

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université de Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou (UMMTO)



Faculté de Génie de la Construction
Département de Génie Civil

Mémoire de fin d'études

En vue d'obtention du diplôme de Master II en Génie Civil

Option: Voirie et Ouvrage d'Art (V.O.A)

Thème

Etude du tablier d'un pont à poutres multiples en béton précontraint



Proposé par COSIDER ouvrage d'art.

Elaboré par : M^r MOUMOU Merzouk

Encadré par : M^r ALI OUGUEMAT

Promotion V.O.A 2013

REMERCIEMENTS

Je tiens en premier lieu, à remercier mon encadreur, Monsieur ALI OUGUEMAT, pour ces précieux conseils et surtout pour sa patience et sa disponibilité.

Je tiens aussi à remercier le professeur AIT TAHAR, pour ses précieuses orientations. Sans oublier le subdivisionnaire des travaux publics de BOGHNI Monsieur MOKDAS KAMEL qui ma toujours porté conseils pour l'élaboration de ce modeste travail.

A tous les enseignants du département de Génie Civil sans exception qui ont contribué à ma formation avec beaucoup de compétence et de dévouement.

Au personnel de la bibliothèque du département de Génie Civil.

Au personnel de la scolarité de la faculté de Génie de la Construction en particulier le chef de scolarité RABAH SOUCI

Mes remerciements s'adressent, également, aux membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail.

Enfin, mes plus vifs remerciements s'adressent aussi à tous ceux qui mon aidé, encourager et mon soutenu. En particulier mon épouse MALIKA CHIBANE

MOUMOU MERZOUK

Je dédie ce mémoire de fin d'études

A mes très chers parents ; les remercier
très chaleureusement pour leur dévouement,
leurs soutien et leurs encouragements.

Les mots ne pourront jamais décrire
ma gratitude

A ma femme MALIKA CHIBANE qui m'a
soutenu et qui m'a encouragé jusqu'au
dernier moment, elle a partagé avec moi les
moments les plus difficiles, on a surmonté
des dures épreuves pour réaliser ce modeste
travail. Merci pour ta présence dans ma vie.

Je le dédie aussi à toute la famille
MOUMOU, à mes frères, à mes sœurs et
leurs familles qui m'ont beaucoup encouragé.

Sans oublier mes amis de la cité universitaire
RAHAHLIA Oued Aissi et la promotion 2013.

Sommaire

Chapitre I : GENERALITES (1-9)

I-1 Introduction générale	1
I-2 Définition.....	1
I-3 Historique	1
I-4 Présentation et description de l'ouvrage.....	2
I-4-1 Présentation	2
I-4-2 Description de l'ouvrage	2
I-5 Structure du pont	2
I-5-1 Superstructure.....	2
I-5-2 Infrastructure	3
I-6 données naturelles et géotechniques.....	3
I-7 données fonctionnelles	4
I-8 Caractéristiques des matériaux utilisés.....	5
I-9 Logiciel de calcul.....	9

Chapitre II: CONCEPTION GENERALE (10- 19)

II-I Choix et type d'ouvrage	10
II-2 Comment procéder au choix	10
II-3 Variante N°1 pont mixte	10
II-3-1 Pré-dimensionnement 1 ^{er} variante.....	11
II-3-2 les avantages et les inconvénients 1 ^{er} variante	12
II-4 Variante N°2 Pont construits en voussoirs.....	13
II-4-1 Pré-dimensionnement 2 ^{ème} variante	13
II-5 Variante N°3 Pont à poutre en B-A	14
II-5-1 Pré-dimensionnement 3 ^{ème} variante	15
II-5-2 les avantages et les inconvénients 3 ^{er} variante.....	15
II-6 Variante N°4 Pont a poutre multiple en B-P	15
II-6-1 Pré-dimensionnement de la poutre 32,96Ml	16
II-6-2 Pré-dimensionnement des poutres (2 ^{ème} , 3 ^{ème} et 4 ^{ème}) de 33,50Ml.....	16
II-6-3 Pré-dimensionnement de la poutre 32,94Ml.....	17
II-6-4 les avantages et les inconvénients 4 ^{ème} variante.....	17
II-7-1 Analyse multicritère.....	18
II-8 Conclusion.....	19

Chapitre III : PRE DIMENSIONNEMENT (20-29)

III-1 Introduction.....	20
III-2 Dimensionnement des éléments du tablier.....	20
III-2-1 les poutres	20
III-3 Caractéristiques géométriques des poutres	24
III-4 Caractéristiques géométriques des sections brutes	28
III-5 Section géométrique des sections nettes	29

Chapitre IV : CALCUL DES CHARGES ET SURCHARGES (30-37)

IV-1 Introduction.....	30
IV-2 Calcul des charges	30
IV-2-1 Calcul des charges permanentes.....	30
IV-2-2 Calcul du complément des charges	31
IV-3 Surcharges.....	32
IV-3-1 Caractéristique du pont	32
IV-3-2 Surcharges de chaussée	33
IV-4 Coefficient de majoration dynamique	37

Chapitre V : REPARTITION LONGITUDINALE DES EFFORTS (38-47)

V-1 Introduction.....	38
V-2 Calcul des moments fléchissant longitudinaux.....	38
V-3 Calcul des efforts tranchants	47

Chapitre VI : REPARTITION TRANSVERSALE DES EFFORTS (52-53)

VI-1 La méthode de Guyon Massonnet	52
VI-2 La méthode numérique (Robot Millenium).....	52
VI-2-1 Présentation du logiciel	52
VI-2-2 Les étapes à suivre.....	53

Chapitre VII : ETUDE DU PLATELAGE (66-67)

VII-1 Introduction	66
VII-2 lancement du calcul de l'élément panneau	66
VII-3 Les résultats obtenus avec le logiciel Robot Millenium.....	67

Chapitre VIII : ETUDE DE LA TORSION (71-85)

VIII-1 Etude de la torsion due à l'excentrement des charges.....	71
VIII-2 Calcul d'inertie équivalente des poutres	73
VIII-3 Principe de la méthode de GUYON-MASSONNET	73
VIII-4 Calcul du coefficient de répartition τ_α des poutres.....	78
VIII-5 Calcul des moments de torsion	79
VIII-6 Calcul de coefficient τ_α	82
VIII -7 Calcul des contraintes tangentielles de torsion	85

Chapitre IX : ETUDE DE LA PRECONTRAINTTE (87-100)

IX-1 Principe de la précontrainte	87
IX-II-Les Procèdes de la Précontrainte	88
IX-III Dimensionnement de la précontrainte	88
IX-III-1.Précontrainte Minimale	88
IX-III-2.Valeurs caractéristique de la précontrainte.....	88
IX-III-3. Détermination de l'intensité de la précontrainte	89
IX-III-4 Détermination du nombre de câble à l'about	91
IX-III-5 principe de positionnement des câbles	92

IX-III-6 La disposition des câbles de la première famille (à l'about)	92
IX-III-6-1 Tracés des câbles et câble moyen fictif	93
IX-VII Câble moyen fictif équivalent	96
IX-VIII Les caractéristiques géométriques des sections nettes	97
IX-VIII-1. Composante de la précontrainte à la section d'appui	97
IX-IX Fuseaux limite	100

Chapitre X : ETUDE DE PERTE DE TENSION (104-122)

X-I Introduction	104
X-II Les Pertes instantanées	104
X-II-1 Pertes dues aux frottements	104
X-II-2 Pertes par recul d'ancrage	105
X-II-3 Les pertes par raccourcissement instantané du béton	114
X-II-A La 1 ^{ère} famille sera tendue au 14 ^{ème} jour	114
X-II-B la 2 ^{ème} famille de câble	116
X-III-Les pertes différées	117
X-III-1 pertes dues au retrait du béton: (B.P.E.L 91 art 3.3.21)	117
X-III-2 Pertes dues à la relaxation des armatures : « B.P.E.L 91 Art.3.3.23 »	118
X-III-3 Pertes dues au fluage: (BPEL 91 art 3.3.2.2)	119
X-IV Pertes différées totales et tension finales probables	121
X-V Conclusion	122

Chapitre XI : JUSTIFICATIONS DES CONTRAINTES NORMALES (123-132)

XI-I Généralités	123
XI-II Justification à L'ELS	123
XI-III Distance des armatures de précontrainte aux parements	123
XI-IV Vérification des contraintes	125
XI-V Vérification des contraintes pour les différentes phases à mi-travée	126
XI-VI conclusion	126
XI-VII Ferrailage passif longitudinal (Armatures de talon)	126
XI-VIII Armatures longitudinales dans la zone tendue	126
XI-IX Ferrailage passif transversal : (Armature du talon)	127
XI-X Justifications à l'E.L.U	127
XI-XI Principe de la méthode de justification	130
XI-XII Équations donnant le comportement de l'acier	132

Chapitre XII :JUSTIFICATION DES CONTRAINTES TANGENTIELLES (136-141)

XII-I Introduction	136
XII-II JUSTIFICATION DES CONTRAINTES A L'ELS	136
XII-III Contrainte de Cisaillement due à l'effort tranchant	137
XII-IV Application a notre projet	137
XII-V JUSTIFICATION A L'ELU (B.P.E.L 91 Art 7.3)	139
XII-VI Justification des armatures transversales	139
XII-VII Justification des bielles de compression du béton	140
XII-VIII Justification des armatures longitudinales (B.P.E.L 91, Art7.6, 55)	140
XII-IX Conclusion	141

Chapitre XIII: ETUDE DE LA ZONE D'ABOUT (142-154)

XIII-1 Introduction	142
XIII-2 Zone d'appui simple d'about	142
XIII-3 : Justifications relatives a l'introduction des forces de précontrainte	146
XIII-4 Justification vis-à-vis de l'équilibre général de diffusion pure	150
XIII-5 Calcul des contraintes normales.....	153
XIII-6 Calcul des contraintes tangentielles à l'about	154

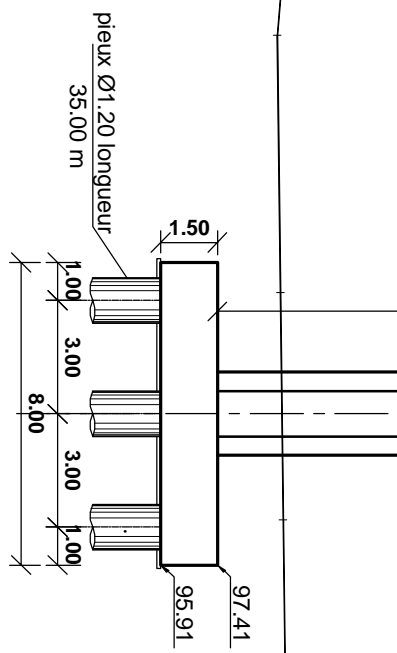
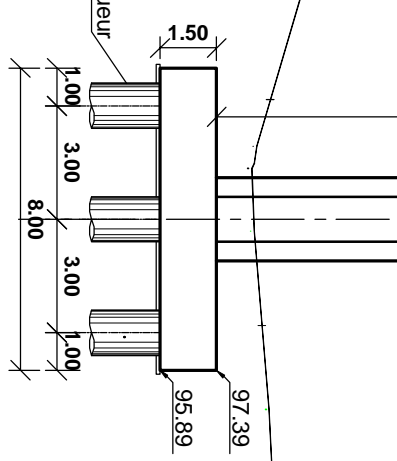
Chapitre XIV : CALCUL DES DEFORMATIONS (157-160)

XIV-I Introduction	157
XIV-2 Flèche et contre flèche	157
XIV-3 Flèche due aux surcharges	157
XIV-4 Contre flèche.....	157
XIV-5 Flèche totale	158
XIV-6 Calcul des rotations.....	159
XIV-7 Rotation résultant	159
XIV-8 Calcul des déplacements d'appui	160
XIV-9 déplacement due à la variation de la température	160
XIV-10 Déplacement total	160
XIV-11 CONCLUSION.....	160

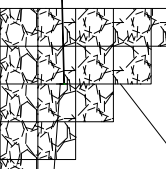
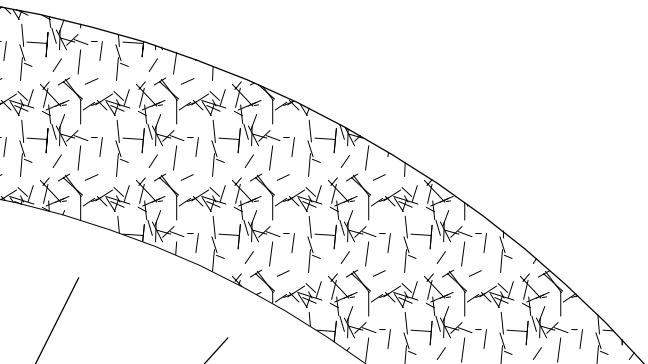
Chapitre XV : ETUDE DES EQUIPEMENTS DE PONT (161-174)

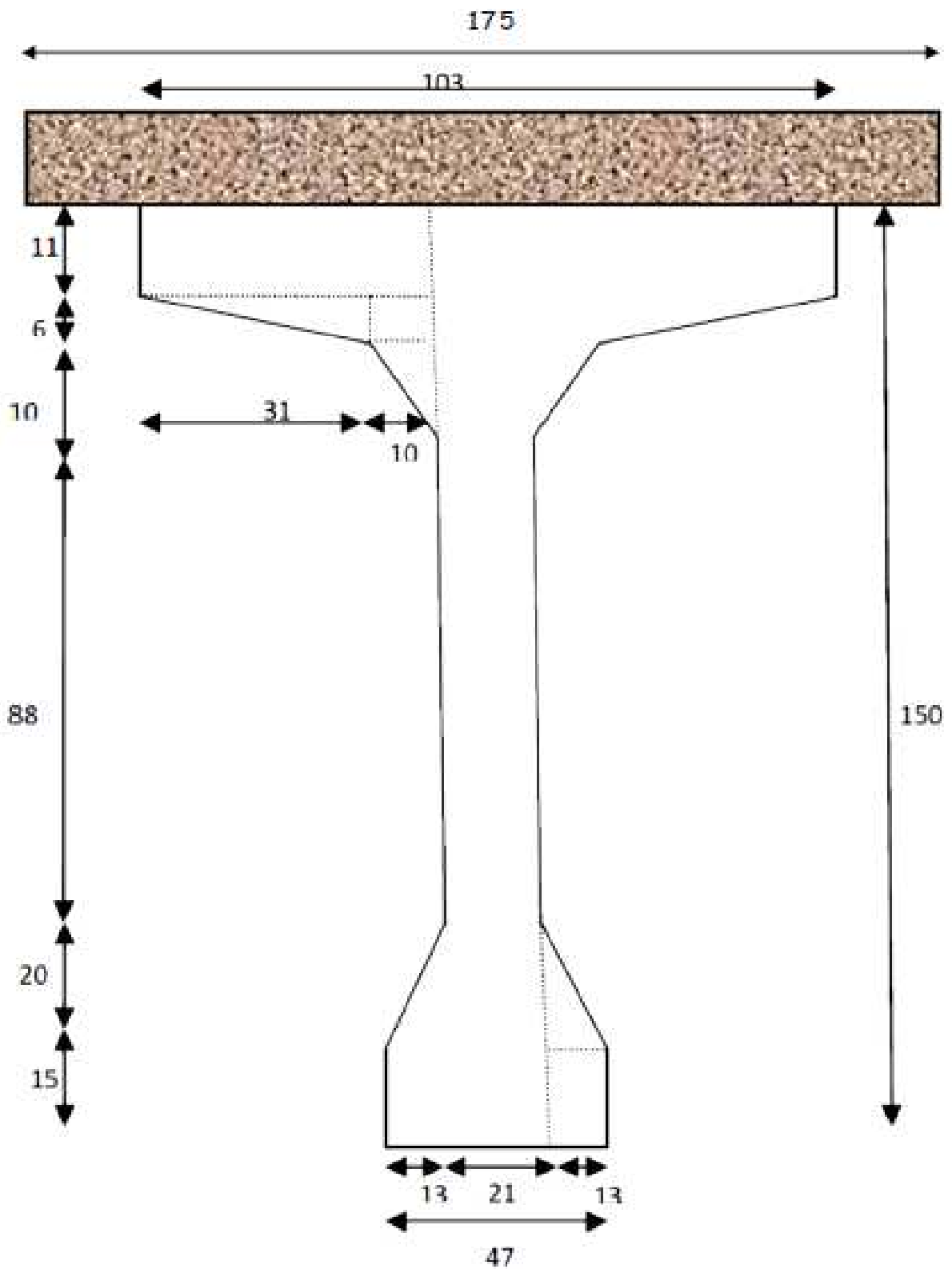
XV-1 Introduction	161
XV-2 Calcul du joint de chaussée	161
XV-3 Calcul du souffle des joints	162
XV-4 Dimensionnement des joints de chaussées.....	163
XV-5 Appareils d'appuis	164
XV-6: Prescription réglementaire	169
XV-7 CONCLUSION	177

CONCLUSION GENERALE

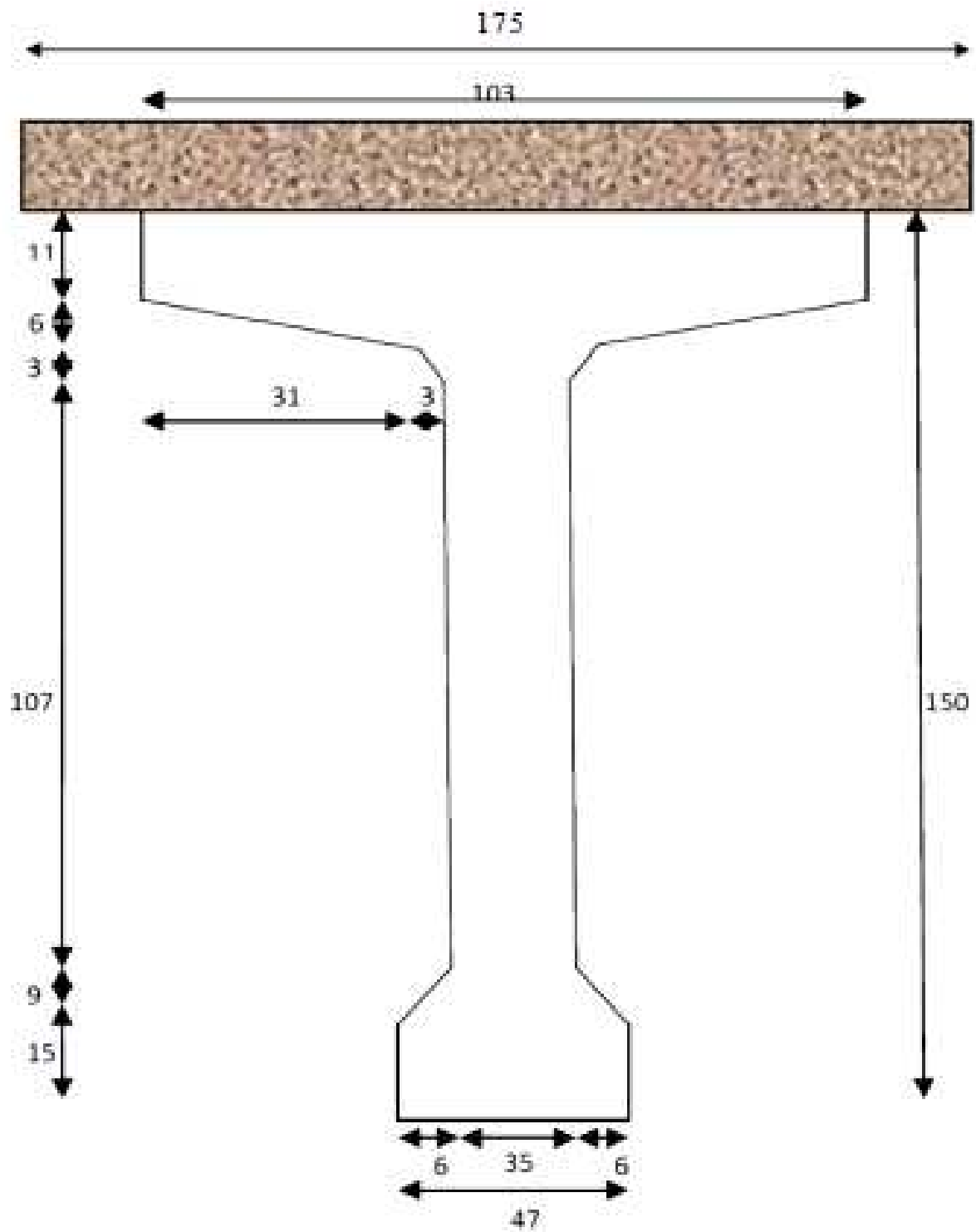


pile P4





Section médiane de la poutre préfabriquée



Section d'about de la poutre préfabriquée



**CHAPITRE I :
GENERALITES**

I-Introduction Générale :

Lors de la construction d'une voie de circulation, il arrive toujours un moment où l'on rencontre un obstacle:

- Naturel (brèche, cours d'eau)
- Artificiel (route, voie ferrée, canal)

Pour assurer la continuité de l'ouvrage, deux solutions s'imposent:

1. Eliminer l'obstacle (remblayer une brèche, détourner un cours d'eau) ;
2. Conserver l'obstacle mais :
 - Passer au travers ou au dessous (tunnel)
 - Au dessus (pont)
 - Contourner (déviation)

Dans notre cas le relief nous a imposé de choisir la solution numéro deux qui est de franchir l'obstacle par un pont.

I-2 Définition :

D'une façon générale, on appelle pont tout ouvrage permettant à une voie de circulation de franchir un obstacle naturel ou une autre voie de circulation. Selon le cas, on distingue :

- pont-route
- pont-rail
- pont-canal.

Cette définition est un peu imprécise dans la mesure où elle ne se réfère à aucune notion de dimension, de forme ou de nature d'ouvrage. Pour les petits ponts hydrauliques, on parle couramment de ponceaux ou de dalots. A l'inverse, on emploie de préférence le terme de viaduc lorsqu'il s'agit d'un ouvrage de grande longueur possédant de nombreuses travées et généralement situé en site terrestre. De même, une buse est un ouvrage de franchissement que l'on ne désigne jamais par le terme de pont, même si son ouverture est de dimension respectable. Enfin en résumé, on appellera pont tout ouvrage de franchissement construit in situ, ce qui exclut les buses totalement ou partiellement préfabriquées.

Même s'il existe une infinité de ponts, ils peuvent quand même être regroupés en quatre grandes catégories qui sont comme suite:

- Les Ponts en arc
- les Ponts à poutres
- les Ponts suspendus
- les Ponts à haubans.

I-3 Historique :

La construction des ponts est une activité très ancienne, comme en témoignent les nombreuses passerelles découvertes dans des régions restées complètement ou presque complètement isolées du reste du monde. C'était principalement, des passerelles suspendues (lianes, bambous tressés) et les poutres (bois, pierres ...). Les ponts furent d'abord en bois, et celui-ci, grâce à ses caractéristiques mécaniques, autorise des portées plus grandes que la pierre. Les Romains construisirent les premiers ponts en pierre et de très vieux subsistent encore (le pont St-Ange, 3 voûtes de 18,33 m, construit en 138 ; le pont Sevrans de 120 m de longueur, construit en 193). Les premiers ponts métalliques ont été construits en fonte à partir du siècle dernier. Ensuite, à partir de 1850, la production industrielle de fer a permis à ce dernier de

remplacer progressivement la fonte. Puis, à la fin du XIX^{ème} siècle, l'acier devint compétitif vis-à-vis du fer pour la construction des ponts; Suite à cela et face au souci économique et de grande portée, on a vu l'apparition des ponts en béton armé et surtout en béton précontraint, la technique de ce dernier fut mise au point par Eugène Freyssinet dès 1928, qui jeta les bases de ce nouveau matériau, et en définit les principes essentiels encore valable de nos jours. Quelques ouvrages modestes furent réalisés avant la seconde guerre mondiale, mais le premier grand pont en béton précontraint fut le pont de LUZANCY (seine et marne) en France conçu juste avant la dernière guerre mondiale et achevé en 1946.

Le béton précontraint est associé à diverses formes et divers modes de construction. Pour les petites portées, les formes courantes sont la dalle et la dalle nervurée, associé à une construction sur cintre. Dans la gamme des moyennes portées (30-50 mètres), les ponts à poutres préfabriquées précontraintes et les ponts poussés constituent des solutions intéressantes dans la gamme des grandes portées.

II-Présentation et description de l'ouvrage :

II-1-Présentation:

Ce projet de fin d'étude nous a été proposé par COSIDER ouvrages d'art, il consiste à étudier un pont routier droit à poutres multiples en béton précontraint, à 2 fois deux voies circulations identiques, ce pont est situé sur l'OUED SIDI EL KEBIR reliant BOURFA à la RN01. Notre étude se portera seulement sur deux voies

II-2-Description de l'ouvrage:

Il s'agit d'un pont de 5 travées isostatiques, constitué de poutres en béton précontraint.

- Longueur total : 176,22
 - Largeur total: 23m
 - Chaussée : 8,5 m
 - Trottoirs : 1,25 m x 1,50m
 - Portées de travées : (5) travées :
- deux de rive 32,96mètre et 32,94mètre, trois intermédiaires identique de 33,50 ml.

III-STRUCTURE DU PONT :

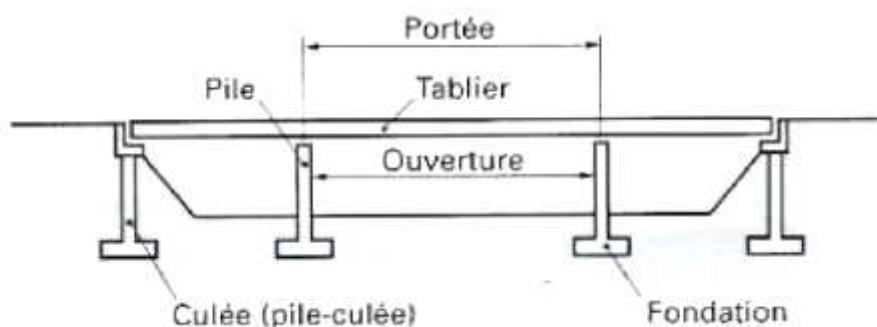


Figure I-1: les éléments d'un pont

III-1-SUPER STRUCTURE:

Les éléments constitutifs du tablier sont :

Le platelage : Il est formé d'une dalle en béton armé coulée par-dessus les poutres, et crée ainsi un bon monolithisme d'ensemble ; une épaisseur de 20cm couverte d'un revêtement de 08cm d'épaisseur avec un ripage transversal de 2.5% pour faciliter le ruissellement de l'eau. La chaussée comporte deux trottoirs, et une corniche.

Les trottoirs : Il en existe deux dont un de largeur de 1.25 m et 1.50m, ils sont préfabriqués et montés sur place, ils seront munis de garde corps de 1 mètre de hauteur et d'une glissière de sécurité permettant de mener les véhicules qui s'écartent de leurs voies.

Les entretoises : Les poutres sont solidarisées par des entretoises d'about qui sont nécessaires pour soulever le tablier en cas de changement des appareils d'appuis, ainsi assurent l'encastrement des poutres à la torsion, elles sont coulées après la mise en place des poutres.

La poutraison : Elle constitue le support de platelage, composé de (07) poutres préfabriquées en béton précontraint pour les (05) travées. L'entraxe entre les poutres précontraintes, est le même d'ordre de 1.50m

Les appareils d'appuis : Ce sont des éléments qui ont pour but d'assurer la liaison entre la structure et son support, tout en permettant l'absorption des déplacements des efforts horizontaux et permettent la rotation.

Dans notre cas, ils sont constitués d'élastomère fretté, fixés sur les appuis (en général du néoprène et de tôle d'acier jouant le rôle de frettes).

III-2-Infrastructure :

Les appuis : la superstructure est supportée par (02) culées et (04) piles.

Culée : c'est un support réalisé à chaque extrémité du pont. Elle doit assurer une bonne transmission des efforts au sol de fondation, et la limitation des déplacements horizontaux de façon à ne pas entraver le bon fonctionnement des appareils d'appuis, et la limitation des déplacements verticaux (tassements). Elle est constituée d'un mur de front surmonté d'un mur de grade grève, et de deux murs de retours, ainsi qu'une dalle de transition.

Piles : c'est un appui intermédiaire entre deux travées voisines. Elle est constituée par un chevron sur lequel repose les poutres, et supporté par les fûts, elle reprend les différentes sollicitations du tablier

Les fondations : le type de fondation est déterminé à partir des caractéristiques mécaniques du sol, dans notre cas les fondations sont profondes sur pieux forés de 1.50 m de diamètre et d'une profondeur variable (allant jusqu'à 21m), surmontées d'une semelle de liaison rigide de 1.50m de hauteur pour les piles et culées. Le nombre de pieux est de (08) pour le cas des culées, idem pour les piles.

IV-Données naturelles et géotechniques :

Les données naturelles qui rassemblent les éléments techniques de l'environnement du pont influent directement sur sa conception. Elles se constituent de :

Topographie : il convient de disposer d'un relevé topographique et une vue en plan du site indiquant les possibilités d'accès ainsi que les aires disponibles pour les installations du chantier, stockage, etc.

Hydrologie : dans le cas de franchissement d'un cours d'eau, il est indispensable de connaître le régime : fréquence et importance de crues, débits solides, charriages éventuels de corps flottants susceptibles de heurter les piles. Mise à part les chocs. Le plus grand danger réside dans les affouillements. Il convient d'évaluer la hauteur d'affouillement potentiel au voisinage des appuis et de limiter autant que possible le nombre d'appuis en site aquatique.

Données géotechniques :

Ces données, qui concernent la nature du sol et du sous sol, sans oublier la connaissance du niveau de la nappe phréatique, sont très importantes. Leur recueil constitue une étape décisive pour le choix du type de fondations. Une étude suffisante peut entraîner des modifications du projet ou des renforcements des structures déjà exécutées, très onéreux si le sous sol est de nature différente de celle attendue. Les essais géotechniques sont en général assez coûteux et le projeteur doit organiser la reconnaissance en fonction de la taille et de l'importance de l'ouvrage. Il doit d'abord les faire aux emplacements probables des appuis et recueillir les sondages qui auraient déjà été fait dans le voisinage.

Action naturelles susceptible de solliciter un pont :

Outres l'action d'un cours d'eau mentionné plus haut, les autres actions naturelles susceptibles de solliciter un pont sont des actions directe comme celle du vent, dont la force peut être accrue dans le cas d'une vallée encaissée, de la neige et de la glace, des séismes, de la houle dans le cas de franchissement d'un estuaire ou d'un bras de mer, et des actions indirectes comme celle des embruns, et de façon générale les actions physico-chimiques du milieu environnant. Vis-à-vis de ces dernières des dispositions constructives appropriées (enrobage des aciers passifs, choix d'un béton a haute performance) doivent être examinées en détail.

V-Données fonctionnelles :

Les données fonctionnelles constituent l'ensemble des caractéristiques permettant au pont d'assurer ses fonctions de franchissement. Elles sont décomposées en deux tel que :

- 1-Données relatives à la portée : le profil en travers, le profil en long, et le tracé en plan
- 2-Données relatives à l'obstacle franchis : les gabarits à respecter et les ouvertures.

Elle nous donne comme objectifs :

- Réaliser des appuis résistants.
- Donner suffisamment de liberté de mouvement au tablier.
- Prévenir des joints suffisamment ouverts.
- Réaliser une assise d'appuis suffisamment longue.
- Dimensionner les piles pour résister aux efforts sismiques longitudinaux et transversaux

VI-Caractéristiques des matériaux utilisés :

1-règles utilisées :

Dans tout ce qui suit, le calcul de notre projet se fera conformément aux règles B.A.E.L 91 et B.P.E.L 91, qui se basent sur la théorie des états limites, ou les différents éléments cessent de remplir leurs fonctions au-delà de ce seuil.

2- Le béton :

Dans les cas courants, pour l'établissement des projets, le béton est défini par une valeur de sa résistance à la compression à 28 jours, appelée valeur caractéristique requise, notée " f_{c28} ". Cette valeur est choisie a priori compte tenu du dosage et de la qualité du ciment et des règles de contrôle qui permettront ultérieurement de vérifier sur le chantier qu'elle a bien été atteinte.

Le béton est dosé à 400 kg/m³ de ciment CPA 325

Densité : la masse volumique du béton armé $\gamma = 2,5 \text{ t/m}^3$.

➤ La résistance caractéristique à la compression :

Pour un béton âgé de (j) jours, on a :

$$f_{c28} = \begin{cases} \left. \begin{array}{l} 35 \text{ MPa} \\ 27 \text{ MPa} \end{array} \right\} & \text{si } j \geq 28 \text{ j.} \\ f_{cj} = \frac{j}{4,76 + 0,83j} f_{c28} & \text{si } j \leq 28 \text{ j. pour } f_{c28} \leq 40 \text{ MPa} \end{cases} \quad (\text{BAEL art A.2.1,11})$$

avec:

$$f_{c28} = \begin{cases} 35 \text{ MPa.} & \text{Pour le béton de la superstructure.} \\ 27 \text{ MPa.} & \text{Pour le béton d'appuis et la fondation.} \end{cases}$$

➤ la résistance caractéristique à la traction:

La résistance à la traction est liée à la résistance à la compression :

$$f_{t28} = \begin{cases} 0,6 + 0,06 f_{c28} = 0,6 + 0,06(35) = 2,7 \text{ MPa. (Pour } f_{c28} = 35 \text{ MPa).} \\ 0,6 + 0,06 f_{c28} = 0,6 + 0,06(27) = 2,2 \text{ MPa. (Pour } f_{c28} = 27 \text{ MPa).} \end{cases} \quad (\text{BAEL art A.2.1,12})$$

➤ Contrainte admissible de compression de béton:

à l'E.L.U:

$$f_{bu} = \frac{0,85 f_{c28}}{\theta x \gamma_b} \quad (\text{BAEL art A.4.3, 4})$$

Le coefficient θ est fixé à 1 lorsque la durée probable d'application de la combinaison d'action considérée est supérieure à 24h, à 0,9 lorsque cette durée est comprise entre 1h et 24h et, à 0,85 lorsqu'elle est inférieure à 1h.

$$\gamma_b = \begin{cases} 1,5 & \text{en situations durables ou transitoires.} \\ 1,15 & \text{en situations accidentelles.} \end{cases}$$

d'où:

$$f_{bu} = \begin{cases} 19,83 \text{ Mpa. En situations durables ou transitoires pour } f_{c28} = 35 \text{ MPa.} \\ 25,86 \text{ Mpa. En situations accidentelles pour } f_{c28} = 35 \text{ MPa.} \\ 15,30 \text{ Mpa. En situations durables ou transitoires pour } f_{c28} = 27 \text{ MPa.} \\ 19,95 \text{ Mpa. En situations accidentelles pour } f_{c28} = 27 \text{ MPa.} \end{cases}$$

à l'E.L.S:

$$\bar{\sigma}_b = \begin{cases} 0,5 f_{c28} & \text{En service.} \\ 0,6 f_{c28} & \text{En construction.} \end{cases} \quad (\text{BAEL art A 4.5, 2})$$

➤ **coefficient de poisson:**

Le coefficient de poisson ν représente la variation relative de dimension transversale d'une pièce soumise à une variation relative de dimension longitudinale.

Le coefficient ν du béton pour un chargement instantané est de l'ordre de 0,3, mais il diminue avec le temps pour se rapprocher de la valeur 0,2. Quand au cas d'un béton fissuré, ν devient nul. On prend pour les calculs de béton précontraint la valeur $\nu=0,2$ pour un béton non fissuré (ELS) et $\nu=0$ pour un béton fissuré (ELU).

➤ **module de déformation longitudinale du béton E :**

Module de déformation instantané (courte durée <24 heures):

$$E_{ij} = 11000 \sqrt[3]{f_{cj}} \quad (\text{MPa}) \quad (\text{BEAL art A.2.1,21})$$

➤ **Module de déformation différée (longue durée):**

$$E_{vj} = 3700 \sqrt[3]{f_{cj}} \quad (\text{MPa}) \quad (\text{BEAL art A.2.1,21})$$

➤ **module déformation transversale:**

$$G = \frac{E_{ij}}{2(1+\nu)}$$

➤ **Quantités attendues d'un béton pour les ouvrages:**

- une très bonne résistance à la compression à court terme (quelque jours) et à long terme (28 jours et plus)
- une très bonne résistance aux agents agressifs, aux intempéries, à l'eau de mer, éventuellement aux eaux séléniteuses.
- une bonne déformabilité instantanée, et différée la plus faible possible.
- une maniabilité pour mise en œuvre aussi bonne que possible.

3-Armatures:

3-1 aciers passifs:

Les armatures passives sont des armatures comparables à celle du béton armé. (les armatures passives sont tendues que sous des sollicitations extérieures).

- les limites élastiques:

Les aciers utilisés sont les aciers courant à haute adhérence de classe **F_eE400 type 2**, sa limite élastique égale à **400 MPa**

- module d'élasticité longitudinale de l'acier:

E_s=2.10⁵ MPa

- **contrainte limite de traction:**

- **a l'E.L.U:**

dans les calculs relatifs à l'ELU on introduit un coefficient γ_s tel que:

$$\bar{\sigma}_s \leq \frac{f_e}{\gamma_s} \quad (\text{BEAL art A.4.3,2})$$

$\gamma_s=1,00$: situation accidentelle.

$\gamma_s=1,15$: situation durable ou transitoire.

en fissuration peu nuisible: pas de vérification.

(BAEL art A.4.5,32)

en fissuration préjudiciable: $\bar{\sigma}_s = \min(2/3 f_e, 110(nf_{ij})^{1/2})$

(BAEL art

A.4.5,33)

en fissuration très préjudiciable: $\bar{\sigma}_s = \min(1/2f_e, 90(nf_{ij})^{1/2})$

(BAEL art

A.4.5,34)

avec: $n=1$: treillis soudés et ronds lisses

$n=1,6$: aciers à haute adhérences.

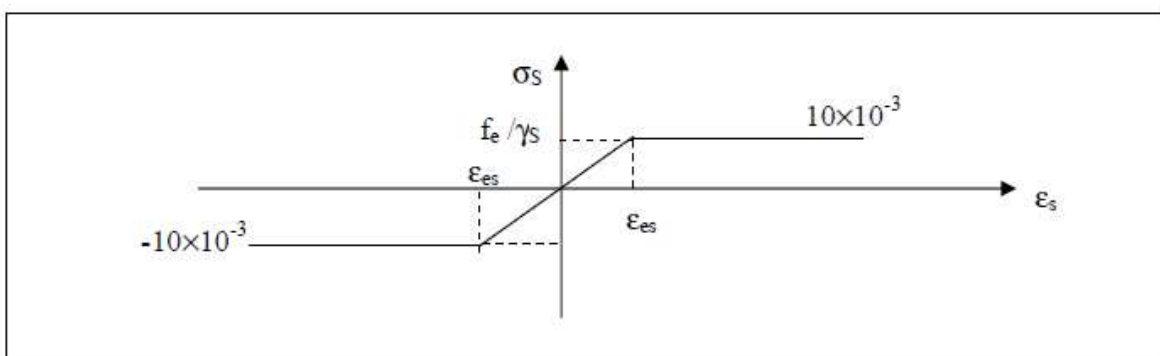


Figure.1 : diagramme déformation contrainte pour des aciers passifs

3-2 aciers actifs:

Les armatures actives sont des armatures en acier à haute résistance qu'on utilise pour les constructions en béton précontraint. Les armatures actives de précontrainte sont sous tension même sans aucune sollicitation extérieure. Ils sont classés par catégories: fils, barrés, torons.

La précontrainte initiale à prendre en compte dans les calculs est donnée par la formule suivante:

$$P_0 = (0,8f_{prg}, 0,9f_{peg}). \quad (\text{fascicule N}^\circ 62 \text{ art } 3.2,2)$$

f_{prg} : la limite de rupture garantie de l'acier de précontrainte = 1860 MPa

f_{peg} : la limite d'élasticité de l'acier de précontrainte = 1600 MPa

Ses limites sont garanties par ALGA.

➤ **la limite élastique:**

Comme ces aciers n'ont pas de palier de plasticité, on définira la limite élastique comme étant un allongement résiduel de 0,1%. La limite élastique conventionnelle des aciers représente 89% de la résistance garantie à rupture.

➤ **Module de Yong:**

Le module d'élasticité longitudinal E_p des aciers de précontrainte est pris égal à :

$E_p = 200\,000$ MPa pour les barres.

$E_p = 190\,000$ MPa pour les torons.

(fascicule N°62 art 2.2,5)

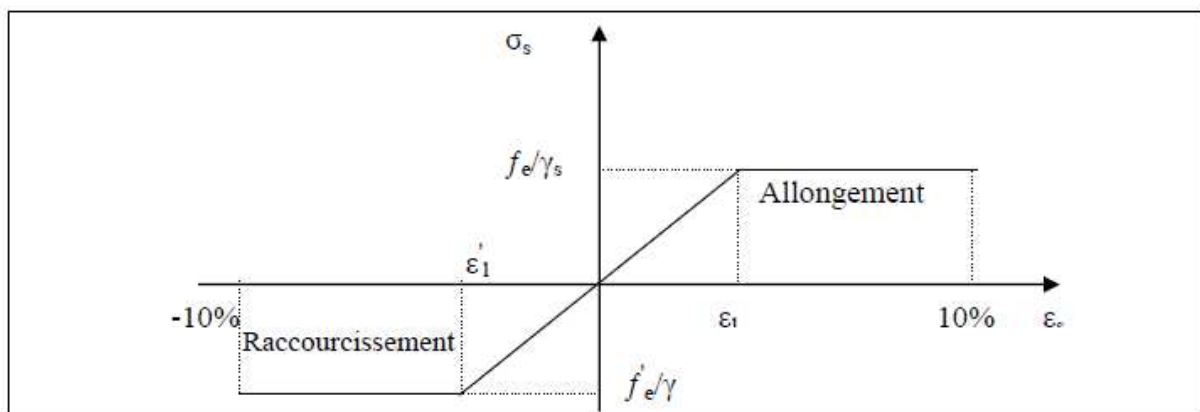


Figure .2 : diagramme contrainte déformation pour des aciers actifs

3-3 aciers pour les poutres:

Les Câbles utilisés sont des torons 12T15 TBR

Contrainte limite de rupture de la gaine: $f_{prg} = 1860$ MPa

Contrainte limite élastique garantie: $f_{peg} = 1600$ MPa

Relaxation à 1000h: $\rho_{1000} = 2,5\%$ TBR

Module d'élasticité de l'acier $E_p = 1,9 \cdot 10^5$

Coefficient de frottement angulaire: $f = 0,18 \text{rd}^{-1}$

Coefficient de frottement (gaine-câble): $\varphi = 0,002 \text{m}^{-1}$

Reculé d'ancrage: $g = 6 \text{mm}$

Diamètre extérieure de la gaine = 6,6mm

Diamètre intérieure de la gaine = 6mm



**CHAPITRE II :
CONCEPTION
GENERALE**

II-I choix et type d'ouvrage:

L'objectif est de déterminer le type d'ouvrage le plus économique capable de satisfaire, le mieux possible toutes les conditions imposées. Il faut pour cela connaître à la fois l'ensemble des contraintes à respecter et l'ensemble des types d'ouvrage qui peuvent être envisagés. La comparaison de ses deux ensembles permet de retenir la solution, ou les solutions, qui apparaissent à première vue comme les meilleurs, et qui feront ensuite l'objet d'études plus approfondies. C'est une opération de synthèse dans laquelle interviennent de nombreux paramètres et qui fait essentiellement appel au jugement et à l'expérience de l'ingénieur.

Pour le choix du type d'ouvrage, on prend en considération les éléments principaux suivants:

- profil en long de la chaussée
- position possible pour les appuis
- la nature du sol
- le gabarit à respecter
- la brèche de l'ouvrage
- le débit de l'oued

II-2 Comment procéder au choix:

Les différentes conditions imposées conduisent, suivant les cas, à diverses conclusions:

- 1- Il n'y a qu'un seul type d'ouvrage qui s'impose techniquement ou économiquement.
- 2- Plusieurs types d'ouvrages peuvent être envisagés. Si la position des appuis est fixée de façon précise et obligatoire par les conditions naturelles et les contraintes à respecter, on voit dans la récapitulation précédente que pour certaines gammes de portées plusieurs types de ponts peuvent être retenus. Par exemple, pour des portées de l'ordre de 100m, on peut hésiter entre un pont en voussoirs préfabriqués, béton précontraint et un pont métallique.

Quatre variantes sont envisagées:

- variante n°1: Pont mixte.
- variante n°2: Pont construit en voussoirs préfabriqués
- variante n°3: Pont à poutres en béton armé
- variante n°4: Pont à poutre en béton précontraint par post-tension.

II-3 Variante N°1: Pont mixte (pont mixte à poutre de travées de 37,8m):

L'appellation de « pont mixte » recouvre des conceptions très variées, principalement liées au nombre et à la nature des poutres métalliques.

Les ponts à poutres constituent la grande majorité des ponts métalliques, en effet, ils couvrent une large gamme de portées, les poutres peuvent être placées sous la chaussée (pont à poutres sous chaussées), et la dalle peut-être en béton armé avec hourdis ou en béton précontraint, et elle est connectée à la semelle supérieure par des éléments de liaison appelés

connecteurs. On distingue les poutres en **I** à âme plein, les poutres caissons, les poutres en treillis. Actuellement, ce sont les poutres en **I** les plus utilisées car leur fabrication est relativement simple. La gamme usuelle des poutres métallique est de 25 à 90m environ pour les travées indépendantes.

II-3-1 Pré dimensionnement de la poutre:

➤ **nombre de poutres(N):**

Le nombre de poutres est déterminé par le rapport entre la largeur de tablier (L_u) et l'entre axe (λ).

$$N=L_u \div \lambda$$

L_u : est la largeur du tablier égale à : 13,5

λ : l'espacement égale à : 3m

N : $13,5 \div 3 = 4,50$ on prendra $N= 5$ poutres

➤ **Elancement des poutres:**

l'élancement économique (hauteur de la poutre) est de $L/25$ ce qui nous donne $h=1,5m$, (avec $L=37,8$)

➤ **Epaisseur de l'âme des poutres:**

L'épaisseur de l'âme de la poutre maitresse doit respecter les quatre conditions suivantes:

- Résistance a la corrosion.
- Résistance au cisaillement.
- Flambement.
- Fatigue.
- Voilement.

En considérant ces quatre critères, nous allons dimensionner l'âme des poutres à mi travée et sur appui, sachant que l'épaisseur en travée varie entre 8 et 14mm et ne dépasse pas 20mm sur appui donc nous prendrons :

- une épaisseur de 10mm à mi travée
- une épaisseur de 20mm sur appui

➤ **Semelles:**

Les semelles sont déterminées par les efforts au bétonnage et en exploitation par des conditions:

- de résistance
- d'instabilité

1-Semelle supérieure en travée:

La largeur de la semelle varie entre 200mm et 500mm et l'épaisseur entre 12 et 40mm, on prendra donc:

- Une largeur de 200mm
- Une épaisseur de 15mm

2-Semelle supérieure sur appui:

La largeur de la semelle est fixée entre 400mm et 900mm et l'épaisseur entre 20 et 40mm, on prendra donc:

- Une largeur de 400mm
- Une épaisseur de 20mm

3-Semelle inférieure en travée:

La largeur de la semelle est fixée entre 300 et 600mm et l'épaisseur entre 20 et 40mm, on prendra donc:

- Une largeur de 300mm
- Une épaisseur de 30mm

4-semelle inférieure sur appui:

La largeur de la semelle est fixée entre 600 et 1000mm et l'épaisseur entre 30 et 60mm, on prendra donc:

- une largeur de 600mm
- une épaisseur de 30mm

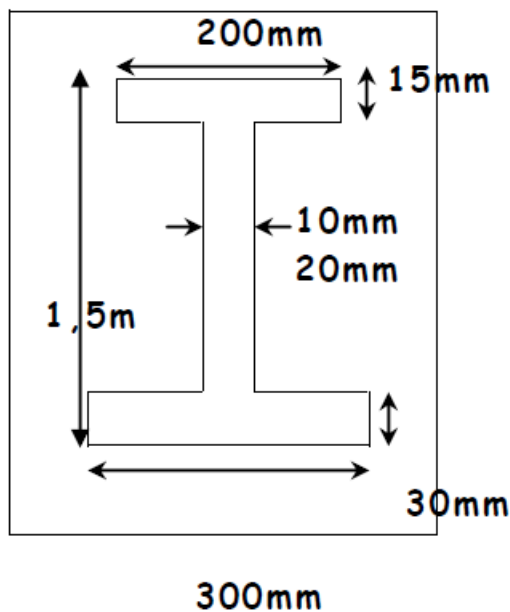


Figure II-1: coupe transversale poutre de rive

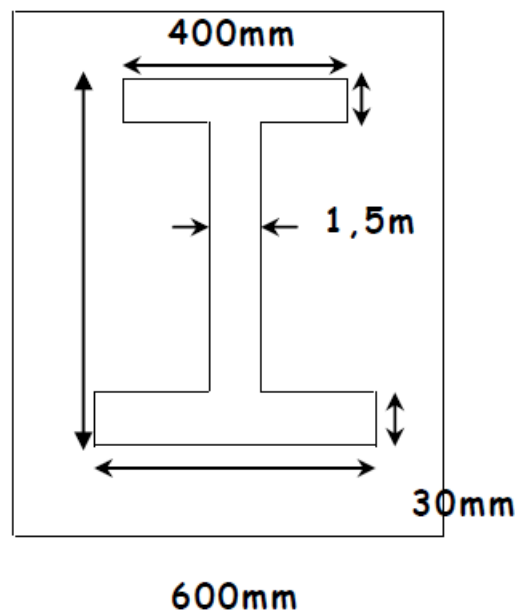


Figure II-2 coupe transversale poutre sur appui

II-3-2 les avantages et inconvénients de la poutre:

➤ **Les Avantages:**

- la stabilité de franchir de grandes portées
- la légèreté, donc la diminution du nombre des poutres
- la rigidité d'exécution globale
- la précision dimensionnelle des structures

➤ **Les Inconvénients:**

-le problème majeur des ponts mixtes est l'entretien contre la corrosion et le phénomène de fatigue dans les assemblages

-la résistance et la stabilité de la structure en place doivent être vérifiées à tous les stades importants du montage, ainsi qu'un contrôle strict sur le chantier.

- demande de mains d'œuvre qualifiées (surtout les soudeurs)
- les poutres en I sont sensibles au déversement pour les ensembles des pièces se pont.
- stabilité des membrures de poutres qui ont tendance à flambé latéralement lorsqu'elles sont comprimées.
- l'exigence de la surveillance avec des visites périodique.
- sensibilité au gradient thermique.

II-4 Variante N° 2: Pont construits en voussoirs pré fabriqués

Ce type d'ouvrage est réalisé dans les grandes portées, l'organe porteur est constitué par un ou plusieurs caissons qui forment un profil ferme comprenant un hourdis supérieur qui sert de dalle de couverture et des âmes reliées entre elles à leurs parties basses par un hourdis inférieur. Le hourdis supérieur déborde des âmes de rive par un élément de dalle en encorbellement. La liaison entre les âmes et les hourdis est renforcée par des goussets.

Dans les ponts à poutres caissons, on supprime généralement les entretoises intermédiaires pour ne conserver que les entretoises sur appuis.

En plus de leur rôle de dalle de couverture, le hourdis supérieur comme le hourdis inférieur fonctionnent en tant que membrure comprimées ou tendues suivant le signe du moment sollicitant la section considérée.

II-4-1 Pré dimensionnement du voussoir:

- **élancement usuels pour les tabliers de hauteur constante:**

$$L/25 \leq h \leq L/20 \quad \text{on fixe} \quad h=1,5\text{m (avec } L= 37,8\text{m)}$$

- Hourdis supérieur:

- le choix de $a=B/2 = 6,75\text{m}$ (avec $B = 13,5\text{m}$ la largeur utile)

- l'épaisseur de l'ourdis supérieur est comprise entre: $a/30 \leq e_s \leq a/25$

on fixe $e_s = 25\text{cm}$

- la largeur $b = (b - a)/2 = 3,375\text{m}$

- **Hourdis inférieur:**

L'épaisseur inférieur est généralement entre $18 \leq e_i \leq 3\Phi$

on fixe $e_i = 20\text{cm}$

- **Epaisseur des âmes:**

Le choix d'épaisseur des âmes dépend de celui du principe de câblage. et dépend aussi des différentes portées. pour les portées inférieures à 50m $e_a = 36\text{cm}$

$\theta = 1/20$ a $1/10$ par rapport à l'horizontale

$a = 1/2$ par rapport à la verticale

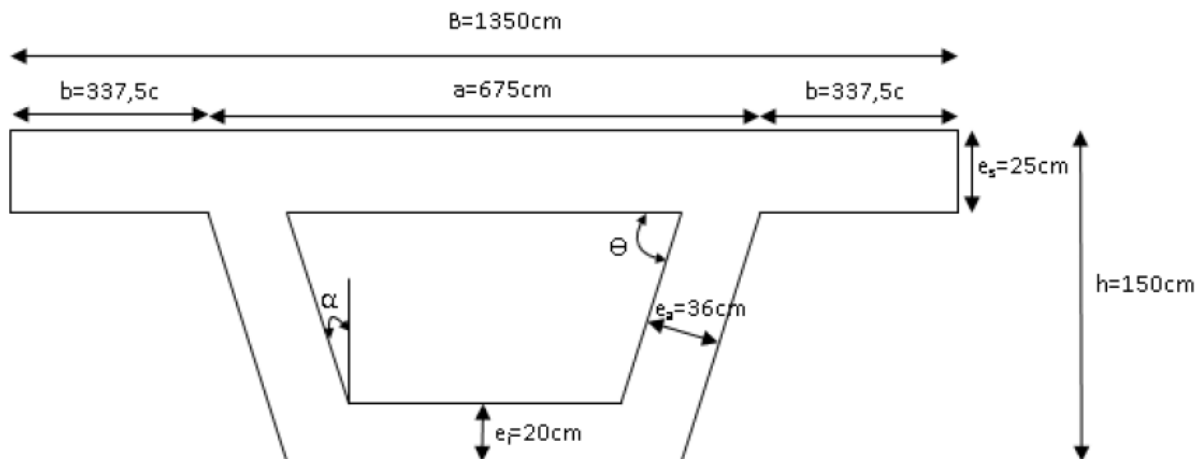


Figure II-3: coupe transversale d'une poutre caisson

II-5 Variante N°3: pont à poutre en béton armé (pont en béton armé de quatre travées de 18,9m)

Le béton armé a permis de construire par le passe de nombreux ponts de petites et moyennes portées. Les ponts à poutres ont faits l'objet d'une typification et ont été largement employés au début du lancement des travaux autoroutiers.

Le tablier de ces ouvrages est constitué de poutres en béton armé, solidarisiées par un hourdis supérieur et par des entretoises sur appuis et, éventuellement, en travée.

L'ouvrage peut-être continu ou constitué de travées indépendantes. A l'origine de sa typification, le tablier était généralement continu pour permettre d'amincir le tablier et les piles intermédiaires. Mais ce type de structure est très rigide, et très sensible aux tassements différentiels.

Le domaine d'emploi des ponts à poutres en béton armé se situe dans une gamme de portées allant de 10 à 20m.

II-5-1 pré dimensionnement de la poutre:

on opte pour un pont de quatre travées de 18,9m de longueur.

- **L'élancement de la poutre** $L/17 \leq h \leq L/15$

donc: $h=1,2m$ et $b=h/3 =0,4m$

- **Espacement entre poutre est de 1 à 2m**

donc on prend $\lambda = 1,35m$

nombre de poutres N:

$N= 10$ poutre débord de rive = $(Lu- \lambda(N-1))/2 = 0,675m$

on a: pour 10 poutres le débord = $0,675m = X/2$

la condition est vérifiée alors on opte pour $N = 10$ poutres

II-5-2 les avantages et inconvénients de la poutre:

➤ **avantage:**

Les avantages de ce type d'ouvrage sont liés à la préfabrication, qui permet notamment de:

- se dispenser de cintres et d'échafaudages.
- la préfabrication permet un gain de place dans le chantier.
- simplicité et rapidité d'exécution ce qui réduit les délais d'exécutions
- mieux maîtriser la qualité des poutres, du point de vue comportement mécanique (la qualité du béton et le ferrailage) et aussi qualité des parements et tolérances dimensionnelles
- le fonctionnement isostatique de ce type de structure, la rend insensible aux tassements différentiels des appuis et aux effets du gradient thermique.
- les ponts à poutres ne nécessitent pas beaucoup d'entretien.

➤ **Inconvénients:**

- surcoût de transport des poutres préfabriquées si le chantier est loin du site de fabrication
- la hauteur des poutres et leurs poids qui augmentent au fur et à mesure que leur portée augmente
- la pile intermédiaire se trouve dans le lit d'oued.
- nombre de piles important.

II-6 Variante N°4: Pont à poutres multiples en béton précontraint par poste tension

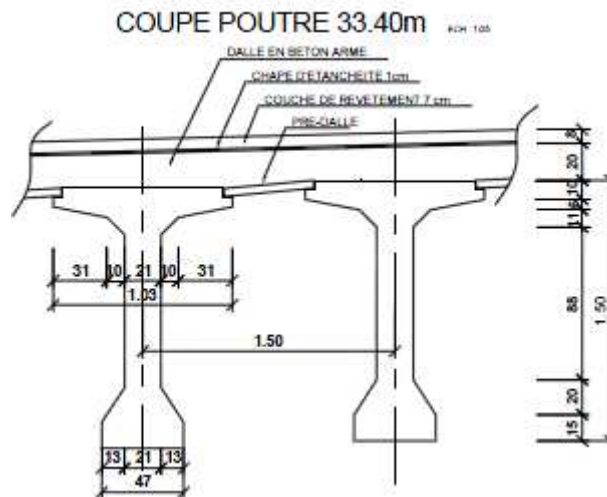


Figure II-4: coupe transversale de la poutre

La précontrainte est un traitement mécanique qui consiste à produire, dans un matériau, avant sa mise en service, des contraintes contraires à celles produites par les charges qui le solliciteront. En béton précontraint, le traitement consiste à pré comprimer certaines zones du béton pour le rendre capable de résister aux charges extérieures (à la traction).

-Pont à poutres à cinq travées: **La première 32,96ml, la deuxième 33,50ml et idem pour la troisième et la quatrième. la cinquième est de 32,94ml**

II-6-1 Pré dimensionnement de la poutre 32,96ml:

- Elancement de la poutre: $L/20 - 0,2 \leq ht \leq L/20 + 0,5 \rightarrow 1,44 \leq ht \leq 2,14$
on fixe : $ht = 1,50\text{m}$
 - La largeur de la table de compression: on fixe $b = 1,03$
 - Epaisseur de la table de compression: $10 \leq e \leq 15\text{cm}$
on fixe : $e = 11\text{cm}$
 - Largeur de talon : $40 \leq L_t \leq 60\text{cm}$
on fixe : $L_t = 45\text{cm}$
 - Epaisseur du talon est:
on fixe $e_t = 15\text{cm}$
 - Epaisseur de l'âme en travée(b_0): $18 \leq b_0 \leq 25\text{cm}$
on fixe: $b_0 = 20\text{cm}$
 - Gousset: c'est l'angle disposé pour permettre d'améliorer la section et de placer les armatures d'acier et les câbles de précontrainte. Cet angle est fixe entre: $45^\circ \leq a \leq 60^\circ$
 - Gousset du talon en travée : $a_3 = 53^\circ$, $e_3 = 20\text{cm}$
A l'appui: $e_3 = 10\text{cm}$
- Gousset de la table de compression:
- En travée: $a_1 = 12^\circ$, $e_1 = 6\text{cm}$, $A = 45^\circ$, $e_2 = 10\text{cm}$
 - A l'appui: $a_1 = 12^\circ$, $e_1 = 6\text{cm}$
 - Hourdis (la dalle) $h_0 : 20 \leq h_0 \leq 30$
- on fixe: $h_0 = 25\text{cm}$
- Nombre de poutres: le nombre de poutres est déterminé par le rapport entre la largeur et l'espacement $N = (L_a / \lambda) + 1$

L_a : est l'entraxe entre les poutres d'extérieurs et égale à 8,5

λ : est l'entraxe des poutres $1,5 \leq \lambda \leq 2,5$

donc on prend : $\lambda = 1,50$, $N = 7$ poutres

II- 6-2 Pré dimensionnement des poutres (2^{eme}, 3^{eme} et 4^{eme}) 33,50:

➤ Elancement de la poutre: $L/20 - 0,2 \leq ht \leq L/20 + 0,5 \rightarrow 1,47 \leq ht \leq 2,17$

On fixe : $ht = 1,50\text{m}$

➤ La largeur de la table de compression: on fixe $b = 1,03$

➤ Epaisseur de la table de compression: $10 \leq e \leq 15\text{cm}$

on fixe : $e = 11\text{cm}$

➤ Largeur de talon : $40 \leq L_t \leq 60\text{cm}$

on fixe : $L_t = 45\text{cm}$

➤ Epaisseur du talon et:

on fixe $e_t = 15\text{cm}$

➤ Epaisseur de l'âme en travée(b_0): $18 \leq b_0 \leq 25\text{cm}$

on fixe: $b_0 = 20\text{cm}$

Gousset de la table de compression:

- En travée: $a_1 = 12^\circ$, $e_1 = 6\text{cm}$, $A = 45^\circ$, $e_2 = 10\text{cm}$

- A l'appui: $a_1 = 12^\circ$, $e_1 = 6\text{cm}$

- Hourdis (la dalle) $h_0 : 20 \leq h_0 \leq 30$

on fixe: $h_0 = 25\text{cm}$

Nombre de poutres: le nombre de poutres est déterminé par le rapport entre la largeur et l'espacement $N = (L_a / \lambda) + 1$

L_a : est l'entraxe entre les poutres d'extérieurs et égale à 8,50

λ : est l'entraxe des poutres $1,5 \leq \lambda \leq 2,5$

donc on prend : $\lambda = 1,50$, $N = 7$ poutres

II- 6-3 Pré dimensionnement de la 5^{eme} poutre 32,94:

➤ Elancement de la poutre: $L/20 - 0,2 \leq ht \leq L/20 + 0,5 \rightarrow 1,44 \leq ht \leq 2,14$

on fixe : $ht = 1,50\text{m}$

➤ La largeur de la table de compression: on fixe $b = 1,03$

➤ Epaisseur de la table de compression: $10 \leq e \leq 15\text{cm}$

on fixe : $e = 11\text{cm}$

➤ Largeur de talon : $40 \leq L_t \leq 60\text{cm}$

on fixe : $L_t = 45\text{cm}$

➤ Epaisseur du talon est:

on fixe $e_t = 15\text{cm}$

➤ Epaisseur de l'âme en travée(b_0): $18 \leq b_0 \leq 25\text{cm}$

on fixe: $b_0 = 20\text{cm}$

➤ Gousset: c'est l'angle disposé pour permettre d'améliorer la section et de placer les armatures d'acier et les câbles de précontrainte. Cet angle est fixe entre: $45^\circ \leq a \leq 60^\circ$

➤ Gousset du talon en travée : $a_3 = 53^\circ$, $e_3 = 20\text{cm}$

A l'appui: $e_3 = 10\text{cm}$

Gousset de la table de compression:

- En travée: $a_1 = 12^\circ$, $e_1 = 6\text{cm}$, $A = 45^\circ$, $e_2 = 10\text{cm}$

- A l'appui: $a_1 = 12^\circ$, $e_1 = 6\text{cm}$

- Hourdis (la dalle) $h_0 : 20 \leq h_0 \leq 30$
on fixe: $h_0 = 25\text{cm}$

- Nombre de poutres: le nombre de poutres est déterminé par le rapport entre la largeur et l'espacement $N = (La / \lambda) + 1$

La : est l'entraxe entre les poutres d'extérieurs et égale à 8,5

λ : est l'entraxe des poutres $1,5 \leq \lambda \leq 2,5$

donc on prend : $\lambda = 1,50$, $N = 7$ poutres

II-6-4 les avantages et les inconvénients de la poutre:

- **les avantages:**

- la possibilité d'assembler des éléments préfabriqués sans échafaudages.
- la possibilité de franchir de plus grandes portées qu'avec des ouvrages en béton armé
- les armatures à haute limite élastique utilisées en béton précontraint sont moins chères à force égale que les aciers du béton armé
- Le pont à poutres en B.P ne nécessite pas beaucoup d'entretien.
- Une meilleur utilisation de la matière puisque il n'y a pas de béton inutile.
- L'effort de précontraint agissent en sens envers des charges extérieurs limites les déformées.

- **les inconvénients:**

- La nécessité da fabriqué du béton plus résistant principalement avant 28 jours.
- L'obligation d'attente que la mise en tension soit faite pour pouvoir décinturer ou décoffrer
- La nécessité de disposer d'un personnel qualifié pour la vérification de la pose des gains et câbles et pour la mise en tension des câbles.

II-7-1 Analyse multicritère:

	Pont mixte	Pont en voussoir préfabriqué	Pont a poutre en béton armée	Pont a poutre en béton précontraint
Economie	Chère	Très chère	Moins chère	Moins chère
Entretien	Très difficile	Facile	Facile	Facile
Esthétique	Mauvaise	Bonne	Moyenne	Bonne
Exécution	Facile	Difficile	Facile	Facile
Délais (chantier)	court	Long	Long	Moyen

II-7-2 critique et conclusion:

- **Pour le pont mixte:**

Les points sensibles de cette variante sont: l'économie, l'entretien et l'esthétique.

- Pour l'économie: ce cas demande la préfabrication des poutres (soudure), et le transport

-Pour l'entretien: ce sera un problème majeur pour ce type d'ouvrage, il nécessite un entretien périodique (peinture).

-Pour esthétique: mauvaise intégration par rapport au site

➤ **Pour le pont en voussoir préfabriqués:**

les points sensibles de cette variante sont: l'économie l'exécution et le délai

-pour l'économie: procédure de réalisation coûteuse

-pour l'exécution: nécessite des moyens importants et spéciaux et une main d'œuvre qualifiée

-pour le délai : délai important par rapport aux autres variantes

➤ **Pour le pont à poutres en béton armé:**

les points sensibles de cette variante sont le délai et le coût

-Pour le délai: délai moyen

-Pour le coût: coût important par rapport aux autres variantes

➤ **Pour le pont à poutres en béton précontraint:**

les six points de cette variante sont favorable

II-8 Conclusion :

La conception d'un pont résulte, le plus souvent, d'une démarche itérative dont l'objectif est l'optimisation technique et économique de l'ouvrage de franchissement projeté vis-à-vis de l'ensemble des contraintes naturelles et fonctionnelles imposées, toute en intégrant un certain nombre d'exigences de durabilité et de qualité architecturale.

Après avoir recensé l'ensemble des données relatives a notre ouvrage, il est important d'examiner la marge disponible sur ces données, ce qui permet de mettre en évidence les contraintes qui ressortent de cette analyse.

Le choix de la solution (pont à poutres multiples en béton précontraint) résulte de critères techniques et économiques intégrant les possibilités d'implantation des appuis et d'adaptation des structures des tabliers, le mode de construction, les dispositions facilitant la gestion ou la maintenance de l'ouvrage.

Donc, parmi les quatre solutions proposées nous en venons à choisir la variante N°04 (pont a poutres multiples en béton précontraint), qui est l'objet de notre étude

A decorative frame resembling a scroll, with a vertical bar on the left side and a small circular detail at the top right corner. The text is centered within the frame.

CHAPITRE III : PREDIMENSIONNEMENT

III-1 Introduction:

Une fois effectués les choix fondamentaux de la conception dictés par les conditions locales et par l'expérience d'ouvrages similaires, il reste à déterminer les principales cotes de coffrage des poutres. Pour des conditions de résistance et de rendement, la section doit être mince et ce afin d'augmenter la rigidité flexionnelle de la poutre. Pour cela on choisit une section en I avec un espacement (entraxe des poutres) très réduits pour éviter l'emploi de la pré-dalle à grandes largeurs ce qui influe sur l'épaisseur de la table de compression:

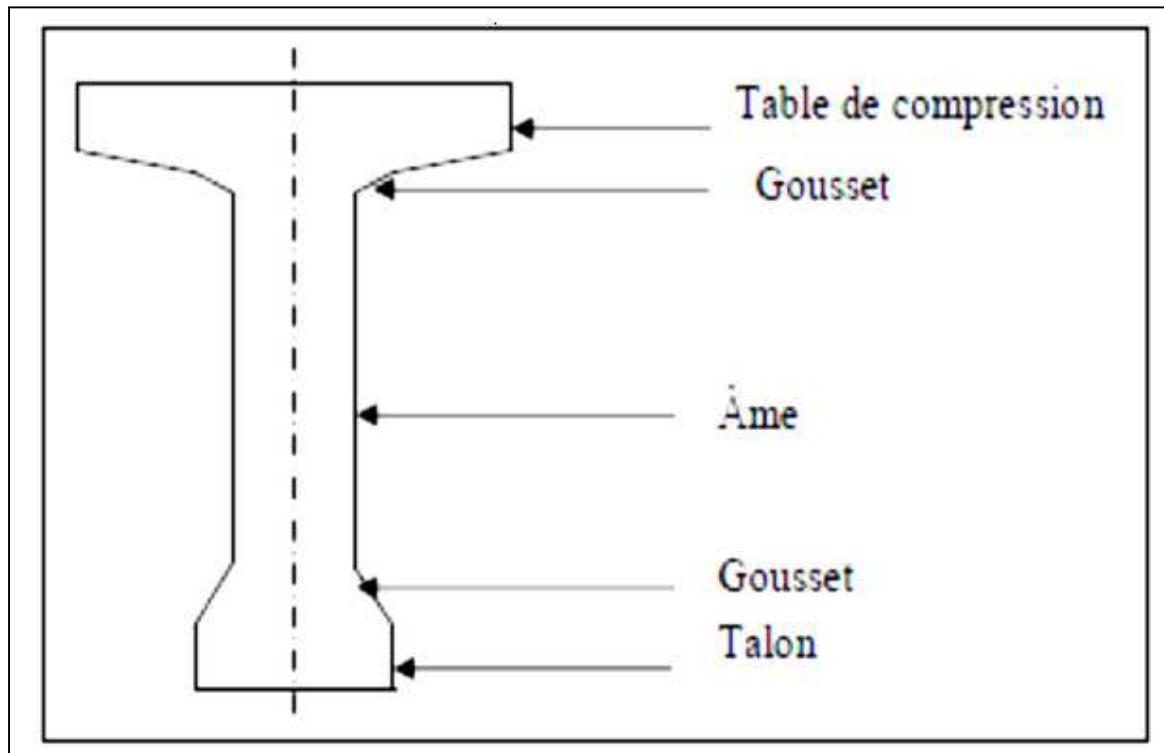


Figure III-1 coupe transversale d'une poutre

III-2 Dimensionnement des éléments du tablier:

III-2-1 Les poutres:

Une poutre est une pièce de forme allongée en bois, en métal, ou en béton armé ou précontraint. En partie courante la section de la poutre est constante. Néanmoins un certain nombre d'adaptations géométriques sont habituellement nécessaires: d'une part, les âmes comportent souvent des épaisissements à proximité des appuis pour s'adapter à l'intensité de l'effort tranchant; d'autre part, des renforcements de la zone d'about sont nécessaires pour assurer une bonne diffusion de l'effort de précontrainte.

Selon le GUIDE DE CONCEPTION [VIPP page 50]

A/ L'espacement entre axes des poutres: (λ)

L'espacement des poutres en section transversale résulte d'une optimisation entre les poutres plutôt légères et rapprochées; nécessitant de nombreuses manutentions et, des poutres plus lourdes mais plus espacées. Comme nous avons envisagé l'emploi des poutres en section **I**, la largeur de la table de compression est l'égerment inférieure à celle du talon, ce qui nous laisse choisir l'espacement entre- axes des poutres: $1,5 \leq \lambda \leq 2,5$

donc on fixe l'espacement $\lambda = 1,50$

B/ Nombre de poutre:

le nombre des poutres est déterminé par: $N = (La / \lambda) + 1$

La: est la distance entre appui de rive = 08,50

on fixe l'espacement $\lambda = 1,50\text{m}$

$N = (08,50 / 1,50) + 1 = 7$ poutres

$N = 7$ poutres

C/ hauteur de la poutre:

la hauteur de la poutre de pont dont la portée dépasse ou égale à 20m ($L \geq 20\text{m}$) est donnée par la condition suivante:

$$L/20 - 0,2 \leq H_p \leq L/20 + 0,5$$

pour $L = 33,40$ on aura: $1,08 \leq H_p \leq 1,78$

on prend: $H_p = 1,50\text{m}$

C/ membrure supérieure (table de compression) b:

La largeur **b** de la dalle de compression doit être suffisante pour assurer la stabilité des poutres au déversement latéral et, elle est conditionnée par la largeur du hourdis. elle est donnée par la relation suivante:

$$0,6 H_p \leq b \leq 0,7 H_p \quad \text{VIPP page 54}$$

Alors: $0,9 \leq b \leq 1,05\text{m}$

On prend:

$$b = 1,03$$

➤ Remarque:

dans ce cas, des prés-dalle sont nécessaires pour le coffrage du hourdis.

on prévoit des goussets qui jouent un triple rôle:

- -faciliter la mise en œuvre du béton
- -assurer l'encastrement physique de la table à l'âme.
- -permettre de loger les ancrages des câbles.

D/ Epaisseur de l'âme (b_0):➤ **section médiane:**

L'âme doit assurer la résistance à l'effort tranchant et faciliter la bonne mise en place du béton.

Son épaisseur est donnée par la formule suivante: $b_0 \geq (H_p / 36) + 6 + \Phi_{ext \cdot gaine}$
 $b_0 \geq (150 / 36) + 6 + 8,8 \rightarrow b_0 \geq 16,76 \text{cm}$

On prend:

$$b_0 = 21 \text{cm}$$

➤ **Section d'about:**

L'épaisseur de l'âme b_0 est imposée par les plaques de répartitions sur lesquelles s'appuie le socle du vérin lors de la mise en tension des câbles. Elle donnée par la formule suivante:

$$b_0 \geq a + 10$$

avec:

a: largeur de la plaque d'ancrage ($a = 24 \text{cm}$)

donc:

$$b_0 = 35 \text{cm}$$

E/ Talon:

Il constitue la fibre inférieure de la poutre, il permet de loger les câbles de précontraintes en section médiane. Il est dimensionné de telle sorte que le béton ne risque pas d'écaler sous la poussée au vide des armatures.

Sa largeur b_t est comprise entre 40 et 70cm

En prend: $b_t = 44 \text{cm}$

Sa hauteur « h_t » est comprise entre 10cm et 20cm, pour permettre un bon bétonnage.

On prend: $h_t = 15 \text{cm}$

Le gousset de jonction entre le talon et l'âme, doit avoir une pente suffisante pour assurer un bétonnage correcte du talon, cette pente doit satisfaire l'expression:

$$1 \leq \text{tg}\varphi = \frac{2 - h_g}{b_t - b_0} \leq 3/2$$

Avec: h_g : hauteur du gousset

➤ pour la poutre médiane on aura:

$$\frac{bt - b_0}{2} \leq hg \leq \frac{3}{2} \frac{bt - b_0}{2}$$

$$\frac{50 - 22}{2} \leq hg \leq \frac{3}{2} \frac{50 - 22}{2}$$

$$14 \leq hg \leq 21$$

On prend: $hg = 20\text{cm}$

pour la poutre d'about on aura:

$$\frac{50-36}{2} \leq hg \leq \frac{3}{2} \frac{50-36}{2}$$

$$7\text{cm} \leq hg \leq 10,5$$

On prend hg pour la poutre d'about égale : $hg = 9\text{cm}$

➤ **E/ goussets:**

Cet angle est disposé pour permettre d'améliorer la section et de placer les armatures d'acier et les câbles de précontrainte. Cet angle est fixe entre: $45^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$

• **gousset de la table de compression:**

en travée: $a_1=12^\circ \Rightarrow e_1=6\text{cm}$

$$a_2=12^\circ \Rightarrow e_2=6\text{cm}$$

A l'appui : $a_1=12^\circ \Rightarrow e_1=6\text{cm}$

II-2 Epaisseur du hourdis:

L'épaisseur du hourdis dépend des trois paramètres suivants:

- portée transversale du hourdis liée à l'espacement entre axes des poutres.
- existence ou non d'entretoises intermédiaires.
- fonctionnement transversal du tablier (B.P ou B.A).

Dans notre cas, le hourdis est en béton armé, sans entretoises intermédiaires (donc joue le rôle d'entretoisement transversal) et sert comme une dalle de couverture.

$$h \geq \frac{a}{15}$$

avec: $a=1,41$ espacement entre axes des poutres

$h \geq 9,33\text{cm}$, on prend: $h=20\text{cm}$

III-3 caractéristiques géométriques des poutres:

➤ Notation utilisées:

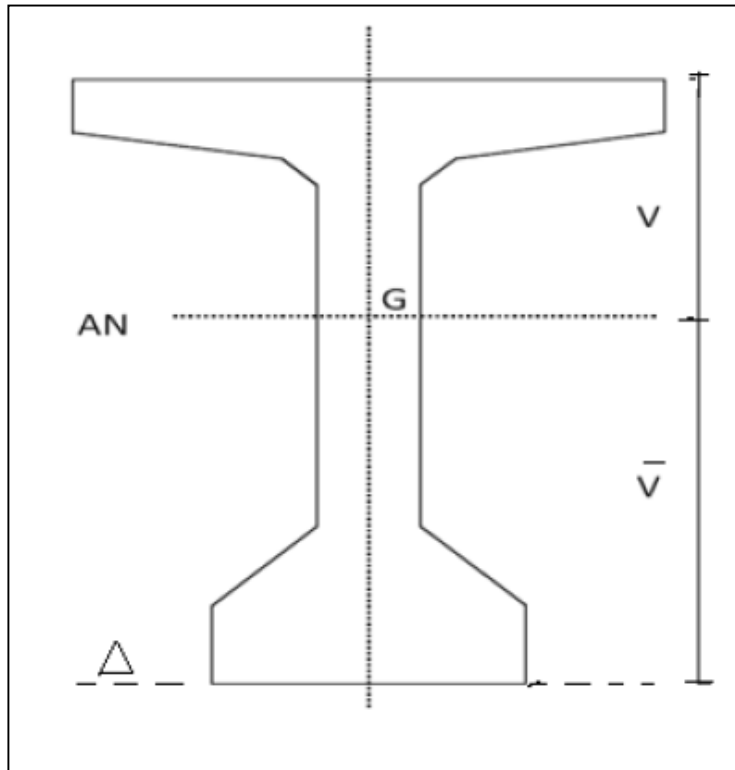


figure III-2 Notation utilisées

Z : bras de levier de la poutre considérée par rapport à l'axe (Δ)

I_{Δ} : moment d'inertie de la section considérée par rapport à l'axe (Δ)

$$I_{\Delta} = S_{\Delta} \times Z'$$

I_G : moment d'inertie de la section considérée par rapport à l'axe neutre.

B: section totale de la poutre.

$$I_G = I_{\Delta} - \frac{S_{\Delta}^2}{B}$$

r: Rayon de giration

$$r^2 = I_G / B$$

ρ : rendement géométriques de la section:

$$\rho = \frac{I_g}{B \cdot V \cdot V'} = \frac{r^2}{V \cdot V'}$$

avec V et V' distance de l'axe neutre aux deux extrémités de la poutres:

$$V = h_t - V'$$

$$V' = S_{\Delta} / B$$

S_{Δ} : moment statique de la section considérée par rapport à l'axe (Δ)

Avec:

$$S_{\Delta} = B \times Z$$

$Z = Z [1 + (h^2 / 12xZ^2)]$ section rectangulaire

$Z = Z [1 + (h^2 / 18xZ^2)]$ section triangulaire.

Avec:

h: hauteur de la section considérée

Remarque: dans ce qui suit, l'axe (Δ) passe par la fibre inferieure de la section.

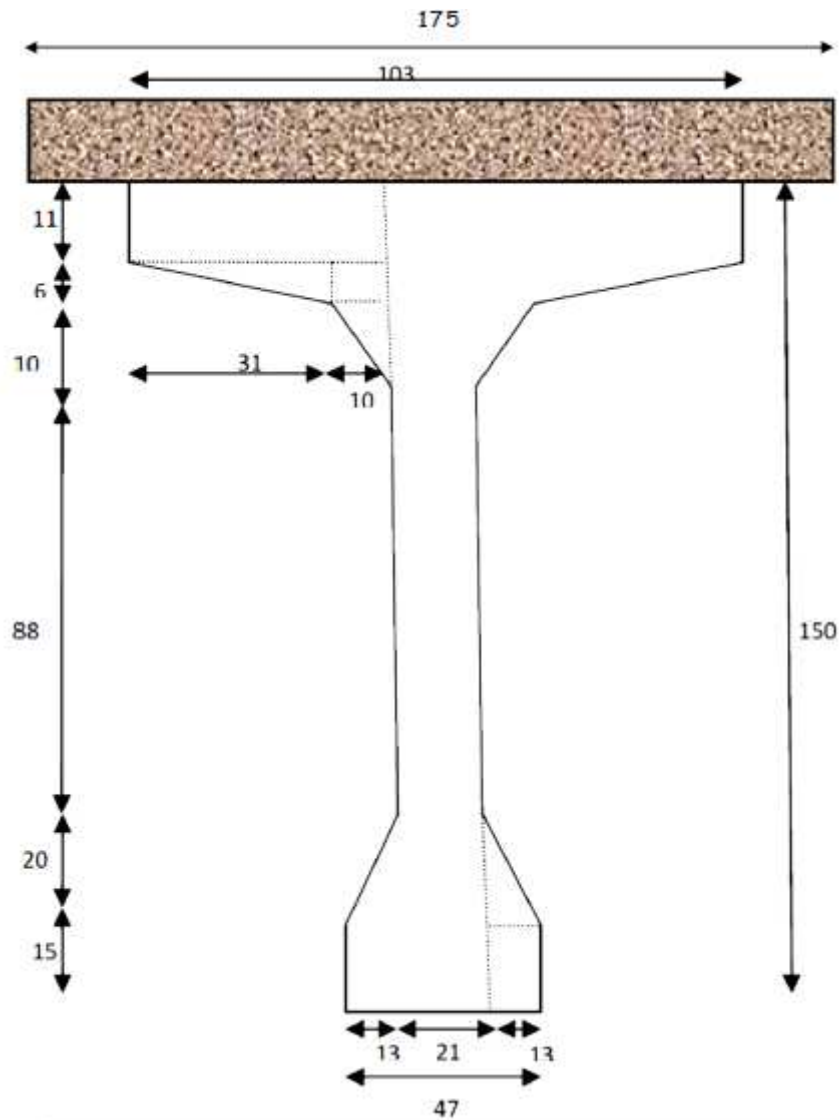


Figure III-3: section médiane de la poutre préfabriquée

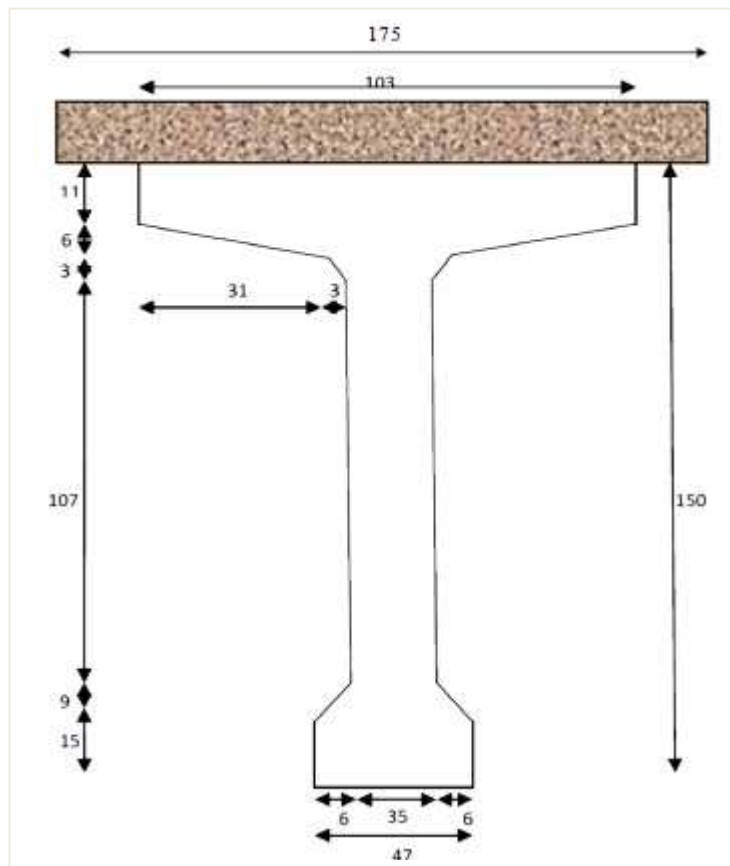


Figure III-4: section d'about de la poutre préfabriquée

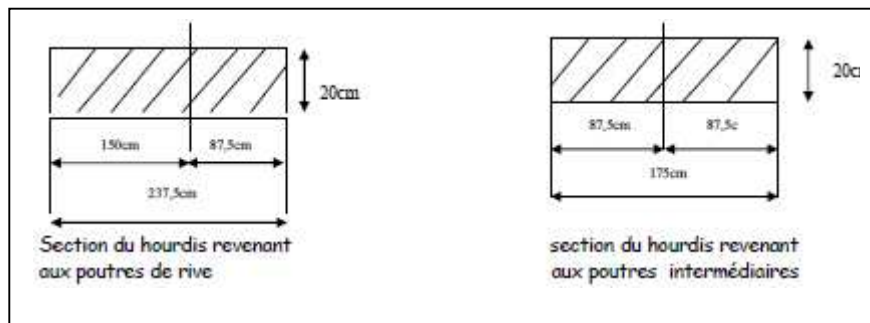


Figure III-5: section du hourdis

III-4 Caractéristiques géométriques des sections brutes:

A/ Poutres sans hourdis:

➤ Section médiane:

désignation	Dimensions cm	B(cm ²)	Z(cm)	S _Δ (cm ³)	Z'(cm)	I _Δ (cm ⁴)
1	103x11	1 133,00	144,50	163 718,50	144,57	23 668 747,67
2	2x[(31x6)/2]	186,00	137,00	25 482,00	137,01	3 491 220,00
3	2x(10x6)	120,00	136,00	16 320,00	136,02	2 219 700,00
4	2x[(10x10)/2]	100,00	129,67	12 967,00	129,71	1 681 708,67
5	21x124	2 604,00	77,00	200 508,00	93,64	18 775 708,00
6	2x[(20x13)/2]	260,00	21,67	5 634,20	22,70	124 982,00
7	47x15	705,00	7,50	5 287,50	10,0	52 875,00
TOTAL		5 108,00		429 917,20		50 014 941,34

I _G (cm ⁴)	V	V	r ²	ρ(%)
1 383 759,89	84,17	65,83	2 707,67	48,87

➤ Section d'about:

désignation	Dimensions cm	B(cm ²)	Z(cm)	S _Δ (cm ³)	Z'(cm)	I _Δ (cm ⁴)
1	103x11	1 133,00	144,50	163 718,50	144,57	23 668 747,67
2	2x[(31x6)/2]	186,00	137,00	25 482,00	137,01	3 491 220,00
3	2x(3x6)	36,00	136,00	4 896,00	136,02	665 910,00
4	2x[(3x3)/2]	9,00	132,00	1 188,00	132,00	156 818,25
5	35x124	4 340,00	77,00	334 180,00	93,64	31 292 846,67
6	2x[(6x9)/2]	54,00	18,00	972,00	18,25	17 617,50
7	47x15	705,00	7,50	5 287,50	10,00	52 875,00
TOTAL		6 463,00		535 724,00		59 346 035,08

I _G (cm ⁴)	V	V	r ²	ρ(%)
14 939 381,18	82,89	67,11	2 311,52	41,55

B/Poutres avec hourdis:

Poutre intermédiaire:

	désignation	dimension	B(cm)	Z(cm)	S _Δ (cm ³)	Z'(cm)	I _Δ (cm ⁴)
Section médiane	Poutre	/	5 108,00	84,17	429 940,36	/	50 014 941,34
	Hourdis	175x20	3 500,00	160,00	560 000,00	160,21	89 716 666,67
	Poutre+hourdis	/	8 608,00	/	989 940,36	/	139 731 608,00
Section d'about	Poutre	/	6 463,00	82,89	535 718,07	/	59 346 035,08
	Hourdis	175x20	3 500,00	160,00	560 000,00	160,21	89 716 666,67
	Poutre+hourdis	/	9 963,00	/	1 095 718,07	/	149 062 701,75

	$I_G(\text{cm}^4)$	V^{\wedge}	V	r^2	$\rho(\%)$
Section médiane	25 886 125,16	115,00	55,00	3 007,22	47,55
Section d'about	28 557 021,84	109,98	60,02	2 866,31	43,42

➤ Poutre de rive:

	désignation	dimension	B(cm)	Z(cm)	$S_{\Delta}(\text{cm}^3)$	$Z^{\wedge}(\text{cm})$	$I_{\Delta}(\text{cm}^4)$
Section médiane	Poutre	/	5 108,00	84,17	429 940,36	/	50 014 941,34
	Hourdis	237,5x20	4 750,00	160,00	760 000,00	160,21	121 758 333,33
	Poutre+hourdis	/	9 858,00	/	1 189 940,36	/	171 773 274,67
Section d'about	Poutre	/	6 463,00	82,89	535 718,07	/	59 346 035,08
	Hourdis	237,5x20	4 750,00	160,00	760 000,00	160,21	121 758 333,33
	Poutre+hourdis	/	11 213,00	/	1 295 718,07	/	181 104 368,42

	$I_G(\text{cm}^4)$	V^{\wedge}	V	r^2	$\rho(\%)$
Section médiane	28 137 845,54	120,71	49,29	2854,32	47,97
Section d'about	31 776 683,59	155,55	54,45	2798,33	44,48

III-5 section géométrique des sections nettes:

les caractéristiques des sections nettes sont déduites des caractéristique des sections brutes en considérant que les trous des armatures (câbles) longitudinaux ne participent pas à la résistance même s'ils seront remplis avec mortier injecté.

cette déduction peut se faire d'une façon forfaitaire:

5% de la section brute	→	$B_{\text{nette}}=0,95 B_{\text{brute}}$
10% du moment d'inertie	→	$I_{\text{nette}}=0,90 I_{\text{brute}}$
8% du moment statique	→	$S_{\text{nette}}= 0,92 S_{\text{brute}}$

	Poutre seul		Poutre +hourdis			
	De rive et intermédiaire		intermédiaire		De rive	
	médiane	D'about	médiane	D'about	médiane	D'about
B(cm ²)	4 852,60	6 139,85	8 177,60	9 464,85	9 365,10	10 652,35
$S_{\Delta}(\text{cm}^3)$	395 523,82	492 866,08	910 745,13	10 080 060,62	1 094 745,13	1 920 060,62
$I_G(\text{cm}^4)$	12 447 683,90	13 445 443,06	23 975 512,64	25 701 319,66	25 324 060,99	28 239 915,23
$V^{\wedge}(\text{cm})$	81,51	80,27	111,37	106,51	116,90	11,91
V(cm)	68,49	69,73	63,63	68,49	58,10	58,09
$r^2(\text{cm}^2)$	2 565,16	2 189,87	2848,94	2 715,45	2 704,09	2 651,05
$\rho(\%)$	45,95	39,12	43,63	40,15	43,56	40,78

Caractéristiques géométrique des sections nettes

A decorative frame resembling a scroll, with a vertical bar on the left side and a small circular detail at the top right corner. The text is centered within the frame.

**CHAPITRE IV :
CALCUL DES CHARGES ET
SURCHARGES**

IV-1 Introduction:

Dans ce chapitre on va calculer les charges et les surcharges que le pont doit supporter, car il a une fonction porteuse. Les actions appliquées à un ouvrage peuvent être permanentes ou variable.

Les actions permanentes comprennent:

- **le poids des éléments porteurs:** (poutres et dalle)
- **les poids des éléments non porteurs:** dont l'existence est imposée par la fonction de l'ouvrage (trottoirs, corniche, garde-corps, glissières revêtement).

Les actions variable, de leur côté, comprennent:

- **les charges d'exploitation:** elles sont définies souvent par un règlement dans le cas d'un pont routier(fascicule 61 titre II),ces charges peuvent aussi être définies par la fonction de l'ouvrage, elles doivent alors comporter une marge, afin de permettre ultérieurement des modifications éventuelles des conditions d'exploitation; l'expérience montre en effet que, lorsqu'un ouvrage a été conçu de façon à satisfaire strictement les conditions prévues, tout changement de celles-ci impose des renforcements très onéreux des structures porteuses.
- **les charges climatiques:** essentiellement vent et températures.
- **les actions accidentelles:** telles que le choc d'un bateau ou d'un véhicule sur une pile de pont ou l'effet d'un séisme; la prise en compte de l'action des séismes est définie par un règlement parasismique algérien (RPA99).
L'achèvement de ce travail nous conduira à effectuer le calcul à la rupture selon l'ensemble des actions et la prise en compte de leurs différentes combinaisons pour la vérification de la stabilité des ouvrages.

IV-2 Calcul des charges:

Les charges permanentes comprennent le poids propre de la structure porteuse, les éléments non porteurs et des installations fixes.

- **les éléments porteurs:** ces charges concernent le tablier seul (charges permanent).
- **les éléments non porteurs :** tels que le revêtement, la chape, trottoirs, corniches, garde-corps, glissières de sécurité (compléments des charges permanentes).

IV-2-1 calcul des charges permanentes (CP):

IV-2-1-1-les poutres:

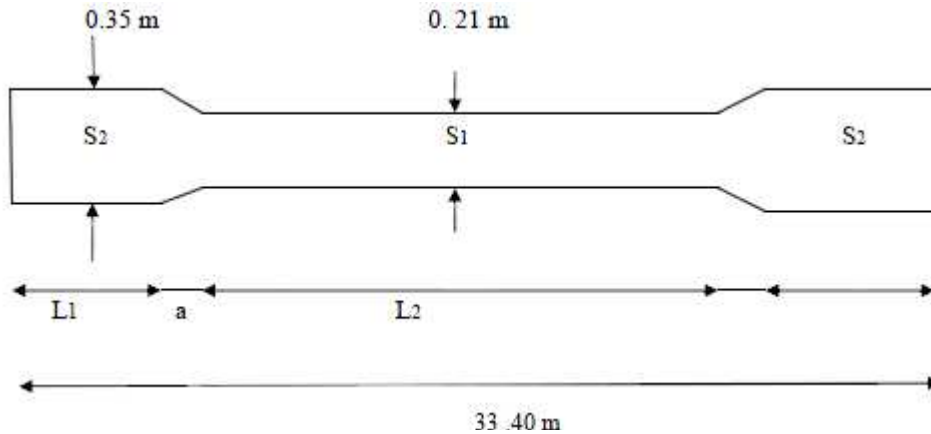


Figure IV -1: coupe longitudinale de l'âme de la poutre

avec:

L_1 : longueur de la section médiane; $L_1 = \frac{L}{4} = 8,35$

a : longueur du gousset qui doit avoir une inclinaison de 45° ; $a = \frac{35-21}{2} = 7$ cm

L_2 : longueur de la section d'about; $L_2 = L-2(L_1+a) = 33,40-2(8,35+0,07)=16,56$ m

S_1 : section médiane au niveau de l'âme; $S_1=5108\text{cm}^2$

S_2 : section d'about au niveau de l'âme; $S_2=6426\text{cm}^2$

section équivalente de la poutre : S_{eq}

$$S_{ep} = \frac{1}{L} [2x(L_1S_1 + \frac{S_1+S_2}{2} a) + L_2S_2]$$

$$S_{eq} = \frac{1}{33,4} [2x(8,35x0,5108 + \frac{0,6426+0,5108}{2} 0,07) + 16,56x0,6426]$$

$$S_{eq} = 0,5769$$

le poids propre de la poutre: P_p

$$P_p = \rho x S_{eq}$$

$$P_p = 2,5 x 0,5769$$

$$P_p = 1,4424 \text{ t/ml}$$

Le poids de toutes les poutres:

$$P_t = 1,4424 x 7 = 10,0968 \text{ t/ml}$$

IV-2-1-2-Poids du Hourdis:

- Le poids de la section qui revient à la poutre intermédiaire est:

$$P_i = 0,20 \times 1,75 \times 2,5 = 0,875 \text{ t/ml}$$

- Le poids de la section qui revient à la poutre de rive est:

$$P_r = 0,20 \times 2,375 \times 2,5 = 1,1875 \text{ t/ml}$$

$$\text{Poids propre du hourdis } P_h = 2x1,187+5x0,875= 4,375\text{t/ml}$$

IV-2-2- calcul du complément des charges permanentes (CCP):

- la chaussée
- les trottoirs
- les entretoises
- la corniche
- les glissières de sécurité

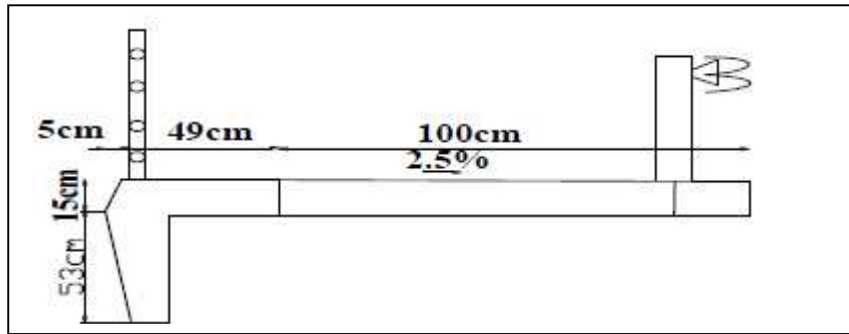


Figure IV-2: détail du trottoir

a/ poids de la chaussée:

Elle est constituée d'une couche de revêtement bitumineux de 08 cm d'épaisseur de densité $2,2 \text{ t/m}^3$

- poutre intermédiaires:

revêtement bitumineux: $P_i = 2,2 \times 0,08 \times 1,75 = 0,308 \text{ t/ml}$

- poutre de rive:

revêtement bitumineux: $P_r = 2,2 \times 0,08 \times 2,375 = 0,418 \text{ t/ml}$

b/Poids du trottoir:

- Poids du Garde Corps est de 0.1 t/ml

- Poids de la Corniche est de $0,3162 \times 2,5 = 0,7905 \text{ t/ml}$

donc Poids du trottoir est de $P_t = 0.8905 \text{ t/ml}$

Charges permanentes	Poutres de rive (t / ml)	Poutres intermédiaires (t / ml)
Poutre seule	1,4424	1,4424
Hourdis	1,1875	0,875
Chaussée	0,418	0,308
Trottoir	0.8905	/
total	3,9384	2,6254

Tableau IV-N°1: Récapitulatif Des Charges Permanentes

Poids total du tablier/ml: $g_T = 2 \times 3,9384 + 5 \times 2,6254 = 21,0038 \text{ t/ml}$

Poids total du tablier: $G_T = 21,0038 \times 33,40 = 701,52692 \text{ t}$

IV-3- Surcharges:

IV-3-1- Caractéristique du pont:

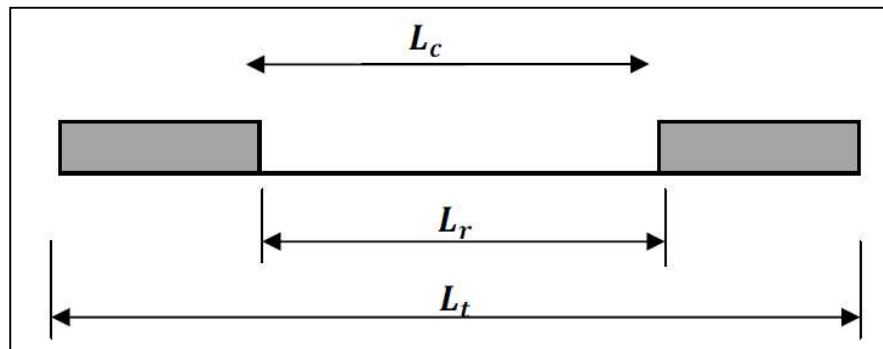


Figure IV-3: Représentation De La Largeur Roulable

- Largeur total..... $L_T= 11,25m$
- Largeur roulable $L_r = 8,5m$
- Largeur chargeable..... 02 voies de 8,50m chacune, donc $L_c = 8,50m$ [Art 2-1 CPC]
- Nombre de voies (N):

$$N = E\left[\frac{L_c}{3}\right] = E\left[\frac{8,5}{3}\right] = 2,83 \quad \text{donc } N= 02 \text{ voies}$$

- Largeur réelle d'une voie (v):

$$v = \frac{L_c}{N} = \frac{8,5}{2} = 4,25m$$

- Classe du pont: [Art 3 CPC]

$$L_r \geq 7,00m \quad \Leftrightarrow \text{Pont de 1}^{\text{er}} \text{ classe}$$

$$5,00m < L_r < 7,00m \quad \Leftrightarrow \text{Pont de 2}^{\text{ème}} \text{ classe}$$

$$L_r \leq 5,50 \quad \Leftrightarrow \text{Pont de 3}^{\text{ème}} \text{ classe}$$

dans notre cas nous avons $L_r = 8,50$; Alors on déduit que notre pont est de 1^{er} classe

IV-3-2-surcharge de chaussée :

IV-3-2-1 Système de charge (A):

$$A = a_1 \times a_2 \times A(L)$$

Avec:

$$A(L) = 230 + \frac{36000}{L+12} = 230 + \frac{36000}{33,4+12} = 1022,95 \text{ kg/m}^2$$

a_1 : coefficient de la classe du pont et du nombre de voies chargées

Nombre de voies	1	2	3	4	≥ 5
1 ^{ère} classe	1	1	0,9	0,75	0,7
2 ^{ème} classe	1	0,9	/	/	/
3 ^{ème} classe	0,9	0,8	/	/	/

Tableau IV-N°2: Coefficient De Dégressivité Transversale De La Charge

soit: $a_1=1$ (1^{er} Classe- 2voies)

$$a_2 = \frac{V_0}{V} \quad \text{avec } V_0=3.5 \text{ (pont de 1^{er} Classe)}$$

V: largeur réelle d'une voie $\Leftrightarrow V= 4,00\text{m}$

$$\text{d'où: } a_2 = \frac{3,50}{4,00} = 0.875 \quad a_2 = 0,875$$

Alors: $A = 1 \times 0,875 \times 1022,95 = 895,08 \text{ kg/m}^2$

IV-3-2-1 Système de charge (B):

Il existe trois types de surcharges « B », on étudie chacun indépendamment.

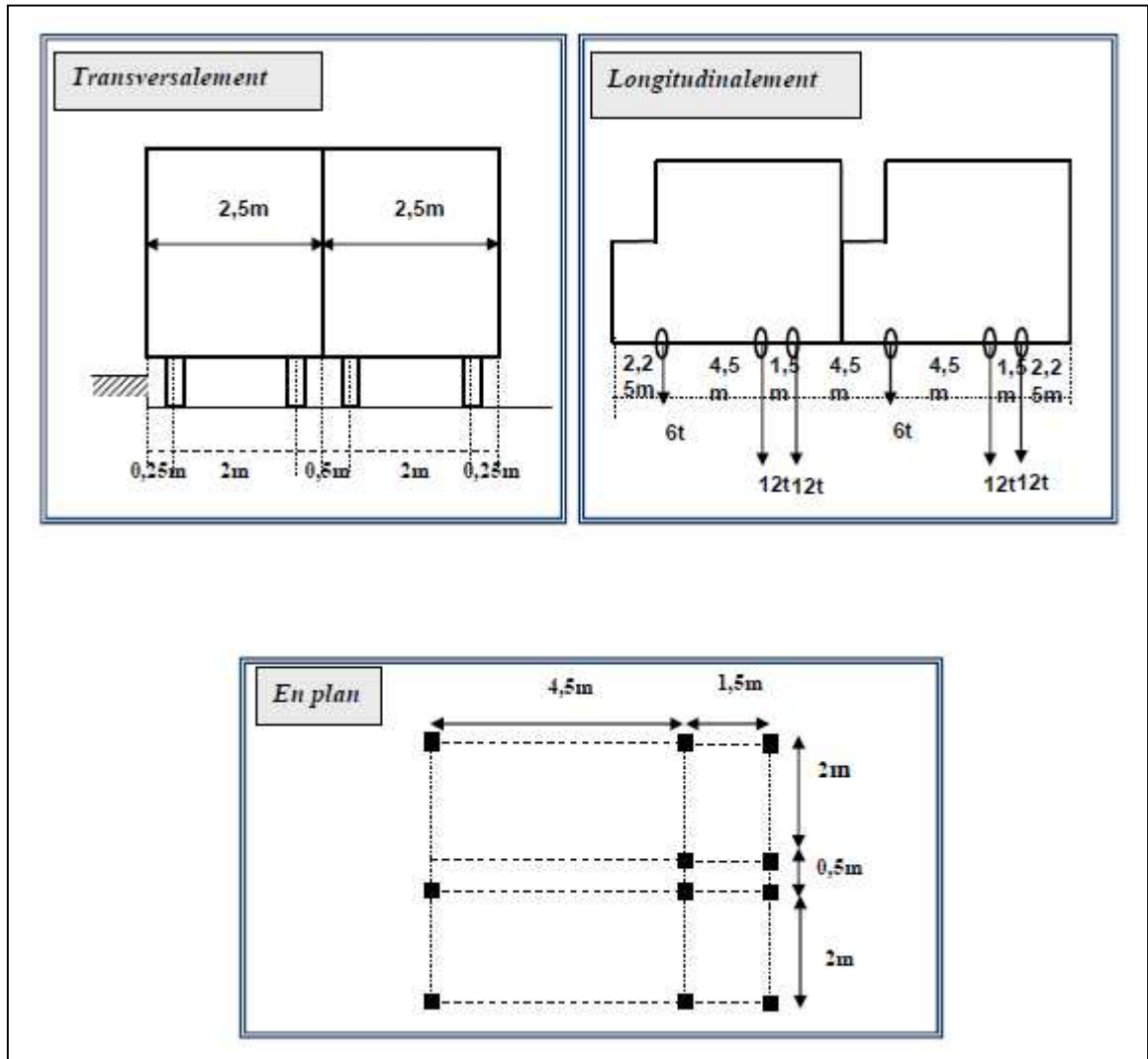
IV-3-2-1-1 Système (B_c):

Camion à trois essieux, tous à roues simples munies de pneumatique, dans ce système, on applique un coefficient « bc ». On dispose d'autant de camions que de voies de circulation. Dans le sens longitudinal, on dispose de deux camions par file, orientés dans le même sens.

désignation	valeurs	unité
Masse total	30	t
Masse portée par chacun des essieux arrière	12	t
Masse portée par l'essieu avant	6	t
Longueur d'encombrement	10,5	m
Largeur d'encombrement	2,5	m
Distance des essieux arrière	1,5	m
Distance de l'essieu avant au premier essieu arrière	4,5	m
Distance d'axe en axe des deux roues d'un essieu	2	m
Surface d'impacte d'une roue arrière	Carré de 0,5m de côté	m
Surface d'impact d'une roue avant	Carré de 0,20m de côté	m

Tableau IV-N°2: caractéristique du système B_c

Ces caractéristiques sont résumées sur la figure suivante:



En fonction de la classe du pont et du nombre de files considérées, la valeur des charges du système B_c prise en compte est multipliée par le coefficient b_c , donné dans le tableau suivant:

Nombre de file considérées	1	2	3	4	≥ 5	
Classe du pont	1	1,20	1,10	0,95	0,80	0,70
	2	1,00	1,00	/	/	/
	3	1,00	0,80	/	/	/

Tableau IV N°3: Variation Du Coefficient B_c

Alors: $b_c = 1,10$ (1^{er} classe et 2voies)

S: surcharge B_c maximale multiplié au préalable par b_c

$$S_{B_c} = 30 \times 2 \times 2 \times 1,10 = 132t$$

IV-3-2-1-2 Système (B_t):

Il se compose de groupe de deux essieux appelés: Essieux tandems. Les essieux sont a roues simples et munies de pneumatiques. La surface d'impacte de chaque roue (portant 80 KN) sur la chaussée est rectangle uniformément charge dont le cote transversal mesure 0,60m, et le cote longitudinal 0,25m.

désignation	valeur	Unité
Masse portée par chaque essieu	16	t
Distance des deux essieux	1,35	m
Distance d'axe en axe des deux roues d'un essieu	2	m

Tableau IV-N°4: Caractéristique Du Système B_t

La figure ci-dessous résume les caractéristiques mentionnées dans le tableau précédent:

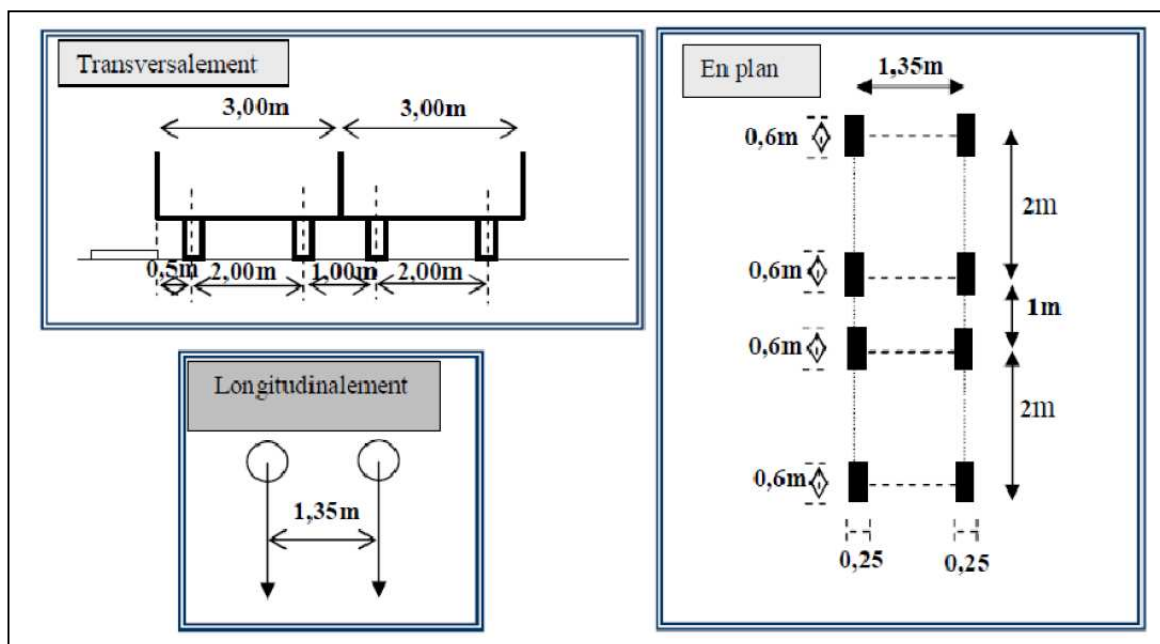


Figure IV N°05: Caractéristique Du Système B_t

Pour les Ponts comportant une seule voie, on dispose d'un seul tandem ; et pour les ponts comportant deux ou plus de deux voies, on dispose au maximum deux tandems.

Alors: $S_{BT} = 32 \times 2 = 64t$ $S_{Bt} = 64t$

IV-3-2-1-3 Système (B_r):

le système B_r se compose d'une roue isolée transmettant un effort de 10t à travers une surface d'impact rectangulaire de 0,6x0,30m, qui peut être placé n'importe où sur la largeur roulable pour avoir le cas le plus défavorable.

Alors : $S_{Br} = 10t$

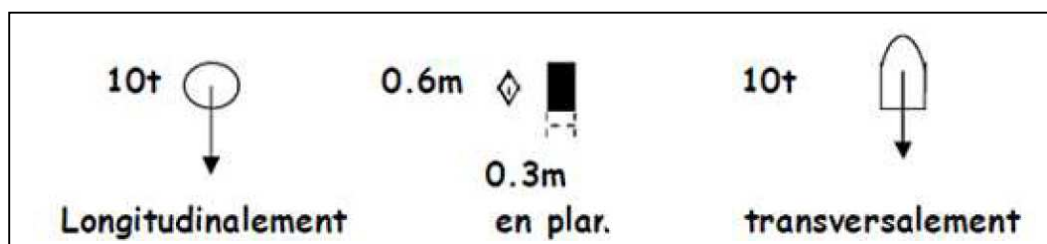


Figure IV N°06: Système B_r

IV-3-3 Surcharge militaire:

les convois militaires se repartissent en deux classes, M_{80} et M_{120}

IV-3-3-1 CONVOI M_{80} :

- M_{c80} : comporte deux chenilles avec une charge totale de 720KN
- M_{e80} : comporte deux essieux avec une charge de 440 KN

IV-3-3-2 CONVOI M_{120} :

- M_{c120} : comporte deux chenilles avec une charge total de 1100KN
- M_{e120} : comporte deux essieux avec une charge de 660KN

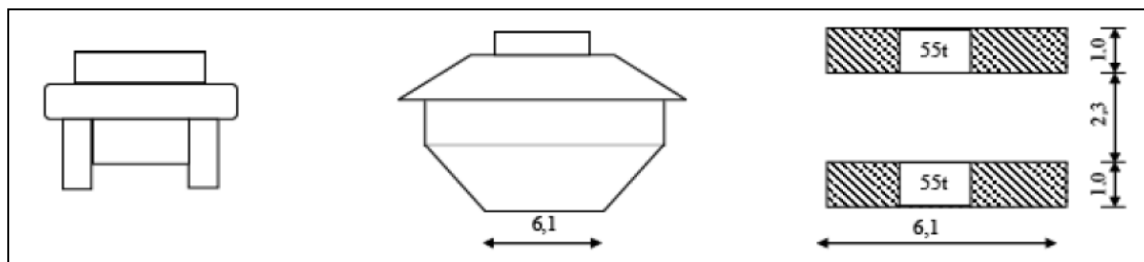


Figure Iv N° 07: Système M_{c120}

IV-3-4- Surcharge Exceptionnelles:

convoi type (D): comporte deux remorque avec une charge de 1400KN chacune;

$Q_D=2800KN$

convoi type (E): comporte deux remorque avec une charge de 2000KN chacune;

$Q_E= 4000KN$



Figure IV N° 08: Système D240

La surface d'impacte est un rectangle de 3,30m x 15cm de long, et on considère un seul convoi quelque soit la largeur et la longueur du pont.

Pour les surcharges exceptionnelles, il n'y a pas d'effet de freinage, ni de force centrifuge, donc pas de majoration dynamique.

IV-3-4-Surcharges sur les trottoirs:

-150 Kg/m² pour la flexion longitudinale
 -450 Kg/m² pour la flexion locale
 -Un trottoir chargé : $P_1 = 0,15 \times 1,00 = 0,15 \text{ t/ml}$.

Deux trottoirs chargés : $P_2 = 2 \times 0,15 \times 1,00 = 0,30 \text{ t/ml}$

IV-4- coefficient de majoration dynamique:

Les surcharges des système et sont majorés. Le coefficient de majoration dynamique est donne comme suit :

$$\delta = 1 + \frac{0,4}{1+0,2L} + \frac{0,6}{1+4P/S}$$

avec: L : Longueur de l'élément.
 P : Charge permanente.
 S : Surcharge.

Dans le cas d'une dalle, on calcul « L₁ » telle que : L₁ = max (Lr ; e (appui de rive)).

—————> $L_1 = \max (8,00 ; 9,10) = 9,10\text{m}$.

avec:

$$L = \min (L_1 ; \text{portée de la travée}) = (9,10 ; 30,20) = 9,10\text{m}$$

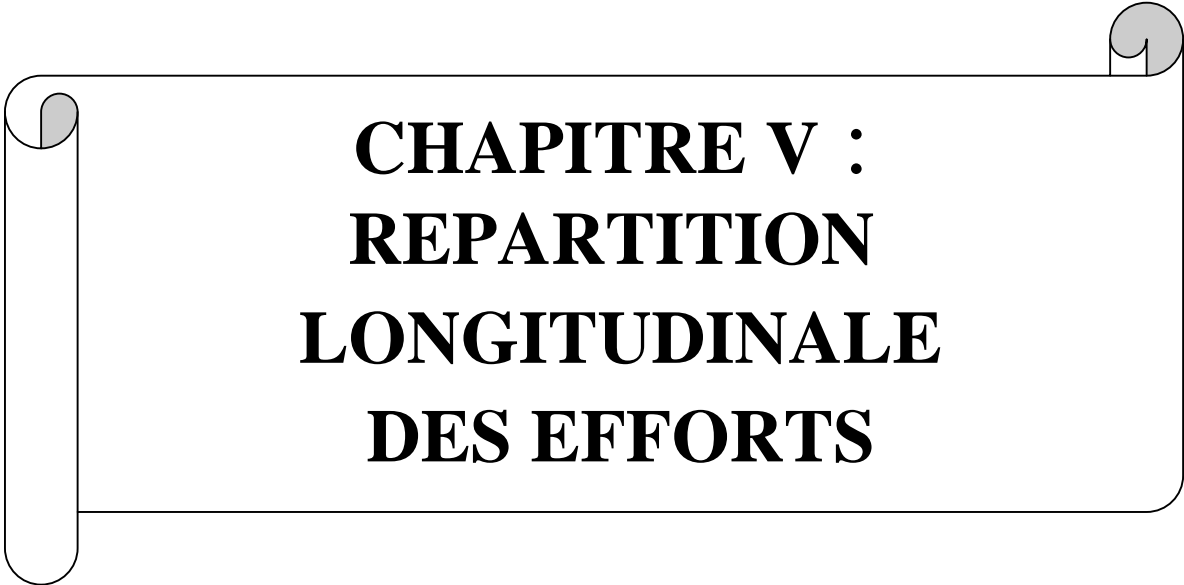
Le poids total du tablier (P) :(amorces, entretoises et poutres non comprises)

$$P = 2(0,604 + 0,0344 + 0,8905) + 5(0,758 + 0,4372)$$

$$P = (2 \times 1,5289 + 5 \times 1,1952) \times 9,10 = 82,20 \text{ t.}$$

		« P »	« S »	« L »	δ
Système B	Poutre	579,65 t	B _{max} = B _c = 132 t	30,20 m	1,088
	Dalle	82,20 t	B _{max} = B _c = 66 t	9,10 m	1,240
Système M	Poutre	579,65 t	M _{c120} = 110 t	30,20 m	1,083
	Dalle	82,20 t	M _{c120} = 110 t	9,10 m	1,291

Tableau IV N°05: Valeur Du Coefficient De Majoration



**CHAPITRE V :
REPARTITION
LONGITUDINALE
DES EFFORTS**

V-1 Introduction:

Le calcul se fait en utilisant la méthode de barré, qui consiste à déterminer les efforts internes dans les différentes sections des poutres et cela en considérant le tablier comme une seule poutre reposant sur deux appuis simples. Les efforts ainsi obtenus seront divisés par le nombre de poutres.

Les charges et surcharges à prendre en considération sont calculées dans le chapitre précédent

V-2 calcul des moments fléchissant longitudinaux:

V 2-1 moments engendrés par les charges permanentes G:

Poids total du tablier: $G_T = 701,52692 \text{ t}$

Poids total du tablier/ml: $g_t = \frac{701,52692}{33,40} = 21,0038 \text{ t/ml}$

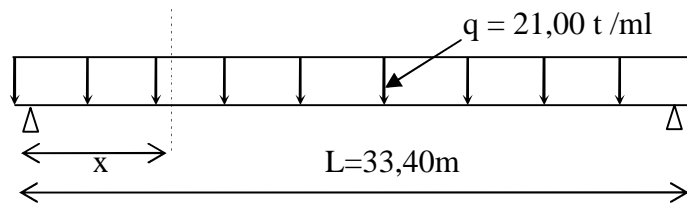


Figure V-1: Répartition Longitudinale De La Charge Permanente G

La valeur du moment fléchissant d'une section située à une distance(x) de l'appui est donnée par la formule suivante: $M(x) = q \cdot x \cdot (L-x)/2$ (V.1)

Les valeurs des moments fléchissant dans différentes sections données dans le tableau suivant:

section	0,00L	0,1L	0,2L	0,3L	0,4L	0,5L
Abscisses X(m)	0	3,34	6,68	10,02	13,36	16,7
M (t.m)	0	1054,2042	1874,1408	2459,8098	2811,2112	2928,345

Tableau V-N°01: valeurs des moments dans les différentes sections sous les charges permanentes

V-2-2 moment engendré par la surcharge A(L):

$A = 1022,95 \text{ kg/m}^2 = 1,02295 \text{ t/m}^2$

$V = 4,00$ largeur d'une voie

$n = 2$ avec n: nombre de voie

q_A : la surcharge A par mètre linéaire

$q_A = 2 \times 4 \times 1,02295 = 8,1836 \text{ t/ml}$ pour deux voies

$q_A = 1 \times 4 \times 1,02295 = 4,0918 \text{ t/ml}$ pour une voie

En appliquant la formule V-1

Section		0,L	0,1L	0,2L	0,3L	0,4L	0,5L
x (m)		0	3,34	6,68	10,02	13,36	16,7
M (t.m)	01 voie chargée	0,00	205,318	365,011	479,077	547,516	570,330
	02 voie chargées	0,00	410,637	730,022	958,154	1095,033	1140,660

Tableau V-N°02: valeurs des moments dans les différentes sections sous la surcharge A(L)

V-2-3 Moment engendrés par les surcharges sur trottoirs:

Surcharge appliquée 150 Kg /m²:

- Un seul trottoir chargé.....qt = 0,15 x1 =0,15 t/ml
- Deux trottoirs chargé..... qt = 0,15 x 2 = 0,30 t /ml

Section		0,L	0,1L	0,2L	0,3L	0,4L	0,5L
x (m)		0	3,34	6,68	10,02	13,36	16,7
M (t.m)	1 trottoir	0	7,53	13,38	17,57	20,08	20,91
	2 trottoir	0	15,06	26,77	35,14	40,16	41,83

Tableau V-N°03: valeurs des moments dans les différentes sections sous la surcharge sur trottoir

V 2-3 moments engendrés par les surcharges (B_c):

On utilise le théorème de (BARRE) pour déterminer la section dangereuse.

Théorème de BARRE:

Le moment fléchissant est maximum au droit d'un essieu lorsque cet essieu et la résultante général des charges du convoi occupent des positions symétriques par rapport au milieu de la poutre. Généralement, le maximum absolu a lieu au droit de l'un des essieux les plus voisins de la résultante générale.

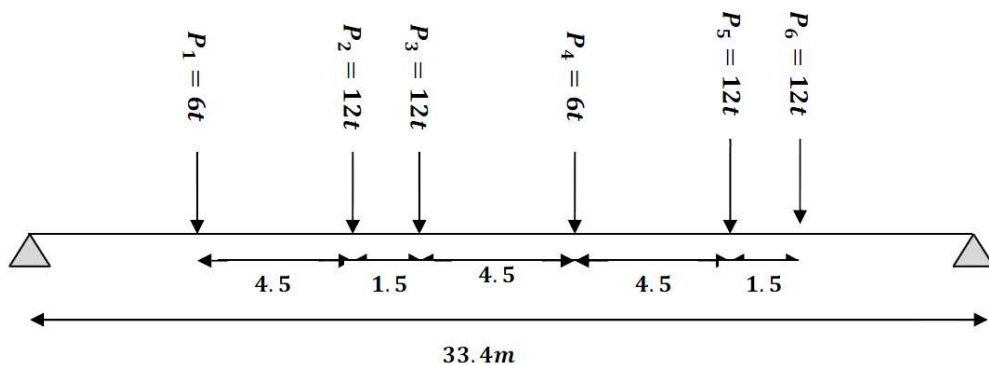


Figure V-2: système B_c disposition de deux camions sur la chaussée (sens longitudinal)

V-2-3-a Section Dangereuse:

la charge au droit de la section doit vérifier l'inégalité suivante:

$$\sum_{i=1}^{K-1} P_i \leq \frac{R}{2} \leq \sum_{i=1}^K P_i \tag{V-2}$$

charges	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆
Valeurs	6	12	12	6	12	12
L'inégalité	$0 \leq 30 \leq 6$	$6 \leq 30 \leq 18$	$18 \leq 30 \leq 30$	$30 \leq 30 \leq 36$	$36 \leq 30 \leq 48$	$48 \leq 30 \leq 60$
vérification	non	non	oui	oui	non	non

Tableau V-N°4: détermination de la section dangereuse

Résultat: la section dangereuse sera donnée soit par P₃ ou P₄

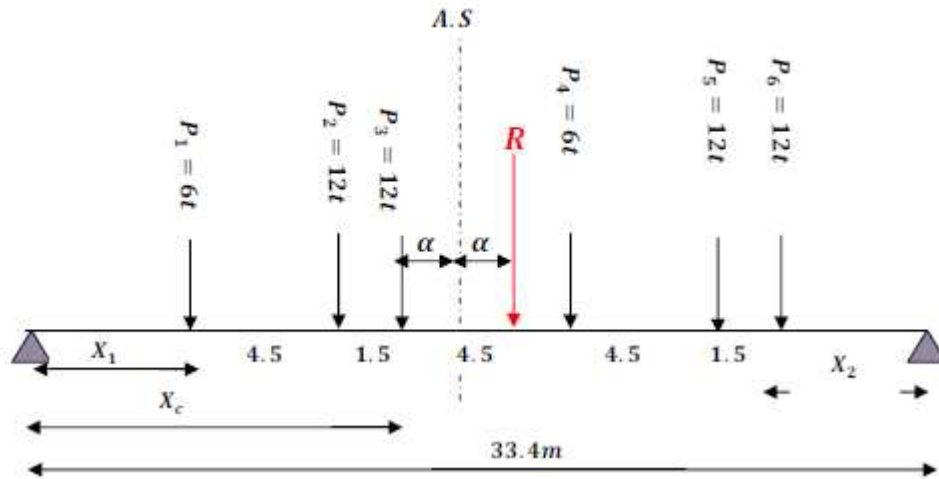


Figure V-3 : recherche du moment maximal

$$\sum \frac{M}{R} = P_1 \times (6+2\alpha) + P_2 (1,5+2\alpha) + P_3 \times 2\alpha - P_4 (4,5-2\alpha) - P_5 (9-2\alpha) - P_6 (10,5-2\alpha)$$

$$\alpha = 1,725\text{m}$$

$$X_1 = 16,7 - (1,725 + 1,5 + 4,5) = 8,975\text{m}$$

$$X_2 = 33,4 - (8,975 + 4,5 - 1,5 - 4,5 - 1,5) = 7,925\text{m}$$

Le Moment sous P_3 :

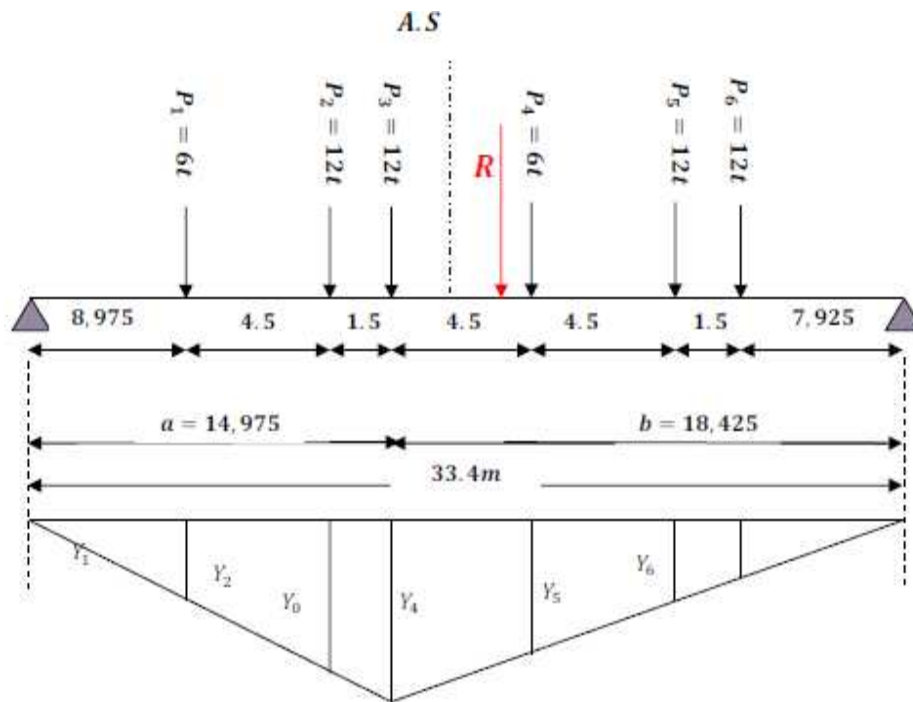


Figure V-N°4: ligne d'influence du moment sous P_3

D'après la similitude des triangles semblables :
la valeur de Y_0 est donnée par la formule suivante:

$$Y_0 = \left(\frac{L-X}{L}\right) X \tag{V-3}$$

d'où $Y_0 = \left(\frac{33,40-14,975}{33,4}\right) \times 14,975 = 8,26m$

$0 \leq X \leq 14,975m$

$$Y_i = \frac{Y_0}{a} X_i = \frac{8,26}{14,975} X_i$$

d'où $14,975 \leq X \leq 33,40m$

$$Y_i = \frac{Y_0}{b} X_i = \frac{8,26}{18,425} X_i$$

Y_i	Y_1	Y_2	Y_0	Y_4	Y_5	Y_6
valeurs	4,95	7,43	8,26	6,24	4,22	3,55

Tableau V-N°5: lignes d'influence du moment sous P_3

Le moment max sous P_3 est donnée par la formule suivante:

$$M_{max} = \sum_{i=1}^6 P_i x Y_i \tag{V-3}$$

$$M_{max} = [6(4,95+6,24)+12(7,43+8,26+4,22+3,55)]= 348,66 \text{ t.m}$$

alors:

$$M_{max} = 348,66 \text{ t.m}$$

Le moment sous P₄ :

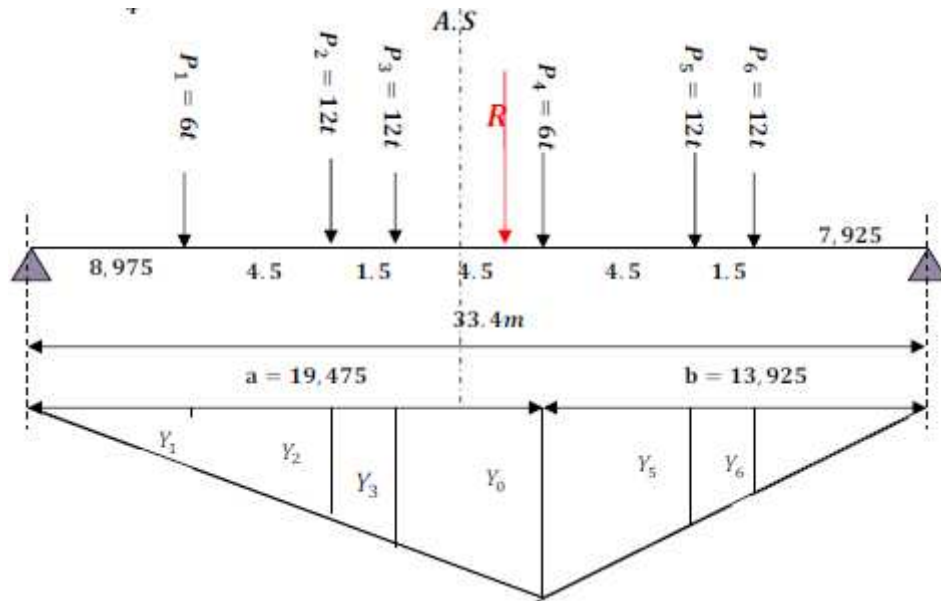


Figure V-N°5: ligne d'influence du moment sous P₄

la valeur de Y₀ est donnée par le formule (V-3)

$$Y_0 = \left(\frac{33,40 - 19,475}{33,4} \right) \times 19,475 = 8,12\text{m}$$

$$Y_0 = 8,12\text{m}$$

$$0 \leq X \leq 19,475\text{m}$$

$$Y_i = \frac{Y_0}{a} X_i = \frac{8,26}{19,475} X_i$$

$$19,475\text{m} \leq X \leq 33,40\text{m}$$

$$Y_i = \frac{Y_0}{b} X_i = \frac{8,26}{13,925} X_i$$

Y _i	Y ₁	Y ₂	Y ₀	Y ₄	Y ₅	Y ₆
Valeurs	3,74	5,62	6,24	8,12	5,49	4,62

Tableau V-N°6: lignes d'influence du moment sous P₄

Le moment max sous P₄ est donnée par la formule (V-4)

$$M_{\max} = [6(3,74 + 8,12) + 12(5,62 + 6,24 + 5,49 + 4,62)] = 334,8 \text{ t.m}$$

Alors:

$$M_{\max} = 334,8 \text{ t.m}$$

Conclusion:

Le moment max M_{max} = 348,66t.m se produit sous la charge P₃ = 12T au droit de la section (c) avec: X_c = 14,975m.

Remarque: ce calcul est fait pour une seule voie, alors pour les deux voies M_{max} = 669,6 t.m

Détermination des moments fléchissant dans les différentes sections:

Pour déterminer la section critique (c) qui correspond à la charge critique P qui engendre le moment fléchissant max au niveau de (c), cette charge doit vérifier les inégalités suivantes:

$$\sum_{i=1}^{j} P_i / a \geq \sum_{i=j+1}^n P_i / b ; \quad \sum_{i=1}^{j-1} P_i / a \geq \sum_{i=j}^n P_i / b$$

exemple de calcul :

X= 0,1L, a= 3,34 et b=30,06

P _i	P ₁ (K=1)	P ₂ (K=2)	P ₃ (K=4)	P ₄ (K=4)	P ₅ (K=5)	P ₆ (K=6)
(1)	$\frac{6}{3,34} > \frac{54}{30,06}$	$\frac{18}{3,34} > \frac{42}{30,06}$	$\frac{30}{3,34} > \frac{30}{30,06}$	$\frac{36}{3,34} > \frac{24}{30,06}$	$\frac{48}{3,34} > \frac{12}{30,06}$	$\frac{60}{3,34} > \frac{0}{30,06}$
(2)	$\frac{0}{3,34} < \frac{60}{30,06}$	$\frac{6}{3,34} < \frac{54}{30,06}$	$\frac{18}{3,34} < \frac{42}{30,06}$	$\frac{30}{3,34} < \frac{30}{30,06}$	$\frac{36}{3,34} < \frac{24}{30,06}$	$\frac{48}{3,34} < \frac{12}{30,06}$
vérification	OUI	OUI	NON	NON	NON	NON

Tableau V-N*7: recherche de la section dangereuse S

d'après ce tableau, on constate que c'est la charge P₁ et P₂ qui engendre le moment maximal au droit de cette section (0,1L).

Pour P₁ :

$$Y_0 = \left(\frac{Lc-Xc}{Lc} \right) Xc = \left(\frac{33,4-3,34}{33,4} \right) 3,34 = 3,006m$$

en appliquant la même méthode des triangles semblables, on trouve:

$$0 \leq X \leq 3,34$$

$$Y_i = \frac{Y_0}{a} X_i = 0,9 X_i$$

$$3,34 \leq X \leq 33,4$$

$$Y_i = \frac{Y_0}{b} X_i = 0,1 X_i$$

L = 33,4		Sous P ₁				
Y	Y ₀	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅	Y ₆
	a			b		
Y ₀	3,34	30,06	30,06	30,06	30,06	30,06
	3,006	3,006	3,006	3,006	3,006	3,006
X	3,340	25,560	24,060	19,560	15,060	13,560
Valeur Y	3,006	2,556	2,406	1,956	1,506	1,356
Charge	6	12	12	6	12	12
Y*P	18,04	30,67	28,87	11,74	18,07	16,27

Tableau V-N*8: lignes d'influence du moment sous P₁

le moment Max est

$$M_{\max}(P_1) = \sum_{i=1}^6 P_i Y_i$$

$$M_{\max}(P_1) = P_1 Y_1 + P_2 Y_2 + P_3 Y_3 + P_4 Y_4 + P_5 Y_5 + P_6 Y_6$$

$$M_{\max}(P_1) = 18,04 + 30,67 + 28,87 + 11,74 + 18,07 + 16,27$$

$$M_{\max}(P_1) = 123,66 \text{ t.m}$$

Pour P₂ :

$$Y_0 = \left(\frac{Lc-Xc}{Lc} \right) Xc = \left(\frac{33,4-3,34}{33,4} \right) 3,34 = 3,006$$

en appliquant la même méthode des triangles semblables, on trouve :

L = 33,4		Sous P ₂				
Y	Y ₀	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅	Y ₆
	a			b		
Y ₀	0	3,34	30,06	30,06	30,06	30,06
	3,006	3,006	3,006	3,006	3,006	3,006
X	0,000	3,340	28,560	24,060	19,560	18,060
Valeur Y	0,000	3,006	2,856	2,406	1,956	1,806
Charge	6	12	12	6	12	12
Y*P	0,000	36,07	34,27	14,44	23,47	21,67

Tableau V-N°8: lignes d'influence du moment sous P₂

le moment max est de :

$$M_{\max}(P_2) = \sum_{i=1}^{i=6} P_i Y_i$$

$$M_{\max}(P_2) = P_1 Y_1 + P_2 Y_2 + P_3 Y_3 + P_4 Y_4 + P_5 Y_5 + P_6 Y_6$$

$$M_{\max}(P_2) = 36,06 + 34,27 + 14,44 + 23,47 + 21,67$$

$$M_{\max}(P_2) = 129,924 \text{ t.m}$$

moment fléchissant après majoration est donné comme suit:

$$M = \delta_p b_c M_{\max}$$

avec:

$$\delta: \text{coefficient dynamique de la poutre qui est : } \delta = 1 + \frac{0,4}{1+0,2L} + \frac{0,6}{1+4P/S}$$

$$\delta = 1,082$$

b_c: coefficient de pondération telle que b_c=1,2 pour un convoi et b_c=1,1 pour deux convois.

- P=809,769306t.m
- S=171t
- L=33.4m

les résultats des moments sous différentes sections:

section		0,0L	0,1L	0,2L	0,3L	0,4L	0,5L
	X(m)	0	3,34	6,68	10,02	13,36	16,7
M(t.m)	Non corrigé	0	155,904	281,088	365,688	412,992	412,200
	b _c	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10
	δ	1,082	1,082	1,082	1,082	1,082	1,082
	01 convoi	0	185,557	334,551	435,214	491,543	490,600
	02 convoi	0	371,114	669,102	870,482	983,086	981,200

Tableau V-N°9: moments de la surcharge B_c dans les différents section

V-2-4 les moments engendrés par les surcharges B_t :

pour les ponts comportant au moins deux voies, deux tandems au plus sont disposés de front sur la chaussée. Soit 4 files de 8t, la section dangereuse peut être obtenue sous P₁ P₂

$$P_1 = P_2 = 8t \Rightarrow R \sum_{i=1}^2 P_i = 16t$$

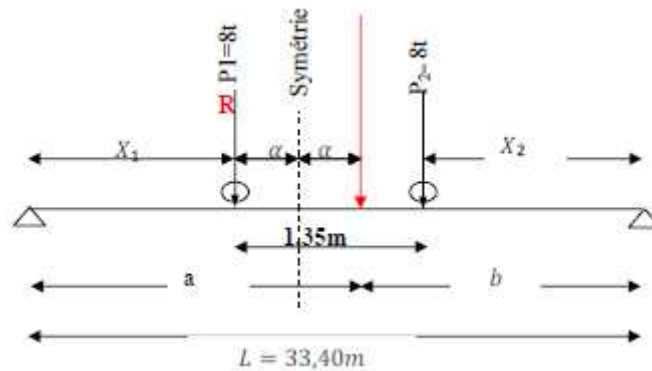


Figure V-N°6: chargement type sous un tandem (système B_t)

La résultante $R = P_1 + P_2 = 16 \text{ t}$

$$\sum M/P_1 = P_2 \times 1,35 = R \times 2a \Leftrightarrow 2a = \frac{P_2 - 1,35}{R} = 0,675$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{0,675}{2} = 0,337\text{m}$$

$$a = 33,4/2 + a = 17,037\text{m}$$

$$b = 33,4 / 2 - a = 16,363$$

calcul du moment max sous P₁ (pour une seule file de roue) :

Sous P ₁			
Y _i	Y ₀	Y ₂	Moment
Valeurs	8,347	7,685	128,255

calcul du moment max sous P₂ (pour une seule file de roue) :

Sous P ₂			
Y _i	Y ₁	Y ₀	Moment
Valeurs	7,685	8,319	128,036

le moment max. est engendré sous la charge P₁ avec une valeur de 128,255 t m. Cette valeur sera en suite multiplié par un coefficient correcteur b_t , et le coefficient dynamique δ= 1,069 notre pont est de 1^{ere} classe $\Leftrightarrow b_t = 1,2$.

$$\text{donc: } M_{\text{max}} = 128,255 \times 1,2 \times 1,069 = 164,525 \text{ t.m}$$

de la même façon, on procède pour les autres sections de la travée du moment dans chacune sont:

								M _{max}	
section		0,00L	0,1L	0,2L	0,3	0,4	0,489L	0,5L	
X(m)		0	3,34	6,68	10,02	13,36	16,363	16,7	
moment	Non corrigé	0,00	56,424	100,008	130,776	148,728	153,90	153,84	
	01 tandem	0,00	144,744	256,596	335,532	381,564	394,86	394,692	
	02 tandem	0,00	298,488	513,192	711,064	763,128	789,72	789,384	

Tableau V-N°10: moments des surcharges Bt dans les différents sections

V-2-5 Moment engendré par les surcharges : M_{c120}

les véhicules du système M_{c120} peuvent circuler en convoi. Dans le sens transversal, un seul convoi est supposé circuler soit la largeur de la chaussée. Dans le sens longitudinal, le nombre n'est pas limité sauf que la distance libre entre les points de contacts des chenilles de deux véhicules consécutifs doit avoir au mois 30,50m

de ce fait, un seul véhicule est considéré pour le calcul du moment

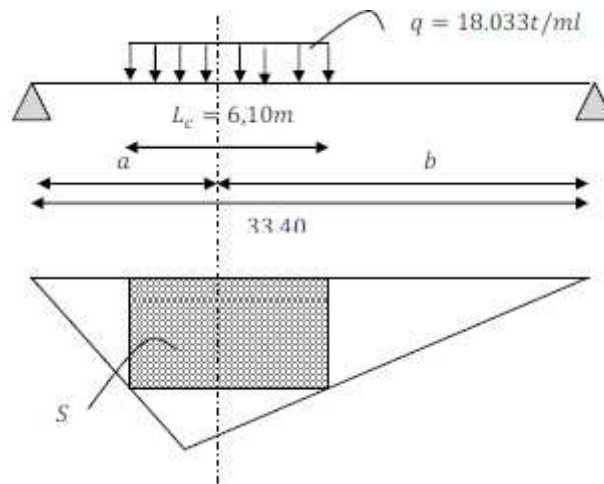


Figure V-N°7: Position de M_{c120}

le convoi M_{c120} comporte 2 chenilles et représente une charge de totale de 1 100 KN

Alors: $q = \frac{110}{6,10} = 18,033 \text{ t/ml}$

exemple pour X= 0,1L avec a=3,34 et b= 30,06m

$M_{max} = q \times S$ avec : $S = \frac{a \cdot b}{L} \cdot L_c \left(1 - \frac{L_c}{2L} \right)$

$\Rightarrow S = 16,66 \text{ m}^2 \Rightarrow M_{max} = 300,47 \text{ t.m}$

calcul du coefficient de majoration:

$$\delta = 1 + \frac{0,4}{1+0,2L} + \frac{0,6}{1+4P/S}$$

L: longueur de l'élément $\Rightarrow L=33,40$

P: Poids de l'élément concerné par la flexion longitudinale, P= 809,769306t

S: charge du système considéré $\Leftrightarrow S = 110t$

$$\delta = 1 + \frac{0,4}{1+0,2(33,40)} + \frac{0,6}{1+4(809,769306)/110} = 1,0717$$

De la même méthode, on calcul le moment max pour les sections:

	section	0,00L	0,1L	0,2L	0,3	0,4	0,5L
	Abscisse	0	3	6	9	12	15
	δ	1,0717	1,0717	1,0717	1,0717	1,0717	1,0717
M(tm)	Non corrigé	0	300,47	534,16	701,09	801,24	834,63
	corrigé	0	322,013	527,459	751,358	858,688	894,472

Tableau V-N°11: moments des surcharges M_{c120} dans les différents sections

Remarque: le moment max est obtenu au milieu de la travée.

V-2-5 Moment engendré par les surcharges: D240

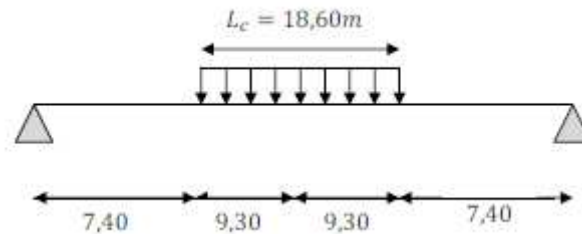


Figure V-N°8: Position de D240 sur la travée

$$q = \frac{240}{18,6} = 12,903 \text{ t/ml}$$

on procède de la même manière que la surcharge M_{c120} pour déterminer les moments dans les différentes sections.

section	0,00L	0,1L	0,2L	0,3	0,4	0,5L
Abscisse	0	3,34	6,68	10,02	13,36	16,70
M(t.m)	0	520,56	925,44	1214,64	1388,16	1446,00

Tableau V-N°12: moments des surcharges D240 dans les différents sections

V-3 Calcul des efforts tranchants:

V-3-1 effort tranchant engendrés par les charges permanentes:

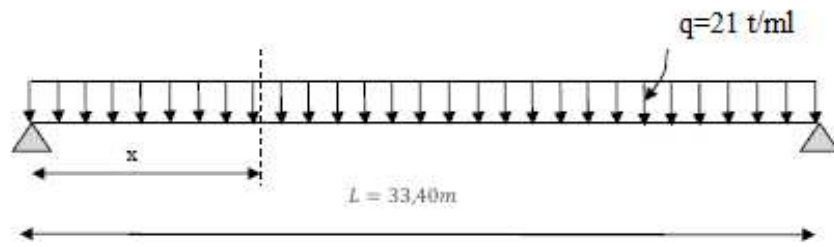


Figure V-N°9: schéma statique d'une poutre

la valeur de l'effort tranchant d'une section située à une distance X de l'appui gauche est donnée par l'expression suivante:

$$T(X) = q\left(\frac{L}{2} - X\right)$$

$$T(X) = 21,00\left(\frac{33,40}{2} - X\right) = 21x(16,7 - X)$$

$$T_{max} = T(X=0) = \frac{qL}{2} = 21,00\left(\frac{33,40}{2}\right) = t$$

les valeurs de l'effort tranchant aux différentes section sont dans le tableau ci-après:

section	0,00L	0,1L	0,2L	0,3	0,4	0,5L
X(m)	0	3,34	6,68	10,02	13,36	16,7
T(t)	350,70	280,56	210,42	140,28	70,14	0

Tableau V-N°13 : efforts tranchant dans les différentes sections sous la charge permanente G

V-3-1 effort tranchant engendrés par les surcharges A(L):

Exemple de calcul X = 0,1

$$T = q \cdot \Omega = q \left(\frac{b}{L} x \frac{b}{2}\right) = q \frac{bx}{2L}$$

a = 3,34m
b = 30,06m

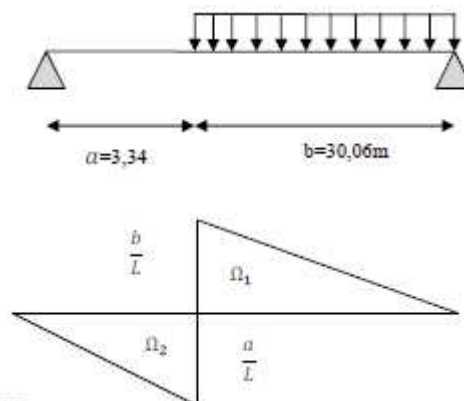


Figure V-N°10: lignes d'influence de l'effort tranchant à 0,1L

$$A = a_1 \cdot a_2 \left(230 + \frac{36000}{b+12}\right) 10^{-3} = 0,9 \times 1,051 \times 1,086 = 1,027 \text{ t/ml}$$

A/pour une voie chargée:

$$q_a = A \times V \text{ avec: } V = 4,00\text{m}$$

$$q_a = 1,027 \times 4,00 = 4,108 \text{ t/ml}$$

$$T_{\max} = 4,108 \times \frac{30,06 \times 30,06}{2 \times 33,4} = 55,56 \text{ t}$$

B/ Pour deux voies chargées:

$$T_{\max} = 111,12 \text{ t}$$

On procédera de la même manière pour le calcul de l'effort tranchant aux différentes sections et les résultats sont donnés dans le tableau suivant:

	section	0,00L	0,1L	0,2L	0,3	0,4	0,5L
	X(m)	0	3,34	6,68	10,02	13,36	16,7
T(t)	1 voie chargée	68,60	55,56	43,16	33,61	24,69	17,15
	2 voies chargées	137,20	111,12	86,32	67,22	49,38	34,30

Tableau V-N°14 : efforts tranchant dans les différentes sections sous la surcharge A(L)

V-3-2 efforts tranchants engendrés par la surcharge sur les trottoirs:

en suivant le même cheminement que la surcharge sur A(L), en appliquant la méthode des lignes d'influence:

- 1 trottoir chargé q= 0,15t/ml
- 2 trottoirs chargés q= 0,30t/ml

$$T = \frac{q}{2L} (L-X)^2$$

les résultats sont donnés dans le tableau suivant:

	section	0,00L	0,1L	0,2L	0,3	0,4	0,5L
	X(m)	0	3,34	6,68	10,02	13,36	16,7
T(t)	1 trottoir chargé	2,505	2,029	1,603	1,227	0,902	0,626
	2 trottoirs chargés	5,01	4,058	3,206	2,455	1,803	1,253

Tableau V-N°15 : efforts tranchant dans les différentes sections engendrés par la surcharge sur les trottoirs

V-3-3 efforts tranchants engendré par la surcharge B_c

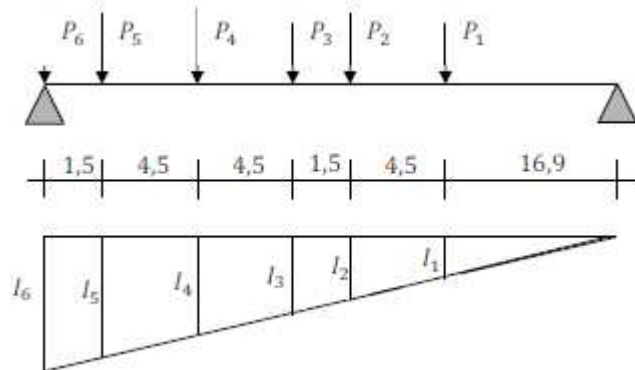


Figure V-N°11: Position du système B_c donnant T_{max} à 0,0L

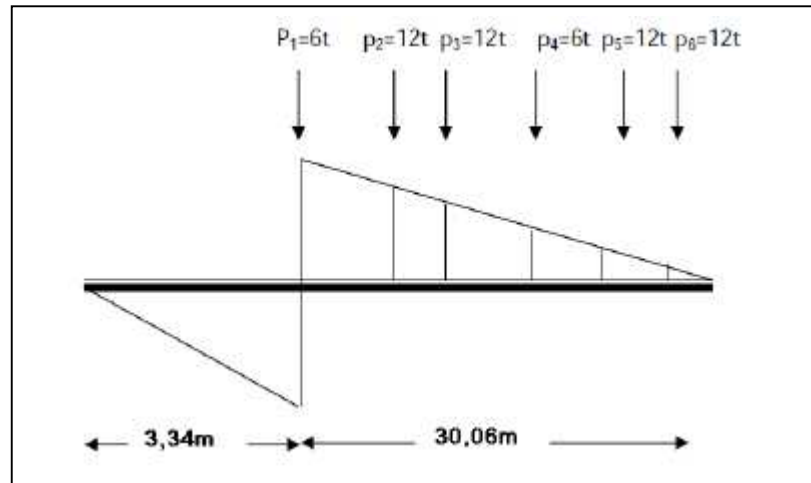


Figure V-N°12: Position du système B_c donnant T_{max} à $0,1L$

exemple de calcul:

section $0,0L$

$$l_6 = \frac{b}{L}$$

$a=0,00$

$b = 33,4m$

d'après la similitude des triangles semblables: $l_i = \frac{l_6}{L} X_i$

l_i	L_6	L_5	L_4	L_3	L_2	L_1
Valeurs (m)	1	0,95	0,82	0,68	0,64	0,50

Tableau V-N°16 : lignes d'influence du à la surcharge B_c

$$T_{max} = \sum_{i=1}^6 P_i L_i$$

- 1 convoi : $T_{max} = 47,33t$
- 02 convois: $T_{max} = 94,67t$

section	$0,00L$	$0,1L$	$0,2L$	$0,3$	$0,4$	$0,5L$
X(m)	0	3,34	6,68	10,02	13,36	16,7
T(m) 01 convoi	47,33	41,33	35,33	29,33	23,33	17,33
T(m) 2 convoi	94,67	82,67	70,67	58,67	46,67	34,67

Tableau V-N°17: efforts tranchants dus à la surcharge B_c dans les différentes sections

V-3-4 Effort tranchant engendré par la surcharge B_t :

avec la méthode appliquée dans le calcul de l'effort tranchant sous la surcharge B_c

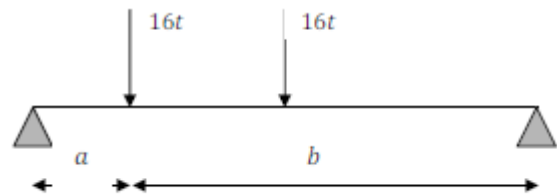
exemple de calcul:

$X= 0,1L$

$a= 3,34m$ et $l_1 = \frac{b}{L} = 0,9m$, $l_2 = \frac{l_1}{L-3,34} X_i = 0,85$

01 tandem

$$T_{\max} = 16(0,9) + 16(0,859) = 28,15t$$



section	0,00L	0,1L	0,2L	0,3	0,4	0,5L
X(m)	0	3,34	6,68	10,02	13,36	16,7
T(t) 01 tandem	31,35	28,15	24,95	21,75	18,55	15,35
T(t) 02 tandem	62,70	56,30	49,90	43,50	37,10	30,70

Tableau V-N°18: Efforts tranchants engendré par la surcharge B_r

V-3-5 Efforts tranchants engendrés par la surcharge M_{c120} :

En utilisant la méthode RDM:

Exemple X = 0,0L

soit: a=0 , b=33.40m , q=110/6,1 = 18,033t/ml et L = 33.40m

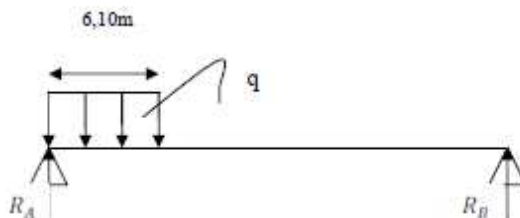


Figure V-13: Effort tranchants engendrés par la surcharge M_{c120}

$$\sum M/b = R_A \cdot L - qx6,10(b - \frac{6,10}{2}) = 0 \Leftrightarrow R_A = \frac{q \cdot 6,10}{L} [b - \frac{6,10}{2}]$$

$$T_{\max} = R_A$$

A.N: T_{max} = 99,95t

les résultats des différentes section sont donnés dans le tableau ci-dessous :

section	0,00L	0,1L	0,2L	0,3	0,4	0,5L
a	0	3,34	6,68	10,02	13,36	16,7
T(t)	99,95	88,95	77,95	66,95	55,95	44,95

Tableau V-N°19: Efforts tranchant engendrés par la surcharge M_{c120}

V-3-6 Efforts tranchants engendrés par la surcharge D240:

avec la méthode utilisée précédemment on calcul l'effort tranchant du à la surcharge D240:

Exemple de calcul:

à X=0,0L

$$\sum M/B = R_A \cdot L - qx \cdot 18,60 \left(b - \frac{18,60}{2} \right)$$

avec: q= 12,903t/ml

$$R_A = \frac{q \cdot 6,10}{L} \left[b - \frac{6,10}{2} \right]$$

$$T = R_A \cdot x = \frac{12,903 \times 18,60}{33,4} \left[b - \frac{18,60}{2} \right]$$

$$T = 173,17t$$

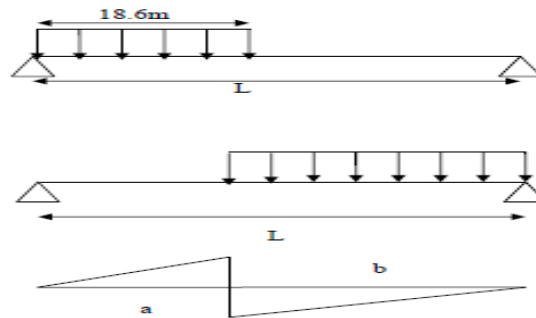


Figure V-14: Efforts tranchants engendrés par la surcharge D240

section	0,00L	0,1L	0,2L	0,3	0,4	0,5L
a	0	3,34	6,68	10,02	13,36	16,7
T(t)	173,17	149,17	125,17	101,17	77,17	53,17

Tableau V-N*20: Efforts tranchant engendrés par la surcharge D240

Types de chargements	Nombres de voies chargées	Sections	0,00L	0,1L	0,2L	0,3	0,4	0,5L
		Efforts						
G	/	M(t.m)	0	1054,2042	1874,1408	2459,8098	2811,2112	2928,345
		T(t)	350,70	280,56	210,42	140,28	70,14	0
A(L)	Une voie chargée	M(t.m)	0,00	205,318	365,011	479,077	547,516	570,330
		T(t)	68,60	55,56	43,16	33,61	24,69	17,15
	2 voie chargées	M(t.m)	0,00	410,637	730,022	958,154	1095,033	1140,660
		T(t)	137,20	111,12	86,32	67,22	49,38	34,30
Trottoirs	1 trottoir chargé	M(t.m)	0	7,53	13,38	17,57	20,08	20,91
		T(t)	2,505	2,029	1,603	1,227	0,902	0,626
	2 trottoirs chargés	M(t.m)	0	15,06	26,77	35,14	40,16	41,83
		T(t)	5,01	4,058	3,206	2,455	1,803	1,253
B _c	b _c =1,2 un convoi	M(t.m)	0	185,557	334,551	435,241	491,543	490,600
		T(t)	47,33	41,33	35,33	29,33	23,33	17,33
	b _c =1,1 deux convois	M(t.m)	0	371,114	669,102	870,482	983,086	981,200
		T(t)	94,67	82,67	70,67	58,67	46,67	34,67
B _t	Un tandem	M(t.m)	0,00	144,744	256,596	335,532	381,564	394,692
		T(t)	31,35	28,15	24,95	21,75	18,55	15,35
	Deux tandems	M(t.m)	0,00	298,488	513,192	711,064	763,128	789,384
		T(t)	62,70	56,30	49,90	43,50	37,10	30,70
M _{c120}	/	M(t.m)	0	322,013	527,459	751,358	858,688	894,472
	/	T(t)	99,95	88,95	77,95	66,95	55,95	44,95
D240	/	M(t.m)	0	520,56	925,44	1214,64	1388,16	1446,00
	/	T(t)	173,17	149,17	125,17	101,17	77,17	53,17

Tableau V-N*21: récapitulatif des efforts internes longitudinaux le long de l'ensemble des poutres



**CHAPITRE VI :
REPARTITION
TRANSVERSALE DES
EFFORTS DANS LES
POUTRES**

VI-1 Répartition transversale des efforts :

La répartition transversale des charges peut se faire par deux méthodes qui sont :

VI-I-A La méthode de Guyon-Massonnet:

L'ouvrage étant chargé conformément au règlement, il reste à déterminer les sections dangereuses (les plus sollicitées) transversalement et longitudinalement.

La méthode de Guyon-Massonnet reste l'une des plus simples et plus utilisée, elle donne des résultats satisfaisants par rapport aux autres méthodes, car la rigidité transversale du tablier n'est pas négligeable.

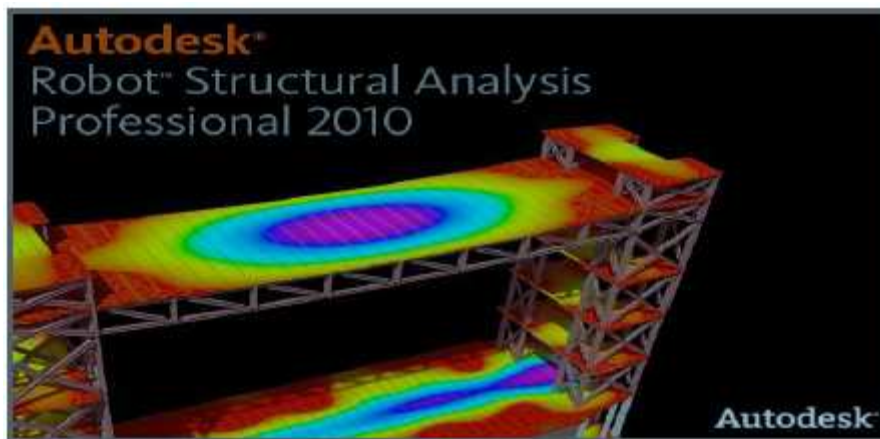
Elle consiste à tracer la ligne d'influence pour chaque effort et déterminer son coefficient de répartition transversale et cela pour les différentes excentricités de charges ($e=b$; $e=\frac{3b}{4}$; $e=\frac{b}{2}$; $e=\frac{b}{4}$; $e=0$) et pour les neuf sections de largeur de dalle ($y=-b$; $y=-\frac{3b}{4}$; $y=-\frac{b}{2}$; $y=-\frac{b}{4}$; $y=0$; $y=\frac{b}{4}$; $y=\frac{b}{2}$; $y=\frac{3b}{4}$; $y=b$). On déplacera les charges de façon à obtenir les plus grandes ordonnées et on retiendra pour le calcul des efforts, l'excentricité qui donne les plus grandes valeurs des coefficients.

Ainsi on pourra déterminer les facteurs de répartition transversales : (k_α , ϵ_α , μ_α) et les sollicitations (moments fléchissant, efforts tranchants) avec exactitude dans n'importe quelle partie du tablier.

Dans le cas des ponts à poutres multiples la section d'étude sera imposée par la position de la poutre, ce qui nous amène à tracer les lignes d'influence pour les différentes excentricités de charge et on retiendra la section qui donne les plus grandes valeurs des coefficients.

VI-I-B La méthode numérique (Robot Millenium):

I- Présentation de logiciel :



Robot Millenium est un logiciel de calcul et d'optimisation des structures, Il utilise la méthode d'analyse par éléments finis pour étudier les structures planes et spatiales de type :

Treillis, Portiques, Structures mixtes, Grillage de poutres, Plaques, Coques, Contraintes planes, Déformation planes, Eléments axisymétriques, Eléments Volumiques.



Figure VI-1: sélectionner l'affaire

- -Les utilisateurs de Robot Millenium pour les études d'ouvrage d'art ou de Génie Civil bénéficient de toute la puissance de modélisation de Robot afin de réaliser des modèles mixtes, composées de barres et/ou coques Ils peuvent également disposer des éléments volumiques. Des modèles spécifiques comme les charges roulantes....
- -Robot Millenium permet de définir des charges roulantes, c'est-à-dire la charge d'un convoi modélisé par une combinaison de forces quelconques (forces concentrées, charges linéaires et charges surfaciques). Le convoi est déplacé d'une position vers la suivante.
- -Le cas de charge roulante est ainsi considéré comme un ensemble de plusieurs cas de charges statiques (un cas de charge pour chaque position du convoi)
- -Robot Millenium peut calculer les structures à un nombre de barres et à un nombre de nœuds illimités. Les seules limitations découlent des paramètres de l'ordinateur sur lesquels les calculs sont effectués (mémoire vive (RAM) et espace de disques disponibles).
- -Robot Millenium permet d'effectuer des analyses statiques et dynamiques, ainsi que des analyses linéaires ou non linéaires.
- -Robot Millenium est un logiciel orienté, Métier adapté aux constructions en acier, en bois, en béton armé ou mixte. Il comprend des modules d'assemblage, de ferrailage, de vérification et de dimensionnement suivant les différentes normes existantes y compris le RPA 99(2003).
- -Robot Millenium a été conçu spécialement pour l'environnement Windows 2000 /NT/XP... Lors de la création de Robot Millenium, ses concepteurs ont utilisé les techniques modernes de l'étude des structures et de la programmation orientée objet profitant des outils performants de la société Microsoft. Tous ces facteurs garantissent une très haute fiabilité du code généré et la facilité d'ajouter à Robot Millenium de nouvelles fonctionnalités et de nouveaux modules.

1^{ère} Etape:

Le logiciel nécessite la définition des caractéristiques (préférences) de l'affaire c'est-à-dire :

- -Définition de la langue de travail.
- -Définition des caractéristiques des matériaux.
- -Définition des unités.
- Définition des normes et des règlements.

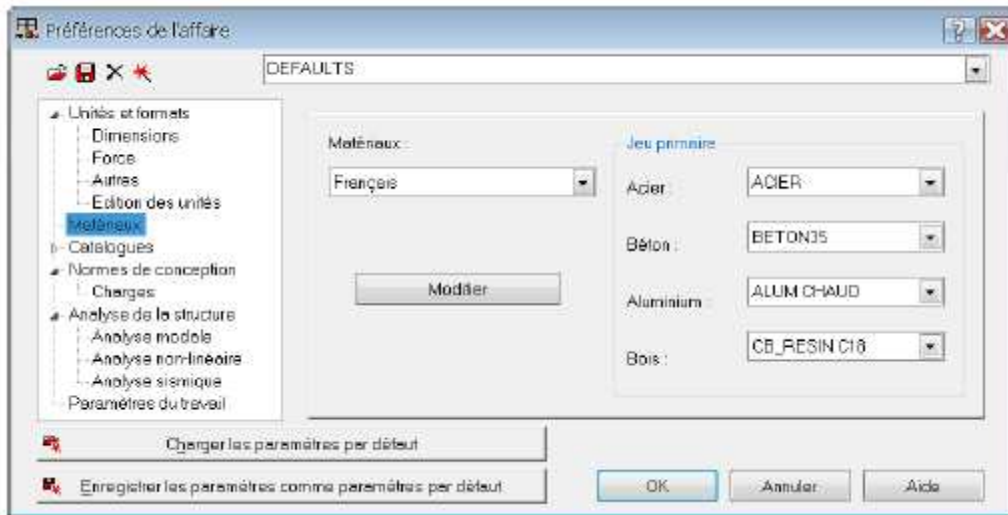


Figure VI-2: Préférences de l'affaire

2^{ème} Etape:

le logiciel nécessite la définition de la structure

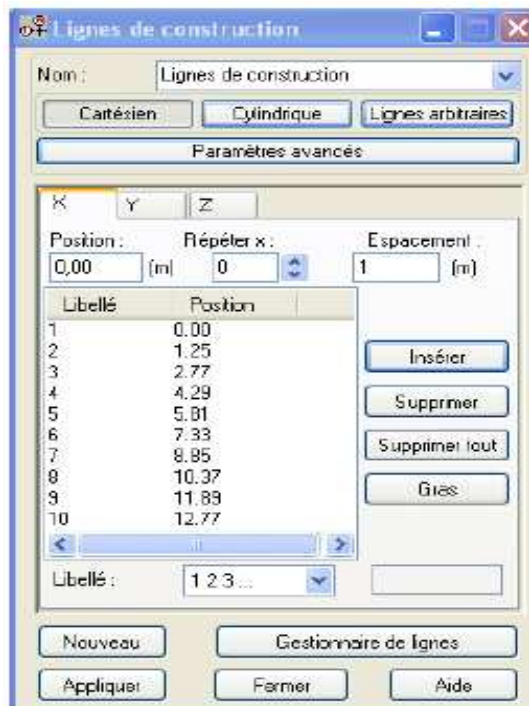


Figure VI-3: Lignes de construction

Définition de la grille de système d'axe (ligne de construction).

- -Définition des éléments verticaux.
- -Définition des éléments horizontaux.
- -Définition des points singuliers (particularités et vides éventuels).
- -Définition des conditions d'appuis.

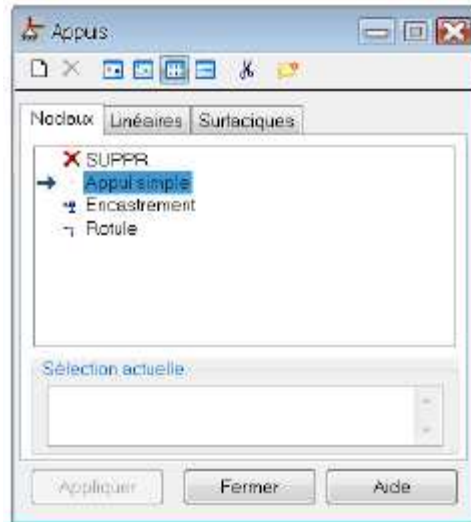


Figure VI-4: Définition des conditions d'appuis

3^{ème} Etape:

Le logiciel nécessite la définition et l'application des chargements de la structure. Le logiciel génère automatiquement le poids propre des éléments de la structure noté comme des charges permanentes (pp).

-Définition des charges permanentes additionnelles (poids des éléments secondaires (ccp)).

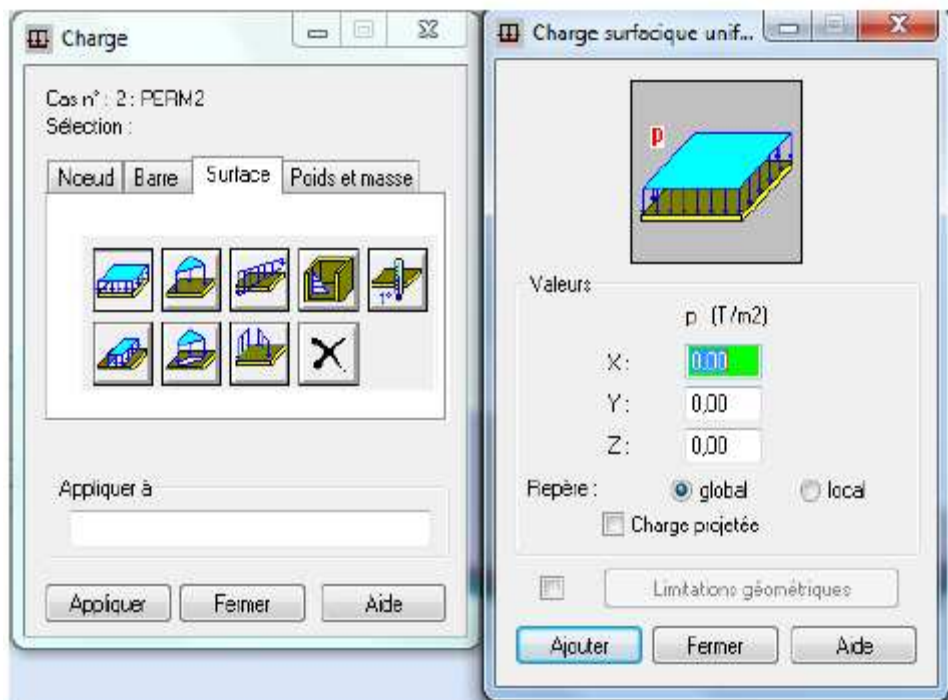


Figure VI-5: Définition des charges

-Définition des charges d'exploitation (charges roulantes).



Figure VI-6: définition des charges roulantes

-Définition des charges ponctuelles éventuelles.

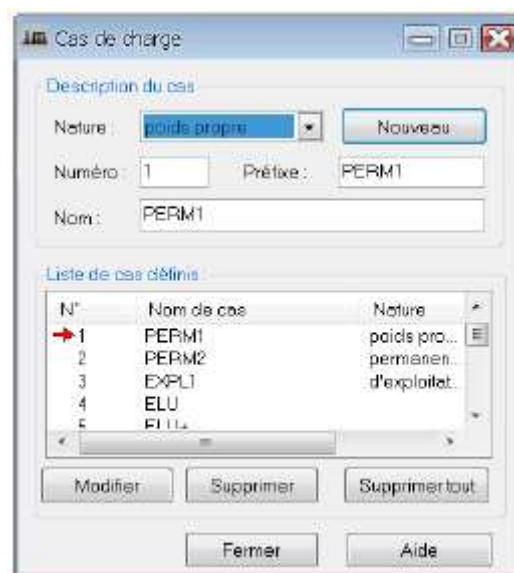


Figure VI-7: définition des charges ponctuelles

4^{ème} Etape:

Choix de type d'analyse de structure

- -Analyse sous les charges permanentes.
- -Analyse sous les charges d'exploitation.
- -Analyse modale.
- -Analyse sismique.

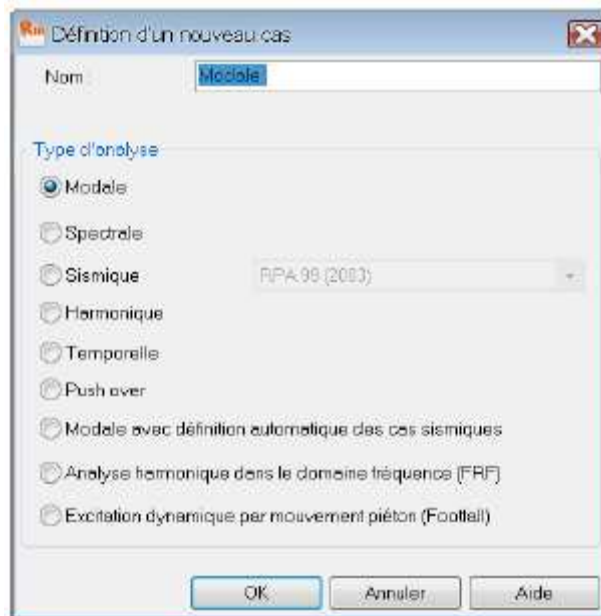


Figure VI-8: choix du type d'analyse

5^{ème} Etape:

Définition des combinaisons de calcul et coefficients de pondération : on a deux combinaisons de calculs, soit :

-Combinaison manuelle-génération,

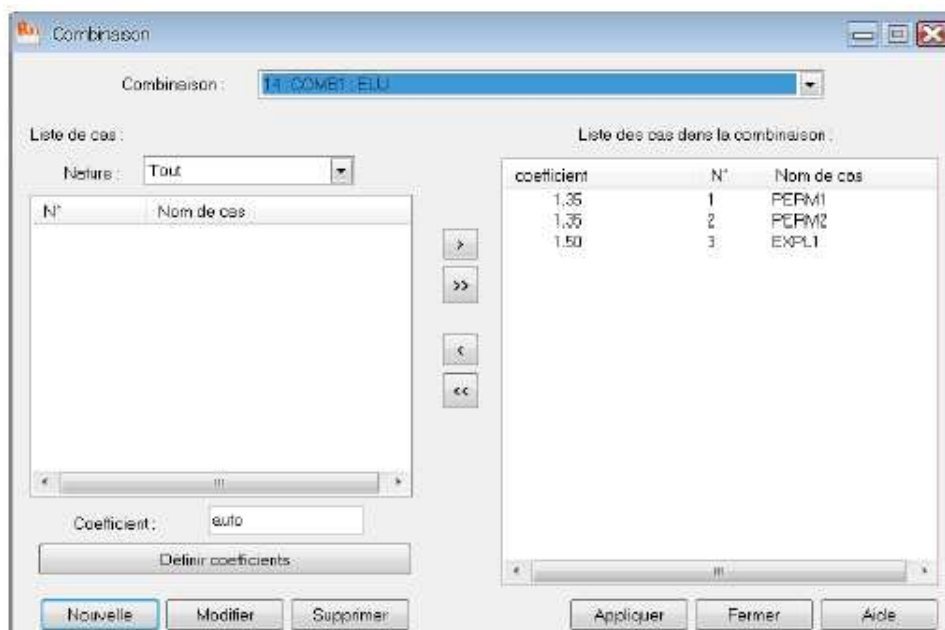


Figure VI-9: définition des combinaisons de calcul

ou bien:

-La combinaison automatique simplifiée,

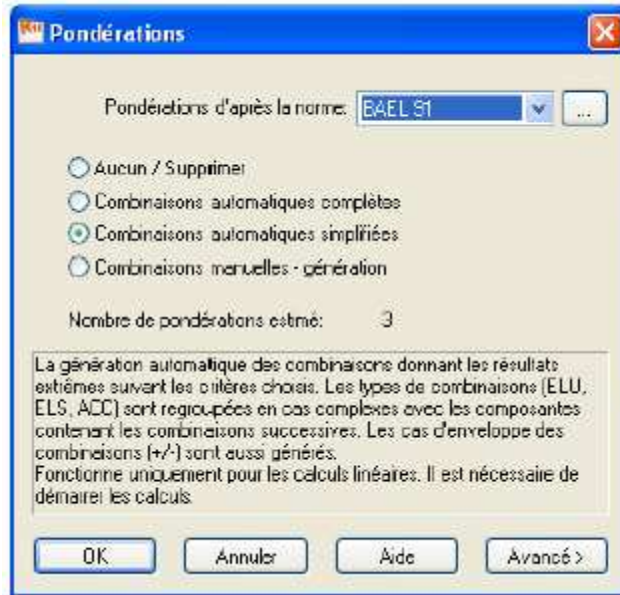


Figure VI-10: automatisation des combinaison

6^{ème} Etape:

-Lancement de calcul.:

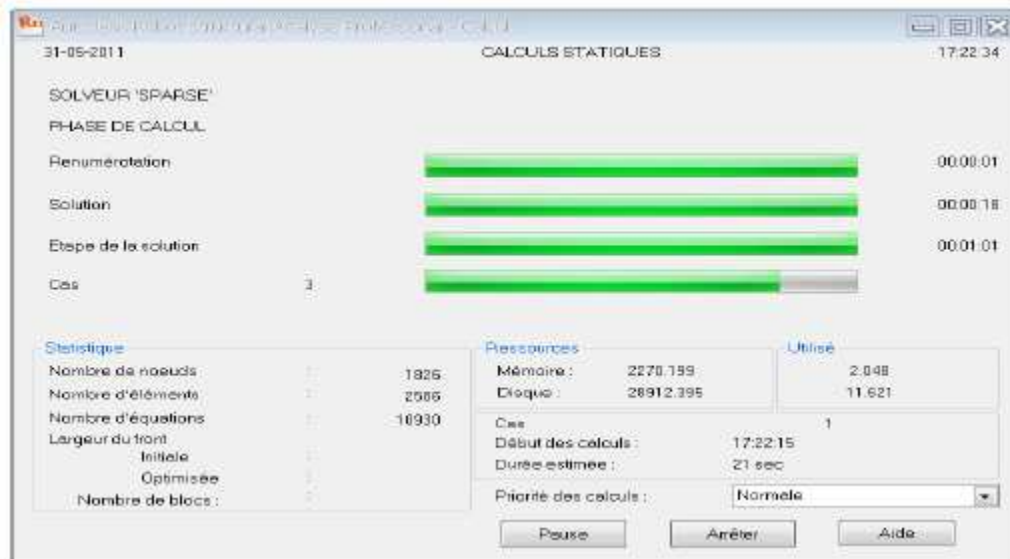


Figure VI-11: lancement de calcul

7^{ème} Etape:

Affichage et édition éventuelle des résultats:

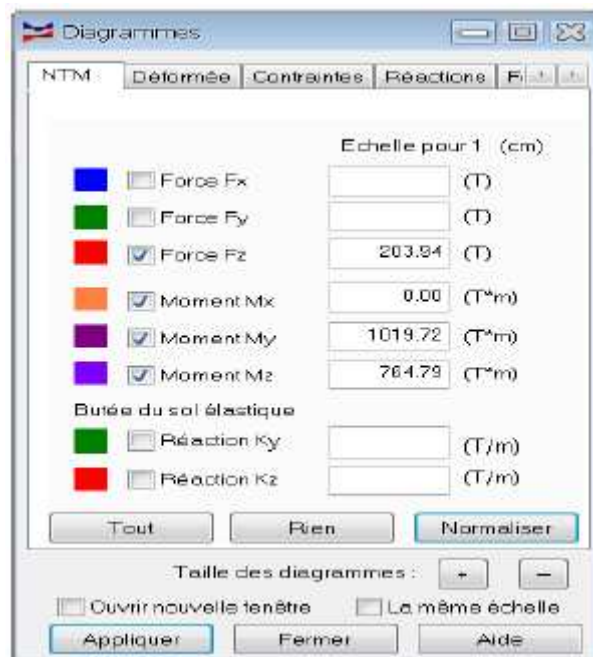


Figure VI-12: affichage des résultats

A-Modélisation :

Le tablier est modélisé par des poutres et une dalle supporté par deux appuis, les poutres sont modélisées par des éléments (barre) ; et la dalle est modélisée par des élément panneau à quatre nœuds.

Les surcharges sont disposées suivant le règlement Fascicule 61 titre II, de façon à obtenir des sollicitations maximales.

A-1- modélisation de la poutre

Les poutres constituant le tablier sont modélisées de la manière illustrée dans la figure:

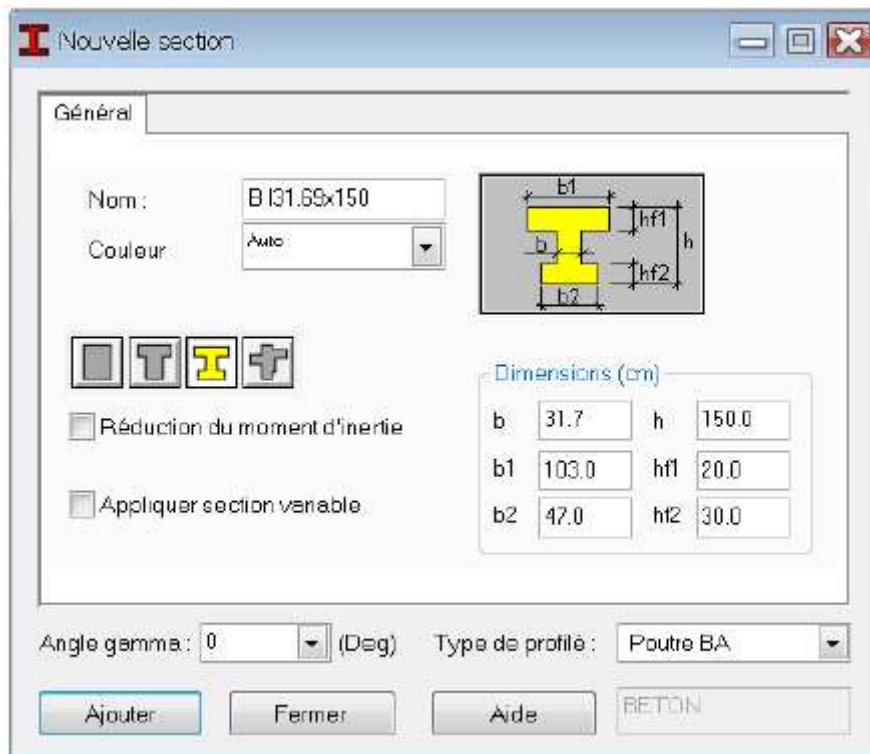


Figure VI-13: modélisation de la poutre

Remarque : pour mieux modéliser les poutres, on considère la section équivalente calculée précédemment.

A-2-Modélisation du tablier :

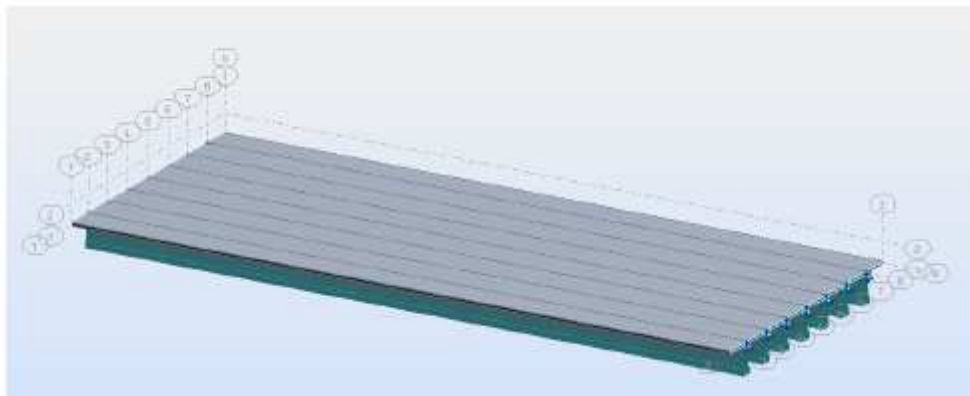


Figure VI-14: modélisation du tablier

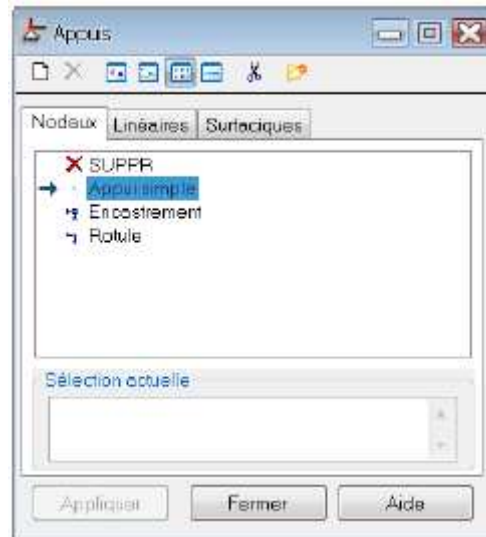
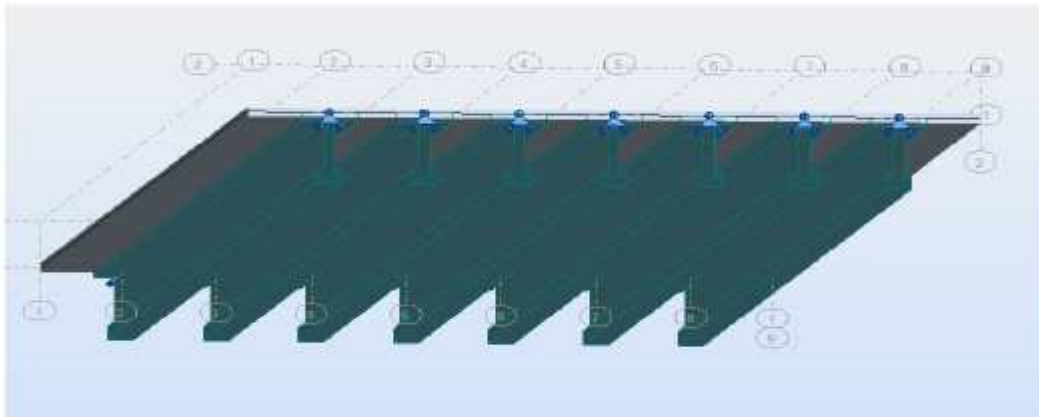
Définition des conditions d'appuis:

Figure VI-15: définition des conditions d'appuis

**B-Définition des sollicitations :****B-1-les charges permanentes :****B-1-1 Le poids propre du tablier :**

Le poids propre du tablier est généré automatiquement par le logiciel.

1-Poids du revêtement :

$P=1.76 \text{ t/ml}$

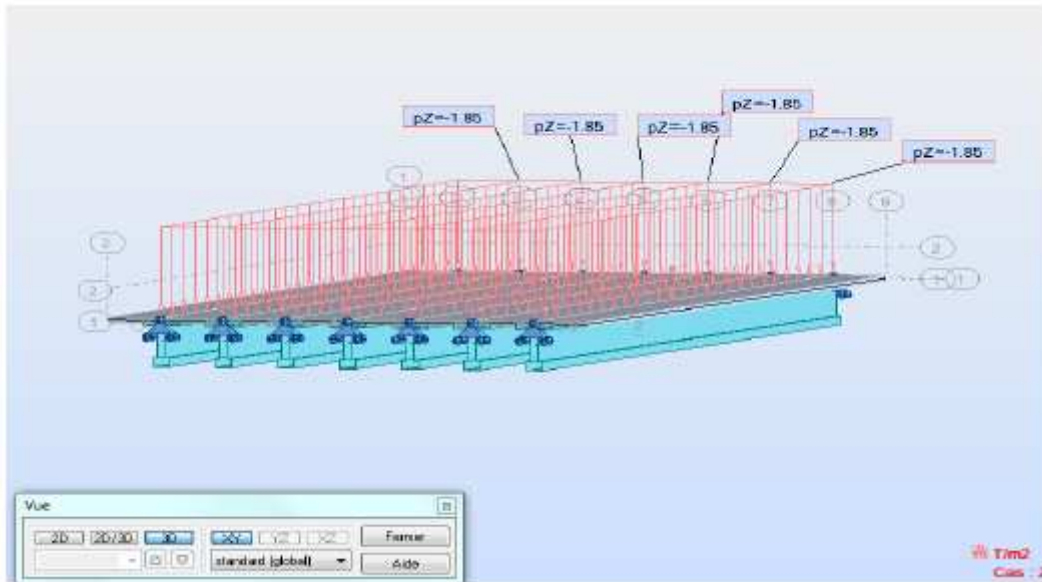


Figure VI-16: définition des sollicitations sur le tablier

B-2 Garde Corps et glissières de sécurité :

Représenté par des forces concentrées aux extrémités, qui ont pour valeur :

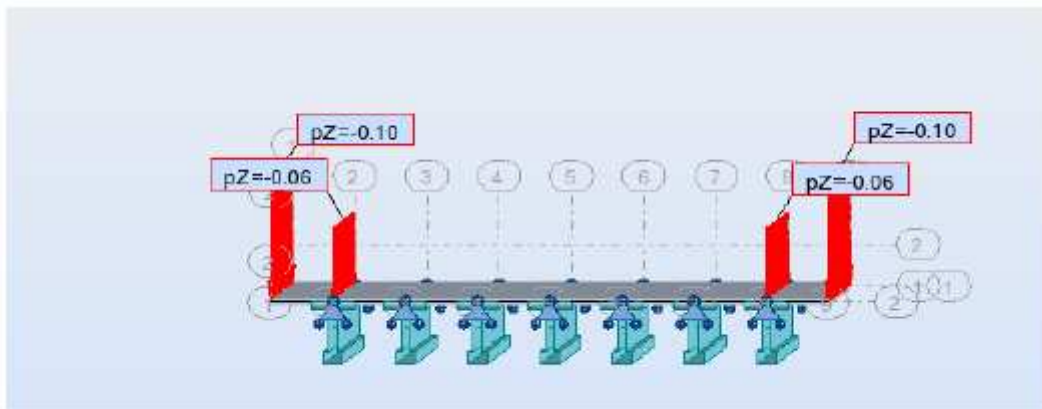


Figure VI-17: définition des charges sur le garde corps et glissières de sécurité

B-3 Poids des trottoirs et des corniches:

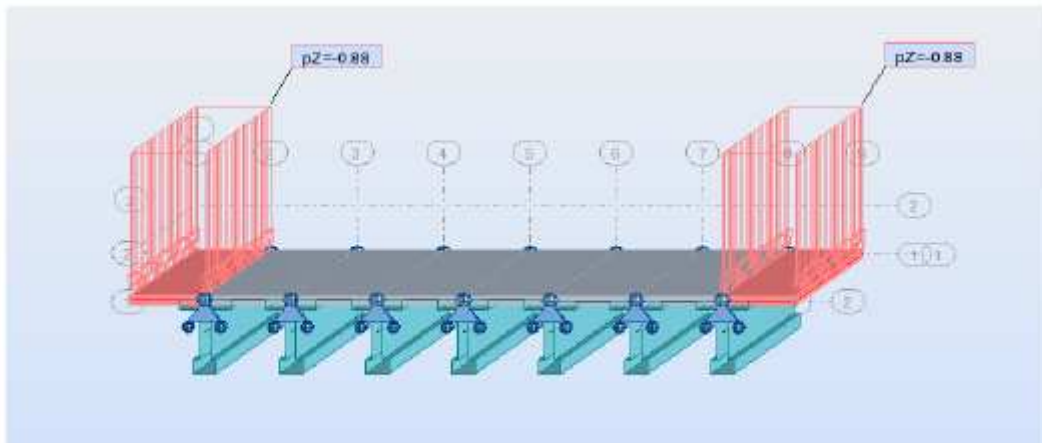


Figure VI-18: définition des charges sur le les trottoirs et les corniches

B-4 Définition des surcharges:

B-4-1 Système de charge A(L):

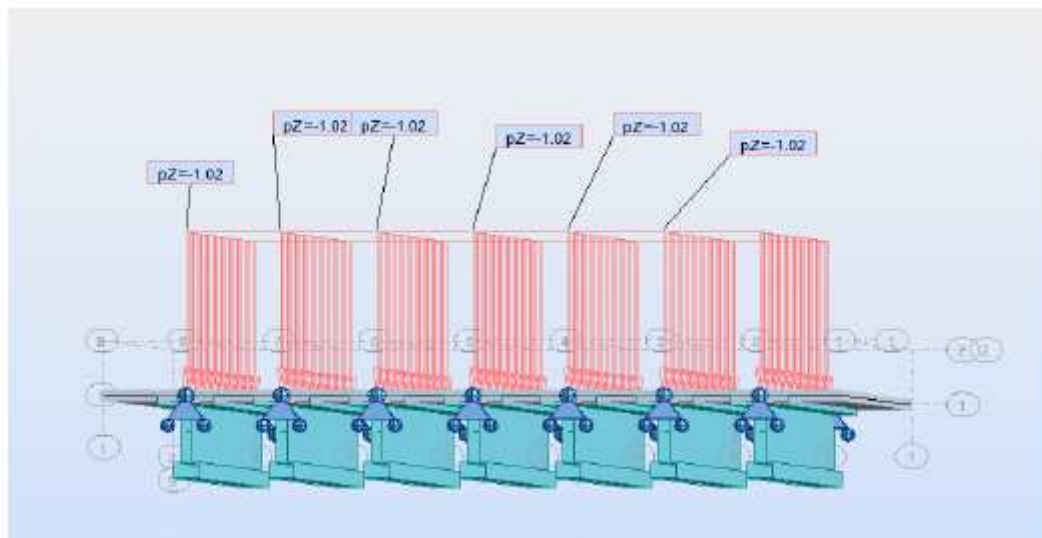


Figure VI-19: système de charge A(L)

B-4-2 Système de charge B_c :

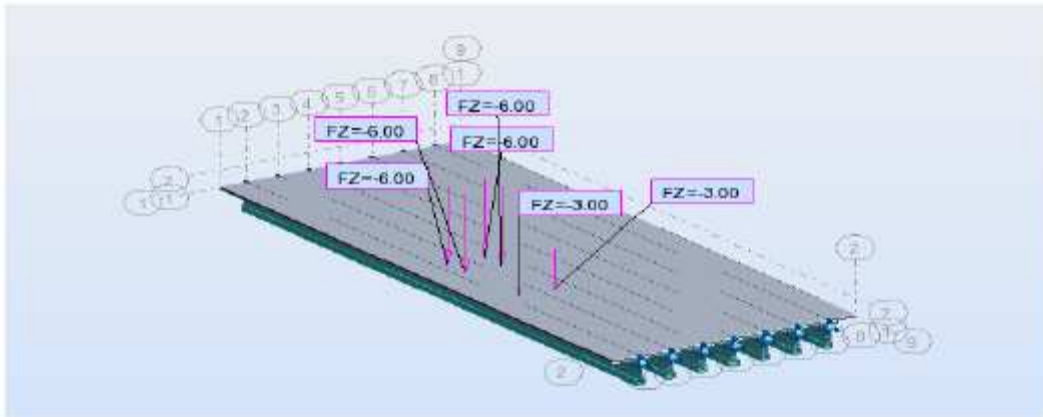


Figure VI-20: système de charge B_c

B-4-3 Système de charge B_t :

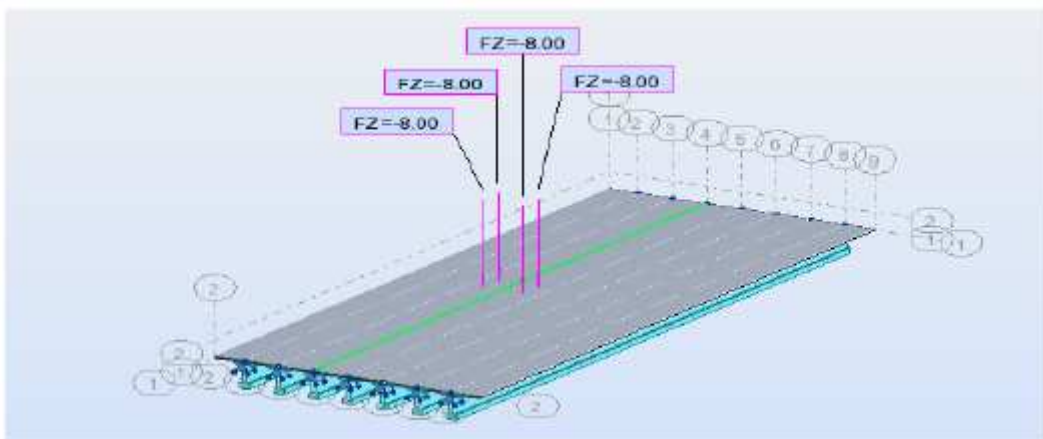


Figure VI-21: système de charge B_t

B-4-4 Système de charge M_{c120} :

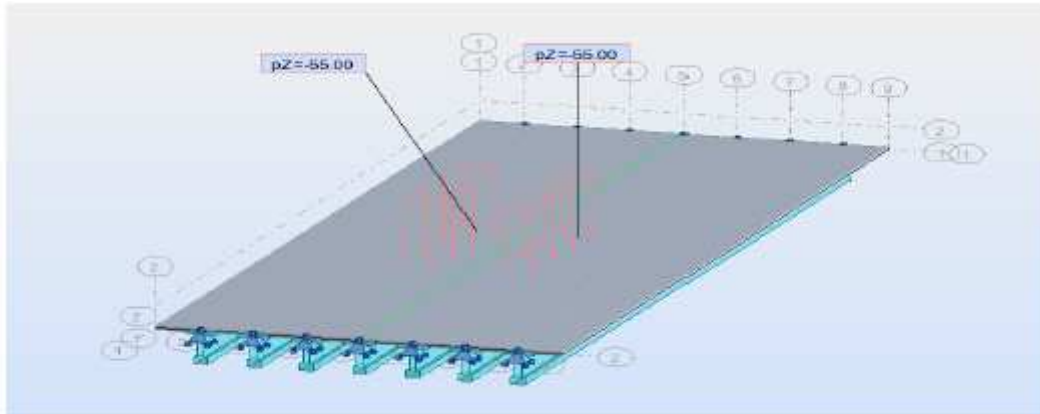


Figure VI-22: système de charge M_{120}

C- Définition des combinaisons des charges :

Pour la détermination des sollicitations maximum (M, N, T) on prend en considération les combinaisons d'action BPAEL

Actions	ELU	ELS
Poids propre (Cp+Ccp)	1,35	1
Surcharge A(L)	1,6	1,2
Système B _c	1,6	1,2
M_{c120}	1,35	1
D_{240}	1,35	1
trottoirs	1,6	1,2

Tableau VI-1: combinaisons des charges

Après avoir effectué les étapes précédentes on lance les calculs, les résultats obtenus sont donnés sous forme de diagrammes :

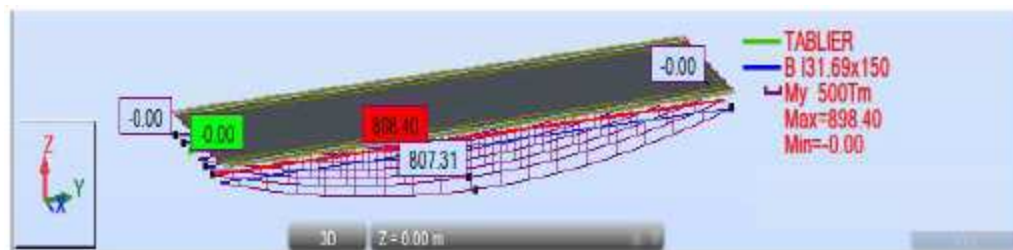


Figure VI-23: diagramme de moment fléchissant sous l'effet de combinaison défavorable ELU

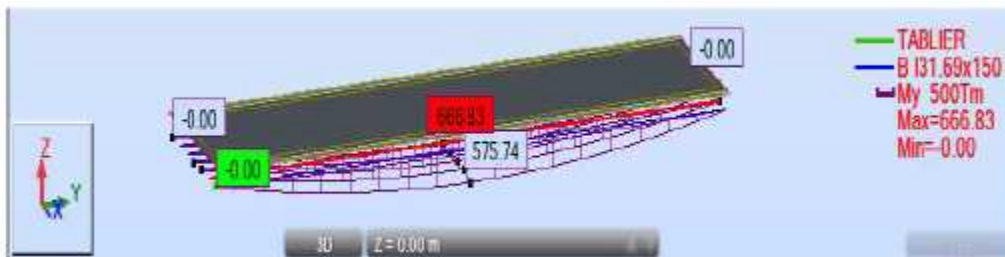


Figure VI-24: Diagramme de moment fléchissant sous l'effet de combinaison défavorable (ELS)

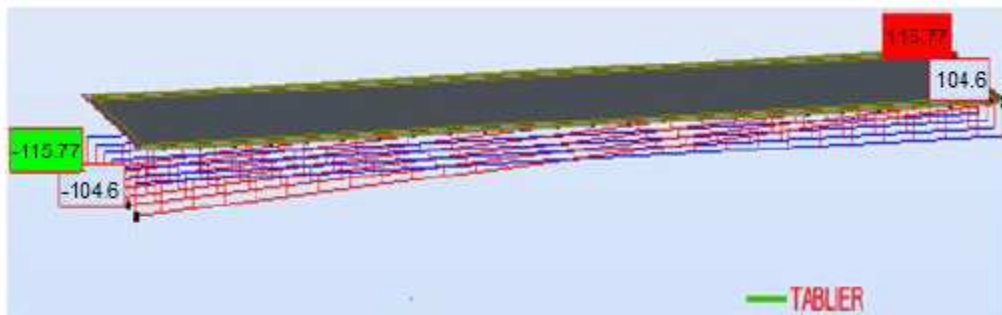


Figure VI-25: Diagramme des efforts tranchant sous l'effet de la combinaison la plus défavorable(ELU)

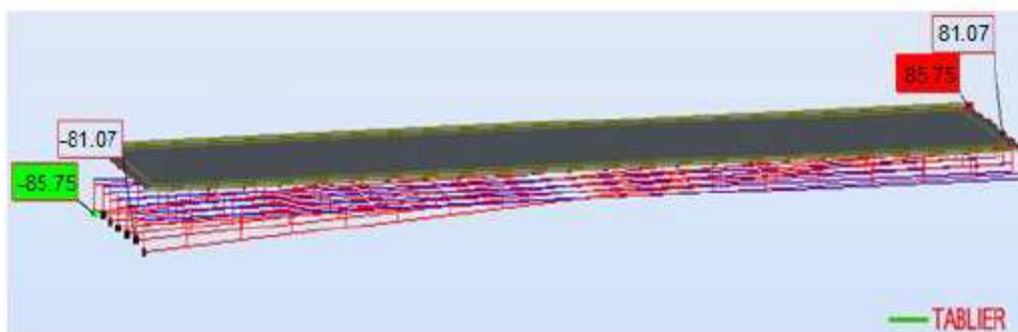


Figure VI-26: Diagramme de moment fléchissant sous l'effet de combinaison défavorable (ELS)

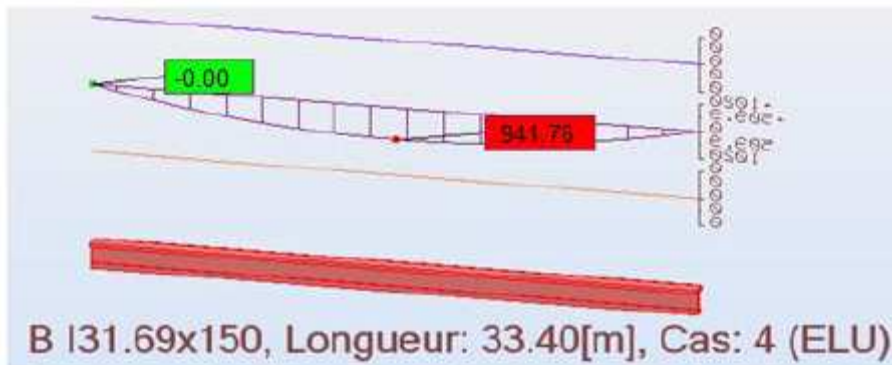


Figure VI-27: Le moment fléchissant max sous la poutre la plus sollicitée

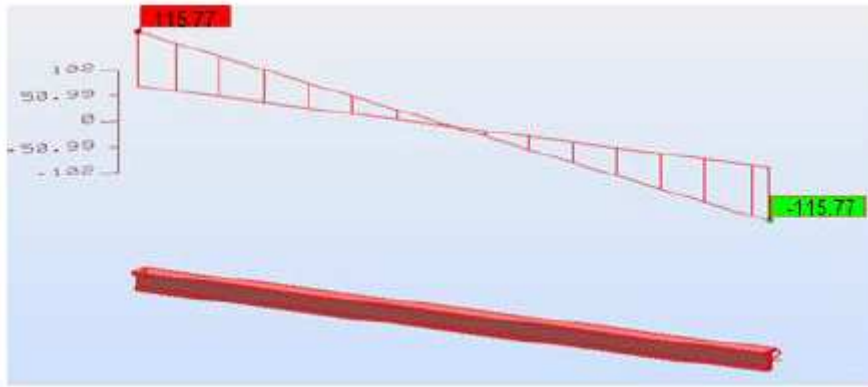


Figure VI-28: L'effort tranchant Max sous la poutre la plus sollicitée

D'après le résultat de calcul automatique, le moment maximum est donné par la combinaison suivante (la poutre la plus sollicitée) : $1.35 (C_p + C_{cp}) + 1.6(A(l) + S_t)$

- le moment $M_{max} = 898.40 \text{ t.m}$
- L'effort tranchant sur l'appui intermédiaire est $T_{max} = 176.47 \text{ t}$

Etat \ Effort interne	M (t.m)	T(t)
E.L.U	941,76	115,77
E.L.S	687,36	85,75

Tableau VI-1: efforts internes maximum dans les poutres



**CHAPITRE VII :
ETUDE DE
PLATELAGE**

VII-I INTRODUCTION :

Le platelage est constitué d'une dalle en béton armé coulée sur place, cette dernière assure deux rôles essentiels :

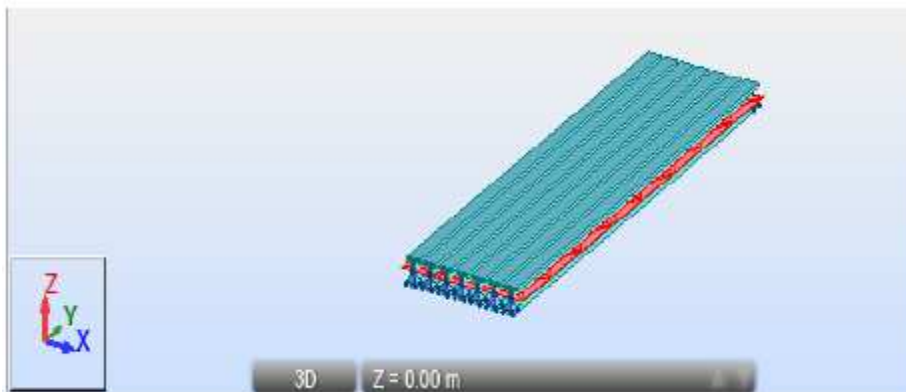
- L'entretoisement des poutres en l'absence d'entretoises intermédiaires ainsi que la répartition transversale des efforts.
- La réception des charges permanentes engendrées par les différentes couches de roulement ainsi que les surcharges appliquées et la transmission des efforts résultants aux poutres.

L'étude du platelage nécessite l'étude des deux flexions suivantes :

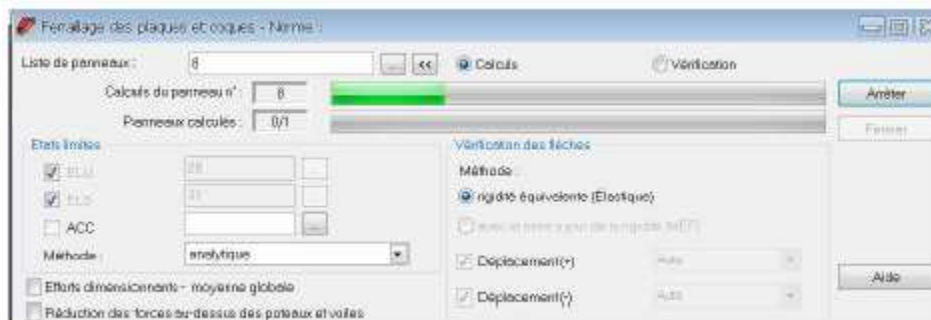
- Flexion transversale.
- Flexion longitudinale.

Le calcul du platelage se fait avec le logiciel **robot millenium**, après avoir effectué les étapes citées dans le chapitre précédent : modélisation, chargement et combinaison, on lance le calcul pour le ferrailage du platelage avec la manière suivante.

VII-I-I Sélection du tablier à étudier:



VII-2 On lance le calcul de l'élément panneau (dalle en béton armé):



VII-3 les résultats obtenus avec le logiciel robot millenium:

VII-3-1 les résultats cartographie:

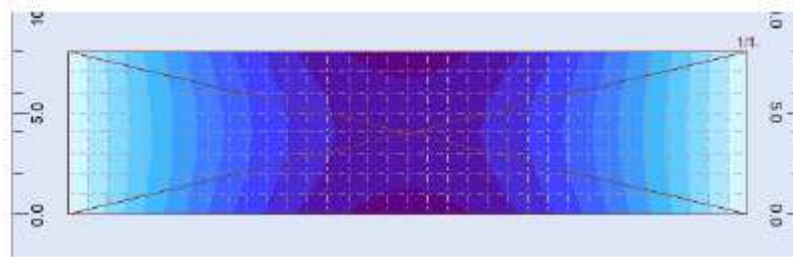


Figure VII-N°1: Flexion Longitudinal

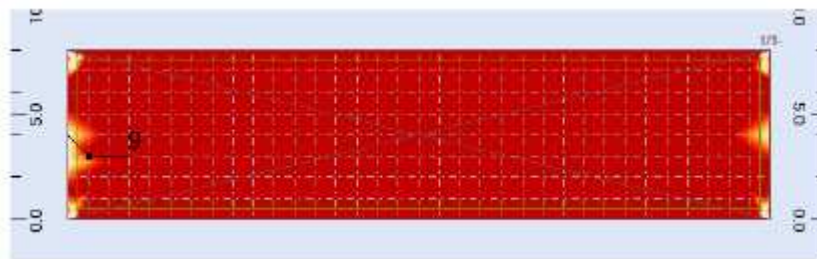


Figure VII-N°2 : Flexion Transversale

VII-3-2 Résultats du moment fléchissant maximal:

A L'E.L.S:

	MXX [Tm/m]	MYY [Tm/m]	MYX [Tm/m]
MAX	3.52	1.46	6.06
Panneau	9	9	9
Noeud	22	1144	794
Cas	ELS/1	ELS/1	ELS/1
MIN	-19.47	-4.00	-7.54
Panneau	9	9	9
Noeud	13	13	1143
Cas	ELS/1	ELS/1	ELS/1

A L'E.L.U:

	MXX [Tm/m]	MYY [Tm/m]	MXY [Tm/m]
MAX	4.75	1.97	8.18
Panneau	9	9	9
Noeud	22	1144	794
Cas	ELU/1	ELU/1	ELU/1
MIN	-26.28	-5.40	-10.17
Panneau	9	9	9
Noeud	13	13	1143
Cas	ELU/1	ELU/1	ELU/1

VII-3-3 les résultats de ferrailage:

le ferrailage de notre dalle en béton armé se fait de la manière suivante:

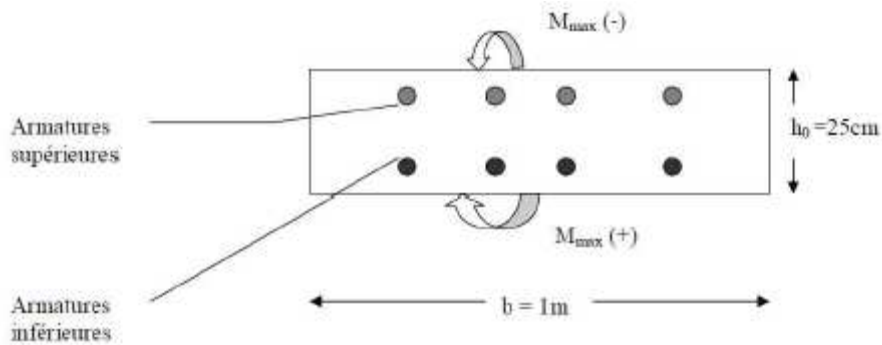


Figure VII-N°3: Sollicitation de flexion de la dalle

VII-3-3-1 le ferrailage de lit supérieur:

➤ dans le sens longitudinal:

le moment négatif dans le sens longitudinal M_{ax} (X-):

X-	Nom de la zone	Zone de base	ϕ	E	Ferrailage [cm ² /m]		
					At	Ar	As
21	1/1-	---	20	25,000	5,42	12,95	+7,53

$A_s = 7,53 \text{ cm}^2$

➤ Dans le sens transversal:

le moment négatif M_{ax} dans le sens transversal (Y-):

Y-	Nom de la zone	Zone de base	ϕ	E	Ferrailage [cm ² /m]		
					At	Ar	As
31	1/11-	---	16	25,000	5,60	8,42	+2,82

$$A_s = 2,82 \text{ cm}^2$$

VII-3-3-2 Le ferrailage de lit inferieur:

➤ Dans le sens longitudinal:

le moment positif dans le sens longitudinal (X+):

X+	Nom de la zone	Zone de base	ϕ	E	Ferrailage [cm2/m]		
				[cm]	At	Ar	As
1	1/1+	---	20	25,000	4,85	12,80	+7,95

$$A_s = 7,95 \text{ cm}^2$$

le moment transversal dans le sens (Y+):

Y+	Nom de la zone	Zone de base	ϕ	E	Ferrailage [cm2/m]		
				[cm]	At	Ar	As
11	1/11+	---	20	25,000	4,52	8,42	+3,90

$$A_s = 3,90 \text{ cm}^2$$

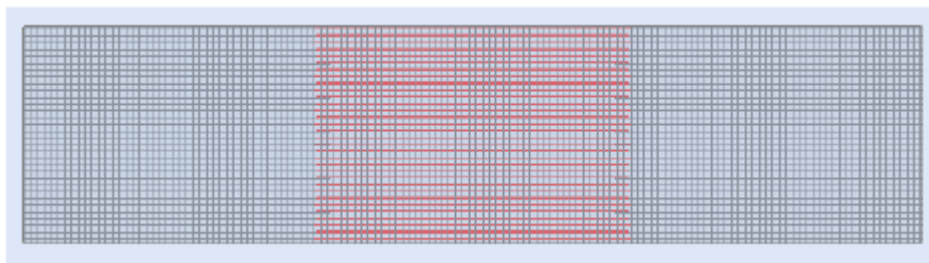
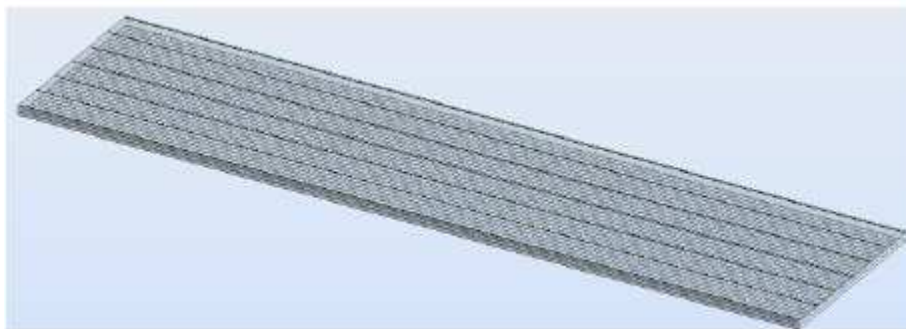


Figure VII-N°4: Le ferrailage général de platelage (donné par le logiciel robot millenium)

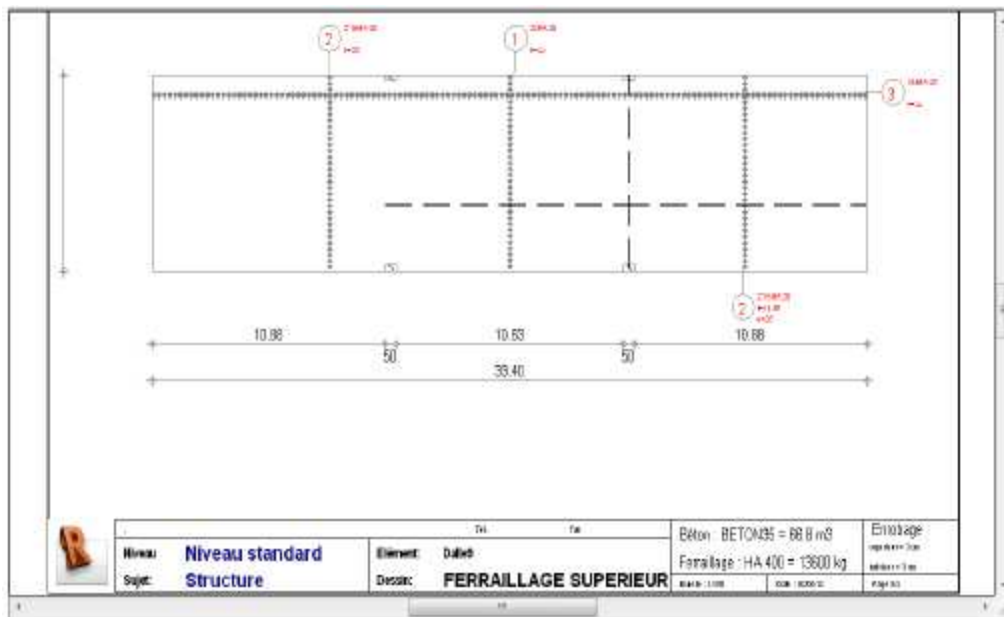


Figure VII-N°5: Plan Ferraillage de lit supérieur

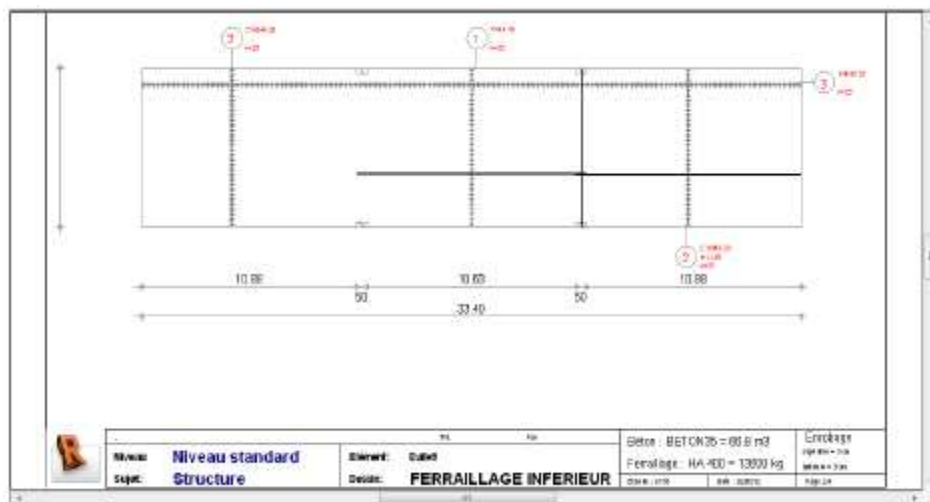


Figure VII-N°6: Plan Ferraillage de lit inférieur



**CHAPITRE VIII :
ETUDE DE LA
TORSION**

VIII-1 ETUDE DE LA TORSION DUE A L'EXCENTREMENT DES CHARGES:

D'après la méthode de GUYON-MASSONNET, les moments de torsion unitaires dans les poutres et les entretoises sont donnés respectivement par les expressions suivantes :

$$M_{XY} = \gamma_p \frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial x \cdot \partial y} \quad \Leftrightarrow \quad (\text{VIII-1})$$

$$M_{YX} = - \gamma_E \frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial x \cdot \partial y} \quad \Leftrightarrow \quad (\text{VIII-2})$$

De ces deux formules, nous pouvons écrire :

$$M_{xy} - M_{yx} = (\gamma_p + \gamma_E) \times \frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial x \cdot \partial y} \quad \Leftrightarrow \quad (\text{VIII-3})$$

Pour l'emploi pratique de la méthode de GUYON-MASSONNET, il est avantageux d'exprimer la différence entre M_{xy} et M_{yx} par la relation suivante :

$$M_{xy} - M_{yx} = 2 \tau_\alpha \cdot b \cdot P_1 \cdot \cos \frac{\pi x}{L} \quad \Leftrightarrow \quad (\text{VIII-3'})$$

Avec τ_α : coefficient de répartition des efforts de torsion.

Puisque les moments de torsion agissent transversalement au tablier, notre pont sera d'une largeur « 2b » et d'une longueur « L ».

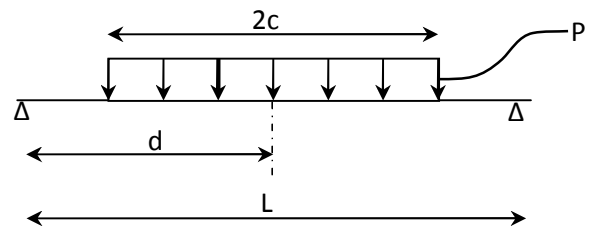
Dans la formule précédente, P_1 dépend du type de chargement, τ_α est un coefficient de répartition des efforts de torsion :

⇒ cas d'une charge uniformément répartie sur toute la longueur (L):

$$P_1 = \frac{4P}{\pi} \quad \Leftrightarrow \quad (\text{VIII-4})$$

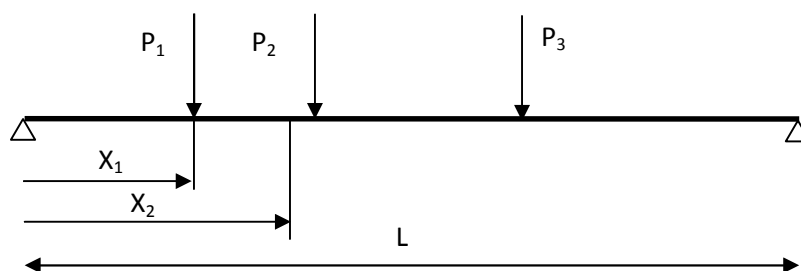
⇒ cas d'une charge uniformément répartie sur toute la longueur (2c):

$$P_1 = \frac{4P}{\pi} \sin \frac{\pi d}{L} \cdot \sin \frac{\pi c}{L} \dots \dots (\text{VIII-4'}) \rightarrow \quad (\text{VIII-5})$$



d'une charge uniformément répartie sur une longueur 2c.

Sollicitation dans le cas d'une charge ponctuelle



$$P_1 = \frac{2}{L} \sum_{i=1}^K P_i \cdot \sin \frac{\pi \cdot X_i}{L} \rightarrow \text{Dans le cas d'une charge ponctuelle.}$$

P_i et x_i sont respectivement le poids et l'abscisse de la charge considérée.

Le coefficient de répartition τ_α dépend :

- Du paramètre de torsion « α ».
- De l'excentricité de la charge « e ».
- De la position active de la poutre.
- Du paramètre d'entretoisement « θ ».

La variation de τ_α en fonction de α peut être représentée approximativement par la loi simple ci-après :

$$\tau_\alpha = \tau_1 * \sqrt{\alpha}$$

Avec:

τ_1 : La valeur de τ pour $\alpha = 1$ (tirée des tables de Guyon Massonnet).

Pour le calcul du coefficient τ_α des poutres, on interpolera de la même manière que lors du calcul de (K_α)

Si $r \geq 0,3 \Rightarrow$ On utilise la méthode de **GUYON – MASSONNET** qui prend en compte l'effet de la résistance à la torsion du tablier.

(r) est donnée par la formule suivante:

$$r = \frac{n}{2} \cdot \frac{b_1}{L} \times \sqrt[4]{\frac{I_p}{I_E}} \dots\dots\dots(\text{VIII-6})$$

avec:

- n : Nombre de poutres principales.
- b_1 : Entre axes des poutres principales.
- L : Portée des poutres principales.
- I_p : Moment d'inertie d'une poutre principale.
- I_E : Moment d'inertie d'une entretoise.

Dans notre projet:

Le pont ne comporte pas d'entretoises intermédiaires mais on a des entretoises d'about. Pour cela c'est l'hourdis qui joue le rôle des entretoises intermédiaires.

Soit:

- N= 7 poutres
- L=33,40m
- $b_1=1,50\text{m}$

le moment d'inertie de l'entretoise pour 1m d'hourdis est donnée par:

$$I_E = 100 \times \frac{h^3}{12} \dots\dots\dots(\text{VIII-7})$$

Avec : h=25cm hauteur du hourdis.

$$A.N: I_E = 100x [25^3 / 12] = 130208,33 \text{ cm}^4$$

VIII-2 Calcul d’inertie équivalente des poutres :

La section des poutres est variable le long de la portée, donc on doit calculer l’inertie moyenne équivalente d’une poutre par la formule suivante :

$$I_m = I_0 + (I_m - I_0) x [8/3.\pi] \dots\dots\dots(VIII-8)$$

Avec:

I_0 = inertie nette à l'about de la poutre avec hourdis.

I_m =Inertie nette à mi-travée avec hourdis.

a)Pour une poutre de rive:

$$I_0 = 2742571,87\text{cm}^4$$

$$I_M = 24801746,77\text{cm}^4$$

$$I_{m1} = 27428571,87 + (2480146,77 - 27428571,87) x \frac{8}{3.\pi} = 25197722,53 \text{ cm}^4$$

$$I_{m1} = \mathbf{25197722,53 \text{ cm}^4}$$

b) Pour une poutre intermédiaire :

$$I_0 = 25911253,1 \text{ cm}^4$$

$$I_M = 23572913,1 \text{ cm}^4$$

$$I_{m2} = 25911253,1 + (23572913,1 - 25911253,1) x \frac{8}{3.\pi}$$

$$I_{m2} = 23925401,72 \text{ cm}^4$$

L’inertie moyenne de toutes les poutres (de rive ; intermédiaire) est égale à :

$$I_p = (\sum I_{m1} + \sum I_{m2}) / n \dots\dots\dots(VIII-9)$$

AN:

$$I_p = \frac{2xI_{m1} + 4 xI_{m2}}{8} = \frac{2x 25197722,53 + 6x 23925401,72}{8}$$

$$I_p = 24243481,92 \text{ cm}^4$$

D'où :

$$r = \frac{8}{2} x \frac{1,50}{33,4} x \sqrt[4]{\frac{24243481,92}{130208,33}}$$

$r = 0,670 \geq 0,3 \Rightarrow$ On utilise la méthode de GUYON-MASSONNET.

VIII-3 Principe de la méthode de GUYON-MASSONNET :

La méthode consiste à remplacer la structure réelle discontinue par une structure fictive continue ayant pour rigidité en flexion et en torsion dans le sens longitudinal et transversal les valeurs moyennes des rigidités dans la structure réelle. La structure fictive considérée se présente alors comme une dalle isotrope car elle a des rigidités différentes dans les deux sens orthogonaux d'où son appellation de dalle orthogonale orthotrope.

Le réseau de poutres est donc assimilé à une dalle orthotrope à travées indépendante possédant deux bords libres selon le sens transversal et simplement appuyé dans le sens longitudinal.

La dalle orthotrope est analysable par le calcul différentiel de manière approchée. La répartition transversale peut avoir la même distribution qu'une charge sinusoïdale P(x)

par rapport à l'axe du pont : $P(X) = P_1 \sin \frac{\pi X}{L}$ (VIII-10)

La méthode consiste à tracer pour chaque effort interne les lignes d'influence de son coefficient de répartition transversale pour les différentes excentricités des charges.

$e = \{ \mp b, \mp b/4, \mp b/2, \mp b/4, 0 \}$ 9 sections

$y = \{ +b, +3b/4, +b/2, +b/4, 0 \}$

On tracera les lignes d'influence des différentes excentricités des charges et on retiendra la section qui nous donne les plus grandes valeurs des coefficients correspondants.

Calcul des paramètres fondamentaux :

Soient :

$B_p = E.I_p$: Rigidité flexionnelle des poutres.

$B_E = E.I_E$: Rigidité flexionnelle des entretoises (dalles).

Le pont à structure continue équivalent au pont réel aura pour rigidités :

$\rho_p = \frac{B_p}{b_1}$ Rigidité flexionnelle de la poutre par unité de longueur

$\rho_E = \frac{B_E}{L_1}$ Rigidité flexionnelle de l'entretoise par unité de longueur

$\gamma_p = \frac{C_p}{b_1}$ Rigidité torsionnelle de la poutre par unité de longueur.

Avec:

$$C_p = \frac{1}{3} . G (\sum b_i . e_i^3 + \frac{1}{2} b_1 . h^3)$$

$\gamma_E = \frac{C_E}{L_1}$ Rigidité torsionnelle de l'entretoise par unité de longueur

avec $C_E = \frac{G}{6} . b . h^3$ (cas d'une dalle).

G : module de déformation transversal donné dans le chapitre II

D'où l'équation différentielle des dalles orthotropes (équation de LAGRANGE) qui donne

La fonction liant la déformée w(x,y) et la charge P(x,y) :

$$P(x,y) = \rho_p \frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial x^4} + (\gamma_p + \gamma_E) \frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial x^2 \partial y^2} + \rho_E \frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial y^4}$$
(VIII-11)

L'équation de la déformée du pont est donnée par :

$$P(x,y) = \rho_p \frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial x^4} + 2\alpha \sqrt{\rho_E \rho_p} \frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial x^2 \partial y^2} + \rho_E \frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial y^4}$$
(VIII-12)

$\Rightarrow \alpha = \frac{\gamma_p \gamma_E}{2 \sqrt{\rho_E \rho_p}}$: paramètre de torsion.

La fonction du tablier est complètement définie par le paramètre de torsion α et le paramètre d'entretoisement $\theta = \frac{b}{L} \sqrt[4]{\frac{\rho_P}{\rho_E}}$, notons que ce paramètre détermine la souplesse de l'entretoisement θ augmente \Rightarrow entretoisement plus souple.

Remarque : le comportement de la construction est complètement défini par ces deux paramètres.

Calculons les rigidités; flexionnelle et torsionnelle :

$$C_E = \frac{G}{6} \cdot b \cdot h^3$$

$$C_E = \frac{E}{12(1+\nu)} 100 \times 20^3 = 55555,55 \cdot E$$

$$\gamma_E = \frac{C_E}{L_1} = \frac{55555,55}{100} = 555,55 \cdot E$$

$$\rho_P = \frac{E \cdot I_P}{b_1} = \frac{24243481,92 \cdot E}{152} = 159496,5916 \cdot E$$

$$\rho_E = \frac{E \cdot I_P}{L_1} = \frac{24243481,92 \cdot E}{100} = 159496,5916 \cdot E$$

$$\rho_P = \frac{E \cdot I_P}{b_1} = \frac{24243481,92 \cdot E}{150} = 159496,5916 \cdot E$$

$$\rho_E = \frac{E \cdot I_P}{L_1} = 666,67 \cdot E$$

pour le calcul de C_P on utilisera la poutre équivalente.

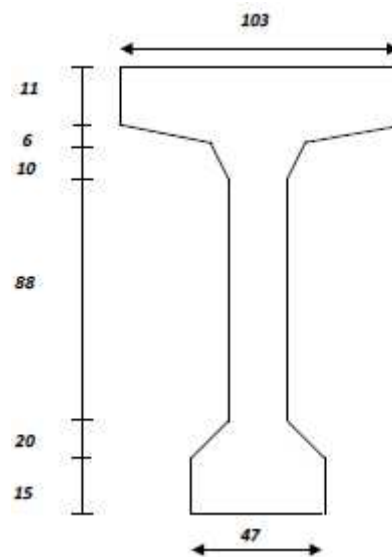


Figure VIII-1: section de la poutre médiane

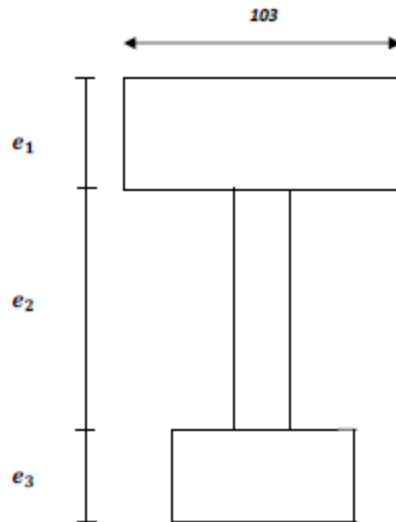


Figure VIII-2: section médiane équivalente

$$S_1 = (103 \times 11) + \frac{1}{2} \cdot 2(41,5 \times 6) + (21 \times 16) + 2 \times (10 \times 10 / 2) = 1875 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow S_1 = 1875 \text{ cm}^2$$

$$S_3 = (21 \times 35) + 2 \times (15 \times 13) + (20 \times 13) = 1385 \text{ cm}^2$$

Et on a:

$$S_1 = e_1 \times 103 \Rightarrow e_1 = \frac{S_1}{103} = \frac{1875}{103} = 18,20 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow e_1 = 18,20 \text{ cm}$$

$$S_3 = e_3 \times 47 \Rightarrow e_3 = \frac{S_3}{47} = \frac{1385}{47} = 29,468 \text{ cm.}$$

$$e_3 = 29,468 \text{ cm}$$

$$e_2 = H_p - (e_1 + e_3)$$

$$e_2 = 150 - (18,20 + 29,468) = 102,32 \text{ cm} \Rightarrow e_2 = 102,32$$

Donc:

$$C_p = \frac{1}{3} \cdot G \left(\sum b_i \cdot e_i^3 + \frac{1}{2} b_1 \cdot h^3 \right)$$

$$\Rightarrow C_p = 740456,1344 \text{ E}$$

$$\gamma_p = \frac{C_p}{b_1} = 4871,42 \text{ E}$$

$$\alpha = \frac{\gamma_p \gamma_E}{2 \cdot \sqrt{\rho_E \rho_p}} = 0,26$$

$$\Rightarrow \alpha = 0,26$$

Dans le cas des ponts en biais, la méthode de GUYON MASSONET reste globalement valable pour des biais modéré.

Dans notre cas le pont est droit avec $\emptyset = 100$ grads

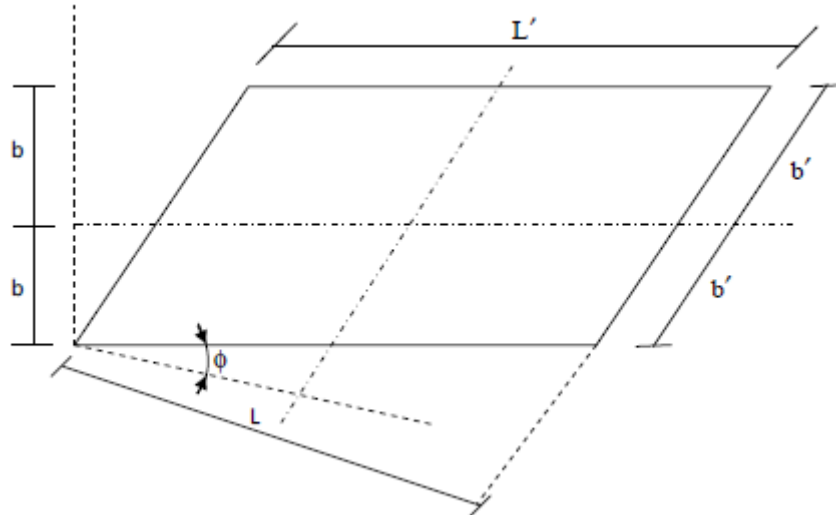


Figure VIII-3: application de la méthode GUYON MASSONET

θ : Angle du biais

b' : Demi-largeur biaise

b : Demi-largeur droite

L' : Portée biaise

L : Portée droite

Avec :

$$b' = \frac{b}{\sin\theta} \quad \text{et} \quad L' = \frac{L}{\sin\theta} ; \quad \theta = \frac{b}{L} \sqrt{\frac{\rho_P}{\rho_E}}$$

$$\theta = 0,775$$

INTERPOLATION

Pour $0 \leq \alpha \leq 1$, on utilisera l'une des formules d'interpolation suivantes (formules de SATTLER) suivant la valeur de θ :

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 < \theta \leq 0,1 \longrightarrow \tau\alpha = \tau_0 + (\tau_1 - \tau_0) \cdot \alpha^{0,05} \\ 0,1 < \theta \leq 1 \longrightarrow \tau\alpha = \tau_0 + (\tau_1 - \tau_0) \cdot (\alpha^{1 - e^{(0,065 - \theta / 0,663)}}) \\ \theta > 1,0K\alpha \longrightarrow \tau_0 + (\tau_1 - \tau_0) \cdot \alpha^{0,5} \end{array} \right.$$

Si $\theta_0 \leq \theta \leq \theta_1$:

Avec:

$$\tau_0 = \tau_0 + (\tau_{01} - \tau_{00}) \frac{\theta - \theta_0}{\theta_1 - \theta_0} \text{ avec } \begin{cases} \tau_{00} \longrightarrow \theta_0 & \alpha = 0. \\ \tau_{01} \longrightarrow \theta_1 & \alpha = 0 \end{cases}$$

$$\tau_1 = \tau_{10} + (\tau_{11} - \tau_{10}) \frac{\theta - \theta_0}{\theta_1 - \theta_0} \text{ avec } \begin{cases} \tau_{10} \longrightarrow \theta_0 & \alpha = 1 \\ \tau_{11} \longrightarrow \theta_1 & \alpha = 1 \end{cases}$$

VIII-4 Calcul du coefficient de répartition τ_α des poutres:

y \ e	-b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
0	-0,1147	0,1174	-0,1155	-0,0907	0,0000	0,0907	0,1155	0,1147	0,1174
b/4	-0,0753	-0,083	-0,0911	-0,0931	-0,0699	0,0225	0,1183	0,1521	0,1672
b/2	-0,0477	-0,0551	-0,0642	-0,0732	-0,0739	-0,0459	0,0563	0,1693	0,2314
3b/4	-0,0305	-0,0360	-0,0433	-0,0519	-0,0578	-0,0508	-0,0067	0,1263	0,2970
b	-0,0241	-0,0286	-0,0346	-0,0418	-0,0475	-0,0475	0,0126	0,0854	0,3325

Tableau VIII-1: Valeurs de τ_1 pour $\theta = 0,7$

y \ e	-b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
0	-0,0931	-0,1016	-0,1079	-0,0925	0,0000	0,0925	0,1079	0,1016	0,0931
b/4	-0,0572	-0,0674	-0,0804	-0,0905	-0,0764	-0,0171	0,1151	0,1392	0,1484
b/2	-0,0337	-0,0417	-0,0530	-0,0667	-0,0755	-0,0569	-0,0468	0,1613	0,2134
3b/4	-0,0197	-0,0251	-0,0329	-0,0437	-0,0546	-0,0563	-0,0220	0,1130	0,2891
b	-0,014	-0,0188	-0,0248	-0,0332	-0,0424	-0,0458	-0,0250	0,0656	0,3330

Tableau VIII-2: Valeurs de τ_1 pour $\theta = 0,8$

y \ e	-b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
0	-0,098	-0,1055	-0,1098	-0,0920	-0,0000	-0,0920	-0,1098	0,1055	0,0985
b/4	-0,0617	-0,0713	-0,0831	-0,0911	-0,0748	-0,0188	-0,1159	0,1424	0,1504
b/2	-0,0372	-0,0451	-0,0558	-0,0683	-0,0751	-0,0541	-0,0492	0,1633	0,2179
3b/4	-0,0224	-0,0279	-0,0355	-0,0456	-0,554	-0,0549	-0,0182	0,1163	0,2911
b	-0,0170	-0,0212	-0,0273	-0,0354	-0,0437	-0,0453	-0,0219	0,0706	0,3329

Tableau VIII-3: Valeurs de τ_1 pour $\theta = 0,775$

e \ y	-b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
0	-0,0394	-0,0422	-0,0439	-0,0368	0,0000	0,0368	0,0439	0,0422	0,0394
b/4	-0,0247	-0,0285	-0,0332	-0,0364	-0,0299	0,0075	0,0464	0,0570	0,0602
b/2	-0,0149	-0,0180	-0,0223	0,0273	-0,0300	-0,0216	0,0197	0,0570	0,0871
3b/4	-0,0090	-0,0111	-0,0142	-0,0183	-0,0222	-0,0220	-0,0073	0,0465	0,1164
b	-0,0068	-0,0085	-0,0109	0,0142	-0,0175	-0,0181	-0,0088	0,0282	0,1331

Tableau VIII-4: Valeur de τ_α pour $\theta = 0,775$

e \ y	-b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
P ₁	-0,0394	-0,0422	-0,0368	-0,0368	0,0000	0,0368	0,0439	0,0422	0,0394
P ₂	-0,0235	-0,0273	-0,0319	-0,0354	-0,0299	0,0040	0,0432	0,0580	0,0634
P ₃	-0,0135	-0,0164	-0,0204	-0,0252	-0,0282	-0,0217	0,0132	0,0608	0,0942
P ₄	-0,0082	-0,0102	-0,0130	-0,0168	-0,0205	-0,0206	-0,0078	0,0399	0,1225

Tableau VIII-5: Valeurs de τ_1 pour les poutres P₁ P₂ P₃ P₄

VIII-5 Calcul des moments de torsion :

Connaissant la différence des moments de torsion dans les poutres et les entretoises, nous pouvons calculer des moments par la formule suivante :

$$M_{xy} = \frac{\gamma_P}{\gamma_E + \gamma_P} (M_{xy} - M_{yx}) \quad \Leftrightarrow \quad \text{(VIII-13) moment de torsion dans la poutre}$$

$$M_{xy} = \frac{\gamma_E}{\gamma_E + \gamma_P} (M_{xy} - M_{yx}) \quad \Leftrightarrow \quad \text{(VIII-14) moment de torsion dans l'entretoise}$$

Nous remarquons que les moments de torsion dans les poutres et les entretoises sont maximaux lorsque $\cos \frac{\pi x}{L} = 1 \Leftrightarrow x=1$, c'est à dire au niveau de la section d'about.

Les expressions (VIII-13) et (VIII-14) deviennent:

$$M_{xy} = 2 \cdot \tau_\alpha \cdot b \cdot P_1 \frac{\gamma_P}{\gamma_E + \gamma_P} \rightarrow \text{(VII - 6')}$$

$$M_{yx} = -2 \cdot \tau_\alpha \cdot b \cdot P_1 \frac{\gamma_E}{\gamma_E + \gamma_P} \rightarrow \text{(VII - 7')}$$

$$M_{xy} - M_{yx} = 2 \cdot \tau_\alpha \cdot b \cdot P_1$$

Sachant que:

$$\gamma_E = 555,55 \text{ E}$$

$$\gamma_P = 48711,42 \text{ E}$$

$$b = \frac{nb_0}{2} = \frac{8 \times 1,50}{2} \Leftrightarrow b = 6,08$$

$$M_{xy} = 10,91 \tau_\alpha \cdot P_1$$

$$M_{yx} = -1,244 \cdot \tau_\alpha \cdot P_1$$

Détermination de P₁ :

Charge permanente G:

$$P = 24,24 \text{ t/ml}$$

$$P_1 = \frac{4P}{\pi} = \frac{4 \times 24,24}{3,14} = 30,87 \text{ t/ml}$$

Surcharge A(L) :

- **Une voie chargée:**

$$P = 3,405 \text{ t/ml}$$

$$P_1 = \frac{4P}{\pi} = \frac{4 \times 3,405}{3,14} = 4,337 \text{ t/ml}$$

- **Deux voie chargées:**

$$P_1 = 2 \times 4,337 = 8,675 \text{ t/ml}$$

Surcharge sur le trottoirs:

- **Un trottoir chargé:**

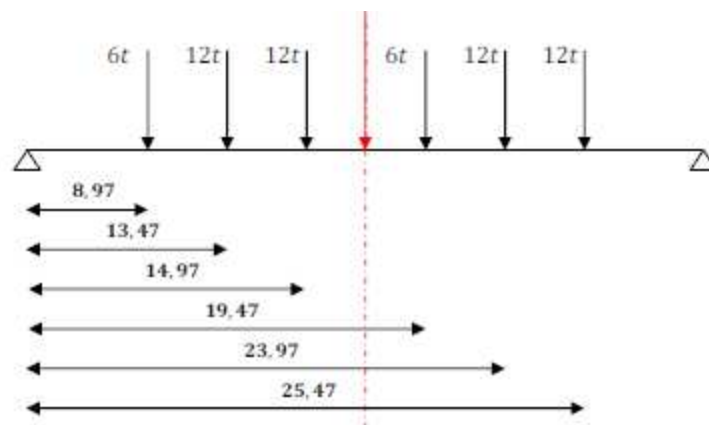
$$P = 1 \times 0,15 = 0,15 \text{ t/ml}$$

$$P_1 = \frac{4P}{\pi} = \frac{4 \times 0,15}{3,14} = 0,19 \text{ t/ml}$$

- **Deux trottoir chargés:**

$$P_1 = 2 \times 0,19 = 0,38 \text{ t/ml}$$

Surcharge B_c :



- Une voie chargée:

$$P_1 = \frac{2}{L} \sum P_i \cdot \sin\left(\frac{\pi x_i}{L}\right)$$

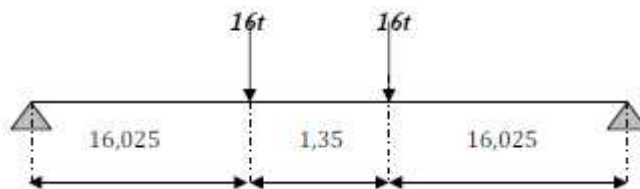
$$P_1 = \frac{2}{33,4} \left[6 \sin\left(\frac{8,97\pi}{33,4}\right) + 12 \sin\left(\frac{13,47\pi}{33,4}\right) + 12 \sin\left(\frac{14,97\pi}{33,4}\right) + 6 \sin\left(\frac{19,47\pi}{33,4}\right) \right. \\ \left. + 12 \sin\left(\frac{23,47\pi}{33,4}\right) + 12 \sin\left(\frac{25,47\pi}{33,4}\right) \right]$$

$$P_1 = 3,076 \text{ t/ml}$$

- Deux voies chargés:

$$P_2 = 2 \times 3,076 = 6,152 \text{ t/ml}$$

Surcharge B_t :



- Un tandem:

$$P_1 = \frac{2}{L} \sum P_i \cdot \sin\left(\frac{\pi x_i}{L}\right)$$

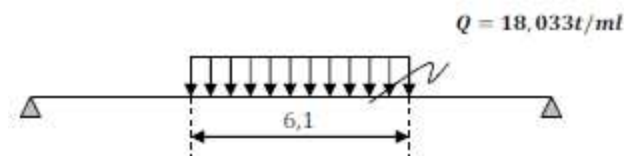
$$P_1 = \frac{2}{33,4} \times \left[16 \times \sin\left(\frac{16,025\pi}{33,4}\right) + 16 \times \sin\left(\frac{16,025\pi}{33,4}\right) \right]$$

$$P_1 = 1,912 \text{ t/ml}$$

- Deux tandems:

$$P_1 = 2 \times 1,912 = 3,824 \text{ t/ml}$$

Surcharge M_{c120} :



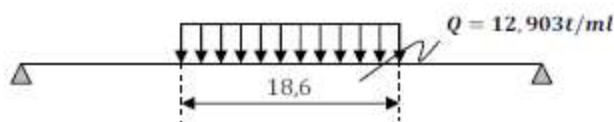
$$P_1 = \frac{4P}{\pi} \times \sin\left(\frac{\pi \times d}{L}\right) \times \sin\left(\frac{\pi \times c}{L}\right)$$

$$\text{Avec : } \sin\left(\frac{\pi \times d}{L}\right) = 1$$

$$\text{Alors : } P_1 = \frac{4 \times 18,033}{3,14} \cdot \sin\left(\frac{3,14 \times 3,05}{33,4}\right) = 6,497 \text{ t/ml}$$

$$P_1 = 6,497 \text{ t/ml}$$

Surcharge D_{240} :



$$P_1 = \frac{4P}{\pi} \times \sin\left(\frac{\pi \times d}{L}\right) \times \sin\left(\frac{\pi \times c}{L}\right)$$

$$P_1 = \frac{4 \times 12,903}{3,14} \cdot \sin\left(\frac{3,14 \times 9,30}{33,4}\right) = 12,608t/ml$$

VIII-6 Calcul de coefficient τ_a :

τ_a sera calculé comme K_a ou v_a en excentrant les chargements vers (-b) et (+b)

Type de charge	NVC	Poutre 1		Poutre 2		Poutre 3		Poutre 4		charge P_1
		-b	+b	-b	+b	-b	+b	-b	+b	
G	-	-0,0089	0,0089	-0,0041	0,004	0,0000	0,000	0,0018	-	
A(L)	1 voie	-0,0841	0,0843	-0,0041	0,069	0,0320	0,0227	0,0320	0,0126	4,337
	2 voies	-0,0535	0,0307	-0,0568	0,0047	0,0448	0,0152	0,0400	0,0177	0,1900
trottoir	1 trot	-0,0800	0,0839	-0,0482	0,1220	0,0278	0,0839	0,0170	0,1582	0,3800
	2 trot	-0,0430	0,0430	-0,0793	0,0793	0,0560	0,0560	0,1144	0,1144	0,3800
B_c	1 conv	-0,0419	0,0433	-0,0288	0,0379	0,0177	0,0172	0,0111	0,0007	3,076
	2 conv	-0,0336	0,0285	-0,0314	0,0122	0,0211	0,0035	0,0095	-0,0097	6,152
B_t	1 tand	-0,1000	0,0031	-0,0288	0,0213	0,0177	0,0263	0,0111	-0,0199	1,912
	2 tand	-0,0500	0,0232	-0,0309	0,0083	0,0217	0,0046	0,0144	-0,0096	3,824
M_{c120}	-	-0,0756	0,0488	-0,0614	0,0261	0,0419	0,0021	0,0274	-0,0158	6,497
D_{240}	-	-0,0843	0,0815	-0,0608	0,0550	0,0384	0,0035	0,0244	-0,0214	12,608

Tableau VIII-6 : valeur de τ_a pour chaque poutre suivant l'excentricité de chargement

Remarque : les moments de torsion sont pondérés en tenant compte de l'effort dynamique de Coefficient b_c et b_t

Type de charge	NVC	Poutre 1		Poutre 2		Poutre 3		Poutre 4	
		M_{xy}	M_{yx}	M_{xy}	M_{yx}	M_{xy}	M_{yx}	M_{xy}	M_{yx}
G	-	2.3905	-0.5336	-1.1058	-0.2468	0.0107	0.0024	0.4921	-0.1098
A(L)	1 voie	3.5336	-0.7888	2.8906	-0.6452	0.9524	-0.2126	0.5298	-0.1183
	2 voies	2.5695	-0.5736	0.3907	-0.0872	-1.2734	0.2843	-1.4839	0.3312
trottoir	1 trot	0.1616	-0.0361	0.2349	-0.0524	0.1616	-0.0361	0.3046	-0.0680
	2 trot	0.1654	-0.0369	0.3054	-0.0682	0.2156	-0.0481	0.4406	-0.0984
B_c	1 conv	1.4854	-0.3316	0.3000	-0.2902	0.5890	-0.1315	0.0240	-0.0054
	2 conv	1.9594	-0.4374	0.8401	-0.1875	-0.2404	0.0537	-0.6663	0.1487
B_t	1 tand	0.0653	-0.0146	0.4558	0.1017	-0.5627	0.1256	-0.4258	0.0950
	2 tand	0.9907	-0.2211	0.3541	-0.0790	-0.1958	0.0437	-0.4108	0.0917
M_{c120}	-	3.5431	-0.7909	1.8968	-0.4234	0.1534	-0.0342	-1.1490	0.2565
D_{240}	-	10.5143	-2.3470	7.1042	-1.5858	0.4575	-0.1021	-2.7655	0.6173

Tableau VIII-7 : moment de torsion pour un excentrement vers +b

Type de charge	NVC	Poutre 1		Poutre 2		Poutre 3		Poutre 4	
		M _{xy}	M _{yx}	M _{xy}	M _{yx}	M _{xy}	M _{yx}	M _{xy}	M _{yx}
G	-	2.3095	0.5336	-1.1058	0.2468	-0.0107	0.0024	0.4921	-0.1098
A(L)	1 voie	-3.5246	0.7867	-0.1719	0.0384	-1.5308	0.3417	-1.3422	0.2996
	2 voies	-4.4857	1.0013	-4.7585	1.0622	-3.7558	0.8384	-3.3567	0.7493
trottoir	1 trot	0.1540	0.0344	0.0929	0.0207	0.0536	0.0120	0.0327	0.0073
	2 trot	0.1654	-0.0369	0.3054	-0.0682	0.2156	-0.0481	0.4406	-0.0984
B _c	1 conv	-1.4391	0.3212	-0.9891	0.2208	-0.6079	0.1357	-0.3812	0.0851
	2 conv	-2.4952	0.5570	-2.1586	0.4818	-1.4476	0.3231	-0.6544	0.1461
B _t	1 tand	2.1397	0.4776	0.6162	0.1376	0.3787	0.0845	0.2375	0.0530
	2 tand	2.1397	-0.4776	-1.3234	0.2954	+0.9276	0.2070	-0.6162	0.1376
M _{c120}	-	-5.4881	1.2250	4.4562	0.9947	3.0431	0.6793	1.9894	0.4441
D ₂₄₀	-	-10.8762	2.4278	-7.8503	1.7523	-4.9622	1.1077	-3.1525	0.7037

Tableau VIII-8 : moment de torsion pour un excentrement vers -b

combinaisons	E.L.U	E.L.S
I	1,35G + 1,605[max(A, B) + Tr]	G + 1,2[max(A, B) + Tr]
II	1,35G + [max (Mc120, D240)]	G + max (Mc120, D240)

Tableau VIII- 9 : combinaison d'actions des moments de torsion

		Poutre 1		Poutre 2		Poutre 3		Poutre 4	
		M _{xy}	M _{yx}	M _{xy}	M _{yx}	M _{xy}	M _{yx}	M _{xy}	M _{yx}
E.L.U	(I)	9,1642	-2,0456	3,6368	-0.8118	4.8326	-1.0787	2.2219	-0.4960
	(II)	17.4216	-3.8888	8.0979	-1.8076	0.6032	-0.1346	-0.8868	0.1979
E.L.S	(I)	6.8294	-1.5245	2.7294	-0.6093	3.6132	-0.8065	1.6566	-0.3698
	(II)	12.9049	-2.8806	5.9984	-1.3390	0.4468	-0.0997	-0.6569	0.1466

Tableau VIII-10 : moments de torsion pour un excentrement vers +b après combinaison

		Poutre 1		Poutre 2		Poutre 3		Poutre 4	
		M _{xy}	M _{yx}	M _{xy}	M _{yx}	M _{xy}	M _{yx}	M _{xy}	M _{yx}
E.L.U	(I)	6.9269	1.5462	-1.2785	0.2854	4.8324	1.0787	0.9903	0.2211
	(II)	-4.1817	0.9334	-7.5086	1.6761	-4.1225	0.9202	-2.0213	0.4512
E.L.S	(I)	5.1567	1.1511	-0.9456	0.2111	3.6132	0.8065	0.7358	0.1643
	(II)	-3.0976	0.6914	-5.5620	1.2415	-3.0537	0.6817	-1.4973	0.3342

Tableau VIII-11 : moments de torsion pour un excentrement vers -b après combinaison

Effet de la torsion :

Le moment de torsion sera réparti à l'âme et aux semelles de la poutre suivant leurs inerties de torsion qui est donnée pour une section rectangulaire de dimensions a et b (b > a), par la formule suivante :

$$\tau = K \cdot b \cdot \alpha^3$$

la valeur de K dépend du rapport: $R = \frac{b}{\alpha}$ et est donnée par la formule empirique suivante:

$$K = \frac{1}{3} - \left(0,051 + \frac{0,168}{R} \right) \cdot e^{-0,13R}$$

NB : la partie de l'hourdis associée à la poutre est prise en compte dans le calcul de l'inertie de torsion τ

Pour des raisons de simplification, nous allons apporter deux corrections :

- L'âme de la poutre est calculée pour une hauteur double de la hauteur réelle ;
- Pour le hourdis, la valeur à retenir ne représente que la moitié de celle donnée par la formule précédente.

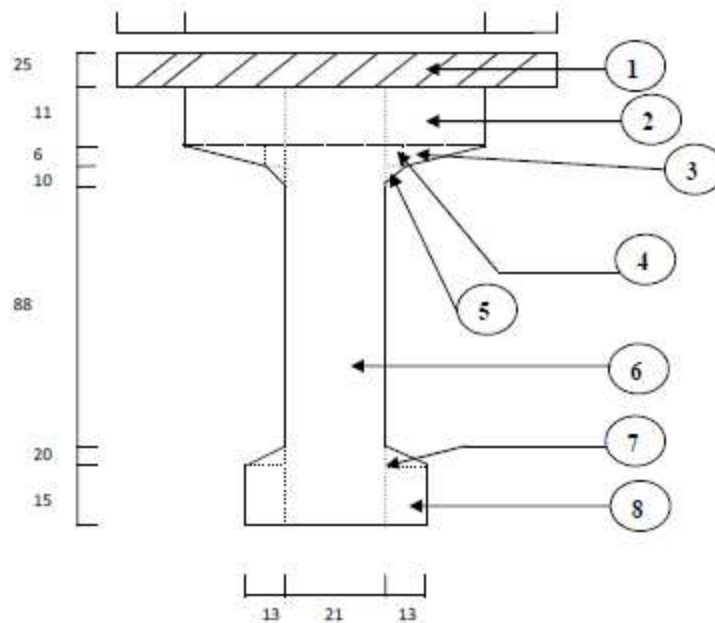


Figure VIII-1 : Section d'about d'une poutre + hourdis

VIII-IV Inertie de torsion :

Elément	a (m)	b (m)	R	K	$\tau \times 10^4 (m^4)$
1	0,250	1,52	6,080	0,297	35,541
2	0,110	0,410	3,727	0,2742	1,496
3	0,060	0,310	5,167	0,2907	0,195
4	0,060	0,100	1,667	0,2111	0,046
5	0,100	0,100	1,000	0,1410	0,141
6	0,210	3,000	14,286	0,3235	89,888
7	0,130	0,200	1,538	0,2022	0,888
8	0,130	0,150	1,154	0,1641	0,541
$\sum \tau_i$					128,736

Tableau VIII-12 : calcul de τ

$$\tau_{ame} = 89,888 \cdot 10^{-4} m^4$$

$$\tau_{total} = 128,736 \cdot 10^{-4} m^4$$

$$\frac{\tau_{ame}}{\tau_{total}} = 69,82$$

Donc l'âme reprend 69.82% du moment de torsion appliqué sur la poutre

Etat	Moment de torsion (tm)	
	Poutre	ame
E.L.U	17,4216	16,248
E.L.S	12,9049	12,035

Tableau VIII-13 : Valeurs des moments de torsion dans la poutre et l'âme

VIII -7 Calcul des contraintes tangentielles de torsion :

La contrainte tangentielle de torsion dans une section rectangulaire de cotés a et b ($a < b$) est maximal au milieu du grand coté b , sa valeur est donnée par :

$$\tau_{ame} = \frac{M_t}{a^3} \cdot \frac{1}{R} \cdot \left[4,81 - 1,81 \cdot \frac{R-1}{\sqrt{2+R^2}} \right]$$

$$a = a_{net} - \frac{\phi}{2}$$

Avec $\phi = 6,6$ cm : diamètre extérieur de la gaine

$$a = 21 - 3,3 = 17,7$$

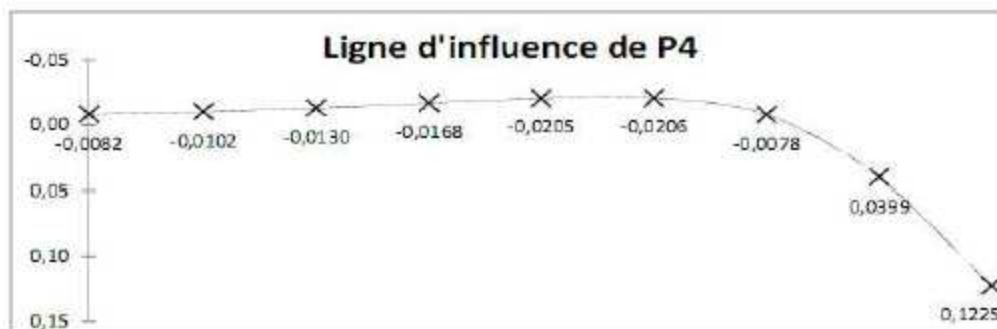
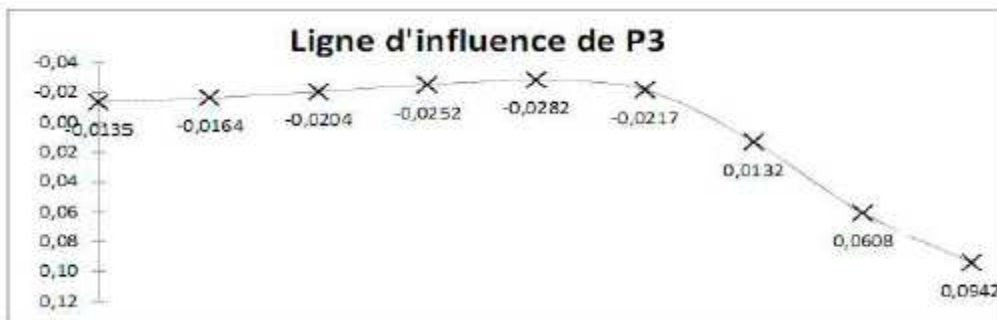
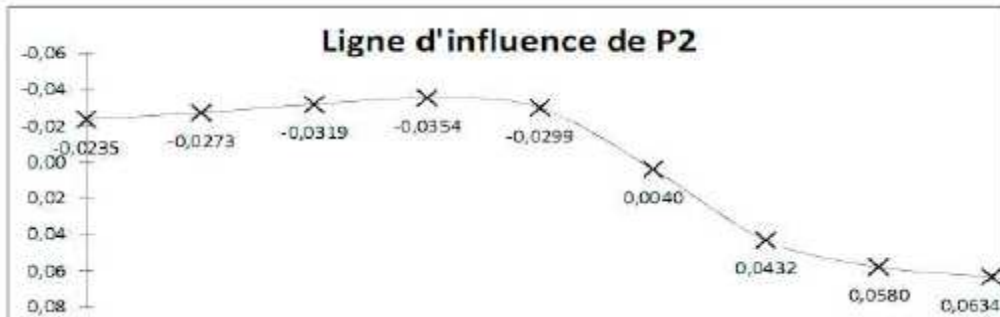
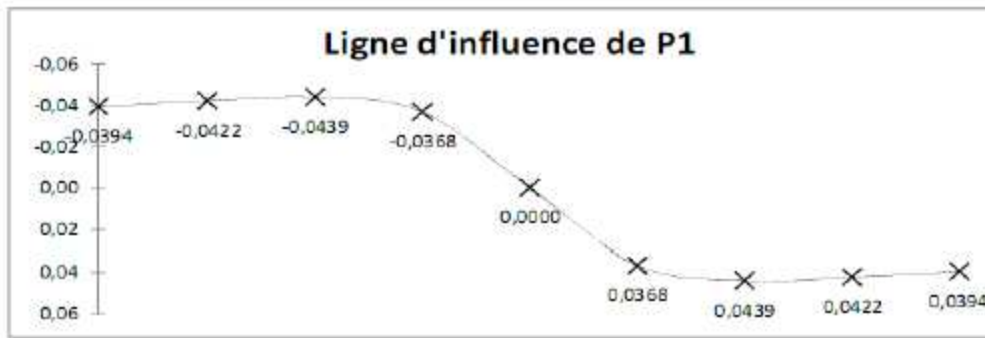
$$b = 150 \text{ cm}$$

$$R = \frac{b}{a} = 8,4746$$

$$\tau_{ame} = \frac{M_t}{0,177^3} \times \frac{1}{8,4746} \times \left[4,81 - 1,81 \cdot \frac{8,4746-1}{\sqrt{2+8,4746^2}} \right] = 0,06885 \text{ Mt}$$

$$\text{ELU: } \tau_{ame} = 1,39 \text{ MPa}$$

$$\text{ELS : } \tau_{ame} = 1,03094 \text{ MPa}$$





**CHAPITRE IX :
ETUDE DE
PRECONTRAINTE**

IX-I. Principe de la précontrainte :

Comme le béton armé, le béton précontraint associe béton et armatures, mais il s'en différencie de façon fondamentale dans son principe. En 1928, Eugène Freyssinet eut l'idée géniale qui révolutionna le monde de la construction en permettant au béton de ne travailler qu'en compression. Il venait d'inventer le **béton précontraint**. Il définissait ainsi la précontrainte: « Pré contraindre une construction, c'est la soumettre avant application des charges à des forces additionnelles déterminant des contraintes telles que leur composition avec celles qui proviennent des charges donne en tout point des résultantes inférieures aux contraintes limites que la matière peut supporter indéfiniment sans altération. La précontrainte, en effet, a pour but de soumettre Le béton lors de sa fabrication à des contraintes préalables permanentes de compression. Une fois l'ouvrage en service, ce gain en compression va s'opposer aux contraintes de traction créées par les charges appliquées à l'ouvrage (poids propre, charge d'exploitation, charge climatique, etc.). Le béton, matériau qui présente une faible résistance à la traction, se trouve ainsi utilisé au mieux de ses possibilités en ne travaillant qu'en compression. La précontrainte est appliquée au béton grâce à des câbles de précontrainte en acier. Ces câbles sont tendus par des vérins de précontrainte Lorsque l'on tend les câbles, ils vont par réaction appliquer un effort de compression au béton. L'intensité de la précontrainte à mettre en œuvre dépend évidemment des tractions auxquelles il faudra s'opposer et des raccourcissements instantanés et différés du béton. La précontrainte permet la réalisation d'ouvrages soumis à des contraintes importantes (ponts ou réservoirs de grande capacité) aussi bien que d'éléments qui, tout en étant de faible épaisseur, doivent assurer des portées relativement longues (dalles-planchers, poutres). Elle est à l'origine de progrès considérables pour l'utilisation du béton dans les ouvrages d'art et les structures coulées en place ou réalisées à partir d'éléments préfabriqués.

La précontrainte peut être appliquée au béton:

- soit par **pré-tension** (mise en tension des aciers avant coulage du béton) ;
- soit par **post-tension** (mise en tension de câbles après durcissement du béton).

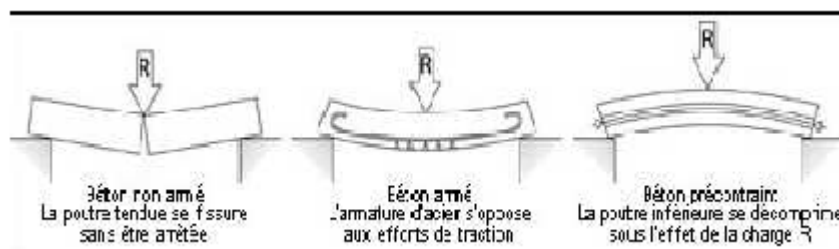


Figure IX-1: comparaison d'une poutre en béton armé et poutre en béton précontraint

IX-II-Les Procèdes de la Précontrainte :

A-Précontrainte Par Pré-Tension :

Dans ce type de précontrainte les armatures sont tendues avant bétonnage (dans des bancs de précontraintes) à l'aide de vérins entre deux massifs d'encrage. Le béton frais est mit au contact des armatures. Lorsqu'il acquit une résistance suffisante, on libère la tension des câbles, qui se transmet au béton par adhérence et engendre par réaction sa mise en compression (les câbles détendus veulent reprendre leurs longueurs initiale, mais leurs adhérences au béton empêche se raccourcissement et l'effort qu'il a fallu exercer pour les tendre se transmet au béton).cette technique est uniquement appliquer à la fabrication.

B-Précontraintes Par Post-Tension :

Dans un système à câbles adhérents, on insère une gaine en acier ou en polyéthylène dans le moule, de manière à délimiter un vide, une fois le béton coulé. Le vide créé par cette gaine permet l'insertion des câbles de précontrainte en acier, qui sont alors mis en tension. Le vide entre la gaine et le câble est ensuite rempli de coulis, faisant fonction de liant. Ce coulis joue un rôle d'agent anticorrosion puisqu'il enferme le câble d'acier dans un milieu alcalin; le coulis doit également pouvoir transmettre la tension du câble d'acier de précontrainte à la paroi de la gaine qui en est remplie. Des ouvertures d'accès et de purge doivent être ménagées à proximité des éléments d'ancrage, des articulations de raccordement et des points surélevés afin de permettre l'évacuation de l'eau accumulée à l'intérieur, ou encore l'injection de coulis supplémentaire pour combler les vides.

IX-III Dimensionnement de la précontrainte :

IX-III-1.Précontrainte Minimale :

Le dimensionnement de la précontrainte se fera dans la section la plus dangereuse, la valeur minimale de la précontrainte P_{\min} qui doit être respectée à tout instant de la vie de l'ouvrage est:

$$P_{\min} = \sup\{P_1, P_2\} \dots\dots\dots IX-1$$

Avec:

P_1 : Précontrainte calculée dans le cas ou la section est supposée sous critique.

P_2 : Précontrainte calculée dans le cas ou la section est supposée sur-critique.

IX-III-2.Valeurs caractéristique de la précontrainte :

Le tracé de câble n'est pas connu, donc on ne peut déterminer les pertes avec précision.

• Détermination de P₀ :

D'après le B.P.E.L, la valeur de la précontrainte P_{min} doit être respectée pour :

Le cas le plus défavorable et celui qui apparait en « exploitation à long terme » sous l'effet de la précontrainte minimale susceptible d'exister.

Les pertes sont estimées à 25% d'où :

$$0,75P_0 \geq P_{\min} = \sup\{P_1, P_2\} \dots\dots\dots IX-2$$

On déterminera le nombre entier (n) de câbles de précontrainte tel que:

$$nP_0 \geq \frac{\sup\{P_I, P_{II}\}}{0,75}$$

IX-III-3. Détermination de l'intensité de la précontrainte :

L'étude de la précontrainte se fera à la poutre la plus sollicitée (chapitre répartition transversale) dans la section la plus dangereuse 0,5L.

	B(cm ²)	I _G (cm ⁴)	V(cm)	V̄	ρ	h(cm)	r ² (cm ²)
Poutre seul	4852,6	12450599,63	65,834	84,165	0,463056	150	2565,758486
Poutre+hourdi	8533,85	24801746,77	57,04367	117,9563	0,431925	175	3380,1468

Tableau IX-1: Caractéristique de la section natte

➤ **Les moments développés dans la section médiane :**

A l'E.L.S:

M_{max}= 666,83 t.m (voir chapitre répartition transversale)

M_{min} = 422,51 t.m (voir chapitre répartition longitudinale)

ΔM= M_{max} - M_{min} = 666,83 - 422,51 = 244,32 t.m

➤ **Dimensionnement de la précontrainte :**

P_{min} = sup{P₁ , P₂}

a) cas d'une section sous critique :

$$P_1 = B \cdot \bar{\sigma}_{t1} + \frac{\Delta M}{\rho \cdot h} \dots\dots\dots (classe II)$$

f_{c28} = 35MPa

f_{t28} = 0,6 + 0,06f_{c28} = 2,7MPa

Les contraintes limites :

$\bar{\sigma}_{t1} = - f_{t28} = -2,7MPa$ (dans la section d'enrobage)

$\bar{\sigma}_{t1} = -1,5 f_{t28} = -4,05MPa$ (hors de la section d'enrobage)

$$P_1 = 4852,6 \times (-2,7 \times 10^{-1}) + \frac{244,32 \times 10^3}{0,463056 \times 150} = 2207,299 \text{ KN}$$

$$P_I = 2207,299 \text{ KN}$$

b) cas d'une section sur critique :

$$P_{II} = \frac{M_{max} + \rho \cdot B \cdot V \cdot \bar{\sigma}_{ti}}{\rho v + v' - d'}$$

avec $d' = 10 \text{ cm}$ enrobage des armatures de précontrainte

$$P_{II} = \frac{666,83 \times 10^3 + 0,463056 \times 4852,6 \times 65,834 \times (-2,7 \times 10^{-1})}{0,463056 \times 65,834 + 84,165 - 10}$$

$$P_{II} = 5990,346 \text{ KN}$$

$P_{II} > P_I \Leftrightarrow$ La section est sur critique le fuseau de passage du câble à une de ses frontières qui coupe la zone d'enrobage, donc l'effort de précontrainte économique P_I n'est plus suffisant.

La précontrainte doit reprendre 100 % du poids propre donc :

$$P_{min} = \sup\{P_1, P_2\} = 5990,346 \text{ KN}$$

Alors l'excentricité $e_p = - (V' - d') = - (84,165 - 10) = -74,165 \text{ cm}$

➤ **Calcul du nombre de câbles :**

On suppose une perte de précontrainte de 25%

$$P_0 = \frac{P_{min}}{0,75} \Leftrightarrow P_0 = 7987,128 \text{ KN}$$

Le nombre de câble est déterminé comme suite:

$$n = \frac{P_0}{P_{01}}$$

On choisira comme armature de précontrainte des câbles de 7T15 de type FREYSSINET.

Diamètre extérieur de la gaine = 6,6

Section du câble $1050 \text{ mm}^2 = 10,50 \text{ cm}^2$

$F_{prg} = 1860 \text{ MPa}$

$F_{peg} = 1600 \text{ MPa}$

$E = 190\,000 \text{ MPa}$ module d'élasticité de l'acier

Avec :

$\sigma_{p0} = \min \{0,8 F_{prg}, 0,9 F_{peg}\} = 1413 \text{ MPa}$

$P_{01} = A \times \sigma_{p0} = 1512 \text{ KN}$

$$N = \frac{7987,128}{1512} = 5,28$$

Soit $n = 5$ câble de 7T15

$\Leftrightarrow P_0 = 5 \times 1512 = 7560 \text{ KN}$

On doit vérifier si la valeur de P ne conduit pas à une précontrainte excessive.

$$P \leq B \cdot \bar{\sigma}_M + \frac{\Delta M}{\rho h}$$

$$\bar{\sigma}_M = 21 \text{ MPa} \Rightarrow P = 13707,96 \text{ KN} \leq 18838,86 \text{ KN} \dots (\text{vérifiée})$$

Vérification des contraintes:

En construction: mise en tension au 14^{ème} jour (50%)

➤ Contraintes limites:

Compression:

$$\bar{\sigma}_c = 0,6f_{cJ} = 0,6 \left(\frac{14}{4,76 + 0,83 \times 14} \times 35 \right) ; f_{c28} < 40MPa$$

$$\bar{\sigma}_c = 17,949 MPa$$

Traction:

$$\bar{\sigma}_t = \begin{cases} -1,5f_{t14} = -3,43 \text{ hors de la section d'enrobage} \\ -f_{t14} = -2,29 MPa \text{ dans la section d'enrobage} \end{cases}$$

$$\text{Avec: } f_{c14} = 0,685 \times 35 \times \text{Log}(14 + 1) = 28,196MPa$$

$$f_{t14} = 0,6 + 0,06f_{c14} = 2,29MPa$$

IX-III-4 Détermination du nombre de câble à l'about:

Les câbles d'about doivent être tirés à 100% de P₀ avant le coulage de la dalle, les pertes instantanées sont estimées à 10%.

Valeurs caractéristiques de la précontrainte:

La précontrainte est représenté principalement par trois valeurs:

$$P = P_0 - \Delta P_0 = 0,90P_0 = 6676.425 KN$$

Soit P = 6676,425 KN

A la mise en tension, la poutre n'est soumise qu'à son poids propre

q= 1,4424t/ml

$$M_G = M_{min} = \frac{q \cdot L^2}{8} = \frac{1,4424 \times 33,4^2}{8} = 201,135t \cdot m = 2011,35KN \cdot m$$

Pour déterminé le nombre de câble à l'about on doit vérifiée les contraintes sur les deux fibres supérieur et inférieur

Soit la vérification des deux inégalités:

$$\begin{cases} \sigma_{sup} = \frac{P}{B} \left(1 - \frac{|e_p|}{r^2} \cdot V \right) + \frac{M_{min}}{I} \cdot V \geq \bar{\sigma}_t = -1,5f_{tJ} \\ \sigma_{inf} = \frac{P}{B} \left(1 + \frac{|e_p|}{r^2} \cdot V' \right) - \frac{M_{min}}{I} \cdot V' \leq \bar{\sigma}_c = 0,6f_{cJ} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sigma_{sup} = \frac{6676.425 \cdot 10^3}{4852,6 \cdot 10^2} \left(1 - \frac{741,65}{2565,76 \times 10^2} \cdot 658,34 \right) + \frac{2011,35 \times 10^6}{12450599,63 \times 10^4} \cdot 658,34 \geq \bar{\sigma}_t = -3,43 \\ \sigma_{inf} = \frac{6676.425 \cdot 10^3}{4852,6 \cdot 10^2} \left(1 + \frac{741,65}{2565,76 \times 10^2} \cdot 841,65 \right) - \frac{2011,35 \times 10^6}{12450599,63 \times 10^4} \cdot 841,65 \leq \bar{\sigma}_c = 17,95 \end{cases}$$

$$\sigma_{sup} = - 1,78 MPa > - 3,43 MPa \text{ (condition vérifiée)}$$

$$\sigma_{inf} = 33,63 MPa > \sigma_c = 17,95 \text{ (condition non vérifiée)}$$

CONCLUSION:

On à deux familles de câbles, la première famille en intrados (about) et un câble a l'extrados.

1^{er} famille: les quatre câbles en intrados (about):

- Tires à 50% de P_0 au 14^{ème} jours
- Tires à 100% de P_0 au 28^{ème} jours

2^{ème} famille: un câble à l'extrados:

Le câble qui se trouve à l'extrados est tiré à 100% de P_0 après coulage et durcissement de la dalle.

IX-III-5 principe de positionnement des câbles:

On subdivise la moitié de la poutre en 3 zones :

Zone d'about : on dispose les quatre câbles de telle sorte que le centre de gravité des (04) câbles s'approche du centre de gravité de la section pour obtenir un moment de précontrainte nul (ou faible).

Zone centrale : ou tous les câbles sont placés à l'excentricité maximum (avec signe négatif) afin d'obtenir un moment maximum négatif, tout en respectant l'enrobage.

Zone intermédiaire : ou zone de relevage, ou les moments diminuent progressivement jusqu'à s'annuler à l'about.

Positionnement des câbles :

Généralement le maximum de câbles est placé à l'about tout en respectant les conditions fixées par le règlement (c'est un avantage en point de vue économique et réalisation)

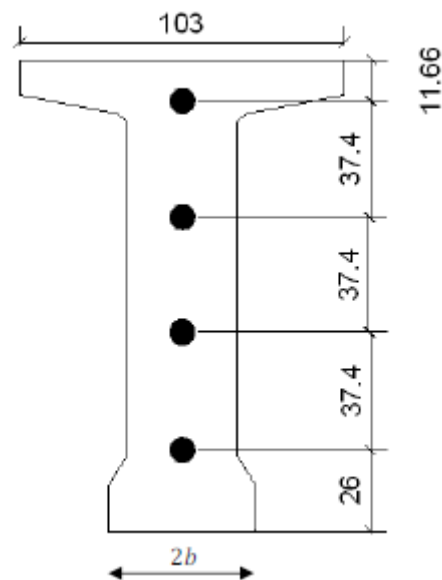
IX-III-6 Disposition des câbles :

Figure IX-2 la disposition des câbles de la 1^{ère} famille (à l'about)

Remarque :

- Les câbles seront disposés de façon à faire coïncider la résultante des forces de la précontrainte avec le centre de gravité de la section d'about.
- Les ancrages des câbles de 1^{ère} famille seront disposés verticalement.
- L'enrobage minimal théorique est « $c=5\text{cm}$ »

Avec cette disposition, on aura:

$$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = R \quad \text{et} \quad P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = P$$

$$\Sigma \frac{M}{\text{fibre}} \text{inf} = 0 \rightarrow R \cdot v' = P_1 \cdot d + P_2 \cdot (d + a) + P_3 \cdot (d + 2a) + P_4 \cdot (d + 3a)$$

Donc:

$$R \cdot v' = P \cdot (4d + 6a) \Leftrightarrow 4P \cdot v' = P \cdot (4d + 6a) \Leftrightarrow v' = d + \frac{3}{2} a$$

$$\text{Alors: } a' = (84,165 - 26) \frac{2}{3} = 34,4466 \text{ cm}$$

IX-III-6-1 Tracés des câbles et câble moyen fictif :

• Disposition des câbles :

L'angle de relevage des câbles de l'about « 1^{ère} famille » est compris entre 2° et 20°.

Le câble de l'extrados « 2^{ème} famille » est ancré dans les encoches situées à l'extrados

De la poutre l'about et 1/3 ou 1/4 de cette dernière. L'angle de relevage $20^\circ < \alpha < 30^\circ$ ce qui limite la dimension longitudinale des encoches et réduit l'effort tranchant.

Pour les câbles d'about

On fixe : $\alpha_1 = 3^\circ, \alpha_2 = 11^\circ, \alpha_3 = 14^\circ, \alpha_4 = 17^\circ$

Câble à l'appui (about)

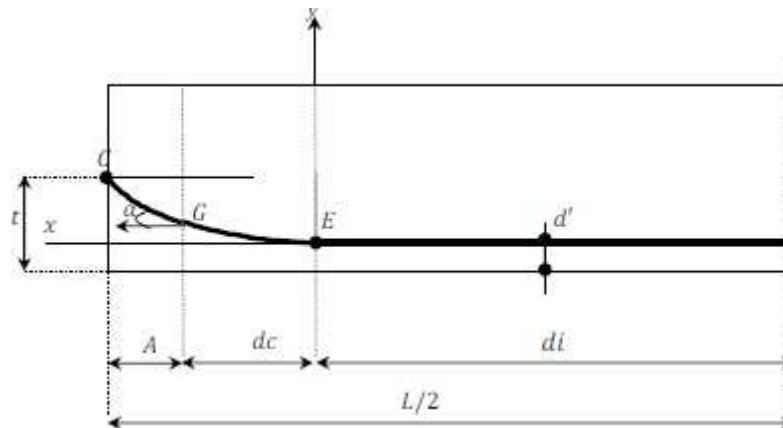


Figure IX-3: tracé d'un câble d'about

Avec:

E: point du début de relevage

EG: tronçon rectiligne pour permettre la transmission convenable d'effort entre l'appareil d'ancrage et le câble.

La pente du tronçon rectilignes est $\text{tg} \alpha = y' \Leftrightarrow x = dc$

$$y' = 2 \cdot \alpha \cdot dc = \text{tg} \alpha \Leftrightarrow \alpha = \frac{\text{tg} \alpha}{2xdc} \dots\dots\dots (IX-1)$$

$$G.C = \alpha \cdot dc^2 = t - A \cdot \text{tg} \alpha - d' \dots\dots\dots (IX-2)$$

Avec:

t: hauteur du point C par rapport à la fibre supérieure

d': Enrobage.

$$GC \cdot \sin \alpha = A \cdot \text{tg} \alpha$$

L' injection de (2) dans (1):

$$dc = \frac{2}{\text{tg} \alpha} (t - A \cdot \text{tg} \alpha - d') \dots\dots\dots (IX-3)$$

A: est choisi de manière à limiter la courbure de la gaine, soit A = 1m

Donc l'équation 3 devient : $dc = \frac{2}{\text{tg} \alpha} (t - \text{tg} \alpha - d')$

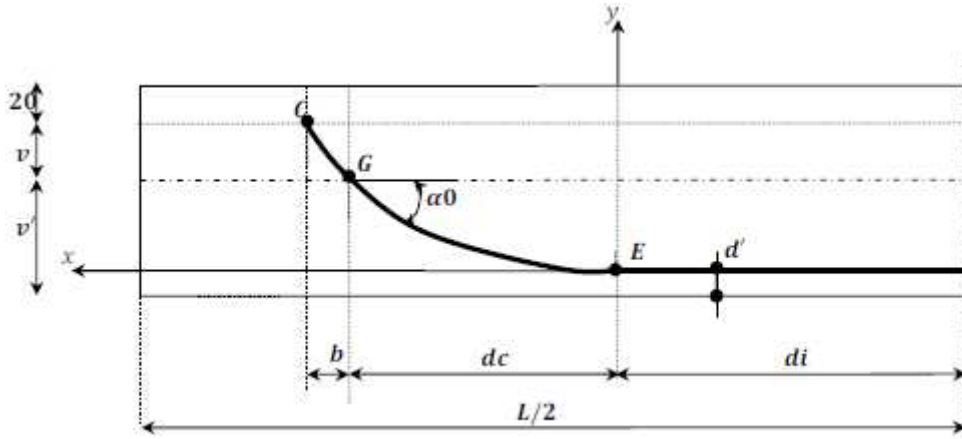


Figure IX-4: tracé d'un câble

On prend:

$$\alpha_0 = 25^\circ$$

$$y = \alpha \cdot x^2$$

pour: $x = dc$

$$y = \alpha \cdot dc^2 \dots\dots\dots (1)$$

$$y = V' - d' \dots\dots\dots (2)$$

$$y (dc) = 2 \cdot \alpha \cdot dc = \text{tg} \alpha_0 = 0,466 \Rightarrow \alpha = \frac{0,466}{2 \cdot dc} \dots\dots\dots (3)$$

On remplace (3) dans (1) et on aura:

$$y = \frac{0,466 \cdot dc^2}{2 \cdot dc} \Rightarrow dc = \frac{2 \cdot y}{0,466} \dots\dots\dots (4)$$

$$(2) \text{ dans } (4) \Rightarrow dc = \frac{2(v' - d')}{0,466} \dots\dots\dots (5)$$

Alors la formule générale de (dc) est:

$$dc = \frac{2(v' - d')}{\text{tg} \alpha_0} \dots\dots\dots (6)$$

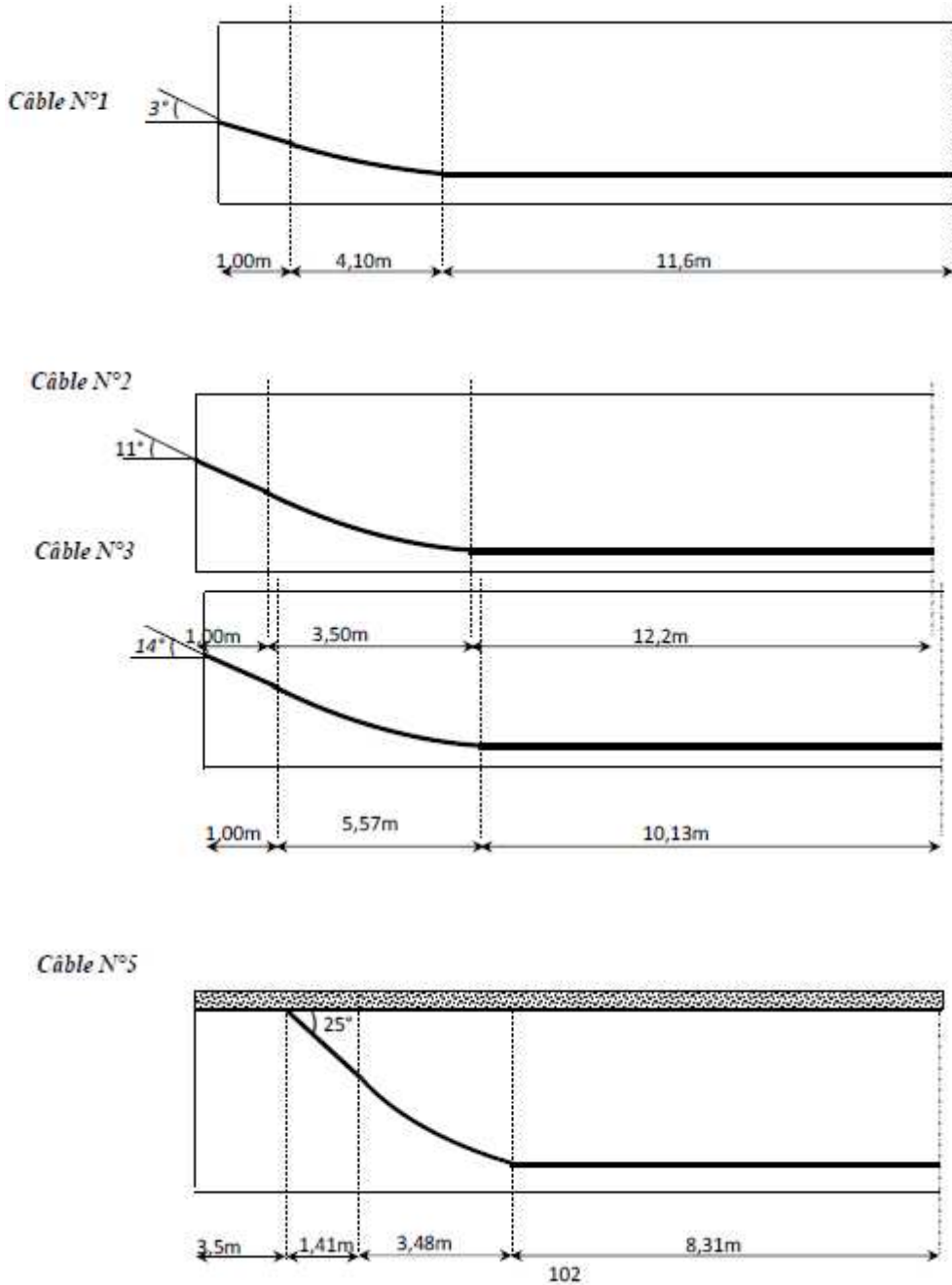
N° câble	$\alpha (^\circ)$	$\text{tg} \alpha (^\circ)$	t(m)	d'(m)	dc(m)	α
----------	-------------------	-----------------------------	------	-------	-------	----------

1 ^{ère} famille	1	3	0,0524	0,26	0,1	4,10687	0,00638
	2	11	0,194	0,63446667	0,1	3,509966	0,027636
	3	14	0,24	1,00893333	0,1	5,574444	0,21527
	4	17	0,3	1,3834	0,1	6,556	0,02288
2 ^{ème}	5	25	0,466	1,5	0,166	3,478439	0,070003

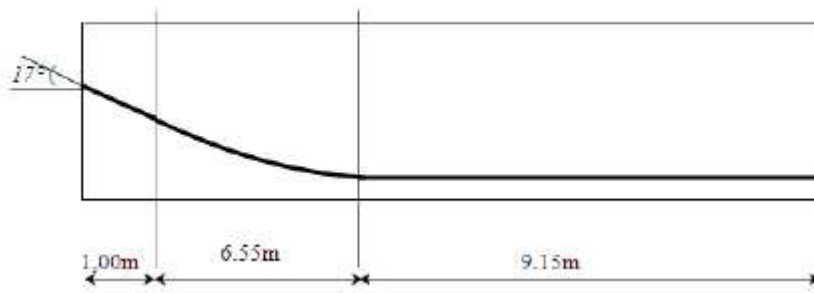
Tableau IX-2: Paramètres de calcul de la 1^{ère} et 2^{ème} famille de câbles

Pour la 2^{ème} famille:

$$b = \frac{v}{tg\alpha_0} = \frac{0,65834}{tg25^\circ} = 1,4$$



Câble N°4



IX-6-2 Longueur totale du câble:

$$L_t = L_r + L_c + L_d$$

Avec:

L_r : Longueur du tronçon rectiligne.

L_c : Longueur du tronçon parabolique.

L_d : Longueur du tronçon droite.

$$L_c = \frac{1}{4\alpha} [\ln(2.\alpha.dc + \sqrt{1 + (2.\alpha.dc)^2}) + 2. A . dc \sqrt{1 + (2.\alpha.dc)^2}]$$

$$L_r = \frac{0,5+A}{\cos\alpha} \dots\dots\dots \text{pour les câbles de 1}^{ere} \text{ famille}$$

$$L_r = \frac{b}{\cos\alpha} \dots\dots\dots \text{pour le câble de 2}^{eme} \text{ famille}$$

$$L_d = d_i$$

N° du câble	cosα	2.α.dc	$\sqrt{1 + (2.\alpha.dc)^2}$	$L_c(m)$	$L_r (m)$	$L_d(m)$	$L_t(m)$	$L_r(m)$
1	0,99862953	0,0524	1,00137194	4,10874887	1,501372	11,6	17,21012	34,42024
2	0,98162718	0,194	1,0186442	3,53185983	1,518717	12,2	17,25058	34,50115
3	0,97029573	0,24	1,02839681	5,627506	1,530614	10,13	17,28812	34,57624
4	0,95630476	0,3	1,04403065	6,65305331	1,545692	9,15	17,34875	34,69749
5	0,90630779	0,487	1,11228099	3,61141648	1,555763	8,31	13,47718	26,95436

Tableau IX-3: longueur des câbles

IX-7 Câble moyen fictif équivalent :

Dans une section en B.P, traversée par plusieurs câbles, on peut remplacer l'ensemble des câbles par un seul câble (**câble moyen**) passant par le centre de gravité de l'ensemble des câbles.

La position du câble moyen sera déterminée dans les sections suivantes:

Section d'appui: 4 câbles

- Câble (1): t = 0,26m
- Câble (2): t=0,6344m
- Câble (3): t=1,0089m

Câble (4): $t=1,3834\text{m}$

Position du câble moyen à l'about:

$$t_{\text{moy}} = \frac{\sum t_i}{n} = \frac{3,2867}{4} = 0,8216 \text{ m}$$

Section a 1m de l'appui:

$$t_i = d' + \alpha_i \times X_i^2 \quad \text{avec: } x_i = dc + 1 - (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Câble (1): } t_1 = 0,2076\text{m} \\ \text{Câble (2): } t_2 = 0,4404\text{m} \\ \text{Câble (3): } t_3 = 0,7689\text{m} \\ \text{Câble (4): } t_4 = 1,0834\text{m} \end{array} \right\} \Rightarrow t_{\text{moy}} = \frac{\sum t_i}{n} = \frac{2,5003}{4} = 0,6250$$

Section à 3,50 de l'appui: (sans le câble de l'extrados):

$$t_i = d' + \alpha_i \times x_i^2 \quad \text{avec : } x_i = dc + 1 - (3,5)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Câble (1): } t_1 = 0,1165\text{m} \\ \text{Câble (2): } t_2 = 0,1282\text{m} \\ \text{Câble (3): } t_3 = 0,3035\text{m} \\ \text{Câble (4): } t_4 = 0,4764\text{m} \end{array} \right\} \Rightarrow t_{\text{moy}} = \frac{\sum t_i}{n} = \frac{1,0246}{4} = 0,2561 \text{ m}$$

Section à 3,5m de l'appui : (avec le câble de l'extrados)

$$t_i = d' + \alpha_i \times x_i^2 \quad \text{avec : } x_i = dc + 1 - (4)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Câble (1): } t_1 = 0,1165\text{m} \\ \text{Câble (2): } t_2 = 0,1282\text{m} \\ \text{Câble (3): } t_3 = 0,3035\text{m} \\ \text{Câble (4): } t_4 = 0,4764\text{m} \\ \text{Câble (5): } t_5 = 1,5000\text{m} \end{array} \right\} \Rightarrow t_{\text{moy}} = \frac{\sum t_i}{n} = \frac{2,5246}{5} = 0,5049 \text{ m}$$

Section médiane : $t_i = d'_i$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Câble (1): } t_1 = 0,10 \text{ m} \\ \text{Câble (2): } t_2 = 0,10 \text{ m} \\ \text{Câble (3): } t_3 = 0,10 \text{ m} \\ \text{Câble (4): } t_4 = 0,10 \text{ m} \\ \text{Câble (5): } t_5 = 1,66\text{m} \end{array} \right\} \Rightarrow t_{\text{moy}} = \frac{\sum t_i}{n} = \frac{0,566}{5} = 0,1132 \text{ m}$$

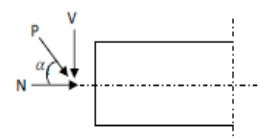
IX-8 Les caractéristiques géométriques des sections nettes :

Ayant déterminé le tracé des câbles, il nous reste à vérifier que le tracé est adéquat.

IX-8.1. Composante de la précontrainte à la section d'appui :

Soit P la force de la précontrainte d'un câble :

$$\left\{ \begin{array}{l} V = \sum P_i \cdot \sin \alpha_i = P \cdot \sum \sin \alpha_i \\ N = \sum P_i \cdot \cos \alpha_i = P \cdot \sum \cos \alpha_i \dots\dots\dots (IV-4) \end{array} \right.$$



Appelons Z_i la distance du point d'application de la résultante N par rapport inférieure de la section.

$$P \cdot \sum Z_i \cdot \cos\alpha_i = N \cdot Z \Rightarrow Z = \frac{\sum Z_i \cos\alpha_i}{\sum \cos\alpha_i} \dots\dots\dots IX-5$$

$$Z = t_i$$

N°	α(°)	sinα	cosa	Z _i (m)	Z _i cosa	Z _i ² (m ²)
1	3	0,05233596	0,99862953	0,26	0,2596437	0,0676
2	11	0,19080899	0,98162718	0,634467	0,6228097	0,402548
3	14	0,2419219	0,97029573	1,008933	0,9789637	1,017946
4	17	0,2923717	0,95630476	1,3834	1,322952	1,913796
Σ	/	/	3,9068572	3,2868	3,1843691	3,40189

Tableau IX-4: Section d'about poutre (seule)

$$Z = \frac{\sum Z_i \cos\alpha_i}{\sum \cos\alpha_i} = \frac{3,1843691}{3,9068572} = 0,8151m$$

Pour tracer les fuseaux limites, il faut déterminer les caractéristiques géométriques des sections particulières, en retranchant celles des gaines aux caractéristiques brutes.

$$B = n \cdot \frac{\pi \cdot \emptyset_{gaine}^2}{4}$$

Avec:

$$\emptyset_{gaine} = 6,6 \text{ cm}$$

Le moment d'inertie de la gaine par rapport à l'axe (Δ) passant par la fibre inférieure de la poutre est donnée par :

$$I_g^{(\Delta)} = \frac{n \cdot \pi \cdot \emptyset_g^4}{64} + \frac{\pi \cdot \emptyset_g^2}{4} \sum Z_i^2 \quad n: \text{Nombre de câbles}$$

$$I_{\Delta gaine} = 1163635,057 \text{ cm}^2$$

$$\text{Section des gaines: } B_{gaine} = \frac{\pi \cdot \emptyset_{gaine}^2}{4} = \frac{\pi \cdot (6,6)^2}{4} = 34,21 \text{ cm}^2$$

$$\text{Application à notre projet: } B_{gaine} = n \cdot 34,21 = 4 \times 34,21 = 136,85 \text{ cm}^2$$

$$S_{\Delta}(\text{cm}^3) = Z(\text{cm}) \times B(\text{cm}^2) = 81,51 \times 136,85 = 11154,643$$

N: nombre de câble de la 1^{ère} famille

Section d'about: (poutre seule)

Désignation	B (cm ²)	Z(cm)	S _Δ (cm ³)	I _Δ (cm ⁴)
Section brute	6426	81,51	530736,15	58673675,87
Gaines	136,85		11154,643	910218,87
Section nette	6289,15		519581,51	57763457

Tableau IX-5: Caractéristique de la section d'about (poutre seule)

$$V' = \frac{S_{\Delta}}{B} = \frac{519581,51}{6289,15} = 82,61 \text{ cm}$$

$$V = h - V' = 150 - 82,61 = 67,38 \text{ cm}$$

$$I_G = I_{\Delta} - B \cdot (V')^2 = 57763475 - 6289,15 \times (82,61)^2 = 14843705,64 \text{ cm}^4$$

$$\rho = \frac{I_G}{B \cdot V \cdot V'} = \frac{14843705,64}{6289,15 \times 67,38 \times 82,61} \times 100 = 42,40 \%$$

$$e_p = Z - V' = 81,51 - 82,61 = -1,1 \text{ cm}$$

Section d'about: (poutre+ hourdis)

On procède de la même manière que le cas précédent: h = 175cm

Désignation	B (cm ²)	Z(cm)	S _Δ (cm ³)	I _Δ (cm ⁴)
Section brute	10226	81,51	1148236,15	159215025,9
Gaines	136,85			910218,87
Section nette	10089,15		1137081,507	158304807

Tableau IX-6: Section d'about (poutre +hourdis)

$$V' = \frac{S_{\Delta}}{B} = \frac{1137081,507}{10089,15} = 112,703 \text{ cm}$$

$$V = h - V' = 175 - 112,703 = 62,296 \text{ cm}$$

$$I_G = I_{\Delta} - B \cdot V'^2 = 158304807 - 10089,15 \times (112,703)^2 = 30152764,62 \text{ cm}^4$$

$$\rho = \frac{I_G}{B \cdot V \cdot V'} = \frac{30152764,62}{10089,15 \times 62,296 \times 112,703} \times 100 = 42,56 \%$$

$$e_p = Z - V' = 81,51 - 112,703 = -31,193$$

En refaisant les mêmes travaux différents section de la poutre, et en tenant compte à chaque fois des deux cas étudié (la poutre seule, et la poutre avec hourdis), on obtient le tableau récapitulatif suivant:

IX-9 Fuseaux limite:

A- Fuseau limite de traction:

C'est le domaine à l'intérieure duquel doit se trouver le câble moyen pour que les contraintes limites de traction soient respecté.

$$-C' - \frac{M_{min}}{P} \leq e_p \leq C - \frac{M_{max}}{P} \dots\dots\dots(\text{IX-7})$$

B- fuseau limite de compression:

C'est le domaine à l'intérieure duquel doit se trouver le câble moyen pour que les contraintes limites de compression soient respecté.

$$-\gamma' - \frac{M_{min}}{P} \leq e_p \leq \gamma - \frac{M_{max}}{P} \dots\dots\dots(\text{IX-8})$$

C- Fuseau de passage de la précontrainte:

$$-\Gamma' - \frac{M_{min}}{P} \leq e_p \leq \Gamma - \frac{M_{max}}{P}$$

Avec:

$$\begin{cases} -e'_1 = -\rho \cdot V \times \left(1 - \frac{B \cdot \bar{\sigma}_t}{P}\right) \\ -e'_2 = \rho \cdot V' \times \left(-1 + \frac{B \cdot \bar{\sigma}_t}{P}\right) \\ e_2 = -\rho \cdot V' \left(\frac{B \cdot \bar{\sigma}_t}{P} - 1\right) \\ e_1 = \rho \cdot V \left(-\frac{B \cdot \bar{\sigma}_c}{P} + 1\right) \\ \Gamma' = \max(e'_1, e'_2) \\ \Gamma = \min(e_1, e_2) \\ P = \sum_i P_i \cos \alpha_1 \end{cases}$$

P: la tension finale probable dans le câble.

P_i : la force d'ancrage lors de la mise en tension

M_{min} : moment du aux charges permanentes.

M_{max} : Moment du aux charges permanentes et surcharges.

Donc:

P_i = 148,365 x 0,68 = 100,89 t (on tient compte des pertes de 32%)

Tracé des Fuseaux:

➤ **Fuseau limite de traction:**

$\bar{\sigma}_{ts} = \bar{\sigma}_{tl} = 0$ (pas de traction dans le béton)

Section	0,00L	0,25L	0,50 L
M _{min}	0,00	507,34	666,83
M _{max}	0,00	266,435	422,51
P (t)	39,157	499,32	499,32
ρ	42,4	47,58	47,58
c = ρ · V(cm)	28,56	30,12	30,12
-c' = -ρ · V' (cm)	-35,02	-41,24	41,24
-c' - ($\frac{M_{min}}{P}$) (cm)	-35,02	-94,58	-125,58
c - ($\frac{M_{max}}{P}$) (cm)	28,56	-71,49	-103,42
e _p	-35,02 ≤ -1,1 ≤ 28,56	-94,58 ≤ -75,45 ≤ -71,49	-125,85 ≤ -105,55 ≤ -103,42
Observation	Vérifiée	vérifiée	Vérifiée

Tableau IX-7: Caractéristique du 1^{er} fuseau limite

➤ **Fuseau de passage de précontrainte:**

En Classe II $\begin{cases} \sigma_{ti} = \sigma_{ts} = 2,7 \text{ MPa} \\ \sigma_{ci} = \sigma_{cs} = 21 \text{ MPa} \end{cases}$

Section	0,00L	0,25L	0,50 L
-e' ₁	108,84	62,15	62,15
-e' ₂	74,47	73,63	73,63

a'	74,47	62,15	62,15
e ₁	44,19	36,70	36,70
e ₂	183,47	124,69	124,69
a	44,19	36,70	36,70
-a' - M _{max} /N	-74,47	-115,437	-146,65
a-M _{max} /N	44,19	-64,77	-96,66
e _p (cm)	-74,47 ≤ -1,1 ≤ 44,19	-115,437 ≤ -75,45 ≤ -64,77	-145,65 ≤ -105,5 ≤ -96,66
Observation	Vérifiée	vérifiée	Vérifiée

Tableau IX-8: Caractéristique du 2^{ème} fuseau limite

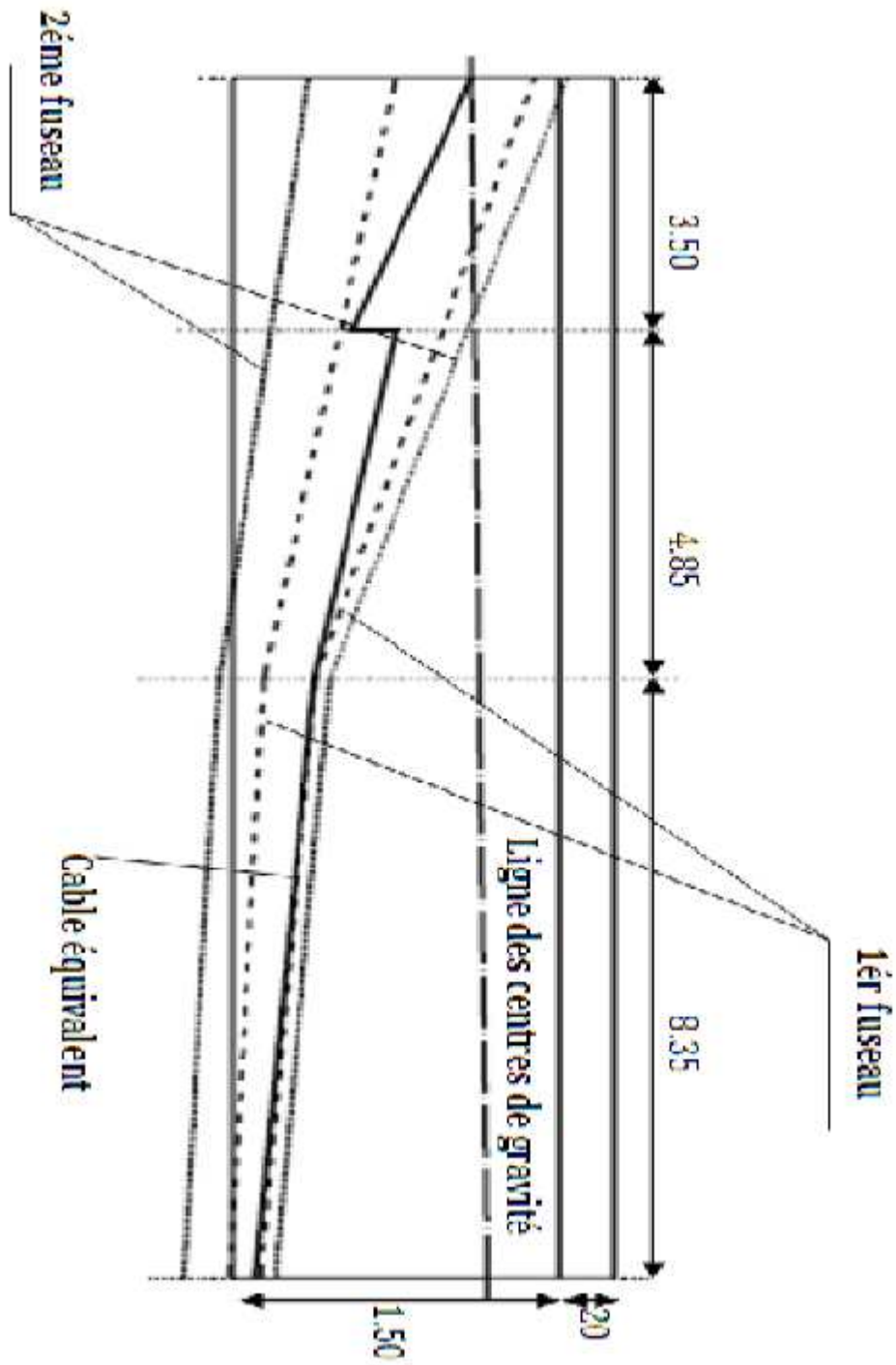


Figure IX-5: Fuseau limite et câble équivalent



Figure IX-6: photos montrant les différentes étapes de fabrication d'une poutre en béton précontraint



**CHAPITRE X :
ETUDE DES
PERTES DE TENSION**

X-I Introduction:

D'une façon générale, on désigne sous le nom de pertes de précontrainte toute différence entre la force exercée par le vérin lors de sa mise en tension, et la force qui s'exerce en un point donné d'une armature à une époque donnée.

Le calcul des valeurs initiales et finales de la force précontrainte exige donc une évolution précise des pertes de précontrainte, pour cette évaluation, les pertes doivent être rangées en deux catégories:

Les pertes instantanées :

- Pertes dues au frottement.
- Pertes dues au recul à l'ancrage.
- Pertes dues au raccourcissement instantané du béton.

Les pertes différées:

- Pertes dues au retrait du béton.
- Pertes dues au fluage.
- Pertes dues à la relaxation des aciers.

X-II Les Pertes instantanées :

X-II-1 Pertes dues aux frottements :

A cause des défauts de la réalisation en pratique, une gaine n'est jamais rigoureusement droite, donc elle présente des courbures, d'où l'existence de frottements.

La tension en un point est donnée par :

$$\sigma_p(x) = \sigma_{p0} \cdot e^{(-f\alpha + \varphi x)}$$

avec:

σ_{p0} : tension à l'origine $\Leftrightarrow \sigma_{p0} = 1512 \text{ MPa}$

f: coefficient de frottement angulaire $\Leftrightarrow f = 0,18 \text{ rd}^{-1}$ (ALGA)

α : Somme des angles du point étudié d'abscisse (X) à l'ancrage.

φ : coefficient de frottement linéaire: $\varphi = 2 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$

donc, la perte par frottement est :

$$\Delta\sigma_\varphi(x) = \sigma_{p0} - \sigma_p(x) = \sigma_{p0} \cdot (1 - e^{(-f\alpha + \varphi x)})$$

Section	0,00L	0,03 L	0,25 L	0,5 L
Abscisse X	0,00	1	8,35	16,7
Câble 1	0,00	0,00	0,05236	0,05236
Câble 2	0,00	0,00	0,19199	0,19199
Câble 3	0,00	0,00	0,24435	0,24435
Câble 4	0,00	0,00	0,29671	0,29671
Câble 5	/	/	0,43633	0,43633

Tableau X-I: Valeurs de α (rd)

Section	0,00L	0,03 L	0,25 L	0,5 L
Abscisse	0,00	1	8,35	16,7
Câble 1	0,00	2,83	36,91	60,51
Câble 2	0,00	2,83	72,43	96,02
Câble 3	0,00	2,83	85,74	109,34
Câble 4	0,00	2,83	99,06	122,66
Câble 5	/	/	134,57	158,17
Valeur moyenne des 4 câbles	0,00	2,83	73,54	97,13
Valeur moyenne des 5 câbles	/	/	85,74	109,34

Tableau X-2: Les Pertes par frottement

X-II-2 Pertes par recul d’ancrage :

A la mise en tension, l’effort de traction se transfère à l’ancrage il produit un léger mouvement du câble vers le béton dû à la déformation du mécanisme d’ancrage et à son glissement, il y’a donc perte de tension par recule d’ancrage.

La perte de tension due à ce recul d’ancrage n’apparaît que sur une distance (x) qu’on appellera longueur d’influence. Au delà de celle-ci, elle sera totalement équilibrée par les frottements entre la gaine et le câble.

Les pertes dans chaque câble :

Câble n° 01 :

La tension à l’origine

$$\sigma_{P0} = 1413 \text{ MPa}$$

La tension pour chaque point B, C, D:

$$\sigma_A = \sigma_{P0} (1 - f\alpha - \varphi x) \text{ avec } \alpha = 0 \text{ (tronçon rectiligne)}$$

$$\sigma_B = 1413 (1 - 0,18x0 - 0,002x1) = 1410,174 \text{ MPa}$$

$$\sigma_C = 1413 (1 - 0,18x0,05236 - 0,002x5,1) = 1380,83 \text{ MPa}$$

$$\sigma_D = 1413 (1 - 0,18x0,05236 - 0,002x16,7) = 1352,48 \text{ MPa}$$

$$\delta E_P = \int_0^x \Delta \sigma_p(x).dx$$

$$\delta E_P = 6x10^{-3} \times 1,9 \times 10^5 = 1140 \text{ MPa}$$

Calcul des aires:

$$S_1 = (1413 - 1410,174) \times \frac{1}{2} = 1,413 \text{ MPa.m}$$

$$S_2 = (1410,174 - 1380,83) \times 1 = 29,34 \text{ MPa.m}$$

$$S_3 = (1410,174 - 1380,83) \times \frac{4,10}{2} = 60,15 \text{ MPa.m}$$

$$S_4 = (1380,83 - 1352,48) \times 5,10 = 144,58 \text{ MPa.m}$$

$$S_5 = (1380,83 - 1352,48) \times 11,60/2 = 164,43 \text{ MPa.m}$$

$$S_T = 2 \sum S_i = 2x (1,41 + 29,34 + 60,15 + 144,58 + 164,43) = 799,82 \text{ MPa.m}$$

On remarque que:

$$\delta E_P > S \Rightarrow \text{il se produit une chute de tension } \Delta \sigma_m$$

$$\delta E_P = S_T + \Delta \sigma_m \times AD \Leftrightarrow \Delta \sigma_m = \frac{\delta E_P - S_T}{AD} = \frac{1140 - (799,82)}{16,7} = 20,37 \text{ MPa}$$

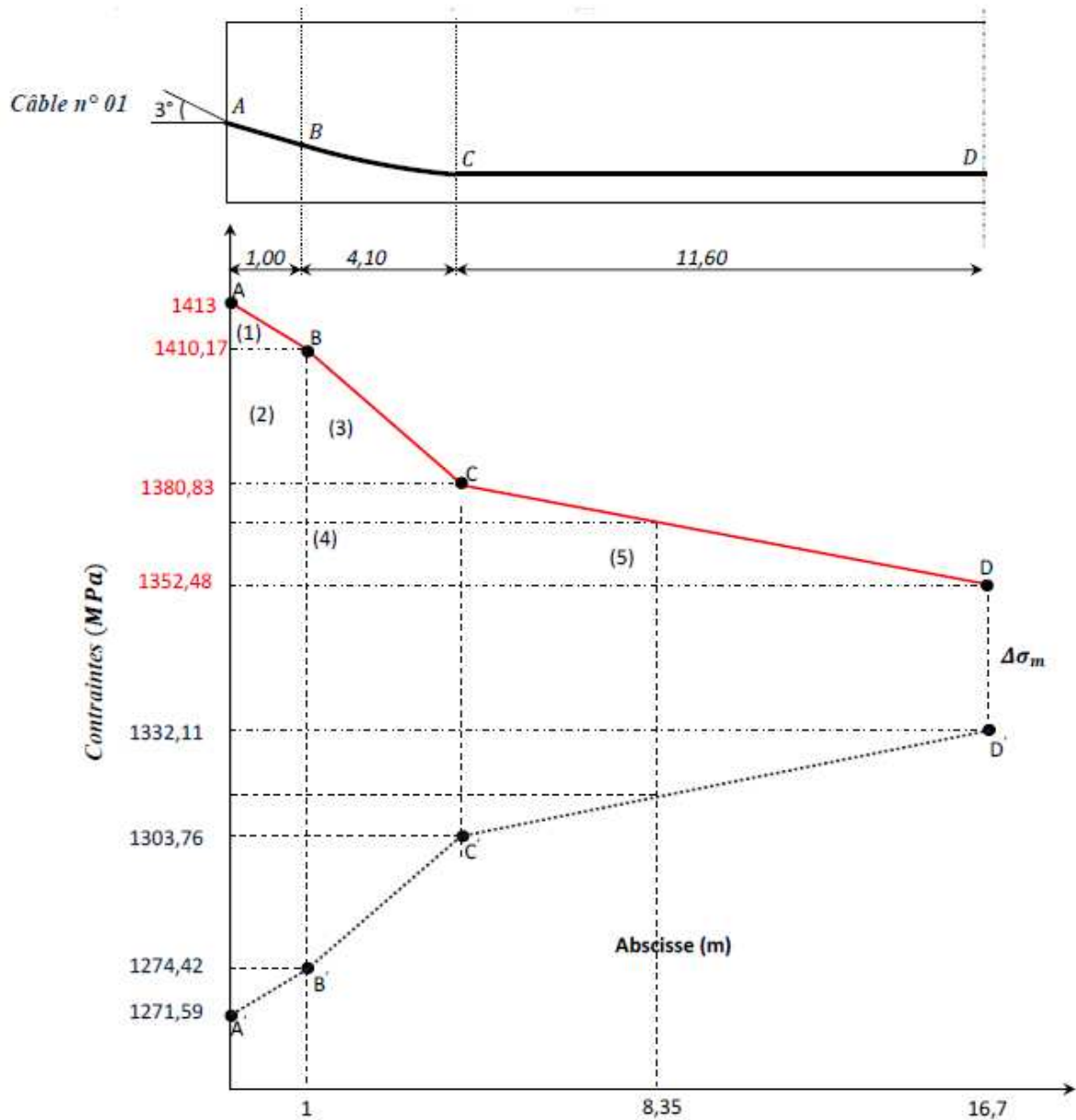


Figure X-1: diagramme de chute de tension avant et après blocages dans le câble N°1

Câble n°02:

$$\sigma_A = 1413 \text{ MPa}$$

$$\sigma_B = 1413 \times (1 - 0,18 \times 0 - 0,002 \times 1) = 1410,174 \text{ MPa}$$

$$\sigma_C = 1413 \times (1 - 0,18 \times 0,05236 - 0,002 \times 4,50) = 1351,70 \text{ MPa}$$

$$\sigma_D = 1413 \times (1 - 0,18 \times 0,05236 - 0,002 \times 16,7) = 1317,22 \text{ MPa}$$

Calcul des Aires:

$$S_1 = 2,7 \times \frac{1}{2} = 1,35 \text{ MPa.m}$$

$$S_2 = 58,47 \times 1 = 58,47 \text{ MPa.m}$$

$$S_3 = \frac{58,47}{2} \times 3,50 = 102,32 \text{ MPa.m}$$

$$S_4 = 34,48 \times 4,50 = 155,16 \text{ MPa.m}$$

$$S_5 = \frac{34,48}{2} \times 12,2 = 221,32 \text{ MPa.m}$$

$$S_T = 2 \sum S_i = 2 \times (1,35 + 58,47 + 102,32 + 155,16 + 221,32) = 1077,24 \text{ MPa.m}$$

$S < \delta E_P \Rightarrow$ il se produit une chute de tension $\Delta\sigma_m$

$$\delta E_P = S_T + \Delta\sigma_m \times AD \Rightarrow \Delta\sigma_m = \frac{\delta E_P - S_T}{AD} = \frac{1140 - 1077,24}{16,7} = 3,75 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_m = 3,75 \text{ MPa}$$

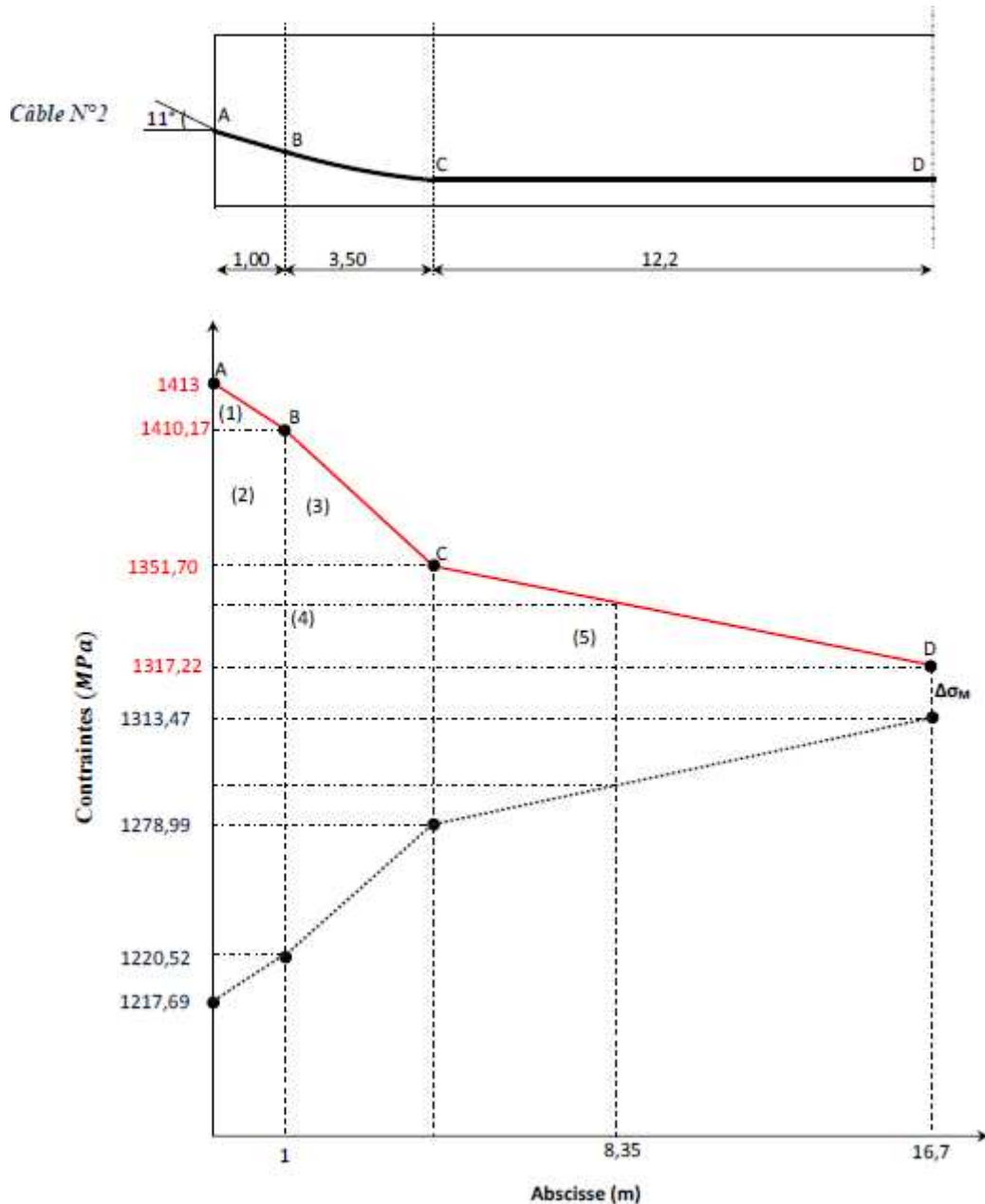


Figure X-2: diagramme de chute de tension avant et après blocages dans le câble N°2

Câble N°03:

$$\sigma_A = 1413 \text{ MPa}$$

$$\sigma_B = 1413 \times (1 - 0,18 \times 0 - 0,002 \times 1) = 1410,174 \text{ MPa}$$

$$\sigma_c = 1413 \times (1 - 0,18 \times 0,05236 - 0,002 \times 4,50) = 1332,37 \text{ MPa}$$

$$\sigma_D = 1413 \times (1 - 0,18 \times 0,05236 - 0,002 \times 16,7) = 1303,74 \text{ MPa}$$

Calcul des Aires:

$$S_1 = 2,7 \times \frac{1}{2} = 1,35 \text{ MPa.m}$$

$$S_2 = 58,47 \times 1 = 77,87 \text{ MPa.m}$$

$$S_3 = \frac{77,87}{2} \times 5,57 = 216,86 \text{ MPa.m}$$

$$S_4 = 28,56 \times 6,57 = 187,63 \text{ MPa.m}$$

$$S_5 = \frac{28,56}{2} \times 10,13 = 144,65 \text{ MPa.m}$$

$$S_T = 2 \sum S_i = 2 \times (1,35 + 77,87 + 216,86 + 187,63 + 144,65) = 1256,60 \text{ MPa.m}$$

$$S > \delta E_p$$

Donc le point M n'appartient pas à BC

Déterminer X (longueur d'influence) :

$$S = 2x (S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5)$$

$$S' = 2x (S_1 + S_2 + S_3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S = 1256,60 \text{ MPa.m} \\ S' = 592,16 \text{ MPa.m} \text{ donc : } S' < gEP < S \\ gEp = 1140 \text{ MPa.m} \end{array} \right.$$

On constate que le recule d'ancrage se fait entre C et D :

$$S' + 2[(\sigma_c - \sigma_m) \frac{1}{2} + (\sigma_c - \sigma_m) A_c] = gEP \dots\dots\dots(X-1)$$

$$\frac{\sigma_c - \sigma_m}{d} = \frac{\sigma_c - \sigma_D}{CD} \times d \Leftrightarrow \sigma_m = \sigma_c - \frac{\sigma_c - \sigma_D}{CD} \times d^2 \dots\dots\dots(X-2)$$

En injectant (2) dans (1), On obtient l'équation suivante:

$$\frac{\sigma_c - \sigma_m}{CD} \times d^2 + 2(\sigma_c + \sigma_D) \frac{AC}{AD} \times d + S' - gEP = 0$$

$$2,81 d^2 + 37,04d - 523,34 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{\Delta} = 37,18$$

$$d = 8,54m \Leftrightarrow x = AC + d = 15,11m$$

$$\sigma_D = 1413 \times (1 - 0,18 \times 0,244 - 0,002 \times 15,11) = 1308,24 \text{ MPa}$$

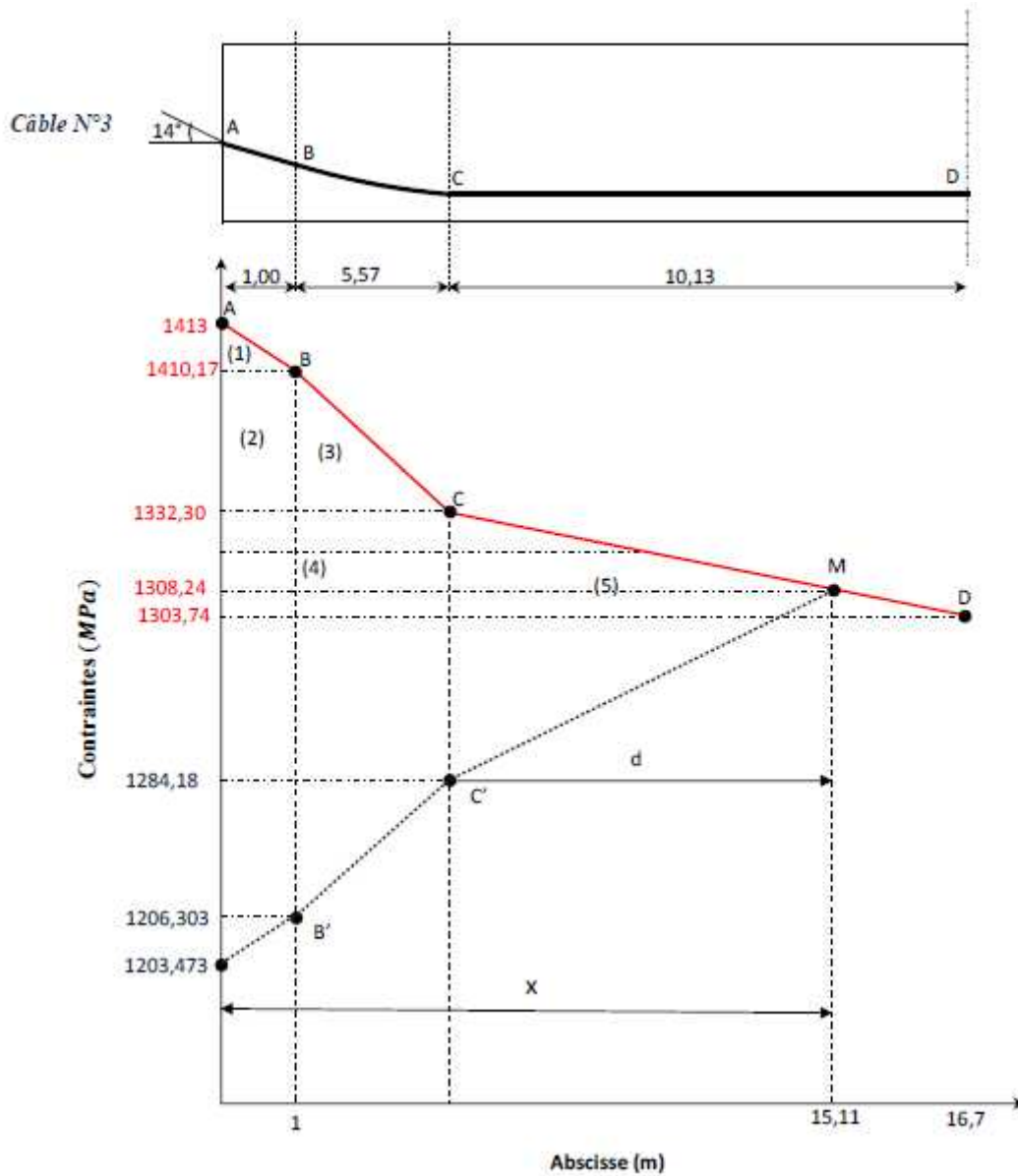


Figure X-3: diagramme de chute de tension avant et après blocages dans le câble N°3

Câble n°4:

$$\sigma_A = 1413 \text{ MPa}$$

$$\sigma_B = 1413 \times (1 - 0,18 \times 0 - 0,002 \times 1) = 1410,174 \text{ MPa}$$

$$\sigma_C = 1413 \times (1 - 0,18 \times 0,0296 - 0,002 \times 7,55) = 1316,37 \text{ MPa}$$

$$\sigma_D = 1413 \times (1 - 0,18 \times 0,0296 - 0,002 \times 16,7) = 1290,52 \text{ MPa}$$

Calcul des Aires:

$$S_1 = 2,7 \times \frac{1}{2} = 1,35 \text{ MPa.m}$$

$$S_2 = 93,80 \times 1 = 93,80 \text{ MPa.m}$$

$$S_3 = \frac{93,80}{2} \times 6,55 = 307,95 \text{ MPa.m}$$

$$S_4 = 25,85 \times 7,55 = 195,16 \text{ MPa.m}$$

$$S_5 = \frac{25,85}{2} \times 9,15 = 118,26 \text{ MPa.m}$$

$$S_T = 2 \sum S_i = 2x (1,35 + 93,80 + 307,95 + 195,16 + 118,26) = 1433,04 \text{ MPa.m}$$

$$S > \delta E_p$$

Donc le point M n'appartient pas à BC

Déterminer X (longueur d'influence) :

$$S = 2x (S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5)$$

$$S' = 2x (S_1 + S_2 + S_3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S = 1433,04 \text{ MPa.m} \\ S' = 806,20 \text{ MPa.m} \text{ donc : } S' < gEP < S \\ gEp = 1140 \text{ MPa.m} \end{array} \right.$$

On constate que le recule d'ancrage se fait entre C et D :

$$S' + 2[(\sigma_c - \sigma_m) \frac{1}{2} + (\sigma_c - \sigma_m) A_c] = gEP \dots\dots\dots(X-1)$$

$$\frac{\sigma_c - \sigma_m}{d} = \frac{\sigma_c - \sigma_D}{CD} \times d \Leftrightarrow \sigma_m = \sigma_c - \frac{\sigma_c - \sigma_m}{CD} \times d^2 \dots\dots\dots(X-2)$$

En injectant (2) dans (1), On obtient l'équation suivante:

$$\frac{\sigma_c - \sigma_m}{CD} \times d^2 + 2(\sigma_c + \sigma_D) \frac{AC}{AD} \times d + S' - gEP = 0$$

$$2,81 d^2 + 37,04d - 523,34 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{\Delta} = 37,18$$

$$d = 8,54\text{m} \Leftrightarrow x = AC + d = 15,11\text{m}$$

$$\sigma_D = 1413 \times (1 - 0,18 \times 0,244 - 0,002 \times 15,11) = 1308,24 \text{ MPa}$$

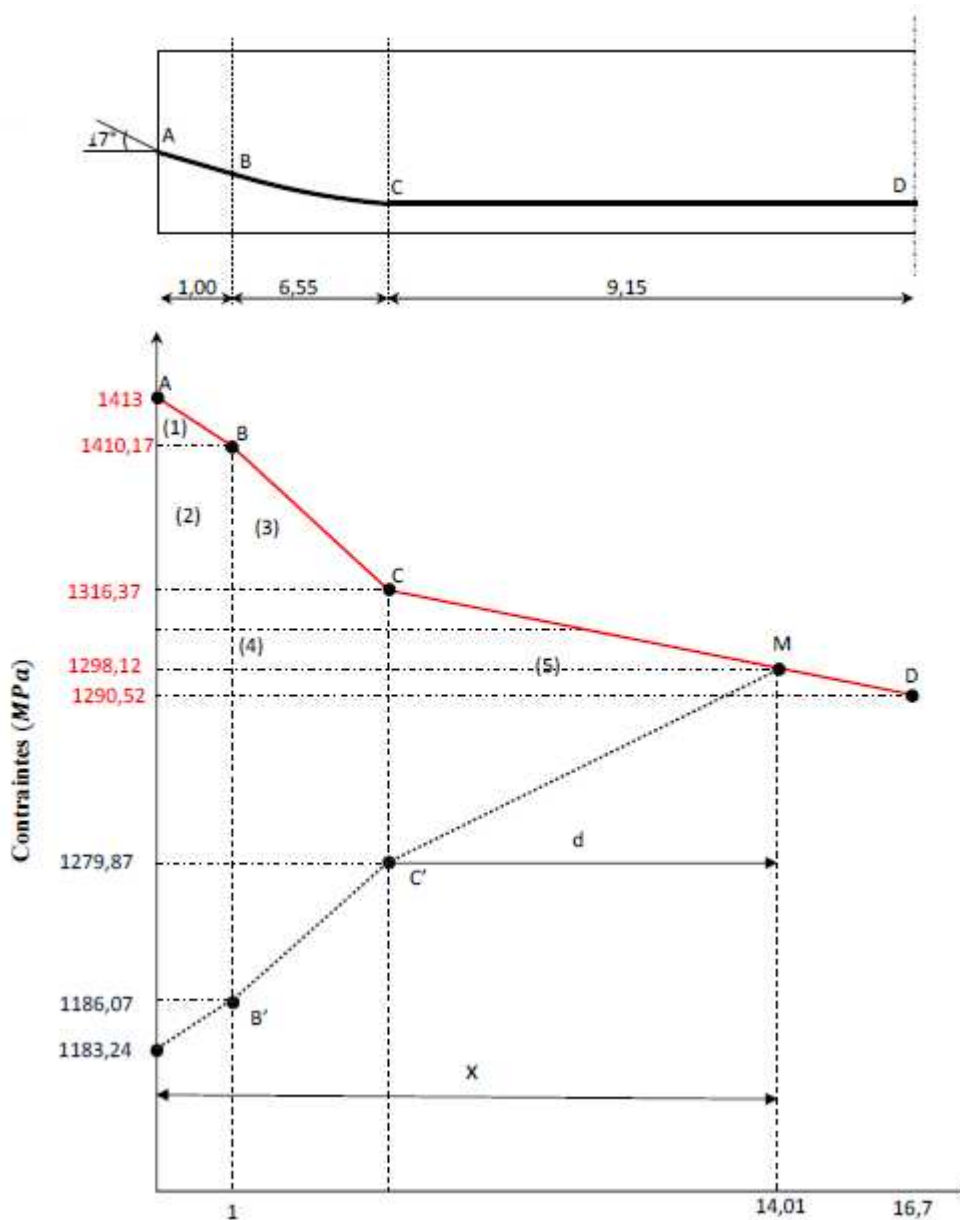


Figure X-4: diagramme de chute de tension avant et après blocages dans le câble N°4

Câble n°5:

$$\sigma_A = 1413 \text{ MPa}$$

$$\sigma_B = 1413 \times (1 - 0,18 \times 0 - 0,002 \times 1,41) = 1409,01 \text{ MPa}$$

$$\sigma_C = 1413 \times (1 - 0,18 \times 0,04363 - 0,002 \times 4,89) = 1288,21 \text{ MPa}$$

$$\sigma_D = 1413 \times (1 - 0,18 \times 0,4363 - 0,002 \times 13,2) = 1264,72 \text{ MPa}$$

Calcul des Aires:

$$S_1 = 3,99 \times 1,41 = 5,626 \text{ MPa.m}$$

$$S_2 = (1409,01 - 1288,21) \times 1,41 = 170,32 \text{ MPa.m}$$

$$S_3 = \frac{1}{2} \times 120,80 \times 3,48 = 210,19 \text{ MPa.m}$$

$$S_4 = 23,49 \times 4,89 = 114,86 \text{ MPa.m}$$

$$S_5 = \frac{23,49}{2} \times 8,31 = 97,60 \text{ MPa.m}$$

$$S_T = 2 \sum S_i = 2x (5,626 + 170,32 + 210,19 + 114,86 + 97,60) = 1197,19 \text{ MPa.m}$$

$$S > \delta E_p$$

Donc le point M n'appartient pas à BC

Déterminer X (longueur d'influence) :

$$S = 2x (S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5)$$

$$S' = 2x (S_1 + S_2 + S_3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S = 1197,19 \text{ MPa.m} \\ S' = 1001,992 \text{ MPa.m} \text{ donc : } S' < gEP < S \\ gEp = 1140 \text{ MPa.m} \end{array} \right.$$

On constate que le recule d'ancrage se fait entre C et D :

$$S' + 2[(\sigma_c - \sigma_m) \frac{1}{2} + (\sigma_c - \sigma_m) A_c] = gEP \dots\dots\dots(X-1)$$

$$\frac{\sigma_c - \sigma_m}{d} = \frac{\sigma_c - \sigma_D}{CD} \times d \Leftrightarrow \sigma_m = \sigma_c - \frac{\sigma_c - \sigma_D}{CD} \times d^2 \dots\dots\dots(X-2)$$

En injectant (2) dans (1), On obtient l'équation suivante:

$$\frac{\sigma_c - \sigma_m}{CD} \times d^2 + 2(\sigma_c + \sigma_D) \frac{AC}{AD} \times d + S' - gEP = 0$$

$$2,81 d^2 + 33,37 d - 138,00 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{\Delta} = 43,12$$

$$d = 4,56\text{m} \Leftrightarrow x = AC + d = 9,45\text{m}$$

$$\sigma_D = 1413 \times (1 - 0,18 \times 0,436 - 0,002 \times 9,45) = 1275,40 \text{ MPa}$$

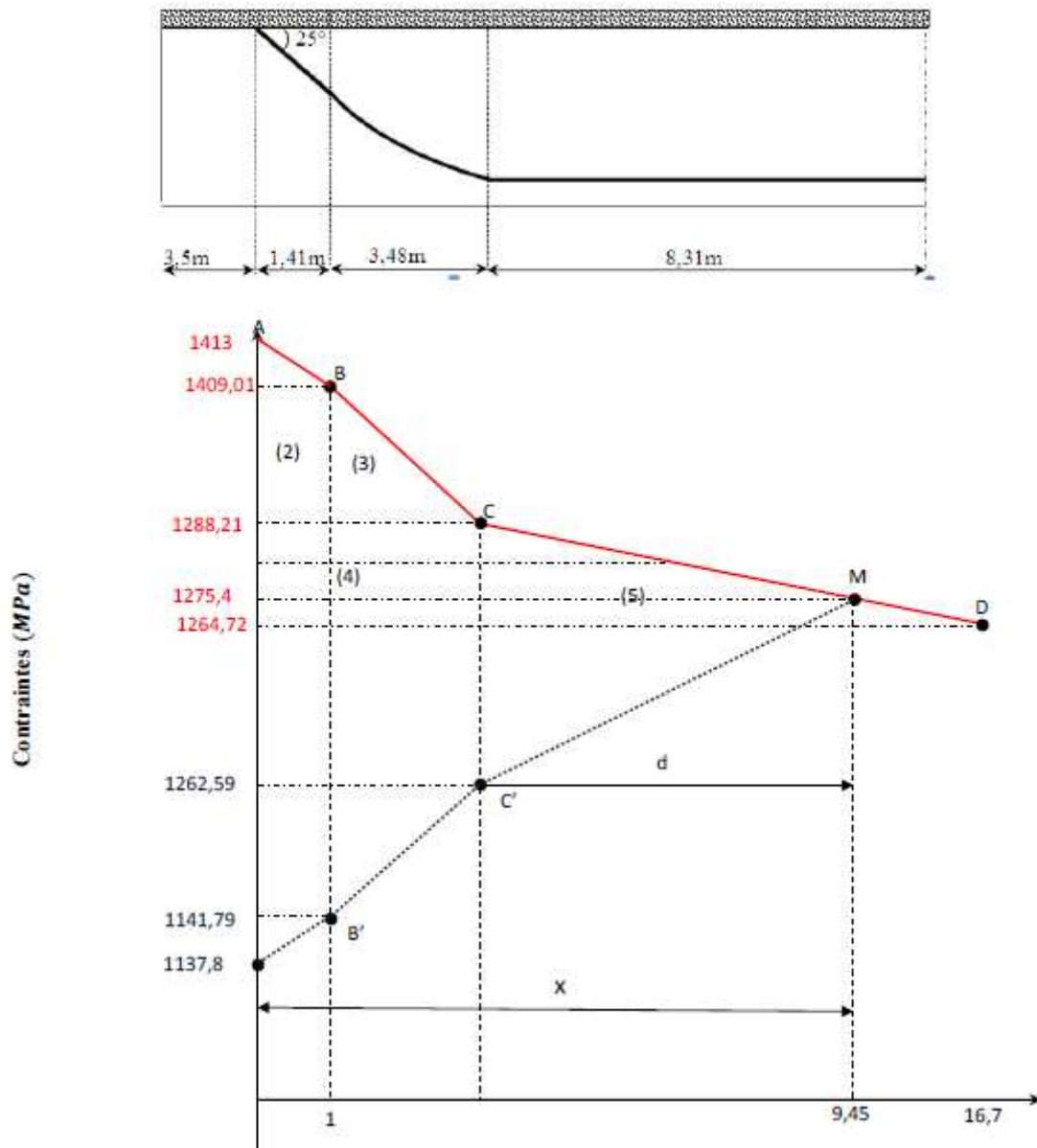


Figure X-5: diagramme de chute de tension avant et après blocages dans le câble N°5

X-II-2 Les Pertes par recul d'ancrage:

Câble n°1:

$$\Delta\sigma(x=16,7) = 20,37 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma(x=8,35) = (1376,17 - 1352,48) \times 2 + 3,75 = 67,76 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma(x=1,00) = (1410,17 - 1275,42) = 135,75 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma(x=0,00) = (1413 - 1271,69) = 144,24 \text{ MPa}$$

Câble n°2:

$$\Delta\sigma(x=16,7) = 3,75 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma(x=8,35) = (1340,17 - 1317,22) \times 2 + 3,75 = 50,59 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma(x=1,00) = (1410,17 - 1220,52) = 189,65 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma(x=0,00) = (1413 - 1217,69) = 195,31 \text{ MPa}$$

Câble n°3:

$\Delta\sigma(x=16,7) = 0,00 \text{ MPa}$
 $\Delta\sigma(x=8,35) = (1327,34 - 1308,24) x2 + 0,00 = 38,21 \text{ MPa}$
 $\Delta\sigma(x=1,00) = (1410,17 - 1206,303) = 203,87 \text{ MPa}$
 $\Delta\sigma(x=0,00) = (1413-1203,473) = 209,527 \text{ MPa}$

Câble n°4:

$\Delta\sigma(x=16,7) = 0,00 \text{ MPa}$
 $\Delta\sigma(x=8,35) = (1314,118 - 1298,12) x2 + 0,00 = 31,99 \text{ MPa}$
 $\Delta\sigma(x=1,00) = (1410,17 - 1186,07) = 228,10 \text{ MPa}$
 $\Delta\sigma(x=0,00) = (1413-1183,24) = 229,76 \text{ MPa}$

Câble n°5:

$\Delta\sigma(x=16,7) = 00,00\text{MPa}$
 $\Delta\sigma(x=8,35) = (1288,32 - 1275,4) x2 + 0,00 = 25,85 \text{ MPa}$

Section	0,00L	0,03L	0,25L	0,5L
Abscisse	0	1	8,35	16,7
Câble1	144,24	135,75	67,76	20,37
Câble2	195,31	189,65	50,95	3,75
Câble3	209,527	203,87	38,21	0,00
Câble4	229,76	228,10	31,99	0,00
Câble5	/	/	25,85	0,00
Valeur moyenne des 4 câbles	194,71	189,34	47,23	6,025
Valeur moyenne des 5 câbles	/	/	42,95	4,82

Tableau X-3: récapitulatif des pertes par recul d'ancrage

X-II-3 Les pertes par raccourcissement instantané du béton:

Supposons qu'une poutre soit armée avec plusieurs câbles de précontrainte. La mise en tension des câbles ne pouvant s'effectuer que câble par câble, la mise en tension du deuxième câble va entraîner un raccourcissement de la poutre et du premier câble une diminution de leur force de précontrainte.

- La 1^{ère} famille sera tendue au 14^{ème} jour.
- La 2^{ème} famille sera tendue au 28^{ème} jour (câble de l'extrados).

X-II-A La 1^{ère} famille sera tendue au 14^{ème} jour:

$\Delta\sigma_{Pi}(\mathbf{x}) = \frac{n-1}{2n} \sigma_{bn}(\mathbf{x}) \frac{E_P}{E_{bij}}$ avec $E_{bij} = 11000 \sqrt[3]{f_{cj}}$

N: Nombre de câble par famille

E_P: module d'élasticité longitudinale de câble

σ₁ : Constante de compression due à l'ensemble des câbles traversant la section B d'abscisse (x), calculée au niveau du câble moyenne δ_{bn}

E_{bij} : module instantané de déformation du béton

$$\sigma_{bn} = \frac{M_g e_p}{I_G} + n A_p \times \frac{\sigma_{pi}(x)}{B} \left[1 + \frac{B \cdot e_p^2}{I_G} \right]$$

I_G : inertie de la poutre seule.

e_p : excentricité du câble équivalent à la section considérée.

$M_g(x)$: moment dû au poids propre de la poutre seule+ amorce à l'abscisse (X).

$\sigma_{pi}(x)$: contrainte normale dans le câble après toutes les pertes déjà déterminées.

$$\sigma_{pi}(x) = \sigma_{po} - \Delta\sigma_g(x) - \Delta\sigma_{pi}(x)$$

On remplaçant dans l'expression précédente on obtient:

$$\Delta\sigma_{pi}(x) = \frac{E_p}{3E_{bij}} \times \frac{M_g e_p}{I_G} + \frac{E_p}{3E_{bij}} \times n A_p \times \frac{[\sigma_{po} - \Delta\sigma_g(x) - \Delta\sigma_{pi}(x)]}{B} \left[1 + \frac{B \cdot e_p^2}{I_G} \right]$$

Exemple de calcul :

Section d'about 0,00L :

$$B = 6289,15 \text{ cm}^2$$

$$E_p = 1,9 \times 10^5 \text{ MPa}$$

$$I_G = 14843705,64 \text{ cm}^4$$

$$e_p = -1,1 \text{ cm}$$

$$f_{cj} = 29,915$$

$$E_{bij} = 11000^3 \sqrt{f_{cj}} = 34147,246 \text{ MPa}$$

$$M_g = q \frac{x}{2} (1-x) \Rightarrow \text{pour } x = 0 \Rightarrow M_g = 0$$

$\Delta\sigma_g(x)$: perte moyenne des trois câbles 1^{ère} famille.

$$\sigma_{bn} = \frac{M_g e_p}{I_G} + \frac{E_p}{3 E_{bij}} \times n A_p \times \frac{\sigma_{pi}(x)}{B} \left[1 + \frac{B \cdot e_p^2}{I_G} \right]$$

$$\sigma_{bn}(x) = 0,00 + \frac{1,9 \times 10^5}{3 \times 34147,246} \times \frac{4 \times 10,50(1413 - 0 - 194,71)}{6289,15} \times \left[1 + \frac{6289,15 \times (-1,1)^2}{14843705,64} \right]$$

$$\sigma_{bn}(x) = 15,10 \text{ MPa}$$

nous donnons ci-après les valeurs des pertes par raccourcissement instantané du béton dans les différentes sections:

Câble de la 1 ^{ère} famille	section	0,00L	0,25L	0,5L
	$\Delta\sigma_{pi}(x)$		15,10	48,46

Tableau X-4: valeurs des pertes par raccourcissement instantané du béton (1^{ère} famille)

X-II-B la 2^{ème} famille de câble:

La mise en tension de la 2^{ème} famille des câbles se fera après le couplage du hourdis, donc la section résistante est celle de la poutre avec le hourdis.

➤ **Pertes subies par la 1^{ère} famille à cause de la 2^{ème} famille :**

La perte subie par chaque câble de la 1^{ère} famille est donnée par la formule suivante :

$$\Delta\sigma_p^2(x) = \frac{E_p}{E_{bij2}} \cdot \Delta\sigma_{b2}(x)$$

Avec:

$\Delta\sigma_{b2}(x)$: variation de contrainte dans le béton due au câble de la 2^{ème} famille;

$$\Delta\sigma_{b2}(x) = M_g(x) \frac{e_p}{I_G} + n \cdot \frac{A_p}{B} \Delta\sigma_{pi}(x) \cdot [1 + e_p^2 \frac{B}{I_G}]$$

$M_g(x)$: moment dû au poids (hourdis+ entretoises).

$$E_{bij} = 11000 \cdot \sqrt[3]{35} = 35981,73 \text{ MPa}$$

Après transformation, la relation peut s'écrire sous la forme:

$$\Delta\sigma_p^2(x) = \frac{E_p}{E_{bij}} \cdot \frac{M_g e_p}{I_G} + \frac{E_p}{E_{bij}} \times \frac{n \cdot A_p (\sigma_{p0} - \Delta\sigma_g(x))}{B} \cdot [1 + \frac{B \cdot e_p^2}{I_G}]$$

Exemple de calcul:

Pour $x = 0,025 L$

Caractéristique géométrique nettes:

$$B = 8186,95 \text{ cm}^2$$

$$A_p = 1050 \text{ mm}^2$$

$$I_G = 24325652,09 \text{ cm}^4$$

$$e_p = -105,55 \text{ cm}$$

$$E_p = 1,9 \times 10^5 \text{ MPa}$$

$$E_{bij} = 11000 \sqrt[3]{35} = 35981,73 \text{ MPa}$$

$$Q_g = 08125 \text{ t/ml}$$

$$M_g(x) = \frac{q x}{2} (L - x) = 84,97 \text{ m}$$

$$\Delta\sigma_p^2(x) = \frac{1,9 \times 10^5}{35981,73} \cdot (\frac{84,974 \times 10^7}{24325652,09 \times 10^4}) + 4 \times \frac{10,5(1413 - 85,74 - 42,95)}{8186,95} \times [1 + \frac{8186,95(-105,55)^2}{24325652,09}]$$

$$\Delta\sigma_p^2(x) = 48,59 \text{ MPa}$$

Pour $x = 0,5 L$

$$\Delta\sigma_p^2(x) = 49,22 \text{ MPa}$$

➤ **Pertes instantanées totales $\Delta\sigma_i(x)$:**

$$\Delta\sigma_i(x) = \Delta\sigma_\varphi(x) + \Delta\sigma_g(x) + \Delta\sigma_{pi}(x)$$

Câble de la 1 ^{ère} famille	section	0,00L	0,25L	0,5L
	$\Delta\sigma_{pi}(x)$		0,00	48,59

Tableau X-5: Valeurs des pertes par raccourcissement instantanée du béton (2^{ème} famille)

Tableau des pertes instantanées totales (MPa)

Section	0,00L	0,25L	0,5L
Abscisse	0	8,35	16,7
Câble1	159,34	153,13	166,81
Câble2	210,41	171,84	185,70
Câble3	224,627	172,41	195,29
Câble4	244,86	179,51	208,59
Câble5	/	209,01	207,39
Valeur moyenne des 4 câbles	244,86	169,22	189,09
Valeur moyenne des 5 câbles	/	177,18177,18	192,756

Tableau X-6 : Pertes instantanées totales à différentes sections (MPa)

Tension initiale probable à différentes sections:

Section	0,00L	0,25L	0,5L
Abscisse	0	8,35	16,7
Câble1	1253,66	1259,87	1246,19
Câble2	1202,59	1241,16	1227,3
Câble3	1188,373	1240,59	1217,71
Câble4	1168,14	1233,49	1204,41
Câble5	/	1203,99	1205,61
Valeur moyenne des 4 câbles	1203,19	1243,90	1223,95
Valeur moyenne des 5 câbles	/	1235,92	1220,28

Tableau X-7 : Valeur de la tension initiale probable à différentes sections

X-III-Les pertes différées:

Les pertes différées sont dues à l'évolution dans le temps de l'état de contrainte des matériaux, en présence du retrait du béton, fluage du béton et la relaxation des aciers.

X-III-1 pertes dues au retrait du béton: (B.P.E.L 91 art 3.3.21)

Le retrait est un phénomène de raccourcissement du béton dans le temps, dû à une évaporation de l'eau excédentaire contenue dans le béton et à des réactions chimique. Ce retrait a lieu dans les premiers mois après le coulage du béton. La Perte due au retrait est donné par :

$$\Delta\sigma_r = \varepsilon_r \cdot 1-r(t_0) \cdot E_p$$

$r(t) = \frac{t_0}{t_0 + 9 r_m}$: loi d'évolution du retrait

$r_m = \frac{B}{\mu}$: rayon de la section $r_m = \frac{\text{aire de la section}}{\text{périmètre de la section}}$

t: âge du béton à la mise en tension des câbles.

$$r_m = \frac{4936,95}{512,32} = 9,63 \text{ cm}$$

ϵ_r : le retrait final du béton tel que : $\epsilon_r(t) = \epsilon_r r(t) = 3.10^{-4}$ (nord d'algerie)BPEL}91art 2.1.5.1

➤ **perte dans les câbles de la 1^{ère} famille:**

$$r(14j) = \frac{14}{14 + (9 \times 9,63)} = 0,139$$

donc:

$$\Delta\sigma_r^2 = 3 \times 10^{-4} \cdot (1 - 0,244) \cdot 1,9 \cdot 10^5 = 43,01 \text{ MPa}$$

La perte total moyenne due au retrait pour l'ensemble des câble est égale à:

$$\Delta\sigma_r^{moy} = \frac{4 \times 49,077 + 43,01}{5} = 47,86 \text{ MPa}$$

X-III-2 Pertes dues à la relaxation des armatures : « B.P.E.L 91 Art.3.3.23 »

La relaxation de l'acier est un relâchement de tension à longueur constante. Elle n'apparaît pour les aciers à haute limite élastique utilisée en béton précontraint que pour les contraintes supérieure de 30 à 40% de leur contrainte de rupture garantie. Elle dépend de la nature de l'acier, de son traitement et l'on distingue des aciers:

- à relaxation normale, RN
- à très basse relaxation, TBR

Compte tenu de la faible différence de coût existant entre ces aciers, l'économie réalisée sur les aciers par une perte par relaxation plus faible, on choisit en général les aciers TBR. La perte de tension finale due à la relaxation est donnée par la formule simplifiée suivante :

$$\Delta\sigma_P^m = \frac{6}{100} \rho_{1000} \left(\frac{\sigma_{pi}(x)}{f_{prg}} - \mu_0 \right) \times \sigma_{Pi}(x)$$

ρ_{1000} : relaxation des aciers à 1000 heurs en % ($\rho_{1000} = 2,5\%$)

$\mu_0 = 0,43$ pour les aciers TBR (très basse relaxation).

$\sigma_{Pi}(x)$: tension initiale probable après toutes les pertes instantanées.

A- Perte dans les câbles de la 1^{ère} famille:

Exemple de calcul: $x=0,25L$

$$\sigma_{pi} (0,25L) = 1243,90 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_{Pi} (0,25L) = \frac{6}{100} \times 2,5 \left(\frac{1243,90}{1770} - 0,43 \right) \cdot 1243,90 = 50,89 \text{ MPa}$$

On procédera de la même façon pour les autres sections:

Câble de la 1 ^{ère} famille	section	0,00L	0,25L	0,50L
	Abscisses	0,000	8,35	16,7
	σ_{pi} (MPa)	1203,19	1243,90	1223,95
	$\Delta\sigma_P$ (x) (MPa)	45,07	50,89	48,00

Tableau X-8: pertes par relaxation des câbles de la 1^{ère} famille

B- Pertes dans le câble de la 2^{ème} famille:

Câble de la 2 ^{ème} famille	section	0,00L	0,25L	0,50L
	Abscisses	0,000	8,35	16,7
	σ_{pi} (MPa)	/	1235,92	1220,28
	$\Delta\sigma_P$ (x) (MPa)	/	49,73	47,45

Tableau X-9: pertes par relaxation de câble de la 2^{ème} famille

X-III-3 Pertes dues au fluage: (BPEL 91 art 3.3.2.2):

Le béton est maintenu sous charge fixe indéfiniment appliquée, sa déformabilité n'est pas constante mais augmente lentement, et de façon continue avec le temps, c'est le phénomène du fluage.

La perte de tension due au fluage proposée par le B.P.E.L 91 est la suivante :

$$\Delta\sigma_{fi} = (\sigma_b + \sigma_m) \cdot \frac{E_P}{E_{bij}}$$

Avec:

σ_b : Contrainte finale dans le béton au niveau du câble moyen.

σ_M : Contrainte maximale de compression du béton au niveau du câble moyen.

Pertes dans les câbles de la 1^{ère} famille:

Exemple de calcul : $x=0,5L$

$$\Delta\sigma_M(0,5L) = \frac{M_g \cdot e_P}{I_G} + n \cdot A_P \cdot \frac{\sigma_{Pi}(0,5L)}{B} \cdot \left(1 + \frac{B \cdot e_P^2}{I_G}\right)$$

$$M_g = \frac{L^2 q_g}{8} = \frac{1,4424 \cdot 33,4^2}{8} = 201,13 \text{ t}$$

$$\sigma_{pi}(0,5L) = 1223,95 \text{ MPa}$$

$$I_G = 12892817,48 \text{ cm}^2$$

$$e_p = -75,45 \text{ cm}$$

$$\Delta\sigma_M(0,5L) = \frac{201,13 \times 10^4 \cdot (-75,45)}{12892817,48} + 4 \cdot 10,5 \cdot \frac{1223,95}{4936,95} \cdot \left(1 + \frac{4936,95 \cdot (-75,45)^2}{12892817,48}\right)$$

$$\Delta\sigma_M(0,5L) = 21,33 \text{ MPa}$$

D'après le [B.P.E.L 91art3.3.24)], la perte différée totale ($\Delta\sigma_d$) est égale à :

$$\Delta\sigma_d = \Delta\sigma_r + \Delta\sigma_{fi} + \frac{5}{6} \times \Delta\sigma_P$$

$$\Leftrightarrow \Delta\sigma_d = 49,07 + \Delta\sigma_{fi} + \frac{5}{6} \times 48$$

$$\Leftrightarrow \Delta\sigma_P = 89,07 + \Delta\sigma_{fi}$$

La contrainte dans le béton est obtenue lorsque toutes les pertes sont produites. Donc :

$$\Delta\sigma_M (0,5L) = \frac{M_g \cdot e_P}{I_G} + n \cdot A_P \cdot \frac{\sigma_{Pi} (0,5L) - \Delta\sigma_d(0,5L)}{B} \cdot \left(1 + \frac{B \cdot e_P^2}{I_G} \right)$$

Avec :

$$\Sigma_{pi} (0,5L) - \Delta\sigma_d (0,5L) = \sigma_{p\infty} (0,5L): \text{tension final probable à la section médiane}$$

Nous remarquons que:

$$\Sigma_b (0,5L) = \Delta\sigma_d (0,5L) - n \cdot A_P \cdot \frac{\Delta\sigma_d(0,5L)}{B} \cdot \left(1 + \frac{B \cdot e_P^2}{I_G} \right)$$

La formule peut s'écrire sous la forme suivante:

$$\Delta\sigma_{fi} (0,5L) = \left[2 \sigma_M (0,5L) - n \cdot A_P \cdot \frac{\Delta\sigma_d (0,5L)}{B} \cdot \left(1 + \frac{B \cdot e_P^2}{I_G} \right) \right] \cdot \frac{E_P}{E_{bij}}$$

$$\Delta\sigma_{fi} (0,5L) = \left[2 \times 2,133 - 4 \times 10,5 \times \frac{8,907 + \Delta\sigma_{fi}}{4936,95} \times \left(1 + \frac{4936,95 \cdot (-75,45)^2}{12892817,48} \right) \right] \times \frac{1,9 \times 10^4}{34147,24}$$

$$\Delta\sigma_{fi} (0,5L) = 2,3 - 0,015 \Delta\sigma_{fi} \quad ; \quad \Delta\sigma_{fi}(0,5L) = 22,07 \text{ MPa}$$

On procède de la même manière pour trouver la perte due au fluage dans les autres sections et les résultats sont donnés dans le tableau ci-après :

Câble de la 1 ^{ère} famille	section	0,00L	0,25L	0,50L
	Abscisses	0,000	8,35	16,7
	$\Delta\sigma_d (x)$ (MPa)	$86,62 + \Delta\sigma_{fi}$	$91,47 + \Delta\sigma_{fi}$	$89,07 + \Delta\sigma_{fi}$
	M_g (KN.m)	0	150,85	201,13
	$\sigma_{pi} (x)$ (MPa)	1203,19	1243,9	1223,95
	$\sigma_m (x)$ (MPa)	8,04	24,82	21,33
$\Delta\sigma_{fi}(x)$ (MPa)	8,58	25,81	22,07	

Tableau X-10: perte due au fluage

Mise en tension de la 2^{ème} famille des câbles :

Le procédé de calcul est le même que celui de la 1^{ère} famille, seulement que le nombre de câbles change et la section résistante sera dans ce cas la poutre avec hourdis

$$q_g = 1,4424 + 0,8125 = 2,2549 \text{ t.m}$$

Après mise en tension du câble de la 2 ^{ème} famille	section	0,00L	0,25L	0,50L
	Abscisses	0,000	8,35	16,7
	Nombre de câbles	4	5	5
	$\Delta\sigma_d(x)$ (MPa)	$86,62 + \Delta\sigma_{fi}$	$84,45 + \Delta\sigma_{fi}$	$82,55 + \Delta\sigma_{fi}$
	M_g (KN.m)	0	235,82	314,43
	$\sigma_{pi}(x)$ (MPa)	1203,19	1235,92	1220,28
	$\sigma_m(x)$ (MPa)	8,04	27,41	23,52
	$\Delta\sigma_{fi}(x)$ (MPa)	8,58	27,14	23,13

Tableau X-11: Après mise en tension du câble de la 2^{ème} famille

X-IV Pertes différées totales et tension finales probables :

Comme nous l’avons déjà défini précédemment, les pertes sont calculées avec la formule. Pour calculer la perte totale à un instant donné intermédiaire, on peut utiliser la formule simplifiée suivante :

$$\Delta\sigma_d(x,t) = i(x) \cdot \Delta\sigma_d(x)$$

	section	0,00L	0,25L	0,50L
	Abscisses	0,000	8,35	16,7
Câble de la 1 ^{ère} famille	$\Delta\sigma_r(x)$ (MPa)	49,07	49,07	49,07
	$\Delta\sigma_p(x)$ (MPa)	45,07	50,89	48,00
	$\Delta\sigma_{fi}(x)$ (MPa)	8,58	25,81	22,07
	$\Delta\sigma_d(x)$ (MPa)	95,2	117,28	111,14
Après mise en tension du câble de la 2 ^{ème} famille	$\Delta\sigma_r(x)$ (MPa)	/	43,01	43,01
	$\Delta\sigma_p(x)$ (MPa)	/	49,73	47,45
	$\Delta\sigma_{fi}(x)$ (MPa)	/	27,14	23,13
	$\Delta\sigma_d(x)$ (MPa)	/	111,59	105,68

Tableau X-12: pertes différées totales dans différentes sections

Pour l'ensemble des câbles:

$$\Delta\sigma_{diff} = \frac{n_1 \cdot \Delta\sigma_{diff1} + n_2 \cdot \Delta\sigma_{diff2}}{n_1 + n_2}$$

Avec:

N_1 : Nombre de câble de la première famille

N_2 : Nombre de câble de la deuxième famille

$\Delta\sigma_{diff}$: moyenne de pertes différées dans les différentes sections

Section	0,00L	0,25L	0,50L
$\Delta\sigma_{diff}$	95,2	116,142	110,48

Tableau X-13: moyenne de pertes différées dans les différentes sections

Avec:

$$\sigma_{p\infty} = \sigma_{Pi}(x) - \Delta\sigma_{diff}(x)$$

$$\% \text{ de perte} = \frac{\sigma_{P_0} - \sigma_{P_\infty}}{\sigma_{P_0}}$$

Section	0,00L	0,25L	0,50L
Abscisses	0,000	8,35	16,7
σ_{P_∞}	1107,99	1127,758	1109,8
% de perte	21,58	20,75	21,45
vérifications	Vérifiée	Vérifiée	Vérifiée

Tableau X-14: la tension finale probable dans différentes sections

X-V Conclusion:

Nous remarquons que le max des pertes est de 21,58 % de σ_{P_0} , et ces pertes ne dépassent pas celle prise en compte pour déterminer l'effort de précontrainte initiale P_0 (25% de σ_{P_0})



**CHAPITRE XI :
JUSTIFICATION DES
CONTRAINTES
NORMALES**

XI-I Généralités:

La justification d'un élément d'une structure doit obligatoirement comprendre deux vérifications, vis-à-vis l'E.L.U et l'E.L.S.

Les vérifications à l'E.L.U ont pour objet de satisfaire l'équilibre statique, la résistance et la stabilité de forme de l'élément.

Les vérifications à l'E.L.S ont pour objet de montrer que le comportement de l'élément est satisfaisant pendant sa durée de vie sous l'effet des actions prévisibles.

La contrainte normale s'exerçant dans une section droite est exprimée par :

$$\sigma_y = P \left(\frac{1}{B} + \frac{y}{I} e_p \right) + M \frac{y}{I}$$

avec:

$$\overline{\sigma}_{min} < \sigma_y < \overline{\sigma}_{max}$$

XI-II Justification à L'ELS:

On fait une vérification pour la classe II (admet une traction modérée). Les valeurs limites des contraintes dans le béton sont :

		situation	exploitation			Construction
Classe II	Contraintes	Combinaison	Rare	Fréquente	Quasi permanente	Rare
		Zone				
		$\overline{\sigma}_t$	Dans la section d'enrobage	$-f_{t28}$	0	/
	$\overline{\sigma}_c$	Hors la section d'enrobage	$-1,5 f_{t28}$	/	/	$0,6 f_{c28}$
	$\overline{\sigma}_c$	Pour toute la section	$-0,5 f_{t28}$	$0,6 f_{c28}$	$0,5 f_{c28}$	$0,6 f_{c28}$

Tableau XI-1: valeur limites des contraintes dans le béton

Avec:

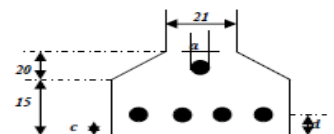
$\overline{\sigma}_t$: la contrainte admissible de compression dans le béton.

$\overline{\sigma}_c$: La contrainte admissible de traction dans le béton.

XI-III Distance des armatures de précontrainte aux parements:

Dans le cas de la précontrainte en poste tension, le B.P.E.L (Art 10.2, 23) recommande ce qui suit :

$$c \geq \sup \begin{cases} \frac{3}{4} \alpha \Rightarrow (\alpha: \text{largeur du paquet}) \\ \emptyset: \text{diamètre de la gaine} \\ d = 5\text{cm} \Rightarrow \text{ouvrage courants} \end{cases}$$



Avec:

$$\alpha = \emptyset = 6,6\text{cm} \qquad c \geq 6,6 \text{ cm}$$

c = 6,7 cm

les matériaux:

BETON:

σ \ days	7	14	21	28
f_{cj}	23,18	29,91	33,12	35
f_{tj}	1,99	2,395	2,59	2,7

Tableau XI-2 : les valeurs de f_{cj} et f_{tj}

Armatures de précontrainte (actives) :

$\sigma_{p0} = 1413 \text{ MPa}$

$A_p = 1050 \text{ mm}^2$

Tension de calcul en B.P.E.L :

La valeur caractéristique de la précontrainte, (B.P.E.L 91 Art 4.1.3)

La précontrainte de calcul est égale à la plus défavorable des deux valeurs suivantes

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{p1} = 1,02 \sigma_{p0} - 0,8 \Delta\sigma_j \\ \sigma_{p2} = 0,98 \sigma_{p0} - 1,2 \Delta\sigma_j \end{array} \right.$$

avec:

σ_{p0} : tension initiale

$\Delta\sigma_j$: somme de toutes les pertes à l'âge considéré .

	B(cm ²)	I _G (cm ⁴)	V (cm)	V' (cm)	ρ	ep(cm)	R ² =I/B (cm ²)
Poutre seule	4936,95	12892817,48	63,31	86,69	47,58	-75,45	2611,494
Poutre+hourdis	8186,95	24325652,09	58,21	116,79	43,70	105,55	2971,27

Tableau XI-3: les caractéristiques géométriques de section nette

Phases de construction:

Phase n°	Date [jours]	Opération	Caractéristique
0	0	Coulage de la poutre préfabriquée	/
I	14	Mise en tension des 04 câbles à 50%	* Section résistante : poutre * Poids de la poutre * Précontrainte des câbles
II	28	Mise en tension des 04 câbles à 100%	* Section résistante : poutre * Poids de la poutre * Précontrainte des câbles
III	63	Mise en tension du câble de la deuxième famille plus d'une semaine après le coulage de l'hourdis	* Section résistante : poutre+hourdis * poids de la poutre+ amorces * poids de l'hourdis+entretoises * précontraintes des câbles * coffrage perdu
IV	84	Mise en place de la Superstructure (revêtement, trottoirs, corniches...)	* Section résistante : poutre+hourdis * Poids propre du tablier * Précontrainte des câbles
V	> 90	Mise en service de l'ouvrage	* Section résistante: poutre+hourdis * Poids propre du tablier * les surcharges appliquées * Précontrainte des câbles

Tableau XI-4: les différentes phases de construction

XI-IV Vérification des contraintes:

Pour les quatre premières phases, la force de précontrainte qui donne l'effet le plus défavorable est P₁ mais pour la phase d'exploitation (phase VI) c'est la force P₂

A/ Phase de construction:

$$\begin{cases} \sigma_s = \frac{P_1}{B} \left(1 - e_p \frac{v}{r^2} \right) + M_{\min} \frac{v}{I} \geq \bar{\sigma}_t \\ \sigma_t = \frac{P_1}{B} \left(1 - e_p \frac{v'}{r^2} \right) - M_{\min} \frac{v'}{I} \geq \bar{\sigma}_t \end{cases}$$

B/ Phase d'exploitation:

$$\begin{cases} \sigma_s = \frac{P_2}{B} \left(1 - e_p \frac{v}{r^2} \right) + M_{\min} \frac{v}{I} \geq \bar{\sigma}_t \\ \sigma_t = \frac{P_2}{B} \left(1 - e_p \frac{v'}{r^2} \right) - M_{\min} \frac{v'}{I} \geq \bar{\sigma}_t \end{cases}$$

Application :

Exemple de calcul:

Phase I :

$$\sigma_{p0} = 0,5 \times 1413 = 706,5 \text{ MPa}$$

$$g = 1,4424 \text{ t/ml}$$

$$Mg = 201,135 \text{ t.m}$$

$$\Delta\sigma_j = 0,5 \times \Delta\sigma_j = 0,5 \times 189,09 = 94,545 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{pi} = 1,02 \sigma_{po} - 0,8\Delta\sigma_j = 644,994 \text{ MPa}$$

$$P_1 = n.A_p.\sigma_{p1} = 4 \times 1050 \times 644,994 \times 10^{-3} = 2708,97 \text{ KN}$$

$$\begin{cases} \sigma_s = \frac{P_1}{B} \left(1 - e_p \frac{v}{r^2} \right) + M_{\min} \frac{v}{I} \geq \bar{\sigma}_t \\ \sigma_t = \frac{P_1}{B} \left(1 - e_p \frac{v'}{r^2} \right) - M_{\min} \frac{v'}{I} \geq \bar{\sigma}_t \end{cases}$$

On applique les données sur notre relation:

$$\begin{cases} \sigma_s = \frac{2708,97}{4936,95} \left(1 - \frac{75,45 \times 63,31}{2611,494} \right) + 201,135 \times 10^3 \frac{63,31}{12892817,48} = 5,32 \text{ MPa} \\ \sigma_t = \frac{2708,97}{4936,95} \left(1 - \frac{75,45 \times 86,69}{2611,494} \right) + 201,135 \times 10^3 \frac{86,69}{12892817,48} = 5,7 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\left. \begin{cases} \sigma_s = 5,32 > -1,5f_{t14} = -3,592 \text{ MPa} \\ \sigma_t = 5,7 \leq 0,6 f_{c14} = 17,94 \text{ MPa} \end{cases} \right\} \text{ condition Vérifiée}$$

XI-5 Vérification des contraintes pour les différentes phases à mi-travée :

Nous procédons de la même façon pour les autres phases et les résultats sont donnés dans le tableau ci-après :

Phases	P _i (KN)	M(KN.m)	σ _s (MPa)	σ _i (MPa)	σ̄ _s (MPa)	σ̄ _i (MPa)	Observation
I(14jours)	2708,97	2011,35	5,327	5,7	-3,59	17,94	Vérifiée
II(28jours)	5417,94	2011,35	0,777	17,52	-4,05	21	Vérifiée
III(63jours)	6290,25	3144,34	3,85	15,37	-4,05	21	Vérifiée
IV(84jours)	6293,02	3463,39	4,612	13,85	-4,05	21	Vérifiée
V>(90jours)	6082,96	6668,30	12,4	-2,55	-2,7	21	Vérifiée

Tableau XI-5: vérification des contraintes pour les différentes phases de construction

XI-VI Conclusion:

On remarque que les contraintes limites sont respectées dans le cas de chargement en construction et exploitation.

XI-VII Ferrailage passif longitudinal (Armatures de talon) :

Le ferrailage nécessite deux sortes d'armatures dans les ouvrages précontraints :

- Les armatures de peau.
- Les armatures dans la zone tendue.

La section minimale est donnée comme suit :

$$A_{1\min} = \max \begin{cases} 3\text{cm}^2/\text{ml de parement perpendiculaire à leur direction} \\ 0,1\% B \text{ (section brute du béton)} \end{cases}$$

$$0,1\% B = 0,001 \times 6426 = 6,426 \text{ cm}^2$$

On utilise des armatures HA10 tous les 20cm (G. Dreux)

XI-VIII Armatures longitudinales dans la zone tendue:

Le ferrailage minimal pour satisfaire la condition de non fragilité dans les ouvrages en béton Précontraint est donné par la formule suivante :

$$A_s \geq \frac{B_t}{1000} + \left(\frac{N_{Bt}}{f_e} \times \frac{f_{tj}}{\sigma_{Bt}} \right)$$

B_t : section du béton tendu

σ_{bt} : valeur absolue de la contrainte maximale de traction.

$$X = \frac{1,75 \cdot 10^3}{12,4 + 2,55} \times 2,55 = 298,49 \text{ mm} = 29,85 \text{ cm}$$

$$B_t = 15 \times 47 + \frac{(3,3475 + 13) \cdot 14,85}{2} + 21 \times 14,85 = 1138,23 \text{ cm}^2$$

$$B_t = 1138,23 \text{ cm}^2$$

$$N_{Bt} = \frac{B_t \times \sigma_i}{2} = \frac{1138,23 \times 2,55 \times 10^{-1}}{2} = 145,124 \text{ KN}$$

$$N_{Bt} = 145,124 \text{ KN}$$

$$A_s = \frac{1138,23}{1000} + \left(\frac{145,124}{40} \times \frac{2,7}{2,55} \right) = 4,979 \text{ cm}^2$$

On adopte 5T12 = 5,65 cm²

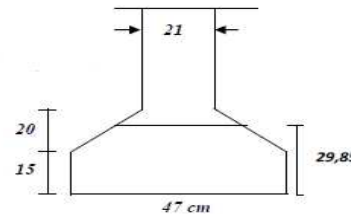


Figure XI-2: Section du béton tendue

XI-IX Ferrailage passif transversal : (Armature du talon) :

Dans les zones où les armatures de précontrainte se trouvent localisées dans les poutres, les cadres de talon devront être prévus pour assurer la continuité avec les armatures transversales d'âmes.

$$A_c \times f_e \geq C \times t \times f_{t28} \Leftrightarrow \text{si: } \varnothing_{\text{ext gaine}} < C < 1,3 \varnothing_{\text{ext gaine}}$$

$$A_c \times f_e \geq 1,3 C \times t \times f_e \times \varnothing_{\text{ext gaine}} \Leftrightarrow \text{si: } C > 1,30 \varnothing_{\text{ext gaine}}$$

$C = 10 \text{ cm}$ (enrobage des câbles)

$$\varnothing_{\text{ext gaine}} = 6,6 \text{ cm}$$

$$\frac{A_c}{t} \geq \frac{1,3 C \times \varnothing_{\text{ext gaine}} \times f_{t28}}{f_e} = 5,7915 \text{ cm}^2/\text{ml}$$

On fixe, pour des raisons de sécurité 2T12 ($A_c = 2,26 \text{ cm}^2$)

$t \leq 39,02 \text{ cm}$; donc on prend : $t = 30 \text{ cm}$

XI-X Justifications à l'E.L.U :

Les justifications vis-à-vis des E.L.U complémentaires des E.L.S s'avèrent indispensables, car un dépassement des charges caractéristiques (prise en compte à l'E.L.S) est toujours possible, même s'il est peu probable.

Les justifications à la résistance vis-à-vis des sollicitations normales (M.N) sont données par les règles B.P.E.L 91 Art 63.

a) Hypothèses de calculs :

- la résistance du béton tendu est négligée.
- les sections droites avant déformation restent planes après déformations.
- l'adhérence est parfaite entre le béton et l'acier.
- Le diagramme de déformation respecte la règle des trois pivots.

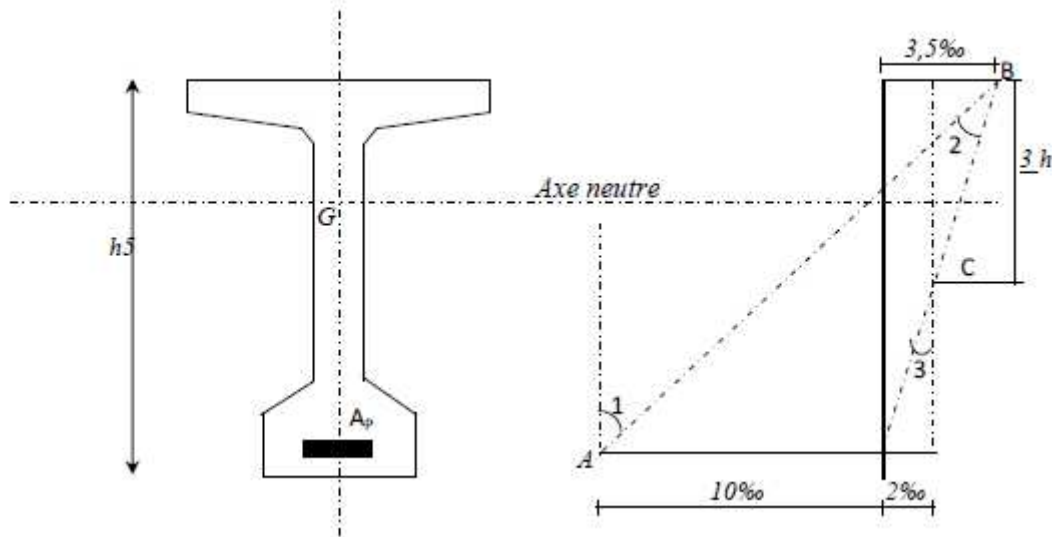


Figure XI-3: Règle des trois pivots

b) Passage du diagramme de déformations à celui des contraintes:

Considérons une section droite d'une poutre sollicitée en flexion composée, pour laquelle l'E.L.U est atteinte.

Le problème qui se pose, est de déduire du diagramme de déformations la valeur des contraintes sur la hauteur de la section pour l'ensemble des matériaux.

On détermine d'abord l'évolution des contraintes dans la zone comprimée du béton, puis on détermine la section dans les aciers de précontrainte.

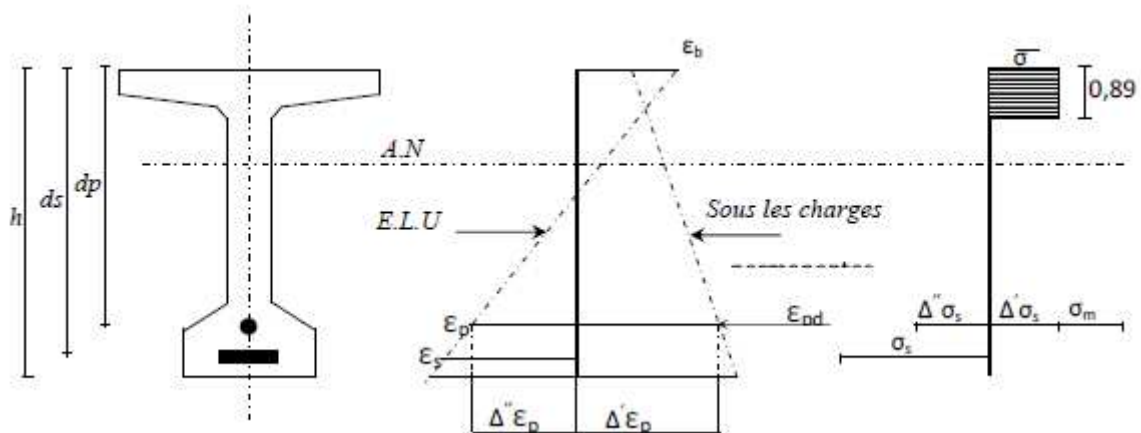


Figure XI-4: Diagramme des déformations et des contraintes à l'E.L.U dans le cas d'une section partiellement comprimée

c) Contrainte dans le Béton :

La contrainte maximale dans le béton vaut: $\overline{\sigma}_{bc} = \frac{0,85.f_{cj}}{\theta.\gamma_b}$

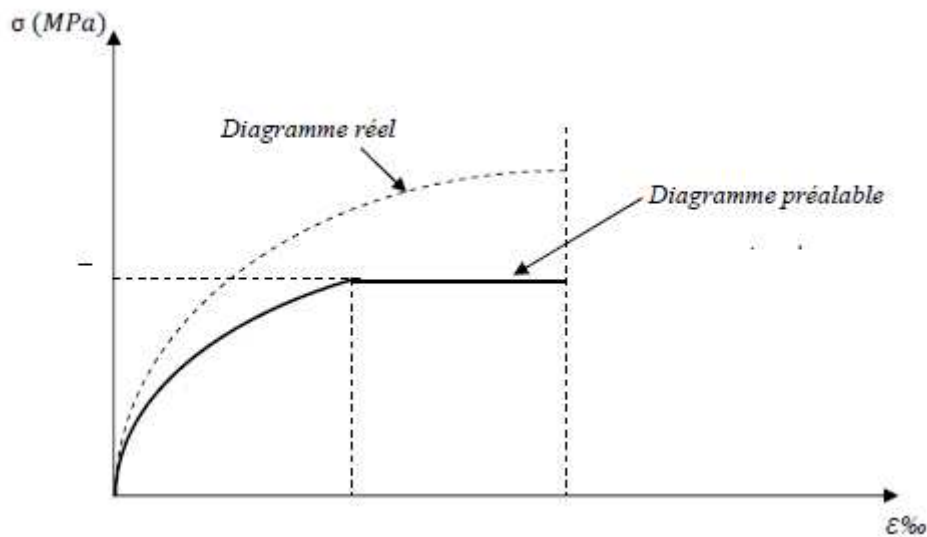


Figure XI-5: Modèle de comportement du béton dans le cas ELU.

d) Contrainte dans l'acier :

Elle est obtenue à partir des déformations. La déformation à l'ELU pour les armatures de précontraintes et la somme des trois :

allongement préalable : $\epsilon_{pm} = \frac{\sigma_{pm}}{E_p}$

accroissement d'allongement $\Delta'\epsilon_p$ accompagnant le retour à zéro de la déformation du béton adjacent $\Delta'\epsilon_p = 5 \frac{\sigma_{bpm}}{E_p}$

Un deuxième accroissement $\Delta''\epsilon_p$ accompagnant la déformation du béton au-delà de la valeur nulle.

Avec:

σ_{pm} : contrainte probable (à vide) existant dans les armatures à l'âge où l'on effectue la vérification

σ_{bpm} : Contrainte dans le béton au niveau du câble moyen sous l'effet des actions permanentes et la précontrainte.

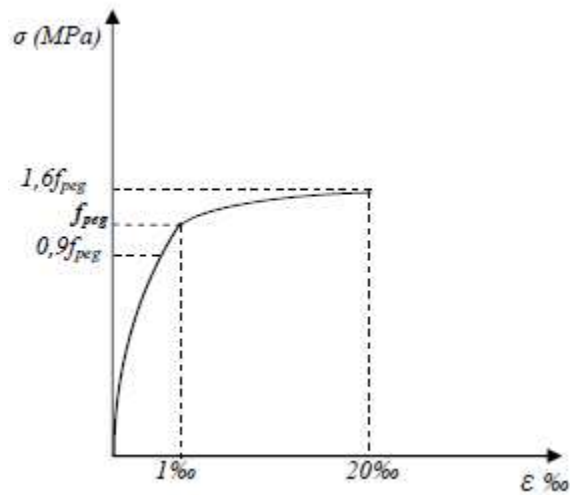


Figure XI-6: Diagramme contrainte déformation des torons

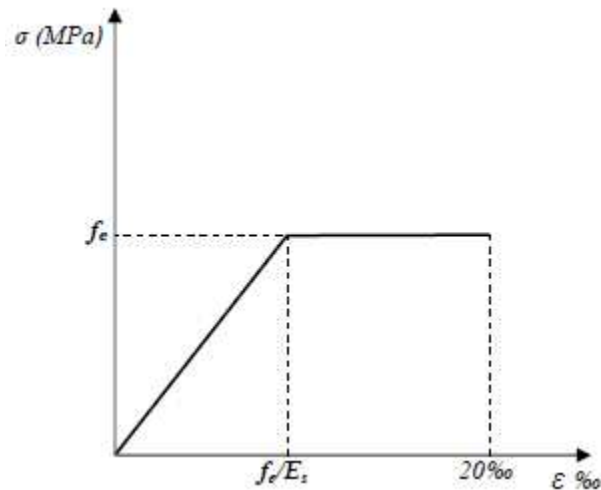


Figure XI-7: Diagramme contrainte déformation des aciers passifs

XI-XI Principe de la méthode de justification :

Pour que l'élément ne cesse pas de remplir sa fonction, il faut s'assurer que les sollicitations de calcul, que nous désignons par (S_u) n'atteignent pas le domaine résistant dont la frontière est $(S_{lim,u}) (N_u ; M_u)$.

Le domaine résistant convexe est limité par une courbe (ou une surface en cas de flexion déviée) dite d'interaction moment fléchissant-effort normal.

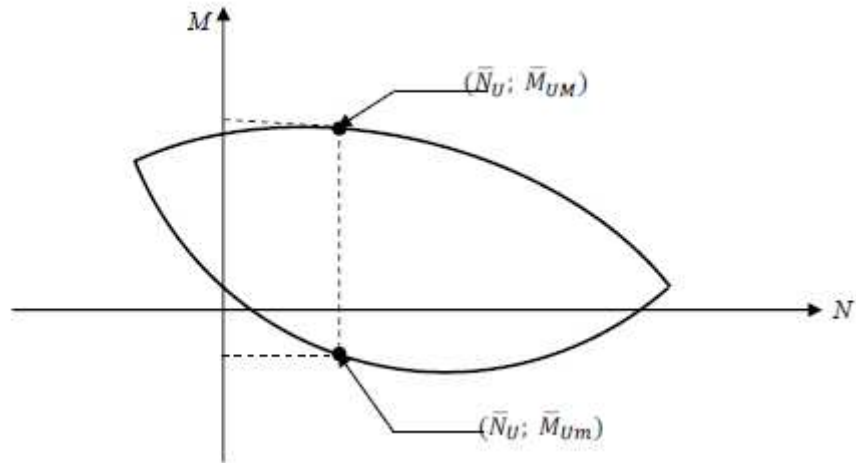


Figure XI-8: Courbe d'interaction moment fléchissant-effort normal.

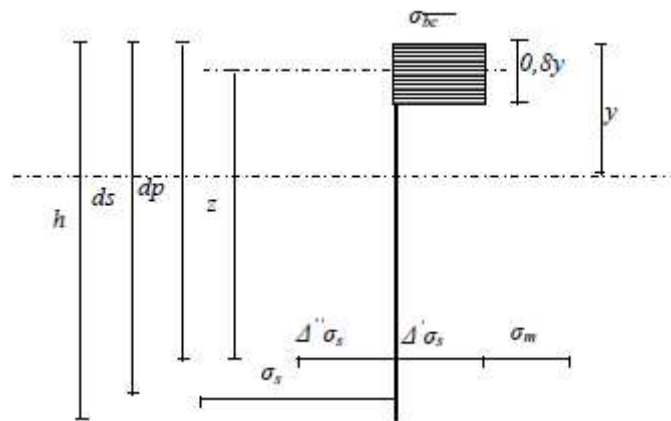


Figure XI-9: Diagramme des contraintes à l'E.L.U.

Pour faciliter la tâche en pratique, on propose la justification suivante:

On fixe un des deux paramètres, généralement $\overline{N_u}$, en prenant ce dernier égal à N_u qui est celui développé par la sollicitation de calcul « S_u ».

On détermine les deux moments résistants ultimes correspondant à N_u , et on doit avoir :

$$\overline{M_{um}} \leq M_u \leq \overline{M_{UM}}$$

En général, pour nos sollicitations de calcul donné, il suffit de vérifier l'une des inégalités :

Equation d'équilibre:

Il faut que: $M_u \leq M_{umax}$

Avec :

M_u : moment au point de passage de l'armature moyenne de précontrainte

L'équilibre est donné par :

$$N_u = \beta_c \frac{0,85 f_{c28}}{\theta \gamma_b} - A_P \times \Delta \sigma_p - A_S \times \sigma_s \dots\dots\dots(1)$$

Le moment résistant ultime est définie alors par :

$$\overline{M}_{um} = \beta_c \frac{0,85 f_{c28}}{\theta \gamma_b} x z + A_s (d_s - d_p) x \sigma_s \dots\dots\dots(2)$$

Équations liées à l'hypothèse des sections planes :

$$\frac{\Delta \varepsilon_p}{\varepsilon_b} = \frac{d_p - y}{y} \dots\dots\dots(3)$$

$$\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_b} = \frac{d_p - y}{y} \dots\dots\dots(4)$$

XI-XII Équations donnant le comportement de l'acier :

A/ Pour les armatures passives:

$$\sigma_s = g x \varepsilon_s \dots\dots\dots(5)$$

B/ Pour les armatures de précontrainte:

$$\Delta \sigma_p = f (\varepsilon_{pm} + \Delta' \varepsilon_p + \Delta'' \varepsilon_p) - f(\varepsilon_{pm}) \dots\dots\dots(6)$$

Équations donnant l'atteinte d'un ELU :

Cet état peut être atteint sur le béton ou sur l'acier. Nous avons 7 équations, par conséquent 7 inconnus $\Delta \sigma_p, \sigma_s ; \Delta'' \varepsilon_p, \varepsilon_b, \varepsilon_s, \overline{M}_{um}$

La résolution sera faite par tâtonnement, en considérant le diagramme de déformation passant par les pivots A et B, ce qui nous donne :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_s = 10\text{‰} \\ \varepsilon_b = 3,5\text{‰} \end{array} \right.$$

A partir de ces valeurs, l'équation (4) donne « y »;

$$\left. \begin{array}{l} (5) \Rightarrow \sigma_s \\ (3) \Rightarrow \Delta'' \varepsilon_p \\ (6) \Rightarrow \Delta \sigma_p \end{array} \right\} \text{ et on calcul } N_u \text{ par l'équation (1)}$$

Si $\Rightarrow \overline{N}_u \geq N_U$: la section du béton comprimé est trop grande, le diagramme de déformation pivote autour de A.

Si $\Rightarrow \overline{N}_u < N_U$: le diagramme de déformation pivote autour de B.

Une fois le diagramme d'équilibre trouvé, on détermine \overline{M}_{UM} , et on vérifie que: $M_U \leq \overline{M}_{UM}$

Application a notre projet :

$$d_p = 161,80 \text{ cm} \qquad A_p = 52,50 \text{ cm}^2$$

$$d_s = 170 \text{ cm} \qquad A_s = 5,65 \text{ cm}^2$$

$$H = 175 \text{ cm}$$

$$N_U = (\sigma_{p\infty} - \Delta \sigma_{\infty}) . n . A_p = 1109,80 \times 10,50 \times 10^{-1} = 5826,45 \text{ KN}$$

Equation d'équilibre :

$$(1): N_u = \beta_c \cdot \sigma_{bc} - A_p \cdot \Delta\sigma_p - A_s \cdot \sigma_s$$

$$\Leftrightarrow 5826,45 = 19,83 \cdot 10^{-1} \cdot \beta_c - 52,5 \Delta\sigma_p - 5,65 \sigma_s$$

$$(2): \overline{M_{UM}} = (19,83 \cdot z \cdot \beta_c + 5,65 \cdot (170 - 161,8)) \sigma_s$$

$$\Leftrightarrow \overline{M_{UM}} = 1,983 \cdot Z \cdot \beta_c + 46,33 \sigma_s$$

La surtension des armatures de précontrainte est :

$$\Delta\sigma_p = \sigma_p \cdot (\varepsilon_{pm} + \Delta'\varepsilon_p + \Delta''\varepsilon_p) - \sigma_p \cdot (\varepsilon_{pm})$$

$$\sigma_{pm} = \frac{P_m}{A_p} = \frac{5826,45}{52,5} = 110,98 \text{ KN/cm}^2 = 1109,8 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{pm} = \frac{P_m}{A_p} = (P_m e_p + M_{min}) \frac{e_p}{I}$$

$$\sigma_{bmp} = \frac{5826,45}{8186,95} + (5826,45 \times 105,55 + 385,06 \times 10^3) \frac{105,55}{24325652,09} = 5,05 \text{ MPa}$$

D'où:

$$\varepsilon_{pm} = \frac{\sigma_{pm}}{E_p} = \frac{1109,8}{1,9 \times 10^5} = 5,48 \times 10^{-3}$$

$$\Delta'\varepsilon_{pm} = 5 \frac{\sigma_{bpm}}{E_p} = 1,33 \times 10^{-4}$$

Atteinte de l'E.L.U:

$$\begin{cases} \varepsilon_s = 10\text{‰} \\ \varepsilon_b = 3,5\text{‰} \end{cases}$$

de (4):

$$y = \frac{170}{1 + (10/3,5)} = 44,074 \text{ cm} = 0,4407 \text{ m}$$

de (3) :

$$\Delta''\varepsilon_p = \frac{1,618 - 0,44074}{0,44074} \times 3,5 \cdot 10^{-3} = 9,34 \times 10^{-3}$$

De (5): $\sigma_s = 348 \text{ MPa}$ ($\varepsilon_s = 10\text{‰}$)

De (6): $\Delta\sigma_p = \sigma_p \times (14,953 \times 10^{-3}) - \sigma_p \times (5,48 \times 10^{-3}) = 9,473 \sigma_p$

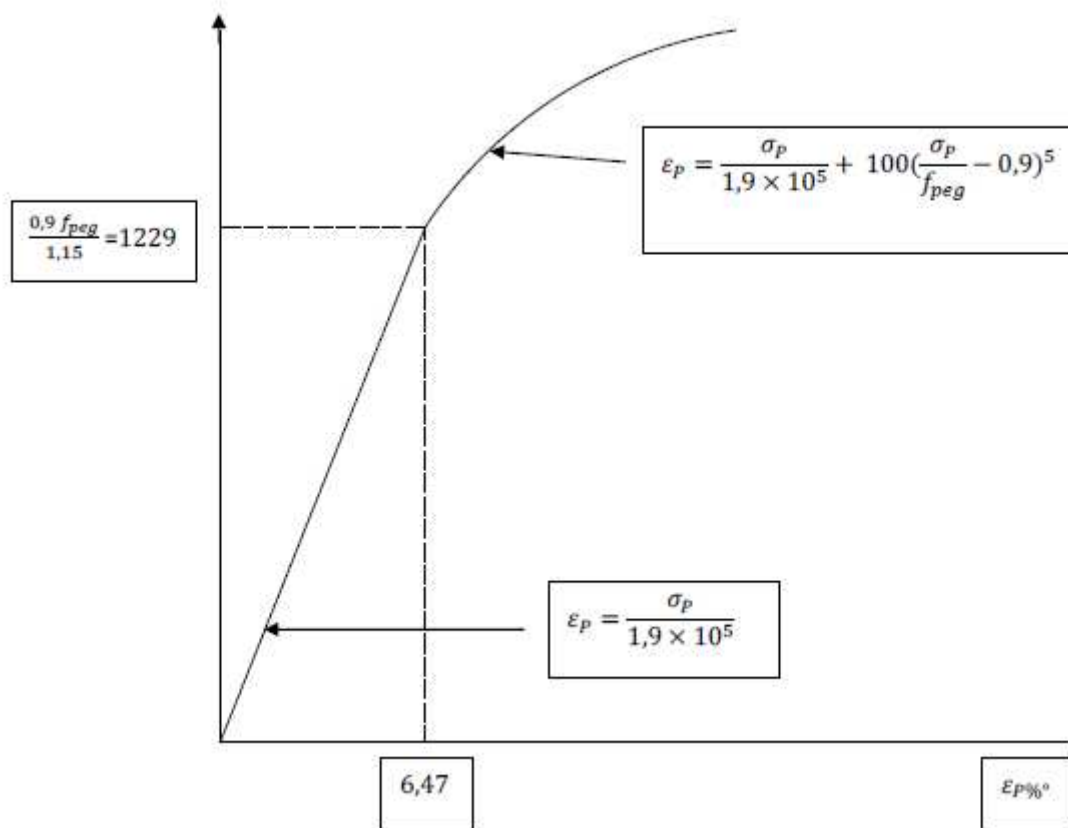


Figure XI-10: diagramme contrainte - déformation des aciers de précontrainte

$$\begin{cases} \varepsilon_p < \frac{0,9 f_{peg}}{E_p \gamma_p} = 6,468 \times 10^{-3} \Rightarrow \sigma_p = E_p \cdot \varepsilon_p \\ \varepsilon_p > 6,468 \times 10^{-3} \Rightarrow \sigma_p : \text{est donnée par approximation successives} \end{cases}$$

$$\varepsilon_{pm} = 5,48 \times 10^{-3} \Rightarrow \sigma_p = 1041,2 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_p = 14,953 \cdot 10^{-3} \Rightarrow \text{On cherche une valeur de } \sigma_p \text{ tel que: } \varepsilon_p = \frac{\sigma_p}{E_p} + 100 \times \left(\frac{\gamma_s \cdot \sigma_p}{f_{peg}} - 0,9 \right)^5$$

$$\text{Pour: } \sigma_p = 1432,50 \text{ MPa on a: } \varepsilon_p = 14,953 \times 10^{-3}$$

$$\Delta \sigma_p = 1432,50 - 1041,20 = 391,30 \text{ MPa}$$

b_{moy} est la largeur moyenne calculée comme suit:

$$b_{moy} = \frac{1,03 + 1,30}{2} = 1,16 \text{ m}$$

$$B_c = 0,8 \times 0,44074 \times 1,16 = 0,409 \text{ m}^2$$

$$\overline{N_U} = (0,409 \times 19,83 \times 10^3) - (52,5 \times 391,30 \times 10^{-1}) - (5,65 \times 34,80) = 6252,65 \text{ KN.}$$

On déduira que:

$$\overline{N_U} > N_u = 5826,45$$

Donc, le diagramme de déformation ainsi choisi entraîne une section de béton trop importante, alors, le diagramme pivote autour du pivot A. il faudra calculer \overline{N}_U de manière à avoisiner le plus possible la valeur N_u en diminuant ε_b .

Diagramme de déformation ultime :

$$\varepsilon_s = 10\text{‰} ; \varepsilon_b = 2,949\text{‰}$$

$$y = \frac{1,70}{1 + \left(\frac{10}{2,949}\right)} = 0,38\text{m}$$

$$\beta_c = 0,8 \times 0,38 \times 1,16 = 0,359 \text{ m}^2$$

$$\Delta''\varepsilon_p = \frac{1,618 - 0,359}{0,359} \times 2,949 \cdot 10^{-3} = 10,34 \cdot 10^{-3}$$

$$\varepsilon_{pm} = 5,48 \times 10^{-3}$$

$$\Delta'\varepsilon_{pm} = 5,48 \times 10^{-4}$$

$$\Delta\sigma_p = \sigma_p \times (19,953 \times 10^{-3}) - \sigma_p \times (5,48 \times 10^{-3})$$

$$\Delta\sigma_p = 1454,212 - 1041,20 = 413,012 \text{ MPa}$$

$$\overline{N}_U = (0,359 \times 19,83 \times 10^3) - (52,50 \times 413,012 \times 10^{-1}) - (5,65 \times 34,80) = 4754,037 \text{ KN}$$

$$\overline{N}_U < N_U = 5826,45$$

Donc : le diagramme d'équilibre est atteint ainsi que le diagramme de déformation ultime
On calcul alors :

$$\overline{M}_{UM} = \beta_c \frac{0,85 f_{c28}}{\theta \gamma_b} \times Z + A_s (d_s - d_p) \times \sigma_s$$

$$M_{U\max} = 19,83 \times \beta_c \times Z + 46,33 \times \sigma_s$$

$$\text{Avec: } Z = d_p - 0,4y = 161,8 - (0,4 \times 0,38 \times 100) = 146,6 \text{ cm}$$

$$\Leftrightarrow \overline{M}_{UM} = 19,83 \cdot 10^3 \times 0,27 \times 1,502 + 10^{-6} \cdot 46,33 \times 348$$

$$\overline{M}_{UM} = 19,83 \cdot 10^3 \times 0,359 \times 1,466 + 10^{-3} \cdot 46,33 \times 348 = 10452,53 \text{ KN.m}$$

$$\overline{M}_{UM} = 10452,53 \text{ KN.m}$$

$$M_{\max} = 8984 < M_{\lim U \max} = 10452,53 \text{ KN.m} \Leftrightarrow \text{la résistance à l'E.L.U est assurée.}$$

Conclusion:

Les contraintes normales n'excèdent pas les contraintes admissibles de compression.



**CHAPITRE XII :
JUSTIFICATION DES
CONTRAINTES
TANGENTIELLES**

XII-I Introduction:

La partie résistante d'une poutre à l'effort tranchant est représentée par l'âme, celle-ci sera donc dimensionnée de façon à :

- Résister à l'effort de cisaillement.
- Permettre un bon bétonnage.
- Une bonne mise en place des gaines.

A l'É.L.U : vérification de la section d'acier transversal.

A l'É.L.S : vérification de la contrainte de cisaillement.

XII-II JUSTIFICATION DES CONTRAINTES A L'ÉLS :

Cette justification nous permet de montrer que les effets d'un effort tranchant cumulés aux effets du moment fléchissant et de l'effort normal ne compromettent pas la sécurité de l'ouvrage.

Les justifications sont conduites pour une section donnée de la poutre, à partir des contraintes σ_x , σ_y et τ calculées pour l'élément considéré au niveau de la vérification, dans l'hypothèse des déformations élastiques et linéaires des matériaux en supposant le béton non fissuré.

σ_x : contrainte normale longitudinale

σ_y : contrainte tangentielle

τ : contrainte normale transversale dont l'existence est liée à une précontrainte transversale éventuelle.

Les contraintes σ_x , σ_y et τ calculées sous l'effet des sollicitations de service, doivent satisfaire les conditions suivantes:

$$\begin{cases} \tau^2 - \sigma_x \sigma_t \leq 0,4 \cdot f_{tj} [f_{tj} + \frac{2}{3} (\sigma_x + \sigma_t)] \\ \tau^2 - \sigma_x \sigma_t \leq 2 \cdot \frac{f_{tj}}{f_{cj}} [0,6 f_{cj} - \sigma_x - \sigma_t] [f_{tj} + \frac{2}{3} (\sigma_x + \sigma_t)] \dots\dots\dots (1) \text{ Art B.P.E.L. 7.2,2} \end{cases}$$

Lorsqu'une vérification est nécessaire en un point où $\sigma_x < 0$, les conditions précédentes sont remplacées par :

$$\tau^2 \leq 0,4 \cdot f_{tj} \cdot (f_{tj} + \frac{2}{3} \cdot \sigma_t) \dots\dots\dots(2)$$

dans notre cas $\sigma_t = 0$, Alors (1) et (2) peuvent s'écrire sous la forme suivante:

$$\begin{cases} \tau^2 \leq 0,4 \cdot f_{tj} [f_{tj} + \frac{2}{3} \sigma_x] \\ \tau^2 \leq 2 \cdot \frac{f_{tj}}{f_{cj}} [0,6 f_{cj} - \sigma_x] [f_{tj} + \frac{2}{3} \sigma_x] \dots\dots\dots(3) \end{cases}$$

$$\tau^2 \leq 0,4 \cdot f_{tj} \cdot f_{tj} \dots\dots\dots(4)$$

XII-III Contrainte de Cisaillement due à l'effort tranchant :

$$\tau_v (y) = \frac{V_{red} \cdot S}{I_n \cdot b_n}$$

avec: V_{red} effort tranchant réduit

$$V_{red} = V_{ext} - \sum_{i=1}^n p_i \sin \alpha_i$$

b_n : largeur nette de l'âme de la poutre

$$b_n = b_0 - m \cdot k \cdot \emptyset$$

m : nombre de câble par lit

avec: $K = \frac{1}{2}$ dans le cas des câbles injectés dans le coulis de ciment

S : moment statique par rapport à l'axe (Z) passant par (Δ).

I_n : moment d'inertie par rapport à l'axe (Z) passant par (Δ).

$\tau = \tau_v$ pour les phases de construction (phase 0,1,2,3,4)

$\tau = \tau_v + \tau_t$ pour la phase d'exploitation (phase 5)

XII-IV Application a notre projet:

La section la plus sollicitée vis-à-vis de l'effort tranchant est la section d'appui, avec trois câbles à l'appui.

La vérification de la contrainte tangentielle se fera par phases de construction.

	B (cm ²)	V'(cm)	V (cm)	I _G (cm ⁴)	ρ(‰)	e _p (cm)	r ² =I/B
Poutre seule	6289,15	82,61	67,38	14843705,64	42,40	-1,1	2360,20
Poutre + hourdis	9539,15	109,83	65,17	28034431,87	41,05	-28,32	2938,88

Tableau XII-1: caractéristiques géométriques des sections nettes à l'appui

La Phase I: on tire les trois câbles de la 1^{ère} famille au 14^{ème} jour à 50% de précontrainte

$$\sigma_{po} = 0,5 \times 1413 = 706,5 \text{ MPa}$$

$$g = 1,4424 \text{ t/ml}$$

$$V_{gp} = \frac{gl}{2} = \frac{1,4424 \times 33,40}{2} = 240,88 \text{ KN}$$

$$\Delta \sigma_j = 0,5 \times \Delta \sigma_i = 0,5 \times 244,86 = 122,43 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{p1} = 1,02 \sigma_{po} - 0,8 \Delta \sigma_i$$

$$\sigma_{p1} = (1,02 \times 706,50) - (0,8 \times 122,43) = 622,686 \text{ MPa}$$

$$P_1 = n \times A_p \times \sigma_{pi} = 4 \times 1050 \times 622,686 \times 10^{-3} = 2615,281 \text{ KN}$$

$$V_{red} = 240,88 - \frac{2615,281}{4} \times 0,777 = -267,13 \text{ KN} ; \quad V_{red} = -267,13 \text{ KN}$$

➤ **Contrainte de cisaillement τ :**

$$S = \frac{I_G}{0,8 \cdot h} \quad \text{approximative}$$

$$\Rightarrow \tau(y) = \frac{V_{red}}{b_n \times 0,8h} \text{ avec } b_n = 35 - \frac{6,6}{2} = 31,70\text{cm}$$

$$\Rightarrow \tau(y) = \frac{-267,13 \times 10}{31,7 \times 0,8 \times 150} = -0,702 \text{ MPa}$$

➤ **Contrainte normale σ_G au niveau du centre de gravité:**

$$\begin{cases} \sigma_s = \frac{N_1}{B} \left(1 - e_p \frac{V}{r^2} \right) \\ \sigma_i = \frac{N_1}{B} \left(1 + e_p \frac{V}{r^2} \right) \end{cases}$$

avec :

$$N_1 = \frac{P_1}{N} \sum_i^n \cos \alpha_i$$

$$N_1 = \frac{2615,281}{4} (3,906) = 2553,82 \text{ KN}$$

$$\begin{cases} \sigma_s = \frac{2553,82 \times 10}{6289,15} \left(1 - \frac{1,1 \times 67,38}{2360,20} \right) = \mathbf{3,93 \text{ MPa}} \\ \sigma_i = \frac{2553,82 \times 10}{629,15} \left(1 + \frac{1,1 \times 82,61}{2360,20} \right) = \mathbf{4,21 \text{ MPa}} \end{cases}$$

Au niveau du centre de gravité :

$$\sigma_x = \sigma_G = \sigma_s + \frac{\sigma_i + \sigma_s}{h} \times V = 3,93 + \frac{4,21 - 3,93}{150} \times 67,38 = 4,05 \text{ MPa}$$

Vérification des deux inégalités (XII-3)

$$\begin{cases} 0,429 \leq 0,4 \times 2,39 \times \left(2,39 + \frac{2}{3} 4,05 \right) = 4,86 \text{ MPa} \\ 0,429 \leq 2 \times \frac{2,39}{29,91} \times (0,6 \times 29,91 - 5,10) \times \left(2,39 + \frac{2}{3} 4,05 \right) = 10,44 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,492 \leq 4,86 \text{ MPa} \\ 0,429 \leq 10,44 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{vérifiée}$$

On applique la même méthode de travail pour les autres phases

Phases	V(KN)	P(KN)	V _{red} (KN)	τ(y)(M Pa)	Contraintes normales			vérifications	
					σ _s	σ _i	σ _g	Inégalités(1)	Inégalités(2)
I	240,88	261,281	-267,13	-0,702	3,93	4,21	4,05	0,492 ≤	0,492 ≤ 10,44
II	240,88	5230,56	-775,15	-2,03	8,03	8,22	8,11	4,12 ≤	4,12 ≤ 15,50
III	376,56	5134,58	-620,71	-1,63	1,84	10,8	5,18	2,65 ≤	2,65 ≤ 15,02
IV	577,08	4910,69	-376,82	-0,85	1,76	10,3	5,14	0,722 ≤	0,722 ≤ 14,99
V	695,88	4910,69	-513,79	-0,59	3,93	6,98	5,60	0,35 ≤	0,35 ≤ 6,98

XII-5 JUSTIFICATION A L'ELU (B.P.E.L 91 Art 7.3) :

A/Armatures transversales minimum : (B.P.E.L 91 Art 7.3, 22)

Espacement :

$$S_t \leq \min (1m ; 0,8h ; 3b_0) = \min (1m ; 1,2m ; 1,05m) = 1m$$

$$S_t \leq 1 m$$

Le minimum d'armatures transversales est donné par la condition suivante :

$$\frac{A_{tmin}}{b_n S_t} \cdot \frac{f_e}{\gamma_s} \geq 0,6 \text{ MPa}$$

$$\Leftrightarrow \frac{A_{tmin}}{S_t} \geq \frac{0,6 \gamma_s \cdot b_n}{f_e} = \frac{0,6 \times 1,15 \times 31,7 \times 100}{400} = 5,46 \text{ cm}^2 / \text{ml}$$

On prend $S_t = 25\text{cm}$ (section médiane) et $S_t = 15\text{cm}$ (en appui)

XII-VI Justification des armatures transversales :

Le but de cette justification est de montrer que les armatures transversales sont suffisantes pour assurer la résistance des parties tendues du treillis, constituées par les bielles du béton et les armatures :

Il faut que la formule suivante soit vérifiée :

$$\frac{A_t \cdot f_e}{b_n \cdot S_t \cdot \gamma_s} \geq (\tau_{red} - \frac{f_{tj}}{3}) \cdot \tan \beta_u + \frac{f_{tj}}{3} \quad (\text{B.P.E.L Art: 7.3,22})$$

$$\Leftrightarrow \tau_{red} \leq \frac{A_t \cdot f_e}{b_n \cdot S_t \cdot \gamma_s} \cos \beta_u + \frac{f_{tj}}{3}$$

L'inclinaison des bielles est donnée par :

$$\tan 2\beta = \frac{2\tau''_{red}}{\sigma \xi - \sigma \bar{\xi}}$$

Avec:

$$\tau''_{red} = \tau''_v + \tau''_T$$

$$\tau''_v = \frac{V''_{red}}{0,8 \cdot h \cdot b_n} \quad \text{et} \quad V''_{red} = V_U - \frac{P_n}{n} \sum_{i=1}^n \sin \alpha_i$$

$$P_u = n (P_0 - \Delta P)$$

$\Delta \sigma_j = \Delta \sigma_i (1) + \Delta \sigma_{diff} (1)$ car le câble de la deuxième famille n'existe pas a l'about.

$$P_u = 4 \times (1413 - 340,06) \times 10,50 \times 10^{-1} = 4506,34 \text{ KN}$$

$$V''_{red} = 1075,90 - \frac{4506,34}{4} \times 0,777 = 200,54 \text{ KN} \quad \text{avec} \quad V_{umax} = 1075,9 \text{ KN}$$

$$\tau''_v = \frac{200,54 \times 10}{0,8 \cdot 31,7 \cdot 175} = 0,45 \text{ MPa}$$

$$\tau''_{red} = 0,45 + 1,391 = 1,84 \text{ MPa}$$

➤ **Angle d'inclinaison β_u :**

$$N_U = \frac{P_n}{n} \sum_{i=0}^n \cos \alpha_i = \frac{4506,34}{4} \cdot 3,906 = 4400,44 \text{ KN}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_s = \frac{4400,44 \times 10}{9539,15} \left[1 - \frac{28,32 \times 65,17}{2938,88} \right] = 1,71 \text{ MPa} \\ \sigma_i = \frac{4400,44 \times 10}{9539,15} \left[1 + \frac{28,32 \times 109,83}{2938,88} \right] = 9,49 \text{ MPa} \\ \sigma_G = 1,71 + \frac{9,49 - 1,71}{175} = 1,75 \text{ MPa} \end{array} \right.$$

D'où : $\tan 2\beta = \frac{2 \times 1,841}{1,75} = 2,1 \Rightarrow \beta = 32,28^\circ$

➤ **Détermination des armatures verticales:**

$$\frac{A_s}{S_t} \geq \left(\tau''_{red} - \frac{f_{tj}}{3} \right) \cdot \frac{1,15 \times 31,7}{400} \times \text{tg}(32,28^\circ) \cdot 100$$

$$\Rightarrow \frac{A_s}{S_t} \geq 5,41 \text{ cm}^2 / \text{ml}$$

$$\frac{A_s}{S_t} \geq \max (5,41; 5,46) = 5,46 \text{ cm}^2 / \text{ml}$$

Soit le ferrailage transversal 4HA12 = 4,51cm²

Soit des cadres supplémentaires par rapport à ceux destinés à reprendre l'effort tranchant.

$$S_t \leq \frac{4,51}{5,52} = 0,8m$$

On prendra S_t = 20cm (pour la section médiane)

Armatures transversales supérieures :

Elles doivent être au moins égales à 2cm²/ml.

On prendra un cadre de HA12 chaque 20cm.

XII-VII Justification des bielles de compression du béton (BPEL 91, Art 7.6, 53)

La condition à respecter est la suivante :

$$(\tau''_{vu})^2 + (\tau''_{Tu})^2 \leq \left(\frac{f_{cj}}{4\gamma_b} \right)^2$$

$$(0,45)^2 + (1,391)^2 = 2,13$$

$$\left(\frac{35}{4,1,5} \right)^2 = 34,028$$

$$\Rightarrow 2,13 \leq 34,028 \quad (\text{vérifiée})$$

XII-VIII Justification des armatures longitudinales (B.P.E.L 91, Art7.6, 55)

La sollicitation de torsion dans une poutre engendre des tractions longitudinales, et cette traction doit être équilibrée soit :

- Par la compression développée par la flexion et la précontrainte longitudinale.
- Par le recours des armatures longitudinales passives.

L'intensité de l'effort de traction longitudinal due à la torsion le long de l'axe neutre

Vaut :

$$F_t = \tau''_t \cdot b_n \cdot \cotg \beta_u$$

$$\sigma_t = \frac{F_T}{B_{\text{âme nette}}}$$

avec : $B_{\text{âme nette}} = B_{\text{brute}} - B_{\text{gaine}} = 35 \times 175 - 4\pi \frac{6,6^2}{4} = 0,60m^2$

$$\sigma_t = \frac{1,391 \times 0,317 \times 1,58}{0,60} = 1,16 \text{ MPa}$$

$\Rightarrow \sigma_t = 1,16 \text{ MPa} < \sigma_G = 1,75 \text{ MPa}$ (condition vérifiée)

XII-IX Conclusion :

Les contraintes tangentielles n'excèdent pas les contraintes limites de traction et de cisaillement



**CHAPITRE XIII :
ETUDE DE LA ZONE
D'ABOUT**

XIII-1 INTRODUCTION :

Au voisinage de l'about d'une poutre, par suite de la proximité de la réaction d'appui, la distribution des contraintes s'écarte sensiblement de celle obtenue par les règles de la résistance des matériaux.

A cet effet, il y a lieu de procéder dans cette zone à :

La détermination d'armatures passives afin de limiter l'ouverture de fissures éventuelles.

Les justifications complémentaires à effectuer dans cette zone sont les suivantes :

XIII-2 ZONE D'APPUI SIMPLE D'ABOUT :

Dans cette zone, on doit nécessairement procéder à :

1. Justification de la bielle d'about. (Art.7.5, 1 B.P.E.L)

2. Justification de l'équilibre du coin inférieur. (Art.7.5, 2 B.P.E.L)

3. Justifications relatives à l'introduction des forces de précontrainte. (Art.8 B.P.E.L)

- **Justification de la bielle d'about :**

Le mécanisme de rupture proposé résulte de la formation d'une fissure issue du nu intérieur de l'appui séparant ainsi un bloc d'about du reste de la pièce.

Principe de calcul:

On admet que la transmission des charges s'effectue par une bielle unique inclinée sur l'axe longitudinal de la poutre d'un angle β_u tel que :

$$\operatorname{tg} 2 \beta_u = \frac{2\tau_u}{\sigma_{xu} - \sigma_{tu}} \quad (\text{Art.3,2 B.P.E.L})$$

On dispose de plusieurs câbles susceptibles d'équilibrer la bielle unique, on cherche le niveau (r) du câble qui donne une résultante de la réaction d'appui et des efforts F_i inclinée d'au moins β_u sur l'horizontale.

$$\operatorname{tg} \theta_k = \frac{R_u - \sum F_i \cdot \sin \alpha_i}{\sum F_i \cdot \cos \alpha_i - H_u}$$

avec:

α_i : Inclinaison du câble.

R_u : Composante verticale de la réaction d'appui.

H_u : Composante horizontale éventuelle de la réaction d'appui.

F_i : forces limites dans chaque câble.

La ligne de pression est inclinée à moins de β_u pour le rang r de câbles si l'on a :

$$\begin{cases} \operatorname{tg} \theta_r \leq \operatorname{tg} \beta_u \\ \operatorname{tg} \theta_r > \operatorname{tg} \beta_u \end{cases}$$

Pour que ce niveau existe, il faut que :

$$\sum F_i \cdot \cos \alpha_i - H_u \geq (R_u - \sum F_i \cdot \sin \alpha_i) \cdot \cos \beta_u$$

$$\begin{cases} F_{h \text{ lim}} = F_{\text{lim}} \cdot \cos \alpha \\ F_{v \text{ lim}} = F_{\text{lim}} \cdot \sin \alpha \end{cases}$$

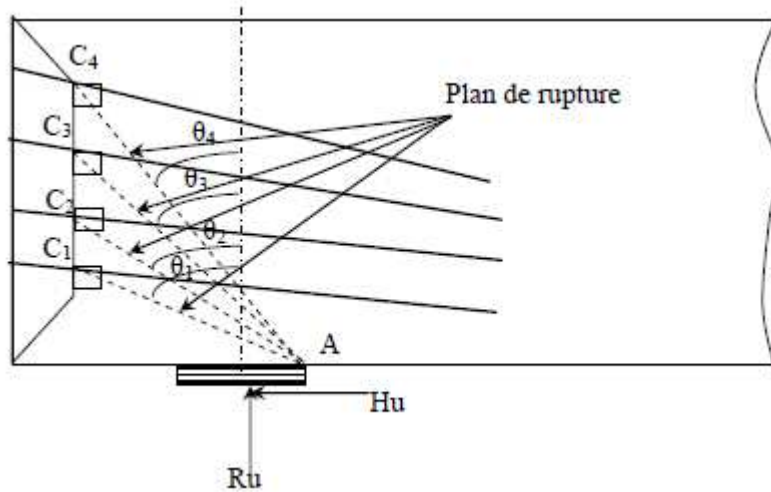


Figure XIII-1: Plan de rupture à l'about de la poutre

Pour schématiser ce phénomène, on considère que le flux de compression intéresse le niveau « r », situé à la distance « d_r » de la fibre supérieure.

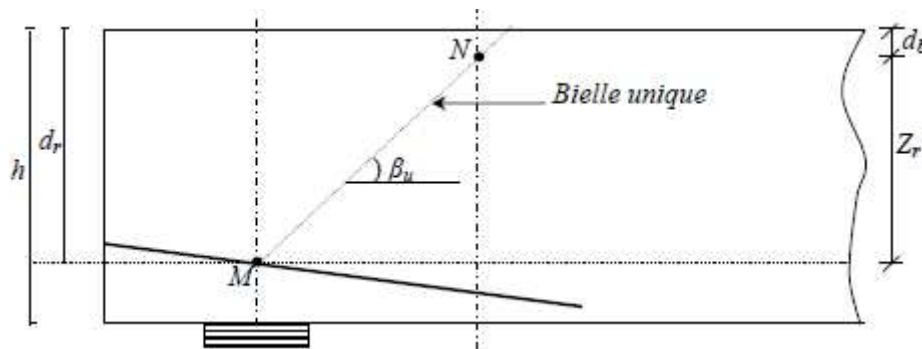


Figure XIII-2: La bielle d'about

Avec:

MN : axe de la bielle.

Z_r : hauteur de la bielle.

d_b = 0,1h : Distance à l'extrados de la résultante de compression du béton.

d_r : Distance à l'extrados du câble de rang « r » au droit de l'axe de l'appui.

L'équilibre du bloc d'about s'écrit en composante verticale comme suit :

$$W = R_u - \sum F_i \cdot \sin \alpha_i - \frac{Z_r}{S_t} \cdot A_t \cdot \frac{f_e}{\gamma_s} \cdot \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta} - \frac{Z_r}{S'_t} \cdot F_{tu} \cdot \frac{\sin(\alpha' + \beta)}{\sin \beta}$$

Avec :

α : Inclinaison des étriers passifs sur l'horizontale 45° ≤ α ≤ 90°

α' : Inclinaison des étriers actifs sur l'horizontale 45° ≤ α ≤ 90°

α_i : Inclinaison du câble de précontrainte.

S_t : Espacement des armatures passives transversales.

S'_t : Espacement des armatures actives

A_t : Somme des aires des sections des aciers passifs transversaux.

F_{tu} : Effort de précontrainte après toutes les pertes.

W : Effort vertical repris par le béton au droit du point « N ».

Vérification des armatures transversales :

-Si $Z_r \geq Z$: la section d'armatures à prendre en compte est celle obtenue pour la vérification à l'effort tranchant.

-Si $Z_r < Z$: la section d'armatures ainsi trouvée sera majorée dans le rapport $\frac{Z}{Z_r}$ sur la longueur $Z_r \cdot \cot\beta$

Application au projet :

$$V_u = 176,47t$$

$$V_{red} = V_u - P_{min} \cdot \sin\alpha_i$$

P_{min} : Effort de précontrainte après toutes les pertes

$$P_{min} = \min \begin{cases} 1,2\sigma_{pm} = 1,2(\sigma_{po} - \Delta\sigma_{pt}) = 1,2 (1107,99) = 1329,58 \text{ MPa} \\ \frac{f_{prg}}{\gamma_b} = 1539,13 \text{ MPa} \end{cases} \quad \gamma_b = 1,15$$

σ_{pt} : somme de toutes les pertes à la section d'about.

$$F_{lim} = A_p \cdot [\min(1,2\sigma_{po}, \frac{f_{prg}}{\gamma_b})]$$

$$F_{lim} = 1329,58 \times 1050 \times 10^{-3} = 1396,06 \text{ KN}$$

$$\beta_u = 32,28^\circ$$

Recherche du rang « r » :

On doit vérifier la condition suivante :

$$\sum F_i \cos\alpha_i - H_u \geq (R_u - \sum F_i \cdot \sin\alpha_i) \cdot \cot\beta_u$$

Avec : $H_u = 0,1 G_{tablier} = 0,1 \times 809.769306 = 4643.24106\text{KN}$

$$(R_u - \sum F_i \cdot \sin\alpha_i) \cdot \cot\beta_u = (1764,7 - 1396,06 \times 0,77) \times 1,58$$

$$(R_u - \sum F_i \cdot \sin\alpha_i) \cdot \cot\beta_u = 1089.8524 \text{ KN}$$

$$\text{Angle d'inclinaison : } \text{Tg}\theta_k = \frac{R_u - \sum F_i \cdot \sin\alpha_i}{\sum F_i \cos\alpha_i - H_u}$$

K	R_u (KN)	$\sum F_i \sin\alpha_i$ (KN)	$\sum F_i \cos\alpha_i$ (KN)	H_u (KN)	tgθk	θk(°)
1	1764,7	73,06	1394,14	809,769306	1,339	53,24
2		339,44	2764,55		0,347	19,13
3		677,18	4119,14		0,114	6,50
4		1074,96	5454,20		$0,19 \times 10^{-3}$	0,01

Tableau XIII-1: Valeurs de θ_k

$$\theta_1 = 53,24 > \beta_u = 32,28^\circ \text{ et } \theta_2 = 19,13 < \beta_u = 32,28^\circ$$

L'équilibre est réalisé au niveau du 2^{ème} câble

$$d_r = H-h' = 150 - h'$$

$$h' = 0,6344 - 0,5\text{tg}11^\circ = 0,5372 \text{ m}$$

$$d_r = 53,72 \text{ cm}$$

$$Z_r = d_r - d_b = 53,72 - (150/10) = 38,72\text{cm}$$

$$\text{D'où : } Z_r = 38,72 \text{ cm} < Z = 0,8 \times 150 = 120 \text{ cm}$$

⇒ section d'armatures transversales déterminée lors de l'étude de l'effort tranchant est majorée de (Z/Z_r)

$$\text{Donc : } A = A_t \cdot (Z/Z_r) = 4,51 \times (120/38,72) = 13,97\text{cm}^2$$

La nouvelle section d'armature transversale est égale à 7HA16 soit $14,07 \text{ cm}^2$ qui seront répartie sur une longueur tel que :

$$L = Z_r \cdot \cot\beta_u = 38,72 \cdot \cot32,28^\circ = 61,29\text{cm} \Rightarrow L = 0,62\text{m}$$

Justification de l'équilibre du coin inférieur

Lorsque la réaction d'appui « R » d'une poutre est appliqués au voisinage d'une arête, il y a un risque de fendage d'un coin de béton entraînant l'arête. Le plan de rupture passe par le nu intérieur de l'appui.

Dans la pratique, les armatures passives du contour sont la plupart du temps horizontales de telles sortes que la condition suivante soit vérifiée :

$$\frac{A_t \cdot f_e}{\gamma_s} \geq \lambda (R_u - F_{v\text{lim}}) + H_u - F_{h\text{lim}}$$

Avec:

A_t : section des aciers de contoures

R_u : composante verticale de la réaction appui

$F_{h\text{lim}}$: composante horizontale de la force de précontrainte (force prise avec valeur limite).

$F_{v\text{lim}}$: composante verticale de la même force

$$\lambda = \frac{1,5 - \tan\theta}{1 + 1,5 \tan\theta}$$

Section D'armature Minimale:

$$A_{t\text{min}} = \frac{0,04 \cdot R_u}{\frac{f_e}{\lambda_s}} \cdot (5 - 4K)$$

($0 \leq K \leq 1$) et Δ : dimension de la l'appareil

K_Δ : longueur de l'appareil d'appui directement couverte par le flux de précontrainte d'ouverture ($2W$)

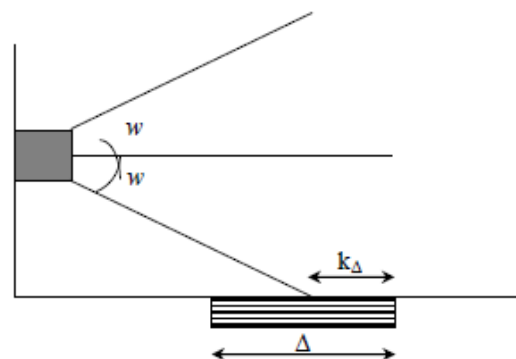


Figure XIII-3: Interaction ancrage-appui

Application à notre projet :

Dans notre cas, la bielle de l'effort tranchant par des armatures de précontrainte est étagée sur 04 niveaux, il faut considérer successivement tout les plans de rupture.

$$\begin{cases} F_{hlim} = F_{lim} \cdot \cos\alpha \\ F_{vlim} = F_{lim} \cdot \sin\alpha \end{cases}$$

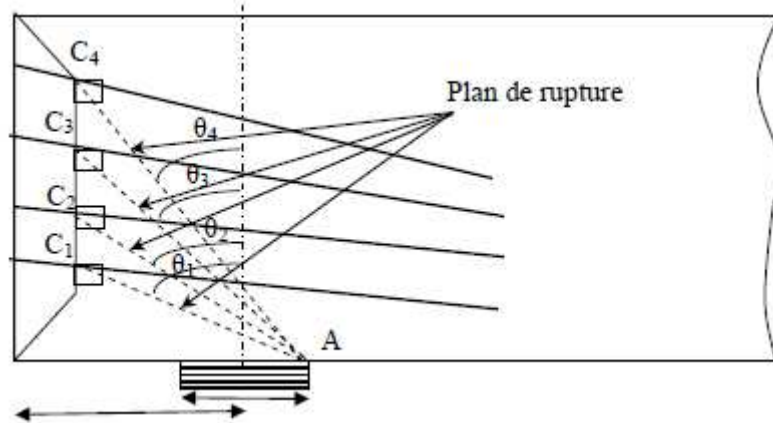


Figure XIII-4: Equilibre du coin inférieur

Plan de rupture	tgθ	F _{vlim}	F _{hlim}	λ	R _u (KN)	H _u	A _t .f _e /λ _s	A _t (cm ²)
AC ₁	2,5	73,064	1394,146	-0,21	1764,70	809,769	-959,12	/
AC ₂	1,024	266,38	1370,41	0,187			-573,40	/
AC ₃	0,64	337,73	1354,59	0,438			-385,64	/
AC ₄	0,47	408,168	1335,058	0,604			-286,12	/

Tableau XIII-2: calcul de la section d'armature

Les sections d'armatures de coutures sont négligeables, or que le BPEL prévoit une section minimale qui doit reprendre les efforts locaux des appareils d'appuis.

$$\frac{0,04 \times R_u \times \gamma_s}{f_e} (5-4K) = \frac{0,04 \times 1764,7 \times 1,15 \times 10}{400} (5 - 4 \times 1) = 4,95 \text{ cm}^2$$

Soit 6HA14 = 9,24 cm²

XIII-3 : JUSTIFICATIONS RELATIVES A L'INTRODUCTION DES FORCES DE PRECONTRAINTE :

Lorsque les armatures de précontrainte sont ancrées dans une section, appelée dans ce qui suit « section S_A » d'une pièce prismatique, la distribution des contraintes ne peut être obtenue à partir des hypothèses usuelles de la résistance des matériaux, car les conditions du principe de Saint-venant ne sont pas remplies au voisinage de la section S_A.

Des études expérimentales ont mis en évidence l'existence des trois zones à l'aval des points d'application des forces de précontrainte :

- Zone de surface soumise à des tractions.
- Zone intermédiaire comprimée.
- Zone d'éclatement soumise aussi à des tractions.

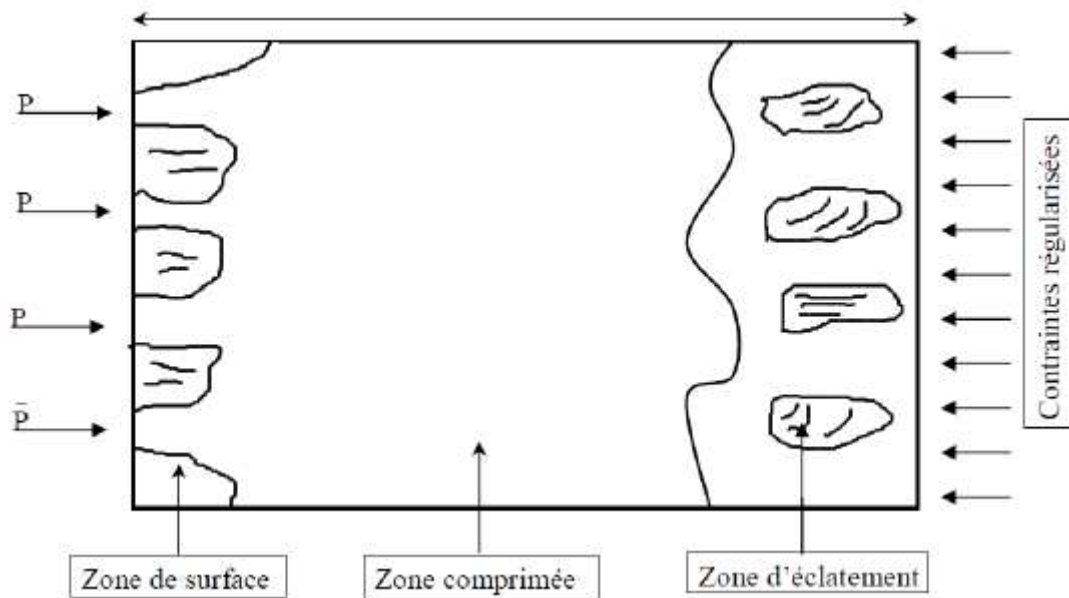


Figure XIII-5: les 4 zones d'aval d'application de la précontrainte et la zone de régularisation

La zone de régularisation des contraintes est la zone où les contraintes normales passent d'une variation discontinue à une variation continue, cette longueur est prise égale à la hauteur de la pièce (par simplification).

On admet aussi que la force de précontrainte subit une première régularisation à l'intérieur d'un prisme dit symétrique, de dimension $(d ; d)$, et dans lequel les isostatiques créent :

- Des efforts de traction transversaux (efforts d'éclatement).
- Des efforts de traction de surface (efforts de surface).

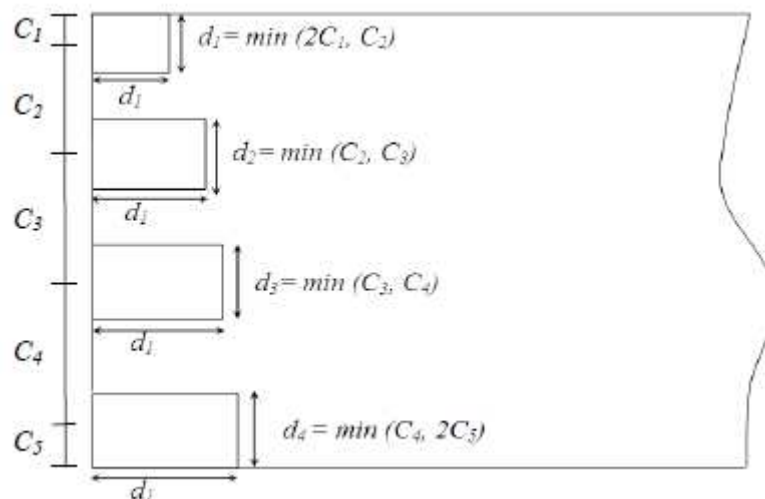


Figure XIII-6 : Prisme symétrique

XIII-1 : Equilibre de la zone de 1^{ère} régularisation:

Les efforts d'éclatement et de surface qui se manifestent dans cette zone seront soumis à des vérifications de contrainte dans le béton, et à la disposition d'une section d'armatures passives.

A-Effets de surface :

La section d'armature à disposer au voisinage de la section S_A est :

$$A_s = 0,04 \frac{\max F_{jo}}{\sigma_{slim}}$$

Avec : F_{jo} : force à l'origine du câble ancré au niveau j

$\sigma_{slim} = \frac{2}{3} f_e$ et f_e étant la limite d'élasticité des frettes

B-Effets d'éclatement :

La justification concerne :

- d'une part, la vérification des contraintes du béton.
- d'autre part, le ferrailage d'éclatement.

C-Les contraintes dans le béton :

A l'intérieur du prisme symétrique associé à chaque niveau d'ancrage j :

- La contrainte maximale de traction σ_{tej} , dans l'axe des armatures, susceptible de provoquer l'éclatement du prisme, doit vérifier la condition suivante :

$$0,5 \left(1 - \frac{\alpha_j}{d_j} \right) \frac{F_{jo}}{e' d_j} \leq 1,25 \cdot F_{tj}$$

- La contrainte moyenne de compression longitudinale]6 à l'extrémité de la zone de première régularisation (à la distance d_j de la section S_A), doit vérifier :

$$\frac{F_{jo}}{e' \cdot d_j} \leq \frac{2}{3} F_{cj}$$

Avec:

d_j : Hauteur du prisme « j ».

α_j : Dimension moyenne dans le plan d'éclatement des organes d'ancrages au niveau « j ».

e' : Épaisseur de la pièce dans la direction perpendiculaire au plan d'éclatement considéré.

F_{jo} : force à l'origine du câble ancré au niveau j.

D-Ferrailage d'éclatement :

Les armatures déterminées, selon les règles exposées ci-après ne doivent pas être ajoutées directement à celles qui résultent des justifications des pièces vis-à-vis des sollicitations tangentes. Pour les règles de cumul.

En aval de la section « S_A », sur une zone égale à max de « d_j », il faut disposer une section d'acier transversale, tel que :

$$A_e = \sup \left\{ \begin{array}{l} \max A_{ej} = \frac{R_j}{K_j \cdot \sigma_{slim}}, \\ 0,15 \frac{\max F_{jo}}{\sigma_{slim}} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} R_j = 0,25 \left(1 - \frac{\alpha_j}{d_j} \right) F_{jo} \\ \text{avec } \sigma_{slim} = \frac{2}{3} f_e \end{array}$$

K_j = 1 : Pour un ancrage d'extrémité.

K_j = 1 : Pour un ancrage intermédiaire.

E-Etude de l'équilibre général de la zone de régularisation:

La tranche de pièce comprise entre « S_A » et « S_R » à la limite de la zone de régularisation est considérée comme une poutre de répartition.

Elle doit être équilibrée sous les efforts qui lui sont appliqués :

- F_j : force concentrées sur (S_A) et (S_R).
- Efforts répartis (courbure-frottement) : Entre « S_A » et « S_R »
- Contraintes normales $\sigma(F'_j)$ tangente $\tau(F'_j)$ sera répartie selon le principe de «NAVIER» dans «S_R».

Pour la simplification des calculs, le BPEL admet et considère cet équilibre général comme résultat de la superposition de deux états d'équilibre.

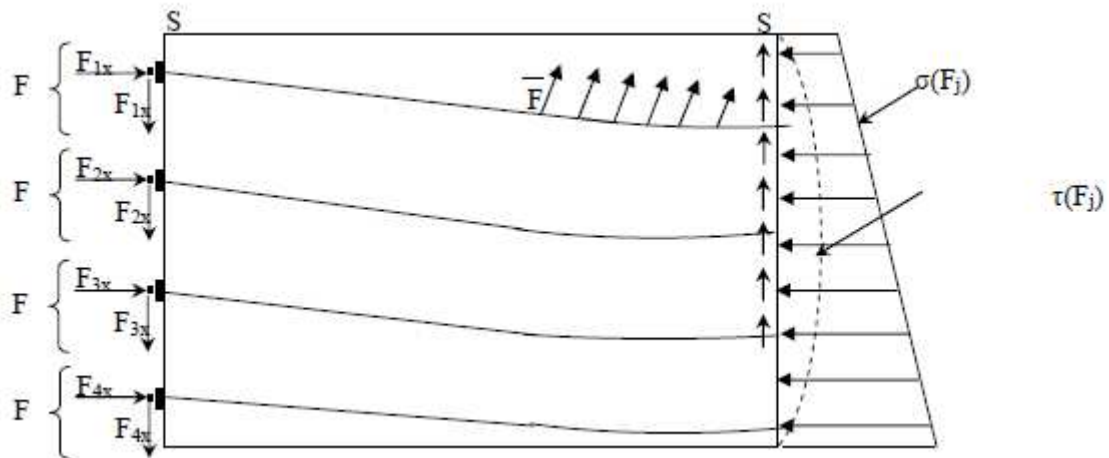


Figure XIII-7: Equilibre Général

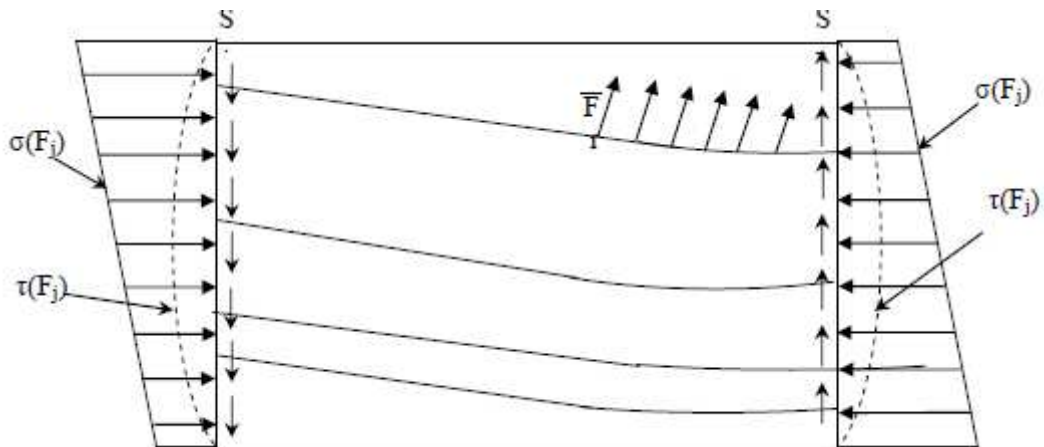


Figure XIII-8: Equilibre selon la RDM

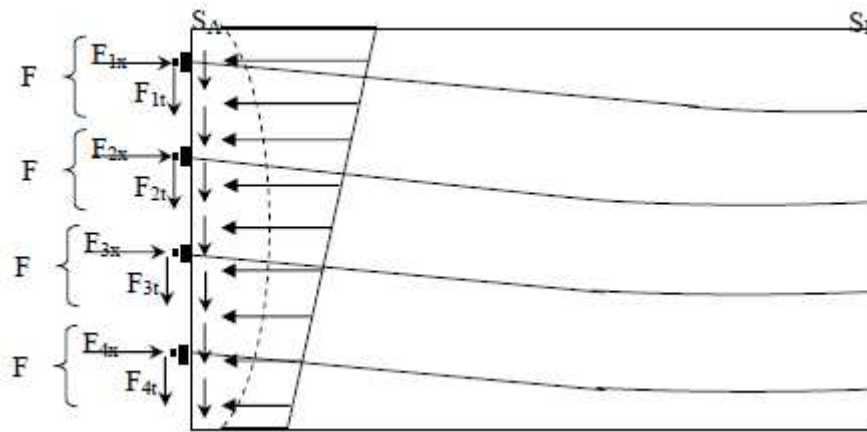


Figure XIII-9: Equilibre général de diffusion pure

La figure ci-dessus nous montre la décomposition de l'état général en deux états d'équilibre. A partir de l'équilibre général de la diffusion pure, on peut calculer les éléments de réduction de la RDM (effort tranchant, moment fléchissant, effort normal) sur tout le plan de la coupure horizontale à une distance t de la fibre supérieure.

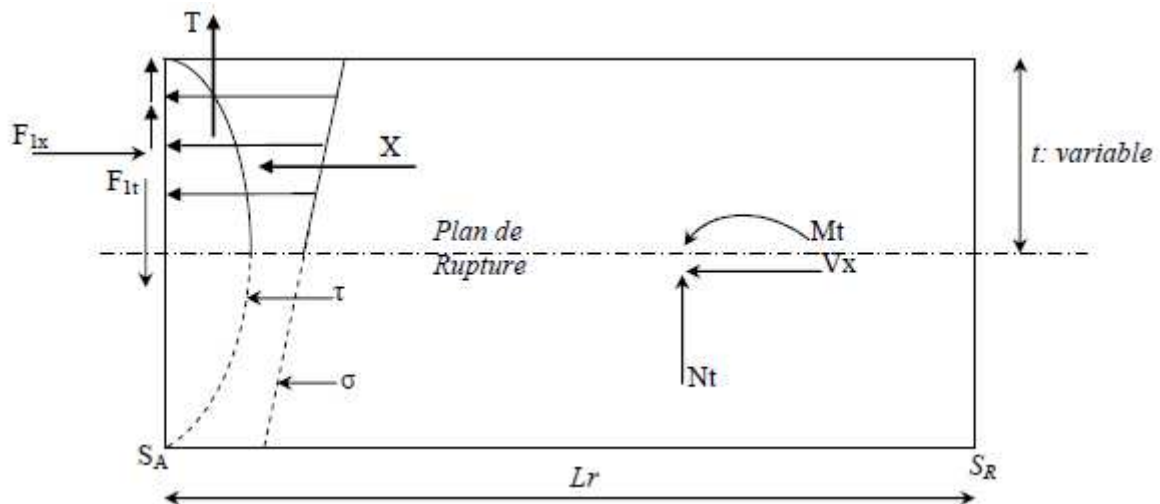


Figure XIII-10: sollicitation dans l'état d'équilibre général de diffusion

XIII-4 Justification vis-à-vis de l'équilibre général de diffusion pure :

Ces justifications sont, comme pour les effets locaux, menées sous les sollicitations de service dans la phase de construction ou d'exploitation la plus défavorable vis-à-vis de l'effet considéré, compte tenu de la valeur de calcul des forces de précontrainte pendant cette phase.

➤ **Justification des contraintes :**

Sur chaque plan de coupure d'ordonnée t, la contrainte de cisaillement est conventionnelle prise égale à :

$$\tau_d = \frac{V_x}{e' \cdot I_r}$$

Cette contrainte est cumulée algébriquement avec la contrainte τ la plus défavorable qui résulte au niveau t, de l'équilibre selon la résistance des matériaux de l'ensemble des sollicitations.

Soit τ_{gmax} la contrainte globale maximale de cisaillement, doit vérifier :

$$\tau_{gmax} = \max[(\tau_d + \tau_t)] \leq 1,5 f_{tj}$$

Armatures d'équilibre général :

Ces armatures sont déterminées par la règle des coutures.

- Si N_{tc} est l'effort normal au niveau où $|V_x| = |V_x|_{max}$, la section totale des aciers de couture, disposés perpendiculairement à la fibre moyenne de la pièce est donnée par:

$$A_c = \frac{|V_{xe}|_{max} - N_{tc}}{\frac{2}{3}f_e}$$

Désignant l'effort tranchant écrêté pour lequel les règles BPEL proposent la valeur :

$$V_{xe} = V_x \left[1 - \left(\frac{f_{tj}}{3\tau_d} \right)^2 \right]$$

-Si: $A_c < A_s + A_e$, aucune renforcement n'est à prévoir.

$A_c > A_s + A_e$, prévoir des armatures transversales complémentaires de même façonnage, doivent être mis en place de façon à ce que la section totale des aciers entre (S_A) et (S_R) soit au moins égale à A_c

Ces armatures complémentaires éventuelles sont uniformément réparties à partir de « SA » sur une longueur au plus égale à : $(2/3)/L_r$

Application au projet :

Effet de surface:

Plan vertical:

$$A_s = \frac{0,04 \times 4 \times 1413 \times 10,50}{\frac{2}{3} \times 400} = 2,225 \text{ cm}^2$$

Soit: 2HA12 = 2,26cm²

Plan horizontal:

Pour le plan de diffusion, F_{jo} est l'effort appliqué pour les 04 câbles.

$$A_s = \frac{0,04 \times 4 \times 1413 \times 10,50}{\frac{2}{3} \times 400} = 8,90 \text{ cm}^2$$

Soit un cadre de HA12 = 2,26cm² autour de chaque ancrage $A = 4 \times 2,26 = 9,04 \text{ cm}^2$

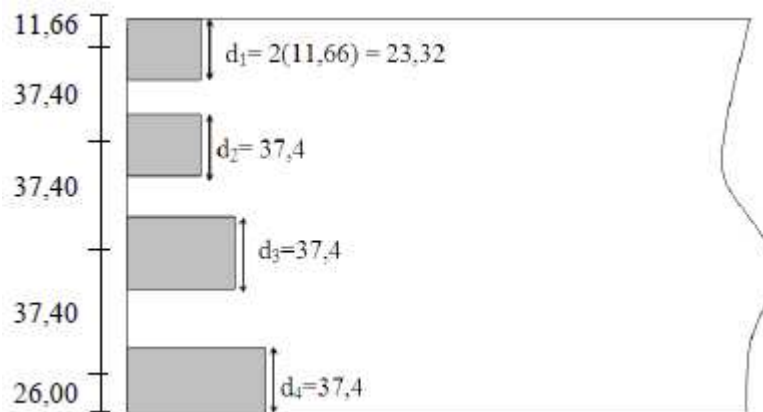


Figure XIII-11: Zone de 1^{ère} régularisation (prisme symétrique)

Effet d'éclatement:

Vérification des contraintes du béton:

Contrainte de compression :

$$\sigma_{xm1} = \frac{1413 \times 1050}{360 \times 233,20} = 17,67 \text{ MPa} < \frac{2}{3} f_{c28} = 23,33 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{xm2} = \frac{1413 \times 1050}{360 \times 374} = 11,01 \text{ MPa} < 23,33 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{xm3} = \frac{1413 \times 1050}{360 \times 374} = 11,01 \text{ MPa} < 23,33 \text{ MPa}$$

Contrainte de traction:

$$\sigma_{11} = 0,5 \left(1 - \frac{26,5}{23,32} \right) \times 17,67 = -1,2 \text{ MPa} < 3,375 \text{ MPa} = 1,25 \times 2,7$$

$$\sigma_{12} = 0,5 \left(1 - \frac{26,5}{37,4} \right) \times 17,67 = -1,2 \text{ MPa} < 3,375 \text{ MPa} = 1,25 \times 2,7$$

$$\sigma_{13} = 0,5 \left(1 - \frac{26,5}{37,4} \right) \times 11,01 = 1,60 \text{ MPa} < 3,375 \text{ MPa} = 1,25 \times 2$$

les contraintes de compression et de traction sont vérifiées.

Ferraillage d'éclatement :

Plan vertical :

$$A_e = \max \left\{ \begin{array}{l} A_{e1} = \frac{0,25 \left(1 - \frac{26,5}{23,32} \right) 1413 \times 10,5}{\frac{2}{3} \cdot 400} \approx 0 \text{ cm}^2 \\ A_{e2} = \frac{0,25 \left(1 - \frac{26,5}{37,4} \right) 1413 \times 10,5}{\frac{2}{3} \cdot 400} = 4,05 \\ A_{e3} = \frac{0,25 \left(1 - \frac{26,5}{37,4} \right) 1413 \times 10,5}{\frac{2}{3} \cdot 400} = 4,05 \text{ cm}^2 \\ A_{e4} = \frac{0,25 \left(1 - \frac{26,5}{37,4} \right) 1413 \times 10,5}{\frac{2}{3} \cdot 400} = 4,05 \text{ cm}^2 \end{array} \right.$$

$$A_e = 0,15 \frac{1413 \times 10,5}{\frac{2}{3} \cdot 400} = 8,34 \text{ cm}^2$$

$$A_e = \sup(8,34 ; 4,05) \Leftrightarrow A_e = 8,34 \text{ cm}^2$$

Soit 4x2 cadres 2HA14 sur une profondeur de 37,40 cm

Plan horizontal:

$$A_e = \max \left\{ \begin{array}{l} A_{e1} = \frac{0,25 \left(1 - \frac{26,5}{35} \right) 1413 \times 10,5 \times 4}{\frac{2}{3} \cdot 400} = 13,50 \text{ cm}^2 \\ A_{e2} = \frac{0,15 \cdot 1413 \times 10,5 \times 4}{\frac{2}{3} \cdot 400} = 33,38 \text{ cm}^2 \end{array} \right.$$

$$A_{e2} = 33,388 \text{ cm}^2 \text{ soit } 4\text{HA}14 \text{ autour de chaque ancrage (} \mathbf{A} = \mathbf{36,95 \text{ cm}^2} \text{)}$$

Effort d'équilibre général :

$$\sigma_{pi} = \sigma_{po} - \Delta \sigma_{pi}$$

$$\text{Câble (1) : } 1413 - 159,34 = 1253,66 \text{ MPa}$$

$$\text{Câble (2) : } 1413 - 210,41 = 1202,59 \text{ MPa}$$

$$\text{Câble (3) : } 1413 - 224,627 = 1188,37 \text{ MPa}$$

$$\text{Câble (4) : } 1413 - 244,86 = 1168,14 \text{ MPa}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} F_1 = 1253,66 \times 1050 \times 10^{-3} = 1316,34 \text{ KN} \\ F_2 = 1202,59 \times 1050 \times 10^{-3} = 1262,71 \text{ KN} \\ F_3 = 1188,37 \times 1050 \times 10^{-3} = 1247,78 \text{ KN} \\ F_4 = 1168,14 \times 1050 \times 10^{-3} = 1226,54 \text{ KN} \end{array} \right.$$

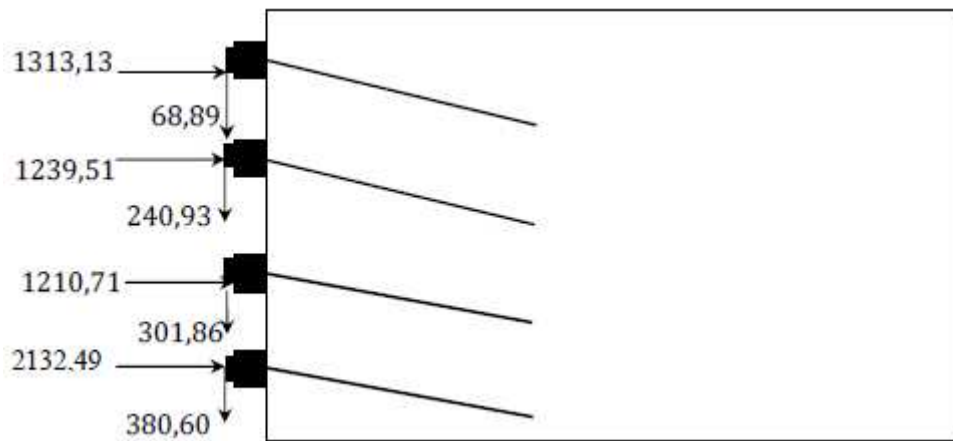


Figure XIII-12: composantes des efforts de précontraintes

$$\begin{cases} F_{xj} = F_j \cos\alpha_j \\ F_{tj} = F_j \sin\alpha_j \end{cases}$$

On aura:

$$\begin{cases} F_{x1} = 1313,13 \text{ KN} \\ F_{t1} = 68,89 \text{ KN} \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_{x2} = 1239,51 \text{ KN} \\ F_{t2} = 240,93 \text{ KN} \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_{x3} = 1210,71 \text{ KN} \\ F_{t3} = 301,86 \text{ KN} \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_{x4} = 1172,94 \text{ KN} \\ F_{t4} = 380,60 \text{ KN} \end{cases}$$

XIII-5 CALCUL DES CONTRAINTES NORMALES:

$$\sigma_{\text{sup}} = \frac{\sum P_i \cdot \cos\alpha_i - e_p x y}{B_{\text{nette}} I_{\text{nette}}}$$

$$e_p = Z - v'$$

➤ **Fibre supérieure:**

$$\sigma_{\text{sup}} = \frac{1313,13 (-56,61) + 1239,51 (-19,17) + 1210,71 (18,28) + 1172,94 (55,73)}{14843705,64} \times 82,61 \times 10$$

$$\sigma_{\text{sup}} = 7,259 \text{ MPa}$$

➤ **Fibre inférieure :**

$$\sigma_{\text{sup}} = \frac{(1313,13 + 1239,51 + 1210,71 + 1172,94)}{6289,15} \times 10$$

$$\frac{(1313,13 (-56,61) + 1239,51 (-19,17) + 1210,71 (18,28) + 1172,94 (55,73))}{14843705,64} \times 6 \times 10$$

$$\sigma_{\text{inf}} = 7,36 \text{ MPa}$$

XIII-6 Calcul des contraintes tangentielles à l'about :

$$\tau(t) = \frac{V_{red}}{b_n 0,8 h}$$

avec :

$$V_{red} = V - \sum F_i \cdot \sin \alpha_i$$

$$V_{red} = 1764,7 - 68,89 - 240,93 - 301,86 - 380,6 = 772,42 \text{ KN}$$

D'où :

$$T_{max} = \frac{772,42 \times 10}{31,7 \times 0,8 \times 150} = 2,03 \text{ MPa} < 1,5 f_{ij} = 4,05 \text{ MPa}$$

➤ **Calcul des sollicitations:**

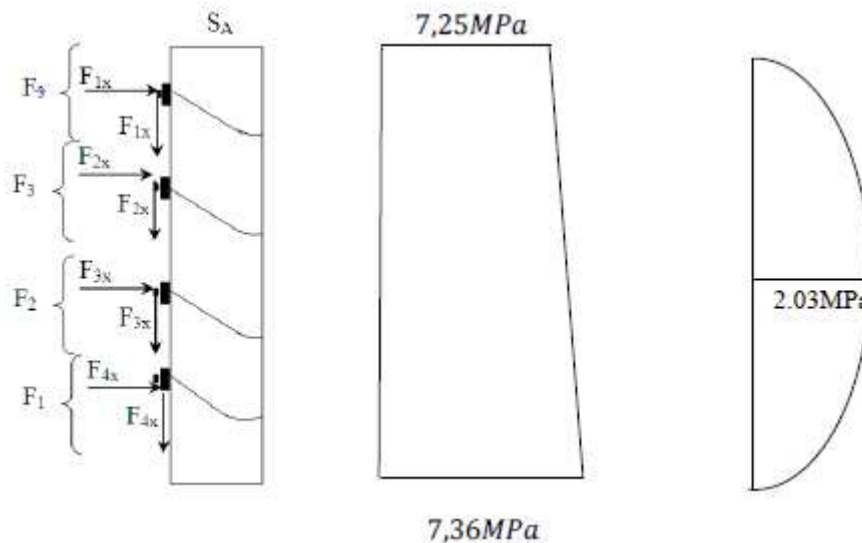


Figure XIII-13: contraintes normales et tangentielles

$$\sigma(f_j) = 7,25 + \frac{7,36-7,25}{1,50} x t = 7,25 + 0,07t$$

$$X(t) = \int_0^t \sigma(F_j) \cdot e dt \quad e = 0,35m$$

$$X(t) = 2,53t + 0,025 t^2 \text{ (MN)}$$

$$\tau(F_j) = at^2 + bt + c$$

$$\tau(t=0) = 0 \Rightarrow c = 0$$

$$\tau(t=h/2) = \tau_{max} = 0,21 \text{ MPa} \Rightarrow \frac{d\tau}{dt} = 0 \Rightarrow 2at + B = 0 \Rightarrow t = \frac{-b}{2a} = \frac{h}{2} \Rightarrow \frac{-b}{a} = h = 1,50 \dots\dots\dots(1)$$

$$\tau(t=h/2) = \tau(t=0,75) = a(0,75)^2 + b(0,75) = 0,21 \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{de (1) et (2)} \Rightarrow \begin{cases} a = -0,37 \\ b = 0,56 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \tau(F_j) = -0,37 t^2 + 0,56t$$

$$\Rightarrow T(t) = \int_0^t \tau(F_j) e dt = -0,043 t^3 + 0,098 t^2$$

Avec:

e : L'épaisseur de l'âme a la section d'about

Calcul des efforts tranchants:

$$V(t) = \sum F_i \cos \alpha_i - x(t)$$

$$X(t) = 2,53t + 0,025 t^2 \text{ (MN)}$$

Câble	α (°)	F_i (KN)	F_{ix} (KN)	F_{it}
1	3	1316,34	1313,13	68,89
2	11	1262,71	1239,51	240,93
3	14	1247,78	1210,71	301,86
4	17	1226,54	1172,94	380,60

Tableau XIII-3: Calcul de l'effort tranchant

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Au dessus de } F_2: 0 < t < 11,66 : X(t) = 0,29 \Rightarrow V_x(t) = -0,29 \text{ MN} \\ \text{En dessous de } F_1: X(t) = 0,29 \Rightarrow V_x(t) = 0,882 \text{ MN} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Au dessus de } F_1: 11,66 < t < 49,06 : X(t) = 0,949 \Rightarrow V_x(t) = -6,67 \times 10^{-2} \text{ MN} \\ \text{En dessous de } F_2: \Rightarrow X(t) = 1,210 - 6,67 \times 10^{-2} \Rightarrow V_x(t) = 1,174 \text{ MN} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Au dessus de } F_3: 49,06 < t < 86,46 : X(t) = 0,949 \Rightarrow V_x(t) = -0,191 \text{ MN} \\ \text{En dessous de } F_3: X(t) = 1,239 - 0,191 \Rightarrow V_x(t) = 1,048 \text{ MN} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Au dessus de } F_4: 86,46 < t < 123,86 : X(t) = 0,949 \Rightarrow V_x(t) = -0,099 \text{ MN} \\ \text{En dessous de } F_4: X(t) = 1,314 - 0,949 \Rightarrow V_x(t) = 1,215 \text{ MN} \end{array} \right.$$

➤ **Calcul des efforts normaux:**

$$T(t) = 0,043 t^3 + 0,098 t^2$$

$$N(t) = \sum F_i \sin \alpha_i - T(t)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Au dessus de } F_1: 0 < t < 11,66 : T(t) = 1,264 \times 10^{-3} \Rightarrow N(t) = -1,264 \times 10^{-3} \text{ MN} \\ \text{En dessous de } F_1: N(t) = 3,81 \times 10^{-1} \text{ MN} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Au dessus de } F_2: 11,66 < t < 49,06 : T(t) = 1,145 \times 10^{-3} \Rightarrow N(t) = 3,695 \times 10^{-1} \text{ MN} \\ \text{En dessous de } F_2: X(t) = 0,29 \Rightarrow N(t) = 3,695 \times 10^{-1} + 0,30186 = 0,671 \text{ MN} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Au dessus de } F_3: 49,06 < t < 86,46 : T(t) = 1,145 \times 10^{-2} \Rightarrow N(t) = 0,659 \text{ MN} \\ \text{En dessous de } F_3: N(t) = 0,90 \text{ MN} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Au dessus de } F_4: 86,46 < t < 123,86 : T(t) = 1,145 \times 10^{-2} \Rightarrow N(t) = 0,888 \text{ MN} \\ \text{En dessous de } F_4: N(t) = 0,957 \text{ MN} \end{array} \right.$$

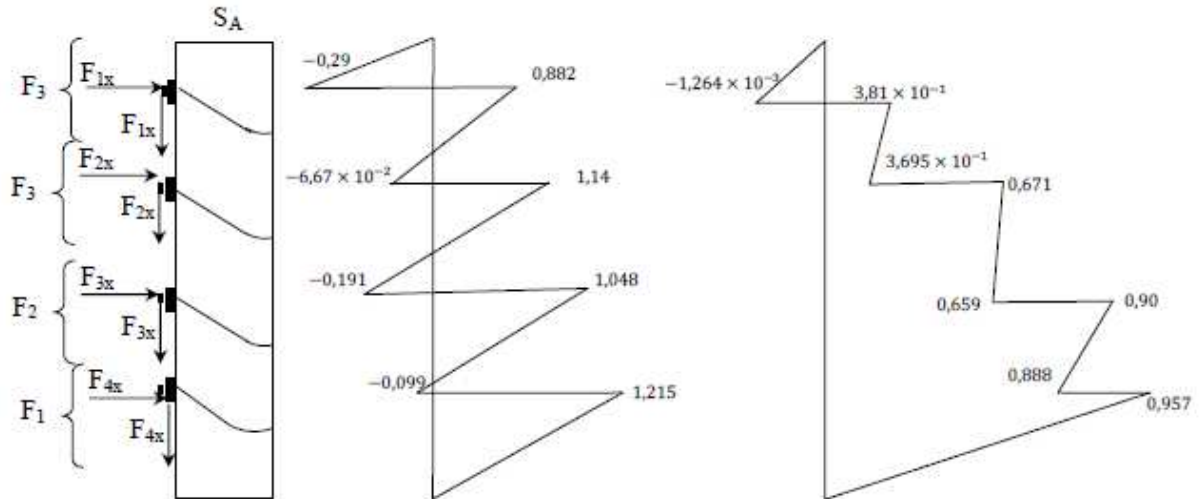


Figure XIII-14: diagramme des efforts tranchants et efforts normaux

$$\tau = \frac{2V_{xmax}}{bh} = \frac{2 \times 1,215}{0,35 \times 1,5} = 4,62 \text{ MPa}$$

$$V_{xe} = V_{xmax} \left[1 - \left(\frac{f_{tj}}{3\tau_d} \right)^2 \right] = 1,215 \left[1 - \left(\frac{2,7}{3 \times 4,62} \right)^2 \right] = 1,1689 \text{ MN}$$

$$A_C = \frac{(1,1689 - 0,671) \times 10^4}{\frac{2}{3} \times 400} = 18,67 \text{ cm}^2$$

Section d'armature répartie sur longueur de $\frac{2}{3} 150 = 100\text{cm}$

$$A_S + A_e = 8,90 + 8,34 = 17,24 \text{ cm}^2 \leq A_C = 18,67 \text{ cm}^2$$

Donc le ferrailage en oeuvre ne suffit pas, on doit ajouter des armatures complémentaires.

Soit 6HA12

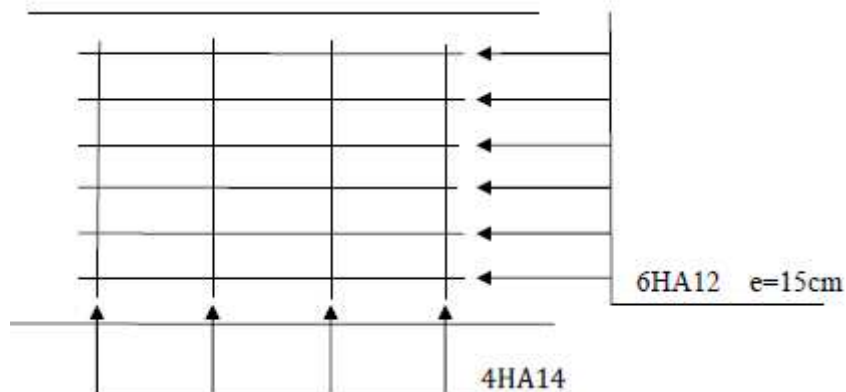


Figure XIII-15: Ferrailage de la zone d'about



**CHAPITRE XIV :
CALCUL DES
DEFORMATIONS**

XIV-I INTRODUCTION :

Une poutre isostatique simplement appuyée peut subir des déformations sous l'effet de son poids propre seul, d'autre part la mise en précontrainte l'une telle pièce engendre aussi des déformations (rotation, flèche, raccourcissementEtc.).

Néanmoins, il est nécessaires que ces déformations puissent librement se produire sans toutefois modifier les efforts de précontrainte et par conséquent l'état de précontrainte résultant dans les diverses sections des appuis, c'est pour quoi dans la plus part des cas ce type de poutres est posées sur des appuis en Néoprène (caoutchouc synthétique) permettent la liberté de rotations et les déplacements d'appui.

XIV-2 Flèche et contre flèche:

L'étude se fera à la section médiane. On supposera que la rigidité flexionnelle de la poutre est constante et en prenant la moyenne des inerties entre la section d'about et la section médiane.

La flèche à mi-travée est donnée par l'expression suivante :

$$F_g = \frac{5qL^4}{384E_v.I_G} = \frac{5M_g.L^2}{48.E_v.I_G}$$

Avec:

E_v : module de déformation longitudinale différée, $E_v = 3700.\sqrt[3]{35} = 12102,945$

I_G : moment d'inertie (poutre + hourdis); $I_G = 24325652,09 \text{ cm}^4$

$M_g = 422,5183 \text{ t.ml}$

$$F_G = \frac{5 \times 422,5183 \times (33,4)^2}{48 \times 12102,94 \times 24325652,09 \times (10)^{-6}} = 0,166767 \text{ m} = 16,767 \text{ cm}$$

XIV-3 Flèche due aux surcharges:

Pour simplifier les calculs, en considère que les surcharge sont uniformément réparties :

$$M_S = M_t - M_G = 666,83 - 422,1583 = 244,67 \text{ ml}$$

$$F_G = \frac{5 \times 244,67 \times (33,4)^2}{48 \times 12102,94 \times 24325652,09 \times (10)^{-6}} = 0,09657 \text{ m} = 9,657 \text{ cm}$$

XIV-4 Contre flèche :

Pour une poutre de portée (1), soumise à un moment dont le diagramme est symétrique par rapport à l'axe de la poutre, la flèche à mi-portée est : $f = \int_0^L \frac{M_x}{E I_G} dx$

avec:

$M_x d_x$: Le moment statique par rapport à l'appui de gauche de l'aire limitée par le diagramme des moments de précontraintes dans chaque section et l'axe horizontal de référence sur la demi-largeur. Pour une poutre précontrainte, le diagramme des moments est de la forme suivante :

Dans la section considérée, on a :

$$M_i = N_i \times e_i \text{ avec : } N_i = P \sum \cos \alpha_i$$

Pour le calcul de (N) dans chaque section, on prendra comme contrainte la moyenne entre la tension initiale et la tension finale en service.

$$P = \sigma_{pm} \cdot A_P = \frac{\sigma_{pi} + \sigma_{ps}}{2} \times A_P$$

σ_{pi} : contrainte initiale (h, b, B)

σ_{ps} : contrainte en service (finale)

Sections	σ_{pi} (MPa)	σ_{ps} (MPa)	σ_{pm} (MPa)
0	1203,19	1107,99	1155,59
L/4	1235,92	1127,758	1181,839
L/2	1220,28	1109,80	1165,04

Tableau XIV-1: valeurs de σ_{mp} dans les différentes sections

Sections	$\sum \cos\alpha_i$	N(KN)	E_{pi} (m)	$M_{pi} = N_i \cdot e_{pi}$
0	3,9068	4700,62	-0,31193	-1466,26
L/4	4,8131	5948,606	-0,7545	-4488,22
L/2	4,8131	5873,32	-1,0555	-6199,28

Tableau XIV-2: valeurs des moments aux différentes sections

Dans un trapèze (h, b, B), la distance (x) de son centre de gravite à la plus petite base est :

$$X_i = \frac{h \cdot (2B+b)}{3(B+b)}$$

Les flèches sont comptées positivement vers le bas et négativement vers le haut (contre flèche).

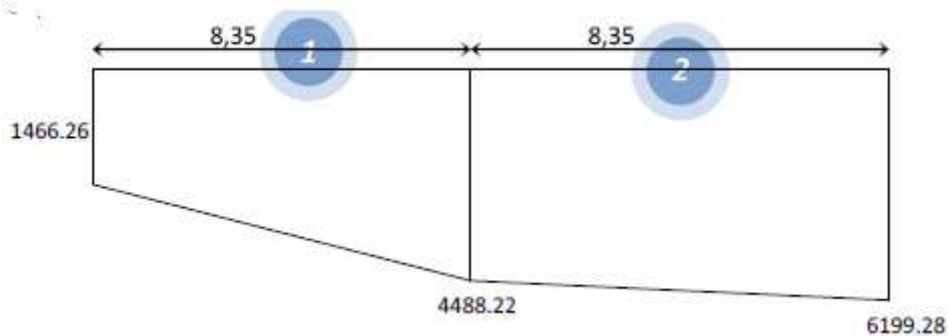


Figure XIV-1: Diagramme des moments sous la précontrainte

- Trapèze (1):

$$X_1 = \frac{8,35 \times (2 \times 4488,22 + 1466,26)}{3 \times (4488,22 + 1466,26)} = 4,881 \text{ m}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{EI} \int_0^L M_x x dx = \frac{X_1 \cdot A_1}{EI} = \frac{S_{\Delta}}{EI} = 4,9278 \times \frac{4488,22 + 1466,26}{2EI} \times 8,35 = \frac{122504,881}{EI}$$

- Trapèze (2):

$$X_2 = \frac{8,35 \times (2 \times 6199,28 + 4488,22)}{3 \times (6199,28 + 4488,22)} + 8,35 = 12,7478 \text{ m}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{EI} \int_0^L M_x x dx = \frac{X_1 \cdot A_1}{EI} = \frac{S_{\Delta}}{EI} = 12,7478 \times \frac{6199,28 + 4488,22}{2EI} \times 8,35 = \frac{568810,8197}{EI}$$

$$F_p = - \frac{(568810,8197 + 122504,881) \cdot 10^{12}}{12102,94 \times 24325652,09 \times 10^4} = -234,812 \text{ mm} = -23,48 \text{ cm}$$

Remarque:

Le signe (-) indique que la flèche est vers le haut.

XIV-5 Flèche totale:**En service à vide:**

$$f = f_G + f_P = 16,767 - 23,48 = -6,71 \text{ cm}$$

En service en charge:

$$f = f_G + f_P + f_S = 16,767 - 23,48 + 9,657 = 2,944 \text{ cm}$$

XIV-6 Calcul des rotations:**A- Sous le poids propre:**

La rotation (w) à l'appui est donnée par l'expression suivante:

$$w_G = \frac{q_G \cdot L^3}{E_v \times I_G} = \frac{M_G \times L}{3 \times E_v \times I_G}$$

$$w_G = \frac{422,1588 \times 33,4 \times 10^{10}}{3 \times 12102,945 \times 24325652,09 \times 10^4} = 1,596 \times 10^{-2} \text{ rd}$$

B- Sous les surcharges:

$$w_S = \frac{q_S \cdot L^3}{E_v \times I_G} = \frac{M_S \times L}{3 \times E_v \times I_G}$$

$$w_G = \frac{244,67 \times 33,4 \times 10^{10}}{3 \times 12102,945 \times 24325652,09 \times 10^4} = 0,925 \times 10^{-2} \text{ rd}$$

C- Sous la précontrainte:

$$W = \frac{1}{EI} \int M_x \cdot dx = -\frac{\sum A_i l_i}{EI} = -2 \frac{\frac{4488,22 + 1466,26}{2} + \frac{6199,28 + 4488,22}{2}}{12102,945 \times 24325652,09 \times 10^4} \times 8,35 \cdot 10^9$$

$$W_P = -4,72 \times 10^{-2} \text{ rd}$$

XIV-7 Rotation résultant:

- A vide:

$$W = W_G + W_P = 1,596 \times 10^{-2} - 4,72 \times 10^{-2} = -3,124 \cdot 10^{-2} \text{ rd}$$

- En charge:

$$W = W_G + W_P + W_S = 1,596 \times 10^{-2} - 4,72 \times 10^{-2} + 0,925 \times 10^{-2}$$

$$W = -2,199 \cdot 10^{-2} \text{ rd}$$

XIV-8 Calcul des déplacements d'appui:

- **A-déplacement due à la rotation:**

$$\Delta\omega = \frac{\omega \times h}{2} = \frac{-2,199 \times 10^{-2}}{2} \times 150 = -1,649 \text{ cm}$$

- **B- déplacement due au retrait:**

La valeur moyenne du retrait étant : $\varepsilon_r = 3 \times 10^{-4}$

$$\Delta_r = \varepsilon_r \times \frac{L}{2} = \frac{3 \times 10^{-4} \times 3340}{2} = 0,501 \text{ cm}$$

- **C- déplacement due au fluage:**

$$\Delta f_{\text{flu}} = \varepsilon_{\text{flu}} \times \frac{L}{2}$$

$$\text{Avec: } \varepsilon_{\text{flu}} = \frac{2 \cdot \sigma_b}{Ei}$$

$$Ei = 11000 \sqrt[3]{35}$$

σ_b : contrainte finale dans le béton au niveau du C D G du câble moyen

$$\text{Alors: } \varepsilon_{\text{flu}} = \left(\frac{23,52}{35981,73} \right) = 6,536 \cdot 10^{-4}$$

$$\Delta f_{\text{flu}} = \frac{6,53 \times 10^{-4} \times 3340}{2} = 1,09 \text{ cm}$$

XIV-9 déplacement due à la variation de la température:

$$\Delta_t = \frac{L}{10000} = \frac{3340}{10000} = 0,334 \text{ cm}$$

XIV-10 Déplacement total:

$$\Delta_{t \text{ max}} = \Delta w + \Delta r + \Delta f_{\text{flu}} + \Delta t = -1,649 + 0,501 + 1,09 + 0,334 = 0,276 \text{ cm}$$

$$\Delta_{t \text{ max}} = \Delta w + \Delta r + \Delta f_{\text{flu}} - \Delta t = -1,649 + 0,501 + 1,09 - 0,334 = -0,392 \text{ cm}$$

XIV-11 CONCLUSION:

Toutes les valeurs trouvées dans les différentes déformations sont d'ordres négligeables, donc elles ne compromettent pas la pérennité de l'ouvrage.



CHAPITRE XV :
ETUDE DES
EQUIPEMENTS DE
PONT

XV-1 INTRODUCTION :

Les appareils d'appuis interviennent directement dans le fonctionnement de la structure.

Placés entre le tablier et les appuis, leur rôle est de transmettre les actions verticales dues à la charge permanente et aux charges d'exploitation (charges routières ou ferroviaires) et de permettre les mouvements de rotation (effets des charges d'exploitations et des déformations différées du béton).

Les appareils d'appui se répartissent en quatre grandes familles : Les articulations en béton, les appareils d'appui en acier, spécialement conçues pour certains grands ponts métalliques, les appareils d'appui en caoutchouc fretté, constitués par un empilage de plaques d'élastomère et de feuilles d'acier (ce sont les plus répandus pour les ouvrages courants et parfois pour les grands ponts) et les appareils d'appui spéciaux à pot

XV-2 CALCUL DU JOINT DE CHAUSSEE:

A- Définition:

Les joints sont conçus et réalisés pour assurer la continuité de circulation entre deux éléments d'ouvrage, en dépit de leurs déplacements relatifs dus à l'effet des écarts de température aux retraits différés, aux glissements ou aux rotations.

Les différents types de joints existants se distinguent les uns des autres en fonction de deux critères fondamentaux :

L'ouverture de joint, c'est-à-dire le jeu maximum que le joint doit permettre (le souffle).
L'intensité du trafic qu'il doit subir, c'est-à-dire le débit du véhicule que leur tonnage.
Le choix d'un type de joint de chaussée fait référence à une classification basée sur la notion de robustesse. On distingue ainsi :

- Les joints lourds, pour les chaussées supportant un trafic journalier supérieur à 3000 véhicules (ou de volume inférieur, mais à fort pourcentage de poids lourds).
- Les joints légers, pour un trafic inférieur à 1000 v/jour.
- Les joints semi lourds, pour un trafic compris entre 1000 et 3000 v/ jour

Tout en satisfaisant un certain nombre d'autres exigences non moins essentielles :

B-Confort et esthétique :

Souple, il assure la continuité de la surface de roulement quelle que soit l'importance de l'hiatus.

Absence de bruits de vibrations.

C- Résistance :

Le choix des matériaux constitutifs (nature et qualité), est garant du bon comportement sous une circulation sans cesse croissante.

D- Etanchéité :

En assurant la continuité de l'étanchéité, il participe activement à la protection de l'ouvrage équipé et aussi une bonne évacuation des eaux.

E- Fiabilité :

La pureté de sa conception et la simplicité de ces principes de fonctionnement lui confèrent son efficacité à long terme.

XV-3 Calcul du souffle des joints :

Le souffle est la variation maximale d'ouverture que peut tolérer un joint. Les variations maximales de la longueur Δl des tabliers définissant donc le souffle du tablier.

Elles sont la somme algébrique de plusieurs facteurs : les rotations d'extrémités des poutres, la température, le retrait et le fluage.

Rotation d'extrémité sous chargement :

La rotation d'extrémité d'une poutre sous charge crée, au niveau du joint de chaussée, un déplacement horizontal, $\Delta l = h \times \text{tga}$.

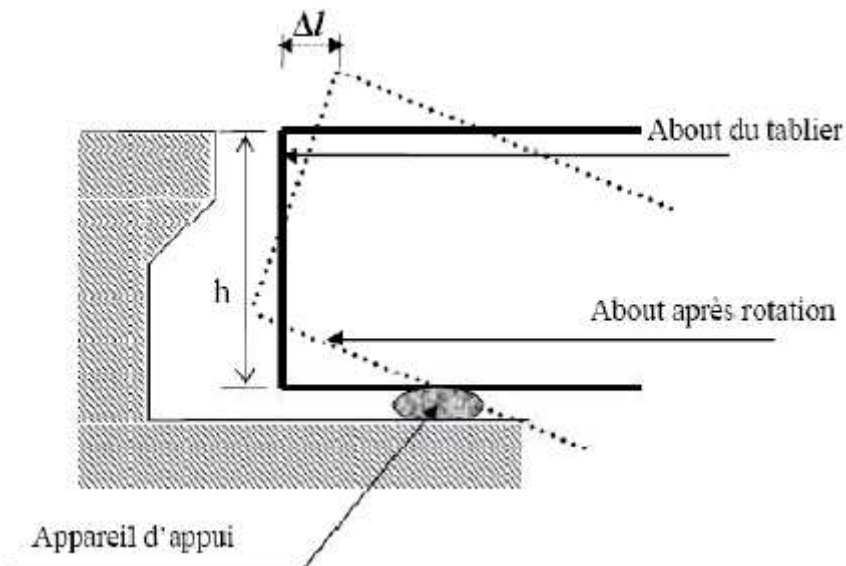


Figure XV-1: Rotation d'extrémité du tablier sous chargement

Dilatation thermique:

La température étant considérée comme action durée. On prend dans le cas généralement un raccourcissement relatif

$$\frac{\Delta l}{l} = 3 \times 10^{-4}$$

Pour notre cas $l=33,40$

$$\Delta l = 1,002 \text{ cm}$$

Retrait:

$$\frac{\Delta l}{l} = 4 \times 10^{-4}$$

Pour notre cas $l = 33,4 \text{ m}$

$$\Delta l = 1,336 \text{ cm}$$

Fluage:

Les raccourcissements dus au fluage sont fonction des contraintes normales appliquées. On pourra prendre en première approximation

$$\frac{\Delta l}{l} = K_{fl} \times 10^{-4}$$

K_{fl} : coefficient du fluage à $t=0$ au moment où il subit la contraintes σ_b est de 2 à 3.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\Delta l}{l} = 3 \times 10^{-4} \Leftrightarrow \Delta l = 0,501 \text{ cm} \\ \frac{l}{2} = 16,7 \text{ m} \end{array} \right.$$

XV-4 Dimensionnement des joints de chaussées :

Choisissons des joints de type FT100 à dent et à souffle de 100mm.

Ces joints se composent de deux parties principales de formes géométriques conjuguées (un élément mâle et un élément femelle). Ils sont réalisés à partir d'un composite métal/élastomère vulcanisé à chaud.

L'ethnocentrie est assurée par des bavettes aboutissant à une rigole ; continues sur toute la ligne de joint et qui permettent de récupérer et de canaliser les eaux d'infiltration.

FT à dents	Souffle (mm)	A(mm)	B(mm)	C(mm)	D (mm)	E_{min}	E_{max}	L(mm)	Poids (kg/m)
FT 100	100	410	250	160	47	20	120	747	84

Tableau XV-1: dimensionnement des joints de chaussées

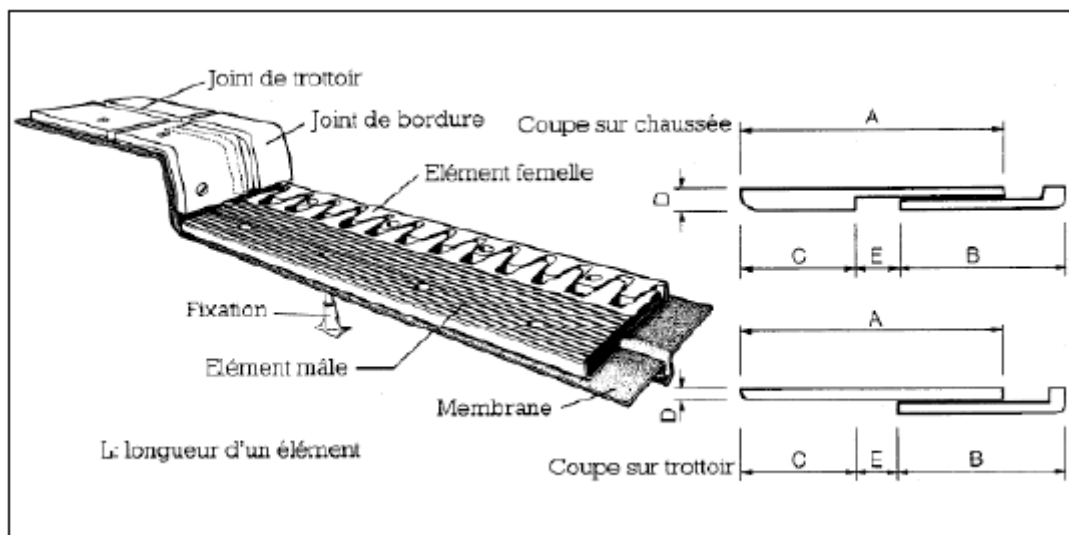


Figure XV-2: joint de chaussée type FT150 (Freyssinet)

Il suffit de vérifier que la somme des différentes variations imposées (retrait fluage et température) est inférieure au souffle(S)

$$\Delta r + \Delta f + \Delta T = 28,39 \text{ mm} < 100 \text{ mm} \text{ vérifiée}$$

Les souffles admissibles pour ce genre de joint, permettent des déplacements transversaux admissibles en service, et des déplacements longitudinaux de 20 à 170mm.

Ce joint peut absorber des rotations de leurs appuis jusqu'à 0,03 rd.

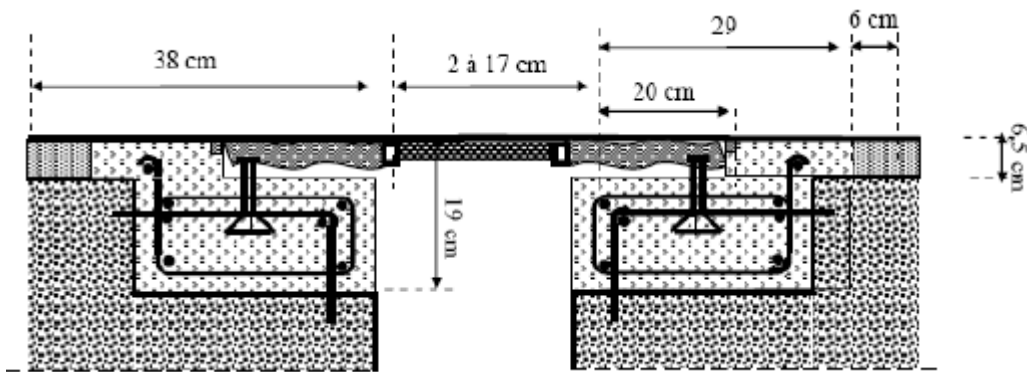


Figure XV-3: Coupe transversale sur le joint



Figure XV-4: Joint de chaussée

XV-5 Appareils d'appuis :

A- définition:

Chaque poutre repose sur l'appui par l'intermédiaire d'un appareil d'appui. Compte tenu de l'intensité relativement faible des réactions transmises par les poutres et du grand nombre de ces appareils, on utilise habituellement des appareils d'appuis fixes en caoutchouc fretté constitué de plusieurs couches de néoprène posées en alternance avec la tôle de fretage en acier. Les déplacements du tablier sont donc absorbés par les distorsions du caoutchouc, et l'on évite ainsi d'avoir recours à des appareils d'appui glissants, bien plus coûteux, qui de plus sont bien plus sensibles à un défaut de pose ou d'entretien.

Figure XV-4: disposition des appareils d'appuis

B-Dimensionnement des appareils d'appuis :

Le dimensionnement des appareils est essentiellement basé sur la limitation des contraintes de cisaillement qui se développent dans le néoprène au niveau des plans de frettage et qui sont dues aux efforts appliqués ou aux déformations imposées à l'appareil. On suppose l'incompressibilité de néoprène.

Notre travail persiste à mettre en œuvre les différentes étapes de calcul et enfin les appliquées sur notre cas de projet.

1-Effort normal de compression :

Sous un effort normal, des contraintes de cisaillement apparaissent au niveau du plan de frettage.

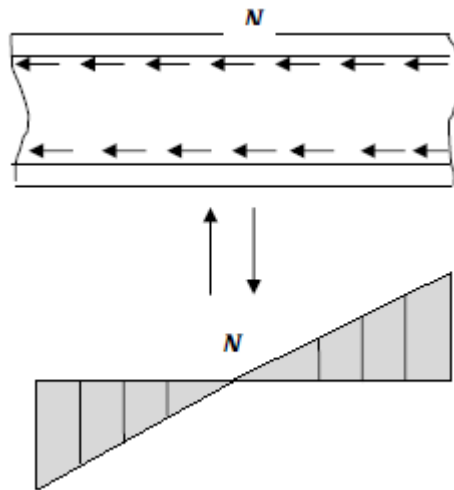


Figure XV-5: Effet de l'effort normal

Donc l'appareil d'appui vérifier l'inégalité suivante :

$$2\text{MPa} \leq \sigma_m = \frac{N_{\max}}{a \times b} \leq 15 \text{ MPa}$$

Avec:

σ_m : la contrainte moyenne de compression due à l'effort N_{\max}

N_{\max} : réaction d'appui

2MPa : condition de non écrasement.

$A \times b$: dimension en plan de l'appareil tel que $a < b$, avec $a \Rightarrow$ dans le sens longitudinal de l'ouvrage.

2- Contrainte maximal de cisaillement:

$$\tau_{\max} = \frac{1,5 \sigma_m}{\beta}$$

$$\beta = \frac{a \times b}{2t(a+b)}$$

β : coefficient de forme

t: épaisseur d'une feuille de néoprène

Au début de la mise en charge sous $\sigma_{m \max} = 3 \text{ MPa}$, il subit un écrasement d'adaptation de 1mm.

Cette valeur supplémentaire de l'écrasement est calculée avec la formule :

$$\Delta e_t = K_1 \times n \times \frac{t^3}{a^2} \times \frac{\sigma_m}{G}$$

n: Nombre de feuillet;

K_1 : coefficient en fonction de a/b

G: module de déformation transversale, avec $G= 0,80$ MPa pour les ponts route L'écartement sera:

$$E_t = 1\text{mm} + \Delta e_t$$

3- Distorsion:

Elle est due aux déplacements horizontaux, la distribution des contraintes au niveau du plan de frettage est uniforme. Alors deux cas se présentent :

- la déformation U de l'appareil st lent (dilatation, retrait et fluage), ainsi elle nous permet de déterminer l'angle de torsion, la contrainte et l'effort correspondant.

Figure XV-5: 1^{er} cas de torsion

$$\text{tg}\alpha = \frac{U_1}{T} \text{ avec } T = \sum t_i$$

$$\text{On a: } \tau_{H1} = G \times \text{tg}\alpha_1 = G \frac{U_1}{T}$$

- l'appareil d'appui est soumis à un effort dynamique H_2 (freinage, vent, force centrifuge).

Dans le cas d'un effort dynamique, le module d'élasticité transversal vaut deux (02) fois la valeur de G correspondant à l'effort statique.

Figure XV-5: 2^{eme} cas de torsion

$$\tau_{h2} = \frac{H}{axb}$$

On a: $\text{tg}\alpha_2 = \frac{\tau_{h2}}{2+G}$

$$\frac{U_2}{T} = \text{tg}\alpha_2 = \frac{H_2}{2xGxaxb}$$

$$U_2 = \frac{H_2 x T}{2xGxaxb}$$

On introduit une contrainte conventionnelle de calcul, qui sous l'effort statique seul correspondant à la même déformation totale

$$U = U_1 + U_2$$

Cette contrainte conventionnelle vaut :

$$\tau_h = G \times \text{tg}\alpha = \tau_{H1} + \frac{\tau_{H2}}{2}$$

$$\tau_H = G \times \frac{U_1}{T} + \frac{U_2}{2xaxb}$$

4- Rotation:

La rotation peut provenir de la déformation due au fonctionnement de la structure, la valeur du moment du rappel M créé par une rotation est :

$$M = G \times \frac{\theta_T}{n} \times \frac{a^5 x b}{t^3} \times \frac{1}{K_2}$$

K_2 : coefficient de forme en fonction de b/a

θ_t : rotation de l'appui sous l'effet des charges permanentes et surcharges.

$$\theta_T = \frac{\theta_t}{x} \text{ (} \theta_t \text{ angle de rotation d'un seul feuillet (rd))}$$

Lorsque une frette solidaire de même feuillet, la répartition des contraintes de cisaillement s'établit comme suit :

$$\tau_a = \frac{G}{2} \times \left(\frac{a}{t}\right) \times \theta_t$$

Lors de la rotation les contraintes τ_a et τ_b s'additionnent vectoriellement selon deux directions parallèles aux cotes a et b

$$\tau_{a.a} = \frac{G}{2} \times \left(\frac{a}{t}\right)^2 \times \alpha_{t.a}$$

$$\tau_{ab} = \frac{G}{2} \times \left(\frac{a}{t}\right)^2 \times \alpha_{t.b}$$

*Figure XV-6: Rotation de l'about du tablier***XV-6: Prescription réglementaire :****A-Limitation de la contrainte de cisaillement :**

$$\begin{cases} \tau = \tau_N + \tau_h + \tau_{a,t} \\ \tau_{h1} \leq 0,5 G \\ \tau_h \leq 0,7 G \end{cases}$$

B-Limitation des contraintes moyennes de compression :

$$\Sigma_m \max = \frac{N_{max}}{axb} \geq 15 \text{ MPa}$$

C-Vérification de condition de non soulèvement :

$$\theta_t \leq \frac{a}{B} \times \frac{t^2}{a^2} \times \frac{\sigma_m}{G}$$

E-Condition de non cheminement :

D'après le bulletin technique n°04 de SETRA page 21 les deux conditions suivantes doivent être remplies, pour la combinaison la plus défavorable :

On doit vérifier :

$$\sigma_m \min = \frac{N_{max}}{axb} \geq 2 \text{ MPa} = 20 \text{ kg/cm}^2$$

tel que N_{\min} est la réaction engendrée par le poids propre

D-Condition de non cheminement :

$$H < f \times N$$

Tel que:

N : Valeur de l'effort normal

f =coefficient de frottement; avec

$$f = 0,12 + \frac{0,2}{\sigma_m}$$

Remarque :

Si la condition n'est pas vérifiée, il convient d'éviter le déplacement de l'appareil, en l'équilibre des dispositifs appropriés on prévoit des appareils spéciaux capables de transmettre des réactions d'appuis négatives.

En fonction de leurs directions, les appareils d'appuis peuvent se déformer par l'instabilité élastique. La stabilité élastique des appareils en néoprène frette impose une limitation de la contrainte moyenne de compression.

$$\sigma_m \leq K \times G \times \frac{a^2}{T^2}$$

avec:

K : coefficient de frottement

F-Condition de non- flambement :

Les valeurs de K ne sont pas suffisamment connues, il convient donc de respecter les règles courantes qui consistent à limiter la hauteur nette de néoprène en fonction de la plus petite dimension en plan d'appareil.

$$\frac{a}{10} \leq T \leq \frac{a}{5}$$

G- Dimensionnement des frettes :

L'épaisseur des frettes devra respecter les deux conditions suivantes :

$$\begin{cases} t_s \geq \frac{a}{B} \times \frac{\sigma_m}{\sigma_e} \\ t_s \geq 2\text{mm} \end{cases}$$

Avec :

$$\sigma_e = 215 \text{ MPa} \Rightarrow \text{pour l'acier E24 -1}$$

Application à notre projet :

Pour chaque appui, on disposera un appareil d'appui.

Calcul des efforts horizontaux :**1- Effort de freinage du à la surcharge A(l) :**

$$F_{A(l)} = \frac{A(l) \times S}{20 + (0,0035 \times S)}$$

$$S = 10 \times 33,4 \text{ m}^2$$

S: Surface surchargée

$$A(l) = 1022,95 \text{ Kg /m}^2$$

$$F_{A(l)} = \frac{1,02295 \times 334}{20 + (0,0035 \times 334)} = 16,139 \text{ t} = 161,39 \text{ KN}$$

$$F_{A(l)} = 161,39 \text{ KN}$$

2-Effort de freinage du à la surcharge B_c:

Chaque essieu d'un camion de système yz peut développer un effort de freinage égal à son poids.

Parmi les camions qu'on peut placer sur le pont un seul est supposé freiner

$$F_{Bc} = 30\text{t} = 300\text{KN}$$

Dimensionnement de l'appareil d'appui :**1-Hauteur de néoprène : avec α = angle de distorsion**

Les conditions générales prépondérantes

$$\tau_{h1} = G \times \text{tg}\alpha_1 = G \times \frac{U_1}{T} \leq 0,5 G$$

$$\text{tg}\alpha_1 < 0,5$$

$$\text{tg}\alpha_1 = \frac{U_1}{T} \leq 0,5 \Leftrightarrow T < 2U_1$$

$$U_1 = D_{\max} = 20 \text{ mm (Déformation dues aux fluages, retrait dilatation)}$$

$$T \geq 40 \text{ mm}$$

$$T_{\max} = n \times (t + t_s)$$

Avec:

$$t = 12\text{mm}$$

$$t_s = 3\text{mm}$$

$$T_{\max} = 4 \times (12 + 3) = 60\text{mm}$$

Air de l'appareil :

$$\sigma_{m \max} = \frac{N_{\max}}{a \times b} \leq 15 \text{ MPa}$$

$$a \times b \geq \frac{N_{\max}}{15}$$

N_{\max} : Effort normal repris par chaque poutre

$$a \times b \geq \frac{1764,7}{15 \times 10^3} = 0,117 \text{ m}^2 = 1176,46 \text{ cm}^2$$

On choisit un appareil d'appui qui convient et satisfait les conditions suivantes:

Condition de non flambement:

$$\frac{a}{10} \leq T \leq \frac{a}{5} \Leftrightarrow 5 \times T \leq \alpha \leq 10 \times T$$

$$5 \times 60 \leq \alpha \leq 10 \times 60 \Leftrightarrow 300 \leq \alpha \leq 600$$

Avec : $\alpha < b$; on prend $b = 400\text{mm}$

Vérifications :

Limitation des contraintes de cisaillement dans le néoprène :

$$\tau = \tau_N + \tau_H + \tau_\alpha \leq 5 \text{ G} = 5 \times 0,8 = 4 \text{ MPa}$$

$$\tau_n = 1,5 \frac{\sigma_m}{B}$$

avec:

$$B = \frac{a \times b}{2t(a+b)} = \frac{300 \times 400}{2 \times 12(300+400)} = 7,142$$

A- Distorsion:

$$\sigma_m = \frac{N_{\max}}{a \times b} = \frac{1075,9 \times 10}{30 \times 40} = 8,96 \text{ MPa}$$

$$\sigma_m = 8,96 \text{ MPa} < 15 \text{ MPa}$$

$$\tau_N = 1,5 \frac{8,96}{7,142} = 1,88 \text{ MPa}$$

$$\tau_N = 1,88 \text{ MPa} < 3 (\text{ G}) = 2,4 \text{ MPa} \Leftrightarrow \text{Vérifiée}$$

B-Due à un déplacement vertical lent de l'appui :

$$\tau_{h1} = G \times \text{tg}\alpha_1 = G \times \frac{U_1}{T}$$

$$T_{\max} = 60 \text{ mm}; U_1 = 20\text{mm}$$

$$\tau_{h1} = 0,8 \times \frac{20}{60} = 0,266 \text{ MPa}$$

$$\tau_{H1} = 0,266 < 0,5G = 0,4 \text{ MPa} \Rightarrow \text{Vérfiée}$$

C- Due à un déplacement horizontal lent de l'appui:

$$\tau_{h2} = \frac{H_2}{a \times b}$$

Avec :

$$H_2 = \frac{30}{6} = 5t$$

$$\tau_{h2} = \frac{5 \times 10^2}{30 \times 40} = 0,416 \text{ MPa}$$

$$\tau_{h2} = 0,416 < 0,7 G = 0,56 \text{ MPa} \Rightarrow \text{Vérfiée}$$

D- La contrainte conventionnelle vaut :

$$\tau_h = \tau_{H1} + 0,5 \tau_{H2} = 0,266 + \frac{0,416}{2} = 0,474 \text{ MPa}$$

$$\tau_h < 0,56 \text{ MPa} \Rightarrow \text{Vérfiée}$$

E-Rotation :

$$\tau_a = \frac{G}{2} \left(\frac{a^2}{t^2} \right) \alpha_t < 1,5G$$

$$\alpha_t = \frac{\alpha_0 + \alpha}{n}, \text{ n= nombre de feuillets}$$

α_0 : rotation supplémentaire pour tenir compte des imperfections de pose est de 0,02rad.

α : égale à 0,003 rd

$$\alpha_t = \frac{3 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 10^{-2}}{4} = 5,75 \cdot 10^{-3} \text{ rd}$$

donc:

$$\tau_a = \frac{0,8}{2} \times \left(\frac{30^2}{6^2} \right) \times 5,75 \cdot 10^{-3} = 0,575 \text{ MPa}$$

Donc finalement:

$$\tau = 1,88 + 0,474 + 0,575 = 2,929 \text{ MPa}$$

$$\tau = 2,929 < 4 \text{ MPa} \Rightarrow \text{condition vérifiée}$$

F- Condition de non cheminement et de non glissement :

$$\sigma_m = \frac{N_{max}}{a \times b} \geq 2 \text{ MPa}$$

$$N = \frac{1075,9}{6} = 179,31 \Rightarrow \sigma_m = \frac{179,31}{30 \times 40} \cdot 10^2 = 14,94 \text{ MPa} > 2 \text{ MPa} \quad \text{vérifié}$$

$$H < f \times N \quad f = 0,12 + \frac{0,2}{14,94} 0,133$$

$$H = 30t, N=1764,7t \Rightarrow f \times N = 0,133 \times 1764,70 = 234,705t$$

Donc condition vérifiée

G- Condition de non soulèvement:

$$\alpha_t \leq \frac{3x t^2}{\beta x a^2} \times \frac{\sigma_m}{G}$$

$$\alpha_t = 5,75 \cdot 10^{-3}$$

$$\frac{3x12^2}{7,142 \times 300^2} \times \frac{14,94}{0,8} = 12,55 \cdot 10^{-3} = \frac{3x t^2}{\beta x a^2} \times \frac{\sigma_m}{G}$$

$$\alpha_t \leq \frac{3x t^2}{\beta x a^2} \times \frac{\sigma_m}{G} \quad \text{condition vérifiée}$$

H-Dimensionnement des frettes :

$$t_s \geq \frac{\alpha}{B} \times \frac{\sigma_m}{\sigma_e} = \frac{300}{7,142} \times \frac{8,96}{215} = 1,68 \text{ mm}$$

$$t_s \geq 2\text{mm}$$

$$\text{On a : } t_s = 3\text{mm} \geq 2\text{mm} \quad \text{condition vérifiée}$$

XV-7 CONCLUSION :

Nous choisirons des appareils d'appuis de dimensions 300 x 400 x 60

CONCLUSION GENERALE:

L'étude de ce projet nous a aidés à améliorer et développer nos connaissances acquises durant notre cursus, en passant par les points suivants :

L'ensemble des éléments principaux ont été dimensionnés, notamment la poutre conformément aux directives imposées par la réglementation.

La répartition des efforts transversaux dus aux charges et surcharges déterminées par le logiciel de calcul Robot Millenium nous a permis de déduire la poutre la plus sollicitée.

A partir des sollicitations maximales nous avons dimensionné la précontrainte.

Les câbles sont mis en tension par poste-tension suivant les phases de construction y afférent.les câbles de pré contrainte utilisé sont 5 câbles 7T15.

Après l'évaluation des pertes instantanées et différées, l'estimation prise initialement a été vérifiée.

Toutes les vérifications faites sur les contraintes normales et tangentielles ne dépassent pas les contraintes admissibles.

En générale, l'étude d'un pont met en évidence la maîtrise de plusieurs domaines des sciences d'ingénieur telles que la résistance des matériaux, la mécanique des milieux continus, la rhéologie des matériaux, les procédés de la précontrainte ainsi le calcul numérique par ordinateur.

BIBLIOGRAPHIE

➤ **Ouvrages :**

- Conception des ponts. *J. A. Calgaro – A. bernard Gely*
- Le béton précontraint aux états limites: Henry THONIER
- Cahier des prescriptions communes (Fascicule 61 titre II).
- Catalogue Freyssinet.
- Appuis des tabliers PP73 SETRA.
- BAEL 91
- Thèses ENTP et UMMTO
- Pont à poutres préfabriquées précontraintes par poste-tension (SETRA)

➤ **Cours :**

- Cours béton précontraint, Master I et Master II.
- Cours de pont, Master I.
- Cours de mécanique des sols, Master I.

➤ **Logiciels :**

- Microsoft Word2007, pour ce qui est traitement de texte.
- Microsoft Excel2007, pour tout ce qui est calcul.
- Robot millénium, pour l'analyse et calcul.
- AutoCAD2009, pour les dessins.
- Photoshop, pour le traitement des photos.