REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou
Faculté du Génie de la Construction
Département de Génie Mécanique

Thème

Simulation avec la méthode X-FEM de la fissuration d'une matrice en acier à outil Z 160 CDV 12

mémoire de fin de cycle

Présenté et soutenu publiquement le 09 Novembre 2014
En vue de l'obtention
du diplôme de **Master Académique en Génie Mécanique**
Spécialité : **Comportement et mise en forme des matériaux**
Par

TAFIROULT Mohamed Amine

Devant le jury composé de :

FERHOUM	**Rabah**	**Président**
KEHAL	**Abdelkrim**	**Directeur de mémoire**
SEDJAL	**Hamid**	**Examinateur**
DJERIDI	**Rachid**	**Examinateur**

Promotion 2013/2014

Remerciements

Je remercie tout d'abord le bon dieu de m'avoir donné la force, la volonté et la patience pour l'élaboration de mon travail.

Je tiens à adresser mes plus vifs remerciements à tous ceux qui ont contribué de prés ou de loin à la réalisation de ce modeste travail.

Tout particulièrement Mr KEHAL Abdelkrim mon promoteur pour sa disponibilité, ses conseils et son suivi.

Je remercie également Monsieur MOKHTARI de m'avoir donné le courage et le soutien moral durant la préparation de ce travail.

Mes remercîments s'adressent aussi en particulier aux personnels de l'entreprise BCR de Bordj Menaeil et spécialement les techniciens du service outillage qui m'ont aussi aidé en me donnant des informations cruciales.

Je suis également reconnaissant aux personnels de la bibliothèque de Génie Mécanique pour leur aide.

Je remercie les membres du jury qui me font l'honneur d'examiner et de critiquer ce modeste travail.

Je remercie énormément tous mes enseignants, qui m'ont permis et nous permettent constamment d'apprendre et de mettre en pratique tous nos acquis théoriques et de m'ouvrir sur le monde professionnel.

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail à :

A ma chère mère et très cher père, à qui je souhaite une longue vie, eux qui mon beaucoup aider dans mes études.

A mes chers frères et sœurs a qui je leur souhaite la réussite dans leurs études et la vie.

Sommaire

Chapitre III : Méthode FEM et X-FEM

Chapitre IV : Simulation de la propagation de la fissure dans les aciers Z160CDV12

Liste des figures

Liste des tableaux

Liste des symboles

U_1 : déplacement dans la direction X.

U_2 : déplacement dans la direction Y.

U_3 : déplacement dans la direction Z.

ε_{ij} : tenseur de déformation.

ε_x : déformation selon l'axe X.

K : facteur d'intensité de contraintes.

K1 : facteur d'intensité de contraintes en mode **I**.

K2 : facteur d'intensité de contrainte en mode **II**.

K3 : facteur d'intensité de contrainte en mode **III**.

J : intégrale de Rice.

G : taux de restitution d'energie.

σij : tenseur de contrainte.

σ_∞ : contrainte nominale.

σ_c : contrainte critique.

σ_e : limite d'élasticité.

υ : coefficient de poisson.

F : coefficient sans dimension.

V : l'énergie élastique récupérable stockée dans li solide.

P : l'énergie potentielle totale d'un solide.

E : module de Young.

γs : l'énergie nécessaire à la création d'une surface unitaire.

T : l'énergie cinétique.

D : l'énergie dissipée de façon irréversible.

∇^2 : opérateur harmonique ou le Laplacien.

∇^4 : l'opérateur biharmonique.

μ : coefficient de cisaillement élastique de Lamé.

$\Phi(\overline{Z})$: conjuguée de la fonction $\Phi(z)$.$\Phi'(z)$

.$\Phi'(z)$: dérivée de $\Phi(z)$.

Φ (z) , X(z) : fonctions complexes.

$[K^e]$: matrice de rigidité élémentaire.

[K] : matrice de rigidité globale.

Introduction générale

Introduction générale

L’emploi de plus en plus fréquent des métaux à haute résistance à nécessité la mise au point d’un moyen de calcul pour prévenir les ruptures fragiles que pouvaient subir ces métaux. Le seul critère de test de résilience (essai Charpy) ne suffisait pas à caractériser leurs fragilités par une valeur intrinsèque. Ce mécanisme de rupture est l’un des plus catastrophiques, du fait que la propagation des fissures après avoir atteint une situation instable est d’une vitesse très élevée que toute correction est impossible. Aussi la mécanique de la rupture est-elle née (théorie de Griffith1920) pour résoudre ce problème.

Par contre les premiers développements théoriques d’analyse des champs de contraintes, déformations et déplacement au voisinage d’une fissure ont été entrepris par Westergaard vers 1940. L’extension de la discipline a été amorcée par Irwin vers 1960. Depuis cette date, le développement de la mécanique de la rupture s’étend aux problèmes de bifurcation des fissures en mode mixte et plus récemment à la propagation des fissures sous charges dynamiques, à la rupture des laminés et composites, aux techniques numériques de résolution et au dimensionnement de diverses structures complexes [14].

La mécanique de la rupture est l’application de la mécanique des milieux continus et de la loi de comportement du matériau à un corps, soumis a des conditions aux limites qui tiennent compte de la fissuration. Ce concept vise à développer un critére de ruine qui prenne en considération les fissures existant au sein du matériau. Elle est fondée sur une analyse élastique du champ de contrainte en petites déformations. Elle donne d’excellents résultats pour les matériaux élastoplastiques.

Le but de notre présente étude est de la simulation du comportement de l’éprouvette CT avec solution d’un essai de traction, afin de valider la procédure numérique basée sur la méthode des éléments finis étendus(X-FEM), et par la suite modéliser un comportement d’une matrice destinée pour la découpe par la même méthode.

Pour mieux illustrer cela, nous avons partagé notre travail en quatre chapitres.

Le chapitre **I** on présente les principaux données techniques du matériau de pièces à étudier.

Le chapitre **II** expose l'ensemble des théories établies en mécanique élastique linéaire de la rupture et le paramètre défini dans chaque théorie. Nous avons donné aussi la solution analytique des champs de contraintes et déplacements pour un milieu plan fissuré.

Le chapitre **III** nous avons présenté une étude théorique de deux méthodes, la première est la méthode des éléments finis classique, et la deuxième est celle des éléments finis étendus (X-FEM).

Le chapitre **IV** nous avons simulé un problème d'une éprouvette CT soumis à un essai de traction dans la direction transversale avec la méthode des éléments finis étendus(X-FEM) et ce, en se basant sur des données de la littérature, en deuxième temps on a procédé à la simulation du problème de la matrice de découpe.

Enfin une conclusion générale termine cette étude.

CHAPITRE I

Généralités sur les aciers à outils

I.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons présenter le matériau Z160CDV12 utilisé pour la fabrication des éléments d'outillage de découpage (système poinçon-matrice) des tôles inox de l'entreprise ORFEE filiale BCR.

Nous présentons un rappel sur sa composition et sa microstructure et son classement par rapport à d'autres aciers de coupe à froid.

I.2 Les aciers à outils pour travail à froid

Les aciers à outils pour travail à froid sont utilisés, comme leur nom l'indique, dans tous les problèmes de mise en forme des matériaux où la température de coupe ou de mise en forme ne dépasse pas 250°C. Il peut s'agir d'opérations de travail des métaux en feuilles sous presse par découpage et emboutissage, laminage à froid. Les aciers à outils font partie intégrante du domaine des aciers spéciaux, mais ils diffèrent sensiblement des aciers de construction mécanique, tant par les conditions de leur utilisation que par les critères d'emploi qui servent à les définir. En effet, dans le cas d'un outil de qualité, on recherche les performances maximales, sans fixer de limite supérieure, alors que l'acier de construction mécanique doit présenter une aptitude suffisante à l'emploi avec des caractéristiques spécifiques bien déterminées comme la tenue à la fatigue, la résistance aux chocs et à la rupture brutale, l'usinabilité et l'aptitude à subir un cycle thermo-mécanique de forgeage ou un traitement thermique de qualité au cours de la mise en œuvre. Toutefois, face aux exigences croissantes de durée de vie des outils, la problématique métallurgique de ce groupe d'aciers se rapproche de celle des aciers pour haute tenue en endurance du secteur de l'aéronautique.

Par ailleurs, l'outil est sollicité dans la plupart des cas au niveau de sa surface devant supporter les contraintes les plus sévères alors que les sollicitations d'un acier de construction intéressent l'ensemble du matériau. Il en résulte que les aciers à outils ne peuvent pas être définis au moyen de lois de comportement simples et qu'il est nécessaire d'avoir une connaissance la plus précise possible des conditions de sollicitations pour apporter des critères de choix réalistes. Les solutions adoptées sont la conséquence d'une démarche essentiellement pragmatique et constituent des compromis entre des exigences souvent contradictoires[19].

I.3 Classification des aciers à outil pour travail à froid

Les nuances d'aciers à outils sont rangées, selon le mode de travail de l'outil, en quatre classes (tableau.I1) :

— les aciers à outils non alliés pour travail à froid ;

— les aciers à outils alliés pour travail à froid

Europe NF EN ISO 4957 - 2000	Europe (1) NF EN 10027-2 - 1992	États-Unis (2) ASTM A 686 - 92 (1999)	Japon JIG G 4401 - 1983
C45U	1-1730		
C70U	1-1620		SK7
C80U	1-1525	W1	SK6
C90U		W1	SK5, SK4
C105U	1-1545	W2	SK3
C120U		W5	SK2

Tableau.I.1 – Aciers à outils non alliés pour travail à froid : equivalence AFNOR avec d'autre norme

Europe NF EN ISO 4957 - 2000	Europe NF EN 10027-2 - 1992 (1)	États-Unis ASTM A 681 - 94 (1999) (2)	Japon JIG G 4401 - 1983
105V			SKS43
50WCrV8		S1	
60WCrV8	1-2550		
102Cr6	1-2067	L3	
21MnCr5	1-2162		
70MnMoCr8		A6	
90MnCrV8	1-2842	O2	
95MnWCr5		O1	
X100CrMoV5		A2	SKD12
X153CrMoV12	1-2379	D2	
X210Cr12	1-2080	D3	SKD1
X210CrW12	1-2436		
35CrMo7			
40CrMnNiMo8-6-1	1-2312		
45NiCrMo16	1-2767		
X40Cr14			
X38CrMo16	1-2316		

Tableau.I.2 – Aciers à outils alliés pour travail à froid équivalence afnor avec d'autre norme

I.4. L'acier à outil Z153CDV12

L'acier Z160CDV12 1 (norme AFNOR) étudiée au cours de ce travail est utilisé au niveau de l'entreprise ORFEE filiale BCR de Bordj Menaiel. Il s'agit d'un acier à outil martensitique à durcissement structural où la trempe est réalisée dans un bain l'huile entre une température de 990°C à 1040°C suivi d'un revenu à 525°C. Dans le cadre de l'activité de l'entreprise ORFEE qui est la mise en forme à froid (des produits de coutellerie d'evier …. etc) cet acier est utilisé pour la fabrication des outils de découpe des tôle en acier inox. Les barres d'acier de différents sections sont livrée à l'état recuit et ce pour facilite les différentes opérations d'usinage après quoi et en fonction de la dureté désirée il subisse les traitement thermique approprier (T°C,Temps).

Composition chimique

Les aciers à outils pour travail à froid se caractérisent généralement par une moyenne ou haute teneur en carbone, associée à des éléments d'alliages comme le chrome, le molybdène, le vanadium ou le tungstène. La composition du Z160CDV12 selon la fiche technique livrée avec le produit est donnée dans le Tableau.I.3[20]

% En masse	% C	% Si	% M n	% S	% P	% C r	%Mo	%V
ISO	1.45 à 1.75	0.10 à 0.40	0.15 à 0.45	≤ 0.03	≤ 0.03	11 à 13	0.90 à 1.4	0.25 à 0.45

Tableau I.3

Influence des éléments chimiques [19]

Lors des opérations de mise en forme, avec ou sans enlèvement de copeaux, les outils sont soumis à des sollicitations extrêmement complexes. Les propriétés requises au niveau des aciers pour de tels emplois sont les suivantes :

une **grande dureté**, pour résister aux déformations généralisées ou localisées de la surface lors du travail par enfoncement, ou par cisaillement du métal, ou par pénétration dans ce dernier pour en enlever une partie sous forme de copeaux. Suivant l'emploi auquel est destiné l'outil (travail à froid ou à chaud), on attache plus ou moins d'importance au fait que la dureté persiste lorsque l'acier est porté à température élevée.

- une **bonne résistance à l'usure**, c'est-à-dire la résistance à l'effet de rayure, aux risques d'adhésion et au micro égrènement par arrachement de particules lors du frottement contre une autre surface ;
- une **absence de fragilité**, notamment dans les emplois pour lesquels l'outil est soumis à des chocs fréquents ;
- une **bonne résistance aux chocs thermiques**, surtout en ce qui concerne les aciers pour moules, les outillages de forge, de filage et les cylindres de laminage à chaud soumis à des changements de température brusques et répétés ;
- une **bonne trempabilité** pour que la structure soit homogène sur de très grandes épaisseurs après le traitement thermique de trempe. Cette dernière propriété doit être complétée par une **résistance convenable à la surchauffe et au grossissement du grain**.

Cet ensemble de caractéristiques peut être atteint si l'on ajoute à l'acier au carbone un certain nombre d'éléments d'alliage que nous allons énumérer.

Le Carbone

Le carbone est l'élément essentiel pour durcir l'acier. La variation de la dureté Rockwell C (HRC), en fonction de la teneur en carbone d'un acier non allié après transformation martensitique, est illustrée par la figure Au-delà d'une teneur en carbone de 0,6 % en masse, on atteint la zone des aciers à outils caractérisée par de hauts niveaux de dureté et qui correspond au domaine des aciers de travail à froid et des aciers à coupe rapide. Il faut noter que l'augmentation progressive de la teneur en carbone conduit à un abaissement de la température du liquidus et du solidus et, par voie de conséquence, à une réduction des domaines de température correspondant à la transformation à chaud et au traitement thermique.

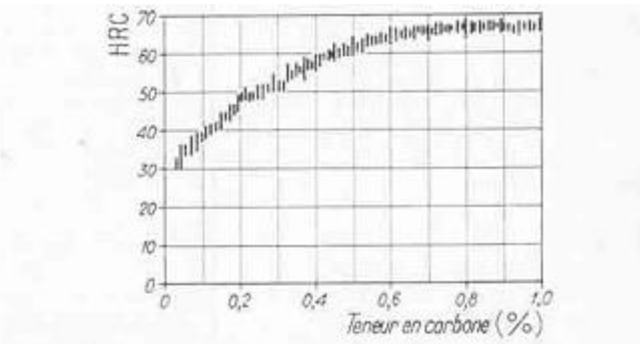


Figure.I.1-Dureté Rockwell C de la martensite (dureté maximale possible de l'acier) en fonction du taux de carbone

Éléments carburigènes

Les éléments carburigènes tels que le chrome (Cr), le tungstène (W), le molybdène (Mo), et le vanadium (V), ajoutés à l'acier séparément ou conjointement au carbone, ont des influences communes sur le comportement de cet acier, qu'il est bon de lister avant de parler des actions spécifiques de chacun de ces éléments :

- difficulté de remise en solution complète des carbures lorsque les proportions de l'élément métallique et du carbone augmentent, ce qui rend difficile voire même impossible l'affinage des carbures par traitement thermique ;
- présence de carbures insolubles qui gênent le grossissement du grain austénitique ;
- précipitation de carbures spéciaux par revenu entre 500 °C et 600 °C, ce qui entraîne le durcissement secondaire

Le Vanadium

Le vanadium est utilisé essentiellement comme élément à carbures. C'est un élément d'alliage important dans les aciers rapides pour l'obtention d'une bonne dureté à chaud et d'une bonne résistance à l'usure en raison de la présence de particules très dures de carbure de vanadium dont les propriétés tribologiques sont par ailleurs très intéressantes. De petites additions, voisines de 0,2 % en masse, sont très efficaces pour éviter le grossissement du grain lors du traitement thermique. Le vanadium est rarement utilisé seul dans les aciers à outils, mais la plupart du temps en association avec le chrome, le molybdène et le tungstène. Il entraîne en effet une augmentation substantielle des cinétiques d'oxydation à l'air dès 600 °C et cette action est contrebalancée par l'influence bénéfique du chrome sur la résistance à l'oxydation.
La teneur en vanadium est étroitement associée à la teneur en carbone. La figure.I.2 montre les effets combinés du vanadium et du carbone sur les propriétés de base de l'acier rapide classique de composition massique 6 % W, 5 % Mo et 4 % Cr. Comme illustré sur cette figure, il n'y a qu'une bande de composition étroite en carbone et vanadium pour laquelle les propriétés des aciers sont satisfaisantes. Pour 1 % de vanadium ajouté, il faut augmenter la teneur en carbone de 0,25 % ; en effet, des additions de vanadium trop importantes entraînent des problèmes de trempabilité, et des additions de carbone trop importantes entraînent des difficultés de forgeage

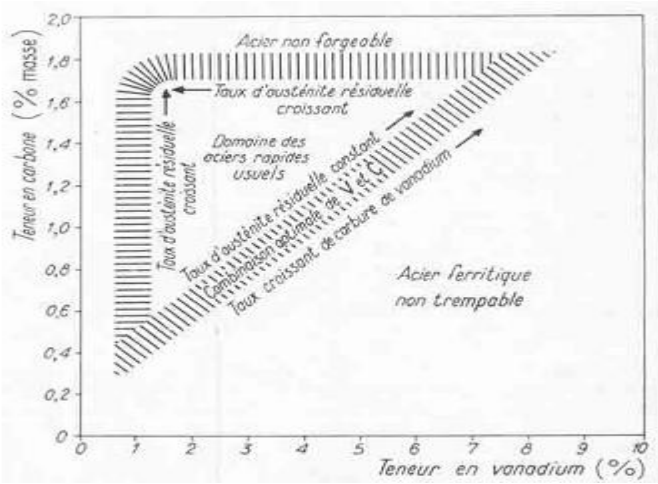


Figure.I.2-Influence des teneurs respectives en carbone et en vanadium sur les propriétés des aciers à coupe rapide contenant 6 % W, 5 % Mo et 4 % Cr (en masse)

Le Chrome

Le chrome est utilisé dans la plupart des aciers à outils, en quantité allant de 0,5 à 17 % en masse. Cet élément alphagène joue un rôle essentiel dans l'augmentation de la trempabilité. Bien qu'ayant un pouvoir carburigène inférieur à celui du tungstène, il forme des carbures du type M_7C_3 qui participent à la résistance à l'abrasion et s'opposent au grossissement du grain lors de l'austénitisation. Il provoque par ailleurs un certain retard à l'adoucissement lors du revenu, ce qui améliore la résistance à chaud. Il entraîne également une très forte réduction de l'oxydation à haute température ; cet effet est tel que dans le cas d'un acier rapide classique, par exemple, l'élimination du chrome augmente la perte en masse par calamine (oxyde qui apparaît à la surface d'une pièce métallique fortement chauffée) au cours du chauffage au-dessus de 1 100 °C par un facteur voisin de 8.

Par contre une addition de plus de 10 % en masse de chrome entraîne une augmentation substantielle de la résistance à la corrosion, sous réserve que cet élément ne soit pas trop fixé sous forme de composé défini du type carbure ou nitrure. Les outils utilisés dans des conditions relativement sévères comme certains moules dans la plasturgie ou l'industrie verrière sont ainsi caractérisés par des teneurs massiques en chrome supérieures à 13 %.

Le Molybdène

Dans les aciers à outils, le molybdène a un comportement analogue à celui du tungstène; il est très carburigène et se substitue au tungstène dans la proportion de 1,6 à 2 % de tungstène pour 1 % de molybdène. La vitesse de diffusion de cet élément dans le fer est quatre fois supérieure à celle du tungstène, ce qui entraîne une moins grande sensibilité de cet élément au phénomène de ségrégation

Le Silicium

Le silicium se trouve dans tous les aciers à outils à une teneur voisine de 0,3 % (en masse) car il est utilisé comme désoxydant dans l'acier liquide au stade final de l'élaboration . Il peut être parfois avantageux d'augmenter sa teneur jusqu'aux environs de 1 % pour plusieurs raisons :

- réduction de la sensibilité à l'oxydation catastrophique entre 1 000 et 1 100 °C pouvant contrebalancer les influences néfastes du molybdène et du vanadium ;
- réduction des ségrégations de carbures par suite d'une diminution de l'intervalle de solidification ;
- augmentation de la trempabilité par effet de synergie avec des éléments comme le molybdène ;
- augmentation de la limite d'élasticité et de la résistance à l'adoucissement dans le domaine de température de revenu de 150 à 300 °C ;
- diminution de la stabilité des carbures de type M_2C que l'on trouve à l'état brut de coulée dans certains aciers riches en molybdène et qui peuvent subsister après transformation à chaud, ce qui entraîne une plus grande fragilité du métal.

Le silicium entre dans la composition de certains carbures, notamment le carbure M_6C, en substitution aux éléments d'alliage tels que Cr, W, ou V, ce qui a pour conséquence la formation d'une plus grande quantité de carbures en fin de solidification. L'ajout de cet élément au niveau de 1 % en masse nécessite par conséquent une diminution de la teneur massique en carbone de 0,1 à 0,2 % et une réduction des concentrations en W et V dans les proportions correspondant au carbure MC. De telles modifications de compositions chimiques ont été utilisées dans le domaine des aciers à coupe rapide.

Par contre, l'ajout de silicium au-delà de 0,3 % (en masse) entraîne une augmentation sensible de la fragilité des aciers, notamment dans le domaine de l'outillage à chaud où cette caractéristique est importante et il est maintenant clairement établi qu'une réduction de la teneur en silicium en dessous de 0,3 %, jointe à un abaissement du niveau des éléments résiduels (phosphore, soufre, étain, zinc...) est un critère déterminant de l'amélioration de la ténacité de cette catégorie d'aciers.

Par ailleurs, une addition de silicium au niveau de 1 % entraîne une augmentation des difficultés d'usinage par électrochimie, pour la réalisation d'outillages en plasturgie et en fonderie sous pression.

Le manganèse

Il a sur le comportement des aciers à outils, une influence analogue à celle du nickel. Il se trouve en général présent comme élément résiduel à des teneurs comprises entre 0,3 et 0,5 % (en masse). Il faut signaler toutefois que certains aciers à outils contiennent jusqu'à 2 % de manganèse pour des raisons de trempabilité, et jusqu'à 1 % de cet élément lorsqu'ils sont resulfurés.

Le soufre

L'addition de soufre est parfaitement inutile. Et il est considéré comme un élément résiduel plutôt néfaste pour l'ensemble des propriétés des aciers à outils et sa teneur maximale est voisine de 0,02 %. Il faut également signaler que les inclusions de sulfures réduisent très fortement certaines propriétés de mise en œuvre comme l'aptitude au soudage et à l'usinage par des moyens non conventionnels (électrochimie, électroérosion), ainsi que l'aptitude au polissage.

I.5 Les traitements thermiques

Ce sont les traitements thermiques qui fixent la microstructure de l'acier et par conséquent les propriétés mécaniques du matériau. La dureté dépendant de la microstructure, La Figure.I.3 montre l'influence de la température du second revenu sur la dureté finale de l'acier.

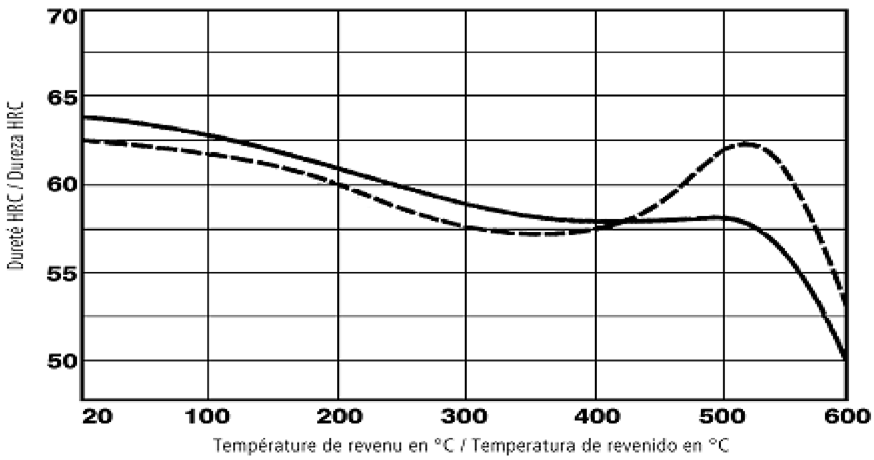


Figure.I.3-Courbe de revenu de l'acier Z160CDV12 après trempe à 1070°C et 1030°C [22]

En partant d'une Éprouvette carré 20 mm l'acier subit un recuit pour homogénéiser sa structure constituée alors de ferrite a et de carbures. Ce recuit adoucit le matériau et facilite sa mise en œuvre. Après la trempe, le premier revenu relaxe les contraintes résiduelles brutes de trempe et permet d'obtenir une martensite revenue et la précipitation de carbures secondaires. L'austénite résiduelle, issue de la première trempe, se transforme en martensite secondaire après le premier revenu. La martensite secondaire est ensuite adoucie pendant le second revenu.[23]

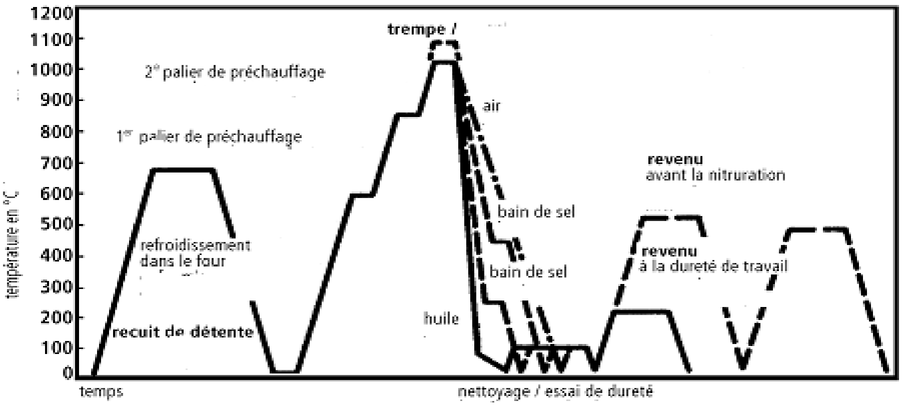


Figure.Ⅰ.4-Schéma des traitements thermiques[22]

Si le second revenu est effectué à une température inférieure à 600°C, la coalescence des carbures n'est pas observée, mais la forte densité de dislocations introduite au cours de la trempe diminue tout en gardant sa structure dite « d'enchevêtrement ». Cependant, si le second revenu est réalisé à une température supérieure à 600°C, il permet alors la coalescence des carbures secondaires formés lors du premier revenu. Au niveau des dislocations, dans ce domaine de température, en plus de la réduction de la densité de dislocations, la structure d'enchevêtrement s'estompe graduellement. La structure de dislocations devient alors hétérogène, avec des zones riches en dislocations près des carbures, des joints de lattes et à l'intérieur des petites lattes, et des zones pauvres en dislocations.[23].

Structure de solidification[22]

Diagrammes d'équilibre

En présence de chrome, la structure de solidification n'est que très peu modifiée lorsque la teneur en cet élément est inférieure ou égale à 6%, le constituant lédeburitique qui peut se former avec une teneur en carbone élevée (≥2%) est un carbure KC qui n'est autre qu'une cémentite substituée du type $(Fe,Cr)_3C$. Par contre, lorsque la teneur en chrome est supérieure à 8%, il apparaît dans la lédeburite le carbure K2 qui est du type $(Fe,Cr)_7C_3$.

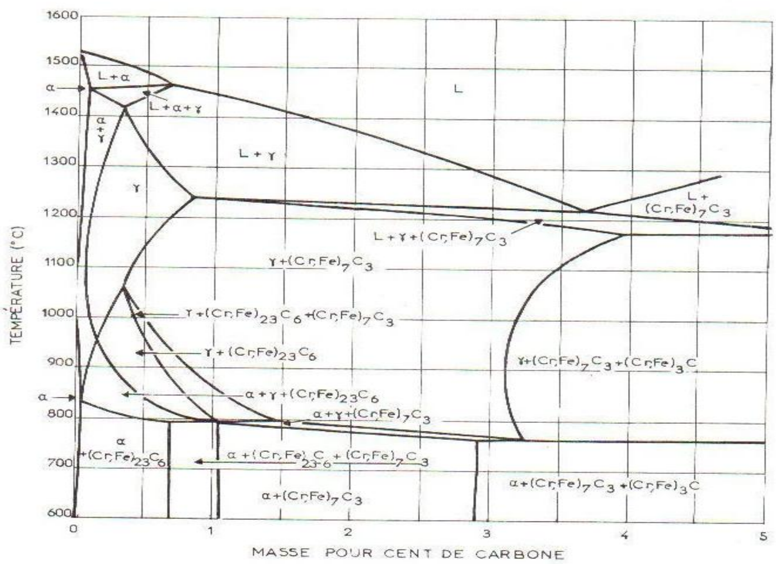


Figure.I.5-Diagramme d'équilibre Fe-Cr-C à 13 % de chrome

L'addition de molybdène ou de vanadium à ce type d'acier se traduit par une substitution partielle de ces deux éléments dans le constituant lédeburitique.
Voir figure.I.5 (diagramme d'équilibre Fe-Cr-C à 13% de chrome).

La structure de ce métal est caractérisée par la présence de carbures de formation et des propriétés différentes, on trouve :

- d'une part : les carbures dits eutectiques $(Cr,Fe)_7C_3$, qui sont formés au moment de la solidification. Ils sont insolubles dans la matrice de l'acier à toutes températures. Seules les transformations mécaniques à chaud peuvent en modifier la répartition et les dimensions.

- d'autre part les carbures $(Cr,Fe)_7C_3$ précipitent dans le métal solidifié au cours du refroidissement dans le domaine austénitique. Ce sont ces carbures qui peuvent être mis en solution au cours des chauffages d'austénitisation de façon d'autant plus complète que la température et le maintien sont élevés. A la trempe, ils restent en solution dans le métal martensitique et précipitent au revenu sous forme très fine.

Ce sont eux qui ont un rôle essentiel au cours des traitements thermiques, dont le mécanisme est commun à tous les aciers.

A l'inverse, les carbures de solidification (lédeburite) sont inertes.

La composition de phase à l'état brute de coulée est :

Ferrite alliée + lédeburite [$\alpha + (Cr,Fe)_7C_3$] + carbure$(Cr,Fe)_7C_3$

La figure.I.6 montre la structure d'un tel acier à l'état brute de coulée avant toute déformation.

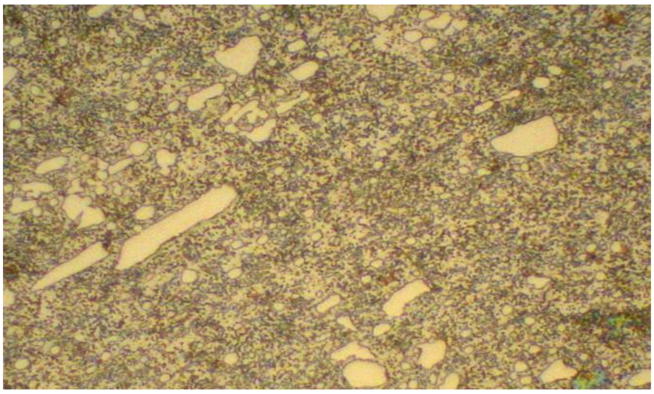


Figure.I.6-Structure d'un acier Z160CDV12 à l'état brute de coulée

La figure.I.7 représente la micrographie d'un acier Z160CDV12 forgé à partir d'un lingot

Figure.I.7-Micrographie d'un acier lédeburitique Z160CDV12 forgé à partir d'un Lingot.

Les carbures eutectiques formés lors de la solidification se présentent dans le métal du lingot sous forme d'un réseau épais ayant une structure en lamelles et entourant les grains.

F.MARATRAY et S.BECHET proposent la relation suivante établie à l'aide d'un microscope quantitatif : K% = 11.3 C % + 0.5 Cr % - 13.4

Relation entre le pourcentage de carbures primaires et les teneurs en carbone et en chrome.

Par ailleurs, A. KULMBURG[24] à établit une courbe donnant le volume de carbure formé en fonction de la teneur en carbone, pour un alliage à 12% de chrome (figure.I.8).

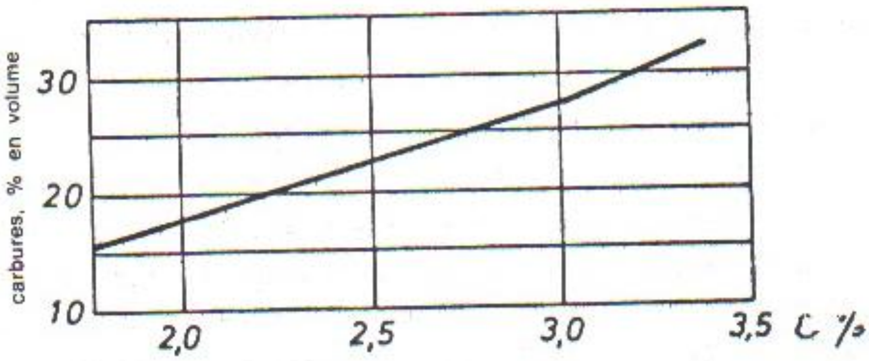


Figure.I.8-Courbe établie par A.KULMBURG, donnant le volume de carbure en fonction de la teneur en carbone pour un alliage à 12 % de chrome.

I.6 Microstructure après traitements thermiques

La microstructure du Z160CDV12 trempé revenu est donc obtenue à l'issue de plusieurs Traitements thermiques et est étroitement liée à ces derniers. Deux microstructures sont présentes à des échelles différentes : l'ancienne structure trempée figure.I.9, et la structure martensitique revenue figure.I.10. On observe que ces microstructures de 63 et du 56 HRC respectivement sont similaires et pour observer la différence entre ces deux niveaux de traitement il faut descendre à l'échelle des carbures.

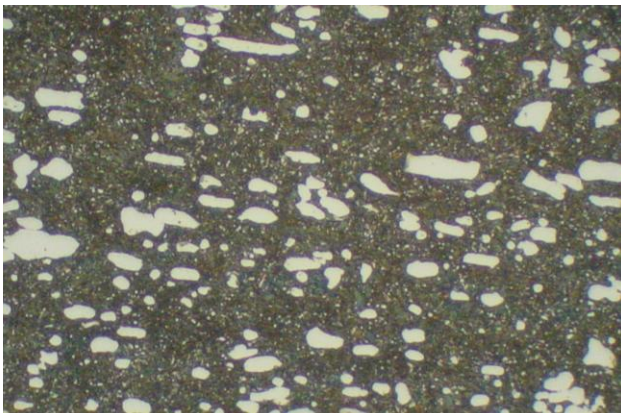


Figure.l.9-Microstructures de l'acier à l'état trempé sans revenu 1020°C. (x1000)[20].

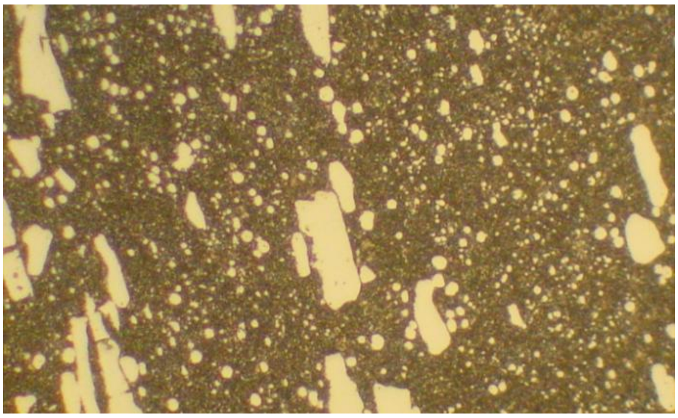


Figure.l.10-Microstructures d'échantillons austénisés à 1020°C avec double revenus à 350°C puis 250°C (x1000) [20].

On retrouve d'ailleurs l'influence de la microstructure au niveau de la limite d'élasticité à travers une loi additive avec [23]

$$\sigma_Y = \sigma_0 + \sigma_{SS} + \sigma_P + \sigma_d + \sigma_{SG} + \sigma_t + \sigma_g$$

avec σ_Y : limite d'élasticité
σ_0 : force de friction du réseau
σ_{SS} : durcissement par solution solide
σ_P : durcissement dû aux précipités
σ_d : durcissement dû aux dislocations
σ_{SG} : durcissement par les sous-joints de grains
σ_t : durcissement dû aux textures cristallographiques
σ_g : contribution des joints de grains ou de lattes (loi de Hall-Petch $\sigma_g = K_g\, d^{-1/2}$)

I.7 Propriétés principales désirées [20]

La nature des sollicitations auxquelles, ils sont soumis les aciers à outils, conduisent à mettre l'accent sur certaines propriétés et à leur apporter une attention plus particulière, c'est-à-dire leur attribuer plus grande valeur.

Les principales propriétés visées sont la dureté et la ténacité.

- La plus part des outils doivent avoir une dureté la plus élevée possible, qui leur permet de résister à la déformation lors qu'ils travaillent par enfoncement ou par cisaillement du métal, ou par pénétration dans ce dernier pour enlever une partie sous forme de copeaux.

- A la dureté est souvent reliée une autre propriété qui est la résistance à l'usure. C'est en fait, la résistance à l'arrachement de particules du métal lors du frottement contre une autre surface.

L'usure n'est reliée qu'indirectement à la dureté, si, d'une manière générale, une dureté élevée est une condition de la résistance à l'usure, toute fois, des différences peut apparaître entre des métaux de même dureté.

Si nous comparons un acier à outil au carbone non allié et un acier à coupe rapide, qui, l'un et l'autre, peuvent être amenés à une dureté de 65 HRC, on remarque que le dernier a une résistance à l'usure beaucoup plus grande que le premier ; propriété conditionnée par la présence de carbures: Carbures de chrome, de molybdène, de tungstène, de vanadium.

- Une bonne ténacité pour résister aux effets de chocs ou de vibrations et pour éviter la rupture brutale prématurée ou les écaillages consécutifs à des propagations de fissures liées au cyclage de contraintes mécaniques.

Il est à ajouter d'autres propriétés:

- Une propriété très particulière aux aciers à outils est la résistance aux chocs thermiques, c'est-à-dire aux changements de température brusques et répétés, c'est le cas de beaucoup d'outils qui s'échauffent en cours de travail (exemple : aciers pour moule, les outillages de forge et les cylindres de laminage).

- Une propriété à laquelle en doit, dont la cas des aciers à outils, attacher une importance certaine, est la capacité de trempe ou trempabilité (liée, pour une très grande part, à la composition de l'acier), pour que la structure soit homogène sur de très grandes épaisseurs après traitement thermique de trempe.

La stabilité de forme et de dimension, dureté, résistance à la déformation et à l'usure, absence de fragilité sont des propriétés parfois contradictoires entre lesquelles il faut trouver un compromis satisfaisant. L'acier doit conserver ses propriétés favorables malgré les altérations provoquées par les conditions d'emplois.

I.7.1 Comment définir les propriétés d'emploi ?

Les propriétés d'emploi relatives à la tenue en service ont été choisies à partir :
- de l'analyse des sollicitations auxquelles sont soumis les outils,
- de leurs modes de mise hors service.

Sollicitations :

Pour les parties actives des outils de coupe, on retrouve toujours, à un degré plus ou moins marqué, les sollicitations suivantes :
- contraintes de travail élevées, généralement en compression,
- choc,
- contacts avec glissement relatif outil-métal travaillé.

Modes de mise hors service des outils de coupe:

a) Rupture : les ruptures sont fréquentes dans les outils de découpage .elles peuvent être globales, elles entraînent alors la destruction totale de l'outil, ou locales (écaillage des arêtes).
b) Matage : par matage, on entend l'enfoncement de la surface travaillante de l'outil (plus particulièrement les arêtes de découpe).
c) Usure : par usure, on entend uniquement l'enlèvement progressif de matière à la surface de l'outil.

L'usure se produit préférentiellement dans les zones les plus chargées (arêtes par exemple) ou dans celles ou le glissement relatif outil-métal travaillé est important (faces latérales par exemple).

I.7.2 Ténacité des aciers à outils indéformables

La ténacité, qui se définit par la faculté d'accommoder un niveau de contraintes élevé sans avoir de rupture brutale, peut être assez bien mesurée dans le cas des aciers à outils indéformables par essai de flexion par choc qui englobe à la fois la résistance à l'initiation et à la propagation des fissures.

Pour les outils de coupe, la fiabilité d'un matériau est déterminée par l'aptitude de celui-ci à supporter sans rupture les chocs mécaniques répétés. Pour une pièce donnée, la microstructure qui est le résultat de la composition chimique choisie et l'histoire thermique de la pièce sont en effet les paramètres essentiels à considérer.

I.7.2.1 Influence de la microstructure sur la résistance aux chocs

Plusieurs études ont conclu que la résistance aux chocs des aciers à outils indéformables est tributaire de la quantité et la qualité des carbures résultant de la composition chimique de l'alliage ainsi que le type de la matrice obtenue sous diverses conditions de refroidissement.

I.7.2.1.1 Effets des carbures

En effet l'examen approfondi de la surface de rupture dans les deux types de matrice (austénitiques et martensitique) a révélé l'existence d'une grande proportion de carbures eutectiques par rapport à la surface externe. Cela reflète la nature fragile des carbures eutectiques, qui favorise le développement des fissures dans les pièces. L'augmentation de la quantité de carbures fait automatiquement réduire le volume de la surface entre ces carbures, ce qui aura comme conséquence pour les deux types de matrice une dégradation de la ténacité des pièces.

En revanche, la réduction de leur proportion dans la microstructure, l’affinement de leurs dimensions, l’augmentation de la distance entre les particules de carbures ainsi que la sphéroidésation de leur forme, améliorent nettement la résistance aux chocs des aciers à outils au chrome.

L’optimisation des conditions de traitements thermiques permet d’agir sur la répartition et la forme des précipités de carbures secondaires, le traitement de détention à basse température contribue également à l’amélioration de la ténacité des aciers à outils toute en gardant de meilleures propriétés de dureté et d’usure.

I.7.2.1.2 Effets de la matrice

Pour ce qui est de l’effet du type de la matrice, une structure à matrice austénitique est en réalité moins résistante aux chocs mécaniques répétés, car la matrice tend à se transformer dans la surface externe en martensite. L’expansion volumique qui accompagne la formation de la martensite, produit des contraintes de compression au niveau des surfaces ce qui engendre des tensions de contrainte interne, favorisant ainsi la fissuration des carbures eutectiques et l’écaillage des surfaces des pièces en service. Dans le cas des outils de coupe en aciers à haute teneur en chrome travaillant aux chocs mécaniques répétés, le phénomène d’écaillage est du aux contraintes résiduelles présentes dans les lames.

Après trempe, donnant une forte quantité d’austénite résiduelle pour ce type d’aciers, qui lors du refroidissement après le revenu, cette austénite se transforme soit en nouvelle martensite, soit en bainite. Ce phénomène, qui a été appelé assez justement trempe secondaire, provoque un durcissement secondaire d’autant plus important que la quantité d’austénite résiduelle est plus grande.

Dans le cas des aciers ne contenant que du chrome, le durcissement secondaire est du essentiellement, sinon uniquement, a cette transformation de l’austénite. Ceci imposerait de faire un second revenu pour éliminer les contraintes provenant de cette trempe secondaire.

I.7.3 Résistance à l’usure des aciers à outils indéformables

Dans les conditions industrielles modernes, l’usure est un facteur économique de plus en plus important. C’est un phénomène difficile à analyser en raison de la multiplicité des mécanismes mis en jeu. On distingue en effet plusieurs types d’usure parmi les quels on peut citer l’usure par abrasion, par adhésion, l’usure par corrosion, l’usure par choc, etc.

La résistance à l’usure des aciers à outils à 12% de chrome est due à leur forte concentration en carbures de chrome (22%) de type eutectique qui se disposent au début de la solidification. La dureté de ces carbures est de l’ordre de 1500 Vickers.

La résistance à l’usure de l’acier sera d’autant plus importante que les carbures seront fins et leur répartition homogène dans la matrice.

Pour conférer à l’acier une meilleure résistance à l’usure, on peut remplacer partiellement les carbures M_7C_3 par des carbures de vanadium de composition VC ou V_4C_3, dont la dureté est beaucoup plus élevée (2800 Vickers). L’addition de vanadium dan un acier de type Z160CDV12 conduit donc à la formation de VC aux dépens de M_7C_3, entraînant un surplus de chrome dans la matrice.

CHAPITRE II

Mécanique de la rupture

II.1 Introduction

Il existe plusieurs processus mécaniques de rupture (le flambage, la rupture ductile, la rupture fragile, la rupture par fluage, …etc). Ces processus peuvent être couplés aux processus chimiques, tel un matériau exposé a un milieu corrosif. Dans ce qui suit nous allons donner quelques généralités sur la rupture par fissuration pour laquelle plusieurs paramètres ont été définis pour prévoir le comportement des fissures dans une structure.

II.2 Mécanismes de la rupture par fissuration

On s'intéresse généralement à deux mécanismes physiques de rupture par fissuration.

II.2.1 La rupture fragile

Cette rupture est celle qui se produit sans déformations permanentes appréciables. Elle est soit intracristalline, soit intercristalline.

II.2.2 La rupture ductile

Cette rupture s'accompagne de grandes déformations locales, voire globales (striction).

II.3 Type de fissurations

Ces deux mécanismes de rupture interviennent selon deux types de fissurations :

II.3.1 La fissuration brutale

Pour les solides ou pour les matériaux à très haute résistance, les contraintes de travail sont très élevées. Une énergie potentielle considérable est ainsi crée; la présence de petites fissures peut alors conduire à une rupture brutale qui souvent ne s'accompagne pas de déformation plastiques macroscopiques par suite de très faible ductilité du matériau au voisinage de la fissure.

II.3.2 La fissuration successive

Il s'agit ici, d'une succession de mécanisme (fragile-ductile) qui sous contraintes répétées entraine la fissuration successive, appelée habituellement rupture par fatigue. Cette rupture peut intervenir sans déformations plastiques appréciables avec un grand nombre de variations de cycles de contraintes. ou elle peut s'accompagner de grandes déformations plastique et intervenir à petit nombre cycles. On parlera alors de la fatigue « oligocyclique »

II.4. Zone délimitant le voisinage d'une pointe de fissure

D'un point de vue mécanique on distingue schématiquement, dans un milieu fissuré trois zones successives

Zone d'élaboration (1)

Elle se trouve à la pointe de la fissure et dans le sillage laissé au cours de sa propagation. La taille de cette zone est très faible, elle est ponctuelle d'un point de vue mécanique. La théorie classique de la mécanique de la rupture réduit à un point cette zone pour les problèmes plans et à une courbe linéaire pour les problèmes tridimensionnels.

Zone singulière (2)

Dans la quelle les champs de contraintes, déformations et déplacements sont continus et possédant une formulation indépendante de la géométrie lointaine de la structure. La singularité est en (l/$\sqrt{r}$) en milieu élastique linéaire et les composantes de contraintes tendent vers l'infini pour r qui tend vers zéro.

Zone extérieure (3)

Comprenant les champs lointains se raccordant d'une part à la zone singulière et d'autre part aux conditions aux limites en chargement et en déplacement. Dam cette zone les champs de déplacements, déformation et contraintes varient peu et peuvent être approximés par des polynômes communément utilisés dans les différentes méthodes de résolution

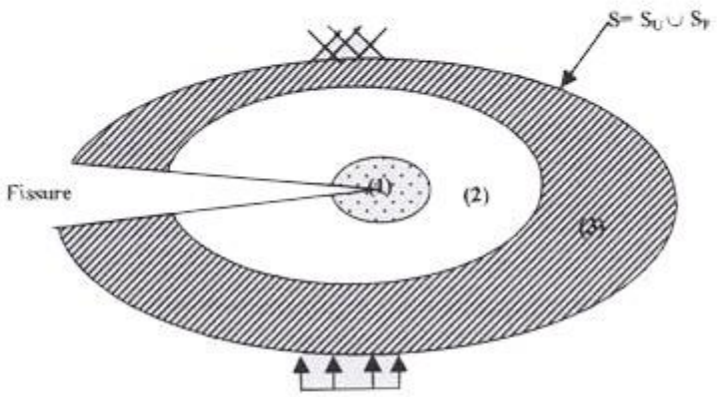


Figure.II.1-zone délimitant le voisinage d'une point de fissure

II.5 Processus de fissuration

Il est généralement admis que la l'usure se produit dam un matériau en suivant quatre :

a) La première étape est la plastification locale au voisinage des défauts et singularités géométriques ou matérielles

b) La deuxième étape est la formation des fissures.

c) La troisième étape est la propagation des fissures réelles naissantes.

d) La quatrième étape est la propagation brutale.

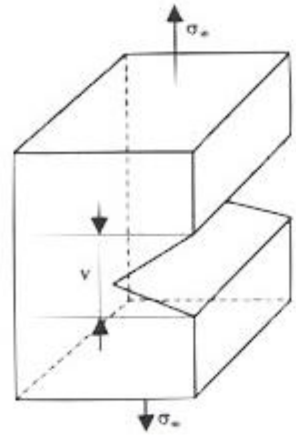
II.6. Modes élémentaires de fissuration

Il existe 3 modes de fissuration élémentaires:

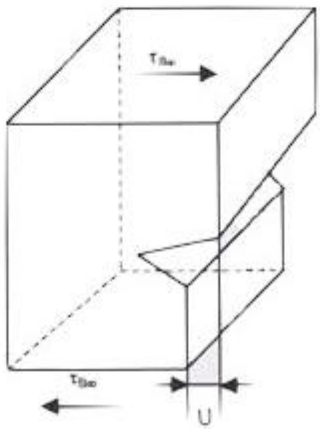
Mode 1 : Mode d'ouverture de la fissure, où les déplacements aux lèvres de la fissure sont perpendiculaires à la direction de propagation.

Mode 2 : Mode cisaillement dans le plan, où les déplacements aux lèvres de la fissure sont parallèles à la direction de propagation.

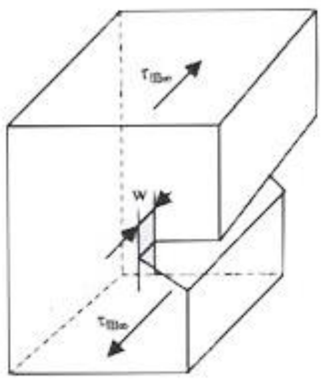
Mode 3 : Mode de cisaillement hors du plan, où les déplacements aux lèvres de la fissure sont parallèles au fond de la fissure.



Mode 1



Mode 2



Mode 3

Figure.II.2-Les trois mode élémentaires de fissuration.

II.7 Mécanique élastique linéaire de la rupture

II.7.1 Définition

La mécanique linéaire élastique de la rupture est basée sur une procédure analytique qui relie le clamp de contraintes an voisinage de la fissure à la contrainte nominale appliquée au loin. à la taille de la fissure et son orientation et finalement aux caractéristiques mécaniques du matériau.

Diverses méthodes d'analyse permettent d'étudier ces champs dc contraintes au voisinage d'une fissure. On regroupe I' ensemble de ces méthode sous deux approches.

Approches directes: Qui sont fondées sur l'utilisation des fonctions d'Airy. Ces approches résolvent des problèmes plans et font appel à la recherche de fonctions analytiques.

Approches énergétiques: Qui sont basées sur l'analyse énergétique du milieu continu contenant une fissure.

Dans ce présent chapitre. Nous présenterons deux paramètres définis à partir de ces deux approches. à savoir le facteur d'intensité de contraintes (K) et le taux de restitution d'énergie (G). On citera aussi le paramètre défini par RICE à savoir l'intégrale (J).

II.7.2. Facteurs d'intensité des contraintes

II.7.2.1. Champs de contraintes et de déplacements an fond de fissure

La résolution des équations d'équilibre à l'aide des fonctions d'Airy nous permet de déterminer les champs de contraintes, de déformation et de déplacements au voisinage de la pointe de la fissure. Ceci est possible pour les problèmes plans (de formations planes. contraintes planes). On concéder un milieu homogène isotrope et on suppose que le comportement est élastique on a les champs de contraintes de déplacement calculer par G. Irwin pour les trois modes de sollicitations [1].

Mode 1 :

$$\begin{Bmatrix}\sigma_{11}\\ \sigma_{12}\\ \sigma_{13}\end{Bmatrix} = \frac{k_I}{\sqrt{2\pi r}}\cos\left({}^{\theta}/_{2}\right)\begin{Bmatrix}1-\sin\left({}^{\theta}/_{2}\right)\sin\left({}^{3\theta}/_{2}\right)\\ \sin\left({}^{\theta}/_{2}\right)\cos\left({}^{3\theta}/_{2}\right)\\ 1+\sin\left({}^{\theta}/_{2}\right)\sin\left({}^{3\theta}/_{2}\right)\end{Bmatrix}$$

(II.1)

$$\begin{Bmatrix}U_1\\ U_2\end{Bmatrix} = \frac{k_I}{2\pi r}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}\begin{Bmatrix}1-\cos\left({}^{\theta}/_{2}\right)\left[x-1+2\left(\sin^2\left({}^{\theta}/_{2}\right)\right)\right]\\ \sin\left({}^{\theta}/_{2}\right)\left[x+1-2\cos^2\left({}^{\theta}/_{2}\right)\right]\end{Bmatrix}$$

Avec :

μ : le module de cisaillement

x=3-4 en déformation planes

$x = \frac{3-v}{1+v}$ en contraintes planes

Mode 2 :

$$\begin{Bmatrix}\sigma_{11}\\ \sigma_{12}\\ \sigma_{13}\end{Bmatrix} = \frac{k_{II}}{\sqrt{2\pi r}}\begin{Bmatrix}\sin\left({}^{\theta}/_{2}\right)\left[2+\cos\left({}^{\theta}/_{2}\right)\sin\left({}^{3\theta}/_{2}\right)\right]\\ \cos\left({}^{\theta}/_{2}\right)\left[1-\sin\left({}^{\theta}/_{2}\right)\right]\sin\left({}^{3\theta}/_{2}\right)\\ \sin\left({}^{\theta}/_{2}\right)\cos\left({}^{\theta}/_{2}\right)\cos\left({}^{3\theta}/_{2}\right)\end{Bmatrix}$$

(II.2)

$$\begin{Bmatrix}U_1\\ U_2\end{Bmatrix} = \frac{k_{II}}{2\mu}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}\begin{Bmatrix}1-\sin\left({}^{\theta}/_{2}\right)\left[x-1+2\left(\cos^2\left({}^{\theta}/_{2}\right)\right)\right]\\ \cos\left({}^{\theta}/_{2}\right)\left[x-1-2\sin^2\left({}^{\theta}/_{2}\right)\right]\end{Bmatrix}$$

Mode 3 :

$$\begin{Bmatrix}\sigma_{13}\\ \sigma_{23}\end{Bmatrix} = \frac{k_{III}}{\sqrt{2\pi r}}\begin{Bmatrix}-\sin\left(\theta/_2\right)\\ \cos\left(\theta/_2\right)\end{Bmatrix}$$

(II.3)

$$\cup_3 = \frac{k_{III}}{\sqrt{2\mu}}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}\sin\left(\theta/_2\right)$$

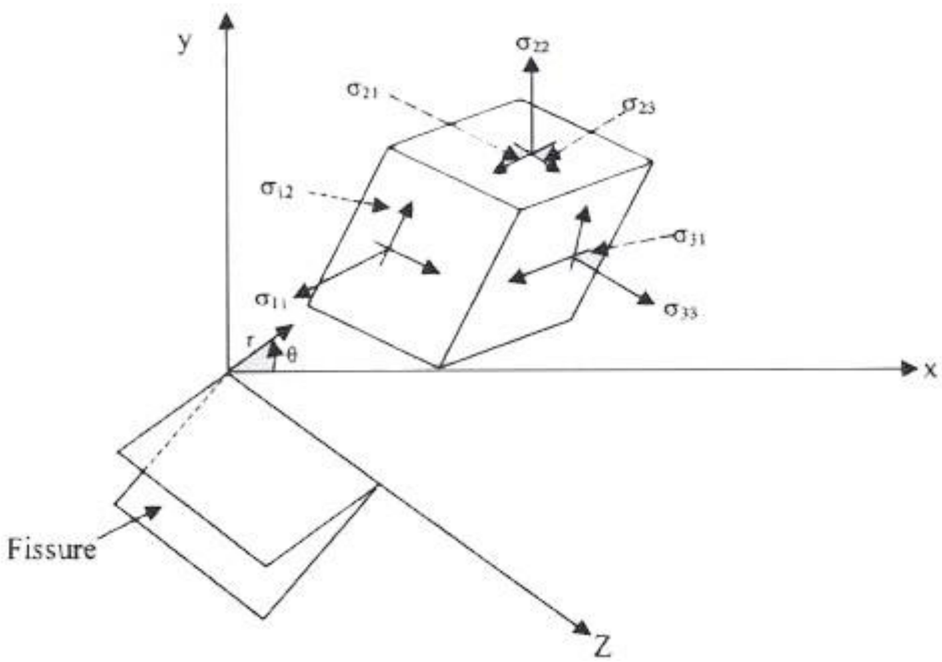


Fig.II.3-Etat de contraintes au fond de fissure.

En mode mixte I et II :

$$\sigma_{11} = \frac{k_I}{\sqrt{2\pi r}}\cos\frac{\theta}{2}\left[1-\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right] - \frac{k_{II}}{\sqrt{2\pi r}}\sin\frac{\theta}{2}\left[2-\cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2}\right]$$

$$\sigma_{22} = \frac{k_I}{\sqrt{2\pi r}}\cos\frac{\theta}{2}\left[1+\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2}\right] + \frac{k_{II}}{\sqrt{2\pi r}}\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2}$$

(II.4)

$$\sigma_{12} = \frac{k_I}{\sqrt{2\pi r}}\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2} + \frac{k_{II}}{\sqrt{2\pi r}}\cos\frac{\theta}{2}\left[1-\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right]$$

En déformation planes $\sigma_{33} = v(\sigma_{11} + \sigma_{22})$

En contraintes planes $\sigma_{33} = 0$

$$\cup_1 = \frac{k_I}{4_\mu}\sqrt{\frac{r}{2_\pi}}\left[(2_x - 1)\cos\frac{\theta}{2} - \cos\frac{3\theta}{2}\right] + \frac{k_{II}}{4_\mu}\sqrt{\frac{r}{2_\pi}}\left[(2_x + 3)\sin\frac{\theta}{2} + \sin\frac{3\theta}{2}\right]$$

(II.5)

$$\cup_2 = \frac{k_I}{4_\mu}\sqrt{\frac{r}{2_\pi}}\left[(2_x + 1)\sin\frac{\theta}{2} - \sin\frac{3\theta}{2}\right] - \frac{k_{II}}{4_\mu}\sqrt{\frac{r}{2_\pi}}\left[(2_x - 3)\cos\frac{\theta}{2} + \cos\frac{3\theta}{2}\right]$$

Ces formules sont toutes de la forme :

$$\sigma_{ij} = \frac{k}{\sqrt{2_{\pi r}}} f_{ij}(\theta)$$

(II.6)

$$\cup_i = \frac{k}{2_\mu}\sqrt{\frac{r}{2_\pi}}\, g_i(\theta)$$

Elles sont valable quelles que soient la géométrie de la pièce et celle la fissure, et la façon dont elles sont chargées [2].

II.7.2.2 la singularité $\frac{1}{\sqrt{r}}$

Les calculs précédents montrent que les champs de contraintes et de déformations présentent une évolution $1/\sqrt{r}$, qui lorsque r tend vers zéro, le terme singulier dominait les autres termes (qui ne deviennent pas infinis au fond de fissure). Il s'en suit que $\mathbf{k_I}$ est le seul et unique caractéristique de ce qui se passe au front de fissure pour un corps élastique linéaire.

II.7.2.3 Facteurs d'intensité des contraintes

$\mathbf{k_I k_{II} k_{III}}$ Sont des constantes indépendantes de r et θ. Elles sont appelées facteurs d'intensité des contraintes. Ils caractérisent la distribution des contraintes au voisinage du fond de fissure. Chaque facteur caractérise un mode de sollicitation.

Les facteurs d'intensité des contraintes sont fonction de la longueur de la fissure, de la géométrie de la pièce et de son chargement.

Par exemple pour une plaque infinie contenant une fissure dc longueur 2a, soumise à une traction à l'infini (problème de GRIFITH), voir Fig.(II.4) on a :

$$k_I = \sigma_\infty \sqrt{\pi\alpha} \tag{II.7}$$

Avec :

$\boldsymbol{\sigma_\infty}$: la contrainte à l'infini $(\boldsymbol{\sigma_\infty < \sigma_e})$

$\mathbf{2_a}$ **:** la longueur de la fissure

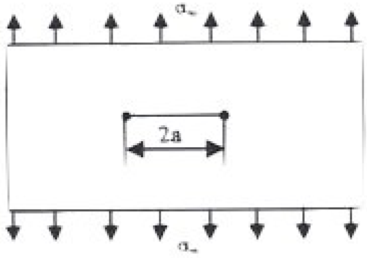


Figure.II.4-Plaque fissurée soumise à un chargement à l'infini.

Dans le cas général (plaque de dimensions finies) on a:

$$k_I = \alpha\sigma\sqrt{\pi\alpha} \tag{II.8}$$

Où:

α : un facteur de correction qui tient compte de la géométrie de la pièce et de la longueur de la fissure.

σ : la contrainte nominale (chargement)

Les facteurs $\mathbf{k_I k_{II} k_{III}}$ pour les chargements les plus courants sont donnés dans des formulaires [1], [2].

Les dimensions de ces facteurs sont : $FL^{-2}. L^{1/2} = F.L^{-3/2}$.

Ils s'expriment en $N.m^{-3/2}$ L'unité pratique est le $MN.m^{-3/2}$ ou le Mpa$\sqrt{\mathbf{m}}$

II. 7.2.4 Critère de rupture :

Nous nous placerons dans la mode I de sollicitation, la rupture se produit lorsque le facteur $\mathbf{k_1}$ atteint une valeur critique $\mathbf{k_{Ic}}$ cette valeur caractérise la résistance d'un matériau à la propagation brutale d'une fissure en mode I et en déformations planes. $\mathbf{k_{Ic}}$ est indépendant de la géométrie de l'entaille et de l'éprouvette. On a donc ce critère de rupture :

$\mathbf{k_I} < \mathbf{k_{Ic}}$: Pas de rupture.

$\mathbf{k_I} = \mathbf{k_{Ic}}$: Rupture brutale.

Ce critère de rupture correspond à une distribution critique des contraintes an fond de fissure. C'est ce que montre la figure (II.5) :

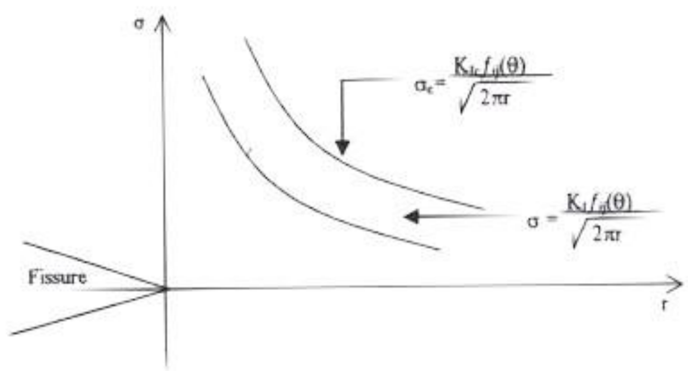


Figure.II.5-distribution normale et critique des contraintes à fond de fissure correspondant respectivement à k_I et k_{Ic} .

II.7.3. Taux de restitution d'énergie G (GRIFFITH)

II.7.3.1. Définition de G

Considérons un solide de surface $s_0$dans le quel on crée une fissure de surface A. L'équilibre thermodynamique du corps requiert que :

$$dU=dV+dT+dD \tag{II.9}$$

Avec :

U : le travail des forces extérieurs

V : l'énergie élastique récupérable stockée dans le solide

T : l'énergie cinétique.

D : est la somme de toutes des énergies dissipées façon irréversible.

On a la surface totale du solide $S = S_0 + 2A$

On peut écrire l'équation du bilan énergétique (II.3.1) comme suit :

$$\frac{d(U-v)}{dA} = \frac{dT}{dA} + \frac{dD}{dA} \tag{II.10}$$

Dans une situation quasi-statique (dT=0), l'équation du bilan énergique devient :

$$\frac{d(U-v)}{dA} = \frac{dD}{dA} \tag{II.11}$$

On a :

$$\frac{d(U-v)}{dA} = \frac{dP}{dA}$$

Avec :

P= (V-U) : l'énergie potentielle totale du solide.

$$\boldsymbol{\frac{dD}{dA} = 2\gamma s}$$

Avec :

$\boldsymbol{\gamma s}$: un paramètre intrinsèque au matériau (2signifie la création de 2 surfaces unitaires au même temps).

On définit G comme suit :

$$G=\frac{d(U-V)}{dA}=-\frac{dP}{dA} \qquad \text{(II.12)}$$

G est appelé taux de restitution d'énergie au bien force d'extension de fissure A partir de l'équation (II.11) on peut écrire le critère de ruine suivant :

$$G \leq G_c \qquad \text{(II.13)}$$

Avec :

G : l'énergie disponible pour l'accroissement de la fissure ($G=-\frac{dP}{dA}$)

$\mathbf{G_c}$ **:** L'énergie nécessaire pour l'accroissement de la fissure ($\mathbf{G_c = 2\gamma_s}$)

II.7.3.2. Relation entre G et $\mathbf{k_I}$

Pour un milieu infini élastique linéaire sollicité en mode I, on a les relation suivantes :

$$\mathbf{G}=\frac{\mathbf{k_I^2}}{\mathbf{E}} \text{ en contraintes planes.} \qquad \text{(II.14)}$$

$$\mathbf{G}=\frac{\mathbf{k_I^2}}{\mathbf{E}}(\mathbf{1-v}) \text{ en déformation planes.}$$

Avec :

E : module de Young.

V : coefficient de poisson

Le calcul de H par la théorie de l'élasticité nous permet de calculer $\mathbf{k_I}$

Par exemple, pour le problème de Griffith, figure (II.6) l'énergie élastique du solide est :

$$\boldsymbol{V}=\frac{\pi\alpha^2\sigma^2}{E/_{1-v^2}} \text{ (en déformation plane).} \qquad \text{(II.15)}$$

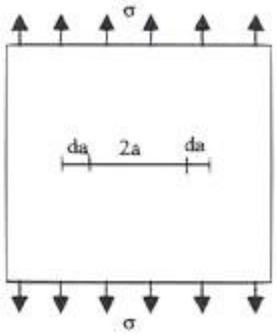


Figure.II.6-plaque fissurée avec un accroissement da des deux front

Pour un déplacement imposé on a : dU=0

Le taux de restitution d'énergie est donnée par :

$$G = \frac{dV}{dA} = \frac{dV}{2eda} = \frac{\pi\alpha\sigma^2}{E/_{1-v^2}} \qquad \text{(II.16)}$$

Avec :

σ: la contrainte au loin

e : l'épaisseur de la plaque.

D'une manière générale pour une structure soumise à un chargement caractérisé par une contrainte $\boldsymbol{\sigma}$ et présentant une fissure de longueur a, la propagation de la fissure libère une énergie élastique par unité de surface crée égale à :

$$\mathbf{G = F^2 \frac{\pi\alpha\sigma^2}{E/_{1-\nu^2}}} \qquad \text{(II.17)}$$

Avec :

F^2 étant un coefficient sans dimension dépendant de la forme de la structure et de son type de chargement.

II.7.4. Intégrale J (RICE)

II.7.4.1 Définition

On considère un milieu bidimensionnel avec une fissure rectiligne ce cas l'intégrale de RICE est par définition la quantité :

$$J = \int_{r}(Wdx_2 - t_i \frac{\partial u_1}{\partial x_1} ds) \tag{II.18}$$

Où :

W : la densité d'énergie élastique égal à $\frac{1}{2}\sigma_y\varepsilon_y$.

t_i et u_i : respectivement les vecteurs contraintes et déplacement sur le contour Γ qui entoure l'extrémité de la fissure dont les l'évres ne sont pas chargé. Rise a démontré que cette intégrale est indépendante du contour choisi.

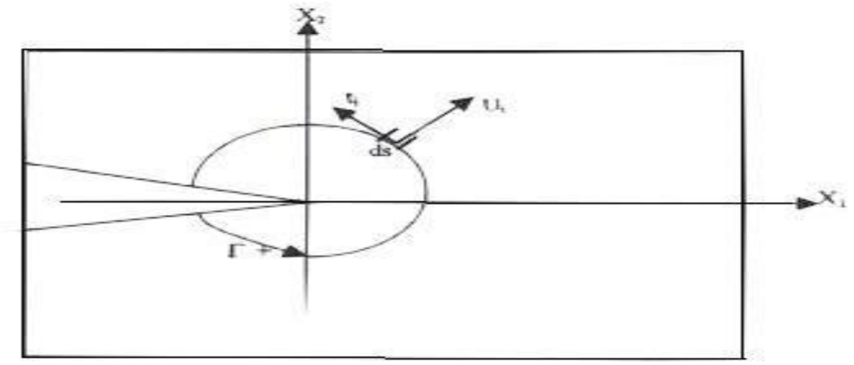


Figure.II.7-Contour d'intégration de J.

II.7.4.2. relation entre J, G et K_I

L'intégrale J est égale aux taux de restitution d'énergie G si la fissure se propage sans déviation [2] :

$$J=G=-dP/dA \tag{II.19}$$

En élasticité linéaire et pour un milieu infini sollicité en mode I on a :

$J = G = \frac{K_I^2}{E}(1\text{-}v^2)$ en déformation plane (II.20)

$J = G = \frac{K_I^2}{E}$ en contraintes plane

II.7.5. Solution analytique pour les problèmes de milieux plans fissurés

Les expressions des champs de contraintes ct déplacements donnés en (II.4), (II.5), sont limités aux termes singuliers. Dans cette section, les expressions complètes c'est à dire compris les termes non singuliers de ces champs seront donnés. Ces solutions seront employées au chapitre IV pour la détermination des deux facteurs d'intensité de contraintes en mode I et II par une méthode numérique basée sur les éléments finis.

Détermination du champ $\{\boldsymbol{\sigma}\}^{T} = \{\boldsymbol{\sigma_x \sigma_y \sigma_{xy}}\}$:

Les équations d'équilibre en élasticité plane sont :

$$\frac{\partial\sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_{xy}}{\partial y} = 0 \quad \text{(II.21)}$$

$$\frac{\partial\sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial\sigma_{xy}}{\partial x} = 0$$

Ces équations sont satisfaites si les composantes du champ de contraintes sont exprimées en termes d'une fonction d'Airy A(x , y), comme suit :

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 A}{\partial y^2}, \sigma_y = \frac{\partial^2 A}{\partial x^2}, \sigma_{xy} = -\frac{\partial^2 A}{\partial x \partial y} \quad \text{(II.22)}$$

L'équation de compatibilité doit être également satisfaite.

$$\nabla^2(\sigma_y + \sigma_x) = 0 \quad \text{(II.23)}$$

Où :

∇^2 : L'opérateur harmonique ou le Laplacien.

Si on substitue (II.22) dans (II.23) le résultat est une équation biharmonique qui s'écrira :

$$\nabla^4 A = \nabla^2(\nabla^2 A) = 0 \quad \text{(II.24)}$$

Donc le problème se réduit à la détermination d'une fonction de contraintes A qui satisfera (II.24) et fournira aussi les champs de contraintes et déplacements satisfaisant les conditions aux limites. Muskhelishvili [5] a montré que n‘importe quelle fonction biharmonique A(x. y) peut être représentée d’une manière simple utilisant deux fonctions de z (z est une variable complexe, z = x + i y). La fonction de contraintes A(x . y). Les contraintes et les déplacements peuvent être écrits respectivement comme suit :

$$A = R_e[\bar{Z}\Phi(z) + X(z)] \tag{II.25}$$

$$\sigma_x + \sigma_y = 4R_e\Phi^{'}(z) = 2[\Phi^{'}(z) + \overline{X^{'}(z)}]$$

$$\sigma_x - \sigma_y + 2i\sigma_{xy} = 2[\bar{z}\Phi^{''}(z) + X^{''}(z)\ ] \tag{II.26}$$

$$2\mu(u + iv) = k\Phi(z) - \overline{z\Phi^{'}(z)} - \overline{X^{'}(z)}\ ] \tag{II.27}$$

Où :

$$\Phi^{'}(z) = \frac{\partial\emptyset(z)}{\partial z}$$

$$X^{'}(z) = \frac{\partial X(z)}{\partial z}$$

Re : la partie réelle d’une expression complexe.

$\bar{z}$: le conjugué de z, c'est-à-dire $\bar{z} = x - iy$

v : le coefficient de poisson.

E : le module de Young.

$\mu = \frac{E}{2(1+v)}$: Le module de cisaillement

Pour pouvoir calculer les composantes de contraintes, il faut trouver les fonctions $\Phi(z)$ et X(z) qui satisferont les conditions aux limites relatives à la présence de la fissure.

Considérons les fonctions de Goursat, de valeurs propres complexes suivantes [5]:

$$\Phi(z) = \sum_{n=0}^{\infty} A_\pi z^{\lambda_n},\ \Phi(z) = \sum B_n z^{\lambda_{n+1}} \tag{II.28}$$

Où :

λ_n (n=0,1,………,n) est un reel et A_n et B_n sont des constants complexes de forme $(a_n^1 + ia_n^2)$ et $(b_n^1 + ib_n^2)$ respectivement considérons le milieu plan fissure de la figure (II.8).

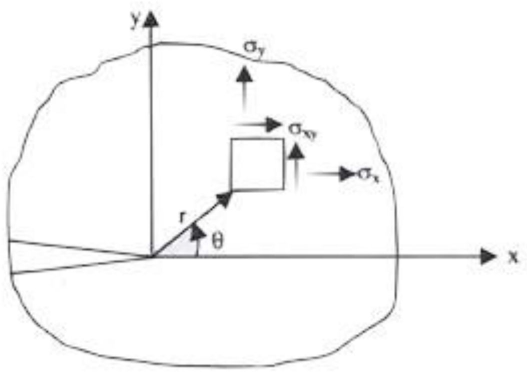


Figure.II.8-Axes de coordonnées pour l'analyse de contraintes dans un milieu plan fissuré.

On peut voir que les lèvres de la fissure ne sont pas charges et par conséquent on a:

$$\sigma_y = \sigma_{xy} = 0 \text{ Pour } \theta = \pm\pi \qquad \text{(II.29)}$$

Additionnons les équations (II.26) on aura :

$$\sigma_y = i\sigma_{xy} = \Phi'(z) + \overline{\Phi'(z)} + \bar{z}\Phi''(z) + X''(z) \qquad \text{(II.30)}$$

Substituons (II.28) dans (II.30) et notons z=re$^{i\theta}$, on obtient :

$$\sigma_y + i\sigma_{xy} = \sum\{\lambda_n r^{(\lambda_n-1)}[A_n e^{i\theta(\lambda_n-1)} + \bar{A}_n e^{-i\theta(\lambda_n-1)} + (\lambda_n - 1)e + B_n(\lambda_n + 1)e^{-i\theta(\lambda_n-1)}]\} \qquad \text{(II.31)}$$

Utilisons les conditions aux limites (II.29) dans (II.31) on aura :

Pour $\theta = \pi$

$$A_n\lambda_n + \overline{A_n}(\cos 2\pi\lambda_n - i\sin 2\pi\lambda_n) + B_n\,(\lambda_n + 1) = 0 \qquad \text{(II.32)}$$

Pour $\theta = -\pi$

$$A_n\gamma_n + \overline{A_n}(\cos 2\pi\lambda_n + i\sin 2\pi\lambda_n) + B_n\,(\lambda_n + 1) = 0$$

La soustraction de ces deux dernières équations nous donne :

$\sin 2\pi\lambda_n = 0$

Ou bien :

$$\lambda_n = \frac{n}{2};\ n = 0,1,2, \dots \dots \dots \qquad \text{(II.33)}$$

Substituons (II.33) dans (II.31) , en considérant (II.29), on aura :

$$\frac{n}{2} A_n + (-1)^n \overline{A_n} + B_n \left(\frac{n}{2} + 1\right) = 0 \qquad \text{(II.34)}$$

Substituons dans cette dernière équation A_n et B_n par $(a_n^1 + i\, a_n^2)$ et $(b_n^1 + i\, b_n^2)$ respectivement et séparons les deux parties réelle et imaginaire, on aura :

$$-b_n^1 = \frac{a_n^1(\frac{n}{2}+(-1)^n)}{(\frac{n}{2}+1)},\ -b_n^2 = \frac{a_n^2(\frac{n}{2}+(-1)^n)}{(\frac{n}{2}+1)} \qquad \text{(II.35)}$$

De (II.26) on peut écrire :

$\sigma_y + i\sigma_{xy} = 2R_\sigma \Phi'(z) + \bar{z}\Phi(z) + X(z)$

$$=\sum_{\pi=1}^{\infty} \left\{2Re\left[(a_n^1 + ia_n^2)\frac{n}{2} r^{\left(\frac{n}{2}-1\right)} e^{i\theta\left(\frac{n}{2}-1\right)}\right] + (a_n^1 + ia_n^2) r e^{-i\theta}\frac{n}{2}\left(\frac{n}{2} - 1\right) r^{\left(\frac{n}{2}-1\right)} e^{i\theta\left(\frac{n}{2}-1\right)} + \right.$$
$$bn1+ibn2n2+1n2rn2-1ei\theta n2-1 \qquad \text{(II.36)}$$

Remplaçons la forme exponentielle des nombres complexes par la forme trigonométrique et séparons les parties imaginaires et réelles et utilisons (II.35) dans (II.36) on aura les expressions de σ_y et σ_{xy} :

$$\sigma_y = \sum_{\pi=1}^{\infty} \frac{n}{2} r^{(\frac{n}{2}-1)} \left\{a_n^1[\left(2 - \frac{n}{2} - (-1)^n\right) \cos\left(\frac{n}{2} - 1\right)\theta \cos\left(\frac{n}{2} - 3\right)\theta] - a_n^2[2 - \frac{n}{2} - \right.$$
$$-1n)\sin(n2-1)\theta\sin(n2-3)\theta] \qquad \text{(II.37)}$$

$\sigma_{xy} =$

$$\sum_{\pi=1}^{\infty} \frac{n}{2} r^{(\frac{n}{2}-1)} \left\{a_n^1[(\frac{n}{2} - \right.$$
$$1)\sin(n2-1)\theta-(n2+-1n)\sin n2-1\theta]-an2[n2-1)\cos(n2-3)\theta-n2-(1)n\cos(n2-1)\theta]$$
(II.38)

De la même manière, on peut trouver l'expression de σ_x à partir de (II.26).

$$\sigma_x - i\sigma_{xy} = 2\mathrm{Re}\Phi'(z) - [\bar{z}\Phi(z)+X(z)]$$

On aura :

$\sum_{\pi=1}^{\infty} \frac{n}{2} r^{(\frac{n}{2}-1)} \{a_n^1[(2 + \frac{n}{2} - (-1)^n) \cos\left(\frac{n}{2} - 1\right)\theta - (\frac{n}{2} - 1)\cos(\frac{n}{2} - 3)\theta] - a_n^2[2 + \frac{n}{2} -$
$-1n)\sin(n2-1)\theta + (n2-1)\sin(n2-3)\theta]$ (II.39)

Le champ de contraintes peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = [P] \begin{Bmatrix} a_1^1 \\ \cdot \\ a_n^1 \\ a_1^2 \\ \cdot \\ a_n^2 \end{Bmatrix} \quad \text{(II.40)}$$

Avec :

[P] une matrice dont les termes sont fonction de (r, θ, n)

$$[P]=\begin{bmatrix} f_1(1,\theta,r), \dots \dots, f_1(n,\theta,r), g_1(1,\theta,r), \dots \dots \dots., g_1(n,\theta,r) \\ f_2(1,\theta,r), \dots \dots, f_2(n,\theta,r), g_2(1,\theta,r), \dots \dots \dots., g_2(n,\theta,r) \\ f_3(1,\theta,r), \dots \dots, f_3(n,\theta,r), g_3(1,\theta,r), \dots \dots \dots., g_3(n,\theta,r) \end{bmatrix}$$

Tel que :

$$f_1(n,\theta,r) = \frac{n}{2} r^{(\frac{n}{2}-1)}[(2 + \frac{n}{2} + (-1)^n) \cos\left(\frac{n}{2} - 1\right)\theta - (\frac{n}{2} - 1) \cos\left(\frac{n}{2} - 3\right)\theta]$$

$$f_2(n,\theta,r) = \frac{n}{2} r^{(\frac{n}{2}-1)}[(\frac{n}{2} - 1) \sin\left(\frac{n}{2} - 1\right)\theta - (\frac{n}{2} + (-1)^n) \sin\left(\frac{n}{2} - 1\right)\theta]$$

$$f_3(n,\theta,r) = \frac{n}{2} r^{(\frac{n}{2}-1)}[(2 - \frac{n}{2} - (-1)^n) \cos\left(\frac{n}{2} - 1\right)\theta + (\frac{n}{2} - 1) \cos\left(\frac{n}{2} - 3\right)\theta]$$

$$g_1(n,\theta,r) = -\frac{n}{2} r^{(\frac{n}{2}-1)}[(2 + \frac{n}{2} - (-1)^n) \sin\left(\frac{n}{2} - 1\right)\theta - (\frac{n}{2} - 1) \sin\left(\frac{n}{2} - 3\right)\theta]$$

$$g_2(n,\theta,r) = -\frac{n}{2} r^{(\frac{n}{2}-1)}[(\frac{n}{2} - 1) \cos\left(\frac{n}{2} - 3\right)\theta - (\frac{n}{2} - (-1)^n) \cos\left(\frac{n}{2} - 1\right)\theta]$$

$$g_3(n,\theta,r) = -\frac{n}{2} r^{(\frac{n}{2}-1)}[(2 - \frac{n}{2} + (-1)^n) \sin\left(\frac{n}{2} - 1\right)\theta + (\frac{n}{2} - 1) \sin\left(\frac{n}{2} - 3\right)\theta]$$

Détermination du champ $(\Delta)^{\mathbf{T}} = \{\mathbf{u}\ \ \mathbf{v}\}$ **:**

Maintenant pour les composantes du champ de déplacement u et v, l'équation (II.27) donne :

$$2\mu(u+iv) = k\Phi(z) - z\overline{\Phi'(z)} - \overline{X'(z)}$$

Substituons (II.28) dans (II.27), on aura :

$$2\mu(v+iv) = \sum_{n=1}^{\infty}\left[KA_n z^{\frac{n}{2}} - z\overline{A_n \frac{n}{2} z^{\left(\frac{n}{2}-1\right)}} - \overline{B_n\left(\frac{n}{2}+1\right)z^{\frac{n}{2}}}\right]$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} r^{\frac{n}{2}}\{k(a_n^1 + ia_n^2)(cos\frac{n}{2}\theta + i\sin\frac{n}{2}\theta) - \frac{n}{2}(a_n^1 + ia_n^2)(\cos\left(\frac{n}{2}-2\right)\theta - i\sin\left(\frac{n}{2}-2\right)\theta)$$

$$-\left(\frac{n}{2}+1\right)(b_n^1 - ib_n^2)\left(\cos\frac{n}{2}\theta - i\sin\frac{n}{2}\theta\right)\} \qquad \text{(II.41)}$$

Séparons les parties imaginaire et réelle et utilisons (II.35) dans cette équation, on aura les expressions de u et v :

$u =$

$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{r^{\frac{n}{2}}}{2\mu}\left\{a_n^1\left[\left(k+\frac{n}{2}+(-1)^n\right)\cos\frac{n}{2}\theta - \frac{n}{2}\cos\left(\frac{n}{2}-2\right)\theta\right] - a_n^2\left[\left(k+\frac{n}{2}-(-1)^n\right)\sin\frac{n}{2}\theta -\right.\right.$

$n2$sin$n2{-}2\theta$ (II.42)

Et

$v =$

$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{r^{\frac{n}{2}}}{2\mu}\left\{a_n^1\left[\left(k-\frac{n}{2}-(-1)^n\right)\sin\frac{n}{2}\theta + \frac{n}{2}\sin\left(\frac{n}{2}-2\right)\theta\right] + a_n^2\left[\left(k-\frac{n}{2}+(-1)^n\right)\cos\frac{n}{2}\theta +\right.\right.$

cos$n2{-}2\theta$ (II.43)

Sous forme matricielle on peut écrire de champ de déplacement comme suit :

$$\{\Delta\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = [A]\{a\} = [A]\begin{Bmatrix} a_1^1 \\ . \\ a_n^1 \\ a_1^2 \\ . \\ a_n^2 \end{Bmatrix} \tag{II.44}$$

Avec :

[A] : une matrice dont les termes sont fonction de (r, θ, r)

$$[\mathrm{A}] = \begin{bmatrix} \mathrm{h}_1(1,\theta,r), \dots\dots, \mathrm{h}_1(\mathrm{n},\theta,r), \mathrm{j}_1(1,\theta,r), \dots\dots, \mathrm{j}_1(\mathrm{n},\theta,r) \\ \mathrm{h}_2(1,\theta,r), \dots\dots, \mathrm{h}_2(\mathrm{n},\theta,r), \mathrm{j}_2(1,\theta,r), \dots\dots, \mathrm{j}_2(\mathrm{n},\theta,r) \end{bmatrix}$$

Tel que :

$$h_1(n,\theta,r) = \frac{r^{n/2}}{2\mu}\left[\left(x + \frac{n}{2} + (-1)^n\right)\cos\left(\frac{n}{2}\right)\theta - \frac{n}{2}\cos\left(\frac{n}{2} - 2\right)\theta\right]$$

$$h_2(n,\theta,r) = \frac{r^{n/2}}{2\mu}\left[\left(x - \frac{n}{2} - (-1)^n\right)\sin\left(\frac{n}{2}\right)\theta + \frac{n}{2}\sin\left(\frac{n}{2} - 2\right)\theta\right]$$

$$j_1(n,\theta,r) = -\frac{r^{n/2}}{2\mu}\left[\left(x + \frac{n}{2} - (-1)^n\right)\sin\left(\frac{n}{2}\right)\theta - \frac{n}{2}\sin\left(\frac{n}{2} - 2\right)\theta\right]$$

$$j_2(n,\theta,r) = \frac{r^{n/2}}{2\mu}\left[\left(x - \frac{n}{2} + (-1)^n\right)\cos\left(\frac{n}{2}\right)\theta + \frac{n}{2}\cos\left(\frac{n}{2} - 2\right)\theta\right]$$

One peut voir que les premiers termes des série de contraintes (n=1) présentent une singularité$^{1}/_{\sqrt{r}}$, induisant des contraintes infinies à la pointe de la fissure, par contre les termes d'ordre supérieur (n>1) donnent des contraintes nulles. Donc pour n=1, on aura les champs de contraintes et déplacements au voisinage de la pointe de la fissure suivants :

$$\sigma_x = \frac{a_1^1}{\sqrt{r}}\left(1 - \sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right)\cos\frac{\theta}{2} + \frac{a_1^2}{\sqrt{r}}\left(2 - \cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2}\right)\sin\frac{\theta}{2}$$

$$\sigma_y = \frac{a_1^1}{\sqrt{r}}\left(1 + \sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right)\cos\frac{\theta}{2} - \frac{a_1^2}{\sqrt{r}}\cos\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\sin\frac{\theta}{2}$$

$$\sigma_{xy} = \frac{a_1^1}{\sqrt{r}}\cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2}\sin\frac{\theta}{2} - \frac{a_1^2}{\sqrt{r}}\left(1 - \sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right)\cos\frac{\theta}{2}$$

(II.45)

$$u = \frac{a_1^1\sqrt{r}}{4\mu}\left\{(2\mathrm{k} - 1)\cos\frac{\theta}{2} - \cos\frac{3\theta}{2}\right\} - \frac{a_1^1\sqrt{r}}{4\mu}\left\{(2k + 3)\sin\frac{\theta}{2} + \sin\frac{3\theta}{2}\right\}$$

$$v = \frac{a_1^1\sqrt{r}}{4\mu}\left\{(2\mathrm{k} + 1)\sin\frac{\theta}{2} - \sin\frac{3\theta}{2}\right\} - \frac{a_1^1\sqrt{r}}{4\mu}\left\{(2k - 3)\cos\frac{\theta}{2} + \cos\frac{3\theta}{2}\right\}$$

Par identification de (II.45) avec les expressions données par Irwin en mode mixte (II.4), (II.5)

On aura :

$$a_1^1 = \frac{k_1}{\sqrt{2\pi}}, a_1^2 = \frac{k_{11}}{\sqrt{2\pi}} \quad \text{(II.46)}$$

II.7.6. Conclusion

La mécanique linéaire élastique de la rupture est basée sur les facteurs d’intensité de contraintes. Il est donc important de développer des méthodes de calcul de ces facteurs.

CHAPITRE III

Méthode FEM et X-FEM

III.1. Introduction

Ces quarante dernières années ont connu un développement considérable en matière de calcul de structures. Ce développement est fortement motivé par les progrès effectués dans le domaine de l'informatique appliquée. Ainsi la méthode des éléments finis est la plus communément mise en œuvre pour l'analyse des structures dans de nombreux secteurs de l'industrie.Avec la naissance de la méthode des éléments finis étendu X-FEM (année 2000) dont le principe consiste à enrichir la base de la méthode classique des éléments finis par : des fonctions singulières sur la pointe de fissure afin de représenter l'aspect asymptotique du champ des contraintes en bout de fissure cela a permis de représenter entièrement la fissure de manière indépendante du maillage et de construire le rapprochement enrichi de l'interaction de la géométrie de la fissure avec le maillage (c'est-à-dire sans maillage de l'évolution de la fissure).

III.2. Aperçu sur la méthode des éléments finis

L'idée fondamentale de la méthode d'éléments finis se résume dans la discrétisation d'un problème physique et ce en décomposant le domaine matériel à étudier en éléments de forme géométrique simple. Puis avoir choisir les équations nécessaire on assemble les formes matricielles élémentaires pour obtenir les équations relatives à la structure à étudier en fin de la démarche nous obtenons une solution numérique correspondant au donnée et hypothèses de problème étudier

Démarche de la méthode d'éléments finis [6]

La méthode des éléments finis peut étre utilisée suivant les étapes suivantes :

Formulation du problème physique à étudier

Un probléme physique est décrit par :

- ❖ La géométrie du corps à étudier
- ❖ Les caractéristiques physique du matériau constituant le corps dont on veut etudier le phénoméne physique en question.
- ❖ Le chargement du corps de la structure a étudier.
- ❖ Les conditions aux frontières du corps.

On écrit par la suite l'équation aux dérivées partielles régissant le phénomène, avec les conditions aux limites.

Discrétisation

Discrétisation géométrique du corps à étudier (maillage du domaine ou de la structure par des éléments finis présélectionnés). Une structure quelconque est découper en un certain nombre de morceaux de telle manière que la réunion de tous les morceaux recouvre le plus exactement possible la structure & étudier sans qu'il existe de chevauchement ni de faille. Il Apparait immédiatement que des frontières courbes ne peuvent être exactement représentées et il existe aussi donc une approximation géométrique.

Chaque morceau porte le nom « d'élément fini », on utilise pour la discrétisation d'éléments finis adéquats au problème physique en question chaque élément est limité par une frontière le point rencontre de plusieurs frontières est appelé point nodal ou nœud.

Les nœuds de la discrétisation correspondent à des points arbitraires choisi dans le volume de la structure pour définir la discrétisation.

On procédera ensuite a la numérotation des nœuds et des éléments pour constituer une base de données nécessaires aux calcule ultérieurs. On associera également à chaque élément ses propriétés physiques.

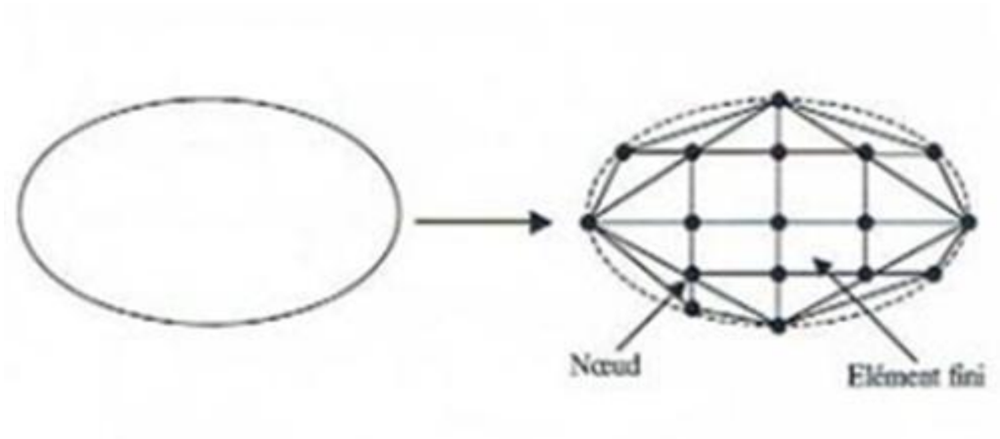


Figure.III.1-Discrétisation ou maillage d'une géométrie quelconque

Matrice de rigidité élémentaire

Formation de matrices élémentaires pour tous les types d'éléments de maillage

a) Construction de la formulation variationnelle de l'équation aux dérivées partielles à travers l'élément type.

b) La fonction inconnue φ est remplacée à l'intérieur de chaque élément par une approximation $\emptyset^{(e)}$: $\emptyset^{(e)}$ est une fonction continue et complètement définie à l'aide des valeurs $\emptyset i$, aux nœuds appartenant à l'élément, et de fonction d'interpolation $N_i(X, Y, Z)$ connues; on préfére en général des polynômes complets. Les fonctions d'interpolations doivent respecter la condition de continuité à l'intérieur de l'élément de volume et entre deux éléments , le long d'une frontiére (élément conforme).

$$\emptyset^{(e)} = [N(X, Y, Z)]\ \{\emptyset i\} \qquad i=1\ldots\ldots\ldots r \tag{III.2.1}$$

Øi : valeurs aux nœuds ou valeurs nodales.

R : nombre de nœuds par éléments.

c) On utilise une méthode variationnelle d'approximation pour déscritiser la forme variationnelle.

- Si on utilise la méthode de RITZ, on aura :

$$\sum_{\mathrm{j}=1}^{r} B(N\mathrm{i}, N\mathrm{j})\, \emptyset\mathrm{j}(x, y, z) = 1(N\mathrm{i}) \qquad i=1\ldots\ldots\ldots r$$

On aura sous forme matricielle, pour chaque élément e :

$$[K^e].\{\emptyset^e\} = \{F^e\} \qquad \text{(Systéme élémentaire)} \tag{III.2.2}$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} K_{ij}^{e}\ \mathrm{B(Ni, Nj)} \\ F_i^e = l(Ni) \end{cases} \tag{III.2.3}$$

- Si on utilise la méthode de GALEKRIN :

$$\int_{\Omega e} N\mathrm{i}(\mathrm{x,y,z})\mathrm{R}(\mathrm{x,y,z},\emptyset\mathrm{j})\mathrm{d}\Omega e = 0 \qquad i=1\ldots\ldots\ldots\ldots r \qquad j=1\ldots\ldots\ldots\ldots r \tag{III.2.4}$$

Assemblage des matrices de rigidité élémentaires

Assemblage des équations élémentaires pour obtenir les équations globales du problème sous forme :

$$[K].\{Ø\} = \{F\}$$

Introduction des conditions aux limites.

Généralement les conditions aux limites sont imposées en 2 étapes. Dans cette étape on regarde ce qui se passe aux frontières entre les éléments puis on impose les degrés de liberté selon en fonction des données du probleme

Solution du syst`eme global

Présentation du systéme global (méthode de gauss, jacobi, frontale, etc…). Trouver les valeurs de Øi.

Présentation des résultats

La présentation des résultats (courbes, diagrammes, isovaleurs, ….). est une opération importante mais qui n'a que peu de rapport avec la méthode des éléments finis en tant que telle. De nombreux logiciels commerciaux peuvent être et qui permettent de présenter les résultats de façon claire et précise. La méthode des ´éléments finis et les méthodes numériques produisent des quantités impressionnantes de données que l'on souhaite interpréter selon la difficulté qui dépend de l'ordre de dimension du problème (1D ,2D où 3D)

III.3. Choix du maillage

Le choix du maillage consiste à diviser le domaine de travail **Ω** en parties égales ou non afin d'obtenir un espace discret. L'espace ainsi obtenu s'appellera espace d'interpolation et aura toutes les propriétés d'un sous-espace vectoriel de **Ω**. Les solutions héritées seront de ce fait approchées. Les sous-divisions obtenues sont appelées éléments finis. Les points de jonction entre les éléments sont les nœuds. Il faut noter que plus on a d'éléments plus la solution est précise.

III.4. Application de la MEF aux milieux singuliers [7]

Plusieurs éléments finis traduisant de la singularité des champs de déformation et de contrainte ont été développés afin d'améliorer la performance des résultats numériques. Ces éléments sont essentiellement utilisés au voisinage de la pointe de la fissure ou le gradient de contrainte est très élevé. Ils permettent de réduire le nombre d'éléments nécessaires à une bonne précision des résultats en terme de K, J et G. W.S.Blackburn [8] a proposé un élément triangulaire (Fig III.2) avec un champs de déplacement singulier qu'il s'écrit sous forme :

$$U = b_1 + b_2\xi + b_3\eta + \frac{b_1\xi + b_2\eta + b_3\eta\xi}{\sqrt{\eta + \xi}} \qquad \text{(III.4.1)}$$

Les (b_i) peuvent être interprétés comme des déplacements nodaux.

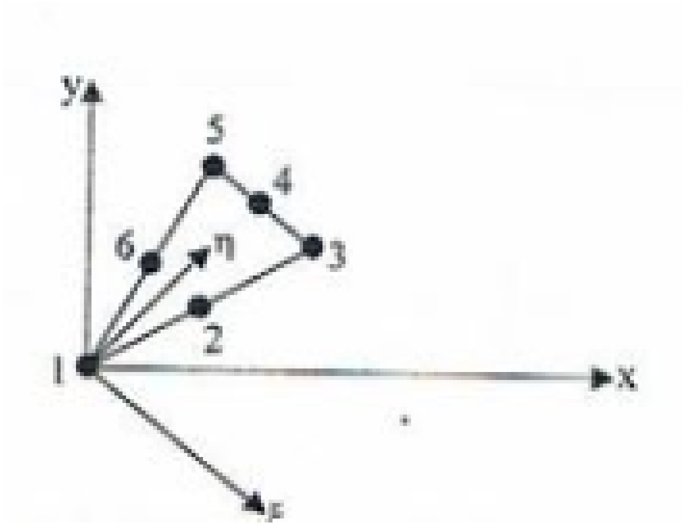


Figure.III.2-Elément triangulaire singulier

Barsoum [9] Herabell & Shaw [10] ont proposé de remplacer les éléments iso paramétriques avec certains nœuds situés au quart des arêtes (fig.III.2) cette façon de procéder a la même avantage que les éléments spéciaux de pointe de fissure sans nécessiter de formulation spéciale. L'utilisation de ces éléments est très pratique et se répand de plus en plus.

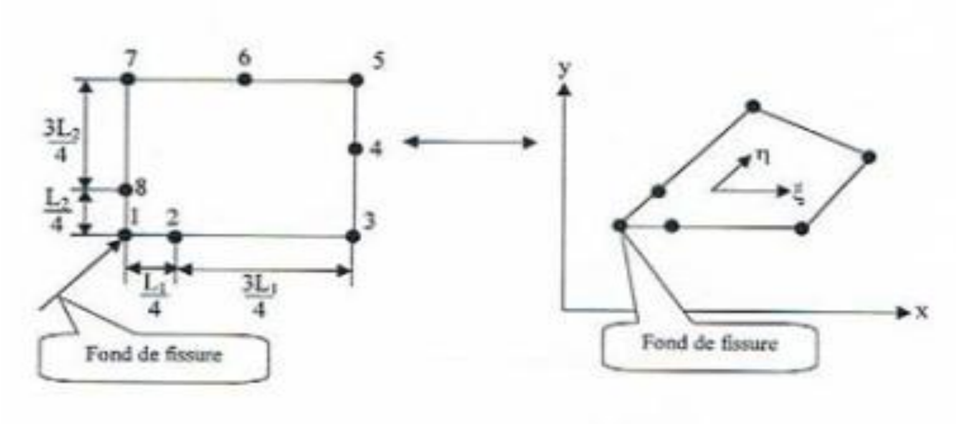


Figure.III.3-Elément quadrilatéral singulier.

Le long du coté 1-3 on obtient un champ de déformation singuliers en $(r^{-\frac{1}{2}})$ sous la forme de déplacement du nœud i :

$$\xi_1 = -\frac{1}{2}\left[-\frac{3}{\sqrt{xL_1}} - \frac{4}{L_1}\right] U_1 + \left[-\frac{2}{\sqrt{xL_2}} - \frac{4}{L_2}\right] U_2 + \frac{1}{2}\left[-\frac{1}{\sqrt{xL_3}} + \frac{4}{L_3}\right] U_3 \qquad \text{(III.4.2)}$$

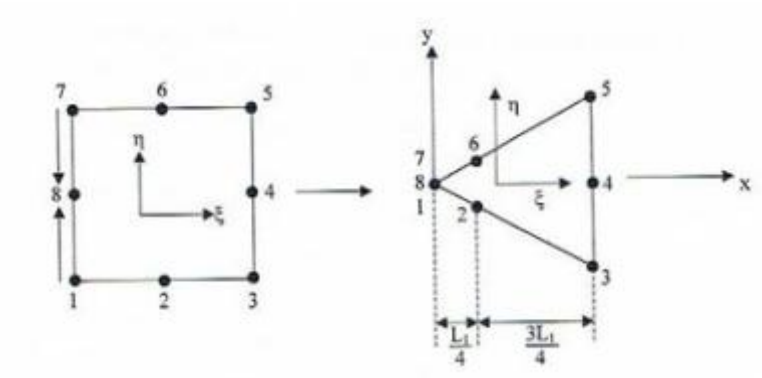


Figure.III.4-Elément triangulaire singulier.

Dans ce cas le champ de déformation le long de l'axe x est singulier en $(r^{-1/2})$ et s'écrit sous forme :

$$\xi_1 = \frac{1}{L_1}(2U_1 + U_3 + U_5 - 2U_2 - 2U_6) - \frac{1}{2\sqrt{xL_1}}(3U_1 + U_3 + U_4 + U_5 + 2U_2 - 2U_6) \qquad \text{(III.4.3)}$$

Le champ de déplacement s'écrit :

$$U = U_1 + [4U_1 + U_3 - 3U_1]\sqrt{\frac{x}{L}} + [2U_3 + 2U_1 - 4U_2]\,\frac{x}{L} \qquad \text{(III.4.4)}$$

On peut également montrer, que le long du rayon émanant de 1 le champ de déformation est également singulier.

III.5. Utilisation d'un logiciel éléments finis

Un programme général de type industriel doit être capable de résoudre des problèmes variés de grandes tailles (de mille à quelques centaines de milliers de variables). Ces programmes complexes nécessitent un travail d'approche non négligeable avant d'espérer
pouvoir traiter un problème réel de façon correcte. Citons à titre d'exemple quelques noms de

logiciels : NASTRAN, ANSYS, ADINA, ABAQUS, CASTEM 2000, CESAR, SAMCEF, etc. Les possibilités offertes par de tels programmes sont nombreuses :

- analyse linéaire ou non d’un système physique continu ;
- analyse statique ou dynamique ;

III.6. Méthode des éléments finis étendue (X-FEM)

La méthode X-FEM est une simple extension de la méthode des éléments finis, elle est basée sur la partition de l'unité. L'idée en est de capturer la solution autour de la pointe de fissure en réalisant une interpolation du déplacement tenant compte de la solution analytique du problème.

III.6.1 Méthode de partition de l'unité

Le méthode de partition de l'unité1 a été développée par Melenck et Babuška [3], elle s'est vue appliquer notamment à la mécanique des fluides, à l'interaction fluide-structure, aux transformations de phases et, bien sûr, à la mécanique de la rupture.

Soit un domaine discrétisé par un ensemble N de N nœuds associés à N fonctions de formes notées Ni. La méthode des éléments finis utilise ces fonctions de formes pour approximer le champ de déplacement à l'aide des déplacements nodaux U_i :

$$u(\underline{x}) = \sum_{i\in N} N_i(x)U_i \qquad \text{(III.6.1)}$$

Il a été démontré que si les Ni constituent une partition de l'unité du domaine , c'est à dire que:

$$\boxed{\sum_{i\in N} N_i(x)U_i = 1 \qquad \text{(III. 6.2)}}$$

alors, on peut enrichir l'approximation de $u(x)$ comme ceci :

$$\boxed{u(\underline{x}) = \sum_{i\in N} N_i(\underline{x})U_i + \sum_{i\in N_e} N_i(\underline{x})U_i^e \varphi(\underline{x}) \qquad \text{(III. 6.3)}}$$

où φ (x) est la fonction d'enrichissement et N^e est un sous-ensemble de N où l'on place un degré de liberté *enrichi* U_i^e .

Si on choisit N^e = N et que l'on met tous les degrés de liberté "standards" à 0 et tous les degrés de liberté enrichis à 1, alors l'approximation éléments finis enrichie reproduit exactement la fonction d'enrichissement sur le domaine entier:

$$u(\underline{x}) = \sum_{i \in N} N_i(\underline{x})\varphi(\underline{x}) = \varphi(\underline{x}) \qquad (III.6.4)$$

La condition de partition de l'unité est une condition suffisante pour que l'approximation éléments finis soit **interpolant**.

III.6.2 Application à la mécanique de la rupture

La méthode de partition de l'unité est à la base de la méthode des éléments finis étendus. L'approximation éléments finis classique ne permet pas de modéliser une discontinuité de déplacement introduite par la présence d'une fissure. Ceci parce que les fonctions de forme N_i sont continues. Pour capturer une discontinuité, la seule possibilité est alors d'introduire une discontinuité du domaine. La méthode des éléments finis étendus propose d'enrichir l'approximation avec des fonctions d'enrichissement discontinues et singulières en vertu du principe de partition de l'unité. La discontinuité n'est alors plus nécessairement portée par le maillage.

Les fonctions d'enrichissement, comme leur nom l'indiquent, vont être mises à protée pour enrichir le modèle éléments finis. On leur attribue trois rôles essentiels :

- représenter la discontinuité
- localiser la pointe de fissure
- "capturer" la solution en pointe de fissure

III.6.2.1 Représentation de la discontinuité

Pour représenter la discontinuité du champ de déplacement, on utilise une fonction d'enrichissement discontinue $H(\underline{x})$, dite fonction "saut" et définie de la façon suivante :

$$\boxed{H(\underline{x}) = \text{sign}\left((\underline{x} - \underline{x}^*) . \underline{e_n}\right)}$$

(III.6.5)

où $\underline{x}^*$ est le point le plus proche de $\underline{x}$ sur la fissure **(Fig.III.5)**. L'orientation du repère curviligne est purement arbitraire. La fonction $H(\underline{x})$ prend donc les valeurs +1 ou -1 suivant le côté de la fissure sur lequel on se place.

La fonction $H(\underline{x})$ est représentée sur la **(Fig.III.6)** dans une configuration particulière.

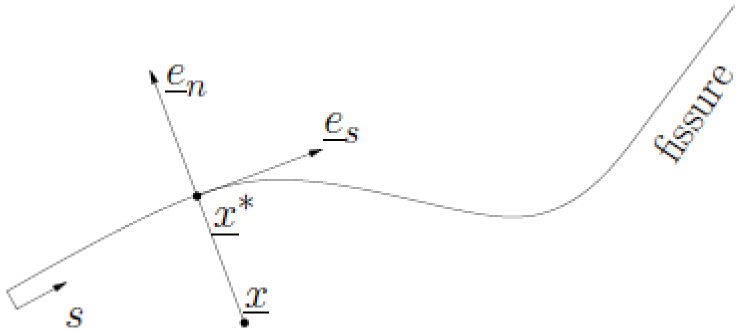


Figure.III.5-Construction de la fonction saut.

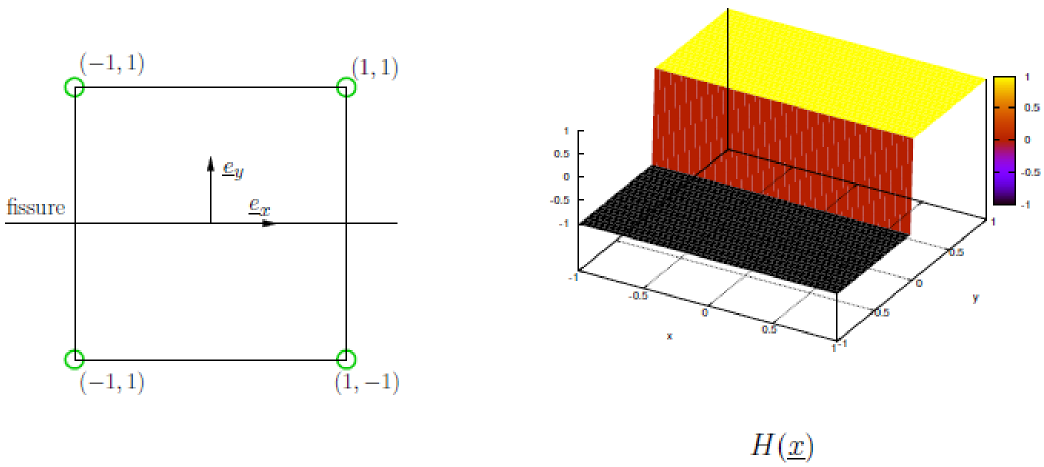


Figure.III.6-Fonction saut.

<u>III.6.2.2 Enrichissement en pointe de fissure</u>

La fonction $H(\underline{x})$ est insuffisante pour localiser la pointe de fissure. On introduit alors de nouvelles fonctions d'enrichissement qui nous serviront non seulement à localiser la pointe de fissure mais aussi à "capturer" la singularité du champ de déplacement. Ces fonctions d'enrichissement, dites fonctions **"singulières"**, s'expriment ainsi :

$$\begin{aligned}
\gamma_1(r,\theta) &= \sqrt{r}\cos(\theta/2) \\
\gamma_2(r,\theta) &= \sqrt{r}\sin(\theta/2) \\
\gamma_3(r,\theta) &= \sqrt{r}\sin(\theta/2)\sin(\theta) \\
\gamma_4(r,\theta) &= \sqrt{r}\cos(\theta/2)\sin(\theta)
\end{aligned}$$

(III. 6.6)

Elles sont toutes les quatre fonctions de r et θ, les coordonnées polaires dans le repère lié à la pointe de fissure. C'est à l'aide de ces deux variables que la pointe de fissure est localisée. Par ailleurs, on remarque que les solutions asymptotiques peuvent être obtenues par combinaisons linéaire de ces quatre fonctions singulières. Ceci permet de "capturer" la solution dans le voisinage de la pointe de fissure en enrichissant le modèle éléments finis par une approximation plus "physique".

Remarquons d'autre part que parmi ces quatre fonctions d'enrichissement, seule $\gamma 2$ présente une discontinuité en π et $-\pi$. Ceci est nécessaire pour représenter une discontinuité s'annulant en pointe de fissure.

Les fonctions d'enrichissement singulières sont représentées sur la figure (**Fig.III.7)** dans une configuration particulière.

III.6.2.3 Enrichissement local

Enrichir tous les nœuds aurait l'effet pénalisant de multiplier le nombre de degrés de liberté par 6 (1 ddl classique, 1 ddl saut et 4 ddl singuliers). Pour cette raison, seuls certains nœuds sont enrichis. Si l'élément est entièrement traversé par la fissure, alors ses nœuds sont enrichis avec la fonction saut (notés ○ sur les schémas). Si l'élément contient la pointe de fissure, ses nœuds sont enrichis avec les fonctions singulières (notés □ sur les schémas). Dans le cas où un nœud est susceptible d'être enrichi des deux manières, seul un l'enrichissement singulier aura lieu. La figure (**Fig.III.8)** représente un maillage enrichi typique.

L'ensemble des nœuds enrichis par la fonction saut se note N_{saut} et les nœuds enrichis par les fonctions singulières forment l'ensemble N_{sing}. Dans le cas particulier des éléments finis étendus, l'approximation du champ de déplacement est donnée par l'expression (III. 6.7) :

$$\underline{u}^h(\underline{x}) = \sum_{i\in\mathcal{N}}^{n} N_i(\underline{x})\underline{u}_i + \sum_{i\in\mathcal{N}_{saut}} N_i(\underline{x})H(\underline{x})\underline{a}_i + \sum_{i\in\mathcal{N}_{sing}} \sum_{j=1}^{4} N_i(\underline{x})\gamma_j(\underline{x})\underline{b}_{ji}$$

(III. 6.7)

Les $\underline{u_i}$ sont les degrés de liberté classiques, les $\underline{a_i}$ sont les degrés de liberté saut et les $\underline{b_{ji}}$ sont les degrés de liberté singulier.

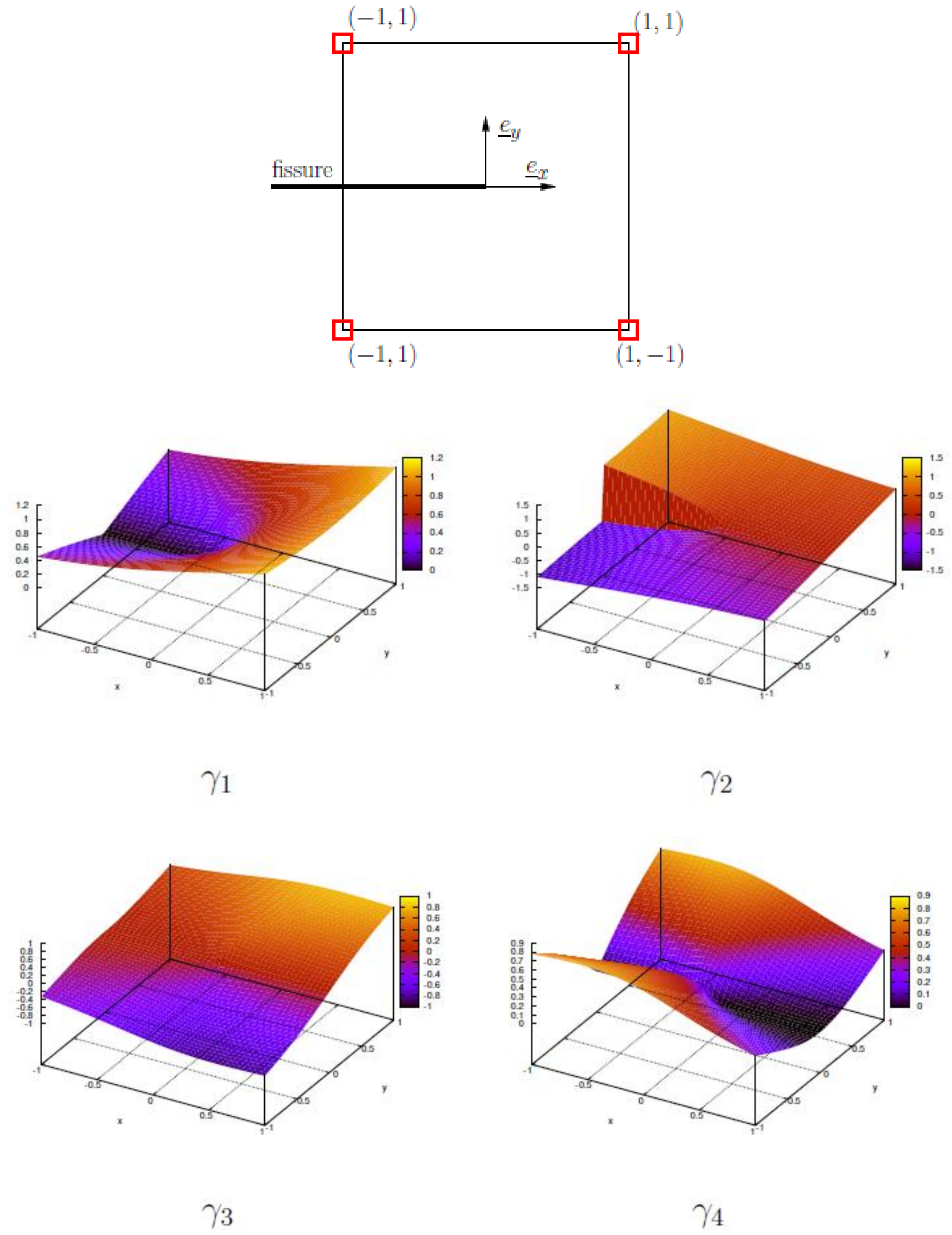


Figure.III.7-Fonctions d'enrichissement singulier.

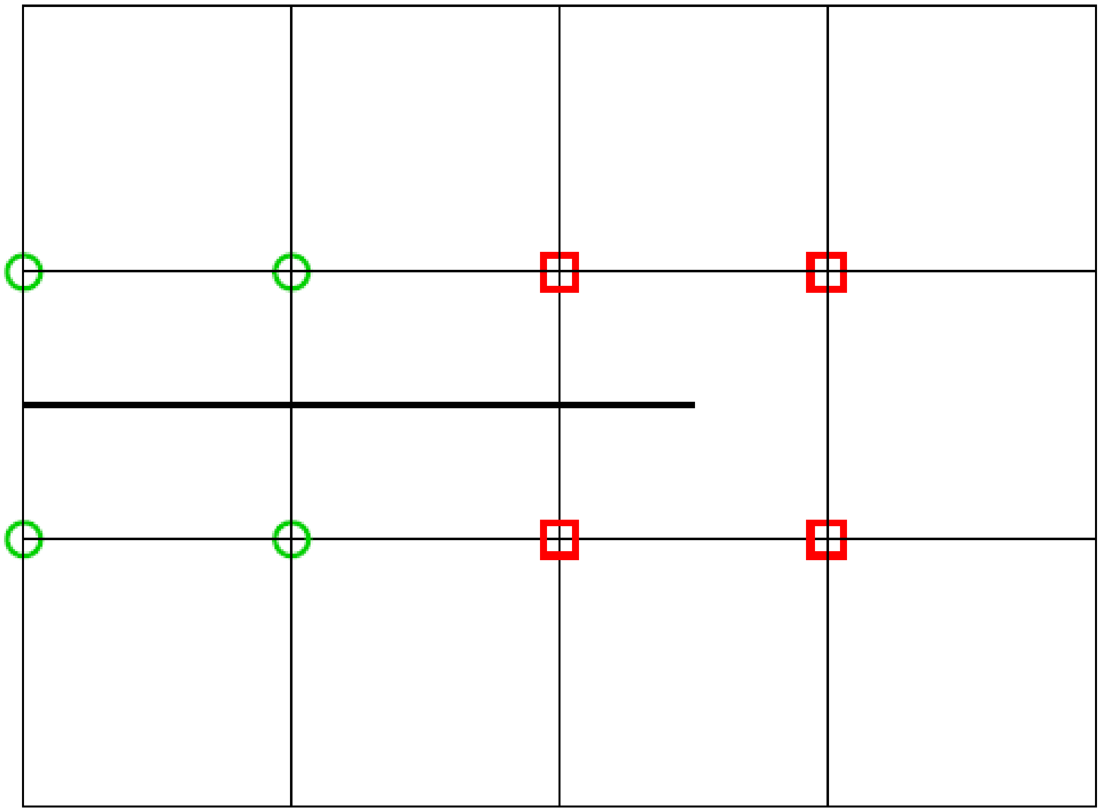


Figure.III.8-Maillage X-FEM typique.

III.6.3 Exemple d'une poutre en compression

Cet exemple a pour but d'illustrer de manière simplifiée le fonctionnement d'un enrichissement de type saut. Le problème est celui d'une poutre bi-encastrée en compression et coupée en son milieu (figure.**III.9.a**). Pour le résoudre, nous allons utiliser les éléments finis classiques et les éléments finis étendus, ce qui nous permettra par la suite de comparer les deux méthodes.

Notons que dans cet exemple, la coupure coïncide avec un nœud. Ceci n'est qu'un cas particulier destiné à alléger les notations. Gardons simplement à l'esprit que la méthode X-FEM permet également de placer la coupure à l'intérieur d'un élément.

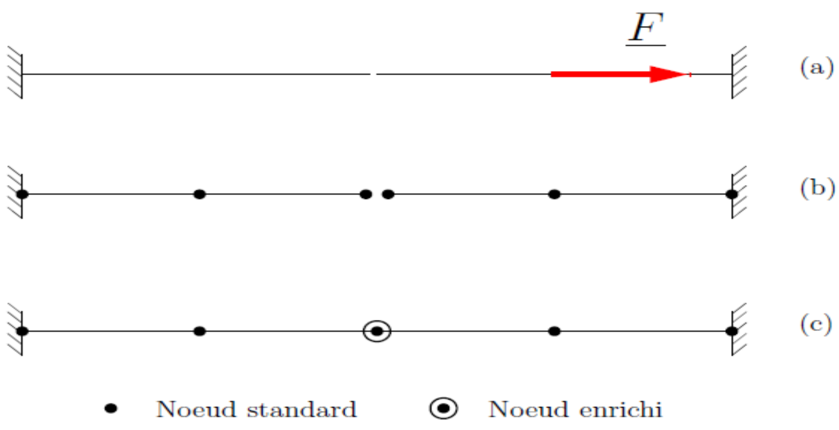


Figure.III.9-Probléme continu (a), modélisation par éléments finis standards(b), modélisation par éléments finis enrichis (c).

III.6.3.1 Formulation

Pour résoudre le problème, nous allons utiliser le principe des puissances virtuelles en statique appliqué à une poutre en traction/compression :

$$0 = -\int_0^l N(x)\frac{du^*(x)}{dx}\,dx + \int_0^l f_d(x)u^*(x)\,dx$$

$$0 = -\int_0^l ES\frac{u(x)}{dx}\frac{du^*(x)}{dx}\,dx + \int_0^l f_d(x)u^*(x)\,dx \tag{III.6.8}$$

Le principe des puissances virtuelles pour le problème discrétisé s'écrit alors :

$$ES\int_0^l u_i^*\frac{N_i(x)}{dx}u_j\frac{N_j(x)}{dx}\,dx = \int_0^l f_d(x)u_i^*N_i(x)\,dx = 0 \tag{III.6.9}$$

Où les N_i représentent les fonctions de formes associés aux degrés de liberté u_i et $u_i{}^*$.

Le terme de gauche représente la puissance virtuelle des efforts internes, il peut se mettre sous la forme suivante :

$$\underbrace{u_i^*\left(\int_0^l ESN_{i,x}N_{j,x}\,dx\right)u_j}_{K_{ij}} \tag{III.6.10}$$

Les valeurs K sont les coefficients de la matrice de rigidité globale $\underline{\underline{K}}$.

Le terme de droite, quant à lui, représente la puissance virtuelle des efforts externes, il s'écrit :

$$u_i^* \underbrace{\left(\int_0^l f_d(x) N_{i,x}\, dx\right)}_{F_i}$$

(III.6.11)

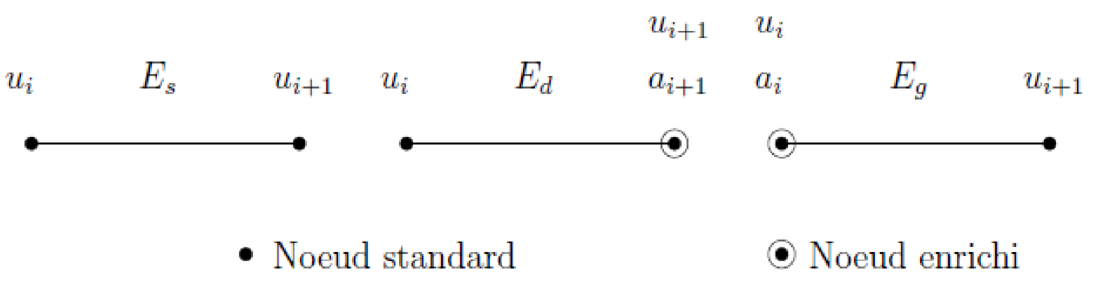
Où le vecteur des forces généralisé F a pour composantes F_i.

On obtient alors le problème linéaire bien connu :

$$KU = F$$

(III.6.12)

Le calcul de K et F nécessite la connaissance des fonctions de forme. Celles qui sont utilisées dans notre problème sont représentées sur la figure (**Fig.III.11)**. Pour la modélisation X-FEM, les degrés de liberté utilisés sont { u_0; u_1; u_2; u_3; u_4; u_5}, où a2 est le degré de liberté enrichi. Pour le modèle éléments finis classiques, les degrés de liberté sont { u_0; u_1; u_2; u_3; u_4; u_5}.



On peut désormais calculer les matrices de rigidité élémentaires des éléments de la figure (**Fig.III.10)** page ci-contre, qu'ils soient standards (K_s), enrichis à gauche (K_g) ou à droite (K_d). Par la suite, les valeurs notées ^{X} seront relatives à X-FEM, celles notées ^{F} seront relatives a la méthode classique. On obtient :

$$K_s = \frac{ES}{L}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad K_d = \frac{ES}{L}\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad K_g = \frac{ES}{L}\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

(III.6.13)

Associés avec les vecteurs de déplacements nodaux :

$$U_s = \begin{pmatrix} u_i \\ u_{i+1} \end{pmatrix} \quad U_d = \begin{pmatrix} u_i \\ u_{i+1} \\ a_{i+1} \end{pmatrix} \quad U_g = \begin{pmatrix} u_i \\ a_i \\ u_{i+1} \end{pmatrix}$$

(III.6.14)

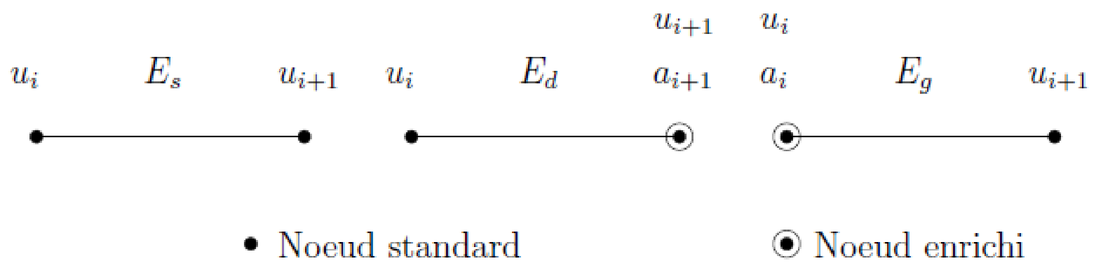


Figure.III.10-Eléments poutre et degrés de liberté associés.

On peut dés lors réaliser l'assemblage des matrices de rigidité élémentaires pour les modélisations X-FEM et classique que l'on notera respectivement K_X et K_F .

$$K^F = \frac{ES}{L}\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

(III.6.15)

$$K^X = \frac{ES}{L}\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

(III.6.16)

On voit dans l'expression de K^F deux "sous-matrices" de rigidité globales. Ceci montre bien que les deux tronçons de poutre sont découplé géométriquement. Dans K^X ce découplage n'existe pas. La discontinuité est "noyée" dans la matrice.

La résolution du problème passe par l'équation suivante :

$$\begin{cases} K_X U_X = F_X & \text{(pour la méthode X-FEM)} \\ K_F U_F = F_F & \text{(pour la méthode classique)} \end{cases}$$

(III.6.17)

On suppose que $ES/L_{el} = 1$ pour alléger les notations et on adopte la méthode de substitution pour traiter les déplacements imposés (on supprime les lignes et les colonnes relatives aux déplacements imposés nul). Le problème à résoudre pour une modélisation éléments finis classique devient :

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} U^F = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ F \end{pmatrix}$$

(III.6.18)

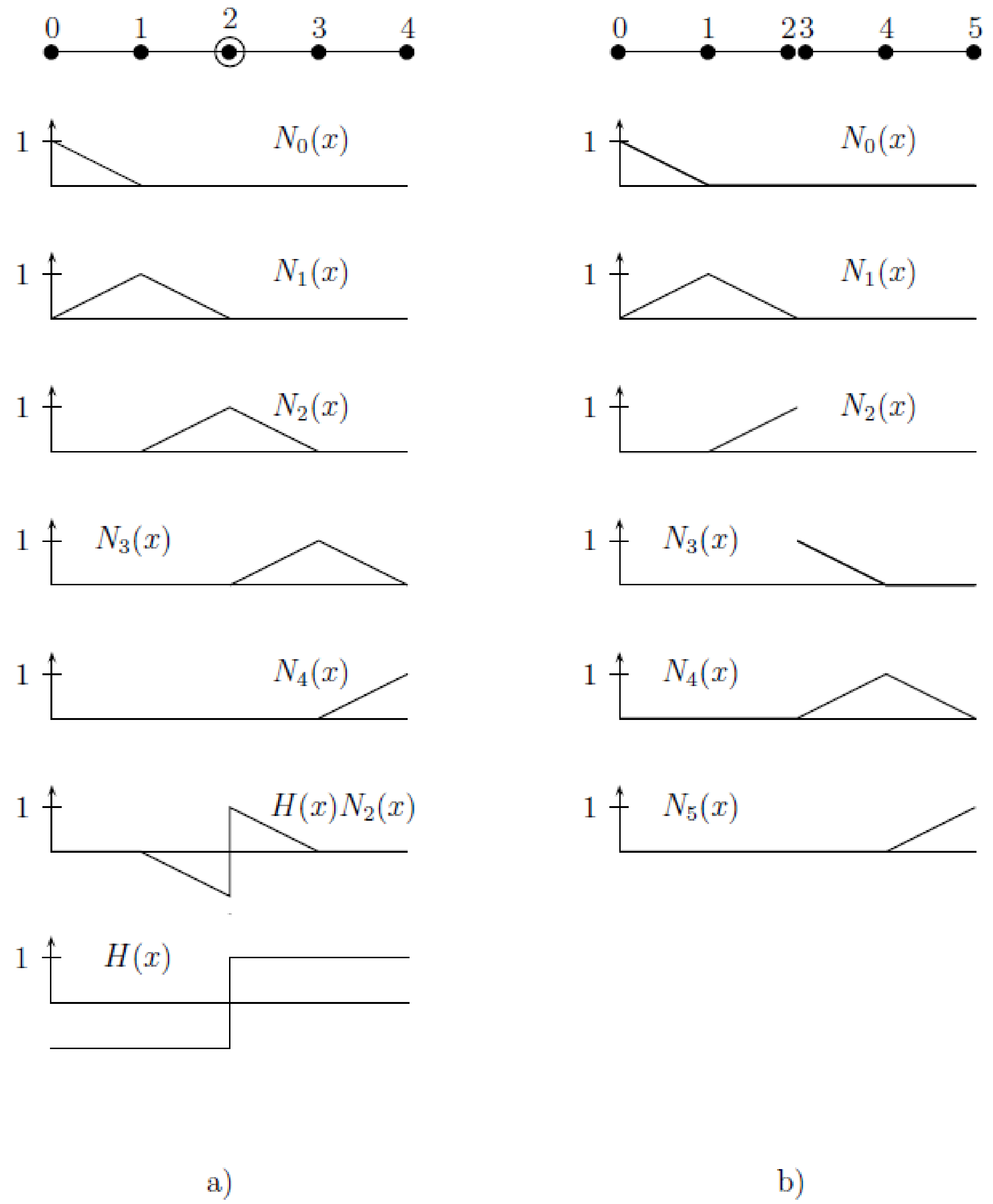


Figure.III.11-Fonctions de formes pour la méthode X-FEM (a) et pour la méthode éléments finis standard (b).

Le problème modélisé par X-FEM s'écrit quand à lui :

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} U^X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ F \end{pmatrix}$$

(III.6.19)

On obtient alors facilement.

$$U^F = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ F \\ F/2 \end{pmatrix} \qquad et \qquad U^X = \begin{pmatrix} 0 \\ F/2 \\ F/2 \\ F/2 \end{pmatrix}$$

(III.6.20)

Ces deux résultats donnent un champ de déplacement identique. On voit qu'au niveau de la coupure, les éléments finis classiques nous donnent une valeur pour chacun des nœuds : $u_g = 0$ à gauche de la coupure, $u_d =$ F à droite de la coupure. Les éléments finis enrichis nous fournissent le même résultat : $u_g = \mathrm{F}/2 - \mathrm{F}/2 = 0$ et $u_d = \mathrm{F}/2 + \mathrm{F}/2 = \mathrm{F}$. On voit ici que dans le premier cas, la coupure était représentée par une discontinuité dans le maillage et que la méthode X-FEM permet de la représenter non plus sur le maillage, mais sur les fonctions de forme. Ceci n'a pas beaucoup d'intérêt lorsque l'on traite un problèmes unidimensionnel, mais la méthode devient très utile en 2D ou en 3D lorsque l'on veut faire propager une fissure sans remailler la structure. Il suffit alors de modifier les fonctions de formes et non plus le maillage.

III.6.3.2 équivalence entre les deux méthodes

Nous venons de voir que les deux méthodes, classique et étendue, permettent d'obtenir le même résultat. Nous allons montrer que dans le cadre d'un enrichissement saut, les deux méthodes sont en fait strictement équivalentes.

Dans la méthode éléments finis classiques, les valeurs calculées u_i^F correspondent directement au déplacement. Dans la méthode X-FEM, le déplacement est fonction de u_i^X et a_i^X.

De la formule (III.6.7), on tire alors :

$$\begin{array}{rcl} u_0^F & = & u_0^X \\ u_1^F & = & u_1^X \\ u_2^F & = & u_2^X - a_2^X \\ u_3^F & = & u_2^X + a_2^X \\ u_4^F & = & u_3^X \\ u_5^F & = & u_4^X \end{array}$$

on peut donc écrire :

$$\begin{pmatrix} u_0^F \\ u_1^F \\ u_2^F \\ u_3^F \\ u_4^F \\ u_5^F \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_0^X \\ u_1^X \\ u_2^X \\ a_2^X \\ u_3^X \\ u_4^X \end{pmatrix}$$

$$U_F = PU_X \tag{III.6.21}$$

En utilisant la définition du travail des efforts extérieurs, nous pouvons obtenir une relation entre F_X et F_F .

$$W_e = \sum_i F_i u_i = U.F = U_X.F_X = U_F.F_F$$

d'où

$$W_e = U_F^T F_F = U_X^T F_X = U_X^T P^T F_F$$

et

$$Fx = P^T F_F \tag{III.6.22}$$

On obtient ensuite un lien entre F_X et F_F :

$$\begin{aligned} K_X U_X &= F_X \\ K_X P^{-1} U_F &= P^T F_F \\ P^{-T} K_X P^{-1} U_F &= F_F \\ K_F U_F &= F_F \end{aligned}$$

Ce qui nous donne finalement

$$\begin{aligned} &K_F = P^{-T} K_X P^{-1} \\ &K_X = P^T K_F P \end{aligned} \tag{III.6.23}$$

Cette relation se vérifié parfaitement sur les deux matrices F_X et F_F de (III.6.16) et (III.6.15), ce qui illustre bien que les 2 modélisations sont strictement équivalentes.

III.6.4 Exemple d'une plaque fissurée en élasticité plane

La figure III.12 suivante est une sortie du logiciel X-FEM. Le problème de départ est une plaque carrée encastrée à sa base inférieure, sur laquelle on exerce une contrainte de traction sur l'arête supérieure. Elle comporte une fissure, visible sur la figure. La maillage initial est constitué de quadrangles â quatre nœuds identiques. Les éléments triangulaires apparaissant autour de la fissure ne sont que des artefacts introduit par le post-traitement pour représenter l'ouverture de la fissure, en aucun cas la fissure n'a été maillée explicitement.

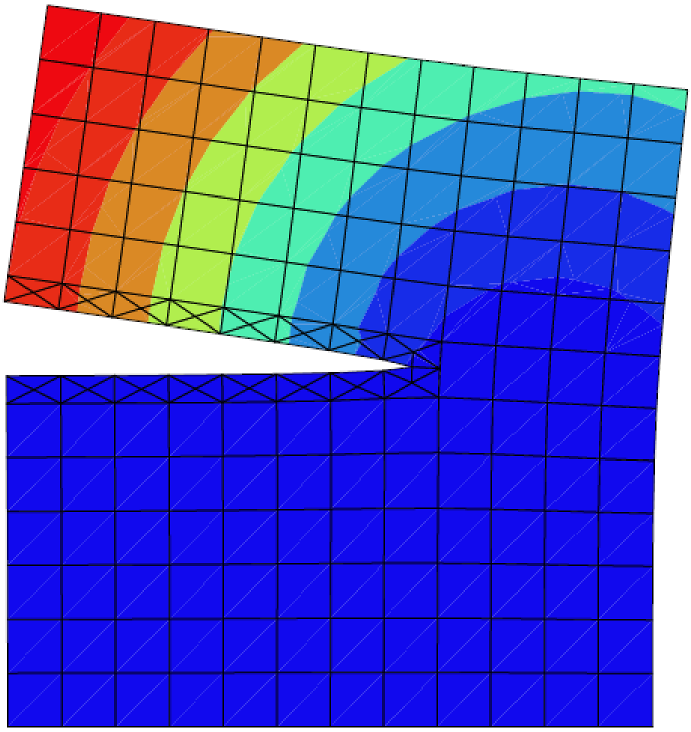


Figure.III.12-Résultat d'un calcul X-FEM représentant la déformée d'une plaque fissurée en traction.

III.6.5 Les avantages de la méthode X-FEM

La force de la méthode XFEM est liée à sa capacité de prise en compte d'une discontinuité q qui, contrairement à l'exemple ci-dessus, n'est pas alignée sur le maillage. Dans ce cas, la mise en oeuvre devient plus complexe puisque, par exemple, la discontinuité introduite par la fonction de Heaviside ne se place plus la frontière entre deux éléments mais bien à l'intérieur des éléments. De plus, cette approximation n'est en mesure de prendre en compte que les fissures traversant les éléments de part en part. Dès lors, afin de modéliser avec le plus de réalisme possible une discontinuité complètement située à l'intérieur du domaine à étudier, il est nécessaire d'introduire des fonctions qui prennent en compte le caractère singulier de champ de déplacement en son extrémité. En se basant sur l'allure du déplacement théorique à proximité du fond de fissure, d'autres fonctions de forme ont été dérivées. Celles-ci s’expriment en terme de cordonnées locales et seule le première de ces quatre fonctions est vraiment nécessaire à la modélisation de la discontinuité, les autres ayant été ajoutées pour augmenter la précision. Ces fonctions de forme supplémentaire ne sont en pratique ajoutées qu’aux quelques éléments entourant le fond de fissure est s’appliquent elles aussi sur des degrés de liberté supplémentaire bj. Celles-ci sont de la forme suivante :

$$F_i(r, \theta)=\left[\sqrt{r}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right), \sqrt{r}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sqrt{r}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin(\theta), \sqrt{r}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin(\theta)\right]$$ **[4]**

Comme on peut le voir (Figure.III.13), la fonction est discontinue le long de la fissure (pour θ=0).

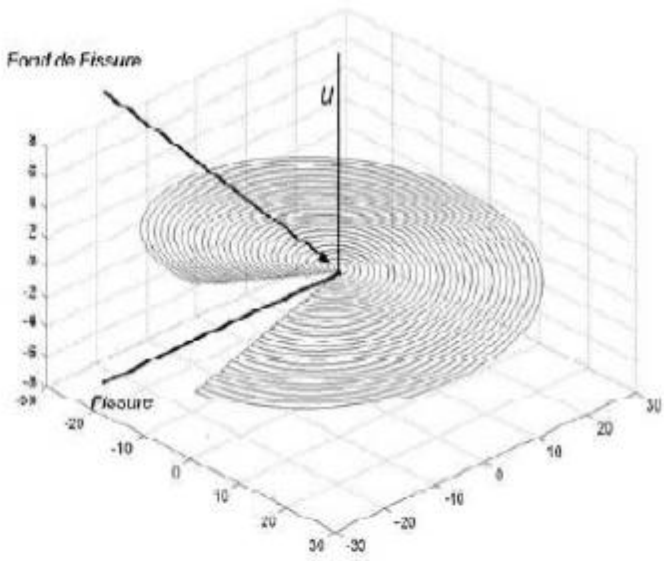


Figure.III.13-Représentation de la première fonction de fond de fissure.

III.6.5 La difficulté de la méthode X-FEM

La difficulté majeure dans le cas des éléments X-FEM consiste à pouvoir effectuer l'intégration numérique correctement de part et d'autres de la fissure. En effet, la matrice contenant les fonctions de forme n'est plus identique les deux côtés de cette discontinuité compte tenu de la présence d'un terme H dans les équations d'équilibre. Afin d'éviter l'introduction d'erreur voire même de dépendance dans les matrices éléments finis, chaque élément fini est divisé en sous-domaines qui nous coupent pas la discontinuité (souvent en triangles). C'est sur ceux-ci qu'est effectuée l'intégration. Il faut préciser que cette division n'est effectuée que pour l'intégration numérique, c'est-à-dire qu'elle n'introduit pas de degrés de liberté supplémentaire. Cette division peut-être illustrée par les deux figures suivantes

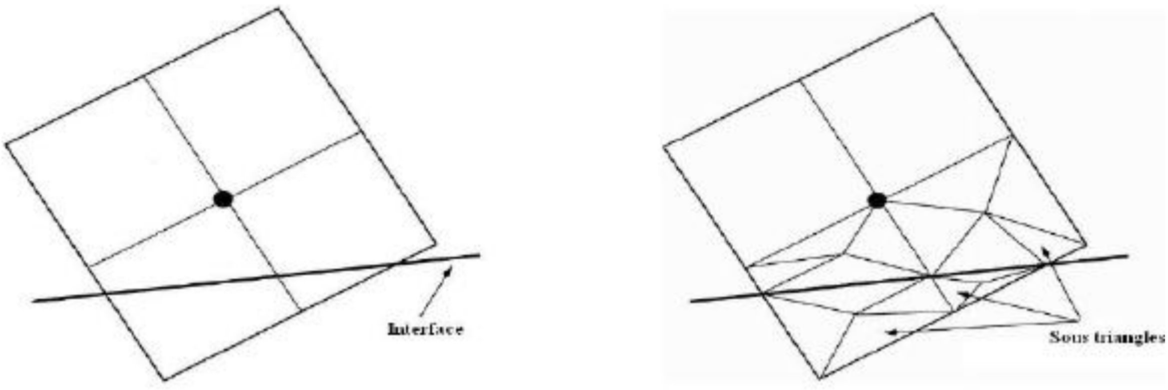


Figure.III.14-Exemple de sous division des éléments.

En regardant la méthode d'intégration utilisée, on remarque que la méthode des éléments X-FEM présente un avantage supplémentaire par rapport aux méthodes permettant d'inclure des interfaces matériau-vide.

CHAPITRE IV

Simulation de la propagation de la fissure dans les aciers Z160CDV12

IV.1 Introduction

Dans ce chapitre, les différentes techniques proposées précédemment sont testées par des exemples numériques. Dans un premier temps, nous évaluons à travers un problème simple (éprouvette CT) l'initiation et la propagation de la fissure dans les aciers Z160CDV12, nous évaluons le déplacement d'ouverture de la fissure (C.O.D) causée par l'augmentation de la charge appliquée. Cette exemple nous permet de confronter nos résultats avec les résultats de l'expérimentale donnés et vérifier dans la littérature [15].

Dans un deuxième temps, nous évaluons la potentialité de la méthode XFEM à traiter un problème complexe de fissuration de la matrice en acier Z160CDV12. En effet, notre étude s'appuie sur une problématique qui nous a été proposée par la société BCR. Celui-ci a fait remarquer que si la matrice qui fabrique les fourchettes se fissure dans un même endroit lors de l'exploitation pour la découpe de tôle inox, une importante sollicitation du poinçon sur la matrice serait constatée pendant la coupe, et cela en raison des différents régimes moteurs. C'est pourquoi, notre étude propose dans un premier temps d'appréhender l'influence de variables telles que la position de la cuillère, la forme de cuillère (modification du tracé) de la matrice sur les résultats, puis d'optimiser ces paramètres afin de répondre aux besoins de la société BCR et de proposer une solution pour augmenter la durée de vie de cette matrice.

IV.2 Problématique

La (figure **IV.1)** présente la rupture au cours du service de la matrice du système de découpe par poinçonnage de la tôle inox X6Cr17 de l'entreprise ORFFEE de BCR de Bordj menaiel, cet outillage est utilisé pour la production des « fourchettes » Il existe d'autre outillage de même encombrement destiné pour la fabrication des cuillères et coutellerie en tôle inox

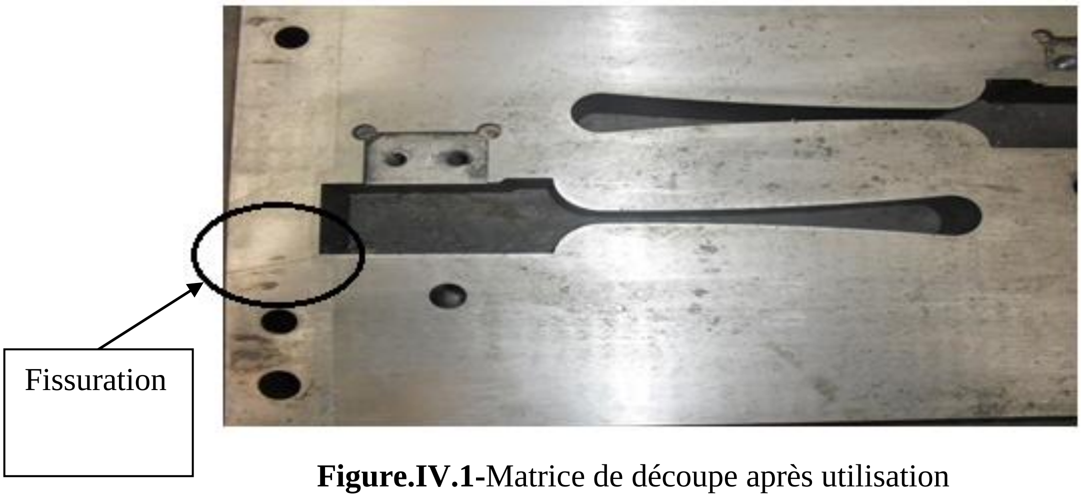


Figure.IV.1-Matrice de découpe après utilisation

La pièce fourchette est parmi les produits les plus demandés par les clients de l'entreprise ORFFE (jusqu'à 2 000 000 de pièces/mois et environ 13 000 000/ an), donc l'outillage de la (figure **IV.1**) est l'outillage le plus sollicite en usure et en fatigue mécanique. Le service contrôle qualité enregistre des défaillances par rupture brutales qui se manifeste particulièrement en cet outillage ce qui a posé un problème critique notamment lorsque il s'agit d'arrêt imprévue de la production. Selon les techniciens de BCR ce problème apparait dans d'autre outillage et particulièrement sur l'outillage de découpe de la pièce fourchette. Cette anomalie est répétitive et intolérable en termes de gestion de la production et satisfaction des clients et ce vue la durée nécessaire de fabrication ainsi que le cout de revient d'une telle fabrication d'outillage.

Dans ce contexte nous avons pris en charge ce problème de fissuration brutale pour étude et diagnostique et ce on utilisant l'outil de simulation avec le logiciel ABAQUS. Cet outil de simulation nous permettra sans doute de se rapprocher de la réalité et de donner des solutions réalisable et exploitable à moindre cout. Pour ce faire on a suivi la démarche de résolution suivante :

IV.2.1 Démarche d'analyse et de résolution

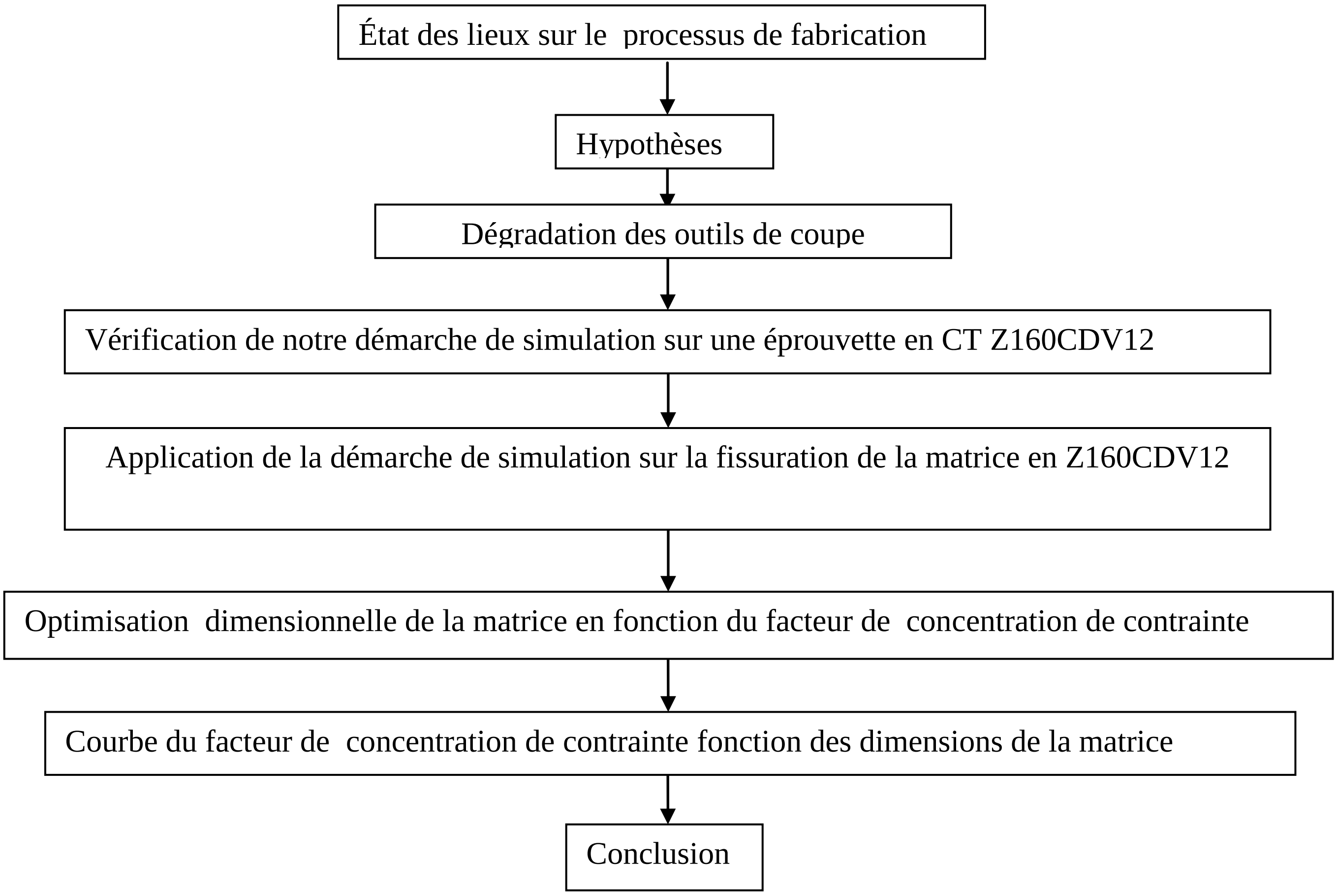


Figure.IV.2-Démarche d'analyse et de résolution

IV.2.2 État des lieux sur le processus de fabrication

Processus de fabrication

La figure ci-après présente les quatre principales étapes de fabrication d'objet de cuisine (cuillères, fourchette et coutellerie). La première qui est l'opération de découpe par système de découpe poinçon-matrice, la deuxième est l'estampage de la tôle découpée et en dernière étapes on a l'ébarbage et le contrôle de qualité.

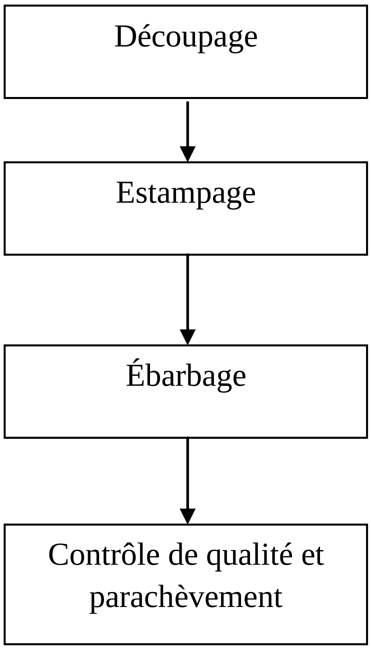


Figure.IV.3-Les quatre étapes principales de fabrication des objets

IV.3 Mode de dégradation des outils de coupe

Selon les informations recueillies des différents services techniques de l'entreprise ORFEE, la mise hors service de l'un des éléments de l'outillage du système poinçon-matrice est due essentiellement à :

- L'usure par frottement entre la tôle et le système poinçon-matrice, ce problème peut être régler par une bonne maitrise de la gamme de traitement thermique
- Usure par arrachement de matière notamment au niveau de la matrice (figure **IV.4)**, ce problème se manifeste généralement au début de l'opération de découpe à cause de la mauvaise fixation et désaxage des deux parties inférieures et supérieures de l'outillage.

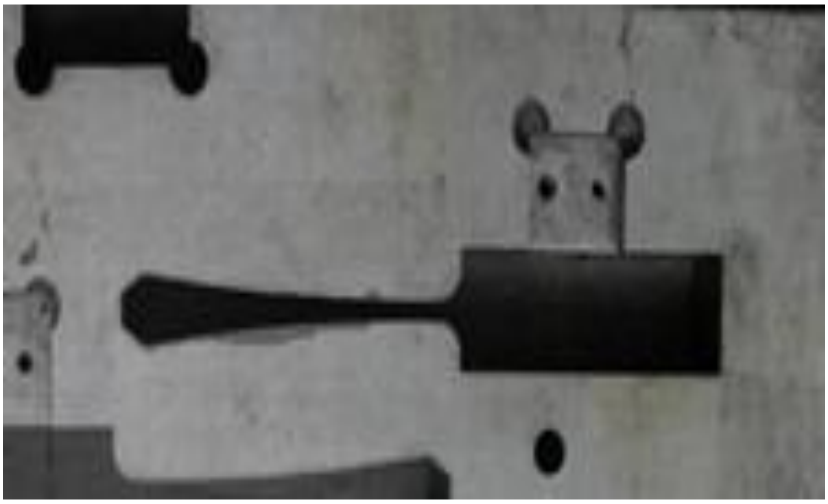


Figure.IV.4-Usure par arrachement de matière au niveau des angles vifs des matrices

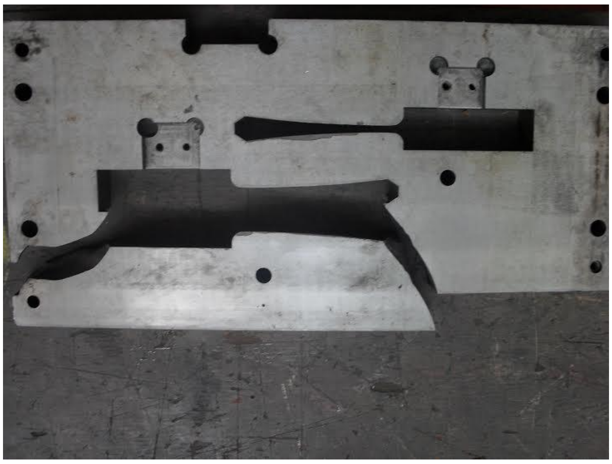


Figure.IV.5-Rupture de la matrice

IV.4 Hypothèses

Si les problèmes d'usure des arrêts de coupe et arrachement de matière due au désaxage des parties de l'outillage peuvent être régler d'une façon ou d'une autre, il claire que la rupture brutale cause de problème majeur qui se répercute sur tous les plans de gestion de l'entreprise (cout, délais, et planification) donc sur cette anomalie que les effort doivent être déployés afin de prévenir toutes arrêt imprévue du processus de production.

Par observation et constat des outillages ayant des empreintes de coupe similaire on a remarqué que la fissuration se manifeste beaucoup plus aux endroits des angles vifs et particulièrement sur les matrices de découpe, et si les propriétés intrinsèques du matériau jouent un rôle important sur le comportement de la pièce sous contrainte mécaniques il est de même pour le tracé et dimensions des pièces. Donc comme hypothèse causant la défaillance on peut dire :

1. Angles vifs : A optimiser sous forme d'arrondit afin d'éviter toute initiation prématuré de fissure (figure. **IV.6**).
2. Les dimensions h et k de la matrice : à modifier afin d'assurer une répartition des contraintes mécaniques (figure. **IV.7**).

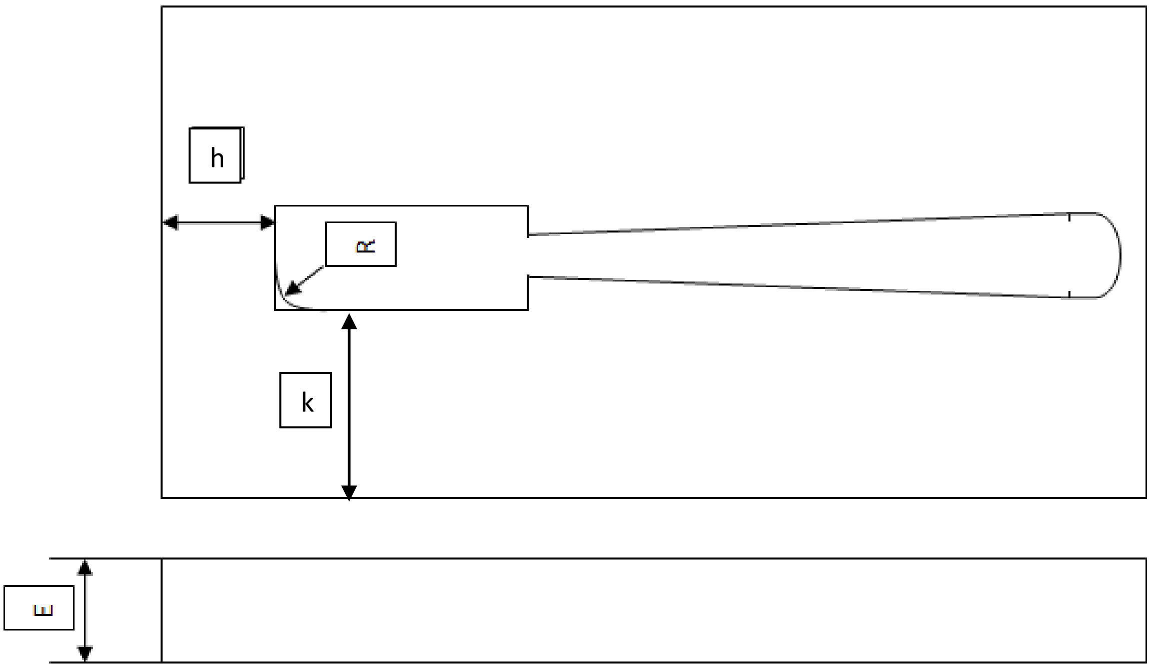


Figure.IV.6-Les trois paramètres qui peuvent influencer sur le comportement de la matrice.

IV.5 Géométrie et conditions aux limites de l'éprouvette CT

Le premier exemple étudié est celui d'une éprouvette CT sollicitée en mode I. un déplacement est appliqué aux trous de l'éprouvette (figure**.IV.7**). Nous avons un état de déformations planes et les forces de volume seront négligées. Le rapport de la longueur de la fissure sur la largeur de l'échantillon était $a/W = 0{,}5$ dans l'éprouvette modélisée. Géométrie et les propriétés de l'éprouvette CT sont données [15]. L'éprouvette CT est de 34 mm de largueur, de 36 mm de hauteur, 8 mm d'épaisseur.

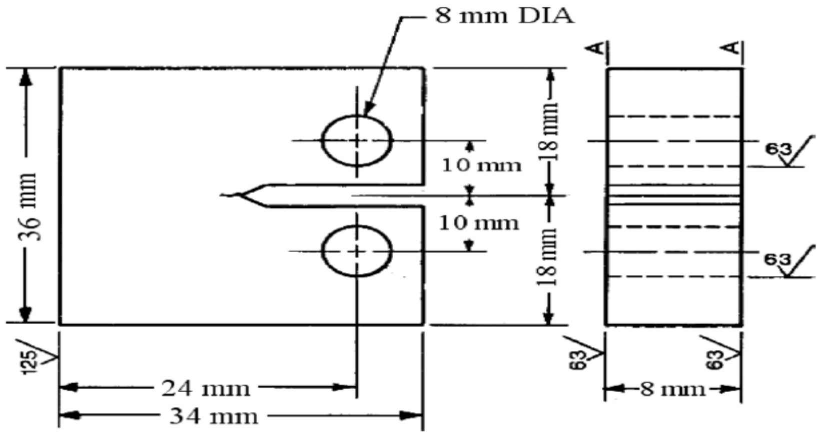


Figure.IV.7-Géométrie et les dimensions de l'éprouvette CT[15]

Les paramètres de cet exemple sont :

P = 350 MPa	Force
E = 210 GPa	Module de Young
ν = 0.3	Coefficient de Poisson
D = 36 mm	Hauteur de la poutre
L= 34 mm	Longueur de la poutre
E= 8 mm	épaisseur de la poutre

IV.5.1 Maillage de l'éprouvette CT

La (figure**IV.8**) montre la configuration nodale du domaine considéré. L'éprouvette a été modélisée avec des éléments coques S4R, ces éléments sont capables de fournir des solutions précises, même dans des structures complexes. Pour la région de la pointe de fissure, une pointe de fissure nette absolue ne devrait pas être adoptée dans une large analyse de la déformation car cela pourrait provoquer une singularité de contrainte. Par conséquent, une pointe de la fissure avec un rayon de racine initiale a été introduite dans cette modélisation. Le rayon est supposé être de 0,03 mm afin d'éviter le chevauchement entre les faces de la fissure.

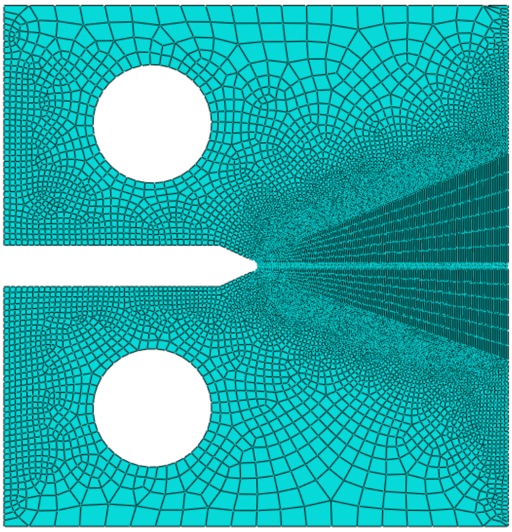
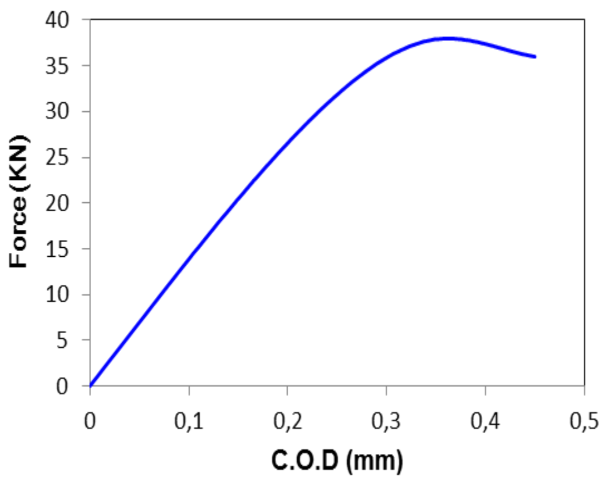
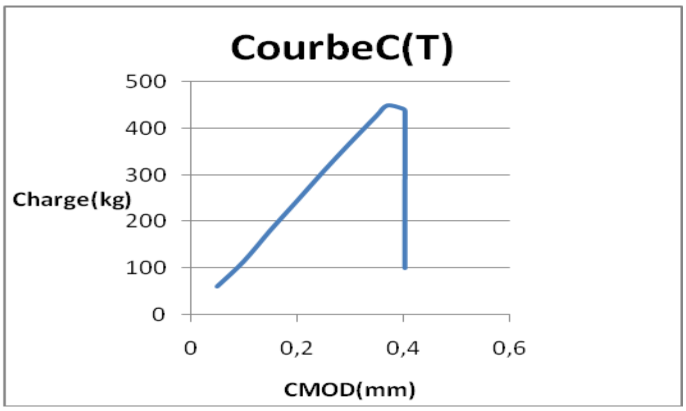


Figure.IV.8-Modèles éléments finis construits (analyse 2-D) pour l'éprouvette CT

IV.5.2 Validation du déplacement d'ouverture de la fissure (C.O.D) (comparaison des résultats numériques et de l'expérimentale)

Les valeurs aux endroits fissurées le long de largueur des échantillons CT ont été calculées en utilisant dans Abaqus/Standard où les valeurs de point par point sont calculées en utilisant la méthode XFEM. Les résultats ont également été traités dans ABAQUS pour obtenir des valeurs de déplacement de l'extrémité d'ouverture de la fissure (C.O.D) le long du front de fissure. La (figure **IV.9**) montre des déplacements d'ouverture de la fissure (C.O.D) avec les conditions de frontière essentielles imposées uniquement aux trous de l'éprouvette.





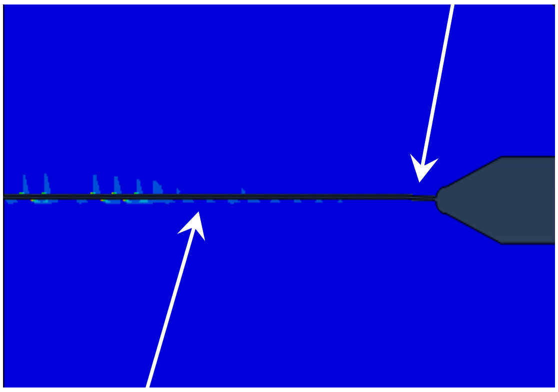
(a) **(b)**

Figure.IV.9-Courbe du comportement global du déplacement d'ouverture de la fissure (C.O.D) **(a)**numérique et **(b)**expérimentale[15]

La courbe du l'effort de chargement après 0,5 mm d'avancée de fissure est représentée sur la (figure **IV.9**). On constate une relaxation complète des contraintes sur la zone fissurée, c'est à dire les nœuds relâchés. Le comportement expérimental est parfaitement reproduit par la méthode XFEM. La courbe Force-Ouverture était très bien reproduite par le calcul.

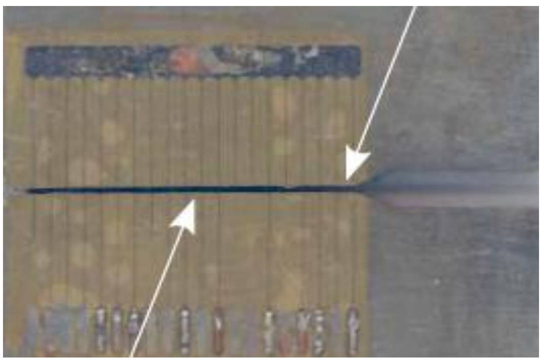
La (figure**IV.10**), compare les trajets de la propagation de fissure numérique et de l'expérimentale, on constate que le trajet de la fissure est correctement prédit dans l'espace. La propagation de la fissure suit l'axe horizontal. Les réponses fournies par la simulation concernant l'ouverture de la fissure (C.O.D) est comparer à la réponse de l'expérimentale, comme on le constate sur la (figure**IV.10**), les deux réponses sont presque les mêmes. De plus, le critère de propagation utilisé permet de reproduire l'amorçage, l'arrêt et le démarrage de la fissure.

Front initial



Front avancé

Front initial

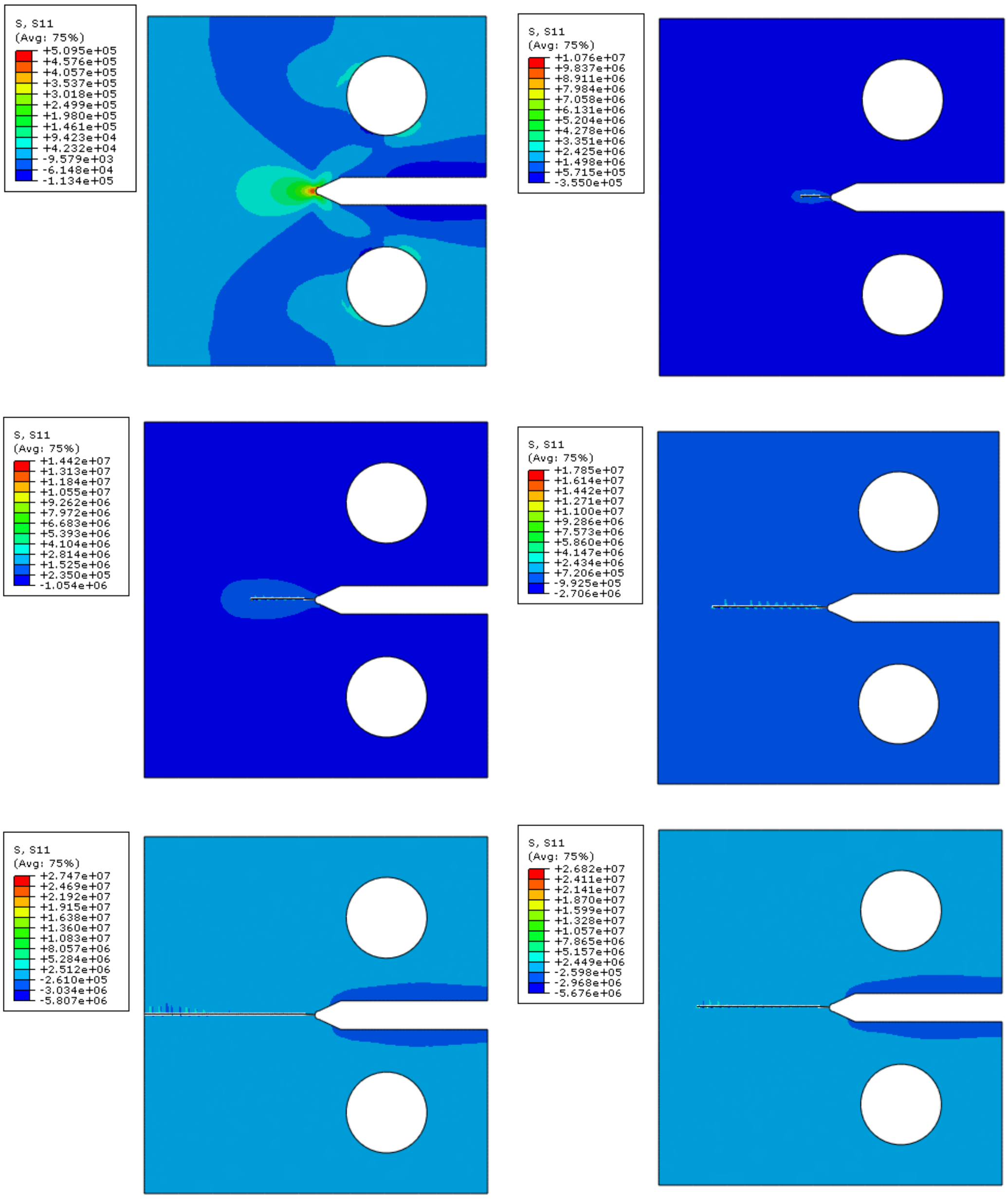


Front avancé

Figure.IV.10-Comparaison du trajet de propagation de fissure numérique et expérimentale

Distributions de contraintes à différente incréments

Dans cette partie, nous donnons les distributions de contraintes à différente incréments de temps en mode d'ouverture (agissant perpendiculairement au plan de la fissure), qui est le plus important pour l'analyse de la fissure en mode I. Les résultats des champs de contraintes normales σ_{xx} obtenus à différents instants de la propagation sont représentés sur la (figure.**IV.11**).



Figue.IV.11-La répartition des contraintes en mode d'ouverture de la fissure.

Les résultats des champs de contraintes σ_{yy} obtenus à différents instants de la propagation sont représentés sur la (figure**IV.12**).

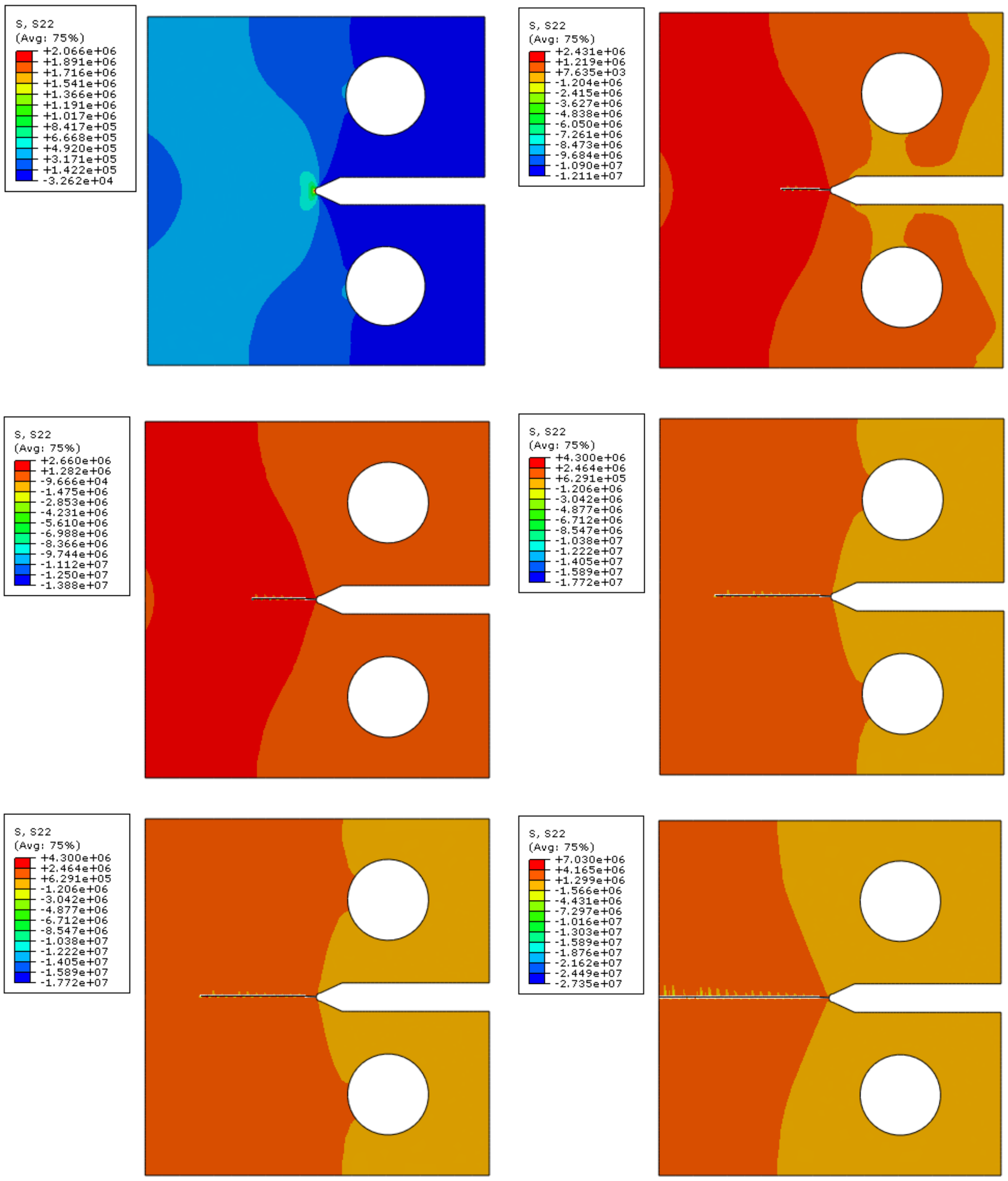


Figure.IV.12-La répartition des contraintes σ_{yy} à mode d'ouverture de la fissure.

Les résultats des champs de contraintes de cisaillement obtenus à différents instants de la propagation sont représentés sur la figure (**IV.13**).

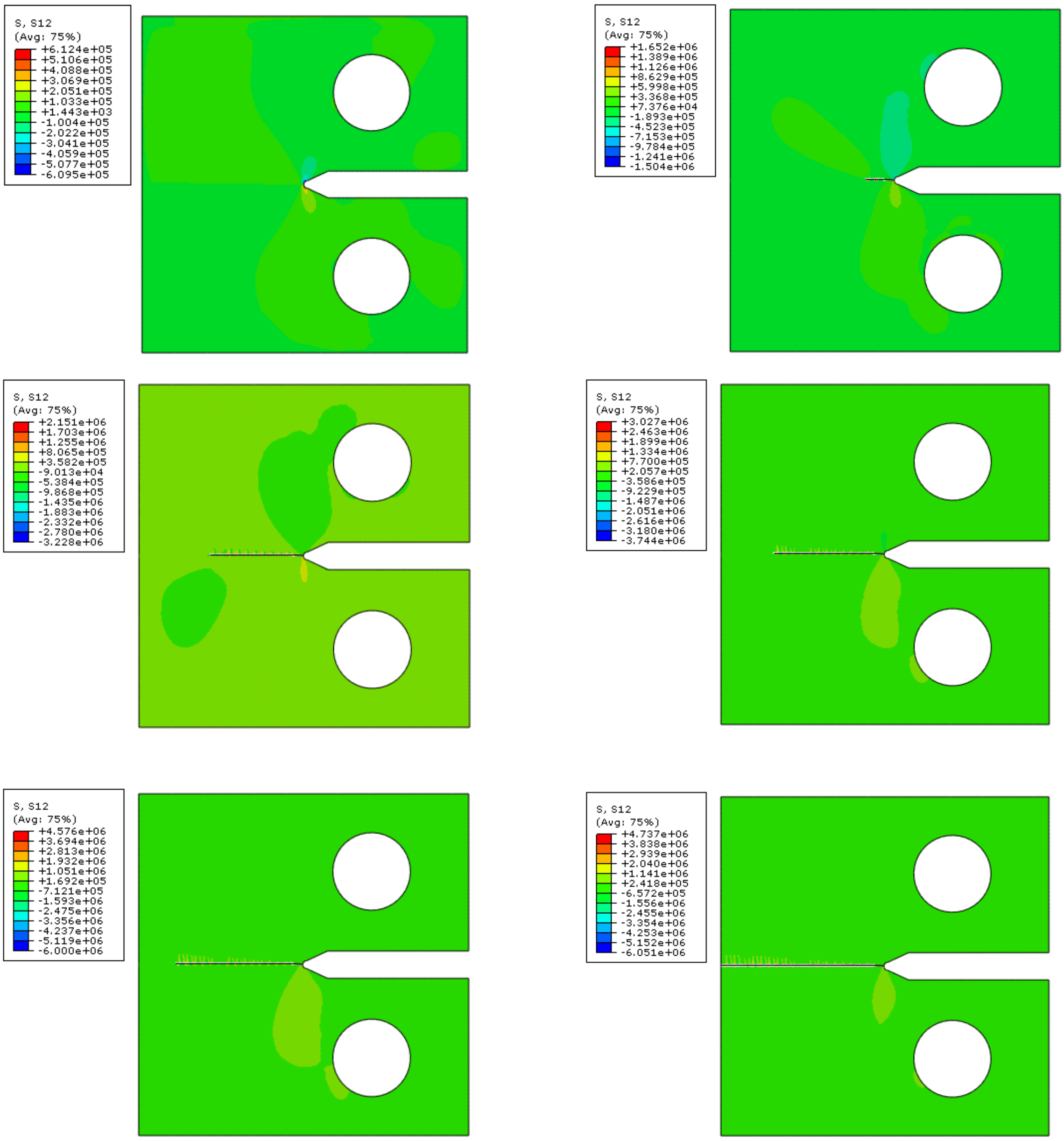


Figure.IV.13-La répartition des contraintes σ_{xy} à mode d'ouverture de la fissure.

IV.6 Application de la démarche de Simulation sur la fissuration de la matrice en acier Z160CDV12

Dans cette section, nous étudions l'influence de variables telles que la position de la cuillère, la forme de cuillère (ajouter des rayons sur les côtés) et l'épaisseur de la matrice sur les résultats, puis d'optimiser ces paramètres afin de proposer une solution pour augmenter la durée de vie de cette matrice.

IV.6.1 Géométrie et conditions aux limites de la matrice de mise en forme

Le second exemple étudié est celui d'une matrice en acier Z160CDV12 sollicitée en traction par la résultante de l'effort radial F_x causé par le poinçon comme le montre la figure (**IV.14**). Une pression est appliquée aux trous de la matrice (figure **IV.14**). Nous avons un état de déformations planes et les forces de volume seront négligées. Dans cet exemple, la fissure s'initiée dans la zone de concentration de contrainte contrairement à l'éprouvette CT où on a supposé une pré-fissure avant de lancer le calcule. La matrice possède les mêmes propriétés que l'éprouvette CT. La matrice est de 400 mm de longueur, de 204 mm de largeur, 20 mm d'épaisseur.

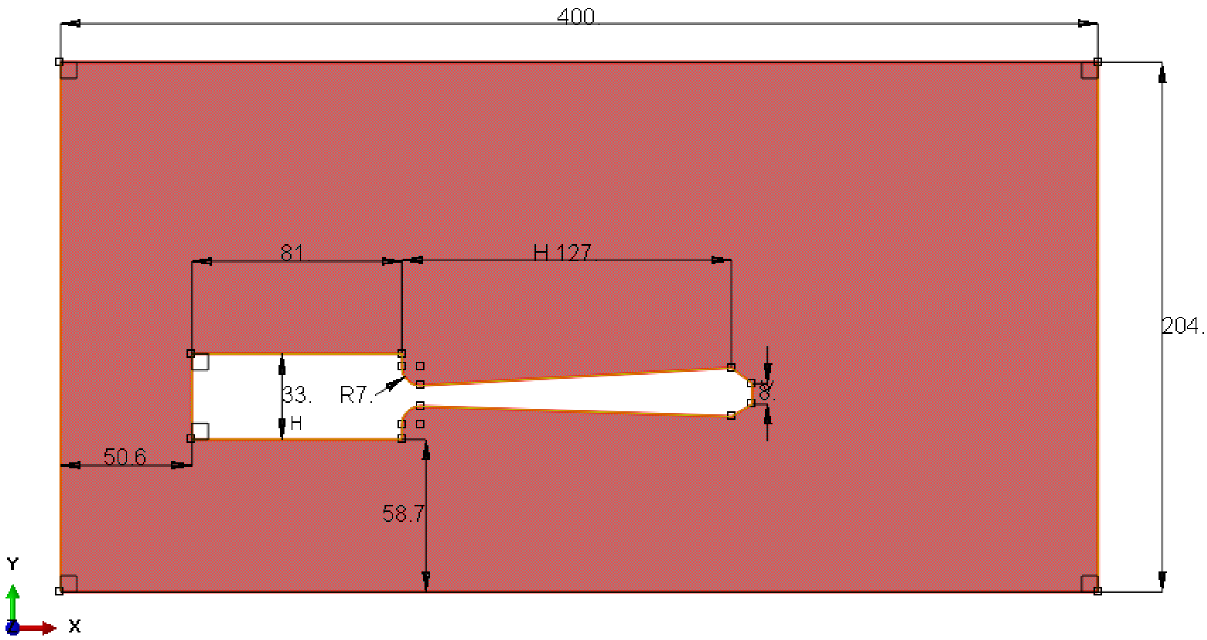


Figure.IV.14-Géométrie et les dimensions de la matrice

Les paramètres de cet exemple sont :

P = 600 MPa	Force
E = 210 GPa	Module de Young
ν = 0.3	Coefficient de Poisson
h = 204 mm	largeur de la matrice
L = 400 mm	Longueur de la matrice
e = 20 mm	épaisseur de la poutre

IV.6.2 Maillage de la matrice de mise en forme

La figure (**IV.15**) montre le modèle d'éléments finis utilisé pour l'analyse 2D. La matrice a été modélisée avec des éléments coques S4R, ces éléments sont capables de fournir des solutions précises pour cette géométrie complexe. Les deux extrémités gauche et droite sont attachées, tandis que l'on impose une pression P_y à intérieur de la matrice du côté radiale. Ce type de conditions aux limites permet de prendre en compte le mouvement réelle de la matrice pendant la propagation de la fissure dans la matrice.

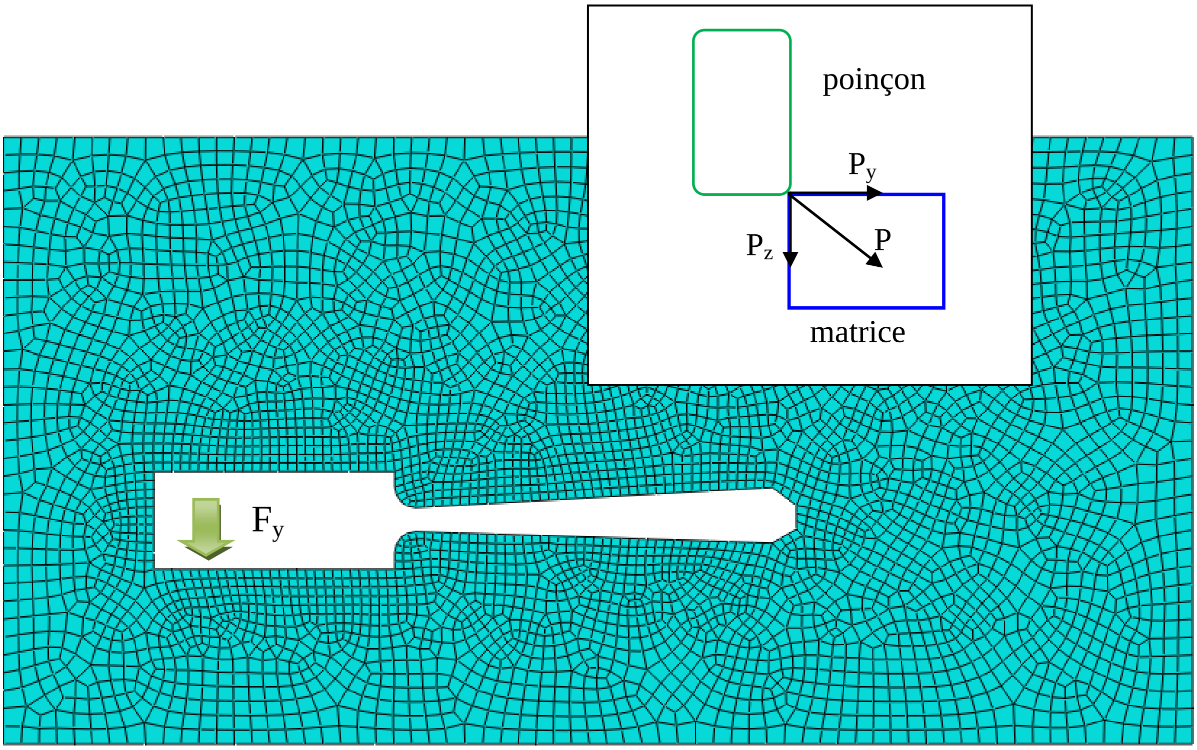


Figure.IV.15-Modèle éléments finis construits (analyse 2-D) pour la matrice

IV.6.3 Résultats de la simulation de rupture de la matrice en acier Z160CDV12

Dans cette partie, nous donnons les zones de concentration de contraintes, l'initiation de la fissure et la propagation de la fissure dans la matrice sous chargement F_y. En effet, les résultats présentés dans les figures **IV.16**, **IV.17** et **IV.18** indiquent que la zone d'initiation et la propagation de la fissure presque la même avec l'expérimentale. Le front de la fissure au début de la propagation est rectiligne car la fissure n'est pas profonde. Au début de la croissance des fissures dans la matrice, la fissuration augmente doucement avec le temps. Par la suite, la croissance lente de la fissure se propage à une vitesse de croissance de fissure constante. Ensuite, la propagation de la fissure se croit rapidement à l'étape finale. L'angle de la fissure avec l'horizontale est bien prédit par la simulation (figure**.IV.18**), cet angle est d'environ 43° au début de la propagation, et de 48° à la fin de la propagation. Les résultats expérimentaux donnent une valeur moyenne de 40°.

Le résultat du champ de contraintes de Von-Mises qui montre la zone de concentration de contraintes est représenté sur la figure(**IV.16**).

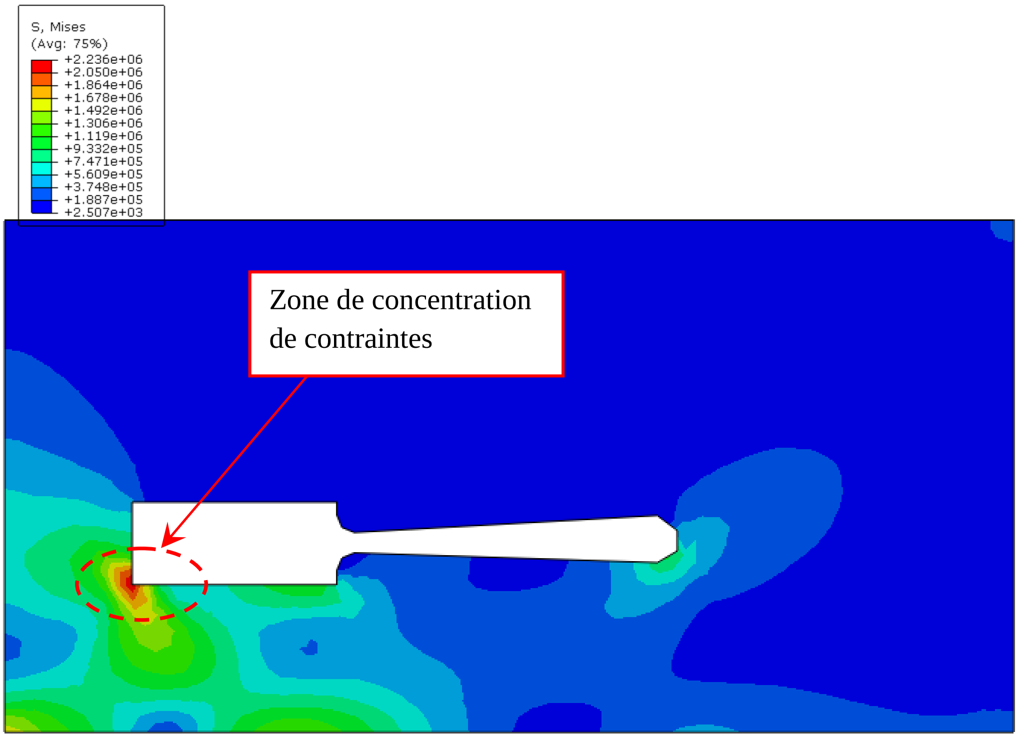


Figure.IV.16-Zone de concentration de contraintes dans la matrice

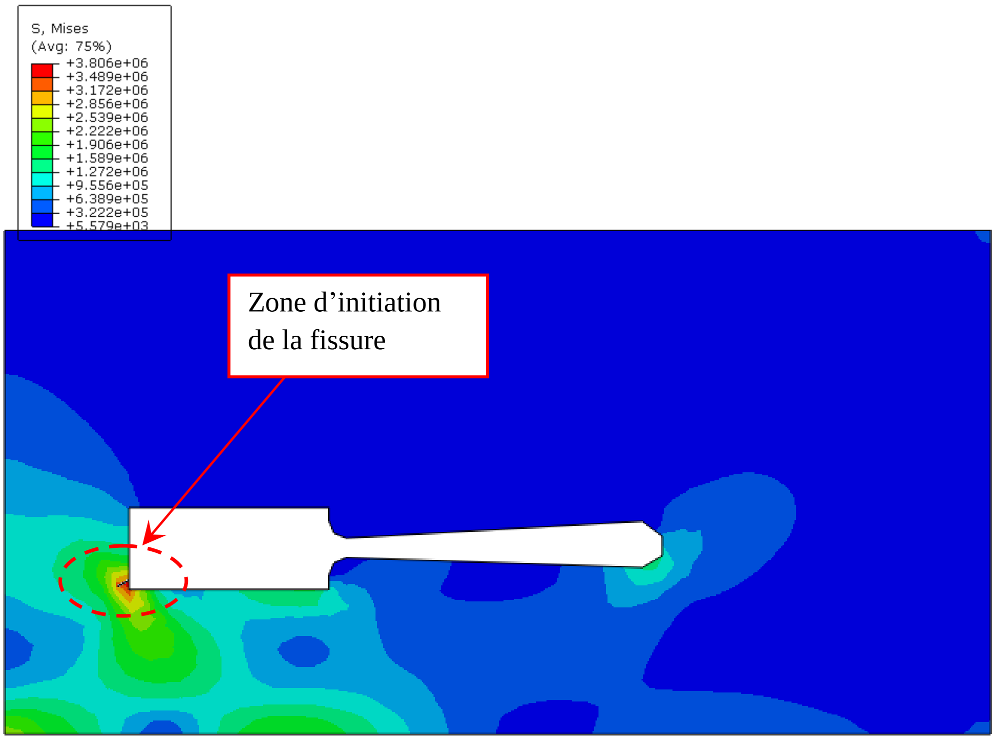


Figure.IV.17-Zone d'initiation de la fissure dans la matrice

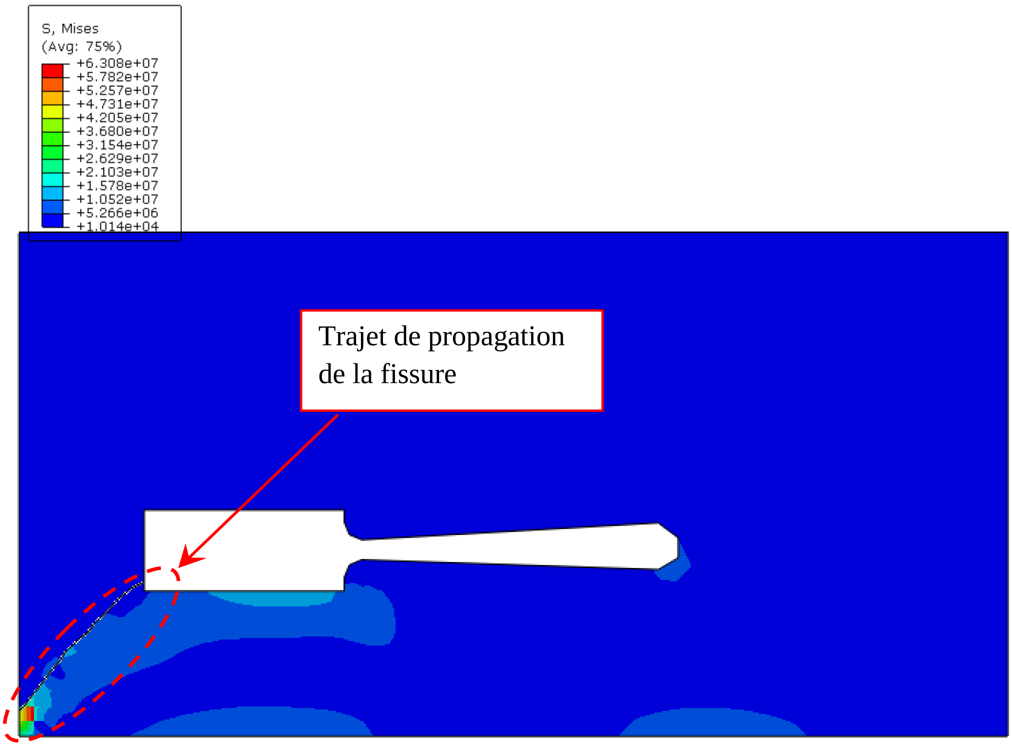


Figure.IV.18-Trajet de propagation de la fissure dans la matrice

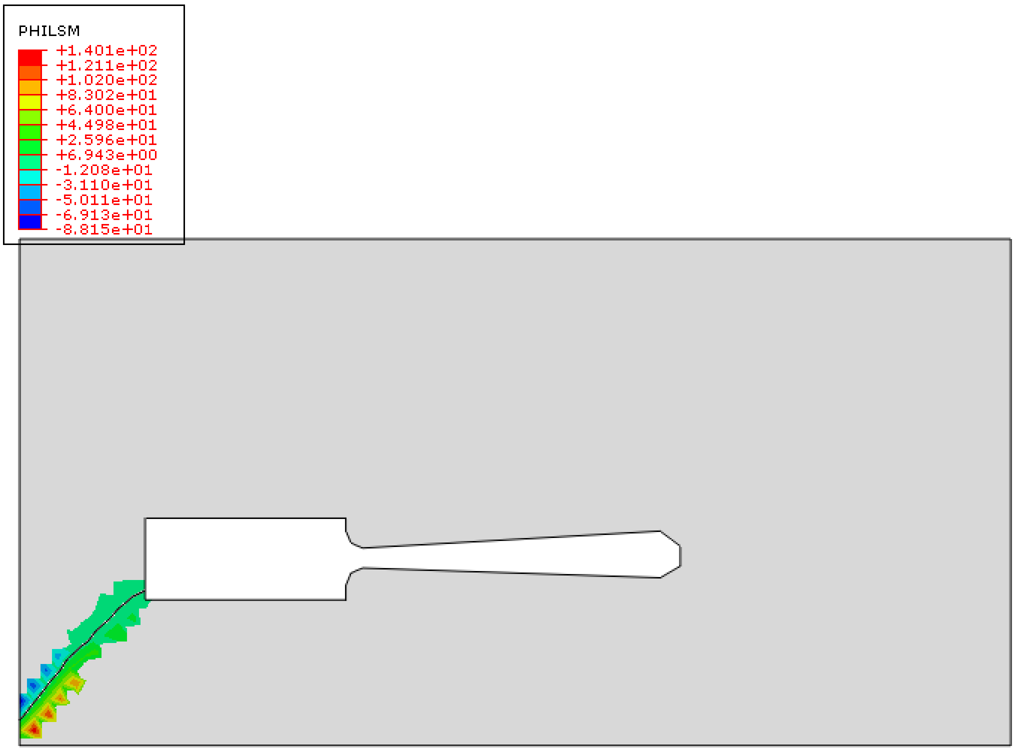


Figure.IV.19-Norme du gradient PHILSM

Dans le but de la mise en forme de la matrice de découpage destinée pour la découpe au sein de l'entreprise BCR Bordj Menaiel, nous allons procéder à faire des simulations et essayer de proposer des solutions pour lesquelles cette matrice soit plus résistante aux sollicitations qu'elle subit au cours du procédé de découpe. Et pour le faire on a abouti à proposer des géométrie pour la matrice tout en déterminant son comportement en fonction du rayon de raccordement, épaisseur et la largeur et ce en fixant la charge $\sigma = \sigma_c$.

Le matériau choisi Z160CDV12 pour l'étude de la simulation est l'acier à outils utilisé au sein de l'entreprise BCR de Bordj Menaiel pour le travail à froid, trempabilité élevée, résistance à l'usure durcie et élevée, résistance d'oxydation à hautes températures est bonne, et après l'extinction et le polissage de la résistance à la corrosion est l'excellente, petite déformation après traitement thermique.

IV.7 Influence de la position de la cuillère sur le facteur de concentration de contraintes (K_T)

Il est important de considérer l'effet de la position de cuillère sur la durée de vie de la matrice. En outre, la zone de concentration de contraintes doit également être étudiée pour comprendre l'effet de ces variantes sur la rupture de la matrice.(La figure**IV.20**) représente la configuration proposée pour diminuer les concentrations de contraintes dans la matrice.

Configuration de référence

Configuration proposée

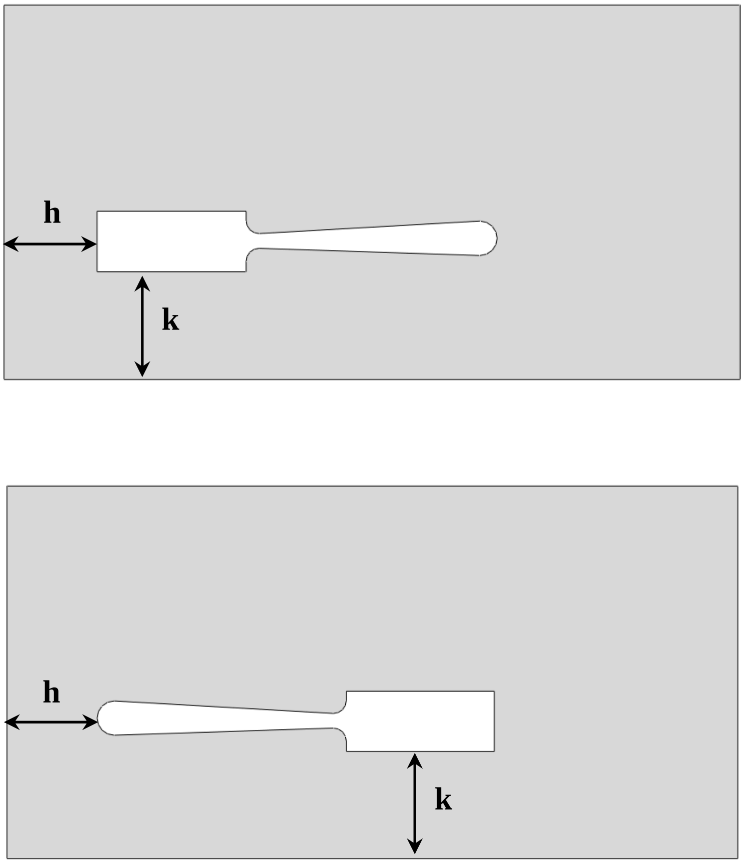


Figure.IV.20-Comparaison de deux configurations de référence et proposée.

Deux cas sont réalisés de façon indépendante:

- Cas 1: Effets de la distance *h* sur le facteur de concentration de contraintes.
- Cas 2: Effet de la distance *k* sur le facteur de concentration de contraintes.

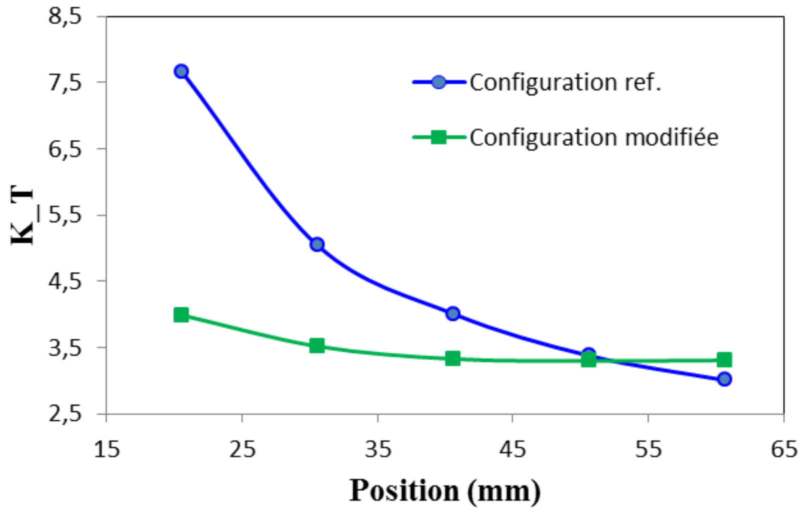


Figure.IV.21-Influence de la distance h

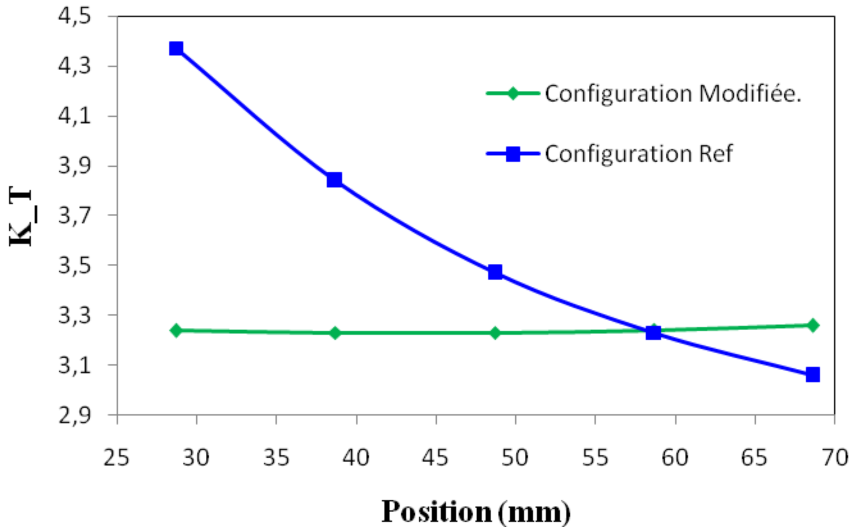


Figure.IV.22-Influence de la distance k

Dans chaque cas, l'évolution et influence de chaque distance (h et k) sur les zones critiques sont obtenus et examinées. Dans Abaqus, il n'est pas possible de simuler les fissures qui ont été dans chaque cas. Au lieu de cela, les résultats montrent une localisation de déformation qui peut causer une fissuration. La comparaison entre les cas 1 et 2 révèle l'effet de configurations proposée sur la stabilité des facteurs de concentration de contraintes dans la matrice. Par conséquent, cette comparaison révèle la possibilité de faire un usinage de la cuillère de la matrice selon la configuration proposée pour atteindre objectif ce travail.

Conclusion générale

Conclusion

Dans le cadre de notre projet, nous avons abordé un problème de fissuration de pièce mécanique en acier à outil fortement alliés de type Z160CDV12 et ce suivant une loi de comportement essentiellement monotone (traction).

Pour ce faire nous avons commencez à faire une recherche bibliographique sur :

- Le matériau, ces caractéristiques métallurgiques ainsi que ces propriétés d'utilisation cela nous a permet de connaitre les limites du matériau en terme d'exploitation ainsi de confirmer les justifications de choix réalisez par l'entreprise de ORFEE.

- On a également présenté les principes de base de la mécanique de la rupture et ce malgré la complexité de la modélisation mathématique des phénomènes de fissuration des matériaux, cette illustration était dans le but de cerner le cadre d'étude qui est la rupture fragile dans le domaine élastique du matériau

- La présentation de la méthode X FEM était nécessaire car c'est avec cette méthode que nous avons utilisé pour la simulation par le logiciel ABAQUS, cela était donc un éclaircissement et /ou explication de nos choix faite sur les outils existant dans le logiciel ABAQUS.

- En dernière chapitre c'était une concrétisation de ce que nous avons assimilé lors de notre étude bibliographique et ce par l'étude du problème de fissuration de la matrice du système « poinçon-matrice » utilisé pour la découpe des tôles inox. un détail sur les points suivants était illustré et argumenté:

1. Définition de la problématique.
2. Présentation de la démarche d'étude.
3. Simulation de la rupture d'une éprouvette CT en acier Z160CDV12. Le résultat sous forme de courbe était de même allure et correspondance avec celui de l'expérimentation cité dans la littérature [15].

4. Simulation de la fissuration de la matrice de l'outillage de l'entreprise d'ORFEE où les résultats étaient en entière concordance avec le comportement réel de la matrice.
5. L'étude de la variation du facteur de concentration de contrainte en fonction des dimensions de la matrice nous a permis de définir une nouvelle configuration de l'empreinte de la matrice

Enfin, ce travail nous a permis de s'initier à une nouvelle discipline qui est la simulation de la propagation de fissure et d'acquérir une expérience appréciable et inestimable à divers niveaux.

<u>Recommandation</u>

Comme résultats final pour notre travail de simulation on peut dire que le bureau de méthode de l'entreprise d'ORFEE doit faire une révision sur le tracé de la matrice notamment le deux points suivantes :

- Positionnement de l'empreinte de découpe dans la matrice.
- Eviter les angles vifs qui sont toujours néfaste pour le comportement du matériau sous contraintes.
- Introduire l'outil de simulation car cela permettra à l'entreprise de faire des gains en matière de temps de fabrication et délai exigé par les clients.

.

Références Bibliographiques

[1] B-BARTHELEMY Notions pratiques de mécanique de la rupture; Edition pluralis, paris 1980.

[2] D-François, Mécanique de la rupture, cour DEA MAAN, université de technologie de compiégne, 1995.

[3] J. M. Melenck et I. Babuška. The partition of unity unite element method : Basic theory and applications. International Journal for Numerical Methods and Engineering, 1996.

[4] N. MOES, J. DOLBOW, N. SUKUMAR. T. BELYTSCHKO. A finite element method for crack growth without remeshing, International journal fonumirical method in engineering (1999), no 46, 131-150.

[5] Fawkes, A.J., Finite element applied to crack tip singularites, Ph.D. Theses, University of wales, 1976.

[6] Y-Labadi, Une introduction à la méthode des éléments finis : théorie et exercice, cours 4éme Année Ing, IGM.TO, 1998-1999.

[9] R-S-Barsom, on the use of isoparametric finite element in linear finite elemente, Int.jour.num. Meth. Eng. 10, n°1, 25-37, 1976.

[10] R.D. Henshell & K.G. Shaw, crack tip elements are unnecessary, Int. J.Num. Meth. 9, 495-509,1975.

[14] Naman Recho, Rupture par fissuration des structures, Hermes, Paris 1995.

[15] Cevat Teymuri SINDI, Mehdi Ahmadi NAJAFABADI and Seyed Ali EBRAHIMIAN. Department of Mechanical Engineering , Amirkabir University of Technology (Tehran Polytechnic), No. 424, Hafez Avenue, Tehran 158754413 Iran.

[19] Aciers à outils - Composition chimique et structure Référence M4585 | Date de publication : 10 mars 2013 | Robert LÉVÊQUE.

[20] Hbireche mohamed**,** amelioration de la longevite et du comportement mécanique d’un acier a outil pour travail a froid mémoire de magister université de Saad dahleb de Blida.

[21] Aciers à outils - Composition chimique et structure Réf M4585 |10 :03.2013 Robert LÉVÊQUE.

[22] BOHLER ACIER POUR TRAVAILÀ FROID.[23] Olivier BARRAU ÉTUDE DU FROTTEMENT ET DE L’USURED'ACIERÀOUTILS DE TRAVAIL À CHAUD Docteur de l’Institut National Polytechnique de Toulouse.