Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou Faculté du Génie Electrique et de l'Informatique Département d'Electrotechnique



Mémoire De fin d'études

En vue de l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en électrotechnique

**OPTION:** Machines Electriques



Etude par la Méthode des Eléments Finis d'une Machine Synchrone à Aimants Permanents en Présence de Défauts dus à la Désaimantation

Proposé et dirigé par :

Mr. ZAOUIA Mustapha

Etudié par :

Mr. BELKESSAM Belkacem Mr. SADI Djallil Mr. OULD-FELLA Mohand Ouamer

**Promotion 2009** 

## Remerciements

Nous tenons à exprimer nos remerciements à notre promoteur Mr Zaouia Mustapha enseignant à l'université de Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, pour sa disponibilité permanente, pour ses conseils et son suivi tout au long de ce travail.

Nos remerciements vont également à l'adresse des membres du jury qui nous feront l'honneur d'examiner notre modeste travail.

Nous tenons à remercier Mr Ould-fella Smail, étudiant à l'école nationale polytechnique (Alger) pour toute la documentation qui a mis à notre disposition.

Toute personne qui, d'une manière ou d'une autre, nous a aidé durant notre cursus et durant ce travail, trouve ici l'expression de notre reconnaissance.

## Dédicaces

А

la mémoire Myassa ma grand-mère mes chers parents mes frères et sœurs Mounia, celle avec qui j'ai partagé que de bons souvenirs

Ouamer

Α

la mémoire de ma grande mère mes très chers parents mes deux frères ma sœur et sa famille toute la famille BELKESSAM mes amis

Belkacem

А

ma famille mes amis

Djallil

# Sommaire

# Sommaire

duction générale1
-------------------

Chapitre I	Généralités sur les Machines à Aimants	s Permanents
Introduction		4
I.1. Machines courants continu à air	mants permanents	4
I.1.1.Structure d'un moteur à cour	ant continu à aimants permanents (MCC-AP)	5
I.1.2. Principe de fonctionnement	des MCC-AP	5
I.1.3. Domaine d'application (MC	C-AP)	6
I.2. Machine synchrone à aimants p	permanents(MSAP)	7
I.2.1. Structure des machines sync	hrones à aimants permanents	7
I.2.2. Principe et mode de fonction	nement	7
I.2.3. Différents types de MSAP		
I.2.3.1. Inducteurs à pôles lisses	(sans pièces polaires)	
I.2.3.1.a. Divers types de machi	nes à pôles lisses	9
I.2.3.2. Inducteurs à pôles sail	lants (avec pièces polaires APP)	10
I.2.3.2.a. Structure avec p	ièces polaires et concentration de flux	
I.2.3.2.b. Structure avec p	ièces polaires sans concentration de flux	11
I.2.3.2.c. Structure à aima	nts insérés dans l'armature rotorique	12
I.2.3.2.d. structure à aimai	nts enterrés	12
I.2.4. Définition des différents cou	ples des MSAP	13
I.2.4.1. Couple de détente.		13
I.2.4.2. Couple réluctant		13
I.2.4.3. Couple résultant		13
I.2.5. Avantages de la machine syn	nchrone à aimants permanents	14
I.2.6. Domaines d'application de l	a machine synchrone à aimants permanents	14

Conclusion
------------

## Chapitre II

## Généralités sur les Aimants Permanents et leurs Défauts

Introduction	16
II.1. Définitions de l'aimant permanent	16
II.2.Caractéristiques magnétiques des aimants permanents	17
II.2.1. L'induction rémanente B <sub>r</sub>	17
II.2.2. Le champ coercitif H <sub>c</sub>	17
II.2.3. Le produit d'énergie volumique (-BH) max	18
II.3. Autres caractéristiques des aimants permanents	18
II.3.1. Définition de T coef de B <sub>r</sub>	19
II.3.2. Définition de la température maximale (Tmax)	19
II.3.3. Définition de la température de Curie (Tcurie)	19
II.4. Différents types d'aimants permanents	20
II.4.1. Les matériaux céramiques (les ferrites)	20
II.4.2. Les matériaux métalliques	20
II.4.2.1. Les Alnico	20
II.4.2.2. Les terres rares	21
II.4.2.2.a. Le samarium-Cobalt (Sm-Co)	21
II.4.2.2.b. Le Néodyme-Fer- Bore (Ne-Fe- B)	21
II.5. Les différents procédés de mise en œuvre des aimants Ne-Fe-B	23
II.6. Défauts des aimants permanents	25
II.6.1. La variation du champ magnétique	26
II.6.2.La variation de la température2	26
II.6.3. Les vibrations mécaniques	26
II.6.4. Les agents chimiques corrosifs	26
Conclusion	27

## Chapitre III

### Equations de Maxwell et Modèles Electromagnétiques

Introduction	
III.1. Equations de Maxwell	
a) Première équation de Maxwell	
b) Deuxième équation de Maxwell	
c) Troisième équation de Maxwell	
d) Quatrième équation de Maxwell	

III.2. Relations du milieu	30
III.3. Loi d'Ohm	30
III.4. Hypothèses simplificatrices	31
III.5. Relations de passage	32
III.6. Formulation potentiel vecteur magnétique des modèles électromagnétiques	33
III.6.1. Modèle magnétostatique	34
a) En coordonnées cartésiennes	34
b) En coordonnées axisymétriques	35
III.6.2. Modèle magnétodynamique	36
a) En coordonnées cartésiennes	37
b) En coordonnées axisymétriques	38

Conclusion
------------

## Chapitre IV Méthode des Eléments Finis et Méthodes de Calcul des Forces Magnétiques

Introduction
IV.1. Définition de la méthode des éléments finis40
IV.2. Etapes principales de la mise en œuvre de la MEF40
IV.3. Discrétisation du domaine
IV.4.Calcul de la fonction d'approximation
IV.5.Formulation éléments finis
IV.6. Avantages et inconvénients de la méthode des éléments finis46
IV.7. Formulation éléments finis des modèles électromagnétiques46
IV.7.1. Modèle magnétostatique47
a) En coordonnées cartésiennes47
b) En coordonnées axisymétriques48
IV.7.2. Modèle magnétodynamique49
a) En coordonnées cartésiennes49
b) En coordonnées axisymétriques50
IV.8. Méthodes de calcul des forces magnétiques51
IV.8.1. Méthode de la variation de l'énergie et de la Co-énergie magnétique51
IV.8.2. Méthode des travaux virtuel
IV.8.3. Méthode de la force de Lorentz

IV.8.4. Méthode de tenseur de Maxwell	54
IV.9. Présentation de l'outil de calcul utilisé	55
IV.9.1. Le pré-processeur	
IV.9.2. Le processeur	
IV.9.3. Le post-processeur	56
Conclusion	

Chapitre V	Etude de la MSAP en Présence de Défauts dus à la désaimantation
Introduction	
V.1. Présentation de la	a machine
V.2. Caractéristiques	de la MSAP59
A)Rotor	
B)Stator	
V.3. Paramètres de la	machine
V.3.1. Paramètres p	hysiques60
V.3.2. Paramètres g	éométriques61
V.4. Procédures et éta	pes de calcul
V.4.1. Domaine d'é	tude de la machine62
V.4.2. Maillage de l	a structure
V.4.3. Formes diffé	rentielles des équations associées aux différentes régions de la MSAP
en régime statique	
V.5. Résultats et inter	prétations64
V.6. Etude et calcul de	es couples69
V.7. Influence des cal	es magnétiques70
V.8. Segmentation de	s aimants de la machine étudiée72
V.9. Introduction des	défauts dans la machine72
V.9.1. Défauts syme	étriques73
V.9.2. Défauts asym	nétriques
Conclusion	
Conclusion générale	

Introduction Générale Les machines électriques, sous diverses configurations existantes et quelque soit la transformation énergétique qu'elles doivent accomplir, font encore l'objet de nombreux travaux de recherche visant à améliorer leurs performances et optimiser leurs conceptions. L'amélioration des générateurs, moteurs ou autres dispositifs électrotechnique traditionnels a été mis en évidence ces dernières années, d'une part par les progrès réalisés dans le domaine de l'électronique (systèmes de commande électrique) et d'autre part par l'arrivée sur le marché de matériaux de plus en plus appropriés, que ce soit pour les tôles magnétiques, les matériaux conducteurs, isolants...

Autrefois limités à quelques applications, les aimants permanents dont de nouveaux types sont découverts, synthétisés et industrialisés suscitent, à l'heure actuelle, autant d'intérêts que leur utilisation englobe plusieurs domaines de l'industrie [1]. En effet, ceux qui sont fabriqués à base de terre rare, sont des facteurs déterminants dans leur utilisation comme inducteurs dans les machines électriques où ils introduisent plusieurs avantages. Cependant, les aimants permanents permettent, en plus d'épargner l'énergie électrique destinée pour l'alimentation de l'inducteur, de réduire l'encombrement causé par les enroulements d'excitation(inducteur) qui constituent l'électro-aimant et d'éliminer le système de conversion mécanique balais/collecteur dans les machines à courant continu ainsi que les pertes thermiques dues à l'effet Joule. Un autre avantage de l'excitation par aimant est l'amélioration de la sécurité de fonctionnement : le flux magnétique produit par un aimant permanent présente une stabilité par rapport à celui qui peut être produit par un enroulement inducteur, soumis le plus souvent à des risques de court-circuit ou de déconnexion. Toutefois, l'apport des aimants permanents peut être également incarné par la construction de machines avec un nombre de pôles plus important et l'obtention d'un couple massique très élevé que celui de la plus part des machines conventionnelles [2]. Compte tenu de ces avantages liés à la mise en place des aimants permanents, les machines électriques peuvent alors opérer dans de meilleures conditions.

Il est à noter que le coût relativement élevé des aimants permanents a freiné dans un premier temps l'évolution de la construction des machines à base de ces matériaux. D'ailleurs, l'emploi des aimants modernes est souvent restreint aux systèmes électromagnétiques où les performances, la gestion de l'espace et de l'encombrement sont prioritaires (robotique, aérospatial, micro-informatique...) [3].

1

Malgré ça, diverses machines tournantes à aimants permanents se sont développées dont les structures se différencient dans la majorité des cas, soit par la constitution chimiques des aimants, sens de l'aimantation ou plus particulièrement leurs dispositions, c'est-à-dire la manière dont ils sont montés sur le rotor.

Les phénomènes électromagnétiques se déroulant à l'intérieur d'une machine tournante à aimant permanent et qui gouvernent son comportement, font aujourd'hui l'objet de solutions numériques par la méthode des éléments finis des équations aux dérivées partielles(EDP) du champ magnétique vu la complexité du traitement analytique de ce genre d'équations. Ceci nous permettra d'avoir une approche des grandeurs locales au niveau de la machine.

Dans ce travail, nous nous intéresserons à l'étude d'une machine tournante à aimants permanents par la méthode des éléments finis en présence de défauts dus à la désaimantation. La machine étudiée est une machine synchrone à aimants permanents dont le stator porte un bobinage triphasé et le rotor constitué d'aimants insérés dans le fer. Les dimensions géométriques et le cahier des charges de cette machine seront donnés ultérieurement Ce mémoire est structuré en cinq chapitres :

Le premier chapitre traite des généralités liées à toutes les machines à aimants permanents que ce soit celles à courant continu ou synchrones à courant alternatif ainsi que le positionnement des différents types d'aimants qui sont associés aux rotors de ces machines.

Le deuxième chapitre est consacré à la description des divers types d'aimants permanents employés dans les machines électriques. Nous n'évoquerons pas seulement les avantages, mais aussi les défauts qu'ils peuvent présenter soit par constitution physico-chimique ou par contraintes qui peuvent survenir durant leur fonctionnement normal au sein des machines.

Le troisième chapitre sera consacré aux modèles électromagnétiques obtenus à partir des équations de Maxwell en coordonnées cartésienne et axisymétrique, à savoir le modèle magnétostatique et le modèle magnétodynamique.

Le quatrième chapitre présente les étapes de la mise en œuvre de la méthode des éléments finis(MEF) ainsi que les méthodes utilisées pour le calcul des forces magnétiques. Nous ferons également une présentation du logiciel éléments finis FEMM servant d'outil de travail.

Le cinquième chapitre constitue la partie application qui se traduit par l'étude d'une machine synchrone à aimants permanents en introduisant son modèle sous forme d'un programme exécuté sous le logiciel FEMM pour procéder aux calculs des différentes grandeurs telles que le potentiel vecteur magnétique, l'induction magnétique (tangentielle et normale) dans l'entrefer et les couples électromagnétiques. Nous verrons par la suite l'influence de la présence de défauts au niveau de la machine sur les grandeurs citées, en confrontant les résultats obtenus avec ceux de la machine à l'état sain.

Enfin, nous terminerons notre travail par une conclusion générale.

Chapitre I

Généralités sur les Machines à Aimants Permanents

#### Introduction

La machine électrique à aimant dérive de tout premier convertisseur électromécanique de « Gramme », où l'excitation fixe à été remplacée presque sans changement technologique par un aimant permanent. L'industrialisation des machines à aimant date de 1932, avec la découverte deux ans auparavant du premier aimant naturel fiable (Alnico). Il s'agissait pour la première application de petites génératrices tachymétriques et de moteurs de très faible puissance (micromoteur) [4]. La mise au point d'aimants plus en plus performant à base des ferrites, de samarium cobalt et de Néodyme-Fer- Bore a conduit à un développement de plus en plus important des machines à excitation naturelle. Cette dernière procure à la machine par rapport aux électro-aimants, les avantages suivants :

- Suppression du circuit d'alimentation des inducteurs et amélioration de la sécurité du fonctionnement.
- Suppression des pertes par effet Joule du système inducteur.
- Amélioration importante du comportement de la machine vis-à-vis de la réaction d'induit.
- Réduction de la taille de la machine (compacité).

Dans ce chapitre, nous donnons un aperçu sur les familles des machines électriques tournantes à aimants permanents sous certains modes de fonctionnements. Nous nous intéressons de façon privilégiée à l'emplacement des aimants et leurs sens d'aimantation dans les machines.

#### I.1. Machines courant continu à aimants permanents

La machine à courant continu conventionnelle est destinée à transformer de l'énergie électrique sous tension et courant continu en énergie mécanique ou vis-versa. Actuellement les machines courant continu à aimants ne sont plus utilisées pour produire de l'énergie électrique, néanmoins, on recourt à la marche en génératrice pour le freinage électrique des dispositifs entraînés par des moteurs à courant continu. Mais plutôt employées à grande échelle en moteur pour l'entraînement des charges mécaniques [5]. Nous nous intéressons donc au cas du moteur à courant continu muni d'aimants permanents.

#### I.1.1. Structure d'un moteur à courant continu à aimants permanents (MCC-AP)

Sur les noyaux polaires d'un moteur à courant continu classique sont disposés les enroulements d'excitation parcourus par un courant continu qui engendrent le champ magnétique nécessaire au fonctionnement de la machine. Dans le cas du MCC-AP, ces enroulements inducteurs sont substitués par les aimants permanents tandis que la partie tournante garde la configuration classique. La figure (I.1) donne l'exemple d'une telle structure.



Fig.I.1. Représentation simplifiée d'un MCC-AP

#### I.1.2. Principe de fonctionnement des MCC-AP

Les conducteurs de l'enroulement induit parcourus par le courant transmis par le système balais /collecteur baignent dans un champ magnétique fixe crée par le biais des aimants. D'après la loi de Laplace, ces conducteurs rotoriques sont soumis à des forces qui forment un couple dont l'action tend à faire tourner l'induit [5] (figure I.2.).



Fig.I.2. Illustration du fonctionnment d'un MCC-AP

#### I.1.3. Domaines d'application de MCC-AP

Les moteurs à courant continu à aimants ont l'avantage d'être faciles à appréhender. Pendant longtemps, été les seuls aptes au fonctionnement variable. Ce sont les progrès de l'électronique de puissance qui ont détrôné les machines à balais à l'avantage des technologies synchrones autopilotées. Malgré cela, l'avenir de cette catégorie de machines n'est pas du tout bouché, au contraire, car on aura toujours besoin des systèmes simples dans le domaine de la vitesse variable ou constante [4]. A noter en dernier que les MCC-AP sont particulièrement utiles dans la gamme des puissances inférieures à 5 kW [6].

Nous pouvons discerner aujourd'hui les grandes classes d'utilisation de ces moteurs :

- la traction : ferroviaire ou automobile.
- La robotique : qui nécessite un positionnement très précis avec un niveau faible de vibrations.
- La motorisation basse tension : jouets et équipements de véhicule.

#### I.2. Machines synchrones à aimants permanents (MSAP)

L'idée principale dans le développement des machines synchrones à aimants permanents était d'augmenter l'efficacité des moteurs électriques traditionnels par une excitation permanente à travers les aimants. Cependant, cette augmentation d'efficacité n'était pas suffisante par rapport aux exigences du marché. Aujourd'hui, les MSAP sont fabriquées avec succès et constituant des solutions alternatives dans beaucoup d'applications en électrotechnique.

#### I.2.1. Structure des machines synchrones à aimants permanents

Dans tous les cas, le stator des MSAP reste au moins dans son principe le même. Il est souvent constitué d'un enroulement bobiné réparti dans les encoches du circuit magnétique statorique. Quant au rotor (inducteur), il est constitué évidemment d'aimants permanents qui peuvent être montés en surface, insérés ou enterrés dans le fer. La figure (I.3) donne une représentation d'un exemple de MSAP.



Fig.I.3. Représentation générale d'une MSAP

#### I.2.2. Principe et modes de fonctionnement :

Les courants circulant dans les enroulements du stator génèrent un champ magnétique tournant (glissant) de même fréquence que les courants statoriques. La vitesse de ce champ tournant est appelée vitesse de synchronisme. Les pôles magnétiques créés par les aimants permanents (rôle d'une excitatrice d'un alternateur par exemple) cherchent en permanence de s'aligner sur ceux du stator. C'est pour cela que la machine est dite synchrone. Elle peut fonctionner soit en :

- Générateur : délivrant un courant alternatif (production d'énergie électrique)
- Moteur : délivrant un couple (production d'énergie mécanique)

#### I.2.3. Différents types de MSAP

Les différentes structures des machines synchrones à aimants permanents ne se distinguent que par leurs inducteurs. Certains travaux spécifient ces machines selon la forme d'onde de la f.e.m à vide, qui reste un critère essentiel dans le choix du type d'alimentation de la machine : alimentation par des créneaux de courants de 120° dite (BDCM), ou par un système de courants triphasés sinusoïdaux dite (PMSM). Mais la plus utilisée est celle qui est basée sur la façon de déposer les aimants et de les associer aux matériaux magnétiques au niveau de l'inducteur (rotor). Cette classification permet de mettre en évidence les propriétés spécifiques de chaque type de structure de machine obtenue.

On peut distinguer les machines synchrones à aimants permanents via deux catégories d'inducteurs (rotor), qui peuvent être à « pôles lisses » ou à « pôles saillants ».

#### I.2.3.1. Inducteurs à pôles lisses (sans pièces polaires)

Les applications qui requièrent un fonctionnement intermittent, et à des vitesses constantes utilisent la structure à pôles lisses [7].

Les aimants qui se présentent sous forme de tuiles ou en barreaux élémentaires sont plaqués directement sur la surface du rotor à l'aide d'une colle spéciale, et fixés par des frettes amagnétiques en fibres de verre pour limiter les contraintes mécaniques subies à des grandes vitesses. La perméabilité magnétique des aimants étant proche de celle de l'air, l'entrefer est alors considéré comme constant mais relativement important comparativement aux machines classiques. Il en résulte un flux faible dans celui-ci, générant ainsi un couple massique moyen qui a moins d'ondulations.

Outre la largeur de l'entrefer, les paramètres qui influent sur les performances de ce type de machines sont : l'épaisseur de l'aimant, son ouverture sur un pas polaire, le type de matériaux utilisés, le mode d'alimentation et l'intensité des courants injectés au niveau du stator, ainsi que les sens d'aimantation (ils peuvent être d'aimantation radiale, azimutale ou mixte).

#### I.2.3.1.a. Divers types de machines à pôles lisses

#### • Machine à aimantation radiale

Ce type de machine est le plus courant, où l'utilisation d'aimants à aimantation radiale qui sont disposés sur toute la circonférence du rotor, avec alternance des pôles, créent une induction dans l'entrefer égale, à des fuites près à celle de l'aimant. Cette répartition nous donne des f.e.m de forme d'onde trapézoïdale [7], l'aimant à base de Samarium-Cobalt est le plus adapté à cette structure [8].



Fig.I.4. aimantation radiale.

#### • Machine à aimantation azimutale

En répartissant convenablement les aimants à aimantation transversale (azimutale), on peut créer des machines à inductions sinusoïdales, engendrant un couple massique peu ondulé mais faible.



Fig.I.5. aimantation azimutale.

#### • Machine à aimantation mixte

Une partie des barreaux composant la machine est aimantée transversalement, Celle-ci permet de compenser l'effet d'extrémité des aimants radiaux et rend la f.e.m plus trapézoïdale, réduisant davantage les fluctuations du couple. Cependant, le couple massique diminue, et la machine présente un couple de détente plus élevé que pour les structures à aimantation radiale [7].



Fig.I.6. aimantation mixte.

#### I.2.3.2. Inducteurs à pôles saillants (avec pièces polaires APP)

Grâce à la structure APP il est possible d'adapter les caractéristiques de l'aimant à celles désirées dans l'entrefer. Et en particulier pour les machines dont la réaction d'induit est négligeable, elle réduit le volume d'aimant nécessaire permettant de fonctionner au point (BH)<sub>max</sub> [9]. la saillance permet en principe d'augmenter le couple et d'améliorer les performances de la machine tout en réduisant le volume des aimants.

En contre partie la réalisation du système inducteur est plus complexe que celle à pôles lisses, elle donne lieu également à des flux de fuites et ondulations du couple beaucoup plus importants, On distingue plusieurs configurations d'inducteurs à pôles saillants :

#### a. Structures avec pièces polaires et concentration de flux

Les aimants sont logés entre les pièces polaires et leur aimantation est transversale. Ces structures permettent d'améliorer le niveau de l'induction dans l'entrefer grâce aux pièces polaires surtout pour les inducteurs constitués d'aimants présentant une faible induction rémanente telles que les ferrites [10]. Ces structures peuvent être différenciées entre elles par le sens de l'aimantation (Fig. I.7-a), ou par la disposition des pièces polaires (Fig. I.7-b).

Le principe de la concentration de flux réside dans le fait que la surface moyenne qui reçoit le flux au niveau de l'entrefer est inférieure à celle de l'aimant qui engendre ce flux. Ainsi l'induction dans l'entrefer devient supérieure à celle de l'aimant. Pour ces structures on cherche donc à accentuer l'effet de concentration de flux [12].



a. Pièces polaires aimantation azimutale.

b. Combinaison d'aimantation azimutale et radiale

Fig.I.7. Structure avec pièces polaires et concentration de flux.

#### b. Structures avec pièces polaires sans concentration de flux

Des pièces polaires sont intercalées entre les aimants qui sont généralement à aimantation radiale. Un exemple de réalisation est montré dans (Fig. I.8) avec des aimants insérés dans un paquet de tôles magnétiques découpées spécialement à cet effet.

Cette disposition est utilisée dans des petites machines employant un aimant Alnico à très haute induction rémanente [9].



Fig.I.8. Structure avec pièces polaires sans concentration de flux

#### c. Structures à aimants insérés dans l'armature rotorique

Les aimants sont insérés dans le rotor, ce qui permet d'obtenir une bonne tenue mécanique du rotor et d'utiliser des aimants de forme simple (Fig. I.9). Ce type de structures, outre la simplicité de sa réalisation, permet d'augmenter le couple tout en diminuant le volume des aimants. Le couple dans ce cas, est la résultante d'un couple d'interaction (aimants/courants du stator) et d'un couple de reluctance, en dehors du couple de détente.



Fig. I.9. Structure à aimants insérés.

#### d. Structures à aimants enterrés

La structure des inducteurs de ce type de machine est à géométrie complexe. Les aimants sont logés à l'intérieur du rotor (Fig. I.10). Il existe toute une variété de configurations. Ces structures offrent un certain nombre d'avantages parmi lesquels:

- des rotors robustes qui permettent de plus grandes vitesses de rotation.
- Une adaptation à des puissances plus importantes.
- De bonnes performances, selon la littérature, surtout avec l'aimant du type Ne-Fe-B.
- Les aimants sont mieux protégés contre les impacts mécaniques et la corrosion.

Cependant, les performances des aimants ne sont pas exploitées au mieux du fait de la saturation du fer [11].



Fig.I.10. Structure à aimants enterrés.

#### I.2.4. Définitions des différents couples des MSAP

Un intérêt particulier est porté pour l'étude du couple de la machine à aimants permanents que se soit dans les phases de dimensionnement ou dans les procédures visant son optimisation, notamment dans certaines applications qui exigent un couple élevé ou dans d'autres qui exigent un couple dépourvu d'ondulations. Nous définissons les couples qui interviennent dans le fonctionnement de la machine synchrone à aimants permanents :

#### I.2.4.1. Couple de détente

Dit également couple de réluctance d'encoches, commun à toutes les machines à stator encoché. Il est pulsatoire et rend compte de l'interaction de la denture encochée du stator avec les aimants rotoriques.

#### I.2.4.2. Couple réluctant

Le couple réluctant est dû à l'anisotropie rotorique(propre aux machines à pôles saillants), c'est le résultat de la tendance des matériaux magnétiques constituant le rotor à s'aligner dans la direction du champ tournant généré par les courants statoriques. Ce couple est sensiblement proportionnel au carré du courant statorique.

#### I.2.4.3 Couple résultant

Il s'agit du couple total développé par la MSAP résultant de l'interaction dans l'entrefer des deux champs magnétiques produits par la circulation des courants dans le bobinage électrique et les aimants permanents insérés au rotor.

#### I.2.5. Avantages de la machine synchrone à aimants permanents

Les avantages associés à l'utilisation des MSAP ne sont pas à démonter en termes de robustesse et de fiabilité. Aujourd'hui, l'existence sur le marché d'aimants ayant un bon quotient performances/coût accroit leurs utilisations dans les systèmes qui fonctionnent à vitesse variable à hautes performances (comme l'entraînement éolien ou la propulsion navale). Son choix dans ces domaines est devenu attractif et concurrent par rapport aux MACC et aux machines asynchrones. Cela est dû à ses multiples avantages, on cite principalement :

- Aucune source d'énergie d'excitation externe n'est nécessaire (rusticité de l'aimant).
- Une puissance massique importante.
- La grande facilité de refroidissement [11].
- Les faibles pertes rotoriques.
- L'absence de contacts balais-bagues réduit les problèmes de maintenance.
- Robustesse incontestée par rapport au moteur à courant continu.
- Facteur de puissance et rendement élevés par rapport à ceux des moteurs asynchrones.

En contre partie, des inconvénients non négligeables subsistent. Cela est lié au risque de perte de l'aimantation dont la dégradation peut être précipitée par un régime de court-circuit dans l'induit ou une élévation brusque de la température [11].s'ajoute à ça l'inaccessibilité de l'inducteur pour d'éventuelles régulations.

Des précautions adéquates sont prises pour éviter cette désaimantation tout en préservant le bénéfice des avantages cités.

#### I.2.6. Domaines d'application de la machine synchrone à aimants permanents

Les MSAP sont fabriquées dans une large gamme des puissances allant de centaines de Watts à plusieurs kilo Watts, dans des applications aussi diverses que le positionnement, la synchronisation, l'entraînement....

On peut citer :

- La propulsion des bateaux
- La production d'énergie électrique par éolienne
- Les compensateurs synchrones employés dans les réseaux

- Les systèmes nécessitant une vitesse de rotation constante comme les grands ventilateurs, compresseurs, pompes, ascenseurs...
- Robotique, micro-informatique...

#### Conclusion

Nous avons donné dans ce chapitre une présentation générale sur les machines tournantes à aimants permanents, ses avantages et ses domaines d'application. En plus des avantages liés à l'introduction des aimants au sein des machines, nous avons également montré leurs divers arrangements dans le rotor avec leurs effets, à savoir le chemin principal de flux, forme de l'induction dans l'entrefer, le couple...

Afin de mieux comprendre le comportement des machines à aimants, nous allons nous rapprocher, durant le chapitre suivant de la nature des aimants permanents par explication de leurs constitutions, propriétés et défauts.

Chapitre II

Généralités sur les Aimants Permanents et leurs Défauts

#### Introduction

Les remarques faites, bien avant le temps des Grecs, sur les propriétés de certaines pierres d'attirer le fer appelées communément aimants permanents [6], les recherches entamées depuis se sont multipliées dans le but d'améliorer la forme et l'efficacité de ces aimants.

A présent, les aimants permanents couvrent un grand nombre d'applications. Ils sont utilisés dans plusieurs dispositifs électromagnétiques : électroménager, haut-parleur, machines électriques, automobile, aéronautique...

Les performances des machines électriques sont fortement liées aux caractéristiques des aimants permanents qui y sont employés [3], leur présentation est abordée le long de ce chapitre.

#### II.1. Définition de l'aimant permanent

Les aimants permanents sont fabriqués à base d'un matériau magnétique dur capable de développer une excitation magnétique à l'extérieur de son volume géométrique [8]. Ils ont la faculté de conserver une grande partie de leur aimantation en l'absence de tout champ magnétique extérieur. Un aimant est caractérisé par ses extrémités (appelées pôles) qui jouissent plus particulièrement des propriétés du magnétisme. Il est schématisé par la figure(II.1).



Fig.II.1. Représentation de l'aimant

#### II.2. Caractéristiques magnétiques des aimants permanents

Soit le cycle d'hystérésis d'un matériau magnétique (Fig.II.2) :



Fig.II.2. Cycle d'hystérésis d'un matériau magnétique

Le type d'aimant à utiliser dans une application industrielle quelconque est choisi généralement par rapport à son cycle d'hystérésis et plus particulièrement par la courbe de désaimantation du deuxième quadrant du plan B=f(H). Cette courbe est caractérisée par l'induction rémanente, le champ coercitif et le produit d'énergie volumique.

#### II.2.1. L'induction rémanente Br

Elle indique les performances potentielles des aimants, c'est-à-dire l'induction existante en l'absence de toute excitation extérieure. Plus sa valeur est élevée, plus l'aimant produit un champ intense.

#### II.2.2. Le champ coercitif H<sub>c</sub>

Il nous renseigne sur les limites de démagnétisation de l'aimant par un champ antagoniste (dans le cas de MSAP c'est le champ statorique induit) auquel l'aimant doit résister pour éviter la désaimantation.

#### II.2.3. Le produit d'énergie volumique (-BH)<sub>max</sub>

Il définit la valeur énergétique par unité de volume qui environne l'aimant (ce produit constitue un excellent indicateur sur le volume de l'aimant à utiliser).

Les valeurs  $B_m$  et  $H_m$  indiquent le point de fonctionnement optimal M correspondant à  $(-BH)_{max}$ .



Fig.II.3. Courbe de désaimantation d'un matériau pour aimant

#### II.3. Autres caractéristiques des aimants permanents

Ceux sont, ces trois dernières grandeurs qui permettent de classifier les aimants permanents, Néanmoins suivant l'application envisagée, d'autres critères portant sur les propriétés mécaniques (résistance à la compression et flexion) et physico-chimiques, en dehors du coût et des difficultés d'usinage, sont parfois déterminants dans le choix des aimants. De plus le point de Curie est un facteur qu'il faut prendre en considération. La température limite joue un grand rôle dans la stabilité des aimants. Ceci est expliqué par le coefficient de température réversible de l'induction rémanente, noté T coef de Br.

#### II.3.1. Définition de T coef de Br

Ce coefficient est donné en termes de pourcentage par degré Centigrade. Il indique de combien le flux d'un aimant est affecté par une augmentation de l'effet thermique. Ces pertes d'aimantations dites réversibles croissent avec la température suivant la loi de la forme :

$$\frac{\Delta B}{B} = \alpha \Delta T + \beta (\Delta T)^2$$

 $\alpha$ ,  $\beta$  étant des coefficients

 $\Delta T$  est l'échauffement au-dessus de la température ambiante

#### II.3.2. Définition de la température maximale (Tmax)

Température maximale à laquelle l'aimant fonctionnera. Après les baisses de température au-dessous de cette valeur, il se comportera toujours comme il a fait avant qu'il n'ait atteint cette température.

#### II.3.3. Définition de la température de curie (Tcurie)

C'est la température à laquelle l'aimant deviendra démagnétisé. Après la baisse de température au-dessous de cette valeur, il ne se comportera plus comme avant qu'il n'ait atteint cette température. Si l'aimant est chauffé entre Tmax et Tcurie, il se remettra partiellement, mais non entièrement.



Fig.II.4. Schéma explicatif de l'influence des températures de fonctionnement des aimants

#### II.4. Différents types d'aimants permanents

Actuellement, il existe une très grande variété de matériaux pour aimants permanents dont les propriétés et les applications sont diverses. Pour les fabriquer, on a recours à différents alliages de toute sorte de substances : Fer, Aluminium, Nickel, Cuivre, Platine, Carbone...

Selon les trois critères cités au dessus, idéalement, les matériaux utilisés pour la fabrication des aimants permanents doivent donc posséder, à la fois, une induction rémanente( $B_r$ ) élevée et un champ coercitif( $H_c$ ) de grande intensité de sorte que l'énergie requise pour les désaimanter soit aussi grande que possible.

Les aimants sont classés en deux grandes familles, les matériaux céramiques et métalliques

#### II.4.1. Les matériaux céramiques (Les ferrites)

Obtenus par frittage, ces matériaux sont fabriqués à base d'Oxyde de Fer, Baryum et Strontium. Ils possèdent une densité de flux rémanent  $B_r$  plus basse mais développent des champs coercitifs très élevés qui peuvent dépasser 350 kA/m pour certaines nuances. D'ailleurs, lorsqu'ils fonctionnent dans un champ démagnétisant important, ils retrouvent les conditions initiales sans ou avec peu de dégradation de leur induction [9]. De plus, leur résistivité est équivalente à celle des bons isolants [6], ce qui réduit les pertes par courants de Foucault lorsque les ferrites opèrent dans un milieu où règne un champ magnétique variable. Les ferrites sont fragiles mais présentent une stabilité chimique. On les retrouve dans les pièces polaires de certains moteurs de faible puissance et dans les applications électriques de moyenne puissance (automobile, robotique...)

#### II.4.2. Les matériaux métalliques

La métallurgie moderne a permis de réaliser des alliages qui sont aujourd'hui largement employés dans l'industrie des aimants permanents. Ces matériaux sont classifiés en deux catégories, les Alnico et les terres rares.

#### II.4.2.1. Les Alnico

On désigne généralement sous le nom d'Alnico, les alliages constitués de Fer, Aluminium et de Nickel. Ils sont caractérisés par une induction rémanente  $B_r$  relativement élevée et un champ coercitif  $H_c$  faible. On trouve des aimants ayant une induction  $B_r$  proche de 0.7 T pour les Alnico isotropes et 1.2 T pour les anisotropes [3]. Un aimant en Alnico retient 99% de son

aimantation originelle après cent ans d'utilisation [6]. Leur champ coercitif présente un inconvénient majeur pour usage dans les machines électriques. Afin d'y remédier, l'addition du Cobalt à des taux de 30% est envisageable tout en gardant une rémanence modérée [9].

Les Alnico sont appliqués principalement dans les systèmes nécessitant un fonctionnement à haute température (point de Curie élevé), ainsi que dans les moteurs pas à pas hybrides, appareillage de mesure...

#### II.4.2.2. Les terres rares

L'apparition de ces alliages métalliques vers les années 60, représente un énorme progrès dans le domaine des aimants permanents grâce à leur dureté magnétique. En effet, ils réunissent simultanément deux qualités essentielles à savoir une très haute énergie magnétique et une grande résistance à la désaimantation [12].

Essentiellement deux types d'aimants permanents à base de terres rares sont utilisés, à savoir le Samarium-Cobalt et Néodyme-Fer-Bore.

#### II.4.2.2.a. Le Samarium-Cobalt (Sm-Co)

En plus des qualités déjà citées, ces aimants ont une aimantation suffisamment rigide pour considérer, leur perméabilité proche de celle de l'air et autorisant une température de fonctionnement avoisinant les 250 °C. Ils sont utilisés là où le critère de puissance volumique est prépondérant, adaptés pour les machines électriques notamment les moteurs de grande puissance.

#### II.4.2.2.b. Le Néodyme- Fer- Bore (Ne-Fe-B)

Plus puissants que les (Sm-Co), ces aimants possèdent une aimantation qui peut atteindre 1.3 T et un champ coercitif dépassant 1500 kA/m suivant l'addition du praséodyme ou du dysprosium, ils détiennent de ce fait tous les records de (-BH)<sub>max</sub> à température ambiante[11]. La faible valeur de la température de Curie des (Ne-Fe- B) limite ses performances.

Des solutions intermédiaires à savoir l'ajout des liants plastiques ou techniques d'usinage particulières, sont portées soit pour améliorer leur rigidité mécanique ou pour réduire leurs prix qui est très cher.

Penchons-nous plus particulièrement sur ces aimants Ne-Fe-B puisque ce sont actuellement les plus puissants disponibles sur le marché et accessibles au grand public et que dans notre travail nous sommes appelé à étudier une machine avec des aimants Ne-Fe-B.

On les trouve sous des désignations comme N30, 42M, 27SH, 25UH ... Ces désignations définissent deux informations relatives à l'aimant [16] :

- La valeur numérique nous donne le produit énergétique maximum (BH)max de l'aimant.
- Les lettres codifient la température maximale d'utilisation (N=80°C, M=100°C, H=120°C, SH=150°C, EH=180°C, UH=200°C). La plupart des aimants sont N et leur température d'utilisation maximale est donc de 80°C.

Les différents composants de l'alliage des aimants Fe-Ne-B sont les suivants : Fer 61,3%, Néodium 35%, Dysprosium 1,8%, Bore 1,4% et Aluminium 0,5%.

Ses caractéristiques sont :

•	Poids spécifique :	7,5 g / cm <sup>3</sup>
•	Résistance à la compression :	300 N/cm <sup>2</sup> (30,6 kg/cm <sup>2</sup> )
•	Résistance à la flexion :	140 N/cm <sup>2</sup> (14,3 kg/cm <sup>2</sup> )
•	Résistance spécifique :	1,5 $\mu$ Ohm / m
•	Température d'utilisation :	80 à 200 °C suivant le type
•	Coefficient de variation d'induction Br :	0,11 % par °C
•	Température de Curie :	310 °C

#### II.5. Les différents procédés de mise en œuvre des aimants Ne-Fe-B

Les procédés de fabrication, d'usinage, de protection, de manipulation et de stockage sont[16] :

#### Fabrication

Les différentes étapes de sa fabrication sont : Fusion des métaux, alliage, concassage, prébroyage, mélange, broyage, pressage en champ magnétique, frittage, usinage (affiler/scier), traitement de la surface, aimantation. La magnétisation est soit parallèle soit perpendiculaire au sens du pressage.

#### • Usinage :

Mécaniquement, les aimants en Néodyme-Fer-Bore se comportent comme la porcelaine et la céramique : ils sont sensibles aux chocs et à la torsion (meulage avec arrosage uniquement). Les aimants ne doivent être usinés qu'avec du matériel adapté. En plus, la poudre qui rentre dans la composition du Ne-Fe-B est inflammable si elle est portée à des températures élevées.

#### • Manipulation

Le Néodyme-Fer-Bore est un matériau fritté et donc, cassant. Les aimants peuvent se briser ou éclater. Cela se produit le plus souvent lors de collisions incontrôlées ou répétées entre deux aimants ou lors de contraintes mécaniques. Dans tous les cas, les aimants doivent être manipulés avec précaution et tout choc entre deux aimants doit être évité.

#### • Protection de surface - Plaquage

Les aimants en Néodyme sont fortement sensibles à la corrosion et peuvent être protégés par une couche de nickel, de chrome, d'or, d'époxy, d'argent, de pyralène, etc. Cette couche s'use lors de chocs répétés au niveau du point d'impact. Il est conseillé de séparer les aimants les uns des autres à l'aide de plastique, de papier ou de carton.

#### • Stockage

Les aimants en Néodyme sont très sensibles à l'humidité, à l'acide et à la poussière. Aussi, il faut veiller à les stocker dans des endroits secs, propres et à température ambiante. Ne pas stocker les aimants à proximité de tous matériels électriques ou électroniques.

Les propriétés magnétiques et thermiques des différents types d'aimants permanents sont récapitulées dans le tableau (II.1) [13] :

Aimants				
	Ferrites	Alnico	Sm-Co	Fe-Ne-B
Propriétés				
Induction rémanente Br	0.4	0.7 (isotrope)	0.95 (Sm-Co <sub>5</sub> )	1 28
( <b>T</b> )	0.4	1.2 (anisotrope)	1.1 (Sm-Co <sub>17</sub> )	1.20
Champ coercitif Hc	285	50	700	900
(A/cm)	205	55	500	700
<b>BH</b> <sub>max</sub> (KJ/m <sup>3</sup> )	25	36	195	280
Coefficient de				
température réversible	-0.2	-0.02	-0.04	-0.11
(%/°C)				
Température maximale (°C)	250	450-500	300	80-180
Température de Curie (°C )	450	700-850	750	310
Poids spécifique (g/cm <sup>3</sup> )	4.6	6.9	8.5	7.5
Résistance spécifique $(10^{-6} \ \Omega/m)$	1		0.6	1.5

Tableau. II.1. Propriétés des aimants permanents

Les courbes de la branche de désaimantation de ces aimants sont montrées à la figure (II.5) :



Fig.II.5.Courbes de désaimantation

#### II.6. Défauts des aimants permanents

Le champ magnétique crée par les aimants permanents modernes est très stable. Bien qu'en dehors des avantages et inconvénients liés à leur composition, tout aimant ait souvent tendance à perdre sa force avec le temps (vieillissement). Cette diminution est due directement aux contraintes survenant au cours du fonctionnement normal au sein des dispositifs électromagnétiques.

Dans le cas des machines électriques tournantes, certains phénomènes qui affectent les aimants par contraintes sévères atténuant leurs rendements, peuvent provenir de :
#### II.6.1. La variation du champ magnétique

La variation d'un champ magnétique produit par la circulation des courants induits dans les bobinages statoriques, en mode générateur de la machine tournante à aimant, peut conduire à la désaimantation des aimants permanents disposés au niveau du rotor. Cependant, les pertes occasionnées par un champ magnétique contraire sont influencées par l'angle que forme ce champ avec le vecteur aimantation.

Contrairement aux ferrites et aimants de terres rares, les Alnico se désaimantent facilement face à de faibles valeurs d'une excitation extérieure.

#### II.6.2. La variation de la température

Les conducteurs électriques, les masses ferromagnétiques (sièges de courants de Foucault) et le milieu ambiant constituent les principales sources de chaleur dans les machines à aimants. En effet, on peut distinguer deux types de pertes causées par l'augmentation de la température :

#### • Pertes réversibles

Elles se traduisent par une chute de la valeur de l'induction rémanente  $B_r$  en fonction de la température. On estime que pour l'aimant SmCo, une perte de 0.05 % /°K. Ce genre de pertes est quatre fois plus faible que pour les ferrites [1].

#### • Pertes irréversibles

Le changement structural des matériaux magnétiques est pratiquement l'unique cause de pertes irréversibles définitives à haute température. On notera qu'au bout de 100 Heures sous 100 °C, le SmCo<sub>5</sub> subit une chute de 2 % tandis que le Sm<sub>2</sub>Co<sub>17</sub> subit une chute de 7 % [1].

### II.6.3. Les vibrations mécaniques

Sièges de forces mécaniques dues aux fluctuations du couple, certains aimants permanents rigides sont exposés à des risques de fractures.

### II.6.4. Les agents chimiques corrosifs

Contrairement aux autres, quelques aimants très sensibles à l'environnement en particulier à l'humidité de l'air, comme le Néodyme-Fer-Bore, ne peuvent être utilisés que protégés par des traitements appropriés sinon ils présentent de grandes pertes magnétiques dans le temps.

L'excellente résistance offerte par les ferrites quant à l'oxydation et aux acides et bases dilués, reste insuffisante face aux attaques des acides concentrés d'autant plus agressifs que la température est élevée.

# Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons passé en revue les différents aimants permanents ainsi que leurs caractéristiques magnétiques. L'insertion d'un aimant dans une machine électrique à puissance donnée n'implique pas seulement la connaissance de ses propriétés, plus particulièrement sa capacité à diffuser un flux magnétique, mais la prise en compte de toutes les contraintes extérieures afin d'assurer à la fois un fonctionnement optimal et une large durée de vie.

Les propriétés que possèdent les terres rares ( $B_r$  et  $H_c$  élevés), leur confèrent de nombreuses utilisations et sont notamment la solution adéquate dans fabrication des machines à large entrefer.

# Chapitre III

# Equations de Maxwell et Modèles Electromagnétiques

# Introduction

Le fonctionnement des machines électriques est basé essentiellement sur les phénomènes de distribution spatio-temporelle du champ magnétique. Bien que l'aspect électrostatique intervienne dans des isolations diélectriques, il ne présente pas le même degré d'acuité que les aspects magnétiques [10]. Le calcul de ce champ magnétique affecte directement la taille et les performances de la machine.

Dans les machines à aimants, le champ magnétique peut provenir soit de la circulation des courants à travers les bobinages statoriques ou bien entendu, des aimants permanents disposés au niveau du rotor.

La représentation du comportement d'un tel dispositif revient à construire les équations qui le régissent et comprendre les lois fondamentales susceptibles de le décrire. Les équations de Maxwell arrivent à elles seules de résumer toutes les lois de l'électromagnétisme.

L'objet de ce chapitre est d'établir à partir des équations de Maxwell les modèles magnétostatiques et magnétodynamiques en coordonnées cartésiennes et axisymétriques sous formes d'équations aux dérivées partielles du potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$ 

# **III.1. Equations de Maxwell**

La modélisation interne des machines électriques s'effectue à partir des quatre équations de Maxwell. Elles définissent les propriétés locales des grandeurs vectorielles électriques  $\vec{D}$ ,  $\vec{E}$  et magnétiques  $\vec{B}$ ,  $\vec{H}$ 

# a) Première équation de Maxwell

$$div\vec{D} = \rho$$
 (Maxwell-Gauss) (III.1)

 $\vec{D}$  : vecteur induction électrique [C/m<sup>2</sup>]

 $\rho$  : densité de charges volumiques [C/m<sup>3</sup>]

Cette relation correspond à un « terme de source » : la densité de charge électrique est une source de champ électrique. Pour le vecteur d'induction électrique, il représente la façon dont le champ électrique influe sur l'organisation de ces charges dans un matériau donné [14].

#### b) Deuxième équation de Maxwell

$$\vec{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$
 (Maxwell-Faraday) (III.2)

 $\vec{E}$  : vecteur champ électrique [V/cm]

 $\vec{B}$  : vecteur induction magnétique [T]

Cette équation traduit le phénomène fondamental d'induction électromagnétique où toute variation de champ magnétique dans le temps génère un champ électrique. Sa forme intégrale est la loi de Faraday :

$$\xi = -\frac{d\Phi}{dt}$$

 $\xi$  et  $\Phi$  sont respectivement la force électromotrice d'induction dans un circuit électrique et le flux magnétique à travers ce circuit [14].

#### c) Troisième équation de Maxwell

$$div\vec{B} = 0 \tag{III.3}$$

Le flux du champ magnétique à travers une surface fermée est toujours nul (caractère conservatif).

#### d) Quatrième équation de Maxwell

$$\vec{rot}\vec{H} = \vec{J_c} + \frac{\partial D}{\partial t}$$
 (Ampère-Maxwell) (III.4)

 $\vec{H}$  : vecteur champ magnétique [At/m]  $\vec{J_c}$  : vecteur densité de courant [A/m<sup>2</sup>]

Le champ magnétique rend compte du déplacement des charges électriques. Autrement, la circulation des courants électriques est à l'origine de la production de l'excitation magnétique.

#### III.2. Relations du milieu

• Relations magnétiques

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + \vec{B_r}$$
(III.5)

$$B_r = \mu_0 . M \tag{III.6}$$

 $\begin{array}{l} \overrightarrow{B_r} & : \text{vecteur induction rémanente [T]} \\ \overrightarrow{M} & : \text{vecteur aimantation magnétique [At/cm]} \\ \mu_0 & : \text{perméabilité magnétique du vide [H/m]} \\ \mu_r & : \text{perméabilité magnétique relative au milieu} \\ \mu = \mu_0.\mu_r & : \text{perméabilité magnétique absolue [H/m]} \end{array}$ 

# • Relation diélectrique

$$\vec{D} = \varepsilon.\vec{E} \tag{III.7}$$

 $\mathcal{E}_0$ : permittivité diélectrique du vide [F/m]

 $\mathcal{E}_r$ : permittivité diélectrique du milieu

 $\mathcal{E} = \mathcal{E}_r \cdot \mathcal{E}_0$ : permittivité diélectrique absolue [F/m]

# III.3. Loi d'Ohm

La densité du courant  $\vec{J}$  s'exprime sous plusieurs formes liées à la nature du milieu étudié. La loi d'Ohm généralisée :

$$\vec{J}_c = \vec{J}_s + \sigma \left\{ \vec{E} + (\vec{V} \wedge \vec{B}) \right\}$$
(III.8)

• pour un milieu conducteur avec source :

$$\vec{J}_c = \vec{J}_s + \sigma \vec{E} \tag{III.9}$$

• Pour un milieu conducteur avec mouvement :

$$\vec{J}_c = \sigma(\vec{E} + \vec{V} \wedge \vec{B}) \tag{III.10}$$

 $\sigma$  : conductivité électrique du milieu [1/ $\Omega$ m]

 $\vec{V}$  : vitesse linéaire [m/s]

 $\vec{J}_s$  : densité de courant source [A/m<sup>2</sup>]

#### **III.4.** Hypothèses simplificatrices

Malgré une représentation globale, le système d'équations (équations de Maxwell) ne peut être résolu directement. De plus, dans certains dispositifs électromagnétiques, des phénomènes peuvent être négligés.

# • Absence des courants de déplacement

En électrotechnique les fréquences usuelles sont inférieures aux radiofréquences (f <  $10^{12}$  Hz). D'où la négligence dans un milieu conducteur des courants de déplacement ( $\vec{J}_d = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ )

devant les courants de conduction ( $\vec{J_c} = \sigma \vec{E}$ ).

$$\vec{J}_{d} = jw\varepsilon \vec{E}$$

$$\vec{J}_{c} = \sigma \vec{E}$$

$$\Rightarrow \frac{|J_{d}|}{|J_{c}|} = \frac{\varepsilon . w}{\sigma} \quad 1$$

$$\Rightarrow |J_{d}| \quad |J_{c}|$$

$$\vec{rot} \vec{H} = \vec{J}_{c} \qquad (III.11)$$

#### • Absence de charges volumiques

A partir de la relation de conservation de charge et la loi d'Ohm, on peut établir la relation d'évolution temporelle de la charge d'espace.

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + div \overrightarrow{J_c} = 0\\ \overrightarrow{J_c} = \sigma \overrightarrow{E} \qquad \Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\sigma}{\varepsilon} \rho = 0\\ div \overrightarrow{D} = \rho \end{cases}$$
(III.12)

Le temps de relaxation  $\varepsilon/\sigma$  est de l'ordre  $10^{-18}$  secondes. Ce qui veut dire que la dissipation des charges d'espace est trop rapide pour qu'elles créent un courant semblable à celui qu'on considère à des fréquences inférieures à 1MHz.

D'où la réécriture des équations de Maxwell simplifiées :

$$div\vec{D} = 0 \tag{III.13}$$

$$\overrightarrow{rot}\overrightarrow{E} = -\frac{\partial\overrightarrow{B}}{\partial t}$$
(III.14)

$$(\text{III.15})$$

$$\overrightarrow{rot}\overrightarrow{H} = \overrightarrow{J}_{c}$$
(III.16)

#### **III.5.** Relations de passage

A l'interface entre deux milieux différents (1et2), les grandeurs vecteurs doivent vérifier des conditions dites de passage. Elles s'énoncent comme suit [15] :

- Conservation de la composante normale de l'induction magnétique  $(\overrightarrow{B_{1n}} - \overrightarrow{B_{2n}}).\vec{n} = 0$  (III.17)
- Discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique si les courants surfaciques existent

$$(\overrightarrow{H_{1t}} - \overrightarrow{H_{2t}}) \wedge \overrightarrow{n} = K_s \tag{III.18}$$

• Conservation de la composante tangentielle du champ électrique

$$(\overrightarrow{E_{1t}} - \overrightarrow{E_{2t}}) \wedge \overrightarrow{n} = 0 \tag{III.19}$$

• Discontinuité de la composante normale de l'induction électrique si les charges électriques existent sur l'interface :

$$(\overrightarrow{D_{1n}} - \overrightarrow{D_{2n}}).\overrightarrow{n} = \rho_s \tag{III.20}$$

 $\vec{n}$ : la normale à la surface entre les deux milieux

- $K_s$ : la densité de courant surfacique
- $\rho_s$ : la densité de charges surfaciques

## III.6. Formulation potentiel vecteur magnétique des modèles électromagnétiques

Toutes les grandeurs ont une écriture en forme d'équation aux dérivées partielles dite aussi équation de diffusion de la grandeur.

La discontinuité de certaines grandeurs aux interfaces et particulièrement aux coins présente un inconvénient majeur. De plus, les vecteurs ont généralement trois composantes, augmentant par-là le nombre d'inconnues ce qui rend le temps de résolution plus grand.

Pour palier à ces problèmes, on fait appel à une entité mathématique connue sous le nom (potentiel) qui n'a aucun sens physique, mais une signification réelle quant à la nature de sa variation.

En ce qui concerne notre travail, la formulation à utiliser sera en potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$ 

$$div\vec{B} = 0 \Longrightarrow \exists \vec{A} / \vec{B} = \vec{rot}\vec{A}$$
(III.21)

Imposer la condition de Jauge ( $div\vec{A} = 0$ ) va garantir l'unicité de la solution pour ce système.

#### III.6.1. Modèle magnétostatique

Pour les phénomènes statiques, les variations des grandeurs par rapport au temps sont nulles

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}=0\right).$$

d'après l'équation (III.5) on aura :

$$\overline{H} = \frac{\overline{B} - \mu_0 \overline{M}}{\mu}$$
(III.22)

de (III.16),(III.21) et (III.22) ressort :

$$\vec{rot}(\frac{1}{\mu}\vec{rot}\vec{A}) = \vec{J}_s + \frac{\mu_0}{\mu}\vec{rot}\vec{M}$$
(III.23)

C'est l'équation magnétostatique en termes de potentiel vecteur magnétique.

Rappelons l'existence de deux types de systèmes de représentation des problèmes magnétiques :

- Ceux infiniment longs alimentés suivant une direction Oz « cartésiennes ».
- Ceux à symétrie de révolution alimentés suivant l'angle ( $\varphi$ ) « axisymétrique».

#### a) En coordonnées cartésiennes

Le problème est à priori tridimensionnel (3D), nous nous limitons à un problème bidimensionnel (2D). On suppose que la machine est suffisamment longue pour considérer que le champ magnétique  $\vec{H}$  est invariant suivant Oz.

Sous cette hypothèse, le potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  et la densité de courant  $\vec{J}$  n'ont plus qu'une seule composante suivant l'axe Oz.

$$\vec{A} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ A_z = A(x, y) \end{bmatrix} \qquad \qquad \vec{J}_s = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ J_{sz}(x, y) \end{bmatrix}$$

L'induction magnétique ainsi que l'aimantation du matériau évoluent dans le plan d'étude c'est-à-dire suivant (x, y).

$$\vec{B} = \vec{rot} \vec{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial A_z}{\partial y} \\ -\frac{\partial A_z}{\partial x} \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \qquad \vec{M} = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ 0 \end{bmatrix}$$

Alors l'équation (III.23) s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{1}{\mu}\frac{\partial A_{z}}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(-\frac{1}{\mu}\frac{\partial A_{z}}{\partial y}\right) = J_{sz} + \frac{\mu_{0}}{\mu}\left(\frac{\partial M_{y}}{\partial x} - \frac{\partial M_{x}}{\partial y}\right)$$
(III.24)

Cette équation représente l'équation aux dérivées partielles en coordonnées cartésiennes d'un modèle magnétostatique bidimensionnel.

En considérant les propriétés physiques linéaires, l'équation (III.24) devient :

$$\frac{1}{\mu} \left( \left( -\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} \right) + \left( -\frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} \right) \right) = J_{sz} + \frac{\mu_0}{\mu} \left( \left( \frac{\partial M_y}{\partial x} \right) - \left( \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) \right)$$
(III.25)

#### b) En coordonnées axisymétriques

Dans ce cas, la densité de courant  $\overrightarrow{J_c}$  est dirigée suivant l'angle  $\varphi$  du système cylindrique (r,  $\varphi$ , z). Le champ magnétique  $\overrightarrow{H}$  possède alors deux composantes dans le plan (r, z). Ce qui est traduit par la condition  $\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0$ .

$$\vec{A} = \begin{bmatrix} 0 \\ A_{\varphi} = A(r, z) \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \text{sachant que}: \qquad \vec{J}_{s} = \begin{bmatrix} 0 \\ J_{s\varphi}(r, z) \\ 0 \end{bmatrix}$$

sachant que :

$$\vec{rot}\vec{A} = \left(\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_{\varphi}}{\partial z}\right)\vec{u_r} + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}\right)\vec{u_{\varphi}} + \left(\frac{1}{r}\frac{\partial (rA_{\varphi})}{\partial r} - \frac{1}{r}\frac{\partial A_r}{\partial \varphi}\right)\vec{u_z}$$
(III.26)

il vient alors

$$\vec{rot}\vec{A} = \left(-\frac{\partial A_{\varphi}}{\partial z}\right)\vec{u_r} + \left(\frac{1}{r}\frac{\partial(rA_{\varphi})}{\partial r}\right)\vec{u_z}$$
(III.27)

$$\vec{rot}(\frac{1}{\mu}\vec{rot}\vec{A}) = \left\{ -\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_{\varphi}}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r.\mu} \frac{\partial (rA_{\varphi})}{\partial r} \right) \right\} \vec{u_{\varphi}}$$
(III.28)

(III.23) et (III.28) donnent :

$$-\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial A_{\varphi}}{\partial z}\right) - \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r\mu}\frac{\partial(rA_{\varphi})}{\partial r}\right) = J_{s\varphi} + \frac{\mu_0}{\mu}\left(\frac{\partial M_z}{\partial r} - \frac{\partial M_r}{\partial z}\right)$$
(III.29)

Cette équation représente l'équation aux dérivées partielles en coordonnées axisymétriques d'un modèle magnétostatique bidimensionnel.

#### III.6.2. Modèle magnétodynamique

Contrairement aux phénomènes statiques, les variations des grandeurs par rapport au temps sont différentes de zéro  $(\frac{\partial}{\partial t} \neq 0)$ . Vu la fréquence usuelle en électrotechnique, on négligera

les courants de déplacement  $\left(\frac{\partial D}{\partial t}=0\right)$ .

$$\vec{J}_c = \vec{J}_s - \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$
(III.30)

 $\vec{J_c}$ : densité de courant de conduction

 $\vec{J_s}$ : densité de courant « source »

 $\sigma \frac{\partial A}{\partial t}$  :densité de courant « induit »

En combinant les deux équations (III.23) et (III.30) on obtient :

$$\vec{rot}(\frac{1}{\mu}\vec{rot}\vec{A}) + \sigma\frac{\partial\vec{A}}{\partial t} = \vec{J}_s + \frac{\mu_0}{\mu}\vec{rot}\vec{M}$$
(III.31)

C'est l'équation magnétodynamique en régime transitoire en terme de potentiel vecteur magnétique avec terme source et tenant compte des courants induits.

En régime harmonique :

$$\vec{rot}(\frac{1}{\mu}\vec{rot}\vec{A}) + j\sigma_w\vec{A} = \vec{J}_s + \frac{\mu_0}{\mu}\vec{rot}\vec{M}$$
(III.32)

#### a) En coordonnées cartésiennes

La seule différence réside en la présence des courants induits engendrés par le mouvement du dispositif.

De l'équation (III.32), on obtient la variation du potentiel vecteur magnétique sur le plan d'étude (x, y).

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{1}{\mu}\frac{\partial A_{z}}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(-\frac{1}{\mu}\frac{\partial A_{z}}{\partial y}\right) + \sigma\frac{\partial A_{z}}{\partial t} = J_{sz} + \frac{\mu_{0}}{\mu}\left(\frac{\partial M_{y}}{\partial x}\right) - \frac{\partial M_{x}}{\partial y}$$
(III.33)

En régime harmonique, le modèle magnétodynamique s'exprime comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{1}{\mu}\frac{\partial A_{z}}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(-\frac{1}{\mu}\frac{\partial A_{z}}{\partial y}\right) + j\sigma wA_{z} = J_{sz} + \frac{\mu_{0}}{\mu}\left(\frac{\partial M_{y}}{\partial x}\right) - \frac{\partial M_{x}}{\partial y}$$
(III.34)

Cette équation représente l'équation aux dérivées partielles en coordonnées cartésiennes d'un modèle magnétodynamique bidimensionnel.

En considérant les propriétés physiques linéaires, (III.32) peut s'exprimer comme :

$$\frac{1}{\mu} \left( \left( \frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} \right) + \left( \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} \right) \right) + \sigma \frac{\partial A}{\partial t} = J_{sz} + \frac{\mu_0}{\mu} \left( \frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right)$$
(III.35)

#### b) En coordonnées axisymétriques

$$-\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial A_{\varphi}}{\partial z}\right) - \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r\mu}\frac{\partial(rA_{\varphi})}{\partial r}\right) + \sigma\frac{\partial A_{\varphi}}{\partial t} = J_{s\varphi} + \frac{\mu_{0}}{\mu}\left(\frac{\partial M_{z}}{\partial r} - \frac{\partial M_{r}}{\partial z}\right)$$
(III.36)

En régime harmonique, l'équation (III.36) s'exprime par :

$$-\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial A_{\varphi}}{\partial z}\right) - \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r\mu}\frac{\partial(rA_{\varphi})}{\partial r}\right) + j\sigma wA_{\varphi} = J_{s\varphi} + \frac{\mu_{0}}{\mu}\left(\frac{\partial M_{z}}{\partial r} - \frac{\partial M_{r}}{\partial z}\right)$$
(III.37)

Cette équation représente l'équation aux dérivées partielles en coordonnées axisymétriques d'un modèle magnétodynamique bidimensionnel.

#### Conclusion

\_

Ce sont ces deux principaux modèles (magnétostatique, magnétodynamique) extraits à partir des combinaisons des équations de Maxwell et relations des milieux, qui sont les plus adaptés à l'étude de la machine synchrone à aimants permanents. Dans le chapitre qui suit, nous allons sélectionner dans un premier temps la méthode théorique de résolution de ces modèles en l'occurrence la méthode des éléments finis (MEF). Puis, le logiciel CAO qui va mettre en œuvre cette méthode sera présenté.

# Chapitre IV

Méthode des Eléments Finis et Méthodes de Calcul des Forces Magnétiques

# Chapitre IV Méthode des Eléments Finis et Méthodes de Calcul des Forces Magnétiques

#### Introduction

Les modèles électromagnétiques, montrés au chapitre précédent, utilisables pour simuler le fonctionnement des machines synchrones à aimants permanents mettent en œuvre des équations aux dérivées partielles (EDP).

Il existe plusieurs méthodes de résolutions des EDP, entre autres les méthodes analytiques telles que la méthode de séparation de variables. Les méthodes analytiques ont le mérite d'être efficaces et permettent un pré-dimensionnement de la machine mais elles restent tout de même limitées en terme de précision. Ces méthodes s'avèrent d'application très difficile voire impossible dès que la complexité de la géométrie s'accroit et que certains matériaux possèdent des caractéristiques non linéaires. Elles sont substituées par les méthodes numériques beaucoup plus précises. Ces méthodes permettent de modéliser les géométries les plus complexes et de prendre en compte les phénomènes physiques, comme la saturation des matériaux ferromagnétiques, les anisotropies des milieux et la présence des courants de Foucault induits dans les conducteurs soumis à un flux variable.

Les méthodes de résolution numérique les plus utilisées sont les méthodes des équations intégrales de frontières(MIF), la méthode des différences finies(MDF) et la méthode des éléments finis(MEF).

Chacune de ces trois méthodes présente des avantages et des inconvénients et est plus ou moins adaptée suivant le type de problème posé et le type de machines.

La méthode des équations intégrales de frontière est basée sur l'utilisation des fonctions de Green, seul le contour de la structure à étudier est maillé. Cette méthode est d'autant plus "gourmande en temps de calcul" que la géométrie est complexe car elle fait appel à des matrices pleines comme elle ne permet pas de tenir compte facilement de la saturation. Elle est cependant rapide et efficace, lorsque la géométrie est simple, pour un calcul des efforts et des grandeurs globales hors saturation.

La méthode des différences finies consiste à remplacer les dérivées apparaissant dans le problème à résoudre par des différences divisées. Elle a l'avantage d'être d'expression simple et d'un calcul relativement rapide. Mais, elle reste toutefois limitée en terme de précision étant donné que le maillage repose sur des éléments carrés ou carrés curvilignes [2].

Enfin, la méthode des éléments finis dite méthode "universelle" est donc de loin la méthode la plus utilisée et la plus puissante des méthodes numériques. Mise au point par les mécaniciens, elle est mise en œuvre, par exemple, par O. Zienkiewicz. Elle fut introduite en électromagnétisme par P. Sylvester et M. V. K. Chari vers les années 1970.

C'est cette méthode pour laquelle nous avons opté. Nous nous proposons donc dans ce chapitre une étude de plus prés de la méthode des éléments finis. En suite, nous présentons les différentes méthodes utilisées dans le calcul des forces magnétiques en terminant avec la présentation du logiciel de travail (FEMM).

#### IV.1. Définition de la méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis est un outil de résolution numérique des EDP de la physique mathématique et de leurs conditions aux limites. Ces équations peuvent être :

-	elliptiques :	$\frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right) = 0$
-	paraboliques :	$\frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right) - \sigma \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0$
-	hyperboliques :	$\frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right) - \sigma \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0$

Les différents cas associés aux conditions aux limites sont :

• condition de type DIRICHLET  $\Phi = \Phi_0$  ( $\Phi_0 = cste$ )

On peut connaitre la valeur de la grandeur sur une frontière ou l'évaluer théoriquement selon le dispositif étudié ainsi que la précision recherchée.

• condition de type NEUMANN  $\frac{\partial \Phi}{\partial n} = \Phi_0$ 

Dans certains cas, on peut estimer la variation du phénomène suivant la normale (cas des plans de symétrie notamment).

• condition mixte 
$$a \frac{\partial \Phi}{\partial n} + b \Phi = c$$

a, b, c : sont des constantes

#### IV.2. Etapes principales de la mise en œuvre de la MEF

La mise en œuvre de la méthode des éléments finis se repose sur trois étapes essentielles :

- formulation des équations aux dérivées partielles à partir des lois physique.
- transformation des équations en un système algébrique qu'il convient du résoudre pour obtenir la solution de problème posé.
- programmation et informatique pour exécuter efficacement les calculs sur ordinateur.

L'ensemble des étapes de la MEF sont représentées ci-après [17] :



Fig. IV.1.Différentes étapes de la mise œuvre de la MEF

# IV.3. Discrétisation du domaine d'étude

La discrétisation par éléments finis comme première étape, revient à découper le domaine (notéV) dont on veut évaluer le phénomène étudié, en un ensemble de sous-domaines -les éléments finis- tout en respectant les conditions suivantes :

- la somme de tous les éléments doit former le domaine initial.
- Les éléments assemblés ne peuvent avoir en commun que des sommets (points) ou des segments situés dans leurs frontières.
- Lorsque la frontière du domaine est constituée par des courbes ou des surfaces plus complexes que celles qui définissent les frontières des éléments, une erreur de discrétisation est inévitable. Elle peut être réduite en diminuant la taille des éléments.

Les éléments finis classiques employés pour discrétiser un domaine d'étude quelconque sont regroupés dans ce tableau [18] :



Tableau. IV.1.Quelques types d'éléments finis

### Calcul de la fonction d'approximation

La méthode des éléments finis repose sur la recherche d'une fonction globale représentant les phénomènes étudiés en tout point du domaine (V) analysé. Elle sera construite par parties sur chacun de ces éléments [18].

Etant donné le maillage qui nous concerne est de type triangulaire linéaire, on considère l'élément suivant :



Fig.IV.2. Elément triangulaire linéaire

La fonction d'interpolation associée à cet élément est de forme :

$$A(X,Y) = aX + bY + c \tag{IV.1}$$

Cette équation peut se mettre sous forme matricielle comme suit :

$$A(X,Y) = \begin{bmatrix} X & Y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$$
(IV.2)

L'application, aux trois nœuds  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  de l'équation (IV.2) nous amène à résoudre le système matriciel suivant :

$$\begin{bmatrix} X_1 & Y_1 & 1 \\ X_2 & Y_2 & 1 \\ X_3 & Y_3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix}$$
(IV.3)

Les coefficients a, b, c se déduisent alors comme suit :

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 & Y_1 & 1 \\ X_2 & Y_2 & 1 \\ X_3 & Y_3 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix}$$
(IV.4)

Cette équation nous permettra d'écrire (IV.2) sous la forme suivante : (à noter qu'au préalable il faudra calculer la matrice inverse de l'équation(IV.4))

$$A(X,Y) = \begin{bmatrix} N_1(X,Y) & N_2(X,Y) & N_3(X,Y) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix}$$
(IV.5)

Avec les fonctions de formes :

$$N_{1}(X,Y) = \frac{1}{2.D} [(Y_{3} - Y_{2}).(X_{2} - X) - (X_{3} - X_{2}).(Y_{2} - Y)]$$

$$N_{2}(X,Y) = \frac{1}{2.D} [(Y_{1} - Y_{3}).(X_{3} - X) - (X_{1} - X_{3}).(Y_{3} - Y)]$$

$$N_{3}(X,Y) = \frac{1}{2.D} [(Y_{2} - Y_{1}).(X_{1} - X) - (X_{2} - X_{1}).(Y_{3} - Y)]$$

D : surface du triangle décrit par les sommets de l'élément.

L'équation (IV.5) est la fonction d'approximation associée à l'élément triangulaire décrite en fonction des valeurs des inconnues en chacun des sommets ou nœuds de cet élément. Les fonctions des éléments doivent remplir ces deux conditions :

- Continuité sur l'élément
- Continuité entre les différents éléments

La fonction d'approximation globale sur le domaine complet (V), contenant N nœuds, est alors la somme de toutes les fonctions relatives aux éléments. L'inconnue s'exprime comme suit :

$$A = \sum_{j=1}^{N} \alpha_j A_j \tag{IV.6}$$

 $A_i$ : Valeur de l'inconnue au nœud j

 $\alpha_i$ : Fonction de forme au nœud j

#### **IV.5. Formulation éléments finis**

La MEF transforme les EDP de la grandeur recherchée en systèmes d'équations algébriques dont la solution fournit une approximation de cette grandeur en une grille discrète de points du plan ou de l'espace [8]. Les éléments finis procèdent par une formulation intégrale du problème physique associé. Ce dernier peut se mettre sous la forme :

$$L(u) = f$$
 sur le domaine V  
 $G(u) = u_0$  sur la frontière  $\tau$ 

Où *L* est un opérateur différentiel, *G* est un opérateur qui définit une condition à la limite, *f* et  $u_0$  sont des fonctions respectivement définies sur *V* et  $\tau$ , et *u* est une fonction inconnue.

Pour obtenir le système algébrique, on peut utiliser la méthode variationnelle ou la méthode des résidus pondérés. La méthode variationnelle traite une fonctionnelle d'énergie équivalente au problème différentiel, définie par une intégrale faisant appel à la fonction et ses dérivées. La méthode des résidus pondérés (méthode de GALERKINE) consiste à chercher la solution approchée du problème en partant directement des EDP.

La méthode de GALERKINE (appelée également méthode projective) consiste à choisir des fonctions u qui annule, en tout point du domaine V, la forme intégrale suivante :

Chapitre IV Méthode des Eléments Finis et Méthodes de Calcul des Forces Magnétiques

$$F(u) = \int_{\Omega} \phi_i [L(u) - f] dV$$
(IV.7)

 $\phi_i$ : fonction de pondération ou de projection

La méthode la plus employée est la méthode de GALERKINE car elle utilise des fonctions de projections  $\phi_i$  identiques aux fonctions de formes  $\alpha_j$  de la fonction d'approximation, Pour obtenir un système algébrique symétrique dont la résolution devient relativement rapide. Cette méthode s'applique indépendamment de la connaissance de la fonctionnelle d'énergie.

D'où :

$$\int_{\Omega} \alpha_{i} \left[ L(u) - f \right] dV = 0 \tag{IV.8}$$

 $\alpha_i$ : Fonction de pondération, elle est identique à la fonction d'approximation.

#### IV.6. Avantages et inconvénients de la méthode des éléments finis

La grande souplesse d'adaptation de la MEF à modéliser des phénomènes complexes a conduit à la généralisation de son utilisation dans presque tous les problèmes aux dérivées partielles [18]. Dans la plupart des cas, cette méthode s'intègre aux logiciels CAO (conception assistée par ordinateur). On peut noter les avantages suivants :

- Adaptation aux géométries complexes.
- Prise en compte des non -linéarités.
- Temps de résolution relativement rentable

Malgré ça, la mise en œuvre de la MEF est relativement difficile et présente des imprécisions dans ces situations :

- Domaine d'étude infini
- Présence de singularités dans le domaine d'étude

#### IV.7. Formulations élément finis des modèles électromagnétiques

Résoudre par éléments finis les équations aux dérivées partielles qui décrivent les modèles magnétostatiques et magnétodynamiques, présentés au chapitre précédent, revient à appliquer la méthode projective de GALERKINE :

$$\iint_{\Omega} \alpha_i . EDPdV = 0 \tag{IV.9}$$

#### IV.7.1. Modèle magnétostatique

### a) En coordonnées cartésiennes

$$\iint_{\Omega} \alpha_i \left[ -\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right] dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i J_{sz} dx dy + \iint_{\Omega} \alpha_i \left[ \frac{\mu_0}{\mu} \left( \frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) \right] dx dy \quad (IV.10)$$

L'application du théorème de Green à l'équation (IV.10) permet à la fois d'évacuer les dérivées secondes de son premier terme et d'expliciter les conditions aux limites :

$$-\iint_{\Omega} \alpha_{i} \cdot \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_{z}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_{z}}{\partial y} \right) \right] dx dy = \iint_{\Omega} \frac{1}{\mu} \left[ \frac{\partial \alpha_{i}}{\partial x} \frac{\partial A_{z}}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_{i}}{\partial y} \frac{\partial A_{z}}{\partial y} \right] dx dy - \int_{\Gamma} \alpha_{i} \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_{z}}{\partial n} d\Gamma \quad (\text{IV.11})$$

Dans le cas des conditions aux limites de type Dirichlet A = cste ou type Neumann  $\frac{\partial A}{\partial n} = 0$ (dite condition Neumann homogène), le terme sur la frontière s'annule.

L'équation (IV.10) devient alors :

$$\iint_{\Omega} \frac{1}{\mu} \left[ \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right] dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i J_{sz} dx dy + \iint_{\Omega} \alpha_i \left[ \frac{\mu_0}{\mu} \left( \frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) \right] dx dy$$
(IV.12)

Sachant que le potentiel vecteur magnétique  $A_z$  peut être discrétisé sous la forme  $A_z = \sum_{j=1}^{N} \alpha_j A_{zj}$  pour tous les nœuds du domaine d'étude. Cela nous amène à écrire l'équation (IV.12) comme suit :

$$\iint_{\Omega} \frac{1}{\mu} \left[ \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \frac{\partial \alpha_j}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \frac{\partial \alpha_j}{\partial y} \right] A_{zj} dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i J_{sz} dx dx + \iint_{\Omega} \alpha_i \frac{\mu_0}{\mu} (\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y}) dx dy$$
(IV.13)

i, j varient de 1à N

On obtient en finalité un système algébrique matriciel à résoudre :

$$[M][A] = [J] + [I]$$
(IV.14)

Où :

$$M_{ij} = \iint_{\Omega} \frac{1}{\mu} \left[ \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \frac{\partial \alpha_j}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \frac{\partial \alpha_j}{\partial y} \right] dx dy$$
$$J_i = \iint_{\Omega} \alpha_i J_{sz} dx dy$$
$$I_i = \iint_{\Omega} \alpha_i \frac{\mu_0}{\mu} \left( \frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) dx dy$$

[A] inconnues du domaine V

#### b) En coordonnées axisymétriques

La variable considérée pour ce cas est  $A = rA_{\varphi}$ , le modèle magnétostatique dans ce système axisymétrique décrit au chapitre précédent, devient alors :

$$-\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{r\mu}\frac{\partial A}{\partial z}\right) - \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r\mu}\frac{\partial A}{\partial r}\right) = J_{s\varphi} + \frac{\mu_0}{\mu}\left(\frac{\partial M_z}{\partial r} - \frac{\partial M_r}{\partial z}\right)$$
(IV.15)

L'application de la méthode projective à cette équation nous donnera :

$$\iint_{\Omega} \alpha_{i} \left[ -\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{r\mu} \frac{\partial A}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r\mu} \frac{\partial A}{\partial r} \right) \right] dr dz = \iint_{\Omega} \alpha_{i} J_{s\varphi} dr dz + \iint_{\Omega} \alpha_{i} \left[ \frac{\mu_{0}}{\mu} \left( \frac{\partial M_{z}}{\partial r} - \frac{\partial M_{r}}{\partial z} \right) \right] dr dz \quad (IV.16)$$

Le théorème de Green permet la transformation du premier terme de l'équation (IV.16) :

$$-\iint_{\Omega} \alpha_{i} \left[ \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{r\mu} \frac{\partial A}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r\mu} \frac{\partial A}{\partial r} \right) \right] dr dz = \iint_{\Omega} \frac{1}{r\mu} \left[ \frac{\partial \alpha_{i}}{\partial z} \frac{\partial A}{\partial z} + \frac{\partial \alpha_{i}}{\partial r} \frac{\partial A}{\partial r} \right] dr dz - \int_{\Gamma} \frac{1}{r\mu} \alpha_{i} \frac{\partial A}{\partial n} d\Gamma \quad (IV.17)$$

La considération des conditions aux limites citées dans le cas cartésien annule le terme sur la frontière d'où l'écriture suivante :

$$\iint_{\Omega} \frac{1}{r\mu} \left[ \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial A}{\partial z} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \frac{\partial A}{\partial r} \right] dr dz = \iint_{\Omega} \alpha_i J_{s\varphi} dr dz + \iint_{\Omega} \alpha_i \left[ \frac{\mu_0}{\mu} (\frac{\partial M_z}{\partial r} - \frac{\partial M_r}{\partial z}) \right] dr dz$$
(IV.18)

La variable A étant discrétisée sous la forme :

$$A = \sum_{j=1}^{N} \alpha_j . A_j$$

L'équation (IV.18) devient alors :

$$\iint_{\Omega} \frac{1}{r\mu} \left[ \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \frac{\partial \alpha_j}{\partial r} \right] A_j dr dz = \iint_{\Omega} \alpha_i J_{s\varphi} dr dz + \iint_{\Omega} \alpha_i \left[ \frac{\mu_0}{\mu} (\frac{\partial M_z}{\partial r} - \frac{\partial M_r}{\partial z}) \right] dr dz$$
(IV.19)

Pour tous les nœuds du domaine d'étude, cette équation nous donnera un système matriciel à résoudre :

$$[M][A] = [J] + [I]$$
(IV.20)

Avec :

$$M_{ij} = \iint_{\Omega} \frac{1}{r\mu} \left[ \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \frac{\partial \alpha_j}{\partial r} \right] dr dz$$
$$J_i = \iint_{\Omega} \alpha_i J_{s\phi} dr dz$$
$$I_i = \iint_{\Omega} \alpha_i \frac{\mu_0}{\mu} (\frac{\partial M_z}{\partial r} - \frac{\partial M_r}{\partial z}) dr dz$$
$$[A] \text{ inconnues du domaine } V$$

IV.7.2. Modèle magnétodynamique

Le seul changement qui interviendra dans ce cas est la prise en compte de la variation du potentiel vecteur magnétique par rapport au temps. En adoptant la même démarche que dans le cas du modèle magnétostatique, nous aboutissons à la formulation éléments finis des équations magnétodynamiques transitoire :

#### a) En coordonnées cartésiennes

$$\iint_{\Omega} \frac{1}{\mu} \left[ \left( \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \frac{\partial \alpha_j}{\partial x} \right) + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \frac{\partial \alpha_j}{\partial y} \right] A_{zj} dx dy + j w \iint_{\Omega} \left[ \alpha_i \alpha_j \sigma A_z \right] dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i \left[ J_{sz} + \frac{\mu_0}{\mu} \left( \left( \frac{\partial M_y}{\partial x} \right) - \left( \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) \right) \right] dx dy$$
(IV.21)
  
*i*, *j* varient de 1 à N

Le système algébrique matriciel à résoudre relatif à ce cas est :

$$[M][A] + jw[L][A] = [J] + [I]$$
(IV.22)

Où :

$$M_{ij} = \iint_{\Omega} \frac{1}{\mu} \left[ \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \frac{\partial \alpha_j}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \frac{\partial \alpha_j}{\partial y} \right] dxdy$$
$$J_i = \iint_{\Omega} \alpha_i J_{sz} dxdy$$
$$I_i = \iint_{\Omega} \alpha_i \frac{\mu_0}{\mu} (\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y}) dxdy$$
$$L_{ij} = \iint_{\Omega} \sigma \alpha_i \alpha_j dxdy$$

[A] inconnues du domaine V

# b) En coordonnées axisymétriques

$$\iint_{\Omega} \frac{1}{r\mu} \left[ \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \frac{\partial \alpha_j}{\partial r} \right] A_j dr dz + j w \iint_{\Omega} \frac{1}{r} \alpha_i \alpha_j A_j dr dz = \iint_{\Omega} \alpha_i J_{s\varphi} dr dz + \iint_{\Omega} \alpha_i \left[ \frac{\mu_0}{\mu} (\frac{\partial M_z}{\partial r} - \frac{\partial M_r}{\partial z}) \right] dr dz$$
(IV.23)

Le système matriciel à résoudre est le suivant :

$$[M][A] + jw[L][A] = [J] + [I]$$
(IV.24)

$$\begin{split} M_{ij} &= \iint_{\Omega} \frac{1}{r\mu} \left[ \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \frac{\partial \alpha_j}{\partial r} \right] dr dz \\ J_i &= \iint_{\Omega} \alpha_i J_{s\varphi} dr dz \\ I_i &= \iint_{\Omega} \alpha_i \frac{\mu_0}{\mu} (\frac{\partial M_z}{\partial r} - \frac{\partial M_r}{\partial z}) dr dz \\ L_{ij} &= \iint_{\Omega} \frac{1}{r} \sigma \alpha_i \alpha_j dr dz \end{split}$$

[A] inconnues du domaine V

#### IV.8. Méthodes de calcul des forces magnétiques

Le but de notre étude est non seulement de calculer les grandeurs magnétiques comme l'induction mais aussi d'évaluer les forces magnétiques responsables du mouvement mécanique de rotation de la MSAP. Dès que le champ magnétique est présent, les effets mécaniques apparaissent et ils sont d'une importance capitale dans le fonctionnement de la machine [6]. De ce fait, nous consacrons cette partie à la présentation des méthodes employées dans le calcul des forces magnétiques :

#### IV.8.1. Méthode de la variation de l'énergie et de la Co-énergie magnétique

Cette méthode est basée sur la variation de l'énergie provoquée par un déplacement soit à courant constant de la Co-énergie magnétique( $W_{co}$ ), soit à flux constant de l'énergie magnétique(W) [17].

Afin de représenter les deux notions (l'énergie et Co-énergie) on trace la courbe B=f(H)



Fig.IV.3. Caractéristiques de B=f(H) montrant (W et Wco)

L'énergie magnétique ( $W_m$ ) est représentée par la surface délimitée par la courbe B=f(H) et l'axe des ordonnées(B) (partie supérieure de la courbe)

Dans ce cas là, l'expression de la force magnétique en maintenant le flux constant est la suivante :

$$F_m = \frac{\partial}{\partial x} \left( \int_{V} (\int_{0}^{B} H dB) dV \right)$$
(IV.25)

la Co-énergie magnétique (W<sub>co</sub>) est représentée par la surface délimitée par la courbe
 B=f(H) et l'axe des abscisses (H) (partie inferieure de la courbe) et quantifiée par la relation intégrale suivante :

$$W_{co} = \int_{V} \left[ \int_{0}^{H} \mathbf{B} d\mathbf{H} \right] dV$$
(IV.26)

Dans ce cas, l'expression de la force magnétique en maintenant le courant constant est la suivante :

$$F_m = \frac{\partial}{\partial x} \left( \int_{V} (\int_{0}^{H} \mathbf{B} \ d\mathbf{H}) \ dV \right)$$
(IV.27)

Avec :

- x : est la variation liée au déplacement
- V : domaine d'étude

#### IV.8.2. Méthode des travaux virtuels

Le principe de base de cette méthode reste le même. On suppose un mouvement virtuel du domaine et on écrit le bilan énergétique (avoir accès à la valeur de la variation de l'énergie provoquée par un déplacement virtuel) [18]. Cette méthode est utilisable dans n'importe qu'elle configuration, elle est aussi applicable dans le calcul de force magnétique totale par éléments finis. Pour cela on considère un domaine V décomposé en sous domaines  $V_e$  dont l'intégration se fait suivant les cordonnées locales (u, v, w)

Pour le calcul de la force magnétique, la méthode des travaux virtuels fait appel à la Coénergie magnétique, son expression est donnée par la formule suivante :

$$F = \frac{\partial}{\partial x} \left( \int_{V} \left( \int_{0}^{H} \mathbf{B} dH \right) dV \right) = \frac{\partial}{\partial x} \sum_{e} \left( \int_{V_{e}} \left( \int_{0}^{H} B dH \right) dV_{e} \right)$$
(IV.28)

x : représente la coordonnée liée au déplacement.

Dans le cas d'un système de coordonnées locales, l'expression devient :

$$F = \frac{\partial}{\partial x} \sum_{e} \left( \int_{V_{e_{local}}} \left( \int_{0}^{H} \mathbf{B} \, d\mathbf{H} \right) \left| G \right| \, dV_{e} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \sum_{e} \left( \int_{V_{e}(local)} \left( \int_{0}^{H} \mathbf{B} \, d\mathbf{H} \right) \left| G \right| \, du dv \, dw \right)$$
(IV.29)

Avec |G| : est le déterminant de la matrice jacobienne

Malgré son avantage de s'adapter à la méthode des éléments finis et de fournir une meilleure précision, la méthode des travaux virtuels présente un inconvénient majeur, celui d'utiliser deux modèles d'éléments finis pour calculer une seule force électromagnétique.

#### IV.8.3. Méthode de la force de Lorentz

Il existe une loi expérimentale qui décrit la force d'interaction entre le courant induit I et un champ d'induction magnétique B donnée par l'expression suivante connue sous le nom de « force de Lorentz ».

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \wedge \vec{B} \tag{1V.30}$$

 $(\mathbf{T} \mathbf{T} \mathbf{Z} \mathbf{A})$ 

Cette expression peut être écrite sous sa forme locale par unité de volume:

$$\vec{f} = \frac{d\vec{F}}{dv} = \frac{I\vec{d}l \wedge \vec{B}}{dv}$$
(IV.31)

Soit:

$$\vec{f} = \vec{J} \wedge \vec{B}$$

Où  $\vec{F}$  est la densité de force magnétique.

Avec : 
$$\vec{J} = i\vec{dl}$$

La force globale sera donnée par l'expression suivante:

$$\vec{F} = \int_{v} \vec{f} dv = \int_{v} (\vec{J} \wedge \vec{B}) dv$$
(IV.32)

### Chapitre IV Méthode des Eléments Finis et Méthodes de Calcul des Forces Magnétiques

#### IV.8.4. Méthode de Tenseur de Maxwell

Si les méthodes précédentes permettent le calcul de tout type de force, elles présentent l'inconvénient de recourir à une dérivée. Cette opération présente des difficultés de précision pour une structure géométrique complexe. Le tenseur de Maxwell permet de contourner ces difficultés [19].

La méthode du tenseur de Maxwell est l'une des méthodes la plus utilisée pour la détermination des forces électromagnétiques dans un milieu non parcouru par des courants. Sa particularité est de définir la force s'exerçant sur un matériau de volume V, en connaissant seulement la répartition du champ aux différents points d'une surface fermée S entourant le volume V [2].

Le principe de cette méthode est de déterminer dans un premier temps le Tenseur local en tout point de domaine, par la suite on utilise une intégrale pour additionner l'ensemble des tenseurs locaux.

Le tenseur de Maxwell est défini par le biais de ses composantes  $\tau_{jk}$  celles-ci sont données par la formule suivante.

$$\tau_{jk} = \mu \left( H_j \cdot H_k - \frac{1}{2} \delta_{jk} \left( H \right)^2 \right)$$
(IV.33)

Avec :

 $\mu$ : perméabilité du milieu (généralement air  $\mu = \mu_0$ ).

 $\delta_{ik}$ : coefficient de Kronecker

$$\delta_{jk} = \begin{cases} 1 & si \ j = k \\ 0 & si \ j \neq k \end{cases}$$

#### *H* : module du champ magnétique

 $H_i$  et  $H_k$ : composantes j et k du champ

On définit le tenseur du Maxwell comme suit

$$T = \begin{bmatrix} \vec{T}_1 \\ \vec{T}_2 \\ \vec{T}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \tau_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{bmatrix}$$
(IV.34)

Sachant que vecteur  $T_m$  est constitué de trois composantes :

$$F = \iint_{s} ([T].n).ds \tag{IV.35}$$

Où

n : représente la normale à la surface du conducteur.

*s* : étant la surface fermée entourant l'objet de volume V lequel nous voulons connaitre la force

F: la force globale

L'avantage de la méthode du tenseur de Maxwell réside dans l'utilisation d'un seul modèle d'éléments finis pour évaluer une seule force magnétique. Mais l'inconvénient réside dans l'énorme différence d'amplitude existante entre la composante normale et tangentielle du champ dans les machines électriques (La composante normale est beaucoup plus importante). Cela induit des pertes de précision lors du calcul [17].

#### IV.9. Présentation de l'outil de calcul utilisé

Nous avons défini précédemment une méthode théorique de calcul numérique de la machine synchrone à aimants permanents. Nous définissons dans cette partie, l'outil de calcul utilisé lors des différentes simulations.

Les calculs dans ce mémoire, sont effectués à l'aide d'un logiciel basé sur la méthode des éléments finis désigné par FEMM (Finite Element Method Magnetics). Ce logiciel employé pour le calcul par la méthode des éléments finis des problèmes électromagnétiques deux dimensions (2D) et articulé en trois parties appelées "pré-processeur", "processeur" et "post-processeur". A ces trois parties, il est possible d'ajouter le "mailleur", qui peut être externe au logiciel. Il est associé au processeur.

# Chapitre IV Méthode des Eléments Finis et Méthodes de Calcul des Forces Magnétiques

Dans le but de pouvoir modifier à notre guise les paramètres de la machine pour voir leur influence. FEMM, ne nous donne pas cette opportunité, par contre, il nous donne la possibilité de le commander par des programmes extérieurs. Nous définirons alors le post et le pré processeur à l'aide du langage LUA. Le script LUA est une partie de programme directement interprétée par FEMM, contenant des fonctions propres au logiciel.

# IV.9.1. Le Pré-processeur

Cet élément permet de définir la machine d'études à savoir :

- dessiner la géométrie de la machine avec des arcs ou des segments de droite
- définition du problème à savoir la nature du problème à résoudre (la fréquence, l'unité des grandeurs géométriques, la précision de calcul). Nous pouvons également définir la finesse du maillage.
- introduction des caractéristiques des différentes régions géométriques de la structure (propriétés magnétiques des matériaux)
- Cette partie nous donne aussi la possibilité d'introduire la valeur des courants
- introduction des conditions aux limites
- introductions des courbes de saturations dans le cas où elle est prise en compte.

### **IV.9.2.** Le processeur

Cet élément effectue la résolution du problème défini sur chaque élément de maillage en effectuant des itérations jusqu'à atteindre la précision imposée au pré-processeur. En chaque nœud, le potentiel vecteur est connu et à partir de là, les autres grandeurs sont déduites.

### **IV.9.3.** Le post-processeur

Une fois les résultats sont déterminés par le processeur, le post-processeur nous permet de récupérer les valeurs des grandeurs désirées (les flux, les inductions les valeurs de l'énergie, couples...) sous forme de fichiers numériques.

# Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre la méthode des éléments finis avec ces différentes étapes de mise en œuvre. Nous avons aussi illustrées les différentes méthodes d'évaluation des forces magnétiques, ainsi que les avantages et les inconvénients de chacune d'elles. En dernier, nous avons présenté l'outil de calcul (FEMM) mettant en œuvre la méthode théorique. Cette méthode et cette procédure de calcul seront appliquées, dans la suite de notre travail afin d'étudier une machine synchrone à aimants permanents dont la structure est à aimants insérées.

Chapitre V

Etude de la MSAP en Présence de Défauts dus à la désaimantation

# Introduction

Dans cette partie de notre travail, nous présenterons l'étude du comportement d'une machine synchrone à aimants permanents (MSAP) en présence de défauts dus à la désaimantation. L'étude est effectuée en établissant un programme LUA exécuté sous le logiciel FEMM. Le travail concernera l'étude de la machine à l'état sain et en présence de défauts. Le calcul portera essentiellement sur la détermination des grandeurs telles que le potentiel vecteur magnétique, les inductions magnétiques (normales et tangentielles) et le couple électromagnétique. Enfin, la confrontation des résultats obtenus dans le cas de la MSAP à l'état sain et ceux en présence de défauts.

# V.1. Présentation de la machine

La machine étudiée est une machine synchrone triphasé à aimants permanents insérés au niveau du rotor[8],[20]. Le stator encoché porte un bobinage régulièrement réparti sur sa périphérie et alimenté avec un courant nominal de 170 A sous une fréquence de 200 Hz. Elle est conçue pour une utilisation dans la gamme des puissances de 50 kW. La configuration géométrique de la machine en coupe transversale est donnée par la figure suivante :



Fig.V.1. Disposition géométrique des éléments de la MSAP en coupe transversale
#### V.2. Caractéristiques de la MSAP

#### A) Rotor

Les aimants permanents sont de type terres rares (Ne-Fe-B) insérés dans l'armature rotorique et maintenus par une couronne (en forme d'anneaux) fabriquée à base de carbone. Ils possèdent une aimantation parallèle et forment quatre pôles magnétiques.

#### **B)** Stator

 $J = I/S_{enc}K_r$ 

Le stator constitué d'un empilement de tôles ferromagnétiques, abrite dans ses encoches l'enroulement triphasé illustré par la figure (V.2). La densité de courant J est calculée comme suit :

S<sub>enc</sub> surface de l'encoche et K<sub>r</sub> le coefficient de remplissage de l'encoche



Fig.V.2. Représentation panoramique des conducteurs de l'enroulement triphasé

# V.3. Paramètres de la machine

# V.3.1. Paramètres physiques

les propriétés physiques relatives à la machine étudiée sont données par tableau ci-dessous [8],[20] :

Eléments de la MSAP	Perméabilité magnétique relative	Conductivité électrique $\times 10^{-7} [\Omega m]^{-1}$
Enroulement électrique (cuivre)	1	58
Aimants permanents (Ne-Fe-B)	1.1 B <sub>r</sub> =0.95	0.067
Couronne de maintient (fibre de carbone)	1	0.05

Tableau. V. 1. Propriétés magnétiques et électriques de la MSAP

La figure (V. 3) représente la caractéristique magnétique B=f(H) des tôles ferromagnétiques propres à la MSAP :



Fig.V.3. Caractéristique magnétique B=f(H) des ferromagnétiques

#### V.3.2. Paramètres géométriques

Les dimensions (en millimètres) de la machine sont données dans le tableau suivant [8],[20]:

Tableau .V.2. Propriétés géométriques de la MSAP

Désignation	Valeur	Désignation	Valeur
Diamètre extérieur stator	189	Largeur de la dent stator	3.5
Diamètre intérieur stator	110	Hauteur de la dent stator	20.7
Diamètre extérieur rotor	107.1	Epaisseur de la couronne de maintient	0.75
Diamètre intérieur rotor	46.6	Hauteur des aimants permanents	5
Longueur des tôles magnétiques	231	Envergure des aimants	65°
Hauteur de la fente d'encoche	0.9	Nombre d'encoches	48
Largeur de la fente d'encoche	1.5	Coefficient de remplissage	0.45

#### V.4. Procédures et étapes de calcul

L'ensemble du programme LUA exécuté sous le logiciel FEMM, que nous avons élaboré pour l'étude de la MSAP peut être schématisé par l'organigramme ci-contre :



Fig.V.4. Organigramme d'étude de la machine étudiée

#### V.4.1. Domaine d'étude de la machine

Le tracé géométrique complet de la structure étudiée, définie en deux dimensions [x,y], est réalisé en utilisant les commandes du langage LUA. Il est à noter que ces commandes sont relativement simples à exécuter tandis qu'une grande précision est requise pour les dimensions calculées analytiquement lors de l'introduction des données dans le programme. La nomination des régions et l'attribution des propriétés physiques pour chaque région de la machine sont également établies dans cette première étape (figure V.5).



Fig.V.5. Domaine d'étude de la machine associée aux conditions aux limites

#### V.4.2. Maillage de la structure

Le logiciel FEMM dispose d'un mailleur automatique et donne l'opportunité de choisir la taille des éléments du maillage pour une région donnée. Pour notre cas, la discrétisation est identique dans toutes les parties de la machine sauf au niveau de l'entrefer où le maillage employé est un peu plus fin. On dénombre 11408 nœuds et 22506 éléments triangulaires du premier ordre.



Fig.V.6. Maillage éléments finis 2D de la machine étudiée

# V.4.3. Formes différentielles des équations associées aux différentes régions de la MSAP en régime statique

• Au niveau des tôles ferromagnétiques

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu_{fer}} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\mu_{fer}} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) = 0$$
(V.1)

• Au niveau de l'entrefer

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu_{air}} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\mu_{air}} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) = 0$$
(V.2)

• Au niveau des aimants permanents

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu_{pm}} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\mu_{pm}} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) = \frac{\mu_0}{\mu_{pm}} \left( \frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right)$$
(V.3)

• Au niveau des conducteurs statoriques

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu_{cuivre}} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\mu_{cuivre}} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) = J_s$$
(V.4)

 $A_z$ : potentiel vecteur magnétique suivant la composante z

 $M_x \text{ et } M_y$ : aimantations suivant les composantes x et y respectivement

#### V.5. Résultats et interprétations

La résolution numérique par éléments finis des équations électromagnétiques précédentes, en imposant une condition de type Dirichlet  $(\vec{A}=0)$  sur tout le contour du domaine d'étude nous conduit à la connaissance de la distribution du potentiel vecteur magnétique ainsi que les inductions magnétiques dans toute la structure.

La figure (V.7.a) représente la distribution des isovaleurs du potentiel vecteur magnétique dû aux aimants permanents seuls. Cette figure montre qu'effectivement les aimants forment quatre pôles magnétiques dont les lignes sont réparties uniformément sur les différentes parties de la machine.



Fig.V.7.a. Isovaleurs du potentiel vecteur magnétique dû aux aimants permanents seuls

La figure (V.7.b) représente la distribution des isovaleurs du potentiel vecteur magnétique dû à l'effet combiné des aimants permanents et le courant d'alimentation. En effet, l'alimentation engendre à son tour un champ magnétique dont les lignes interagissent avec celles des aimants. Ces lignes se concentrent vers les dents et passent par la culasse statorique en suivant un chemin moins réluctant, c'est-à-dire qu'elles évitent les parties caractérisées par une faible perméabilité magnétique.



Fig.V.7.b. Isovaleurs du potentiel vecteur magnétique dû aux aimants et courants d'alimentation

La figure (V.8.a) illustre la répartition spatiale du module de l'induction due uniquement aux aimants permanents. Ces derniers diffusent un champ magnétique à travers la machine dont le module de l'induction atteint 1.36 T dans les dents situées en face du centre des aimants. Par ailleurs, la valeur de l'induction dans la région de l'entrefer est estimée à 0.7 T.



Fig.V.8.a. Répartition du module de l'induction magnétique due aux aimants seuls

On constate à partir de la répartition du module de l' induction magnétique donnée par la figure (V.8.b.) qu'il est plus important que le cas précédent (ceci est dû à l'effet de l'alimentation). On peut évaluer à 17.33% le taux de l'augmentation de la densité de flux par comparaison des valeurs crêtes des deux cas. Dans la région de l'entrefer, la valeur de l'induction atteint 0.9 T et variant de 0.87 T jusqu'à plus de 1.60 T dans les dents, la culasse ainsi qu'aux extrémités inférieures des aimants.





Fig.V.8.b. Variation du module de l'induction magnétique due aux aimants et aux courants

Nous présenterons les grandeurs magnétiques calculées dans l'entrefer en fonction des degrés mécaniques, dues aux aimants seuls (**a**) ainsi qu'aux aimants et courants d'alimentation (**b**). La figure (V.9.1) représente la distribution du potentiel vecteur magnétique.



Fig.V.9.1. Répartition du potentiel vecteur magnétique dans l'entrefer



La figure(V.9.2) représente la distribution du module de l'induction magnétique dans l'entrefer :

Fig.V.9.2. Répartition du module de l'induction magnétique dans l'entrefer

La figure(V.9.3) représente la distribution de la composante normale l'induction magnétique dans l'entrefer



Fig.V.9.3. Répartition de la composante normale de l'induction magnétique dans l'entrefer



La figure(V.9.4) représente la distribution de la composante tangentielle de l'induction magnétique dans l'entrefer :

Fig.V.9.4. Répartition de la composante tangentielle de l'induction magnétique dans l'entrefer Les grandeurs magnétiques gardent les mêmes formes dans les deux cas considérés tandis que la différence apparait sur leurs amplitudes.

La figure (V.9.1.) montre la disposition alternative des quatre pôles magnétiques au niveau de l'entrefer.

La figure (V.9.2.) dévoile l'apport de l'alimentation sur le module de l'induction (une croissance de 0.2 T). On observe l'effet des encoches sur l'état magnétique de l'entrefer où le niveau de l'induction enregistre une diminution relativement considérable dans les zones situées en face des encoches. Cela implique que l'amplitude de l'induction au niveau de l'envergure des aimants varie entre 0.65 T et 0.88 T.

La figure (V.9.3.) montre que les valeurs atteintes par l'induction normale coïncident avec celles du module ce qui démontre la conservation de la composante normale de l'induction magnétique. L'effet relatif aux encoches est également apparu dans ce cas.

La figure (V.9.4.) représente la composante tangentielle caractérisée par une amplitude de l'induction relativement moins importante (0.175 T) que la composante normale et des pics dont le nombre par pôle correspond approximativement au nombre d'encoches sous un pôle. Cette composante est à l'origine des couples pulsatoires.

# V.6. Etude et calcul des couples

Le calcul des couples par la méthode du tenseur de Maxwell à partir du programme LUA est effectué par rotation du rotor par rapport au stator à des pas angulaires fixes. Un remaillage du domaine d'étude est alors réalisé à chaque pas de déplacement.

Les figures (V.10.1), (V.10.2) et (V.10.3) représentent respectivement le couple de détente, le couple réluctant et le couple résultant :



Fig.V.10.1. Couple de détente



FigV.10.2. Couple réluctant



FigV.10.3. Couple résultant

La figure (V.10.1.) représente l'évolution du couple de détente sur un pas dentaire, quantifié par la suppression de l'alimentation. Le déplacement de l'aimant par rapport à sa position de symétrie vis-à-vis des encoches, induit un effort sur l'aimant dont la valeur de l'amplitude maximale du couple engendré est faible, à savoir 0.7 N.m.

La figure (V.10.2.) montre l'évolution du couple réluctant à travers toute la machine en considérant seulement l'effet des courants d'alimentation. Ce couple résulte de l'interaction des courants statoriques et de l'anisotropie rotorique. Il est plus important (17 N.m) que le couple de détente.

La figure (V.10.3.) représente le couple global, qui est la composition du couple d'interaction et du couple détente. Ce couple est beaucoup plus important (82 N.m) et constitue la grandeur essentielle quant au choix de la machine à utiliser.

#### V.7. Influence des cales magnétiques

Les cales magnétiques est l'une des techniques utilisée parmi plusieurs solutions qui ont été proposés par divers auteurs afin de réduire le couple de détente. Cette technique consiste à

insérer des cales dans l'ouverture des encoches. La perméabilité des cales est choisie de telle sorte qu'elle ne soit pas "trop grande" sinon les lignes de champ ne traversent pas les encoches et par conséquent, il y aura une diminution du flux.

La figure (V.11.1.) donne la superposition des deux courbes de l'induction normale relative à la machine avec et sans cales magnétiques. Elle montre que les cales minimisent les fluctuations de la répartition de l'induction au niveau de l'entrefer. Les cales permettent de réduire la variation brusque de la réluctance entre les encoches et les dents statoriques



Fig.V.11.1. Influence des cales sur l'induction magnétique

La figure (V.11.2) montre que les cales disposées au niveau des encoches réduisent l'amplitude du couple de détente. Elles contribuent ainsi à minimiser les fluctuations du couple résultant.



Fig.V.11.2. Influence des cales magnétiques sur les couples (détente et résultant)

#### V.8. Segmentation des aimants de la machine étudiée

Bien que la conception géométrique des aimants permanents influence sur les performances de la machine, l'opération de fragmentation de l'aimant en éléments élémentaires que nous avons réalisé maintient le niveau de l'induction relativement constant, du fait que les blocs restent toujours unis. L'objectif visé dans cette section étant d'introduire des défauts au niveau des aimants tout en gardant l'aimantation des blocs élémentaires parallèle. Nous procédons par la suite à la confrontation des résultats à ceux de la machine à l'état sain.



Fig.V.12. Coupe transversale de la machine à aimants fragmentés

#### V.9. Introduction des défauts dans la machine

Nous avons déjà exposé au cours du deuxième chapitre (II.6) les causes des défauts relatifs aux aimants permanents et nous avons compris la nécessité de tenir compte d'une possible démagnétisation des aimants durant leurs dimensionnements. Nous allons introduire des défauts qui se traduisent par l'annulation de l'induction rémanente dans des régions bien définies(blocs mentionnés en couleur verte) constituant l'aimant. Considérons deux types de défauts :

- Défauts symétriques
- Défauts asymétriques

# V.9.1. Défauts symétriques

Le premier défaut concerne la désaimantation totale des six blocs latéraux de chaque aimant.



Fig.V.13.1. Défauts(1)

Fig.V.13.2. Isovaleurs du potentiel vecteur magnétique





Fig.V.13.3. Répartition du potentiel vecteur magnétique

# b)Composante normale

# c)composante tangentielle



Fig.V.13.4. Répartition de la composante normale et tangentielle



Fig.V.13.5. Evolution du couple de détente et du couple résultant

- La conséquence de la désaimantation dans ce premier cas n'affecte pas d'une manière considérable la forme des courbes obtenues en comparaison avec la machine à l'état sain.
- La diminution de l'amplitude du potentiel vecteur magnétique (Fig.V.13.3) justifie la réduction de la densité de flux magnétique à travers l'entrefer.
- La désaimantation des parties latérales de l'aimant engendre un rétrécissement de l'espace occupé par un pôle magnétique. Nous remarquons également que l'aimant sauvegarde à l'endroit dont l'excitation est maintenue la même valeur crête d'induction 0.88 T. Cela est illustré par la figure (V.13.4.b).
- L'induction tangentielle arbore des pics plus importants dans la zone dépourvue d'aimantation (Fig.V.13.4.c).
- L'aspect alternatif du couple de détente a pour origine l'influence de la variation de la largeur d'entrefer (dents et encoches). La disposition des aimants par rapport à l'armature encochée détermine l'allure de l'onde du couple de détente ainsi s'explique l'inversion du couple relatif au défaut (Fig.V.13.5.d).
- Le volume de l'aimant étant réduit par cette désaimantation, le couple développé par la machine, pourvu d'ondulations en raison des pics enregistrés par l'induction tangentielle affiche une nette diminution estimée à 50 % (Fig.V.13.5.e).

Le deuxième défaut concerne la désaimantation totale de quatre fragments axiaux de chaque aimant.



Fig.V.14.1. Défauts(2)



Fig.V.14.2. Isovaleurs du potentiel vecteur magnétique

# a)Potentiel vecteur magnétique



Fig.V.14.3. Répartition du potentiel vecteur magnétique

#### b)Composante normale

c)composante tangentielle



Fig.V.14.4. Répartition de la composante normale et tangentielle

#### d)couple de détente

e)couple résultant



Fig.V.14.5. Evolution du couple de détente et du couple résultant

- Le potentiel vecteur magnétique pour ce deuxième cas (Fig.V.14.3) présente un décalage en plus de la diminution par rapport à l'état sain.
- La désaimantation des parties axiales de l'aimant (Fig.V.14.3.b) génère également un rétrécissement de l'espace occupé par un pôle magnétique mais l'occupation reste relativement importante par rapport au cas du premier défaut.
- L'effet produit par le défaut sur l'allure de l'induction tangentielle est minime (Fig.V.14.3.c) même si des pics sont observés dans la zone où l'aimantation est considérée nulle.
- Sachant que le couple de détente est influencé par l'effet des extrémités des aimants, la valeur atteinte par celui-ci (2.5 N.m) est expliquée par le dédoublement du nombre d'aimants distincts (huit aimants). Le même positionnement des aimants face au stator a fait que les deux courbes forment les mêmes alternances.
- Le couple développé est également réduit dans ce cas (évalué à 57 N.m), soit une diminution de 25 N.m (Fig.V.14.5.e)

# V.9.2. Défauts asymétriques

Le premier défaut concerne la désaimantation de la partie gauche du deuxième aimant ainsi que la partie haute du troisième aimant.



Fig.V.15.1. Défauts(1)





# a)Potentiel vecteur magnétique



Fig.V.15.3. Répartition du potentiel vecteur magnétique

# b)Composante normale

# c)composante tangentielle



Fig.V.15.4. Répartition de la composante normale et tangentielle



# e)couple résultant



Fig.V.15.5. Evolution du couple de détente et du couple résultant

- Le potentiel vecteur magnétique sauvegarde et la forme et l'amplitude sauf à l'endroit où le défaut affecte la machine (Fig.V.15.3).
- La désaimantation des blocs élémentaires constituant les aimants perturbe la distribution régulière de l'induction normale (Fig.V.15.4.b).
- Les pics sont uniquement apparus dans la zone affectée avec une légère amplitude par rapport aux zones non affectées (Fig.V.15.4.c).
- L'allure des couples de détente sont quasiment identiques mais l'écart constaté en terme d'amplitude est justifié par la réduction du volume de l'aimant.
- Le couple développé est également réduit mais sensiblement en comparaison avec les courbes des autres défauts tandis que les formes présentent des similitudes (Fig.V.15.5.e.)

Le deuxième défaut concerne la désaimantation des parties axiales de deux aimants mais d'une manière différente.



Fig.V.16.1. Défauts(2)



Fig.V.16.2. Isovaleurs du potentiel vecteur magnétique

# a)Potentiel vecteur magnétique



Fig.V.16.3. Répartition du potentiel vecteur magnétique

# b)Composante normale

c)composante tangentielle



Fig.V.16.4. Répartition de la composante normale et tangentielle

#### d)couple de détente

e)couple résultant



Fig.V.16.5. Evolution du couple de détente et du couple résultant

- Le potentiel vecteur magnétique pour ce deuxième cas présente un décalage en plus de la diminution au niveau des pôles qui comportent les imperfections (Fig.V.16.3).
- -
- L'annulation d'une manière distincte de l'aimantation pour les parties axiales des aimants génère une répartition non homogène de la composante normale de l'induction(Fig.V.16.4.b).
- L'effet produit par le défaut sur l'allure de l'induction tangentielle est insignifiant (Fig.V.16.4.c).
- L'annulation de deux parties dans deux pôles différents a crée comme un ajout du nombre d'aimants pour en atteindre six. Se traduisant ainsi par une augmentation de 50% de la valeur du couple de détente vu le nombre d'extrémités des aimants (Fig.V.16.5.d).
- La désaimantation s'effectuant au milieu des deux aimants mais à des volumes plus petits engendre plus d'ondulations et garde presque le même niveau quant au flux dégagé par la machine sauvegardant ainsi le couple développé (Fig.V.16.5.e).

#### Conclusion

Les résultats de simulation nous ont permis de se rendre compte de l'état magnétique de la machine. Nous avons fait le constat sur l'état de la distorsion des formes des inductions magnétiques ainsi que la chute du module de l'induction magnétique en considérant les défauts dus à la désaimantation. Ces défauts font augmenter l'effet des extrémités, entraînant par conséquent une augmentation du couple de détente, gênant pour le fonctionnement. A l'état sain, la machine étudiée présente un couple réluctant d'environ 21% du couple global ce qui justifie la saillance de ce type d'actionneurs.

Conclusion Générale

# **Conclusion générale**

Nous nous somme intéressés dans ce mémoire à l'étude du comportement d'une machine synchrone à aimants permanents insérés fonctionnant en présence de défauts dus à la désaimantation.

La modélisation par éléments finis abordée dans ce travail contribue d'une manière efficace dans le développement de l'exploitation de la CAO au niveau des machines électriques. Elle permet de tenir compte d'une manière assez détaillée de la complexité du problème, que se soit pour la géométrie ou pour la formulation du problème.

L'élaboration d'un programme LUA exécuté sous le logiciel FEMM nous a permis d'étudier l'évolution dans le plan [X,Y] du potentiel vecteur magnétique, inductions magnétiques (normale et tangentielle) ainsi que les différents couples développés par ce type de machine (de détente, réluctant et résultant).

La saillance de cette machine se traduit par un couple réluctant qui atteint les 21% du couple total tandis que son couple de détente avoisine les 1 N.m et causant de fait des ondulations pour le couple résultant.

Une fragmentation des aimants est opérée dans le but d'introduire des défauts dus à la désaimantation. La confrontation des résultats relatifs aux défauts par rapport aux résultats obtenus de la machine à l'état sain nous ont permis de constater les impacts néfastes sur la répartition régulière des inductions magnétiques et la diminution de leurs amplitudes, ce qui affecte les performances de la machine qui se traduisent par la réduction du couple résultant et l'augmentation du couple de détente entraînant des fluctuations considérables. D'où l'intérêt de la prise en compte de toute probable désaimantation dans le dimensionnement des machines à aimants permanents.

Nous avons pu comprendre au terme de ce travail, que les aspects liés à l'étude des machines électriques à aimants permanents fonctionnant en présence de défauts sont multiples. Ces aspects doivent impliquer d'autres types de défauts, à l'instar des défauts électriques (courtcircuit..), défauts thermiques (échauffement), défauts mécaniques(vibrations)...

84

# Bibliographie

# Bibliographie

[1] F.Leprince-Ringuet, « aimants permanents, matériaux et applications », Technique de l'ingénieur, traité de génie électrique Doc D2100.

[2] L. Ben mouhoub et M. Belharet, « modélisation d'une machine synchrone à aimant permanent par la méthode des éléments finis », mémoire d'ingénieur, UMMTO, 2005.

[3] R.Lateb, « modélisation des machines asynchrones et synchrone à aimants avec prise en compte des harmoniques d'espace et de temps », mémoire de magister, EMP Alger, 2006.

[4] F.Bernot, « machine à courant continu et fonctionnement », Technique de l'ingénieur, traité de génie électrique D3555.

[5] A.Genon et W.Legros, « machines électriques », Hermes sciences europe, 2000.

[6] T.WildiI et G.Sybille, «électrotechnique », 4eme édition de Boeck, 2005.

[7] Y .Boutoura, «calcul d'une BDCM excitée par des aimants à aimantation parallèle», mémoire de magister, UMMTO, 2000.

[8] S. Nait Larbi et H. Gahlouze, « contribution au diagnostic et à la modélisation 2-D par éléments finis des phénomènes électromagnétiques et thermiques dans les machines synchrones à aimants permanents à flux radial», mémoire d'ingénieur, UMMTO, 2006.

[9] G.Lacroux, «les aimants permanents», technique et documentation-Lavoisier, 1989.
[10] L. Hadjout, « analyse des performances électromagnétiques d'une machine synchrone autopilotée à aimants à, rotor lisse », mémoire de magister, ENP Alger, 1994.

[11] B.Boukais, «analyse des performances statiques et dynamiques de deux BDCM de faibles puissances ». mémoire de magister, UMMTO, 2001.

[12] F.Leprince-Ringuet, « aimants permanents, matériaux et applications », Technique de l'ingénieur, traité de génie électrique Doc D2100.

[13] H.Gruningen, «informations sur les matériaux magnétique », site internet : ww.maurermagnetic.com, maurer-magnetic AG, 2002.

[14] J.Gabay, « traité d'électricité et de magnétisme », site internet : ww.wikipedia.com,1989.

[15] A. Diche, « développement des modèles de transformations pour l'étude des capteurs à courants de Foucault », mémoire de magister, UMMTO, 2003.

[16] L.Neel, « aimants et magnétisme », site internet : ww.magnetosynergie.org, 2005

[17] M.Zaouia, « mise en œuvre d'un modèle de couplage de phénomènes électriques en régime transitoire avec prise en compte du mouvement », mémoire de magister, EMP Alger, 2001.

[18] J.L. Couloumb et J.C. Sabonnadiere, «CAO en électrotechnique », Hermes publishing, 1985.

[19] M. Jufer, « circuits magnétiques », Technique de l'ingénieur, traité génie électrique Doc D1050.

[20] J. Lindstrom, « thermal model of a permanent-magnet motor for hybrid electric vehicle», department of electric power engineering Chalmers university of technology Goteborg, sweeden,1999.