est  $< 0.04$ . On constate que la réponse indicielle obtenue avec SOM (30%) est plus proche de celle obtenue avec IMC, ce qui justifie le choix d'une expérience en boucle fermée avec un dépassement de 30%.

On peut voir aussi clairement que notre méthode est meilleure que la méthode de Ziegler Nichols. En effet, la méthode de Ziegler-Nichols possède un dépassement important, ce qui peut ramener certains systèmes dans des états d'instabilité dangereuse (systèmes chimiques par exemple).

### **III.6. Conclusion**

L'objectif de ce chapitre est de synthétiser un régulateur PI on se basant sur des essais en boucle fermée en utilisant un contrôleur proportionnel de gain  $K_{c0}$  sans connaître le modèle du système, les paramètres du contrôleur PI sont ensuite obtenus directement à partir des trois données de la réponse indicielle qui sont : le premier dépassement, le temps du premier dépassement et le gain statique. L'application de cette méthode sur trois systèmes différents nous a permis de conclure que cette méthode est meilleure que celle de Zeigler-Nichols de point de vue dépassement et stabilité et elle donne des résultats proche de la méthode IMC. Dans le prochain chapitre, nous allons tester la méthode SOM dans le réglage d'un contrôleur PI pour la commande d'un système réel qui est le pendule inversé.

**IV.1. Introduction**

Le pendule inversé constitue un excellent support expérimental pour tester les performances et la robustesse des nouvelles lois de commande vu sa dynamique fortement non linéaire et instable. Les intérêts de l'étude et la commande du pendule inversé sont multiples, ils peuvent se résumer comme suit :

- L'homme est en fait un pendule inversé double dont les deux axes de rotations sont les chevilles et les hanches. Afin de tenir debout, les articulations travaillent sans cesse, et l'étude de ce modèle est importante pour la construction de prothèses.
- Dans le même ordre d'idée, la robotique utilise ce genre de concepts [4]. On voit apparaître des moyens de locomotion dotés de deux roues montées sur un même axe sur lequel on est en position debout. On accélère en se penchant en avant et on ralentit en se penchant en arrière. Le système est le même que le pendule inversé. La stabilité est aussi assurée par des gyroscopes mais nous n'entrerons pas dans ce genre de détails [3].
- Dans le domaine de l'aérospatiale aussi, l'étude des pendules inversés a une grande importance, par exemple pour commander et stabiliser l'attitude du satellite, le lancement des fusées ....etc. [7].

Dans ce chapitre, Nous allons d'abord commencer par une description générale du pendule inversé et son principe de fonctionnement, puis on va tester les performances et la robustesse du contrôleur PI dont les paramètres sont calculés par les deux méthodes vues dans les chapitres II et III (la méthode analytique IMC et la méthode empirique SOM), sur les deux modèles linéaire, et non linéaire du pendule et sur le système réel.

**IV.2. Description du système pendule inversé-chariot**

Le but de la commande du pendule inversé est de maintenir en équilibre vertical une tige en aluminium à l'extrémité de laquelle est montée une masse de forme cylindrique. Cette tige est fixée par une articulation pivotante sur un chariot qui peut se déplacer en glissant le long d'un rail de guidage horizontale de 0.8m de longueur [2]. Le mouvement de rotation d'un moteur électrique est transformé en mouvement de translation du chariot par l'intermédiaire d'une poulie et d'une courroie crantée. Le déplacement du chariot dans un sens ou dans l'autre assure par réaction l'équilibre vertical du bras du pendule. Initialement le pendule est en position basse, le but étant de le redresser en position haute et surtout le maintenir dans cette position [13].

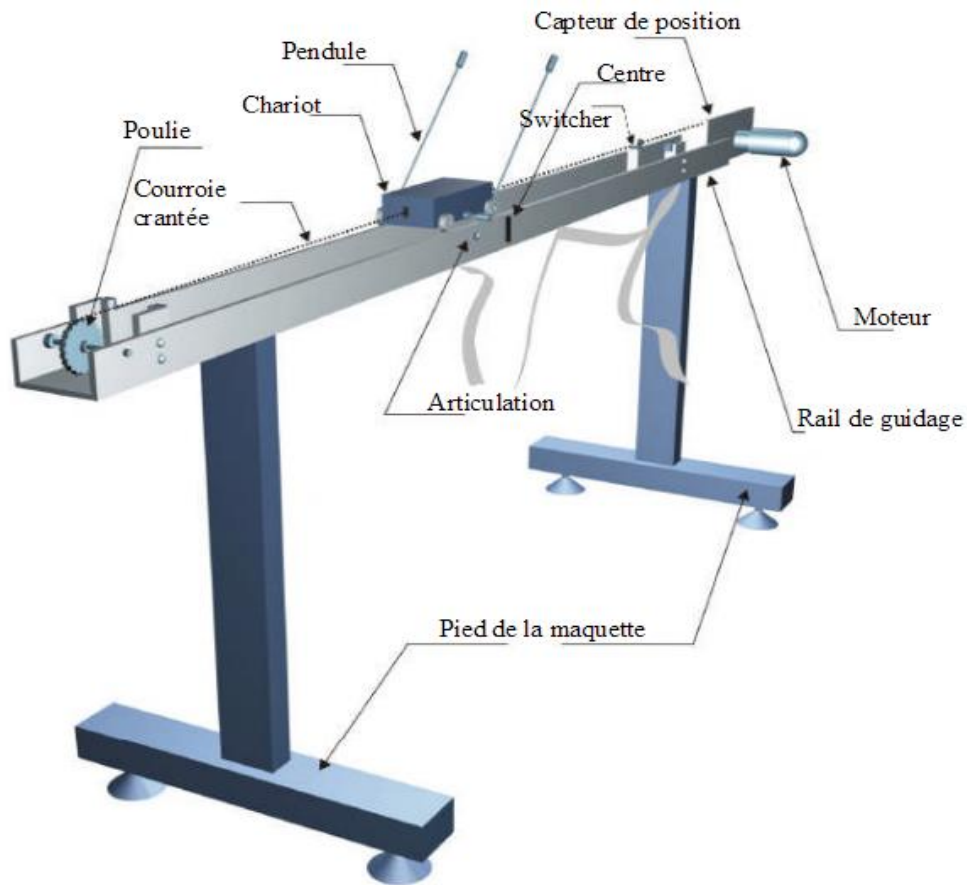


Figure IV.1 : Synoptique de la maquette du pendule inversé

### IV.3. Principe de fonctionnement

Le principe de fonctionnement du pendule inversé est très simple en théorie : Après avoir ramené le pendule de sa position d'équilibre basse à la position verticale haute, il faut le maintenir dans cette position. Pour cela, quand le pendule penche vers la droite, le chariot doit le rattraper en effectuant un mouvement vers la droite, et inversement afin de le maintenir stable dans cette position haute. La difficulté c'est de contrôler l'intensité et le sens de la force appliquée au chariot en fonction de l'angle que le pendule fait avec la verticale. Par conséquent, la commande du pendule inversé monté sur un chariot comporte trois phases. Une phase d'initialisation, une phase de redressement pendant laquelle le chariot fait des mouvements de va et vient afin de redresser le pendule depuis sa position stable vers la position vertical instable. Et la phase de stabilisation qui permet de maintenir le pendule dans la position haute tout en faisant suivre la position de référence du chariot sur le rail. Dans notre travail on s'intéresse uniquement à la phase de stabilisation c'est-à-dire, notre objectif

est de maintenir le pendule inversé dans la position vertical et de positionner le chariot sur une position donnée sur le rail [2].

#### IV.4. Modélisation du système global moteur-chariot-pendule

L'ensemble du chariot pendule a deux degrés de liberté qui sont représentées par deux coordonnées généralisées,  $x$  : pour le déplacement horizontal du chariot,  $\theta$  : pour la rotation du pendule. La direction positive de  $x$  est le sens à droite en mètre et celui de l'angle est le sens des aiguilles d'une montre en radian.

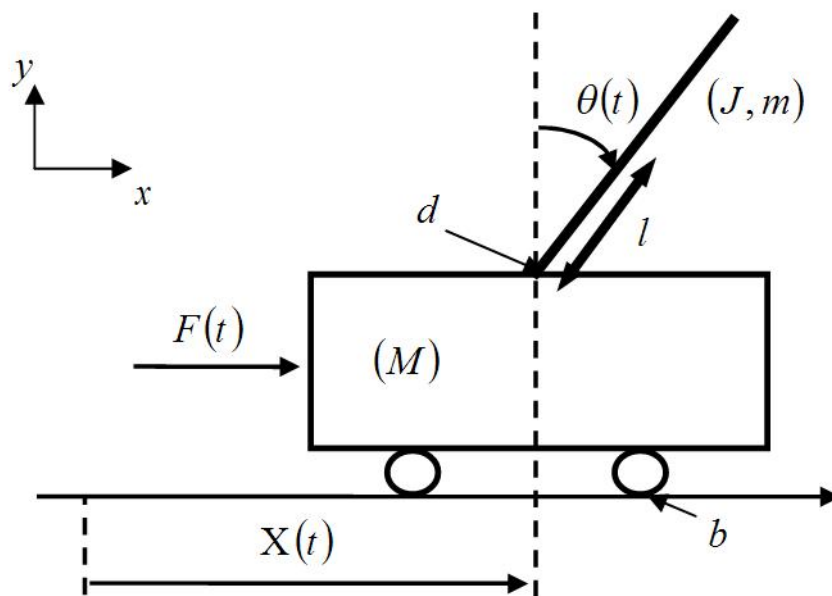


Figure IV.2 : Schéma de l'ensemble chariot et pendule inversé.

Les paramètres de l'ensemble pendule-chariot sont [19]:

$m=0.2$  Kg : représente la masse du pendule.

$b=0.00005$  Ns/m : Coefficient de frottement des roues du chariot.

$M=2.3$  Kg : Masse du chariot.

$x(t)$  : Position du chariot (m).

$l=0.3$  m : Demi longueur du pendule.

$\theta(t)$  : Angle de rotation du pendule (rad).

$F(t)$  : Force exercée sur le chariot (N).

$g=9.81$  m/s<sup>2</sup> : Intensité de la pesanteur.

$d=0.005$  Nms/rad : Coefficient de frottement de rotation du pendule.

La valeur  $\theta = 0$  ou  $\theta = 2\pi$  représente la position haute du pendule et la valeur  $\theta = \pi$  représente sa position basse, figure IV.2.

Le modèle de l'ensemble pendule-chariot obtenu en utilisant le formalisme d'Euler-Lagrange est donné par le système d'équations (IV.1). [2]

$$\begin{cases} hx + bx + ml \cos\theta \ddot{\theta} - ml \sin\theta \dot{\theta}^2 = F \\ mlx\cos\theta + N\ddot{\theta} + d\dot{\theta} - mgl \sin\theta = 0 \end{cases} \quad (\text{IV.1})$$

Où

$$h=M+m, N=ml^2 + J$$

Le système pendule inversé-chariot est commandé par la force extérieure  $F$  générée par un moteur à courant continu commandé par l'induit avec une alimentation en tension  $V_c(t)$  en volt. La relation entre la tension d'alimentation  $V_c(t)$  du moteur et la force  $F(t)$  est donnée par l'équation (IV.2)

$$F = \frac{K_m}{r R_a} V_c - \frac{K_m K_b}{r^2 R_a} x \quad (\text{IV.2})$$

Où

$R_a=2.5 \Omega$  : Résistance de l'induit.

$K_b=0.05 \text{ N/A}$  : Constante électrique du moteur.

$K_m=0.05 \text{ N.M}$  : Constante mécanique.

$r=0.00027 \text{ m}$  : rayon de la poulie.

$x$  : est la vitesse du chariot.

Le modèle d'état non linéaire du système globale obtenu est donné par le système d'équations (IV.3), où l'entrée de commande  $u(t)$  est la tension  $V_c(t)$ , le vecteur de sortie  $y(t)$  contient les deux grandeurs  $x(t)$  et  $\theta(t)$  et le vecteur d'état est [2]:

$$z(t) = [x(t) \quad \dot{x}(t) \quad \theta(t) \quad \dot{\theta}(t)]^T.$$

$$\left\{ \begin{array}{l}
\dot{z}_1(t) = z_2(t) \\
\dot{z}_2(t) = \frac{-bN}{hN - m^2 l^2 \cos^2 z_3(t)} z_2(t) - \frac{m^2 l^2 g}{hN - m^2 l^2 \cos^2 z_3(t)} \cos z_3(t) \sin z_3(t) \\
\quad + \frac{m l d \cos z_3(t)}{hN - m^2 l^2 \cos^2 z_3(t)} z_4(t) + \frac{m l N \sin z_3(t)}{hN - m^2 l^2 \cos^2 z_3(t)} z_4^2(t) \\
\quad + \frac{N}{hN - m^2 l^2 \cos^2 z_3(t)} \frac{K_m}{R_a r} U(t) - \frac{N}{hN - m^2 l^2 \cos^2 z_3(t)} \frac{K_m K_b}{R_a r^2} z_2(t) \\
\dot{z}_3(t) = z_4(t) \\
\dot{z}_4(t) = \frac{m g l}{N} \sin z_3(t) - \frac{d}{N} z_4(t) + \frac{m l b \cos z_3(t)}{hN - m^2 l^2 \cos^2 z_3(t)} z_2(t) \\
\quad + \frac{m^3 l^3 g l \cos^2 z_3(t) \sin z_3(t)}{N(hN - m^2 l^2 \cos^2 z_3(t))} - \frac{m^2 l^2 d \cos^2 z_3(t)}{N(hN - m^2 l^2 \cos^2 z_3(t))} z_4(t) \\
\quad - \frac{m^2 l^2 \cos z_3(t) \sin z_3(t)}{N(hN - m^2 l^2 \cos^2 z_3(t))} z_4 - \frac{m^2 l^2 \cos z_3(t) \sin z_3(t)}{hN - m^2 l^2 \cos^2 z_3(t)} z_4^2(t) \\
\quad - \frac{m l \cos z_3(t)}{hN - m^2 l^2 \cos^2 z_3(t)} \frac{K_m}{R_a r} U(t) + \frac{m l \cos z_3(t)}{hN - m^2 l^2 \cos^2 z_3(t)} \frac{K_m K_b}{R_a r^2} z_2(t) \\
Y_1(t) = z_1(t) \\
Y_2(t) = z_3(t)
\end{array} \right. \quad (IV.3)$$

Le modèle globale du pendule inversé est trop complexe et non linéaire, pour cela une linéarisation de ce modèle est nécessaire. Comme l'objectif de la commande est d'asservir la position du chariot  $x$  et l'angle  $\theta$  à zéro (position d'équilibre instable), le modèle d'état du système globale va être linéarisé autour de cette position. Le modèle linéaire obtenu est donné par l'équation (IV.4)

$$\left\{ \begin{array}{l}
z(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-bN}{hN - m^2 l^2} \frac{N}{hN - m^2 l^2} \frac{K_m K_b}{R_a r^2} & \frac{0}{hN - m^2 l^2} & \frac{0}{hN - m^2 l^2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{m l b}{hN - m^2 l^2} + \frac{m l}{hN - m^2 l^2} \frac{K_m K_b}{R_a r^2} & \frac{m g l}{N} + \frac{m^3 l^3 g}{N(hN - m^2 l^2)} & \frac{-d}{N} + \frac{-m^2 l^2 d}{N(hN - m^2 l^2)} \end{pmatrix} z(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{K_m N}{(hN - m^2 l^2) r R_a} \\ 0 \\ \frac{-m l}{hN - m^2 l^2} \frac{K_m}{R_a r} \end{pmatrix} U(t) \\
Y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} z(t) \quad 1
\end{array} \right. \quad (IV.4)$$

En remplaçant les paramètres du modèle (IV.3) par leurs valeurs numérique on obtient le modèle d'état décrit par l'équation (IV.5)

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{z}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.5786 & -0.5339 & 0.0045 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1.2443 & 22.2449 & -0.1890 \end{pmatrix} z(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0.3124 \\ 0 \\ -0.6719 \end{pmatrix} U(t) \\ Y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} z(t) \end{array} \right. \quad (IV.5)$$

Le modèle transfert correspondant est :

$$G(s) = \begin{pmatrix} G_x(s) \\ G_\theta(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{0.31242(s+4.684)(s-4.504)}{s(s-4.16)(s+4.829)(s+05483)} \\ \frac{-0.67187s^2}{s(s-4.16)(s+4.829)(s+05483)} \end{pmatrix} \quad (IV.6)$$

Où

$G_x(s)$  : est la fonction de transfert entre l'entrée de commande  $V_c(t)$  et la position du chariot,  $x(t)$

$G_\theta(s)$  : est la fonction de transfert entre l'entrée de commande  $V_c(t)$  et la position du pendule  $\theta(t)$ .

Les deux fonctions de transfert contiennent 4 pôles, deux pôles stables, deux autres instables l'un est a partie réelle positive et l'autre c'est un pôle a l'origine.

#### IV.5. Commande du pendule inversé

La commande du pendule inversé monté sur un chariot n'est pas une tache facile à cause de la complexité de son modèle, le contrôle du pendule inversé se fait en trois phases : initialisation, redressement et stabilisation. la phase d'initialisation sert a positionner le chariot a la position 0, le redressement permet de balancer le pendule à une position supérieur avant de le maintenir dans sa position verticale instable avec une vitesse angulaire minimale possible pour ne pas provoquer des réactions nerveuse du chariot et ne pas atteindre les fins

de course sur le rail, afin d'éviter ce phénomène un bloc de saturation est nécessaire pour limiter la tension d'alimentation du moteur entre  $\pm 2.5V$ .

La commande assurant cette phase de redressement est une commande non linéaire basée sur le théorème de stabilité de Lyapunov. Cette commande ne sera utilisée que pour balancer le pendule dans une position haute, mais elle ne permet pas de le stabiliser. L'ajout d'une loi de commutation est nécessaire, car elle permet le passage de la loi de commande de redressement à la loi de commande de stabilisation. Cette loi de commutation est appliquée lorsque la valeur absolue de l'angle est proche de  $\pm 20^\circ$ . Et quand le pendule atteint la zone  $[-20^\circ, +20^\circ]$ , le contrôleur assurant le redressement se déconnecte pour être remplacé par le contrôleur qui assure la stabilisation. Dans ce travail on ne s'intéresse qu'à la phase de stabilisation qui consiste à stabiliser et maintenir le pendule dans la position haute et de positionner le chariot dans une position donnée sur le rail. Pour cela nous avons besoin de deux lois de commande, puisque le modèle du système est instable, la première loi de commande est destinée à la stabilisation du pendule dans la position haute, pour cela nous avons opté pour la commande par retour d'état. Et afin d'asservir la position du chariot nous utilisons un contrôleur PID, dont ces paramètres sont calculés par deux méthodes différentes analytique et empirique vues dans les chapitres précédents.

Vu que les deux fonctions de transfert contiennent des pôles instables, on utilise la commande par retour d'état qui permet de modifier les pôles et les valeurs propres de la matrice d'une manière à stabiliser ou améliorer les performances en boucle fermée.

Le retour d'état permettant de stabiliser le système dont les pôles désirés en boucle fermée sont [2] :

$$-7.55, -3.24, -1.04 + i0.8, -1.04 - i0.8$$

En utilisant la commande "acker" de Matlab, on obtient le retour d'état comme suit :

$$L = [-6.3246 \ -12.4177 \ -109.2723 \ -23.7867]$$

Le modèle d'état obtenu avec le retour d'état est donné par l'équation (IV.6), ou la nouvelle matrice d'état  $A_{bf} = A - BK$ .

$$\begin{cases} z(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1.976 & 3.301 & 33.61 & 7.436 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -4.249 & -7.099 & -51.17 & -16.17 \end{bmatrix} z(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.3124 \\ 0 \\ -0.6719 \end{bmatrix} V(t) \\ Y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} z(t) \end{cases} \quad (IV.7)$$

Le modèle transfert correspondant est :

$$G(s) = \begin{pmatrix} G_x(s) \\ G_\theta(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{0.31242(s+4.684)(s-4.504)}{(s+7.551)(s+3.236)(s^2+2.082s+1.0706)} \\ \frac{-0.67187s^2}{(s+7.551)(s+3.236)(s^2+2.082s+1.0706)} \end{pmatrix} \quad (IV.8)$$

Où :

$G_x(s)$ : est la fonction de transfert entre la nouvelle entrée de commande  $V(t)$  et la position du chariot.

$G_\theta(s)$ : est la fonction de transfert entre la nouvelle entrée de commande  $V(t)$  et la position du pendule.

Afin d'asservir la position du chariot, on utilise le contrôleur PI dont les paramètres sont calculé par deux méthodes différentes qui sont la méthode analytique qui est la commande à modèle interne, en se basant sur le modèle linéaire stable, et la méthode empirique basée sur la réponse indicielle en boucle fermée du système en présence d'un contrôleur proportionnel seulement de gain  $K_{CO}$ .

#### IV.6. Approximation par un modèle de premier ordre à retard (BROIDA)

On procède a la synthèse du régulateur par la méthode IMC en premier lieu par une identification des paramètres du système par la méthode de BROIDA afin d'obtenir le modèle de premier ordre à retard suivant :

$$G(s) = \frac{K e^{-\theta s}}{1 + \tau s}$$

Où

$K$  : le gain statique.

$\theta$  : retard du modèle.

$\tau$  : constante de temps du modèle.

Les étapes d'identification par la méthode de BROIDA sont les suivantes :

- L'enregistrement de la réponse indicielle en boucle ouverte.
- L'identification des temps  $t_1$  (28%) et  $t_2$  (40%) correspondant respectivement à 28% et 40% de la valeur finale.
- Calcul des paramètres du modèle de Broida selon les relations suivantes

$$\tau = 5.5(t_2 - t_1)$$

$$\theta = 2.8 t_1 - 1.8 t_2$$

$$K = \frac{Y_\infty}{r}$$

Avec

$Y_\infty$  : Valeur de la sortie en régime permanent.

$r$  : Consigne.

Le modèle obtenu du 1<sup>er</sup> ordre à retard obtenu à partir de la réponse indicielle du modèle linéaire est :

$$G_{app}(s) = \frac{-0.158 e^{0.746s}}{1+1.265s} \quad (IV.9)$$

#### IV.7. Résultats des simulations

##### ➤ Application sur le système linéaire

- Le contrôleur obtenu en utilisant la commande à modèle interne (IMC), en se basant sur le modèle  $G_{app}(s)$  obtenu par la méthode de Broida est :

$$C_{IMC}(s) = -4.435 \left( 1 + \frac{1}{1.237s} \right) \quad (IV.10)$$

- 1<sup>ère</sup> expérience : en utilisant un gain  $K_{c0} = -6$ , le contrôleur obtenu en utilisant SOM est :

$$C_{SOM1}(s) = -3.779 \left( 1 + \frac{1}{1.122s} \right) \quad (IV.11)$$

- 2<sup>ème</sup> expérience : en utilisant un gain  $K_{c0} = -10$ , le contrôleur obtenu en utilisant SOM est :

$$C_{SOM2}(s) = -5.050\left(1 + \frac{1}{1.303s}\right) \quad (IV.12)$$

Les réponses indicielles obtenues en utilisant les trois contrôleurs sont montrées sur la figure IV.3.

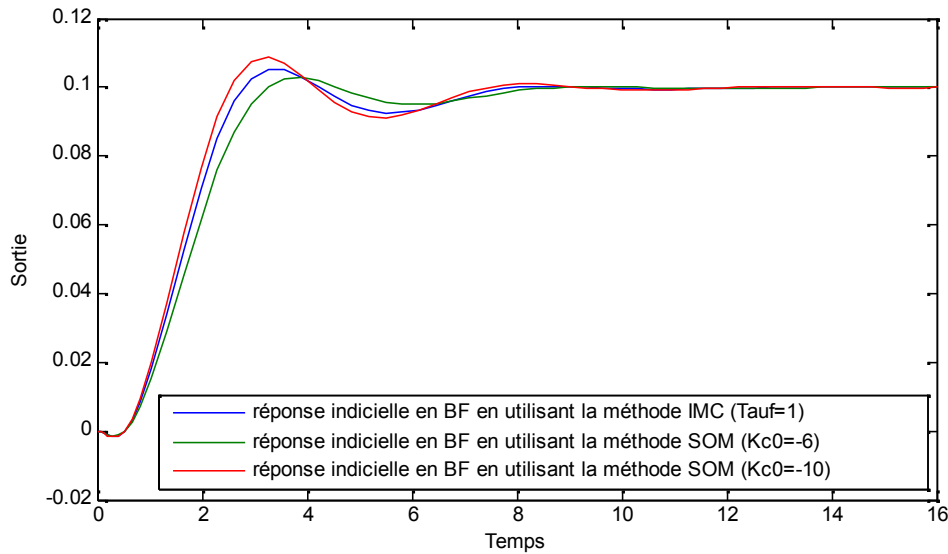


Figure IV.3 : Réponses indicielles du système linéaire en utilisant un PI dont les paramètres sont calculés par IMC et SOM ( $K_{c0} = -6$ ,  $K_{c0} = -10$ ).

Les caractéristiques en boucle fermée obtenues sont résumées dans le tableau (IV.1).

Caractéristiques Méthodes	$T_r$ (s)	Dépassement
SOM ( $K_{c0} = -6$ )	2.885	0.040
SOM ( $K_{c0} = -10$ )	6.427	0.080
IMC	3.590	0.050

Tableau IV.1 : Tableau des caractéristiques des réponses indicielles en boucle fermée sur le système linéaire.

La figure IV.3 montre les réponses indicielles obtenues avec les trois contrôleurs (SOM avec  $K_{c0} = -6$  et  $K_{c0} = -10$ , et IMC). On remarque que la réponse indicielle obtenue avec SOM ( $K_{c0} = -6$ ) est plus rapide avec un temps de réponse de 2.885s et un petit dépassement qui est de 4% par rapport à l'IMC qui a un temps de réponse 3.590s et un dépassement de 5%. Contrairement à la réponse indicielle obtenu avec SOM ( $K_{c0} = -10$ ), cette dernière est un peu lente, avec un temps de réponse de 6.427s avec un dépassement de 8%. La différence n'étant pas très grande, on peut dire que les deux réponses obtenues avec les contrôleurs

calculés en utilisant la méthode SOM sont proches de celle obtenue avec le contrôleur calculé par la méthode IMC, tel que l'erreur entre la réponse obtenue avec  $K_{c0} = -6$  et l'IMC et celle entre la réponse obtenue avec  $K_{c0} = -10$  et IMC sont illustrées sur la figure IV.4:

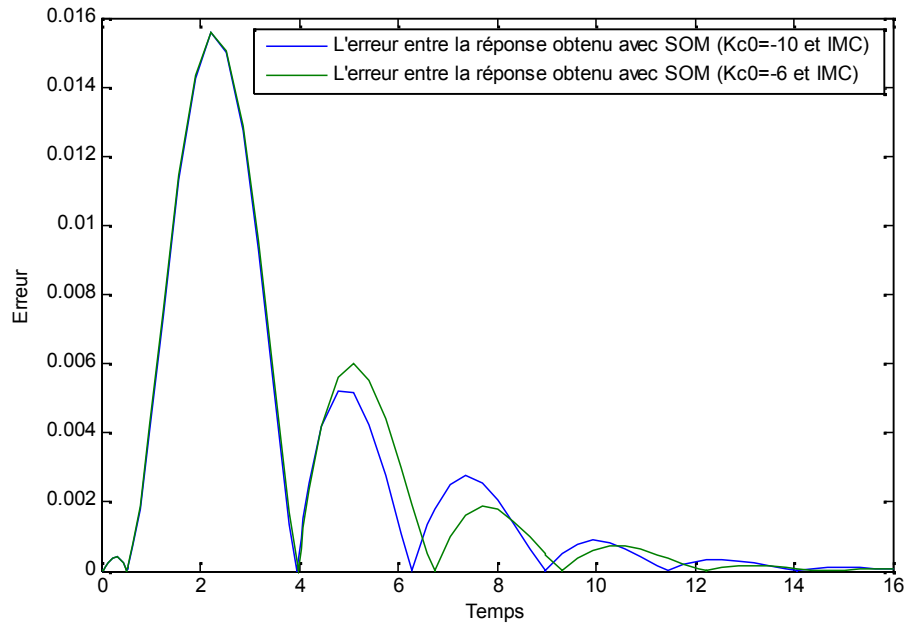


Figure IV.4 : L'erreur entre les réponses entre SOM ( $K_{c0} = -6, K_{c0} = -10$ ) et IMC.

On constate que l'erreur maximale entre les deux méthodes IMC et SOM est  $< 0.016$  qui est une valeur négligeable, ce qui nous permet de conclure sur l'efficacité de la méthode proposée SOM.

#### ➤ Application sur le système non linéaire

\* Première expérience en utilisant la méthode SOM avec un gain  $K_{c0} = -6$ , le contrôleur obtenu est :

$$C_{SOM}(s) = -4.609 \left( 1 + \frac{1}{1.355s} \right) \quad (IV.13)$$

\* Deuxième expérience en utilisant la méthode SOM avec un gain  $K_{c0} = -10$ , le contrôleur obtenu est :

$$C_{SOM}(s) = -6.261 \left( 1 + \frac{1}{1.492s} \right) \quad (IV.14)$$

Les réponses indicielles obtenues en utilisant les trois contrôleurs sont montrées sur la figure IV.5 et les caractéristiques de ces réponses sont regroupées dans le tableau IV.2.

Cette figure montre que les contrôleurs réglés par la méthode SOM donnent des résultats très proches de ceux obtenus avec le contrôleur synthétisé avec la méthode IMC, tel que le dépassement obtenu avec IMC est de 11%, avec SOM ( $K_{c0} = -6$ ) est 8% et avec SOM ( $K_{c0} = -10$ ) est 15% et le temps de réponse est de 5.554s obtenu avec IMC, 5.150s obtenu avec SOM ( $K_{c0} = -6$ ) et 7.640 obtenu avec SOM ( $K_{c0} = -10$ ).

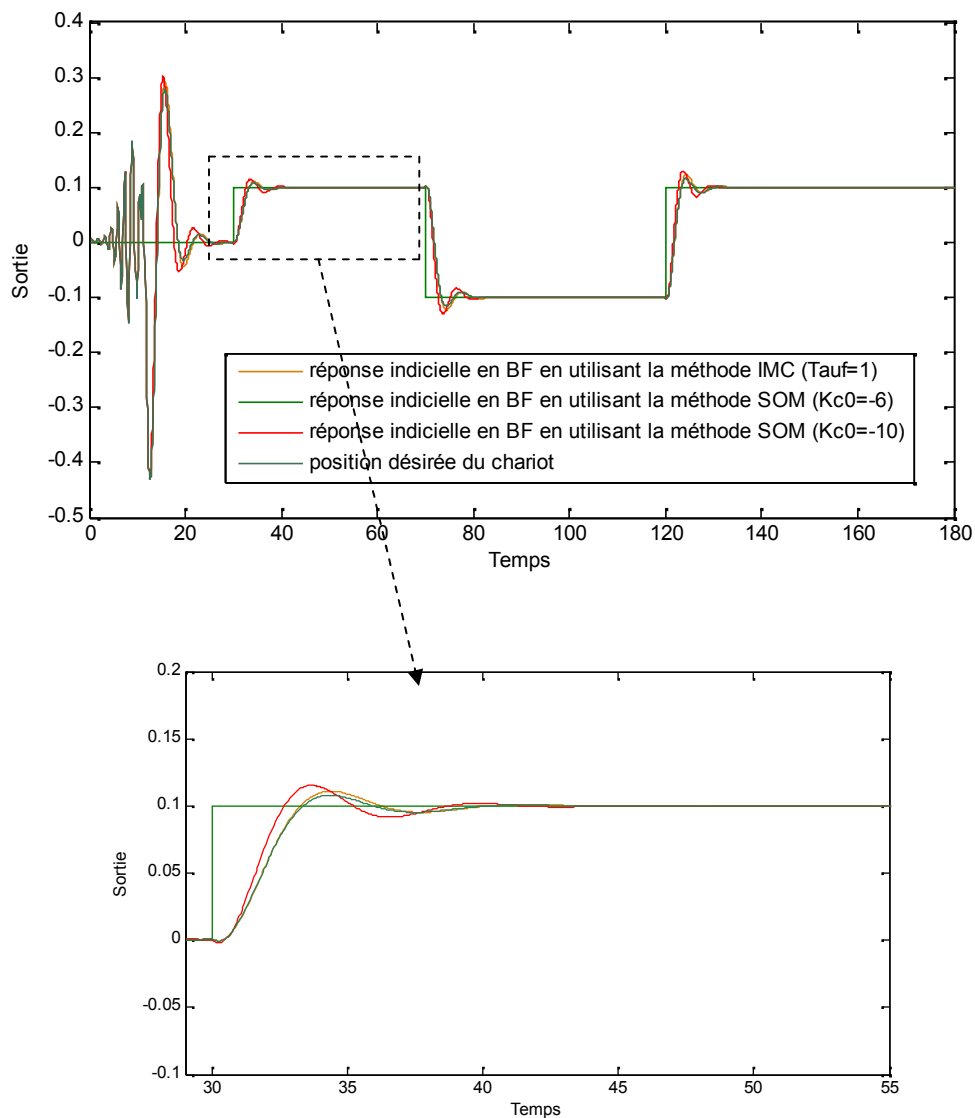


Figure IV.5 : Réponses indicielles du système non-linéaire en utilisant un PI dont les paramètres sont calculés par IMC et SOM (avec un gain  $K_{c0} = -6$  et  $K_{c0} = -10$ ).

Caractéristiques Méthodes	$T_r(s)$	Dépassement
SOM ( $K_{c0} = -6$ )	5.150	0.080
SOM ( $K_{c0} = -10$ )	7.640	0.150
IMC	5.554	0.110

Tableau IV.2 : Tableau des caractéristiques des réponses indicielles en boucle fermée sur le système non linéaire.

#### IV.8. Résultats expérimentaux

Afin de tester l'efficacité de la méthode proposée, nous avons implémenté les régulateurs obtenus sur le banc d'essai expérimental. La commande de redressement est appliquée à  $t = 0$  s, ensuite à partir de  $t = 30$  s on teste notre commande de stabilisation et d'asservissement de la position du chariot. Pour cela, nous avons appliqué une consigne d'amplitude 0.2 à  $t = 30$  s et une autre d'amplitude -0.2 à  $t = 55$  s.

\* Première expérience en utilisant la méthode SOM avec un gain  $K_{c0} = -6$ , le contrôleur obtenu est :

$$C_{SOM}(s) = -4.522\left(1 + \frac{1}{1.755s}\right) \quad (IV.15)$$

\* Deuxième expérience en utilisant la méthode SOM avec un gain  $K_{c0} = -10$ , le contrôleur obtenu est :

$$C_{SOM}(s) = -7.589\left(1 + \frac{1}{2.196s}\right) \quad (IV.16)$$

La figure IV.6 montre les réponses indicielles obtenues en utilisant un PI dont les paramètres sont calculés par IMC et SOM (en utilisant deux gains différents  $K_{c0} = -6$  et  $K_{c0} = -10$ ).

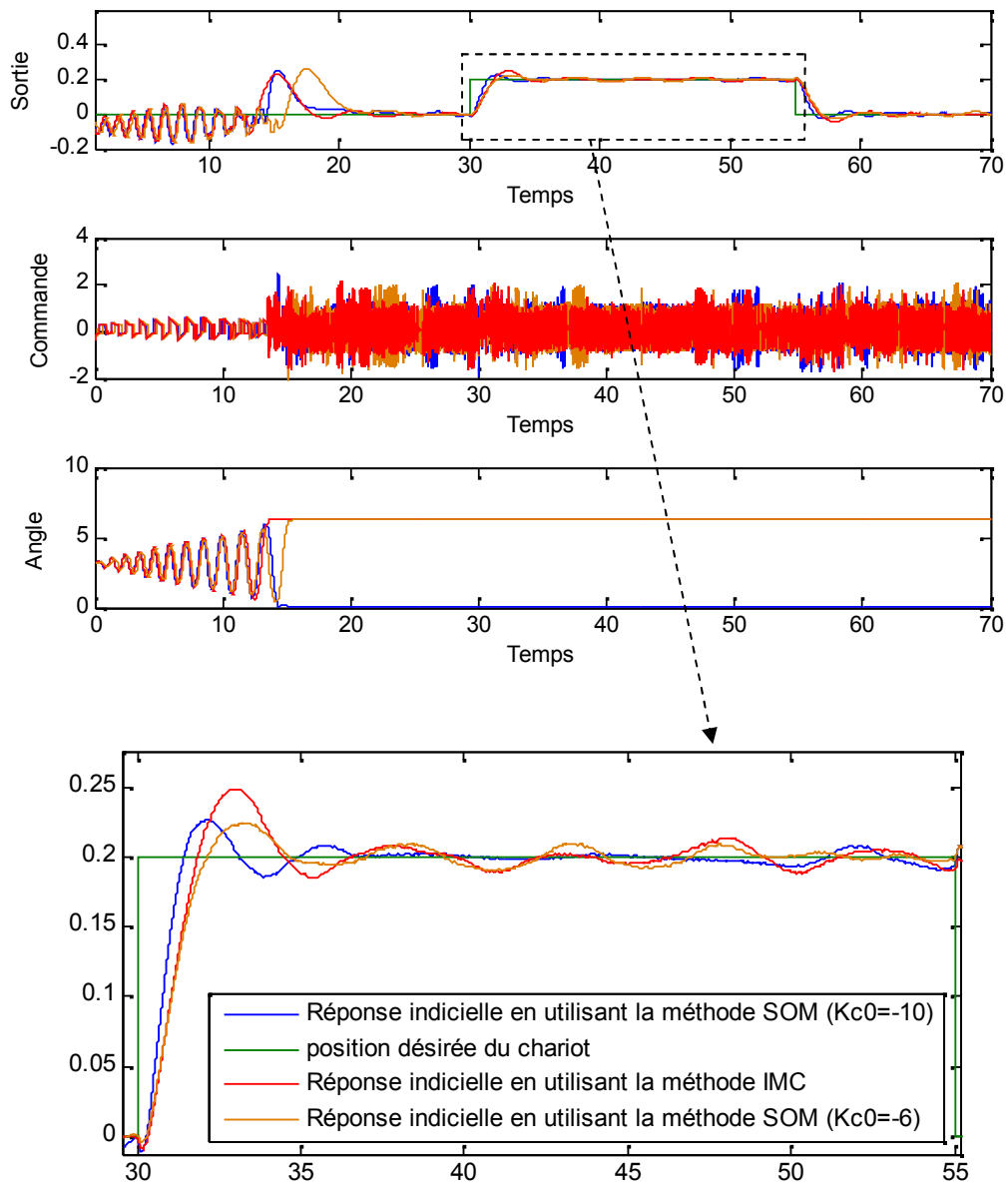


Figure IV.6 : Résultats expérimentaux en utilisant un PI dont les paramètres sont calculés par IMC et SOM (avec  $K_{c0} = -6$  et  $K_{c0} = -10$ ).

Après avoir appliqué les deux méthodes IMC et SOM sur le pendule nous avons obtenu les résultats résumés dans le tableau IV.3 suivant :

Caractéristiques Méthodes	$T_r$ (s)	Dépassement
SOM ( $K_{c0} = -6$ )	34.3	0.120
SOM ( $K_{c0} = -10$ )	34.3	0.135
IMC	35.8	0.245

Tableau IV.3 : Tableau des caractéristiques des réponses indicielles en boucle fermée sur le système réel.

On remarque que lorsque nous avons testé les deux méthodes (SOM et IMC) à partir de  $t=30$ , les réponses indicielles obtenues avec SOM sont très proche de celle obtenue avec IMC. On peut dire même qu'elles sont meilleures puisque elles sont plus rapides et possèdent des dépassements inférieurs et cela grâce au paramètre d'ajustement  $\eta$  qui permet au designer d'ajuster le dépassement de la réponse indicielle. Les oscillations en régime permanent sont dues aux aléas de la pratique.

#### **IV.9.Conclusion**

Dans ce chapitre nous avons présenté des exemples d'application de la méthode SOM et IMC sur le pendule inversé. Après avoir amené le pendule dans sa position haute, la stabilisation de ce dernier se fait par deux lois de commande : la commande par retour d'état qui permet de maintenir le pendule dans sa position haute et la commande de type PI qui permet d'asservir position du chariot. Les paramètres du régulateur PI sont obtenus par deux méthodes, qui sont la méthode à modèle interne décrite dans le chapitre II et la méthode SOM détaillée dans le chapitre III. Les différentes simulations effectuées montrent que la méthode SOM est très proche de la méthode à modèle interne et possèdent presque les mêmes caractéristiques.

Le travail présenté dans ce mémoire est le problème de synthèse de contrôleurs PID. L'objectif était de proposer une approche de dimensionnement du contrôleur PID, simple et efficace, dans le but de la rendre plus accessible à un usage industriel. Cette approche est « setpoint overshoot method » basée sur la réponse indicielle en boucle fermée en utilisant un contrôleur proportionnel seulement.

Dans le premier chapitre nous avons abordé un état de l'art sur quelques méthodes empiriques connus.

Dans le deuxième chapitre nous avons étudié une des méthodes analytiques dite « commande à modèle interne » pour la synthèse de contrôleur PID.

Dans le troisième chapitre nous avons étudié une nouvelle méthode de calcul des paramètres du contrôleur PI avec la méthode nommé « Setpoint Overshoot Method ».

Dans le quatrième chapitre nous avons appliqué les deux méthodes sur le pendule inversé afin de tester l'efficacité de cette nouvelle méthode « SOM » et l'apport qu'elle porte aux défaillances de la méthode de Ziegler-Nichols qui est la plus utilisé en industrie.

En conclusion générale sur les méthodes empiriques en général dont certaines ont été présentées dans ce mémoire, on peut d'abord souligner que leur grand avantage réside dans le fait qu'elles sont simples à mettre en œuvre et qu'elles ne nécessitent pas une connaissance parfaite du modèle du procédé à commander. On apprécie forcément ce point quand on connaît la difficulté de disposer d'un modèle précis. Les performances auxquelles elles conduisent peuvent être suffisantes au regard d'un cahier des charges peu exigeant. Il appartient au régleur de la boucle d'intervenir dans le bon sens sur les réglages recommandés de manière à améliorer les performances de celle-ci.

La méthode proposée « SETPOINT OVERSHOOT METHOD » est une méthode basée sur la réponse indicielle qui apporte des améliorations à toutes les défaillances des méthodes citées précédemment notamment celle de Zeigler Nichols. En effet, les résultats obtenus avec notre méthode sont très proches des résultats obtenus avec la méthode analytique IMC qui est une approche robuste, et ils sont nettement meilleurs que les résultats obtenus avec la méthode de Z-N. La présence d'un paramètre appelé «  $\eta$  » donne encore plus de degré de liberté à l'ingénieur, tel que ce paramètre permet l'ajustement des performances obtenues (rapidité et dépassements) en sortie dans le but d'arriver au compromis rapidité-robustesse le mieux adapté pour le cahier des charge désiré, ce qui fait de cette méthode qui compte parmi les méthodes empiriques, une méthode assez simple à mettre en œuvre, efficace et elle donne des résultats très satisfaisant.

- [1] Bogdan VULTURESCU\_CONTRIBUTION A LA COMMANDE ROBUSTE DES SYSTEMES ELECTROMECHANIQUES PAR LA METHODE DU MODELE DE COMPORTEMENT\_Politehnica de Bucarest (Roumanie) \_ 2002.
- [2] Boussalem C\_Implémentation de régulateurs fractionnaires pour la stabilisation d'un pendule inversé\_Mémoire de Magister\_Université Mouloud Maameri de Tizi Ouzou, Algérie\_ (2012).
- [3] BRECHET Thomas et TRIBINO Julien\_ Le pendule inverse et son application en robotique\_4 avril 2008.
- [4] Brechet T et Tribino J\_Le pendule inversé et son application en robotique, [www.pobot.org/IMG/pdf/Pendule inverse en robotique.pdf](http://www.pobot.org/IMG/pdf/Pendule_inverse_en_robotique.pdf) (2008).
- [5] Cohen G.H, and Coon, G.A\_Theoretical consideration of retarded control\_transaction of ASME n°75\_pp827-834\_2004.
- [6] Commande d'attitude de satellites par girodynamique française Aerospace, LAB ONERA, (2008).
- [7] Delamare F\_Robot à pendule inversé\_ <https://moodle.insa-rouen.fr> (2011).
- [8] D.E. Rivera, M.Morari and S.Skogestad\_ "Internal Model Control.4. PID. Controller Design"; chemical Engineering, 206- 41\_ California Institute of Technology, Pasadena, California. Pp 252-265\_(1986).
- [9] Desborough, L. et Miller, R.\_ "Increasing customer value of industrial control performance monitoring-Honeywell's experience". AIChE symposium series\_ New York ; American Institute of Chemical Engineers, pp. 169-189\_(2002).
- [10] Doyle, J. \_ " Guaranteed margins for LQG regulators". IEEE Transactions on automatic Control\_23(4) :756-757\_(1978).
- [11] Duc, G et Font, S\_ "Commande  $H_\infty$  et  $\mu$  -Analyse"\_ Editions HERMES\_Paris\_(1999).
- [12] « Etude pratique des différents types de régulateurs »\_OUALIM\_OURIACHIO \_UMMTO\_2013.
- [13] F.Lahouazi\_ "Mise en œuvre d'une stratégie de commande neurofloue : Application a un pendule inversé "\_Mémoire de magister\_Université Mouloud Mammeri Tizi-Ouzou, Algérie\_(2011).
- [14] <http://www.isetn.rnu.tn/> Régulation Industrielle L2 S2.pdf.

- [15] Jean-Marie Flaus\_La régulation industrielle régulateurs PID, prédictifs et flous\_Hermes\_paris\_1994,2000.
- [16] J.G.Ziegler, N.B.Nichols\_optimum settings for automatic controllers\_trans.ASME 64 (1942) 759-768.
- [17] K.Amoura, R.Mansouri, M.Bettayeb, F.cheballah\_synthèse de régulateurs fractionnaires pour la commande des systèmes entiers de grande dimension\_UMMTO.
- [18] LITIM MOUSSA\_ Commande à modèle interne : Synthèse et application\_ Université de Batna.
- [19] Manuel d'installation du pendule inversé. "Feedback instruments limited".
- [20] M.Morari, E. Zafiriou\_Robust Process Control\_Prentice Hall, Englewood Cliffs\_New Jersey\_1989.
- [21] Ming T.Tham\_internal model control, part of a set of lecture notes on introduction to robust control\_university of Newcastle upon tyne\_2002.
- [22] Oustaloup A\_ "Systèmes asservis linéaires d'ordre fractionnaire"\_Editions Masson\_Paris\_(1983).
- [23] Rachid OUBRAHIM\_Auto-reglage PID par structure unifiée et performante\_ Université de Metz\_1998.
- [24] Shamsuzzoha M. et Skogestad S.\_The setpoint overshoot method :A simple and fast closed-loop approach for PID tuning\_Journal Process Control\_vol 20, pp.1120-1234\_2010.
- [25] [www.specialautom.net](http://www.specialautom.net)\_Synthèse-empirique.
- [26] Zelazny, M. Giri, F. Bennani, T\_Systèmes asservis. Tome2 : synthèse, application, instrumentation. Eyrolles\_(1994).