

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE
LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MOULOU MAMMERI DE TIZI - OUZOU
FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE
DEPARTEMENT D'AUTOMATIQUE



MEMOIRE DE FIN D'ETUDES

En vue de l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en automatique

THEME

**Détection de contours dans les images bruitées avec
dérivation non entière**

Présenté par :

M^{lle} : AIT CHAUCHE Fella

Dirigé par :

M^f : DIRAMI Ahmed

Promotion: 2007-2008

Introduction générale	1
Chapitre I: Les méthodes de détection de contours dans les images numériques	
I-1 Introduction	3
I-2 Rappel sur la notion d'image	4
I-2-1 Image binaire	4
I-2-2 Image en niveaux de gris	5
I-2-3 Image couleur	5
I-3 Définition et caractérisation d'un contour	5
I-4 Détection locale et suivi de contour	7
I-5 Détection locale de contour	7
I-5-1 Méthodes utilisant le seuillage	7
I-5-2 Méthode d'accentuation de contour	8
a- Opérateurs anisotropes, opérateurs gradients	9
b- Méthode de ROBERTS	12
c- Méthode de SOBEL	13
d- Méthode de KIRSH	15
I-5-3 Opérateurs isotropes	16
I-5-4 Détection de contours par la méthode des passages par « zéro »	17
I-6 Performances des détecteurs de contour	18
I-7 Conclusion	18

Chapitre II: La dérivation non entière en extraction de contours

II-1 Introduction	19
II-2 Analyse de pouvoir de détection de la dérivation non	19
II-2-1 Ordre de la dérivation compris entre 0 et 1	20
II-2-2 Ordre de la dérivation compris entre 1 et 2	22
II-3 Sélectivité de la détection	24
II-3-1 Définition	24
II-3-2 Accroissement de la sélectivité	24
a- Principe	24
b- Construction du détecteur CRONE pour $1 < n < 2$	25
II-4 Amélioration du compromis sélectivité-immunité au bruit	27
II-4-1 Sélectivité et immunité au bruit	27
II-4-2 Extension du détecteur à un ordre de dérivation compris entre -1 et 1	27
a- Sélectivité	27
b- Immunité au bruit	29
II-5 Caractérisation du détecteur CRONE	31
II-5-1 Caractérisation spatiale	31
a- Caractérisation impulsionnelle de D^n	31
b- Formulation de D^n	34
II-5-2 Caractérisation symbolique	35
II-5-3 Caractérisation fréquentielle	36
II-6 Détecteur CRONE en dimension 2	38
II-6-1 Extension du détecteur CRONE à deux dimensions	38
II-7 Conclusion	39

Chapitre III: tests et résultats

III-1 Introduction.....	40
III-2 Programmation.....	40
III-2-1 Construction des images tests.....	40
a- Image « mire verticale ».....	40
b- Image « mire horizontale ».....	40
c- Image « losange ».....	41
d- Image « transition parabolique ».....	41
III-2-2 Rajout de bruit.....	42
a- Bruit gaussien.....	42
b- Bruit « Speckle ».....	42
III-2-3 Programmation du masque.....	42
III-2-4 Calcul final.....	43
III-3 Résultats des tests.....	45
Conclusion générale.....	50

Introduction générale

Le traitement des images constitue actuellement l'une des grandes orientations du traitement de l'information acquise à partir de capteurs offrant des capacités de plus en plus importantes. L'essor des potentialités des calculateurs a permis d'envisager des procédures de plus en plus complexes pour mettre en évidence ce que l'œil ne peut voir.

Le fossé entre la perception discrète du monde analogique, et la réalité de ce monde, est alors apparu à tous, et il a fallu développer des algorithmes pour appréhender cette perception numérique. L'expérience montre que la vision humaine a dicté plusieurs orientations, et ce, au détriment de la démarche plus méthodologique mise en œuvre par les traiteurs.

Le traitement d'images désigne un ensemble de méthodes dont l'objectif est soit de transformer les images (par exemple pour en améliorer l'apparence, ou pour les coder de manière plus compacte en vue de leur transmission), soit d'en extraire de l'information (par exemple l'extraction de contour d'une image). Il s'agit donc d'un domaine très vaste, qui trouve de plus en plus d'applications. Pour ne citer que quelques exemples, on peut mentionner les éléments suivants : reconnaissance de formes, contrôle automatique dans les chaînes de fabrication, domaine militaire, imagerie médicale...

L'extraction de contours constitue une partie importante du traitement d'image. Cette opération permet d'identifier les frontières des différents objets constituant l'image. Beaucoup de travaux ont été réalisés dans ce domaine donnant naissance à plusieurs techniques. Les méthodes les plus simples de détection de contours sont celles utilisant des opérateurs découlant du gradient (dérivée première de l'intensité lumineuse). Des travaux récents ont utilisé pour détecter le contour, l'application d'un opérateur issu de la théorie de la dérivation non entière : cela fait l'objet de notre étude.

Le travail que nous vous proposons est composé de deux chapitres et une partie de programmation.

Le premier chapitre qui est consacré au rappel de quelques notions sur l'image numérique ainsi que quelques notions sur le contour à savoir la définition de ce dernier nous nous sommes intéressés à présenter le principe de quelques méthodes de son extraction.

Le second chapitre qui s'intitule la dérivation non entière en extraction de contour s'attache à étudier le pouvoir de détection de la dérivation non entière, notamment par une analyse de la fonction dérivée non entière d'une transition parabolique de type marche.

Cette partie est consacré à :

- l'étude de l'effet de l'ordre de dérivation sur la sélectivité de la détection en appuyant sur une transition de type parabolique.
- L'étude de l'immunité au bruit a conduit à la présentation du détecteur CRONE qui fait l'objet de l'étude.

Le dernier chapitre illustre notre travail, tel qu'il contient notre programmation et les testes que nous avons effectuées.

I-1 Introduction

La détection de contour est une étape importante en traitement d'images, car les contours permettent d'indiquer la frontière d'une zone dans une image, donc d'isoler cette zone dans le but d'analyser ses propriétés. Cette étape de traitement est aussi importante pour les raisons suivantes :

- La représentation en mémoire de l'image des contours occupe moins de place que l'image originale.
- La connaissance des contours peut aider à décrire une image de haut niveau appelée image segmentée.
- Des études psycho-physiologiques ont montré que le regard s'attache plus aux régions contenant un contour qu'aux centres : un objet peut être souvent reconnu uniquement grâce à ses contours.

Quand on parle de contour, on fait l'hypothèse implicite que l'image est constituée, relativement à une propriété donnée (intensité lumineuse, couleur, texture ...) d'un certain nombre de domaines fermés tels que :

- 1) La propriété locale considérée est uniforme ou lentement variable dans chaque domaine.
- 2) Les frontières des domaines sont marquées par une discontinuité de cette propriété locale.

Par détection de contour, on désigne l'opération locale fournissant un certain nombre de segments élémentaires réputés être sur les contours. Il existe une littérature abondante sur la détection de contours dans les images, ceci en raison du manque de modèle mathématique formel de ce qu'est un contour. Cette abondance traduit aussi le rôle important que jouent les contours dans le domaine d'analyse d'images et reflète les exigences des utilisateurs qui, non satisfaits des résultats précédents, mettent au point des détecteurs qui répondent à des besoins spécifiques.

Dans ce chapitre, nous tenterons dans un premier temps de définir la notion de contour, puis nous présenterons un certain nombre de méthodes classiques de détection.

I-2 Rappels sur la notion d'image :

Une image réelle est obtenue à partir d'un signal continu bidimensionnel comme par exemple une caméra. Sur un ordinateur, on ne peut pas représenter de signaux continus, on travaille donc sur des valeurs discrètes.

Définition : Une image numérique est définie comme un signal fini bidimensionnel échantillonné à valeurs quantifiées dans un certain espace de couleurs. Elle est constituée de points (pixels)

Signal bidimensionnel : une image possède deux dimensions : largeur, hauteur.

Signal fini : une image possède deux dimensions finies, exemple : 640x480, 800x600 points...

Signal échantillonné : les pixels d'une image sont régulièrement espacés sur une grille carrée.

Valeurs quantifiées : les valeurs des pixels appartiennent à un intervalle borné connu.

Espace de couleur : il existe de nombreuses façon de percevoir les couleurs d'une image, l'espace de représentation le plus connu est l'espace RVB (rouge-vert-bleu).

Autrement dit, une image est une matrice $M \times N$ de valeurs entières prises sur un intervalle borné $[0, N_g]$ où N_g est la valeur maximale du niveau de gris. $I(i,j)$ est le niveau de gris du pixel de coordonnées ligne i et colonne j dans l'image. Les valeurs des niveaux de gris sont des entiers.

1-2-1 Image binaire

Une image binaire est une image $M \times N$ où chaque point peut prendre uniquement la valeur 0 ou 1, les pixels sont noirs (0) ou blancs (1). Le niveau de gris est codé sur un bit. Dans ce cas, on revient au cas donné en I-2 avec $N_g = 2$ et la relation sur les niveaux de gris devient : $I(i,j) = 0$ ou $I(i,j) = 1$.

I-2-2 Image en niveaux de gris

Une image en niveau de gris autorise un dégradé de gris entre le noir et le blanc. En général, on code le niveau de gris sur un octet (8 bits) soit 256 nuances de dégradé. L'expression de la valeur du niveau de gris avec $N_g = 256$ devient : $I(i,j)$, [0, 255].

I-2-3 Image couleur

Une image couleur est la composition de trois images en niveaux de gris sur trois (ou plus) composantes. On définit donc trois plans de niveau de gris, un rouge, un vert et un bleu. La couleur finale est obtenue par synthèse additive de ces trois (ou plus) composantes.

On a les relations sur les niveaux de gris : $I_R(i,j)$ [0, 255], $I_V(i,j)$ [0, 255], $I_B(i,j)$ [0, 255]. Une image couleur est en fait l'association de trois plans de niveau de gris, chacun d'eux étant une couleur de base.

I-3 Définition et caractérisation d'un contour

Un contour dans une image peut être défini comme étant la limite de séparation de deux régions qui ont une intensité lumineuse différente.

Le profil d'un contour idéal (figure I.1) peut être représenté grâce à un échelon de l'intensité lumineuse. Néanmoins différentes sources de bruit font que dans la pratique, on ne rencontre jamais cette situation : la figure I.2 est une représentation plus réaliste de la variation du niveau d'un contour.



Fig I.1 : Profil de contour idéal

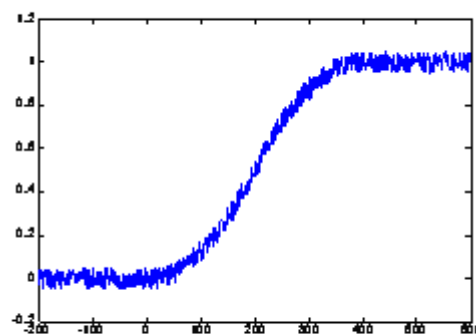


Fig I.2 : Profil de contour réel

Comme il été dit précédemment, nous pouvons séparer les objet dans une image en faisant l'hypothèse implicite que l'image est constituée relativement à une propriété locale (ici l'intensité lumineuse) d'un certain nombre de domaines. Ces objets se distinguent essentiellement par la différence de niveau du gris moyen des points qui les composent. Nous pouvons prendre comme définition d'un contour celle fournie. Un élément de contour est alors caractérisé par les paramètres suivants (figure I.3) :

- Sa hauteur h mesurant la différence entre le niveau de gris haut et le niveau de gris bas (amplitude de contour).
- Sa longueur L , mesurée le long de l'élément.
- Son épaisseur e , mesurée perpendiculairement au contour (largeur de transition).
- Son orientation θ par rapport à l'axe horizontal de l'image (l'angle que fait la tangente au contour avec l'axe ox) .

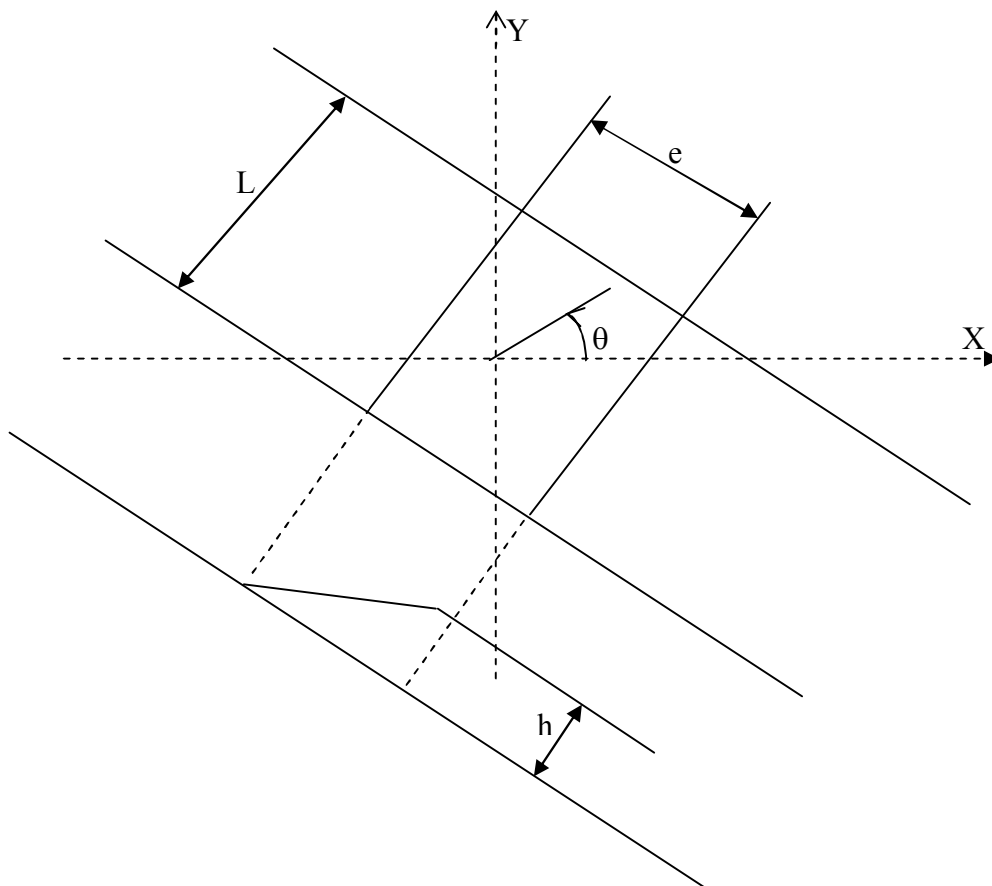


Fig.I.3 : élément de contour parfait

I-4 Détection locale et suivi de contour :

D'une manière générale, on peut décomposer la détection de contour en deux étapes :

- 1) La détection locale qui consiste à détecter des éléments de contours : c'est-à-dire des points ou des petits ensembles de points susceptibles d'appartenir à des contours ; la décision concernant la présence ou l'absence de contour au point analysé est prise indépendamment des autres points.
- 2) La détection globale qui réalise le suivi de contours, en procédant de la manière suivante : l'examen d'un point de l'image dépend des résultats obtenus pour le point précédemment traité et la décision d'appartenance du point à un contour est liée au contexte dans lequel est faite la recherche.

Cette étape permettra aussi de relier les points pour obtenir des contours ou des lignes et de supprimer les détections locales parasites. Elle requiert le plus souvent l'utilisation d'informations connues à priori sur la structure des contours recherchés.

Dans la suite de cet exposé, nous laisserons de côté les méthodes de suivi de contour au profit des méthodes de détection locale.

I-5 Détection locale de contour

Il existe principalement deux approches en matière d'extraction de contour :

- 1) La première méthode consiste à obtenir une image binaire à partir de l'image originale en procédant par seuillage (fixe ou adaptif).
- 2) La deuxième méthode est basée sur un réhaussement (accentuation) des contours de l'image originale par une opération linéaire ou non linéaire, suivie d'une opération de seuillage qui localise les points du contour.

I-5-1 Méthodes utilisant le seuillage

Un moyen très simple d'obtenir une image binaire dans le cas d'un objet sur un fond est de procéder à un seuillage :

$$\begin{array}{lll} \text{Si } I(x, y) \geq \text{seuil} & \text{alors} & I_b(x, y) = 1 \\ \text{Si } I(x, y) < \text{seuil} & \text{alors} & I_b(x, y) = 0 \end{array}$$

$I(x, y)$: intensité lumineuse au point (x, y) de l'image originale.

$I_b(x, y)$: intensité lumineuse au point (x, y) de l'image seuillée.

Les transitions 0-1 et 1-0 indiquent alors la position du contour. Le seuil peut être choisi fixe (cas le plus simple) et pris égal au niveau correspondant au creux de l'histogramme, supposé bimodal, des niveaux de gris de tous les points de l'image (figure I.4).

Dans cette approche, deux hypothèses ont été faites :

- Histogramme bimodal, ce qui n'est pas toujours le cas.
- Existence d'un seuil global satisfaisant : condition non remplie dans beaucoup de cas.

D'où l'idée, introduite par Chow et Kaneno [1] de procéder à un seuillage variable (adaptatif), le seuil étant choisi localement selon les étapes suivantes :

- Découpage de l'image en petites régions et élaboration de l'histogramme du niveau de gris pour chacune.
- Pour les histogrammes à grande variance, estimation par les moindres carrés des paramètres des lois de variation du niveau de gris (supposées gaussiennes).
- Interpolation pour obtenir un seuil pour chaque région puis pour chaque point.

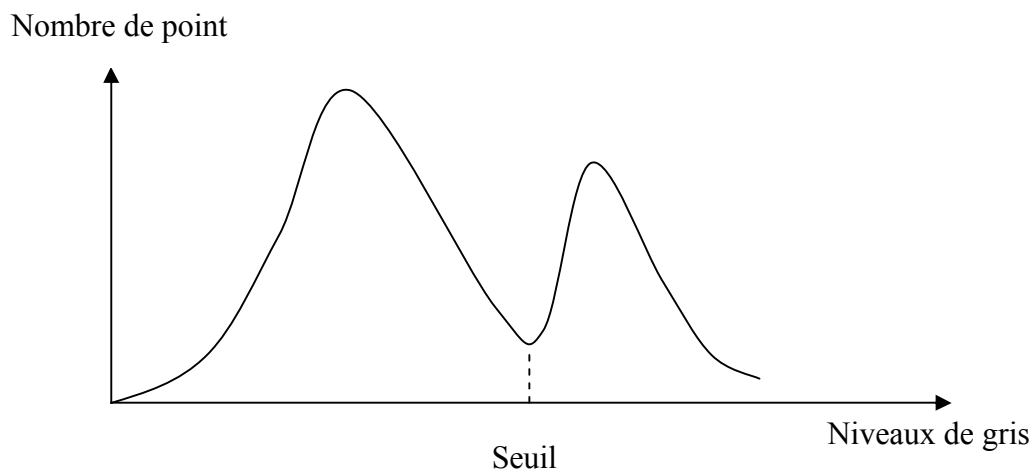


Fig.I.4 : histogramme des niveaux de gris

I-5-2 Méthode d'accentuation de contour

Le principe de ces méthodes est décrit par la figure I.5. L'image originale $I(j, k)$ est traitée pour que les variations des niveaux de gris soient accentuées; le résultat $I_a(j, k)$ est alors comparé à un seuil donné pour décider de l'appartenance du point (j, k) au contour.

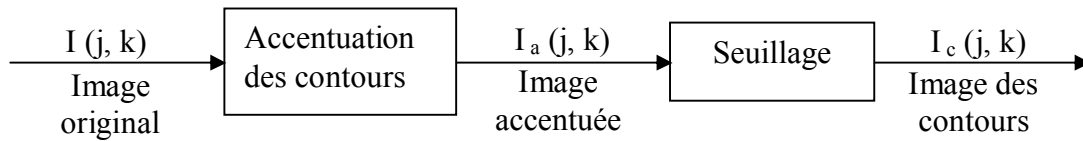


Fig.I.5 : principe de l’accentuation de contour

L’opérateur d’accentuation est en général un opérateur de dérivation de type gradient. L’opérateur est dit isotrope, s’il ne fait intervenir que des dérivées paires, dans le cas contraire il est dit anisotrope.

L’opérateur de seuillage compare chaque élément de l’image rehaussée à un seuil pour obtenir une image binaire qui est l’image des contours :

Si $I_a(j, k) \geq \text{seuil}$ \longrightarrow existence d’un contour
 Si $I_a(j, k) < \text{seuil}$ \longrightarrow pas de contour

Malgré leur non performance (oubli de points de contour, détection erronée en présence de bruit, mauvaise évaluation de contour, accentuation non uniforme suivant l’orientation), ces méthodes de détection sont de loin les plus utilisées en traitement d’image à cause de la simplicité de leur mise en œuvre.

a- Opérateurs anisotropes, opérateurs gradient

Notons $I(x, y)$, l’intensité lumineuse d’une image en coordonnées cartésiennes continues et $I(j, k)$, l’intensité en coordonnées cartésiennes discrètes.

La caractérisation des points susceptibles d’appartenir à un contour de l’image repose sur la possibilité d’estimer la direction $\theta(x, y)$ dans laquelle intervient la plus forte variation de $I(x, y)$ autour du point (x, y) ainsi que l’amplitude $G(x, y)$ de cette variation.

Si nous connaissons les dérivées $\partial I / \partial x$ et $\partial I / \partial y$ de la fonction $I(x, y)$ selon des directions orthogonales, par une rotation des axes définie par les équations (1), on peut déduire les dérivées de $I(x, y)$ dans les directions θ et $\theta + \pi / 2$ (notées x' et y').

$$\begin{aligned}
 x &= x' \cos\theta + y' \sin\theta & \text{et} & & y &= x' \sin\theta + y' \cos\theta & (I.1) \\
 \partial I / \partial x' &= \partial I / \partial x \cdot \cos\theta + \partial I / \partial y \cdot \sin\theta
 \end{aligned}$$

$$\angle I / \angle y' = -\angle I / \angle x \cdot \sin\theta + \angle I / \angle y \cdot \cos\theta$$

La direction de la plus forte variation de $I(x, y)$ et son amplitude sont :

$$\theta = \text{Arctg} [(\angle I / \angle y) / (\angle I / \angle x)] \quad (I.2)$$

$$G(x, y) = [(\angle I / \angle y)^2 / (\angle I / \angle x)^2]^{1/2} \quad (I.3)$$

Le vecteur de module G et d'orientation θ n'est autre que le vecteur gradient de $I(x, y)$ au point (x, y) :

$$\vec{G}(x, y) = \text{grad } I(x, y) \quad (I.4)$$

Ce vecteur $G(x, y)$ dont les composantes dans le repère orthonormé (x, y) sont G_x et G_y , peut donc être également défini par son module G et son argument θ :

$$G = (G_x^2 + G_y^2)^{1/2} \quad \text{et} \quad \theta = \text{Arctg} (G_y / G_x) \quad (I.5)$$

$$\text{Avec : } G_x = \angle I / \angle x \quad \text{et} \quad G_y = \angle I / \angle y$$

En remplaçant tout point de l'image originale $I(x, y)$ par la valeur du gradient en ce point, on supprime l'ensemble des régions homogènes pour ne garder que les zones de transition. La connaissance de l'orientation des contours permet ensuite de réunir ces zones pour déterminer les contours des objets présents dans l'image.

Dans le cas discret, $I(x, y)$ représente l'intensité au point (j, k) , les dérivées sont approximées par des différences finies.

Rappelons la position des pixels dans un huit-voisinage :

$$\begin{pmatrix} & & j-1, k \\ j, k-1 & j, k & j, k+1 \\ & & j+1, k \end{pmatrix}$$

Les composantes verticale et horizontale du gradient sont données successivement par les équations :

$$D_v [I (j, k)] = I (j, k) - I (j +1, k) \tag{I.6}$$

Et $D_h [I (j, k)] = I (j, k) - I (j, k +1)$

Le module et l'argument deviennent alors :

$$G (j, k) = [D_v^2 + D_h^2]^{1/2} \quad \theta (j, k) = \text{Arctg} [D_v / D_h] \tag{I.7}$$

Ces différences D_h et D_v peuvent être considérées comme les résultats de la convolution de l'image par les masques (ou opérateurs) 23 2 suivant :

$$H_h = \begin{pmatrix} +1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad H_v = \begin{pmatrix} +1 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Il faut remarquer que les différences G_h et G_v ne sont pas calculées sur des points symétriques par rapport au point (j, k) où l'on désire, estimer le gradient.

D'autres masques centrés au point $(j + 1/2, k+1/2)$ permettent d'estimer le gradient suivant les diagonales :

$$H_1 = \begin{pmatrix} 0 & +1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad H_2 = \begin{pmatrix} +1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Dans le même ordre d'idée, nous pouvons trouver des méthodes calculant le gradient par une convolution de l'image avec des masques 3x3.

En fait, on distingue deux types d'utilisation des masques de gradient pour la détection d'un élément de contour :

- La première méthode consiste à utiliser une combinaison de deux masques et à décider de la présence d'un contour si la sortie dépasse un seuil; l'orientation est estimée par l'argument du vecteur gradient.
- La deuxième méthode, qui procède en quelque sorte par ajustement d'un modèle local du contour, consiste à se donner huit masques correspondant à huit orientations différentes du contour et à détecter un contour si la sortie la plus grande en valeur absolue dépasse un seuil; l'orientation est alors celle du masque correspondant.

b- Méthode de ROBERTS

ROBERTS calcule les composantes du gradient sur deux axes perpendiculaires faisant un angle de $\pi/4$ par rapport aux axes classiques. Le module du gradient au point (j, k) est donné par la formule :

$$G(j, k) = [[I(j, k) - I(j+1, k+1)]^2 + [I(j, k+1) - I(j+1, k)]^2]^{1/2} \quad (I.8)$$

En pratique, le calcul du gradient est simplifié en approximant le module par la somme des valeurs absolues des composantes :

$$G(j, k) = | I(j, k) - I(j+1, k+1) | + | I(j, k+1) - I(j+1, k) | \quad (I.9)$$

Le principe de la méthode consiste donc à réaliser la convolution de l'image par les masques H_1 et H_2 , puis à sommer les valeurs absolues des résultats de cette convolution :

$$H_1 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ +1 & 0 \end{pmatrix} \qquad H_2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & +1 \end{pmatrix}$$

Du fait qu'il est appliqué sur une fenêtre 2x2 de l'image, l'opérateur de ROBERTS est très sensible au bruit.

C- Méthode de SOBEL

Pour procéder au calcul des deux composantes G_1 et G_2 du gradient, il est nécessaire de disposer pour chaque point à traiter des 8 points voisins. Le traitement consiste à convoluer la fenêtre de travail ainsi obtenue (fenêtre 3x3 dont le point central est le point à traiter) avec les masques H_1 et H_2 .

$$H_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad \text{et} \qquad H_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

Fenêtre de travail :

$$\begin{pmatrix} x_0 & x_1 & x_2 \\ x_7 & I(j, k) & x_3 \\ x_6 & x_5 & x_4 \end{pmatrix}$$

$I(j, k)$: point à traiter.

Chapitre I : Les méthodes de détection de contours dans les images numériques

Au niveau des masques H_1 et H_2 , nous constatons que le poids 1 est affecté aux pixels les plus éloignés du centre, tandis que les plus proches ont pour poids 2; ceci a pour but de compenser l'effet de la distance.

La fonction gradient $G(j, k)$ des 8 variables x_0, \dots, x_7 , dans cette fenêtre, est donnée par :

$$G(j, k) = \phi(x_0, x_1, \dots, x_7) = 1/4 (G_1^2 + G_2^2)^{1/2} \quad (I.10)$$

Avec $G_1 = (x_0 + 2x_7 + x_6) - (x_2 + 2x_3 + x_4)$

Et $G_2 = (x_0 + 2x_1 + x_2) - (x_4 + 2x_5 + x_6)$

Le facteur $1/4$ est un terme correctif permettant d'atténuer l'amplitude du gradient. L'orientation du contour est donnée par : $\theta = \text{Arctg}(G_2/G_1)$. En pratique le calcul du module se fait par approximation en sommant les valeurs absolues des deux composantes :

$$G(j, k) = 1/4 (|G_1| + |G_2|) \quad (I.11)$$

G_1 est la composante horizontale et fait ressortir les lignes verticales.

G_2 est la composante verticale et fait ressortir les lignes horizontales.

Le schéma de l'opérateur de Sobel est représenté sur la figure I.6

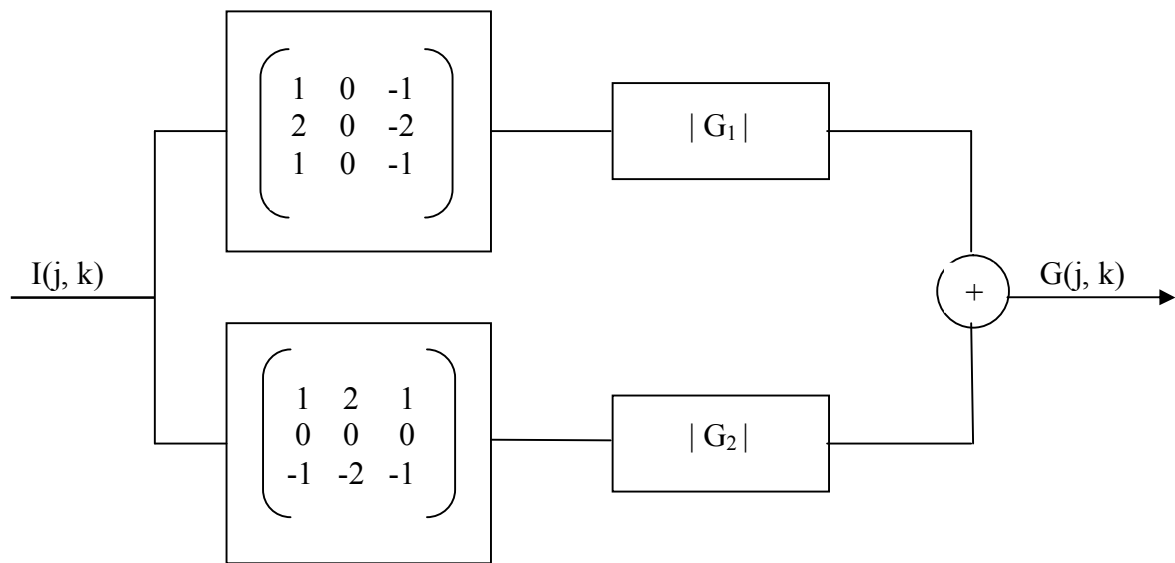


Fig.I.6 : Schématisation de l'opérateur de Sobel

L'opérateur de Prewitt [2] utilise une forme de masque très proche de ceux de l'opérateur de Sobel : il calcule aussi les composantes du gradient sur une fenêtre 3x3, à la différence près, que les points du masque sont affectés d'un même poids (de valeur 1).

Les masques utilisés sont :

$$H_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad H_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

d- Méthode de Kirsh

L'opérateur de Kirsh utilise huit masques 3x3 du type :

$$\begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 \\ & & \\ & & 15 \end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix} -3 & 0 & -3 \\ -3 & -3 & -3 \end{matrix}$$

Les sept autres masques sont obtenus par permutations circulaires de ce dernier. La convolution de l'image est réalisée avec chacun des huit masques; le résultat le plus grand en valeur absolue est pris comme module du gradient et son orientation sera celle du masque correspondant.

La fenêtre de travail est identique à celle utilisée par Sobel :

$$\begin{matrix} x_0 & x_1 & x_2 \\ x_7 & I(j, k) & x_3 \\ x_6 & x_5 & x_4 \end{matrix}$$

Le module du gradient est donné par:

$$G(j, k) = \text{Max}_{i=0}^{i=7} (| 5S_i - 3T_i |) \quad (I.12)$$

avec

$$S_i = x_i + x_{i+1} + x_{i+2}$$

$$T_i = x_{i+3} + x_{i+4} + x_{i+5} + x_{i+6} + x_{i+7}$$

L'indice de x est modulo 8.

I-5-3 Opérateurs isotropes

Les méthodes d'accentuation des variations de l'intensité de l'image exposées ci-dessus, utilisent des opérateurs anisotropes (opérateurs gradient). Cette accentuation peut aussi être réalisée par un opérateur isotrope qui fait intervenir uniquement les dérivées paires.

Le principal outil d'accentuation isotrope est le Laplacien.

$$\nabla^2 I(x, y) = \frac{\angle^2 I(x, y)}{\angle x^2} + \frac{\angle^2 I(x, y)}{\angle^2 y} = D_x^2(I) + D_y^2(I) \quad (I.13)$$

Dans le cas direct: $D_x(I) = I(j, k) - I(j, k+1)$

et $D_x^2(I) = D_x [I(j, k)] - D_x [I(j, k+1)]$

$$\begin{aligned} D_x^2 (I) &= I(j, k) - I(j, k+1) - I(j, k+1) + I(j, k+2) \\ &= I(j, k) - 2I(j, k+1) + I(j, k+2) \end{aligned}$$

$D_x^2 (I)$ sera plutôt approximée par:

$$D_x^2 [I(j, k)] = - I(j, k-1) + 2I(j, k) - I(j, k+1)$$

de même:

$$D_y^2 [I(j, k)] = - I(j-1, k) + 2I(j, k) - I(j+1, k)$$

L'expression du Laplacien devient alors:

$$\nabla^2 I(j, k) = - I(j, k-1) - I(j, k+1) - I(j-1, k) - I(j+1, k) + 4I(j, k)$$

Le Laplacien discret est donc le résultat de la convolution de l'image $I(j, k)$ par le masque :

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

D'autres masques sont utilisés pour approximer le Laplacien

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

On notera que les masques sont symétriques par rapport à leur point central (isotropie) et que la somme des coefficients affectés aux différents éléments vaut toujours zéro.

Cette méthode est moins efficace que les méthodes d'accentuation isotropes : elle a tendance à favoriser les lignes, les fins de lignes et les points isolés plutôt que les contours. Le

Laplacien est très sensible au bruit mais il a l'avantage de demander moins de calcul que le gradient.

I-5-4 Détection de contours par la méthode des passages par «zéro»

Dans les méthodes de détection présentées précédemment, l'opérateur de décision sur la présence ou l'absence du contour est basé sur une opération de seuillage de l'image accentuée. Le choix de ce seuil est souvent difficile: un seuil trop bas donne trop de contours, un seuil élevé fournit des contours déconnectés. Pour s'acquitter de cette opération de seuillage, on peut remarquer qu'un point d'un contour correspond à un maximum du gradient ou de la dérivée première de l'intensité lumineuse, donc ce même point peut-être détecté en recherchant le point d'inflexion ou passage par zéro de la dérivée seconde.

Pour éviter le calcul des dérivées secondes, et ensuite la recherche des passages par zéro, Marr et Hildreth [3] utilisent un opérateur isotrope: le Laplacien. L'opérateur n'est pas appliqué directement sur l'image mais plutôt sur l'image filtrée par un filtre gaussien.

Opérateur utilisé :

$$\nabla^2 G(x,y) = -\frac{1}{2\pi\sigma^4} \cdot \left(2 - \frac{x^2 + y^2}{\sigma^2} \right) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2} \right) \quad (I.14)$$

Dans cette optique, la méthode du double filtrage passe-bas (DFPB) qui procède de la manière suivante :

- filtrage de l'image originale I par un filtre passe-bas dans le but de réduire l'effet du bruit: on obtient l'image I_{f1} .
- Application d'un deuxième filtre passe-bas à I_{f1} pour lisser les contours: ce qui donne une image I_{f2} .
- Différence entre les deux images I_{f1} et I_{f2} : $DI = I_{f1} - I_{f2}$

Les passages par zéro de l'image DI localisent les points d'inflexion de l'image initiale I.

I-6 Performances des détecteurs de contour

L'évaluation des performances des méthodes de détection de contour et les comparaisons entre les méthodes posent un problème complexe, pour lequel on doit tenir compte du type d'image à traiter.

On peut distinguer trois types d'erreurs résultant de l'application d'un algorithme de détection de contour :

- les non-détections qui créent des lacunes dans les contours.
- les détections erronées ou fausses alarmes, dues au bruit.
- Les mauvaises localisations qui translatent le contour détecté par rapport au contour réel.

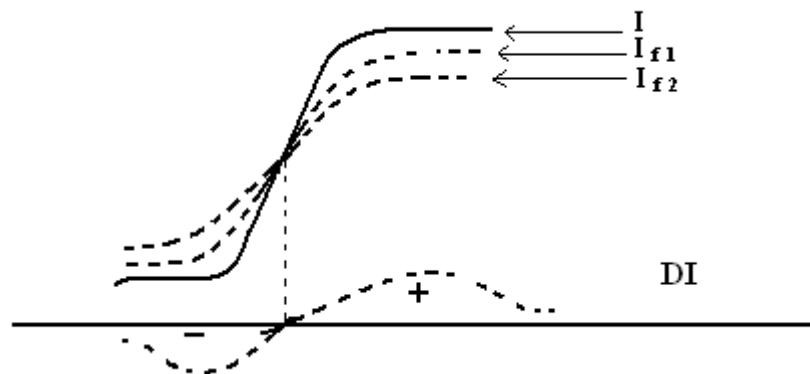


Fig.I.7 : Principe de la DFPB

I-7 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté quelques méthodes de détection de contour à savoir les méthodes avec seuillage et celles avec rehaussement. Dans ces dernières, les opérateurs de détection locale, c'est-à-dire découlant du gradient ou du Laplacien ont été exposés. Dans le chapitre qui va suivre, nous allons nous intéresser à la dérivation non entière en extraction de contour.

II-1 Introduction

Habituellement, en traitement d’images, la détection de contour est réalisée par des opérateurs de dérivation d’ordre entier (1 ou 2) : ordre 1 pour le gradient et 2 pour le Laplacien. Il s’agit ici de mettre en œuvre la dérivation non entière (ordre compris entre 0 et 1 ou entre 1 et 2) pour détecter les zones de transitions ou contours. Nous cherchons donc à établir l’opérateur (ou matrice) avec lequel il faut convoluer l’image pour obtenir le résultat de la dérivation de la fonction d’intensité lumineuse.

II-2 Analyse du pouvoir de détection de la dérivation non entière [4, 5, 6, 7]

L’objet est d’étudier la fonction dérivée non entière d’une transition parabolique de type marche, et notamment de comparer l’abscisse de son maximum à celle du point d’inflexion de la transition.

Dans cette étude, l’ordre de dérivation n est considéré entre 0 et 1 puis entre 1 et 2. Chacun de ces intervalles détermine une allure spécifique des courbes de la fonction dérivée.

La transition parabolique considérée (figure II.1) présente un point d’inflexion d’abscisse $x_0=200$. La fonction $f(x)$ représentative d’une telle transition est décrite analytiquement par :

$$x \leq 0 \quad f(x) = 0 \quad (II.1)$$

$$0 \leq x \leq x_0 \quad f(x) = ax^2 \quad (II.2)$$

$$x_0 \leq x \leq 2x_0 \quad f(x) = -ax^2 + 4ax_0x - 2ax_0^2 \quad (II.3)$$

$$x \geq 2x_0 \quad f(x) = 2ax_0^2 \quad (II.4)$$

Par application du formalisme de Cauchy, la fonction $f^{(n)}(x)$, dérivée non entière de $f(x)$ s’écrit:

$$x \leq 0 \quad f^{(n)}(x) = 0 \quad (II.5)$$

$$0 \leq x \leq x_0 \quad f^{(n)}(x) = \frac{2a}{\Gamma(-n+3)} x^{-n+2} \quad (II.6)$$

$$x_0 \leq x \leq 2x_0 \quad f^{(n)}(x) = \frac{-4a}{\Gamma(-n+3)} (x-x_0)^{-n+2} + \frac{-2a}{\Gamma(-n+3)} x^{-n+2} \quad (II.7)$$

$$x \geq 2x_0 \quad f^{(n)}(x) = \frac{-4a}{\Gamma(-n+3)} (x-x_0)^{-n+2} + \frac{-2a}{\Gamma(-n+3)} x^{-n+2} + \frac{-2a}{\Gamma(-n+3)} \quad (II.8)$$

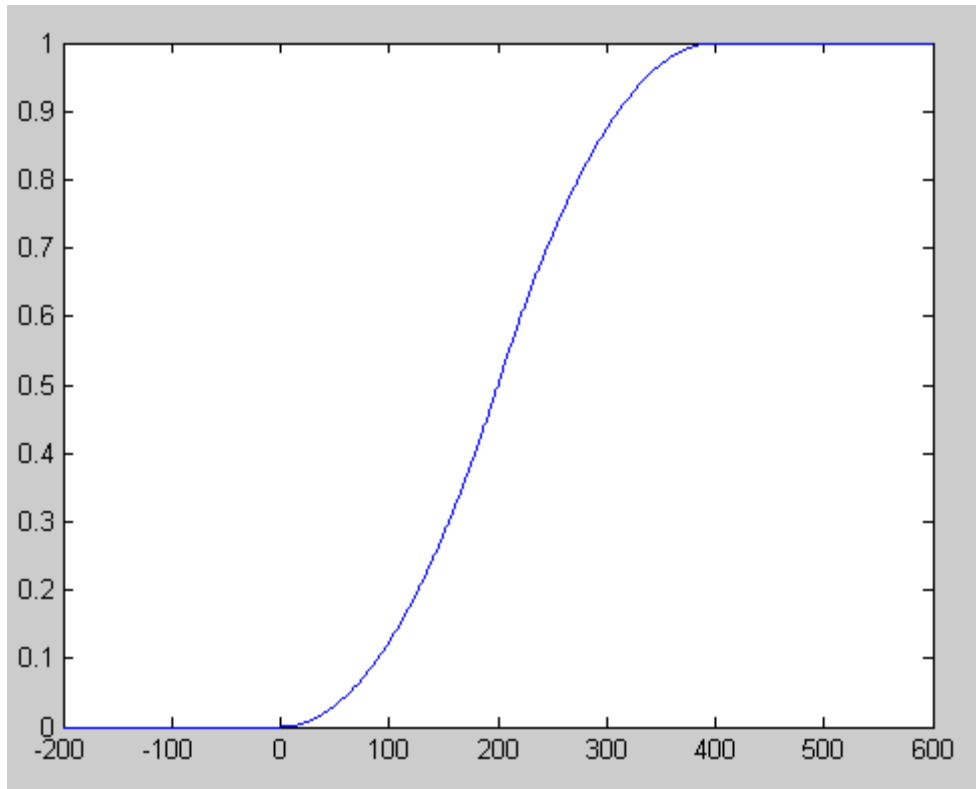


Fig.II.1 : transition parabolique d'étude $a=1/(2x_0^2)$

II-2-1 Ordre de dérivation compris entre 0 et 1

Dans le cas où $n \in]0,1[$, l'abscisse du maximum de la fonction dérivée non entière ne correspond plus à celle du point d'inflexion de la transition. Elle est en effet décalée de $\Delta(n)$ vers la droite, et ce d'autant plus que n est éloigné de l'unité (figure II.2).

Le décalage $\Delta(n)$ se détermine analytiquement conformément aux développements suivants.

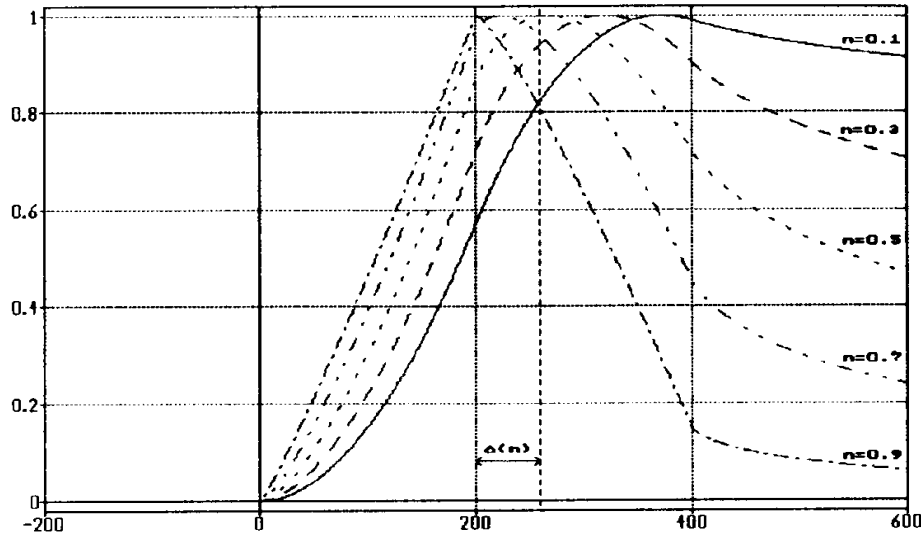


Fig.II.2 : Norme réduite (par rapport au maximum) de $f^{(n)}(x)$ pour différents ordres de dérivation compris entre 0 et 1 : le maximum de la fonction dérivée $f^{(n)}(x)$ ne détermine plus l'abscisse du point d'inflexion de la transition

Si x_1 désigne l'abscisse du maximum de $f^{(n)}(x)$, la dérivée première de $f^{(n)}(x)$ s'annule en x_1 , soit :

$$\left(\frac{d}{dx} f^{(n)}(x) \right)_{x=x_1} = 0 \tag{II.9}$$

Pour montrer que x_1 est supérieur à x_0 , c'est-à-dire que le maximum de $f^{(n)}(x)$ est bien décalé à droite de x_0 , il faut vérifier que la dérivée première de $f^{(n)}(x)$ en x_0 est positive:

$$\left(\frac{d}{dx} f^{(n)}(x) \right)_{x=x_0} = \frac{2a}{\Gamma(-n+2)} x_0^{n+1} \tag{II.10}$$

Ayant montré que x_1 est supérieur à x_0 et en émettant l'hypothèse que x_1 reste inférieur à $2x_0$, $f^{(n)}(x)$ est donné par (II.7) et l'équation (II.9) devient :

$$\frac{-4a}{\Gamma(-n+3)} (x_1-x_0)^{-n+2} + \frac{-2a}{\Gamma(-n+3)} x_1^{-n+2} = 0 \tag{II.11}$$

L'expression du décalage $\Delta(n) = x_1 - x_0$ en fonction de x_0 , est alors :

$$\Delta(n) = \frac{1}{2^{1/(1-n)} - 1} x_0 \tag{II.12}$$

Pour $n \in]0,1[$, $\Delta(n)$ reste inférieur à x_0 : la validité de l'hypothèse $x_1 \in]x_0, 2x_0[$ est donc vérifiée.

La courbe représentative des variations de $\Delta(n)$ (figure II.3) montre que le décalage croît quand n décroît de 1 à 0.

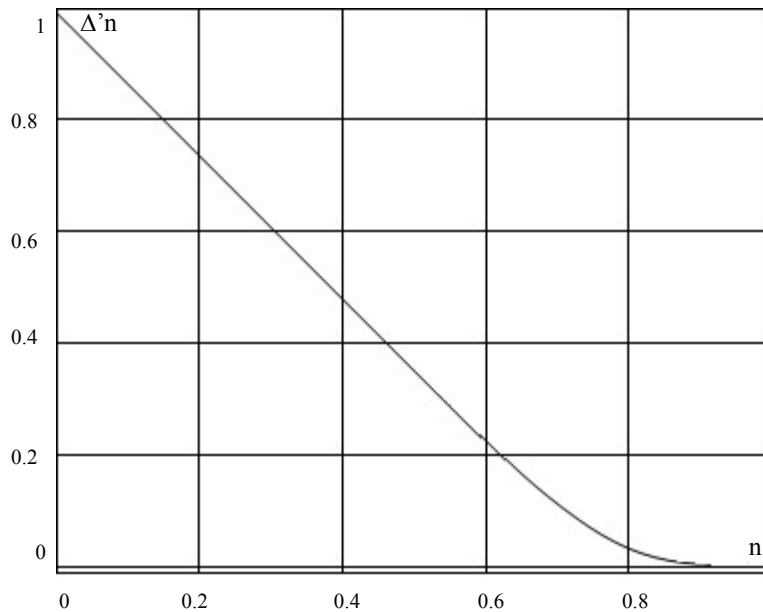


Fig.II.3 : Variation du décalage réduit ($\Delta'(n) = \Delta(n) / x_0$) pour $n \in]0, 1[$

II-2-2 Ordre de dérivation compris entre 1 et 2

Pour $n \in]1,2[$, le maximum de la fonction dérivée non entière s'identifie au point d'inflexion de la transition. Comme l'indique la figure II.4, le décalage $\Delta(n)$ est inexistant dans ce cas. A ceci s'ajoute une autre propriété : la pente de la fonction dérivée est infinie à droite de l'abscisse du point d'inflexion (figure II.4).

Pour $1 < n < 2$, la dérivation non entière assure non seulement la détection du point d'inflexion de la transition, mais aussi une détection très sélective de ce point.

L'expression de la dérivée première de $f^{(n)}(x)$ à gauche et à droite de x_0 , prouve la discontinuité de la pente de $f^{(n)}(x)$ en x_0 , soit compte tenu des relations (II.6) et (II.7) :

$$\left(\frac{d}{dx} f^n(x) \right)_{x=x_0^-} = \frac{2a}{\Gamma(-n+2)} x_0^{-n+1} \quad (\text{II.13})$$

$$\left(\frac{d}{dx} f^n(x) \right)_{x=x_0^+} = \lim_{x \rightarrow x_0^+} \left(\frac{-4a}{\Gamma(-n+2)} (x-x_0)^{-n+1} + \frac{-2a}{\Gamma(-n+2)} x^{-n+1} \right) = -\infty \quad (\text{II.14})$$

En élaborant un opérateur dont la réponse à une marche parabolique présente une pente infinie à la fois à droite et à gauche de l'abscisse du point d'inflexion, la sélectivité de la détection pourra être accrue.

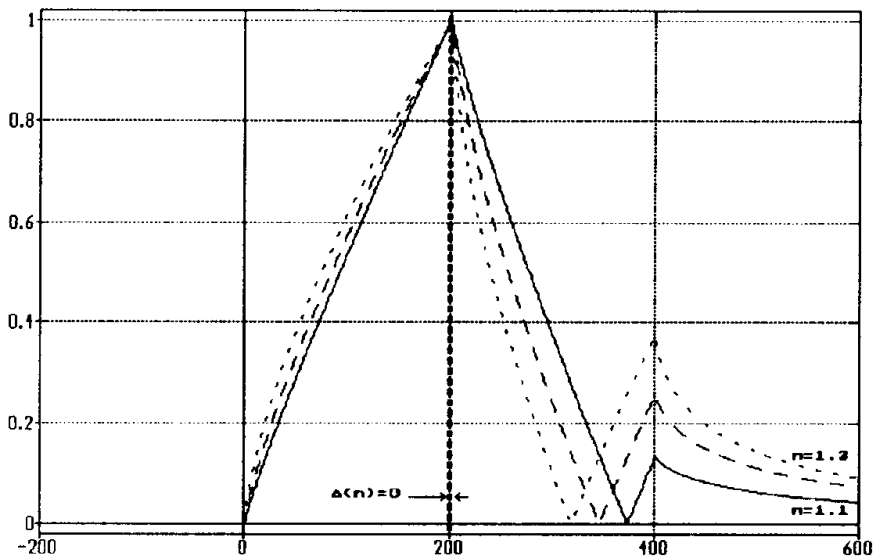


Fig.II.4 : Norme réduite de $f^{(n)}(x)$ pour différents ordres de dérivation compris entre 1 et 2 : le maximum de la fonction dérivée $f^{(n)}(x)$ détermine de nouveau l'abscisse du point d'inflexion de la transition.

II-3 Sélectivité de la détection :

II-3-1 Définition

La sélectivité S_N , de la détection d'un point d'inflexion se définit par:

$$S_N = 1 / \Delta x \quad (\text{II.15})$$

Où Δx est l'inverse de la largeur de bande à N % du maximum de la réponse (figure II.5).

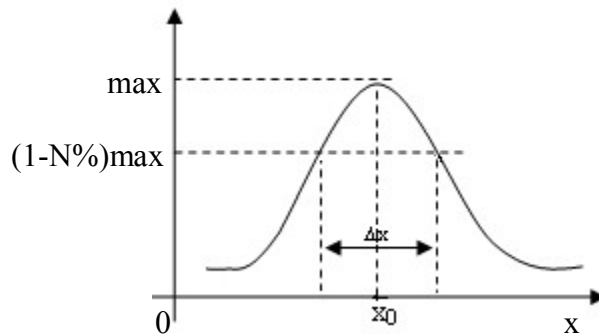


Fig.II.5 : Le rapport $1 / \Delta x$ définit la sélectivité de la détection

II-3-2 Accroissement de la sélectivité

a- Principe

On cherche à accroître la sélectivité de la détection d'un point d'inflexion. Cela va consister à concevoir un opérateur dont la réponse (à une marche parabolique en l'occurrence) présente un **point de rebroussement** à l'abscisse du point d'inflexion, c'est-à-dire une pente infinie de part et d'autre de cette abscisse (figure II.6).

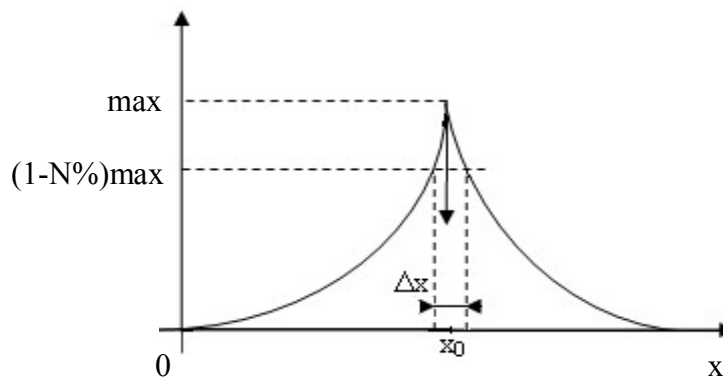


Fig.II.6 : Accroissement de la sélectivité par un point de rebroussement

b- Construction du détecteur CRONE pour $1 < n < 2$ [4, 5, 6, 7]

Lorsque l'ordre de dérivation est compris entre 1 et 2, la pente de la fonction dérivée suivant les x croissants est infinie à droite de l'abscisse du point d'inflexion (figure II.7.a).

On veut obtenir une pente infinie à gauche pour la fonction dérivée suivant les x décroissants (figure II.7.b). Or la fonction dérivée ainsi calculée est l'opposée de celle recherchée (figure II.7.c). La solution adéquate consiste (figure II.8) à:

- prendre l'opposée de la fonction dérivée calculée suivant les x décroissants.
- l'additionner à la fonction dérivée calculée suivant les x croissants (le résultat de cette addition présentant bien un point de rebroussement).

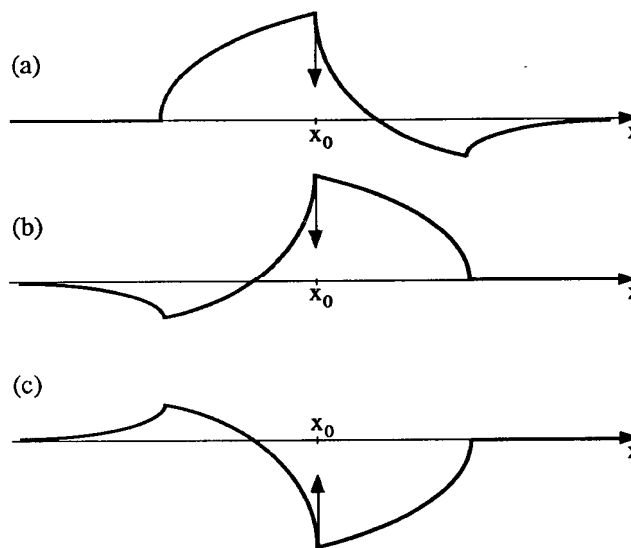


Fig.II.7 : Chronologie des étapes ponctuant l'approche adoptée pour $1 < n < 2$: (a) $f^{(n)}(x)$ obtenue pour x croissant, (b) $f^{(n)}(x)$ désirée pour x décroissant, (c) $f^{(n)}(x)$ obtenue pour x décroissant

L'opérateur spatial qui définit un tel détecteur, appliqué à une transition $f(x)$, effectue la différence entre $f^{(n)}(x)$ calculée suivant les x croissants et $f^{(n)}(x)$ calculée suivant les x décroissants. Il est noté \overleftrightarrow{D}^n , la double flèche indiquant le double sens de dérivation à l'ordre n . Il est dénommé **détecteur CRONE**, abréviation de détecteur de Contour Robuste d'Ordre Non Entier.

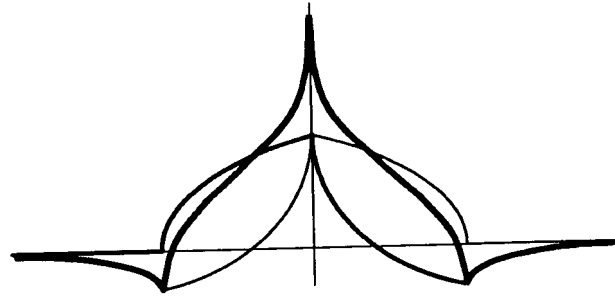


Fig.II.8 : Construction de la réponse du détecteur CRONE pour $1 < n < 2$

- $f^{(n)}(x)$ calculée suivant les x croissants
- opposée de $f^{(n)}(x)$ calculée suivant les x décroissants
- réponse du détecteur

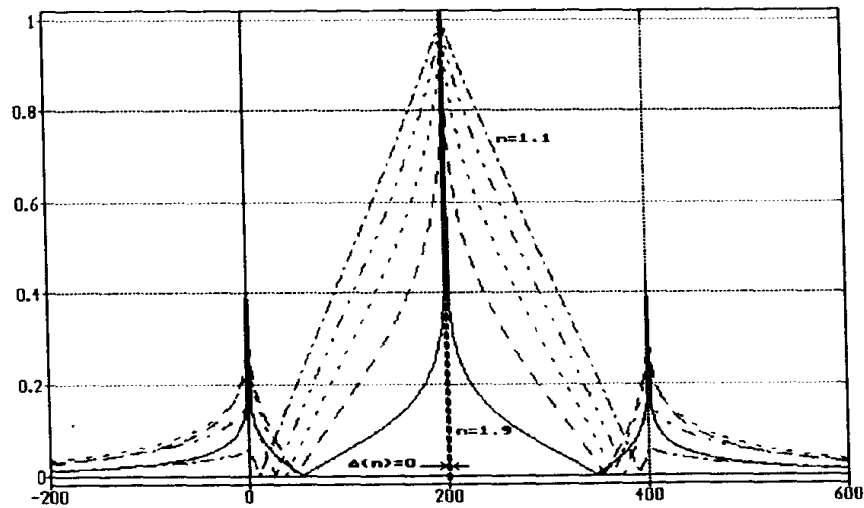


Fig.II.9 : Norme réduite de $D^n f^{(n)}(x)$ pour différents ordres de dérivation

Compris entre 1 et 2 (la transition $f(x)$ étant celle du paragraphe II.2)

La figure II.9 illustre la variation de la sélectivité selon l'ordre de dérivation, en présentant la réponse du détecteur CRONE à la transition parabolique de la figure II.1 pour différents ordres de dérivation compris entre 1 et 2. Il apparaît que la sélectivité croît avec l'ordre de dérivation.

II-4 Amélioration du compromis sélectivité-immunité au bruit**II-4-1 Sélectivité et immunité au bruit**

La sélectivité de la détection d'un point d'inflexion et son insensibilité au bruit de la transition sont deux exigences contradictoires. L'augmentation de l'une de ces performances entraîne la diminution de l'autre.

Nous avons vu que, pour $n \in]1, 2[$, la sélectivité est une fonction croissante de l'ordre de dérivation. Mais, l'immunité au bruit diminue avec l'ordre de dérivation et il convient d'opter pour un ordre de dérivation le plus faible possible, notamment inférieur à 1, voire inférieur à 0 (cas de l'intégration).

II-4-2 Extension du détecteur à un ordre de dérivation compris entre -1 et 1

Pour augmenter l'immunité au bruit, le détecteur CRONE (conçu pour $n \in]1, 2[$) est étendu à des ordres de dérivation compris entre 0 et 1, voire entre -1 et 0, en tablant que le décalage $\Delta(n)$ propre à de tels ordres s'annule en raison du caractère symétrique que présente spatialement l'opérateur $\leftarrow D^n$. Les figures II.10 et II.11 illustrent le fondement de cette hypothèse. L'application de l'opérateur $\leftarrow D^n$ à la transition parabolique de la figure II.1 pour des ordres de dérivation compris entre -1 et 1, montre en effet que le décalage $\Delta(n)$ enregistré auparavant pour $n \in]0, 1[$ est maintenant inexistant.

a- Sélectivité

La figure II.11 qui correspond à une taille de masque, représentant l'opérateur, inférieure à la largeur de la transition, montre que le décalage $\Delta(n)$ est nul; elle montre aussi que le détecteur CRONE conserve une sélectivité comparable à celle que présente la fonction dérivée première pour $-1 < n > 1$, (figure II.12).

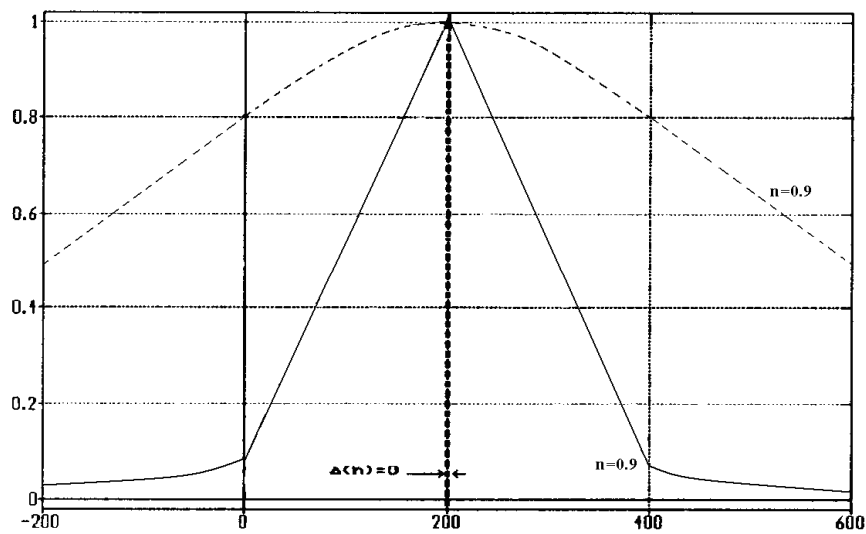


Fig.II.10 : Réponse réduite du détecteur CRONE a la transition parabolique de la figure II.1 pour un horizon de calcul supérieur à la largeur de la transition et pour deux ordres de dérivation compris entre -1 et 1

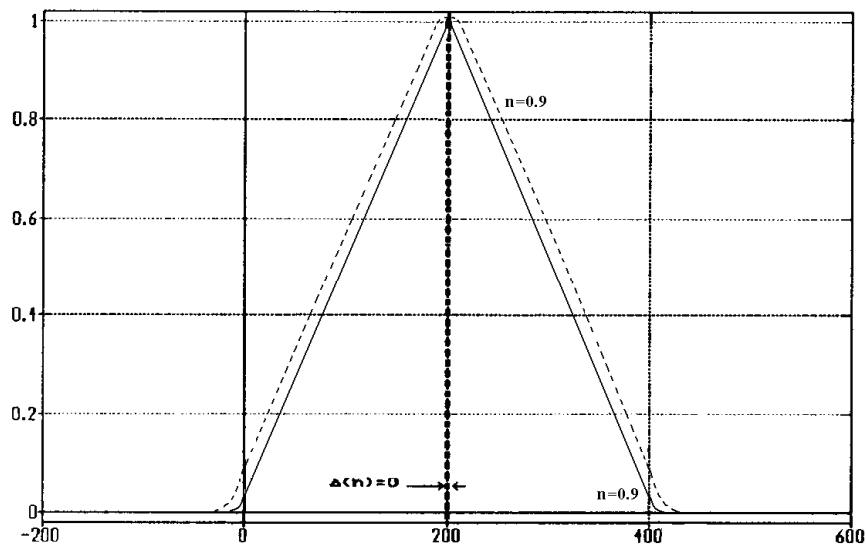


Fig.II.11 : Réponse réduite du détecteur CRONE a la transition parabolique de la figure II.1 pour un horizon de calcul inférieur à la largeur de la transition et pour deux ordres de dérivation compris entre -1 et 1

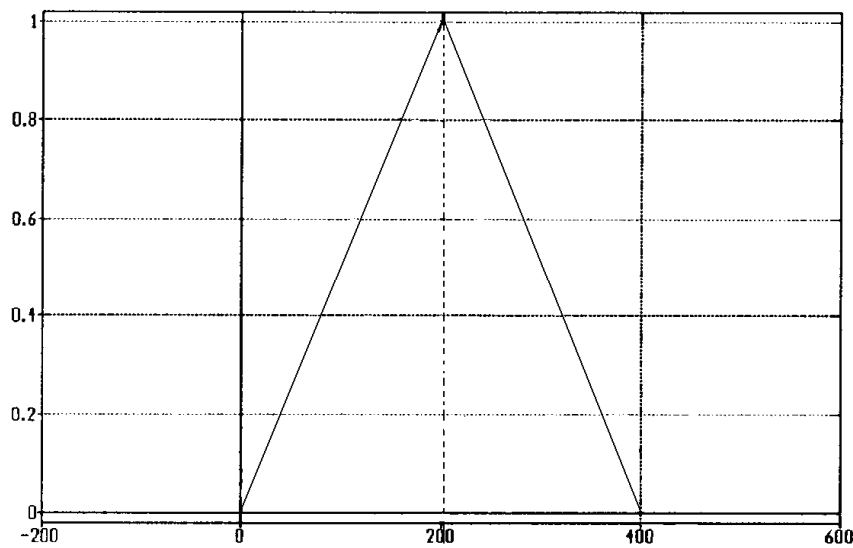


Fig.II.12 : Fonction dérivée première réduite de la transition parabolique
De la figure II.1

b- Immunité au bruit

Le gain de l'opérateur symbolique de dérivation p^n décroît de $6n$ dB/oct pour $n \in]-1, 0[$ (filtrage passe-bas) tandis qu'il croît à raison de 6 dB/oct pour $n = 1$ (filtrage passe-haut).

Pour une sélectivité comparable donnée par les figures II.11 et II.12, un détecteur CRONE d'ordre compris entre -1 et 0 assure une meilleure immunité au bruit qu'un dérivateur d'ordre 1 et améliore ainsi le compromis sélectivité-immunité au bruit. C'est ce que confirme la figure II.13 en présentant la réponse d'un détecteur CRONE d'ordre $-0,75$ à une marche parabolique bruitée. Ces figures montrent que les maxima de la réponse du détecteur déterminent l'abscisse du point d'inflexion de la transition indépendamment du bruit. Une telle propriété exprime la robustesse du détecteur vis-à-vis du bruit.

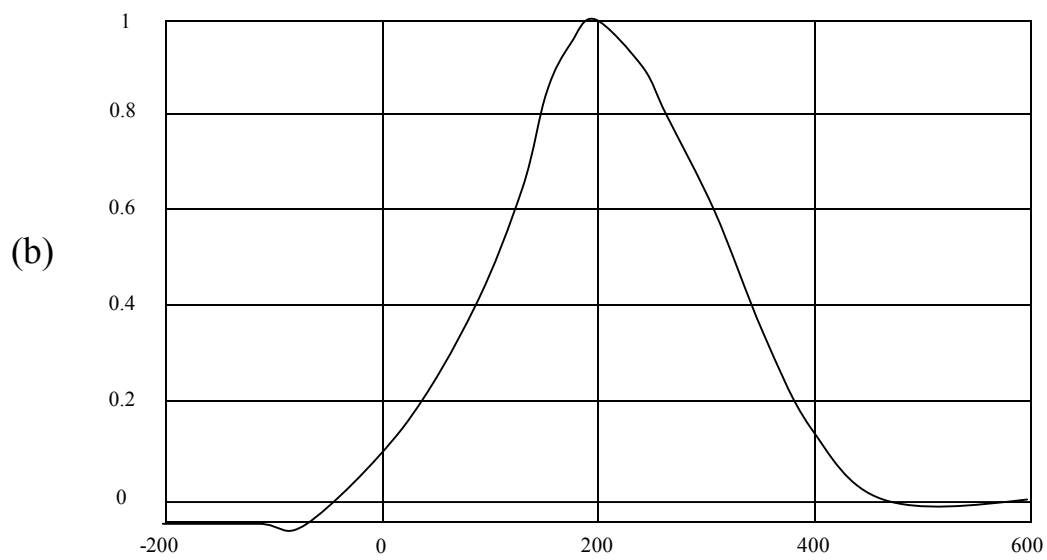
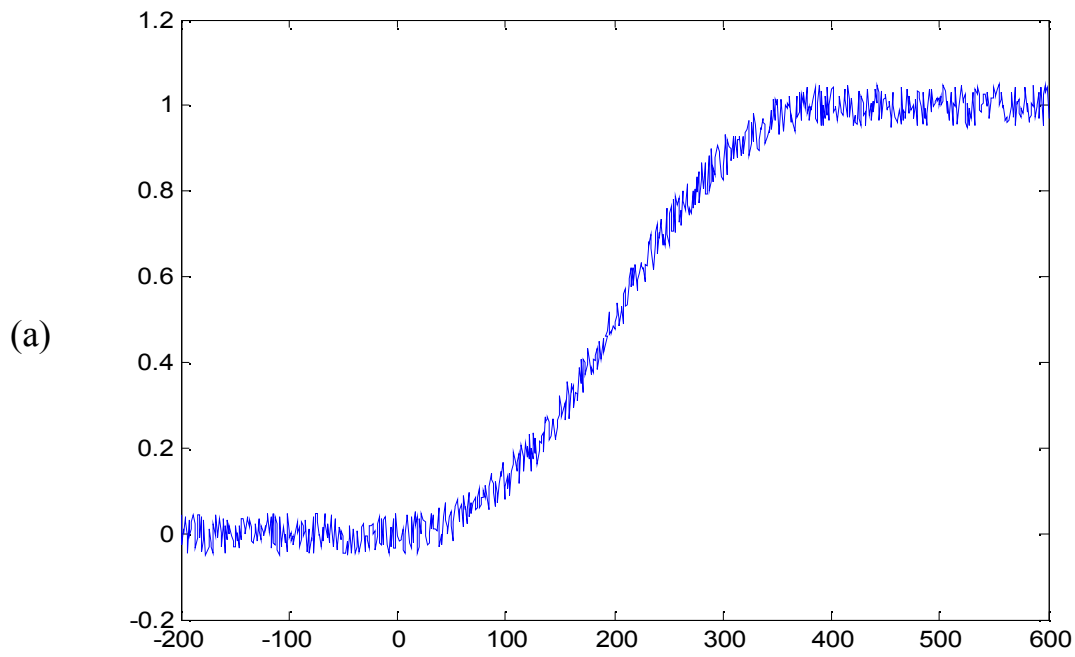


Fig.II.13 : Réponse réduite d'un détecteur CRONE d'ordre -0.75
 (b) à une marche parabolique bruité (a)

II-5 Caractérisation du détecteur CRONE

II-5-1 Caractérisation spatiale

a- Caractérisation impulsionnelle de \underline{D}_n

La fonction $f^{(n)}(x)$, dérivée non entière de $f(x)$, calculée suivant les x croissants est donnée par :

$$\underline{D}_n f(x) = f(x) * \underline{D}_n \delta(x) \tag{II.16}$$

où $\underline{D}_n \delta(x)$ est la dérivée nième pour x croissant de l'impulsion unitaire $\delta(x)$, (figure II.14) :

$$\underline{D}_n \delta(x) = \begin{cases} \frac{x^{-n-1}}{\Gamma(-n)} & \text{pour } x > 0 \\ 0 & \text{pour } x \leq 0 \end{cases} \tag{II.17}$$

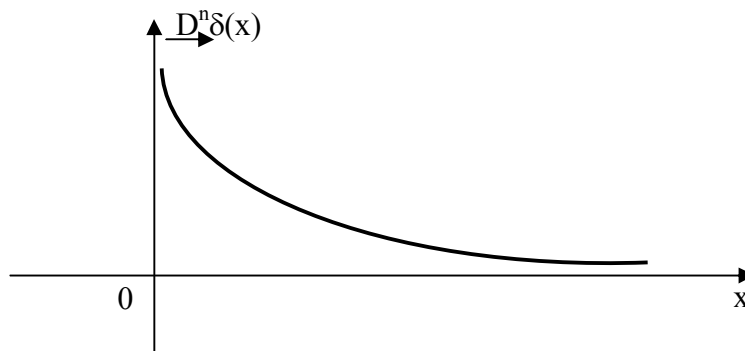


Fig.II.15 : Réponse impulsionnelle (causale) de l'opérateur spatial \underline{D}_n pour $[n] \in \mathbb{R}^*$

Suivant les x décroissant, la fonction dérivée non entière de $f(x)$, est donnée par :

$$\overleftarrow{D}_n f(x) = f(x) * \overleftarrow{D}_n \delta(x) \tag{II.18}$$

où $\leftarrow D^n \delta(x)$ est la dérivée nième pour x décroissant de l'impulsion unitaire $\delta(x)$. (Figure II.15) :

$$\leftarrow D^n \delta(x) = \begin{cases} 0 & \text{pour } x \geq 0 \\ \frac{|x|^{-n-1}}{\Gamma(-n)} & \text{pour } x < 0 \end{cases} \quad (\text{II.19})$$

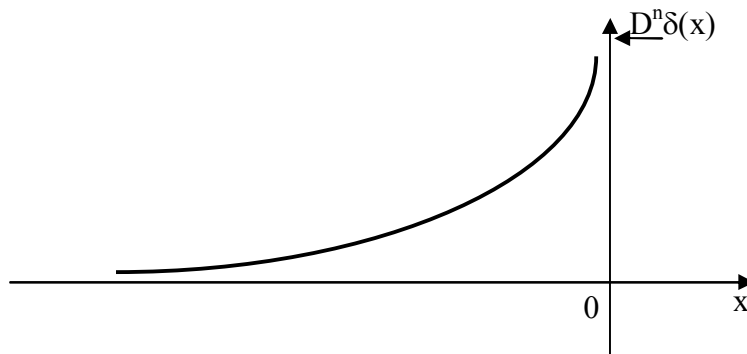


Fig.II.15 : Réponse impulsionnelle (anticausale) de l'opérateur spatial $\leftarrow D^n$ pour $[n] \in \mathbb{R}^*$

Appliqué à une transition $f(x)$, l'opérateur spatial D^n : $\leftarrow D^n f(x) = \overrightarrow{D^n} f(x) \leftarrow D^n f(x)$ (II.20)

Donne :

$$\leftarrow D^n f(x) = f(x) * \overrightarrow{D^n} \delta(x) - f(x) * \leftarrow D^n \delta(x) \quad (\text{II.21})$$

et compte tenu de la distributivité du produit de convolution :

$$\leftarrow D^n f(x) = f(x) * (\overrightarrow{D^n} \delta(x) - \leftarrow D^n \delta(x)) \quad (\text{II.22})$$

ou:

$$\leftarrow D^n f(x) = f(x) * \leftarrow D^n \delta(x) \quad (\text{II.23})$$

Avec:

$$\leftarrow D^n \delta(x) = \overrightarrow{D^n} \delta(x) - \leftarrow D^n \delta(x) \quad (\text{II.24})$$

$\leftarrow D^n \delta(x)$ est la réponse impulsionnelle de l'opérateur spatial $\leftarrow D^n$ qui définit le détecteur CRONE.

Et en reportant les expressions de $\overrightarrow{D}^n \delta(x)$ et $\overleftarrow{D}^n \delta(x)$

$$\overleftarrow{D}^n \delta(x) = \begin{cases} \frac{x^{-n-1}}{\Gamma(-n)} & \text{pour } x > 0 \\ -\frac{|x^{-n-1}|}{\Gamma(-n)} & \text{pour } x < 0 \end{cases} \quad (\text{II.25})$$

soit
$$\overleftrightarrow{D}^n \delta(x) = \frac{|x^{-n-1}|}{\Gamma(-n)} \text{sign}(x) \quad (\text{II.26})$$

La combinaison des figures II.15 et II.16 permet d'obtenir, la courbe représentative des variations de la réponse impulsionnelle de l'opérateur spatial \overleftrightarrow{D}^n (figure II.16). Cette réponse impulsionnelle vérifie les deux propriétés spécifiques de celle de tout détecteur de contour linéaire : l'imparité et la nullité à $\pm \infty$.

La première propriété permet de ne pas détecter de point d'inflexion dans une région de niveau de gris constant. La seconde assure une complexité de calcul raisonnable.

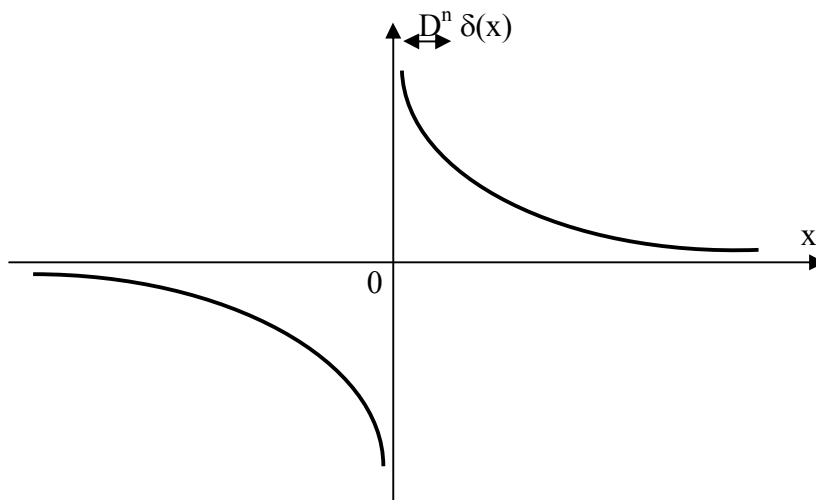


Fig.II.16 : Réponse impulsionnelle (non causal) du détecteur CRONE pour $[n] \in \mathbb{R}^*$

b- Formulation de \overrightarrow{D}^n

$f^{(1)}(x)$, dérivée première de $f(x)$, calculée suivant les x croissants est donnée par :

$$\overrightarrow{D}^n f(x) = \frac{f(x) - f(x-h)}{h} \quad (\text{II.27})$$

et pour les x décroissants par :

$$\overleftarrow{D}^n f(x) = \frac{f(x) - f(x+h)}{h} \quad (\text{II.28})$$

h étant infiniment petit.

Soit l'opérateur q défini par : $q f(x) = f(x+h)$ ou $q^{-1} f(x) = f(x-h)$ (II.29)

On peut écrire :

$$\overrightarrow{D} f(x) = \frac{1 - q^{-1}}{h} f(x) \quad (\text{II.30})$$

et

$$\overleftarrow{D} f(x) = \frac{1 - q}{h} f(x) \quad (\text{II.31})$$

d'où :

$$\overrightarrow{D} = \frac{1 - q^{-1}}{h} \quad (\text{II.32})$$

et

$$\overleftarrow{D} = \frac{1 - q}{h} \quad (\text{II.33})$$

et donc, à l'ordre n :

$$\overrightarrow{D}^n = \left(\frac{1 - q^{-1}}{h} \right)^n \quad (\text{II.34})$$

et

$$\leftarrow D^n = \left(\frac{1-q}{h} \right)^n \quad (II.35)$$

L'opérateur spatial :

$$\leftrightarrow D^n = \overrightarrow{D}^n - \leftarrow D^n \quad (II.36)$$

a comme expression:

$$\leftrightarrow D^n = \frac{1}{h^n} [(1-q^{-1})^n - (1-q)^n] \quad (II.37)$$

En développant respectivement $(1-q^{-1})^n$ et $(1-q)^n$ par la formule du binôme de Newton :

$$\leftrightarrow D^n = \frac{1}{h^n} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{n(n-1) \dots (n-k+1)}{k!} (q^{-k} - q^k) \quad (II.38)$$

$\leftrightarrow D^n$ appliqué à une transition $f(x)$ donne :

$$\leftrightarrow \mathcal{B}^n = \frac{1}{h^n} \sum_{k=0}^{\infty} a_k [f(x-kh) - f(x+kh)] \quad (II.39)$$

en posant:

$$a_k = (-1)^k \binom{n}{k} = (-1)^k \frac{n(n-1) \dots (n-k+1)}{k!} \quad (II.40)$$

II-5-2 Caractérisation symbolique

L'opérateur spatial $\leftrightarrow \mathcal{B}^n$ tel que définit par (II.37) ou (II.38) s'applique à une fonction concrète (spatiale), discrétisée au pas d'échantillonnage h , soit $f(x)$ avec $x=Kh$.

$\leftrightarrow \mathcal{B}^n$ peut ainsi être interprété comme une transmittance en q , $\leftrightarrow \mathcal{B}^n(q)$.

Le remplacement de q par l'opérateur avance $z = e^{hp}$ (p étant la variable opérationnelle), détermine une transmittance en z , $\overleftrightarrow{D}^n(z)$, alors applicable à une fonction symbolique, c'est-à-dire à la transformée en z de $f(Kh)$. L'opérateur z est en effet défini par :

$$z^{\pm 1} Z[f(Kh)] = Z[f((K\pm 1)h)] \tag{II.41}$$

En faisant $q=z$ dans les expressions (II.35) et (II.38), \overleftrightarrow{D}^n s'écrit :

$$\overleftrightarrow{D}^n(z) = \frac{1}{h^n} [(1-z^{-1})^n - (1-z)^n] \tag{II.42}$$

Ou :

$$\overleftrightarrow{D}^n(z) = \frac{1}{h^n} \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k \frac{n(n-1) \dots (n-k+1)}{k!} (z^{-k} - z^k) \tag{II.43}$$

II-5-3 Caractérisation fréquentielle

La réponse en fréquence $\overleftrightarrow{D}^n(j\omega)$ du détecteur CRONE, s'obtient à partir de (II.42) en remplaçant z par $e^{j\omega h}$ puis en déterminant la limite quand h tends vers zéro.

$$\overleftrightarrow{D}^n(e^{j\omega h}) = \frac{1}{h^n} [(1-e^{-j\omega h})^n - (1-e^{j\omega h})^n] \tag{II.44}$$

pour h infiniment petit, on peut écrire:

$$1 - e^{-j\omega h} = 1 - (1 - j\omega h) = j\omega h \tag{II.45}$$

et :

$$1 - e^{j\omega h} = 1 - (1 + j\omega h) = -j\omega h \tag{II.46}$$

$$\overleftrightarrow{D}^n(j\omega) = \frac{1}{h^n} [(j\omega h)^n - (-j\omega h)^n] \tag{II.47}$$

en remplaçant j par $e^{j\pi/2}$:

$$\left\langle \underline{D}^n(j\omega) \right\rangle = \frac{1}{h^n} [(\omega h)^n (e^{jn\pi/2} - e^{-jn\pi/2})] \quad (\text{II.48})$$

ou: $\left\langle \underline{D}^n(j\omega) \right\rangle = j 2\omega^n \sin n\pi/2$ (II.49)

Le gain et la phase admettant respectivement des expressions de la forme:

$$\left| \left\langle \underline{D}^n(j\omega) \right\rangle \right| = \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^n \quad (\text{II.50})$$

et $\arg \left\langle \underline{D}^n(j\omega) \right\rangle = \pi/2 \operatorname{sign}(\sin n\pi/2)$ (II.51)

la fréquence de transition (ou au gain unité) ω_0 étant définie par :

$$\omega_0 = (2|\sin n\pi/2|)^{-1/n} \quad (\text{II.52})$$

La relation (II.50) traduit un résultat remarquable en ce sens qu'elle exprime que le gain du détecteur CRONE est identique à celui d'un dérivateur de même ordre et de même fréquence de transition.

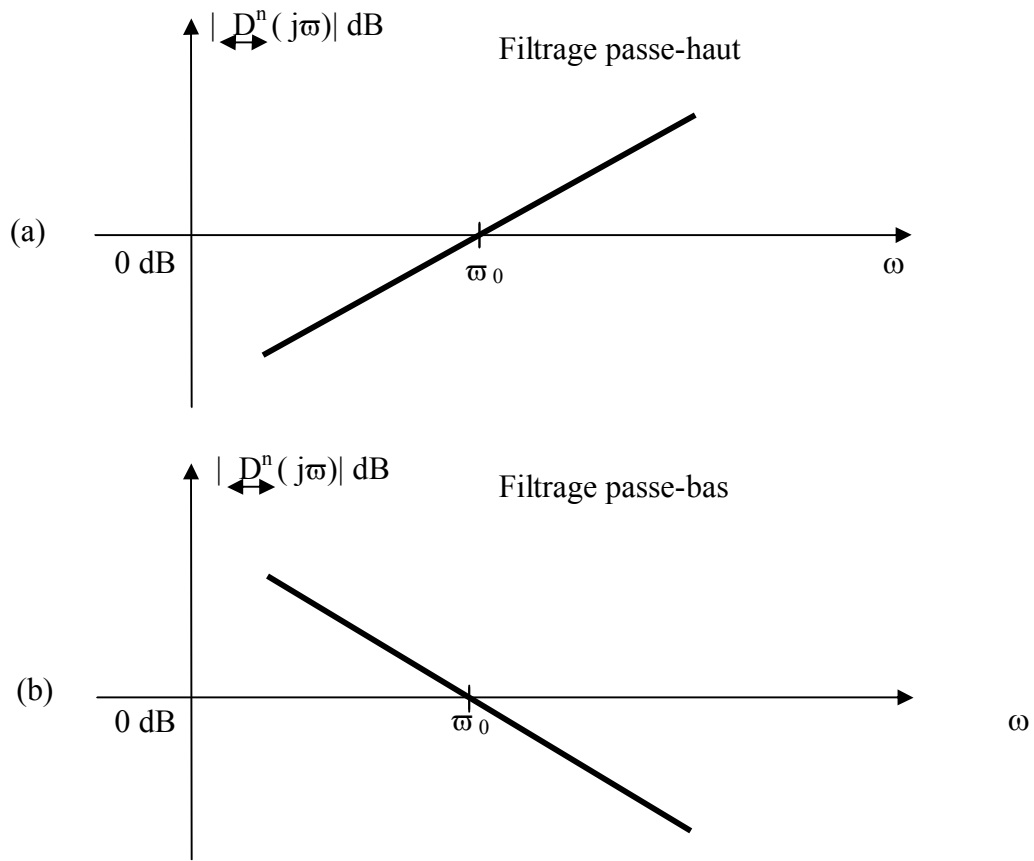


Fig.II.17 : Diagramme de gain du détecteur CRONE

(a) $0 < n < 1$ (dérivation)

(b) $-1 < n < 0$ (intégration)

La figure II.17 présente les diagrammes de gain obtenus pour deux ordres de dérivation compris entre -1 et 1 . Le gain croît ou décroît à raison de $6n$ dB/oct selon que n est positif ou négatif.

II-6 Détecteur CRONE en dimension 2

II-6-1 Extension du détecteur CRONE à deux dimensions

En vue d'extraire les contours d'une image, il convient d'étendre à deux dimensions le détecteur CRONE conçu en dimension 1 puis de vérifier que ses propriétés sont alors conservées.

Nous considérons l'opérateur vectoriel dont chacune des deux composantes indépendantes (suivant x et y) est réalisée par un détecteur CRONE à une dimension dont l'opérateur \mathcal{D}^n qui

le définit fait l'objet d'une troncature spatiale. Une telle troncature est conforme à celle que dicte au plan pratique la série illimitée (II.38).

Si $N \times N$ désigne la dimension de l'image et $2m+1$ la taille des composantes du masque, la complexité de calcul de chaque composante (conforme à l'implémentation) est de mN^2 additions.

Le masque correspondant à la composante horizontale s'écrit :

$$[+a_m \dots +a_1 \ 0 \ -a_1 \dots -a_m], \quad (\text{II.53})$$

et ceci correspondant à la composante verticale:

$$\begin{pmatrix} +a_m \\ \vdots \\ +a_1 \\ 0 \\ -a_1 \\ \vdots \\ -a_m \end{pmatrix} \quad (\text{II.54})$$

Les éléments a_k sont les coefficients du binôme de Newton définis par (II.40).

II-7 Conclusion

Un opérateur de dérivation non entière révèle toute sa richesse ; il regroupe en effet deux fonctions bien distinctes en extraction de contour, à savoir le filtrage du bruit et la détection des points d'inflexion.

III-1 Introduction

Il existe des logiciels de traitement d'images dans lesquels on réalise un traitement en assemblant graphiquement des boîtes correspondants à des traitements élémentaires ou en utilisant des menus. Ces logiciels conviennent parfaitement lorsque on doit traiter une application simple et/ou standard. Par contre, dès que le problème à traiter s'éloigne un peu d'un problème standard, on ne peut se dispenser de comprendre le traitement d'images, et de développer ses propres traitements. Dans le travail que nous avons effectué, les algorithmes de détection de contours ont été implantés grâce au langage de programmation Matlab, version 7.0.

L'utilisation de Matlab nous permet de créer des traitements exclusivement à partir de fonctions élémentaires. Ces dernières sont en grande partie, des fonctions du noyau de base de Matlab. Certains traitements spécifiques (changement de format, visualisation, opérations morphologiques, etc.) font appel à des fonctions de l'extension « traitement d'images ». Nous présentons les programmes implantés ainsi que les résultats obtenus sur les images test.

III-2 Programmation

Nous avons commencé par créer des images synthétiques (bande verticale, bande horizontale, losange et transition parabolique). Afin de tester l'immunité au bruit de la détection par dérivée non entière, des images bruitées ont été générées par rajout de bruit Gaussien, bruit multiplicateur (« speckle »), poivre et sel à l'image représentant la transition parabolique. Les résultats obtenus sont comparés à ceux que donne l'opérateur Prewitt sur les mêmes images.

III-2-1 Construction des images tests

a- Image « mire verticale »

```
clear;
b11=[];
b11(1:256,1:256)=0.3;
b11(1:256,80:175)=0.7;
figure; imshow(b11);
imwrite(b11,'img1','jpeg');
```

b- Image « mire horizontale »

```
b12=[];
b12(1:256,1:256)=0.3;
b12(80:175,1:256)=0.7;
figure; imshow(b12);
imwrite(b12,'img2','jpeg');
```

c- Image « losange »

```

bl3=[];
bl3(1:256,1:256)=0.3;
k=0;
for i=49:128
    k=k+1;j1=128-k;j2=128+k;
    for j=j1:j2
        bl3(i,j)=0.7;
    end
end
k=0;
for i=208:-1:129
    k=k+1;j1=128-k;j2=128+k;
    for j=j1:j2
        bl3(i,j)=0.7;
    end
end
figure; imshow(bl3);
imwrite(bl3,'img3','jpeg');

```

d- Image « transition parabolique »

```

clear;
i0=80;j0=80;
r02=(128-i0)^2+(128-j0)^2; rm2=4*r02;
a=1/(2*r02);
a2=2*a*r02;a4=4*a;
B=zeros(256,256);
for i=1:128;
    y2=(128-i)^2;
    for j=1:128;
        x2=(128-j)^2;
        r2=y2+x2;
        if r2<r02 f(i,j)=a*r2;
        else if r2>rm2 f(i,j)=a2;
            else f(i,j)= -a*r2-a2+a4*sqrt(r02*r2);
        end
    end
    B(i,j)=255*(1-f(i,j));
    for j=129:256;
        j1=256+1-j;
        B(i,j)=B(i,j1);
    end
end
end
for i=129:256;
    i1=256+1-i;
    for j=1:256;
        B(i,j)=B(i1,j);
    end
end

```

```

end
end
A=mat2gray(B);
figure;imshow(A);
imwrite(A,'img4','jpeg');

```

III-2-2 Rajout de bruit

a- Bruit gaussien

```

Ab1=imnoise(A,'gaussian');
figure;imshow(Ab1);
imwrite(Ab1,'img4b1','jpeg');

```

b- Bruit "speckle"

```

Ab2=imnoise(A,'speckle',0.02);
figure;imshow(Ab2);
imwrite(Ab2,'img4b2','jpeg');

```

III-2-3 Prammation du masque

Sachant que : $a_k = (-1)^k \frac{n(n-1) \dots (n-k+1)}{k !}$

```

%calcul de ak
n=-0.5;
a=[];
for k=1:5
    P=1;
    for j=1:k
        P=P*j;
    end;
    S=1;
    for j=0:k-1
        S=S*(n-j);
    end;
    a(k)=(-1)^k*S/P;
end;
a;

```

```

%le masque
b=[fliplr(a) 0 -a];

```

III-2-4 Calcul final

(Nous pouvons mettre n'importe quelle matrice image pour tester le programme).

```
%calcul de Ix
A=imread('imtest');

%partieI

c11=[];
for j=6:10
    k=11-j;
    A2=fliplr([A(:,1:11-j)]);
    A1=[];
    A1=[A(:,1:j)];
    x1=double([A2 A1]);
    c1=x1*b';
    c11=[c11,c1];
end

%partieII

c22=[];
for j=11:256
    A3=[A(:,j-10:j)];
    x2=double([A3]);
    c2=x2*b';
    c22=[c22,c2];
end

%partieIII

c33=[];
for i=1:5
    A4=A(:,252:256);
    A5=A(:,246+i:251);
    A6=[];
    for j=1:i
        A66=A(:,256-j+1);
        A6=[A6 A66];
    end;
    x3=double([A5 A4 A6]);
    c3=x3*b';
    c33=[c33,c3];
end

Ix=[c11 c22 c33];
```

```
% calcul de Iy
```

```
B=A';
```

```
% partiel
```

```
d11=[];
for j=6:10
    k=11-j;
    B2=flipr([B(:,1:11-j)]);
    B1=[];
    B1=[B(:,1:j)];
    y1=double([B2 B1]);
    d1=y1*b';
    d11=[d11,d1];
end
```

```
% partielII
```

```
d22=[];
for j=11:256
    B3=[B(:,j-10:j)];
    y2=double([B3]);
    d2=y2*b';
    d22=[d22,d2];
end
```

```
% partielIII
```

```
d33=[];
for i=1:5
    B4=B(:,252:256);
    B5=B(:,246+i:251);
    B6=[];
    for j=1:i
        B66=B(:,256-j+1);
        B6=[B6 B66];
    end;
    y3=double([B5 B4 B6]);
    d3=y3*b';
    d33=[d33,d3];
end
```

```
Iz=[d11 d22 d33];
```

```
Iy=Iz';
```

```
% calcul de I(x,y)
```

```
I=sqrt(Ix.*Ix+Iy.*Iy);
```

```
% détection par gradient Prewitt
```

```

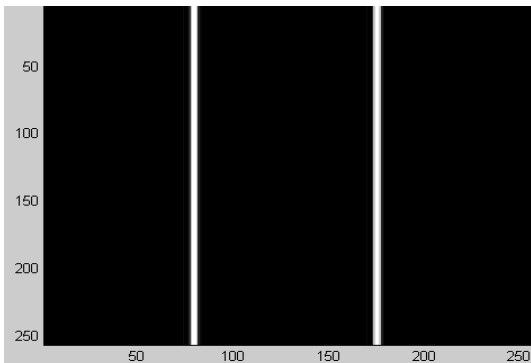
h=fspecial('prewitt');
v=h';
gh=filter2(h,A);
gv=filter2(v,A);
g=sqrt(gh.*gh+gv.*gv)/3;

% affichage
figure;imshow(A);
figure;image(I);colormap('gray');
figure;image(g);colormap('gray');
    
```

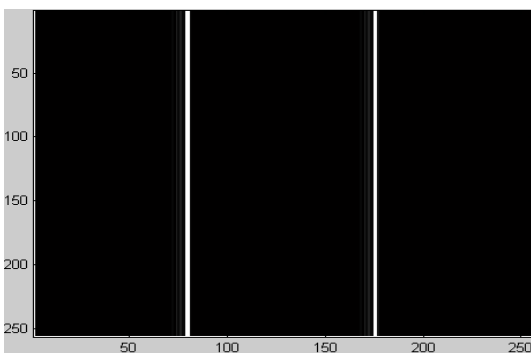
III-3 Résultats des tests



Image mire verticale



Détection DNE: n=1.5



Détection Prewitt

Remarque: la détection est presque la même pour les deux opérateurs.



Image mire horizontale

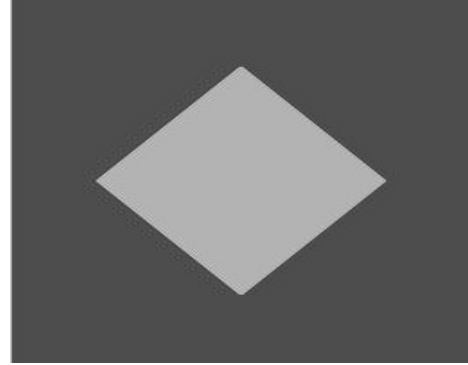
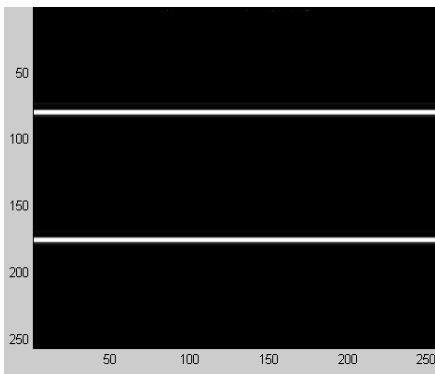
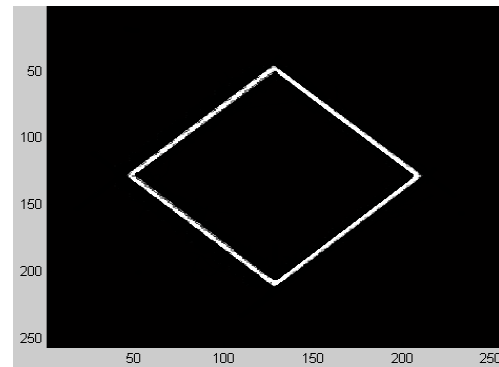


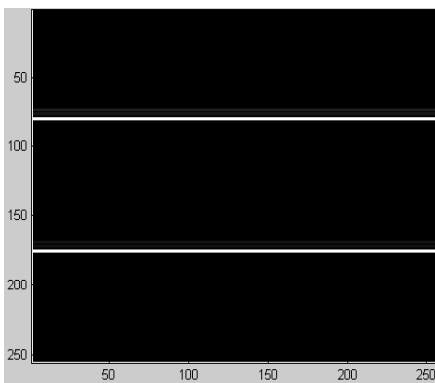
Image losange



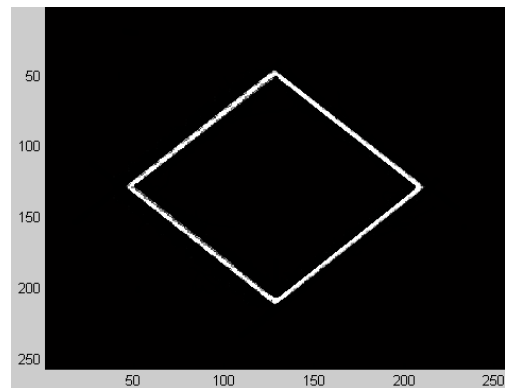
Détection DNE:n=1.5



Détection DNE:n=1.5



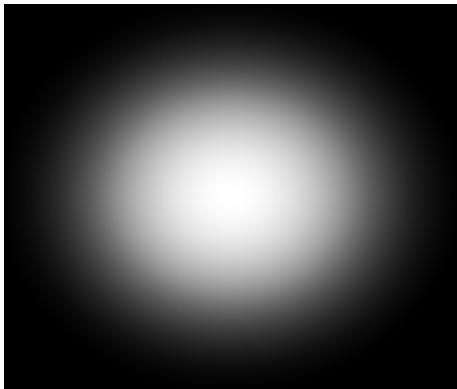
Détection Prewitt



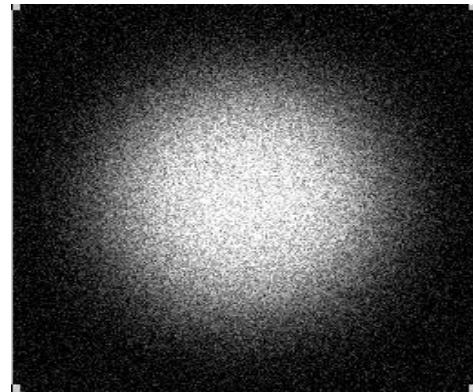
Détection Prewitt

Remarque:

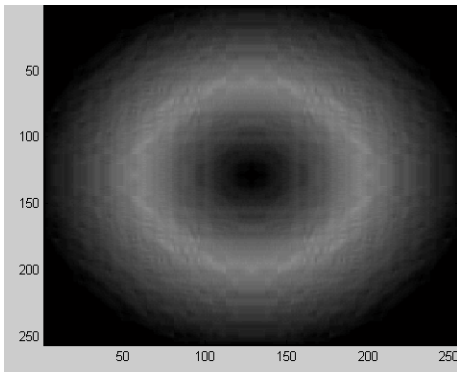
La détection est presque la même pour les deux opérateurs.



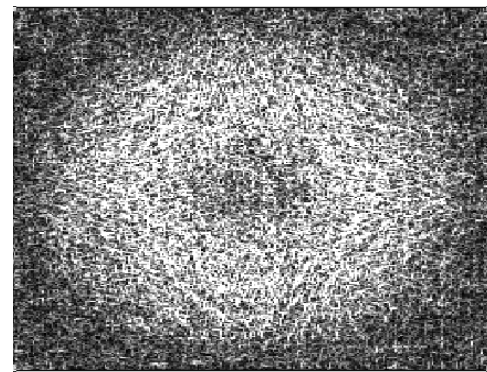
Transition parabolique



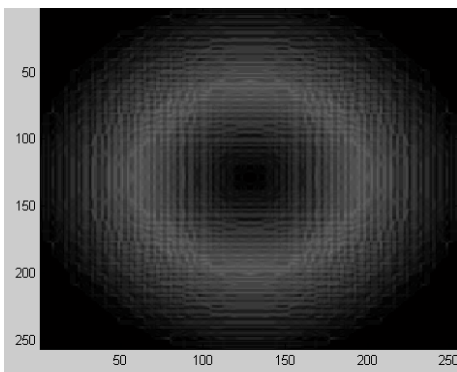
Bruit Guassien



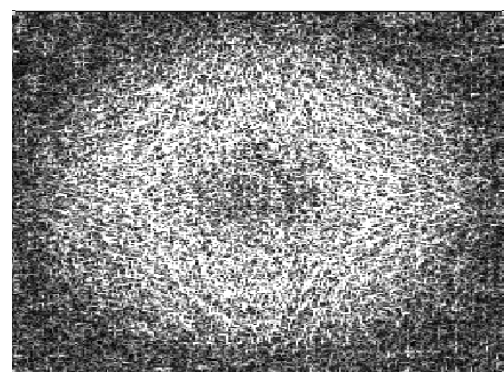
Détection DNE: $n=-0.5$



Détection DNE: $n=-0.5$



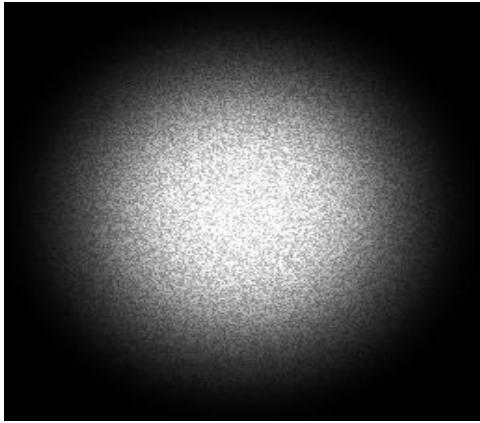
Détection Prewitt



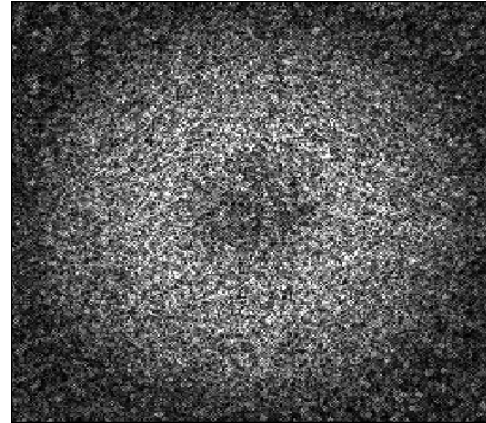
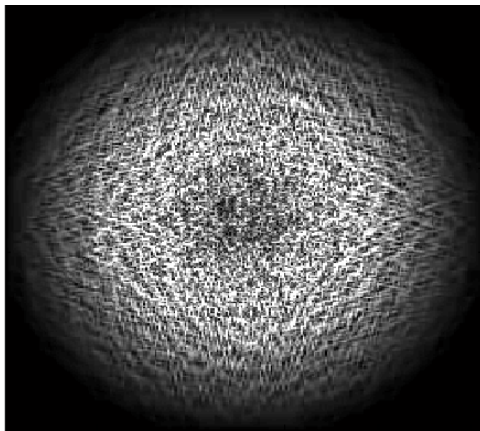
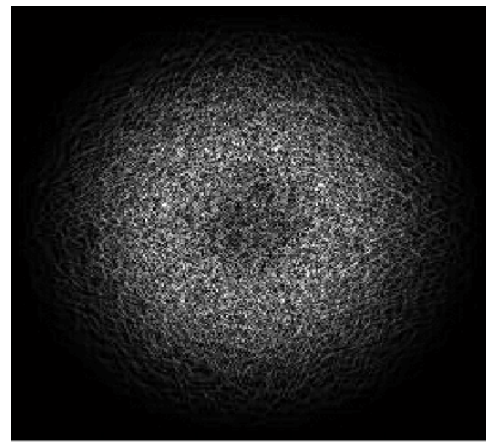
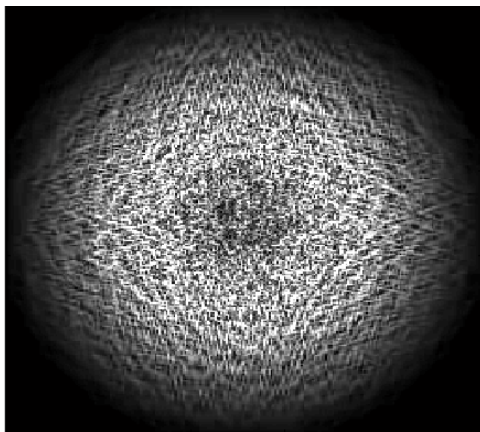
Détection Prewitt

Remarque:

Dans les deux séries ci-dessus, nous remarquons que la détection par dérivation non entière est avantageuse par rapport à la détection classique par Prewitt.



Bruit « speckle »

Détection DNE: $n=0.5$
(pour le bruit gaussien)Dérivation DNE: $n=-0.5$ Dérivation DNE: $n=0.5$
(pour le « speckle »)

Détection Prewitt

Remarque:

Dans les deux séries ci-dessus, nous avons deux remarques la 1^{ère} c'est pour le bruit « speckle »; telle qu'elle est la même pour la précédente. La 2^{ème} c'est que la détection par dérivation non entière pour 0.5 semble meilleur à -0.5.



Image réelle



Dérivation DNE: $n=-0.3$



Détection Prewitt

Remarque:

Avec cette image réelle, nous remarquons que la détection par dérivation non entière est sensible par rapport à la détection classique par Prewitt dans les zones claires; par contre dans les zones sombres c'est le contraire.

Conclusion générale:

Lors de cette étude l'ordre de dérivation «n» est considéré entre 0 et 1 puis entre 1 et 2, pour étudier son influence sur la sélectivité de la détection, le décalage de la position du contour ainsi que sur l'immunité au bruit. Le détecteur CRONE, avec un ordre de dérivation étendu au domaine $]-1,1[$, présente une bonne robustesse vis-à-vis du bruit assurée par sa fonction de filtrage de type passe-bas (notamment pour un ordre de dérivation négatif). Pour une sélectivité comparable à celle d'un dérivateur d'ordre 1, le détecteur CRONE assure en effet une meilleure immunité au bruit.

La comparaison des résultats montre que la détection est pratiquement équivalente à l'opérateur gradient pour les images synthétiques. Par contre, le rajout du bruit à ses images, le détecteur CRONE est avantageux par rapport à l'opérateur gradient. Dans le cas des images réelles le détecteur CRONE permet une meilleure détection surtout dans les zones d'assez forte luminosité, tant dis qu'il présente une faiblesse pour les images sombres.

Au terme de notre travail, nous avons relevé la nécessité de compléter cette étude par des travaux supplémentaires. Il s'agira de déterminer de manière automatique la valeur optimale de l'ordre de dérivation correspondant à l'image à traiter. Un autre thème pourra également être développé: il s'agit de déterminer le degré de troncature de la fonction dérivée non entière, c'est-à-dire la dimension du masque à choisir.

Bibliographie

[1]: C. K. Chow et T. Kaneno ;

« Bounday detection of radiographic images by the reshould method, *Frontiers of Pattern Recognition* ». S. WATANABE éd, USA, 1972, p. 61-62.

[2] : J. M. S. Pewitt ;

« Object enhancement and extraction ». In: B. S. Likin and A. Rosenfeld, Editors, *Picture Processing and Psychopictorics*, Academic Press, London (1970), pp. 75-149.

[3] : D. Marr and E. Hledreth ;

« Theory of edge detection ». *Proc. Roy. Soc. London B* 204 (1982), pp. 301-328.

[4] : A. Oustaloup ;

« La dérivation non entière: théorie, synthèse et applications », Editions Hermès, Paris, France (1995).

[5]: A. Oustaloup, B. Mathieu, P. Melchior ;

« Edge detection using non integer derivation », Presented at the IEEE European Conference on Circuit Theory and Design (ECCTD'91), Copenhagen, Denmark, September 3-6, 1991.

[6] : A. Oustaloup, B. Mathieu, P. Melchior ;

« Robust edge detector of non integer order: the CRONE detector », Presented at the 8th Congrès de Cytométrie en flux et d'analyse d'Image (ACF'91), Mons, Belgique, November 6-8, 1991.

[7]: A. Oustaloup, B. Mathieu, P. Melchior ;

« Edge detection using non integer derivation », Presented at the International Summer School Fractal and Hyperbolic Geometries, Fractional and Fractal Derivatives in Engineering, Applied Physics and Economics, Bordeaux, France, July 3-8, 1994.

[8] : Gilles BRUEL ;

« Introduction au traitement d'images \ simulation sous MATLAB» ; Edition Ermes Science ;
2001