

udE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE**

UNIVERSITE MOULOUUD MAMMERI DE TIZI OUZOU

Faculté du Génie De La Construction

Département de GENIE CIVIL



Polycopié

***DIMENSIONNEMENT ET FERRAILLAGE DES
SEMELLES DE FONDATIONS EN BETON ARME***

Elaboré par

ILLOULI SAID

(Docteur en Génie Civil- U.M.M.T.O)

Année universitaire 2017-2018

AVANT PROPOS

Il existe deux grands mode de transmissions des charges de la superstructure vers le sol de fondations à travers un massif de béton qui est l'infrastructure.

Le choix du type d'infrastructure est imposé par les charges ramenées par la superstructure et aussi de la capacité portante des couches de sols sous jacente.

En fonction du type de sols et de la charge transmise par les éléments porteurs de superstructure, on peut opter pour deux types de semelles, le premier type est la semelle superficielle ou le massif de béton assure la transmission vers le sol, comme semelle superficielle, on peut citer, une semelle filante sous refend, une semelle isolée sous poteau, une semelle continue assemblant deux éléments porteurs et plus, un radier général assemblant tout les éléments porteurs de la superstructure, le deuxième type est la semelle profonde dite semelle sur pieux, dans ce cas la charge dans le massif de béton est transmise au pieux d'abord puis au sol.

Ce polycopié est adressé aux étudiants de Master de plusieurs spécialités telle que le Génie Civil en général, le bâtiment et les travaux publics. Ce polycopie se propose de présenter à travers ce travail les méthodes pratiques de calcul des dimensions géométriques des semelles suivant la combinaison à E.L.S et le calcul des armatures suivant les combinaisons à E.L.U et le R.P.A, ces combinaisons représentent l'ensemble des sollicitations transmises par les éléments porteurs (poteaux et/ou refends) de la superstructure à leur base.

En estimant pouvoir contribuer modestement à l'élaboration d'un document utile pour le calcul des dimensions et ferrailage des semelles en béton armé, en général.

Je souhaite remercier mon ami le professeur Sadaoui.A, pour l'aide et le soutien qu'il m'a apporté au cours de la rédaction de ce polycopié.

SOMMAIRE

1- Définition.	1
2- Stabilité des fondations.	1
3- Combinaisons d'actions à considérer.	1
4- Sollicitations et états limites.	2
5- Les différents types de fondations.	2
6- Etude des fondations superficielles.	2
6.1- Semelle filante sous murs.	3
6.1.1- la semelle est soumise uniquement à un effort normal centré.	3
6.1.2- la semelle est sollicitée par un effort normal centré et par un Moment fléchissant.	6
6.2- Semelle isolée sous poteaux.	10
6.2.1- Semelle rectangulaire sous poteau rectangulaire soumise à un effort normal centré.	10
6.1.2- Semelle rectangulaire soumise à un effort normal centré et à un moment fléchissant.	12
6.3- Semelle circulaire sous poteau circulaire soumise à un effort centré.	16
6.3- Semelle nervurée sous poteau.	23
6.4- Semelles continues sous poteaux.	24
6.4- Semelles excentrées sous poteaux.	27
6.5- Le radier général.	23
7- Les fondations profondes.	34
7.1- Les fondations sur puits.	34
7.2- Les fondations sur pieux puits.	34
7.2.1- Etude de la semelle sur deux pieux est soumises à un effort normal centré.	34
7.2.2- Etude de la semelle sur deux pieux, sollicitée par un effort normal centré et par un moment fléchissant.	39
7.2.3- Etude de la semelle sur trois pieux sollicitée par un effort normal centré.	40
7.2.4- Etude de la semelle sur quatre pieux soumise à un effort normal centré.	42

DIMENSIONNEMENT ET FERRAILLAGE DES SEMELLES DE FONDATIONS EN BETON ARME

1-Définition

Les fondations ont pour but :

1. De reporter les charges provenant de la superstructure à un niveau du sol convenable, fonction de la nature du terrain. Il en résulte que :
 - a) si ce niveau est voisin de la surface libre du terrain, on dit que l'on a une *fondation superficielle*.
 - b) si ce niveau est très profond, on a une *fondation profonde*.
2. De répartir les charges de sorte que la pression sur le sol soit inférieure à la limite de résistance admissible ou la capacité portante du sol ($\sigma_{sol} \leq \bar{\sigma}_{sol}$).

2-Stabilité des fondations.

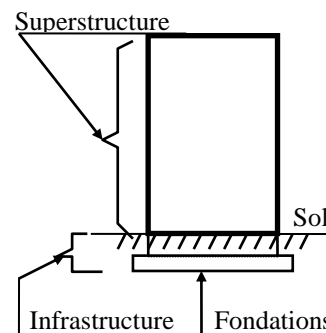
Les massifs de fondations doivent être en équilibre sous l'action de toutes les forces (verticales, horizontales) qui s'exercent sur la superstructure. Les tassements, uniformes, subis ne doivent pas être exagérés. Par contre, les tassements différentiels sont à éviter (incompatibles avec la tenue de l'ouvrage).

3-Combinaisons d'actions à considérer

Dans le cas général, les combinaisons d'actions à considérer pour déterminer les efforts transmis par les points d'appuis (poteaux ou murs) sont les mêmes que celles définies pour le calcul des poteaux.

Lorsque les fondations supportent une structure qui n'est pas en béton armé (par exemple en construction métallique), il est admis de les vérifier pour les sollicitations pondérées en application des règles de calcul propres aux matériaux de la structure, sous réserve que les sollicitations les plus défavorables pour les fondations aient été examinées.

Elévation d'une construction



4-Sollicitations et états-limites.

Les calculs de fondations sont effectués :

- aux Etats-limites de service pour la détermination des dimensions géométriques de la semelle.
- aux Etats-limites ultimes et RPA (calcul des armatures) pour Le dimensionnement vis-à-vis du comportement mécanique.

5-Les différents types de fondations.

Suivant leur profondeur, on distingue :

- 1) Les fondations superficielles : leur profondeur varie de 0.80m à 1.50m.
- 2) Les fondations profondes : ces fondations vont jusqu'à 5.00m de profondeur pour les puits et à plusieurs dizaines de mètres pour les pieux.

6-Etude des fondations superficielles.

Il existe 4 types de fondations (ou semelles) superficielles. Le choix est imposé par l'importance des charges ramenées par la superstructure ainsi que par la capacité portante du sol d'assise. Voici un ordre de grandeur de quelques valeurs de contraintes admissibles :

- Roches peu fissurées, saines : $\bar{\sigma}_{sol} = 0.5 \text{ à } 3 \text{ MPa}$ (5 à 30 bars).
- Terrains non cohérents, à bonne compacité (sable, gravier) :
 $\bar{\sigma}_{sol} = 0.25 \text{ à } 0.5 \text{ MPa}$.
- Terrains non cohérents, à compacité moyenne (sol argileux, marnes) :
 $\bar{\sigma}_{sol} = 0.05 \text{ à } 0.25 \text{ MPa}$.
- Argiles : $\bar{\sigma}_{sol} = 0.02 \text{ à } 0.2 \text{ MPa}$.

C'est ainsi qu'on trouvera des semelles continues (ou filantes) sous murs. Sous poteaux isolés, on disposera des semelles carrées, rectangulaires, circulaires,...appelées semelles isolées sous poteaux. Lorsque les dimensions des semelles isolées augmentent, elles finissent par se rejoindre et l'on obtient les semelles filantes sous poteaux (en particulier avec la présence des voiles) dans chaque direction porteuse et parfois les semelles filantes se chevauchent, on opte pour le radier général.

Le radier général peut être plein (dalle uniforme) ou ajouré (semelles filantes croisées). Lorsque le radier est plein, il peut être formé d'une simple dalle, de forte épaisseur, ou d'une dalle nervurée (d'épaisseur réduite). Il conviendra de vérifier que le centre de gravité du radier coïncide ou proche avec le point de passage de la résultante des charges. Le radier sera calculé comme un plancher,

dont les points d'appuis sont formés par les murs et/ou les poteaux de l'ossature et soumis à une charge répartie, dirigée de bas en haut et égale à la réaction du terrain, diminuée du poids propre du radier.

Si le radier est soumis à une sous-pression hydrostatique, le calcul doit en tenir compte : en aucun cas la sous-pression ne doit dépasser le poids de l'ouvrage pour des raisons de stabilité globale.

6.1-Semelles filantes sous murs

6.1.1- La semelle est soumise uniquement à effort normal centré.

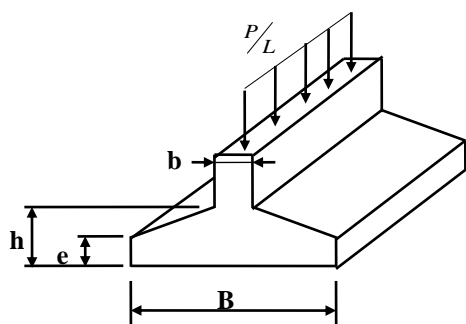
On distingue 2 types de semelles:

- les semelles flexibles pour lesquelles l'épaisseur h est faible.
- les semelles rigides pour lesquelles $h \geq (B - b)/4 + 5\text{cm}$.

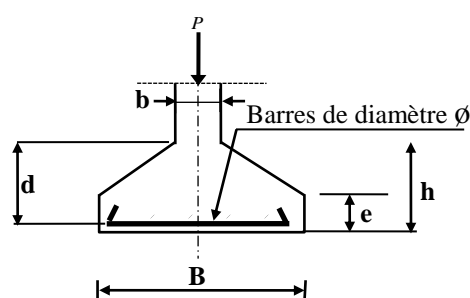
Pour le calcul des semelles rigides, la vérification à l'effort tranchant n'est pas à faire, vue la grandeur de la hauteur par rapport aux dimensions de la semelle.

L'épaisseur du piedroit e est donnée par :

- $e \geq \max \{6 \phi + 6\text{cm} ; 15\text{cm}\}$ lorsque les armatures de la semelle ne sont pas munies de crochets.
- $e \geq \{12 \phi + 6\text{cm}\}$, lorsque les armatures sont munies de crochets aux extrémités.



Tronçon d'une semelle filante



Coupe transversale sur semelle filante

Calcul de la largeur B de la semelle.

Le calcul des semelles filantes sous murs est entrepris en considérant une tranche, de mur, de longueur l'unité (1.00 m). On appelle P la charge verticale transmise au sol par mètre dans le sens du mur (cette charge comprend : le poids transmis au mur + le poids propre du mur et éventuellement de la semelle sur une longueur de

1.00 m). On note P_u cette charge à l'ELU ou suivant les combinaisons du RPA et P_{ser} à l'ELS (compte tenu des coefficients de pondération). On appelle $\bar{\sigma}_{sol}$ la contrainte admissible du sol et σ_{sol} la contrainte effectivement appliquée. La largeur de la semelle est donnée par :

$$B \geq \frac{P_{ser}}{\bar{\sigma}_{sol}} \quad \text{avec : } P_{ser} \text{ en KN ; } \sigma_{sol} \text{ en KN/cm}^2 \text{ et B en centimètres}$$

Remarque : Au début des calculs, le poids propre de la semelle ne peut pas être estimé car la valeur de B est encore inconnue. Pour cette raison, le calcul de B est fait d'une façon itérative.

Calcul des armatures.

Le calcul des armatures d'une semelle filante sous mur peut être effectué par les deux méthodes suivantes :

- a) Méthode des consoles : elle consiste à considérer la semelle comme une double console encastrée au mur.

Le moment fléchissant dans les deux (2) consoles est donné par :

$$M_u = \frac{P_u}{B * 1.00} \left(\frac{B-b}{2} \right) \times 1.00 \left(\frac{B-b}{4} \right) \quad \text{: moment est (KN .m)}$$

$$\text{soit : } M_u = \frac{P_u}{8B} (B-b)^2 \quad \text{d'où : } A_s = \frac{M_u}{z\sigma_s}$$

Ou, A_s/B est la section des armatures à répartir sur le tronçon de longueur 100cm (les armatures disposées parallèles au côté B).

- b) Méthode des bielles :

Cette méthode de calcul s'applique uniquement pour des semelles rigides, c'est-à-dire : $d \geq (B-b/4)$, La satisfaction de cette condition dispense de la vérification à l'effort tranchant (l'expérience montre que c'est toujours vérifiée).

On suppose que les charges sont transmises au sol au travers de *bielles* élémentaires qui se découpent dans la semelle en partant d'un point défini par (analyse des triangles semblables) :

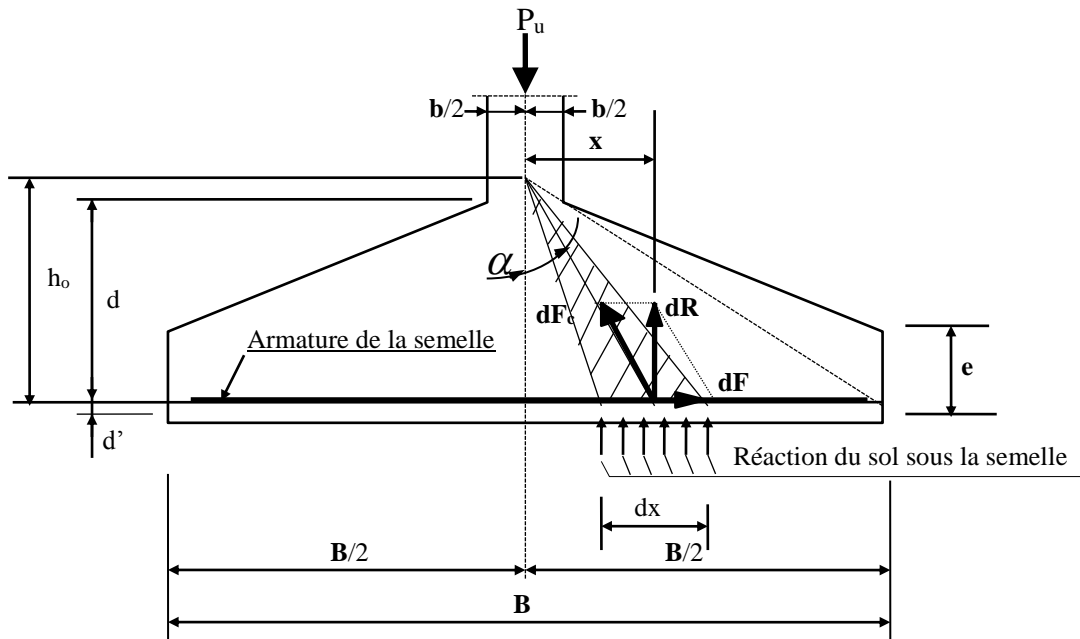
$$\frac{B}{h_o} = \frac{(B-b)}{d} \quad \text{soit :} \quad h_o = \frac{Bd}{(B-b)}$$

La réaction du sol sous la semelle est égale à : $\sigma_{sol} = \frac{P_u}{B \cdot 1.00}$

La réaction dR sur une tranche ($dx \times 1.00$) vaut : $dR = \sigma_{sol} \times (dx \times 1.00) = \frac{P_u}{B} \times dx$

dR se décompose en une compression de la bielle : dF_c est une force de traction dans l'armature : dF , soit : $dF = dR \frac{x}{h_o}$; d'où : $dF = dR \frac{x}{h_o} = \frac{P_u}{B h_o} x dx$;

avec $\frac{x}{h_o} = \frac{dF}{dR} = \text{tg} \alpha$



La force de traction dans l'armature à l'abscisse « x » est donnée par :

$$F(x) = \int_x^{B/2} dF = \int_x^{B/2} \frac{P_u}{B h_o} x dx = \frac{P_u}{2 B h_o} \left[\frac{B^2}{4} - x^2 \right]$$

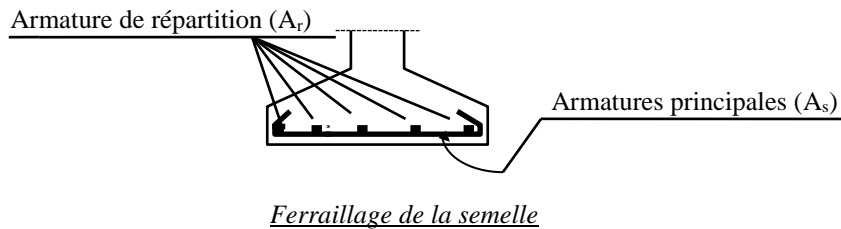
$F(x)$ est maximale pour $x=0$, soit : $F(0) = F(\max) = F_t = P_u \cdot B / 8 \cdot h_0$,

d'où : $A_s = \frac{F_t}{\sigma_{st}} = \frac{P_u \cdot B}{8 \cdot h_0 \cdot \sigma_{st}}$

or : $h_0 = \frac{Bd}{B-d}$ et $P = P_u$; finalement on aura : $A_s = \frac{P_u (B-b)}{8d\sigma_{st}}$

Remarque : Quelque soit la méthode de calcul utilisée (consols ou bielles), la section des armatures de répartition (c.a.d dans le sens parallèle au mur) est

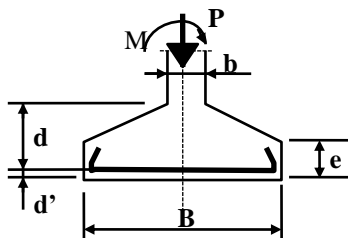
donnée par : $A_r = A_{\min} = \frac{A_s}{4} (B)$ avec B exprimé en unité de mètres



6.1.2-La semelle est sollicitée par un effort normal centré et par un moment fléchissant.

La sollicitation extérieure est rapportée au centre de gravité de la semelle, elle se réduit à un effort normal accompagné d'un moment de flexion.

La semelle sera centrée par rapport au mur. La réaction du sol est de type trapézoïdale ou triangulaire.



Dimensions de la section transversale de la semelle

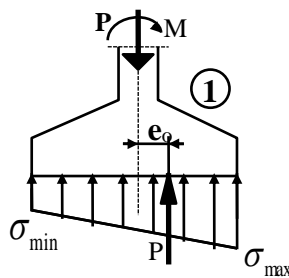
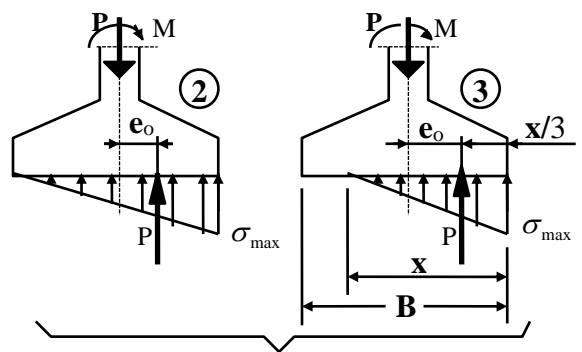


Diagramme des contraintes trapézoïdales



Diagrammes des contraintes triangulaires

Dimensionnement à E.L.S :

Rappel, pour ne pas vérifier l'effort tranchant, dans le cas des semelles rigides, on prend, en général, $d \geq (B - b/4)$ et pour loger les armatures, $e \geq \max\{6\phi + 6 \text{ cm} ; 15 \text{ cm}\}$.

Vérification de la stabilité et des contraintes dans le sol.

σ_{\max} et σ_{\min} sont positifs ou nuls lorsque : $e_s = \frac{M_s}{N} = \frac{M_s}{P} \leq \frac{B}{6}$; ce sont les cas ① et ②.

1) Lorsque : $e_s \leq B/6$, P est à l'intérieur du noyau central et le diagramme de la répartition des contraintes est trapézoïdal (cas 1 et 2), pour la sécurité, on doit alors vérifier que la contrainte située aux trois quarts (3/4) de la semelle (dite aussi contrainte de référence), du côté de σ_{\max} , doit être inférieure ou égale à $\bar{\sigma}_{sol}$, soit :

$$\sigma(3/4) = \frac{3\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{4} = \left(1 + \frac{3e_s}{B}\right) \frac{P_s}{B \cdot 1,00} \leq \bar{\sigma}_{sol}$$

$$\text{avec : } \sigma_{\max} = \left(1 + \frac{6e_s}{B}\right) \frac{P_s}{B \cdot 1,00} \text{ et } \sigma_{\min} = \left(1 - \frac{6e_s}{B}\right) \frac{P_s}{B \cdot 1,00} ;$$

d'où la largeur B est calculée pour la valeur suivante :

$$\left(1 + \frac{3e_s}{B_i}\right) \frac{P_s}{B_i \cdot 1,00} \approx 0,8 - 0,9\bar{\sigma}_{sol} \leq \bar{\sigma}_{sol} , \text{ avec la valeur de } 1,00 \text{ est une unité de longueur en mètre.}$$

Remarque : Pour des raisons de sécurité et d'économie, il est loisible de choisir La valeur de $B \geq B_0$ de tel sorte que la valeur de $\sigma_{sol} \approx 0,8$ à $0,9\bar{\sigma}_{sol}$.

2) Lorsque $e_s \geq B/6$, alors P est à l'extérieur du noyau central et le diagramme de la répartition des contraintes est triangulaire (cas 3). Dans ce cas P est donnée par :

$$P_r = \frac{\sigma_{\max}}{2} (x \cdot 1,00) \text{ et son point d'application est : } \frac{x}{3} = \left(\frac{B}{2} - e_s\right)$$

et on doit vérifier que : $\sigma_{\max} = \frac{2P_s}{3 * 100 \cdot \left(\frac{B}{2} - e_s\right)} \leq \bar{\sigma}_{sol}$

Calcul des armatures tendues à E.L.U et R.P.A.

1^{er} cas : $e_u \leq B/18$; on utilise la méthode des bielles, soit : $A_{//B} = \frac{P_u \left(1 + \frac{3e_u}{B}\right)(B-b)}{8d\sigma_{st}}$

2^{ème} cas : $e_u \geq B/18$; dans ce cas c'est la méthode des consoles qui est utilisée.

Deux possibilités peuvent se présenter :

1^{ère} possibilité : $B/18 \leq e_u \leq B/6$, Les armatures sont déterminées pour équilibrer le moment (M_u) qui s'applique dans la section située à $0,35b$ de l'axe du poteau du côté du moment appliqué M_u . La résultante des efforts à droite de la section vaut :

$$R_d = \left(\frac{B}{2} - 0,35b\right) (\sigma_{\max} + \sigma_1) \frac{1,00}{2} ;$$

Cette force est appliquée à une distance : $x_d = \left[\frac{(\sigma_1 + 2\sigma_{\max})}{(\sigma_1 + \sigma_{\max})} \right] \left[\frac{(B/2 - 0,35b)}{3} \right] ;$

$$d'où : M_u = R_d \cdot x_d = \frac{1,00}{6} \left(\frac{B}{2} - 0,35b\right)^2 (\sigma_1 + 2\sigma_{\max})$$

$$\text{avec : } \sigma_1 = \sigma_{\min} + (\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) = \left(\frac{B}{2} + 0,35b\right) \frac{1}{B} = \left(1 + \frac{4,2e_o b}{B^2}\right) \frac{P_u}{B * 1,00}$$

$$\text{On aura, ainsi : } M_u = \left(\frac{B}{2} - 0,35b\right)^2 \left(1 + \frac{4e_o}{B} + \frac{1,4e_o b}{B^2}\right) \frac{P_u}{2B} ;$$

et en déduit la section d'armature par la méthode approchée :

$$A_{//B} = \frac{M_u}{z\sigma_s} \text{ avec } z \approx 0,9.d$$

2^{ème} possibilité : $e_u \geq B/6$

Même démarche que ci-dessus avec : $\sigma_1 = \sigma_{\max} \left[x - \left(\frac{B}{2} - 0.35b \right) \right] \frac{1}{x}$; avec

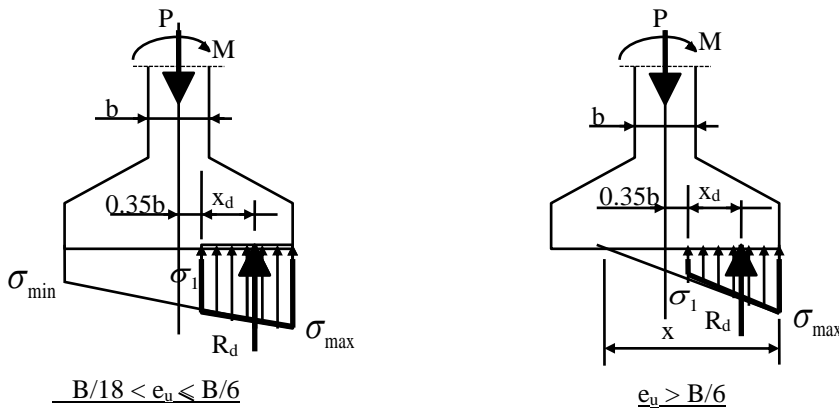
$$x = 3 \left(\frac{B}{2} - e_o \right) \text{ et } \sigma_{\max} = \frac{2P_u}{x * 1.00}$$

$$\text{d'où : } M_u = (4B + 0.35b - 9e_o) \left[\frac{B/2 - 0.35b}{B/2 - e_o} \right]^2 \frac{P_u}{27} \text{ et par suite : } A_{//B} = \frac{M_u}{z \cdot \sigma_s}$$

Remarque :

- 1) Les sections d'armatures ($A_{//B}$), calculées ci-dessus, sont à répartir sur une longueur de 1m.
- 2) La section des armatures de répartition est toujours prise égale à :

$$A_r = A_{\min} = \frac{A_s}{4} (B).$$



Consoles sous charges trapézoïdales

Remarque : dans une semelle filante, les armatures de répartitions sont données égales

$$A_r = A_{\min} = \frac{A_s}{4} \text{ a disposé sur toute la longueur de la semelle.}$$

6.2-Semelles isolées sous poteaux.

6.2.1-Semelle rectangulaire sous poteau rectangulaire soumise à un effort normal centré.

Calcul des dimensions géométriques à E.L.S: les dimensions de la semelle sont choisies de telle manière à avoir :

- $\frac{A}{B} = \frac{a}{b} = k$ (avec $A \leq B$) qui le rapport des dimensions poteau-semelle;

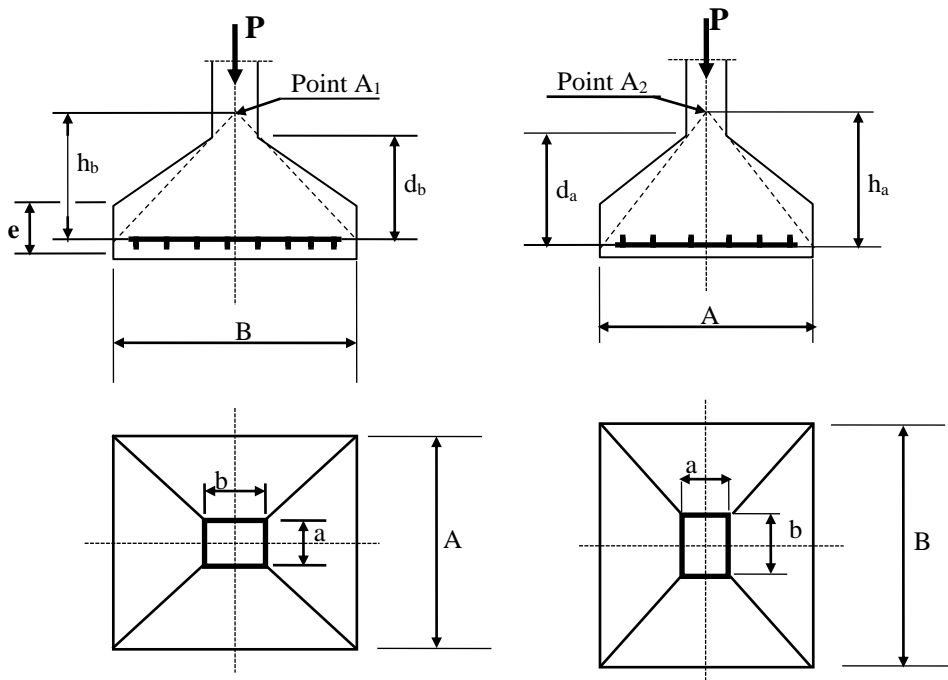
A et B calculé à partir de : $S_s = A.B = k.B^2 \geq S_{min} = \frac{P_{ser}}{\bar{\sigma}_{sol}}$;

soit : $B \geq B_0 = \sqrt{\left(\frac{P_{ser}}{k.\bar{\sigma}_{sol}}\right)}$ et $A \geq A_0 = k.B_0$.

Remarque :

- Pour des raisons de sécurité et d'économie, A et B sont déterminés pour une valeur de $\sigma_{sol} = \frac{P_{ser}}{A.B} \approx 0,8 \text{ à } 0,9.\bar{\sigma}_{sol}$.
- Pour la hauteur de la semelle, on prend : $d = d_b = d_a = \max \{(B - b/4), (A - a/4)\}$

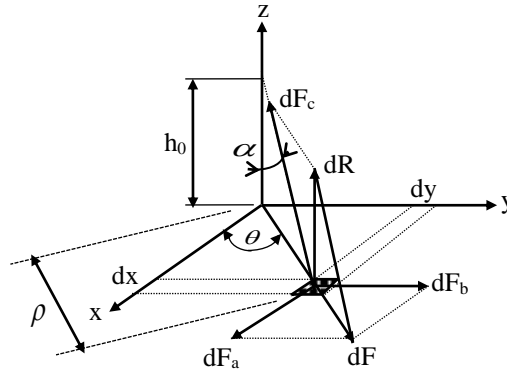
La valeur de e est : $e \geq \max \{6\phi + 6 \text{ cm} ; 15 \text{ cm}\}$ lorsque les armatures de la semelle ne sont pas munies de crochets, sinon on prend : $e \geq 12 \phi + 6 \text{ cm}$.



Coupe et vue en plan d'une semelle rectangulaire, isolée sous poteau

Calcul des armatures tendues à E.L.U et R.P.A par la méthode des bielles.

On admet que les bielles ont la même origine ($A_1 = A_2$). En supposant une répartition des contraintes uniforme sous la semelle, on aura :



Schématisation de la méthode des bielles pour une semelle isolée sous poteau

$$\sigma_{sol} = \frac{P_u}{AB} ; dR = \frac{P_u}{AB} dx dy ; tg \alpha = \frac{\rho}{h} = \frac{dF}{dR} \text{ soit : } dF = dR \frac{\rho}{h}$$

$$dF_b = dR \frac{y}{h} = \frac{P_u}{AB} \frac{y}{h} dx dy ; dF_a = dR \frac{x}{h} = \frac{P_u}{AB} \frac{x}{h} dx dy \text{ et } \Rightarrow$$

- La direction de la force F_b parallèle au coté (B).

$$F_b = \iint dF_b = \frac{P_u}{ABh} \int_0^{B/2} y dy \int_{-A/2}^{A/2} dx = \frac{P_u \cdot B}{8h} \text{ et comme : } \frac{B}{h_0} = \frac{B-b}{d} ; \text{ alors :}$$

$$F_b = \frac{P_u B}{8h_0} = \frac{P_u (B-b)}{8d}, \text{ La force de traction des armatures est}$$

$$F_b = \frac{P_u (B-b)}{8d}$$

- $F_a = \iint dF_a = \frac{P_u}{ABh} \int_{-B/2}^{+B/2} dy \int_0^{A/2} x dx = \frac{P_u A}{8h_0} ; \text{ et comme : } \frac{A}{h_0} = \frac{A-a}{d} ; \text{ alors :}$

$$F_a = \frac{P_u A}{8h} = \frac{P_u (A - a)}{8d}, \text{ La force de traction des armatures est } F_a = \frac{P_u (A - a)}{8d}$$

Pour la semelle isolée, les sections d'aciers sont données par :

$$\begin{aligned} - A_{//B} &= \frac{P_u (B - b)}{8d\sigma_s}, \text{ disposées parallèlement au côté B.} \\ - A_{//A} &= \frac{P_u (A - a)}{8d\sigma_s}, \text{ disposées parallèlement au côté A.} \end{aligned}$$

6.2-Semelle rectangulaire soumise à un effort normal centré et à un moment fléchissant (N.B : en flexion composée uniquement).

La semelle supporte un effort normal centré P et un moment fléchissant M_G agissant au centre de gravité de la base du poteau. la semelle peut, également, être sollicitée par un effort normal excentré d'une distance e_o par rapport au centre de gravité du poteau. Ce dernier cas se ramène au premier en considérant l'effort normal centré et, en plus, un moment de flexion égale à : $M = e_o * P$.

Dimensions de la semelle.

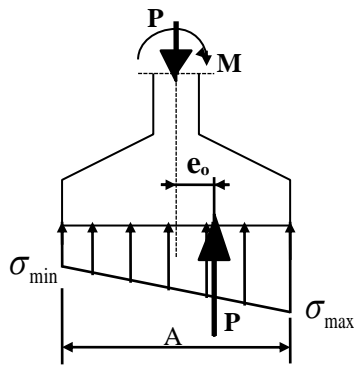
On procède de la même manière que pour les semelles filantes sous murs. Il suffit, pour cela, de remplacer le tronçon, de longueur 1m, de la semelle filante par la largeur A de la semelle isolée.

$$\text{On aura ainsi : } \sigma_{\max} = \frac{P}{AB} \left(1 + \frac{6e_o}{B} \right); \text{ et } \sigma_{\min} = \frac{P}{AB} \left(1 - \frac{6e_o}{B} \right);$$

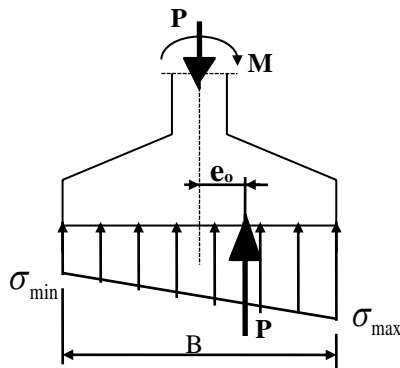
Lorsque le moment agit dans le sens de la largeur B.

Par contre, si le moment agit dans le sens de la largeur A, on aura :

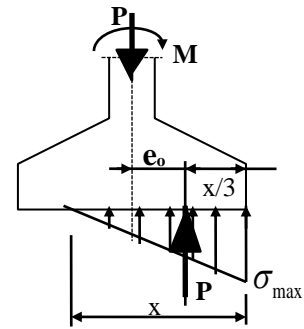
$$\sigma_{\max} = \frac{P}{AB} \left(1 + \frac{6e_o}{A} \right); \text{ et } \sigma_{\min} = \frac{P}{AB} \left(1 - \frac{6e_o}{A} \right)$$



Le moment agit suivant A



Le moment agit suivant B



Cas où la résultante P est hors du noyau central : $e_o > A/6$ (ou $B/6$)

- Calcul des dimensions géométriques de la semelle : B et A.

Sous la semelle, la contrainte au sol est totalement en compression lorsque :

$e_s \leq \frac{B}{6}$ ou $e_s \leq \frac{A}{6}$; dans ces conditions, on doit vérifier que :

$$\sigma(3/4) = \frac{3\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{4} \leq \bar{\sigma}_{sol} ; \text{ et comme : } \frac{3\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{4} = \left(\frac{P}{AB}\right) \left(1 + \frac{3e_s}{B}\right),$$

on déduit que : $AB \geq \left(1 + \frac{3e_s}{B}\right) \frac{P_{ser}}{\bar{\sigma}_{sol}}$ ou $AB \geq \left(1 + \frac{3e_s}{A}\right) \frac{P_{ser}}{\bar{\sigma}_{sol}}$; selon que le

moment agit suivant B ou A.

Lorsque : $e_s \leq \frac{B}{6}$ ou $e_s \leq \frac{A}{6}$ on doit vérifier que :

- $\sigma_{\max} = \frac{2P_{ser}}{3A \left(\frac{B}{2} - e_s\right)} \leq \bar{\sigma}_{sol}$ lorsque le moment agit dans la direction de la largeur B.

- $\sigma_{\max} = \frac{2P_{ser}}{3B \left(\frac{A}{2} - e_s\right)} \leq \bar{\sigma}_{sol}$; lorsque le moment agit dans la direction de la largeur

A.

Calcul des armatures tendues à E.L.U et R.P.A.

La méthode de calcul à utiliser dépend de la valeur de l'excentricité e_u .

On distinguera trois cas :

Lorsque le moment agit dans le sens B :

a) $e_u \leq B/18$.

Dans ces conditions, on utilise la méthode des bielles en considérant que la semelle est soumise à une contrainte uniforme égale à :

$$\sigma(3/4) = \frac{3\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{4} = \frac{P_u}{AB} \left(1 + \frac{3e_u}{B} \right) \Rightarrow P^f = \sigma(3/4)AB = P_u \left(1 + \frac{3e_u}{B} \right).$$

On remplace la charge réelle P_u par une charge fictive P^f telle que :

$$P^f = \sigma(3/4)AB = P_u \left(1 + \frac{3e_u}{B} \right) \text{ et les armatures sont :}$$

$$\text{- dans le sens de B sont } A_{//B} = \frac{P_u \left(1 + \frac{3e_u}{B} \right) (B - b)}{8d\sigma_s}$$

$$\text{- dans le sens de A sont : } A_{//A} = \frac{P_u \left(1 + \frac{3e_u}{B} \right) (A - a)}{8d\sigma_s}$$

N.B : Même raisonnement, Lorsque le moment agit dans le sens de A.

$$A_{//A} = \frac{P_u \left(1 + \frac{3e_u}{A} \right) (A - a)}{8d\sigma_s} \quad \text{et :} \quad A_{//B} = \frac{P_u \left(1 + \frac{3e_u}{A} \right) (B - b)}{8d\sigma_s} ;$$

$$b) \underline{\frac{B}{18} \leq e_u \leq \frac{B}{6}} .$$

- Dans la direction où agit le moment, on utilise la méthode des consoles ; dans l'autre direction, on utilise la méthode des bielles par ce qu'il n'y a pas de moment fléchissant.

Supposant, par exemple, le moment agissant suivant B , ($B \geq A$).

Dans ces conditions, les armatures parallèles au côté A sont données

$$\text{par la méthode des bielles: } A_{//A} = \frac{P_u \left(1 + \frac{3e_u}{B}\right) (A - a)}{8d\sigma_s} .$$

- Dans le sens de B , on utilise la méthode des consoles. On calcule, alors, le moment qui agit dans la section située à une distance de $0.35b$ (Surface de rupture supposée) de l'axe du poteau du côté du moment M (l'aile de la semelle le plus défavorable).

$$\text{La résultante des efforts vaut : } R_d = \left(\frac{B}{2} - 0.35b\right) (\sigma_{\max} + \sigma_1) \frac{A}{2}$$

$$\text{et son point d'application : } x_d = \left(\frac{\sigma_1 + 2\sigma_{\max}}{\sigma_1 + \sigma_{\max}}\right) \left(\frac{(B/2) - 0.35b}{3}\right)$$

d'où le moment fléchissant :

$$M_u = R_d * x_d = \left(\frac{B}{2} - 0.35b\right)^2 \left(1 + \frac{4e_o}{B} + \frac{1.4e_o b}{B^2}\right) \frac{P_u}{2B}$$

$$\text{Cette équation peut être considérée proche de } M_u = \left(\frac{B}{2} - 0.35b\right)^2 \left(1 + \frac{4e_o}{B}\right) \frac{P_u}{2B}$$

et par la méthode approchée, la section d'aciers :

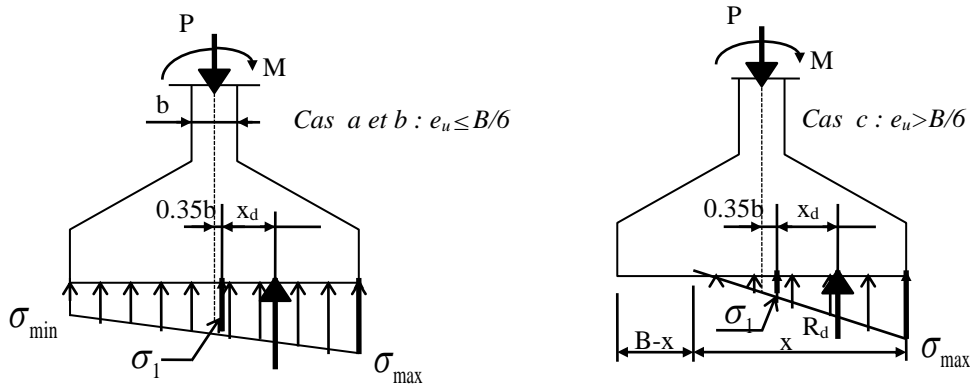
$$A_{//B} = \frac{M_u}{z\sigma_s} ; \text{ cette section est uniformément répartie le long de la largeur } A .$$

c) $e_u \geq \frac{B}{6}$, Dans ce cas, on utilise également la méthode des consoles.

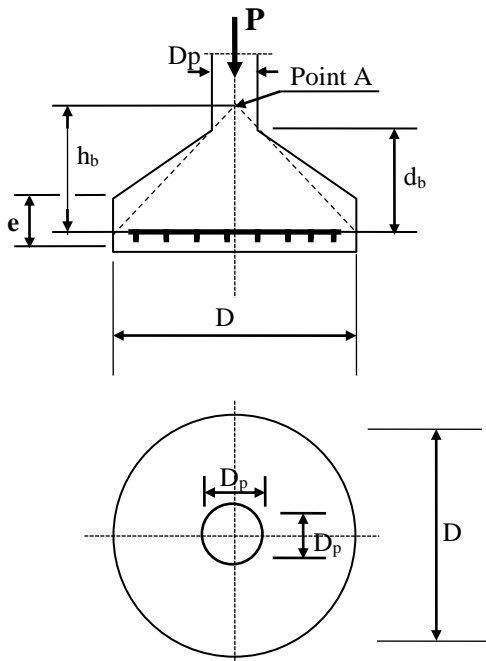
On calcule : $\frac{\sigma_1}{\sigma_{\max}} = \left[x - \left(\frac{B}{2} - 0.35b \right) \right] \frac{1}{x}$; $x = 3 \left(\frac{B}{2} - e_u \right)$; $\sigma_{\max} = \frac{2P_u}{A.x}$

d'où : $M_u = (4B + 0.35b - 9e_o) \left(\frac{(B/2) - 0.35b}{(B/2) - e_o} \right)^2 \frac{P_u}{27}$ et la section d'aciers :

$$A_{//B} = \frac{M_u}{z\sigma_s}$$



6.3-Semelle circulaire sous poteau circulaire soumise à un effort normal centré.



Coupe et vue en plan d'une semelle circulaire, isolée sous poteau

Lorsque le poteau a une forme circulaire, on peut donner à la semelle, également, une forme circulaire.

Le ferrailage d'une telle semelle peut être constitué soit par un quadrillage de deux nappes de barres orthogonales soit par des cerces liés par des barres verticales.

Dimensions de la semelle à ELS:

Pour le diamètre de la semelle, on doit vérifier que : $S_s = \frac{\pi D^2}{4} \geq \frac{P_{ser}}{\bar{\sigma}_{sol}}$

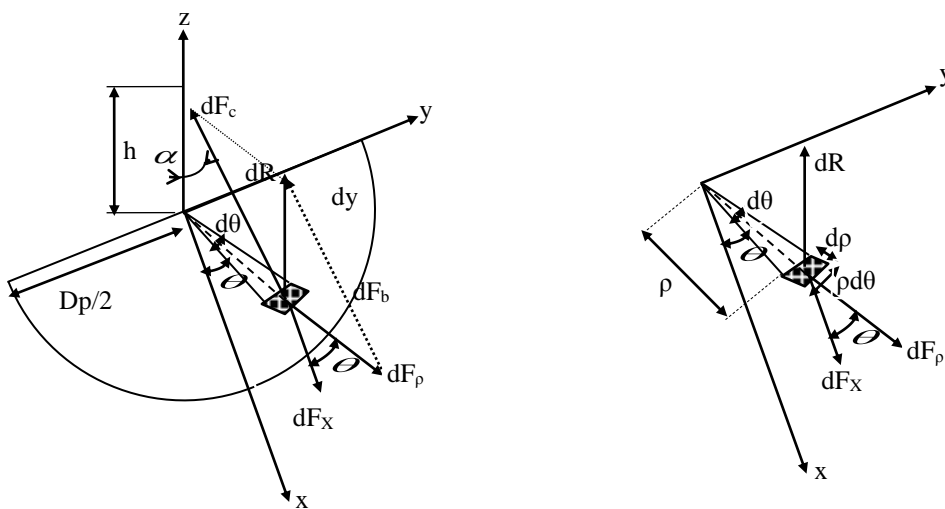
soit : $D \geq D_o \approx 1.13 \sqrt{\frac{P_{ser}}{\bar{\sigma}_{sol}}}$ et : $d \geq \frac{D - D_p}{4}$;

$e \geq n\phi + 3(n+1)$ centimètres, dans le cas de cerces.

- Avec : - D qui est le diamètre de la semelle;
 - Dp est le diamètre du poteau ;
 - n est le nombre de cerces.
 - ϕ le diamètre des barres constituant les cerces.

Dans le cas où les armatures sont constituées par un quadrillage de barres, on adopte le même « e » que pour les semelles rectangulaires.

Calcul des armatures de résistance à ELU et RPA.



Schématisation de la méthode des bielles pour une semelle circulaire sous poteau

Calcul des armatures tendues à E.L.U et R.P.A par la méthode des bielles.

On admet que les bielles ont la même origine ($A_1 = A_2$). En supposant une répartition des contraintes uniforme sous la semelle, on aura :

Les données sont : $\frac{D}{h_0} = \frac{D - D_p}{d} \Leftrightarrow h_0 = \frac{D \cdot d}{D - D_p}$

$$\sigma_{sol} = \frac{P_u}{dS} = \left(\frac{P_u}{\pi D^2 / 4} \right); dR = \sigma_{sol} \cdot dS; \text{ avec } dS = \rho \cdot d\theta \cdot d\rho, \text{ tg}\alpha = \frac{\rho}{h_0} = \frac{dF_\rho}{dR}$$

soit : la force radiale de traction : $dF_\rho = dR \frac{\rho}{h_0}$.

La force de traction élémentaire qui a tendance à séparer la demi-semelle est

$$dF_x = dF_\rho \cdot \cos \theta$$

$$dF_\rho = dR \frac{\rho}{h_0} = \sigma_{sol} \cdot dS \cdot \frac{\rho}{h_0}$$

$$dF_\rho = dR \cdot \frac{\rho}{h_0} = \left[\frac{P_u}{\pi D^2 / 4} \right] \cdot (\rho d\rho \cdot d\theta) \left(\frac{\rho}{h_0} \right) = \left[\frac{P_u}{\pi D^2 / 4} \right] \cdot (\rho d\theta \cdot d\rho) \left(\rho \cdot \frac{D - D_p}{D \cdot d} \right);$$

$$dF_\rho = \frac{4P_u}{\pi D^2} \cdot \frac{(D - D_p)}{D \cdot d} \cdot \rho^2 \cdot d\rho \cdot d\theta$$

d'où l'équation de la force de traction qui est :

$$dF_x = \frac{4P_u}{\pi D^2} \cdot \frac{(D - D_p)}{D \cdot d} \cdot \rho^2 \cdot d\rho \cdot \cos \theta \cdot d\theta$$

La résultante de la force qui a tendance à séparer la demi-sphère est :

$$F_x = \int dF_x = \frac{4P_u}{\pi D^2} \cdot \frac{(D - D_p)}{D \cdot d} \cdot \int_0^{D/2} \rho^2 \cdot d\rho \cdot \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \theta \cdot d\theta$$

$$F_x = \int dF_x = \frac{4P_u}{\pi D^2} \cdot \frac{(D-D_p)}{D.d} \left[\frac{\rho^3}{3} \right]_0^{D/2} \left[\sin \theta \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}}$$

$$F_x = \left[\frac{4P_u}{\pi D^2} \cdot \frac{(D-D_p)}{D.d} \right] \left[\frac{1}{3} \frac{D^3}{8} \right] \left[\sin \left(\frac{+\pi}{2} \right) - \sin \left(\frac{-\pi}{2} \right) \right]$$

$$F_x = \left[\frac{4P_u}{\pi D^2} \cdot \frac{(D-D_p)}{D.d} \right] \left[\frac{1}{3} \frac{D^3}{8} \right] [1 - (-1)] = \frac{P_u \cdot (D-D_p)}{3\pi d}$$

La force de traction des armatures est $F_x = \frac{P_u \cdot (D-D_p)}{3\pi d}$

Suivant le type de ferrailage, on a l'équation correspondante.

a) Disposition orthogonales des armatures :

La Semelle armée par 2 nappes de barres orthogonales.

La méthode des bielles, appliquée à une semelle circulaire, donne :

$$F_x = F_y = \frac{P_u (D-D_p)}{3\pi d} \quad \text{et} \quad A_x = A_y = \frac{P_u (D-D_p)}{3\pi d \sigma_s}$$

Dispositions des armatures dans le cas des armatures orthogonales : suivant les

$$\text{deux directions : } A_x = A_y = p_u (D-d) / 3\pi.d \cdot \frac{f_e}{\gamma_s}$$

Remarque :

En fonction de la valeur du diamètre, on recommande la disposition des armatures suivante :

-D ≤ 1m, Les barres sont disposées avec un écartement constant dans chaque direction.

- $1 \leq D \leq 3m$ Les barres sont disposées sur trois parties égales ($D/3$) et on place :

1. Dans la zone centrale $0.50A$.
2. Dans la zone latérale $0.25 A$.

- $D \geq 3m$ Les barres sont disposées sur cinq parties égales ($D/5$) et on place :

1. Dans la zone centrale $0.30A$
2. Dans la zone intermédiaire $0.25A$
3. Dans la zone latérale 0.10 .

- Concernant la disposition des armatures : Dans cette disposition en remarque :

- Qu'il est préférable de placer les armatures le plus proche possible du centre de gravité de la semelle.
- Les barres les plus éloignées du centre de gravité de la semelle sont les moins sollicitées.
- Les barres ont des longueurs différentes.
- Les barres dans une direction sont disposées en une seule nappe.
- Le centre de gravité des armatures est fixé.

b) Disposition en cerces des armatures :

Semelle armée par des cerces : la force totale de traction F_x est donnée par la même relation que ci-dessus, soit :

$$F_x = \frac{P_u (D - D_p)}{3\pi d} \quad \text{et} \quad A_c = \frac{P_u (D - D_p)}{6\pi d \sigma_s};$$

A_c est la section des armatures composant les cerces et obtenue avec la force de traction égale à $(F_x/2)$, appliquée à chaque extrémité de la cerce.

La section des barres verticales est adoptée forfaitairement. Elles sont nécessaires pour le maintien des cerces et, également, servent de butée pour les bielles de béton comprimées.

Remarque : Concernant la disposition des armatures :

- Dans cette disposition en remarque, que la longueur des cerces est constante.
- Au delà d'une cerce ; le centre de gravité des armatures se déplace vers le haut, ce qui entraîne la diminution de la longueur du bras de levier, cette nouvelle valeur doit être vérifiée pour la section des armatures choisies.
- La disposition en cerce permet le confinement du béton, ce qui induit une amélioration de la résistance au non éclatement.

c) Disposition mixte :

La disposition mixte permet de prendre le meilleur des deux dispositions précédentes, à savoir minimisé le nombre de cerce (pour ne pas trop modifier le bras de levier), et aussi disposé le plus grand nombre d'armatures orthogonales au voisinage du centre de gravité.

La force extérieure de traction $F_{ext} = F_x = F_y = \frac{P_u(D - D_p)}{3\pi d}$ est équilibrée par

les réactions des armatures disposées en orthogonales F_{orth} et en en cerces F_{cers} .

La disposition en cerces, présente deux sections résistantes, $F_{cers} = 2A_{cer} \cdot \sigma_{st}$

Avec : $A_{cer} = n \cdot \left(\frac{\pi \phi^2}{4} \right)$, et n est le nombre de cerces (à limiter à 2 de préférence).

La réaction des armatures disposées en orthogonales $F_{orth} = F_{ext} - F_{cer}$.

qui peut s'écrire sous la forme $F_{orth} = F_{ext} - F_{cer} = (1 - \alpha)F_{ext}$,

avec $F_{cer} = \alpha \cdot F_{ext}$, et $0 \leq \alpha \leq 1$. Les armatures orthogonales $A_{orth} = (1 - \alpha)F_{ext} / \sigma_{st}$

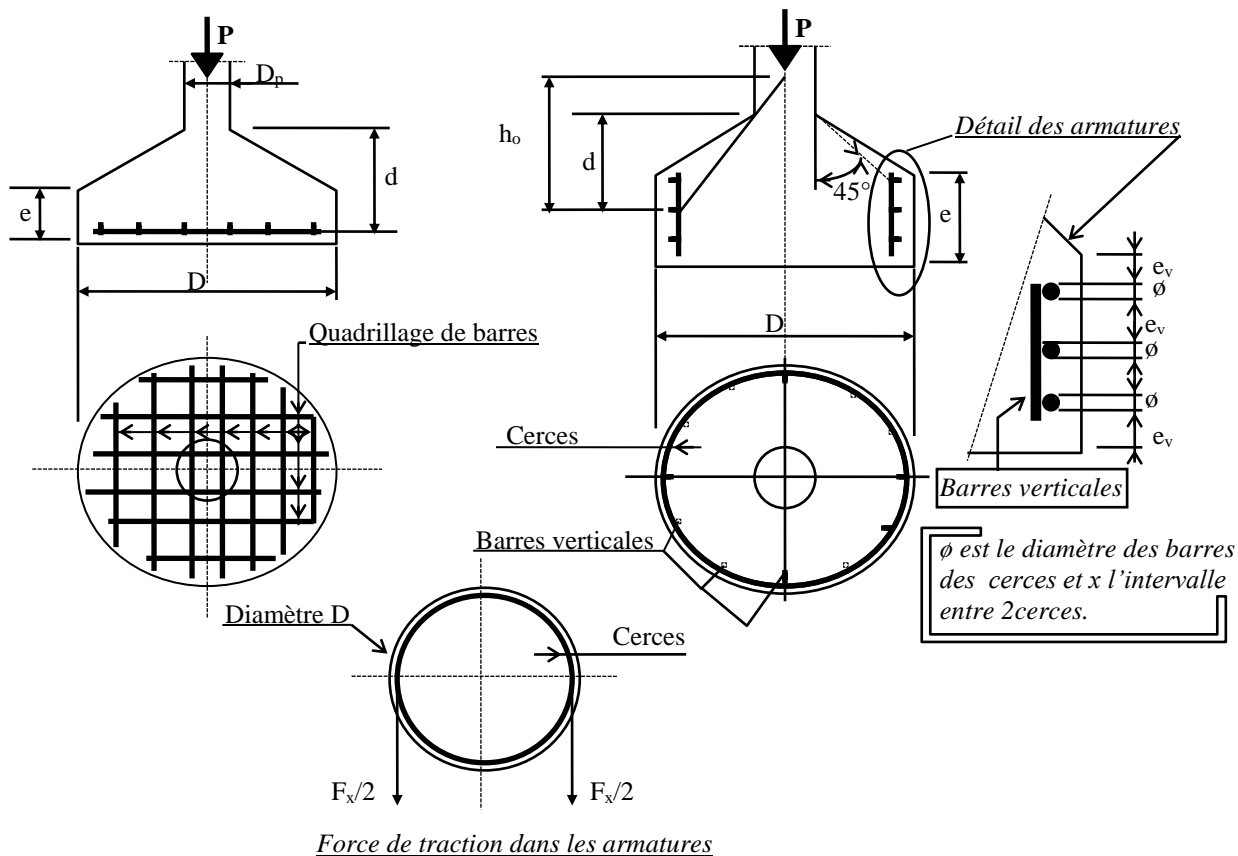


Schéma de disposition des armatures pour une semelle circulaire

6.4-Semelle nervurée sous poteau

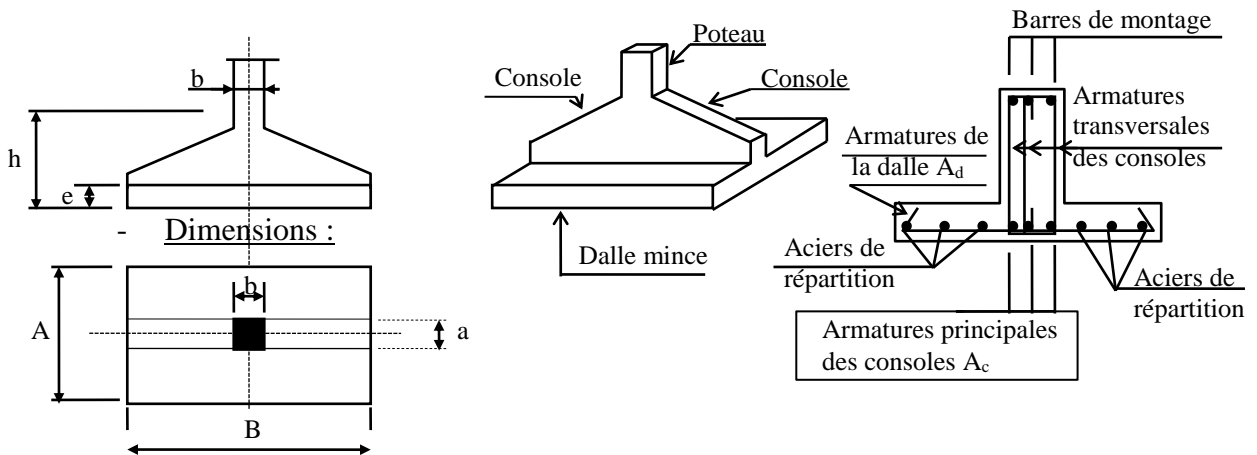
Lorsque la charge transmise par le poteau à la semelle est très grande, on aboutit à une hauteur de semelle importante. Dans le souci de réduire la charge due au poids propre et d'économiser sur le prix de revient du volume de béton, on crée des semelles nervurées.

Le principe de ces semelles est le suivant : la charge ramenée par le poteau est transmise au sol par l'intermédiaire d'une dalle mince reliée à ce dernier par des consoles de grande hauteur.

Calcul des dimensions :

les dimensions de la dalle mince (ce sont aussi celles de la semelle) sont obtenues avec les mêmes relations ayant servies au calcul des semelles rectangulaires.

Calcul des armatures : on calculera les consoles à part et la dalle à part.



Exemple de semelle nervurée

on prend : $\frac{A}{B} = \frac{a}{b}$; $\sigma_{sol} = \frac{P_{ser}}{A.B} \leq \bar{\sigma}_{sol}$ d'où : $A \geq A_0 = \sqrt{\frac{a}{b} \cdot \frac{P_{ser}}{\bar{\sigma}_{sol}}}$ et

$B \geq B_0 = A_0 \frac{b}{a} \Rightarrow$ le choix A et B pour $\sigma_{sol} = \frac{P_{sr}}{A.B} \approx 0.8 - 0.9 \sigma_{sol}$

$h \geq \frac{B-b}{4} + 5cm$; $e \geq 10cm$

- Armatures :

on détermine la contrainte moyenne $\sigma_{sol} = \frac{P_u}{AB}$,

puis on calcule le moment fléchissant à l'encastrement des consoles :

$$M_c = \sigma_{sol} A \frac{(B-b)^2}{8} = \frac{P_u (B-b)^2}{B \cdot 8} ;$$

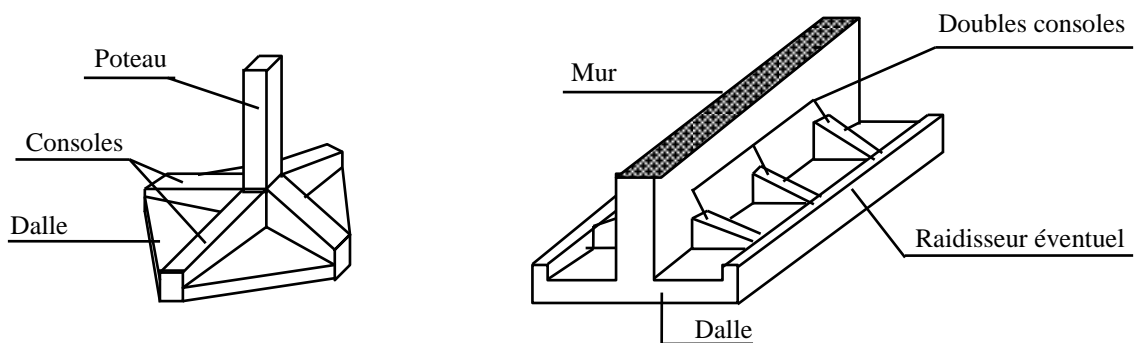
la section d'acier nécessaire : $A_c = \frac{M_c}{z\sigma_{st}}$ à répartir sur la largeur de la nervure.

de même pour la dalle on aura le moment fléchissant : $M_d = \frac{P_u (A-a)^2}{A \cdot 8}$

$$\text{et } A_d = \frac{M_d}{z\sigma_{st}}$$

Remarque :

Les semelles nervurées peuvent, également, être réalisées sous murs. Dans ce cas on prévoit plusieurs doubles consoles (qui jouent le rôle d'un contre fort) sur lesquelles prend la dalle mince.



Exemples de semelles nervurées

6.4-Semelles continues sous poteaux

On distingue 2 types :

- les semelles rigides ;
- les semelles souples.

-

Dans ce cours, nous traiterons uniquement l'étude des semelles rigides.

Le calcul d'une semelle filante comprend :

- le calcul de la semelle proprement dite d'une part ;
- d'autre part, le calcul de la poutre de rigidité qui est partiellement noyée dans la semelle.

- La hauteur h_s de la semelle est donnée par : $h_s \geq \frac{B-b}{4} + 5cm$.

- la hauteur h_p de la poutre de rigidité est estimée par : $\frac{l}{9} \leq h_p \leq \frac{l}{6}$;

$l = l_{\max}$ étant la plus grande distance entre axes de 2 poteaux consécutifs.

- La base b_p de la poutre de rigidité est estimée par : $\frac{1}{3}h_p \leq b_p \leq \frac{2}{3}h_p$
avec $b_p \leq b$ ou a

Calcul de la semelle :

On calcule : $\sigma_{\max} = \frac{\sum P_i}{LB} \left(1 + \frac{6e_s}{L} \right)$; $\sigma_{\min} = \frac{\sum P_i}{LB} \left(1 - \frac{6e_s}{L} \right)$; $e_s = \sum \frac{M_i}{P_i}$

Les M_i sont des moments qui agissent, éventuellement, dans le sens transversal de la semelle.

- Pour le calcul des dimensions, on calcul uniquement la valeur de B ,

après avoir déduit au préalable la valeur de $L = \sum l_i + \frac{a_1}{2} + \frac{a_i}{\acute{e}} + d_g + d_d$,

$$B \geq B_0 = \frac{\sum P_i}{L \cdot \sigma(3/4)} \left(1 + \frac{3e_s}{L} \right)$$

- Pour le calcul des aciers, on procède de la même manière que pour une semelle filante sous mur.

Calcul de la poutre de rigidité :

la poutre est sollicitée par une charge uniformément répartie dont l'intensité est :

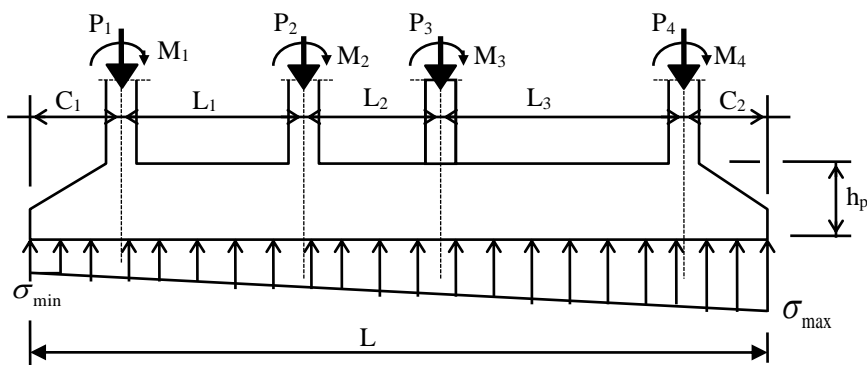
$$q_s \approx \sigma(3/4) * B = \frac{R}{L} \left(1 + \frac{3e_o}{L} \right) .$$

On calculera : $\sigma_{\max} = \frac{R}{LB} \left(1 + \frac{6e_o}{L} \right)$ avec : $R = \sum P_i$; $e_s = \frac{\sum M_i}{\sum P_i}$;

les M_i agissent dans le sens de la longueur.

On doit vérifier que :

- 1) $\sigma_{\max} \leq \bar{\sigma}_{sol}$
- 2) la semelle est assez centrée que possible par rapport à la résultante R.



Exemple de semelle continue sous 4 poteaux

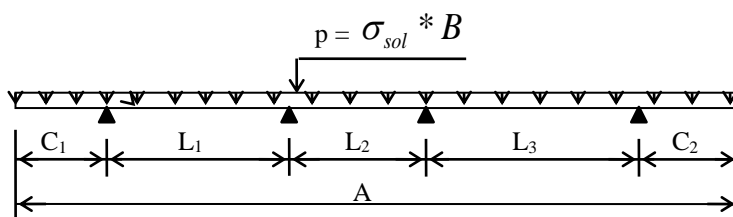
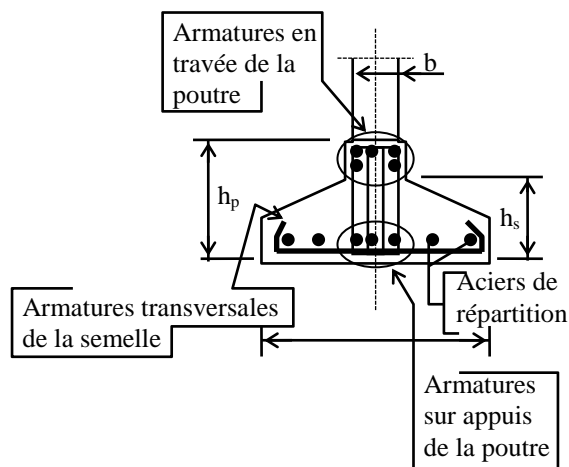


Schéma statique d'une poutre sur 4 appuis



Coupe transversale sur la semelle

Remarque : Dans le cas où la semelle n'est pas sollicitée par des moments fléchissant, on remplace M par zéro.

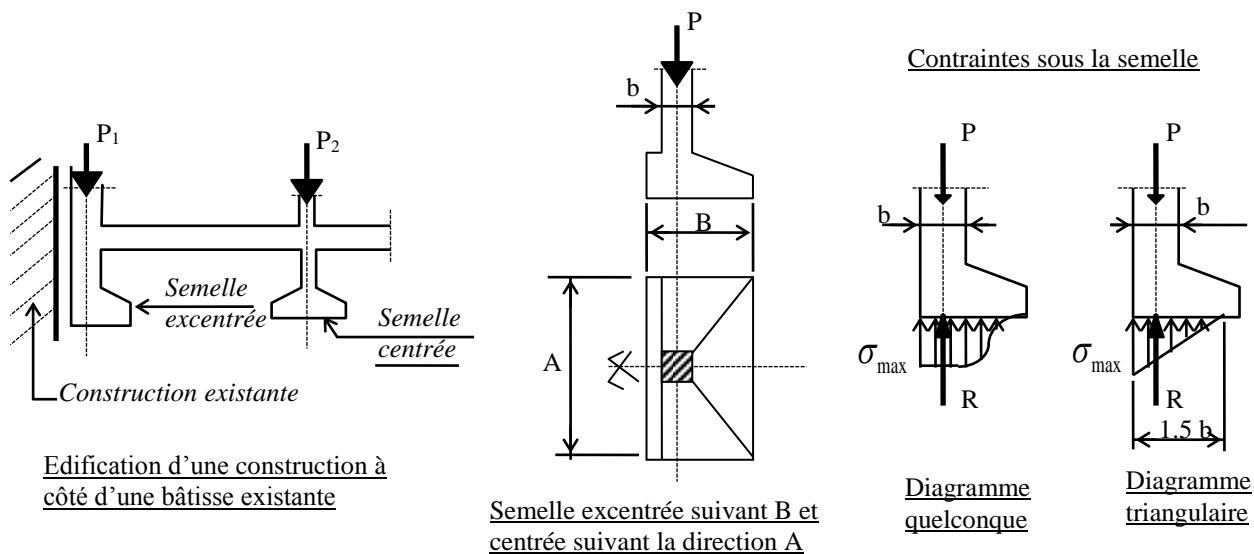
6.5-Semelles excentrées.

Une semelle est dite excentrée lorsque la charge ramenée par le poteau (ou le mur) ne coïncide pas avec le centre de gravité de la semelle. On rencontre ce genre de semelles lorsqu'on est en présence d'une construction existante ou d'une limite de propriété à ne pas franchir.

Dans une semelle excentrée, la répartition des pressions sous la semelle est non uniforme. Pour réaliser l'équilibre statique, la charge P et la résultante des pressions sur le sol doivent être égales et directement opposées.

Dans le cas d'une semelle rigide, on peut admettre l'approche d'une répartition triangulaire des contraintes sur le sol. Dans ce cas, la largeur B de la semelle est donnée par : $B = 1.5 * b$.

Le calcul de la largeur A , avec $B = 1.5 b$, est obtenu avec la même formulation appliquée aux semelles sous poteaux (ou sous murs). En général, on trouve A est très grand.



Sous une semelle excentrée, le diagramme des contraintes a une allure quelconque.

La contrainte est maximale au voisinage du poteau et devient nulle à l'extrémité de la semelle.

Pour simplifier les calculs, on substitue, à ce diagramme, un diagramme triangulaire. Comme la résultante des pressions est confondue avec l'axe de la force P et qu'elle est située au 1/3 de la base du triangle, on conclue que la largeur du triangle des pressions est égale à 1.5 b.

Dans une semelle excentrée, la largeur idéale est donc égale à : $B = 1.5 b$.
Les armatures sont obtenues en utilisant la méthode des consoles.

On peut éviter les semelles excentrées de 2 façons différentes:

- a) Sous la longrine on crée une semelle, centrée et articulée, désaxée par rapport au poteau.

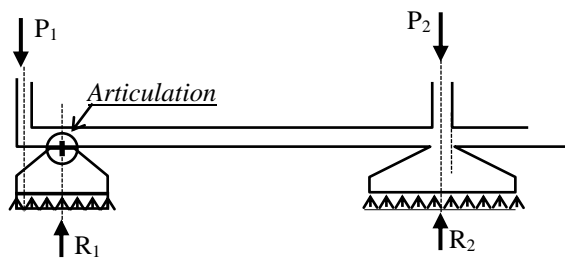
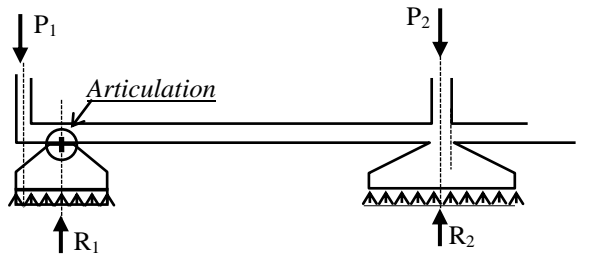
- b) Pour éviter d'avoir A très grand et B petit (c.a.d. pour avoir une semelle sensiblement carrée), on crée une poutre de redressement reliant la semelle excentrée à la semelle voisine qui, elle, est centrée.

Le rôle de cette poutre est de permettre une répartition uniforme des contraintes sous les 2 semelles.

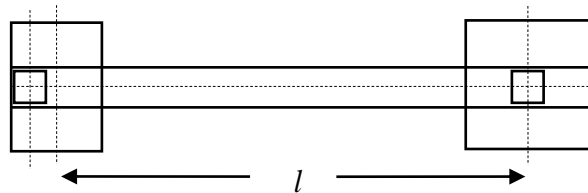
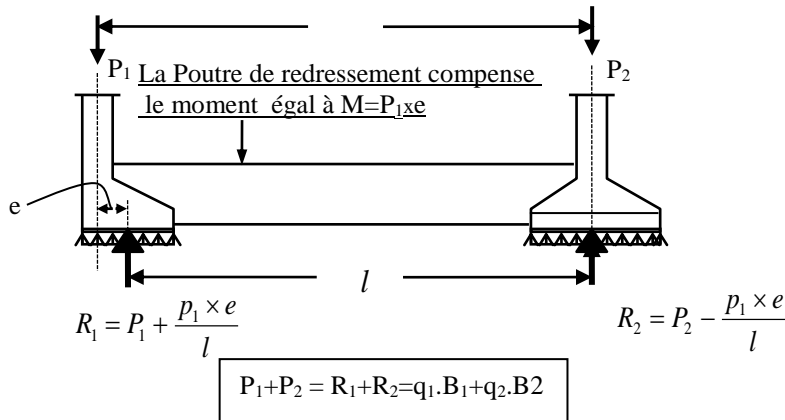
Les armatures des semelles sont obtenues en utilisant la méthode des bielles.

Les armatures de la poutre de redressement sont déterminées après avoir tracé les diagrammes des moments fléchissant et des efforts tranchant du système isostatique constitué par les semelles et la poutre.

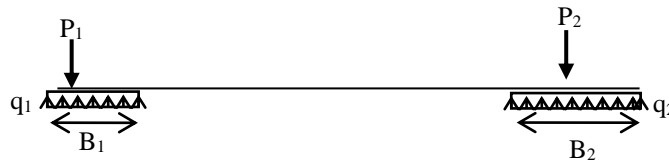
Systeme avec semelle centrée articulée



Les Semelles avec poutre de redressement



Pour éviter le risque de soulèvement par effet de levier, la charge $P_2 \geq \frac{P_1 \times e}{l}$



Chargement à prendre en compte, La Poutre de redressement est étudiée comme une poutre renversée, s'appuyant sur deux appuis, dont P_1 et P_2 sont les réactions (principe du plancher renversé).

Pour remplir son rôle, la longrine doit être rigide et on adopte une hauteur

$$\frac{l}{6} \leq h \leq \frac{l}{9} \text{ , souvent on opte pour } h = \frac{l}{10} \text{ .}$$

- Le calcul des aciers de la semelle centrée se fait de façon classique sous R_2 .
- Le calcul des aciers de la semelle excentrée dans le sens transversal se fait par la méthode des bielles.
- Dans le sens longitudinal, il faut faire le calcul de l'épure du moment de flexion le long de la poutre de redressement sous le chargement uniformément répartie le long de B_1 et B_2 , représenté sur la figure ci-dessus,

6.5-Le radier général

C'est une dalle pleine réalisée sous toute la surface de la construction. Cette dalle peut être massive (de forte épaisseur) ou nervurée ; dans ce cas la dalle est mince mais elle est raidie par des nervures de grande hauteur (elles sont croisées en général).

La solution du radier général est très intéressante lorsque la portance du sol est faible (semelles isolées très rapprochées ou parfois même se chevauchant).

Le calcul d'un radier, d'une façon simple, est similaire à celui d'un plancher en dalle pleine (plancher renversé). Le radier est supposé uniformément chargé par la réaction du sol, qui est une charge dirigée de bas en haut, et par la charge due au poids propre, agissant de haut en bas.

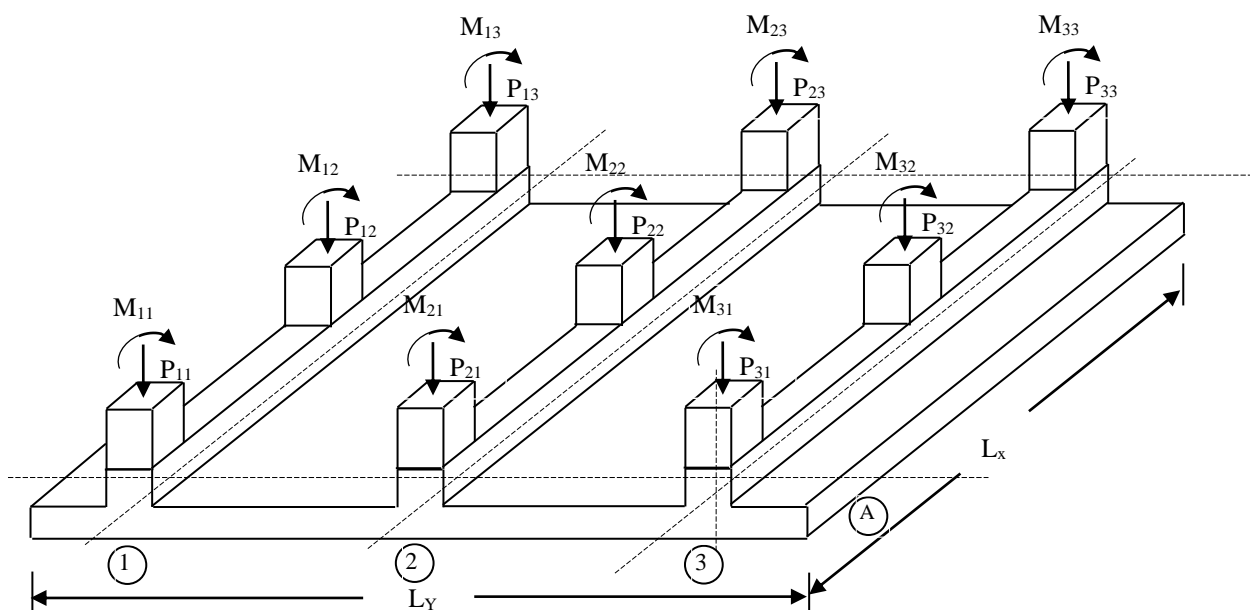
S'il y a risque de remontée de la nappe phréatique, on doit vérifier que le poids total de la construction est supérieur au poids due à la poussée hydrostatique.

Les dimensions du radier sont déterminées sur la base que tout les éléments porteurs (poteaux et refends) sont inclus dans sa surface, avec plus ou moins de débords de chaque coté si l'espace du site le permet.

- Les dimensions du radier sont :

$$L_x \geq \sum l_{xi} + d_g + d_d ; L_y \geq \sum l_{yi} + d_g + d_d$$

- Les nervures sont dimensionnées avec le même raisonnement que pour les semelles continues (suivant L_x et L_y).



Représentation des sollicitations à la base des éléments porteurs (poteaux) sur un radier général

Le radier à une forme rectangulaire, le centre de gravité G_s est situé au centre

$$\left(\frac{L_y}{2}; \frac{L_x}{2}\right).$$

La sollicitations représentée est dans la direction de L_x ; c.à.d la direction M_{ij} est parallèle à L_x .

La sollicitation par rapport au centre de gravité est :

- La résultante des efforts : $P = \sum_{i=1}^{i=3} \sum_{j=1}^{j=3} p_{ij}$.
- Le moment résultant : $M_G = \sum_{i=1}^{i=3} \sum_{j=1}^{j=3} (M_{ij} + p_{ij} \cdot d_{ij})$, avec d_{ij} distance de P_{ij}
- par rapport au G_s de la semelle du radier.
- L'excentricité est calculé sous la forme de $e = \frac{M_G}{P}$,
- La répartition des contraintes est de type trapézoïdale, la vérification se
- résume à $\sigma\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{P}{L_y \cdot L_x} \left(1 + \frac{3e}{L_x}\right) \leq \bar{\sigma}_{sol}$
- La vérification (indépendamment dans chaque direction principale, L_x et L_y):

1. Dimensions (ELS).

$$L_x \text{ et } L_y \Rightarrow \sigma_s\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{P_{ser}}{L_y \cdot L_x} \left(1 + \frac{3e_s}{L_x}\right) \leq \bar{\sigma}_{sol} \text{ sinon on augmente}$$

les dimensions de débords ou on améliore la capacité portante du sol.

2. Résistance (ELU ; RPA).

$$\sigma_u \left(\frac{3}{4} \right) = \frac{P_u}{L_y \cdot L_x} \left(1 + \frac{3e_u}{L_x} \right) \leq \bar{\sigma}_{sol}$$

- Le ferrailage de la semelle est calculé, comme un panneau semi-encasté sur 2 ou 4 cotés, sous une charge uniformément répartie

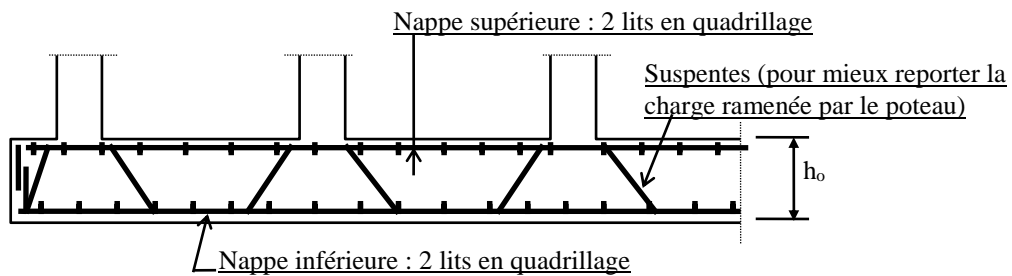
$$\sigma_u \left(\frac{3}{4} \right) = \frac{P_u}{L_y \cdot L_x} \left(1 + \frac{3e_u}{L_x} \right) \leq \bar{\sigma}_{sol}.$$

- Les nervures (la plus sollicitée) sont calculées comme des poutres continues sous une charge uniformément répartie de valeur

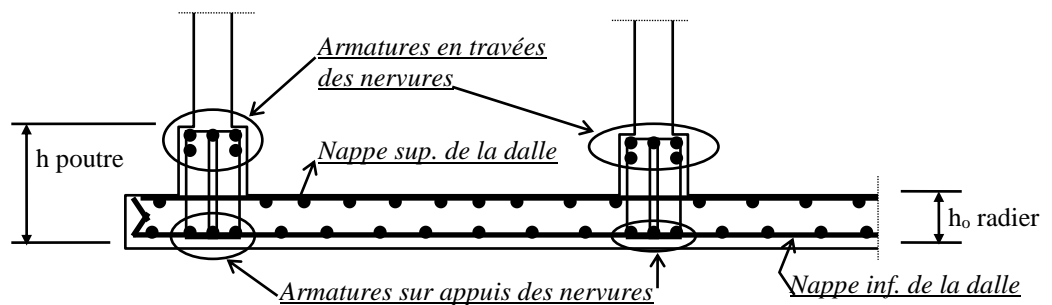
$$q_x = \left(\frac{l_{y,i} + l_{y,i+1}}{2} \right) \cdot \sigma_u \left(\frac{3}{4} \right)$$

Exemples de ferrailage de radiers

a) Radier en dalle massive



b) Radier en dalle nervurée



7- Les fondations profondes

7.1- Les fondations sur puits

Lorsque la profondeur du bon sol n'est pas très importante (\leq à 5 m) la fondation est exécutée en puits. Le puits est rempli de gros béton sur une certaine hauteur. La semelle en béton armé est exécutée sur la tête du puits.

Dimensions : les puits sont, en général, de section circulaire mais peuvent être, également, de section carrée ou rectangulaire.

Lorsque les puits sont exécutés à la main, leur diamètre doit être \geq à 1 m. Lorsqu'ils sont forés mécaniquement le diamètre est \geq à 80 cm. Parfois, la base du puits est évasée en forme de 'de pattes d'éléphant'.

Le calcul de la base du puits est donnée par :

$$S_p \geq \frac{P_{ser}}{\bar{\sigma}_{sol}} ;$$

avec : - S_p = surface de la base du puits.

- P_{ser} = charge verticale ramenée par la semelle en béton armé.

- $\bar{\sigma}_{sol}$ = contrainte admissible du sol de fondation.

Le poids propre du puits n'est pas pris en compte car on admet qu'il est équilibré par les frottements latéraux (lorsque le sol n'est pas remanié).

Les dimensions de la semelle en béton armé sont déterminées en considérant non pas la contrainte admissible du sol, mais la contrainte de compression admissible

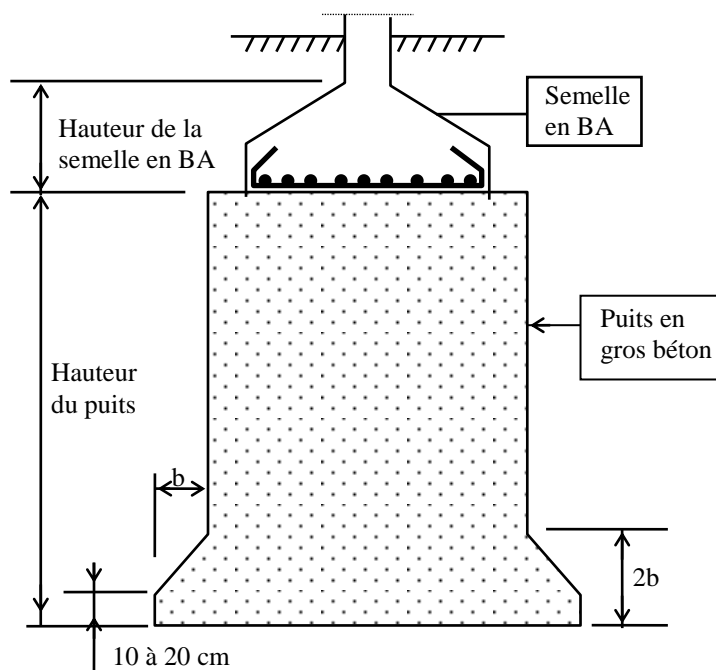
du béton du puits. On prend, en général : $\bar{\sigma}_b = \frac{1}{6} f_{c28}$; d'où la section de la

semelle S_s de la semelle en béton armé: $S_s \geq \frac{P_{ser}}{\bar{\sigma}_b} = \frac{6P_{ser}}{f_{c28}}$.

f_{c28} représente la résistance caractéristique à la compression du gros béton.

Armatures :

Le puits, en gros béton, n'est pas ferrailé. La semelle en BA, en tête de puits, est calculée par la méthode des bielles comme une semelle isolée ordinaire.



Coupe sur semelle en puits

7.2- Les fondations sur pieux.

Lorsque la profondeur du bon sol dépasse 5 m, on opte pour des fondations sur pieu. Lorsque le bon sol est atteint, les pieux travaillent en “ pointe ” ; dans le cas contraire, on utilise le frottement latéral (C’est l’utilisation de pieux frottant ou flottants).

En surface, les têtes de pieux sont réunies, après recépage, par des semelles de faible hauteur (relativement aux pieux, mais reste des semelles rigides).

On distingue les semelles sur 2 pieux, sur 3 pieux, sur 4 pieux, ... etc. Il existe plusieurs méthodes de calcul. On utilisera la méthode des bielles.

7.2.1-Etude de la semelles sur 2 pieux soumises à un effort normal centré.

On considère que l'effort est transmis, du poteau vers la semelle, par l'intermédiaire de 2 bielles de béton comprimé dont l'axe a une inclinaison moyenne θ , avec l'horizontale.

Pour un bon fonctionnement de la semelle on doit avoir : $45^\circ \leq \theta \leq 55^\circ$; avec :

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{d}{\left(\frac{l}{2} - \frac{b}{4}\right)} = \frac{2d}{\left(l - \frac{b}{2}\right)} ; \text{ on aura : } 0.5 \left(l - \frac{b}{2}\right) \leq d \leq 0.7 \left(l - \frac{b}{2}\right) .$$

La réaction verticale $P_u/2$ d'un pieu se décompose :

- Une force inclinée F_c , de compression dans les bielles.
- Une force horizontale F_t , de traction dans les armatures.

$$\text{- On a : } F_c = \frac{P_u}{2 \sin \theta} \text{ et } F_t = \frac{P_u}{2 \operatorname{tg} \theta} = \frac{P_u \cdot \left(l - \frac{b}{2}\right)}{4d} .$$

- La section des armatures, que l'on majore de 10% dans le cas d'une
- semelle sur 2 pieux, est donnée par : $A_s = \frac{1.1F}{\sigma_s}$; soit :

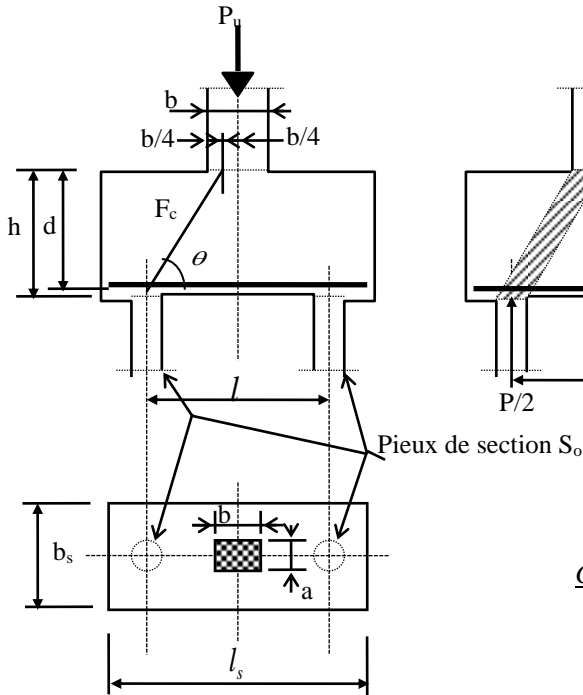
$$\text{- } A_s = \frac{1.1P_u \left(l - \frac{b}{2}\right)}{4d\sigma_{st}} .$$

Ces armatures doivent être ancrées totalement à partir du nu extérieur des pieux (c'est ce qui permet de fixer la longueur l_t de la semelle).

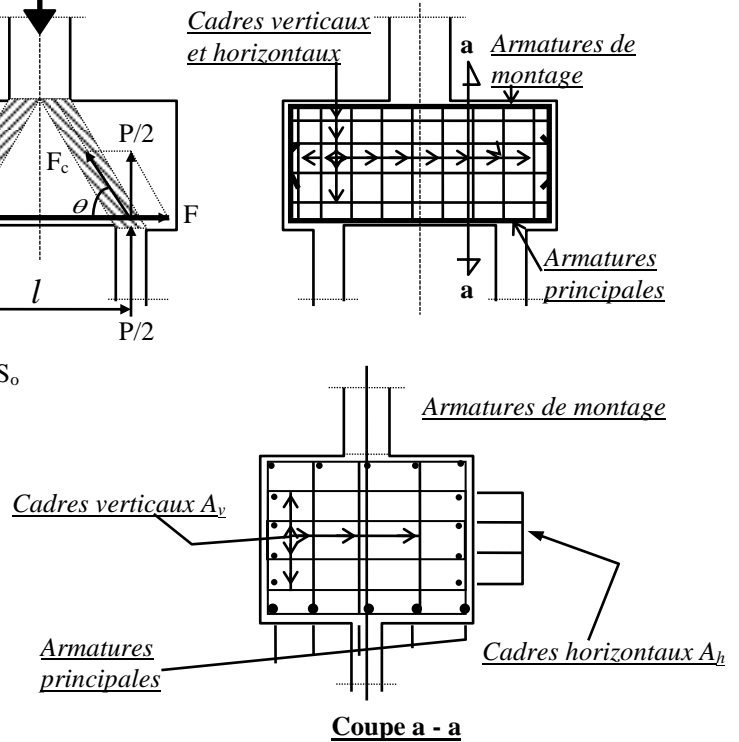
A ces armatures, on ajoute des barres de montage et de construction (barres en partie supérieure, $A_m \geq A_s/8$, et cadres verticaux et horizontaux, HA8 à HA10 espacés de 15 à 20 cm).

Semelles sur deux pieux

Schéma de cheminement des bielles dans le massif de béton des semelles



Elévation du ferrailage



Vérification des contraintes

1) **Compression des bielles de béton.**

- Section droite de la bielle en partie supérieure, représentant la base du poteau, de dimensions a et b, (fig.1) :

$$S_1 = \left(\frac{ab}{2} \right) \sin \theta \Rightarrow \sigma_{b1} = \frac{F_c}{S_1}$$

- Section droite de la bielle en partie inférieure, représentant la tête du

pieu, de section (fig.1) : $S_2 = S_0 \sin \theta \Rightarrow \sigma_{b2} = \frac{F_c}{S_2}$.

- Avec : $F_c = \frac{P_u}{2 \sin \theta}$; on aura : $\sigma_{b1} = \frac{P_u}{ab \sin^2 \theta}$; et : $\sigma_{b2} = \frac{P_u}{2S_o \sin^2 \theta}$

A l'état limite ultime de résistance, on admet que la contrainte maximale de compression du béton doit être inférieure à $0.9 f_{c28}$, d'où en déduit les dimensions minimale de :

- Poteau ; $\sigma_{b1} \leq 0.9 f_{c28}$; soit $ab \geq \frac{P_u}{0.9 \cdot f_{c28} \cdot \sin^2 \theta}$.

- Pieu ; $\sigma_{b2} \leq 0.9 f_{c28}$; soit $S_o \geq \frac{P_u}{1.8 \cdot f_{c28} \cdot \sin^2 \theta}$

avec : $\theta = \theta_{\max} = 55^\circ$; ($\sin^2(55^\circ) \times 0.9 = 0.6$) ,

on a $ab \geq \frac{P_u}{0.6 f_{c28}}$ et $2S_o \geq \frac{P_u}{0.6 f_{c28}}$.

2) Cisaillement du béton:

il faut vérifier que $\tau_b = \frac{V_u}{b_s d} \leq 0.1 f_{c28}$; avec $V_u = \frac{P_u}{2}$,

on doit vérifier que : $b_s \geq \frac{P_u}{0.2 d f_{c28}}$; ce qui nous permettra de calculer la largeur b_s de la semelle.

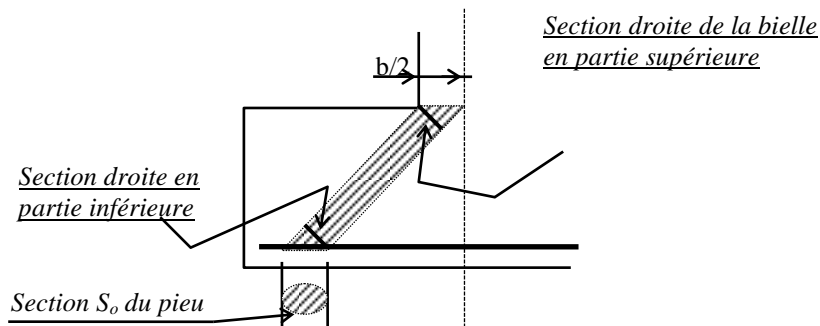
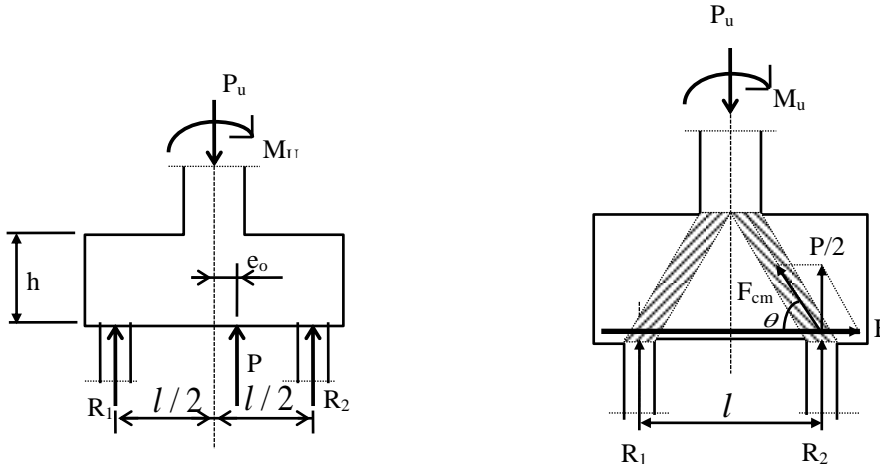


Fig.1

Schématisme de la transmission des bielles pour une semelle sur deux pieux

7.2 .2- Etude d'une semelle, sur 2 pieux, sollicitée par un effort normal centré et par un moment fléchissant

Schéma de cheminement des bielles dans le massif de béton des semelles



Dans ce cas, il est claire qu'un pieu est plus sollicité que l'autre, la vérification est autour de la section défavorable et le dimensionnement est identique pour les deux pieux, en tenant de l'alternance du moment de flexion.

Equilibre de la semelle : on a : $e_o = \frac{M_u}{P_u}$; et :
$$\begin{cases} R_1 + R_2 = P_u \\ R_1 \left(\frac{l}{2} + e_o \right) = R_2 \left(\frac{l}{2} - e_o \right) \end{cases}$$

On tire : $R_1 = \frac{P_u}{2} - \frac{M_u}{l}$; et : $R_2 = \frac{P_u}{2} + \frac{M_u}{l}$. On prend aussi :

$$0.5 \left(l - \frac{b}{2} \right) \leq d \leq 0.7 \left(l - \frac{b}{2} \right)$$

Dans le cas général, les réactions R_1 et R_2 sont positives.

Les armatures sont calculées comme précédemment pour une sollicitation centré

sous un effort normal fictif
$$P^f = 2R_2 = 2 \cdot \left(\frac{P_u}{2} + \frac{M_u}{l} \right) = P_u + \frac{2M_u}{l}$$

Les armatures :

$$\text{si } e_o \leq \frac{l}{6} \text{ ; on aura : } A_{//l} = \frac{1.1 \left(\frac{P_u}{2} + \frac{M_u}{l} \right) \left(l - \frac{b}{2} \right)}{2d\sigma_s}$$

$$\text{si } e_o > \frac{l}{6} \text{ ; on calcule : } M_1 = R_2 \left(\frac{l}{2} - 0.35b \right) = \left(\frac{P_u}{2} + \frac{M_u}{l} \right) \left(\frac{l}{2} - 0.35b \right) \text{ ; puis :}$$

$$A_{//l} = \frac{M_1}{z\sigma_s}$$

Dans les 2 cas, on complète ces aciers par des cadres et des armatures de montage, puis on procède aux mêmes vérifications des contraintes qu'en 7.2.2 ; après avoir remplacé P_u par $2R_2$, soit $(P_u + 2M_u/l)$.

7.2.3- Etude d'une semelle, sur 3 pieux, sollicitée par un effort normal centré

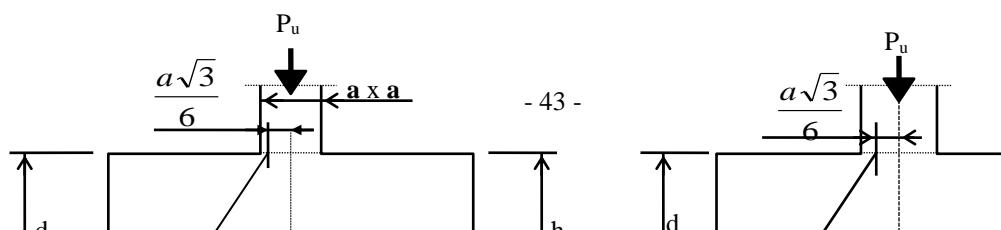
La réaction sous chaque poteau est égale à : $R = P_u/3$. Cette réaction, aux ELU, se décompose en une force, F_c , de compression dans les bielles de béton et en une

force, F , de traction dans les armatures. On aura ainsi : $F_c = \frac{P_u}{3 \sin \theta}$; et

$$F = \frac{P_u}{3 \tan \theta} = \frac{P_u \left(l - \frac{a}{2} \right)}{3\sqrt{3}d} \text{ ; d'où : } A_s = \frac{F}{\sigma_s} = \frac{P_u \left(l - \frac{a}{2} \right)}{3\sqrt{3}d\sigma_s} \text{ ; avec :}$$

$$\tan \theta = \frac{d}{\frac{l\sqrt{3}}{3} - \frac{a\sqrt{3}}{6}} = \frac{d}{\frac{\sqrt{3}}{3} \left(l - \frac{a}{2} \right)} = \frac{\sqrt{3}.d}{\left(l - \frac{a}{2} \right)}$$

En tenant de l'inclinaison moyenne des bielles de compression, pour : $45^\circ \leq \theta \leq 55^\circ$; on aura : $0.58 \left(l - \frac{a}{2} \right) \leq d \leq 0.825 \left(l - \frac{a}{2} \right)$



Disposition des armatures.

Les armatures données par A_s sont disposées suivant les médianes : nous aurons ainsi à répartir, suivant chaque médiane, une section égale à A_s (la section totale d'acier pour la semelle est donc égale à $3A_s$).

Si nous voulons disposer les armatures parallèlement aux cotés (cerces), la section

de ces cerces est donnée par : $A_c = \frac{A_s}{\sqrt{3}} = \frac{P_u(l-a/2)}{9d\sigma_s}$.

Parfois, on utilise un système mixte (cerces + médianes) ou (cerces + quadrillage). Cette dernière solution est la plus utilisée.

Les cerces sont données par A_c . Pour le quadrillage on prend dans chaque sens une section égale à : $A_c/5$.

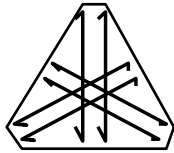
Vérification des contraintes : On ne fait pas de vérification au cisaillement.
Compression dans les bielles ; on vérifie que :

Les contraintes : $\sigma_{b1} = \frac{P_u}{a^2 \sin^2 \theta} \leq 0.75 f_{c28}$; et : $\sigma_{b2} = \frac{P_u}{3S_o \sin^2 \theta} \leq 0.75 f_{c28}$

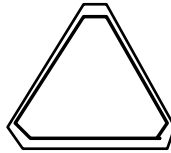
Les surfaces : $a^2 \geq \frac{2P_u}{f_{c28}}$ et : $S_o \geq \frac{0.66P_u}{f_{c28}}$, en prenant : $\theta = 55^\circ$.

Différents types de ferrailage

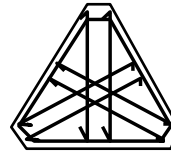
Armatures suivant
les médianes



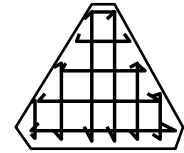
Armatures en
cerces



Armatures mixtes
(médianes + cerces)



Armatures en
quadrillage



7.2.4-Etude d'une semelle, sur 4 pieux, soumise à un effort normal centré.

La semelle étudiée est carrée. L'entre-axes des pieux est égale à l . Il y a 4 bielles de béton qui transmettent la charge P aux 4 pieux. On aura ainsi :

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{d}{(l\sqrt{2}/2 - a\sqrt{2}/4)} = \frac{\sqrt{2}d}{(l - a/2)}$$

Avec : $45^\circ \leq \theta \leq 55^\circ$;

on aura : $0.7(l - a/2) \leq d \leq (l - a/2)$; et

$$F_c = \frac{P_u}{4 \sin \theta} ; F = \frac{P_u}{4 \operatorname{tg} \theta} = \frac{\sqrt{2}P_u(l - a/2)}{8d} ;$$

$$\text{d'où : } A_s = \frac{F}{\sigma_s} = \frac{\sqrt{2}P_u(l - a/2)}{8d\sigma_s} .$$

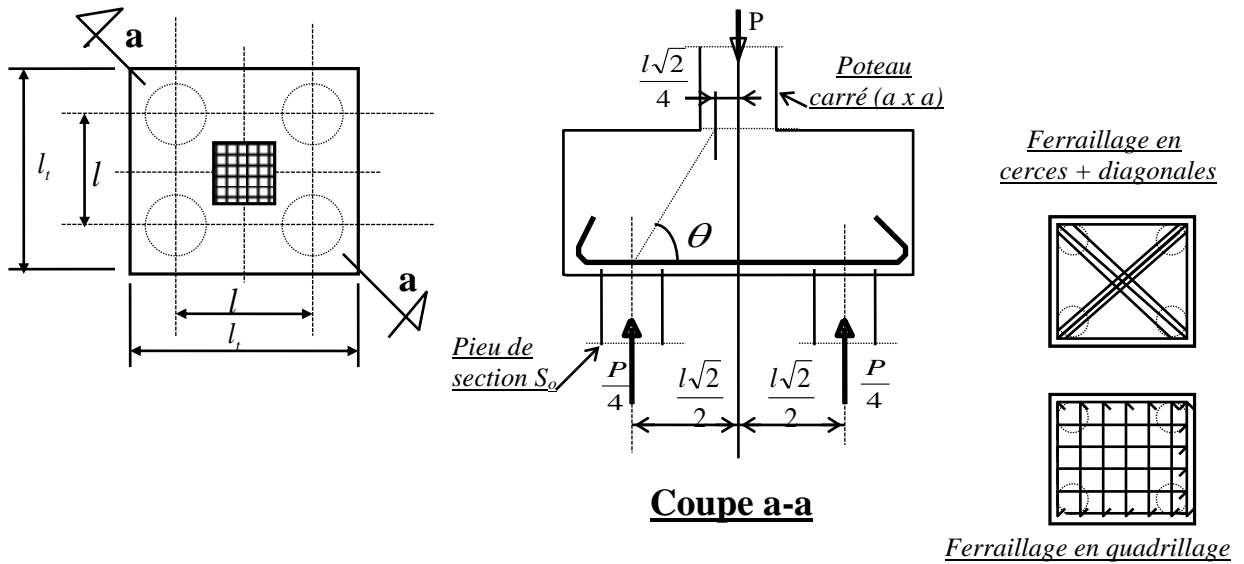
Ces armatures sont disposées suivant les diagonales. On peut, également, disposer les armatures comme suit :

a) Equilibrer un pourcentage α , variant de 40 à 60%, de la section A_s avec des

cerces (A_c) et, le reste, par des diagonales (A_d) : $A_c = \alpha \frac{A_s}{\sqrt{2}} = \alpha \frac{P_u(l-a/2)}{8d\sigma_s}$;

et : $A_d = (1-\alpha) \frac{P_u(l-a/2)}{8d\sigma_s}$

b) Equilibrer 80% de l'effort par des cerces et 20% par un quadrillage.



Vérification des contraintes

Section de la bielle au niveau du poteau : $S_1 = \frac{a^2 \sin \theta}{4}$

Section de la bielle au niveau du pieu : $S_2 = S_o \sin \theta$

On doit vérifier que : $P_u \leq \min \{ a^2 \sin^2 \theta f_{c28} ; 4S_o \sin^2 \theta f_{c28} \}$

soit : $a^2 \geq \frac{1.5P_u}{f_{c28}}$; et : $S_o \geq 0.375 \frac{P_u}{f_{c28}}$; avec : $\sigma_{bc} = f_{c28}$