

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE	1
PARTIE I. RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE	3
Introduction à la première partie	3
Chapitre I. Quelques définitions	4
I.1. Ecoulement à surface libre	4
I.2. Nombre de Froude	4
I.3. Canal composé (lit composé)	4
I.4. Ressaut hydraulique	4
Chapitre II. Ressaut dénoyé en canal rectangulaire	5
III.1 : Introduction	5
III.2. Différents types de ressaut classique en canal rectangulaire	5
II.3. Différents types de ressaut forcé par seuil continu en canal rectangulaire	5
II.4. Rapport des hauteurs conjuguées du ressaut classique	9
III.5. Rendement du ressaut classique	12
II.6. Longueurs caractéristiques du ressaut classique	15
II.6.1. Longueur du rouleau	15
II.6.2. Longueur du ressaut	16
II.7. Profil de la surface libre du ressaut classique	17
II.8. Distribution des vitesses	19
II.9. Conclusion	20
Chapitre III. Ecoulements en lit composé	22
III.1. Introduction	22
III.2. Intérêt scientifique	22
III.3. Revue littéraire	23
III.4. Ecoulement uniforme en lit composé	23

III.4.1. Interaction mineur/majeur et couche de cisaillement	24
III.4.1.1. La force de cisaillement à l'interface mineur/majeur	24
III.4.1.2. Distribution latérale des contraintes au fond	27
III.4.2. Description tridimensionnelle de l'écoulement	27
III.4.2.1. Champ de vitesses	27
III.4.2.2. Tenseurs de Reynolds	28
III.5. Ecoulement non uniforme en lit composé	29
III.6. Conclusion	34
Chapitre IV. Ressaut hydraulique en lit composé droit	36
IV.1. Introduction	36
IV.2. Rapport des hauteurs conjuguées	36
IV.3. Rendement du ressaut	39
IV.4. Conclusion	40
Conclusion à la première partie	41
PARTIE II : RESSAUT HYDRAULIQUE DANS UN CANAL RECTANGULAIRE A RADIER TRIANGULAIRE	42
Introduction à la deuxième partie	42
Chapitre I. Rapport des hauteurs conjuguées	42
I.1. Introduction	42
I.2. Application de l'équation de la quantité de mouvement « Approche classique »	42
1.3. Représentation graphique	46
1.3.1. Variation de λ en fonction de F_1 pour différentes valeurs de β	49
1.3.2. Variation de λ en fonction de F_1 pour différentes valeurs de τ	49
1.3.2. Variation de τ en fonction de F_1 pour différentes valeurs de β	52
1.3.2. Variation de τ en fonction de F_1 pour différentes valeurs de λ	54
1.3.3. Variation de Y en fonction de F_1 pour différentes valeurs de τ	56

I.4. Application de l'équation de la quantité de mouvement « Nouvelle approche »	60
1.4.1. Représentation graphique	62
1.4.1.1. Variation de λ en fonction de F_1 pour différentes valeurs de τ	63
1.4.1.2. Variation de τ en fonction de F_1 pour différentes valeurs de λ	64
1.4.1.3. Variation de Y en fonction de F_1 pour différentes valeurs de τ	64
1.4.1.4. Variation de τ en fonction de F_1 pour différentes valeurs de β	65
1.4.1.5. Variation de Y en fonction de F_1 pour différentes valeurs de β	65
Chapitre II. Rendement du ressaut	66
2.1. Introduction	66
2.2. Relation du rendement	66
2.2.1. Représentation graphique	66
Conclusion à la deuxième partie	66
CONCLUSION GENERALE	70
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	72

INTRODUCTION GENERALE

La dissipation de l'énergie de l'eau à l'aval des évacuateurs de crues de barrage est indispensable pour éviter que se produisent des dégâts dus à l'érosion de l'oued. Cette dissipation peut se faire par plusieurs moyens, le plus simple de provoquer un ressaut hydraulique dans un bassin de dissipation de forme à choisir. La forme la plus simple est le rectangle mais la dissipation produite est faible. Pour rappel, le ressaut hydraulique est une brusque transition d'un écoulement en régime torrentiel vers un écoulement en régime fluvial. Plusieurs recherches sont effectuées sur les différentes formes de canaux prismatiques mais très peu de recherche sur les formes composées de canaux. Notre présent travail s'intéresse justement un type de canal composé. Il s'agit d'étudier le ressaut hydraulique se produisant dans un bassin de dissipation de forme rectangulaire à radier triangulaire.

Le présent mémoire est divisé en deux principales parties.

Une première partie entièrement consacré à la recherche bibliographique. Cette partie comporte quatre chapitres. Dans le premier chapitre nous avons données les principales définitions inhérentes à notre travail. Dans le deuxième chapitre, nous avons résumé les principaux travaux antérieurs consacrés au ressaut dénoyé en canal rectangulaire. Le troisième chapitre est consacré aux écoulements uniformes et non uniformes dans les canaux composés. Ce n'est qu'au quatrième et dernier chapitre de cette première partie qu'on présente une étude sur le ressaut hydraulique dans un canal composé ; il s'agit du canal composé droit.

La deuxième partie de ce mémoire est entièrement consacré à notre propre apport qui consiste à étudier la dissipation d'énergie par ressaut hydraulique dans un canal composé de type rectangulaire à radier triangulaire. Cette partie comporte deux chapitres. Dans le premier chapitre nous avons établi deux développements théoriques par application de l'équation de la quantité de mouvement, le théorème d'Euler en l'occurrence. Nous avons établi un premier développement classique, ensuite nous avons proposé une nouvelle approche tenant compte de la forme composé du canal ou plus explicitement de l'interaction entre le lit mineur et le lit majeur. Dans le deuxième chapitre nous avons déterminé la relation donnant le rendement du ressaut. Toutes les équations résultantes sont représentées sur des graphiques afin de bien illustrer la relation entre les différents paramètres.

Enfin, le présent mémoire est terminé par une conclusion générale dans laquelle nous avons rappelé les principaux résultats.

Partie I. RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

Introduction à la première partie

Cette première partie de la thèse est entièrement consacrée à la recherche bibliographique. Nous allons passer en revue, les différents travaux, antérieurement réalisés, qui puissent nous être utiles au traitement de notre sujet de mémoire.

A notre connaissance, hormis l'étude de Khattaoui et Achour (2012), notre sujet n'a jamais, auparavant, fait l'objet d'une quelconque autre étude; Ce qui fait d'ailleurs son originalité. On s'est intéressé alors, dans cette recherche bibliographique, aux travaux portant sur les ressauts hydrauliques dans un canal rectangulaire prismatique, les écoulements uniformes et non uniformes dans les canaux composés, ainsi qu'au ressaut hydraulique se produisant dans un bassin de dissipation de forme composé droit.

Cette première partie comporte quatre chapitres.

Dans le premier chapitre, nous avons donné la définition de quelques termes qui reviennent à maintes reprises dans ce mémoire.

Les travaux antérieurs réalisés sur le ressaut dénoyé en canal rectangulaire sont présentés dans le deuxième chapitre.

Le troisième chapitre est consacré à la présentation des principaux résultats des études antérieures, portées sur les écoulements uniformes et non uniformes dans les canaux composés prismatiques et non prismatiques. Ce chapitre nous permet de comprendre la particularité et la complexité de ces écoulements, à cause de l'interaction entre le lit mineur et le lit majeur.

Le quatrième et dernier chapitre de cette première partie est réservé à la seule étude consacré au ressaut hydraulique dans un canal composé droit.

Chapitre I. Quelques définitions

I.1. Ecoulement à surface libre : l'écoulement à surface libre est un écoulement dont la surface libre est en contact avec l'atmosphère ; Ceci à l'inverse d'un écoulement en charge.

I.2. Nombre de Froude : Le nombre de *Froude*, F , est un nombre sans dimension caractérisant le rapport entre les forces d'inertie et les forces de viscosité. Il s'écrit :

$$F = \left[\frac{Q^2}{gA^3} \frac{\partial A}{\partial h} \right]^{1/2} \quad (1.1)$$

Où, A est la section transversal, h est le tirant d'eau, g est l'accélération de la pesanteur.

Le nombre de *Froude* définit le régime d'écoulement. Le régime peut être fluvial $F < 1$, critique $F = 1$ ou torrentiel $F > 1$.

Le passage d'un régime fluvial au régime torrentiel se fait d'une manière brusque ou graduelle mais sans grandes perturbations, tandis que le passage du torrentiel au fluvial s'effectue brusquement à l'aide d'un ressaut hydraulique.

I.3. Canal composé (lit composé) : Le canal composé ou lit composé est caractérisé par un lit mineur surmonté d'un lit majeur de largeur plus grande que celle du lit mineur.

I.4. Ressaut hydraulique : Le ressaut hydraulique est défini comme une brusque transition d'un écoulement en régime torrentiel en un écoulement en régime fluvial. Cette transition s'effectue par une grande turbulence du mélange d'eau et d'air, siège d'une importante dissipation d'énergie.

Chapitre II. Ressaut dénoyé en canal rectangulaire

II.1 : Introduction

Le ressaut hydraulique en lit composé n'a jamais fait l'objet, à notre connaissance, d'une quelconque recherche. On s'intéresse donc au ressaut hydraulique se produisant en canal rectangulaire étant donné que le canal composé auquel on s'intéresse est composé de deux sections rectangulaires. Nous allons donner dans ce chapitre les principaux résultats des recherches antérieures portées sur la classification des ressauts, le rendement, les longueurs caractéristiques ainsi que la distribution des vitesses dans le corps même du ressaut.

II.2. Différents types de ressaut classique en canal rectangulaire

Le ressaut classique est celui qui se produit librement dans un bassin de dissipation de forme rectangulaire, sans aucun obstacle avant la fin du ressaut.

Anderson (1978) a étudié expérimentalement les ressauts hydrauliques pour lesquels $F_1 < 1,7$. L'auteur a conclu que ces ressauts ne répondent pas aux exigences d'un bassin de dissipateur d'énergie ; les ressauts correspondants sont dits ondulés, présentant tantôt une surface libre régulièrement perturbée et lisse ($0,4 < F_1 < 1,4$), tantôt une surface libre irrégulièrement ondulée ($1,4 < F_1 < 1,7$). Pour des nombres de Froude $F_1 > 1,7$, *Bradley* et *Peterka* (1957), en excluant les formes du ressaut obtenues à des profondeurs initiales variant entre 1 et 2 cm, ont proposé quatre formes distinctes, correspondant chacune à une gamme du nombre de Froude F_1 ; Le ressaut faible ou le pré-ressaut ($1,7 < F_1 < 2,5$), le ressaut oscillant ou de transition ($2,5 < F_1 < 4,5$), le ressaut stationnaire ou stable ($4,5 < F_1 < 9$) et le ressaut fort ou clapoteux ($F_1 > 9$).

II.3. Différents types de ressaut forcé par seuil continu en canal rectangulaire

Les premiers avoir étudié le ressaut forcé par seuil en canal rectangulaire sont sans doute *Forster* et *Skrinde* (1950), mais c'est *Rand* (1957) qui est le premier à avoir classé les ressauts forcés par seuil en 10 cas typiques (figure 1.1), se rapportant aux effets de la hauteur du seuil et de sa position ; le ressaut classique servant de cas de référence. *Rand* (1957) les a groupés en trois classes.

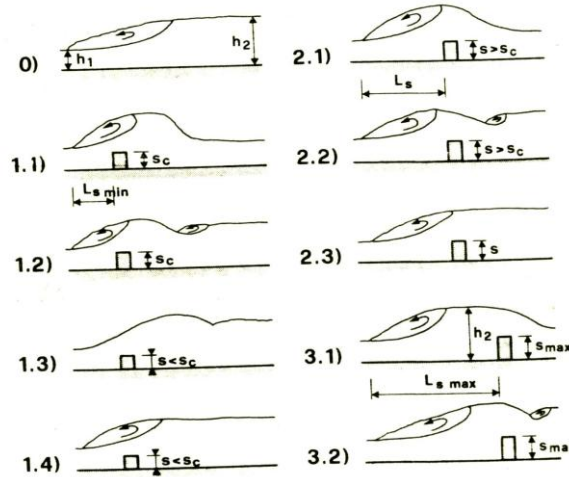


Figure 1.1. Différents cas possibles d'écoulement avec seuil (*Rand, 1957*).

0) ressaut classique, référence ; 3 classes : 1) position minimale, en amont, du seuil par rapport au pied du ressaut, 2) position intermédiaire et 3) position maximale en aval. h_1 et h_2 : hauteurs conjuguées du ressaut classique, s : hauteur du seuil, s_c : hauteur critique, L_s : position du seuil par rapport au pied du ressaut.

Dans la première classe, correspondant à la position minimale, en amont, du seuil par rapport au pied du ressaut, quatre types d'écoulements se présentent. 1.1) le seuil est placé le plus près possible du pied du ressaut et l'écoulement torrentiel à l'aval n'a aucune influence sur la formation du ressaut ; le seuil a une hauteur critique s_c , c'est à dire, il a la hauteur minimale pour que le ressaut se produise ; pour $s < s_c$, l'écoulement se transforme en jet, et pour $s > s_c$, le ressaut se déplace en amont ; 1.2) : type identique à 1.1) mais avec un niveau d'eau aval supérieur et en présence d'un deuxième ressaut ; Le niveau d'eau aval est encore sans influence sur la formation du ressaut ; 1.3) le seuil a une hauteur $s < s_c$, le ressaut disparaît et fait place au jet, avec ou sans un ressaut à l'aval du seuil ; 1.4) similaire à 1.3) mais le niveau aval est élevé et tend vers la hauteur h_2 du ressaut classique ; le bassin a toujours la longueur $L_{s,min}$.

La classe 2 comprend 3 types : 2.1) le seuil a une hauteur $s > s_c$ et l'écoulement à l'aval est torrentiel ; le rouleau se termine au droit du seuil (cas analysé par *Forster et Skrinde (1950)*) ; 2.2) type identique au précédent, mais en présence d'un deuxième ressaut à l'aval suite à l'élévation du niveau d'eau qui reste sans influence sur la formation du ressaut à l'amont ; 2.3) similaire à 2.2), mais avec une submersion depuis l'aval, le plan d'eau au-delà du seuil est presque horizontal.

Deux types d'écoulements appartiennent à la troisième classe : 3.1) le seuil a la hauteur s_{\max} pour maintenir le ressaut dans cette position et agit comme un déversoir ; la hauteur d'eau juste à l'amont du seuil est égale à celle du ressaut classique ; l'écoulement à l'aval est torrentiel ; 3.2) type identique à 3.1) mais avec la présence d'un deuxième ressaut à l'aval suite à l'élévation du plan d'eau et sans submersion.

Deux nouveaux types de ressaut ont été rajoutés en 1988 à la classe 1 par *Bretz* (1988). Il s'agit des types 1.5) et 1.6) (figure 1.2) : Le niveau d'eau du cas 1.4) est augmenté légèrement et le jet se transforme en une onde non aérée atteignant une hauteur maximale ; l'effet de la submersion de l'aval commence à se faire sentir ; une élévation ultérieure du plan d'eau aval cause la formation d'un ressaut à l'amont du seuil (avec $s < s_c$): c'est le cas limite d'apparition du ressaut forcé à l'amont ; 1.6) : une nouvelle augmentation du plan d'eau du cas 1.5) engendre un ressaut s'étendant de part et d'autre du seuil (avec $s < s_c$); ce cas ressemble au cas 1.2) mais pour celui-ci le ressaut est forcé par le seuil de hauteur s_c , tandis que pour celui-là c'est le niveau d'eau aval h_2 qui en est la cause.

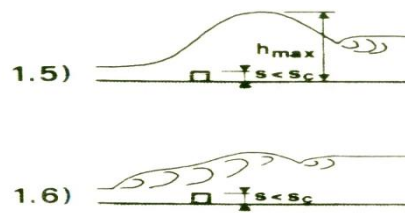


Figure 1.2. Type 1.5) et 1.6) (*Bretz*, 1988).

Afin de décrire tous ces cas, *Rand* (1957) définit un facteur de position K , défini ci-après, variant entre $K = 0$, pour le seuil dans la position minimale, et $K = 1$, pour la position maximale.

$$K = \frac{L_s/h_1 - L_s/h_{1 \min}}{L_s/h_{1 \max} - L_s/h_{1 \min}} \quad (1.2)$$

Sur la figure (1.3) de *Rand* (1957), la variation de h_2/h_1 en fonction du nombre de Froude F_1 au pied du ressaut, pour différents $S=s/h_1$, est représentée. La figure montre que la diminution des hauteurs conjuguées est d'autant plus importante que S est élevé, et que l'effet du seuil tend à disparaître lorsque F_1 augmente ; ce qui signifie que pour F_1 très grand, le seuil est inutile ! Ceci est difficilement admissible quand on connaît l'influence d'un tel seuil sur l'écoulement. En tenant compte de l'effet érosif des grandes vitesses et

des raisons d'efficacité, *Rand* (1957) suggère que K soit tel que $0,2 < K < 0,7$. La limite inférieure de la figure (1.3), indiquée par le trait interrompu, correspond au niveau au-dessous duquel la position du ressaut devient indépendante de la hauteur d'eau aval.

L'inconvénient de cette représentation est qu'il faut un diagramme pour chaque valeur de K . *Rand* (1957) en a donné pour cinq valeurs de K seulement.

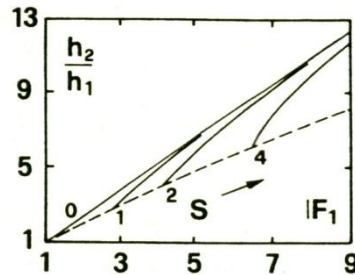


Figure 1.3. Hauteurs conjuguées du ressaut forcé par seuil

$h_2/h_1 = f F_1, S$ pour $K=0,7$ (*Rand*, 1957). (---) limite d'influence de l'aval sur l'amont.

Dans sa recherche suivante, *Rand* (1965), reprend ces diagrammes en les présentant sous une autre forme. Cette fois-ci, il représente, $Y = h_2/h_1$ en fonction de $S = s/h_1$ pour diverses valeurs de K . L'inconvénient aussi est qu'il faut un diagramme pour chaque nombre de *Froude* F_1 . La figure (1.4) est l'une de ces représentations pour $F_1 = 9$.

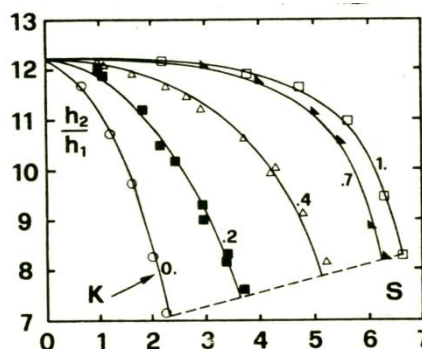


Figure 1.4. Hauteurs conjuguées $h_2/h_1 = f S, K$ pour $F_1 = 9$ (*Rand*, 1965). Valeurs et courbes expérimentales ; (---) limite d'influence de l'aval sur l'amont.

Macha (1963), vise deux objectifs : 1) dissipation suffisante (efficacité) et 2) protection contre la disparition du ressaut hors du bassin. Quatre types de seuils continus et dentés sont utilisés pour forcer le ressaut ; type I, seuil de section carrée ; type II, section triangulaire, face amont verticale, face aval à 45° ; type III, section triangulaire, face amont

à 45° , face aval verticale; type IV, section spéciale, face amont concave, face aval à 45° (voir croquis sur la figure (1.5)). Les hauteurs conjuguées sont mesurées pour différents $S \leq 2,5$ (limite pratique) en fonction de F_1 et de trois positions du seuil par rapport au pied du ressaut. De façon analogue, les hauteurs conjuguées critiques sont aussi relevées ; la hauteur aval critique $h_{2,c}$ correspond à la hauteur limite pour laquelle le ressaut est encore localisé dans le bassin ; Pour une hauteur inférieure, le ressaut est chassé en dehors.

La figure (1.5) montre les hauteurs conjuguées pour le seuil type IV ; pour les autres types de seuils, l'allure est analogue à celle de la figure (1.18). L'effet du seuil augmente avec F_1 et l'écart entre les diverses courbes de S : La tendance est donc contraire à celle des résultats de *Rand* (1957).

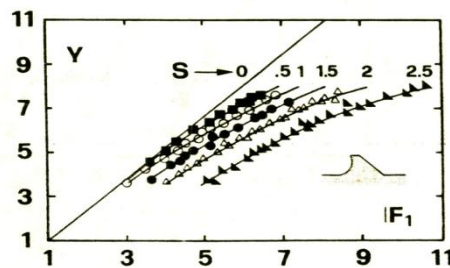


Figure 1.5. Hauteurs conjuguées $Y = f(F_1, S)$ du seuil continu du type IV pour $L_s / s = 11$; Valeurs et courbes expérimentales de *Macha* (1963).

Macha (1963), définit le rapport $h_2 / h_{2,c}$ comme facteur de sécurité. Ses essais montrent que, pour différents types de seuil en une position donnée de l'écoulement, le rapport $h_2 / h_{2,c}$ diminue avec F_1 croissant et qu'il est d'autant plus élevé que $S = s/h_1$ est grand.

II.4. Rapport des hauteurs conjuguées du ressaut classique

L'équation de la quantité de mouvement s'écrit :

$$\partial m\bar{v} / \partial t = \sum F_{ext} \quad (1.3)$$

Le théorème d'*Euler* se base sur l'équation de la quantité de mouvement, qui découle du second axiome de *Newton*, stipulant que la variation de la quantité de mouvement est égale à la somme des forces extérieures.

La figure (1.6) montre un ressaut classique évoluant entre ses sections initiale et finale 1 et 2.

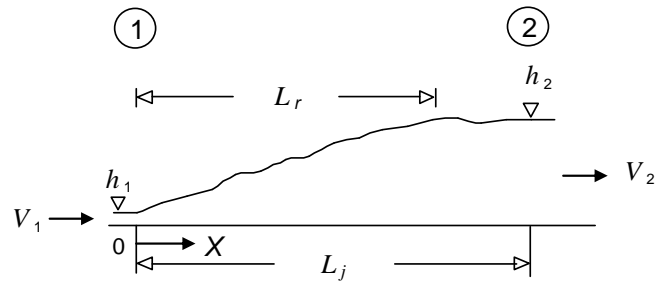


Figure 1.6. Schéma de définition du ressaut hydraulique dénoyé

Nous appliquons le théorème d'*Euler* entre les sections 1 et 2, représentant le début et la fin du ressaut.

Les forces extérieures agissantes sur le ressaut sont :

- Les frottements avec le fond et les parois du canal
- Le poids propre du ressaut
- Les pressions en amont et en aval du ressaut
- Les réactions des parois
- La résistance de l'aire sur la surface libre

Pour un canal quasi horizontal, la composante du poids propre est nulle. En outre, les réactions des deux parois sont égales et de sens opposés. De plus, en négligeant les forces de frottement avec les parois et le fond du canal ainsi que la résistance de l'aire sur la surface libre, les forces extérieures se réduisent aux seules forces de pression agissantes en amont et en aval du ressaut. En supposant une distribution uniforme des vitesses et une répartition hydrostatique des pressions, dans les sections transversales 1 et 2 de part et d'autre du ressaut, l'équation (1.3), en projection sur l'axe horizontal de l'écoulement, devient:

$$\rho Q v_2 - v_1 = F_1 - F_2 \quad (1.4)$$

Où ρ est la densité et, Q est le débit volume. F_1 et F_2 sont, respectivement, les forces de pression hydrostatique en amont et en aval du ressaut ; v_1 et v_2 sont les vitesses moyennes correspondantes.

La force de pression hydrostatique est le produit de la pression au centre de la gravité de la section transversale considérée et de l'aire de cette section. F_1 et F_2 s'écrivent donc :

$$F_1 = \varpi \bar{h}_1 A_1 \quad (1.5)_1$$

$$F_2 = \varpi \bar{h}_2 A_2 \quad (1.5)_2$$

Où $\varpi = \rho g$ désigne le poids spécifique du liquide, \bar{h}_1 et \bar{h}_2 sont respectivement la position du centre de gravité des sections A_1 et A_2 par rapport à la surface libre de l'écoulement dans ces sections.

Injectons (1.5) dans (1.4) :

$$Q v_2 - v_1 / g = \bar{h}_1 A_1 - \bar{h}_2 A_2 \quad (1.6)$$

En tenant compte de l'équation de continuité $v = Q/A$, l'équation (1.6) s'écrit :

$$\bar{h}_1 A_1 + Q^2 / g A_1 = \bar{h}_2 A_2 + Q^2 / g A_2 \quad (1.7)$$

Pour un canal rectangulaire, les centres de gravité \bar{h}_1 et \bar{h}_2 sont donnés par:

$$\bar{h}_1 = h_1 / 2 \quad (1.8)_1$$

$$\bar{h}_2 = h_2 / 2 \quad (1.8)_2$$

Rappelons que le nombre de *Froude* caractérisant le rapport entre des forces d'inertie et les forces de pesanteur s'exprime par :

$$F = \left[Q^2 \partial A / \partial h / g A^3 \right]^{1/2} \quad (1.1)$$

Pour un canal rectangulaire $A = bh$, et d'après l'équation (1.1), le nombre de *Froude* F_1 de l'écoulement incident est:

$$F_1 = Q / \sqrt{g b^2 h_1^3} \quad (1.9)$$

Prenons en compte les équations (1.8) et (1.9), et faisons apparaître le rapport des hauteurs conjuguées $Y = h_2/h_1$ dans l'équation (1.7) :

$$Y^2 + Y - 2F_1^2 = 0 \quad (1.10)$$

La racine de cette équation ayant un sens physique s'écrit :

$$Y = h_2/h_1 = 0,5 \sqrt{1 + 8F_1^2} - 1 \quad (1.11)$$

La relation (1.11) est connue sous le nom d'équation de *Belanger*. Elle permet d'évaluer le rapport Y , des hauteurs conjuguées du ressaut, en fonction du nombre de *Froude* F_1 . En pratique, les paramètres Q , g , b et h_1 sont généralement connus, et l'équation (1.11) permet le calcul de la profondeur finale h_2 du ressaut. Celle-ci sert au dimensionnement du canal suivant la hauteur. Pour des nombre de *Froude* $F_1 > 2$, la quantité $8F_1^2$ est supérieure à l'unité ($F_1^2 \gg 1$), *Hager* et *Sinniger*(1985, 1986) proposent alors de réduire l'équation (1.11) à :

$$Y = h_2/h_1 = \sqrt{2F_1} - 1/2 \quad (1.12)$$

La relation (1.12) montre ainsi que Y et F_1 sont linéairement dépendants.

II.5. Rendement du ressaut classique

Le rendement du ressaut représente sa capacité de dissipation, et est égale au rapport de la perte de charge totale entre le pied et la fin du ressaut et de la charge totale au pied de celui-ci (*Hager* et *Sinniger*, 1985, 1986).

$$\eta = \Delta H / H_1 \quad (1.13)$$

Où

$$\Delta H = H_1 - H_2 \quad (1.14)$$

H_1 et H_2 représentent respectivement les charges totales dans les sections initiale et finale du ressaut dénoyé.

La figure (1.7) montre la ligne de charge totale le long de la longueur L_j sur laquelle s'étend le ressaut classique.

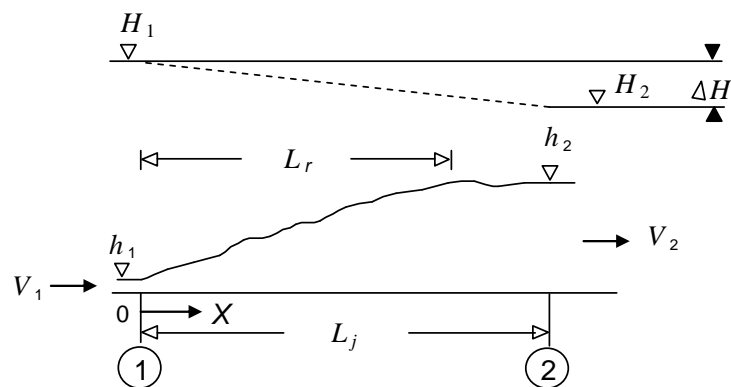


Figure 1.7. (---) Ligne de charge totale le long du ressaut classique.

Référons nous au plan 0-0, correspondant au fond horizontal du canal. Les charges totales dans les sections initiale et finale du ressaut s'écrivent :

$$H_1 = h_1 + \alpha_1 Q^2 / 2gA_1^2 \quad (1.15)_1$$

$$H_2 = h_2 + \alpha_2 Q^2 / 2gA_2^2 \quad (1.15)_2$$

$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$, désigne le facteur de correction de l'énergie cinétique dont on admet que la valeur est égale à l'unité.

En raison du caractère permanent de l'écoulement, l'équation de continuité reste en vigueur et l'on peut écrire :

$$Q = v_1 A_1 = v_2 A_2 \quad (1.16)$$

Où $A_1 = bh_1$ et $A_2 = bh_2$.

Injectons les relations (1.14), (1.15) et (1.16) dans l'équation (1.13) :

$$\Delta H = h_1 - h_2 + \frac{h_1^{-2} - h_2^{-2}}{2g} q^2 \quad (1.17)$$

$q = Q/b$, est le débit unitaire dont l'expression peut être déduite de l'équation de la quantité de mouvement définie par (1.3):

$$\frac{q^2}{2g} = \frac{h_1 h_2^2 + h_1^2 h_2}{4} \quad (1.18)$$

Ainsi, en tenant compte de (1.18), l'équation (1.17) s'écrit sous sa forme définitive:

$$\Delta H = \frac{h_2 - h_1^3}{4h_2 h_1} \quad (1.19)$$

La relation (1.19) exprime la perte de charge due au ressaut classique en fonction des hauteurs conjuguées de celui-ci.

Prenons en compte l'équation (1.9) ainsi que l'équation de continuité $v = Q/A$. Les charges totales initiale et finale du ressaut, définies par les équations (1.15), peuvent s'écrire respectivement :

$$H_1 = h_1 \left(1 + F_1^2 / 2 \right) \quad (1.20)$$

$$H_2 = h_2 \left(1 + F_2^2 / 2 \right) \quad (1.21)$$

Où, $Y = h_2 / h_1$ est le rapport des hauteurs conjuguées du ressaut classique défini par l'équation (1.11) de *Belanger*. Ainsi, le rendement η s'écrit :

$$\eta = \Delta H / H_1 = (H_1 - H_2) / H_1 = 1 - H_2 / H_1 \quad (1.22)$$

Soit :

$$\eta = 1 - \frac{Y + F_1^2 / 2Y^2}{1 + F_1^2 / 2} \quad (1.23)$$

Bien que la relation (1.23) permette le calcul explicite du rendement η , *Hager* et *Sinniger* (1985, 1986) proposent une expression approchée, applicable pour $F_1 > 2$:

$$\eta = 1 - \sqrt{2} / F_1^2 \quad (1.24)$$

Les relations (1.23) et (1.24) sont représentées graphiquement dans le système d'axes de coordonnées cartésiennes de la figure (1.8).

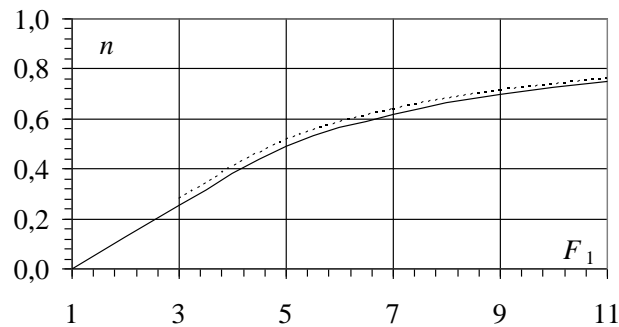


Figure 1.8. Rendement η du ressaut classique en fonction du nombre de *Froude* F_1 (*Hager* et *Sinniger*, 1985, 1986). (—) Courbe tracée selon la relation (1.23). (---) courbe tracée selon la relation (1.24).

La figure (1.8) montre, d'une part, que le rendement η du ressaut classique est supérieur à 50% pour $F_1 \geq 5,1$, et, d'autre part, que les rendements calculés en application de la relation approchée (1.24) sont légèrement supérieurs à ceux obtenus par la relation exacte (1.23); l'écart maximum observé peut atteindre 2% (*Hager* et *Sinniger*, 1985, 1986).

II.6. Longueurs caractéristiques du ressaut classique

Par longueurs caractéristiques, on entend la longueur du rouleau de surface L_r et la longueur du ressaut L_j , sur laquelle s'étend le ressaut hydraulique. La longueur du ressaut correspond approximativement à la longueur du bassin amortisseur.

Plusieurs chercheurs ont quantifié les longueurs caractéristiques par voie expérimentales. Ces longueurs dépendent essentiellement du nombre de Froude F_1 et augmentent avec son accroissement.

II.6.1. Longueur du rouleau

La recherche la plus récente s'intéressant à la longueur du rouleau est celle de Hager et al. (1990). leurs essais ont montré que le rapport $\lambda_r = L_r/h_1$ dépend du nombre de Froude F_1 et du rapport d'aspect $w_1 = h_1/b$. Les auteurs proposent les relations suivantes :

$$\lambda_r = -12 + 160 \operatorname{Tgh} F_1/20 \quad \text{pour } w = h_1/b < 0,1 \quad (1.25)$$

$$\lambda_r = -12 + 100 \operatorname{Tgh} F_1/12,5 \quad \text{pour } 0,1 < w = h_1/b < 0,7 \quad (1.26)$$

“*Tgh*” désigne la tangente hyperbolique.

Les mesures expérimentales obtenues par Hager et al. (1990) sont représentées graphiquement dans le système d'axes de coordonnées à divisions cartésiennes de la figure (1.9). Les auteurs notent que pour $F_1 < 8$, les relations (1.25) et (1.26) peuvent être remplacées par une droite de pente 8, d'équation :

$$\lambda_r = L_r/h_1 = 8 F_1 - 1,5 \quad , \quad 2,5 < F_1 < 8 \quad (1.27)$$

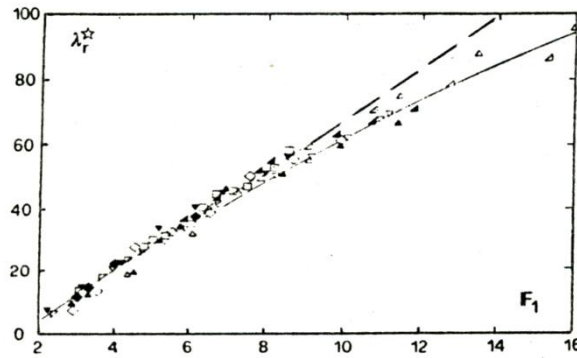


Figure 1.9. Longueur relative $\lambda_r = L_r / h_1$ du ressaut classique en fonction du nombre de Froude F_1 pour différentes valeurs du rapport d'aspect $w = h_1 / b$ (Hager *et al.*, 1989).

(Δ) 0,01; (\blacktriangle) 0,02; (\diamond) 0,048; (\triangleleft) 0,072,

(---) relation (1.27), (—) relation (1.25).

II.6.2. Longueur du ressaut

La définition de la longueur du ressaut varie d'un auteur à un autre. En effet, on estime que la longueur L_j doit être mesurée dans la section à l'aval du ressaut où :

- La surface libre est pratiquement horizontale.
- La surface de turbulence du rouleau est faible.
- L'écoulement graduellement varié apparaît à l'extrémité aval du rouleau.

En pratique, on s'accorde à dire que la longueur L_j correspond à la distance du bassin amortisseur nécessitant une protection contre les affouillements. A l'aval, l'écoulement est franchement fluvial, caractérisé par de faibles vitesses et des forces tractrices sans conséquences, ne nécessitant aucune protection.

A partir de leurs essais expérimentaux, *Bradley et Peterka* (1957), ont déterminé une relation analytique permettant d'évaluer la longueur L_j . Celle-ci, rapportée à la hauteur initiale h_1 du ressaut, peut s'écrire :

$$L_j/h_1 = 220 \operatorname{Tgh} F_1^{-1} / 22 \quad (1.28)$$

La figure (1.10) montre la variation de la longueur relative L_j/h_2 en fonction du nombre de Froude F_1 . Dans la gamme pratique $4 < F_1 < 12$, L_j/h_2 prend une valeur moyenne égale à 6.

$$L_j/h_2=6 \quad (1.29)$$

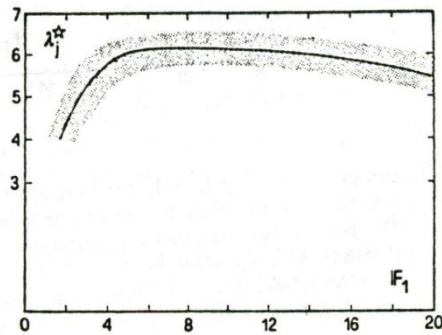


Figure 1.10. Longueur relative $\lambda_j = L_j/h_2$ en fonction du nombre de Froude F_1
(Bradley et Peterka, 1957).

II.7. Profil de la surface libre du ressaut classique

Rajaratnam et Subramania (1968, 1969, 1970), ont analysé les données de plusieurs auteurs concernant le profil de surface du ressaut. Ils ont proposé une représentation adimensionnelle pour le profil de surface, utilisant de nouvelles coordonnées m et n , où la coordonnée verticale $n = h/\bar{Y}$ avec $\bar{Y} = 0,75 h_2 - h_1$ et la coordonnée longitudinale $m = x/\bar{X}$; Avec \bar{X} , la distance entre le pied du ressaut et l'endroit où $h = \bar{Y}$. Le coefficient 0,75 a été déterminé après plusieurs tentatives pour obtenir un profil unifié pour tous les ressauts.

La représentation de Rajaratnam et Subramania (1968, 1969, 1970) est vérifiée par les essais de Bretz (1988), pour quatre ressauts, caractérisé chacun par un nombre de Froude F_1 (figure 1.24). Ce dernier propose une autre représentation, comme montré sur la figure (1.11).

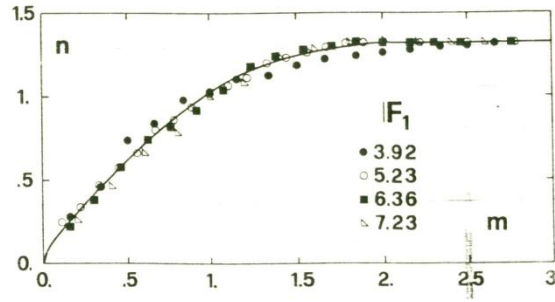


Figure 1.11. Profil de surface moyens des ressauts selon la représentation de Rajaratnam et Subramania(1968, 1969, 1970) avec $n = h/Y$ où $Y = 0,75 h_2 - h_1$ et

$$m = x/X \text{ où } X = x \left(\frac{g}{Y} \right)^{-1/2}. \quad (\text{Bretz, 1988}).$$

En effet, sur la figure (1.11), les profils des ressauts sont reportés de façon adimensionnelle et unitaire, pour avoir un caractère d'universalité, contrairement à la représentation de Rajaratnam et Subramania (1968, 1969, 1970). Le diagramme exprime $h - h_1 / h_2 - h_1$ comme fonction de x/L_r pour différents nombres de Froude F_1 . L'abscisse et l'ordonnée sont, donc, comprises entre 0 et 1. Pour chaque point de la figure (1.12), sont indiquées, les variations du niveau à la surface du liquide. Ainsi, chaque cas, correspondant à un nombre de Froude F_1 donné, n'est plus représenté par une seule courbe, mais par une bande comprise entre les extrêmes des valeurs mesurées. Ces bandes se chevauchent les unes sur les autres. Apparemment, aucune tendance ne se dessine pour leur ampleur en fonction de F_1 . Plus ce dernier croît, plus la courbe moyenne se déplace vers la droite du diagramme et se rapproche d'une droite de 45°.

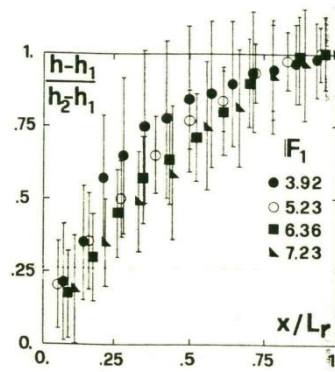


Figure 1.12. Profils de surface des ressauts relatifs $h - h_1 / h_2 - h_1$ en fonction de x/L_r , pour différents nombres de Froude F_1 (Bretz, 1988); les traits verticaux en chaque point représentent les fluctuations de niveau.

II.8. Distribution des vitesses

A cause, certainement, de la non stabilisation longitudinale du ressaut classique, la distribution des vitesses a concerné le ressaut forcé par seuil. Le ressaut forcé de type 2.3), comme classé par *Rand* (1957), a un plan aval quasi horizontal et avec un rouleau de surface terminé au droit du seuil. Ce type de ressaut est identique au ressaut classique. *Bretz* (1988) a désigné le type 2.3) par « ressaut forcé de type A ».

Rajaratnam et Murahari (1971), ont étudié, en détail, la distribution des vitesses dans un ressaut forcé par seuil mince. Leur sonde à fil chaud ne leur a toutefois pas permis d'effectuer des mesures de vitesses à l'intérieur du rouleau de surface, à cause de la présence d'air en grande quantité. Leur représentation ne comporte donc pas de vitesses négatives correspondant au rouleau de surface (figure 1.13).

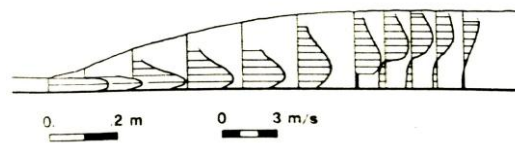


Figure 1.13. Ressaut forcé par seuil mince : Répartition des vitesses pour $F_1 = 5,6$ et $s = 40\text{ mm}$. (*Rajaratnam et Murahari*, 1971)

Bretz (1988) a étudié la distribution des vitesses moyennes avec orientation dans un ressaut forcé de type A. La répartition des vitesses est donnée pour cinq sections longitudinales, réparties sur la largeur du canal (Figure 1.14).

D'une section à l'autre, l'allure générale de la distribution des vitesses est semblable, sauf dans la zone à l'aval du seuil ; de faibles différences apparaissent dans les directions verticales et dans les grandeurs : Les vitesses diminuent en intensité en se rapprochant des parois du canal. Le rouleau de surface, caractérisé par des composantes négatives des vitesses, est similaire pour les 5 sections. Au pied amont du ressaut et dans sa première moitié, les vitesses élevées et maximales sont proches du fond. A l'approche du seuil, les vitesses diminuent et celles maximales s'éloignent du fond, se situant au tiers de la profondeur au droit du seuil. Au-delà, les vitesses diminuent encore et celles maximales se rapprochent de la surface, la répartition devenant turbulente et l'écoulement tranquille. Dans le rouleau de surface, les vitesses ont une valeur presque constante $v = 0,4$ à $0,5\text{ m/s}$, et une direction comprise entre l'horizontale et la pente du ressaut (15 à 35%).

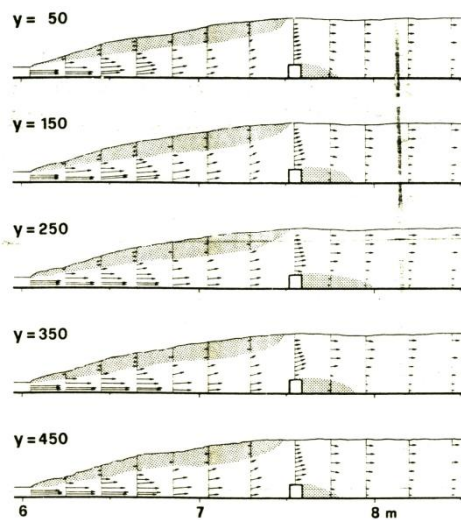


Figure 1.14. Ressaut forcé type A (Bretz, 1988). Distribution des vitesses moyennes avec orientation dans le plan vertical pour 5 sections longitudinales (y en mm). Zone hachurée : rouleaux de surface et de fond.

II.9. Conclusion

Le ressaut hydraulique qui se produit dans un canal rectangulaire sans seuil est appelé ressaut classique. En fonction du nombre de Froude, celui-ci peut être un pré-ressaut, de transition, stationnaire ou clapoteux. Quand un obstacle est placé avant la fin du ressaut, celui-ci est appelé un ressaut forcé. Rand (1957) les a divisés en dix cas typiques, se rapportant aux effets de la hauteur du seuil et de sa position, auxquels Bretz (1988) a rajouté deux autres.

Le rapport des hauteurs conjuguées du ressaut classique peut être calculé par l'équation bien connue de *Belanger*. Le rendement aussi peut être calculé explicitement par la simple connaissance du nombre de Froude de l'écoulement incident. Les longueurs caractéristiques se calculent aussi explicitement connaissant le nombre de Froude ainsi que la première hauteur du ressaut. Le profil de la surface libre s'exprime par des variables adimensionnelles. Pour ce qui de la distribution de la vitesse le long de l'axe longitudinal du canal, celle-ci n'est présentée que qualitativement.

Chapitre III. Ecoulements en lit composé

III.1. Introduction

La modélisation de « l'aléa inondation » se heurte à plusieurs difficultés dès lors qu'interviennent des débordements de l'écoulement du lit mineur dans les lits majeurs contigus. Dans ce cas, les écoulements sont dits « en lit composé » et sont caractérisés par une forte interaction entre, d'une part, l'écoulement rapide et profond du lit mineur et, d'autre part, l'écoulement relativement lent et peu profond du lit majeur. Il en résulte un transfert de quantité de mouvement entre les deux lits associé à la formation de structures turbulentes aux interfaces les séparant. Dissipant une partie de l'énergie de l'écoulement, cette interaction modifie la capacité d'écoulement des deux lits et celle du lit composé.

Dans ces géométries composées, les lits majeurs peuvent en outre présenter une morphologie très variable le long d'une même rivière, et en particulier des variations de largeur ; celles-ci étant continues (divergence, convergence) ou discontinues (présence d'obstacle type « remblai routier », élargissement brusque). Il en découle des transferts de masse entre lit majeur et lit mineur qui conduisent – au même titre que les transferts turbulents – à des pertes d'énergie dans le cas où les écoulements dans le lit mineur et dans le lit majeur n'ont pas la même vitesse. Nous avons ainsi affaire à des écoulements graduellement ou fortement variés - selon le degré de variation de la largeur des lits majeurs - et caractérisés par une hétérogénéité des vitesses au sein des sections en travers.

III.2. Intérêt scientifique

Lors du débordement d'un cours d'eau hors de son lit mineur, la configuration d'écoulement en lit composé « avec variation continue ou discontinue de la largeur du lit majeur » est celle que l'on rencontre le plus fréquemment sur le terrain. La structure de ces écoulements doit donc être comprise, puis modélisée, afin de pouvoir estimer de manière fiable :

- La relation entre débit et niveau d'eau pour le zonage des inondations $[h = f(Q)]$ ou pour le calcul de la capacité d'écoulement d'un bief $[Q = f(h)]$,
- Les paramètres hydrauliques moyens dans le lit majeur (niveau d'eau et vitesse), que ce soit en zone rurale (problèmes de stockage) ou dans les plaines d'inondation urbanisées (problèmes de vulnérabilité).

III.3. Revue littéraire

Dans la littérature, un effort considérable a été porté à la compréhension des écoulements uniformes en lit composé droit – de *Sellin* (1964) à *Abril and Knight* (2004) –. La zone d'échanges turbulents a fait l'objet de nombreuses modélisations physiques dans des canaux de petite taille ou sur des modèles physiques à grande échelle tels que ceux du Laboratoire National d'Hydraulique d'EDF à Chatou (*Nicollet et Uan*, 1979) ou du *H.R. Wallingford* (*Knight*, 1992). Ces expérimentations ont donné lieu à différentes modélisations 1D (*Ackers*, 1991) puis 2D (*Wilson et al.*, 2002) et 3D [(*Naot et al.*, 1993) et (*Thomas et Williams*, 1995)]. Des formulations intermédiaires tenant compte de la structure transversale de l'écoulement ont aussi été proposées (*Abril et Knight*, 2004).

A contrario, les écoulements non-uniformes en lit composé ont été beaucoup moins explorés. On trouve néanmoins quelques études expérimentales se rapportant au méandrement du lit mineur à l'intérieur d'une plaine d'inondation droite [(*Sellin et al.*, 1993) et (*Muto et al.*, 1998)], cette configuration étant préfigurée par les expériences en lit composé oblique d'*Elliott et Sellin* (1990) et de *Sellin* (1993). Dans les deux cas, la largeur totale du lit composé est constante. Les premières expériences en lit composé à largeur variable ont été effectuées par *Bousmar* (2002) dans des convergents linéaires à l'Université Catholique de Louvain-la-Neuve (*UCL*), le demi-angle de convergence étant compris entre 3,8° et 11,3°. A cette occasion, les modèles numériques 1D ont été revisités pour proposer une nouvelle formulation dite *EDM* pour « Exchange Discharge Method » destinée à la modélisation des écoulements graduellement variés. Quant à la modélisation numérique 2D ou 3D des régimes non-uniformes, on peut se reporter respectivement aux travaux d'*Morvan et al.* (2002), pour des écoulements en lit composé avec méandrement du lit mineur. Les travaux les plus récents sont à notre connaissance ceux de *Proust* (2005). Ce dernier a étudié les écoulements non uniformes expérimentalement et numériquement.

III.4. Ecoulement uniforme en lit composé

Lorsqu'un écoulement, contenu jusqu'alors dans le lit mineur, se met à déborder sur la plaine d'inondation, une forme d'interaction a lieu entre, d'une part, l'écoulement rapide et profond du lit mineur et, d'autre part, l'écoulement relativement lent et peu profond de la plaine d'inondation. Il en résulte un transfert de quantité de mouvement qui est à l'origine de la diminution des vitesses et des contraintes à la paroi au sein du lit mineur et de leur

augmentation dans la plaine d'inondation. Au final, le débit de la plaine d'inondation est augmenté et celui du lit mineur réduit (Proust, 2005).

III.4.1. Interaction mineur/majeur et couche de cisaillement

La somme considérable de travaux se rapportant à l'interaction mineur/majeur témoigne de la complexité des écoulements débordant hors de leur lit naturel. La difficulté à comprendre et à modéliser ces phénomènes provient du fait que la physique de l'interaction entre lits est fonction de plusieurs paramètres géométriques et hydrauliques : la hauteur de plein bord du lit mineur, h_{pb} ; la hauteur relative de débordement, $h_r = h_{pi} / h_{lm}$; le rapport largeur de la PI/ largeur du LM , B_{pi} / B_{lm} ; le rapport des rugosités des sous-sections appelé rugosité relative, n_{pi} / n_{lm} ; la pente du fond, S_0 ; et la forme de la section du lit mineur (rectangulaire, trapézoïdale.....).

La zone de transfert de quantité de mouvement ou couche de cisaillement, est une zone de production de structures turbulentes (figure 1.15), dont certaines sont des vortex à axe vertical. Ces derniers furent identifiés la première fois en laboratoire par *R.H. Sellin* (1964).

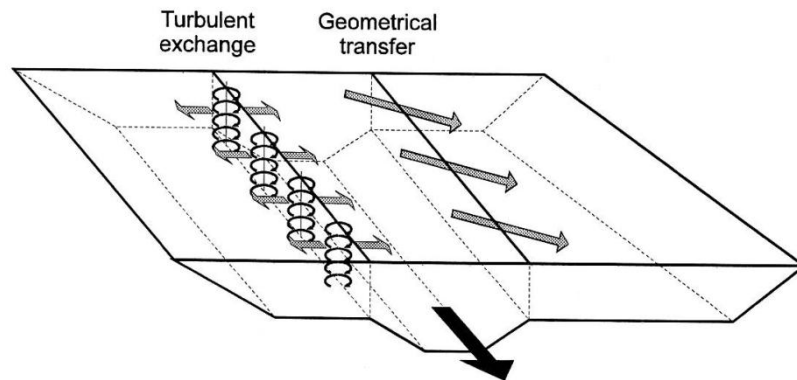


Figure 1.15. Echanges aux interfaces entre le lit mineur et le lit majeur (Bousmar, 2002).

III.4.1.1. La force de cisaillement à l'interface mineur/majeur

En parlant des travaux de *Cruff* (1965) pour les sections rectangulaires, *Myers* (1978) suggère qu'au sein de la zone de transfert, tout se passe comme si une force, dite « force de cisaillement apparente », était localisée à la jonction mineur/majeur – frontière virtuelle liquide – par analogie au frottement sur les parois.

Résultant du gradient de vitesse de l'interface, elle génère des structures turbulentes qui sont responsables d'une perte d'énergie additionnelle, et est représentative de l'intensité de la turbulence.

Cette force est particulièrement bien décrite et analysée dans *Knight et Demitriou* (1983). Les notations considérées sont portées sur la figure (1.16).

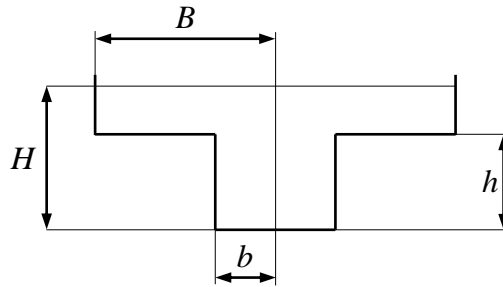


Figure 1.16. Les dimensions considérées par *Knight et Demitriou* (1983)

Dans un premier temps, ils ont mesuré la répartition des vitesses et des contraintes de cisaillements sur le fond (figure 1.17), respectivement au micro-moulinet et au tube de *Preston*, pour différents rapport B/b et hauteurs relatives $h_r = H - h / H$. A partir des valeurs des contraintes pariétales moyennées par sous-section, τ_{pi} , et τ_{lm} dans le LM, ils en déduisent la valeur de la contrainte apparente à l'interface, τ_a , les deux contraintes équilibrant la force de gravité sur une sous-section en régime uniforme.

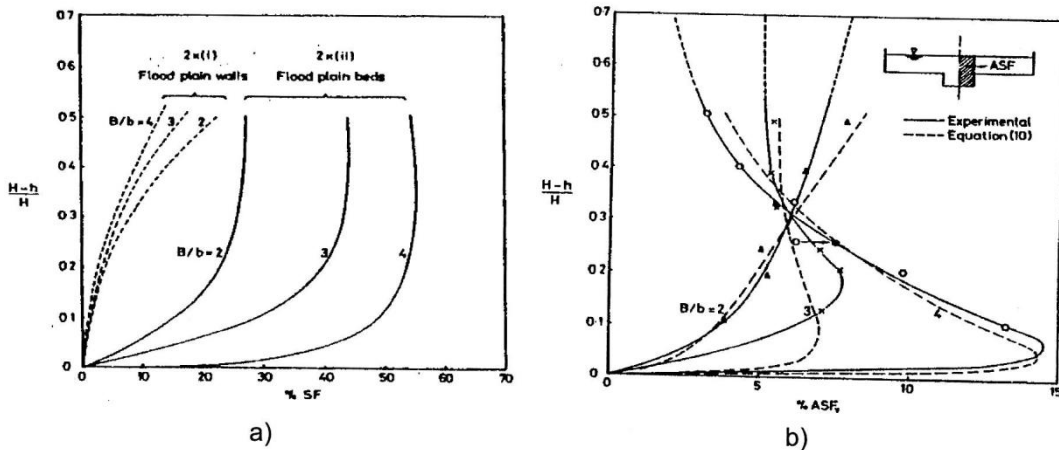


Figure 1.17. a) Forces appliquées aux murs et aux fonds des PI ; b) Force de cisaillement « apparente » aux interfaces verticales LM/PI. Les forces sont exprimées sous forme de pourcentage de la force totale appliquée au périmètre solide ; $h_r = H - h / h$ est la hauteur relative de débordement.

On retiendra des travaux de *Knight* et *Demitriou* (1983) que la force d'interaction entre lits est tout aussi dépendante de la hauteur de débordement que de la largeur de la PI relativement à celle de LM.

Une analyse similaire a été aussi conduite par *Knight* et *Demitriou* en séparant l'écoulement au niveau de la hauteur de plein bord, noté h , par une interface horizontale (figure 1.18). *Knight* et *Demitriou* évaluent aussi la « force de cisaillement apparente horizontale » à la hauteur h dans le lit mineur. Ils l'ont rapportée au cisaillement pariétal moyen, τ_{moy} . Les auteurs mettent clairement en évidence le fait qu'une partie non négligeable de l'énergie de l'écoulement est dissipée à l'interface LM/PI et que cette perte est à la fois fonction de paramètres géométriques B/b et hydrauliques (h_r et « $U_{lm} - U_{pi}$ »).

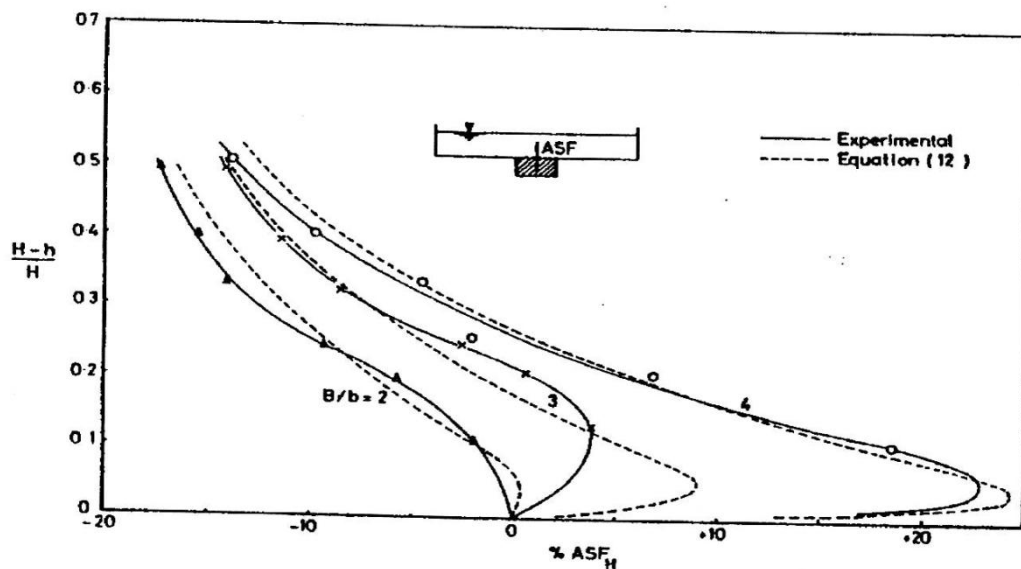


Figure 1.18. Force de cisaillement apparente s'exerçant à l'interface horizontale située au niveau de plein bord dans le LM (pourcentage de la force appliquée au périmètre mouillé total), en fonction de la hauteur relative de débordement $h_r = H - h / h$.

III.4.1.2. Distribution latérale des contraintes au fond

La connaissance des distributions des contraintes au fond (figure 1.19) permet de remonter à celle des forces de cisaillement aux interfaces entre sous-sections, mais elle est également nécessaire en tant que telle, pour l'étude des écoulements sur fond mobile avec transport de matériaux non cohésifs.

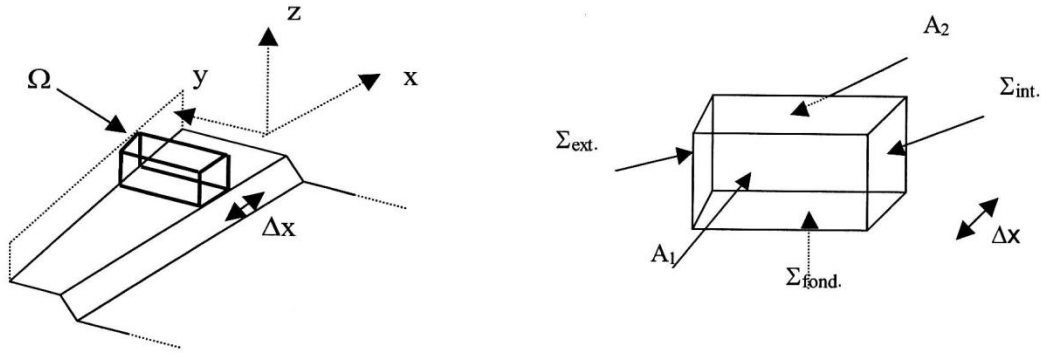


Figure 1.19. Schéma de définition d'une sous-section

Holden et James (1989) ont montré par des mesures que le transfert de quantité de mouvement et les structures au fond, sur tout le périmètre solide et en particulier sur la partie de la FP située à proximité de l'interface. Dans cette région, les forts taux de cisaillement sont dus à la force d'entraînement exercée par le LM, et plus on s'éloigne de la jonction LM/PI, plus les contraintes diminuent, pour atteindre une valeur « plateau », notée $\tau_{pzo} = \rho gh_p S_0$. Celle-ci est égale à la contrainte au fond que l'on pourrait mesurer dans une plaine d'inondation infiniment large en régime uniforme, toutes choses égales par ailleurs.

III.4.2. Description tridimensionnelle de l'écoulement

III.4.2.1. Champ de vitesses

L'exploration du champ de vitesses instantanées en lit composé a été effectuée à l'aide de Films chauds ou d'anémomètre Doppler laser à fibre optique. Elle a mis en évidence la présence simultanée de structures turbulentes 3D de différentes tailles et échelles de temps (figure 1.20).

La description de ces structures en lit droit est présentée dans Fukuoka et Fujita (1989), Knight et Shiono (1990), Tominaga et Nezu (1991) et Nezu et Nakayama (1997).

On retrouve les vortex à axe vertical de nature périodique – décrit par Sellin (1964) –, qui se développent au niveau de la couche de cisaillement. A ces derniers s'ajoutent des

cellules de courants secondaires hélicoïdaux, à axe longitudinal, dans le lit mineur et dans la plaine d'inondation. Ces cellules ont été déjà observées en lit simple à section rectangulaire ou trapézoïdale par *Tominaga et al.* (1989) : de l'ordre de 2 à 3% de l'écoulement primaire moyen, elles sont engendrées par l'anisotropie de la turbulence et son inhomogénéité ; ces derniers trouvant leurs origines dans les conditions aux limites imposées par le fond du lit, les berges, la forme de la section, et leurs rugosités respectives. Ainsi, il n'existe pas de courant secondaires dans les sections circulaires à rugosité uniforme (*Einstein et Li*, 1958). En lit composé, le phénomène est amplifié par l'interaction LM/PI.

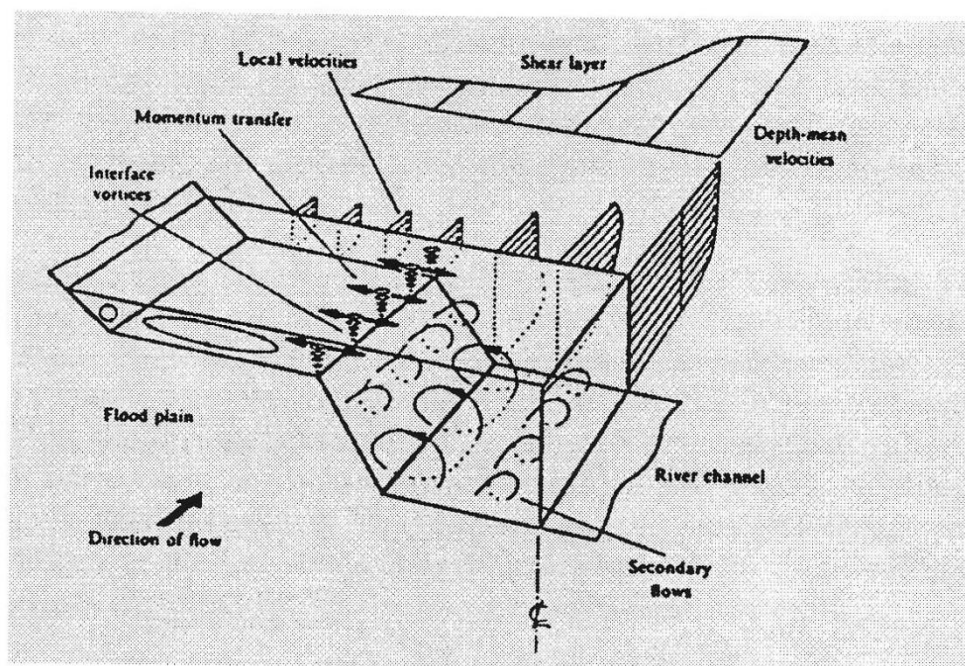


Figure 1.20. Structure tridimensionnelle de l'écoulement en lit composé droit, d'après *Shiono et Knight* (1991).

III.4.2.2. Tenseurs de Reynolds

La couche de cisaillement à proximité de la fonction LM/PI est caractérisée par la prédominance des tenseurs de Reynolds verticaux, τ_{yx} , parallèle au plan x,z . Sur la figure (1.21), est présenté la variation latérale de ces tenseurs à différents niveaux z , dans le cas d'un écoulement à section symétrique.

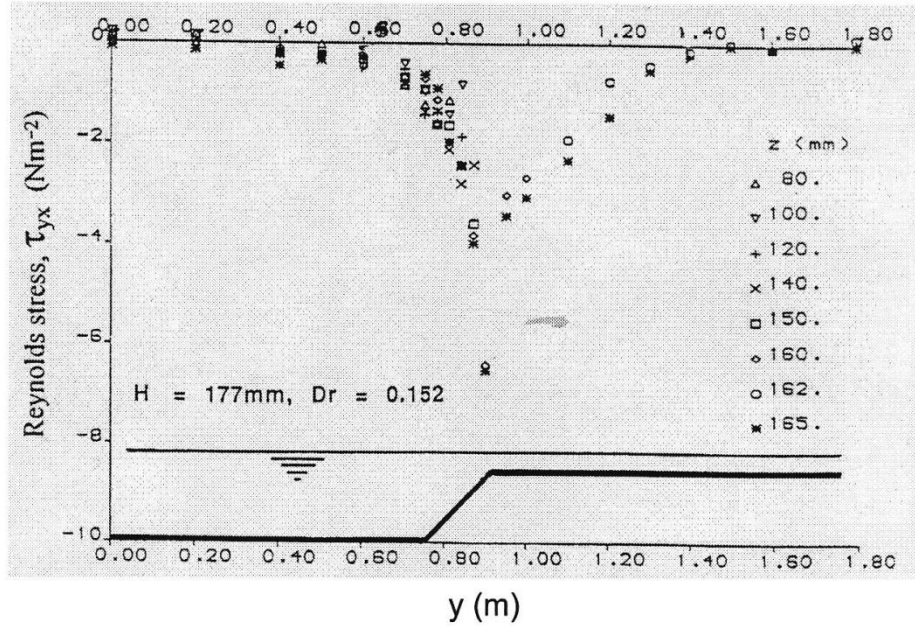


Figure 1.21. Variation latérale des tenseurs de Reynolds, τ_{yx} , pour différents niveaux z

$$h_r = 0,152 .$$

Au centre du canal $y = 0$, les valeurs de τ_{yx} sont nulles en raison de la symétrie de l'écoulement. Le maximum est observé en haut de la berge du lit mineur. C'est la raison pour laquelle, la plupart des hauteurs continuent à utiliser une subdivision verticale dans le cadre du traitement des échanges entre lits à l'interface LM/PI.

Concernant la distribution des tenseurs horizontaux, τ_{zx} , elle n'est plus une fonction linéaire de z à proximité de l'interface et les profils verticaux des vitesses longitudinales ne sont plus logarithmiques dans cette zone. Cette contrainte s'écrit à l'altitude z (Knight et al., 1990):

$$\tau_{zx} = \rho g (h - z) \sin \theta + \int_z^h \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dz + \int_z^h \frac{\partial \rho uv}{\partial y} dz + \rho uw$$

On voit là l'interdépendance entre cisaillement verticaux, horizontaux, et courants secondaires – symbolisés par les composantes v et w de la vitesse locale –.

III.5. Ecoulement non uniforme en lit composé

En milieu naturel, la plupart des biefs n'ont pas une géométrie prismatique après le débordement de l'écoulement hors du lit mineur. Ils peuvent présenter : a) un lit mineur méandre au sein d'une plaine d'inondation de largeur constante (figure 1.22); b) un lit droit

au sein d'une plaine d'inondation de largeur variable (figure 1.23) ; c) enfin, cas le plus complexe, un lit mineur méandre au sein d'une plaine d'inondation variable.

On a donc affaire la plus part du temps, à des écoulements non uniformes, caractérisés par des transferts de masse entre lits donnant naissance à des pertes de charge additionnelles.

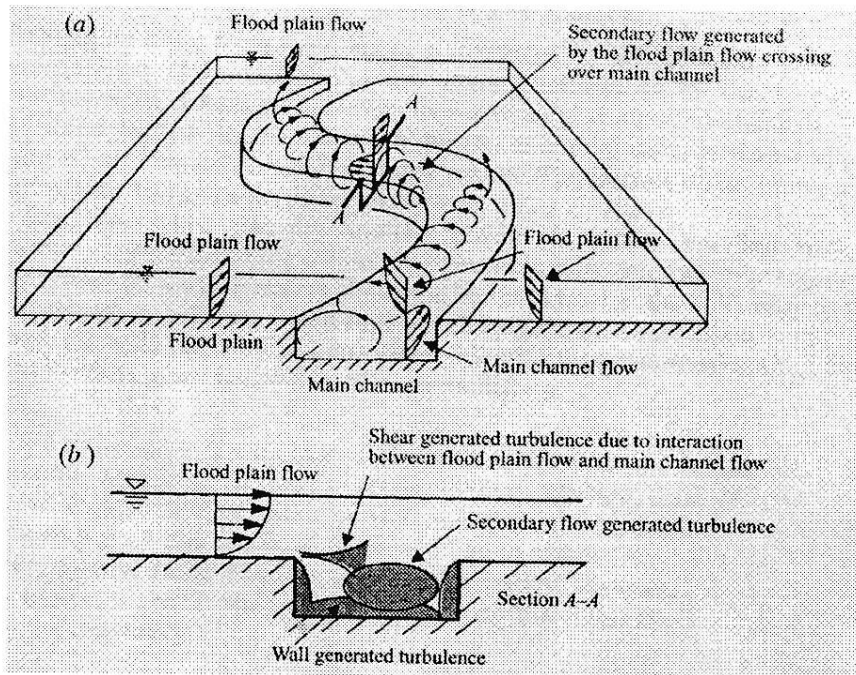


Figure 1.22. a) Mécanisme de génération des courants secondaires ; b) Principales contributions de production d'énergie turbulente (Shiono et Muto, 1998).

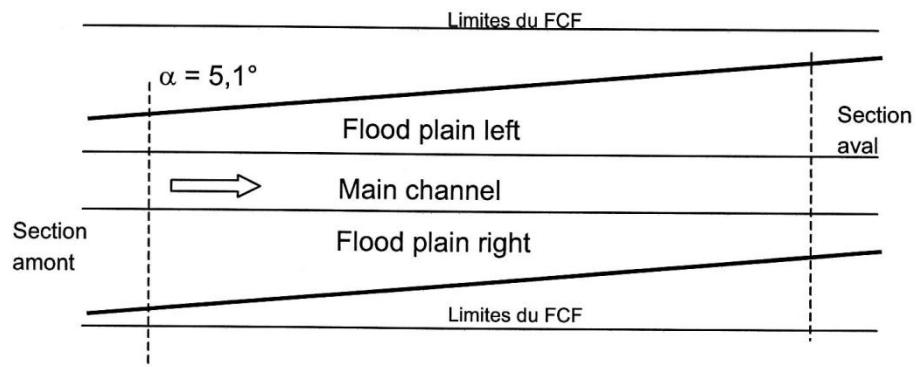


Figure 1.23. Vue de dessus d'un exemple de lit composé oblique

Les différents écoulements uniformes présentent des caractéristiques physiques semblables en ce sens qu'ils sont gouvernés par les trois mêmes sources de dissipation :

Les frottements au fond, les échanges turbulents aux interfaces mineur/majeur, et les transferts de quantité de mouvement dû aux échanges de masse entre lits. Pour autant, les poids relatifs de ces sources de dissipation varient en fonction des paramètres géométriques et hydrauliques des écoulements.

Pour un écoulement dans un lit composé asymétrique, présentant une convergence brusque du lit majeur (22°), celui-ci présente un caractère fortement convectif en ce sens que le transfert de quantité de mouvement par échange de masse domine le transfert par échange turbulent. Cela a été démontré par des bilans de quantité de mouvement expérimentaux et des mesures de tenseurs de Reynolds. Les transferts de masse sont tels que l'écoulement dans le lit majeur passe en supercritique et qu'un gradient transversal de surface libre apparaît sur la fin du convergent.

Des expériences en lit composé symétrique avec divergence linéaire de plaine d'inondations ont été conduites par *Proust* (2005) (figure 1.24). Pour les trois demi-angles de divergences testés (3,8 ; 5,7 ; 11,3), on a respectivement affaire à : des écoulements symétriques sans décollement de la couche limite ; des écoulements asymétriques avec formation d'une zone de ralentissement dans un des lits majeurs, pour certain débits ; des écoulements asymétriques avec formation de zone de re-circulation. L'auteur met en évidence l'influence des paramètres géométriques et hydrauliques sur les différents écoulements.

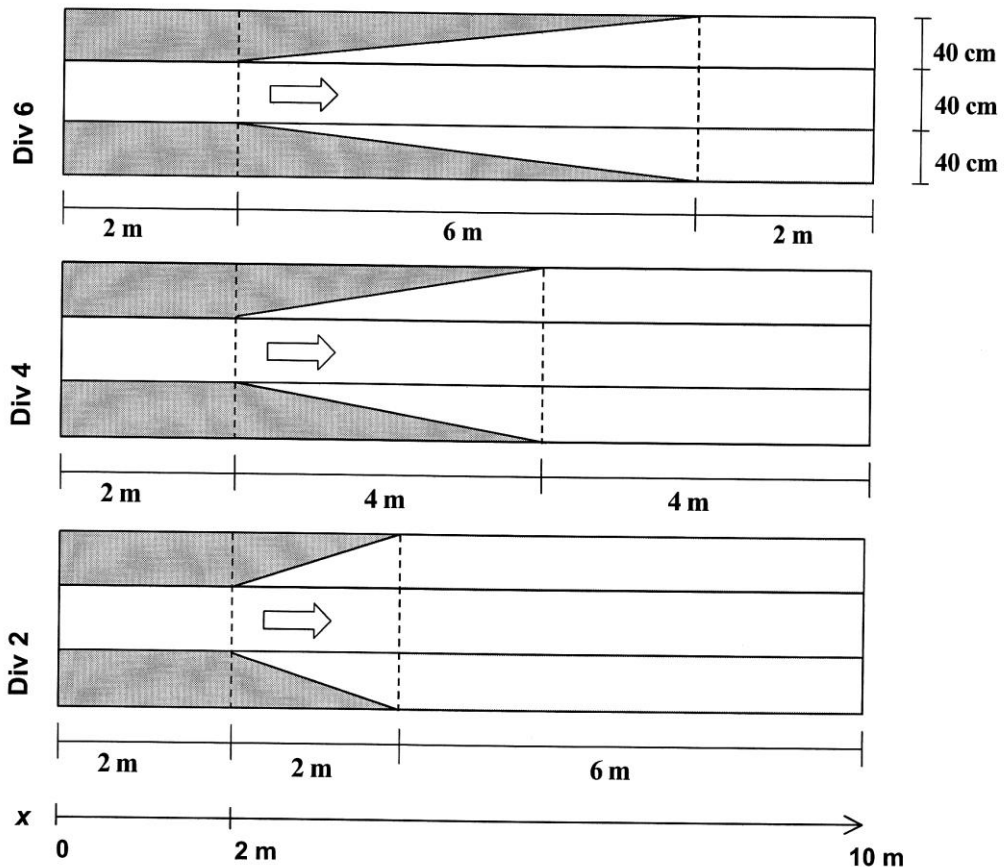


Figure 1.24. Vue en plan des géométries divergentes (Proust, 2005).

Pour faciliter la compréhension des transferts de masse en lit non prismatique, des écoulements non uniformes en lit droit ont été explorés (Proust, 2005). Dans cette géométrie, l'établissement du régime uniforme est fortement lié au type d'alimentation du lit composé en limite amont. Un réservoir unique conduit à une suralimentation du lit majeur qui crée par la suite des transferts de masse en direction du lit mineur tout au long de l'écoulement. A contrario, une alimentation séparée (figure 1.25) des sous-sections permet l'obtention rapide d'un régime établi : celle-ci est fortement préconisée pour des expériences ultérieures, notamment dans les canaux dont le rapport longueur/largeur est faible. Dans les lits composés droits, la répartition de débit à l'amont doit donc être considérée comme une condition limite amont.

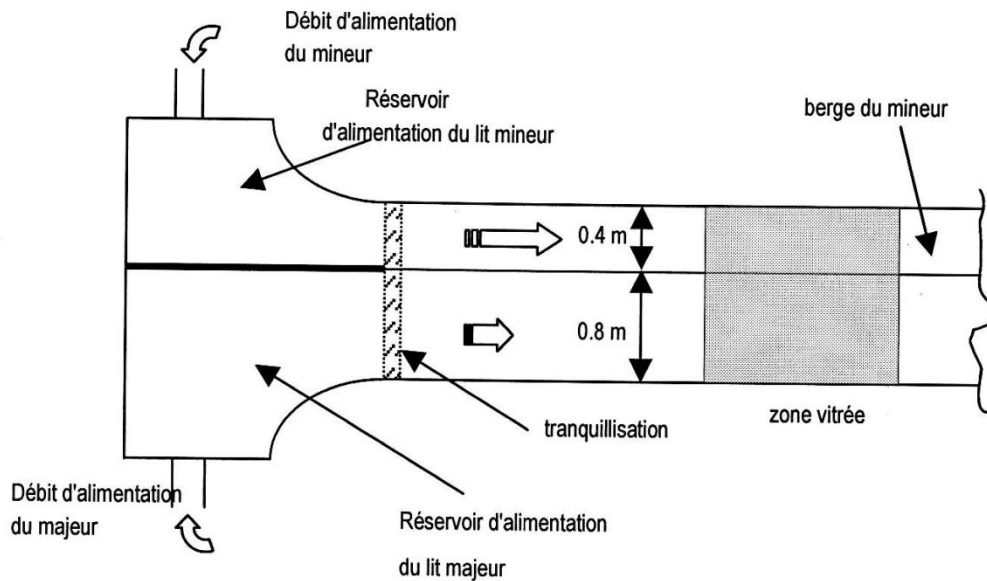


Figure 1.25. Alimentation séparée du canal composé droit

Un type de variation discontinue de la plaine d'inondation a été analysé par *Prout* (2005) (figure 1.26 et 1.27). Il s'agit d'écoulements en lit composé asymétrique en présence d'un épi type « remblai routier » dans le lit majeur.

Ces écoulements sont caractérisés par la formation d'une zone de re-circulation à l'aval de l'obstacle. L'étendue de cette dernière est gouvernée par les frottements sur le fond et les échanges turbulents transverses créés par la présence de l'obstacle. Selon que l'un ou l'autre de ces deux modes de dissipation domine, la longueur de re-circulation est significativement différente : l'existence de deux régimes hydrauliques asymptotiques – identifiés dans la littérature pour des élargissements brusques- est confirmée dans le cadre des écoulements sur épis.

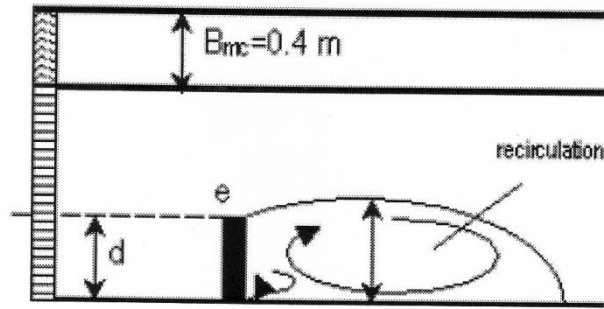


Figure 1.26. Présence d'épi d'épaisseur négligeable

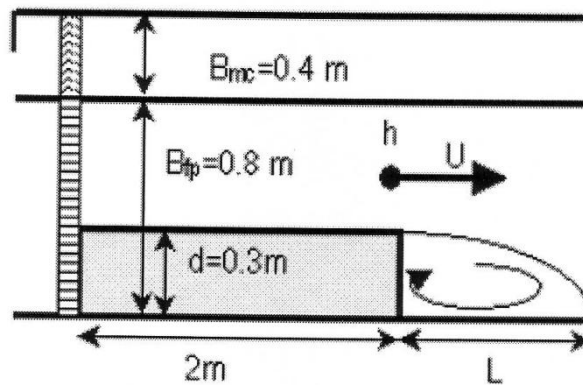


Figure 1.27. Elargissement brusque de la plaine d'inondation

III.6. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons passé en revue les différents travaux relatifs aux écoulements uniformes et non uniformes dans les lits composés. Ce chapitre a bien mis en évidence, principalement par les différents résultats expérimentaux, l'interaction entre le lit mineur et le lit majeur. Plus explicitement, l'interaction entre, d'une part, l'écoulement rapide et profond du lit mineur et, d'autre part, l'écoulement relativement lent et peu profond du lit majeur. Il en résulte un transfert de quantité de mouvement entre les deux lits associé à la formation de structures turbulentes aux interfaces les séparant. Dissipant une partie de l'énergie de l'écoulement, cette interaction modifie la capacité d'écoulement des deux lits et celle du lit composé.

Les lits composés peuvent en outre présenter des lits majeurs d'une morphologie très variable le long d'une même rivière, et en particulier des variations de largeur ; celles-ci étant continue (divergence, convergence) ou discontinue (présence d'obstacle type « remblai routier », élargissement brusque). Il en découle des transferts de masse entre lit majeur et lit mineur qui conduisent – au même titre que les transferts turbulents – à des

pertes d'énergie dans le cas où les écoulements dans le lit mineur et dans le lit majeur n'ont pas la même vitesse. Nous avons ainsi affaire à des écoulements graduellement ou fortement variés - selon le degré de variation de la largeur des lits majeurs - et caractérisés par une hétérogénéité des vitesses au sein des sections en travers.

L'exploitation des écoulements non uniformes en lit composé avec variation continue de la largeur du lit majeur n'a été que partielle : Ces angles de non prismaticité étudiés sont compris entre 0 et 22°. Il serait intéressant de pousser l'analyse à des conditions d'écoulements plus rapidement variées. L'influence sur ces écoulements d'une différence de rugosité significative entre lit mineur et lit majeur n'a pas été analysée. Des travaux complémentaires sur l'influence de la condition limite aval en hauteur, nous semblent également nécessaires. Pour les variations discontinues de largeur du lit majeur, un travail important reste à faire au niveau de la compréhension des écoulements profonds, de leur modélisation numérique ; pour ces écoulements, l'importance des transferts turbulents et la dispersion des vitesses sur la verticale risquent de complexifier grandement les phénomènes physiques en jeu.

Enfin, hormis l'étude de khattaoui et al (2012), le ressaut hydraulique en lit composé n'a jamais fait l'objet d'autres études. Il serait très intéressant de l'étudier théoriquement et expérimentalement dans les différentes configurations géométriques du lit.

Notre présente contribution sera consacrée à l'étude théorique du ressaut hydraulique dans un lit composé de type rectangulaire à radier triangulaire.

Chapitre IV. Ressaut hydraulique en lit composé droit

IV.1. Introduction

On présentera ici l'unique étude menée sur le ressaut hydraulique en canal composé droit réalisé par Khattaoui et Achour (2012). L'étude des écoulements uniformes, ou plus encore les écoulements non uniformes en lit composé sont très compliqués à cause du transfert de masse et de la quantité de mouvement entre le lit mineur et le lit majeur (Bousmar et al. 2005). Ces deux phénomènes, se manifestant de différentes façons, sont des sources de dissipation d'énergie supplémentaire de l'écoulement. Il peut être donc intéressant de voir la grandeur de ces dissipations dans le cas où il se produit un ressaut hydraulique dans le lit composé. Il est plus intéressant d'autant plus que le ressaut hydraulique est utilisé justement pour la dissipation d'énergie. Cette dissipation supplémentaire est donc la bienvenue. En s'inspirant du développement théorique mené par Achour (2000) sur le ressaut hydraulique dans une galerie circulaire brusquement élargie, une approche théorique est proposée dans ce présent travail pour déterminer le rapport des hauteurs conjuguées du ressaut en lit composé. Le rendement du ressaut est lui aussi quantifié. Toutes les équations sont présentées en termes adimensionnels afin de leur donner un caractère de validité général.

IV.2. Rapport des hauteurs conjuguées

La figure (1.28) montre les différentes caractéristiques géométriques et hydrauliques du ressaut hydraulique en lit composé droit.

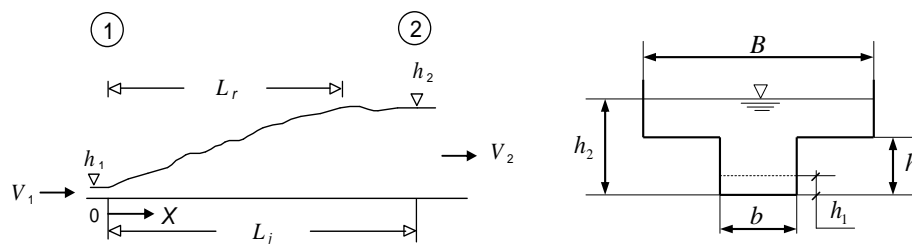


Figure. 1.28. Schéma de définition du ressaut hydraulique en canal composé droit

Le transfert de masse et de quantité de mouvement se produit à l'interface entre le lit mineur et le lit majeur (Bousmar et al. 2004).

L'équation de la quantité de mouvement appliquée entre le pied et la fin du ressaut, défini par la figure (1.28), s'écrit comme suit :

$$\rho Q (\beta_2 V_2 - \beta_1 V_1) = f_1 - f_2 \quad (1.30)$$

En s'inspirant de l'article de Achour (2000), par analogie à la relation de Borda-Carnot et au vue de la forme de la relation (1.30), il paraît admissible de rajouter une force de résistance dont la projection selon l'axe horizontal de l'écoulement aurait comme expression:

$$f_x = -k \varpi (\beta_2 - h)^x h_1^y (\beta - b)^z \quad (1.31)$$

C'est une source de perte de charge liée nécessairement au transfert de masse et de la quantité de mouvement entre le lit mineur et le lit majeur. Les exposants x , y et z sont liés par $x + y + z = 3$, le coefficient k est tel que $k = \varphi \left(L_r, h_2, h_1, h \right)$.

En tenant compte de f_x , l'équation d'Euler devient :

$$\rho Q^2 \left(\beta / A_2 - 1 / A_1 \right) = f_1 - f_2 + f_x \quad (1.32)$$

Analysons l'équation pour la fonction $f_x = (\beta / 2 \varpi (\beta_2 - h)^x h_1^y (\beta - b)^z$:

L'hypothèse d'une distribution uniforme pour les vitesses dans les sections transversales correspondant au pied et à la fin du ressaut implique que $\beta_1 = \beta_2 = 1$. Les sections A_1 et A_2 sont données respectivement par : $A_1 = b h_1$ et $A_2 = B (\beta_2 - h) \beta h$. Prenons comme hypothèse aussi que la distribution des pressions est hydrostatique dans les sections 1 et 2 du ressaut, ce qui donne les expressions des forces : $f_1 = \varpi \beta_1 / 2 \beta h_1$ et $f_2 = \varpi (\beta_2 - h) / 2 \beta h + \varpi \beta (\beta_2 - h) / 2 \beta (\beta_2 - h)$.

En tenant compte de toutes ces hypothèses et informations ainsi que de l'équation de continuité, $V_1 A_1 = V_2 A_2 = Q$, l'équation (1.32) s'écrit en définitive, après réarrangement, comme suit :

$$2 F_1^2 \left(\frac{\beta}{Y - (\beta - \beta) \tau} - 1 \right) = 1 - \frac{\beta^{Y-1/\tau}}{\tau} - \frac{\beta^{-1/\tau}}{\beta} - \left(Y - \frac{1}{\tau} \right) \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right) \quad (1.33)$$

Où : $F_1 = Q / \sqrt{b^2 h_1^3 g}$ (1.34)

En négligeant la force de résistance f_x , l'équation résultante aurait comme expression :

$$2 F_1^2 \left(\frac{\beta}{Y - (\beta - \beta) \tau} - 1 \right) = 1 - \frac{\beta^{Y-1/\tau}}{\tau} - \frac{\beta^{-1/\tau}}{\beta} \quad (1.35)$$

Les relations (1.33) et (1.35) sont des équations fonctionnelles de forme $\phi(F_1, Y, \beta, \tau) = 0$.

Notons que les équations (1.33) et (1.35) peuvent s'écrire sous la forme $Y^3 + aY^2 + bY + C = 0$. En faisant le changement de variable $Y = x - a/3$, l'équation de troisième degré devient sous la forme $Y^3 + pY + q = 0$ dont la résolution peut se faire aisément en utilisant la méthode trigonométrique.

La figure (1.29) illustre la variation de Y , calculé par l'équation (1.35), en fonction de F_1 . L'une des variables, β ou τ , est fixée, l'autre varie avec un pas de 0,2. Pour que le ressaut se produise effectivement dans le canal composé ($\epsilon_2 > h$), les valeurs de F_1 à considérer doivent être strictement supérieures à la valeur minimale

$$F_{1\min} = \sqrt[3]{\frac{\epsilon_2 \sqrt{2}}{\chi} \left(\frac{\epsilon_2}{\tau + 1} \right)^2 - 1}$$

correspondant à $h_2 = h$.

On s'aperçoit de ces figures que pour un β et τ données, Y augmente continuellement avec l'accroissement de F_1 . L'augmentation du rapport Y en fonction de F_1 est plus rapide pour de grandes valeurs de β . Pour un F_1 fixé, Y croît avec l'accroissement de β et diminue avec l'augmentation de τ .

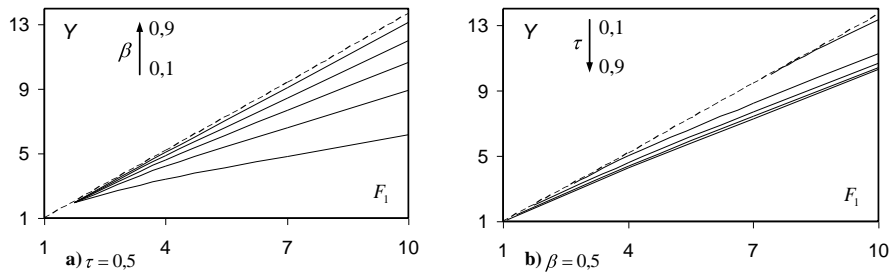


Figure 1.29. Variation de Y , calculé par (1.35), en fonction de F_1 . - - - : $\beta = 1$.

Sur la figure (1.30) nous avons représenté la variation de Y en fonction de F_1 pour $\beta = \tau = 0,5$. On voit clairement que les Y calculées en tenant compte de la force de résistance rajoutée sont inférieures à celles calculées en l'a négligeant. La différence est plus claire au fur et à mesure que le nombre de Froude F_1 augmente. La force f_x traduit les pertes de charge dues à l'expansion de l'écoulement vers le haut.

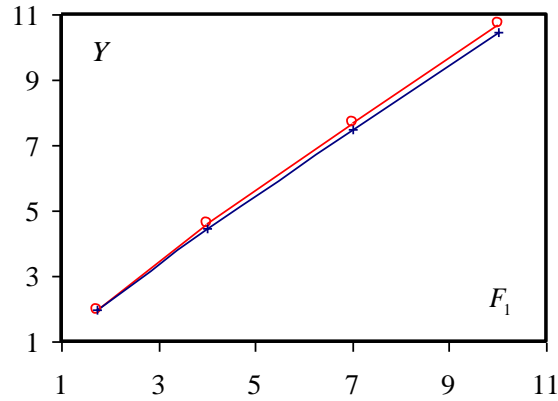


Figure 1.30. Variation de Y en fonction de F_1 . (o) : équation (1.35), (+) : équation (1.33)

IV.3. Rendement du ressaut

En considérant les mêmes hypothèses que pour le rapport des hauteurs conjuguées, le rendement, $\eta = \Delta H / H_1$, peut s'exprimer par :

$$\eta = 1 - \frac{Y + \frac{F_1^2}{2 \left[\frac{1}{\beta} - \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right) \tau^2 \right]}}{1 + F_1^2 / 2} \quad (1.36)$$

L'équation (1.36) permet le calcul, d'une manière explicite, le rendement du ressaut se produisant en lit composé droit, connaissant F_1 , Y ainsi que β et τ . En considérant les valeurs de Y calculées avec la relation (1.35), nous avons représenté sur la figure (1.31) la variation de η en fonction de F_1 . Pour un τ et un β fixés, il est clairement illustrer sur la figure que le rendement η d'un ressaut hydraulique dans un lit composé, croît proportionnellement et continuellement avec l'accroissement de F_1 . Pour un τ connu, en fixant F_1 , η diminue avec l'augmentation de β . Pour un β et un F_1 fixés, on peut aisément voir que le η augmente avec l'accroissement de τ .

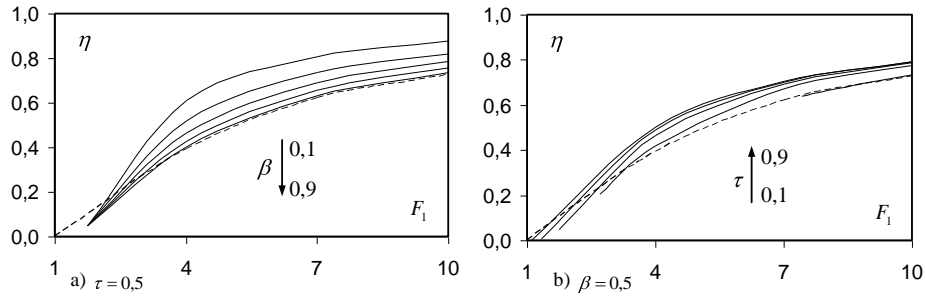


Figure 1.31. Variation de η en fonction de F_1 . --- : $\beta=1$. η est calculé par l'équation (1.35).

Sur la figure (1.32) est représentée la variation de η en fonction de F_1 pour $\beta = \tau = 0,5$. Il est bien illustré que les η calculées en tenant compte de la force de résistance rajoutée sont supérieures à celles calculées en l'a négligeant.

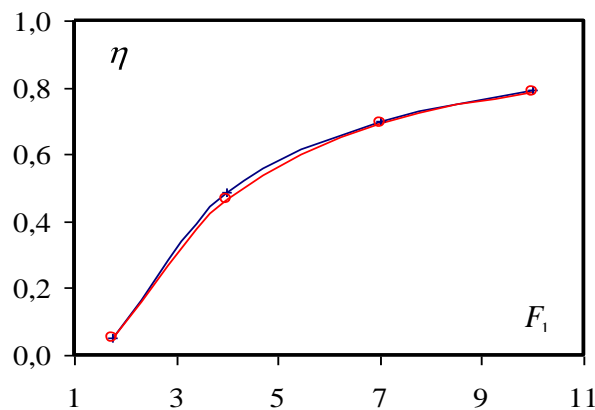


Figure 1.32. Variation de η en fonction de F_1 . (o) : équation (1.33), (+) : équation (1.35)

IV.4. Conclusion

L'application de l'équation de la quantité de mouvement au ressaut hydraulique dans un canal composé droit à aboutit à une équation fonctionnelle de forme $\phi(F_1, Y, \beta, \tau) = 0$. Une nouvelle approche est proposée en rajoutant une force de résistance liée à la forme composée du canal. L'expression générale de cette force est inspirée du développement théorique mené par Achour (2000) sur le ressaut hydraulique dans une galerie circulaire brusquement élargie. Après l'injection de cette force dans nos développements, les valeurs

du rapport des hauteurs conjuguées Y , en diminuant, ainsi que de celles du rendement η , en augmentant, se sont certainement rapprochées de la réalité.

Afin de trouver l'expression définitive de cette force de résistance, étroitement liée au transfert de masse et de la quantité de mouvement entre le lit mineur et le lit majeur, des mesures, sur modèle réduit au laboratoire, sont indispensables.

Conclusion à la première partie

Cette première partie est entièrement consacrée à la recherche bibliographique. Le ressaut hydraulique est le plus simple et le moins onéreux parmi tous les autres dissipateurs d'énergie. Le ressaut hydraulique se produisant dans les formes prismatique est suffisamment étudié. L'intérêt est porté actuellement aux canaux composé vue la dissipation supplémentaire causé par la forme du bassin. Cette dissipation augmente le rendement du ressaut pour jouer convenablement son rôle. Les études menées sur les écoulements uniformes et non uniforme dans les canaux composés ont montré une interaction entre le lit mineur et le lit majeur. Cette interaction se manifeste par un transport de masse et se quantité de mouvement.

Il est très intéressant d'étudier la dissipation d'énergie par ressaut hydraulique dans les autres formes de canaux composé. La deuxième partie qui suivra sera consacré entièrement à l'étude du ressaut hydraulique dans un bassin de dissipation de forme rectangulaire à radier triangulaire.

PARTIE II : RESSAUT HYDRAULIQUE DANS UN CANAL RECTANGULAIRE A RADIER TRIANGULAIRE

Introduction à la deuxième partie

La recherche bibliographique nous a révélé que l'étude des écoulements uniformes, ou, plus encore, les écoulements non uniformes, en lit composé, sont très compliqués, à cause du transfert de masse et de la quantité de mouvement entre le lit mineur et le lit majeur. Ces deux phénomènes, se manifestant par différentes façons, sont des sources de dissipation d'énergie supplémentaire de l'écoulement. Il peut être donc intéressant de voir la grandeur de ces dissipations dans le cas où il se produit un ressaut hydraulique dans le lit composé. Il est plus intéressant d'autant plus que le ressaut hydraulique est utilisé justement pour la dissipation d'énergie. Cette dissipation supplémentaire est donc la bienvenue. Mais pour la mettre en évidence, des essais au laboratoire sont indispensables. On se contente dans le présent travail de déterminer théoriquement, sous quelques hypothèses simplificatrices, le rapport des hauteurs conjuguées ainsi que le rendement du ressaut hydraulique évoluant dans un lit composé droit. Deux approches théoriques pour la détermination du rapport des hauteurs conjuguées sont proposées. Une approche classique et une nouvelle approche, en s'inspirant du développement théorique mené par Khattaoui et Achour (2012) pour le ressaut hydraulique dans un canal composé droit.

Chapitre I. Rapport des hauteurs conjuguées

I.1. Introduction

Nous allons établir un développement théorique, par application de l'équation de la quantité de mouvement, au ressaut hydraulique dans un canal rectangulaire à radier triangulaire. Nous allons ensuite étudier l'effet de chaque paramètre de la relation résultante sur, entre autres, le rapport des hauteurs conjuguées. Le tout, sera illustré sur des graphiques, afin de faciliter leur compréhension.

I.2. Application de l'équation de la quantité de mouvement « Approche classique »

L'équation de la quantité de mouvement, découlant du second axiome de Newton, stipule que la variation de la quantité de mouvement entre deux sections d'un écoulement est équivalente à la somme des forces extérieures.

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = \sum \vec{F}_{ext} \quad (2.1)$$

La figure (2.1) montre les différents paramètres géométriques et hydrauliques nécessaires à l'application de l'équation de la quantité de mouvement. Les différentes caractéristiques portées sur la figure sont les suivantes :

θ : Angle d'inclinaison des berges du lit mineur de forme triangulaire ;

h_m : Hauteur de plein bord du lit mineur ;

h_M : Hauteur d'eau dans le lit majeur à la fin du ressaut ;

h_1 : Première hauteur conjuguée du ressaut ;

h_2 : Deuxième hauteur conjuguée du ressaut ;

B : Largeur du lit majeur ;

v_1 : Vitesse moyenne au pied du ressaut ;

v_2 : Vitesse moyenne à la fin du ressaut ;

L_r : Longueur du rouleau ;

L_j : Longueur du ressaut.

Pour cette étude, la première hauteur conjuguée du ressaut, h_1 , est toujours prise inférieur à la hauteur de plein bord du lit mineur, h_m . La deuxième hauteur conjuguée du ressaut, h_2 , quant à elle, est toujours prise supérieure à h_m .

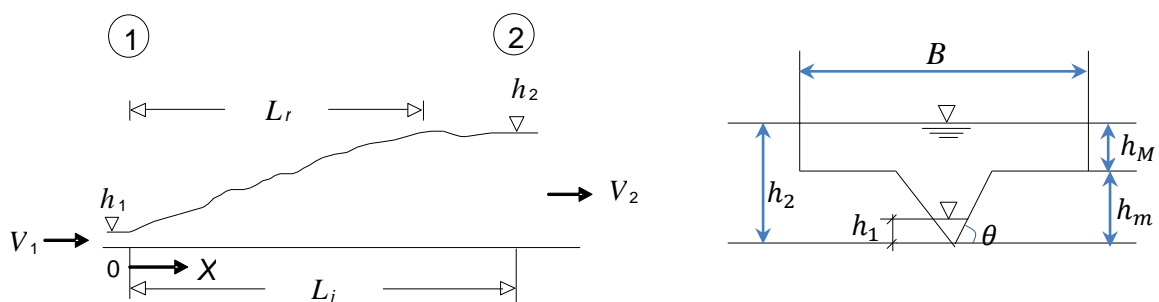


Figure 2.1 : Schéma de définition du ressaut hydraulique dans un canal rectangulaire à radier triangulaire.

L'équation de la quantité de mouvement sera appliquée entre les sections 1 et 2, montrées sur la figure, correspondant, respectivement, au début et à la fin du ressaut.

En négligeant les forces de frottement de l'écoulement avec le fond et les parois du canal composé, la résistance de l'aire avec la surface libre et toute autre force de

frottement, les forces extérieures se réduisent aux seules forces de pression F_1 et F_2 , respectivement, au pied et à la fin du ressaut. L'équation (2.1) devient alors :

$$\rho Q(\beta_2 v_2 - \beta_1 v_1) = F_1 - F_2 \quad (2.2)$$

La bibliographie a montré que pour les écoulements uniformes et non uniformes dans les lits composés, la répartition de la vitesse dans une section transversale de l'écoulement n'est jamais uniforme. Cette non uniformité est accentuée justement par la géométrie du lit composé, à cause de l'interaction entre l'écoulement dans le lit mineur et celui dans le lit majeur. Il en résulte en fait un transfert de quantité de mouvement entre les deux lits associé à la formation de structures turbulentes aux interfaces les séparant.

Le phénomène du ressaut hydraulique, caractérisé justement, par une grande turbulence du mélange de l'eau et de l'air, ne ferait vraisemblablement qu'accentuer ce transfert de quantité de mouvement, mais aussi de masse. L'irrégularité de la distribution de la vitesse dans une section transversale serait logiquement accentuée.

Dans l'inexistence d'autres alternatives, nous allons tout de même considérer, dans ce présent développement, une distribution uniforme de la vitesse dans les sections transversales correspondant au pied et à la fin du ressaut.

$$\beta_1 = \beta_2 = 1 \quad (2.3)$$

L'équation de continuité s'écrit :

$$v_1 A_1 = v_2 A_2 = Q \quad (2.4)$$

En tenant compte des relations (2.3) et (2.4), l'équation (2.2) devient :

$$\rho Q^2 \left(\frac{1}{A_2} - \frac{1}{A_1} \right) = F_1 - F_2 \quad (2.5)$$

Les sections A_1 et A_2 sont données par :

$$A_1 = m h_1^2 \quad (2.6)$$

$$A_2 = A_m + A_M = m h_m^2 + B h_M \quad (2.7)$$

Où, $m = \cot g(\theta)$ est la cotangente de l'angle d'inclinaison des parois latérales du lit mineur.

Prenons comme hypothèse aussi, que la distribution des pressions est hydrostatique dans les sections (1) et (2) du ressaut. La force de pression dans une section transversale

serait par conséquent égale à la pression au centre de gravité de cette section par l'air de celle-ci.

$$F_1 = \bar{P}_1 A_1 = \varpi \bar{h}_1 A_1 \quad (2.8)$$

$$F_2 = \bar{P}_2 A_2 = \varpi \bar{h}_2 A_2 \quad (2.9)$$

Où, ϖ est le poids spécifique du liquide. \bar{h}_1 et \bar{h}_2 sont, respectivement, le centre de gravité de la section (1) et de section (2). A_1 et A_2 sont les aires de ces sections, données par les équations (2.6) et (2.7). Pour ne pas avoir à déterminer \bar{h}_2 , même si c'est facile à le faire, la force hydrostatique F_2 se calculerait par la somme de la force hydrostatique dans le lit mineur et de celle dans le lit majeur composant la section d'aval.

Les équations (2.8) et (2.9) deviennent donc :

$$F_1 = \bar{P}_1 A_1 = \left(\frac{1}{3} \varpi h_1\right) (m h_1^2) = \frac{1}{3} \varpi m h_1^3 \quad (2.10)$$

$$F_2 = F_m + F_M = \bar{P}_m A_m + \bar{P}_M A_M = \varpi \left(h_M + \frac{1}{3} h_m\right) (m h_m^2) + \varpi \left(\frac{1}{2} h_M\right) (B h_M)$$

$$F_2 = \varpi \left[\left(m h_M h_m^2 + \frac{1}{3} m h_m^3\right) + \frac{1}{2} B h_M^2 \right] \quad (2.11)$$

Injectons les équations (2.6), (2.7), (2.10) et (2.11) dans l'équation (2.5) :

$$\rho Q^2 \left(\frac{1}{m h_m^2 + B h_M} - \frac{1}{m h_1^2} \right) = \frac{1}{3} \varpi m h_1^3 - \varpi \left[\left(m h_M h_m^2 + \frac{1}{3} m h_m^3\right) + \frac{1}{2} B h_M^2 \right] \quad (2.12)$$

Ou bien, en multipliant les deux membres de cette équation par $1/(\varpi m h_1^3)$:

$$\frac{Q^2}{g m^2 h_1^5} \left(\frac{h_1^2}{h_m^2 + \frac{B h_M}{m}} - 1 \right) = \frac{1}{3} - \left(\frac{h_M h_m^2}{h_1^3} + \frac{h_m^3}{3 h_1^3} \right) - \frac{B h_M^2}{2 m h_1^3} \quad (2.13)$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{2 Q^2}{g m^2 h_1^5} \right) \left(\frac{1}{\left(\frac{h_m}{h_1}\right)^2 + 2 \left(\frac{B}{2 m h_1}\right) \left(\frac{h_M}{h_1}\right)} - 1 \right) = \frac{1}{3} - \left(\frac{h_M}{h_1}\right) \left(\frac{h_m}{h_1}\right)^2 - \frac{1}{3} \left(\frac{h_m}{h_1}\right)^3 - \left(\frac{B}{2 m h_1}\right) \left(\frac{h_M}{h_1}\right)^2 \quad (2.14)$$

Posons : $\beta = \frac{B}{2 m h_1}$, le rapport d'expansion de la surface libre entre le pied et la fin du ressaut ; $\tau = \frac{h_m}{h_1}$, le rapport entre la hauteur du lit mineur et la première hauteur conjuguée du ressaut ; $\lambda = \frac{h_M}{h_1}$, le rapport entre la profondeur de l'eau dans le lit majeur à la fin du ressaut à celle dans le lit mineur au pied de celui-ci.

Le rapport des hauteurs conjuguées est tel que :

$$Y = \frac{h_2}{h_1} = \frac{h_m + h_M}{h_1} = \tau + \lambda$$

Rappelant que le nombre de Froude au pied du ressaut est :

$$F_1 = \sqrt{\frac{Q^2(\partial A/\partial h)}{gA^3}} = \sqrt{\frac{Q^2(2mh)}{g(mh^2)^3}} = \sqrt{\frac{2Q^2}{gm^2h^5}} \quad (2.15)$$

En tenant compte des différents paramètres adimensionnels ci-dessus et de l'équation (2.15), la relation (2.14) s'écrit en définitive comme suit :

$$\frac{1}{2}F_1^2[(\tau^2 + 2\beta\lambda)^{-1} - 1] = \frac{1}{3} - \lambda\tau^2 - \frac{1}{3}\tau^3 - \beta\lambda^2 \quad (2.16)$$

L'équation (2.16) régit le ressaut hydraulique dans un canal rectangulaire à radier triangulaire. C'est une équation fonctionnelle de forme $\psi(F_1, \beta, \lambda, \tau) = 0$. Elle est présentée en termes adimensionnels afin de lui donner un caractère de validité général. Rappelant que pour pouvoir faire ce développement plusieurs hypothèses simplificatrices ont été considérées.

Pour une deuxième hauteur conjuguée $h_2 = h_m$, autrement dit pour $h_M = 0$, le ressaut se produit entièrement dans le canal triangulaire prismatique avec un rapport des hauteurs conjuguées tel que : $Y = \frac{h_2}{h_1} = \frac{h_m}{h_1} = \tau$. En remplaçant dans l'équation (2.16) $\lambda = 0$ (puisque $h_M = 0$), $\tau = \frac{h_m}{h_1} = Y$ et $\beta = \frac{B}{2mh_1} = \frac{2mh_m}{2mh_1} = \frac{h_m}{h_1} = \tau = Y$, celle-ci se simplifie en :

$$\frac{1}{2}F_1^2[(Y^2)^{-1} - 1] = \frac{1}{3} - \frac{1}{3}Y^3$$

Ou bien :

$$F_1^2 = \frac{2}{3} \left(\frac{1-Y^3}{Y^{-2}-1} \right) = \frac{2}{3} Y^2 \left(\frac{1-Y^3}{1-Y^2} \right) = \frac{2}{3} Y^2 \frac{Y^2+Y+1}{1+Y} \quad (2.17)$$

Cette dernière équation est celle résultante par application de l'équation de la quantité de mouvement au ressaut hydraulique se produisant dans un canal triangulaire prismatique.

1.3. Représentation graphique

Pour représenter graphiquement la relation fonctionnelle à quatre variables, $\psi(F_1, \beta, \lambda, \tau) = 0$, issue de l'application de l'équation de la quantité de mouvement au ressaut hydraulique se produisant dans un canal composé de forme rectangulaire à radier

triangulaire, on doit fixer à chaque fois deux variables et étudier la relation entre les deux restantes.

A cause du caractère très implicite de l'équation (2.16) en fonction de λ , β et τ , ces trois variables seront fixées et on calculera par Excel le nombre de Froude F_1 par l'équation (2.16) réécrite comme suit :

$$F_1 = \sqrt{\frac{2(1-3\lambda\tau^2-\tau^3-3\beta\lambda^2)}{3[(\tau^2+2\beta\lambda)^{-1}-1]}} \quad (2.18)$$

Pour que le ressaut se produit effectivement dans le canal composé, il faut avoir $h_M > 0$. Autrement dit, le rapport des hauteurs conjuguées doit être tel que $Y > \tau$. La valeur minimale du nombre de Froude au pied du ressaut pour que celui-ci se produit effectivement dans le canal composé est calculée en remplaçant dans l'équation de la quantité de mouvement $\lambda = 0$ et l'équation se simplifie en :

$$F_{1min} = \sqrt{\frac{2(1-\tau^3)}{3[(\tau^2)^{-1}-1]}} = \sqrt{\frac{2(1-\tau^3)}{3[\tau^{-2}-1]}} \quad (2.19)$$

D'après la bibliographie, en fonction du nombre de Froude au pied du ressaut, plusieurs types de ressaut se produisent. Pour un canal rectangulaire prismatique, le ressaut faible ou le pré-ressaut se produit pour $1,7 < F_1 < 2,5$, le ressaut oscillant ou de transition pour $2,5 < F_1 < 4,5$, le ressaut stationnaire ou stable pour $4,5 < F_1 < 9$ et enfin le ressaut fort ou clapoteux pour $F_1 > 9$.

Dans le souci d'avoir des ressauts stationnaire (stable), nous allons limiter pour la représentation graphique les valeurs du nombre de Froude F_1 à dix. La condition sur le nombre de Froude conditionnerait les valeurs maximales des autres variables de l'équation fonctionnelle. Pour le rapport d'expansion de la surface entre le pied et la fin du ressaut, $\beta = \frac{B}{2mh_1}$, nous allons considérer des valeurs allant de deux jusqu'à vingt. Concernant le rapport entre la hauteur du lit mineur et la première hauteur conjuguée du ressaut, $\tau = \frac{h_m}{h_1}$, nous allons prendre des valeurs variant de 1 à cinq que le nombre de Froude minimale nécessaire pour que le ressaut se produit effectivement dans le canal composé ne sera pas très important (ne sera pas supérieur à dix). Enfin, pour le rapport entre la profondeur de l'eau dans le lit majeur à celle dans le lit mineur, $\lambda = \frac{h_M}{h_1}$, on va considérer des valeurs variant de 0,5 à six.

1.3.1. Variation de λ en fonction de F_1 pour différentes valeurs de β

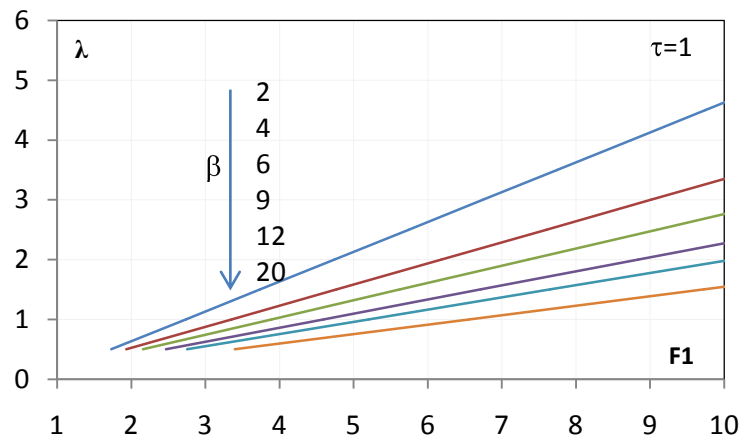


Figure 2.2. Variation de λ en fonction de F_1 pour différentes valeurs de β et $\tau = 1$

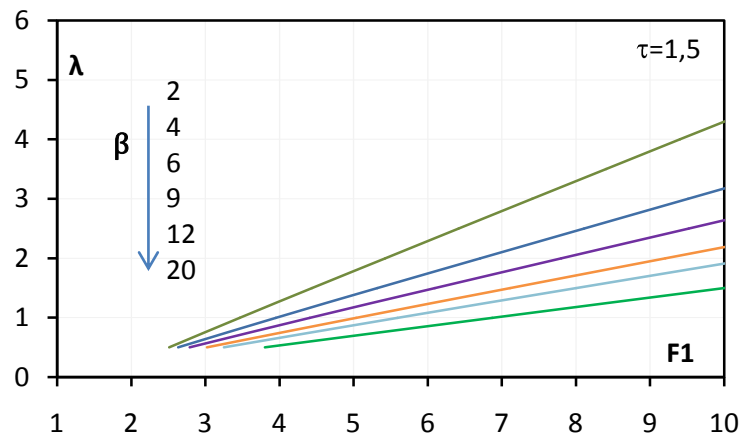


Figure 2.3. Variation de λ en fonction de F_1 pour différentes valeurs de β et $\tau = 1,5$

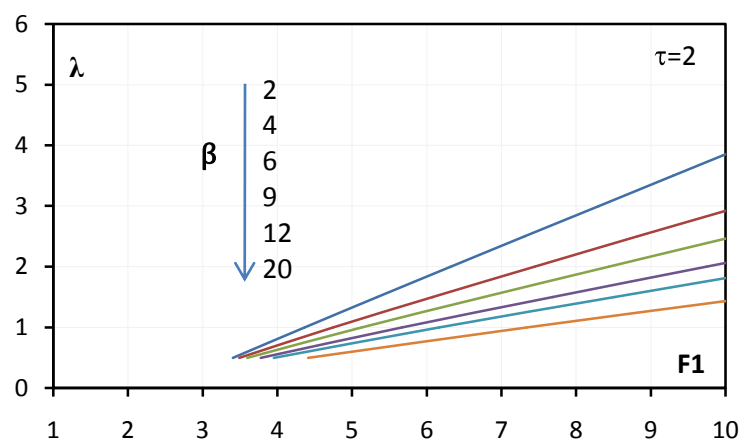


Figure 2.4. Variation de λ en fonction de F_1 pour différentes valeurs de β et $\tau = 2$

Sur les figures (2.2), (2.3) et (2.4), nous avons représenté la variation de $\lambda = \frac{h_M}{h_1}$ en fonction du nombre de Froude au pied du ressaut, F_1 , pour différentes valeurs de $\beta = \frac{B}{2mh_1}$ et pour des valeurs de $\tau = \frac{h_m}{h_1}$, simultanément de 1, 1.5 et 2.

A la lecture de ces figures, on peut relever que :

- pour un τ fixé et une valeur donnée de β , le rapport $\lambda = \frac{h_M}{h_1}$ augmente d'une manière continue en fonction du nombre de Froude F_1 .
- pour un τ fixé et une valeur du nombre de Froude donnée, le rapport λ diminue avec l'accroissement du rapport d'expansion β .
- pour un τ fixé et une valeur également fixée du rapport λ , le nombre de Froude, F_1 croît avec l'augmentation du rapport d'expansion β .
- En comparant deux figures, on peut tirer également que pour β et F_1 donnée, le rapport λ diminue avec l'augmentation de τ .

1.3.2. Variation de λ en fonction de F_1 pour différentes valeurs de τ

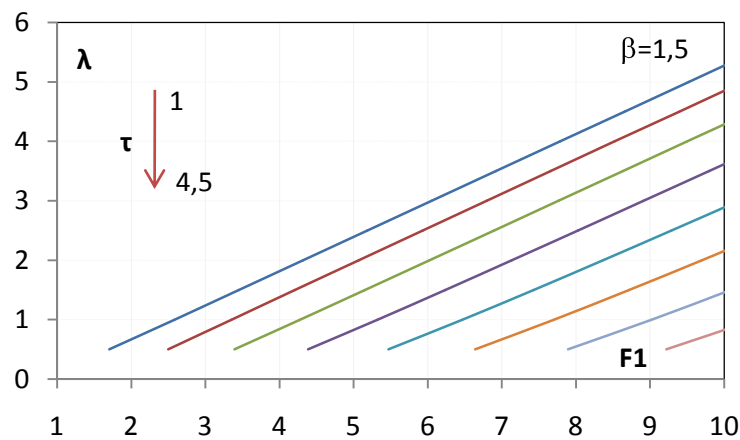


Figure 2.5. Variation de λ en fonction de F_1 pour différentes valeurs de τ et $\beta = 1,5$

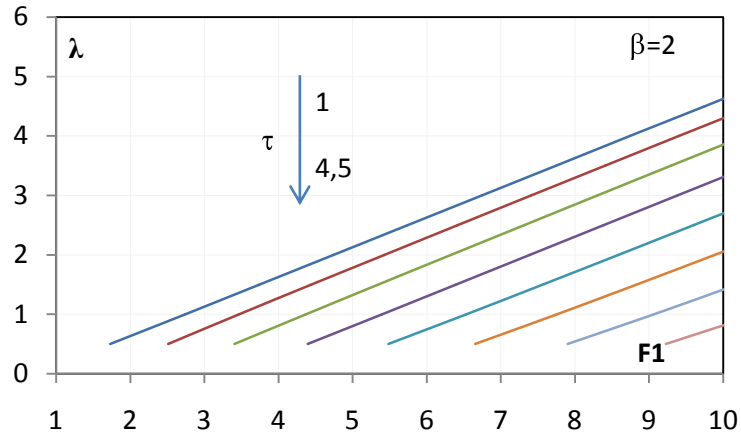


Figure 2.6. Variation de λ en fonction de F_1 pour différentes valeurs de τ et $\beta = 2$

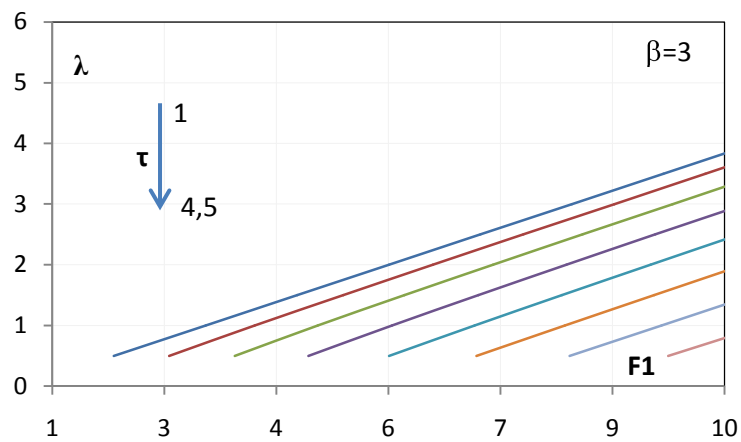


Figure 2.7. Variation de λ en fonction de F_1 pour différentes valeurs de τ et $\beta = 3$

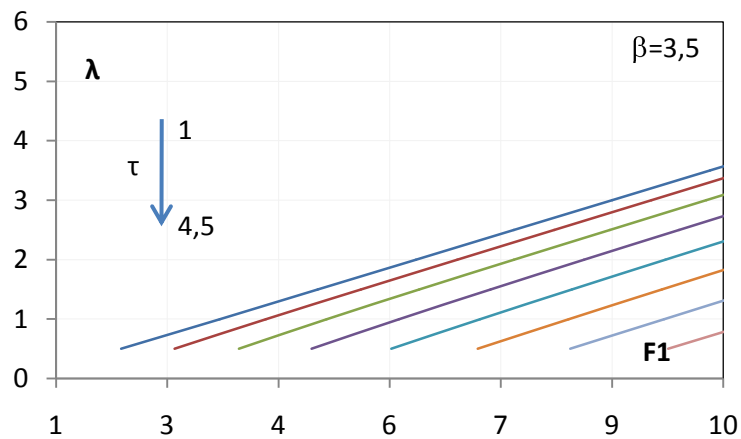


Figure 2.8. Variation de λ en fonction de F_1 pour différentes valeurs de τ et $\beta = 3,5$

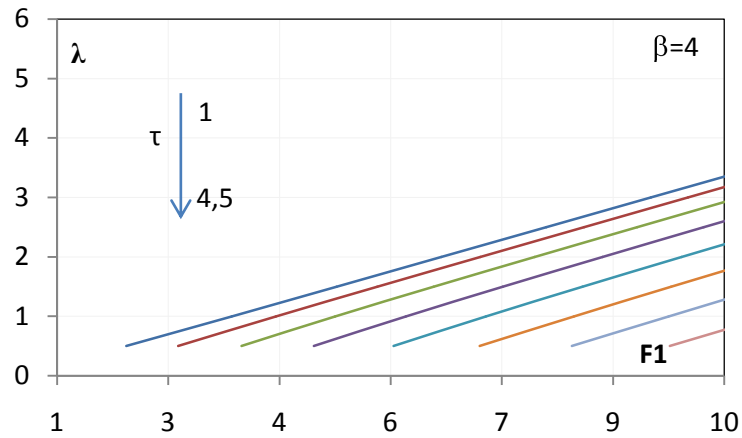


Figure 2.9. Variation de λ en fonction de F_1 pour différentes valeurs de τ et $\beta = 4$

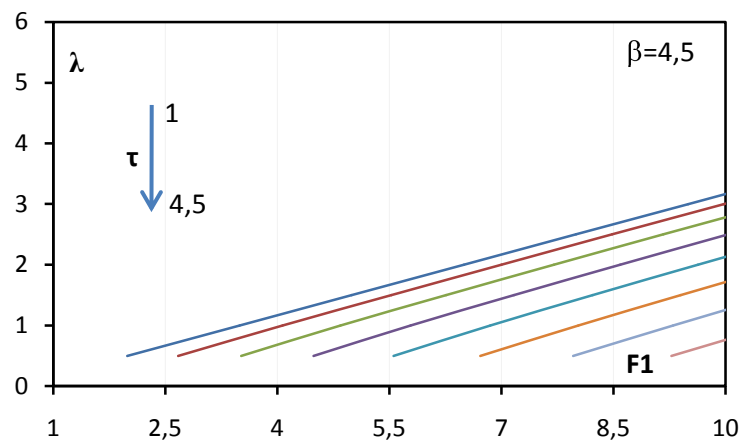


Figure 2.10. Variation de λ en fonction de F_1 pour différentes valeurs de τ et $\beta = 4,5$

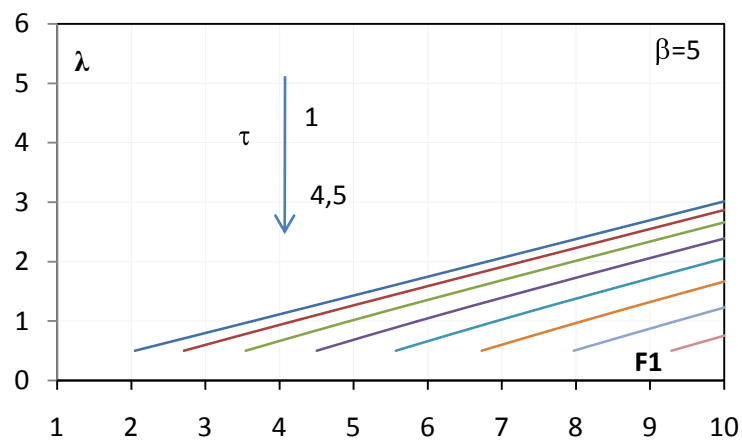


Figure 2.11. Variation de λ en fonction de F_1 pour différentes valeurs de τ et $\beta = 5$

Sur les figures (2.5) à (2.11), nous avons représenté la variation de $\lambda = \frac{h_M}{h_1}$ en fonction du nombre de Froude au pied du ressaut, F_1 , pour différentes valeurs de $\tau = \frac{h_m}{h_1}$ et pour des valeurs de β allant de 1,5 à 5.

En regardant attentivement ces figures, on peut conclure ce qui suit :

- Afin que les valeurs du nombre de Froude ne dépasseront pas la valeur de dix, la valeur maximale de τ est limité à 4,5.
- En fixant β , condition pour chacune de ces figures, le rapport $\lambda = \frac{h_M}{h_1}$ augmente d'une manière continue en fonction du nombre de Froude F_1 pour une valeur connue du τ .
- pour un β fixé et une valeur du nombre de Froude donnée, le rapport λ diminue avec l'accroissement de τ .
- pour un β fixé et une valeur également fixée du rapport λ , le nombre de Froude, F_1 croît avec l'augmentation du rapport de remplissage τ .
- En comparant ces figures deux à deux, on remarque que pour τ et F_1 données, le rapport λ diminue avec l'augmentation de β .

1.3.2. Variation de τ en fonction de F_1 pour différentes valeurs de β

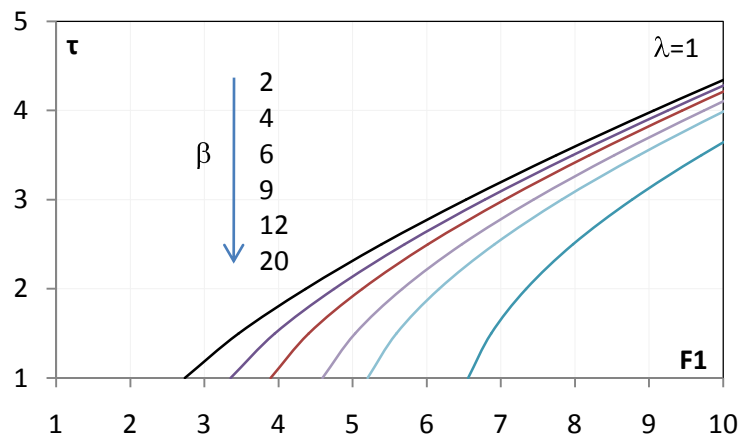


Figure 2.12. Variation de τ en fonction de F_1 pour différentes valeurs de β et $\lambda = 1$

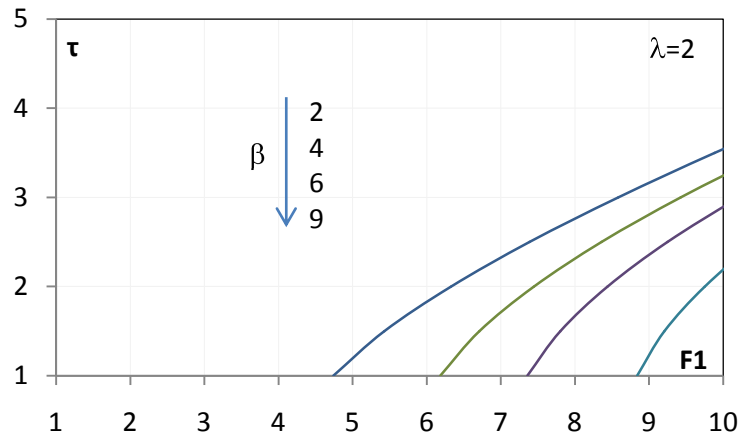


Figure 2.13. Variation de τ en fonction de F_1 pour différentes valeurs de β et $\lambda = 2$

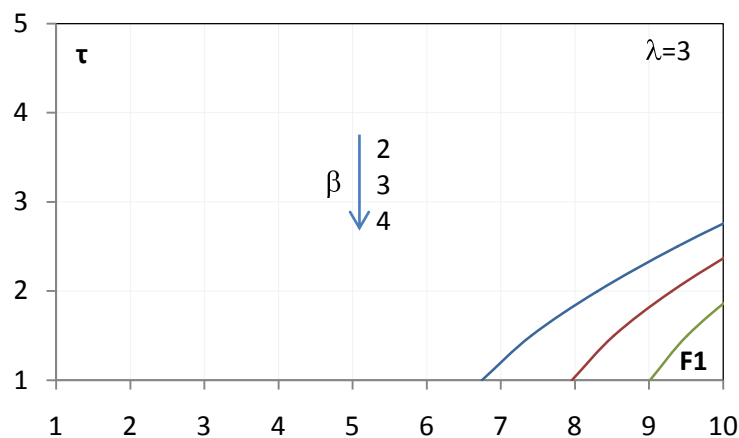


Figure 2.14. Variation de τ en fonction de F_1 pour différentes valeurs de β et $\lambda = 3$

Sur les figures (2.12), (2.13) et (2.14), est représenté la variation de $\tau = \frac{h_m}{h_1}$ en fonction du nombre de Froude au pied du ressaut, F_1 , pour différentes valeurs de β et pour des valeurs de $\lambda = \frac{h_M}{h_1}$ simultanément de 1, 2 et 3.

Sur ces figures, il est illustrer ce qui suit :

- Les valeurs maximales de β et de λ sont simultanément de 20 et de 3. Ces limites sont conditionnées par la valeur maximale imposé pour le nombre de Froude au pied du ressaut dont le souci est d'avoir un ressaut stable.
- En fixant $\lambda = \frac{h_M}{h_1}$, c'est-à-dire en regardant une de ces courbes, le rapport de remplissage $\tau = \frac{h_m}{h_1}$ augmente d'une manière continu en fonction du nombre de Froude F_1 pour une valeur connue du β .

- pour λ fixé et une valeur du nombre de Froude donnée, le rapport τ diminue avec l'accroissement du β .
- pour un λ fixé et une valeur également fixée de τ , le nombre de Froude, F_1 augmente avec l'accroissement de β .
- En comparant ces figures deux à deux, on remarque que pour λ et F_1 données, le rapport τ diminue avec l'augmentation de β .

1.3.2. Variation de τ en fonction de F_1 pour différentes valeurs de λ

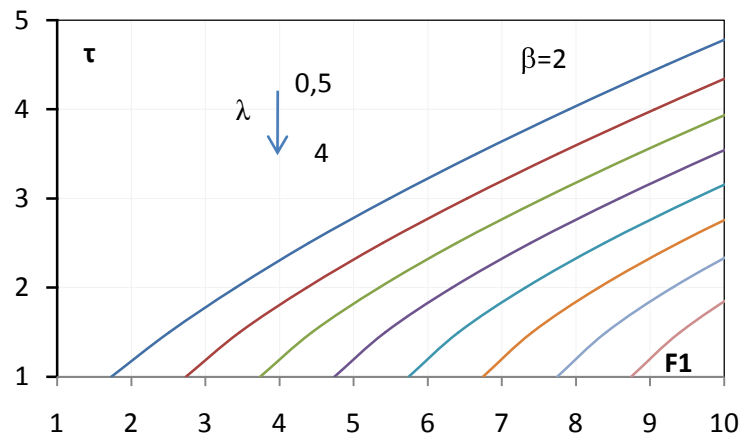


Figure 2.15. Variation de τ en fonction de F_1 pour différentes valeurs de λ et $\beta = 2$

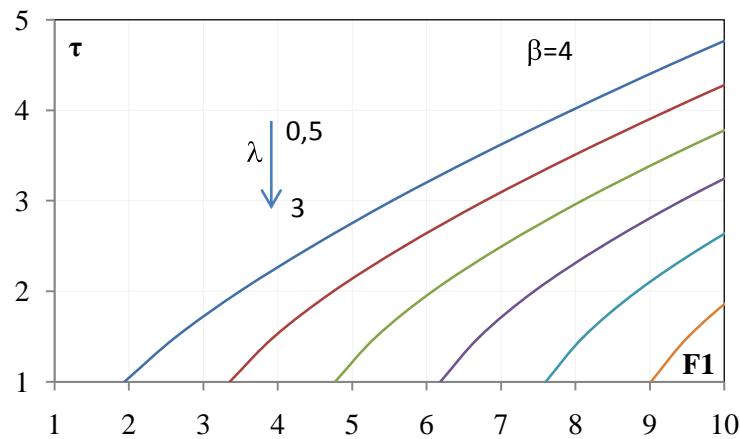


Figure 2.16. Variation de τ en fonction de F_1 pour différentes valeurs de λ et $\beta = 4$

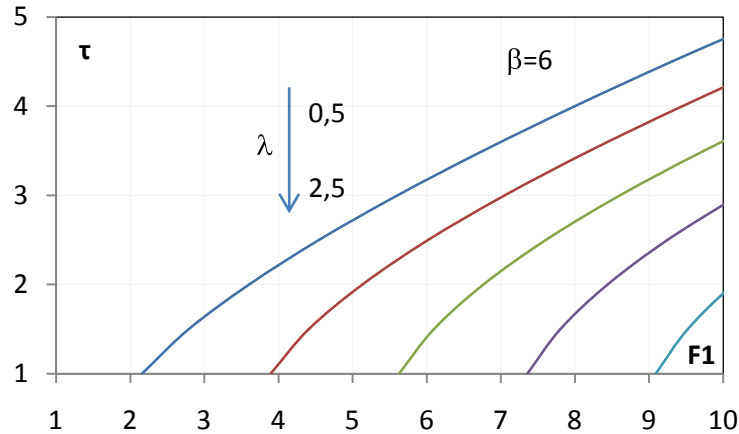


Figure 2.17. Variation de τ en fonction de F_1 pour différentes valeurs de λ et $\beta = 6$

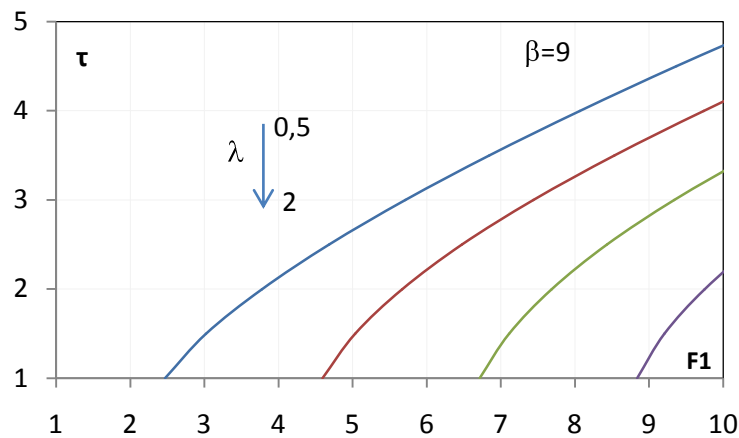


Figure 2.18. Variation de τ en fonction de F_1 pour différentes valeurs de λ et $\beta = 9$

Sur les figures (2.15) à (2.18), il est illustrer la variation de $\tau = \frac{h_m}{h_1}$ en fonction du nombre de Froude au pied du ressaut, F_1 , pour différentes valeurs de λ et pour des valeurs de β simultanément de 2, 4,6 et 9.

Sur ces figures, il est illustré ce qui suit :

- β fixant $\lambda = \frac{h_M}{h_1}$, correspondant à une de ces figures, le rapport de remplissage $\tau = \frac{h_m}{h_1}$ augmente d'une manière continu en fonction du nombre de Froude F_1 pour une valeur connue du λ .
- pour β fixé et une valeur du nombre de Froude donnée, le rapport τ diminue avec l'accroissement de λ .
- pour un β fixé et une valeur également fixée de τ , le nombre de Froude, F_1 augmente avec l'accroissement de λ .

- En comparant ces figures deux à deux, on remarque que pour β et F_1 données, le rapport τ diminue avec l'augmentation de λ .

1.3.3. Variation de Y en fonction de F_1 pour différentes valeurs de τ

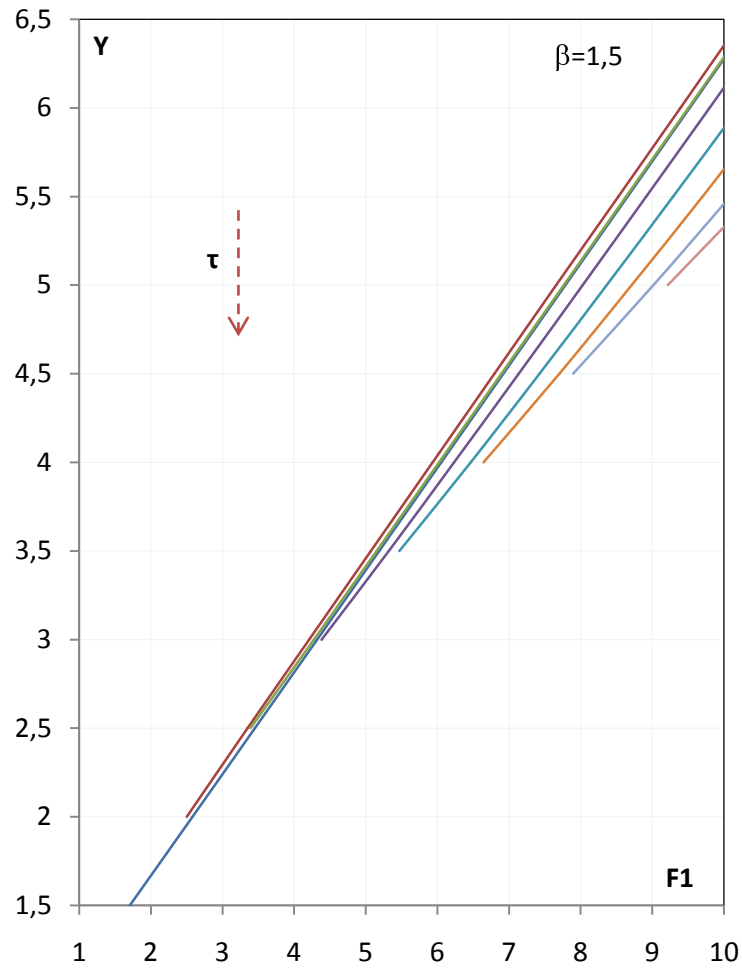


Figure 2.19. Variation de Y en fonction de F_1 pour différentes valeurs de τ et $\beta = 1,5$

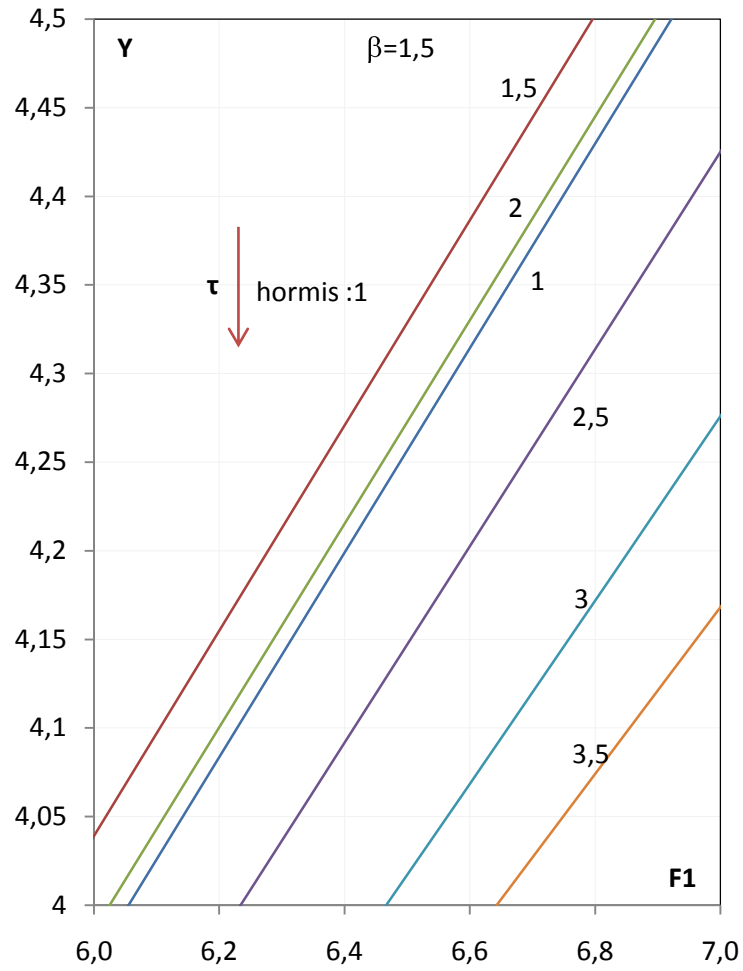


Figure 2.20. Variation de Y en fonction de F_1 pour différentes valeurs de τ et $\beta = 1,5$
(extrait de la figure 2.18)

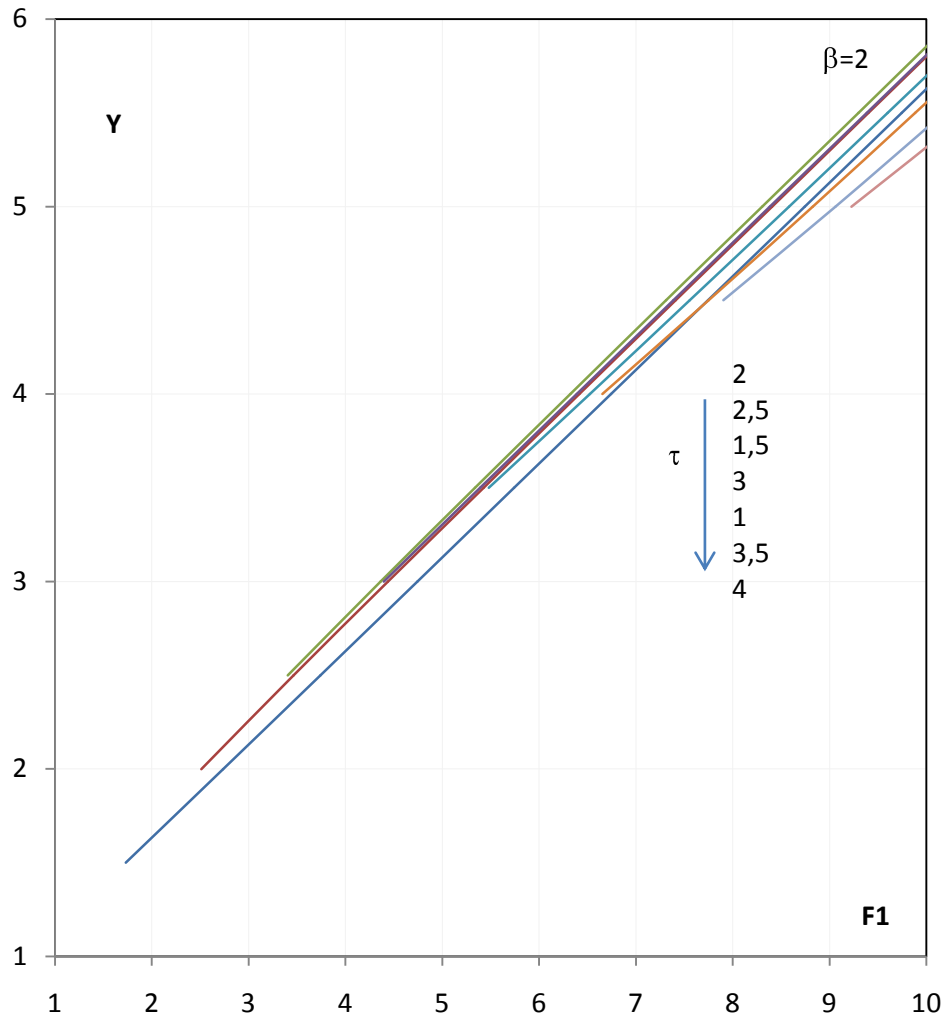


Figure 2.21. Variation de Y en fonction de F_1 pour différentes valeurs de τ et $\beta = 2$

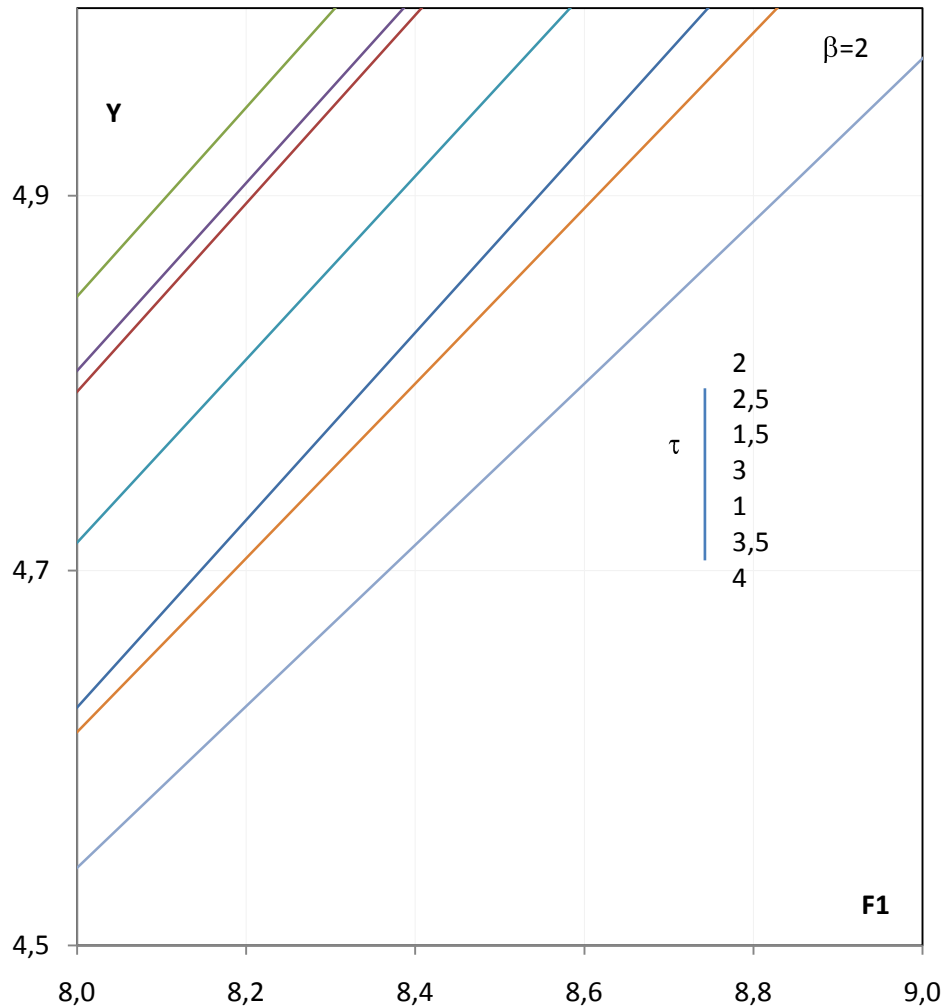


Figure 2.22. Variation de Y en fonction de F_1 pour différentes valeurs de τ et $\beta = 2$

(extrait de la figure 2.20)

Sur les figures (2.19) et (2.21) nous avons montré variation du rapport des hauteurs conjuguées Y en fonction du nombre de Froude au pied du ressaut, F_1 , pour différentes valeurs de τ et pour deux valeurs de β , soient 1,5 et 2. Afin de rendre la lecture possible et plus lisible, des extrait pour ces figures sont représentées simultanément sur les figures (2.20) et (2.22).

On peut lire ce qui suit :

- Pour un β donnée, caractéristique de chacune de ces figures, le rapport des hauteurs conjuguées, Y , augmente avec le nombre de Froude F_1 et ce quel que soit la valeur de τ .
- Pour un β fixé et une valeur du nombre de Froude donnée, le rapport des hauteurs conjuguées Y peut augmenter ou diminuer en fonction de τ . Pour les fortes valeurs de τ , le rapport Y diminue avec l'augmentation de celui-ci.

- En comparant les figures (2.19) et (2.21) entre elles, on remarque que pour τ et F_1 données, le rapport Y diminue avec l'augmentation de β .

I.4. Application de l'équation de la quantité de mouvement « Nouvelle approche »

Prenons les mêmes principales hypothèses simplificatrices que pour l'approche classiques, comme la distribution uniforme pour les vitesses au pied et à la fin du ressaut, la distribution hydrostatique pour les pressions, la négligence de la résistance de l'aire au niveau de la surface libre ainsi que la résistance du fond et des parois avec le liquide en écoulement, mais prenons en considération dans cette nouvelle approche une force de résistance issue de l'interaction entre le lit mineur et le lit majeur due à la forme composé du canal. Soit F_x la composante horizontale dans le sens de l'écoulement de cette force de résistance, l'équation (2.1) de la quantité de mouvement s'écrit donc :

$$\rho Q(v_2 - v_1) = F_1 - F_2 - F_x \quad (2.20)$$

En s'inspirant du développement théorique mené par Khattaoui et Achour (2012) pour le ressaut hydraulique dans un canal composé droit, nous estimons que la force de résistance du ressaut hydraulique se produisant dans un canal rectangulaire à radier triangulaire aurait la forme suivante :

$$F_x = \frac{1}{2} \varpi (h_2 - h_m) h_1 B \quad (2.21)$$

En tenant compte des équations (2.4), (2.6), (2.7), (2.8), (2.9), (2.10), (2.11) et (2.21), l'équation (2.20) s'écrit :

$$\rho Q^2 \left(\frac{1}{mh_m^2 + Bh_M} - \frac{1}{mh_1^2} \right) = \frac{1}{3} \varpi m h_1^3 - \varpi \left[(mh_M h_m^2 + \frac{1}{3} m h_m^3) + \frac{1}{2} B h_M^2 \right] - \frac{1}{2} \varpi (h_2 - h_m) h_1 B \quad (2.22)$$

Multiplions les deux membres de cette équation par $1/\varpi m h_1^3$. L'équation (2.22) peut s'écrire :

$$\frac{Q^2}{g m^2 h_1^5} \left(\frac{h_1^2}{h_m^2 + \frac{B h_M}{m}} - 1 \right) = \frac{1}{3} - \left(\frac{h_M h_m^2}{h_1^3} + \frac{h_m^3}{3 h_1^3} \right) - \frac{B h_M^2}{2 m h_1^3} - \frac{1}{2 m h_1^2} (h_2 - h_m) B \quad (2.23)$$

Réarrangeons cette équation de telle sorte à avoir des termes adimensionnels :

$$\frac{1}{2} \left(\frac{2 Q^2}{g m^2 h_1^5} \right) \left(\frac{1}{\left(\frac{h_m}{h_1} \right)^2 + 2 \left(\frac{B}{2 m h_1} \right) \left(\frac{h_M}{h_1} \right)} - 1 \right) = \frac{1}{3} - \left(\frac{h_M}{h_1} \right) \left(\frac{h_m}{h_1} \right)^2 - \frac{1}{3} \left(\frac{h_m}{h_1} \right)^3 - \left(\frac{B}{2 m h_1} \right) \left(\frac{h_M}{h_1} \right)^2 - \left(\frac{B}{2 m h_1} \right) \left(\frac{h_2}{h_1} \right) + \left(\frac{B}{2 m h_1} \right) \left(\frac{h_m}{h_1} \right) \quad (2.24)$$

En utilisant les mêmes paramètres adimensionnels que pour le développement classique précédent, la relation (2.24) s'écrit en définitive :

$$\frac{1}{2}F_1^2 \left(\frac{1}{\tau^2 + 2\beta\lambda} - 1 \right) = \frac{1}{3} - \lambda\tau^2 - \frac{1}{3}\tau^3 - \beta\lambda^2 - \beta Y + \beta\tau \quad (2.25)$$

Puisque $Y = \tau + \lambda$ donc cette équation ci-dessus devient :

$$\frac{1}{2}F_1^2 \left(\frac{1}{\tau^2 + 2\beta\lambda} - 1 \right) = \frac{1}{3} - \lambda\tau^2 - \frac{1}{3}\tau^3 - \beta(\lambda^2 + \lambda) \quad (2.26)$$

L'équation (2.26) est l'équation adimensionnelle recherchée, régissant le ressaut hydraulique dans un canal rectangulaire à radier triangulaire. Elle est bien sûr présentée en terme adimensionnels afin de lui donner un caractère de validité général. C'est une relation fonctionnelle de forme $\phi(F_1, \beta, \lambda, \tau) = 0$.

Cette équation peut être réécrite sous une autre forme. Pour faire, multiplions les deux membres de l'équation (2.26) par $\tau^2 + 2\beta\lambda$. Celle-ci devient :

$$\frac{1}{2}F_1^2 \left(\frac{1}{\tau^2 + 2\beta\lambda} - 1 \right) (\tau^2 + 2\beta\lambda) = (\tau^2 + 2\beta\lambda) \left[\frac{1}{3} - \lambda\tau^2 - \frac{1}{3}\tau^3 - \beta\lambda^2 - \beta\lambda \right] \quad (2.27)$$

Réarrangeons cette équation :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}F_1^2 [1 - (\tau^2 + 2\beta\lambda)] \\ = \frac{1}{3}\tau^2 + \frac{2}{3}\beta\lambda - \tau^4\lambda - 2\tau^2\beta\lambda^2 - \frac{1}{3}\tau^5 - \frac{2}{3}\tau^3\beta\lambda - \beta\tau^2\lambda^2 - 2\beta^2\lambda^3 - \beta\tau^2\lambda \\ - 2\beta^2\lambda^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}F_1^2 [1 - (\tau^2 + 2\beta\lambda)] \\ = -2\beta^2\lambda^3 - (2\tau^2\beta + \beta\tau^2 + 2\beta^2)\lambda^2 - \left(\tau^4 - \frac{2}{3}\beta + \frac{2}{3}\tau^3\beta + \beta\tau^2 \right) \lambda \\ + \left(\frac{1}{3}\tau^2 - \frac{1}{3}\tau^5 \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}F_1^2 (\tau^2 + 2\beta\lambda - 1) \\ = 2\beta^2\lambda^3 + (3\beta\tau^2 + 2\beta^2)\lambda^2 + \left(\tau^4 - \frac{2}{3}\beta + \frac{2}{3}\tau^3\beta + \beta\tau^2 \right) \lambda \\ - \left(\frac{1}{3}\tau^2 - \frac{1}{3}\tau^5 \right) \end{aligned}$$

Divisons par $2\beta^2$:

$$\lambda^3 + \left(\frac{3}{2\beta}\tau^2 + 1\right)\lambda^2 + \left(\frac{\tau^4}{2\beta^2} - \frac{1}{3\beta} + \frac{1}{3\beta}\tau^3 + \frac{\tau^2}{2\beta} - \frac{1}{2\beta}F_1^2\right)\lambda - \frac{1}{2\beta^2}\left[\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}F_1^2\right)\tau^2 - \frac{1}{3}\tau^5 - \frac{1}{2}F_1^2\right] = 0 \quad (2.28)$$

L'équation (2.28) est une autre forme de l'équation (2.26) sous forme d'une équation de troisième degré en fonction de λ . C'est-à-dire, c'est une équation de forme $\lambda^3 + a\lambda^2 + b\lambda + c = 0$. Cette forme de l'écriture peut avoir résolution par la méthode trigonométrique si nécessaire pour trouver la valeur de λ pour des valeurs données de F_1 , β et τ .

Pour une deuxième hauteur conjuguée $h_2 = h_m$, autrement dit pour $h_M = 0$, le ressaut se produit entièrement dans le canal triangulaire prismatique avec un rapport des hauteurs conjuguées tel que $Y = \frac{h_2}{h_1} = \frac{h_m}{h_1} = \tau$. En remplaçant dans l'équation (2.27) ou (2.28) $\lambda = 0$ (puisque $h_M = 0$), $\tau = \frac{h_m}{h_1} = Y$ et $\beta = \frac{B}{2mh_1} = \frac{2mh_m}{2mh_1} = \frac{h_m}{h_1} = \tau = Y$, celle-ci se simplifie comme suit:

En tenant compte le fait que $\lambda = 0$, l'équation (2.28) s'écrit :

$$-\frac{1}{2\beta^2}\left[\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}F_1^2\right)\tau^2 - \frac{1}{3}\tau^5 - \frac{1}{2}F_1^2\right] = 0$$

En tenant compte du fait que $\beta = \tau = Y$, cette équation devient :

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{2}F_1^2 - \frac{1}{3}\tau^3 - \frac{1}{2}F_1^2Y^{-2} = 0$$

Ou bien :

$$F_1^2 = \frac{2}{3}Y^2 \frac{1-Y^3}{1-Y^2}$$

Finalement, on retrouve l'équation régissant le ressaut hydraulique se produisant dans un canal triangulaire prismatique. Ceci est une vérification de l'exactitude de notre développement.

1.4.1. Représentation graphique

De la même manière que précédemment, pour représenter graphiquement la relation (2.26) qui est une relation fonctionnelle à quatre variables, $\phi(F_1, \beta, \lambda, \tau) = 0$, on doit fixer à chaque fois deux variables et étudier la relation entre les deux restantes.

A cause du caractère très implicite de l'équation (2.26) en fonction de λ , β et τ , ces trois variables seront fixées et on calculera par Excel le nombre de Froude F_1 par la dite équation qui peut réécrite comme suit :

$$F_1 = \sqrt{\frac{2(\tau^2+2\beta\lambda)[1-3\lambda\tau^2-\tau^3-3\beta(\lambda^2+\lambda)]}{3[1-(\tau^2+2\beta\lambda)]}} \quad (2.29)$$

La valeur minimale du nombre de Froude au pied du ressaut pour que celui-ci se produit effectivement dans le canal composé est la même que pour l'application classique puisque pour $h_2 \leq h_m$, correspondant à $\lambda = 0$, la force de résistance F_x devient nulle. Le nombre de Froude minimale est, par conséquent, donné également par :

$$F_{1min} = \sqrt{\frac{2(1-\tau^3)}{3[(\tau^2)^{-1}-1]}} = \sqrt{\frac{2(1-\tau^3)}{3[\tau^{-2}-1]}} \quad (2.19)$$

1.4.1.1. Variation de λ en fonction de F_1 pour différentes valeurs de τ

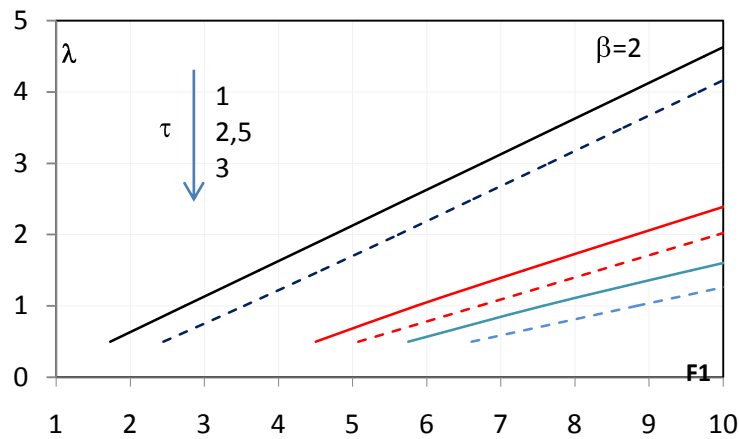


Figure 2.23. Variation de λ en fonction de F_1 pour différentes valeurs de τ et $\beta = 2$

1.4.1.2. Variation de τ en fonction de F_1 pour différentes valeurs de λ

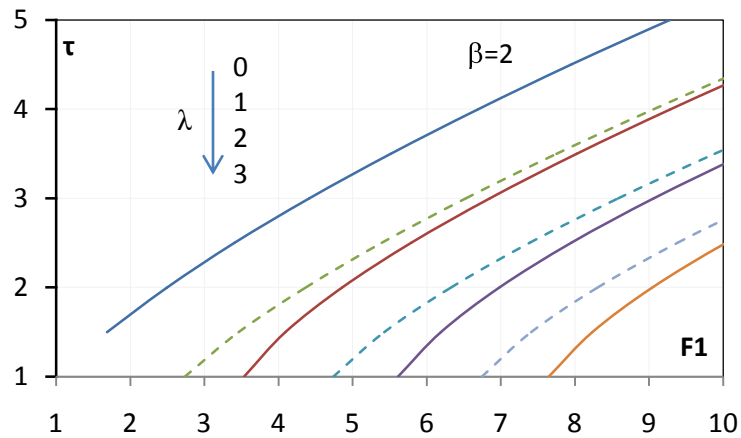


Figure 2.24. Variation de τ en fonction de F_1 pour différentes valeurs de λ et $\beta = 2$

1.4.1.3. Variation de γ en fonction de F_1 pour différentes valeurs de τ

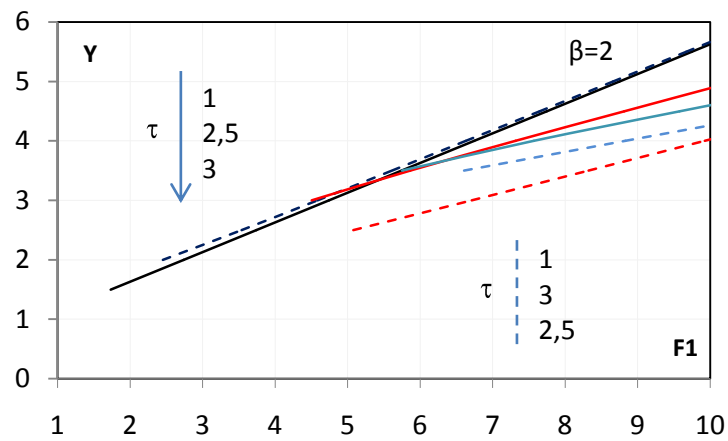


Figure 2.25. Variation de γ en fonction de F_1 pour différentes valeurs de τ et $\beta = 2$

1.4.1.4. Variation de τ en fonction de F_1 pour différentes valeurs de β

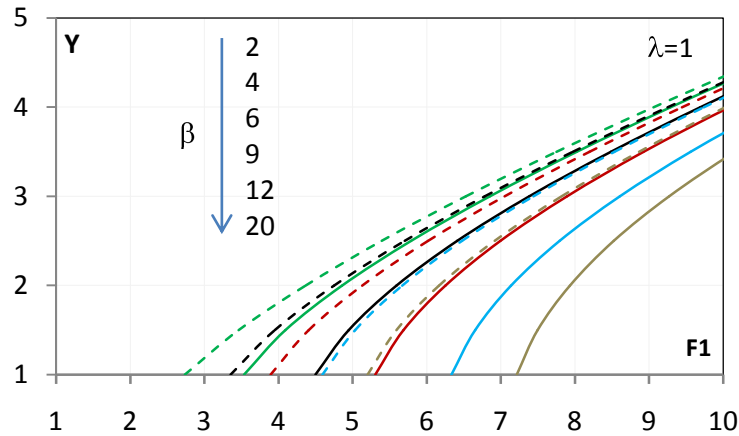


Figure 2.26. Variation de Yen fonction de F_1 pour différentes valeurs de τ et $\beta = 2$

1.4.1.5. Variation de Yen fonction de F_1 pour différentes valeurs de β

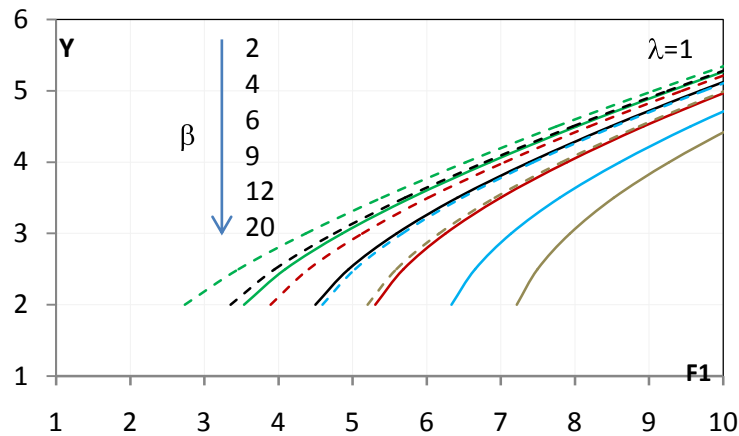


Figure 2.27. Variation de Yen fonction de F_1 pour différentes valeurs de β et $\lambda = 1$

Sur les figures de (2.23) à (2.27) nous avons confronté les deux relations issues de l'application de l'équation de la quantité de mouvement, en l'occurrence le développement classique (équation relation (2.17)) et la nouvelle approche (équation (2.28)). De cette confrontation on peut tirer une seule conclusion, c'est que la dissipation d'énergie est plus importante en tenant compte de la force de résistance. Il est donc primordial de vérifier la nouvelle approche. L'unique alternative pour cette vérification est la voie expérimentale.

Chapitre II. Rendement du ressaut

2.1. Introduction : Rappelant que le rendement du ressaut est la perte d'énergie causé par cet écoulement brusquement varié. On cherche bien sûr la forme du bassin de dissipation permettant d'accroître la capacité de dissipation. Le rendement du ressaut est défini comme suit :

$$\eta = \frac{\Delta H}{H_1} = \frac{H_1 - H_2}{H_1}$$

Où : H_1 et H_2 sont les énergies totales, simultanément, au pied et la fin du ressaut.

2.2. Relation du rendement

En considérant les mêmes hypothèses simplificatrices que pour le rapport des hauteurs conjuguées, le rendement, exprimant la dissipation d'énergie, est comme suit :

$$\eta = \frac{\Delta H}{H_1} = \frac{H_1 - H_2}{H_1} = 1 - \frac{H_2}{H_1} = 1 - \frac{h_2 + \frac{v_2^2}{2g}}{h_1 + \frac{v_1^2}{2g}} = 1 - \frac{h_2 + \frac{Q^2}{2gA_2^2}}{h_1 + \frac{Q^2}{2gA_1^2}}$$

$$\eta = 1 - \frac{h_2 + \frac{Q^2}{2g(mhm^2 + Bh_M)^2}}{h_1 + \frac{Q^2}{2g(mh_1^2)^2}} = 1 - \frac{\frac{h_2 + \frac{Q^2}{2gh_1(mhm^2 + Bh_M)^2}}{1 + \frac{Q^2}{2gh_1(mh_1^2)^2}}}{\frac{\frac{h_2 + \frac{2Q^2}{4gm^2h_1^5 \left(\frac{hm^2}{h_1^2} + \frac{Bh_M}{mh_1^2}\right)^2}}{1 + \frac{2Q^2}{4gm^2h_1^5}}}}$$

Finalement :

$$\eta = 1 - \frac{Y + \frac{F_1^2}{4(\tau^2 + 2\beta\lambda)^2}}{1 + \frac{F_1^2}{4}} \quad (2.30)$$

Puisque le rapport des hauteurs conjuguées Y est, en vertu de la relation (2.18) (ou 2.29 si la force de résistance est prise en considération), fonction de F_1 , λ , τ et β , la relation (2.30) est une relation fonctionnelle $\phi(F_1, \lambda, \tau, \beta) = 0$.

2.2.1. Représentation graphique

Comme précédemment pour le cas de la représentation de l'équation de la quantité de mouvement, la représentation graphique de cette relation fonctionnelle à quatre variables, exige de fixer à chaque fois deux variables et de tracer la variation entre les deux restantes. On se limitera ici de représenter la variation du rendement, η , en fonction du nombre de Froude au pied du ressaut, F_1 , pour les différentes valeurs de τ et β . Cette représentation est

faite simultanément en tenant compte et en négligeant la force de résistance supposée dans notre développement théorique.

On s'est limité ici à représenter :

- la variation du rendement, η , en fonction du nombre de Froude, F_1 pour trois valeurs de τ , soient 1, 2.5 et 3, et β égale à 2. Celle-ci est illustrée sur la figure (2.28). La figure (2.29) est un extrait de celle-ci afin de bien comprendre les variations.

- la variation du rendement, η , en fonction du nombre de Froude, F_1 pour cinq valeurs de β , soient 2, 4, 6, 9 et 12, et λ égale à 1. Celle-ci est illustrée sur la figure (2.30). La figure (2.31) est un extrait de celle-ci afin de rendre la figure lisible.

Logiquement la variation du rendement est tributaire à celle du rapport des hauteurs conjuguées. Les figures ci-dessous confirment bien que le rendement est plus important en tenant compte de la force de résistance due à la forme composé du bassin de dissipation.

Insistant encore une fois que la nouvelle approche doit être vérifié par vois expérimentale afin de confirmer ou de corriger la force de résistance supposé dans le développement donnée dans la nouvelle approche.

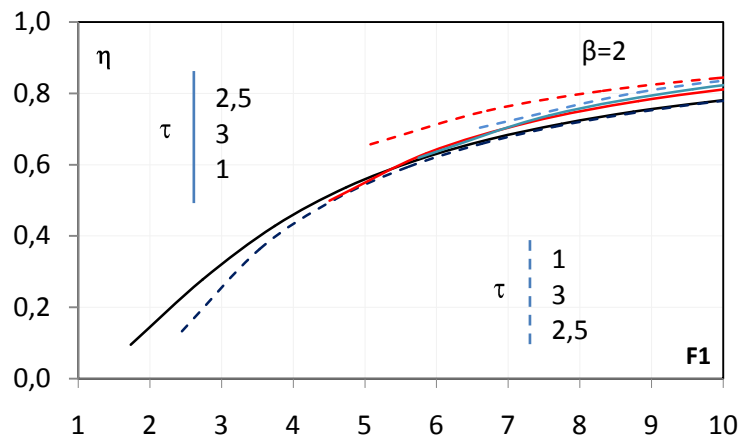


Figure 2.28. Variation du η en fonction de F_1 pour différente valeurs de τ et $\beta = 2$

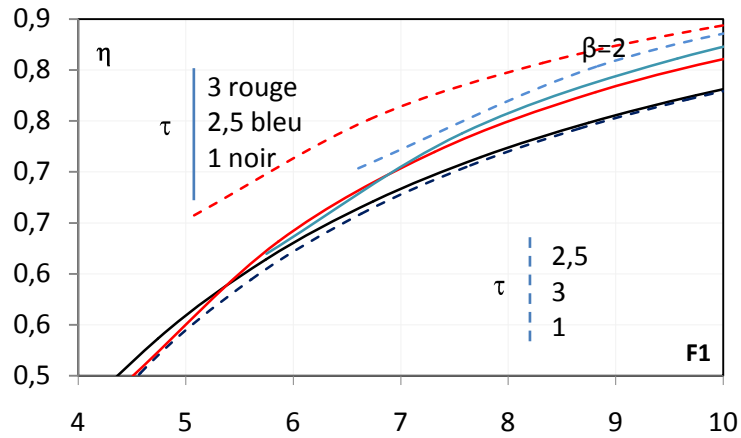


Figure 2.29. Extrait de la figure (2.28)

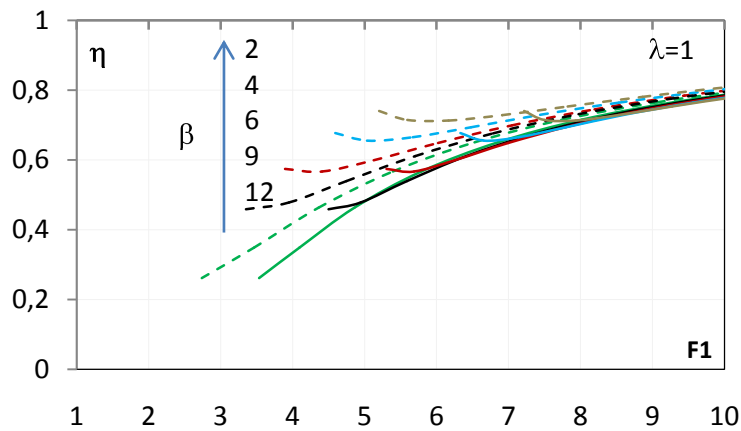


Figure 2.30. Variation du η en fonction de F_1 pour différente valeurs de β et $\lambda = 1$

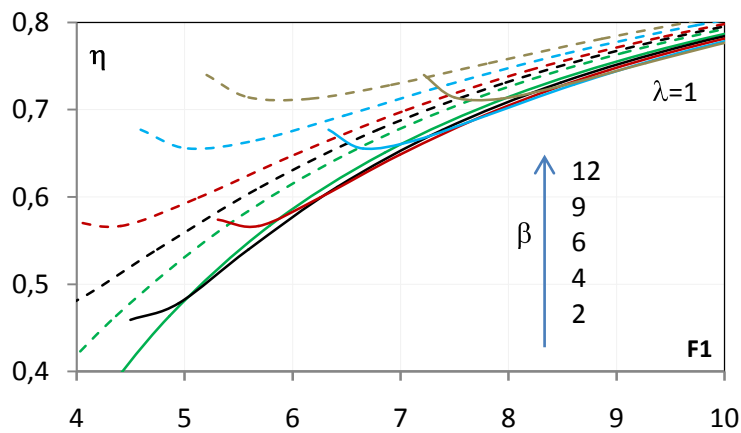


Figure 2.31. Extrait de la figure (2.30)

Conclusion à la deuxième partie

L'application de l'équation de la quantité de mouvement au ressaut hydraulique se produisant dans un canal composé de type rectangulaire à fond triangulaire est établit dans cette partie. Deux approches sont réalisées, l'approche classique et une nouvelle approche. Les deux équations résultantes sont présentées en termes adimensionnelles afin de leur donner un caractère de validité général. Autrement dit, sous cette forme, les équations s'appliqueront aussi bien sur un modèle réduit que sur un prototype. La connaissance du rapport des hauteurs conjuguées permet d'évaluer le rendement du ressaut à l'aide de l'équation (2.30).

Rappelant que les lois de similitude exigent en général, pour les écoulements à surface libre, l'égalité aussi bien du nombre de Reynolds et du nombre de Froude. Mais, pour les écoulements brusquement varié comme le ressaut hydraulique, la condition de similitude se limite à l'égalité du nombre de Froude, puisque les forces de viscosité sont négligeables devant les forces d'inertie.

Plusieurs graphiques, illustrant les équations adimensionnelles résultantes, sont tracés. Une confrontation entre le développement classique et la nouvelles est également illustrée par des figures aussi bien pour le rapport des hauteurs conjuguées que pour le rendement. Il est bien vérifier que Y diminue et η augmente quand on tient compte de la force de résistance. Cette force de résistance doit être confirmé ou corriger par des essais sur un modèle réduit au laboratoire.

CONCLUSION GENERALE

Ce mémoire est consacré à la dissipation d'énergie par ressaut hydraulique. La recherche bibliographique a révélé que le ressaut hydraulique est très utilisé même à l'heure actuelle comme dissipateur d'énergie. Il est le plus simple et le moins onéreux parmi tous les autres dissipateurs. Le ressaut hydraulique se produisant dans les formes prismatique est suffisamment étudié. L'intérêt est porté actuellement aux canaux composés vue la dissipation supplémentaire causé par la forme du bassin. Les études menées sur les écoulements uniformes et non uniforme dans les canaux composés ont montré une interaction entre le lit mineur et le lit majeur. Cette interaction se manifeste par un transport de masse et se quantité de mouvement entre les deux.

Notre propre apport à consister à l'étude du ressaut hydraulique dans un bassin de dissipation de forme rectangulaire à radier triangulaire. Deux approches théoriques sont réalisées. Une approche classique et une nouvelle approche dans laquelle nous avons introduit une force de résistance liés à la forme composée du canal. Les deux équations résultantes sont présentées en termes adimensionnelles afin de leur donner un caractère de validité général. Autrement dit, sous cette forme, les équations s'appliqueront aussi bien sur un modèle réduit que sur un prototype. Rappelant ici que la similitude entre deux ressauts hydrauliques exige uniquement l'égalité du nombre de Froude de l'écoulement incident. L'effet du nombre de Reynolds est négligeable du fait que les forces de viscosité sont négligeables devant les forces d'inertie. La connaissance du rapport des hauteurs conjuguées permet d'évaluer le rendement du ressaut à l'aide de l'équation (2.30) présentée également sous forme adimensionnelle.

Plusieurs graphiques, illustrant les équations adimensionnelles résultantes, sont tracés. Une confrontation entre le développement classique et la nouvelles approche est également illustrée par des figures aussi bien pour le rapport des hauteurs conjuguées que pour le rendement. Il est bien vérifier que Y diminue et η augmente quand on tient compte de la force de résistance.

Précisant que tous les développements sont réalisés sous quelques hypothèses simplificatrices en sus de la force de résistance supposée dans la nouvelle approche. L'étude est loin d'être exhaustive. Des essais sur modèle réduits au laboratoire sont indispensables afin de justifier les différentes hypothèses simplificatrices supposées ainsi que la formule donnant la force de résistance liée à la forme composée du canal. Cette

force de résistance doit être confirmé, infirmé ou corrigé par cette indispensable étude expérimentale.

Les essais au laboratoire permettront également d'évaluer les longueurs caractéristiques du ressaut hydrauliques, en l'occurrence la longueur du ressaut et la longueur du rouleau. Ces caractéristiques serviront au dimensionnement du bassin de dissipation ou se produirait le ressaut hydraulique.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Khattaoui M., Achour B. (2012), Ressaut hydraulique en lit composé, Revue scientifique et technique de l'ENSH de Blida, LJEE N°20, juin 2012, 44-51.

Abril, J. B., and Knight, D. W., (2004), Stage-discharge prediction for rivers in flood applying a depth-averaged model, J.H.R., 42(6), 616-629.

Achour, B., (1997), Dissipateurs d'Energie par Ressaut, Thèse de Doctorat d'Etat, Institut de Génie Civil, Université Mouloud Mammeri, Tizi-ouzou.

Achour, B., (2000), Ressaut hydraulique dans une galerie circulaire brusquement élargie, JHR, 38(4), 307-311.

Ackers, P., (1991), Hydraulic design of straight compound channels, SR281, HR Wallingford, Wallingford, U.K.

Andersen, V., M., (1978), Undular Hydraulic Jump, Proc. ASCE, J.H.D., 104, 1185-1188.

Argyropoulos, P., A., (1962), General solution of the hydraulic jump in sloping channels, Proc., ASCE, J.H.D., 88, HY4, 61-75.

Bousmar, D., (2002), Flow modelling in compound channels / Momentum transfer between main channel and prismatic or non-prismatic floodplains, Ph-D thesis, Université catholique de Louvain, Faculté des Sciences Appliquées.

Bousmar, D., Zech, Y., (1999), Momentum transfer for practical flow computation, J.H.E., 125(7), 696-706.

Bousmar, D., Rivière, N., Proust, S., Paquier, A., Morel, R., and Zech, Y., (2005), Upstream discharge distribution in compound-channel flumes, J.H.Eng, ASCE, 131(5), 408-412.

Bousmar, D., Wilkin, N., Jacquemart, J. H., and Zech, Y., (2004), Overbank flow in symmetrically narrowing floodplains, J.H.Eng., 130(4), 305-312.

Bretz, N. V., (1988), Ressaut hydraulique forcé par seuil, Laboratoire de Constructions Hydrauliques, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Département de Génie-Civil, Communication N°. 2.

Elliot, S. C. A., Sellin, R. H. J., (1990), SERC Flood channel facility : skewed flow experiments, J.H.R., 28(2), 197-214.

Ervine, D. A., Babaeyan-Koopaei, K., and Sellin, R. H. J., (2000), Two-dimensional solution for straight and meandering overbank flows, *J.H.E.*, 126(9), 653-669.

Hager, W.H., Bremen, R., (1989), Classical Hydraulic Jump : Sequent depths, *J.H.R.*, 27(5), 565-585.

Hager, W.H., Bremen, R., Kawagoshi, N., (1990), Classical Hydraulic Jump-Jump Length, *J.H.R.*, 28, 591-607.

Hager, W.H., Sinniger, R., (1987), *Construction hydraulique, Ecoulement stationnaire*, Edition suisse romande.

Khattaoui, M., (2007), contribution à l'étude des écoulements brusquement variés à faible nombre de Froude, thèse de doctorat, université Med Khider de Biskra, décembre, 2007, Algérie.

Knight, D. W., Hamed, M. E., (1984), Boundary shear in symmetrical compound channels, *J.H.E.*, ASCE, 110(10), 1412-1430.

Morvan, H., Pender, G., Wright, N. G., Ervine, D. A., (2002), Three-Dimensional hydrodynamics of meandering compound channels, *J.H.E.*, 128(N°7), 674-682.

Muto, Y., Shiono, K., Imamoto, H., Ishigati, T., (1998), Three-dimensional structure flow in meandering channels for overbank flow, *J. Hydroscience and Hydr. Engrg.*

Naot, D., Nezu, I., and Nakagawa, H., (1993), Calculation of Compound-Open-Channel Flow, *J.H.E.*, Asce, 119(12), 1418-1426

Nicollet, G., Uan, M., (1979), Ecoulements permanents à surface libre en lit composés, *La Houille Blanche*(1), 21-30.

Paquier, A., (1999), Influence des endiguements et remblais sur l'inondation de la plaine de l'Agly (Influence of dikes and embankments on the flooding of the Agly plain), *La Houille Blanche* (7-8): 79-82.

Paquier, A. et al., (2001), *Projet 99 PNRH 04 - Modélisation bidimensionnelle d'une plaine d'inondation. Représentation d'obstacles - Rapport final*, Cemagref, Lyon.

Paquier, A., Proust, S., Rivière, N., Champagne, J.Y. Morel, R., (2003), *Projet 01 PNRH 02 - Ecoulement en lit composé en présence de singularités - Rapport final*, Cemagref, Lyon.

Peterka, A.J., (1983), Hydraulic design of stilling basins and energy dissipators, Water Resources Technical Publications, Engineering Monograph Nr.25, USBR, Bureau of Reclamation, Denver, Col.

Proust, S., (2005), Ecoulements non-uniformes en lit composé : effets de variations de largeur du lit majeur, Thèse de doctorat de l'INSA de Lyon, spécialité : mécanique des fluides, INSA de Lyon, Lyon.

Rajaratnam, N., (1964), Discussion, Proc. ASCE, J.H.D., 90(4), 341-350.

Rajaratnam, N., (1967), Hydraulic jumps, Advances in Hydroscience, 4, ed. V.T. Chow, Academic Press, New York.

Rajaratnam, N., Murahari, V., (1971), A contribution to forced hydraulic jumps, J.H.R., 9, 217-239.

Rajaratnam, N., Subramania, K., (1967), Flow equation for the sluice gate, Proc. ASCE, J. Irrigation and Drainage Division, 93, IR3, 167-186.

Rajaratnam, N., Subramania, K., (1967, 1968), Flow immediately below submerged sluice gate, Proc. ASCE, J.H.D., 93, 1967, HY4, 57-77 ; 94, 1968, HY1, 340-341 ; HY2, 601-603 ; HY6, 1528.

Rajaratnam, N., Subramania, K., (1968, 1969, 1970), Profil of the hydraulic jump, Proc. ASCE, J. Hydr. Div., 94, 1968, HY3 663-673; 95, 1969, HY1 546-557, HY2 725-727; 96, 1970, HY2 579_581.

Rand, w., (1957), An approach to generalised design of stilling basin, Trans. New-York Academy of Sciences, 20(2), 173-191.

Rivière, N., Proust, S., and Paquier, A., (2004), Recirculating flow behind groynes for compound channel geometries, Proc. of the 2nd int. conf. on fluvial hydraulics, River flow 2004, Napoly, Italy, Greco, Carravetta& Della Morte (eds.), 6 p.

Rivière, N., Proust, S., Bousmar, D., (2002), Relevance of 1D flow modelling for compound channels with a converging floodplain, In: D.Bousmar and Y.Zech (Editors), River Flow 2002. Balkema, Louvain-la- Neuve, Belgium.

Sellin, R. H. J., (1964), A laboratory investigation into the interaction between the flow in the channel of a river and that over its flood plain, La Houille Blanche(7), 793-802.

Sellin, R. H. J., (1993), SERC Flood Channel Facility : experimental data - Phase A - Skewed Floodplain Boundaries, Bristol BS8 1TR, Department of Civil Engineering, University of Bristol.

Sellin, R. H. J., Ervine, D. A., Willets, B. B., (1993), Behaviour of meandering two-stage channels, Proc. Institution of Civil Engineers, Water, Maritime and Energy, 101, 99-111.

Shiono, K., Knight, D. W., (1989), Two dimensional analytical solution for a compound channel, Proc., 3rd Int. Symp. on refined flow modeling and turbulence measurements, Tokyo, Japan, 591-599.

Thomas, T. G., and Williams, J. J. R., (1995), Large-Eddy Simulation of Turbulent-Flow in an Asymmetric Compound Open-Channel, J.H.R., 33(1), 27-41.

Wilson, C., Bates, P. D., Hervouet, J. M., (2002), Comparison of turbulence models for stage-discharge rating curve prediction in reach-scale compound channel flows using two-dimensional finite element methods." *Journal of Hydrology*, 257(1-4), 42-58.

Wormleaton, P. R., Merrett, D. J., (1990), An improved method of the calculation for steady uniform flow in prismatic main channel/flood plain sections, J.H.R., 28(2), 157-174.

Yen, B. C., Camacho, R., Kohane, R., Westrich, B., (1985), Significance of flood plains in backwater computation, Proc. 21st Congress of IAHR, 3, 439-445.