

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou



Faculté de Génie Electrique et d'Informatique

Département d'Automatique

MEMOIRE DE MAGISTER

Spécialité : Automatique

Option : Automatique des Systèmes Continus et Productique

Présenté par :

NAIT SLIMANI Boukhalfa

Ingénieur en Automatique

Synthèse d'observateurs non linéaires :
Application au diagnostic de défauts.

Devant le jury d'examen composé de :

Président :	Kamal HAMMOUCHE	MCA	UMM-TO
Rapporteur :	Saïd DJENNOUNE	Professeur,	UMM-TO
Examineur :	Ahmed MAÏDI	MCA	UMM-TO
Examineur :	Rabah MELLAH	MCA	UMM-TO
Examineur :	Redouane KARA	MCA	UMM-TO

Remerciement

Mes vifs remerciements vont tout d'abord à Monsieur DJENNOUNE Saïd, professeur à l'UMMTO pour m'avoir proposé le thème de ce mémoire et m'avoir dirigé, aidé et conseillé tout le long de notre travail.

Nous tenons aussi à remercier Monsieur HAMMOUCHE Kamal, Maître de Conférences classe A à l'UMMTO de nous avoir fait l'honneur d'accepter de présider le jury de ce mémoire.

Nous exprimons notre reconnaissance à Monsieur MELLAH Rabah, Maître de Conférences classe A à l'UMMTO pour avoir accepté de faire partie du jury d'examen de notre mémoire.

Que Monsieur MAÏDI Ahmed, Maître de Conférences classe A à l'UMMTO trouve ici, nos sincères remerciements pour avoir accepté de faire partie du jury d'examen de notre mémoire.

Nous exprimons également nos vifs remerciements à Monsieur KARA Redouane, Maître de Conférence de classe A à l'UMMTO pour sa présence parmi les membres de jury.

DEDICACES

Je dédie ce travail,

À ma mère,

À ma sœur,

À tous mes frères,

À toute personne qui porte de l'estime pour moi.

Sommaire

Introduction Générale.....	1
Chapitre I : Etat de l'art sur le diagnostic	4
I.1 Introduction.....	4
I.2 Définitions et concepts.....	5
I.3 Procédure de détection et d'isolation des défauts	6
I.4 Principe de diagnostic de défaut	7
I.4.1 Redondances d'informations.....	7
I.4.2 Redondance physique ou matérielle.....	8
I.4.3 Redondance analytique	8
I.5 Présentation des méthodes de diagnostic	9
I.5.1 Diagnostique par traitement du signal.....	9
I.5.2 Méthodes de diagnostic à base de modèles qualitatifs.....	9
I.5.3 Méthodes de diagnostic à base de modèles quantitatifs	10
I.5.4 Méthodes de diagnostic à base de modèle	10
I.5.4.1 Espace de parité	11
I.5.4.2 Méthodes d'estimation paramétrique	11
I.5.4.3 Méthodes de diagnostic à base d'observateurs.....	11
I.6 Principe de génération de résidus à base d'observateurs	12
I.7 Structuration et évaluation des résidus générés à base d'observateur	13
I.7.1 Structure d'observateurs simplifiés.....	13
I.7.2 Structure d'observateurs dédiés (DOS).....	13
I.7.3 Structure d'observateurs généralisés (GOS)	14
I.8 Evaluation des résidus.....	15
I.9 Reconstruction de défauts	16
I.10 Performance d'une procédure de diagnostic	16
I.10.1 Robustesse du diagnostic	16
I.11 Modélisation des systèmes en présences de défauts	17
I.12 Conclusion	18

Chapitre II : Synthèse d'observateurs non linéaires 19

II.1 Introduction	19
II.2 Observabilité.....	20
II.2.1 Observabilité des systèmes linéaires.....	20
II.2.2 Observabilité des systèmes non linéaires.....	20
II.3 Observateurs des systèmes linéaires.....	21
II.3.1 Observateur de Luenberger.....	22
II.3.2 Filtre de Kalman	23
II.3.3 Observateur à entrée inconnue.....	24
II.4 Observateurs des systèmes non linéaires.....	25
II.4.1 Observateur de Luenberger étendu	25
II.4.2 Filtre de Kalman Etendu (EKF).....	25
II.4.3 Observateurs à grand gain.....	26
II.4.4 Observateurs adaptatifs.....	27
II.5 Observateur à mode glissant.....	28
II.5.1 Observateurs à mode glissant pour les systèmes linéaires	30
II.5.2 Observateurs à mode glissant étape par étape.....	33
II.5.3 Observateur à mode glissant des systèmes Lipschiziens	38
II.6 Conclusion	41

Chapitre III : Détection et isolation de défauts à base d'observateurs adaptatifs ... 42

III.1 Introduction	42
III.2 Système linéaire	43
III.2.1 Cas I : Tous les états sont disponibles à la mesure.....	43

III.2.1.1 Génération de résidus	45
III.2.2 Cas II : Seules les sorties sont mesurables	46
III.3 Systèmes non linéaires	50
III.3.1 Cas I : Tous les états sont disponibles à la mesure.....	50
III.3.2 Cas II : Seules les sorties sont mesurables	52
III.4 Détection et isolation de défauts actionneur d'un système à trois cuves	56
III.4.1 Modèle mathématique du système	56
III.4.2 Défaut en présence d'un bruit sur la mesure	60
III.5 Conclusion.....	61
Chapitre IV : Diagnostic de défaut à base d'observateur à mode glissant.....	62
IV.1 Introduction	62
IV.2 Reconstruction de défauts des systèmes linéaires.....	63
IV.2.1 Reconstruction des défauts actionneurs	65
IV.2.2 Reconstruction des défauts capteurs	65
IV.2.3 application sur un modèle d'un avion	67
IV.3 Reconstruction de défauts de systèmes non linéaires par observateurs robustes.....	72
IV.3 .1 Observateurs reconstituteurs de défauts.....	75
IV.3.2 Observateurs reconstituteurs d'entrées inconnues	76
IV.3.3 Etapes de convergence des observateurs	77
IV.3.4 Reconstruction de défaut et des entrées inconnues	81
IV.3 .5 Application pour la reconstruction de défaut actionneur d'un double pendule inversé	81
IV.4 Conclusion	88
Conclusion générale	89
Références bibliographiques	92

Liste des figures

I.1: Procédure de détection et d'isolation des défauts	7
I.2 : Schéma représentant la redondance matérielle	7
I.3 : Principe de diagnostic avec modèle.....	10
I.4 : Schéma de principe du diagnostic des défauts à base d'observateurs	12
I.5 : Structure d'observateur simple	13
I.6 : Structure d'observateurs dédiés	14
I.7 : Structure d'observateurs généralisée	15
I.8 : Différents Types de défauts agissant sur un système.....	17
I.9 : Evolution temporelle des différents types de défauts	18
II.1 : Schéma structurel de l'observateur de Luenberger	22
II.2 : Schéma fonctionnel d'un observateur à mode glissant	29
II.3 : Sorties et leurs estimées.....	32
II.4 : Schéma d'un robot à joint flexible	35
II.5 : Etats et leurs estimés à l'aides d'observateur à mode glissant.....	37
II.6 : Erreur d'estimation entre les états et leurs estimés	38
II.7 : Etats et leurs estimés à l'aides d'observateur à mode glissant.....	41
II.8 : Erreur d'estimation entre les états et leurs estimés	41
III.1 : (a) actionneur en absence de défaut, (b) actionneur affecté par un défaut	43
III.2 : Structure GOS pour la détection et l'isolation de défauts actionneurs.	46
III.3 : Résidu en absence de défaut sur les deux actionneurs	79
III.4: Résidus en présence d'un défaut sur le premier actionneur	50
III.5: Résidus en présence d'un défaut sur le deuxième actionneur.....	50
III.6: Résidus en absence de défauts	55
III.7: Résidus en présence d'un défaut sur le premier actionneur	55
III.8: Résidus en présence d'un défaut sur le deuxième actionneur.....	55
III.9: Schéma d'un système à trois cuves	57
III.10 : Niveaux des trois cuves en absence de défauts.....	57

III.11: Résidus en absence de défauts	58
III.12: Résidus en présence d'un défaut sur le premier actionneur	59
III.13: Résidus en présence d'un défaut sur le premier actionneur	59
III.14: Résidus en présence d'un défaut sur le premier actionneur et en présence de bruits sur la mesure	60
III.15: Résidus en présence d'un défaut sur le deuxième actionneur et en présence de bruits sur la mesure.....	60
VI.1 : Schéma de reconstruction de défauts actionneurs et capteurs	67
IV.2: Reconstructeurs de défauts en présence d'un défaut sur le premier actionneur.	69
IV.3: Reconstructeurs de défauts en présence d'un défaut sur le deuxième actionneur.	69
IV.4: Reconstructions de défauts en présence de défauts sur les deux actionneurs.....	70
IV.5: Reconstruction de défaut de forme trapézoïdale agissant sur la première sortie.....	71
IV.6: Reconstruction de défaut de forme trapézoïdale agissant sur la deuxième sortie.....	71
IV.7: Reconstruction de défaut de forme trapézoïdale agissant sur la troisième sortie.	71
IV.8 : Réseau d'observateurs à mode glissant interconnectés.....	77
IV 9 : Schéma d'un pendule inversé	82
IV.10: Etat réels et états estimés en présence de défaut et en absence d'entrées inconnues.....	83
IV.11: Reconstruction de défaut en absence d'entrées inconnues	84
IV.12: Etats réels et états estimés en absence de défauts et en de présence d'entrées inconnues	85
IV.13: Reconstruction d'entrées inconnues en absence de défauts.....	86
IV.14: Etats réels et états estimés en présence d'entrée inconnue et d'un défaut sur le premier actionneur	86
IV.15: Reconstruction de défaut agissant sur le premier actionneur en présence de l'entrée inconnue d2.	87
IV.16: Etats réels et états observés en présence d'entrée inconnue et d'un défaut sur le premier actionneur.....	87
IV.17: Reconstruction de défaut agissant sur le deuxième actionneur en présence de l'entrée inconnue d1.	88

Introduction générale

La mesure de toutes les grandeurs (variables) d'un procédé physique est souvent primordiale afin de mettre en œuvre des stratégies de commande par retour d'état par exemple, ou bien des stratégies de surveillance et de diagnostic de défauts. Cependant, pour des raisons techniques ou économiques (difficulté d'implémentation ou coût élevé des capteurs) il n'est pas toujours possible d'accéder à toutes les variables d'état représentant ces grandeurs, d'où la nécessité de faire recours à un système dynamique auxiliaire, appelé observateur, qui est chargé d'estimer l'état du système. De manière générale, la synthèse de l'observateur exploite les informations disponibles sur le système réel, à savoir, le modèle dynamique du système, ses entrées et ses sorties mesurées. Dans le cas linéaire, le problème de synthèse d'observateurs est bien maîtrisé. Les solutions apportées telles que l'observateur de Luenberger [1] ou le filtre de Kalman [2] permettent de répondre à toutes les situations. Cependant, le problème d'estimation d'état des systèmes non linéaires reste sans solution dans un grand nombre de cas et cela, malgré les nombreuses méthodes proposées dans ce sens. En effet, les systèmes non linéaires ont des représentations d'état très variées, qui exploitent la structure et les propriétés de la fonction non linéaire qui intervient dans le modèle du système. Il semble donc difficile a priori, étant donné l'état des travaux actuels, de trouver une théorie générale sur l'estimation d'état non linéaire, qui unifierait les approches déjà établies. La technique d'observations basée sur les modes glissants permet la synthèse d'observateurs pour de nombreuses classes de systèmes non linéaires tel que les systèmes Lipchitziens [3], les systèmes à forme triangulaire [4] et même, sous certaines conditions, les systèmes à fortes non linéarités [5]. L'utilisation des observateurs à mode glissant pour les systèmes non linéaires est motivée par leur robustesse aux incertitudes paramétriques. Un autre observateur très répandu dans la littérature est l'observateur adaptatif, ce dernier est utilisé généralement lorsque les paramètres du système ne sont pas tous connus. Il permet d'estimer conjointement les paramètres et les états du système [6], [7].

À cause de l'intérêt considérable porté pour diagnostic, les orientations des travaux de recherche sur l'estimation d'état des systèmes non linéaires vers des objectifs de diagnostic sont de plus en plus importantes. Avant l'apparition des techniques utilisant le modèle du processus ou les informations disponibles sur le processus, le diagnostic notamment la

détection de défauts, se faisait principalement en utilisant la redondance matérielle qui consiste à doubler, tripler voire quadrupler certains composants. Cette redondance matérielle est efficace et rapide mais s'avère coûteuse et encombrante. Pour remédier à ce problème plusieurs méthodes de diagnostic ont été proposées (diagnostic par traitement du signal, diagnostic par estimation paramétrique, diagnostic à base d'observateurs ...etc.).

Les méthodes à base d'observateurs consistent à générer des résidus qui sont calculés en faisant la différence, éventuellement filtrée, entre les sorties réelles et celles estimées par l'observateur. Ces méthodes s'avèrent très efficaces pour la détection et la localisation des défauts. En effet, elles ont connu un essor considérable pour le cas de systèmes linéaires. Des méthodes très performantes permettent aujourd'hui d'accomplir les objectifs d'une détection et d'une localisation de défauts d'une manière efficace et rapide. Néanmoins, l'extension au cas non linéaire demeure particulièrement difficile. Jusqu'à aujourd'hui, il n'existe pas de méthodes générales applicables pour tout système non linéaire. De plus la synthèse d'observateur en vue de diagnostic est beaucoup plus complexe que ce qu'elle en est dans le cas de la commande, dans la mesure où les paramètres d'observateur jouent un rôle aussi sur la manière dont les défauts vont affecter les résidus. Ces derniers doivent être générés d'une manière robuste et éviter ainsi les fausses alarmes qui peuvent être causées par les perturbations ou les bruits. Une autre méthode de diagnostic de défauts à base d'observateurs consiste à utiliser ces derniers, en vue de la reconfiguration de la loi de commande, pour reconstruire les défauts. Plusieurs méthodes ont été alors proposées dans ce sens.

L'objectif de notre mémoire est de dresser, dans un premier temps, un état de l'art sur les observateurs non linéaires et le diagnostic de défauts. Puis, dans une deuxième étape, les méthodes de diagnostic à base d'observateurs à mode glissant et à base d'observateurs adaptatifs seront étudiées. Ces deux méthodes de diagnostic seront illustrées sur des exemples réels.

Notre mémoire s'articule autour de quatre chapitres :

- Le premier chapitre aborde quelques concepts généraux sur le diagnostic. Il sera notamment consacré aux concepts fondamentaux du diagnostic des systèmes à bases de modèles et aux différentes structures de génération de résidus.
- Le deuxième a pour objectif de présenter les différents observateurs existants dans la littérature et leurs méthodes de synthèse. Différentes techniques d'estimation d'état (observateurs à grand gain, observateurs mode glissant...etc.) seront présentés au cours de ce chapitre. Des algorithmes de synthèse d'observateurs robustes, basée la technique des modes glissants, seront élaborés et validés, par simulation, sur des exemples d'application.

- Le troisième chapitre aborde le problème du diagnostic de défauts à base d'observateurs adaptatifs où il sera question de détecter et d'isoler d'éventuels défauts actionneurs pour différents types de systèmes. Nous allons nous focaliser sur les défauts additifs provenant des actionneurs pour des systèmes linéaires et non linéaires. Cette méthode qui est illustrée d'abord sur des exemples académique sera ensuite appliquée pour la détection et l'isolation de défauts actionneurs d'un système hydraulique à trois cuves. Le choix de ce système est justifié par le fait qu'il soit très répandu dans le domaine de diagnostic et qu'il possède de fortes non linéarités. Ce qui permet d'évaluer les performances de cette méthode.

- Le dernier chapitre est dévolu à l'élaboration d'observateurs à mode glissant pour le diagnostic des systèmes linéaires et non linéaires. Avec cette approche, il ne s'agit pas seulement de détecter et d'isoler le défaut, mais aussi de reconstruire l'allure de ce dernier, ce qui permet de déterminer sa nature. Il sera notamment question de déterminer l'existence ou non d'un défaut et de le reconstruire en dépit de la présence des perturbations. Pour les systèmes linéaires, nous allons présenter une méthode de diagnostic à base d'observateurs à mode glissant pour deux types de défauts, actionneurs et capteurs. Cette méthode sera après appliquée sur un modèle linéaire d'un avion. Pour le cas non linéaire nous présenterons une méthode de reconstruction de défauts robuste vis-à-vis d'entrées inconnues. Cette méthode sera illustrée sur un double pendule inversé.

Nous terminerons notre travail par une conclusion générale et quelques perspectives.

Chapitre I :

Etat de l'art sur le diagnostic

I.1 Introduction

Selon, le contexte et le domaine d'application, le mot diagnostic peut avoir plusieurs interprétations. Le diagnostic des procédés industriels a pour objet de trouver la cause d'une défaillance ou d'un défaut, il est défini par les instances internationales de normalisation comme étant un processus d'identification de la cause probable des défaillances à l'aide d'un raisonnement logique fondé sur un ensemble d'informations provenant d'une inspection, d'un contrôle ou d'un test.

De manière générale, lorsqu'on parle de diagnostic des défauts, on se réfère à la procédure de détection et d'isolation de ces derniers, que l'on retrouve souvent sous le nom: FDI (Fault Detection and Isolation). Cette procédure nous permet d'avoir des informations sur l'apparition d'un défaut et sur sa provenance le plus rapidement possible. Les méthodes de détection et de localisation des défauts ont connu un essor considérable depuis le début des années 70 [8], [9]. En effet, de nombreux chercheurs ont investi dans ce domaine proposant alors diverses approches et techniques répondant à la diversité des applications.

Nous proposons dans ce chapitre de faire un état de l'art sur le diagnostic des défauts dans les systèmes physiques. L'intérêt se portera essentiellement sur le problème de détection et

d'isolation des défauts. Il est question, dans un premier temps, de donner les différents concepts et notions rencontrés dans la littérature concernant le diagnostic des défauts, car un bon diagnostic nécessite une bonne compréhension de ces notions. Le principe de base du diagnostic sera alors présenté ainsi que les différentes méthodes proposées dans ce domaine.

D'autre part, nous allons présenter la procédure générale de détection et d'isolation des défauts par les méthodes à base de modèle mathématique. Cette dernière passe par deux étapes essentielles : la génération et l'évaluation du vecteur résidu. Mais auparavant, nous allons introduire la manière avec laquelle aborder un problème FDI. Nous insisterons sur la phase de modélisation du système et des différents défauts et entrées inconnues. Nous aborderons également les critères de performance d'un système FDI et nous nous intéresserons, plus particulièrement, au problème de robustesse.

I.2 Définitions et concepts [7]

Une anomalie est une particularité non conforme à la loi naturelle ou logique.

Une panne est l'inaptitude d'un dispositif à accomplir une fonction requise. Une panne résulte toujours d'une défaillance.

Un défaut est une anomalie de comportement au sein du système. Ce concept est important dans les opérations de surveillance pour la conduite et la maintenance des processus industriels. Tout écart entre la caractéristique observée et la caractéristique de référence est considéré comme étant un défaut. Il est donc clair qu'une défaillance conduit à un défaut. Mais un défaut n'induit pas nécessairement une défaillance. En effet, le dispositif peut conserver son aptitude à accomplir sa tâche principale si les défauts n'ont pas d'impacts sur cette tâche. L'art du diagnostic consiste à détecter de façon précoce un défaut avant qu'il ne conduise à un état de défaillance donc de panne.

Une défaillance est une anomalie altérant ou empêchant l'aptitude d'une unité fonctionnelle à accomplir la fonction souhaitée. Une défaillance correspond à un passage d'un état à un autre,

par opposition à une panne qui est un état. Par abus de langage, cet état de panne on pourra l'appeler mode de défaillance.

Une perturbation consiste en tout phénomène conçu comme normal influençant un processus, non ou mal, représenté par un modèle de référence.

Un résidu est un signal conçu pour être un indicateur d'anomalies fonctionnelles ou comportementales, sensiblement nul en absence de défauts et non nul en leur présence.

Un symptôme est un caractère distinctif d'un état fonctionnel ou comportemental anormal.

Le diagnostic consiste à déterminer le type, la taille, le lieu et l'instant d'occurrence d'un défaut, il suit la détection de défauts et inclut l'isolation et l'identification.

La surveillance est une tâche continue, réalisée en temps réel, qui permet de déterminer l'état d'un système physique, elle consiste en l'enregistrement des informations ainsi qu'en la reconnaissance et l'indication des anomalies du comportement.

La sensibilité représente la capacité d'un système de diagnostic à générer des résidus sensibles aux défauts à détecter. Ces défauts sont généralement caractérisés par une certaine amplitude.

La supervision est la surveillance d'un système physique et la prise de décisions appropriées en vue de maintenir son opération lors de l'apparition de défauts.

I.3 Procédure de détection et d'isolation des défauts

Comme elle est représentée par la figure II.1, La procédure de détection et d'isolation des défauts passe par trois étapes essentielles :

La détection

C'est l'étape qui décide si le système est soumis à un défaut ou pas. Elle consiste dans la plus part des cas à générer le vecteur résidu, qui est nul en fonctionnement normal et est comparé en ligne aux signatures de pannes. La détection est réalisée en vérifiant le dépassement d'un seuil par les résidus.

L'Isolation

Cette étape permet de localiser le défaut et donc de déterminer quelle partie du système est affectée par l'anomalie. La détection de pannes est souvent suivie d'une procédure d'isolation de pannes, qui sert à distinguer (isoler) une panne particulière. Un seul résidu peut suffire pour détecter les pannes, cependant plusieurs résidus (ou un vecteur de résidus) sont souvent requis pour l'isolation de pannes.

L'identification : L'ampleur et le type des défauts sont estimés dans cette phase.

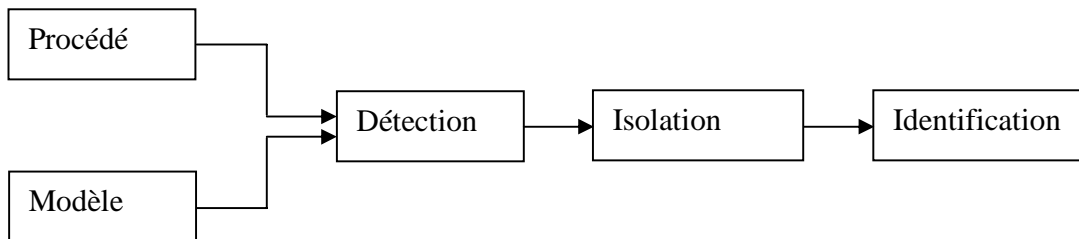


Figure I.1: Procédure de détection et d'isolation des défauts.

I.4 Principe de diagnostic de défaut

I.4.1 Redondances d'informations [10]

Le principe de base du diagnostic des défauts repose sur la notion de redondance, qui fournit au système plusieurs informations différentes sur une même variable. Des tests vont alors permettre de vérifier la cohérence de ces informations. Cependant, il existe deux approches: La première est dite traditionnelle et consiste à ajouter des capteurs afin d'obtenir des informations supplémentaires sur l'état du système. C'est la redondance matérielle.

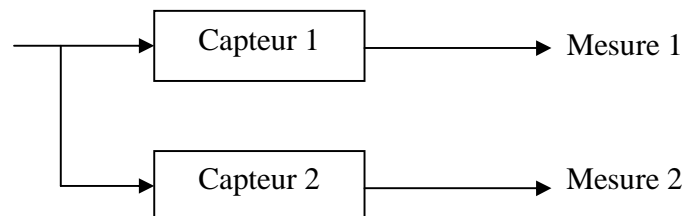


Figure I.2 : Schéma représentant la redondance matérielle.

L'inconvénient majeur de cette approche est le coût additionnel en équipement. La deuxième approche est dite redondance analytique. Elle consiste à développer des algorithmes de détection et de localisation des défauts en utilisant les mesures disponibles sur le système. Une équation de redondance analytique est une équation dans laquelle toutes les variables sont connues. Pour éviter les fausses alarmes ou les manques de détection, ces algorithmes doivent tenir compte des bruits de mesure, des perturbations ainsi que des erreurs de modélisation. Les méthodes basées sur cette approche sont plus simples, plus flexibles, moins coûteuses et plus écologiques que l'approche traditionnelle.

I 4.2 Redondance physique ou matérielle

La redondance physique consiste à utiliser plusieurs actionneurs, capteurs, processeurs et logiciels pour mesurer et/ou contrôler une variable particulière. Un principe de vote est appliqué sur les valeurs redondantes pour décider si une faute est présente ou non. Cette approche entraîne un coût important en instrumentation mais s'avère extrêmement fiable et simple à implanter. Elle est mise en oeuvre essentiellement sur des systèmes à hauts risques tels que les centrales nucléaires ou les avions.

Le diagnostic utilisant la redondance physique se limite à la surveillance des éléments redondants (capteur, actionneurs, ...) présents sur une installation. À l'aide de cette unique technique, il ne sera pas possible de détecter des pannes survenant sur des éléments non redondants.

I 4.3 Redondance analytique

Un complément à la redondance physique consiste à exploiter les contraintes liant les différentes variables du système. Ces contraintes peuvent souvent s'exprimer sous la forme de relations analytiques liant les variables connues (relations d'entrée/sortie ou de sortie/sortie). Ces relations sont appelées relations de redondances analytiques. Le principe de la surveillance consiste à vérifier la fermeture algébrique de ces relations en utilisant les mesures prélevées en ligne sur le système. Le concept de redondance analytique repose sur l'utilisation d'un modèle mathématique du système à surveiller [11]. Pour cette raison, les méthodes utilisant la redondance analytique pour la surveillance sont appelées méthodes à base de modèle. Le principe

de la surveillance utilisant un modèle peut être séparé en deux étapes : la génération de résidus et la prise de décision [12].

I.5 Présentation des méthodes de diagnostic

Selon que l'on dispose, ou pas, d'un modèle mathématique représentatif du système, les méthodes de diagnostic se répartissent en deux grandes classes. Dans le premier cas, on utilise des redondances d'informations et la connaissance fournie par le modèle mathématique pour caractériser le mode de fonctionnement ou l'état du système, puis décider s'il est normal ou anormal. Dans le deuxième cas, c'est l'analyse des données fournies par le système qui permet de décider de son état.

Les méthodes les plus familières aux automaticiens sont les méthodes basées sur l'utilisation de modèles mathématiques. Celles-ci utilisent la redondance existant entre les différentes variables mesurées en termes de relations statiques ou dynamiques.

Dans l'étude qui suit, il sera question de présenter les différentes méthodes de détection et d'isolation des défauts. L'intérêt portera surtout sur les méthodes à base de modèle mathématique.

I.5.1 Diagnostique par traitement du signal

Le traitement et l'analyse d'un signal peuvent être parfois utiles dans le domaine de diagnostic, en effet, La mesure d'un signal indique des oscillations qui peuvent être harmoniques, de nature stochastique ou les deux simultanément. La variation de ces signaux peut être reliée aux défauts.

Ainsi, d'une manière générale, on peut déterminer les caractéristiques d'un signal relatif à un défaut en déterminant par exemple son amplitude. Il existe toutefois d'autres possibilités qui consistent à déterminer les fonctions d'auto corrélation, les transformées de Fourier ou la densité spectrale.

I.5.2 Méthodes de diagnostic à base de modèles qualitatifs

Les modèles qualitatifs permettent d'abstraire le comportement du procédé avec un certain degré d'abstraction à travers des modèles non plus mathématiques mais des modèles de type symbolique. Ces modèles décrivent d'une manière qualitative l'espace d'état continu du

système. Contrairement aux modèles de type numérique, les modèles qualitatifs ne représentent pas la physique du système, mais ils le décrivent en terme de mode de fonctionnement.

I.5.3 Méthodes de diagnostic à base de modèles quantitatifs

Ces méthodes reposent sur l'estimation de l'état, des paramètres ou de l'espace de parité en utilisant des modèles mathématiques du système décrivant le comportement du système. Si l'écart entre ces modèles et les variables du système dépasse un certain seuil, une défaillance est alors détectée. A ce moment, un résidu sera généré et comparé avec toutes les signatures des défauts connues, afin d'isoler et d'identifier la défaillance. Parmi les différentes méthodes de détection et de diagnostic utilisant des modèles mathématiques, nous trouvons principalement celles utilisant l'espace de parité, l'estimation paramétrique et celle à base d'observateurs.

I.5.4 Méthodes de diagnostic à base de modèle

Le principe de ces méthodes consiste à comparer le comportement du système avec le comportement du modèle qualitatif et/ou quantitatif établi. Tout écart est alors synonyme d'une défaillance, comme indiqué dans le schéma de la figure I.3. Il est nécessaire donc d'avoir des connaissances approfondies sur le procédé à diagnostiquer sous la forme d'un modèle représentatif, qui fournit des grandeurs caractéristiques du procédé qui seront constamment comparées aux grandeurs issues du procédé réel.

Selon le type du modèle (qualitatif et/ou quantitatif), on peut distinguer deux branches de méthodes : les méthodes quantitatives issues de la communauté FDI (Fault Detection and Isolation) et les méthodes qualitatives issues des communautés intelligence artificielle. La dissociation entre les méthodes qualitatives et les méthodes quantitatives n'implique pas que ces deux aspects sont disjoints. En réalité, ces deux types d'approche peuvent coexister au sein d'une même méthode de diagnostic.

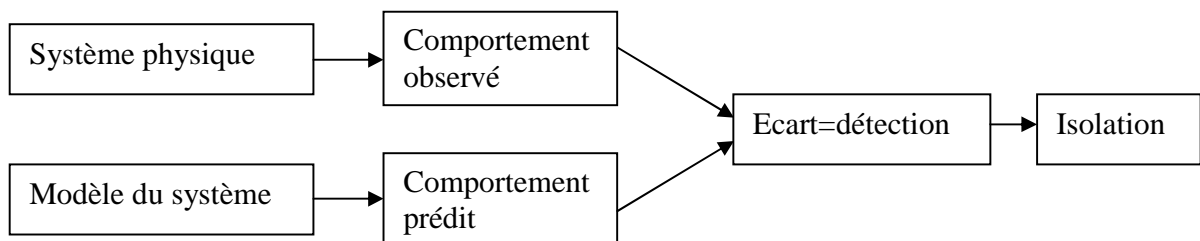


Figure I.3 : Principe de diagnostic avec modèle

I.5.4.1 Espace de parité

Cette méthode est utilisable à la fois dans le cas des systèmes déterministes et dans le cas des systèmes stochastiques. Elle s'appuie sur l'élaboration de signaux permettant de tester la cohérence des mesures par rapport à leurs valeurs calculées à l'aide d'un modèle (on parle aussi de consistance des mesures, de leur parité). D'un point de vue général, la méthode consiste à vérifier les relations algébriques entrées/sorties du modèle en utilisant les mesures réelles. Pour cela, les signaux recueillis sur le système sont injectés dans les relations entrées/sorties et les signaux ainsi créés sont utilisés comme résidus. La méthode a été développée au début pour le cas statique, puis elle a été généralisée plus tard pour le cas des systèmes dynamiques. Cette généralisation utilise la redondance temporelle, c'est à dire des relations faisant intervenir les valeurs des sorties des capteurs et les entrées des actionneurs à différents instants. Enfin, la redondance fréquentielle est également utilisée.

I.5.4.2 Méthodes d'estimation paramétrique

Quand la structure du modèle est connue la détection et la localisation des défauts peuvent être effectuées en utilisant des techniques d'identification. L'idée de base consiste à estimer les paramètres du système en temps réel et de les comparer aux paramètres non affectés par les défauts [13]. Pour cela on doit établir un modèle mathématique du système à diagnostiquer et décrire toutes les relations qui existent entre les constantes physiques et les paramètres du modèle, puis estimer les paramètres du système ainsi que ceux du modèle à partir des entrées et sorties du système. Le vecteur de résidus est obtenu en faisant la différence entre les grandeurs estimées et les valeurs nominales.

I.5.4.3 Méthodes de diagnostic à base d'observateurs [14]

Cette approche s'appuie sur une bonne connaissance du modèle et de ses paramètres, et nécessite l'intégration des diverses relations qui, contrairement aux relations de parité, sont différentielles. Le diagnostic de défaut à base d'observateurs est basé sur le principe de génération de résidus en comparant les grandeurs disponibles du système réel aux grandeurs estimées (issues de l'observateur). L'état du système est reconstruit en se recalant à l'aide de certaines mesures [15], le gain de l'estimateur dépendant des objectifs et des performances désirées. Dans le cas des systèmes linéaires, la structure de base des reconstructeurs est toujours

la même, un modèle parallèle corrigé à l'aide de l'erreur d'estimation multipliée par un gain adéquat, mais dans le cas non linéaires le problème s'avère difficile.

En diagnostic, la construction d'observateur est beaucoup plus complexe que ce que il en est dans le cas de commande dans la mesure où les paramètres d'observateurs jouent un rôle aussi sur la manière dont les défauts vont affecter les résidus. En plus d'assurer la stabilité, ces paramètres doivent permettre de structurer les résidus afin de localiser les défauts. Cependant, pour ce type de stratégie, si une anomalie apparaît, elle affecte en général toutes les composantes du vecteur résidus ; de ce fait, le problème de localisation est plus complexe que ce qu'il en est dans le cadre de l'espace de parité. Pour résoudre ce problème, une solution consiste à construire des bancs d'observateurs où chacun d'entre eux surveille un défaut.

I.6 Principe de génération de résidus à base d'observateurs

Le principe de génération de résidu à base d'observateur consiste à estimer une partie ou l'ensemble des grandeurs mesurables du système à surveiller. Le résidu est calculé alors en faisant la différence, éventuellement filtrée, entre les sorties réelles et celles estimées. L'observateur revient alors à un modèle parallèle au système avec une contre réaction qui pondère l'écart de sortie. Ce principe est illustré sur la figure I.4. Cette approche offre des propriétés très intéressantes car elle donne lieu à des résidus très flexibles et la souplesse, dans le choix des paramètres, permet de s'affranchir de certaines entrées inconnues, améliorant ainsi les caractéristiques des résidus telles que leur robustesse vis à vis des perturbations et leur sensibilité aux défauts.

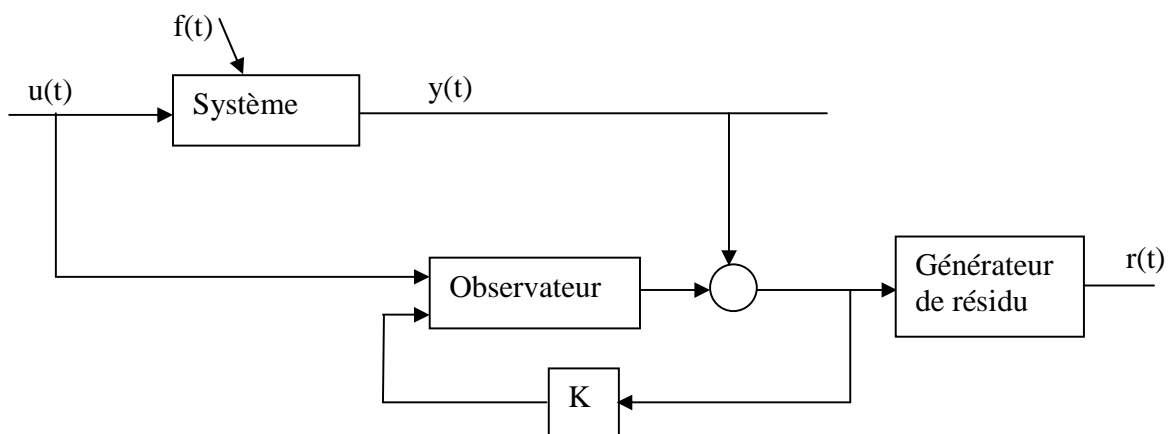


Figure I.4 : Schéma de principe du diagnostic des défauts à base d'observateurs.

I.7 Structuration et évaluation des résidus générés à base d'observateur

Il est important d'obtenir une structure du résidu permettant son évaluation. Les résidus doivent être produits, de manière que pour chaque défaut un ou un ensemble de résidus soient affectés.

Cependant, même si l'apparition de défauts multiples est peu probables, les résidus doivent être capables de situer chacun des défauts arrivant simultanément, en occurrence, il devrait être garanti que le recouvrement des effets résultants de la combinaison des défauts ne mène pas à une décision fautive, par exemple détection manquée d'un défaut ou mauvaise isolation du défaut. Il existe plusieurs manières de définir les résidus structurés afin de parvenir à une évaluation correcte du résidu. Les résidus structurés sont conçus de manière à être chacun affecté par un sous ensemble de défaut et robuste (non affecté) par rapport aux défauts restantes. Ainsi, lorsqu'une défaillance apparaît, seul un sous ensemble de résidus réagit. Le résidu est dit structuré par rapport à un vecteur de défaillances f_1 s'il n'est affecté que par les défaillances f_1 et s'il est robuste aux autres. Dans la littérature, on distingue trois structures de génération de résidus à base d'observateur ou chacune est définie par un schéma particulier [16].

I.7.1 Structure d'observateurs simplifiés

Dans cette structure le banc est constitué d'un seul observateur. Il est synthétisé de façon à n'être sensible qu'à un groupe de défauts. Dans le cas où un des défauts auquel il est sensible apparaît alors les estimations seront faussées. Dans le cas contraire, elles seront exactes.

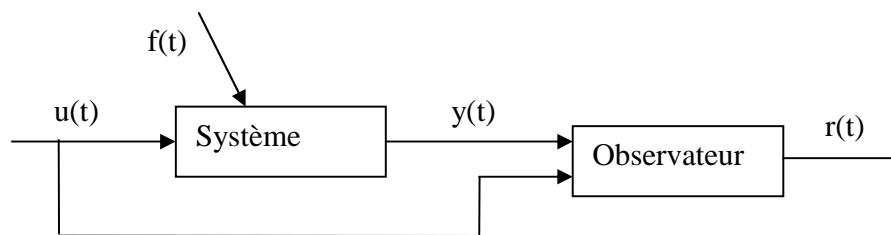


Figure I.5 : Structure d'observateur simple.

I.7.2 Structure d'observateurs dédiés (DOS)

Dans ce type de structure, il est question de construire autant d'observateur que de défaut à détecter, chacun d'entre eux génère un résidu insensible à tous les défauts sauf un. Ainsi,

l'observateur recevant une mesure défaillante fournit une mauvaise estimation des variables estimées, tandis que les estimations des autres observateurs convergent vers les mesures des sorties correspondantes sauf sur la sortie erronée. Ce schéma reste valable même dans le cas de plusieurs défauts simultanés.

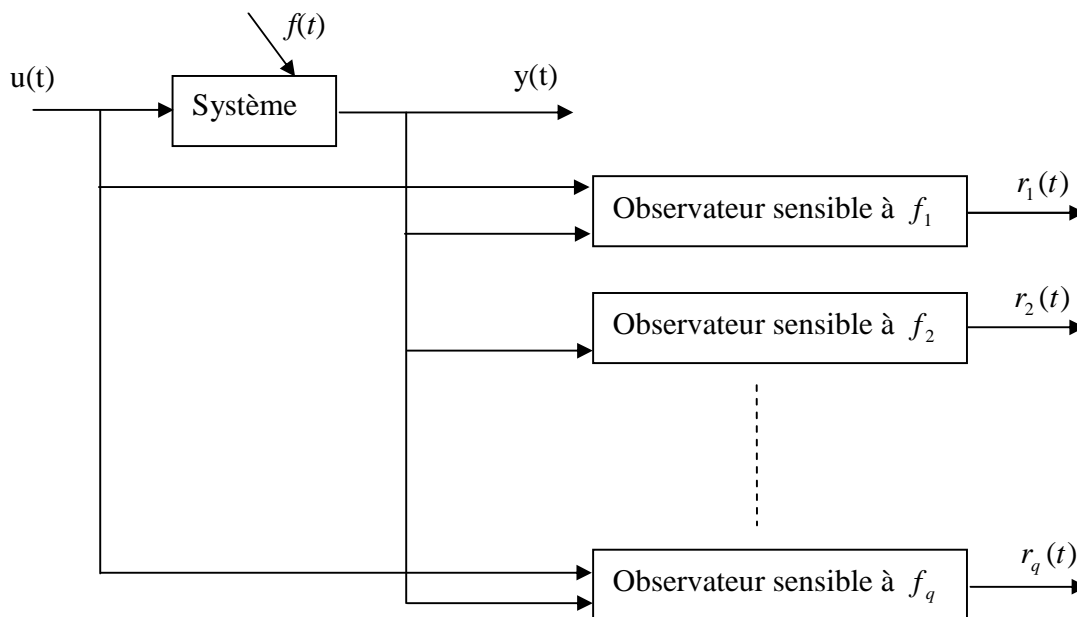


Figure I.6 : Structure d'observateurs dédiés.

Mais, si cette structure donne parfois des bons résultats sa conception reste très limitée car elle ne permet pas de s'affranchir des entrées inconnues et des bruits

I.7.3 Structure d'observateurs généralisés (GOS)

Dans ce genre de structure, il s'agit de synthétiser un certain nombre d'observateurs où chacun d'entre eux étant insensible à un seul défaut. Si un défaut apparaît alors, toutes les estimations d'états seront erronées sauf celles issues de l'observateur insensible à ce seul défaut. Ce schéma offre plus de degrés de liberté pour la conception de l'observateur et permet d'augmenter la robustesse. Cependant, en plus de ne pas être généralement pas capables de résoudre les problèmes de localisation des défauts, La problématique de cette approche reste dans les interactions entre les sous-systèmes. En effet, si ces interactions sont faibles (voire nulle), un défaut n'affectera que l'estimation de l'observateur local correspondant. Il est alors possible de

localiser le composant défaillant. En revanche, si les interactions sont grandes, un défaut d'un des composants se propagera aux observateurs des autres composants.

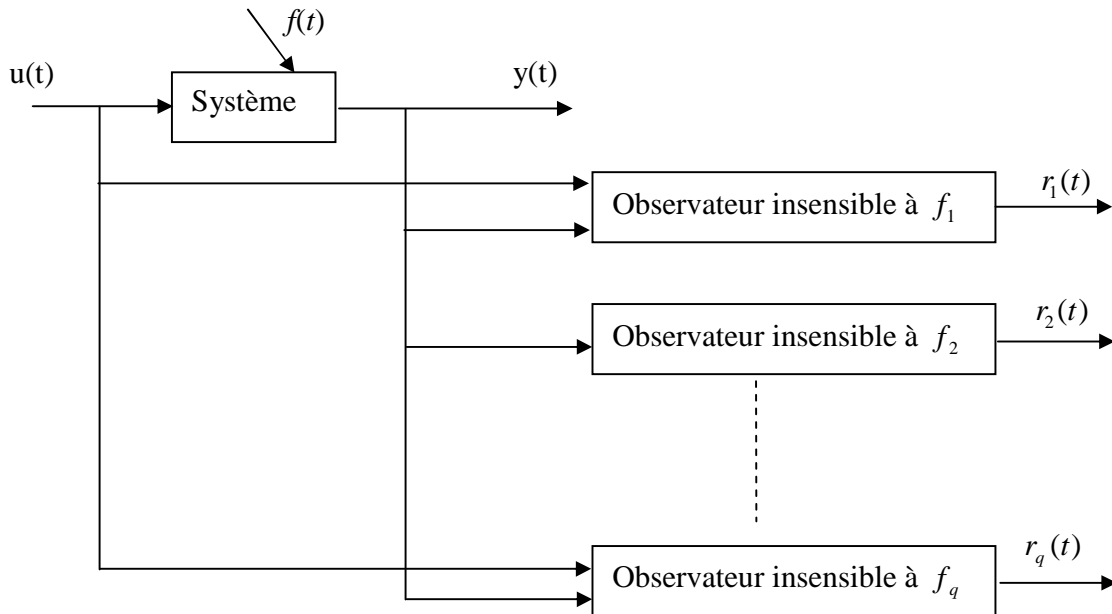


Figure I.7 : Structure d'observateurs généralisée

I.8 Evaluation des résidus

Le résidu converge vers une valeur proche de ou égale à zéro, dans le cas sans défaut et quitte d'une manière significative cette valeur après l'occurrence d'un défaut. Il est lié à la différence entre les sorties mesurées et leurs estimées par l'équation ; $r_i = O(\hat{y}_i - y_i)$, où r_i est le résidu correspondant à la $i^{\text{ème}}$ sortie et O est un opérateur mathématique (dérivé, norme, moyenne etc.). Selon le nombre de résidus et l'expression de l'opérateur O , il est possible de détecter et d'isoler les défauts. La plupart des méthodes de diagnostic à base de modèle incorporent deux étapes séquentielles pour résoudre un problème FDI [17] :

- génération du résidu.
- évaluations du résidu.

Un résidu structuré est caractérisé par la propriété suivante : le résidu répond seulement à un sous-ensemble de défauts spécifique, et pour chaque défaut seul un sous-ensemble spécifique de résidus répond.

I.9 Reconstruction de défauts

Au lieu de générer des résidus pour détecter et isoler le défaut, il est par fois plus intéressant de savoir leurs natures et leurs grandeurs. Le problème de reconstruction et d'estimation de défauts (FRE) est différent de la majorité des méthodes FDI décrites précédemment, dont la mesure où le but n'est pas de détecter et d'isoler le défaut mais de l'estimer. Cette approche est très utilisée dans le cas des défauts variants lentement, qui sont très difficile à détecter, et pour la synthèse de commande tolérant aux faut. La reconstruction de défauts à bases d'observateur est très répondeue dans la littérature et de nombreux travaux ont été fait dans ce sens [18].

I.10 Performance d'une procédure de diagnostic

L'étape de détection est très importante dans le processus de diagnostic des systèmes. Si cette étape n'est pas correctement réalisée, des défauts peuvent être mal ou pas détectés ou que des fausses alarmes peuvent apparaître. L'efficacité de la détection passe aussi par sa robustesse face aux incertitudes du modèle.

Ptton et al [11] donnent un cadre pour les performances d'un système de détection dans le quel ils définissent certaines qualités comme la rapidité de détection, la minimisation des fausse alarmes et la minimisation des mauvaises détections.

Ainsi les performances attendues d'une procédure de détection et d'isolation de défauts reposent sur la définition de critères qualitatifs de la méthode de diagnostic, se décomposant en critères à minimiser tel que le retard à la détection et le taux de fausse alarme et de mauvaise détection et en critères à maximiser tel que la sensibilité à des défauts de faible amplitude et l'insensibilité aux bruits et aux perturbations mais aussi aux incertitude sur les paramètres du modèle.

I.10.1 Robustesse du diagnostic

Certains phénomènes physiques peuvent ne pas être décrits par des modèles suffisamment précis et ces erreurs de modélisation risquent de fausser les décisions à prendre quant à l'existence ou non d'un défaut. De plus, les paramètres peuvent varier au cours du temps, les caractéristiques des perturbations et des bruits sont inconnues ce qui fait que, même dans le cas d'un fonctionnement normal, les résidus générés à partir de ce modèle ne sont pas nuls. Les

décisions prises à partir de ces résidus peuvent conduire à des fausses alarmes voire à des mauvaises détections.

La notion de robustesse a été introduite très tôt dans la littérature du diagnostic par de nombreux auteurs et devient ensuite un des thèmes central dans les travaux concernant le diagnostic. Patton et al [11] définissent la robustesse d'un système de diagnostic comme un degré pour lequel, les performances du système de diagnostic ne sont pas affectées par des conditions opératoires différentes de celles supposées, a priori, lors de la conception.

La robustesse apparaît donc, comme le rapport entre une sensibilité maximale vis-à-vis du défaut recherché et une sensibilité minimale vis-à-vis des autres défaillances (variations de paramètres, modification de structure, bruits, ...). Un système de diagnostic robuste, est donc un système qui maximisera les effets des défaillances, afin de permettre un niveau de performance du diagnostic identique quelles que soient les conditions opératoires.

I.11 Modélisation des systèmes en présences de défauts

Dans les méthodes de diagnostic à base de modèles, notamment celles à base d'observateurs, il est nécessaire d'établir un modèle mettant en évidence les effets des défauts et des perturbations agissants sur le système pour pouvoir différencier entre les défauts et surtout d'augmenter l'insensibilité des résidus vis-à-vis des perturbations. Comme le montre la figure II-8 les défauts peuvent être répartis en trois classes.

Défauts actionneurs : modélisés en général comme des signaux additifs aux signaux d'entrée, ils agissent au niveau de la partie opérative et détériore ainsi le signal d'entrée du système.

Défauts systèmes : modélisés en général comme des dynamiques additionnelles avec une matrice de distribution, ils s'identifient par la modification des caractéristiques du système.

Défaut capteur : modélisés en général par des signaux additifs aux signaux de sortie, ils fournissent une mauvaise image de l'état physique du système.

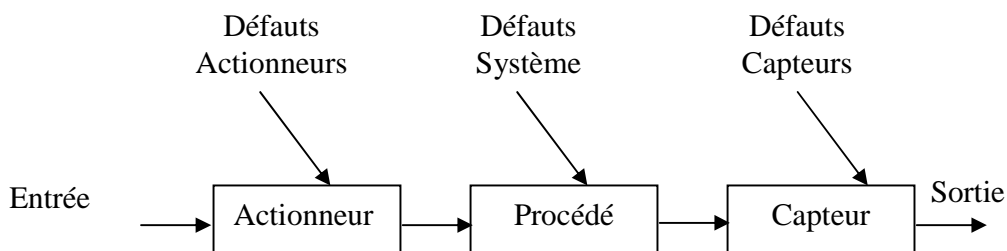


Figure I.8 : Différents Types de défauts agissants sur un système.

Type de défauts les défauts peuvent être différenciés selon leur forme et leur comportement dans le temps. En générale on distingue trois types :

Défaut abrupt : il est caractérisé par une discontinuité de l'évolution temporelle de la variable, il correspond à une panne brutale (disfonctionnement totale partiel d'un élément).

Défaut intermittent : Ce défaut est un cas particulier de défaut abrupt avec la propriété particulière que le signal revient de façon aléatoire à sa valeur normale. Ce type de défauts caractérise les faux contacts.

Défaut graduel Ce défaut a un comportement temporel lent se qui le rend difficile à détecter, il caractérise un encrassement ou une usure d'une pièce.

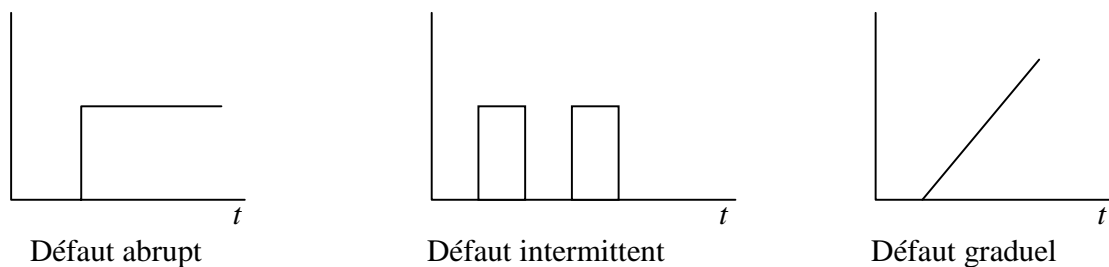


Figure I.9 : Evolution temporelle des différents types de défauts

I.12 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons établi d'une manière globale un état d'art sur le diagnostic de défauts en présentant les principales méthodes de diagnostic. Les méthodes FDI à base d'observateurs nécessitent de faire un bon choix d'observateurs et de structures de génération résidus à utiliser. Ces choix dépendent à la fois de la nature du système à diagnostiquer (linéaires ou non linéaires) et de type de défauts.

Chapitre II :

Synthèse d'observateurs non linéaires

II.1 Introduction

La disponibilité des toutes les variables d'états pour la mesure directe est rarement vérifiée dans la pratique. Il existe dans la plupart des cas un vrai besoin d'une estimation fiable des variables non mesurées, particulièrement quand elles sont employées pour la synthèse de lois de commande ou pour la surveillance des processus. En effet, l'état d'un système peut correspondre à une grandeur physique que l'on ne peut pas toujours mesurer directement ; l'élaboration d'une loi de commande ou la détermination d'une défaillance d'un composant d'un système passent souvent par l'accès à la valeur d'un ou plusieurs de ses états. Pour cela, il s'avère nécessaire de concevoir un système auxiliaire appelé, observateur, qui se charge de reconstruire les états non mesurables en exploitant les informations disponibles, à savoir le modèle dynamique du système, ses sorties mesurées et éventuellement ses entrées.

Contrairement au problème de synthèse d'observateurs d'état des systèmes linéaires qui a été entièrement résolu. Le cas des systèmes non linéaires est plus difficile et beaucoup moins systématique. C'est la raison pour laquelle, de nombreux travaux ont abordé ce problème, dans la littérature, en se basant sur des classes spécifiques de systèmes non linéaires.

Dans cette section nous allons présenter quelques méthodes de synthèse d'observateurs de systèmes linéaires et non linéaires. Mais auparavant, nous allons parler d'un concept important dans le domaine de la reconstruction d'état, qui est celui de l'observabilité.

II.2 Observabilité

L'observabilité d'un processus est un concept très important dans le domaine d'estimation de l'état. En effet, pour reconstruire les états inaccessibles d'un système, il faut savoir, a priori, si les variables d'état sont observables ou non. L'observabilité d'un système est la propriété qui permet de dire si l'état peut être déterminé uniquement à partir de la connaissance des signaux d'entrées et de sorties. Dans le cas des systèmes non linéaires, la notion d'observabilité est liée aux entrées (via la notion d'entrée uniforme) et aux conditions initiales (via la notion de distinguabilité). Les résultats classiques que l'on peut trouver dans la littérature [19] [20] sont rappelés dans cette partie.

II.2.1 Observabilité des systèmes linéaires

Soit un système continu décrit par l'équation d'état déterministe suivante:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{II.1})$$

Où les vecteurs $x(t) \in R^n$, $u(t) \in R^m$ et $y(t) \in R^p$ représentent respectivement l'état, la commande et la sortie du système. Les matrices A , B et C sont des matrices constantes de dimensions appropriées. L'observabilité du système linéaire (II.1) est garantie si et seulement si :

$$\text{rang}(O) = \text{rang} \begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{(n-1)} \end{pmatrix} = n \quad (\text{II.2})$$

Par conséquent le système linéaire (II.1) est observable, si le rang de la matrice d'observabilité O est égal à la dimension n de ce système. Dans le cas où le rang de la matrice O est inférieur à n on parle alors, d'observabilité partielle.

II.2.2 Observabilité des systèmes non linéaires :

Pour les systèmes non linéaires, étant donné l'espace de l'état $X \subseteq R^n$ et l'ensemble U des entrées, la notion d'observabilité est basée sur la possibilité de différencier deux conditions initiales distinctes. On parlera ainsi de la distinguabilité d'un couple de conditions initiales. On considère le système non linéaire donnée par :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (\text{II.3})$$

Où les vecteurs $x(t) \in R^n$, $u(t) \in R^m$ sont respectivement le vecteur d'état et de commande

Définition : (Distinguable) : Deux états initiaux $x_0^1, x_0^2 \in X$ tel que $x_0^1 \neq x_0^2$ sont dits distinguables dans X si $\exists t \geq 0$ et entrée admissible $u : [0, t] \rightarrow U$ telle que les trajectoires des sorties $y(t, x_0^1, u(t))$ et $y(t, x_0^2, u(t))$ issues, respectivement de x_0^1 et x_0^2 , restent dans X pendant la durée $[0, t]$ et vérifient $y(t, x_0^1, u(t)) \neq y(t, x_0^2, u(t))$. Dans ce cas, on dira que u distingue x_0^1 et x_0^2 dans X .

Définition : (Observabilité et observabilité locale faible) : Un système est observable en $x_0^1 \in X$ si tout autre état $x_0^2 \neq x_0^1$ est distinguable de x_0^1 dans X . un système est globalement observable si il est distinguable en tous point de X . Un système est localement faiblement observable en $x_0^1 \in X$, s'il existe un voisinage $X'(x_0^1) \subset X$ contenant x_0^1 , tel que pour tout voisinage $X'' \subset X'(x_0^1)$ de x_0^1 , pour tout point $x_0^2 \in X''(x_0^2)$, les couples (x_0^1, x_0^2) sont distinguables et les trajectoires $y(t, x_0^1, u(t))$ et $y(t, x_0^2, u(t))$ évoluent à l'intérieur de $X''(x_0^1)$.

Dans la pratique, ces notions sont relativement difficiles à vérifier et souvent on fait recours à la linéarisation du système au tour d'un point d'équilibre pour s'affranchir de l'observabilité ou pas du système au voisinage de ce point d'équilibre.

Définition : (Observabilité au sens du rang) : On dit que la paire (f, h) est observable au sens du rang si :

$$\text{Rang}\{dh, dL_f h, \dots, dL_f^{n-1} h\}^T = n \quad (\text{II.4})$$

Où l'écriture de $dL_f^k h$ est donnée par le vecteur :

$$dL_f^k h = \left(\frac{\partial L_f^k h}{\partial x_1}, \frac{\partial L_f^k h}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial L_f^k h}{\partial x_n} \right)$$

II.3 Observateurs des systèmes linéaires

Une solution simple et optimale au problème de l'estimation de l'état des systèmes linéaires a été proposée par Luenberger dans le cadre déterministe, et par Kalman dans le cadre stochastique. Dans les deux cas, on considère le modèle dynamique du système linéaire défini par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Lw(t) \\ y(t) = Cx(t) + v(t) \end{cases} \quad (\text{II.5})$$

Où $x(t) \in R^n$, $u(t) \in R^m$, $y(t) \in R^p$, $w(t) \in R^r$ et $v(t) \in R^p$ sont deux bruits blancs gaussiens d'espérance nulle, de covariances respectives Q et R . Ces bruits sont supposés non corrélés. Les matrices du système sont de dimensions appropriées, et les conditions initiales sont définies par $x(0) = x_0$.

II.3.1 Observateur de Luenberger

La théorie de l'observation de Luenberger repose essentiellement sur des techniques de placement de pôles. On se place dans le cas déterministe, où les bruits w et v sont nuls, Luenberger propose l'observateur suivant pour le système (II.5) :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + K(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad (\text{II.6})$$

La dynamique de l'erreur d'estimation $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ a pour expression :

$$\dot{e}(t) = (A - KC)e(t) \quad (\text{II.7})$$

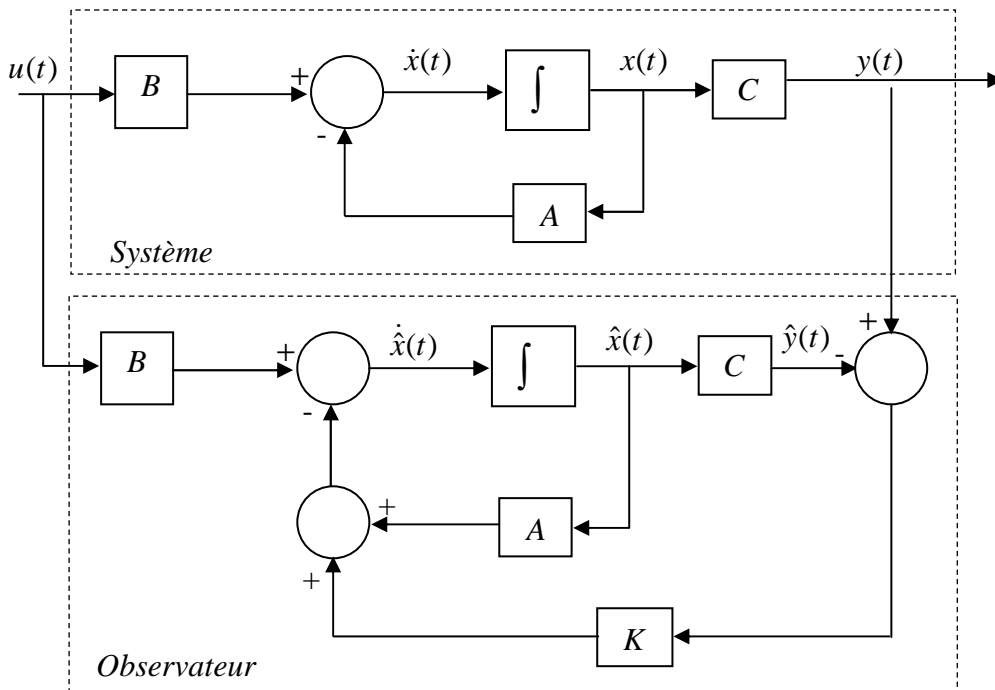


Figure II.1 : Schéma structurel de l'observateur de Luenberger

En utilisant une technique de placement de pôles, il suffit alors de choisir le gain K de l'observateur de telle sorte que les valeurs propres de la matrice $A - KC$ soit dans le demi-plan complexe gauche. Pour ce type d'observateur, une grande liberté est laissée au choix des valeurs propres, mais en pratique on choisit une dynamique d'erreur plus rapide que celle du processus. Cependant on ne peut les prendre infiniment grandes pour deux raisons essentielles : on ne peut utiliser que des gains réalisables et l'augmentation de la bande passante du reconstituteur ne permet plus de négliger les bruits qui deviennent prépondérants en hautes fréquences.

Il faut noter qu'en présence de bruits w, v , la dynamique de l'erreur est régie par l'équation :

$$\dot{e}(t) = (A - KC)e(t) + w(t) - Kv(t) \quad (\text{II.8})$$

Cette erreur est donc sensible aux bruits par l'intermédiaire des deux fonctions de transfert $(sI - A + KC)^{-1}L$ et $(sI - A + KC)^{-1}K$. L'étude du gain fréquentiel permet de quantifier l'influence des bruits sur l'erreur d'observation.

II.3.2 Filtre de Kalman [2] [21]

La théorie de l'observation de Kalman nécessite, quant à elle, la résolution d'une équation de Riccati. Kalman utilise les propriétés statistiques des bruits w et v et propose la structure d'observateur suivante :

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + K(y(t) - C\hat{x}(t)) \quad (\text{II.9})$$

En minimisant la matrice de covariance de l'erreur d'estimation $P = E[e(t)e(t)^T]$, on obtient l'expression du gain de l'observateur :

$$K = PC^T R^{-1} \quad (\text{II.10})$$

Où P est solution de l'équation de Riccati :

$$AP + PA - PC^T R^{-1} CP + LQL^T = 0 \quad (\text{II.11})$$

Sous certaines conditions, on peut montrer que la matrice P tend vers une limite et que le filtre est stable, ce qui permet éventuellement de conserver pour K sa valeur en régime permanent.

II.3.3 Observateur à entrée inconnue

La théorie d'observateur à entrée inconnue est applicable à la classe des systèmes linéaires (II.1). Seulement cette fois, les entrées inconnues interviennent dans le modèle du système :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ed(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{II.12})$$

Où $d(t) \in R^q$ est une entrée inconnue et E est une matrice de rang plein de dimension appropriée.

Pour le système (II.12) on dit qu'un observateur est à entrée inconnue si l'erreur d'estimation tend vers zéro en présence d'entrées inconnues. Sa structure est donnée par [22]:

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Fz(t) + TBu(t) + Ky(t) \\ \hat{x} = z(t) + Hy(t) \end{cases} \quad (\text{II.13})$$

Où $z(t) \in R^n$ est le vecteur d'état de l'observateur et $\hat{x}(t) \in R^n$ est le vecteur d'état estimé du système, les matrices F , T , K et H qui seront déterminées pour stabiliser l'observateur et découpler les entrées inconnues. En posant $K = K_1 + K_2$, la dérivée de l'erreur d'estimation par rapport au temps sera donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) = (A - HCA - K_1C)e - [F - (A - HCA - K_1C)]z(t) \\ - [T - (I - HC)]Bu(t) - (I - HC)Ed(t) - [K_2 - (A - HCA - K_1C)H]y(t) \end{aligned} \quad (\text{II.14})$$

Ainsi les conditions permettant le découplage de l'entrée inconnue sont :

$$(HC - I)E = 0$$

$$T = I - HC$$

$$F = A - HCA - K_1C$$

$$K_2 = FH$$

$$K = K_1 + K_2$$

Si ces conditions sont satisfaites alors l'erreur dynamique sera :

$$\dot{e}(t) = Fe(t)$$

Afin que l'erreur d'estimation tende asymptotiquement vers zéro, les valeurs propres de F doivent être à partie réelle négative. Les conditions nécessaires et suffisantes pour l'existence d'un tel observateur pour un système décrit par l'équation (II.12) sont [13]:

$$- \text{Rang}(CE) = \text{Rang}(E)$$

$$- (C, A_r) \text{ est stable, } A_r = A - E[(CE)^T CE]^{-1} (CE)^T CA.$$

La première condition signifie que le nombre de lignes linéairement indépendantes de la matrice C ne doit pas être inférieur au nombre de colonnes linéairement indépendantes de la matrice E , c'est-à-dire, le nombre de mesures indépendantes doit être supérieur ou égal au nombre d'entrées inconnues à découpler.

II.4 Observateurs des systèmes non linéaires

II.4.1 Observateur de Luenberger étendu

L'observateur de Luenberger étendu intervient, soit au niveau du système original avec un gain constant, soit par le biais d'un changement de coordonnées avec un gain dépendant de l'état à estimer. Dans le premier cas, un modèle linéarisé est nécessaire, et le gain de l'observateur est calculé par placement de pôles. Ce type d'observateur ne peut être utilisé que lorsque on est sûr que l'état restera au voisinage de l'état d'équilibre. Pour cette raison, l'utilisation de cet observateur peut être compromise par les instabilités qui peuvent se révéler si l'on s'éloigne du point de fonctionnement. Dans le deuxième cas, les méthodes de changement de coordonnées ne concernent qu'une classe restreinte de systèmes non linéaires. En effet, beaucoup d'approches utilisant les changements de coordonnées nécessitent l'intégration d'un ensemble d'équations aux dérivées partielles non linéaires, ce qui est souvent très délicat à réaliser. De ce fait, l'utilisation de solutions approchées est envisageable.

II.4.2 Filtre de Kalman Etendu (EKF)

Le filtre de Kalman étendu est l'une des techniques d'estimation les plus populaires et largement étudiées dans le domaine d'estimation d'état des systèmes dynamiques non linéaires. Ce filtre étendu consiste à utiliser les équations du filtre de Kalman standard au modèle non linéaire linéarisé par la formule de Taylor au premier ordre.

Ce filtre étendu a été appliqué avec succès sur différents types de procédés non linéaires. Malheureusement, les preuves de stabilité et de convergence établies dans le cas des systèmes linéaires, ne peuvent être étendues de manière générale au cas des systèmes non linéaires. Dans un environnement déterministe, une preuve de la convergence du filtre de Kalman étendu a été établie dans [23] et [24] pour la classe des systèmes non linéaires à temps discret. Cependant, cette convergence n'est que locale. L'analyse de la convergence de cet estimateur reste, à l'heure actuelle, un problème ouvert.

II.4.3 Observateurs à grand gain

Les techniques dites à grand gain peuvent être appliquées sans transformation du système initial. Dans ce cas, la conception de l'observateur se fait directement à partir de la structure du système. Cette technique utilise la théorie de stabilité de Lyapunov pour adapter les techniques développées dans le cas linéaire. La méthode présentée dans [25] donne des conditions suffisantes de convergence de l'état estimé vers l'état réel du système, pour la classe des systèmes non linéaires décrits par le modèle suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + f(u(t), x(t)) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad (\text{II.15})$$

La dynamique de l'état comporte une partie linéaire non commandée et une partie non linéaire commandée, vérifiant en général la condition de Lipschitz par rapport à x

$$\|f(x_1) - f(x_2)\| \leq k\|x_1 - x_2\| \quad (\text{II.16})$$

L'observateur à grand gain possède la structure suivante:

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + f(\hat{x}(t), u(t)) + K(y(t) - C\hat{x}(t)) \quad (\text{II.17})$$

L'appellation grand gain provient de la structure de l'observateur : lorsque la fonction non linéaire possède une grande constante de Lipschitz, la moindre erreur entre l'état réel et l'état estimé va se répercuter et croître. Par conséquent, le gain K de l'observateur (II.17) doit être important pour compenser cette amplification de l'erreur.

La dynamique de l'erreur d'estimation $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ se déduit de (II.15) et (II.17) :

$$\dot{e}(t) = (A - LC)e(t) + f(x(t), u(t)) - f(\hat{x}(t), u(t)) \quad (\text{II.18})$$

Il a été démontré dans [26] que si le gain K est choisi telle que :

$$k < \frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)} \quad (\text{II.19})$$

Où k est la constante de Lipschitz de $f(x(t), u(t))$, $\lambda_{\min}(Q)$ et $\lambda_{\max}(Q)$ sont les valeurs propres maximales et minimales. Q est une matrice symétrique définie positive et P est une matrice définie positive, solution de l'équation de Lyapunov :

$$(A - KC)^T P + (A - KC) = -Q \quad (\text{II.20})$$

Alors (II.17) est un observateur asymptotique du système non linéaire (II.15).

La synthèse de l'observateur consiste à ajuster les matrices P , Q et K de façon à garantir l'égalité (II.20). Ensuite, on vérifie si la condition (II.19) est satisfaite. Ainsi, et malgré l'intérêt du résultat, cette méthode n'est pas constructive, elle ne donne aucune indication sur le choix d'un gain satisfaisant la condition (II.19). Cette approche a été étendue par plusieurs auteurs. Pour simplifier le problème on peut remplacer la matrice Q par une matrice identité ; et cela revient à choisir un gain K qui satisfait :

$$k < \frac{1}{\lambda_{\max}(P)} \quad (\text{II.21})$$

Ces techniques dites à grand gain sont très répandues dans la littérature. Il s'agit principalement de techniques de vérification, qui permettent d'établir des conditions suffisantes de convergence de l'état estimé vers l'état réel. La structure de l'observateur non linéaire est une structure de Luenberger étendue au cas non linéaire.

II.4.4 Observateurs adaptatifs

Pour les modèles paramétriques on a parfois besoin d'estimer conjointement l'état et les paramètres inconnus. Un tel algorithme porte le nom d'observateur adaptatif [27]. Un observateur adaptatif est donc, un algorithme récursif qui permet d'estimer l'état d'un système dynamique ou ses paramètres inconnus ou les deux conjointement. Les études sur les observateurs adaptatifs ont d'abord été motivées par la commande adaptative, et plus récemment par la détection et le diagnostic de pannes dans des systèmes dynamiques. Dans le cas linéaire la conception des observateurs adaptatifs est étudiée depuis les années 70 et l'observateur proposé intègre l'erreur de sortie avec adaptations des paramètres. Puis on a proposé des observateurs à convergence exponentielle basés sur la minimisation d'un critère spécifique. Pour les systèmes non linéaires on distingue deux approches principales : La première concerne des systèmes non linéaires qui sont intrinsèquement associées à une forme canonique, éventuellement après une transformation de coordonnées non linéaire et une injection de sortie. La deuxième concerne des systèmes ayant une forme plus au moins générale. Des algorithmes ont été proposés pour estimer asymptotiquement l'état malgré les paramètres inconnus. Dans [28] on propose des observateurs adaptatifs basés sur l'existence d'une fonction de Lyapunov pour des systèmes non linéaires possédants une forme générale affine par rapport aux paramètres inconnus:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u, t) + g(x, u, t)\theta \\ y = h(x) \end{cases} \quad (\text{II.22})$$

Où θ est un vecteur de paramètres à estimer. $f(x, u, t)$, $g(x, u, t)$ et $h(x)$ sont des fonctions non linéaires.

II.5 Observateurs à mode glissant

Dans toutes les méthodes vues précédemment, le modèle dynamique du système étudié était supposé parfaitement connu. Ici, il s'agit de développer une certaine robustesse vis-à-vis d'incertitudes paramétriques. Le principe des observateurs à modes glissants consiste à contraindre, à l'aide de fonctions discontinues, les dynamiques d'un système d'ordre n à converger vers une variété S de dimension $(n-p)$ dite surface de glissement (p étant la dimension du vecteur de mesure). L'attractivité de cette surface est assurée par des conditions appelées conditions de glissement. Si ces conditions sont vérifiées, le système converge vers la surface de glissement et y évolue selon une dynamique d'ordre $(n-p)$.

Dans le cas des observateurs à modes glissants, les dynamiques concernées sont celles des erreurs d'observation $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$. A partir de leurs valeurs initiales $e(0)$, ces erreurs convergent vers les valeurs d'équilibre en deux étapes:

Dans une première phase, la trajectoire des erreurs d'observation évolue vers la surface de glissement sur laquelle les erreurs entre la sortie de l'observateur et la sortie du système réel (les mesures) $e_y = y - \hat{y}$ sont nulles. Cette étape, qui généralement est très dynamique, est appelée mode d'atteinte.

Dans la seconde phase, la trajectoire des erreurs d'observation glisse sur la surface de glissement avec des dynamiques imposées de manière à annuler toutes les erreurs d'observation. Ce dernier mode est appelé mode de glissement. Les différentes étapes de synthèse d'un observateur à mode glissant sont connues et clairement identifiées dans [29]. Ces dernières sont rappelées ci-dessous. Considérons un système d'état non linéaire affiné d'ordre n :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u), & x \in R^n \\ y = h(x), & y \in R^p \end{cases} \quad (\text{II.23})$$

L'observateur à modes glissants est défini avec la structure suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, u) - K\Gamma_s \\ \hat{y} = h(\hat{x}) \end{cases} \quad (\text{II.24})$$

Où

K : est la matrice de gain de dimension $(n \times p)$.

Γ_s : est un vecteur de dimension $p \times 1$ défini tel que $\Gamma_s = [\text{sign}(\hat{y}_1 - y_1) \cdots \text{sign}(\hat{y}_p - y_p)]^T$.

Nous définissons également les vecteurs relatifs aux erreurs d'observation tel que :

$e = \hat{x} - x$: est le vecteur d'état des erreurs d'observation.

$S = e_y = \hat{y} - y$: est la surface de glissement.

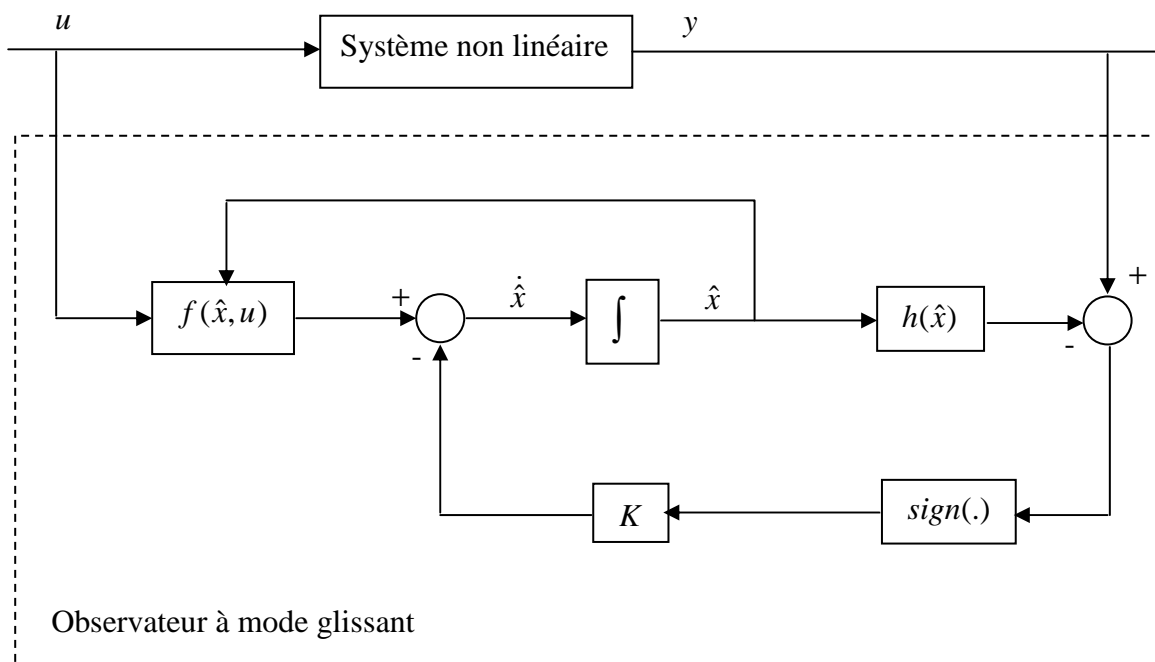


Figure II.2 : Schéma fonctionnel d'un observateur à mode glissant.

Pour que l'état estimé converge vers l'état réel, l'observateur à mode glissant doit respecter deux conditions.) :

La première concerne le mode d'atteinte et garantit l'attractivité de la surface de glissement $S = 0$ de dimension p , laquelle est attractive si la fonction de Lyapunov $V(x) = S^T \times S$ vérifie la condition : $\dot{V}(x) < 0$ si $S \neq 0$.

La deuxième concerne le mode glissant, durant cette étape, la matrice des gains correctifs agit de manière à satisfaire la condition d'invariance suivante :

$$\begin{cases} \dot{S} = 0 \\ S = 0 \end{cases}$$

Durant ce mode, les dynamiques du système sont réduites et le système d'ordre n devient un système équivalent d'ordre $(n-p)$. Ces critères permettent la synthèse de l'observateur à mode glissant et déterminent son fonctionnement.

II.5.1 Observateurs à mode glissant des systèmes linéaires

Considérons à nouveau le système (II.1), où la paire (A, C) est supposée observable. La reconstruction des variables d'état est basée sur les sorties mesurées, un changement de coordonnées peut être effectué pour que les sorties apparaissent directement comme des composantes du vecteur d'état. Sans perte de généralité la matrice de sortie peut être réécrite comme suit :

$$C = [C_1 \quad C_2]$$

Où $C_1 \in R^{p \times (n-p)}$, $C_2 \in R^{p \times p}$ et le déterminant de C_2 est non nul. En respectant ces conditions, une matrice de transformation non singulière T permet de réécrire respectivement les matrices de sortie, d'état et de commande dans les nouvelles coordonnées comme suit :

$$\tilde{C} = CT^{-1} = [0 \quad I_p], \quad \tilde{A} = TAT^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \tilde{B} = TB = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}$$

Où

$$T = \begin{bmatrix} I_{n-p} & 0 \\ C_1 & C_2 \end{bmatrix}$$

Le système (II.1) peut donc être mis sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = A_{11}x_1(t) + A_{12}y(t) + B_1u(t) \\ \dot{y} = A_{21}x_1(t) + A_{22}y(t) + B_2u(t) \end{cases} \quad (\text{II.25})$$

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = Tx(t) \quad \text{et} \quad x_1(t) \in R^{n-p}$$

L'observateur à mode glissant proposé pour ce type de système est :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1(t) = A_{11}\hat{x}_1(t) + A_{12}\hat{y}(t) + B_1u(t) + Lv(t) \\ \dot{\hat{y}} = A_{21}\hat{x}_1(t) + A_{22}\hat{y}(t) + B_2u(t) - v(t) \end{cases} \quad (\text{II.26})$$

Où $\hat{y}(t)$ et $\hat{x}_1(t)$ sont les estimées de $y(t)$ et de $x_1(t)$, $L \in R^{(n-p) \times p}$ est le gain de l'observateur et la fonction discontinue $v(t)$ est donnée par :

$$v(t) = K \text{sign}(\hat{y}_i(t) - y_i(t)), \text{ avec } K > 0.$$

$\hat{y}_i(t)$ et $y_i(t)$ sont respectivement les composantes des vecteurs $\hat{y}(t)$ et $y(t)$. Les erreurs d'estimation d'état et de sortie sont données par :

$$\begin{aligned} e_1(t) &= \hat{x}_1(t) - x_1(t) \\ e_y(t) &= \hat{y}(t) - y(t) \end{aligned} \quad (\text{II.27})$$

A partir des équations (II.25), (II.26) et (II.27) ; la dynamique des erreurs d'estimation s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{e}_1(t) = A_{11}e_1(t) + A_{12}e_y(t) + Lv(t) \\ \dot{e}_y(t) = A_{21}e_1(t) + A_{22}e_y(t) - v(t) \end{cases} \quad (\text{II.28})$$

La paire (A_{11}, A_{21}) est observable car la paire (A, C) est observable [30]. Par conséquent, le gain L peut être choisi tel que les valeurs propres de la matrice $A_{11} + LA_{21}$ soit dans le demi-plan gauche du plan complexe.

Définissons maintenant un nouveau changement de variables tel que :

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_1(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = T_L \begin{bmatrix} x_1(t) \\ y(t) \end{bmatrix}, \quad T_L = \begin{bmatrix} I_{n-p} & L \\ 0 & I_p \end{bmatrix},$$

Avec ce changement de variables, la dynamique des erreurs d'estimation s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{e}}_1(t) = \tilde{A}_{11}e_1(t) + \tilde{A}_{12}e_y(t) \\ \dot{e}_y(t) = A_{21}\tilde{e}_1(t) + \tilde{A}_{22}e_y(t) - v(t) \end{cases} \quad (\text{II.29})$$

Où

$$\begin{aligned} \tilde{e}_1(t) &= e_1(t) + Le_y(t) \text{ et } \tilde{A}_{11} = A_{11} + LA_{21}, \\ \tilde{A}_{12} &= A_{12} + LA_{22} - \tilde{A}_{11}L \text{ et } \tilde{A}_{22} = A_{22} - A_{21}L \end{aligned}$$

Utkin [30] a montré en utilisant la théorie des perturbations singulières que pour un gain K assez grand un régime glissant peut être établi sur l'erreur de sortie (II.29). Donc après un temps fini, l'erreur $e_y(t)$ et sa dérivée seront nulles et on aura à partir l'équation (II.29) :

$$\tilde{e}_1(t) = \tilde{A}_{11}\tilde{e}_1(t)$$

Avec un choix correct du gain (un gain qui stabilise \tilde{A}_{11}) le système d'équation (II.29) est stable et $\tilde{e}_1(t) \rightarrow 0$ quant $t \rightarrow \infty$, ce qui veut dire que $\hat{x}_1(t) \rightarrow x_1(t)$ et $x_2(t)$ peut être reconstruite dans le système de coordonnées original par :

$$\hat{x}_2(t) = C_2^{-1}(y(t) - C_1\hat{x}_1(t))$$

En pratique la difficulté majeure de cette approche réside dans choix d'un gain approprié K pour établir un régime glissant dans un temps fini. Certains auteurs montre la nécessité de modifier le gain K pendant l'intervalle de temps pour réduire les fortes commutations.

Exemple

On considère le système linéaire représenté par les matrices d'état, de commande et de sortie suivantes :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = [1 \quad 1]$$

Ce système est observable, car le rang de la matrice $[C \quad CA]$ est égal à 2. Supposons que $u = 0$ et considérons la matrices non singulière :

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Avec ce changement de coordonnées nous obtenons les matrices :

$$\tilde{C} = [0 \quad 1], \tilde{A} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \text{ et } \tilde{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Les résultats de simulation sont présentés par la figure II.3 avec des gains $L = 0.57$, $K = 1$ et des conditions initiales $[x_1(0) \quad y(0)] = [0 \quad 1]$, $[\hat{x}_1(0) \quad \hat{y}(0)] = [0 \quad 0]$.

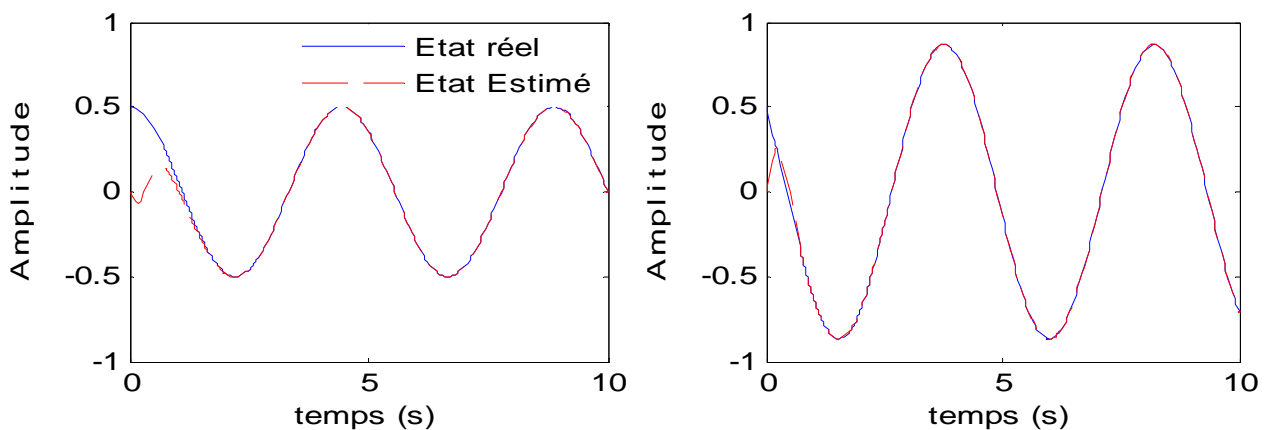


Figure II.3 : Etats et leurs estimées

II.5.2 Observateurs à mode glissant étape par étape.

L'observateur à mode glissant étape par étape a été développé pour des systèmes pouvant se mettre sous la forme, appelée forme triangulaire d'observation, suivante [4], [31], [32] :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + g_1(x_1, u) \\ \dot{x}_2 = x_3 + g_2(x_1, x_2, u) \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} = x_n + g_{n-1}(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, u) \\ \dot{x}_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) + g_n(x_1, x_2, \dots, x_n, u) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (\text{II.30})$$

Où f_n et g_i , pour $i = 1, \dots, n$, sont des fonctions scalaires, x_i sont les états du système, u est le vecteur d'entrée et y est la sortie. La structure de l'observateur proposé est :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 + g_1(x_1, u) + \lambda_1 \text{sign}_1(x_1 - \hat{x}_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 = \hat{x}_3 + g_2(x_1, \bar{x}_2, u) + \lambda_2 \text{sign}_2(\bar{x}_2 - \hat{x}_2) \\ \vdots \\ \dot{\hat{x}}_{n-1} = \hat{x}_n + g_{n-1}(x_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_{n-1}, u) + \lambda_{n-1} \text{sign}_{n-1}(\bar{x}_{n-1} - \hat{x}_{n-1}) \\ \dot{\hat{x}}_n = f_n(x_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) + g_n(x_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n, u) + \lambda_n \text{sign}_n(\bar{x}_n - \hat{x}_n) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (\text{II.31})$$

Où les variables \bar{x}_i sont données par :

$$\begin{cases} \bar{x}_1 = x_1 \\ \bar{x}_i = \hat{x}_i + \lambda_{i-1} \text{sign}_{\text{eq}, i-1}(\bar{x}_{i-1} - \hat{x}_{i-1}) \text{ pour } i > 1 \end{cases} \quad (\text{II.32})$$

Avec sign_{eq} désigne la fonction $\text{sign}(\cdot)$ classique filtrée par un filtre passe bas; la fonction sign_i est définie de manière à imposer que le terme correctif ne soit actif que si $\bar{x}_j - \hat{x}_j = 0$ pour $j = 1, \dots, i$ c'est-à-dire, s'il existe $j \in \{1, \dots, i-1\}$ tel que $\bar{x}_j - \hat{x}_j \neq 0$ alors la fonction sign_i est mise à zéro sinon elle est égale à la fonction $\text{sign}(\cdot)$ usuelle. La convergence des erreurs d'observation en temps fini n'est assurée que si le système est à entrées bornées et à états bornés (BIBS) pour une durée finie. Si cette condition est vérifiée alors les λ_i peuvent être choisis tel que l'état de l'observateur \hat{x} converge en un temps fini vers l'état x réel du système. Cependant cette convergence se fait par étapes :

Étape 1 : Dans cette étape on assure la convergence de $e_1 = x_1 - \hat{x}_1$ vers zéro dans un temps $t < t_1$. Pour $i > 1$ toutes les fonctions sign_i sont égales à zéro, les dynamiques des erreurs d'observation $e = x - \hat{x}$ sont donc :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 - \lambda_1 \text{sign}(x_1 - \hat{x}_1) \\ \dot{e}_2 = e_3 + g_2(x_1, x_2, u) - g_2(x_1, \hat{x}_2, u) \\ \vdots \\ \dot{e}_{n-1} = e_n + g_{n-1}(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, u) - g_{n-1}(x_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_{n-1}, u) \\ \dot{e}_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) - f_n(x_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n) + g_n(x_1, x_2, \dots, x_n, u) \\ \quad \quad \quad - g_n(x_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n, u) \end{cases} \quad (\text{II.33})$$

L'entrée u et les états sont bornés. Par conséquent les états du système ne divergent pas et les erreurs d'observation sont aussi bornées. On considère la fonction de Lyapunov $V_1 = \frac{e_1^2}{2}$, alors :

$$\dot{V}_1 = e_1(e_2 - \lambda_1 \text{sign}(e_1))$$

En choisissant $\lambda_1 > |e_2|_{\max}$, l'erreur d'observation e_1 converge vers zéro en un temps fini t_1 . Après cet instant, e_1 reste égale à zéro et on obtient alors $e_2 = \lambda_1 \text{sign}(x_1 - \hat{x}_1)$ ce qui implique que $\bar{x}_2 = x_2$.

Étape 2 : L'objectif dans cette étape est d'atteindre la surface de glissement $e_2 = x_2 - \hat{x}_2 = 0$. Pour rester sur la surface $e_1 = 0$, il faut que $\lambda_1 > |e_2|_{\max}$, mais cela est vérifié de part le fait que e_2 est strictement décroissante après t_1 . Les dynamiques des erreurs d'observation sont alors :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 - \lambda_1 \text{sign}(x_1 - \hat{x}_1) = 0 \\ \dot{e}_2 = e_3 + g_2(x_1, x_2, u) - g_2(x_1, \hat{x}_2, u) - \lambda_2 \text{sign}(x_1 - \hat{x}_1) = e_3 - \lambda_2 \text{sign}(e_2) \\ \vdots \\ \dot{e}_{n-1} = e_n + g_{n-1}(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, u) - g_{n-1}(x_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_{n-1}, u) \\ \dot{e}_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) - f_n(x_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n) + g_n(x_1, x_2, \dots, x_n, u) \\ \quad \quad \quad - g_n(x_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n, u) \end{cases} \quad (\text{II.34})$$

En choisissant la fonction de Lyapunov $V_2 = \frac{e_1^2}{2} + \frac{e_2^2}{2}$ on aura :

$$\dot{V}_2 = e_1(e_2 - \lambda_1 \text{sign}(e_1)) + e_2(e_3 - \lambda_2 \text{sign}(e_2)) = e_2(e_3 - \lambda_2 \text{sign}(e_2))$$

Si $\lambda_2 > |e_3|_{\max}$ alors e_2 converge vers zéro après un temps fini $t_2 > t_1$. L'erreur d'observation est strictement décroissante durant la période $[t_1, t_2]$ ce qui implique que la condition imposée dans la première étape sur λ_1 doit être vérifiée aussi après t_1 . En fin, après un temps fini t_2 , $\bar{x}_3 = x_3$.

Ainsi, étape par étape nous obtenons la convergence de toutes les composantes de l'erreur d'observation vers zéro et celles de \hat{x} vers x pour tous $i < n$, sous conditions, que $\lambda_i > |e_{i+1}|_{\max}$ durant $[t_i, t_{i+1}]$.

Étape n : cette étape commence à l'instant t_{n-1} , à cet instant $e_k = 0$ pour tous $k < n$.

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 - \lambda_1 \text{sign}(x_1 - \hat{x}_1) = 0 \\ \dot{e}_2 = e_3 - \lambda_2 \text{sign}(x_2 - \hat{x}_2) = 0 \\ \vdots \\ \dot{e}_{n-1} = e_n - \lambda_{n-1} \text{sign}(x_{n-1} - \hat{x}_{n-1}) = 0 \\ \dot{e}_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) - f_n(x_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n) + g_n(x_1, x_2, \dots, x_n, u) \\ \quad - g_n(x_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n, u) - \lambda_n \text{sign}_n(\bar{x}_n - \hat{x}_n) = -\lambda_n \text{sign}_n(e_n) \end{cases} \quad (\text{II.35})$$

De la même façon on choisit la fonction de Lyapunov $V_n = \frac{e_1^2}{2} + \frac{e_2^2}{2} + \dots + \frac{e_n^2}{2}$. On obtient donc $\dot{V}_n = e_n(-\lambda_n \text{sign}(e_n))$.

Ainsi, e_n converge vers zéro en un temps fini $t_n > t_{n-1}$ pour toutes valeurs de $\lambda_n > 0$, si évidemment toutes les conditions sur $\lambda_k, k < n$ sont elles aussi, vérifiées.

Exemple

Le modèle non linéaire d'un robot à joint flexible (Figure II.4) est décrit par le système d'équations suivant [18] :

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_m &= \omega_m \\ \dot{\omega}_m &= \frac{k}{J_m}(\theta_l - \theta_m) - \frac{B_r}{J_m} \omega_m + \frac{K_r}{J_m} u \\ \dot{\theta}_l &= \omega_l \\ \dot{\omega}_l &= -\frac{k}{J_l}(\theta_l - \theta_m) - \frac{mgh}{J_l} \sin(\theta_l) \end{aligned}$$

Où θ_m et ω_m sont respectivement, la position et la vitesse angulaires du moteur à courant continu, θ_l et ω_l sont respectivement la position et la vitesse du bras. Le moteur est excité par le signal $u(t)$. Le moment d'inertie du moteur est J_m et celui du bras est J_l , B_r et k sont respectivement, le coefficient de frottement visqueux du moteur et la constante de raideur du ressort.

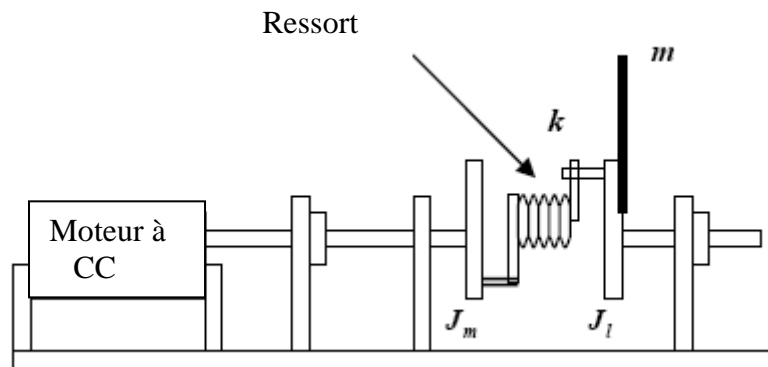


Figure II.4 : schéma d'un robot à joint flexible

Le système possède donc une forme triangulaire similaire à celle de (II.30) en effet avec

$x^T = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4] = [\theta_m \ \omega_m \ \theta_l \ \varpi_l]$ le système s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{k}{J_m}x_1 + \frac{k}{J_m}x_2 - \frac{B_r}{J_m}x_3 + \frac{K_r}{J_m}u \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = +\frac{k}{J_l}x_1 - \frac{k}{J_l}x_3 - \frac{mgh}{J_l}\sin(x_3) \\ y_1 = x_1 \\ y_2 = x_2 \end{cases}$$

Dans le but d'estimer les l'état x_2 et x_4 correspondants respectivement aux vitesses ω_m et ω_l du système. On considère l'observateur à mode glissant suivant :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 + \lambda_1 \text{sign}_1(x_1 - \hat{x}_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 = -\frac{k}{J_m}x_1 + \frac{k}{J_m}\bar{x}_2 - \frac{B_r}{J_m}x_3 + \frac{K_r}{J_m}u + \lambda_2 \text{sign}_2(\bar{x}_2 - \hat{x}_2) \\ \dot{\hat{x}}_3 = \hat{x}_4 + \lambda_3 \text{sign}_3(x_3 - \hat{x}_3) \\ \dot{\hat{x}}_4 = +\frac{k}{J_l}x_1 - \frac{k}{J_l}x_3 - \frac{mgh}{J_l}\sin(x_3) + \lambda_4 \text{sign}_4(\bar{x}_4 - \hat{x}_4) \\ y_1 = x_1 \\ y_2 = x_3 \end{cases}$$

Où

$$\begin{aligned} \bar{x}_1 &= x_1 \\ \bar{x}_2 &= \hat{x}_2 + \lambda_1 \text{sign}_{\text{éq1}}(\bar{x}_1 - \hat{x}_1) \\ \bar{x}_3 &= x_3 \\ \bar{x}_4 &= \hat{x}_4 + \lambda_3 \text{sign}_{\text{éq3}}(\bar{x}_3 - \hat{x}_3) \end{aligned}$$

Etape 1 : Dans cette étape $\lambda_3 \text{sign}_2(\bar{x}_2 - \hat{x}_2)$ et $\lambda_4 \text{sign}_4(\bar{x}_4 - \hat{x}_4)$ sont nuls. Pour obtenir les conditions de convergence de $e_1 = x_1 - \hat{x}_1$ (respectivement de $e_3 = x_3 - \hat{x}_3$) on considère la

fonction de Lyapunov $V_1 = \frac{e_1^2}{2}$ (respectivement $V_3 = \frac{e_3^2}{2}$), on aura alors :

$$\dot{V}_1 = e_1 \dot{e}_1 = e_1(e_2 - \lambda_1 \text{sign}(e_1))$$

$$\dot{V}_3 = e_3 \dot{e}_3 = e_3 (e_4 - \lambda_2 \text{sign}(e_3))$$

En choisissant $\lambda_1 > |e_2|_{\max}$ (respectivement $\lambda_3 > |e_4|_{\max}$) on obtient la convergence de e_1 (respectivement de e_3) après un temps fini t_1 .

Etape 2 : Dans cette étape on assure la convergence de $e_2 = x_2 - \hat{x}_2$ (respectivement de $e_4 = x_4 - \hat{x}_4$) tout en respectant les conditions de convergence de la première étape. En remplaçant \bar{x}_2 par x_2 (respectivement \bar{x}_4 par x_4) et en considérant la fonction de Lyapunov

$$V_2 = \frac{e_1^2}{2} + \frac{e_2^2}{2} \text{ (respectivement } V_4 = \frac{e_3^2}{2} + \frac{e_4^2}{2} \text{)} \text{ on aura :}$$

$$\dot{V}_2 = e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 = e_2 (-\lambda_2 \text{sign}(e_2))$$

$$\dot{V}_4 = e_3 \dot{e}_3 + e_4 \dot{e}_4 = e_4 (-\lambda_4 \text{sign}(e_4))$$

Il suffit donc de choisir des petites valeurs pour λ_1 et λ_2 pour garantir la convergence de toutes les erreurs d'estimation.

Les résultats de simulation pour un signal d'excitations sinusoïdal $u(t) = \sin(t)$ avec les valeurs : $J_m = 0.0037, J_l = 0.0093, m = 0.21, h = 0.3, k = 0.18, B_r = .046, K_r = 0.08$ sont représentés par la Figure II.5 et II.6. Les états initiaux du vecteurs d'état et de son estimé sont respectivement $(3 \ 0 \ 3 \ 0)^T$ et $(0 \ 4 \ 0 \ 4)^T$. La fonction sign_{eq} est obtenue à l'aide d'un filtre passe bas de fréquence de coupure de 300Hz.

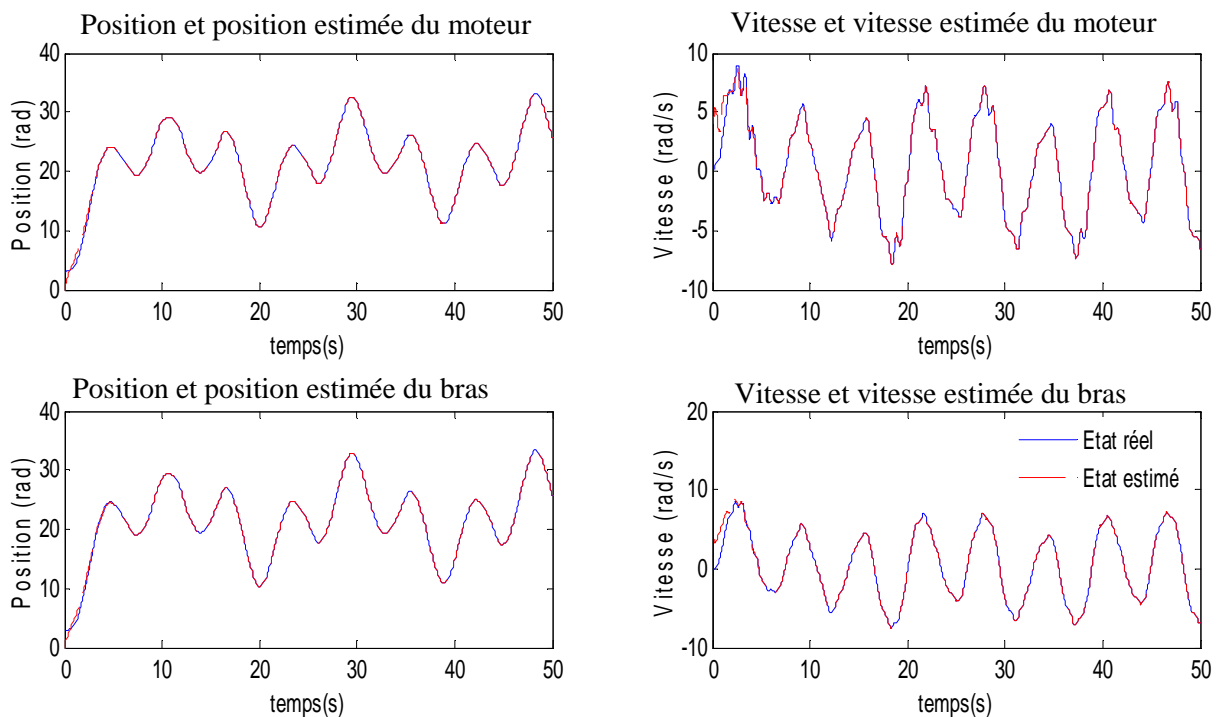


Figure II.5 : Etats et leurs estimés à l'aides d'observateur à mode glissant

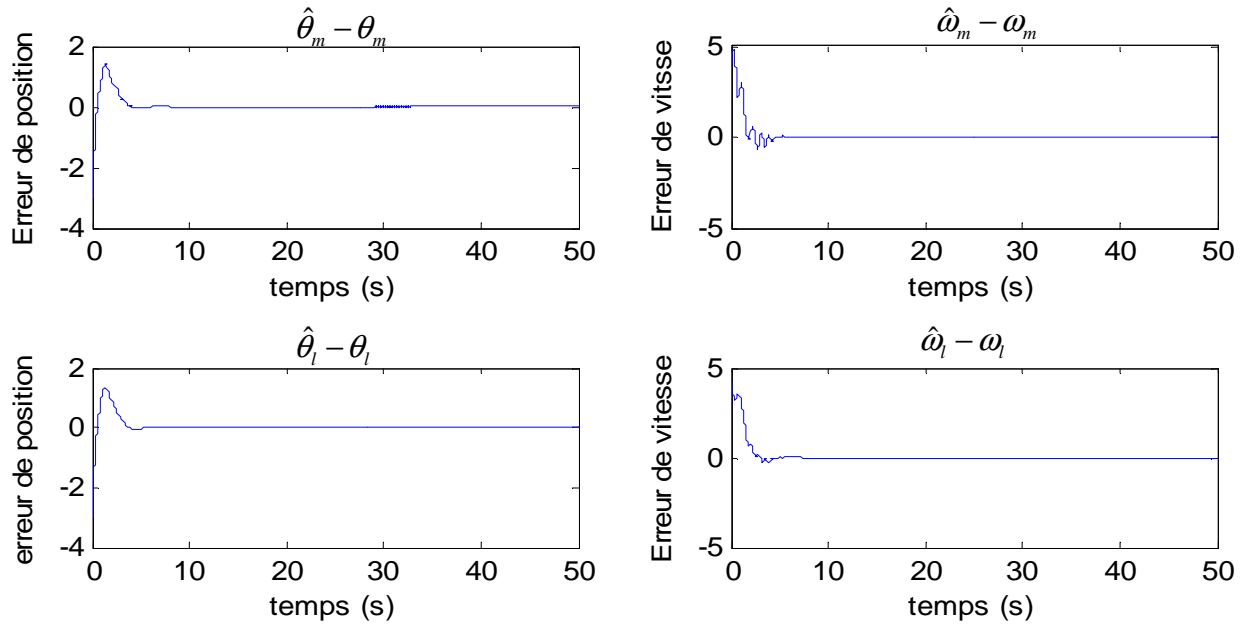


Figure II.6 : Erreur d'estimation entre les états et leurs estimés

Les Figures II.5 et II.6 montrent que les états estimés convergent rapidement vers leurs états réels correspondants.

II.5.3 Observateur à mode glissant des systèmes Lipschiziens

Considérons le système non linéaire décrit par:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax(t) + f(x, u, t) + Dd(t) \\ y = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{II.42})$$

Où $x \in R^n$ est le vecteur d'état, $u \in R^q$ est le vecteur de commande et $y \in R^p$ est le vecteur de sortie. On suppose que la fonction non linéaire $f(x, u, t)$ satisfait la condition de Lipschitz suivante:

$$\|f(x_1, u, t) - f(x_2, u, t)\| \leq k \|x_1 - x_2\|$$

Et que le vecteur entrée inconnue $d(t) \in R^p$, représentant les perturbations ou les incertitudes de modélisation qui s'ajoute à l'équation d'état, est borné et vérifie :

$$\|d(t)\| \leq \alpha$$

Où k est la constante de Lipschitz de la fonction $f(x, u, t)$ et α est une constante réelle positive.

Le système (II.42) est supposé observable. Le problème consiste à reconstruire le vecteur d'état x en dépit de la présence des bruits ou des incertitudes. Pour cela, on associe à ce système un observateur d'état à mode glissant dont la structure est la suivante [33]:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x}(t) + f(\hat{x}, u, t) - L(\hat{y} - y) + GS \\ \hat{y} = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad (\text{II.43})$$

Où L est la matrice gain de l'observateur, G est la matrice gain de commutation donnée par :

$$G = P^{-1}C^T F^{-1}$$

Les matrices P et F sont respectivement symétrique définie positive et diagonale définie positive satisfaisants la condition de suivante :

$$\lambda_{\max}(F) \geq \|N\| \frac{\lambda_{\max}(CP^{-1}C^T)}{\lambda_{\min}(CP^{-1}C^T)}$$

Avec

$$D = GN$$

La fonction discontinue S est définie par la relation suivante:

$$S = \begin{cases} \alpha F \frac{Ce}{\|Ce\|} & \text{si } Ce \neq 0 \\ 0 & \text{si non} \end{cases} \quad (\text{II.44})$$

La dynamique de l'erreur d'observation $e = \hat{x} - x$ entre les états du système et les états de l'observateur à mode glissant est régie par:

$$\begin{cases} \dot{e} = (A - LC)e + f(\hat{x}, u, t) - f(x, u, t) + GS \\ e_y = \hat{y} - y = Ce \end{cases} \quad (\text{II.45})$$

En étudiant la stabilité de cet observateur, Il a été démontré dans [34] que les paramètres de l'observateur à mode glissant, robuste vis-à-vis des perturbation et des incertitudes paramétrique qui assure la convergence des erreurs d'estimation vers zéro, peuvent être synthétisés en résolvant le problème LMI suivant :

$$\begin{bmatrix} X & W & W \\ W & -\varepsilon^2 I & 0 \\ W & 0 & -\beta I \end{bmatrix} < 0$$

Où $X = AW + WA^T - \bar{W}_1 C - C^T \bar{W}_1^T + \varepsilon I$, $CW = W_1 C$ et $\bar{W}_1 = LW$.

La résolution des inégalités matricielles fournit les constantes ε , β et les deux matrices W et W_1 ce qui permet de déduire la valeur du gain $L = \bar{W}\bar{W}_1^{-1}$.

Le type de fonction signe de l'équation (II.44) est à l'origine du phénomène indésirable de chattering. Pour remédier à ce problème, on peut faire recours à d'autres fonctions, tel que la fonction tangente hyperbolique définie par:

$$\begin{cases} \tanh(aCe) & \text{si } Ce \neq 0 \\ 0 & \text{si non} \end{cases}$$

Où a est une constante réelle positive.

Exemple d'application

On considère à nouveau le modèle non linéaire du robot à joint flexible décrit dans le paragraphe II.5.2 en présence des perturbations. Ce modèle peut être réécrit sous la forme (II.42) tel que :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -48.6 & -1.25 & 48.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 19.6 & 0 & -19.5 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 21.6 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -3.33\sin(x_3) \\ 0 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Les simulations sont réalisées dans les mêmes conditions initiales que dans l'exemple du paragraphe II.5.2. On suppose que le vecteur de perturbations agissant sur le système est $d(t) = [\sin(0.1t) \quad \sin(0.1t) \quad \sin(0.1t)]^T$. Les résultats de simulation sont donnés par les figures II.7 et II.8. A travers ces figures nous constatons que les différents états sont reconstruits malgré la présence des perturbations. Cet observateur est donc robuste aux perturbations et aux incertitudes paramétriques.

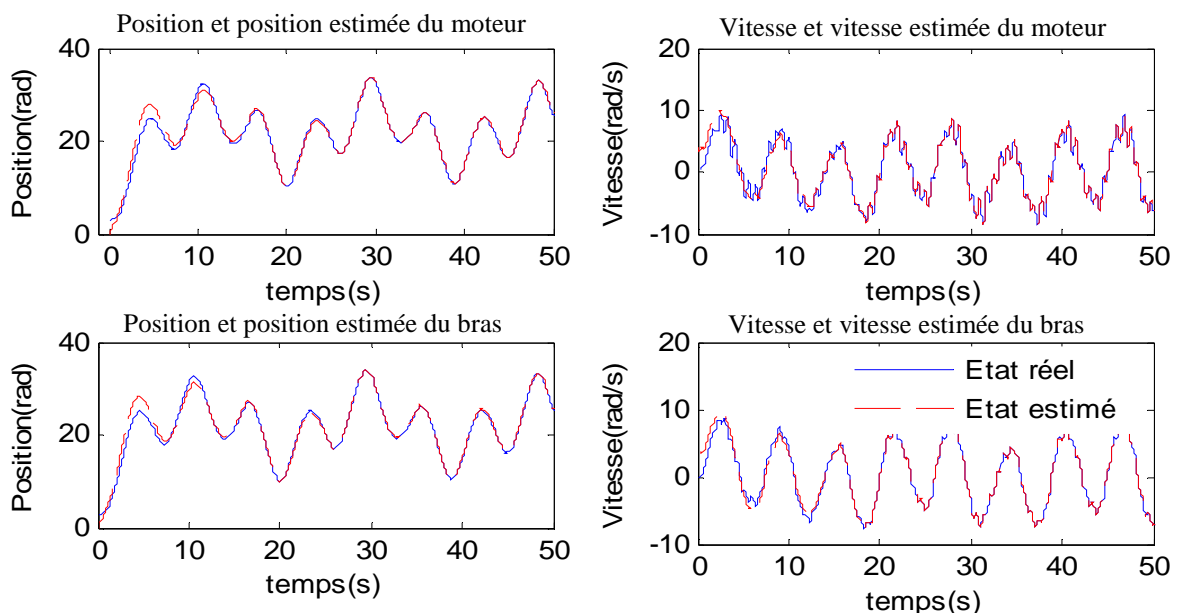


Figure II.7 : Etats et leurs estimés à l'aides d'observateur à mode glissant

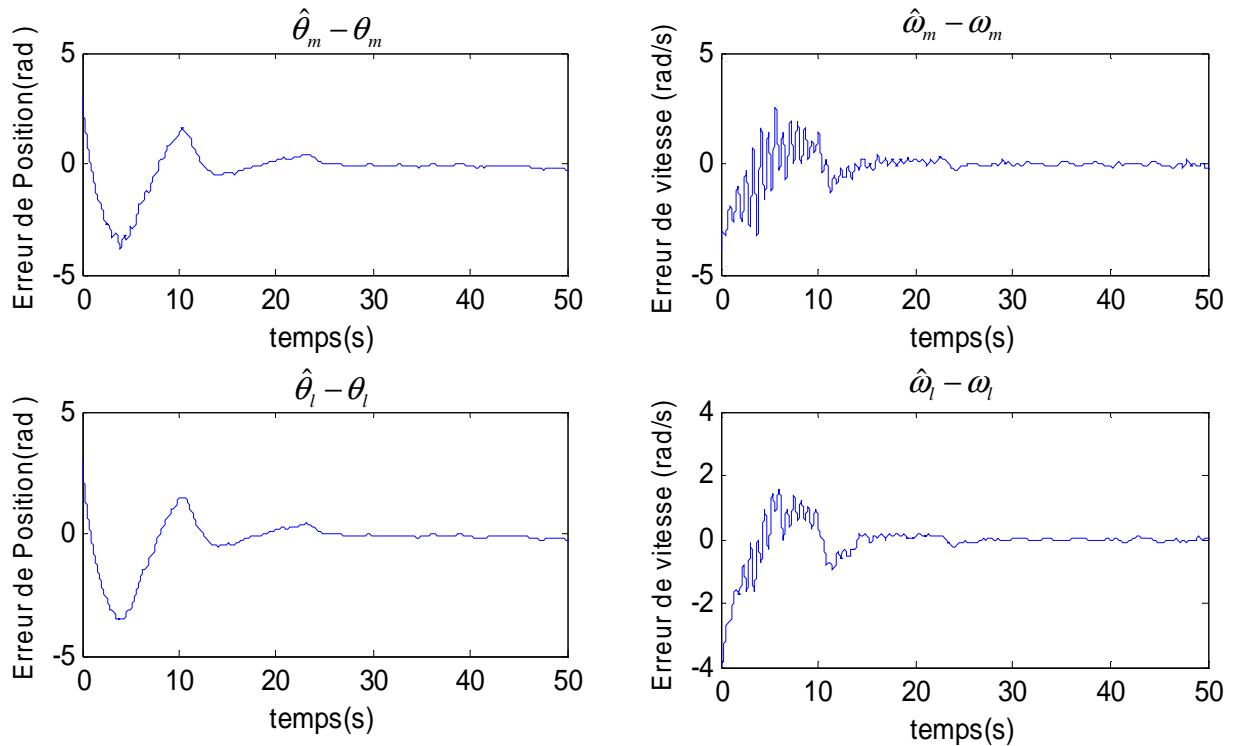


Figure II.8 : Erreur d'estimation entre les états et leurs estimés

II.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté un état d'art sur les observateurs non linéaires en précisant la méthodologie de synthèse de quelques un d'entre eux. Tout d'abord nous avons commencé par rappeler quelques définitions relatives à l'observabilité des systèmes dynamiques, cette dernière s'avère difficile à vérifier lorsque il s'agit des systèmes non linéaires et plus souvent on se contente de vérifier l'observabilité locale. Puis nous avons présenté quelques observateurs linéaires et non linéaires. Chacun de ces observateurs est, la plupart du temps, spécifique à un modèle mathématique particulier et répond à des conditions propres à lui.

Chapitre III :

Détection et isolation de défauts à base d'observateurs adaptatifs

III.1 Introduction

Lorsque les paramètres d'un système sont inconnus ou changent au cours du temps, l'utilisation des observateurs simples pour l'estimation d'état devient difficile. Cela est dû au fait qu'on doit estimer simultanément l'état et les paramètres du système. Dans ce cas les observateurs adaptatifs sont les mieux appropriés. Du fait que l'apparition d'un défaut est, souvent, interprétée comme étant une variation de l'un des paramètres du système, l'utilisation d'observateurs adaptatifs pour le diagnostic est l'une des méthodes les plus répandues dans la littérature.

Dans ce chapitre, nous allons présenter une méthode de détection et d'isolation de défauts actionneurs des systèmes linéaires et non linéaires basée sur les observateurs adaptatifs. Pour les deux classes nous distinguerons deux cas. Le premier est lorsque toutes les variables d'état sont disponibles à la mesure et le deuxième est lorsque les sorties sont les

seules grandeurs mesurables. Les conditions suffisantes pour l'existence de l'observateur seront établies.

III.2 Système linéaire

III.2.1 Cas I : Tous les états sont disponibles à la mesure

On considère le système linéaire suivant :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (\text{III.1})$$

Où $x(t) \in R^n$ est le vecteur d'état, $u(t) \in R^m$ est le vecteur de commande qui correspond aux sorties des actionneurs, $A^{n \times n}$ est la matrice d'état et $B = [b_1 \ \dots \ b_m]$ est la matrice de commande que nous appelons ici matrice de distribution des actionneurs. On suppose que les défauts actionneurs sont additifs abrupts, c'est-à-dire si le $l^{\text{ème}}$ actionneur est en défaut alors pour $t > t_f$ la sortie de cet actionneur sera $u_l^f = u_l + f_{al}$ et $\lim_{t \rightarrow \infty} |u_l^f - u_l| \neq 0$ (Figure III.1). f_{al} est le défaut additif, supposé constant, qui affecte le $l^{\text{ème}}$ actionneur, u_l est la sortie de l'actionneur sans défaut et t_f est l'instant de l'occurrence du défaut. De plus nous supposons que tous les états sont disponibles à la mesure et que les défauts sont simples, ce qui veut dire q'un seul actionneur est en défaut à la fois.

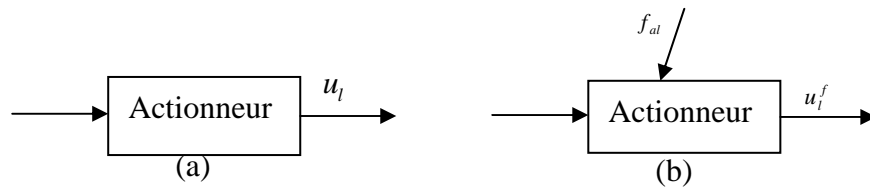


Figure III.1 : (a) actionneur en absence de défaut, (b) actionneur affecté par un défaut

L'objectif est de concevoir un banc d'observateurs adaptatifs capables de détecter et d'isoler les défauts actionneurs qui peuvent affecter le système. Puisque tous les états sont disponibles à la mesure, le problème FDI peut être résolu en comparant les valeurs observées des états à celles mesurées. Lorsque les états du système ne correspondent pas à leurs estimés, il se peut que l'un des actionneurs soit en défaut. Cependant, il reste à savoir lequel de ces actionneurs est en défaut.

Le système (III.1) possède m actionneur. Par conséquent il existe m modèles défectueux possibles. Supposons que le $i^{\text{ème}}$ actionneur soit en défaut, le modèle défectueux correspondant dans ce cas est :

$$\dot{x} = Ax + \sum_{j \neq i} b_j u_j + b_i u_i^f \quad (\text{III.2})$$

L'actionneur en défaut peut être déterminé (isolé) en utilisant un banc d'observateurs adaptatifs dont la forme générale est donnée par [35] :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}^{(i)} = Ax + H(\hat{x}^{(i)} - x) + \sum_{j \neq i} b_j u_j + b_i \hat{u}_i^f \\ \dot{\hat{u}}_i^f = -2\gamma(\hat{x}^{(i)} - x)^T P b_i, 1 \leq i \leq m \end{cases} \quad (\text{III.3})$$

Où $\hat{x}^{(i)}$ est le vecteur d'état estimé de x en présence de défaut sur le $i^{\text{ème}}$ actionneur, \hat{u}_i^f est l'estimée de $i^{\text{ème}}$ actionneur en défaut, H est une matrice d'Hurwitz qui peut être choisie librement, γ est une constante de conception et P une matrice définie positive solution de l'équation de Lyapunov :

$$H^T P + P H = -Q \quad (\text{III.4})$$

Où Q est une matrice définie positive qu'on peut choisir librement.

Le nombre d'observateurs à concevoir est égal au nombre d'actionneurs du système. Ainsi, pour un système possédant deux actionneurs on conçoit un banc de deux observateurs. Le premier observateur correspondant au premier actionneur (Il permet de surveiller le premier actionneur) sera donné par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}^{(1)} = Ax + H(\hat{x}^{(1)} - x) + b_1 \hat{u}_1^f + b_2 u_2 \\ \dot{\hat{u}}_1^f = -2\gamma(\hat{x}^{(1)} - x)^T P b_1 \end{cases}$$

Le deuxième observateur qui correspond au deuxième actionneur sera donné par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}^{(2)} = Ax + H(\hat{x}^{(2)} - x) + b_1 u_1 + b_2 \hat{u}_2^f \\ \dot{\hat{u}}_2^f = -2\gamma(\hat{x}^{(2)} - x)^T P b_2 \end{cases}$$

On doit donc, concevoir autant d'observateurs que d'actionneurs à surveiller.

Il faut signaler que le but ici n'est pas d'estimer l'état, puisque tous les états sont disponibles à la mesure. Le vecteur $\hat{x}^{(i)}$ donne une estimation de x en supposant que c'est le $i^{\text{ème}}$ actionneur qui est en défaut. A tout instant chacun des ces vecteurs $\hat{x}^{(i)}$ donne une

estimation du vecteur x comme si le défaut agit sur l'actionneur qu'il surveille, et au final seul l'observateur correspondant à l'actionneur qui est vraiment en défaut va donner une estimation exacte du vecteur x . Les estimées seront ensuite tous comparées à la valeur de x pour générer les résidus. En effet, dans [35] on a démontré que si le $l^{\text{ème}}$ actionneur est en défaut alors :

Pour $i = l$:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\hat{x}^{(l)} - x) = 0$$

Et pour tous $i \neq l$:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\hat{x}^{(i)} - x) \neq 0$$

$$\text{Avec } (\dot{\hat{x}}^{(i)} - \dot{x}) = H(x^{(i)} - x) + b_l(u_l - u_l^f) - b_i(u_i - u_i^f)$$

La condition pour laquelle le problème FDI peut être résolu par la génération de résidus, que nous allons définir dans le prochain paragraphe, est que la matrice B soit de rang plein (toutes les colonnes de la matrice B sont linéairement indépendantes). Cette condition quand elle n'est pas vérifiée, implique seulement que le défaut ne peut pas être isolé par cette méthode. Mais on peut éventuellement l'isoler par d'autres méthodes.

III 2.1.1 Génération de résidus

Pour détecter et isoler les défauts provenant des actionneurs nous allons utiliser la structure GOS que nous avons défini dans le premier chapitre. On conçoit donc m observateurs adaptatifs. Chaque observateur va permettre de générer un résidu qui soit insensible à un seul défaut et sensible à tous les autres défauts (Figure III.2).

Nous avons vu dans le premier chapitre que les résidus sont liés par un opérateur mathématique aux différences entre les grandeurs mesurées et leurs estimées c'est-à-dire :

$$r_i(t) = O(\hat{x}(t) - x(t)) \quad (\text{III.5})$$

Pour ce type d'observateur Chen et Saif [36] recommande d'utiliser la norme de la différence entre la sortie estimée et la sortie mesurée. Ce choix permet de faire une bonne isolation et détection de défauts. Dans notre cas les états sont tous mesurables. Les résidus peuvent alors être définis en fonction des états par:

$$r_i(t) = \|\hat{x}^{(i)}(t) - x(t)\|^2, \quad 1 \leq i \leq m \quad (\text{III.6})$$

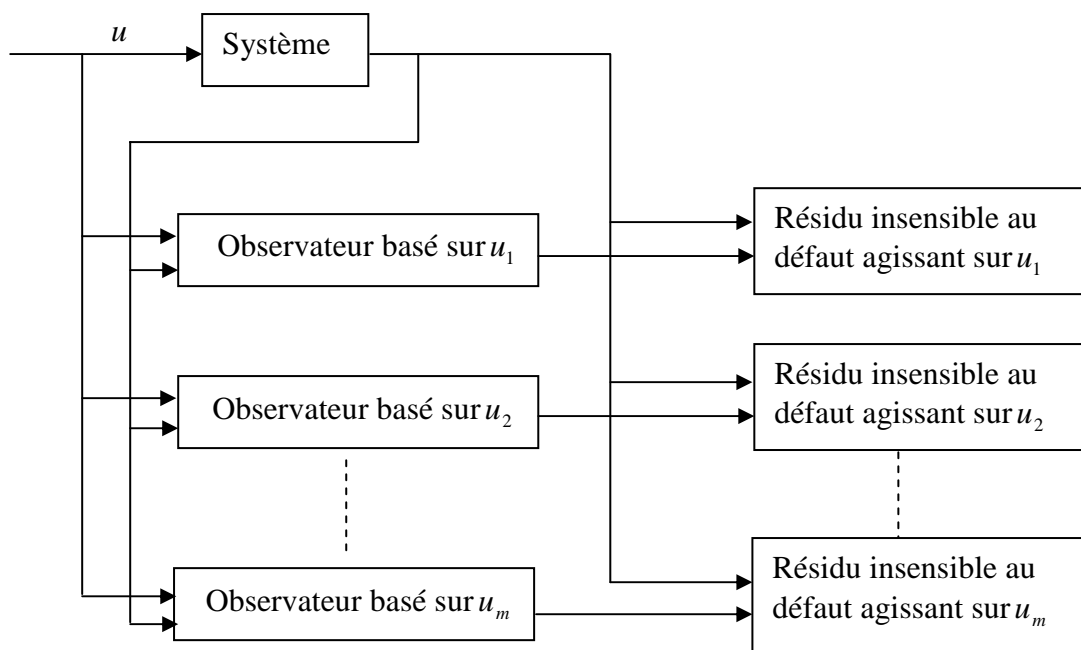


Figure III.2 : Structure GOS pour la détection et l'isolation de défauts actionneurs.

Lorsqu'un défaut survient, le résidu correspondant à l'actionneur en défaut reste à une valeur nulle ou très faible, alors que les autres résidus prennent des valeurs plus grandes.

Ainsi si le $l^{\text{ème}}$ actionneur est en défaut alors :

Pour $i = l$:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} r_l(t) = 0 \quad (\text{III.7})$$

Et pour tous $i \neq l$:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} r_i(t) \neq 0 \quad (\text{III.8})$$

Il est important de signaler que le défaut ne peut être détecté et isolé que lorsque on atteint le régime permanent, car si le résidu est différent de zéro pendant le régime transitoire cela peut correspondre simplement au fait que, les valeurs estimées n'ont pas encore convergé vers leurs valeurs réelles correspondantes.

III.2.2 Cas II : Seules les sorties sont mesurables

Dans le cas précédent nous avons supposé que toutes les variables d'états sont mesurables, or dans la pratique, les sorties du système sont, souvent, les seules valeurs disponibles à la

mesure. Afin d'illustrer la méthodologie de résolution du problème de détection et d'isolation de défaut dans ce cas, on considère le système linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax + \sum_{j=1}^m b_j u_j \\ y = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{III.9})$$

Où $y(t) \in R^q$ est le vecteur de sortie, $x(t) \in R^n$ est le vecteur d'état et $u(t) \in R^m$ est le vecteur de commande qui correspond aux sorties des actionneurs. La méthode proposée précédemment ne peut être appliquée car les états ne sont pas tous disponibles. Cependant, en se basant sur le même concept que dans le cas où tous les états sont mesurables, une méthode a été proposée dans [37] pour la résolution de problème FDI. Le principe est toujours de concevoir un banc d'observateurs adaptatifs pour générer ensuite des résidus qui détecteront et isoleront le défaut. Seulement ici, on doit estimer aussi les états inaccessibles. Pour cela on suppose qu'il existe deux matrices définies positives P , Q et deux matrices L , F qui vérifient :

$$\begin{aligned} (A - LC)^T P + P(A - LC) &= -Q \\ PB &= C^T F \end{aligned} \quad (\text{III.10})$$

Les défauts considérés sont toujours additifs abrupts et simples. En présence de défaut sur le $l^{\text{ème}}$ actionneur le modèle en défaut correspondant au système (III.9) s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax + \sum_{j \neq l} b_j u_j + b_l u_l^f \\ y = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{III.10})$$

La forme générale des observateurs permettant d'estimer conjointement le vecteur d'état x et les sorties des actionneurs u_i^f est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}^{(i)}(t) = A\hat{x}^{(i)} - L(\hat{y}^{(i)} - y) + \sum_{j \neq i} b_j u_j + b_i \hat{u}_i^f \\ \dot{\hat{u}}_i^f = -2\gamma(\hat{y}^{(i)} - y)^T f_i \\ \hat{y}^{(i)} = C\hat{x}^{(i)}, 1 \leq i \leq m \end{cases} \quad (\text{III.12})$$

Où $\hat{x}^{(i)}$ et $\hat{y}^{(i)}$ sont respectivement le vecteur d'état et de sortie estimés et γ est une constante. P , Q , L et $F = (f_1, f_2, \dots, f_m)$ sont des matrices qui vérifient l'équation (III.10). Il a été démontré dans [33] que si le $l^{\text{ème}}$ actionneur est en défaut alors :

Pour $i = l$:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\hat{x}^{(l)} - x) = 0$$

Et pour tous $i \neq l$:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\hat{x}^{(i)} - x) \neq 0$$

Avec $(\dot{\hat{x}}^{(i)} - \dot{x}) = (A - LC)(\hat{x}^{(i)} - x) + b_i(u_l - u_l^f) - b_i(u_i - u_i^f)$

Cette fois les résidus sont en fonction des sorties et non des états. Ils sont définis comme suit :

$$r_i(t) = \|\hat{y}^{(i)}(t) - y(t)\|^2 \text{ avec } 1 \leq i \leq m \quad (\text{III.13})$$

L'actionneur en défaut peut être déterminé par l'analyse des résidus générés (r_1, r_2, \dots, r_m) .

En effet, si $\lim_{t \rightarrow \infty} r_l(t) = 0$ et $\lim_{t \rightarrow \infty} r_i(t) \neq 0$ pour tout $i \neq l$ alors c'est le $l^{\text{ème}}$ actionneur qui est en défaut.

Le problème de détection et d'isolation de défauts peut être résolu par la génération de résidus définis par l'équation (III.13) si la matrice CB est de rang plein. Cette condition, quand elle est vérifiée suffit pour isoler le défaut. Si elle ne l'est pas, cela signifie que le défaut ne peut pas être isolé en utilisant cette méthode. Mais il peut éventuellement, être isolé en utilisant d'autres approches.

La synthèse des paramètres de l'observateur se fait en choisissant le gain L pour que la matrice $(A - LC)$ soit stable puis on détermine la matrice P solution de l'équation de Lyapunov (III.10) et enfin on choisit une matrice F qui satisfait la condition $PB = C^T F$.

Exemple d'application :

On considère à nouveau le système linéaire (III.9) tel que :

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ et } C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Le système peut être ramené en un système stable en boucle fermée par le retour de sortie $u = -y$. La matrice CB est de rang plein, il est donc possible de concevoir un banc d'observateurs adaptatifs capable de résoudre le problème de détection et d'isolation de défauts par l'évaluation de résidus définis par (III.13). Le système possède deux actionneurs.

Par conséquent, on doit concevoir deux observateurs pour détecter et isoler les défauts. En choisissant :

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, Q = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 0 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}.$$

Alors on trouve que les matrices qui vérifient (III.10) sont :

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } F = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Pour les simulations on pose $\gamma = 1$, $x(0) = (0.3 \ 0.3 \ 0.3)$ et on considère que toutes les autres conditions initiales sont nulles. La figure III.3 représente les deux résidus générés en absence de défauts, elle montre que les résidus convergent vers zéro après une courte phase transitoire. Les figures III.4 et III.5 représentent l'évaluation des résidus lorsqu'on introduit, respectivement, un défaut sur le premier et sur le deuxième actionneur à l'instant $t = 8s$. Les défauts introduits sont constant (échelon d'amplitude 0.9)

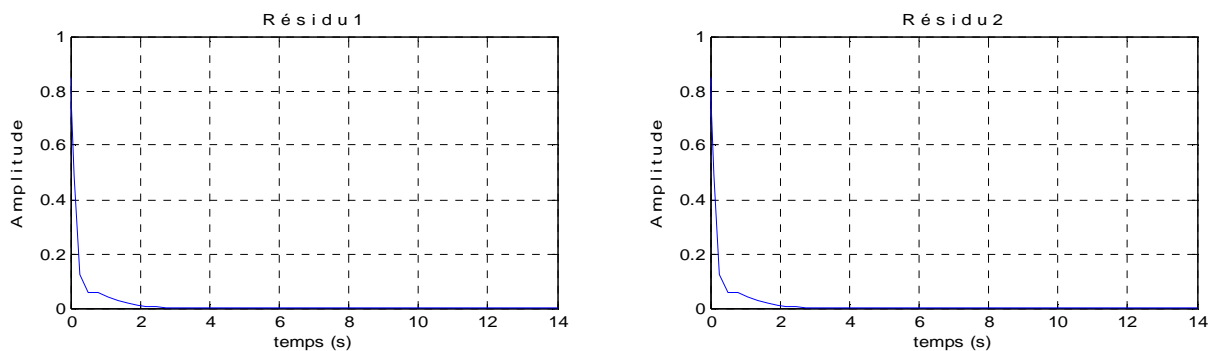


Figure III.3 : Résidu en absence de défaut sur les deux actionneurs

La figure III.4 montre que, lorsqu'on introduit un défaut sur le premier actionneur, le résidu qui le surveille se décale de zéro pour une courte durée puis revient à sa valeur nulle alors que le résidu qui surveille le deuxième actionneur prend une valeur non nulle à partir de l'instant de l'occurrence du défaut. Ce qui veut dire que c'est le premier actionneur qui est en défaut.

Tendit que le contraire est constaté sur la figure III.5, ce qui revient à dire que le défaut affecte le deuxième actionneur.

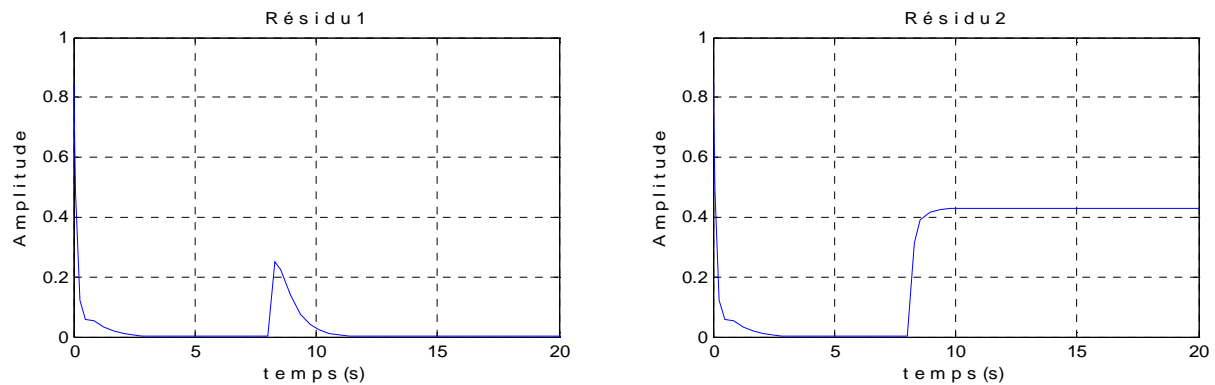


Figure III.4: Résidus en présence d'un défaut sur le premier actionneur

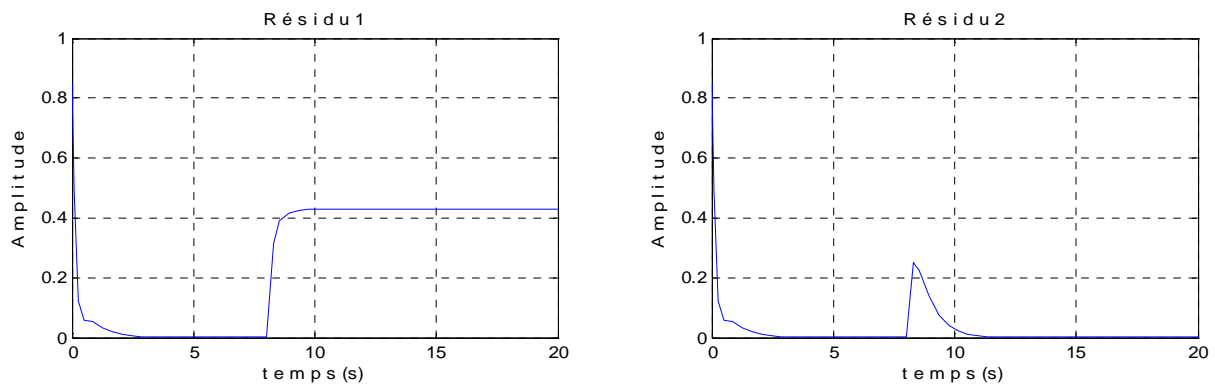


Figure III.5: Résidus en présence d'un défaut sur le deuxième actionneur

III.3 Systèmes non linéaires

III.3.1 Cas I : Tous les états sont disponibles à la mesure

On considère la classe des systèmes non linéaires affine en la commande définie par l'équation :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (\text{III.14})$$

Où $f(x) \in R^n$ et $g(x) \in R^{n \times m}$ sont respectivement un vecteur et une matrice dont les éléments sont non linéaires, $u \in R^m$ est le vecteur correspondant aux sorties des actionneurs et $C^{p \times p}$ est la matrice de sortie dont les éléments sont constants. La matrice $g(x)$ peut être reformulée en fonction des vecteurs $g_j(x)$, c'est-à-dire $g(x) = [g_1(x) \ g_2(x) \ \dots \ g_n(x)]$. C'est une classe de systèmes assez générale pour laquelle l'existence d'observateurs pouvant résoudre le

problème FDI nécessite que les colonnes de $g(x)$ soient de rang plein pour tous $x \in R^n$. Le système (III.14) peut être réécrit sous la forme suivante :

$$\dot{x} = f(x) + \sum_{j=1}^m g_j(x)u_j \quad (\text{III.15})$$

Comme dans le cas linéaire, on suppose que les défauts actionneurs sont additifs abrupts, c'est-à-dire si le $l^{\text{ème}}$ actionneur est en défaut alors la sortie de l'actionneur est $u_l^f = u_l + f_{al}$. Où $t > t_f$ est l'instant de l'occurrence du défaut, f_{aj} est le défaut additif supposé constant et u_l est la sortie de l'actionneur sans défaut. Nous allons aussi, limiter notre étude sur le cas de défauts simples.

Fragkoulis [38] a fait une extension du modèle defectueux des systèmes linéaires aux systèmes non linéaires et propose un modèle defectueux non linéaire pour le système (II.14) sous la forme suivante :

$$\dot{x} = f(x) + \sum_{j \neq l} g_j(x)u_j + g_l(x)u_l^f \quad (\text{III.16})$$

Où u_l^f est l'actionneur en défaut.

Par analogie aux cas linéaire, on définit pour le système non linéaire (III.15) la structure d'observateurs donnée par la forme générale suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}^{(i)} = f(x) + \sum_{j \neq i} g_j(x)u_j + g_i(x)\hat{u}_i^f + H(\hat{x}_i - x) \\ \dot{\hat{u}}_i^f = -2\gamma(\hat{x}^{(i)} - x)^T P g_i(x), 1 \leq i \leq m \end{cases} \quad (\text{III.17})$$

Où $\hat{x}^{(i)}$ est le vecteur d'état estimé de x lorsque le $i^{\text{ème}}$ actionneur est supposé être en défauts, \hat{u}_i^f est l'estimé de l'actionneur en défaut. La matrice H est une matrice d'Hurwitz qui peut être choisie telle que l'observateur ait une dynamique plus rapide que celle du système, c'est la matrice gain d'observateur qui assure sa stabilité ; γ est une constante de conception et P est une matrice définie positive solution de l'équation (III.4).

Ces observateurs sont basés sur les états, ce qui suppose que tous les états sont mesurables. Il a été démontré dans [38] que si le $l^{\text{ème}}$ actionneur est en défaut et tous les éléments de $g(x)$ sont bornés, alors :

Pour $i = l$:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\hat{x}^{(l)} - x) = 0 \quad (\text{III.18})$$

Et pour tous $i \neq l$:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\hat{x}^{(i)} - x) \neq 0 \quad (\text{III.19})$$

$$\text{Avec } (\dot{\hat{x}}^{(i)} - \dot{x}) = g_l(x)(u_l - u_l^f) + H(\hat{x}^{(i)} - x)$$

Le problème de détection et d'isolation de défauts peut être résolu par l'évaluation des résidus si les colonnes $g_i(x), \dots, g_m(x)$ sont linéairement indépendantes pour tous $x \in R^n$, c'est-à-dire si $g(x)$ est une matrice de rang plein. Là aussi la condition est juste suffisante pour la résolution du problème FDI par cette méthode. Si elle n'est pas vérifiée cela ne veut pas dire qu'on ne peut pas détecter et isoler le défaut. Il peut éventuellement se faire par d'autres méthodes.

La forme des résidus utilisée est identique à celle définie dans le cas des systèmes linéaires par l'équation (III.6). Il s'agit donc de générer des résidus de telle manière que chacun d'entre eux soit sensibles aux défauts provenant de tous les actionneurs sauf à celui qu'il surveille.

Comme nous l'avons vu auparavant, le nombre d'observateur à concevoir doit être le même que le nombre m d'actionneurs à surveiller.

III.3.2 Cas II : Seules les sorties sont mesurables

Contrairement aux cas précédent, lorsque les sorties sont les seules grandeurs mesurables l'extension de la méthode linéaire aux systèmes non linéaires (III.13) s'avère compliquée, car l'isolation devient difficile quand les états ne sont pas tous disponibles. Néanmoins il existe un modèle non linéaire pour lequel l'extension est possible. Considérons le système non linéaire suivant [36] :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + f(y) + h(x) + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (\text{III.20})$$

Où $y(t) \in R^q$ est le vecteur de sortie, $f(y)$ est un vecteur non linéaire qui est uniquement en fonction de sorties et $h(x)$ est un vecteur de fonctions non linéaires Lipchitziennes qui satisfait la condition :

$$\|h(x_1) - h(x_2)\| \leq \delta \|x_1 - x_2\|.$$

Pour détecter le défaut il suffit de concevoir l'observateur suivant :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + f(y) + h(\hat{x}) + Bu \quad (\text{III.21})$$

Supposons que la paire (A, C) est observable. S'il existe deux matrices définies positives P et Q tel que :

$$(A - LC)^T P + P(A - LC) = -Q \quad (\text{III.22})$$

$$2\|P\|\delta < \lambda_{\min}(Q) \quad (\text{III.23})$$

Où λ_{\min} est la valeur propre minimale de Q et δ est la constante de Lipschitz définie précédemment. Alors en absence de défaut nous avons :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\hat{x} - x) = 0 \quad (\text{III.24})$$

La construction de banc d'observateurs pour l'isolation de défauts suppose l'existence, en plus de P et Q , d'une autre matrice F qui satisfait

$$PB = (FC)^T \quad (\text{III.25})$$

Cela dit, les conditions posées dans ce cas pour l'isolation de défauts sont plus exigeantes et plus restrictives que celles posées pour cas linéaires. Les contraintes (III.22) et (III.25) sont exactement les mêmes que celles posées pour le cas de détection et d'isolation des défauts des systèmes linéaires où seules les sorties sont mesurables. Mais à la différence du cas linéaires, nous avons ici une contrainte en plus ($2\|P\|\delta < \lambda_{\min}(Q)$) qui doit être respectée.

Lorsque le $l^{\text{ème}}$ actionneur est affecté par un défaut additif abrupt, le modèle défectueux correspondant au système (III.20) prend la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + f(x) + h(x) + \sum_{j \neq l} b_j u_j + b_l u_l^f \\ y = Cx \end{cases} \quad (\text{III.26})$$

De même que dans le cas linéaires, la forme générale des observateurs proposés pour détecter et isoler des éventuels défauts actionneur est :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}^{(i)}(t) = A\hat{x}^{(i)} - L(\hat{y}^{(i)} - y) + f(y) + h(\hat{x}^{(i)}) + \sum_{j \neq i} b_j u_j + b_j \hat{u}_i^f \\ \hat{u}_i^f = -2\gamma(\hat{y}^{(i)} - y)^T f_i \\ \hat{y}^{(i)} = C\hat{x}^{(i)}, 1 \leq i \leq m \end{cases} \quad (\text{III.27})$$

Où γ est constante positive, Q , P , et $F = (f_1, f_2, \dots, f_m)$ vérifient les contraintes (III.22) et (III.25).

Par analogie au cas linéaires, si le $l^{\text{ème}}$ actionneur est en défaut alors :

Pour $i = l$:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\hat{x}^{(l)} - x) = 0 \quad (\text{III.28})$$

Et pour tous $i \neq l$:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\hat{x}^{(i)} - x) \neq 0 \quad (\text{III.29})$$

$$\text{Avec } (\dot{\hat{x}}^{(i)} - \dot{x}) = (A - LC)(\hat{x}^{(i)} - x) + h(\hat{x}^{(i)}) - h(x) + b_l(u_l - u_l^f) - b_i(u_i - u_i^f)$$

Du moment que les sorties sont les seules grandeurs disponibles, le problème FDI peut être résolu par la génération de résidus dont la forme a été donnée par l'équation (III.13).

Exemple

Pour illustrer la méthode de détection et d'isolation de défauts à base d'observateurs adaptatifs, pour le cas où les états ne sont pas tous disponibles, on reprend l'exemple considéré dans [35] :

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} u + \begin{pmatrix} y_1^2 + y_2^2 \\ y_1^2 + y_2^2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.2 \log(x_1^2 + 1) \\ 0.1 \sin(x_2) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} x$$

Le système peut être ramené à un système stable en boucle fermée par le retour de sortie :

$$u = - \begin{pmatrix} y_1 \\ y_1^2 + y_2^2 \end{pmatrix}.$$

Les paramètres de l'observateur sont :

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ et } F = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ce gain est choisi de façon que les conditions (III.22), (III.24) et (III.25) soient satisfaites et que, les dynamiques des états observés soient plus rapides que leurs états correspondants.

Sur la figure III.6, on remarque qu'en absence de défauts les deux résidus convergent rapidement vers zéro. Ce qui reflète, le fait qu'aucun actionneur n'est en défaut.

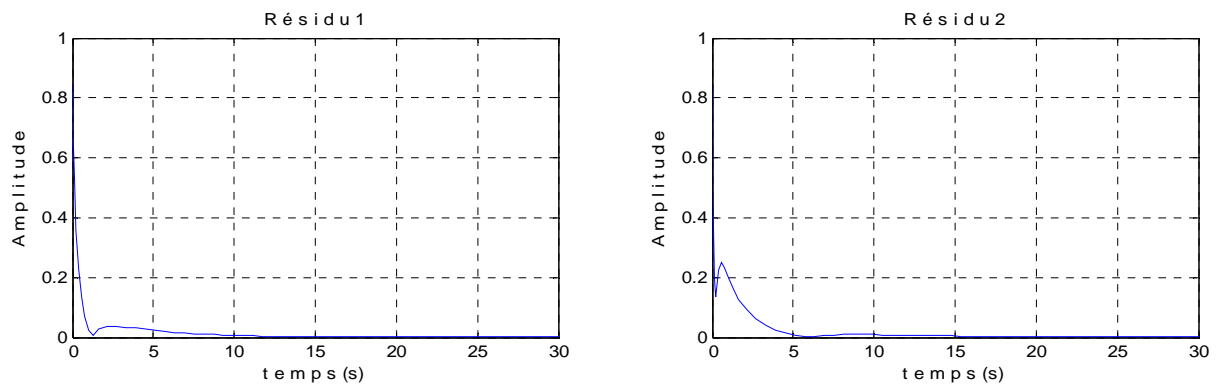


Figure III.6: Résidus en absence de défauts

Lorsqu'on introduit un défaut (un échelon d'amplitude 0.9) sur l'un des actionneurs (figures III.7 et III.8), on constate que seul le résidu correspondant à cet actionneur demeure à sa valeur nulle ce qui veut dire que c'est cet actionneur qu'est affecté par le défaut.

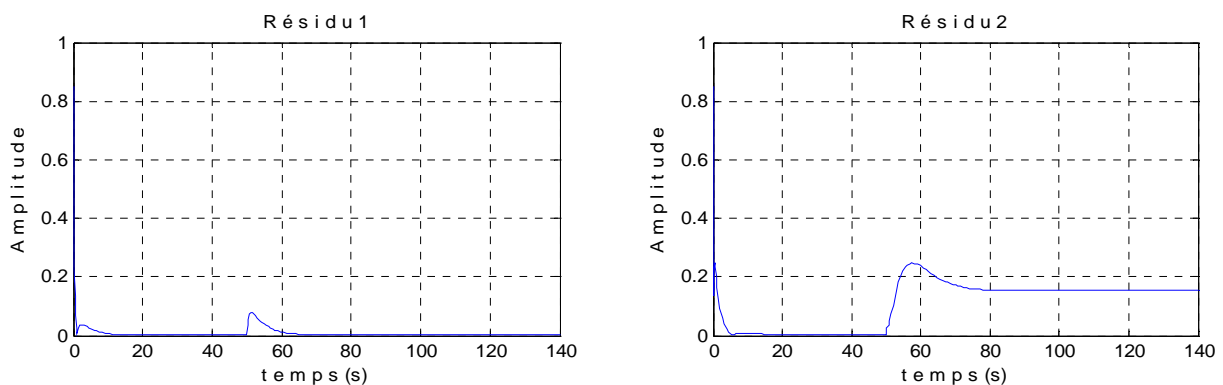


Figure III.7: Résidus en présence d'un défaut sur le premier actionneur

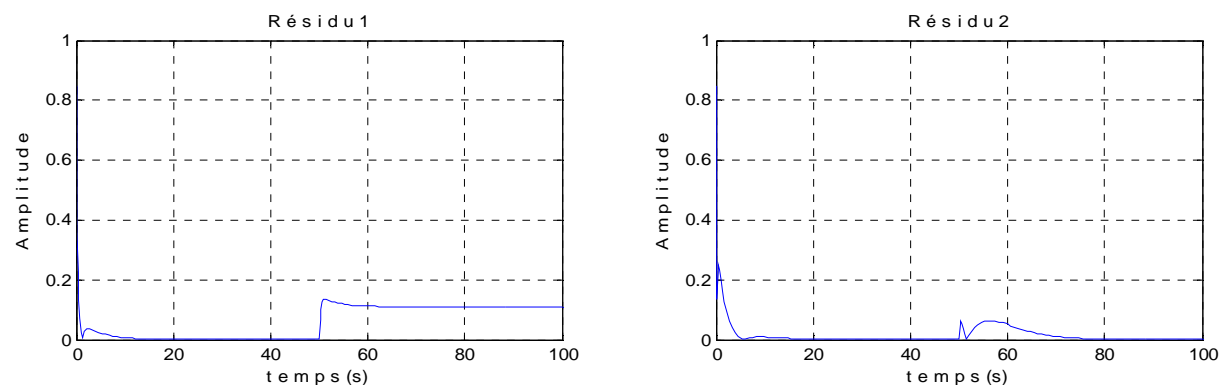


Figure III.8: Résidus en présence d'un défaut sur le deuxième actionneur

III.4 Détection et isolation de défaut d'un système à trois cuves :

Le système considéré (figure III.8) se compose de trois cuves cylindriques de sections identiques S . Les cuves sont reliées par deux tuyaux cylindriques de section S_p , dont les coefficients de viscosité sont $\mu_1 = \mu_3$. La sortie du système est située au niveau de la cuve 2, elle est aussi caractérisée par une section S_p dont le coefficient de viscosité est μ_2 . Deux pompes commandées par des moteurs à courant continu alimentent les cuves 1 et 2 avec des débits $q_1(t)$ et $q_2(t)$. Les trois réservoirs sont équipés de trois capteurs de pression pour mesurer les niveaux du liquide ($h_1(t)$, $h_2(t)$ et $h_3(t)$).

III.4.1 Modèle mathématique du système [39]:

L'écriture de équations de conservation de volume de liquide nous donne :

$$\begin{cases} S \frac{dh_1(t)}{dt} = q_1(t) - q_{13}(t) \\ S \frac{dh_2(t)}{dt} = q_2(t) + q_{32}(t) - q_{20}(t) \\ S \frac{dh_3(t)}{dt} = q_{13}(t) - q_{32}(t) \end{cases} \quad (\text{III.30})$$

Où $q_{ij}(t)$ représente le débit du liquide de la cuve i vers la cuve j qu'on peut exprimer en utilisant la loi de Torricelli par :

$$q_{ij}(t) = \mu \cdot S_p \cdot \text{sign}(h_i(t) - h_j(t)) \cdot \sqrt{2g|h_i(t) - h_j(t)|} \quad (\text{III.31})$$

Et $q_{20}(t)$ représente le débit de sortie donnée par :

$$q_{20}(t) = \mu_2 \cdot S_p \cdot \sqrt{2gh(t)}$$

On suppose, et cela sans restreindre notre étude, que les niveaux des trois cuves vérifie les inégalités suivantes : $h_1(t) > h_3(t) > h_2(t)$. En d'autres termes on donne un sens particulier au débit inter cuves $q_{ij}(t)$. Avec cette supposition on peut définir un modèle non linéaire affine en la commande qui décrit parfaitement le système comme suite :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -2C_1\sqrt{x_1(t) - x_3(t)} + \frac{u_1(t)}{S} \\ \dot{x}_2(t) = 2C_3\sqrt{x_3(t) - x_2(t)} - 2C_2\sqrt{x_2(t)} + \frac{u_2(t)}{S} \\ \dot{x}_3(t) = 2C_1\sqrt{x_1(t) - x_3(t)} - 2C_3\sqrt{x_3(t) - x_2(t)} \\ y_1(t) = x_1(t) \\ y_2(t) = x_2(t) \\ y_3(t) = x_3(t) \end{cases} \quad (\text{III.32})$$

Avec $x_i(t)$ est le niveau du liquide de la cuve "i" et $C_i = (1/2) \cdot (1/S) \mu_i \cdot S_p \cdot \sqrt{2g}$. Les deux signaux de commande $u_1(t)$, $u_2(t)$ sont respectivement les deux débits d'entrée $q_1(t)$ et $q_2(t)$.

Ainsi on peut définir le modèle en défaut comportant tous les défauts actionneurs f_{ai} additifs abrupts par :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -2C_1\sqrt{x_1(t) - x_3(t)} + \frac{u_1(t) + f_{a1}}{S} \\ \dot{x}_2(t) = 2C_3\sqrt{x_3(t) - x_2(t)} - 2C_2\sqrt{x_2(t)} + \frac{u_2(t) + f_{a2}}{S} \\ \dot{x}_3(t) = 2C_1\sqrt{x_1(t) - x_3(t)} - 2C_3\sqrt{x_3(t) - x_2(t)} \\ y_1(t) = x_1(t) \\ y_2(t) = x_2(t) \\ y_3(t) = x_3(t) \end{cases} \quad (\text{III.32})$$

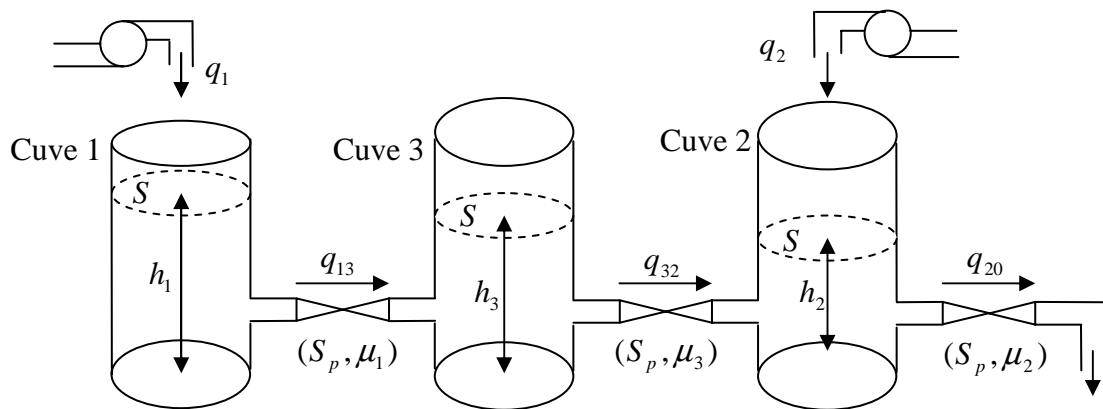


Figure III.9: Schéma d'un système à trois cuves

Simulation et résultats

Pour des débits $q_1 = 28.10^{-7} m^3/s$ et $q_2 = 15.10^{-7} m^3/s$, les trois niveaux h_1 , h_2 et h_3 se stabilisent respectivement autour des valeurs $0.3m$, $0.20m$ et $0.27m$ au bout de 8 minutes (figures III.10), et cela à partir des conditions initiales $(0.2 \ 0 \ 0.1)$ différentes des celles attribuées aux observateurs.

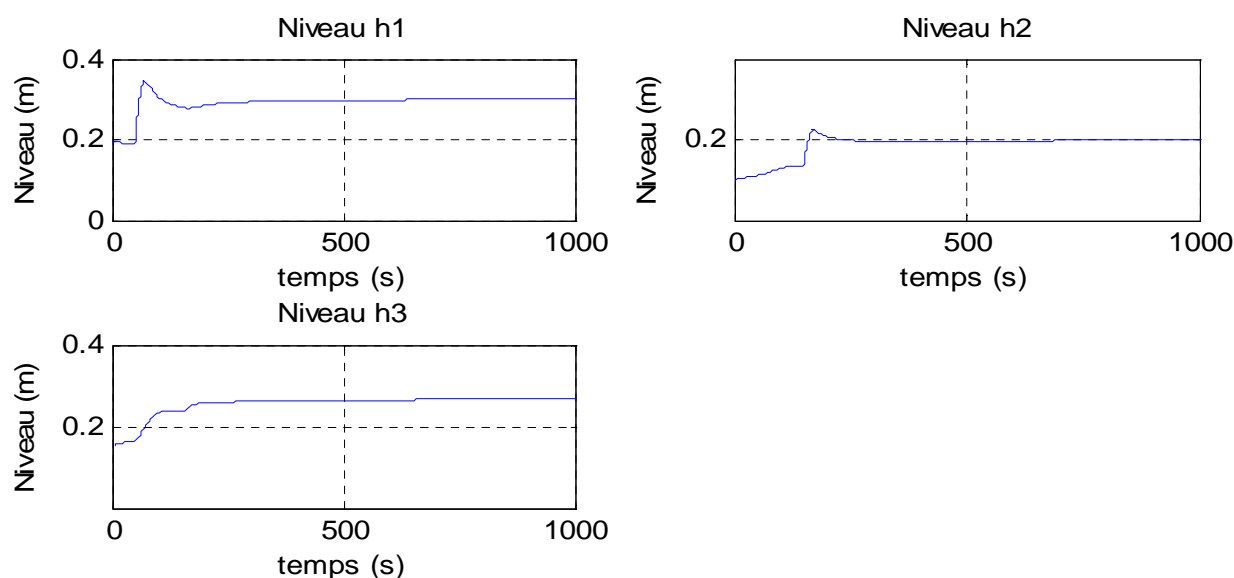


Figure III.10 : Niveaux des trois cuves en absence de défauts

Étant donné que nous avons deux actionneurs, nous devons concevoir un banc de deux observateurs pour les surveiller. Les trois niveaux sont mesurables, nous allons utiliser alors, la forme d'observateurs définie par (III.27). La forme du résidu choisie est la norme 2 : $\|\hat{y} - y\|^2$, c'est une forme qui permet d'avoir des résidus plus sensible aux défauts.

La figure III.11 présente les deux résidus associés aux deux observateurs en absence de défauts. Nous remarquons que les valeurs des résidus ne sont pas égales à zéro pendant la phase transitoire, elles mettent un certain temps pour atteindre leurs valeurs constantes nulles.

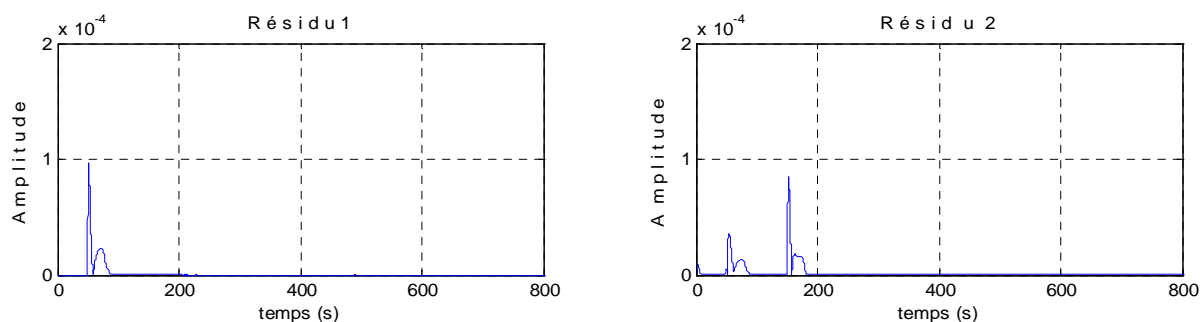


Figure III.11: Résidus en absence de défauts

Afin de tester l'efficacité de la technique de détection et d'isolation des défauts à l'aide d'observateurs adaptatifs, nous avons injecté des défauts additifs abrupts simples (un seul actionneur est en défaut à la fois) sur les deux actionneurs lorsque le système a atteint son régime permanent. Dans un premier temps nous avons injecté un défaut sur le premier actionneur en augmentant sa valeur (augmenter le débit) de 20% à $t = 500\text{ s}$, puis sur le deuxième actionneur en augmentant toujours sa valeur de 20% au même instant. Les résultats sont représentés respectivement par la figure III.12 et la figure III.13.

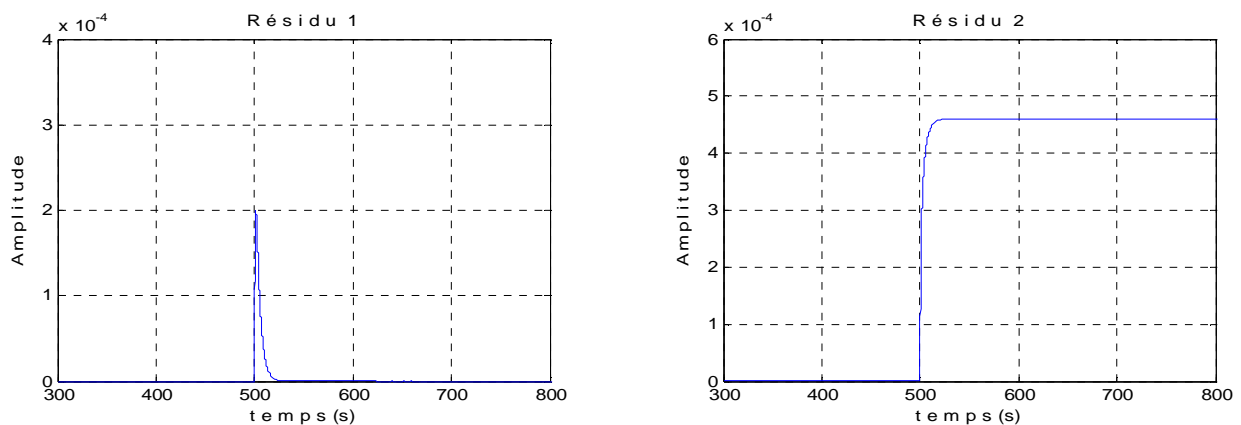


Figure III.12: Résidus en présence d'un défaut sur le premier actionneur

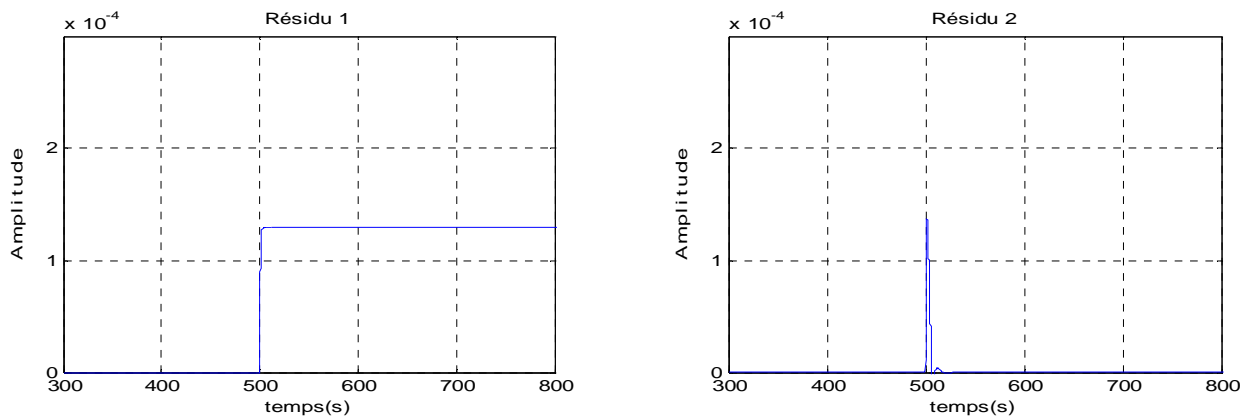


Figure III.13: Résidus en présence d'un défaut sur le deuxième actionneur

Nous constatons que, le résidu qui ne correspond pas à l'actionneur en défaut quitte sa valeur initiale à l'instant de l'occurrence de défaut et reste à sa nouvelle valeur. Par contre le résidu correspondant à l'actionneur en défaut revient à zéro après un certain temps. Le temps que met ce résidu pour revenir à zéro est le temps que nécessite l'observateur pour isoler le défaut. Les défauts sont donc bien détectés et isolés.

III.4.2 Défaut en présence d'un bruit sur la mesure

Pour évaluer la sensibilité des résidus aux défauts en présence de bruits, nous avons introduit des bruits sur chaque un des signaux de mesure, puis nous avons introduit des défauts simples. Les défauts injectés ont les mêmes caractéristiques et valeurs que dans le cas sans bruits.

Les figures III.14 représentent les résidus associés aux deux observateurs en présence de défaut sur le premier actionneur. Les figures III.15 représentent les résidus en présence de défaut sur le deuxième actionneur. Comme le montre les deux figures, malgré que les résidus soient influencés par le bruit, ils permettent toujours de détecter et d'isoler le défaut et identifier ainsi l'actionneur en défaut.

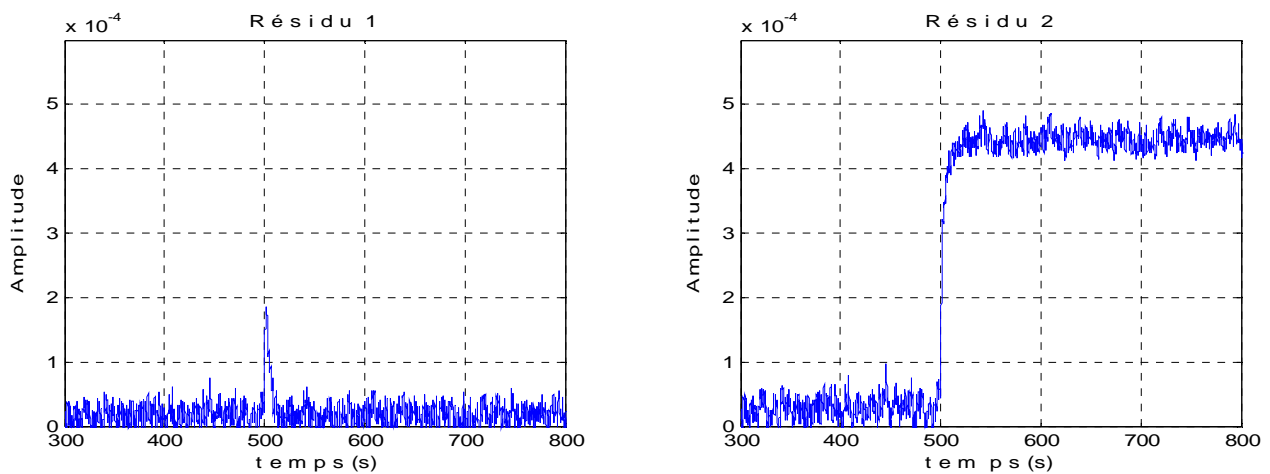


Figure III.14: Résidus en présence d'un défaut sur le premier actionneur et en présence de bruits sur la mesure.

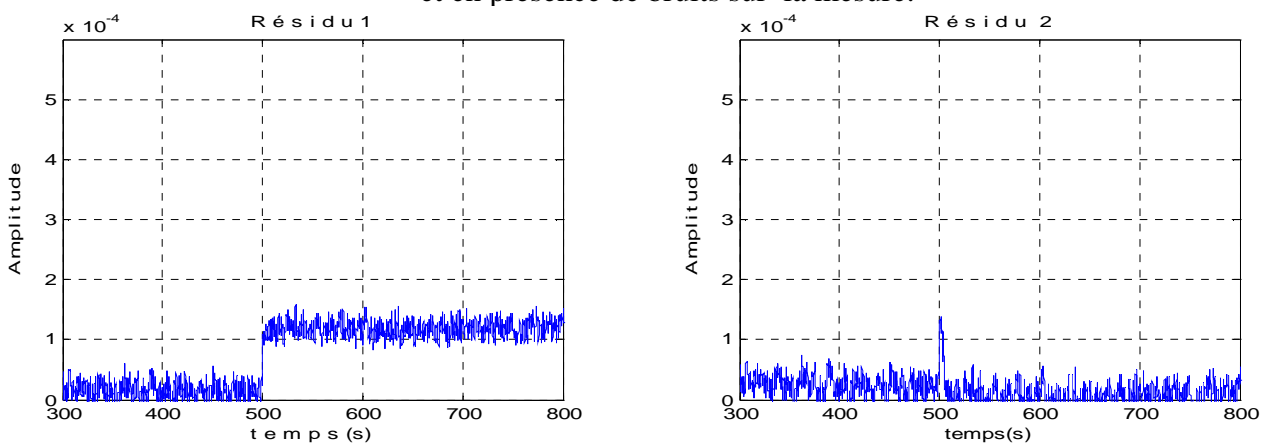


Figure III.15: Résidus en présence d'un défaut sur le deuxième actionneur et en présence de bruits sur la mesure.

En résumé nous constatons que cette méthode est efficace pour la détection et l'isolation des défauts simples affectant les actionneurs même en présence de bruits de mesure. Nous pouvons générer, à base d'observateurs, des résidus insensible au défaut d'un actionneur et sensible aux défauts des autres actionneurs. Le résidu correspondant à l'actionneur en défaut reste à zéro alors que les autres se stabilisent à de nouvelles valeurs non nulles.

III. 5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons focalisé notre étude sur la détection et l'isolation de défauts additifs simples provenant des actionneurs pour différents systèmes linéaires et non linéaires en utilisant des observateurs adaptatifs. La méthode développée est appliquée sur des exemples académiques simples et ensuite sur un système possédant des fortes non linéarités qui est le système à trois cuves, en absence et présences de bruits de mesures. Cette méthode qui s'est avérée efficace pour tous les cas que nous avons considérés, même en présence de bruit, présente l'inconvénient de n'être applicable que pour des défauts abrupts additifs et constants.

Chapitre IV : Diagnostic de défaut à base d'observateurs à mode glissant

IV.1 Introduction

De par leurs propriétés, les modes glissants offrent des avantages considérables. Parmi leurs caractéristiques, qu'il est possible d'exploiter pour la résolution du problème FDI [40], [41], [42] la robustesse explicite vis-à-vis des entrées inconnues et des défauts, l'obtention des résultats en un temps fini mais aussi, le fait que les modes glissants consistent en une théorie, applicable pour les systèmes non linéaires, et sans connaître les paramètres du modèle avec précision.

Les observateurs par modes glissants ont fait l'objet de plusieurs recherches dans le cadre de la détection et de la reconstruction de défauts [43], [44]. Initialement, les travaux ont été orientés vers la conception d'observateurs par modes glissants, en supposant que les états du système soient disponibles et de façon à ce que l'apparition d'un défaut, détruise le régime de glissement. En revanche, Edwards, Spurgeon et Patton [45] ont proposé une autre approche, qui suppose que les états du système ne soient pas disponibles et que la synthèse de l'observateur s'effectue de manière à maintenir le régime de glissement en présence des défauts. Ces derniers seront détectés et estimés à l'aide de la surface équivalente pendant le régime de glissement. Dans ce contexte, une autre méthode de diagnostic de défauts a été proposée par Tan et Edwards [46].

Dans ce chapitre, il est question, tout d'abord, d'introduire l'idée de base de conception d'observateurs par modes glissants pour la détection et la localisation des défauts, pour les systèmes linéaires, à travers l'approche proposée par Edwards, Spurgeon et Patton. Nous présenterons ensuite une méthodologie de synthèse d'observateurs par modes glissants utilisés pour le diagnostic d'une classe de systèmes non linéaires.

IV.2 Reconstruction de défauts des systèmes linéaires

Soit le système linéaire défini par les équations suivantes:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + E_f f_a(t) \\ y(t) = Cx(t) + f_c(t) \end{cases} \quad (\text{IV.1})$$

Où $x(t) \in R^n$, et $u(t) \in R^m$, $y \in R^p$ représentent respectivement le vecteur d'état, le vecteur de commande et le vecteur de sortie du système. Les vecteurs $f_a(t) \in R^q$ et $f_c(t) \in R^p$ représentent respectivement les vecteurs de défauts actionneurs et capteurs, supposé inconnus mais bornés. Avec $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times m}$, $C \in R^{n \times p}$ et $E_f \in R^{n \times q}$. Nous supposons également que les états du système ne sont pas mesurables, seules les entrées de commande et les sorties le sont.

L'objectif consiste à reconstruire les états à partir d'un observateur, de manière à ce que l'erreur d'estimation de la sortie tend vers zéro en un temps fini. Soit l'observateur défini par [45]:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu - G_l e_y + G_n S \quad (\text{IV.2})$$

Où G_l et G_n représentent les gains de l'observateur de dimension $n \times p$. S est une fonction discontinue et $e_y = C\hat{x} - y$ est l'erreur d'estimation de sorties. Supposons, dans un premier temps, le cas où seuls des défauts actionneurs agissent sur le système et que ces derniers vérifient :

$$\|f_{a(t)}\| \leq \rho(t, y, u), \quad \forall t \quad (\text{IV.3})$$

Où $\rho(t, y, u)$ est une fonction connue.

En supposant que $p \geq q$, les conditions d'existence d'un tel observateur, robuste vis-à-vis des défauts $f_a(t)$, sont :

- $\text{rang}(CE_f) = q$.
- Les zéros invariants de (A, E_f, C) sont stables (Le système (A, E_f, C) est à minimum de phase)

Si la première condition est satisfaite, alors il existe un changement de variables $x \rightarrow Tz$ tel que :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = A_{11}z_1 + A_{12}z_2 + B_1u \\ \dot{z}_2 = A_{21}z_1 + A_{22}z_2 + B_2u + E_{f2}f_a \\ y = z_2 \end{cases} \quad (\text{IV.4})$$

Où $A_{11} \in R^{(n-p) \times (n-p)}$ est non singulière. Une méthode de synthèse des paramètres de l'observateur (IV.2) a été proposée dans [45]. Ce dernier se met sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}}_1 = A_{11}\hat{z}_1 + A_{12}\hat{z}_2 + B_1u - A_{12}e_y \\ \dot{\hat{z}}_2 = A_{21}\hat{z}_1 + A_{22}\hat{z}_2 + B_2u - (A_{22} - A_{22}^s)e_y + S \\ \hat{y} = \hat{z}_2 \end{cases} \quad (\text{IV.5})$$

Où la matrice A_{22}^s est une matrice stable, et $e_y = \hat{z}_2 - z_2$ est l'erreur d'estimation de sortie.

La fonction discontinue S est donnée par :

$$S = \begin{cases} -\rho(t, y, u) \frac{E_{f2} \left\| \frac{P_0 e_y}{\|P_0 e_y\|} \right\|}{\|P_0 e_y\|} & \text{si } e_y \neq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{IV.6})$$

$P_0 \in R^{p \times p}$ est une matrice semi définie positive, c'est la matrice de Lyapunov de A_{22}^s , solution de l'équation :

$$P_0 A_{22}^s + (A_{22}^s)^T P_0 = -I \quad (\text{IV.7})$$

La dynamique de l'erreur d'estimation des états est :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = A_{11}e_1 \\ \dot{e}_y = A_{21}e_1 + A_{22}^s e_y + S - E_{f2}f_a \end{cases} \quad (\text{IV.8})$$

Le système (IV.8) est stable. Un régime de glissement s'instaure en forçant e_y à zéro et les gains de l'observateur (IV.2) sont donc donnés par:

$$G_l = T^{-1} \begin{bmatrix} A_{12} \\ A_{22} - A_{22}^s \end{bmatrix} \text{ et } G_n = T^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ I_p \end{bmatrix} \quad (\text{IV.9})$$

IV.2.1 Reconstruction des défauts actionneurs

Supposons qu'un observateur, tel que défini par les équations (IV.5), a été synthétisé et que le régime de glissement est établi. Durant le régime de glissement, nous avons:

$$e_y = 0 \quad \text{et} \quad \dot{e}_y = 0 \quad (\text{IV.10})$$

Il s'en suit que :

$$A_{21}e_1 - E_{f2}f_a + S_{eq} = 0 \quad (\text{IV.11})$$

Où S_{eq} est la surface équivalente qui représente l'effort nécessaire pour maintenir le régime de glissement. En utilisant le fait que A_{11} soit stable et donc e_1 tend vers 0 alors :

$$s_{eq} \rightarrow E_{f2}f_a$$

Pour éviter les singularités, lorsque e_y tend vers zéro, il a été proposé pour le calcul de S_{eq} , de remplacer la fonction discontinue par une fonction continue donnée par:

$$S_{eq} = -\rho(t, y, u) \|E_{f2}\| \frac{P_0 e_y}{\|P_0 e_y\| + \delta} \quad (\text{IV.12})$$

Où δ est un scalaire positif, suffisamment petit. Ainsi le défaut peut être estimé à l'aide de:

$$f_a \approx -\rho(t, y, u) \|E_{f2}\| \left(E_{f2}^T E_{f2} \right)^{-1} E_{f2}^T \frac{P_0 e_y}{\|P_0 e_y\| + \delta} \quad (\text{IV.13})$$

IV.2.2 Reconstruction des défauts capteurs

Supposons, à présent, que le système (IV.5) soit soumis à des défauts capteurs seulement:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + f_c(t) \end{cases} \quad (\text{IV.14})$$

Où $f_c(t) \in R^p$ représente le vecteur des défauts capteurs. Dans ce cas : $e_y = e_2 - f_c$ et la dynamique de l'erreur d'estimation, après le changement de coordonnées, devient alors:

$$\begin{cases} \dot{e}_1(t) = A_{11}e_1(t) + A_{12}f_c \\ \dot{e}_y(t) = A_{21}e_1(t) + A_{22}e_y - \dot{f}_c + A_{22}f_c + S \end{cases} \quad (\text{IV.15})$$

Quand le régime de glissement est établi, il est possible d'écrire :

$$A_{21}e_1 - \dot{f}_c + A_{22} f_c + S_{eq} = 0 \quad (IV.16)$$

En supposant que le défaut est lentement variable, alors :

$$S_{eq} \approx -(A_{22} - A_{21}A_{11}^{-1}A_{12})f_c \quad (IV.17)$$

Il est donc possible de reconstruire le défaut capteur à l'aide de l'équation (IV.17) si la matrice $(A_{12} - A_{21}A_{11}^{-1}A_{12})$ est non singulière. Une autre méthode a été proposée dans [46] pour l'estimation de défauts capteurs, elle est basée sur l'introduction d'un second observateur à mode glissant. La procédure consiste à définir un nouvel état $x_f \in R^p$ tel que :

$$\dot{x}_f = -A_f x_f + A_f S_{eq} \quad (IV.18)$$

$$x_f = \begin{bmatrix} 0 & I_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ x_f \end{bmatrix}$$

Où $-A_f \in R^{p \times p}$ est un filtre matriciel stable et $A_f \in R^{p \times p}$ est matrice diagonale définie positive.

Dans ce cas l'erreur d'estimation sera donnée par :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = A_{11}e_1 + A_{12}f_c \\ \dot{x}_f = -A_f A_{21}e_1 - A_f x_f - A_f A_{22}f_c \\ y = x_f \end{cases} \quad (IV.19)$$

Ce système ressemble à celui de l'équation (IV.1), par conséquent on peut reconstruire le défaut capteur en se basant sur la procédure d'estimation de défaut actionneur. La condition d'existence de cette méthode, dite méthode de second observateur, est que A_{22} soit inversible. L'estimée de f_c est donnée par :

$$f_c = A_{22}^{-1} A_f^{-1} S_{eq1} \quad (IV.20)$$

Où S_{eq1} est la fonction discontinue du second observateur. Le schéma structurel de reconstruction de défauts actionneurs et capteurs par observateurs à mode glissant est donné par la figure IV.1.

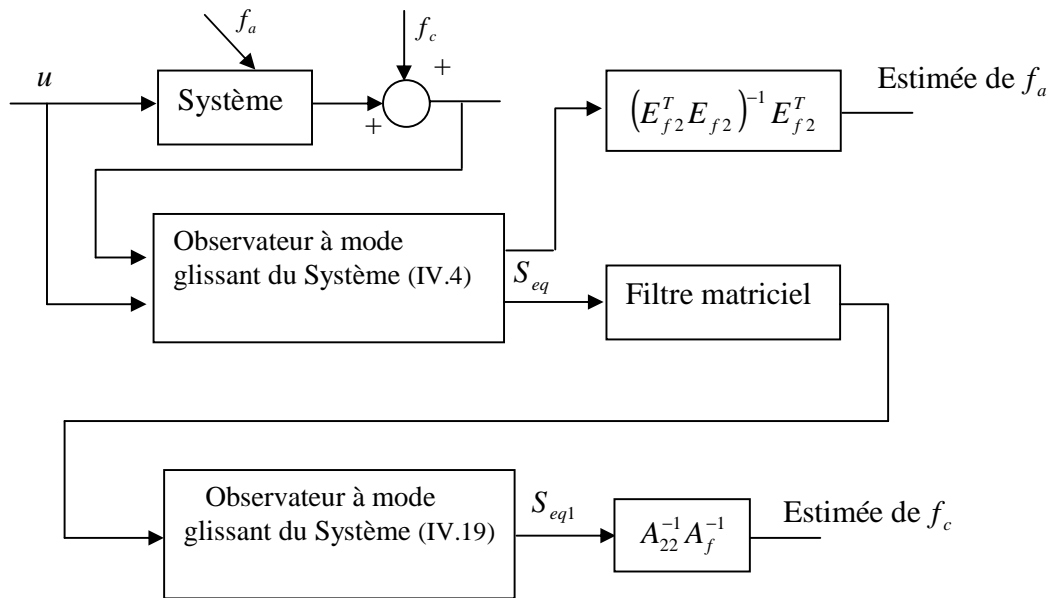


Figure VI.1 : Schéma de reconstruction de défauts actionneurs et capteurs

IV.2.3 Application sur un modèle d'un avion

Dans ce paragraphe on propose d'appliquer la méthode de reconstruction des défauts actionneurs et capteurs présentée précédemment sur un modèle linéaire d'ordre quatre d'un avions. Le système comporte trois sorties et contrôlé par deux entrées de commande tel que :

$$x = \begin{bmatrix} \text{Vitesse de rotation selon l'axe longitudinal (rad/s)} \\ \text{Vitesse de rotation selon l'axe vertical (rad/s)} \\ \text{Angle de rotation selon l'axe latéral (rad)} \\ \text{Vitesse de rotation selon l'axe latéral (rad/s)} \end{bmatrix}.$$

Le système est stabilisé par un retour d'état à partir des conditions initiales $x(0) = [0 \ 0 \ 0.5 \ 0.8]^T$. Les matrices d'état, de commande et sortie sont :

$$A = \begin{pmatrix} -9.9477 & -0.7476 & 0.2612 & 5.0337 \\ 52.1659 & 2.7452 & 5.5532 & -24.4221 \\ 26.0922 & 2.6361 & -4.1975 & -19.2774 \\ 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0.4422 & 0.1761 \\ 3.5446 & -7.5922 \\ -5.5200 & 4.4900 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Pour le cas de défauts actionneurs la matrice de distribution de défauts $E_f = B$. On peut vérifier que CE_f est de rang plein et que les zéros invariants de (A, E_f, C) sont stables. Il existe donc, un changement de variables $x \rightarrow Tz$ qui permet de mettre ce système sous la forme (IV.4). Ainsi, nous pouvons concevoir l'observateur à mode glissant donné par (IV.5). Soit le changement de variables :

$$T = \begin{pmatrix} 8.7889 & 1 & 1.3462 & -15 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La matrice $A_{11} = -9.4965$ est stable. On peut reconstruire des éventuels défauts actionneurs à l'aide de l'équation (IV.13) en choisissant une matrice stable A_{22}^s . Soit :

$$A_s = \begin{pmatrix} -10 & 0 & 0 \\ 0 & -11 & 0 \\ 0 & 0 & -12 \end{pmatrix}$$

Les paramètres de l'observateur sont donc :

$$G_l = \begin{pmatrix} 0.6660 & -0.9431 & 7.9664 \\ 15.9109 & 10.6201 & 37.4543 \\ -18.3191 & -3.1598 & 78.8042 \\ -6.5287 & -0.7428 & 24.1425 \end{pmatrix}, G_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -6.5287 & -0.7428 & 11.1425 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$P_0 = \begin{pmatrix} 0.0455 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0417 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0385 \end{pmatrix}$$

Simulation et résultats

Afin de tester la validité de cette méthode nous avons réalisé une série de simulations pour différents types de défauts actionneurs. Nous choisissons la fonction scalaire $\rho(t, y, u) = 50$ et la constante $\delta = 0.001$. La figure IV.2 représente les estimateurs de défauts des deux actionneurs lorsqu'on injecte un défaut intermittent f_{a1} ayant une forme parabolique sur le premier actionneur tandis que la figure IV.3 représente les estimateurs de défauts des deux actionneurs lorsqu'on injecte un défaut f_{a2} sur le deuxième actionneur. Quant à La figure IV.4 elle représente les reconstruiteurs de défauts lorsque les deux actionneurs sont simultanément affectés par des défauts de forme paraboliques f_{a1} et f_{a2} .

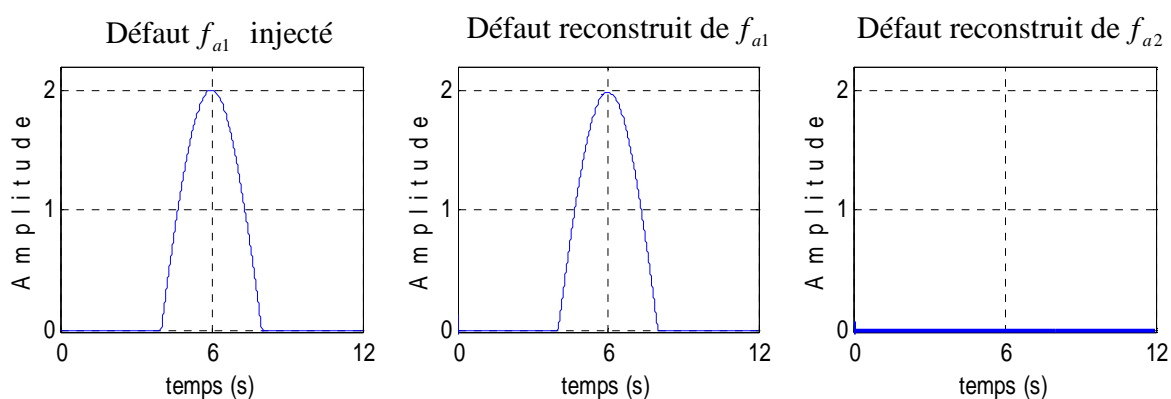


Figure IV.2: Reconstruction de défauts en présence d'un défaut sur le premier actionneur.

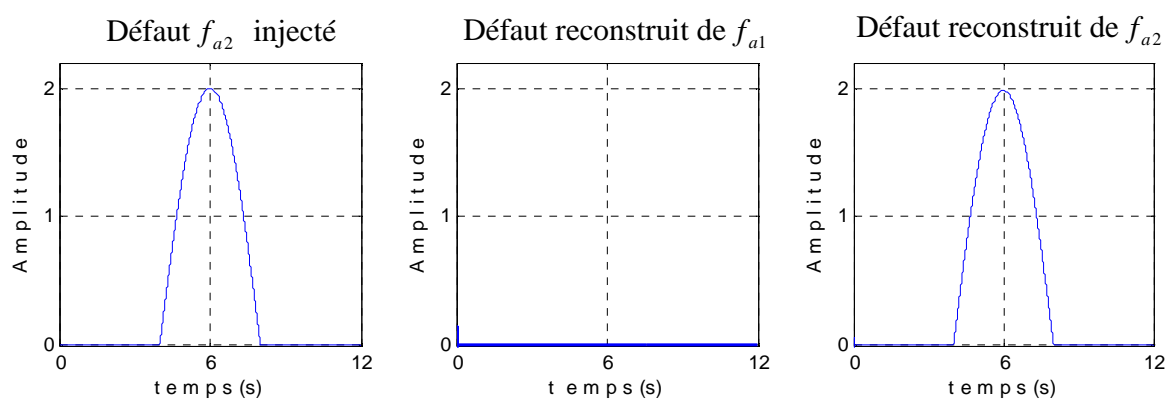


Figure IV.3: Reconstruction de défauts en présence d'un défaut sur le deuxième actionneur.

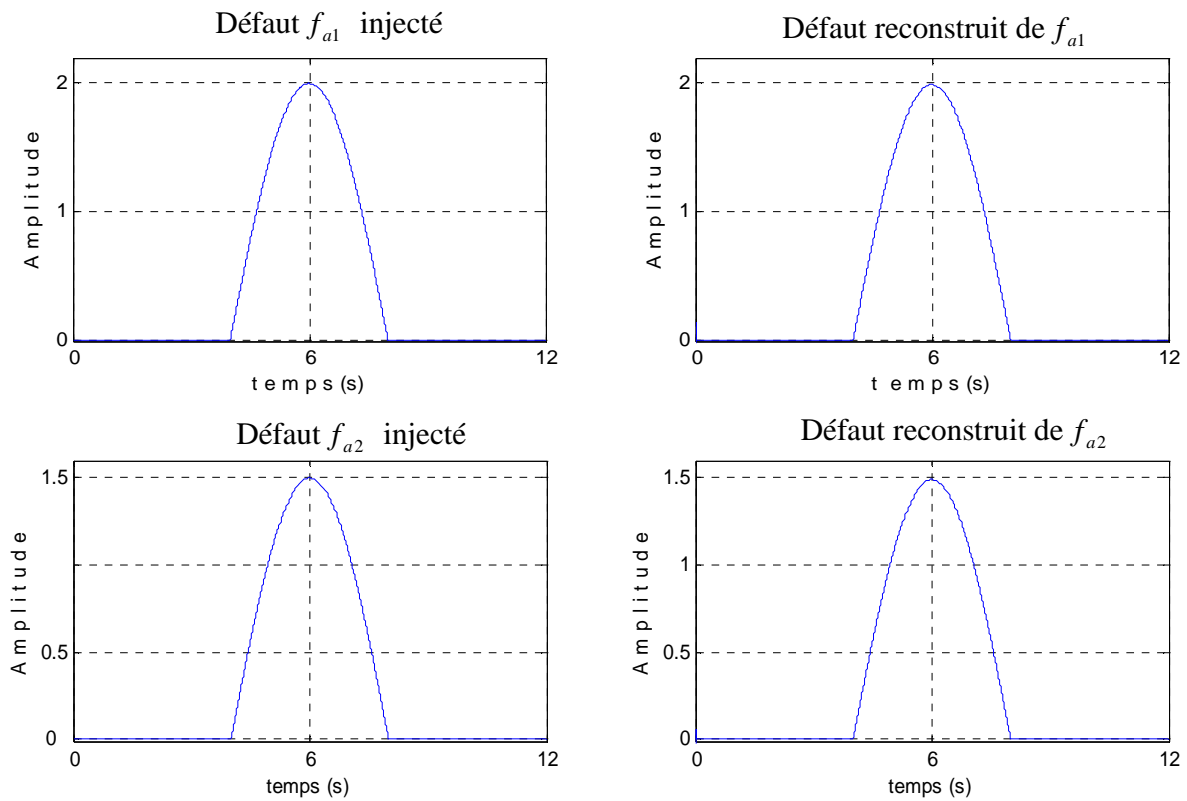


Figure IV.4: Reconstructions de défauts agissant simultanément sur les deux actionneurs

Nous constatons à travers les figures précédentes que la méthode appliquée permet une bonne détection et reconstruction de défauts. Lorsqu'un défaut affecte le premier actionneur, le signal émis par l'estimateur de défaut relatif à cet actionneur s'écarte de zéro et reconstruit l'allure du défaut, alors que celui relatif au deuxième actionneur demeure nul. Lorsqu'un défaut affecte le deuxième actionneur l'inverse se produit, à savoir, le premier demeure insensible à ce changement alors que le deuxième s'écarte de zéro et reconstruit le défaut apparu. Pour le cas où les deux actionneurs sont simultanément affectés par des défauts, (figure IV.4), Nous constatons la aussi, que les défauts sont détectés et reconstruits.

De même que dans le cas des défauts actionneurs, nous avons injecté des défauts intermittents capteurs de forme trapézoïdale à l'instant $t = 4s$. Les résultats de simulations sont représentés par les figures IV.5, IV.6 et IV.7.

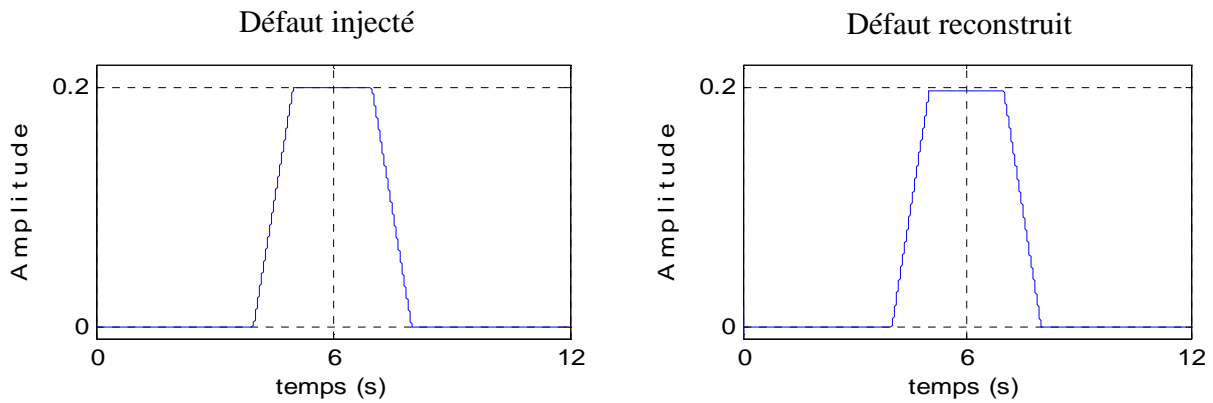


Figure IV.5: Reconstruction de défaut de forme trapézoïdale agissant sur la première sortie.

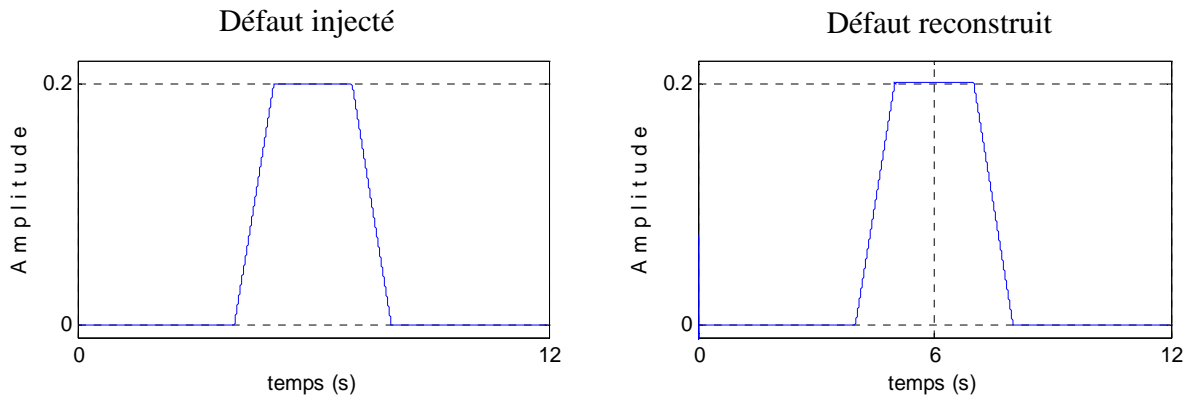


Figure IV.6: Reconstruction de défaut de forme trapézoïdale agissant sur la deuxième sortie.

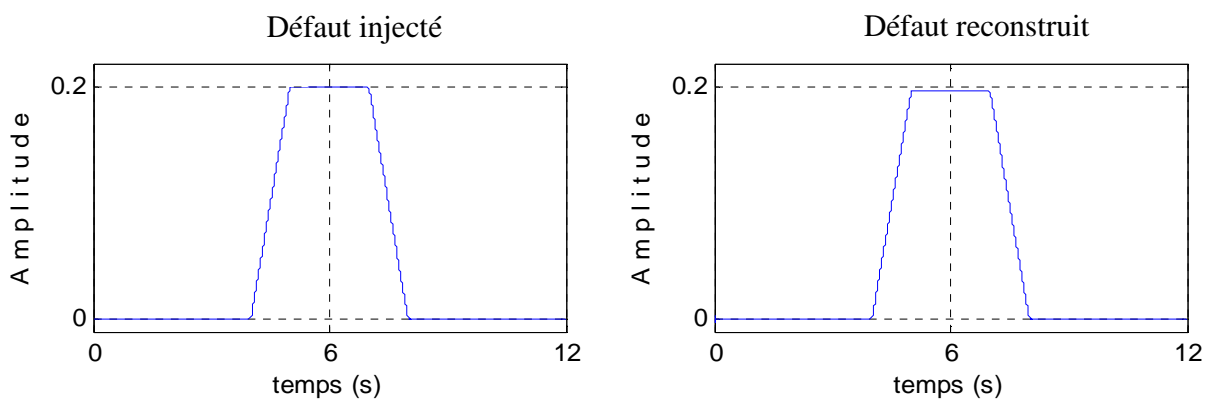


Figure IV.7: Reconstruction de défaut de forme trapézoïdale agissant sur la troisième sortie.

Les résultats des simulations, montre que la méthode de reconstruction de défauts à base d'observateur à mode glissant est efficace aussi pour les défauts capteurs. Néanmoins, il est important de signaler que la reconstruction des défauts (actionneurs ou capteur) dépend fortement de la valeur de $\rho(t, y, u)$. Un choix adéquat de celle-ci est nécessaire pour une bonne estimation des défauts.

IV.3 Reconstruction de défauts des systèmes non linéaires par observateurs robustes

La classe de systèmes considérée est non linéaire et affine en la commande. Le modèle dynamique qui inclue les défauts et les entrées inconnues agissant sur le système est donné par :

$$\dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^m g_i(x)u_i + D(x)d + E(x)f_a \quad (\text{IV.21})$$

$$y_i = h_i(x), j = 1, \dots, p \quad (\text{IV.22})$$

Où $x(t) \in R^n$, et $f_a \in R^{q_1}$ et $d \in R^{q_2}$ sont respectivement le vecteur d'état, de défauts et d'entrées inconnues. $u = [u_1, \dots, u_m]^T$ et $y = [y_1, \dots, y_p]^T$ représentent respectivement, le vecteur d'entrées et le vecteur de sorties. Le point d'équilibre est donné par x_e . Cette classe de système représente un nombre important de systèmes physiques (systèmes mécaniques, machines électriques, robots etc..). De plus, on peut toujours se ramener à la forme (IV.21) en utilisant le développement limité en série de Taylor.

L'objectif ici est de reconstruire le défaut f_a en dépit de la présence des perturbations d en utilisant les observateurs à mode glissant. Mais auparavant le système doit être mis sous une forme canonique triangulaire. Pour cela, on suppose que $p \geq m \geq \max(q_1, q_2)$ et que le vecteur degré relatif correspondant aux $g_i(x)$ en x_e soit donné par $[r_1, \dots, r_m]$. Ainsi pour $i = 1, \dots, m$; $j = 1, \dots, m$; $k = 1, \dots, r_i - 2$ et pour tous x appartenant aux voisinage de x_e :

$$L_{g_i} L_f^k h_i(x) = 0 \quad (\text{IV.23})$$

On suppose aussi que $\sum_{i=1}^m r_i = r = n$ et que la matrice carrée :

$$A(x) = \begin{bmatrix} L_{g_i} L_f^{r_i-1} h_1 & \dots & L_{g_m} L_f^{r_i-1} h_m \\ \dots & \dots & \dots \\ L_{g_i} L_f^{r_m-1} h_m & & L_{g_m} L_f^{r_m-1} h_m \end{bmatrix} \quad (\text{IV.24})$$

est non singulière en x_e .

Pour mettre le système (IV 21) sous une forme triangulaire il suffit d'introduire le changement de variables suivant :

$$\begin{bmatrix} \phi_1^{(i)} \\ \phi_2^{(i)} \\ \vdots \\ \phi_{r_i}^{(i)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_i(x) \\ L_f h_i(x) \\ \vdots \\ L_f^{r_i-1} h_i(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1^{(i)} \\ z_2^{(i)} \\ \vdots \\ z_{r_i}^{(i)} \end{bmatrix} = z^{(i)} \quad (\text{IV.25})$$

$$\text{Et } \phi(x) = z = \left[\left(z^{(1)} \right)^T \quad \dots \quad \left(z^{(m)} \right)^T \right]$$

Avec ce changement de coordonnées le système original peut donc être transformé comme suite :

$$\forall i = 1, \dots, m$$

$$\begin{aligned} \dot{z}_1^{(i)} &= z_2^{(i)} + \rho_1^{(i)}(z) d + \psi_1^{(i)}(z) f_a \\ \dot{z}_2^{(i)} &= z_3^{(i)} + \rho_2^{(i)}(z) d + \psi_2^{(i)}(z) f_a \\ &\vdots \\ \dot{z}_{r_i-1}^{(i)} &= z_{r_i}^{(i)} + \rho_{r_i-1}^{(i)}(z) d + \psi_{r_i-1}^{(i)}(z) f_a \\ \dot{z}_{r_i}^{(i)} &= L_f^i h_i(\phi^{-1}(z)) + L_g L_f^{r_i-1} h_i(\phi^{-1}(z)) u + \rho_{r_i}^{(i)}(z) d + \psi_{r_i}^{(i)}(z) f_a \end{aligned} \quad (\text{IV.26})$$

Où

$$\begin{bmatrix} \rho_1^{(i)} \\ \rho_2^{(i)} \\ \vdots \\ \rho_{r_i}^{(i)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_D h_i(\phi^{-1}(z)) \\ L_D L_f h_i(\phi^{-1}(z)) \\ \vdots \\ L_D L_f^{r_i-1} h_i(\phi^{-1}(z)) \end{bmatrix} = \rho^{(i)}(z) \text{ et } \begin{bmatrix} \psi_1^{(i)} \\ \psi_2^{(i)} \\ \vdots \\ \psi_{r_i}^{(i)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_E h_i(\phi^{-1}(z)) \\ L_E L_f h_i(\phi^{-1}(z)) \\ \vdots \\ L_E L_f^{r_i-1} h_i(\phi^{-1}(z)) \end{bmatrix} = \psi^{(i)}(z)$$

Le système globale peut maintenant être représenté par :

$$\begin{aligned} \dot{z} &= Az + \rho(z) d + \psi(z) f_a \\ y &= Cz \end{aligned} \quad (\text{IV 27})$$

Avec

$$A = \text{diag}(A_1, \dots, A_m), A_i = \begin{bmatrix} 0 & I_{r_i-1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \in R^{r_i \times r_i}; B = \text{diag}(B_1 \dots B_m), B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \in R^{r_i \times 1};$$

$$C = \text{diag}(C_1 \dots C_m), C_i = [C_1 \dots C_m] \in R^{1 \times r_i}; (\psi(z))^T = \left[(\psi^{(1)}(z))^T \dots (\psi^{(m)}(z))^T \right]^T;$$

$$(\rho(z))^T = \left[(\rho^{(1)}(z))^T \dots (\rho^{(m)}(z))^T \right]^T; \beta = \begin{bmatrix} L_f^{r_1} h_1(\phi^{-1}(z)) + L_g L_f^{r_1-1} h_1(\phi^{-1}(z))u \\ \vdots \\ L_f^{r_m} h_m(\phi^{-1}(z)) + L_g L_f^{r_m-1} h_m(\phi^{-1}(z))u \end{bmatrix}$$

$$\text{et } L_g L_f^{r_i-1} h_i(\phi^{-1}(z)) = \left[L_{g_1} L_f^{r_i-1} h_i(\phi^{-1}(z)), \dots, L_{g_m} L_f^{r_i-1} h_i(\phi^{-1}(z)) \right] \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix}$$

Le système (IV 27) peut être représenté sous une forme canonique observable si les conditions suivantes sont vérifiées :

$$\begin{aligned} E(\phi^{-1}(z)) &\in \Omega^\perp \\ D(\phi^{-1}(z)) &\in \Omega^\perp \end{aligned} \quad (\text{IV 28})$$

Où $\Omega = \text{span}\{dh_i(\phi^{-1}(z)), dL_f h_i(\phi^{-1}(z)), \dots, dL_f^{r_i-2} h_i(\phi^{-1}(z))\}$ et Ω^\perp est l'annihilator de Ω .

Pour le système (IV 27), les états inaccessibles peuvent être reconstruits, tout en rejetant les défauts et les entrées inconnues agissant sur le système, en utilisant des observateurs à mode glissant. La méthode proposée dans [47] consiste à utiliser un réseau composé de deux blocs d'observateurs à mode glissant robustes pour reconstruire les défauts. Le premier bloc est constitué d'observateurs insensibles aux défauts et le deuxième est composé d'observateurs insensibles aux entrées inconnues.

Avec la condition (IV 28), le système (IV 27) peut être mis sous la forme canonique observable suivante :

$$\begin{aligned} \dot{z}_j^{(i)} &= z_{j+1}^{(i)} \quad j = 1, \dots, r_i - 1 \\ \dot{z}_{r_i}^{(i)} &= L_f^{r_i} h_i(\phi^{-1}(z)) + L_g L_f^{r_i-1} h_i(\phi^{-1}(z))u + \rho_{r_i-1}^{(i)}(z)d + \psi_{r_i-1}^{(i)}(z)f_a \end{aligned} \quad (\text{IV 29})$$

IV.3.1 Observateurs reconstituteurs de défauts :

Le premier bloc du réseau d'observateurs à mode glissant interconnectés représente le reconstituteur de défauts. Le système (IV 29) possède une forme triangulaire. On peut donc concevoir des observateurs à mode glissant étape par étape que nous avons défini dans le deuxième chapitre. Ces observateurs robustes par rapport aux défauts sont donnés par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{w}_1^{(i)} = w_2^{(i)} + \lambda_{w_1}^{(i)} \text{sign}(\tilde{z}_1^{(i)} - w_1^{(i)}) \\ \dot{w}_2^{(i)} = w_3^{(i)} + \lambda_{w_2}^{(i)} \text{sign}(\tilde{z}_1^{(i)} - w_2^{(i)}) \\ \vdots \\ \dot{w}_{r_i-1}^{(i)} = w_{r_i}^{(i)} + \lambda_{w_{r_i-1}}^{(i)} \text{sign}(\tilde{z}_{r_i-1}^{(i)} - w_{r_i-1}^{(i)}) \\ \dot{w}_{r_i}^{(i)} = L_f^{r_i}(\phi^{-1}(w)) + L_g L_f^{r_i-1}(\phi^{-1}(w))u + \rho_{r_i}^{(i)}(w)\hat{d} + \lambda_{w_{r_i}}^{(i)} \text{sign}_n(\tilde{z}_{r_i}^{(i)} - w_{r_i}^{(i)}) \end{array} \right. \quad (\text{IV.30})$$

Où $w^{(i)}$ sont les variables d'états estimées des $z^{(i)}$, \hat{d} est l'estimé de l'entrée inconnue d fournie par l'observateur reconstituteur d'entrées inconnues, qui sera défini par la suite, et $\lambda_{w_{(j)}}^{(i)} > 0$ sont des gains choisis de manière à assurer la convergence des états estimés $w^{(i)}$ vers leurs états réels correspondants en présence de défauts. Le gain $\lambda_{w_1}^{(i)}$ prend une seule valeur tandis que les autres gains restants $\lambda_{w_j}^{(i)}$ ($j = 2, \dots, r_i$) prennent deux valeurs positives, c'est-à-dire :

$$\forall j = 2, \dots, r_i$$

$$\lambda_{w_j}^{(i)} = \begin{cases} \bar{k}_{w_j}^{(i)} > 0, & \text{Si } (z_1^{(i)} - w_1^{(i)}) = \dots = (\tilde{z}_{j-1}^{(i)} - w_{j-1}^{(i)}) = 0 \\ k_{w_j}^{(i)} > 0, & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{IV.31})$$

Avec

$$\begin{aligned} \tilde{z}_1^{(i)} &= z_1^{(i)} \\ \tilde{z}_2^{(i)} &= w_2^{(i)} + \left(\lambda_{w_1}^{(i)} \text{sign}(\tilde{z}_1^{(i)} - w_1^{(i)}) \right)_{\acute{e}q} \\ &\vdots \\ \tilde{z}_{r_i}^{(i)} &= w_{r_i}^{(i)} + \left(\lambda_{w_{r_i-1}}^{(i)} \text{sign}(\tilde{z}_{r_i-1}^{(i)} - w_{r_i-1}^{(i)}) \right)_{\acute{e}q} \end{aligned} \quad (\text{IV.32})$$

Et $(\cdot)_{\acute{e}q}$ représente le signal de l'injection de sortie équivalent.

IV.3.2 Observateurs reconstituteurs d'entrées inconnues:

De même, on peut définir pour le système (IV 29) un observateur à mode glissant qui permettra de reconstruire les entrées inconnues. Ces observateurs, robuste vis avis des entrées inconnues, va constituer le deuxième bloc du réseau d'observateurs interconnectés :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\eta}_1^{(i)} = \eta_2^{(i)} + \lambda_{\eta_1}^{(i)} \text{sign}(\bar{z}_1^{(i)} - \eta_1^{(i)}) \\ \dot{\eta}_2^{(i)} = \eta_3^{(i)} + \lambda_{\eta_2}^{(i)} \text{sign}(\bar{z}_2^{(i)} - \eta_2^{(i)}) \\ \vdots \\ \dot{\eta}_{r_i-1}^{(i)} = \eta_{r_i}^{(i)} + \lambda_{\eta_{r_i-1}}^{(i)} \text{sign}(\bar{z}_{r_i-1}^{(i)} - \eta_{r_i-1}^{(i)}) \\ \dot{\eta}_{r_i}^{(i)} = L_f^{r_i}(\phi^{-1}(\eta)) + L_g L_f^{r_i-1}(\phi^{-1}(\eta))u + \psi_{r_i}^{(i)}(\eta)\hat{f}_a + \lambda_{\eta_{r_i}}^{(i)} \text{sign}_n(\bar{z}_{r_i}^{(i)} - \eta_{r_i}^{(i)}) \end{array} \right. \quad (\text{IV.33})$$

Où $\eta^{(i)}$ est le vecteur d'état estimé de $z^{(i)}$, \hat{f}_a est le vecteur d'état estimé de f_a fourni par l'observateur reconstituteur de défauts. Les gains $\lambda_{\eta_j}^{(i)} > 0$ sont choisis de manière à assurer la convergence des variables d'état estimées $\eta^{(i)}$ vers leurs états réels correspondants en présence d'entrées inconnues. Le gain $\lambda_{\eta_1}^{(i)}$ a une seule valeur tandis que les autres vont commuter entre deux valeurs. En effet, $\forall j = 2, \dots, r_i$ alors :

$$\lambda_{\eta_j}^{(i)} = \begin{cases} \bar{k}_{\eta_j}^{(i)} > 0, & \text{Si } (z_1^{(i)} - \eta_1^{(i)}) = \dots = (\bar{z}_{j-1}^{(i)} - \eta_{j-1}^{(i)}) = 0 \\ k_{\eta_j}^{(i)} > 0, & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{IV.34})$$

Avec

$$\begin{aligned} \bar{z}_1^{(i)} &= z_1^{(i)} \\ \bar{z}_2^{(i)} &= w_2^{(i)} + \left(\lambda_{\eta_1}^{(i)} \text{sign}(\bar{z}_1^{(i)} - \eta_1^{(i)}) \right)_{\acute{e}q} \\ &\vdots \\ \bar{z}_{r_i}^{(i)} &= \eta_{r_i}^{(i)} + \left(\lambda_{\eta_{r_i-1}}^{(i)} \text{sign}(\bar{z}_{r_i-1}^{(i)} - \eta_{r_i-1}^{(i)}) \right)_{\acute{e}q} \end{aligned} \quad (\text{IV.35})$$

Les gains $\lambda_w^{(i)}$ et $\lambda_{\eta}^{(i)}$ sont initialement choisis de telle façon que toutes les dynamiques des erreurs d'estimation soient bornées. Ensuite ces gains vont commuter vers d'autres valeurs pour assurer la convergence des variables estimées vers les états réels correspondants.

Afin de reconstruire les défauts et les entrées inconnues les deux observateurs doivent être connectés entre eux et fonctionner parallèlement. Comme le montre la figure IV.8, l'interconnexion permet aux deux observateurs d'échanger en ligne les informations sur les valeurs du défaut et des entrées inconnues qui sont obtenus par le filtrage des signaux de l'injection de sortie de chacun des deux observateurs.

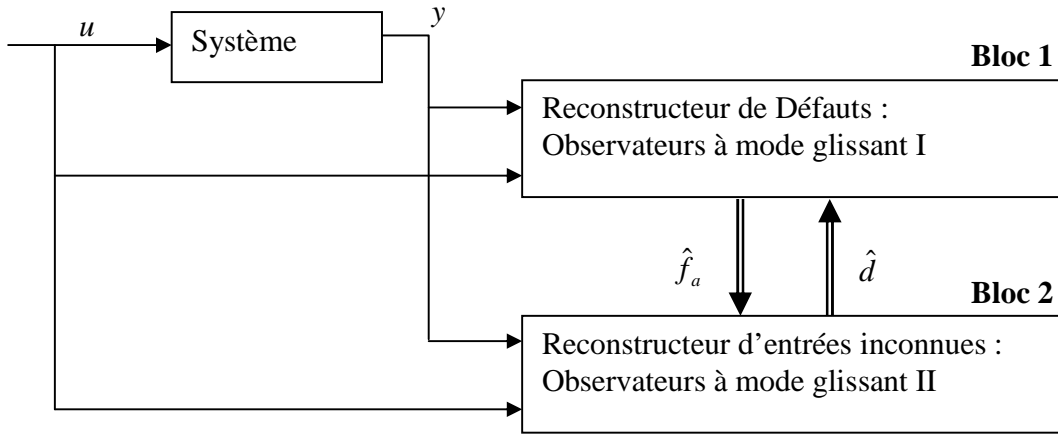


Figure IV.8 : Réseau d'observateurs à mode glissant interconnectés

Pour établir les conditions de convergence des deux observateurs on suppose qu'il existe trois constantes $l_p^{(i)}$, α_w et α_η tel que :

$$\|L_f^r h_i(z) - L_f^r h_i(\hat{z}) + (L_g L_f^{r-1}(z) - L_g L_f^{r-1}(\hat{z}))u\| \leq l_p^{(i)} \|z - \hat{z}\|, \quad (\text{IV.36})$$

$$\forall z, w, d \text{ et } \hat{d} \exists \alpha_w > 0 : |\rho_{r_i}^{(i)}(z)d| \leq \alpha_w \text{ et } |\rho_{r_i}^{(i)}(w)\hat{d}| \leq \alpha_w, \quad (\text{IV.37})$$

$$\forall z, \eta, f_a \text{ et } \hat{f}_a \exists \alpha_\eta > 0 : |\psi_{r_i}^{(i)}(z)f_a| \leq \alpha_\eta \text{ et } |\psi_{r_i}^{(i)}(\eta)\hat{f}_a| \leq \alpha_\eta. \quad (\text{IV.38})$$

Si ces conditions sont satisfaites et le système possède un degré relatif convenable, le réseau d'observateurs à mode glissant interconnectés (IV 30) et (IV 33) peut résoudre simultanément le problème de reconstruction de défauts f_a et d'entrées inconnues d .

IV.3.3 Étapes de convergence des observateurs

Les conditions de convergence des observateurs sont déterminées en utilisant la théorie de stabilité de Lyapunov. Soit $e_w^{(i)} = z^{(i)} - w^{(i)}$ et $e_\eta^{(i)} = z^{(i)} - \eta^{(i)}$.

Étape 1 : dans cette étape on doit s'assurer que $e_{w_1}^{(i)} \rightarrow 0$ et $e_{\eta_1}^{(i)} \rightarrow 0$ et que toutes les autres erreurs d'estimation restantes $e_{w_j}^{(i)}$ et $e_{\eta_j}^{(i)}$ ($j > 1$) convergent vers des régions délimitées par des sphères de rayons, respectivement, $\zeta_w^{(i)}$ et $\zeta_\eta^{(i)}$. Cela peut s'effectuer en choisissant des gains $\lambda_{w_1}^{(i)}, k_{w_2}^{(i)}, \dots, k_{w_{r_i}}^{(i)}$ et $\lambda_{\eta_1}^{(i)}, k_{\eta_2}^{(i)}, \dots, k_{\eta_{r_i}}^{(i)}$ tel que pour tous $c > 1$ les conditions suivantes soient vérifiées :

$$p^{r_i} + \frac{k_{w_2}^{(i)}}{\lambda_{w_1}^{(i)}} p^{r_i-2} + \dots + \frac{k_{w_{r_i}}^{(i)}}{\lambda_{w_1}^{(i)}} = (p+c)^{r_i-1}, \quad (\text{IV.39})$$

$$p^{r_i} + \frac{k_{\eta_2}^{(i)}}{\lambda_{\eta_1}^{(i)}} p^{r_i-2} + \dots + \frac{k_{\eta_{r_i}}^{(i)}}{\lambda_{\eta_1}^{(i)}} = (p+c)^{r_i-1}, \quad (\text{IV.40})$$

$$\lambda_{w_1}^{(i)} > \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P_w^{(i)})}{\lambda_{\min}(P_w^{(i)})}} \|e_w^{(i)}(0)\| + \max(\alpha_w, \alpha_\eta), \quad (\text{IV.41})$$

$$\lambda_{\eta_1}^{(i)} > \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P_\eta^{(i)})}{\lambda_{\min}(P_\eta^{(i)})}} \|e_\eta^{(i)}(0)\| + \max(\alpha_w, \alpha_\eta), \quad (\text{IV.42})$$

Pour les inégalités (IV 38) et (IV 39), $P_w^{(i)}$ et $P_\eta^{(i)}$ sont des matrices symétriques définies positives solution, respectivement, des équations de Lyapunov :

$$M_w^{(i)T} P_w^{(i)} + P_w^{(i)} M_w^{(i)} = -I,$$

$$M_\eta^{(i)T} P_\eta^{(i)} + P_\eta^{(i)} M_\eta^{(i)} = -I.$$

Où $M_w^{(i)}$ et $M_\eta^{(i)}$ sont des matrices d'Hurwitz définie par :

$$M_w^{(i)} = \frac{1}{c} T^{-1} A_w^i T = \begin{bmatrix} -\begin{pmatrix} r_i-1 \\ 1 \end{pmatrix} & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\begin{pmatrix} r_i-1 \\ r_i-2 \end{pmatrix} & \vdots & \dots & 1 \\ -\begin{pmatrix} r_i-1 \\ r_i-1 \end{pmatrix} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, M_\eta^{(i)} = \frac{1}{c} T^{-1} A_\eta^i T = \begin{bmatrix} -\begin{pmatrix} r_i-1 \\ 1 \end{pmatrix} & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\begin{pmatrix} r_i-1 \\ r_i-2 \end{pmatrix} & \vdots & \dots & 1 \\ -\begin{pmatrix} r_i-1 \\ r_i-1 \end{pmatrix} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Avec

$$A_w^{(i)} = \begin{bmatrix} -k_{w_2}^{(i)}/\lambda_{w_1}^{(i)} & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -k_{w_{r-1}}^{(i)}/\lambda_{w_1}^{(i)} & \vdots & \cdots & 1 \\ -k_{w_r}^{(i)}/\lambda_{w_1}^{(i)} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_\eta^{(i)} = \begin{bmatrix} -k_{\eta_2}^{(i)}/\lambda_{\eta_1}^{(i)} & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -k_{\eta_{r-1}}^{(i)}/\lambda_{\eta_1}^{(i)} & \vdots & \cdots & 1 \\ -k_{\eta_r}^{(i)}/\lambda_{\eta_1}^{(i)} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$T = \text{diag}(1, c, \dots, c^{r-1}) \text{ et } \binom{r_i - 1}{q} = \frac{(r_i - 1)!}{q!(r_i - 1 - q)!}, \forall q = 1, \dots, r_i - 1$$

$\lambda_{\max}(\cdot)$ et $\lambda_{\min}(\cdot)$ représentent respectivement, la valeur propre maximale et la valeur propre minimale.

Conséquence de cette étape, $e_{w_1}^{(i)}$ et $e_{\eta_1}^{(i)}$ vont tendre vers zéro et les autres erreurs d'estimation restantes $e_{w_j}^{(i)}$ et $e_{\eta_j}^{(i)}$ ($j > 1$) correspondantes, respectivement, à l'observateur reconstituteur de défaut et à l'observateur reconstituteur des entrées inconnues seront ramenées à l'intérieurs des sphères de rayons, respectivement, $\zeta_w^{(i)}$ et $\zeta_\eta^{(i)}$.

Etape 2 : le but dans cette étape est d'assurer la convergence de $e_{w_2}^{(i)}$ et $e_{\eta_2}^{(i)}$ vers zéro. Toutes les erreurs sont bornées. Les dynamiques des erreurs d'estimation seront donc données par :

$$\begin{cases} 0 = e_{w_2}^{(i)} - \left(\lambda_{w_1}^{(i)} \text{sign}(\bar{z}_1^{(i)} - w_1^{(i)}) \right)_{\dot{e}_q} \\ \dot{e}_{w_2}^{(i)} = e_{w_3}^{(i)} - \bar{k}_{w_2}^{(i)} \text{sign}(\bar{z}_2^{(i)} - w_2^{(i)}) \\ \vdots \\ \dot{e}_{w_{r-1}}^{(i)} = e_{r_i}^{(i)} - \bar{k}_{w_{r-1}}^{(i)} \text{sign}(\bar{z}_{r-1}^{(i)} - w_{r-1}^{(i)}) \\ \dot{e}_{w_r}^{(i)} = \Delta L_f^{r_i}(\phi^{-1}(w)) + \Delta L_g L_f^{r_i-1}(\phi^{-1}(w))u + \delta_w^{(i)} + \psi_{r_i}^{(i)}(z) f_a - \bar{k}_{w_r}^{(i)} \text{sign}(\bar{z}_{r_i}^{(i)} - w_{r_i}^{(i)}) \end{cases} \quad (\text{IV.43})$$

Et

$$\begin{cases} 0 = e_{\eta_2}^{(i)} - \left(\lambda_{\eta_1}^{(i)} \text{sign}(\bar{z}_1^{(i)} - \eta_1^{(i)}) \right)_{\dot{e}_q} \\ \dot{e}_{\eta_2}^{(i)} = e_{\eta_3}^{(i)} - \bar{k}_{\eta_2}^{(i)} \text{sign}(\bar{z}_2^{(i)} - \eta_2^{(i)}) \\ \vdots \\ \dot{e}_{\eta_{r-1}}^{(i)} = e_{r_i}^{(i)} - \bar{k}_{\eta_{r-1}}^{(i)} \text{sign}(\bar{z}_{r-1}^{(i)} - \eta_{r-1}^{(i)}) \\ \dot{e}_{\eta_r}^{(i)} = \Delta L_f^{r_i}(\phi^{-1}(\eta)) + \Delta L_g L_f^{r_i-1}(\phi^{-1}(\eta))u + \delta_\eta^{(i)} + \rho_{r_i}^{(i)}(z)d - \bar{k}_{\eta_r}^{(i)} \text{sign}(\bar{z}_{r_i}^{(i)} - \eta_{r_i}^{(i)}) \end{cases} \quad (\text{IV.44})$$

Où

$$\begin{aligned}
\delta_w^{(i)} &= \left(\rho_{r_i}^{(i)}(z)d - \rho_{r_i}^{(i)}(w)\hat{d} \right), \\
\delta_\eta^{(i)} &= \left(\psi_{r_i}^{(i)}(z)f_a - \psi_{r_i}^{(i)}(\eta)\hat{f}_a \right) \\
\Delta L_f^{r_i}(\phi^{-1}(w)) &= \left(L_f^{r_i}(\phi^{-1}(z)) - L_f^{r_i}(\phi^{-1}(w)) \right), \\
\Delta L_f^{r_i}(\phi^{-1}(\eta)) &= \left(L_f^{r_i}(\phi^{-1}(z)) - L_f^{r_i}(\phi^{-1}(\eta)) \right), \\
\Delta L_g L_f^{r_i-1}(\phi^{-1}(w)) &= \left(L_g L_f^{r_i-1}(\phi^{-1}(w)) - L_g L_f^{r_i-1}(\phi^{-1}(w)) \right), \\
\Delta L_g L_f^{r_i-1}(\phi^{-1}(\eta)) &= \left(L_g L_f^{r_i-1}(\phi^{-1}(\eta)) - L_g L_f^{r_i-1}(\phi^{-1}(\eta)) \right).
\end{aligned}$$

Les signaux équivalent de l'injection de sorties sont obtenus à l'aide d'un filtre passe bas.

On déduit donc qu'il suffit de choisir $\bar{k}_{w_2}^{(i)} > |e_{w_3}^{(i)}|$ et $\bar{k}_{\eta_2}^{(i)} > |e_{\eta_3}^{(i)}|$ pour que les erreurs d'estimations $e_{w_2}^{(i)}$ et $e_{\eta_2}^{(i)}$ convergent vers zéro.

Etape j ($2 < j < r_i$) : en suivant le même raisonnement que dans l'étape 2, les erreurs d'estimation $e_{w_j}^{(i)}$ et $e_{\eta_j}^{(i)}$ convergeront vers zéro si on choisit $\bar{k}_{w_j}^{(i)} > |e_{w_{j+1}}^{(i)}|$ et $\bar{k}_{\eta_j}^{(i)} > |e_{\eta_{j+1}}^{(i)}|$.

Etape r_i : cette étape commence lorsque toutes les erreurs d'estimation $e_{w_j}^{(i)}$ et $e_{\eta_j}^{(i)}$ ($j < r_i$) ont déjà convergé. Les dynamiques des erreurs d'estimation seront donc données par :

$$\left\{ \begin{array}{l}
0 = e_{w_2}^{(i)} - \left(\lambda_{w_1}^{(i)} \text{sign}(\tilde{z}_1^{(i)} - w_1^{(i)}) \right)_{\acute{e}q} \\
0 = e_{w_3}^{(i)} - \bar{k}_{w_2}^{(i)} \text{sign}(\tilde{z}_2^{(i)} - w_2^{(i)})_{\acute{e}q} \\
\vdots \\
0 = e_{w_{r_i}}^{(i)} - \bar{k}_{w_{r_i-1}}^{(i)} \text{sign}(\tilde{z}_{r_i-1}^{(i)} - w_{r_i-1}^{(i)})_{\acute{e}q} \\
\dot{e}_{w_{r_i}}^{(i)} = \Delta L_f^{r_i}(\phi^{-1}(w)) + \Delta L_g L_f^{r_i-1}(\phi^{-1}(w))u + \delta_w^{(i)} + \psi_{r_i}^{(i)}(z)f_a - \bar{k}_{w_{r_i}}^{(i)} \text{sign}(\tilde{z}_{r_i}^{(i)} - w_{r_i}^{(i)})
\end{array} \right. \quad (\text{IV.45})$$

$$\left\{ \begin{array}{l}
0 = e_{\eta_2}^{(i)} - \left(\lambda_{\eta_1}^{(i)} \text{sign}(\bar{z}_1^{(i)} - \eta_1^{(i)}) \right)_{\acute{e}q} \\
0 = e_{\eta_3}^{(i)} - \bar{k}_{\eta_2}^{(i)} \text{sign}(\bar{z}_2^{(i)} - \eta_2^{(i)})_{\acute{e}q} \\
\vdots \\
0 = e_{\eta_{r_i}}^{(i)} - \bar{k}_{\eta_{r_i-1}}^{(i)} \text{sign}(\bar{z}_{r_i-1}^{(i)} - \eta_{r_i-1}^{(i)})_{\acute{e}q} \\
\dot{e}_{\eta_{r_i}}^{(i)} = \Delta L_f^{r_i}(\phi^{-1}(\eta)) + \Delta L_g L_f^{r_i-1}(\phi^{-1}(\eta))u + \delta_\eta^{(i)} + \rho_{r_i}^{(i)}(z)d - \bar{k}_{\eta_{r_i}}^{(i)} \text{sign}(\bar{z}_{r_i}^{(i)} - \eta_{r_i}^{(i)})
\end{array} \right. \quad (\text{IV.46})$$

En ce basant sur le fait que les erreurs d'estimation soient bornées, Il a été démontré dans [39] qu'il existe des constantes $\beta_w^{(i)} > \zeta_w^{(i)}$ et $\beta_\eta^{(i)} > \zeta_\eta^{(i)}$ tel que la convergence asymptotique des erreurs d'estimations $e_{w_{\eta_i}}^{(i)}$ et $e_{\eta_{\eta_i}}^{(i)}$ soit garantie, en choisissant :

$$\bar{k}_{w_{\eta_i}}^{(i)} > l_p^{(i)} \beta_w^{(i)} \zeta_w^{(i)} + 2\alpha_w + \alpha_\eta \quad (\text{IV.47})$$

$$\bar{k}_{\eta_{\eta_i}}^{(i)} > l_p^{(i)} \beta_\eta^{(i)} \zeta_\eta^{(i)} + 2\alpha_\eta + \alpha_w \quad (\text{IV.48})$$

IV.3.4 Reconstruction de défaut et d'entrées inconnues:

Lorsque $\dot{e}_{w_{\eta_i}}^{(i)} \rightarrow 0$ et $\dot{e}_{\eta_{\eta_i}}^{(i)} \rightarrow 0$ on déduit à partir de (IV 45) et (IV 46) que :

$$\left[L_E L_f^{r_i-1} h_i(\phi^{-1}(w)) \right] f_a \rightarrow \left[\bar{k}_{w_{\eta_i}}^{(i)} \text{sign}(e_{w_{\eta_i}}^{(i)}) \right]_{\acute{e}q} \quad (\text{IV.49})$$

$$\left[L_D L_f^{r_i-1} h_i(\phi^{-1}(\eta)) \right] d \rightarrow \left[\bar{k}_{\eta_{\eta_i}}^{(i)} \text{sign}(e_{\eta_{\eta_i}}^{(i)}) \right]_{\acute{e}q} \quad (\text{IV.50})$$

Le défaut et les entrées inconnues seront donc déterminés à partir des relations suivantes :

$$\hat{f}_a = \left(\left[L_E L_f^{r_i-1} h_i(\phi^{-1}(w)) \right] \right)^* \left[\bar{k}_{w_{\eta_i}}^{(i)} \text{sign}(e_{w_{\eta_i}}^{(i)}) \right]_{\acute{e}q} \quad (\text{IV.51})$$

$$\hat{d} = \left(\left[L_D L_f^{r_i-1} h_i(\phi^{-1}(\eta)) \right] \right)^* \left[\bar{k}_{\eta_{\eta_i}}^{(i)} \text{sign}(e_{\eta_{\eta_i}}^{(i)}) \right]_{\acute{e}q} \quad (\text{IV.52})$$

Où $(.)^*$ désigne la matrice pseudo inverse.

IV.3.5 Application pour la reconstruction de défaut actionneur d'un double pendule inversé

Le système considéré est composé de deux pendules inversés identiques de longueurs l reliés entre eux, à la position a , par un ressort de raideur k . La longueur du ressort au repos est égale à la distance entre les articulations p_1 et p_2 des deux pendules. Le système est contrôlé par les deux entrées de commande u_1 et u_2 (forces agissantes sur le système). (Figure IV.9)

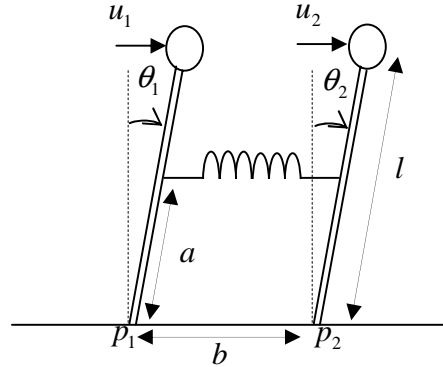


Figure IV 9 : Schéma d'un pendule inversé

Supposons que le système est soumis à des perturbations. Le modèle du système en présence de défauts actionneur est donné par :

$$\begin{aligned}
 \dot{\theta}_1 &= \omega_1 \\
 \dot{\omega}_1 &= \frac{g}{l} \sin(\theta_1) + \frac{ka^2}{ml^2} (-\sin(\theta_1) + \sin(\theta_2)) + \frac{\cos(\theta_1)}{ml} u_1 + f_{a1} + d_1 \\
 \dot{\theta}_2 &= \omega_2 \\
 \dot{\omega}_2 &= \frac{g}{l} \sin(\theta_2) + \frac{ka^2}{ml^2} (\sin(\theta_1) - \sin(\theta_2)) + \frac{\cos(\theta_2)}{ml} u_2 + f_{a2} + d_2
 \end{aligned} \tag{IV 53}$$

Les paramètres des pendules sont tel que : $\frac{g}{l} = 0.5$, $\frac{a}{l} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\frac{1}{ml} = 4$ et $\frac{k}{m} = 2$.

Le système (IV53) est ramené à un système stable en boucle fermée par le retour d'état suivant :

$$\begin{aligned}
 u_1 &= (4 \cos(\theta_1))^{-1} (-\sin(\omega_1) - \sin(\theta_2)) \\
 u_2 &= (4 \cos(\theta_2))^{-1} (-\sin(\omega_2) - \sin(\theta_1))
 \end{aligned}$$

Le système est sous la forme triangulaire. Nous pouvons donc utiliser des observateurs à mode glissant étape par étape pour estimer les défauts et les perturbations agissant sur le système.

Pour évaluer les performances de la méthode présentée nous allons réaliser une série de simulations en considérant trois cas possibles :

- **Premier cas : Système en présence de défauts et en absence de perturbations**

Nous avons introduit à l'instant $t_1 = 6$ seconde un défaut sur le premier actionneur. Ce défaut agit progressivement sur le système et commencera à disparaître graduellement après 3 seconde (défaut intermittent de forme trapézoïdal). A l'instant $t_2 = 9$ seconde un autre défaut intermittent de forme parabolique va affecter le deuxième actionneur. Les signaux équivalents des injections de sorties sont extraits en utilisant un filtre passe bas de fréquence de coupure de 100 Hz . Les résultats de simulations sont donnés par les figures IV.10 et IV.11.

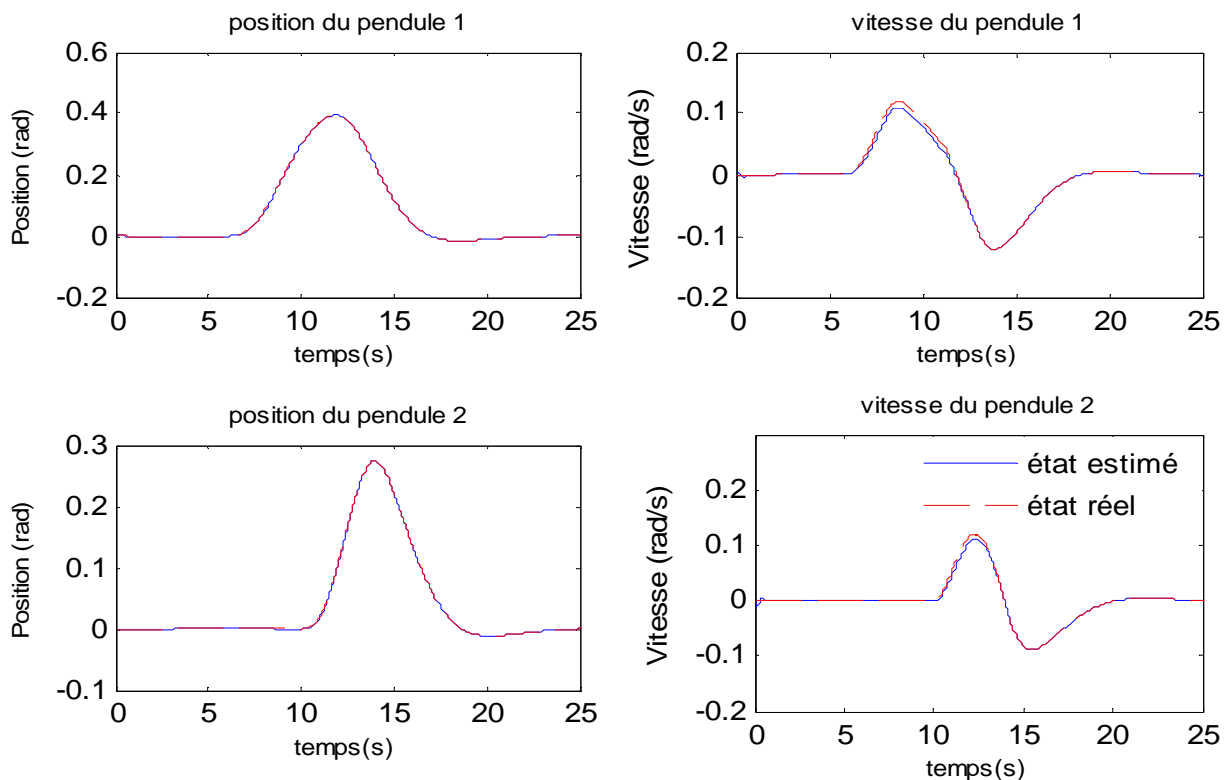


Figure IV.10: Etat réels et états estimés en présence de défauts et en absence d'entrées inconnues

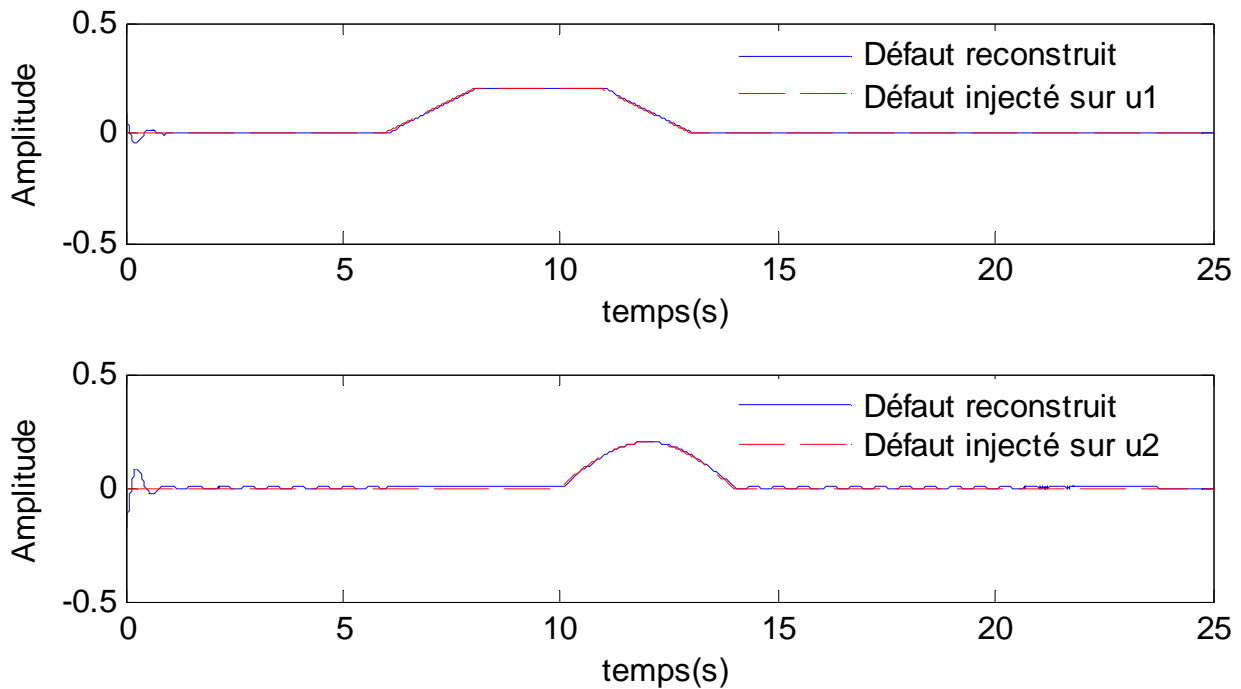


Figure IV.11: Reconstruction du défaut en absence d'entrées inconnues

Ces figures montrent que les états estimés convergent asymptotiquement vers leurs états réels correspondants après une courte durée. Cette méthode permet donc, une bonne estimation d'états et une reconstruction parfaite de défauts. Cela, malgré que les défauts agissent simultanément sur le système.

- **Deuxième cas : Système en absence de défauts et en présence d'entrées inconnues**

Cette fois nous supposons que le système n'est affecté par aucun défaut et qu'il est soumis à deux entrées inconnues différentes d_1 et d_2 . La première est une perturbation donnée par la fonction $d_1 = 0.1\sin(2\pi t)$. La deuxième est une séquence de fonctions rampes répétées périodiquement. Les résultats de simulation sont illustrés par les figures IV.12 et IV.13.

Nous constatons d'après ces figures que nous obtenons là aussi, une bonne estimation des différents états et une bonne reconstruction des deux entrées inconnues.

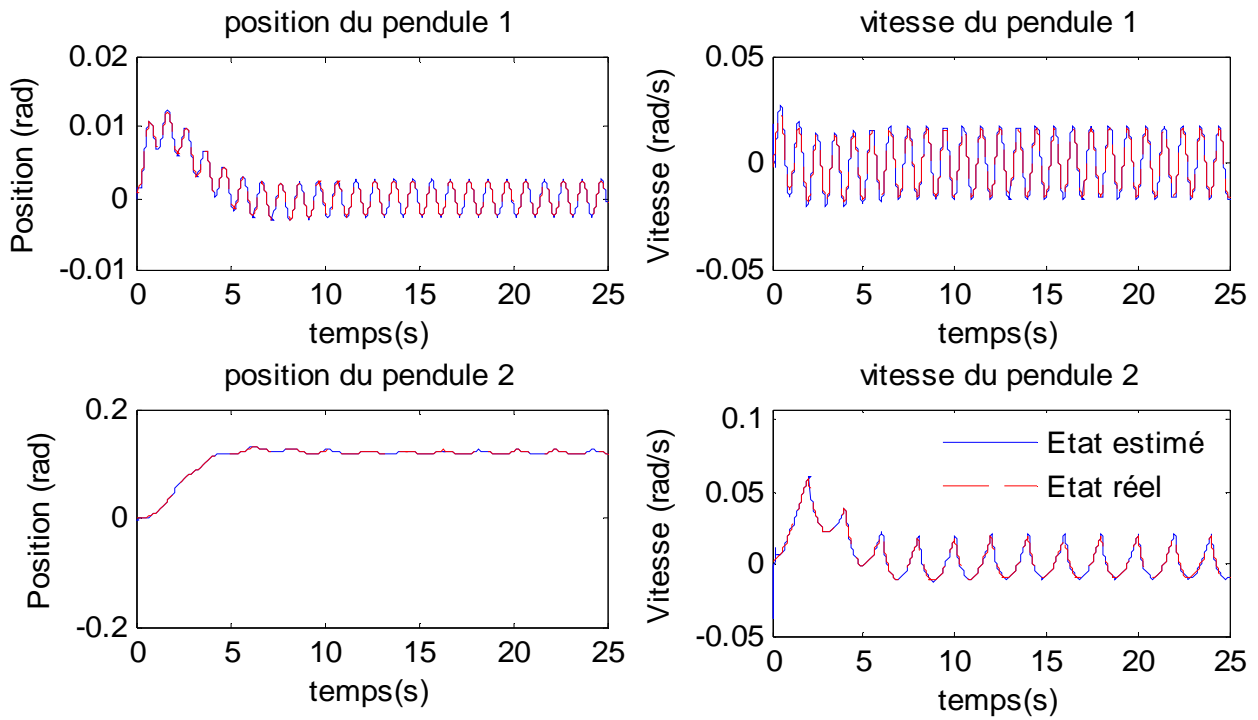


Figure IV.12: Etats réels et états estimés en absence de défauts et présence d'entrées inconnues

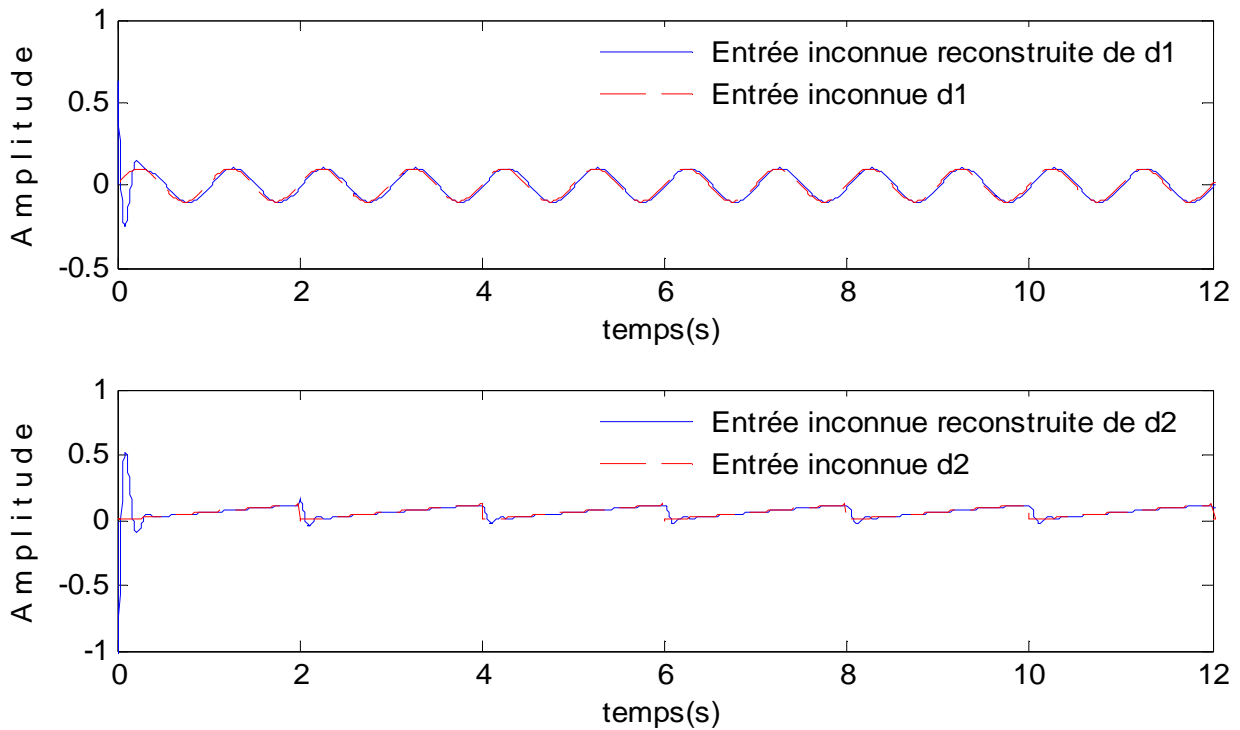


Figure IV.13: Reconstruction d'entrées inconnues en absence de défauts

- **Troisième cas : Système en présence de défauts et de perturbations**

Pour tester la robustesse de cette méthode nous allons considérer deux scénarios. Le premier est lorsque le défaut affecte le premier actionneur en présence de la perturbation d_2 et le deuxième est lorsque le défaut affecte le deuxième actionneur en présence de perturbation d_1 seulement. Les résultats de simulation sont donnés respectivement, par les figures IV.14, IV.15 et les figures IV.16, IV.17.

À partir de ces figures, nous constatons que la méthode présentée permet dans les deux cas une bonne estimation d'état. Malgré que le système soit affecté par des perturbations, les défauts sont parfaitement reconstruits. Cette méthode permet donc une reconstruction robuste de défauts.

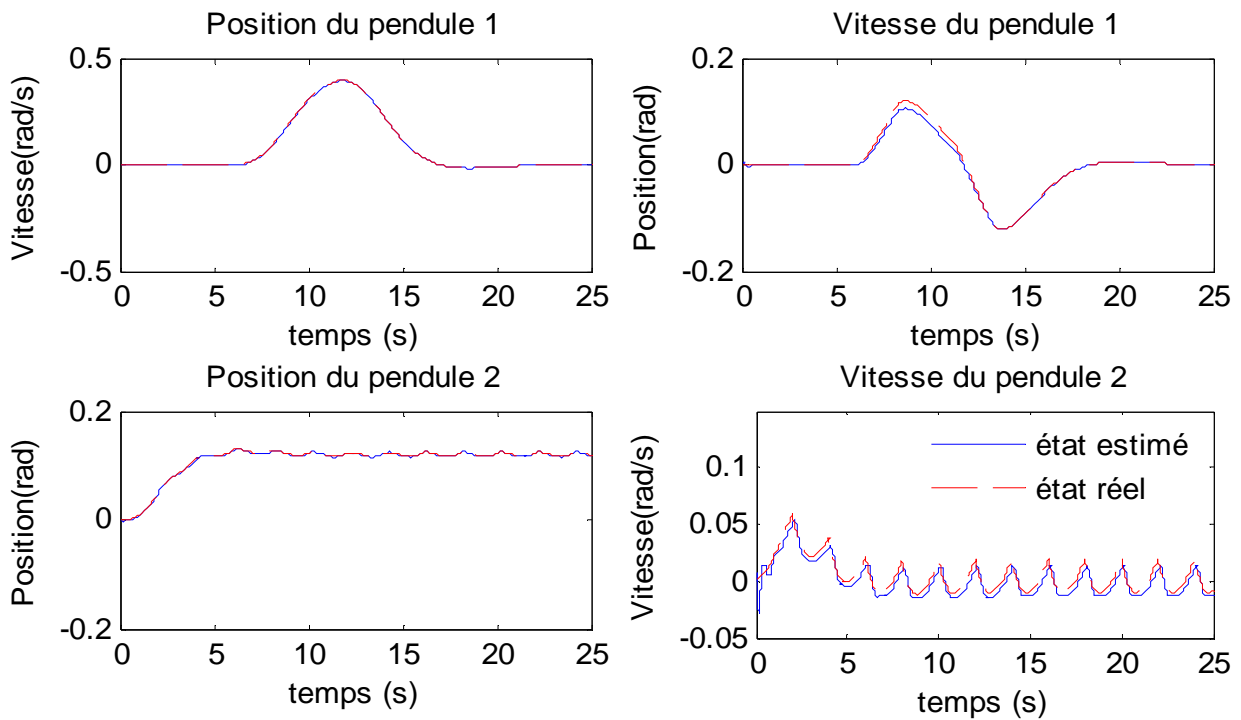


Figure IV.14: Etats réels et états estimés en présence de l'entrée inconnue d_2 et d'un défaut sur le premier actionneur.

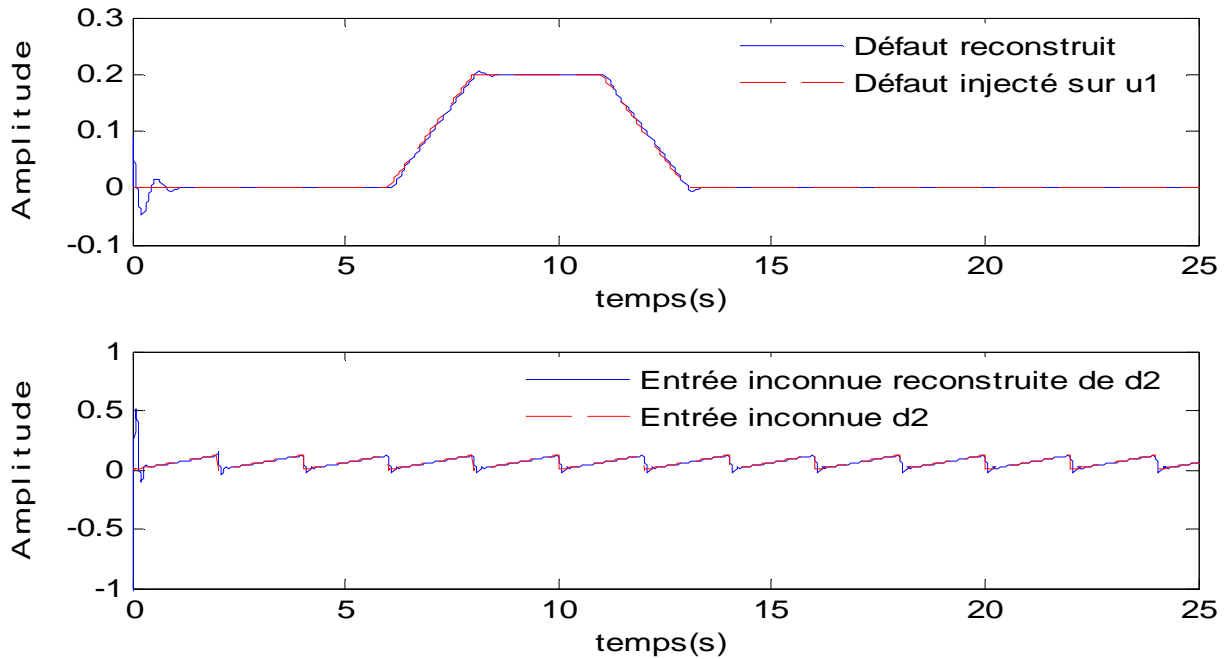


Figure IV.15: Reconstruction du défaut agissant sur le premier actionneur en présence de l'entrée inconnue d2.

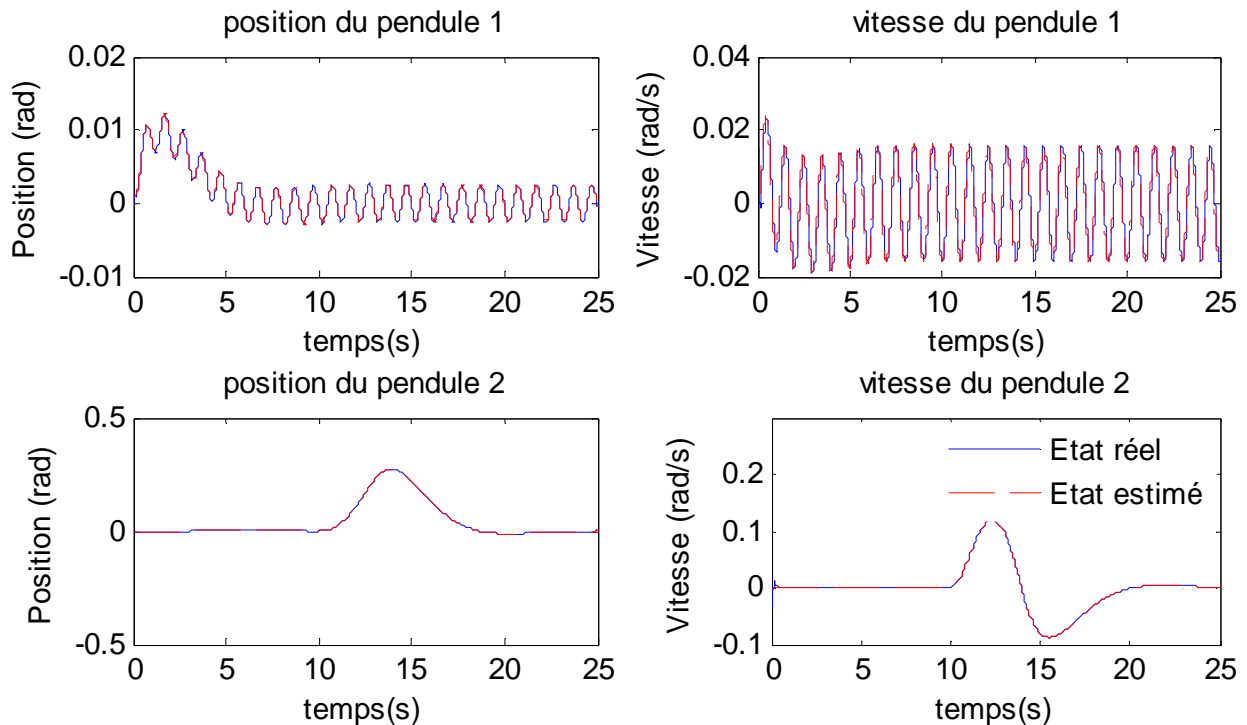


Figure IV.16: Etats réels et états estimés en présence de l'entrée inconnue d1 et d'un défaut sur le deuxième actionneur.

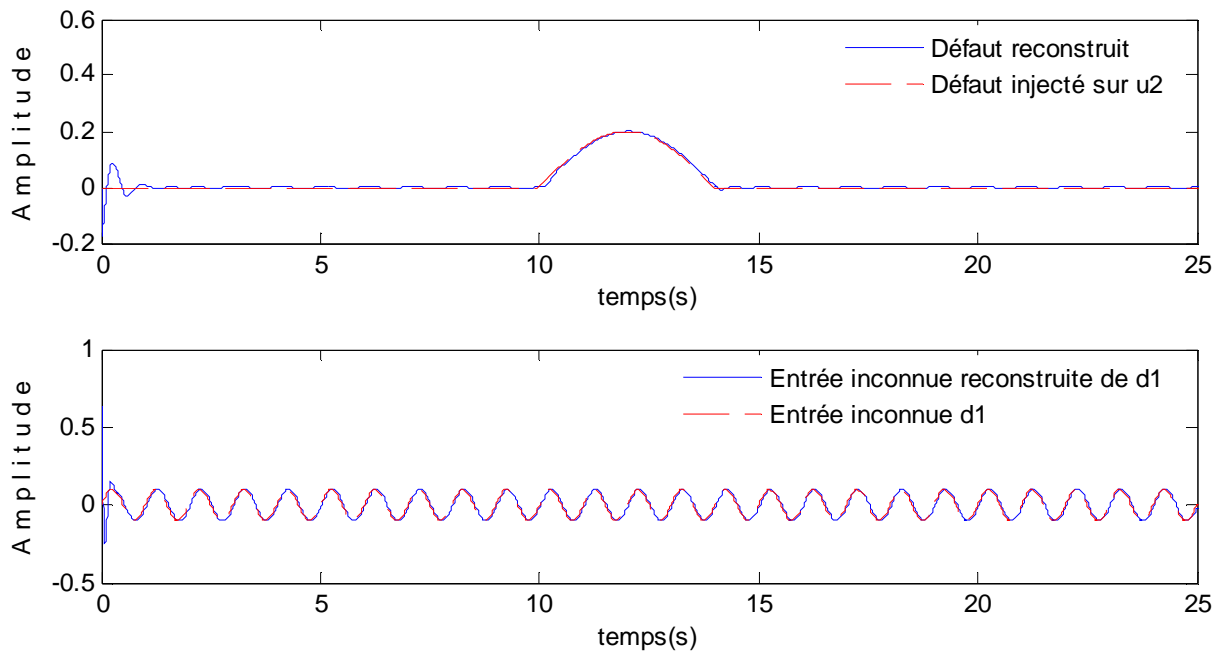


Figure IV.17: Reconstruction du défaut agissant sur le deuxième actionneur en présence de l'entrée inconnue d1.

IV.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons illustré la méthodologie de reconstruction de défauts actionneurs et capteurs en utilisant les observateurs à mode glissants pour les systèmes linéaires et non linéaires. Pour le cas linéaire l'observateur synthétisé assure le maintien du régime glissant en présence de défauts. Ces derniers sont estimés en approximation le signal de l'injection de sorties. Pour le cas non linéaire nous avons présenté une méthode de reconstruction de défauts robuste vis-à-vis des entrées inconnues. Le principe consiste à concevoir deux observateurs à mode glissant, l'un pour reconstruire le défaut et l'autre pour reconstruire l'entrée inconnue. Ces deux observateurs sont reliés entre eux et échangent en ligne les informations sur les grandeurs qu'ils estiment, ce qui permet d'avoir une reconstruction robuste défauts.

Conclusion Générale

Dans ce mémoire, nous avons abordé le problème d'estimation d'état des systèmes linéaires et non linéaires et leurs applications pour le diagnostic de défauts. Deux stratégies de diagnostic ont été étudiées dans ce mémoire. La première consiste à détecter et à isoler les défauts actionneurs affectant le système, en utilisant les observateurs adaptatifs. La deuxième consiste à utiliser les observateurs à mode glissant pour reconstruire les défauts actionneurs et capteurs des systèmes linéaires et les défauts actionneurs des systèmes non linéaires.

Après la présentation des différentes méthodes de diagnostic et les différentes structures de génération de résidus, les critères de performances d'une procédure de diagnostic ont été posés. Le critère le plus crucial est donné par la notion de robustesse qui consiste à déterminer l'existence de défauts en dépit de la présence des perturbations ou de bruits. Avant de présenter les deux méthodes de diagnostic à base d'observateurs que nous avons étudiées dans ce mémoire, nous nous sommes intéressés au problème d'estimation d'état des systèmes non linéaires où nous avons exposé la méthodologie de synthèse de certains d'entre eux, et qui sont ensuite illustrés sur des exemples d'application.

La conception d'observateurs pour les systèmes non linéaires est une tâche assez difficile. Comme nous l'avons vu au cours du deuxième chapitre, on fait souvent appel à des relations mathématiques qui peuvent s'avérer complexes à résoudre. De plus des contraintes et des conditions s'imposent qui limitent ainsi, leur application sur des classes spécifiques de systèmes. La méthode d'estimation d'état à base d'observateurs à modes glissant est l'approche qui a le plus de tendance à se généraliser sur des classes assez larges de systèmes non linéaires. En effet, basés sur le même principe qui est celui de contraindre à l'aide d'une fonction discontinue, la dynamique des erreurs d'estimation à converger vers la surface de glissement et évoluer ensuite sur cette surface avec des dynamiques imposées, les observateurs à mode glissant s'appliquent sur divers systèmes linéaires et non linéaires.

La méthode de diagnostic à base d'observateurs adaptatifs étudiés dans ce mémoire a montré son efficacité pour la détection et l'isolation des défauts actionneurs. Son avantage réside dans la diversité de classes de systèmes sur lesquels elle peut s'appliquer. En effet, nous avons vu au cours du troisième chapitre que cette méthode est valable pour les systèmes linéaires et non linéaires et cela même dans les cas où les états ne sont pas tous accessibles. Cependant la forme de l'observateur diffère d'une classe à une autre (linéaire ou non linéaire)

mais aussi selon la disponibilité ou non de tous les états. De plus, cette méthode n'impose pas des contraintes ou des conditions très restrictives. Il faut aussi signaler sa robustesse vis à vis des bruits de mesure, car bien que les résidus générés soient influencés par les bruits, les défauts sont toujours détectés et isolés. L'inconvénient qu'on peut relever pour cette méthode réside essentiellement dans sa limitation à des défauts abrupts et constants. Un autre inconvénient est qu'elle ne permet pas d'isoler le défaut en dépit du fait qu'elle permet de détecter les défauts agissant simultanément sur le système.

La méthode de diagnostic à base d'observateurs à mode glissant a été appliquée pour la reconstruction des défauts actionneurs et capteurs des systèmes linéaires et non linéaires. Pour le cas linéaire, ces observateurs robustes aux variations paramétriques, sont conçus de manière à maintenir le régime glissant en présence des défauts. Ces derniers sont alors reconstruits en approximant la fonction discontinue qui assure le maintien du régime glissant. Pour les défauts capteurs un filtre matriciel est conçu pour éliminer l'effet de la dérivée du défaut sur l'observateur. Les résultats de simulation de l'application de cette méthode sur un système linéaire (avion) ont montré qu'elle permet une bonne reconstruction de défauts et cela, pour différents types de défauts. Dans le cas non linéaire la méthode de diagnostic à base d'observateurs à mode glissant s'avère aussi intéressante. En effet, non seulement elle permet de reconstruire les défauts d'une manière robuste, mais aussi de reconstruire les entrées inconnues. L'avantage majeur de cette méthode est qu'elle n'exige pas que le défaut ait des caractéristiques ou des dynamiques particulières. Cependant, elle nécessite de ramener le système sous une forme triangulaire observable en utilisant des transformations non linéaires. De plus, cette méthode se limite, jusqu'à l'heure actuelle, à la reconstruction de défauts actionneurs.

En comparant les méthodologies de synthèse d'observateurs pour l'estimation d'état présentées dans le deuxième chapitre à celles étudiées dans le troisième et quatrième chapitre en vue de diagnostic, nous constatons que la synthèse des paramètres des observateurs n'est pas automatiquement la même. En effet, la conception d'observateurs pour des fins de diagnostic nécessite souvent quelques modifications et la vérification des certaines conditions qui ne se posent pas lorsque le but est seulement l'estimation d'états et qui font que l'observateur, en plus d'estimer les états, puisse réaliser des objectifs de diagnostic, de détection et d'isolation de défaut ou carrément la reconstruction.

Quant aux perspectives que nous pouvons lancer au terme de ce travail, elles se résument en quatre points essentiels :

- Développer les méthodes présentées dans ce mémoire pour résoudre le problème de diagnostic lorsque le système est affecté simultanément par des défauts actionneurs et capteurs.
- Généraliser ces méthodes pour le cas de systèmes discrets. Il serait notamment intéressant d'essayer d'utiliser les observateurs à mode glissant pour reconstruire les défauts de systèmes représentés par des modèles discrets.
- Appliquer la méthode de reconstruction de défauts de systèmes non linéaires à base d'observateurs à mode glissant, présentée dans le dernier chapitre, pour la reconstruction de défauts capteurs.
- Utiliser les représentations multi modèles des systèmes non linéaires (types de Takagi-Sugeno) pour résoudre les problèmes de diagnostic à base d'observateurs.

Références bibliographiques

- [1] D.G. LUENBERGER. An introduction to observers. IEEE Transactions on Automatic Control, Vol 16, pp 596-602,1971
- [2] R.E. KALMAN. A new approach to linear filtering. Transactions of the ASME Journal of Basic Engineering, Vol 82, pp 35–45, 1960.
- [3] T. BOUKHOBZA. Contribution aux formes d'observabilité pour les observateurs à modes glissants et étude des commandes par ordres supérieurs. Thèse de Doctorat, Université de Paris Sud, Orsay, 1997.
- [4] W. PERRUQUETTI et J.P. BARBOT. Sliding mode control in engineering, Edition Marcel Dekker, New York, 2002.
- [5] A.M. LIENHARDT . Etude de la Commande et de l'Observation d'une Nouvelle Structure de Conversion d'Energie de type SMC (Convertisseur Multicellulaire Superposé). Thèse de Doctorat, Institut national Polytechnique de Toulouse, 2006.
- [6] Q. ZHANG. Adaptive observer for multiple-input-multiple-output (MIMO) linear time-varying systems. IEEE Transactions. on Automatic Control, Vol 47, pp 525–529, 2002.
- [7] L. ZETAO. Contributions à l'élaboration d'algorithmes d'isolation et d'identification de défaut dans un système non linéaires. Thèse, Institut national des sciences appliquées de Toulouse, 2006.
- [8] A.S. WILLSKEY. A Survey of Design Methods for Failure Detection in Dynamic Systems, Automatica , 1976.
- [9] G. ZWINGELSTREIN. Diagnostic des défaillances. Théorie et pratique pour les systèmes industriels, Edition Hermès, 1995.
- [10] A.AKHENAK. Conception d'observateurs non linéaires par approche multimodèle : application au diagnostic. Thèse de Doctorat, Ecole doctorale IAEM de Lorraine, 2004.
- [11] R.J. PATTAN. Fault Detection and Diagnosis in Aerospace Systems using Analytical Redundancy, Computing and Control Engineering Journal, Vol.2, pp127-136, 1991.
- [12] M.L.LEUSCHEN, I.D. WALKER et J.R. CAVALLARO. Nonlinear Analytical Redundancy for Fault Detection. IEEE Transactions on Automatic Control, 2002.
- [13] S. BACHIR. Contribution au diagnostic de la machine asynchrone par estimation paramétrique. Thèse, Université de Poitiers, 2002.

- [14] T. F. LOOTSMA. Observer-based Fault Detection and Isolation for Nonlinear systems. Thèse, Department of Control Engineering, Université Aalborg , Denmark, 2001.
- [15] H.Y. CHOU. Fault Diagnosis of the Heat Exchanger system using Unknown Input observer.
- [16] O. ADROT. Diagnostic à base de modèles incertains utilisant l'analyse par intervalles : l'approche bornante. Thèse, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2004.
- [17] H. HENRY. Diagnostic et contrôle de cohérence des systèmes multivariables incertains, Thèse de Doctorat, Université Bordeaux 1, Novembre, 1999.
- [18] R. RAOUFI. Nolinear Robust Observer for simultaneous State and Fault Estimation, Edmonton Alberta, 2010
- [19] A. ZEMOUCHE. Sur l'observation de l'état des systèmes dynamiques non linéaires. Université Louis Pasteur Strasbourg I, 2007.
- [20] M.HERMAN et A.J.KRENER. Nolinear controllability and observability. IEEE. Transaction on automatic, 1997.
- [21] M.I. RIDEIRO. Kalman and Extended Kalman Filters: Concept, Derivation and Properties Institute for Systems and Robotics. Lisboa , Portugal, 2004
- [22] E. CHERRIER. Estimation de l'état et des entrées inconnues pour une classe de systèmes non linéaires. Thèse, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2006.
- [23] A.H. JAZWINSKI. Stochastic processes and filtering theory. New York Academic.
- [24] G. CHEN. Approximate kalman filtering. World Scientific Series in Approximations and Decompositions, 1993.
- [25] F.E. THAU. Observing the state of non-linear dynamic systems. International Journal of Control, American Control Conference, San.Francisco, USA, 1993
- [26] S. RAGHAVAN et J.K. HEDRICK. Observer design for a class of nonlinear systems. International, 1994.
- [27] A.XU. Observateurs adaptatifs non linéaires et diagnostic de pannes. Thèse, Université de Rennes1, 2002.
- [28] G. BESANCON Remarks on nonlinear adaptive observer design. Systems and Controls USA, 2000.
- [29] J.-J. E. SLOTINEE, J. K. HEDRICK, and E. A. MISAWa. On sliding observers for nonlinear systems. American Control Conference, 1987.
- [30] V. UTKIN. Principle of identification using sliding regimes. Soviet Physics Doklady, 1981.

- [31] G. ZHENG, D. BOUTAT et J.P. BARBOT. Discussion sur les Formes Normales d'Observabilité et les Observateurs à Modes Glissants Etape par Etape. ENSEA, France.
- [32] T. BOUKHOBZA, M. DJEMAI et J.P. BARBOT. Implicit triangular observer from dedicated to a sliding mode observer for systeme with unkown input. Asian Journal of Control, 2003.
- [33] A. J. KOSHKOUEI et A. S. I. Zinober. Sliding mode state observation for non-linear systems, 2004.
- [34] F. ZHU et Z.HAN. A note on observers for lipschitz nonlinear systems. IEEE Transactions Automat, 2000.
- [35] M. SIAHA et M.A. SADRIANA. Fault diagnosis using adaptative technique. Journal for applied sciences, 2002.
- [36] W.CHEN et M. SEIF. An Actuator Fault Isolation Strategy for Linear and Nonlinear Systems. American Control Conference, Portland USA, 2005.
- [37] J.GUANGQING. Thèse Addaptatif observer and sliding mode observer based actuators faults diagnosis for civil aircraft, Université Simon Fraser, 2003.
- [38] D. FRAGKOULIS. Détection et localisation des défauts provenant des actionneurs et des capteurs. Thèse, Université de Toulouse, 2008.
- [39] V. COCQUEMPOT. Contribution à la surveillance des systèmes industriels complexes. Thèse, Université de Lille, 2004.
- [40] N. ORANI. Higher-order sliding mode techniques for fault diagnosis. Thèse, Université de Cagliari, 2010
- [41] F. SREEDHAR et B. FERNANDEZ. Robust fault detection in nonlinear systems using sliding mode observers. Second IEEE Conference on Control Applications, Vancouver, 1993 .
- [42] C.P. TAN , F. CRUSCA et M. ALDEEN . Extended results on robust state estimation and fault detection. University, Melbourne, Australia, 2007.
- [43] R. MARTINEZ et J. J. RINCON. Fault reconstruction for nonlinear systems using sliding mode observers. IEEE Conference on Decision and Control, New Orleans. 2007
- [44] R. SHARMA et M. ALDEEN. Design of Integral Sliding Mode Observers with Application to Fault and Unknown Input Reconstruction. IEEE Conference on Decision and Control. Shanghai, 2009.
- [45] C. EDWARDS, S. SPURGEN et R. PATTON. Sliding mode observers for fault detection and isolation. Automatica, Vol.36, pp.541-553, 2000.

- [46] C. TAN et C. EDWARDS. Sliding mode observers for fault detection and reconstruction of sensor faults, *Automatica*, 2002.
- [47] R. SHARMA et M. ALDEEN. Fault and Disturbance Reconstruction in Nonlinear Systems using a Network of Interconnected Sliding Mode Observers. National ICT Australia 2008.