

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET
POPULAIRE**

**Ministère de l'Enseignement Supérieure
Et de la Recherche Scientifique**

Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou

Faculté de Génie de la construction

Département de Génie Mécanique



MEMOIRE DE FIN D'ETUDES

EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME

Master académique

Option : Construction mécanique

THÈME

Analyse expérimentale et numérique des contraintes

Développées dans différents types de contact

Présenté par :

Hammar Meziane

Promoteur :

Mr A. Bilek

Co-promoteur :

Mr M. Beldi

Soutenue le : 30.09.2024 devant le jury composé de :

Président : Mr S. Djebali

Examineur : Mr K. Hachour

Promotion 2024

Remerciements

Je remercie tout d'abord le bon dieu de m'avoir montré le chemin de la science et m'avoir donné le courage, la force et la volonté pour l'élaboration de ce travail.

J'adresse mes remerciements les plus vifs pour mon promoteur Mr A. BILEK pour avoir accepté de m'encadrer, proposé et superviser mon travail.

Je remercie mon Co-promoteur Mr M. BELDI pour le soutien qu'il m'a accordé et pour ses précieux conseils et orientations au long de ce projet.

Je remercie vivement les membres du jury qui m'ont fait l'honneur d'examiner et de juger mon travail : Mr DJEBALI et Mr K. HACHOUR.

Je remercie les responsables de la bibliothèque du département génie mécanique pour leurs disponibilités.

Je me dois de remercier bien comme il le faut tous les enseignants qui ont contribué à ma formation et à l'enrichissement de mon enseignement.

SOMMAIRE

Introduction générale.....	1
I. Etude bibliographique.....	2
I.1 Introduction.....	2
I.2 Le problème du contact mécanique.....	2
I.3 Différentes formes de contact	3
I.4 Contact de hertz.....	3
I.4.1 Introduction.....	3
I.4.1 Principales hypothèses associées au contact de Hertz	4
I.4.2 Solution analytique.....	5
I.4.3 Contraintes développées dans un contact de hertz	7
I.5 Les méthode d'analyse pour la mécanique des contacts.....	8
I.5.1 Méthode expérimentale.....	8
I.5.2 Méthode numérique.....	14
I.6 Quelques types de contacts	17
I.6.1 Contact sans frottement	17
I.6.2 Contact avec frottement.....	18
I.6.3 Contact conforme	19
I.6.4 Contact non-conforme	21
I.6.5 Contact avec retrait.....	22
I.7 Quelques travaux réalisés dans le problème de contact	25
I.8 Conclusion	28
II. La photoélasticimétrie	29
II.1 Introduction	29
II.2 La photoélasticité et la photoélasticimétrie	30
II.3 Comportement de la lumière :	30
II.4 Polarisation de la lumière	31
II.5 Lumière monochromatique	32
II.6 Isotropie et anisotropie	33
II.7 La Biréfringence.....	33
II.7.1 La biréfringence naturelle.....	33
II.7.2 La biréfringence accidentelle	34
II.8 Banc expérimental de photoélasticimétrie.....	35
II.9 Le polariscope à lumière plane.....	35

II.10	Le polariseur à lumière circulaire.....	38
II.11	La photoélasticité par réflexion.....	42
II.12	Tracé des isostatiques.....	42
II.13	Lois de similitude prototype modèle.....	43
II.14	Conclusion.....	44
III.	Analyse expérimentale et numérique des contraintes développées dans différents types de contact.....	45
III.1	Introduction.....	45
III.2	Dispositif expérimental.....	45
III.3	Détermination de la constante de frange.....	46
III.3.1	L'application d'essai de flexion 4 points.....	46
III.3.1.1	Identification du modèle.....	46
III.3.1.2	Principe et procédure de détermination de la constante de frange.....	46
III.3.1.3	Calcul du moment fléchissant M_f	47
III.3.1.4	L'ordre de frange N	48
III.3.1.5	Calcul de la constante de frange.....	49
III.4	Analyse numérique et expérimentale des contraintes sur un disque comprimé :.....	50
III.4.1	Etude expérimental :.....	50
III.4.1.1	Introduction.....	50
III.4.1.2	Visualisation du réseau d'isochromes.....	51
III.4.1.3	Calcul de la valeur de τ max suivant le segment [AB].....	52
III.4.1.4	Les franges isoclines expérimentales :.....	54
III.4.2	Étude Numérique :.....	55
III.4.2.1	Calcul des champs de contraintes à l'aide du logiciel CASTEM 2000.....	55
III.4.2.2	La variation de la contrainte de cisaillement maximale le long de la droite [AB].....	55
III.4.2.3	Les franges isoclines obtenus par CASTEM.....	56
III.4.3	Comparaison des résultats.....	57
III.4.3.1	Superposition des courbes.....	57
III.4.3.2	Comparaisons des réseau d'isochromes.....	58
III.4.3.3	Comparaison des franges isoclines.....	59
III.4.3.4	Une autre Comparaison des franges isoclines :.....	59
III.4.4	Discussion des résultats.....	60
III.5	Analyse numérique et expérimentale des contraintes Un cylindre rigide sur un plan déformable.....	61
III.5.1	Etude expérimental.....	61

III.5.1.1	Dispositif de chargement	61
III.5.1.2	Identification du modèle.....	62
III.5.1.3	Vérification du modèle	62
III.5.1.4	Visualisation du réseau isochromes :.....	63
III.5.1.5	Calcul des valeurs de la différence des contraintes principales sur le segment [AB] 64	
III.5.1.6	Visualisation des franges isoclines	65
III.5.2	Étude Numérique :.....	66
III.5.2.1	Visualisation des isochromes.....	67
III.5.2.2	Visualisation des franges isoclines	67
III.5.2.3	La variation de la contrainte de cisaillement maximale le long de la droite [AB]	68
III.5.3	COMPARAISON DES RESULTATS	69
III.5.3.1	Comparaison des isochromes	69
III.5.3.2	Comparaison des isoclines	70
III.5.3.3	Superposition des courbes numériques et expérimentales.....	71
III.5.4	Discussion des résultats	71
III.6	Conclusion.....	71
Conclusion générale		72

NOMENCLATURE ET SYMBOLES

P : la charge normale [N/mm].

$p(x)$: la distribution de pression dans le contact [MPa].

E^* : Le Module d'Young équivalent [MPa].

R^* : Le rayon équivalent [mm].

b : la demi-largeur de contact [mm].

τ_{\max} : Contraintes de cisaillement maximales.

E : Le vecteur de champ électrique.

E_x et E_y : Le vecteur de champ électrique dans le plan x, y .

A : amplitude du vecteur lumineux.

λ : fréquence de la lumière.

t : temps.

c : vitesse de propagation de la lumière.

f : longueur d'onde.

ω : pulsation de la lumière.

ϕ : le retard de phase.

k : le vecteur d'onde.

δ : le retard optique.

n_2 et n_1 : les indices de réfraction principaux.

σ_1 et σ_2 : les contraintes principales.

e : épaisseur de la pièce en [mm].

Z : Direction de propagation.

C : Constante optique relative du matériau biréfringent.

C_1, C_2 : Constantes photoélastiques absolues du matériau.

C_0 : La vitesse de la lumière dans le vide.

V : vitesse de la lumière dans le milieu considéré.

N : Ordre de frange du modèle.

f : Constante de frange du modèle.

α : Angles de rotation des polaroids.

X : Axe du polariseur.

Y : Axe de l'analyseur.

$I(x, y)$: Intensité lumineuse.

ψ : angle par rapport au système (x, y) .

E : Module de Young de l'époxy.

ν : Coefficient de Poisson.

Liste des figures

FIGURE I-1:DEFORMATION ET CHAMP DES PRESSIONS DANS UN CONTACT ETROIT.....	4
FIGURE I-2:EXEMPLES D'APPLICATIONS.....	4
FIGURE I-3:ZONE DE CONTACT DE HERTZ.....	6
FIGURE I-4:PROBLEME DE CONTACTE DE HERTZ.....	6
FIGURE I-5:COURBES D'ISO-CONTRAINTE TMAX. [5].....	7
FIGURE I-6:VUE EN PHOTOELASTICITE (A) ET ISO-CONTRAINTE TANGENTIELLES (B) [5]	8
FIGURE I-7: PRINCIPE DE LA PHOTOELASTICIMETRIE.	9
FIGURE I-8:FRANGES ISOCHROMATIQUES, SIMULEES (A DROITE) ET EXPERIMENTALES (A GAUCHE).	10
FIGURE I-9:SUPERPOSITION DES GRAPHES NUMERIQUES ET EXPERIMENTAUX.	10
FIGURE I-10:SUPERPOSITION DES ISOCLINES OBTENUES NUMERIQUEMENT ET TRAITEES AVEC PHOTOSHOP AVEC LEURS CORRESPONDANTES OBTENUES EXPERIMENTALEMENT. [10].....	11
FIGURE I-11:DECOUPAGE OPTIQUE A L'AIDE DE DEUX PLANS LASER.[8]	12
FIGURE I-12:FRANGES OBTENUES EXPERIMENTALEMENT LE LONG D'UNE SPHERE EN ISOLANT DES TRANCHES DE DIFFERENTES D'ÉPAISSEURS.....	12
FIGURE I-13:FRANGES OBTENUES EXPERIMENTALEMENT ET PAR ELEMENTS FINIS.	13
FIGURE I-14:DIFFERENCE DES CONTRAINTE PRINCIPALES POUR UNE TRANCHE DE 8 MM SITUÉ LE LONG DE LA DIRECTION DE LA CHARGE.[9]	13
FIGURE I-15:MAILLAGES DES MODELES	15
FIGURE I-16:MODELISATION DU CONTACT SPHERIQUE PAR LA MEF[20]	15
FIGURE I-17:LA ZONE DE CONTACT (ECHELLE 1X10MM), (A) CAS SANS FROTTEMENT. [16]	18
FIGURE I-18:LA ZONE DE CONTACT (ECHELLE 1X10MM), (B) CAS AVEC FROTTEMENT. [16].....	18
FIGURE I-19:LES FRANGES ISOCHROMES EN CHAMP CLAIR OBTENUES A L'AIDE DU PROGRAMME CASTEM.	19
FIGURE I-20:RESEAU ISOCHROMES OBSERVE SUR LE POLARISCOPE PENDANT.....	20
FIGURE I-21:LES FRANGES ISOCHROMES DE LA ZONE DE CONTACT OBSERVEES SUR LE POLARISCOPE ET L'AUTRE OBTENUES A L'AIDE DU PROGRAMME CASTEM [15]	21
FIGURE I-22:SUPERPOSITION DE LA COURBE NUMERIQUE ET DE LA COURBE EXPERIMENTALE.	22
FIGURE I-23:ÉLÉMENTS DE LA ROTULE AVEC UN MONTAGE DE PHOTOELASTICIMETRIE 3D.	23
FIGURE I-24:FRANGES PHOTOELASTIQUES POUR UNE CHARGE DE 500 DAN, (A) EXPERIMENTALES ET (B) NUMERIQUES SUR LE BORD, (C) EXPERIMENTALES ET (D) NUMERIQUES DANS LE PLAN MEDIAN[14]	23
FIGURE I-25:FRANGES PHOTO ELASTIQUES POUR UNE CHARGE DE 1000 DAN, (A) EXPERIMENTALES ET (B) NUMERIQUES SUR LE BORD, (C) EXPERIMENTALES ET (D) NUMERIQUES DANS LE PLAN MEDIAN [14]	24
FIGURE I-26:ISOCLINES OBTENUES SUR LE POLARISCOPE EN LUMIERE PLANE [13]	24
FIGURE I-27:ÉLÉMENTS FINIS DU CYLINDRE ET DE LA PLAQUE	25
FIGURE I-28:REPARTITION DE LA CONTRAINTE NORMALE DANS LA DIRECTION DE L'AXE Y A GAUCHE ET LA REPARTITION DE LA CONTRAINTE NORMALE DANS LA DIRECTION DE L'AXE X A DROITE.....	26
FIGURE I-29:UNE SPHERE RIGIDE SUR UN PLAT DEFORMABLE.	26
FIGURE I-30:MODELE MAILLE	27
FIGURE I-31:TRACE DE LA CONTRAINTE EN FONCTION DU MODULE TANGENT POUR DIFFERENTS MATERIAUX.	27
FIGURE II-1 :PRINCIPE DE LA PHOTOELASTICIMETRIE. [21]	29
FIGURE II-2 :PROPAGATION DES DEUX CHAMPS ELECTRIQUE ET MAGNETIQUE.....	30
FIGURE II-3:SCHEMATISATION DE LA POLARISATION DE LA LUMIERE (A) POLARISATION ELLIPTIQUE ; (B) POLARISATION RECTILIGNE ; (C) POLARISATION CIRCULAIRE	32
FIGURE II-4:PROPAGATION D'UNE ONDE A TRAVERS UNE MATIERE BIREFRINGENTE	33
FIGURE II-5:PHENOMENE DE BIREFRINGENCE NATURELLE.	34

FIGURE II-6:SCHEMA SIMPLIFIE D'UN POLARISCOPE A LUMIERE RECTILIGNE	35
FIGURE II-7:OBTENTION D'UNE LUMIERE POLARISEE CIRCULAIRE A L'AIDE D'UNE LAME QUART D'ONDE	39
FIGURE II-8/ SCHEMA SIMPLIFIE D'UN POLARISCOPE A LUMIERE CIRCULAIRE	40
FIGURE II-9:POLARISCOPE A REFLEXION.	42
FIGURE II-10:TRACE DES ISOSTATIQUES A PARTIR DES ISOCLINES.....	43
FIGURE III-1:POLARISCOPE PAR TRANSMISSION.	45
FIGURE III-2:EPROUVETTE DE L'ESSAI DE FLEXION	46
FIGURE III-3:LES FRANGES ISOCHROMES OBTENUES EN FLEXION.....	47
FIGURE III-4:DIAGRAMME DU MOMENT FLECHISSANT.....	48
FIGURE III-5:RELEVÉ DE L'ORDRE DE FRANGE AU BORD DE L'ÉPROUVETTE.....	48
FIGURE III-6:DISQUE EN EPOXY SOUMIS A AUCUNE FORCE.....	50
FIGURE III-7:RESEAU D'ISOCHROMES AVEC DES FRANGES ISOCLINES OBSERVE SUR LE POLARISCOPE	51
FIGURE III-8:RESEAU D'ISOCHROMES OBSERVE SUR LE POLARISCOPE.....	52
FIGURE III-9:GRAPHE EXPERIMENTALEMENT LE LONG DE LA DROITE [AB]	53
FIGURE III-10:LES FRANGES ISOCLINES EXPERIMENTALES (0°,10°, 30°, 20°, 30°ET 45°).	54
FIGURE III-11:LES FRANGES ISOCHROMES SIMULEES EN CHAMP OBSCUR.....	55
FIGURE III-12:EVOLUTION DE (T MAX) RELEVÉE NUMERIQUEMENT LE LONG DE LA DROITE AB	56
FIGURE III-13:LES FRANGES ISOCLINES RELEVÉES NUMERIQUEMENT (0°,10°, 30°, 20°, 30°ET 45°).....	56
FIGURE III-14:SUPERPOSITION DE LA COURBE NUMERIQUE ET DE LA COURBE EXPERIMENTALE.....	58
FIGURE III-15:ISOCHROMES RELEVÉES EXPERIMENTALEMENT ET ISOCHROMES SIMULEES A L'AIDE DU LOGICIEL CASTEM2000 TRAITEES AVEC PHOTOSHOP.....	58
FIGURE III-16:SUPERPOSITION DES ISOCLINES OBTENUES NUMERIQUEMENT AVEC LEURS CORRESPONDANTES OBTENUES EXPERIMENTALEMENT.	59
FIGURE III-17:ISOCLINES OBTENUS NUMERIQUEMENT ET EXPERIMENTALEMENT (0°) ET (45°).	59
FIGURE III-18:DISPOSITIF DE CHARGEMENT	61
FIGURE III-19:REPRESENTATION DU CONTACT ENTRE LES DEUX PIECES.....	62
FIGURE III-20:OBSERVATION DES CONTRAINTES RESIDUELLES	62
FIGURE III-21:RESEAU D'ISOCHROMES OBSERVE SUR LE POLARISCOPE.....	63
FIGURE III-22:RESEAU DES ISOCHROMES ET DE L'ORDRE DES FRANGES	64
FIGURE III-23:EVOLUTION DE (T MAX) RELEVÉE NUMERIQUEMENT LE LONG DE LA DROITE AB	65
FIGURE III-24:LES FRANGES ISOCLINES RELEVÉES EXPERIMENTALEMENT	66
FIGURE III-25:REPRESENTATION DE LA DEFORMATION.	67
FIGURE III-26:TRACE DES ISOCHROMES ET ISOCHROMES TRAITEES AVEC PHOTOSHOP (NOIR ET BLANC).....	67
FIGURE III-27:LES FRANGES ISOCLINES OBTENUS PAR CASTEM.....	68
FIGURE III-28:LA VARIATION DE LA CONTRAINTE DE CISAILLEMENT MAXIMALE LE LONG DE LA DROITE [AB]	68
FIGURE III-29:ISOCHROMES RELEVÉES EXPERIMENTALEMENT ET NUMERIQUEMENT.	69
FIGURE III-30:SUPERPOSITION DE L'ISOCLINE OBTENUE NUMERIQUEMENT AVEC SA CORRESPONDANTE OBTENUE EXPERIMENTALEMENT	70
FIGURE III-31:SUPERPOSITION DES COURBES NUMERIQUES ET EXPERIMENTALES	71

Liste des tableaux

TABLEAU I-1: DIFFERENTES FORMES DE CONTACTE.....	3
TABLEAU I-2 :ARCHITECTURE GENERALE POUR RESOUDRE UN PROBLEME AVEC CASTEM.[17].....	17
TABLEAU III-1:VALEURS DES CONTRAINTES DE CISAILLEMENT MAXIMALE (T MAX) RELEVEE SUIVANT [AB]	53
TABLEAU III-2:VALEURS DE (T MAX) RELEVEE SUIVANT [AB].....	65

Introduction générale

Dans un monde de plus en plus concurrentiel, les industriels doivent sans cesse améliorer la qualité de leurs produits tout en réduisant leurs coûts pour éviter de disparaître. L'avènement de l'informatique leur offre la possibilité de modéliser et de simuler numériquement un nombre croissant de phénomènes. Les industriels investissent massivement dans ces nouveaux outils, qui sont moins coûteux que des essais réels. Ceux-ci permettent de tester différents matériaux, diverses configurations, de nouveaux procédés et de comprendre les mécanismes en jeu, le tout dans un monde virtuel sans impact sur le monde réel.

L'étude des contacts mécaniques est très importante pour la bonne résolution de nombreux problèmes tels que les transmissions de mouvements. Les champs de contraintes développées dans les structures mécaniques sont régis par des équations aux dérivées partielles. La résolution de ces dernières peut être faite, expérimentalement ou numériquement.

L'approche numérique qui est basée sur la méthode des éléments finis est très répandue de nos jours vu sa fiabilité et sa rapidité d'exécution. Pour notre travail nous avons choisi le logiciel CASTEM 2000 pour l'étude numérique. Par contre l'approche expérimentale est couramment utilisée dans l'industrie, elle permet de visualiser l'état de contraintes du matériau. Parmi ces techniques expérimentales la photoélasticimétrie, c'est une méthode optique basée sur l'utilisation des matériaux biréfringents. Elle permet d'obtenir un champ de franges isoclines et isochromes. Les isoclines et les isochromes nous permettent de déterminer respectivement les trajectoires des directions principales appelées isostatiques et les valeurs des contraintes. Une comparaison des résultats expérimentaux et numériques nous permettra de tirer des conclusions sur les contacts.

Le travail effectué dans le cadre de ce mémoire est réparti en trois chapitres. Le premier chapitre porte sur les différents travaux réalisés sur l'analyse des contraintes dans le problème de contact, Plusieurs cas sont présentés : contact cylindre sur plan, contact sphère sur plan....

Dans le deuxième chapitre on a présenté quelques rappels sur le Comportement de la lumière, et nous avons expliqué les différentes configurations de polariscope et l'utilisation de la biréfringence dans la photoélasticimétrie.

Dans le troisième chapitre sont présentés les différents essais expérimentaux sur le polariscope. Les résultats numériques des simulations faites sur le logiciel CASTEM sont comparés aux graphes et images des franges obtenues expérimentalement.

I. Etude bibliographique

I.1 Introduction

Dans la majorité des mécanismes, la transmission des efforts pendant le fonctionnement se fait par l'intermédiaire des surfaces de liaison. La détermination des pressions de contact à ces surfaces est un problème complexe, car elle dépend de la géométrie des surfaces en contact et de la nature de la déformation des matériaux impliqués.

Cette complexité résulte de la nécessité de prendre en compte plusieurs facteurs, notamment la forme des surfaces de contact (plane, courbe, etc.), les propriétés mécaniques des matériaux (rigidité, élasticité, etc.), ainsi que les conditions de charge (type et amplitude des forces appliquées). Ces facteurs interagissent de manière complexe, rendant difficile l'établissement d'un modèle universel de calcul des pressions de contact.

En pratique, les ingénieurs au bureau d'études utilisent divers modèles simplifiés pour estimer les pressions de contact. Ces modèles sont basés sur des hypothèses qui simplifient la réalité, mais qui permettent de réaliser des calculs pratiques et utiles. Par exemple, pour les contacts où la surface commune est petite (contact étroit), des modèles spécifiques sont utilisés pour analyser la distribution des pressions sur une zone limitée. De même, pour les contacts où la surface commune est grande (contact large ou étendu), d'autres modèles sont appliqués pour estimer les pressions sur des surfaces plus étendues.

L'objectif final pour le concepteur est de dimensionner les liaisons de manière optimale, en s'assurant que les pressions de contact restent dans des limites acceptables. Cela garantit la fiabilité et la durabilité du mécanisme, en évitant des déformations excessives ou des défaillances prématurées des composants en contact. Par conséquent, une bonne compréhension des pressions de contact et une utilisation judicieuse des modèles de calcul sont essentielles pour la conception efficace et sûre des mécanismes.

I.2 Le problème du contact mécanique

La mécanique des contacts traite les milieux élastiques, viscoélastiques ou plastiques lors de contacts statiques ou dynamiques. Le problème du contact est abordé par l'une des branches de la mécanique des milieux continus à savoir la mécanique des solides déformables. Cette dernière traite le comportement mécanique des matériaux solides, en particulier leurs mouvements et leurs déformations sous l'action de force, de changements de température. Pour

résoudre ce type de problème, il convient de déterminer le champ de contrainte et le champ de déformation du solide. Ainsi, les outils mathématiques nécessaires sont : *équations d'équilibre, lois de comportement et équation de compatibilité.*

Elle peut être appliquée dans différents domaines tel que le contact roue-rail, les embrayages, les freins, les pneumatiques, les paliers et roulements, les moteurs à combustion, les liaisons mécaniques, les joints, les machines de production, le soudage par ultrasons, les contacts électriques et bien d'autres. [3]

I.3 Différentes formes de contact

Dans un mécanisme, quand une pièce est en contact avec une autre, il y a entre ces deux pièces une liaison mécanique. Cette pièce est en mouvement par rapport à une autre lorsqu'elle change de position initiale suite à une sollicitation par une force ou un couple.

On peut distinguer 3 types de contacts entre solides :

- Contact ponctuel
- Contact linéaire (la ligne n'est pas forcément une droite)
- Contact surfacique Dans ce cas les surfaces de contact sont le plus souvent : planes / cylindriques / sphériques ...




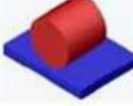

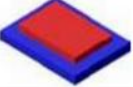
	Plan	Cylindre	Sphère
Sphère			
Cylindre			
Plan			

Tableau I-1: différentes formes de contacte.

I.4 Contact de hertz

I.4.1 Introduction

Lorsqu'on presse une sphère dure sur un plan constitué d'un matériau mou, on constate une déformation localisée autour du point théorique de contact, ainsi qu'une augmentation de la surface réelle de contact.

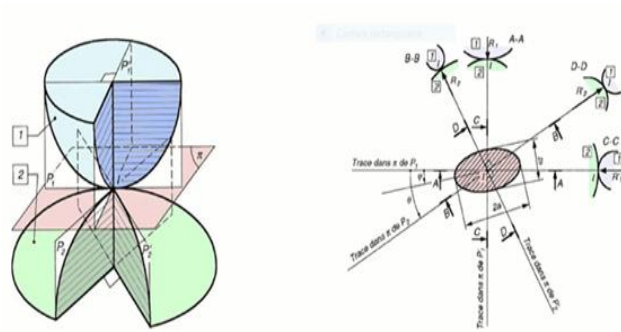


Figure I-1: Déformation et champ des pressions dans un contact étroit

On pourra déterminer, pour un contact nominale non surfacique, la contrainte dans la zone de contact en fonction des paramètres qui sont la force appliquée, la géométrie locale autour du contact et les caractéristiques mécaniques des matériaux. La théorie du contact de Hertz permet également de fournir le déplacement sous charge de l'élément géométrique nominal associé au contact (un point, une ligne).

Cette application est cependant plus rare. On trouve ce type de contact dans de nombreuses parties mécaniques parmi lesquelles on peut citer en particulier les roulements et les engrenages (fig2). Pour ces technologies les forces de contact sont cycliques et entraînent à la longue la fatigue des matériaux et l'apparition de fissures sous la surface. Ainsi la théorie du contact de Hertz constitue le fondement des équations pour le calcul du chargement admissible pour les roulements, les engrenages... [5]



Figure I-2: exemples d'applications.

I.4.1 Principales hypothèses associées au contact de Hertz

Sous le terme de "contact de Hertz", on réunit de manière générique les problèmes de contact entre deux solides élastiques qui respectent les hypothèses fondamentales suivantes :

1) Les surfaces de contact sont supposées régulières et non conformes. Le contact initial se fait donc par un point ou par une ligne. Les problèmes de contact mettant en jeu des cônes, des coins ou des poinçons plats n'entrent pas directement dans le cadre de la théorie de Hertz. De même, le contact entre des surfaces conformes comme par exemple un arbre cylindrique dans un alésage ne relève pas de la théorie du contact d'Hertz.

2) La résolution du problème de Hertz s'appuie sur la résolution d'un problème suppose équivalent sur un demi-espace élastique infini homogène 2 (Willis, 1966). Cela conduit à formuler les hypothèses suivantes :

— Les déformations générées par l'application d'un chargement sont supposées rester faibles et concentrées dans une zone proche du contact.

— Les dimensions caractéristiques du solide sont supposées être grandes devant la zone de contact. Ceci pour plusieurs raisons. D'une part, la zone de contact doit pouvoir être approchée par un plan. D'autre part, les dimensions globales du solide ainsi que les conditions aux limites qui lui sont.

3) La pression due au contact, ainsi que sa résultante sur toute la surface de contact est supposée normale au contact. Cette hypothèse conduit en particulier à négliger le frottement. Dans le cas d'une application aux impacts, cette hypothèse conduit à ne considérer que des chocs directs.

4) Enfin, on suppose que le chargement de compression est appliqué suffisamment lentement pour négliger l'inertie des solides. Nous sommes donc dans une hypothèse d'évolution quasi statique du processus de déformation. Sous ces hypothèses, la résolution du problème de contact d'Hertz permet d'évaluer les grandeurs suivantes :

- La géométrie et l'évolution de la surface de contact en fonction du chargement,
- L'amplitude et la distribution des pressions de contact,
- Les contraintes et les déformations dans les zones proches de contact. [4].

I.4.2 Solution analytique

La solution analytique est connue depuis les travaux de Hertz publiés en 1882. La solution proposée par Hertz n'est valable que si nous respectons certaines hypothèses sur la zone de contact :

- les surfaces sont continues et non conformes : $a \ll R_1$ et $a \ll R_2$

- les déformations sont petites : $a \ll R_1$ et $a \ll R_2$

- chaque solide peut être considéré comme un solide semi-infini, c'est-à-dire : $a \ll R_1$ et $a \ll R_2$

- il n'y a pas de frottement : $\eta = 0$. [1]

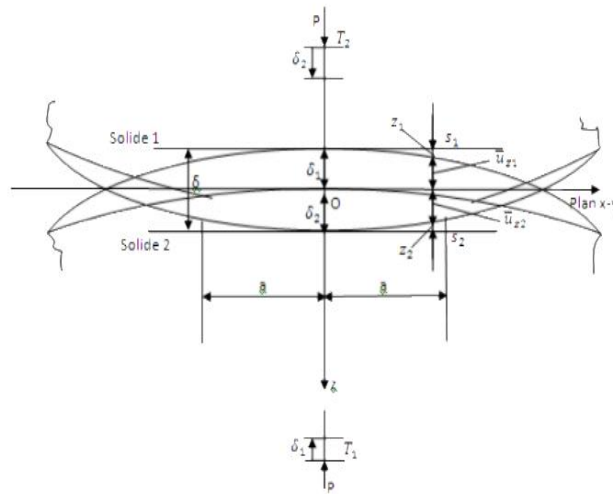


Figure I-3: zone de contact de hertz.

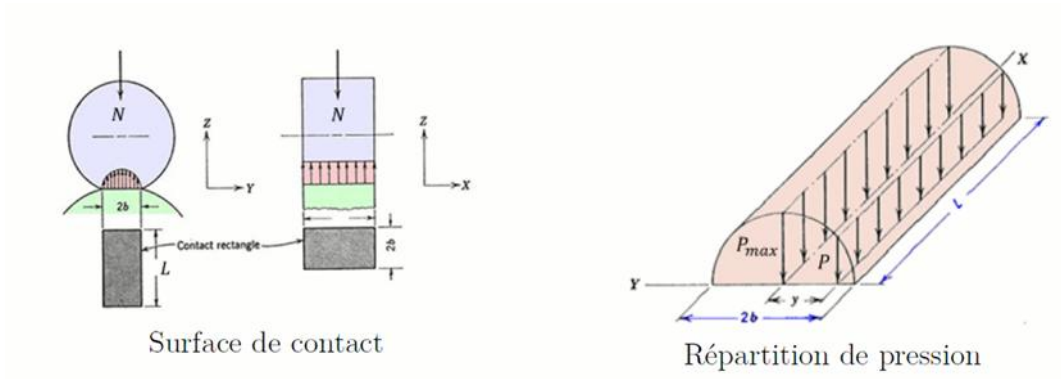


Figure I-4: Problème de contact de hertz

La charge est distribuée sur une aire de contact circulaire de rayon b :

$$b = 2 \left(\frac{2PR^*}{\pi E^*} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$p_0 = \frac{2P}{\pi b} = \left(\frac{PR^*}{\pi E^*} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$P(x) = P_0 \left(1 - \frac{x^2}{b^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{1}{R^*} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2}$$

Avec :

P : la charge normale [N/mm]

p(x) : la distribution de pression dans le contact [MPa]

E * : Le Module d'Young équivalent [MPa]

R * : Le rayon équivalent [mm]

b : la demi-largeur de contact [mm]

La contrainte de cisaillement atteint une valeur maximale $\tau = 0.3p_0$ en sous couche à une profondeur $z=0,78b$.

I.4.3 Contraintes développées dans un contact de hertz

Des contraintes internes existent bien sûr dans les pièces en contact. Ces contraintes s'avèrent prépondérantes par rapport à celles en surface (pressions), pour un calcul de durée de vie du contact, dans le cas d'un chargement fréquentiel de ce dernier. La contrainte tangentielle maximale ne se situe pas sur la surface de contact (contrairement à la contrainte de compression, qui est la pression de contact sur la surface de contact).

Les formules suivantes ne sont valables que pour les matériaux métalliques pour lesquels ν est voisin de 0,3 (la théorie de l'élasticité permettrait de le faire pour tous les matériaux). [5].

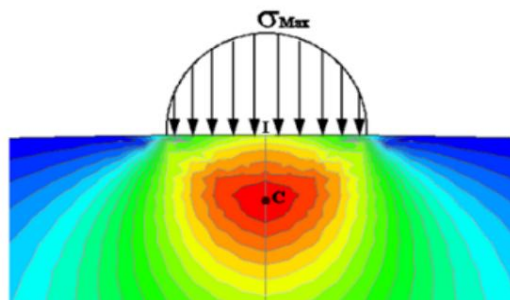


Figure I-5: Courbes d'iso-contraintes τ_{max} . [5].

On remarque qu'effectivement la contrainte de cisaillement maximale est nulle à l'origine puis augmente et atteint un maximum correspondant au point de Hertz, étant la demi-largeur de contact. La théorie de Hertz pour les contacts a été validée grâce à la photoélasticimétrie. La figure suivante montre les réseaux d'isochromes (lieu des contraintes maximales de cisaillement)

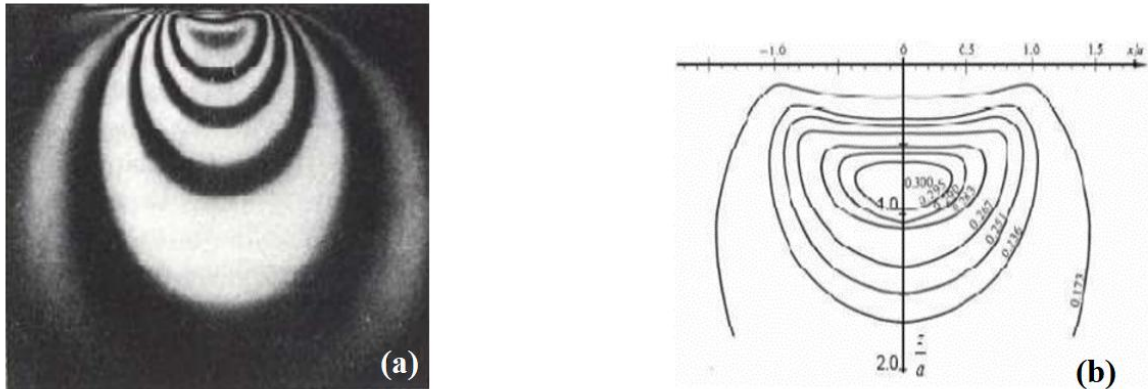


Figure I-6: Vue en photoélasticité (a) et Iso-contraintes tangentielles (b) [5]

I.5 Les méthodes d'analyse pour la mécanique des contacts

I.5.1 Méthode expérimentale

L'Application de la photoélasticimétrie au problème du contact :

La biréfringence est un phénomène optique qui apparaît sous l'effet des contraintes. Cette biréfringence peut être étudiée en analysant la façon dont la polarisation de la lumière est transformée après le passage à travers le matériau. Par exemple, une onde lumineuse polarisée rectilignement pourra ressortir polarisée elliptiquement.

Cela s'explique par le fait que les deux composantes de l'onde subissent un retard l'une par rapport à l'autre. Ce retard est directement relié aux contraintes présentes dans le matériau. On peut donc ainsi mesurer les contraintes. [2]

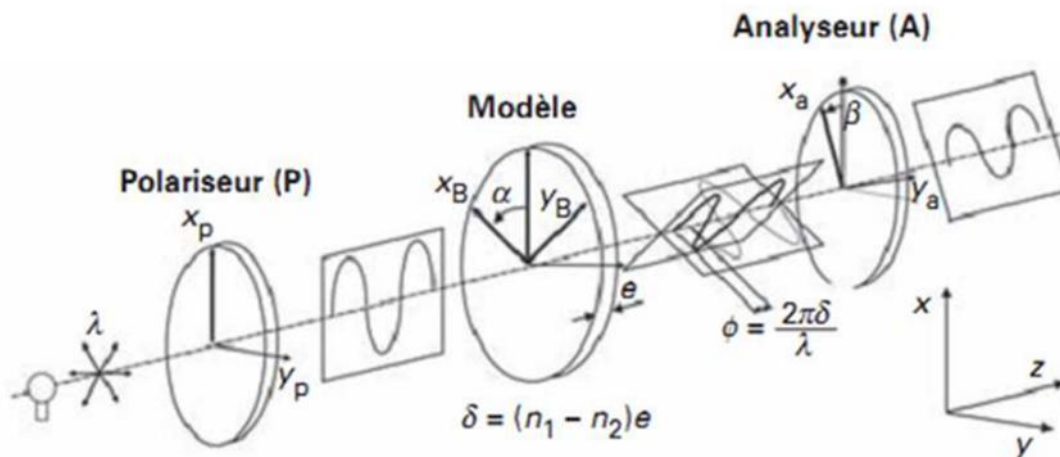


Figure I-7: Principe de la photoélasticimétrie.

. Méthode d'analyse des contraintes en photoélasticimétrie 2D :

La photoélasticimétrie bidimensionnelle s'applique dans le cas où on a un problème plan ou les contraintes ne varient pas suivant l'épaisseur du modèle étudié. Elle consiste à mettre un modèle, que l'on peut considérer bidimensionnel (de petite épaisseur) sous chargement, dans un polariscope puis observer le phénomène de biréfringence qui se traduit par l'apparition de franges sur l'image du modèle. La figure I.8 montre les franges observées pour un exemple de problème plan étudié par photoélasticimétrie 2D.

-EXEMPLE REALISES A L'AIDE DE LA METHODE DE PHOTOELASTICIMETRIE BIDIMENSIONNEL.

[Beldi.M] a utilisé la photoélasticimétrie et la méthode des éléments finis pour étude du contact dans un engrenage. Il a étudié le champ des contraintes, La variation de la contrainte de cisaillement maximale. Des franges isochromes et isoclines porte sur le contact entre deux engrenages (contact pignon-crémaillère).il a constaté que les franges isochromes et isoclines sont similaire aux réseaux des franges obtenues numériquement. Une autre comparaison a été faite avec la superposition de la courbe numérique et les points relevés expérimentalement. La figure I.9 montre que les deux graphes se rapprochent et qu'il y a une bonne concordance des résultats.

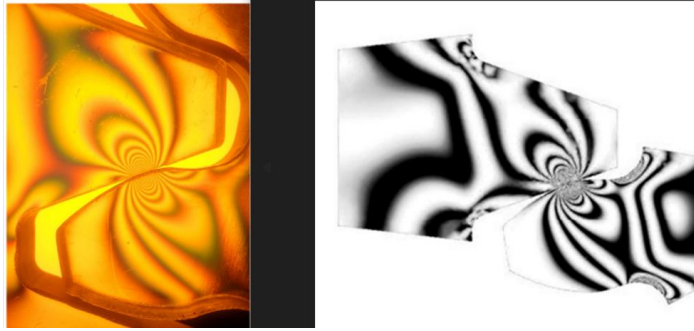


Figure I-8: Franges isochromatiques, simulées (à droite) et expérimentales (à gauche).

La Figure suivante montre qu'il y'a une bonne concordance des résultats ; Les valeurs des contraintes obtenues expérimentalement sont proches des valeurs obtenues par la simulation.

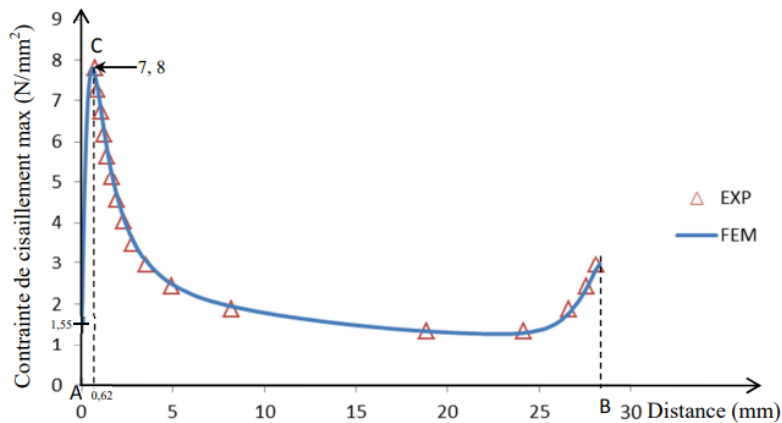


Figure I-9: Superposition des graphes numériques et expérimentaux.

Cette représentation sur la figure suivante montre la superposition des isoclines obtenues numériquement et traitées avec le logiciel Photoshop (à gauche de chaque image) avec les isoclines correspondantes obtenues expérimentalement (à droite de chaque image).

On remarque que les isoclines sur la partie gauche et la partie droite de chaque image sont semblables.

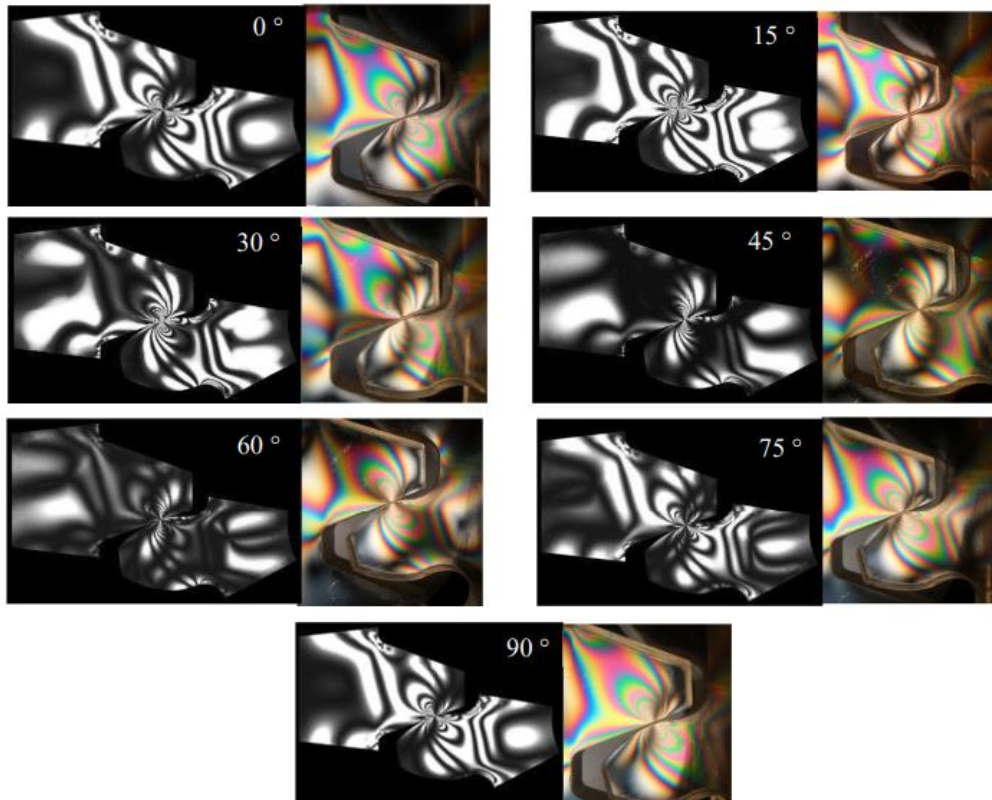


Figure I-10: Superposition des isoclines obtenues numériquement et traitées avec Photoshop avec leurs correspondantes obtenues expérimentalement. [10]

. Méthode d'analyse des contraintes en photoélasticimétrie 3D :

Lors de l'étude de modèles, de forme complexe ou subissant un chargement tridimensionnel ou avec une épaisseur importante par rapport aux autres dimensions, l'état de contrainte ne peut plus être considéré comme plan, il varie en amplitude et en direction suivant l'épaisseur.

De ce fait on ne peut plus analyser le modèle en photoélasticimétrie 2D. Différentes techniques en photoélasticimétrie sont alors développées pour l'étude des cas tridimensionnels les principales sont : la technique du figeage-découpage qui consiste à figer des contraintes dans un modèle photo élastique puis procéder à un découpage mécanique de tranches dans les directions voulus pour en fin les étudier par photoélasticimétrie 2D cela nous permet de connaître l'état de contraintes dans le modèle.

Et la technique du découpage optique basée sur le phénomène de diffusion de la lumière dans les milieux transparents et qui consiste à isolé à l'aide de faisceaux plans laser des feuilletts

minces successifs à l'intérieur du modèle à étudier, puis enregistrer des images numériques de la lumière diffusée et calculer un coefficient de corrélation qui nous permet de observer des franges similaires au cas 2D.

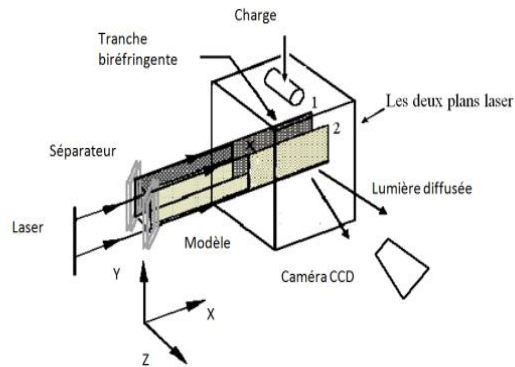


Figure I-11: Découpage optique à l'aide de deux plans laser.[8]

-EXEMPLE REALISES A L'AIDE DE LA METHODE DE PHOTOELASTICIMETRIE TRIDIMENSIONNEL.

[Touahir.K] a utilisé la photoélasticimétrie en 3D à l'aide d'un programme écrit sous CASTEM pour déterminer le champ des contraintes dans une sphère déformable, un parallélépipède rigide en aluminium de 20x20 mm de section est utilisé pour appliquer une charge de compression de 150 N.

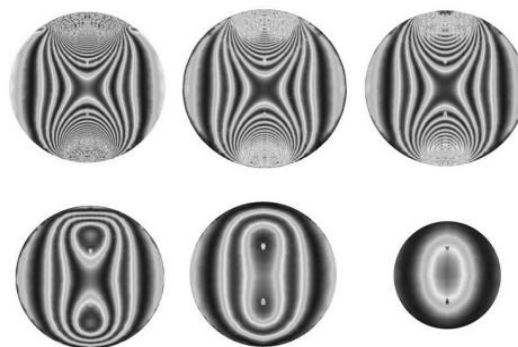


Figure I-12: Franges obtenues expérimentalement le long d'une sphère en isolant des tranches de différentes d'épaisseurs

La Figure précédente montre que loin de la zone de l'application de la charge, les contraintes apparaissant dans les différentes tranches diminuent en s'éloignant de la direction d'application de la charge.

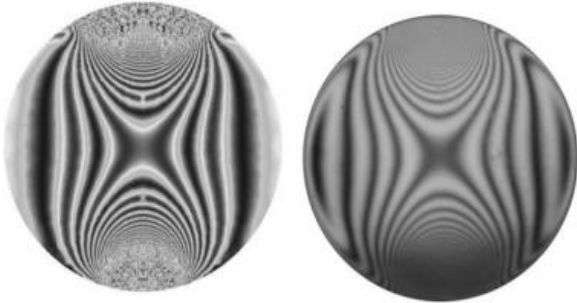


Figure I-13: Franges obtenues expérimentalement et par éléments finis.

Nous remarquons que les isochromes relevées expérimentalement et les isochromes calculées avec CASTEM qui traitées avec Photoshop sont comparables.

La Figure suivante montre que la superposition des courbes expérimentale et numérique de la différence des contraintes principales. Ce graphe obtenu le long de la droite [AB] montre relativement une bonne concordance entre les résultats numériques et les résultats expérimentaux.

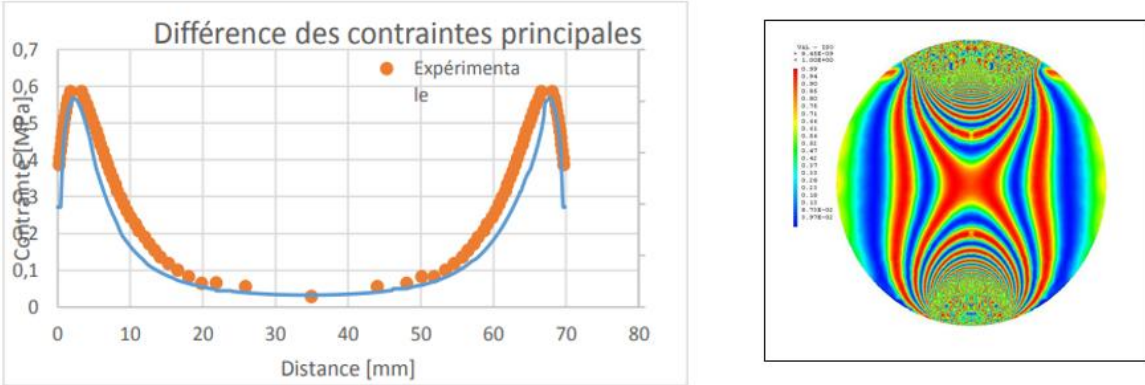


Figure I-14: Différence des contraintes principales pour une tranche de 8 mm situé le long de la direction de la charge.[9]

I.5.2 Méthode numérique

Méthode des éléments finis :

Pour analyser un phénomène naturel en général ou un problème d'ingénierie en particulier, on est souvent amené à développer un modèle mathématique pouvant décrire d'une manière aussi fiable que possible le problème en question.

Le développement d'un modèle mathématique s'appuie généralement sur quelques postulats de base et plusieurs hypothèses simplificatrices pour aboutir à des équations gouvernantes qui sont souvent des équations différentielles auxquelles sont ajoutées des conditions aux limites. [12]

La méthode des éléments-finis (MEF) est une méthode d'approximation numérique de solutions de problèmes aux limites statiques ou dynamiques tels que

- diffusion thermique
- mécanique des milieux continus (solides et fluides)
- électromagnétisme et électrostatique
- Problèmes multi-physiques (couplage thermomécanique ou piézoélectrique)

Il s'agit, comme dans toutes les méthodes numériques, de trouver une approximation discrète.

Pour faire bref, d'un problème différentiel aux limites linéaire, on trouve une formulation variationnelle associée équivalente, dont on calcule une approximation de la solution en projetant sur un espace de dimension finie, ce qui revient à résoudre au final un système linéaire, chose que les ordinateurs savent très bien faire.

Bien que construit sur des problèmes linéaires statiques, les problèmes dynamiques et non-linéaires peuvent également être traités par la méthode des éléments-finis via en linéarisant et procédant pas à pas ou par des méthodes de réduction.

L'appellation éléments finis vient de la décomposition du domaine d'étude en éléments : ils sont souvent représentés par un maillage. [11]



Figure I-15:Maillages des modèles

-EXEMPLE REALISES PAR MEF :

Le modèle issu de la MEF est composé d'une sphère et d'une cavité sphérique dont les dimensions sont suffisamment grandes pour limiter l'influence des conditions aux limites. La première est composée de 36000 éléments et la seconde de 48000 éléments.

Le contact sphérique est considéré fini par analogie avec un contact fini dans la largeur d'une rotule. Compte tenu des symétries du problème, un huitième de la sphère et un quart de la cavité ont été modélisés (Figure a). Le temps de calcul est de 85 minutes sur un serveur de calcul en mode biprocesseur (chacun cadencé à 2 GHz) avec 4 Go de mémoire vive. La figure b présente la distribution des pressions de contact calculée par le solveur ABAQUS. [20]

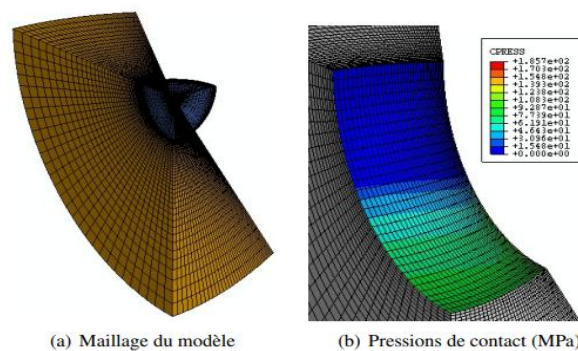


Figure I-16:Modélisation du contact sphérique par la MEF[20]

Une analyse par éléments finis conduite avec le logiciel CASTEM est utilisée pour obtenir le champ des contraintes développées à l'intérieur du modèle. Dans les calculs par éléments finis, on a considéré le comportement du modèle isotrope et élastique.

Cela a été rendu possible par : La simplicité, L'orthogonalité des processus, visibilité et la localité des processus, La régularité des processus et la documentation des processus. [6]

01	DEFINITION DE L'ESPACE DE TRAVAIL ET DU TYPE D'ELEMENT - 2 dimensions (2D) -Triangle (tri3)
02	PARAMETRAGE DU MODELE -Dimensions – Densité du maillage
03	DESCREPTION DE LA GEOMETRIE ET MAILLAGE - Points, lignes, surfaces - Maillage de la surface
04	CARACTERISTIQUES DU MATERIAU - Comportement mécanique élastique - Module de Young, coefficient de poisson
05	CONDITION AUX LIMITES - Appuis, blocages - Chargement imposé
06	CALCUL DES DEPLACEMENTS - Calcul de la matrice de rigidité du matériau seul pris en compte des appuis. - Calcul des déplacements des nœuds. -Calcul du champ des déformations.
07	CALCUL DES CONTRAINTES - calcul du champ de contraintes à partir des déplacements des nœuds. - Transformation du champ de contraintes aux nœuds en champ de contraintes en tout point de la pièce. - Calcul de la différence des contraintes principales.

08	CALCUL DU RAPPORT I0/I ET TRACAGE DES ISOCHROMES ET DES ISOCLINES - calcul de la phase et de l'angle 2β
09	STOCKAGE DES RESULTATS DANS UN FICHER

Tableau I-2 :Architecture générale pour résoudre un problème avec castem.[17]

I.6 Quelques types de contacts

I.6.1 Contact sans frottement

Un contact sans frottement est un contact considéré comme parfait ou idéal. À titre d'exemple, le contact entre deux pièces mécaniques lisses et bien lubrifiées peut-être généralement, modélisé comme étant un contact sans frottement.

Dans une situation de contact sans frottement, les solides en contact peuvent glisser l'un sur l'autre sans aucune résistance tangentielle, c'est-à-dire sans aucune contrainte tangentielle développée parallèlement à l'interface ou au plan de contact). Ainsi, sous l'action d'un chargement extérieur, seule les contraintes normales de compression sont générées et se développent au niveau de l'interface de contact.

L'équilibre des solides en contact est maintenu par le transfert des contraintes normales de compression à travers l'interface de contact. En même temps, l'énergie de déformation est équilibrée par le processus de déformation qui se déroule partout dans les deux solides sans aucune incompatibilité géométrique (C'est-à-dire, les solides se séparent et ne s'interpénètrent pas).

Les contraintes tangentielles étant nulles, la continuité du phénomène de traction est préservée dans la zone de contact. En élasticité linéaire, les problèmes du contact sans frottement sont linéaire est dépendent de l'historique du chargement. **[18]**

M. Berdjane **[16]** a étudié un cas de contact sphère rigide sur plan déformable, avec les deux méthodes expérimentales par photoélasticimétrie 3D et numérique (Abacus).

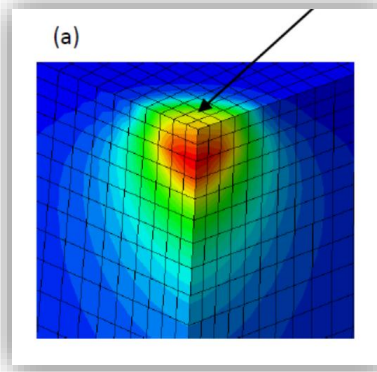


Figure I-17: La zone de contact (échelle 1x10mm), (a) cas sans frottement. [16]

La figure montre que la contrainte maximale n'est pas sur la surface mais en dessous de la surface ce qui est conforme aux prédictions de la théorie de Hertz. Cela nous permet de dire que le contact hertzien est correctement géré sous Abacus.

I.6.2 Contact avec frottement

Un contact avec frottement est un phénomène physique rencontré dans les problèmes de contact réels. Le frottement étant pris en considération, le problème de contact devient plus compliqué et les effets de friction sont caractérisés par le comportement du contact à l'intérieur de la zone de contact.

La relation entre les composantes tangentielles et normales impose un comportement non linéaire entre le mouvement de glissement des faces en contact et le chargement extérieur. Dans le cas d'un contact avec frottement, le contact peut être soit un frottement à l'adhérence soit un frottement au glissement. [18]

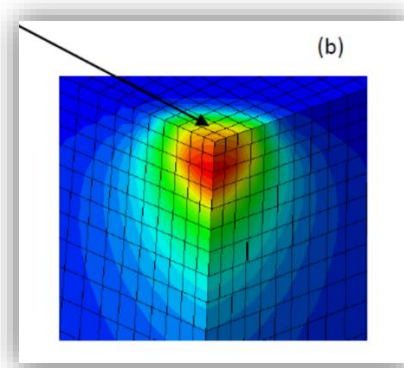


Figure I-18: La zone de contact (échelle 1x10mm), (b) cas avec frottement. [16]

Dans cette figure, au voisinage du contact, on voit bien que la contrainte maxi est différente de cela de figure (a), ce qui permet de dire que les résultats sont différents selon le facteur de frottement.

I.6.3 Contact conforme

Un contact entre deux solides est dit conforme, si en état d'absence de tout chargement extérieur, les surfaces en contact s'ajustent exactement. L'une des caractéristiques d'un problème de contact conforme est que la taille des zones en contact est indépendante du chargement. Pour cette raison, l'historique du chargement n'est pas important dans cette catégorie de problème. [18]

Y. FELLAG [15] à présenter une analyse expérimentale avec la photoélasticimétrie et une analyse numérique avec logicielle castem sur un modèle avec un contact conforme.

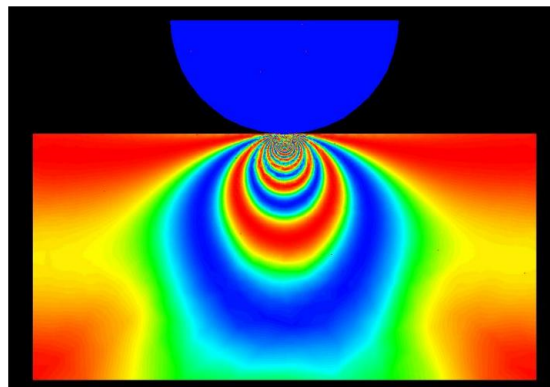


Figure I-19: Les franges isochromes en champ clair obtenues à l'aide du programme CASTEM.

Le modèle de contact conforme se compose de deux solides. Un demi-disque d'acier soumis à une force F positionnée perpendiculairement sur une plaque rectangulaire d'époxy.

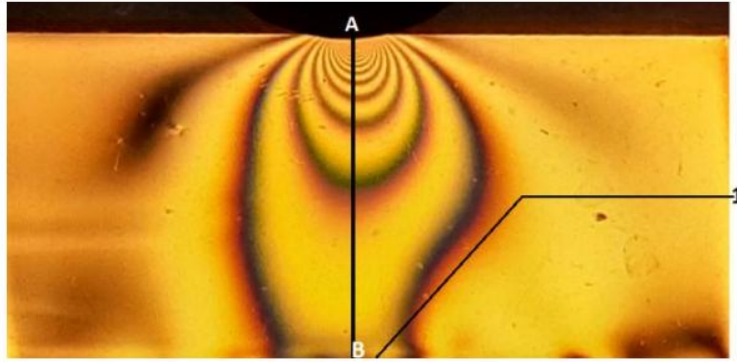


Figure I-20: Réseau isochromes Observé sur le polariscope pendant

A l'intersection du segment [AB] avec les franges isochromes, une analyse des contraintes sur deux courbes superposées expérimentale et numérique montre que les deux graphes se rapprochent et qu'il y a une bonne concordance des résultats.

D'après la figure expérimentale, La contrainte de cisaillement maximale (τ_{\max}) augmente rapidement à partir d'une valeur nulle au milieu de la zone de contact pour atteindre son maximum à 15,52 MPa à une distance de 0,125 mm Puis diminue rapidement jusqu'à sa valeur minimale à 0,775 MPa à une distance de 48,65mm.

D'après la figure numérique. La contrainte de cisaillement maximale (τ_{\max}) augmente rapidement à partir d'une valeur nulle au milieu de la zone de contact (points de Hertz) pour atteindre son maximum à 17,61 MPa à une distance de 0,81 mm. Puis, diminue rapidement jusqu'à sa valeur minimale à 0,21 MPa à une distance de 48,65mm.

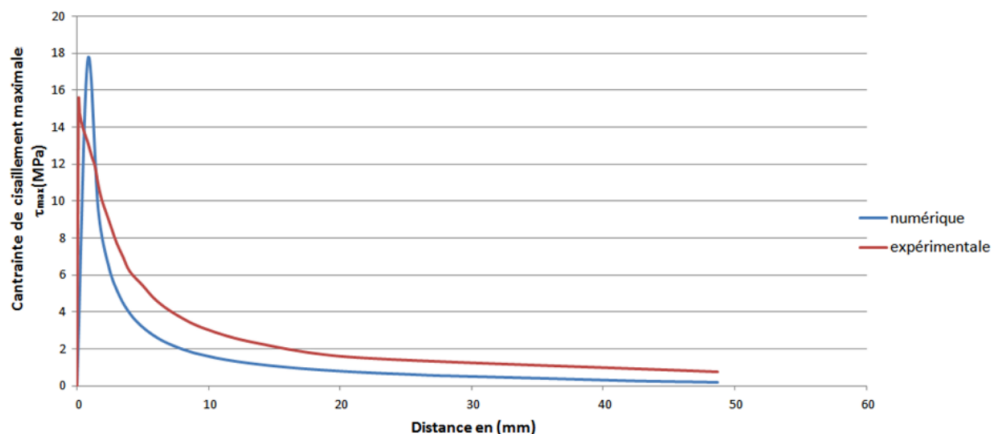


Figure I.6-5 : Superposition de la courbe numérique et expérimentale

I.6.4 Contact non-conforme

Un contact entre deux solides est dit non-conforme si en état d'absence de tout chargement extérieur, les surfaces en contact ne s'ajustent pas exactement et se touchent seulement en un point (cas du contact sphère sur plan) ou une ligne (cas du contact cylindre sur plan). D'une manière générale, tout contact entre solides ayant des zones de contact de profils différents est considéré comme contact non-conforme.

Ce type de contact est caractérisé essentiellement par le fait que la taille de la zone de contact initiale, change lorsque les solides en contact sont sollicités à un chargement externe. Le profil des zones de contact, dépend de plusieurs facteurs tels que leurs profils initiaux, propriétés des matériaux, l'intensité et la direction du chargement appliqué, etc.... Le problème peut se compliquer de telle manière que n'importe quel facteur parmi ceux mentionnés ci avant, peut avoir une profonde influence sur le comportement de l'interaction une fois le contact établi. [18]

Y. FELLAG [15] a étudié un autre cas avec un contact non conforme. Un demi-disque d'acier soumis à une force F positionné sur une demi-rondelle d'époxy. Dans cette étude il à utiliser expérimentalement sur le polariscope et celles simulées numériquement à l'aide du logiciel « CASTEM ».

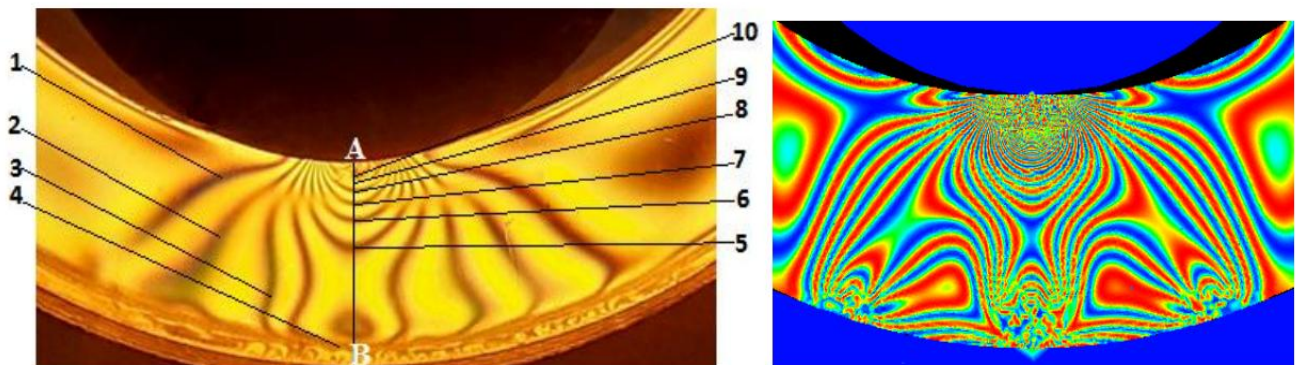


Figure I-21: Les franges isochromes de la zone de contact observées sur le polariscope et l'autre obtenues à l'aide du programme CASTEM [15]

Pour valider ce travail une comparaison entre deux courbe expérimentale et numérique pour montrer la variation des contraintes sur la zone de contact entre deux segment A et B.

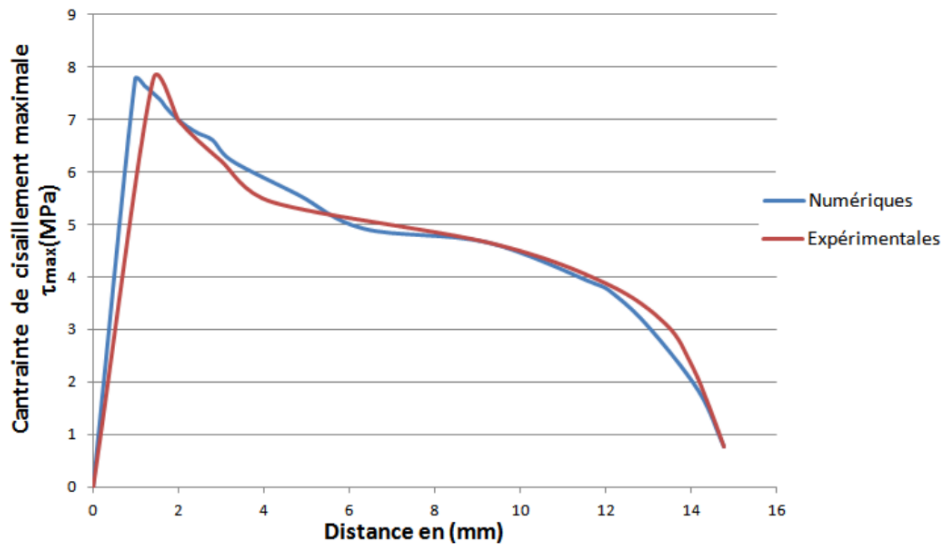


Figure I-22: Superposition de la courbe numérique et de la courbe expérimentale.

La figure montre une superposition de la courbe numérique et de la courbe expérimentale et on voit que les deux graphes se rapprochent et qu'il y a une concordance des résultats.

I.6.5 Contact avec retrait

La plupart des solides non conformes se touchent initialement en un point ou le long d'une ligne et la zone de contact augmente avec l'augmentation de la charge. D'autre part, des contacts presque conformes, qui se touchent initialement sur une zone appréciable lorsqu'ils sont chargés, peuvent se déformer de telle sorte que la zone de contact diminue. [18]

P. François [14] a étudié une rotule aéronautique qui se compose de quatre éléments : une cage, deux demi-billes et un axe (Figure I-23).

Ces pièces ont été réalisées en résine époxy, elles contiennent des particules nécessaires à la diffusion de la lumière. Une charge radiale est appliquée sur cette rotule par l'intermédiaire d'un logement en PMMA lié à un vérin hydraulique pouvant appliquer un effort de 2000 daN.

L'axe est inséré par ses deux extrémités dans deux parois en PMMA qui, avec deux autres parois, forment un récipient dans lequel un liquide d'indice immerge la rotule afin d'éliminer les phénomènes de réflexion et réfraction. Pour cette étude, le découpage optique est

réalisé avec un feuillet d'épaisseur 4 mm en partant du bord de l'éprouvette et en allant vers le plan médian. Le modèle numérique est réalisé sous ABAQUS.

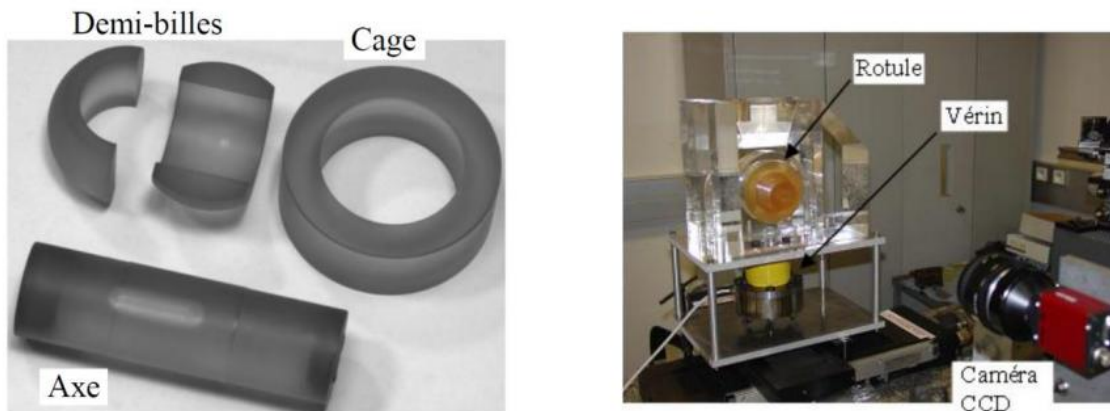


Figure I-23:Éléments de la rotule avec un montage de photoélasticimétrie 3D.

Pour cet essai expérimental, la jonction entre les deux demi-billes est orientée verticalement. Les Figures suivantes montrent les franges obtenues par découpage optique pour une charge de 500 daN sur le bord (Figure I-9-a) et dans le plan médian (Figure I-9-c) puis pour une charge de 1000 daN (Figure I-10-a et c).

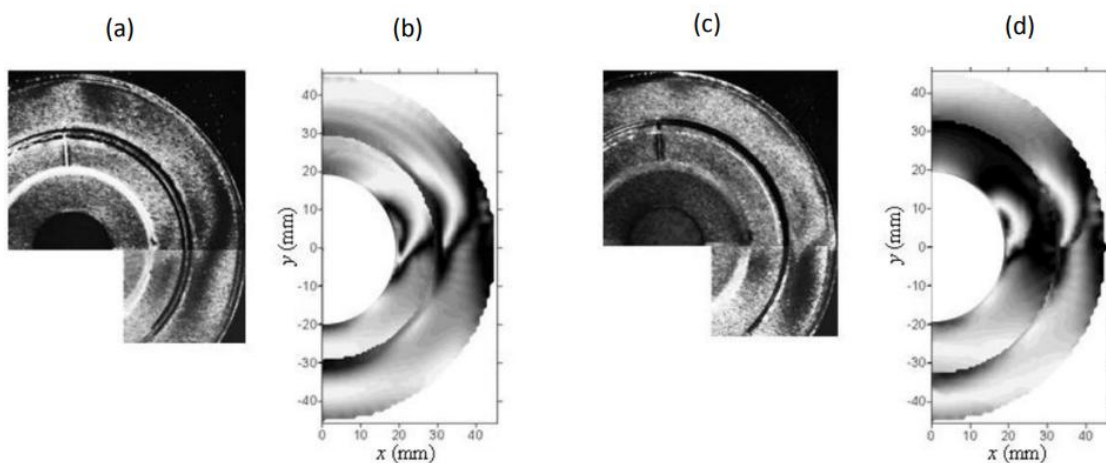


Figure I-24:Franges photoélastiques pour une charge de 500 daN, (a) expérimentales et (b) numériques sur le bord, (c) expérimentales et (d) numériques dans le plan médian[14]

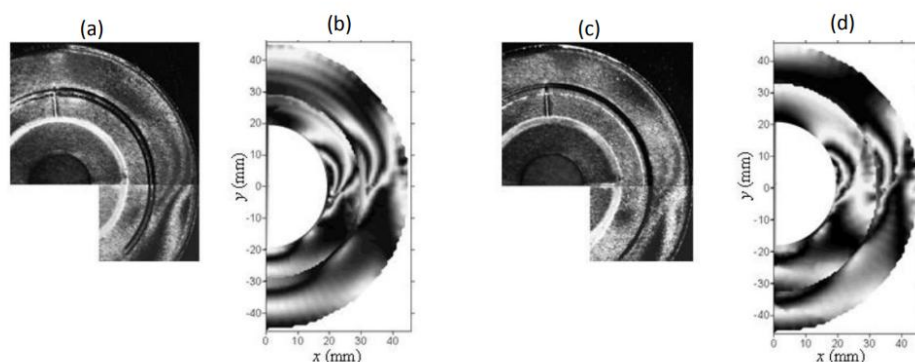


Figure I-25: Franges photo élastiques pour une charge de 1000 daN, (a) expérimentales et (b) numériques sur le bord, (c) expérimentales et (d) numériques dans le plan médian [14]

A. BILEK [13], dans son étude d'un emmanchement forcé de deux pièces cylindriques, a déterminé expérimentalement le champ des contraintes développé dans les deux pièces sous l'application de la pression après assemblage. Le logiciel PHOTO2D est utilisé pour le traitement des images recueillies sur le polariscope. Les deux pièces emmanchées sont disposées sur le polariscope pour l'enregistrement des différentes images pour le traitement. Le logiciel permet de calculer le paramètre isocline et le paramètre isochrome.

La valeur de la différence des contraintes principales est déterminée automatiquement le long d'une ligne quelconque appartenant au modèle. Les réseaux des isostatiques sont tracés automatiquement par simple clique de la souris sur toute la surface du modèle.

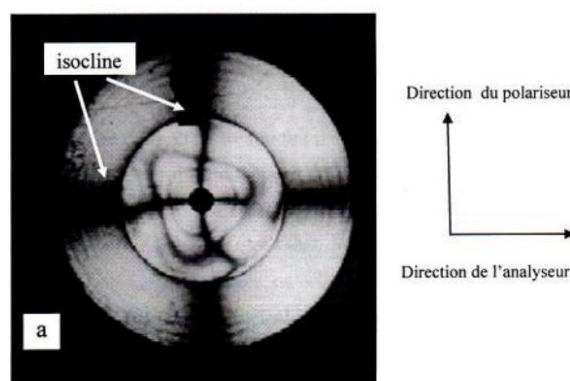


Figure I-26: Isoclines obtenues sur le polariscope en lumière plane [13]

I.7 Quelques travaux réalisés dans le problème de contact

L'analyse des contacts est effectuée sur la base des contraintes et déformations dans les corps de contact dans des conditions de chargement et de déchargement.

La présente étude vise à déterminer comment les paramètres de contact sont influencés sur la capacité de charge du corps déformé sous des conditions de chargement, en comprenant les phénomènes tribologiques tels que la fatigue de contact, l'usure et les dommages.

[B. Mijovi] [19] a étudié une procédure numérique pour le problème élastique bidimensionnel. Il a montré une bonne corrélation observé avec les résultats théoriques. Les contraintes de contact ont été calculées en utilisant des matériaux ayant des modules d'élasticité différent : un cylindre en aluminium et une plaque rectangulaire en acier. il a été démontré que la contrainte normale maximale se situe au centre de la surface de contact et diminue progressivement jusqu'à atteindre zéro à l'extrémité.

Cela indique que les surfaces de contact dépendent des modules de Young des deux solides en contact.

L'étude a également porté sur l'effet de la friction avec le même couple de matériaux, ainsi que sur les conditions d'adhérence et de glissement pour des matériaux de modules de Young différents, et voici la représentation du maillage de la zone de contact.

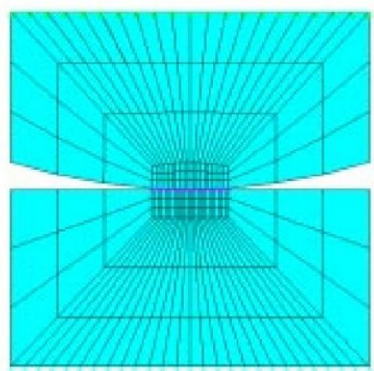


Figure I-27:Éléments finis du cylindre et de la plaque

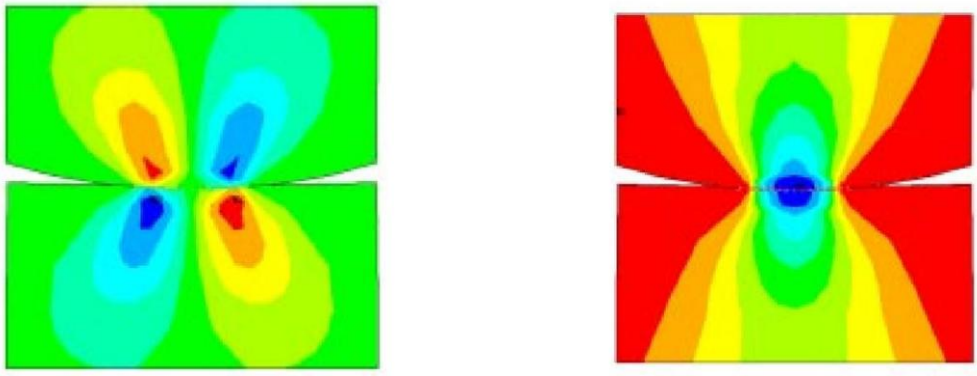


Figure I-28: Répartition de la contrainte normale dans la direction de l'axe y à gauche et la Répartition de la contrainte normale dans la direction de l'axe x à droite.

La Figure à gauche présente la distribution de la contrainte normale dans la direction de l'axe y, où il est évident que la contrainte change considérablement au cours du processus de contact.

La Figure à droite présente un changement significatif de la contrainte normale sur le site de contact dans la direction de l'axe x.

D'après La figure I.28 la contrainte normale maximale se produit toujours au centre de la surface de contact et diminuent vers l'extrémité du cylindre et de la plaque.

S. Gandhi [7] a présenté une étude en considérant une analyse de contact élasto-plastique, d'une sphère rigide sur un plat déformable, en utilisant l'analyse par éléments finis. L'effet du module tangent sur le comportement du matériau dû à un frottement minime de contact élasto-plastique adhésif a été analysé à l'aide d'un logiciel d'éléments finis appelé ANSYS.

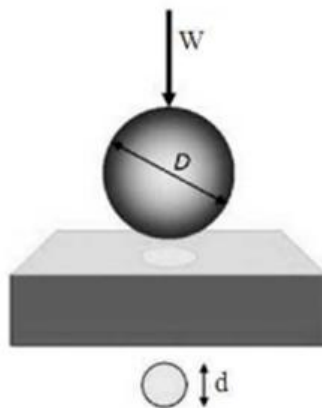


Figure I-29: une sphère rigide sur un plat déformable.

Le résultat obtenu dans [7] montre clairement que, pour différents modules tangents, le matériau subit différentes valeurs de contraintes.

Avec l'augmentation du module tangent, l'écroutissement (résistance à la déformation d'un matériau) accroît et le matériau devient capable de supporter de grandes charges dans une zone de contact plus petite. La Figure illustre le maillage du contact d'une sphère rigide sur un plat déformable en utilisant le logiciel ANSYS.

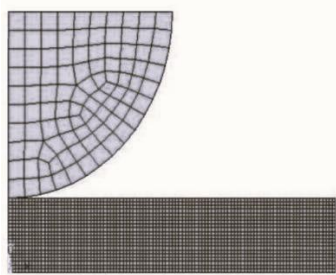


Figure I-30:Modèle maillé

La figure suivante montre la relation entre la contrainte et le module tangent. l'augmentation de la valeur du module tangent engendre l'augmentation de la contrainte du matériau $E/Y < 1000$ jusqu'à $0.5E$, après on observe que la contrainte décroît avec l'augmentation du module tangent.

La contrainte augmente jusqu'à $0.3 E$ dans le matériau $E/Y > 1000$ on observe que la contrainte décroît avec l'augmentation du module tangent. De se fait on constate que la plus grande contrainte se développe dans le matériau $E/Y < 1000$ avec l'écroutissement $H=1$ et $H=0.43$ pour le matériau $E/Y > 1000$.

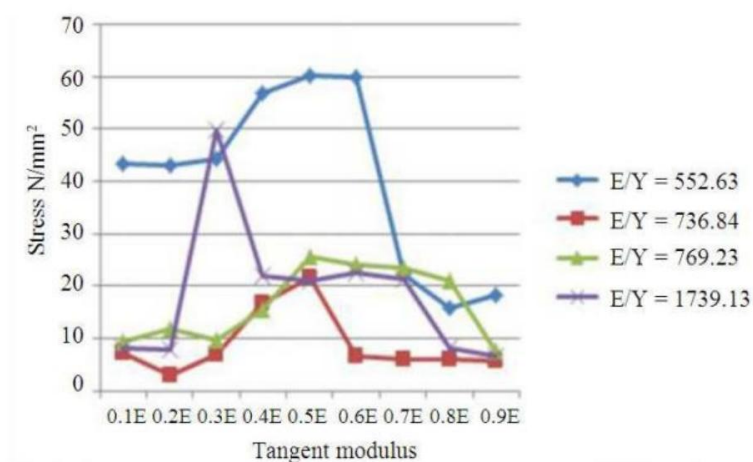


Figure I-31:Tracé de la contrainte en fonction du module tangent pour différents matériaux.

I.8 Conclusion

Selon la littérature, les travaux précédents présentent des essais expérimentaux pour étudier certains problèmes du contact mécanique avec différentes méthodes d'analyse, Il s'agit de la modélisation autant par des modèles mathématiques spécifiques que par la méthode des éléments finis ou bien par les approches expérimentales comme la photoélasticité. On constate que Les méthodes numériques sont des méthodes de prédiction devant être validées par des résultats expérimentaux.

La photoélasticité est une excellente méthode pour résoudre des problèmes du contact mécanique qui exploite le caractère biréfringent pour visualiser les réseaux d'isochromes et d'isoclines, Avec le traitement des images recueillies sur le polariscope on peut trouver les valeurs de contraintes cisaillement et les directions principales des contraintes, peuvent ainsi être obtenues pour la totalité du volume du modèle étudié.

Le problème de Hertz est souvent utilisé comme référence dans le processus de validation de modèle numérique, l'application de cette théorie permis d'étudier l'état de contraintes développées au voisinage de la zone de contact ainsi que, la pression maximale au point du contact.

Notre étude présente dans ce document propose l'application de la photoélasticité pour l'analyse des contraintes dans différents types de contact avec cette méthode on peut déterminer les directions principales des contraintes et la valeur du cisaillement sur la zone de contact, pour la validation de cette analyse on a opté pour la méthode des éléments finis et nous avons réalisé cette analyse en utilisant CASTEM.

II. La photoélasticimétrie

II.1 Introduction

La photoélasticimétrie est un procédé très parlant, dont le montage expérimental est simple, et qui permet de visualiser des contraintes bidimensionnelles dans le modèle d'un composant.

Une lumière polarisée est diffusée à travers un modèle composé de plastiques transparents, qui est soumis à une charge mécanique. Cette charge produit des contraintes dans le modèle. Des biréfringences apparaissent alors dans le plastique dans la direction des contraintes principales. Un filtre de polarisation (analyseur) permet de rendre visibles les contraintes présentes dans le modèle.

La photoélasticimétrie fournit donc une image complète du champ de contraintes, offrant ainsi une bonne vue d'ensemble des zones ayant une concentration élevée de contraintes, et de celles où les contraintes sont faibles. Cela permet de vérifier de manière parlante les observations faites sur les contraintes de manière analytique ou numérique. Les effets utilisés par ce procédé sont produits par une propriété des matériaux transparents qui deviennent biréfringents sous l'action d'une sollicitation mécanique et de la lumière.

La biréfringence des plastiques apparaît dans la même direction que les contraintes principales. Ces propriétés physiques sont utilisées en photoélasticimétrie pour rendre visibles les contraintes et les allongements qu'elles produisent. [21]

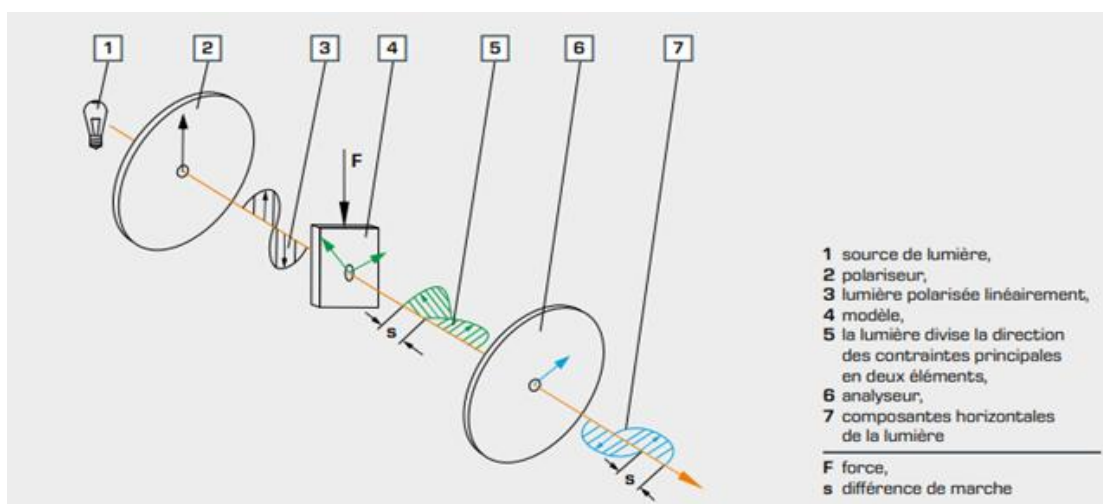


Figure II-1 :Principe de la photoélasticimétrie. [21]

II.2 La photoélasticité et la photoélasticimétrie

La photoélasticité est la science qui étudie en physique les effets sur la lumière des contraintes ou déformations appliquées à des corps élastiques.

Par contre, la technique expérimentale qui sert à mesurer les contraintes par photoélasticité est la photoélasticimétrie. Cependant, dans la littérature, on lui substitue souvent le mot photoélasticité.

II.3 Comportement de la lumière :

Maxwell décrit la lumière comme une superposition d'ondes électromagnétiques oscillant dans toutes les directions autour de son axe de propagation.

Cette lumière peut être polychromatique avec un ensemble d'ondes superposées sur un même axe de propagation mais avec des longueurs d'ondes différentes. Elle peut être également monochromatique si ces ondes possèdent une longueur d'onde λ unique correspondant à une couleur du spectre.

Une des propriétés de la lumière est la polarisation : les champs électriques et magnétiques (l'un perpendiculaire à l'autre) ont une trajectoire définie autour de l'axe de propagation. En considérant que le champ électrique E définit la polarisation de la lumière, celui-ci peut prendre différentes formes :

- Une forme elliptique.
- Une forme rectiligne.
- Une forme circulaire.

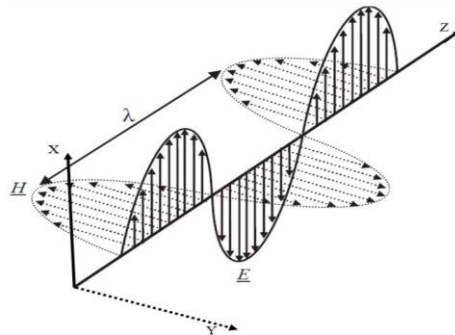


Figure II-2 : Propagation des deux champs électrique et magnétique

La direction de la propagation suivant Z.

Le vecteur de champ électrique E exprimer son amplitude par la relation suivante :

$$E = A \cos (2\pi \frac{c}{\lambda} t) = A \cos 2\pi f \cdot t = A \cos \omega \cdot t \quad (\text{II.1})$$

Avec :

A : amplitude du vecteur lumineux

λ : fréquence de la lumière

t : temps

c: vitesse de propagation de la lumière

f: longueur d'onde

ω : pulsation de la lumière

II.4 Polarisation de la lumière

La polarisation de la lumière dépend de la direction du vecteur champ électrique E. Considérons une onde monochromatique plane fournie par exemple par un faisceau laser qui se propage suivant la direction z :

$$E = A \cos(\omega t - k \cdot z) \quad (\text{II.2})$$

On rappelle que le vecteur d'onde k. définit la direction de propagation de l'onde lumineuse.

Le vecteur champ électrique oscille dans le plan xy et a pour composantes Ex et Ey :

$$E_x = A_x \cos(\omega t - k \cdot z + \phi_x) \quad (\text{II.3})$$

$$E_y = A_y \cos(\omega t - k \cdot z + \phi_y)$$

A partir de ces deux équations, en introduisant le retard de phase ϕ , $\phi = \phi_y - \phi_x$, on obtient l'expression suivante qui décrit une ellipse :

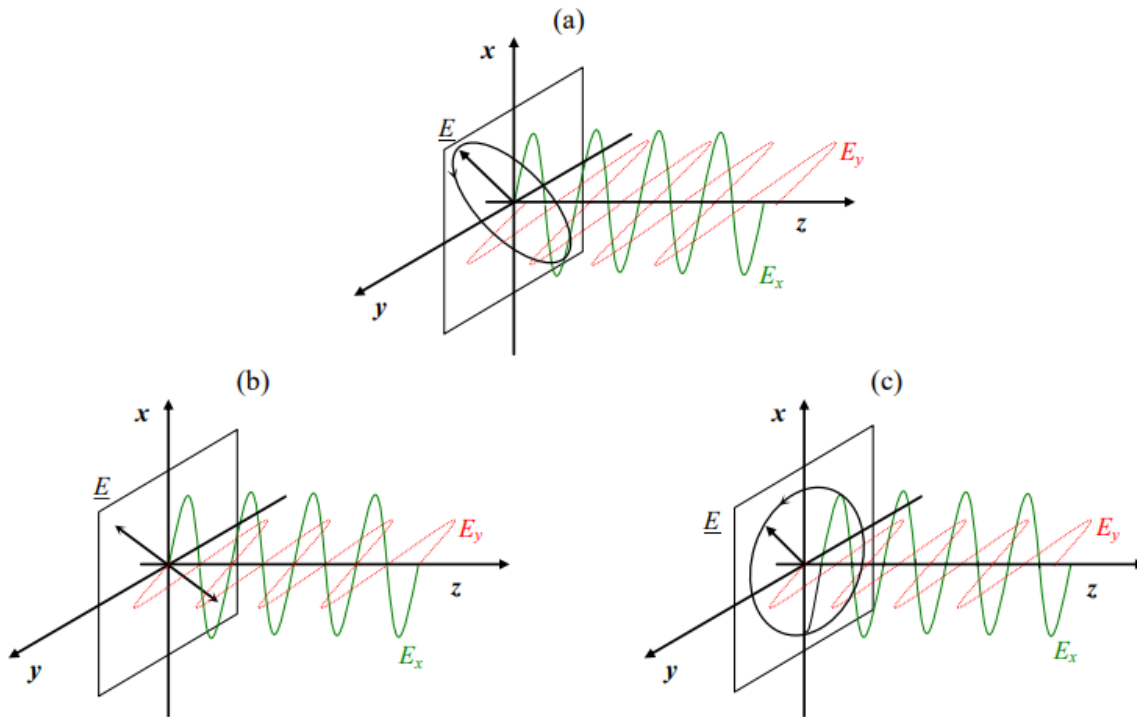


Figure II-3: Schématisation de la polarisation de la lumière (a) Polarisation elliptique ; (b) Polarisation rectiligne ; (c) Polarisation circulaire

Les axes principaux de l'ellipse forment un système d'axes tourné d'un angle ψ par rapport au système (x, y) .

La polarisation elliptique correspond donc à l'état général de la lumière polarisée (Figure II.4-a).

- Si $\phi = n\pi$ (n entier): la polarisation est rectiligne (Figure II.4-b).
- Si $\phi = \pm \frac{\pi}{2} + n\pi$ et $A_x = A_y$, la polarisation est circulaire (Figure II.4-c).

II.5 Lumière monochromatique

Une onde monochromatique, composée d'une vibration unique est nécessairement polarisée. La lumière naturelle est non-polarisée, En pratique, dans une lumière non polarisée, la direction du champ électrique varie de manière complètement aléatoire au cours du temps, contrairement aux cas précédents de lumière polarisée linéaire et circulaire.

Une propriété monochromatique se dit d'un rayonnement lumineux qui ne comporte que des radiations d'une même longueur d'onde alors qu'une propriété isochromatique se dit de rayonnements ou de réalisations colorées qui ont même chromaticité.

II.6 Isotropie et anisotropie

L'isotropie est la qualité d'un matériau dont les caractéristiques mécaniques sont les mêmes dans toutes les directions, de sorte qu'il se déforme élastiquement ou plastiquement, et à la limite se rompt, toujours dans les mêmes conditions quelle que soit l'orientation de la microstructure.

L'anisotropie est relative à un milieu dont l'évaluation des propriétés physiques dépend de la direction suivant laquelle on observe ce milieu. Elle est donc la qualité d'un milieu dont les propriétés varient suivant la direction selon laquelle on les évalue.

II.7 La Biréfringence

La biréfringence est définie comme le fait de transmettre deux rayons distincts, polarisés dans deux plans perpendiculaires, qui se propagent dans le cristal à des vitesses différentes. Le rayon lumineux qui arrive sur le modèle transparent se trouve décomposé en deux rayons distincts autonomes (Fig II-1). Chacun de rayons se déplace à une vitesse propre à sa direction de propagation.

Certaines matières présentent ce phénomène uniquement lorsqu'elles sont soumises à des contraintes. On parle alors de biréfringence accidentelle. C'est justement cette propriété qui est utilisée en photoélasticimétrie pour mesurer les contraintes apparaissant dans un modèle.

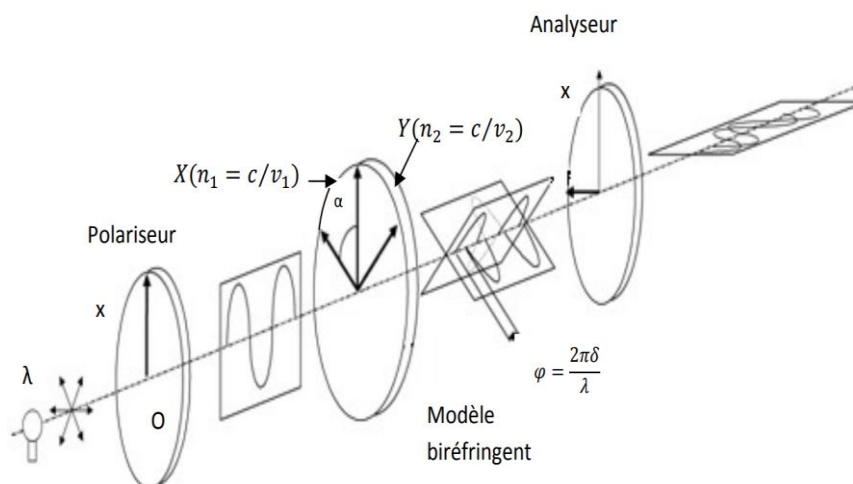


Figure II-4: Propagation d'une onde à travers une matière biréfringente

II.7.1 La biréfringence naturelle

Certains corps naturels transparents, anisotropes (les cristaux par exemple) présentent le phénomène de biréfringence. Un corps transparent, naturellement biréfringent, placé entre

deux polaroïds à axes perpendiculaires, l'un quelconque de ses axes étant parallèle à la direction de polarisation, ne modifie pas la zone d'extinction.

Ce même corps biréfringent, placé obliquement laisse passer la lumière avec une couleur qui dépend de la biréfringence du corps (partie hachurée sur la figure). Le maximum d'intensité est obtenu pour une inclinaison de 45°. C'est le phénomène de biréfringence naturelle.

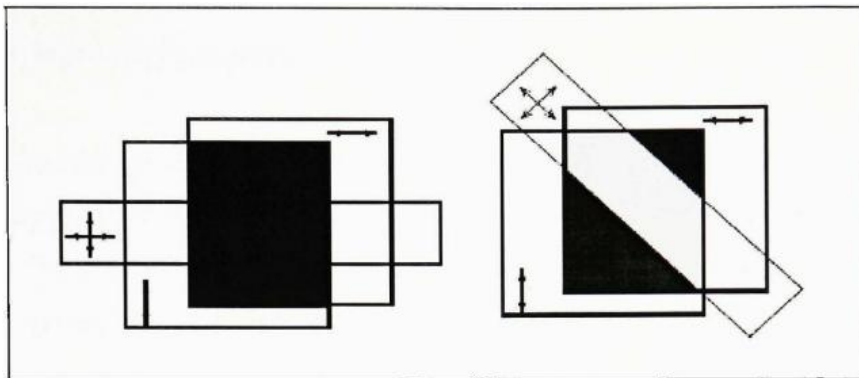


Figure II-5: Phénomène de biréfringence naturelle.

II.7.2 La biréfringence accidentelle

Les matériaux qui sont utilisés pour la photoélasticité possèdent donc un niveau de biréfringence accidentelle très élevée. De plus, les axes de biréfringence du matériel photo élastique utilisé suivent toujours les directions des déformations principales lorsque celui-ci est chargé.

La première notion importante de la biréfringence accidentelle veut que le retard optique δ entre les deux composantes est le même pour toutes les couleurs du spectre en ce qui concerne les phénomènes photo élastiques.

$$\delta = (n_2 - n_1) e$$

$$(n_2 - n_1) = c(\sigma_1 - \sigma_2)$$

$$\delta = ce(\sigma_1 - \sigma_2)$$

Avec :

δ : le retard optique.

n_2 et n_1 : les indices de réfraction principaux

σ_1 et σ_2 : les contraintes principales

e : épaisseur de la pièce en [mm].

Tel que :

C : constante caractéristique de matériau photoélastique considéré. Elle est exprimée en Brewster ($1 \text{ Brewster} = 10^{-12} \text{m}^2 / \text{N}$).

Par contre, pour un même retard optique exprime en longueur, le retard en phase ϕ augmente à mesure que la longueur d'onde diminue.

II.8 Banc expérimental de photoélasticimétrie

Un banc de photoélasticimétrie comprend un appareil dénommé polariscope, qui assure la production (polariseur) et la détection (analyseur) de la lumière polarisée, et un montage d'application de la charge. Lorsque l'analyseur et le polariseur sont placés dans des position respectives telles que le plan de polarisation du polariseur soit perpendiculaire au plan de polarisation de l'analyseur, ce dernier ne transmettra aucun rayon lumineux.

On dit alors que le polariseur et l'analyseur sont croisés. Quand les plans de polarisation coïncident, l'ensemble transmet les rayons lumineux et l'on dit que l'analyseur et polariseur sont parallèles.

II.9 Le polariscope à lumière plane

C'est un ensemble formé d'une source lumineuse de longueur d'onde λ , de deux polaroids (appelés polariseur pour le plus proche de la source lumineuse et analyseur pour le plus proche de l'observateur), d'un système de chargement, d'un appareil de prise d'images et enfin du modèle que l'on veut analyser.

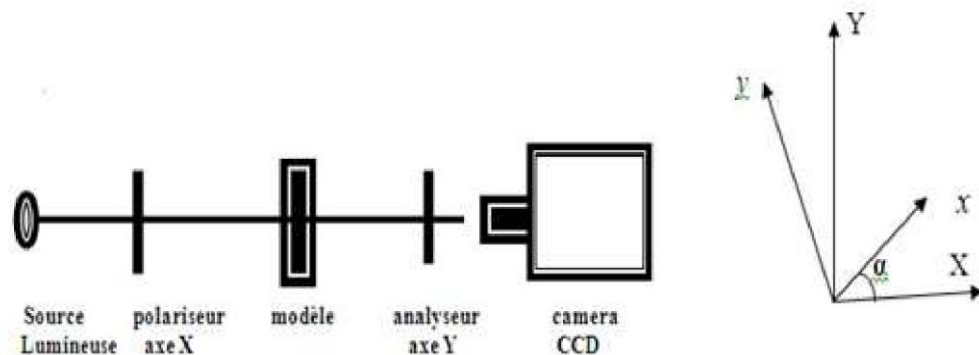


Figure II-6: Schéma simplifié d'un polariscope à lumière rectiligne

Ox et Oy sont les directions principales des contraintes du modèle chargé. A l'entrée du modèle pris comme origine de l'axe Z, on est en présence d'une onde plane rectiligne suivant la direction OX :

$$\vec{E} = a \cos \omega t$$

En projetant \vec{E} suivant les directions principales des contraintes, la composante

$E_x = a \cos \alpha \cos \omega t$ ce propage à la vitesse c/n_1 et la composante $E_y = -a \sin \alpha \cos \omega t$ ce propage à la vitesse c/n_2 .

A la sortie du modèle d'épaisseur e, on aura :

$$E_x = a \cos \alpha \cos w \left(t - \frac{n_1 e}{c} \right) = a \cos \alpha \cos \left(\omega t - \frac{2\pi n_1 e}{\lambda} \right)$$

$$E_y = a \sin \alpha \cos w \left(t - \frac{n_2 e}{c} \right) = -a \sin \alpha \cos \left(\omega t - \frac{2\pi n_2 e}{\lambda} \right)$$

Par un changement d'origine sur l'axe de propagation Z on peut se ramener à :

$$E_x = a \cos \alpha \cos \omega t$$

$$E_y = -a \sin \alpha \cos \left(\omega t - \frac{2\pi(n_2 - n_1)e}{\lambda} \right)$$

On appelle $\delta = (n_2 - n_1)e$ la différence de chemin optique entre les deux rayons ou bien la biréfringence et $\varphi = 2\pi \delta / \lambda$ le déphasage entre les deux rayons ou encore la biréfringence

Angulaire.

A la sortie du modèle on aura deux ondes polarisées rectilignes perpendiculaires et déphasées de φ telles que :

$$E_x = a \cos \alpha \cos \omega t$$

$$E_y = -a \sin \alpha \cos(\omega t - \varphi)$$

Entre le modèle et l'analyseur il se produit un déphasage identique sur les deux ondes que l'on peut éliminer par un changement d'origine. L'analyseur ne laisse des deux ondes que leurs projections suivent OY. A la sortie de l'analyseur suivant l'axe Y, on aura donc :

$$(x \sin \alpha + y \cos \alpha) \vec{Y}$$

$$a \sin 2\alpha \sin \varphi / 2 \sin(\omega t - \varphi / 2) \vec{Y}$$

L'intensité I recueillie sur l'appareil de mesure est donc le carré l'amplitude :

$$I = a^2 \sin^2 2\alpha \sin^2 \frac{\varphi}{2}$$

Avec $\varphi = 2\pi \delta / \lambda = 2\pi e(n_2 - n_1) / \lambda$, en utilisant les relation de Maxwell on a :

$$(n_2 - n_1) = (C_1 - C_2)(\sigma_1 - \sigma_2) = C(\sigma_1 - \sigma_2)$$

Premier cas : $\sin^2 2\alpha = 0 \longrightarrow \alpha = K\pi/2$

Les directions principales des contraintes sont alors parallèles ou perpendiculaires à la direction du polariseur. Les directions des axes du polariseur et de l'analyseur sont confondues avec celle des contraintes à l'intérieur du modèle.

Ceci permet de retrouver les directions des contraintes principales sur toute la surface du modèle étudié du fait qu'on a une référence extérieure au modèle. On obtient ainsi les franges isoclines obscures (absence de lumière). Ces franges isoclines sont indépendantes des charges appliquées et de la longueur d'onde utilisée. Elles ne dépendent que de l'orientation des directions principales des contraintes à l'intérieur du modèle.

Elles peuvent cependant varier soit en tournant le modèle autour de l'axe z dans le polariscope, soit, ce qui est plus simple, en tournant l'ensemble polariseur analyseur simultanément ; les polariscopes sont généralement muni d'un système d'entraînement automatique permettant de le réaliser. Ceci évidemment dans le but de déterminer les directions principales des contraintes sur toute la surface du modèle.

Les isoclines étant les lieux des points pour lesquels les directions des contraintes principales coïncident avec les axes du polariseur et de l'analyseur, une construction graphique permet de tracer les trajectoires des contraintes ou isostatiques.

Les isostatiques représentent l'écoulement de la force dans un modèle. Le réseau des isostatiques obtenu donne donc une idée précise de la façon avec laquelle les contraintes sont

réparties à l'intérieur du modèle. Dans un bon dessin de pièce, les isostatiques doivent être régulières et régulièrement espacées.

Toutes les isoclines doivent passer par les points de charge concentrée et par les points isotropes. Une isocline doit coïncider avec chaque axe de symétrie. Le paramètre d'une isocline coupant une frontière libre est égal à la pente de la frontière en ce point.

Deuxième cas : $\sin^2 \frac{\varphi}{2} = 0 \longrightarrow \varphi = N2\pi$

Le lieu des points pour lesquels $N = 1$ constitue la frange d'ordre 1. Ceux pour lesquels $N = 2$ sont situés sur la frange d'ordre 2 etc....

Les isochromes dépendent de la charge appliquée et de la longueur d'onde utilisée. Le long des isochromes la différence de chemin optique est égale à un nombre entier de fois la longueur d'onde. Observées en lumière polychromatique les isochromes sont des lignes d'égalité de couleurs. En l'absence de contraintes, ainsi qu'en dehors du modèle, $I = 0$ c'est pourquoi le polariscope à lumière rectiligne est à champ obscur.

Avec $\varphi = 2\pi \delta / \lambda$ et $\delta = ce(\sigma_1 - \sigma_2)$ on obtient la relation fondamentale de la photoélasticimétrie utilisée pour exploiter le réseau de franges isochromes.

$$(\sigma_1 - \sigma_2) = N(\lambda / c) / e$$

La valeur de l'ordre de frange N est relevée expérimentalement sur le réseau de franges. Le rapport (λ / c) qui dépend de la longueur utilisée et de la matière du modèle est appelée constante de frange. Elle doit donc toujours être déterminée avant de procéder aux essais.

II.10 Le polariseur à lumière circulaire

- **Lame quart d'onde :**

Une lame quart d'onde est une lame biréfringente uniforme présentant en tout point une différence de chemin optique égale à un nombre entier de fois la longueur d'onde plus un quart.

$$\delta = \left(K + \frac{1}{4}\right)\lambda \longrightarrow \varphi = 2\pi \delta / \lambda = 2K\pi + \pi/2$$

Un polaroid circulaire est l'association d'un polaroid et d'une lame quart d'onde dont les axes sont situés à $\pi / 4$ de l'axe du polaroid.

On peut reprendre le calcul suivant dans lequel le modèle sera remplacé par la lame quart d'onde, c'est à dire $\alpha=\pi/4$ et $\varphi=\pi$

$$E_x = a \cos \alpha \cos \omega t$$

$$E_y = -a \sin \alpha \cos(\omega t - \varphi)$$

$$E_x = a \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \omega t$$

$$E_y = a \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \omega t$$

C'est bien une onde circulaire ($E_x^2 + E_y^2 = (a^2)/2$)

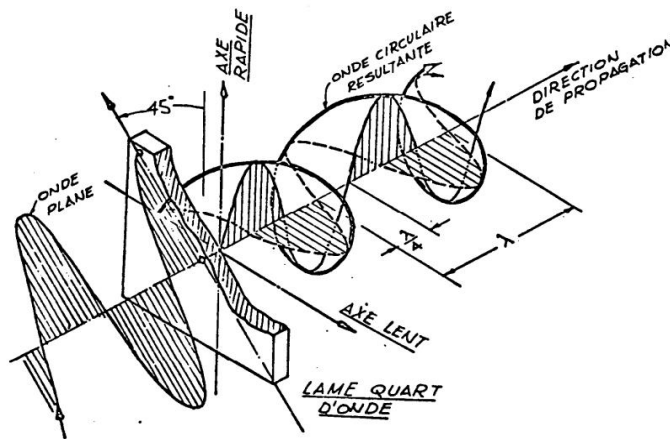


Figure II-7: Obtention d'une lumière polarisée circulaire à l'aide d'une lame quart d'onde

Un polariseur à lumière circulaire est un ensemble formé d'une source lumineuse donnant une onde plane, puis d'un polariseur circulaire, le modèle à étudier, une deuxième lame quart d'onde, un analyseur et une caméra pour l'enregistrement des images.

Suivant que la deuxième lame quart d'onde est croisée ou parallèle avec la première lame quart d'onde et que l'analyseur est parallèle ou croisé avec le polariseur quatre configurations sont possible. On verra en détails le cas le plus fréquemment utilisé où les quarts d'onde sont croisés et le polariseur et analyseur sont aussi croisés.

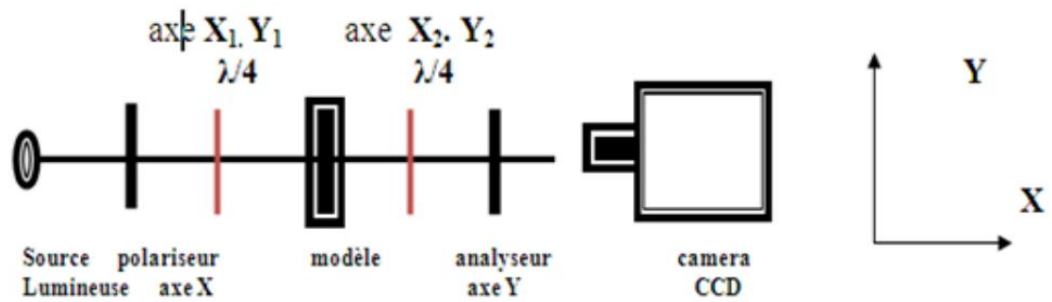


Figure II-8/ Schéma simplifié d'un polariscope à lumière circulaire

En changeant d'origine au passage de chaque élément comme précédemment, à la sortie du polariseur circulaire, on aura :

$$\text{A l'entrée du model} \quad \vec{E} = \begin{cases} x = a \frac{\sqrt{2}}{2} \cos(\omega t - \alpha) \\ y = a \frac{\sqrt{2}}{2} \sin(\omega t - \alpha) \end{cases}$$

$$\text{A la sortie du model} \quad \vec{E} = \begin{cases} x = a \frac{\sqrt{2}}{2} \cos(\omega t - \alpha) \\ y = a \frac{\sqrt{2}}{2} \sin(\omega t - \alpha - \varphi) \end{cases}$$

A l'entrée de la deuxième lame quart d'onde :

$$\vec{E} = \begin{cases} X = a \frac{\sqrt{2}}{2} [\sin \alpha \cos(\omega t - \alpha) + \cos \alpha \sin(\omega t - \alpha - \varphi)] \\ Y = a \frac{\sqrt{2}}{2} [-\cos \alpha \cos(\omega t - \alpha) + \sin \alpha \sin(\omega t - \alpha - \varphi)] \end{cases}$$

A la sortie de la deuxième lame quart d'onde :

$$\vec{E} = \begin{cases} X = a \frac{\sqrt{2}}{2} [\sin \alpha \cos(\omega t - \alpha) + \cos \alpha \sin(\omega t - \alpha - \varphi)] \\ Y = a \frac{\sqrt{2}}{2} [-\cos \alpha \sin(\omega t - \alpha) + \sin \alpha \cos(\omega t - \alpha - \varphi)] \end{cases}$$

Enfin après l'analyseur :

$$\vec{E} = (X + Y)\cos(\pi/4)$$

$$\vec{E} = \frac{a}{2} [\sin\alpha (\cos(\omega t - \alpha)) + \cos\alpha (\sin(\omega t - \alpha - \varphi) - \sin(\omega t - \alpha))]$$

Soit :

$$\vec{E} = -a \sin \frac{\varphi}{2} \cos(\omega t - \frac{\varphi}{2})$$

On a donc pour intensité uniquement le terme relatif aux isochromes :

$$I = a^2 \sin^2 \left(\frac{\varphi}{2}\right)$$

- **Elimination des isoclines**

Pour éliminer les isoclines, il suffit de placer entre polariseur et le modèle d'une part, et d'autre part entre le modèle et l'analyseur, une lame quart d'onde dont les axes sont à $\alpha=\pi/4$ de ceux du polariseur.[22]

On obtient donc des franges d'ordre entier, car :

$$I = 0 \rightarrow \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) = 0 \rightarrow \varphi = 2k\pi = \frac{2\pi\delta}{\lambda} \rightarrow \varphi = k\pi$$

- **Notion de champ clair et de champ obscur**

- **Polariscope plan**

- polariseur et analyseur croisés \longrightarrow champ obscur

- polariseur et analyseur parallèles \longrightarrow champ clair

- **Polariscope circulaire**

- polariseur et analyseur croisés et lames quart d'onde croisées \longrightarrow champ obscur

- polariseur et analyseur parallèles et lames quart d'onde croisées \longrightarrow champ clair

II.11 La photoélasticité par réflexion

La photoélasticité par réflexion utilise des revêtements minces collés sur des structures réelles. C'est la structure qui impose ses déformations au revêtement biréfringent. On mesure donc des déformations qui sont converties en contraintes.

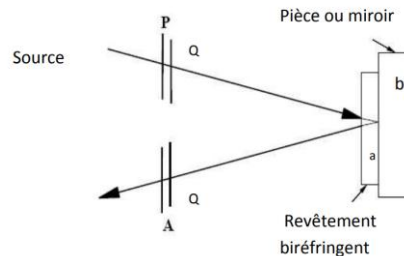


Figure II-9: Polariscopes à réflexion.

P : polariseur

A : analyseur

Q : lame quart d'onde

- **Fonctionnement du polariscope à réflexion :**

Un revêtement photo élastique est collé sur la surface de la pièce avec une colle réfléchissante à base de poudre d'aluminium. La lumière incidente polarisée traverse deux fois le revêtement et génère des isoclines et des isochromes (*Figure précédent*).

II.12 Tracé des isostatiques

En lumière blanche, ces courbes noires sont les isoclines : *La Figure* montre comment déduite les isostatiques du relevé des isoclines. Ces dernières sont les courbes noires obtenues pour des inclinaisons des polariseurs de θ_1 et θ_2 et θ_3 respectivement.

Les isostatiques sont les courbes en tout point parallèles aux directions principales des contraintes. Elles forment deux réseaux de courbes perpendiculaires. En un point B_2 de l'isocline θ_2 , les directions principales des contraintes sont données par le dièdre incliné de θ_2 . Les isostatiques sont donc tangentes à ce dièdre. Pour tracer une isostatique passant par A_1 , on relie le point A_1 au point A_2 avec une droite inclinée de $(\theta_1 + \theta_2) / 2$ et ainsi de suite.

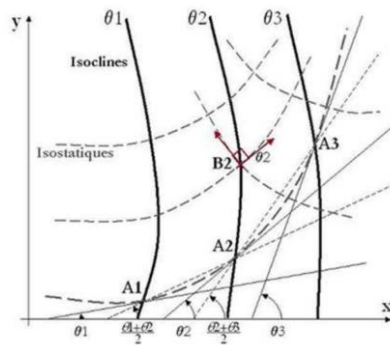


Figure II-10: Tracé des isostatiques à partir des isoclines

II.13 Lois de similitude prototype modèle

Lors de l'analyse d'un modèle photo élastique fabriqué à partir d'un matériau photo élastique la question d'applicabilité des résultats est soulevée, car le prototype est très souvent fabriqué en métal. Les constantes photo élastiques du modèle photo élastique sont très différents du prototype métallique. Dans le cas d'une plaque dans laquelle les contraintes remplissent les conditions de la contrainte plane généralisée, la distribution des contraintes moyenne est généralement indépendante des constantes élastiques du matériau pourvue que la limite de l'élasticité linéaire ne soit pas dépassée. Une exception à cette règle se produit dans le cas où la plaque est multiplement connexe.

Dans un tel cas, la distribution des contraintes dans le modèle varie suivant le coefficient de poisson du matériau. La valeur de cette variation est cependant faible et donc les résultats obtenus sur un modèle photo élastique plan peuvent être transposés au cas d'une structure réelle. L'indépendance du constant élastique n'est pas applicable en général à un système de contraintes à trois dimensions mais tant que le coefficient de poisson n'est pas sérieusement différent pour les deux matériaux la différence dans les contraintes reste faible.

Les contraintes dans le prototype peuvent être alors obtenus à l'aide de la relation suivante ; les indices M et P correspondant respectivement au modèle et au prototype.

$$\sigma_P = \sigma_M \frac{F_P L_M e_M}{F_M L_P e_P}$$

Avec :

σ : la contrainte.

F : l'effort appliqué.

II.14 Conclusion

Dans ce chapitre on a présenté le Comportement de la lumière et la propriété de la polarisation qui dépend de la direction du vecteur de champ électrique E , et nous avons traité le phénomène de biréfringence naturelle et accidentelle, cette dernière est utilisée en photoélasticimétrie.

Nous avons expliqué les différentes configurations de polariscope (en lumière plane ou circulaire) et l'utilisation de la biréfringence pour l'obtention des franges isochromes et isoclines, qui permettent de déterminer respectivement les valeurs des contraintes de cisaillement maximales et les directions des contraintes principales dans le modèle étudié.

III. Analyse expérimentale et numérique des contraintes développées dans différents types de contact

III.1 Introduction

Dans la majorité des systèmes mécaniques, le contact entre les éléments engendre des contraintes qui peuvent être élevées en plus des caractéristiques géométriques des pièces, d'où la nécessité d'évaluer le type et l'amplitude de ces contraintes.

Notre étude expérimentale du contact entre deux solides est basée sur l'application de la photoélasticimétrie à des modèles en époxy biréfringent, cette méthode permet d'obtenir les franges isoclines et isochromes qui seront ensuite exploitées pour déterminer l'orientation et les valeurs des différentes contraintes principales, une comparaison avec des résultats obtenus par la méthode des éléments finis à l'aide du logiciel "CASTEM" permet de valider notre travail.

III.2 Dispositif expérimental

Le polariscope est un instrument de laboratoire qui permet de visualiser sous forme de franges de polarisation, les contraintes mécaniques induites dans un modèle translucide comme l'époxy.

Donc la photoélasticimétrie est une méthode éprouvée d'analyse et d'enregistrement des contraintes mécaniques dans les composants.

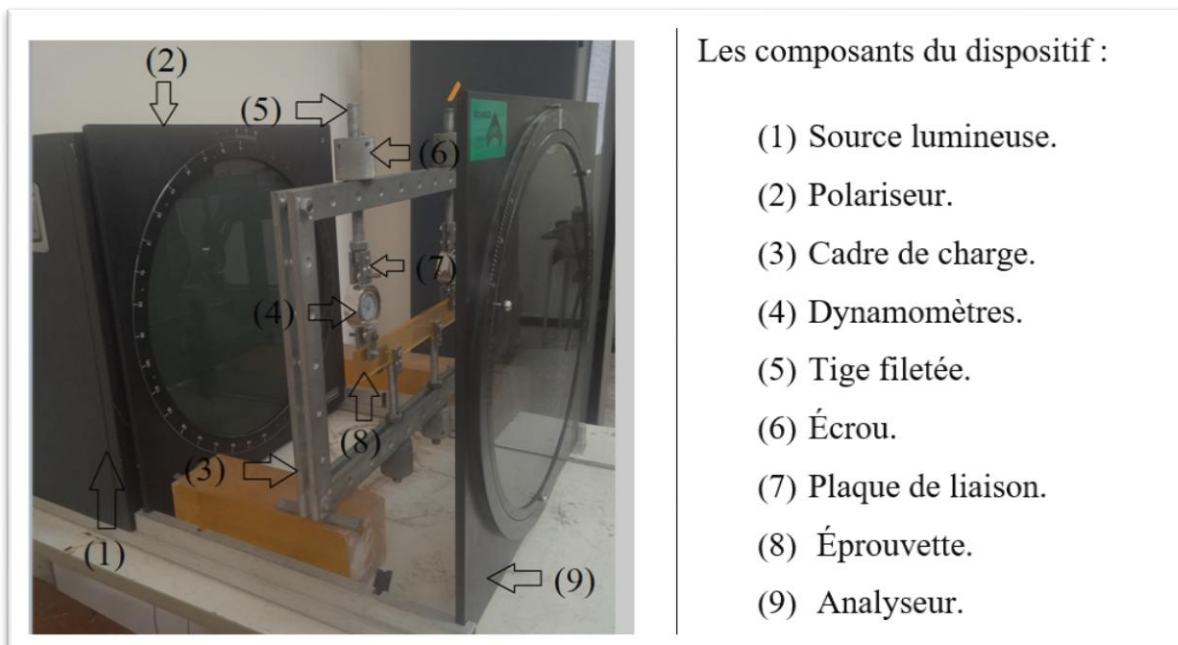


Figure III-1: Polariscopes par transmission.

III.3 Détermination de la constante de frange

La constante de frange est le rapport entre la longueur d'onde λ qui sera employée sur le banc de la photoélasticimétrie et la constante photo élastique (c) du modèle utilisé. Cette constante sera déterminée expérimentalement par la méthode de flexion (essai de flexion 4 points).

III.3.1 L'application d'essai de flexion 4 points

III.3.1.1 Identification du modèle

Le model utilisé est en époxy possédant la propriété de biréfringence nécessaire pour mener l'étude sur un polariscope. Ses dimensions sont :

Épaisseur $e = 10\text{mm}$

Hauteur $H = 40\text{mm}$

Largueur $L = 374\text{mm}$.

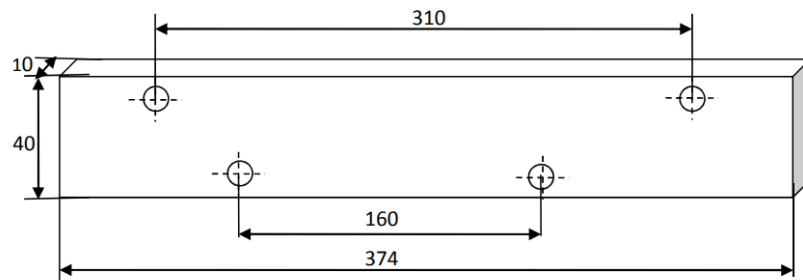


Figure III-2: Eprouvette de l'essai de flexion

III.3.1.2 Principe et procédure de détermination de la constante de frange

L'éprouvette doit être fixée sur le polariscope pour pouvoir créer un moment fléchissant constant sur une certaine partie de l'éprouvette, une fois les franges isochromes visualisées, on peut retrouver la valeur de l'ordre de frange, qui sera exploité avec le moment de fléchissons pour déterminer la constante de frange.

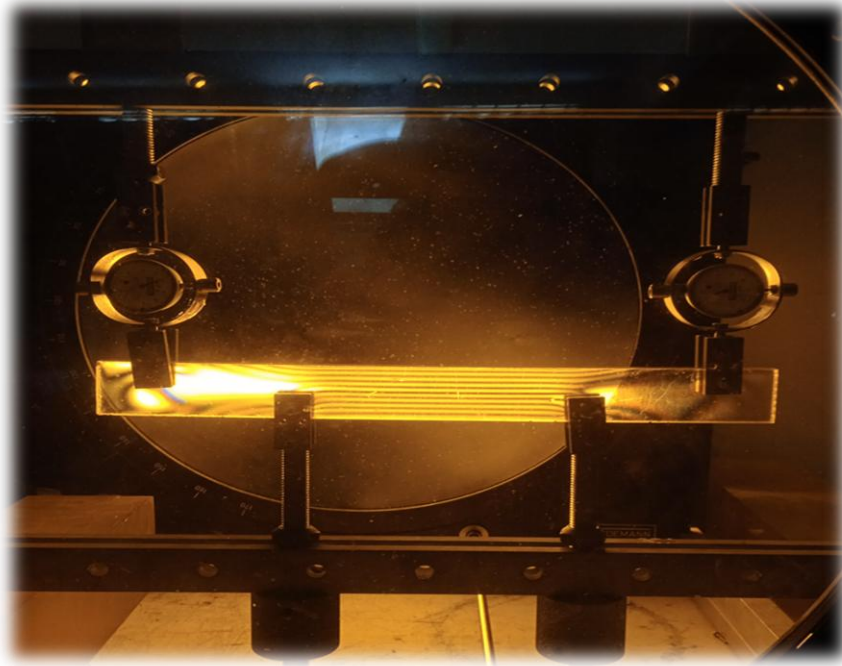


Figure III-3: Les franges isochromes obtenues en flexion

III.3.1.3 Calcul du moment fléchissant M_f

On applique aux points A et B, un effort F d'intensité égale à 198,82N. A l'équilibre, on a :

$$\sum F=0 \Rightarrow 2F - RB - RC = 0$$

$$\sum M_f/B = FA(AB) + RB(BB) + RC(CB) + FD(DB) = 0$$

$$\Rightarrow 160RC - 235FD + 75FA = 0$$

A partir de ces équations d'équilibre, on retrouve :

$$RB = RC = F = 198.82 \text{ N}$$

Le moment fléchissant entre A et B est $M_f = F \cdot x$

Le moment fléchissant entre B et C est :

$$M_f = F \cdot x - RB(x - 75)$$

$$M_f = F \cdot x - F \cdot x + 75 \cdot F$$

$$M_f = 75 \cdot F$$

$$M_f = 14911,5 \text{ N.mm}$$

On déduit le moment maximum : $M_f = 14911.5 \text{ N.mm}$

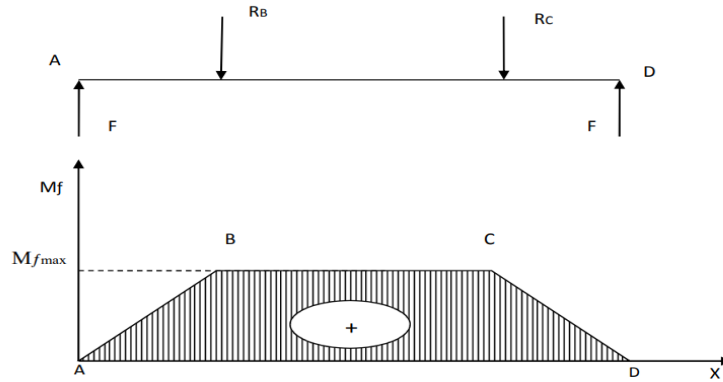


Figure III-4: Diagramme du moment fléchissant

III.3.1.4 L'ordre de frange N

Après application des efforts, on relève sur la largeur de la poutre l'ordre de frange NT correspondant au moment fléchissant appliqué sur le modèle.

Sachant que l'ordre de frange au niveau de la ligne neutre est égale à zéro, à une distance $D1$, on a l'ordre de frange égale à 2, l'ordre de frange N au bord de l'éprouvette, à une autre distance $D2$ sera donné avec : $N=2 (D2/D1)$ En mesurant les distances $D1$ ET $D2$ à partir de la figure ce qui donne $N=5$.

Donc : $NT = 10$.

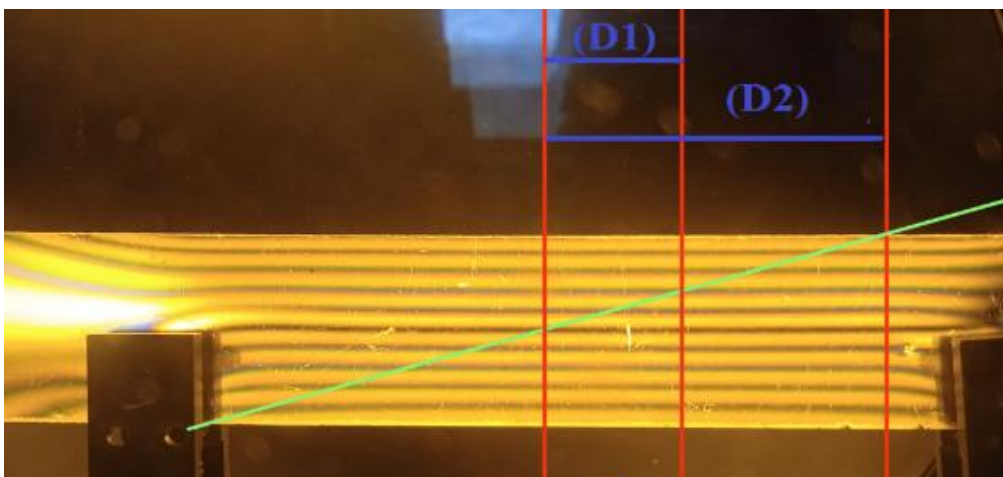


Figure III-5: Relevé de l'ordre de frange au bord de l'éprouvette

III.3.1.5 Calcul de la constante de frange

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{N \cdot f}{e}$$

Sur les bords de l'éprouvette nous avons : $\sigma_2 = 0$

Ce qui donne :
$$f = \frac{e \sigma_1}{N}$$

La contrainte σ nous est donnée par la formule suivante :

$$\sigma_1 = \frac{Mf}{W} = \frac{Mf}{I_x} \cdot v$$

Tel que : $W = I_x / v$

Ou : I_x est le moment d'inertie de la plaque qu'est donné par la relation :

$$I_x = \frac{eh^3}{12}$$

v est la distance qui sépare la ligne neutre du bord de la distance qu'est donnée par la relation :

$$v = h/2$$

Avec : les paramètres suivants :

$$H = 40 \text{ mm}$$

$$Mf = 14911,5 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$N = 5$$

$$f = 6 \cdot \frac{Mf}{N \cdot h^2} = 178946.1 / 16\,000 = 11.18$$

Donc : **$f = 11.18 \text{ N/mm} \cdot \text{Ordre}$**

III.4 Analyse numérique et expérimentale des contraintes sur un disque comprimé :

III.4.1 Etude expérimental :

III.4.1.1 Introduction

Notre travail consiste à appliquer la méthode photoélasticimétrie et à l'aide d'un polariscope nous avons observé clairement le réseau d'isochromes avec des franges isoclines. Cette observation nous permettra d'analyser le champ des contraintes développées dans un disque en époxy.

Le disque est en époxy avec un module de Young de 3273Mpa, un coefficient de poisson de 0.37 et une constante de frange de 11.18N/mm/frange. Il possède les propriétés de biréfringence nécessaires pour mener l'étude sur un polariscope.

Ses dimensions sont : 50mm de diamètre et 6 mm d'épaisseur soumis à une force de 717 N. le modèle est monté sur le cadre de charge, comme dans la figure suivante.

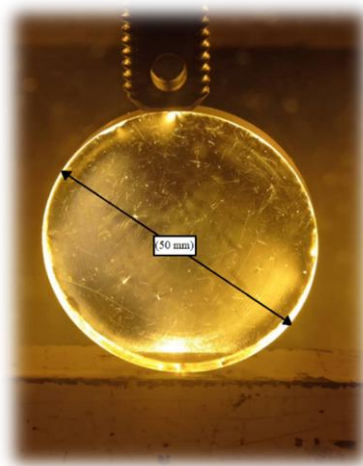


Figure III-6 : Disque en époxy soumis à aucune force.

Donc :

Notre travail consiste à appliquer la méthode photoélasticimétrie pour obtenir les franges isochromes et isocline qui seront ensuite exploitées pour déterminer les valeurs et les directions des contraintes.

En suite une analyse par éléments finis avec le logiciel CASTEM est utilisée pour obtenir le champ des contraintes développées à l'intérieur du Modèle.

III.4.1.2 Visualisation du réseau d'isochromes

Après l'application de la charge et à l'aide d'un polariscope nous avons observé clairement le réseau d'isochromes avec des franges isoclines. Cette observation permet de savoir les valeurs de l'ordre de frange N correspondant à chaque frange. Pour la détermination de la variation de la différence des contraintes principales en applique les lois de Maxwell et on détermine ces contraintes.

Rappelons qu'en photoélasticimétrie :

-la différence des contraintes principales est donnée par la relation de MAXWELL :

$$(\sigma_1 - \sigma_2) = N \cdot f / e$$

-la contrainte de cisaillement maximale est donnée par la relation suivante :

$$\tau_{max} = (\sigma_1 - \sigma_2) / 2$$

Avec :

N : Ordre de frange.

f : Constante de frange

e : Epaisseur du modèle.

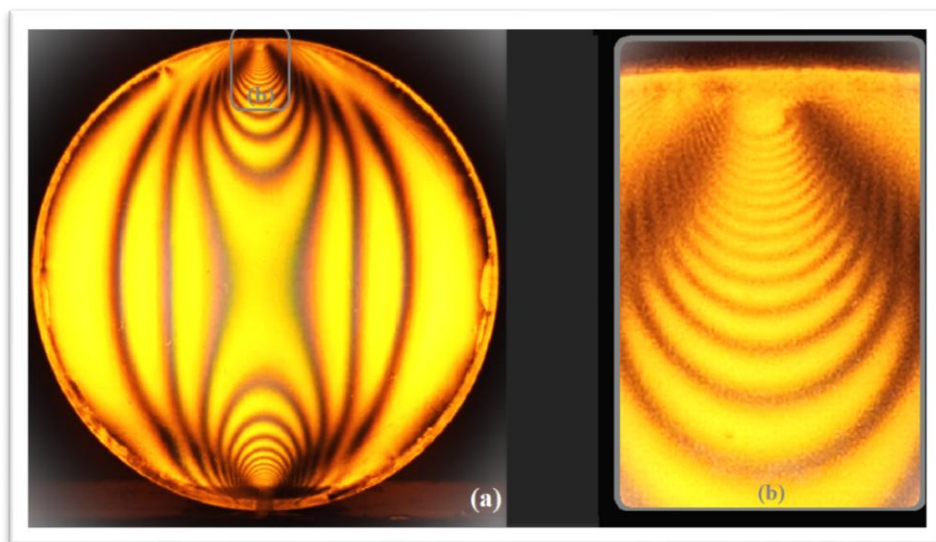


Figure III-7: Réseau d'isochromes avec des franges isoclines observé sur le polariscope

L'image qu'on a observée sur le polariscope montre les points d'application de la charge, la figure (III.7.a) permet d'obtenir facilement et précisément les ordres de franges près de la zone de contact.

Un zoom de la zone de contact (figure (III.7.b)) détermine la concentration des contraintes au voisinage de la zone de contact afin de déterminer avec précision la différence de contraintes principales dans le but de faire une comparaison avec la simulation numérique pour validation.

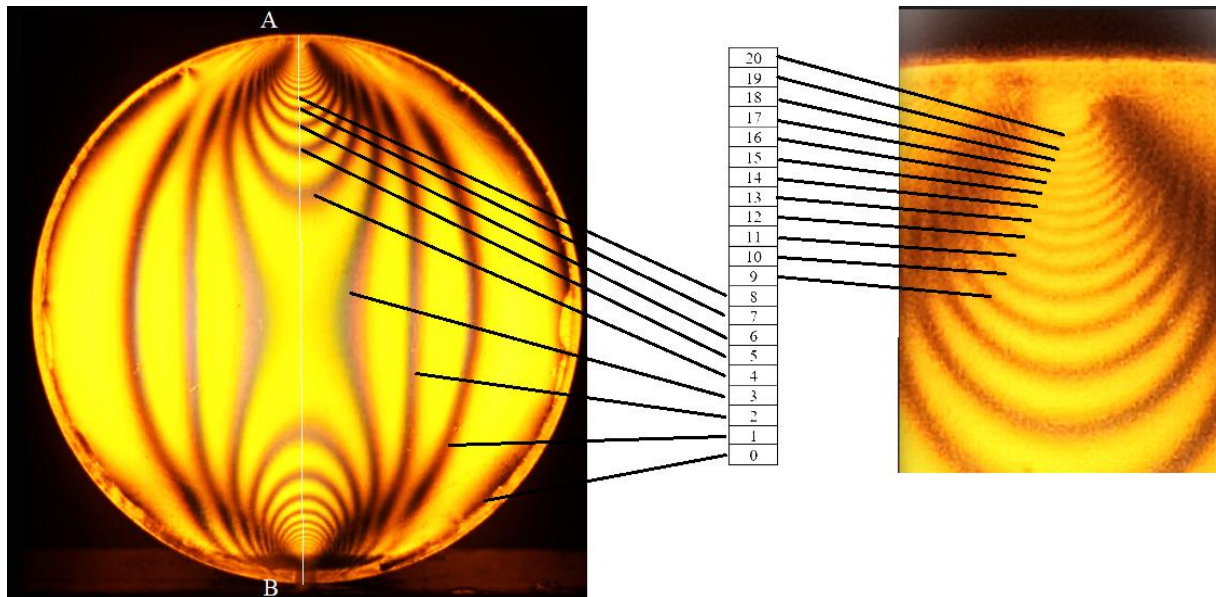


Figure III-8: Réseau d'isochromes observé sur le polariscope

Les franges au voisinage du contact sont difficiles à distinguer, ce qui nous amène à agrandir cette zone pour pouvoir repérer ces franges sur toute la surface du modèle.

III.4.1.3 Calcul de la valeur de τ max suivant le segment [AB]

A l'intersection du segment [AB] avec les franges isochromes on mesure les distances correspondantes par rapport au point de contact A. Sachant qu'on a utilisé un champ sombre.

On a une correspondance entre l'ordre de frange N et les valeurs des contraintes de cisaillement ces valeurs sont portées sur un tableau à partir duquel on trace le graphe de l'évolution de la contrainte de cisaillement maximale le long d'une droite [AB].

Ordre de frange	Distance sur image (mm)	Distance réelle en (mm)	$\sigma_1 - \sigma_2 = (N.f)/e$ [Mpa]	$\tau_{max} = (\sigma_1 - \sigma_2)/2$ [MPa]
20	4.35	1.45	37.267	18.633
19	5.04	1.68	35.403	17.702
18	5.73	1.91	33.54	16.77
17	6.42	2.14	31.677	15.838
16	7.08	2.36	29.813	14.906
15	7.92	2.64	27.95	13.975
14	8.73	2.91	26.087	13.0433
13	9.72	3.24	24.223	12.112
12	10.65	3.55	22.36	11.18
11	11.76	3.92	20.497	10.248
10	13.41	4.47	18.633	9.317
09	15.33	5.11	16.77	8.385
08	17.52	5.84	15.334	7.667
07	20.82	6.94	13.043	6.522
06	25.44	8.48	11.18	5.59
05	31.95	10.65	9.317	4.658
04	44.22	14.74	7.453	3.727

Tableau III-1: Valeurs des contraintes de cisaillement maximale (τ_{max}) relevée suivant [AB]

-Le graphe de l'évolution de la contrainte de cisaillement maximale le long d'une droite [AB] :

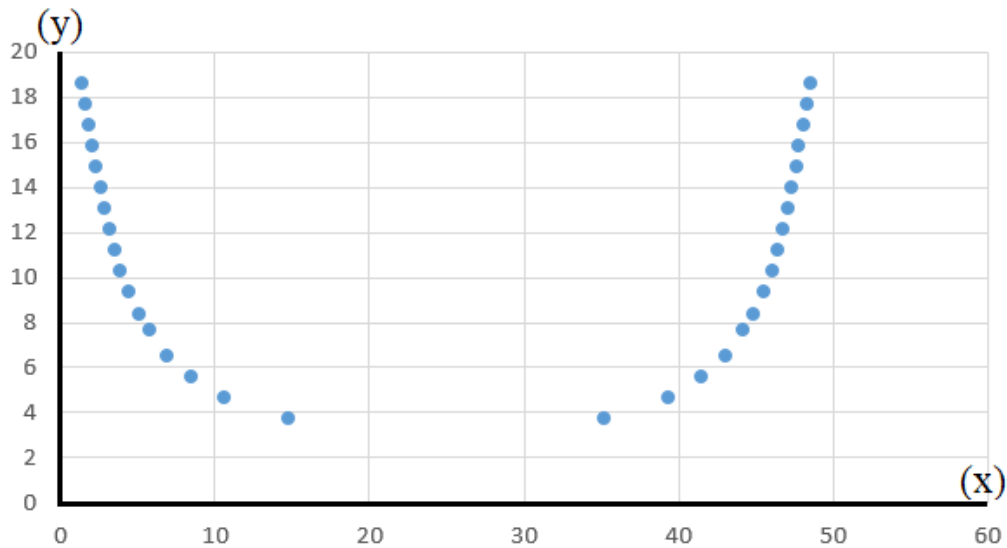


Figure III-9: Graphe expérimentalement le long de la droite [AB]

Avec : (x) La distance en (mm), (y) contrainte de cisaillement maximale (τ_{max}).

D'après la figure la contrainte de cisaillement maximale (τ_{\max}) diminue d'une valeur de 18.633Mpa à une distance de 1.45mm jusqu'à sa valeur minimale 3.727MPa à une distance de 14.74mm, puis augmente à partir de 35.26mm jusqu'à sa valeur maximale.

III.4.1.4 Les franges isoclines expérimentales :

Pour visualiser les franges isoclines il faut tourner les deux polaroïds (le polariseur et l'analyseur) simultanément avec un angle de 10° et on visualise les franges isoclines qui apparaissent une à une suivant l'angle de rotation. On remarque qu'en faisant tourner les deux polaroïds, les franges isoclines apparaissent en noire sur les images. Elles changent de position suivant l'angle de rotation.

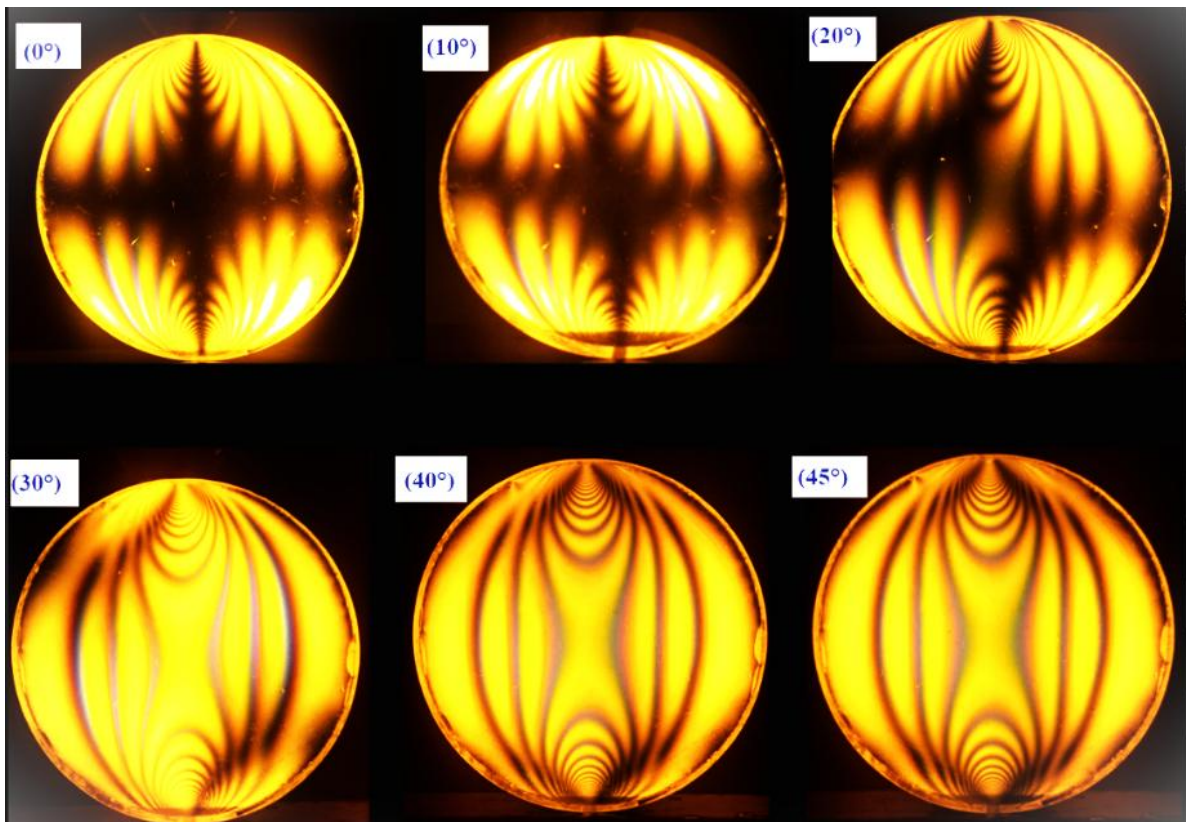


Figure III-10: Les franges isoclines expérimentales ($0^\circ, 10^\circ, 30^\circ, 20^\circ, 30^\circ$ et 45°).

III.4.2 Étude Numérique :

III.4.2.1 Calcul des champs de contraintes à l'aide du logiciel CASTEM 2000

Étude numérique, baser sur les calculs des éléments finis pour déterminer les contraintes à l'aide du logiciel Castem 2000.

CASTEM utilise une échelle de couleur pour afficher les contraintes. Pour CASTEM c'est juste une couleur ; une intensité de lumière dans un point, c'est une matrice qu'il fait correspondre à la valeur de l'intensité.

Si par exemple l'intensité de lumière est nulle, CASTEM la représente en bleu. Si l'intensité de lumière est maximale, il la représente en rouge. CASTEM possède quatre couleurs bleu, vert, jaune et rouge. L'intensité de lumière est variable entre 0 et 1.

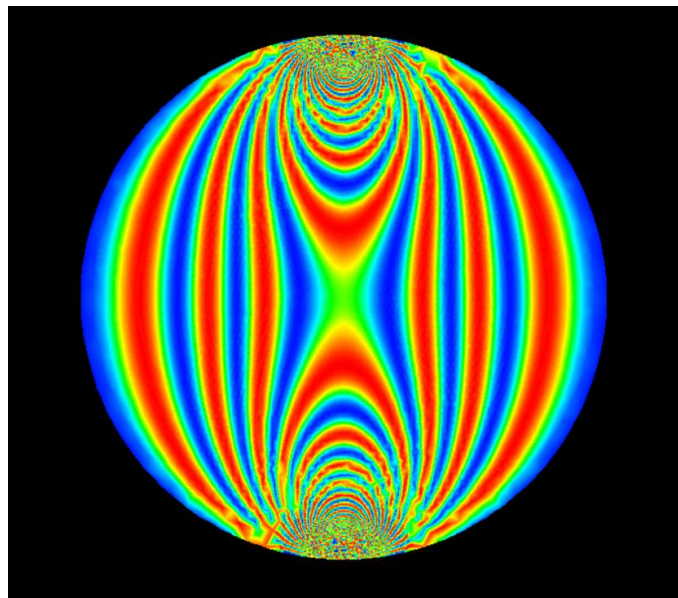


Figure III-11: Les franges isochromes simulées en champ obscur.

III.4.2.2 La variation de la contrainte de cisaillement maximale le long de la droite [AB]

La contrainte de cisaillement maximale (τ_{\max}) augmente rapidement au milieu de la zone de contact (points de Hertz) pour atteindre son maximum à 23.00MPa à une distance de 0,99mm. Puis, diminue jusqu'à sa valeur minimale à 3.04MPa au milieu de la zone de contact dans cette zone la contrainte n'est pas nulle à, mais elle prend une valeur de 3.04MPa puis augmente jusqu'à sa valeur maximale, Puis, diminue une autre fois jusqu'à la fin.

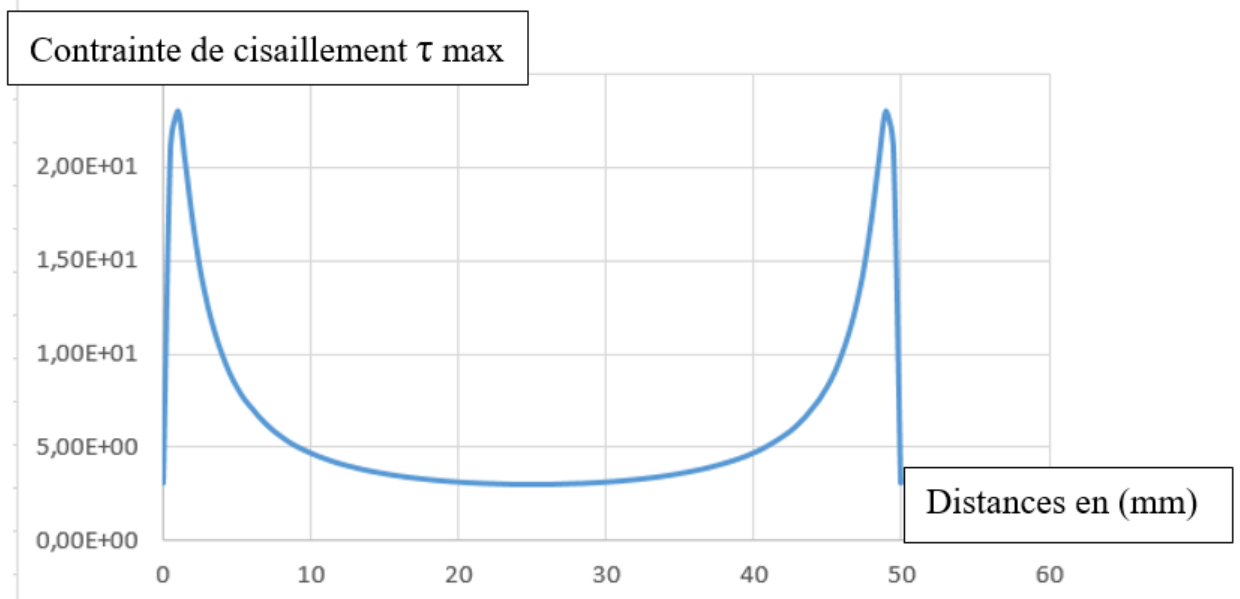


Figure III-12: Evolution de (τ_{max}) relevée numériquement le long de la droite AB

III.4.2.3 Les franges isoclines obtenus par CASTEM

Le programme nous donne la valeur de $\sin^2 2\alpha$ en chaque point du modèle ce qui permet de tracer les isoclines qui correspondent à $\sin^2 2\alpha = 0$. On obtient par rotation successive de 10° des axes des polaroids les images des isoclines représentées par le bleu.

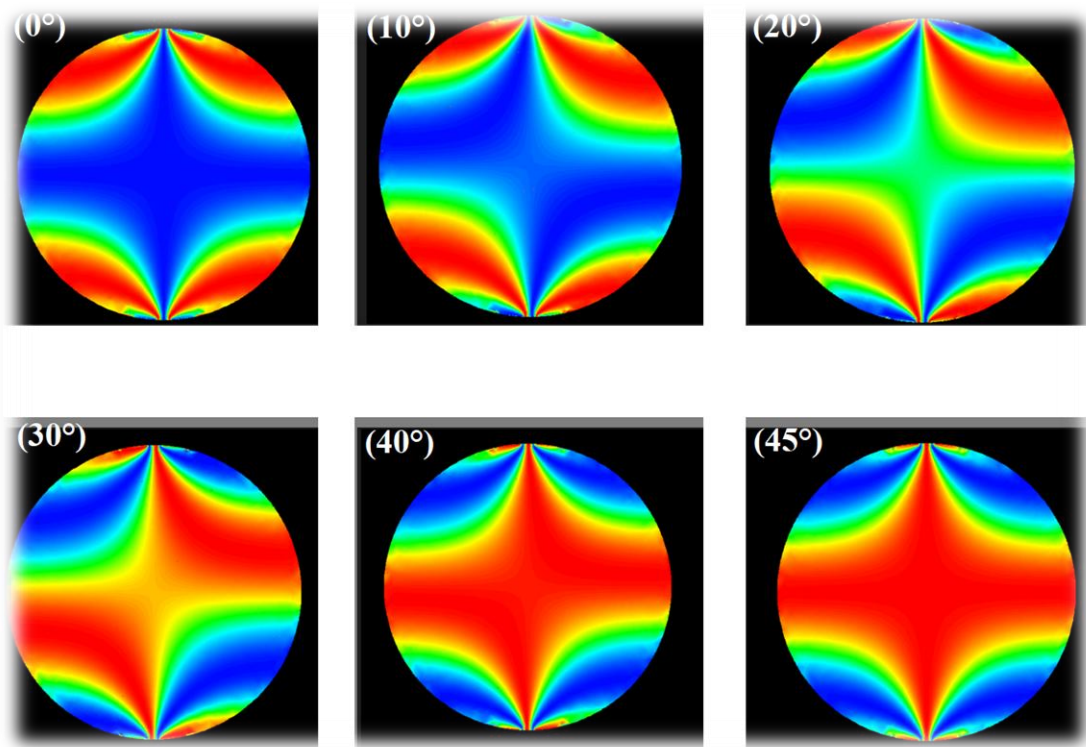


Figure III-13: Les franges isoclines relevées numériquement ($0^\circ, 10^\circ, 30^\circ, 20^\circ, 30^\circ$ et 45°).

III.4.3 Comparaison des résultats

Dans le premier chapitre on a rappelé les différentes formulations du problème de Hertz,

Une comparaison se fera entre les résultats de l'application de la théorie de Hertz et les résultats que nous avons obtenus par la méthode de la photoélasticimétrie et du logiciel "CASTEM".

	La théorie de Hertz	Logiciel « CASTEM »	La photoélasticimétrie
La contrainte maximale (τ max).	22.36Mpa	23.00Mpa	18.63Mpa
La profondeur(mm)	0.788(mm)	0.99(mm)	1.45(mm)

Une autre comparaison se fera d'une part, par la comparaison des courbes de la variation de la contrainte de cisaillement maximale, et d'autre part, par la comparaison des franges isochromes et isoclines relevées sur le polariscope avec celles calculées numériquement à l'aide du logiciel "CASTEM".

III.4.3.1 Superposition des courbes

La comparaison peut se faire par la superposition de la courbe numérique et de la courbe expérimentale obtenue. La figure montre que les deux graphes se rapprochent et qu'il y a une concordance des résultats.

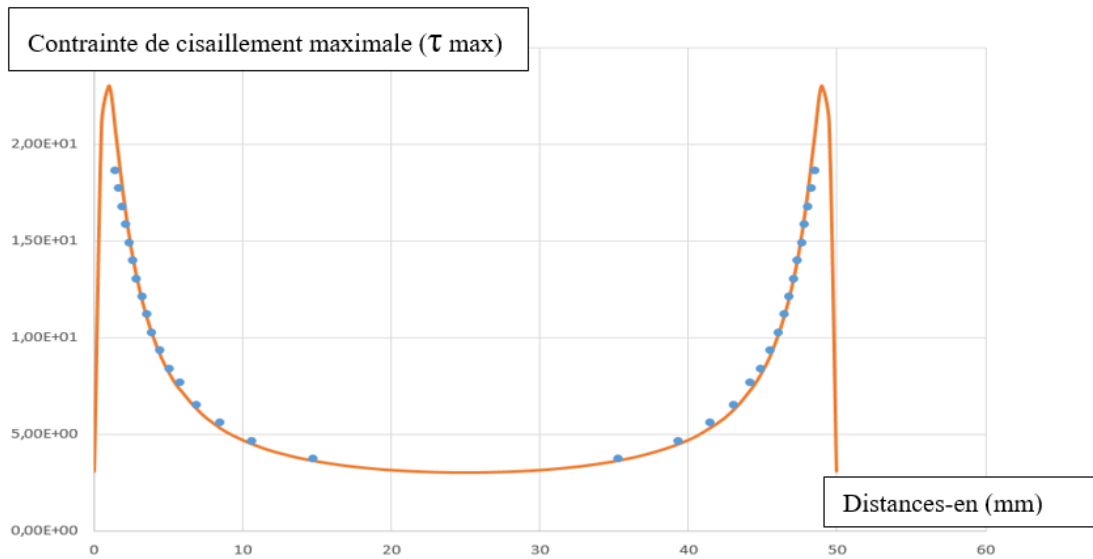


Figure III-14: Superposition de la courbe numérique et de la courbe expérimentale

III.4.3.2 Comparaisons des réseaux d'isochromes

D'après la figure suivant on voit que ces images obtenues expérimentalement sont comparables avec les images obtenues sous CASTEM traitées avec Photoshop.

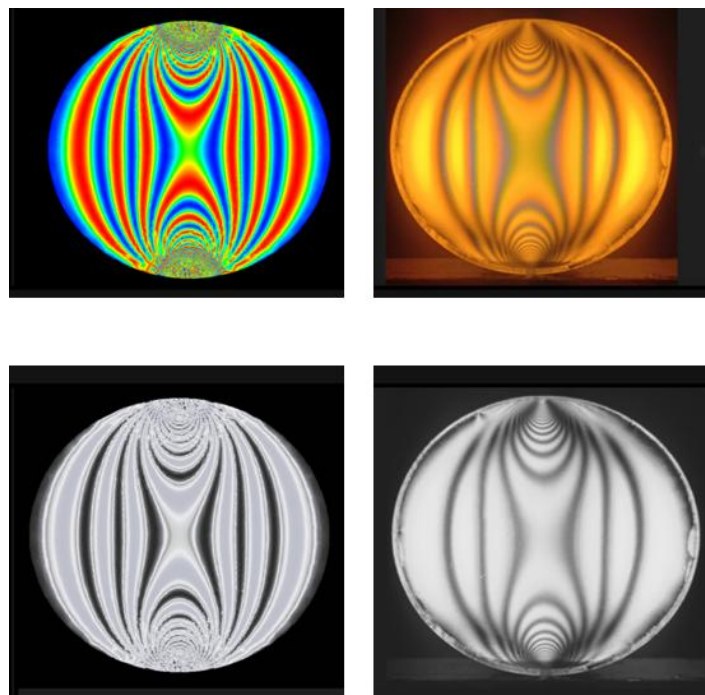


Figure III-15: Isochromes relevées expérimentalement et isochromes simulées à l'aide du logiciel CASTEM2000 traitées avec Photoshop

III.4.3.3 Comparaison des franges isoclines

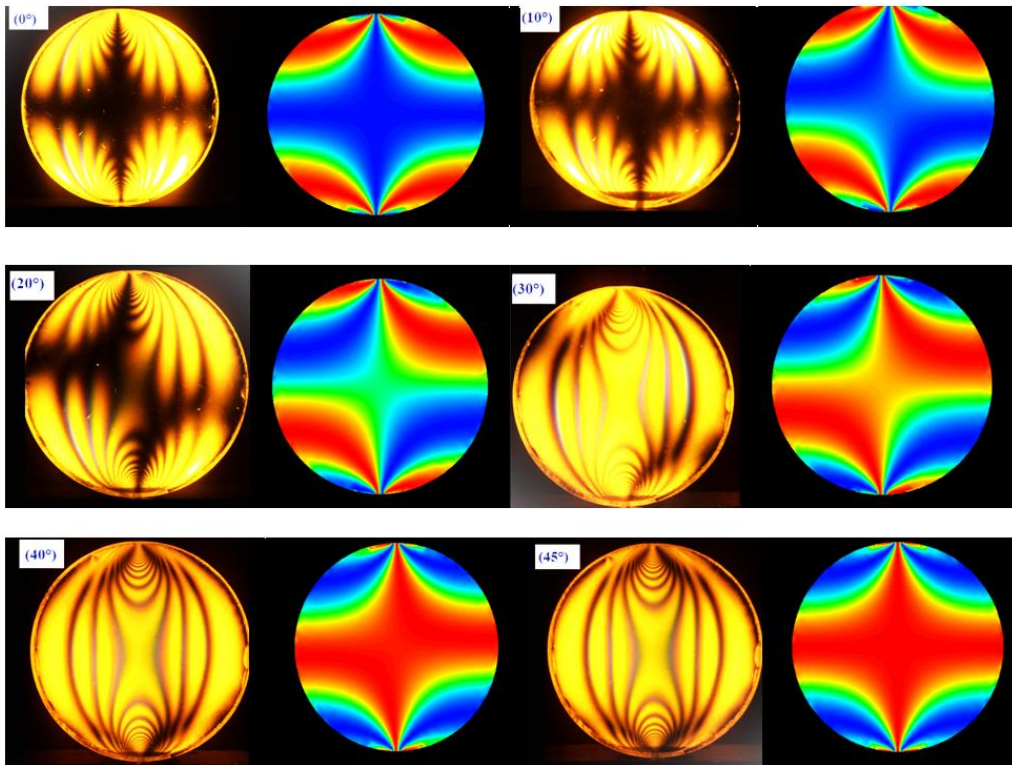


Figure III-16: Superposition des isoclines obtenues numériquement avec leurs correspondantes obtenues expérimentalement.

III.4.3.4 Une autre Comparaison des franges isoclines :

Une comparaison entre les isoclines obtenues numériquement traitées avec PHOTOSHOP avec les isoclines obtenues expérimentalement entre deux angles (0°) et (45°).



Figure III-17: Isoclines obtenus numériquement et expérimentalement (0°) et (45°).

III.4.4 Discussion des résultats

Dans cette partie, on a utilisé la photoélasticimétrie 2D et la méthode des éléments finis pour l'analyse des contraintes, on a déterminé le champ de contrainte développé dans le modèle.

Nous pouvons remarquer qu'il y a une bonne concordance des résultats sauf dans certaines zones, notamment au voisinage du point de contact où il est difficile de relever les ordres de franges expérimentaux.

III.5 Analyse numérique et expérimentale des contraintes Un cylindre rigide sur un plan déformable

III.5.1 Etude expérimental

III.5.1.1 Dispositif de chargement

Avec l'utilisation de la photoélasticimétrie 2D on à réaliser un contact cylindre rigide sur un plan déformable, pour déterminer l'orientation et les valeurs des différentes contraintes principales. Le modèle est monté dans le dispositif de chargement pour appliquer la charge de compression sur le modèle.

On récupèrera les résultats sur le polariscopes sous forme d'images, à l'aide d'un appareil photo numérique, les isochromes et les isoclines obtenues permettront d'analyser le champ des contraintes développées dans le modèle.

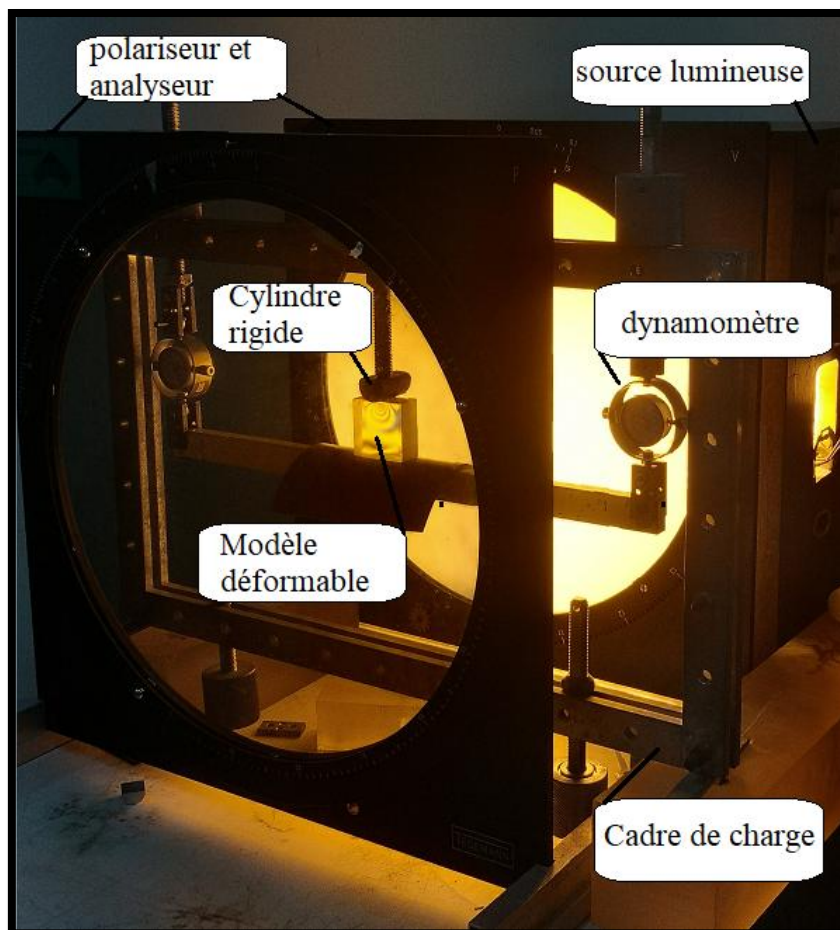


Figure III-18: Dispositif de chargement

III.5.1.2 Identification du modèle

Dans cette étude on utilisera deux pièces, un cylindre rigide en acier de diamètre de 25mm, avec un module de Young $E = 210\,000\text{MPa}$, un coefficient de poisson $\nu = 0.3$, et La deuxième pièce est un parallélépipède (50 x 50 x 23 mm) avec un module de Young $E = 3273\text{Mpa}$, un coefficient de poisson $\nu = 0.37$, et une constante de frange de 11.18N/mm/frange.il soumit à une charge du 528.012N.

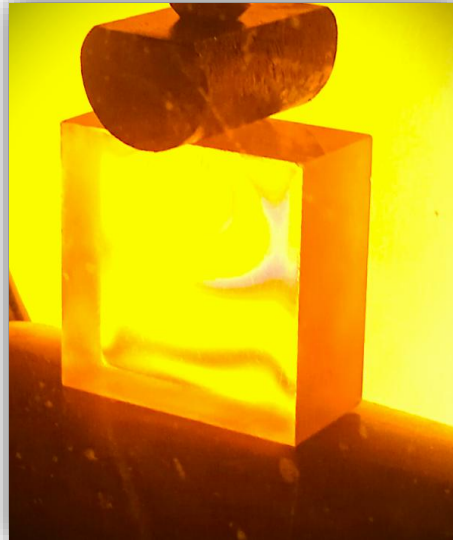


Figure III-19: Représentation du contact entre les deux pièces.

III.5.1.3 Vérification du modèle

La photoélasticimétrie a été largement utilisée pour déterminer expérimentalement l'état des contraintes en situation réelle. Donc avant de réaliser l'expérience on doit vérifier l'état de la pièce, après observation, on a constaté qu'il y a une présence de contraintes résiduelles qui peut influencer un peu sur les résultats.



Figure III-20: Observation des contraintes résiduelles

III.5.1.4 Visualisation du réseau isochromes :

Après chargement du modèle en lumière monochromatique polarisée, les franges isochromes en champ sombre détermine le champ de contrainte développé dans le modèle. Avec un zoom sur la zone de contact nous pouvons compter les franges, jusqu'à 26 au voisinage du contact.

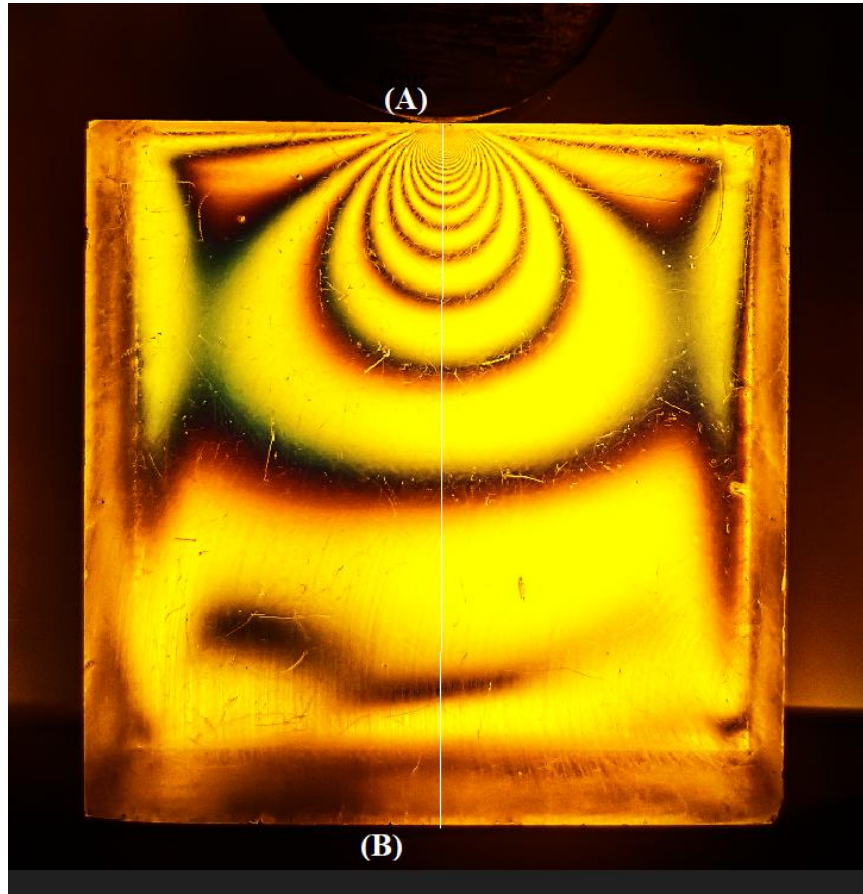


Figure III-21: Réseau d'isochromes observé sur le polariscope

Visualisation du réseau d'isochromes sur la tranche la plus sollicité :

Pour la détermination de la variation de la différence des contraintes principales, on doit d'abord visualiser le réseau des isochromes sur le polariscope puis repérer chaque frange avec son ordre correspondant.

En appliquant les lois de Maxwell on détermine ces contraintes.

$$\sigma_1 - \sigma_2 = N \cdot f / e$$

Avec :

$F = 11.18 \text{ N/mm/frange}$; $e = 23 \text{ mm}$. $N = \text{Ordre de frange}$.

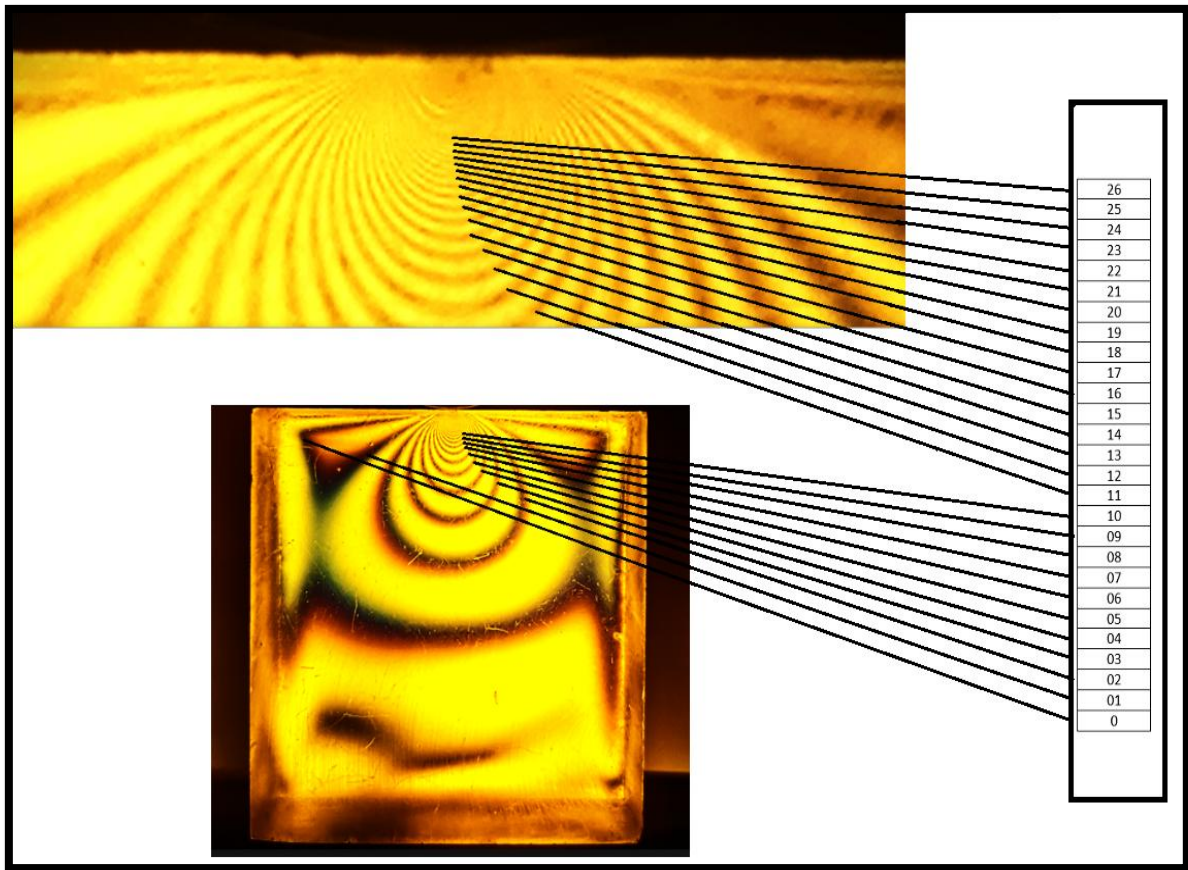


Figure III-22: Réseau des isochromes et de l'ordre des franges

III.5.1.5 Calcul des valeurs de la différence des contraintes principales sur le segment [AB]

On a une correspondance entre l'ordre de frange N et les valeurs des contraintes de cisaillement ces valeurs sont portées sur un tableau à partir duquel on trace le graphe de l'évolution de la contrainte de cisaillement maximale le long d'une droite [AB].

Ordre de frange	Distance sur image (mm)	Distance réelle en (mm)	$\sigma_1 - \sigma_2 = (N.f)/e$ [Mpa]	$\tau_{\max} = (\sigma_1 - \sigma_2)/2$ [MPa]
02	50	17.85	0.972	0.486
03	36	12.85	1.458	0.729
04	27	9.64	1.944	0.972
05	20.91	7.47	2.430	1.215
06	16.73	5.97	2.917	1.459
07	13.88	4.96	3.403	1.702
08	11.78	4.21	3.889	1.945
09	10.64	3.80	4.375	2.187
10	9.32	3.32	4.860	2.43
11	8.36	2.98	5.346	2.673
12	7.61	2.71	5.832	2.916

13	6.65	2.38	6.319	3.159
14	6.08	2.17	6.805	3.403
15	5.89	2.10	7.290	3.645
16	5.52	1.97	7.775	3.887
17	5.13	1.83	8.262	4.131
18	4.75	1.69	8.748	4.374
19	4.47	1.60	9.177	4.588
20	4.18	1.49	9.722	4.861
21	3.99	1.43	10.207	5.104
22	3.80	1.36	10.694	5.32
23	3.61	1.30	11.18	5.59
24	3.42	1.22	11.66	5.83
25	3.23	1.15	12.15	6.07
26	3.04	1.09	12.64	6.32

Tableau III-2: Valeurs de (τ_{max}) relevée suivant [AB]

La variation de la contrainte de cisaillement maximale le long de la droite [AB]

La variation de la contrainte de cisaillement maximale suivant l'axe [AB] est présentée dans la figure. On constate que la contrainte diminue progressivement d'une valeur de 6.32MPa à une distance de 1.09mm jusqu'à une valeur de 0.486MPa à une distance de 17.85mm.

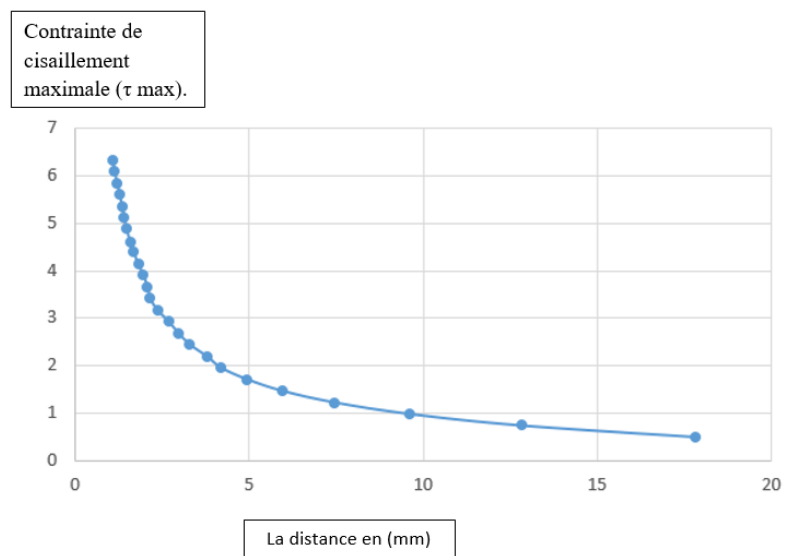


Figure III-23: Evolution de (τ_{max}) relevée numériquement le long de la droite AB

III.5.1.6 Visualisation des franges isoclines

L'exploitation des isoclines permet de déterminer les directions principales des contraintes, en faisant tourner les deux polaroids simultanément on visualise les différentes franges isoclines qui apparaissent pour chaque valeur d'angle de rotation.

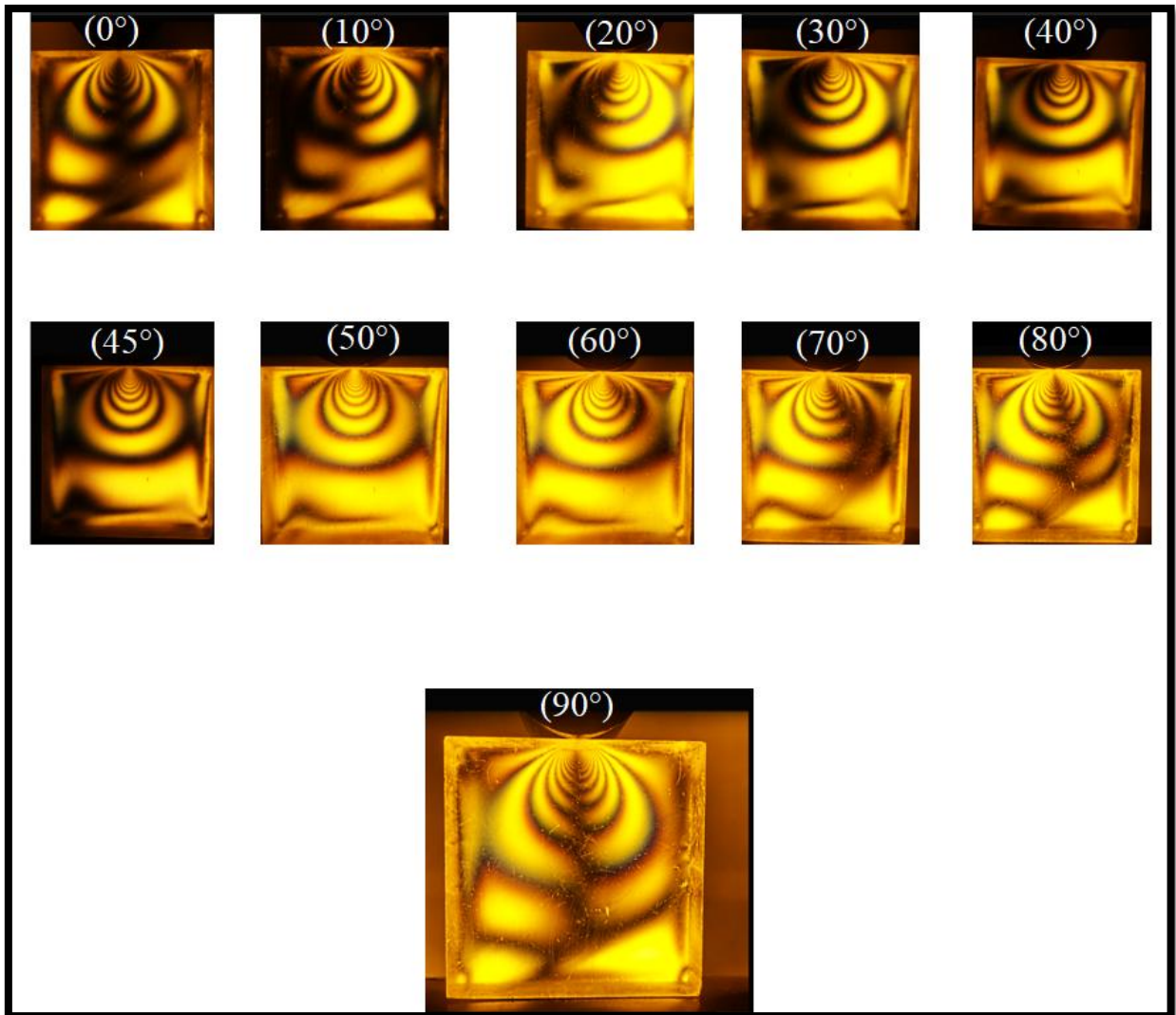


Figure III-24: Les franges isoclines relevées expérimentalement

III.5.2 Étude Numérique :

Une analyse par éléments finis avec le logiciel CASTEM est utilisée pour obtenir le champ des contraintes développées à l'intérieur du Modèle. Dans le calcul par éléments finis, on a considéré le comportement du modèle isotrope et élastique.

Le maillage a été raffiné au voisinage du contact pour obtenir une meilleure approximation comme montre la figure suivante. L'opérateur DEFOR(ME) construit la déformée de la structure à partir de la géométrie initiale et du champ de déplacement. On peut aussi préciser certaines options comme la couleur. Ici le maillage initial en couleur blanche et la déformée en couleur rouge.

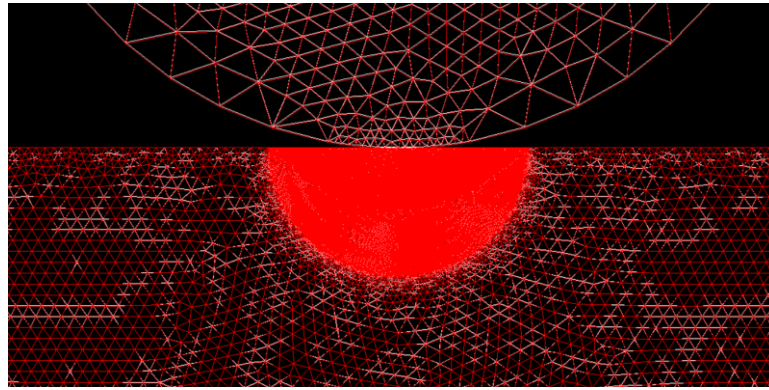


Figure III-25: Représentation de la déformation.

III.5.2.1 Visualisation des isochromes

Le réseau des isochromes est obtenu pour $\sin^2 \varphi/2 = 0$. Le programme injecte a Castem trace les isochromes avec une échelle de couleurs. En pratique et en champ sombre le noir représente les franges isochromes qui correspond ici au bleu et les franges blanches correspondent au rouge. Il serait plus intéressant d'utiliser le noir et blanc, afin de faciliter la comparaison avec les résultats expérimentaux.

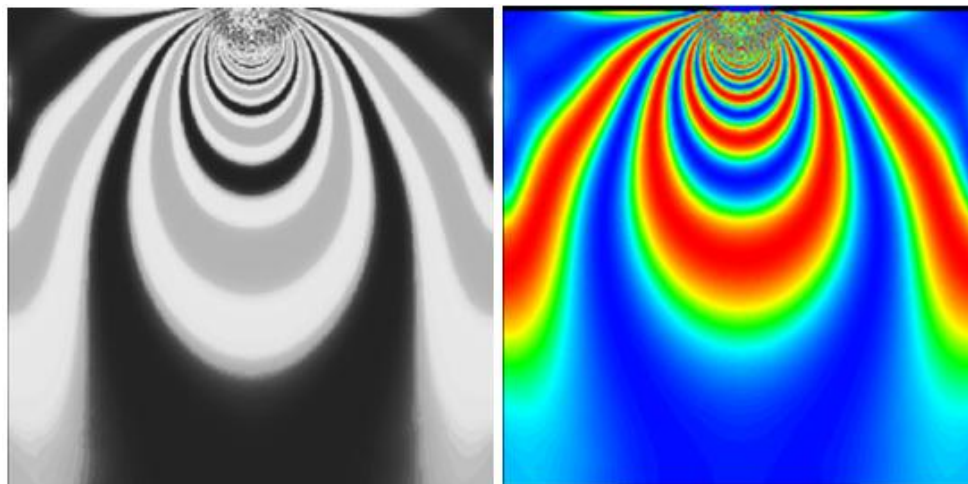


Figure III-26: Tracé des isochromes et isochromes traitées avec Photoshop (Noir et Blanc)

III.5.2.2 Visualisation des franges isoclines

Le programme nous donne la valeur de $\sin^2 (2\alpha)$ en chaque point du modèle, ce qui permet de tracer les isoclines qui correspondent à $\sin^2 (2\alpha) = 0$. Une représentation des différentes franges isoclines obtenues pour les différentes valeurs de l'angle isocline (0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 et 90 degrés).

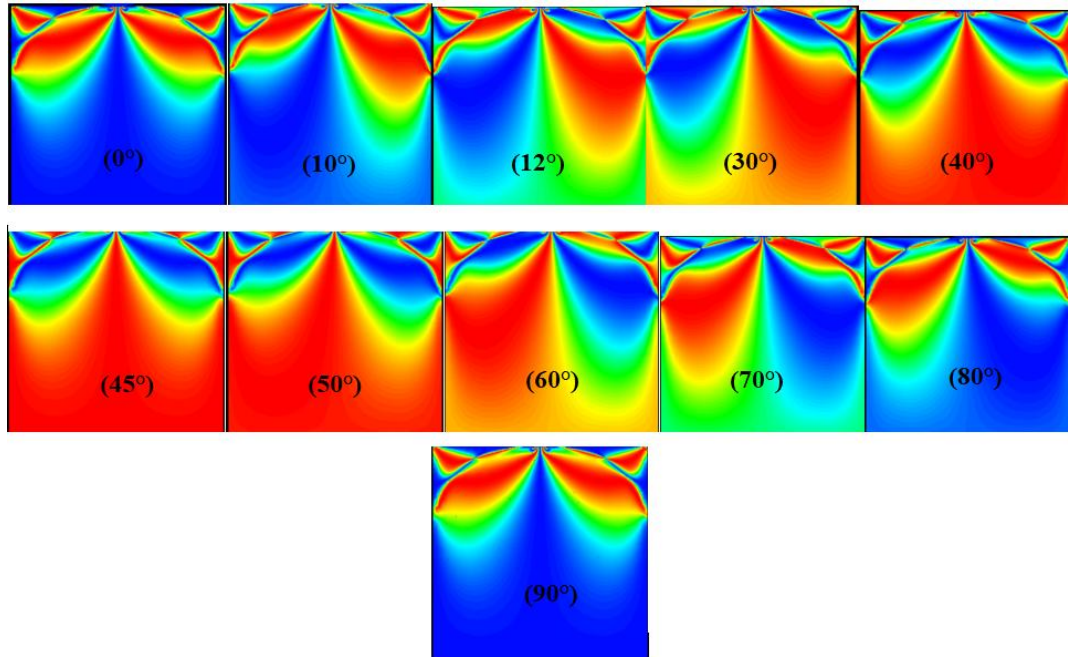


Figure III-27: Les franges isoclines obtenus par CASTEM

III.5.2.3 La variation de la contrainte de cisaillement maximale le long de la droite [AB]

La variation de la contrainte de cisaillement maximale suivant l'axe [AB] est représentée dans la figure suivante, On constate que la contrainte au milieu de la zone de contact n'est pas nulle à l'origine, mais elle prend une valeur de 4,5MPa puis augmente progressivement jusqu'à une valeur de 27.51MPa à une distance de 0,5 mm puis diminue progressivement pour prendre une valeur de 0.27MPa à 50mm.

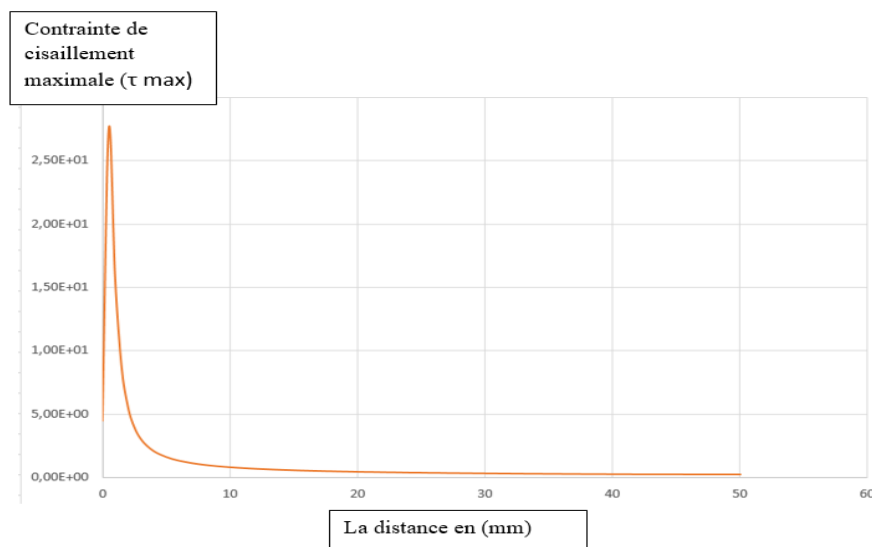


Figure III-28: La variation de la contrainte de cisaillement maximale le long de la droite [AB]

III.5.3 COMPARAISON DES RESULTATS

Une comparaison totale entre les différents résultats obtenus par les deux méthodes expérimentale et numérique, La comparaison sera faite entre les images des isochromes et isoclines relevées expérimentalement et celles simulés numériquement, une autre comparaison sera faite entre les courbes de La variation de la contrainte de cisaillement maximale le long de la droite [AB]

Mais avant de commencer la comparaison, il faut mentionner les différents résultats obtenus, que ce soit par l'application de la théorie de Hertz ou par la méthode de la photoélasticimétrie et les résultats obtenues par CASTEM".

	La théorie de Hertz	Logiciel « CASTEM »	La photoélasticimétrie
La contrainte maximale (τ max).	30.9Mpa	27.51Mpa	6.32Mpa
La profondeur(mm)	0.245(mm)	0.5(mm)	1.09(mm)

III.5.3.1 Comparaison des isochromes

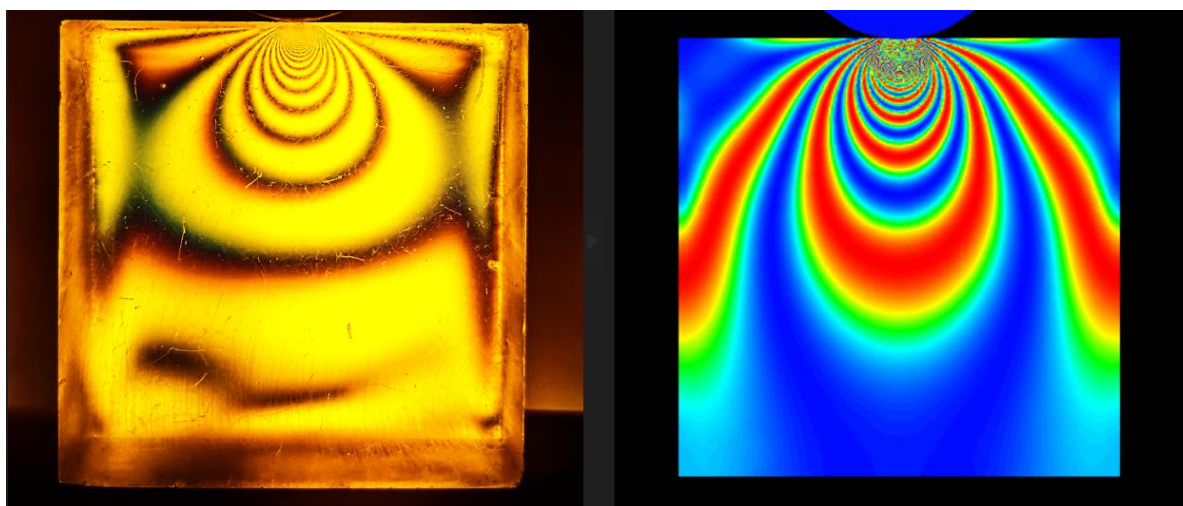


Figure III-29: Isochromes relevées expérimentalement et numériquement.

D'après les figures on voit que les franges isochromes obtenues expérimentalement avec la photoélasticimétrie sont comparables avec les images obtenues sous CASTEM.

III.5.3.2 Comparaison des isoclines

Une comparaison des isoclines obtenues numériquement et expérimentalement pour les différentes rotations de l'angle. La figure représente la superposition des isoclines obtenues numériquement (à droite de chaque image) avec les isoclines correspondantes obtenues expérimentalement. On remarque qu'il y a une bonne concordance entre les résultats numériques et expérimentaux.

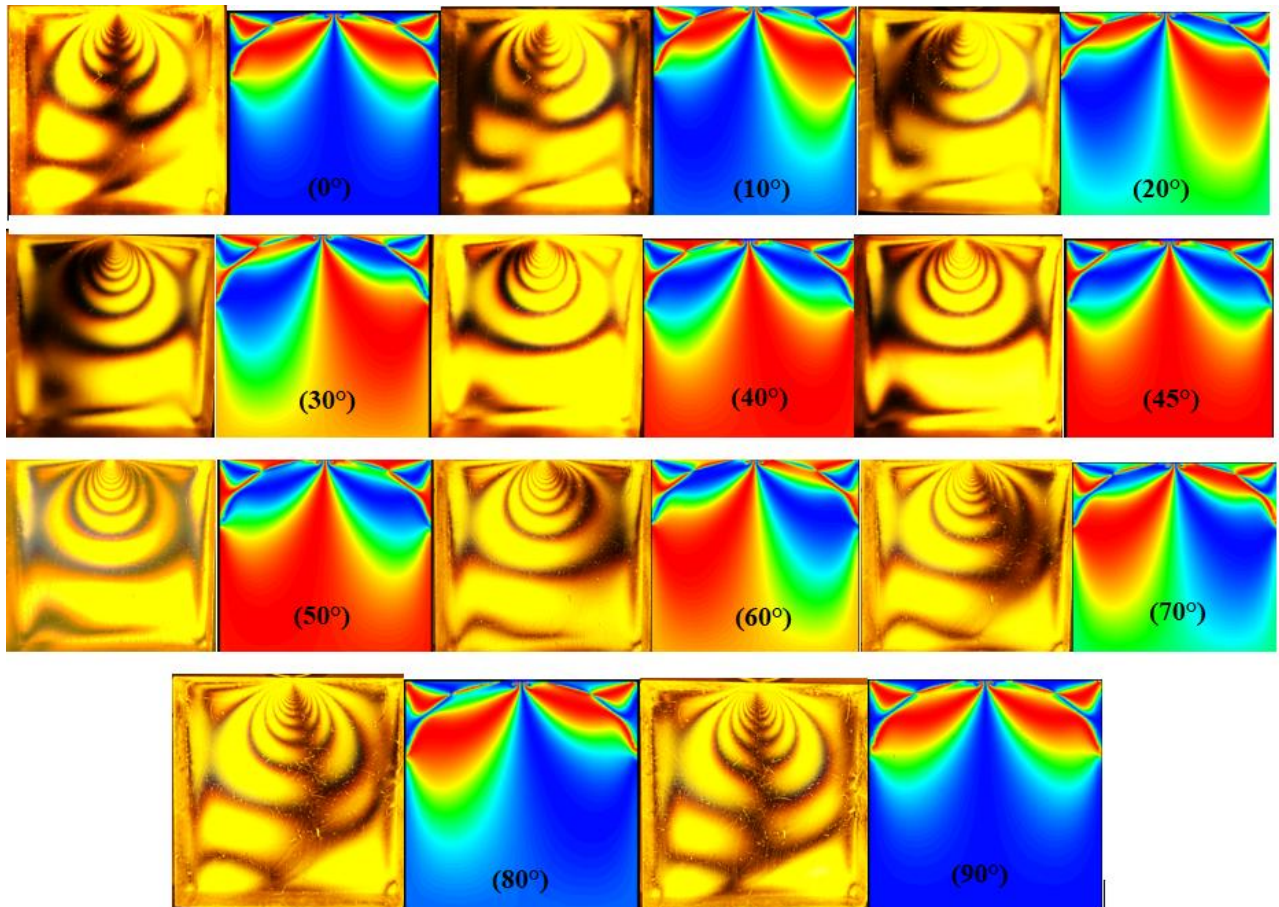


Figure III-30: Superposition de l'isocline obtenue numériquement avec sa correspondante obtenue expérimentalement

III.5.3.3 Superposition des courbes numériques et expérimentales

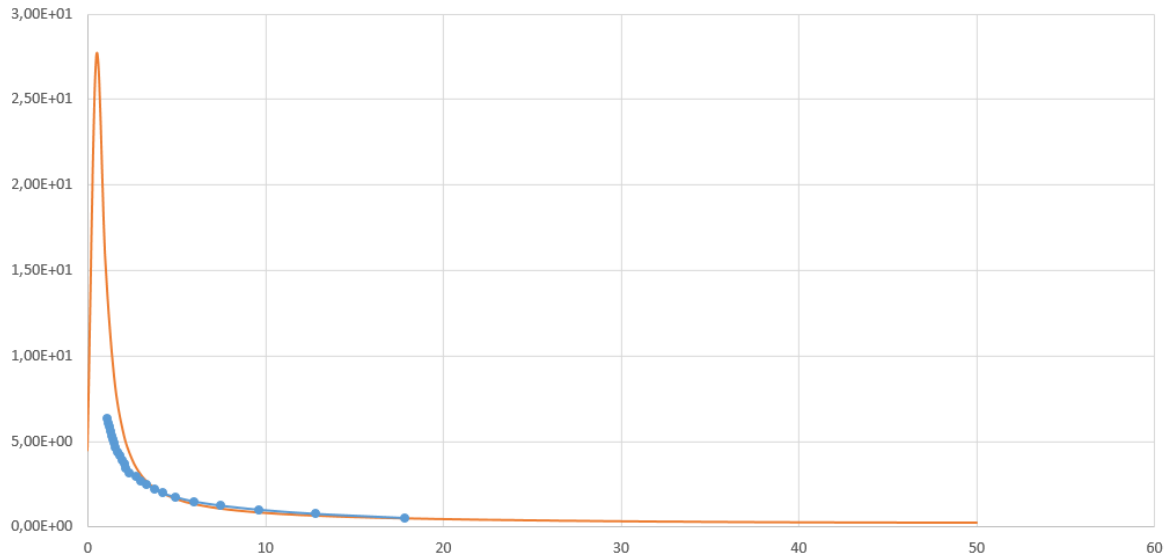


Figure III-31: Superposition des courbes numériques et expérimentales

III.5.4 Discussion des résultats

Nous constatons que la courbe obtenue par photoélasticimétrie est comparable avec la courbe obtenue à l'aide de CASTEM, mais nous pouvons remarquer qu'il y a une absence des résultats précis au voisinage de contact ou il est difficile de relever les ordres de franges. Ainsi que le problème que nous avons abordé au début qu'il y a une présence des contraintes résiduelles ce qui peut aussi influencer sur les résultats.

III.6 Conclusion

Dans ce chapitre on a étudié le problème du contact cylindre sur plan et un disque comprimé, notre étude appuie sur l'application de la photoélasticimétrie comparée à une analyse par éléments finis en utilisant le logiciel CASTEM.

Une comparaison entre les résultats numériques et expérimentale. Montrer que les franges isoclines et isochromes obtenue par photoélasticimétrie sont similaires aux réseaux des franges obtenues numériquement. Une autre comparaison a été faite entre la différence des contraintes de cisaillement maximale. Les résultats obtenus ont révélé relativement une bonne concordance entre les valeurs numériques et expérimentales.

D'après les résultats obtenus à partir des deux tests nous avons montré que la photoélasticité bidimensionnelle peut être utilisée pour valider l'approche numérique.

Conclusion générale

Le but de ce travail est de présenter l'étude des champs de contraintes développées dans différents types de contact à travers deux méthodes (expérimentale et numérique). On a exploité la photoélasticimétrie pour l'analyse des champs de contraintes dans des modèles biréfringents. La photoélasticimétrie permet de visualiser les champs de contraintes à travers les isochromes et les isoclines, particulièrement au voisinage de la zone de contact.

On a utilisé les éléments finis à l'aide du logiciel Castem2000 pour calculer les franges isochromes et isoclines numériquement ainsi que la valeur maximale de la différence des contraintes principales. Les franges obtenues sont comparées aux franges obtenues à l'aide de la photoélasticimétrie. Les franges obtenues expérimentalement exploitées pour déterminer les valeurs des contraintes de cisaillement le long des lignes droites. On dispose ainsi d'une autre possibilité de comparer les résultats expérimentaux et les résultats numériques à l'aide de la superposition des courbes expérimentales et numériques de la variation de la contrainte de cisaillement maximale le long d'un segment vertical.

Principalement, on a montré que les résultats expérimentaux et les résultats obtenus par éléments finis sont relativement en bonne concordance. Notamment au voisinage du point de contact où il est difficile de déterminer l'ordre de frange.

D'après les résultats obtenus à partir de ce chapitre on a constaté que La photoélasticité est une excellente méthode pour résoudre des problèmes du contact mécanique ce qui montre que la photoélasticité bidimensionnelle peut être utilisée pour valider l'approche numérique.

RÉFÉRENCES

BIBLIOGRAPHIQUES

Références bibliographiques

[1] Philippe BUSSETTA « Modélisation et résolution du problème de contact mécanique et son application dans un contexte multi-physiques » université du QUÉBEC à CHICOUTIMI, février 2009.

[2] Z. KAMEL « Etude expérimentale et numérique du champ de contraintes développé dans un contact plan/plan en présence d'un effort tangentiel » » Mémoire de Mastère université de Tizi-Ouzou 2011.

[3] VALENTIN L. POPOV and MARKUS HEB "Method of Dimensionality Reduction in Contact Mechanics and Friction" Springer-Verlag Berlin Heidelberg ,2015

[4] AMRANI Hichem « CALCUL DE LA PRESSION MAXIMALE HERTZIENNE DU CONTACT CYLINDRE/PLAN (SIMULATION DU CONTACT AU NIVEAU DE LA HANCHE) » MAGISTÈRE. UNIVERSITÉ DE BATNA, juin 2012.

[5] Emmanuel BIGEARD - <https://s2i.bigead.me> .

[6] : « Présentation et utilisation de CASTEM 2000 ». E. Le Fichoux ENSTA – LME 15/01/98

[7] Sathish Gandhi « Analyse des performances de contact élastique-plastique des rigides Sphère contre un effet plat déformable de dureté de déformation » Journal américain des sciences appliquées, Publications scientifiques 2012.

Engineering, Anna University of Technology Tirunelveli (Nagercoil Campus), Konam, Nagercoil-629004, Tamilnadu, India 2012.

[8] BILEK A, DUPRE J.C, BREMAND F, OUIBRAHIM A « 7 th international conférence on computer methods and Experimental Measurements for surface effects and Contact Mechanics, Bologne, Italy, september 2005.

[9] Touahir K. « Optimisation Des Contraintes Et Des Formes Dans Les Pièces Mécaniques De Transmission De Mouvement Analyse - Expérimentale Et Numérique » Université Mouloud Mammeri De Tizi-Ouzou. Année 2021.

[10] BELDI. M « Analyse numérique et analyse expérimentale des champs de contraintes dans les engrenages » » Université Mouloud Mammeri De Tizi-Ouzou. 10/10/2013.

[11] daniel.choi@unicaen.fr Groupe Mécanique Modélisation Mathématique et Numérique Université de Caen, Bld Marechal Juin, 14032 Caen Cedex, France ´ Version Janvier 2016 .

[12] DEGHBODJ S. « POLYCOPIE DE COURS METHODE DES ELEMENTS FINIS » Université Larbi Tébessi-Tébessa Faculté des Sciences et de la Technologie Département de Génie Mécanique.

- [13] A. BILEK “Méthode non destructives de découpage optique en photoélasticimétrie tridimensionnelle. Application au problème fondamental du contact”, Thèse de doctorat d’état Université de Tizi-Ouzou 2007.
- [14] François Peyruseigt « Etude de la répartition des efforts dans les rotules aéronautiques : Modélisation numérique et validation expérimentale » Airbus France - TYEN - E5002 316, route de Bayonne - 31060 Toulouse Cedex, France Francois.Peyruseigt@airbus.com août 2007.
- [15] Y. FELLAG « Analyse numérique et expérimentale des champs de contraintes dans le contact conforme et le contact non conforme » Université Mouloud Mammeri De Tizi-Ouzou.
- [16] B. Mohand Ouali « Etude du contact entre solides déformables : Expérimentation – modélisation » Mémoire de Mastère université de Tizi-Ouzou 2011.
- [17] H. Rabah « Etude numérique et expérimentale du champ de contraintes développé dans un contact cylindre sur plan en présence » Mémoire de Mastère université de Tizi-Ouzou 2011.
- [18] K.W.Man, "Contact mechanics using boundary element ", Computational Mechanics Publication, UK, 1994.
- [19] B. Mijovi (1) et M. D`oklo(2) « Numerical model of a Hertz contact between two elastic solids » (1)Faculty of Textile Technology, University of Zagreb, Prilaz baruna Filipovi}a 30, HR-10000 Zagreb, CROATIA, (2)Faculty of Mechanical Engineering, University of Mostar, Maršala Tita bb, Mostar, BOSNIA AND HERZEGOVINA.
- [20] François PEYRUSEIGT « Optimisation mécanique d’un contact conforme : application aux rotules aéronautiques » Thèse de doctorat Délivrée par l’Institut National Polytechnique de Toulouse
- [21] G.U.N.T. Hamburg <https://www.gunt> « Analyse de contraintes expérimentale: jauge de contrainte et photoélasticimétrie »
- [22] Jean Avril et collaborateurs, « Encyclopédie d’analyse des contraintes », Edition Brodbeck 1966.

Annexes

Annexe1

Le modèle de disque en compression :

**=====

* plan sur plan

* Mécaniques des petits déplacements

*=====

**=====

*OPTION

*=====

OPTI DIME 2 ELEM SEG2;

*=====

* LES POINTS

*=====

O= 0. 25. ;

P1= 0. 50. ;

P2= -6. 49.2693 ;

P3= -6. 0.7307 ;

P4= 0. 0. ;

P5= 6. 0.7307;

P6= 6. 49.2693;

P7= -25. 25. ;

P8= 25. 25. ;

P9=-30. 50.;

P10=30. 50.;

P11=30. 70.;

P12=-30. 70.;

P13=0. 70.;

P14=30. 0.;

P15=-30. 0.;

P16=-30. -20.;

P18=0. -20.;

P17=30. -20.;

*=====

* LIGNES

*=====

A=60;

B=75;

C=20;

C1= P6 CERC A O P1;

C2= P1 CERC A O P2;

C3= P2 CERC B P1 P6;

C4= P2 CERC C O P7;

C5= P7 CERC C O P3;

C6= P3 CERC A O P4;

C7= P3 CERC B P4 P5;

C8= P4 CERC A O P5 ;

C9= P5 CERC C O P8 ;

C10= P8 CERC C O P6;

L1=P9 DROI 50 P10;

L2=P10 DROI 30 P11;

L3=P11 DROI 50 P12;

L4=P12 DROI 30 P9;

L5=P14 DROI 50 P15;

L6 =P15 DROI 30 P16;

L7=P16 DROI 50 P17 ;

L8=P17 DROI 30 P14;

Dr1=DROI 30 P13 P1;

Dr2=DROI 100 P1 P4;

Dr3= DROI 30 P4 P18;

DRT=Dr1 ET Dr2 ET Dr3 ;

*=====

*MAILLAGE DES SURFACE;

*=====

CONT1= C1 ET C2 ET C3 ;

*TRAC CONT1 ;

CONT2= C3 ET C4 ET C5 ET C7 ET C9 ET C10;

*TRAC CONT2;

CONT3= C8 ET C6 ET C7;

*TRAC CONT3;

CONT4=L1 ET L2 ET L3 ET L4;

*TRAC CONT4;

CONT5=L5 ET L6 ET L7 ET L8;

*TRAC CONT5;

CONTOT= CONT1 ET CONT2 ET CONT3 ; ;

TRAC CONTOT ;

*TRACAGE

*TITRE 'MAILLAGE DISQUE';

SURF1= SURF PLANT CONT1;
 SURF2= SURF PLANT CONT2;
 SURF3= SURF PLANT CONT3;
 SURF4= SURF PLANT CONT4;
 SURF5= SURF PLANT CONT5;
 SECTOT= SURF1 ET SURF2 ET SURF3;
 TRAC SECTOT ;
 CONTT= CONTOT ET CONT4 ET CONT5;
 TRAC CONTT ;
 SECTT= SURF1 ET SURF2 ET SURF3 ET SURF4 ET SURF5 ;
 TRAC SECTT ;
 *=====

*DEFINITION DU MODELE ET DU MATERIAU

*=====

*

SURF45=SURF4 ET SURF5;
 MO= MODE SURF45 MECANIQUE ELASTIQUE ISOTROPE;
 MA = MATE MO YOUN 210000 NU 0.3;
 RI = RIGI MO MA;
 MO1 = MODE SECTOT MECANIQUE ELASTIQUE ISOTROPE;
 MA1 = MATE MO1 YOUN 3273 NU 0.37;
 RI1 = RIGI MO1 MA1;
 MOT = MO1 ET MO ;
 MAT = MA ET MA1 ;
 RIT = RI ET RI1 ;

*

*=====

* bloquages - conditions aux limites

*=====

*

CL1= BLOQU L3 'UX';

CL2= BLOQU L3 'UY';

CL3= BLOQU DRT 'UX';

CL4= BLOQU L7 'UY';

CL5= BLOQU L7 'UX';

CLTOT=CL1 ET CL2 ET CL3 ET CL4 ET CL5;

RITT=CLTOT ET RIT;

*=====

*(forces/deplacements)imposes

*=====

*La valeur du deplacement impose est MM

MM=-0.16748;

DEPL1='DEPI' CL2 MM;

*'TITR' 'Déplacement imposer sur la droite L3;

*'TRAC' ('VECT'(DEPL1 'NOMC' 'UX') 10. 'UY' 'UX' 'VERT') (SECTOT);

*=====

*chargements

*=====

LTPS1='PROG' 0. 1.;

LAMP1 =LTPS1;

EV1 = 'EVOL' 'MANU' 'TEMPS' LAMP1 ('PROG' 0. 1.);

CHARU1 = 'CHAR' 'DIMP' DEPL1 EV1;

CHAR0 = CHARU1;

*=====

* Calculs et résolution

*=====

*Assuré le contact entre L1 et arc1

*Assuré le contact entre L5 et arc2

arc1= C2 et C1;

arc2= C6 ET C8;

MCONTH1 = (IMPO 'MAIL' (L1) (arc1)) 'COUL' 'ROUG';

MCONTH2 = (IMPO 'MAIL' (L5) (arc2)) 'COUL' 'ROUG';

TRAC (MCONTH1 ET SECTT ET MCONTH2);

MCONTH=MCONTH1 et MCONTH2;

*=====

*la force

*=====

*F1=FORC (0. 336)P1 ;

*F= F1;

*=====

* Calcul des déformations

*=====

*

*Constructin de la table pasapas;

*

```

TAB1 = 'TABL';
TAB1. 'TEMPS_CALCULES' = LTPS1;
TAB1. 'MODELE' = MOT;
TAB1. 'CARACTERISTIQUES' = MAT;
TAB1. 'BLOCAGES_MECAIQUES' = CLTOT;
TAB1. 'CHARGEMENT' = CHAR0;
TAB1. 'CONTACT' = MCONTH1 et MCONTH2;
TAB1. 'GRANDS DEPLACEMENT' = FAUX;

*=====

*Résolution

*=====

TAB2 = PASAPAS TAB1;
DEPL1 = (TAB2 . 'DEPLACEMENTS' . 1) 'ENLE' 'LX' ;
DEFO0='DEFO'(SURF4'ET' SURF5 'ET' SECTT )DEPL1 0. 'VERT';

DEFO1='DEFO'(SURF4 'ET' SURF5 'ET' SECTT )DEPL1 1. 'ROUG';

TRAC(DEFO0 ET DEFO1);

*=====

* visualisation des reaction

*=====

*'SI' GRAPH ;
REAC1 = TAB2 . 'REACTIONS'. 1;
VR1 = 'VECT' REAC1 1. 'FX' 'FY' 'ROUG';
'TITR"Forces de reaction.';
'TRAC' VR1(SECTT);
LFORCE = EXTR REAC1 'FY' P4;
LIST LFORCE;

```

* *Extraire des points pour determiner*

* * l'effort correspondant au déplacement imposé*

*

base2=L7;

base2 = MANU CHPO base2 2 UX 0 UY 0 ;

base2 = EXTR base2 'MAIL';

trac base2;

n = nbno base2;

mess 'nbno base2=' n;

i = 0;

PeC = TAB2 ;

REPETER BlocVn (NBNO base2);

i = i + 1;

PeC.i = base2 POIN i;

Fin BlocVn;

*LIST PeC;

* Extraction de la force appliquée *

* La boucle permet d'extraire toutes*

* les forces elementaires et de calculer leur somme *

i = 0;

EffY = TAB2;

REPETER BlocFor n;

i = i + 1;

EffY.i= EXTR REAC1 'FX' PeC.i;

LISTE EffY.i;

```

FIN BlocFor;
Seff = TAB2;
Seff.1 = EffY.1;
PoilT = TAB2;
PoilT.1 = PeC.1;
i = 1;
REPETER BlocSef ( n - 1);
i = i + 1;
seffX = Seff.1 + EffY.i;
Seff.1 = seffX ;
FIN BlocSef;
LIST seffX ;
suivx= (seffX)**2;
list suivx;
*
*****
* Extraire des points pour determiner*
* l'effort correspondant au déplacement imposé *
*****
*
base2=L7;
base2 = MANU CHPO base2 2 UX 0 UY 0 ;
base2 = EXTR base2 'MAIL';
trac base2;
n = nbno base2;
mess 'nbno base2=' n;
i = 0;
PeC = TAB2 ;
REPETER BlocVn (NBNO base2);

```

```

i = i + 1;
PeC.i = base2 POIN i;
Fin BlocVn;
*LIST PeC;
i = 0;
EffY = TAB2 ;
REPETER BlocFor n ;
i = i + 1;
EffY.i= EXTR REAC1 FY PeC.i;

LISTE EffY.i;
FIN BlocFor;
*****

Seff = TAB2 ;
Seff.1 = EffY.1 ;
PoiT = TAB2 ;
PoiT.1 = PeC.1 ;
i = 1;
REPETER BlocSef (n - 1) ;
i = i + 1;
seffY = Seff.1 + EffY.i;
Seff.1 = seffY ;
FIN BlocSef ;
LIST seffY ;
suivy= (seffY )**2;
list suivy;
RESUL=(suivx+suivy) **0.5;
list RESUL;
*=====

```

* calcul des contraintes

*=====

MOT = MO1 ;

MAT = MA1 ;

CHACONTR=SIGM MOT MAT DEPL1 ;

CHANOEUD=CHAN NOEUD MOT CHACONTR ;

CHANPOIN=CHAN CHPO MOT CHANOEUD ;

*=====

* extraction des contraintes (SX, SY, SXY)

*=====

*

SY=EXCO CHANPOIN SMYY ;

SX=EXCO CHANPOIN SMXX ;

SXY= EXCO CHANPOIN SMXY ;

DIFCONTR = (((SX-SY)**2)+ (4*(SXY**2)))**0.5;

*

*=====

* calcul du rapport I/I0 et traçage des isochromes

*=====

*

f=11.18;

e= 6.;

Phi=360*(1./11.18)*6.*DIFCONTR;

ISOC=(sin((phi)/2.))**2;

ISOCH =1-ISOC ;

*=====

*TRACER LES ISOCLINES

*=====

```

*trac ECLA 0.0001 ISOC SECTOT ;
*****

*TRACER LES ISOCLINES
*****

*SECTTT=SECTT ET SECTOT ;
Term1= (2. * SXY) ;
Term2= (SX- SY) ;
Term3= (term1/term2) ;
ALPHA = (0.5) * (ATG term3) ;
ISOCL= sin (2. * ALPHA) ;
ISOCL= ISOC*(ISOCL ** 2) ;
*trac ECLA 0.0001 isocl SECTOT ;
*****

ALPHA0 = (ALPHA+0.) ;
ISOCL0= sin (2. * ALPHA0) ;
ISOCL0= (ISOCL0 ** 2) ;

*trac ecla 0.0001 isocl0 SECTOT cont ;
*****

ALPHA1 = (ALPHA+10.) ;
ISOCL1= sin (2. * ALPHA1) ;
ISOCL1= (ISOCL1 ** 2) ;
*trac ecla 0.0001 isocl1 SECTOT cont ;
*****

ALPHA2 = (ALPHA+20.) ;
ISOCL2= sin (2. * ALPHA2) ;
ISOCL2= (ISOCL2 ** 2) ;
*trac ecla 0.0001 isocl2 SECTOT cont ;

```

```
ALPHA3 = (ALPHA+30.) ;  
ISOCL3= sin (2. * ALPHA3) ;  
ISOCL3= (ISOCL3 ** 2) ;  
*trac ecla 0.0001 isocl3 SECTOT cont ;
```

```
ALPHA4 = (ALPHA+40.) ;  
ISOCL4= sin (2. * ALPHA4) ;  
ISOCL4= (ISOCL4 ** 2) ;  
*trac ecla 0.0001 isocl4 SECTOT cont ;
```

```
ALPHA5 = (ALPHA+45.) ;  
ISOCL5= sin (2. * ALPHA5) ;  
ISOCL5= (ISOCL5 ** 2) ;  
*trac ecla 0.0001 isocl5 SECTOT cont ;
```

```
TOM=DIFCONTR/2 ;  
LIG23=P1 droi 100 P4 ;  
COMPTOM=INT_COMP SECTOT TOM LIG23 ;  
EVOL1=EVOL rouge 'CHPO' LIG23 COMPTOM ;  
DESS EVOL1 ;  
List EVOL1 ;  
FIN ;
```

Annexe2

Le modèle d'un Un cylindre rigide sur un plan déformable :

**=====

* plan sur plan

* Mécaniques des petits déplacements

*=====

**=====

*OPTION

*=====

OPTI DIME 2 ELEM SEG2;

*=====

* LES POINTS

*=====

R=22.625;

P1 = 0 12.5;

B=-12.5 12.5;

A=12.5 12.5;

PP1=2.17 0.19;

PP2=-2.17 0.19;

C0= 0. 0.;

P2 = 0 -4;

P13= 4 0.;

P16= -4 0.;

P17=0. -50.;

P3 = 25 0.;

P4 = -25 -50;

P5 = 25 -50;

P6 = -25 0.;

*=====

* LIGNES

*=====

Dr1= DROI 40 P1 P2 ;

Dr2= DROI 40 P2 C0;

DRT= Dr1 et Dr2;

*trac (Dr1 et Dr2);

L7= A DROI 30 B;

C1= CERC 10 B P1 PP2 ;

C2= CERC 10 PP1 P1 A ;

CC1= CERC 10 PP2 P1 C0 ;

CC2= CERC 10 C0 P1 PP1 ;

L6= P16 DROI 300 P13;

C3= CERC 100 P16 C0 P2 ;

C4= CERC 100 P2 C0 P13;

L5= P16 DROI 80 P6;

L1= P3 DROI 80 P13;

L4 = P6 DROI 30 P4;

L3 = P5 DROI 15 P4;

L2 = P5 DROI 30 P3;

*=====

*MAILLAGE DES SURFACE;

*=====

CONT1= C1 ET C2 ET CC1 ET CC2 ET L7 ;

*trac CONT1;

SURF1=SURF PLAN CONT1;

*trac SURF1;

CONT2= C3 ET C4 ET L6 ;

```

*trac CONT2 ;
CONT3= L2 ET L5 ET L1 ET L4 ET L3 ET C3 ET C4 ;
*trac CONT3 ;
CONTT=cont2 et cont3 ;
*trac CONTT;
SURF2 = SURF cont2 'PLANE';
SURF3 = SURF cont3 'PLANE';
SECTOT=SURF2 ET SURF3 ;
*trac SECTOT;
CONTTOT=CONTT ET CONT1;
SECTT=SECTOT ET SURF1;
*TRAC CONTTOT;
TRAC SECTT;
*=====
*DEFINITION DU MODELE ET DU MATERIAU
*=====
*
MO = MODE SURF1 MECANIQUE ELASTIQUE ISOTROPE;
MA = MATE MO YOUN 210000 NU 0.3;
RI = RIGI MO MA;
MO1 = MODE SECTOT MECANIQUE ELASTIQUE ISOTROPE;
MA1 = MATE MO1 YOUN 3273 NU 0.37;
RI1 = RIGI MO1 MA1;
MOT = MO ET MO1 ;
MAT = MA ET MA1 ;
RIT = RI ET RI1 ;
*
*=====
* bloquages - conditions aux limites

```

```

*=====
*

CL1= BLOQU L7 'UY';
CL2= BLOQU DRT 'UX';
CL3= BLOQU L2 'UX';
CL4= BLOQU L4 'UX';
CL5= BLOQU L3 'UY';
CL6= BLOQU L3 'UX';
CLTOT= CL1 ET CL5 ;
RITT=CLTOT ET RIT;

*=====
*(forces/deplacements)imposes
*=====

*La valeur du deplacement impose est MM
MM=-0.0331245;
DEPL1='DEPI' CL1 MM;
*TITR 'Déplacement imposer sur la droite L7';
*TRAC ('VECT'(DEPL1 'NOMC' 'UX') 10. 'UY' 'UX' 'VERT') (SECTT);
TRAC ('VECT'(DEPL1 'NOMC' 'UX') 10. 'UY' 'UX' 'VERT') (SECTT);
*=====

*chargements
*=====

LTPS1 ='PROG' 0. 1.;
LAMP =LTPS1;
EV1 = 'EVOL' 'MANU' 'TEMPS' LAMP ('PROG' 0. 1. );
CHARU1 = 'CHAR' 'DIMP' DEPL1 EV1;
CHAR0 = CHARU1;

*=====

```

* Calculs et résolution

*=====

*Assuré le contact entre L6 et arc1

*

arc1= CC1 et CC2;

MCONTH = (IMPO 'MAIL' (L6) (arc1)) 'COUL' 'ROUG';

MCONTB = (IMPO 'MAIL' ('INVE'arc1) L6) 'COUL' 'ROUG';

TRAC (MCONTB et MCONTH ET SECTT);

*=====

* Calcul des déformations

*=====

*

*Constructin de la table pasapas;

*

TAB1 = 'TABL';

TAB1. 'TEMPS_CALCULES'= LTPS1;

TAB1. 'MODELE'= MOT;

TAB1. 'CARACTERISTIQUES'= MAT;

TAB1. 'BLOCAGES_MECANIQUES' = CLTOT;

TAB1. 'CHARGEMENT'= CHAR0;

TAB1. 'CONTACT'= MCONTH ;

TAB1. 'GRANDS DEPLACEMENT'= FAUX;

*=====

*Résolution

*=====

TAB2 = PASAPAS TAB1;

DEPL1 = (TAB2 . 'DEPLACEMENTS' . 1) 'ENLE' 'LX' ;

DEFO0='DEFO'(SURF1 'ET' SECTOT)DEPL1 0. 'BLANC';

DEFO1='DEFO'(SURF1 'ET' SECTOT)DEPL1 1. 'ROUG';

TRAC(DEFO0 ET DEFO1);

*=====

* visualisation des reaction

*=====

*'SI' GRAPH ;

REAC1 = TAB2 . 'REACTIONS'. 1;

VR1 = 'VECT' REAC1 1. 'FX' 'FY' 'ROUG';

'TITR"Forces de reaction.';

'TRAC' VR1(SECTT);

LFORCE = EXTR REAC1 'FX' P1;

LIST LFORCE;

*LFORCE1 = EXTR REAC1 'FY' L7;

*LISTE LFORCE1;

*'FINS' ;

* *Extraire des points pour determiner*

* * l'effort correspondant au déplacement imposé*

*

base2=L3;

base2 = MANU CHPO base2 2 UX 0 UY 0 ;

base2 = EXTR base2 'MAIL';

trac base2;

n = nbno base2;

mess 'nbno base2=' n;

i = 0;

```

PeC = TAB2 ;
REPETER BlocVn (NBNO base2);
i = i + 1;
PeC.i = base2 POIN i;
Fin BlocVn;
*LIST PeC;
*****
* Extraction de la force appliquée *
* La boucle permet d'extraire toutes*
* les forces elementaires et de calculer leur somme *
*****
i = 0;
EffY = TAB2;
REPETER BlocFor n;
i = i + 1;
EffY.i= EXTR REAC1 'FX' PeC.i;
LISTE EffY.i;
FIN BlocFor;
Seff = TAB2;
Seff.1 = EffY.1;
PoiT = TAB2;
PoiT.1 = PeC.1;
i = 1;
REPETER BlocSef ( n - 1);
i = i + 1;
seffX = Seff.1 + EffY.i;
Seff.1 = seffX ;
FIN BlocSef;
LIST seffX ;

```

```

suivx= (seffX )**2;

list suivx;

*

*****

* Extraire des points pour determiner*

* l'effort correspondant au déplacement imposé *

*****

*

base2=L3;

base2 = MANU CHPO base2 2 UX 0 UY 0 ;

base2 = EXTR base2 'MAIL';

trac base2;

n = nbno base2;

mess 'nbno base2=' n;

i = 0;

PeC = TAB2 ;

REPETER BlocVn (NBNO base2);

i = i + 1;

PeC.i = base2 POIN i;

Fin BlocVn;

*LIST PeC;

i = 0;

EffY = TAB2;

REPETER BlocFor n;

i = i + 1;

EffY.i= EXTR REAC1 FY PeC.i;

LISTE EffY.i;

FIN BlocFor;

```

Seff = TAB2;

Seff.1 = EffY.1;

PoilT = TAB2;

PoilT.1 = PeC.1;

i = 1;

REPETER BlocSef (n - 1);

i = i + 1;

seffY = Seff.1 + EffY.i;

Seff.1 = seffY ;

FIN BlocSef;

LIST seffY ;

suivy= (seffY)**2;

list suivy;

RESUL=(suivx+suivy)**0.5;

list RESUL;

*=====

* calcul des contraintes

*=====

MOT = MO1;

MAT = MA1;

CHACONTR=SIGM MOT MAT DEPL1;

CHANOEUD=CHAN NOEUD MOT CHACONTR;

CHANPOIN=CHAN CHPO MOT CHANOEUD;

*=====

* extraction des contraintes (SX,SY,SXY)

*=====

*

SY=EXCO CHANPOIN SMYY;

```

SX=EXCO CHANPOIN SMXX;
SXY= EXCO CHANPOIN SMXY;
DIFCONTR = (((SX-SY)**2)+(4*(SXY**2)))**0.5;
*
*=====
* calcul du rapport I/I0 et traçage des isochromes
*=====
*
f=11.18;
e= 23.;
phi=360*(1./11.18)*23.*DIFCONTR;
ISOC=(sin((phi)/2.))**2;
ISOCH =1-ISOC;
*=====
*TRACER LES ISOCLINES
*=====
*SECTT =SURF1 ET SECTOT ;
*trac ECLA 0.0001 ISOC SECTT ;
*****
*TRACER LES ISOCLINES
*****
SECTT=SURF1 ET SECTOT ;
term1= (2. * SXY);
term2= (SX- SY);
term3= (term1/term2);
ALPHA = (0.5) * (ATG term3);
ISOCL= sin(2. * ALPHA);
ISOCL= ISOC*(ISOCL ** 2);

```

```

*trac ECLA 0.0001 isocl SECTT ;
*****

ALPHA0 = (ALPHA+0.);
ISOCL0= sin(2. * ALPHA0);
ISOCL0= (ISOCL0 ** 2);

*trac ecla 0.0001 isocl0 SECTT cont;
*****

ALPHA1 = (ALPHA+10.);
ISOCL1= sin(2. * ALPHA1);
ISOCL1= (ISOCL1 ** 2);

*trac ecla 0.0001 isocl1 SECTT cont;
*****

ALPHA2 = (ALPHA+20.);
ISOCL2= sin(2. * ALPHA2);
ISOCL2= (ISOCL2 ** 2);

*trac ecla 0.0001 isocl2 SECTT cont;
*****

ALPHA3 = (ALPHA+30.);
ISOCL3= sin(2. * ALPHA3);
ISOCL3= (ISOCL3 ** 2);

*trac ecla 0.0001 isocl3 SECTT cont;
*****

ALPHA4 = (ALPHA+40.);
ISOCL4= sin(2. * ALPHA4);
ISOCL4= (ISOCL4 ** 2);

*trac ecla 0.0001 isocl4 SECTT cont;
*****

ALPHA5 = (ALPHA+45);

```

```

ISOCL5= sin(2. * ALPHA5);
ISOCL5= (ISOCL5 ** 2);
*trac ecla 0.0001 isocl5 SECTT cont;
*****

ALPHA6 = (ALPHA+50);
ISOCL6= sin(2. * ALPHA6);
ISOCL6= (ISOCL6 ** 2);
*trac ecla 0.0001 isocl6 SECTT cont;
*****

ALPHA7 = (ALPHA+60.);
ISOCL7= sin(2. * ALPHA7);
ISOCL7= (ISOCL7 ** 2);
*trac ecla 0.0001 isocl7 SECTT cont;

*****

ALPHA8 = (ALPHA+70.);
ISOCL8= sin(2. * ALPHA8);
ISOCL8= (ISOCL8 ** 2);
*trac ecla 0.0001 isocl8 SECTT cont;
*****

ALPHA9 = (ALPHA+80.);
ISOCL9= sin(2. * ALPHA9);
ISOCL9= (ISOCL9 ** 2);
*trac ecla 0.0001 isocl9 SECTT cont;
*****

ALPHA10 = (ALPHA+90.);
ISOCL10= sin(2. * ALPHA10);
ISOCL10= (ISOCL10 ** 2);
*trac ecla 0.0001 isocl10 SECTT cont;

```

```
TOM=DIFCONTR/2 ;  
LIG23=C0 droi 100 P17;  
COMPTOM=INT_COMP SECTOT TOM LIG23;  
EVOL1=EVOL rouge 'CHPO' LIG23 COMPTOM;  
dess EVOL1;  
list EVOL1;
```

```
FIN;
```