

République Algérienne Démocratique et populaire

Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou

Faculté de Génie Electrique et d'informatique

Département d'électrotechnique



Mémoire

De fin d'études

En vue de l'obtention du diplôme de Master Académique en Electrotechnique

Thème

Synthèse des regulateurs pour la commande des systèmes à retard

Proposé et dirigé par :

Mr : R.Mansouri

Réalisé par :

Mr. R.Aouali

Mr. A.Ferrouk

Promotion 2012

Remerciements

Nous tenons à remercier tout premièrement Dieu le tout puissant pour nous avoir donné la volonté, la santé et la patience.

Nous tenons à adresser nos vifs remerciements à M^r. MANSOURI RACHID, qui nous a proposé ce sujet, nous a orienté le long de la réalisation de ce mémoire, nous a prodigué les précieux conseils. Nous tenons également à remercier vivement toute personne qui nous a aidé à élaborer et à réaliser ce mémoire, ainsi qu'à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à accomplir ce travail. Nos remerciements vont aussi à tous les enseignants du département d'Electrotechnique qui ont contribué à notre formation, nos sincères remerciements s'adressent à tous les membres du jury qui ont accepté de juger notre travail. En fin, nous tenons à exprimer notre reconnaissance à tous nos amis pour leur soutien moral et matériel...

Dédicace

A mes très chers parents qui ont tellement fait des sacrifices pour moi

A ma grand-mère

A mes sœurs et mon frère Yacine

A tous mes amis et tous ceux qui me connaissent

FERROUK. A

Dédicace

A tous ceux qui compte pour moi...

*« Pour faire de grande choses, il ne faut pas être
un si grand génie, il ne faut pas être au-dessus des
hommes, il faut être avec eux »*

Montesquieu

Sommaire

Introduction générale	01
------------------------------	----

Chapitre I : Synthèse directe des régulateurs pour contrôle des systèmes

I. 1- Introduction	03
I. 2- Définition d'un système linéaire et continu	03
I. 3- Méthode de synthèse directe	04
I. 3.1- Détermination de $C(p)$ à partir du modèle de référence à imposer à la boucle fermée	04
I. 3.2- Détermination de $C(p)$ à partir du modèle de référence à imposer à la boucle ouvert	05
I. 4- Commande d'un système du premier ordre	06
I. 4.1- Calcul de $C(p)$ lorsque le modèle de référence est du premier ordre	06
I. 4.2- Calcul de $C(p)$ lorsque le modèle de référence est du second ordre	07
I. 5- Méthode de synthèse directe des régulateurs pour le contrôle des systèmes à retard	09
I. 5.1- Calcul du régulateur en négligeant le retard θ	10
I. 5.2- Calcul du régulateur en approximant $e^{-\theta p}$ par $1 - \theta p$	13
I. 5.3- Calcul du régulateur en utilisant l'approximation de Pade de $e^{-\theta p}$	13
I. 6- Avantage et inconvénient de la méthode	17
I. 7- Conclusion	17

Chapitre II : Commande par modèle interne

II. 1- Introduction	18
II. 2- Principe du régulateur à modèle interne	18
II. 2.1- Présentation intuitive de la structure IMC	18
II. 2.2- Propriété de la structure IMC	20
II. 3- Méthodologie de synthèse du régulateur	22
II. 4- Application pour la commande d'un système du premier ordre à retard	23
II. 4.1- Calcul du régulateur en négligeant le retard θ	24
II. 4.2- Calcul du régulateur en approximant $e^{-\theta p}$ par $1 - \theta p$	25

II. 4.3- Calcul du régulateur en utilisant l'approximation de Pade de $e^{-\theta p}$	26
II. 5- Conclusion	28
Chapitre III : Prédicteur de Smith	
III. 1- Introduction	29
III. 2- Commande d'un système à retard	29
III. 2.1 Synthèse d'un prédicteur de Smith	31
III. 2.2- Application pour la commande d'un système du premier ordre à retard	32
III. 3- Conclusion	34
Chapitre IV : Analyse de la robustesse	
IV. 1- Introduction	35
IV. 2- Synthèse directe	36
IV. 2.1- Fonction de transfert du contrôleur $C(p)$ lorsque $e^{-\theta p} \cong 1 - \theta p$	36
IV. 2.2- Fonction de transfert du contrôleur $C(p)$ calculé par la méthode de Pade	38
IV. 3.- Commande par modèle interne	39
IV. 3.1- Fonction de transfert du contrôleur $C(p)$ lorsque $e^{-\theta p} \cong 1 - \theta p$	39
IV. 3.2- Fonction de transfert du contrôleur $C(p)$ calculé par la méthode de Pade	41
IV. 4- Prédicteur de Smith	42
IV.4- Conclusion	45
Conclusion générale	46

Introduction générale

Jusqu'aux années cinquante plusieurs problèmes pratiques de commande n'avaient pas de solutions théoriques. C'est à partir des années soixante que des méthodes intéressantes de commande à caractère analytique sont apparues. En effet, plusieurs approches empiriques ont été développées pour la synthèse des régulateurs, ces approches reposent sur la présentation du processus par un modèle du premier ordre avec retard permettent à partir d'essai pratique d'ajuster les paramètres des régulateurs, la méthode de Ziegler-Nichols en est la plus connue. [1] Cette nouvelle tendance a relancé des recherches auparavant abandonnées. Les contrôleurs ainsi obtenus sont généralement d'ordre élevé comparable à celui du système. D'autres problèmes sont apparus lors de la commande des systèmes à retard, en effet plusieurs recherches ont été menées pour étudier l'influence du retard des systèmes sur la boucle de commande.

Dans ce mémoire on va illustrer trois méthodes de synthèse de régulateur pour la commande des systèmes à retard qui sont la synthèse directe du régulateur, commande par modèle interne et prédicteur de Smith, puis on étudiera l'influence du retard sur la stabilité de la boucle de commande. En effet, on cherchera à trouver la valeur limite du retard pour laquelle le système en boucle fermée devient instable. Et enfin en dernier on étudiera la robustesse en performances et en stabilité de la boucle de commande. Et pour une meilleure compréhension on a devisé notre travail en quatre chapitres :

Le premier chapitre est consacré à la méthode de synthèse directe des régulateurs qui a pour objectif d'égaliser le modèle de référence qui vérifie les performances de stabilité, précision et rapidité avec une boucle de commande d'un système à retard muni de son régulateur puis on calcule simplement le régulateur à partir du modèle de référence, puis on a étudié l'influence du retard du système sur la stabilité de la boucle de commande.

Dans le deuxième chapitre, on a utilisé une autre méthode de commande qui est la commande par modèle interne. Après une introduction qui expose les avantages de ce type de régulateur, nous développons son principe et donnons quelques-unes de ses propriétés. La méthodologie de synthèse du régulateur à modèle interne sera également exposée dans ce chapitre. Comme lors du premier chapitre une étude de l'influence du retard des systèmes sur la stabilité de la boucle de commande a été faite. Les exemples de la dernière partie permettent de se familiariser avec le concept.

Le chapitre trois présente les techniques de régulation du prédicteur de Smith, que l'on rencontre de plus en plus souvent. L'introduction présente rapidement l'idée générale et l'intérêt de ce correcteur. La partie suivante on développe plus en détail le principe et l'étude de stabilité pour la commande.

Dans le dernier chapitre on détaille le problème de la robustesse et ces différents types. On fera l'étude de la robustesse pour les trois méthodes de commande étudiés dans les chapitres précédents (synthèse directe, commande par modèle interne, prédicteur de Smith) et on termine ce chapitre par un exemple nous illustrons les résultats de calcul de la limite de stabilité pour les trois méthodes. Ces résultats seront résumés dans un tableau récapitulatif.

Et a la fin de notre travail on termine par une conclusion générale où on fait une comparaison entre les trois types de commandes étudiés.

Chapitre 1

I. 1- Introduction

Les systèmes peuvent présenter une précision insuffisante, de l'instabilité, un temps de réponse trop lent, un dépassement trop important, des vibrations, une grande sensibilité aux perturbations. Pour cela, il est nécessaire de corriger leurs comportements à l'aide de contrôleurs. Le système asservi doit comporter un réseau de correcteurs (contrôleurs) dont l'objectif est de respecter les performances du système asservi. L'objectif consiste précisément à dimensionner un correcteur ayant une fonction de transfert telle que sa combinaison avec celle du système à asservir assure les performances attendues.

Dans ce chapitre on utilisera la méthode de synthèse directe des régulateurs ensuite la méthode présentée sera illustré par des simulations sous Matlab-Simulink

I. 2- Définition d'un système linéaire et continu

On entend par système un dispositif isolé soumis aux lois de la physique et caractérisé par certaines grandeurs. L'entrée $e(t)$, correspondant à une action extérieure s'exerçant sur le système (cause), et la grandeur de sortie $s(t)$ caractérisant son état : l'application au système des lois de la physique conduit à l'établissement d'une certaine relation entre $e(t)$ et $s(t)$.

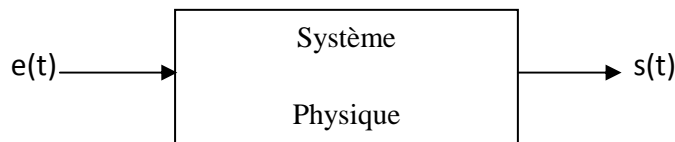


Figure I. 1 : représentation symbolique entre l'entrée et la sortie d'un système physique

Un système physique est linéaire si la caractéristique statique entrée/sortie est une droite.

Un système physique est dit continu si toutes les grandeurs qui le caractérisent sont de nature continue : l'information qui représentent ces grandeurs existe à chaque instant et peut prendre toutes les valeurs possibles entre deux limites. Leurs évolution dans le temps est un signal continu au sens mathématique du terme. [2]

I.3- Méthode de synthèse directe

Le principe général de cette méthode consiste, d'un coté, à imposer un modèle de référence qui vérifie les performances de stabilité, rapidité et précision au système muni de son régulateur; $G_{bo\ ref}(p)$ en boucle ouverte ou $G_{bf\ ref}(p)$ en boucle fermée. Ces deux modèles sont généralement du premier ordre ou du second ordre. D'un autre coté, il faut calculer la fonction de transfert réelle du système muni de son régulateur(en boucle ouverte ou en boucle fermée), cette dernière dépend de la fonction de transfert du système $G(p)$ et la fonction de transfert du régulateur $C(p)$. Il suffit ensuite d'égaliser $G_{bo}(p)$ à $G_{bo\ ref}(p)$ ou $G_{bf}(p)$ à $G_{bf\ ref}(p)$ pour calculer la fonction de transfert du régulateur. [3], Ce principe est illustré par la figure I. 2

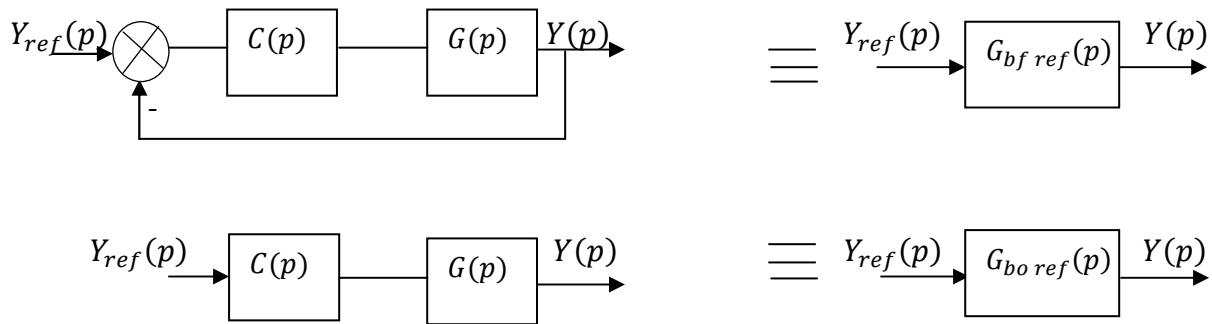


Figure I. 2 : Principe de la méthode de synthèse par modèle de référence

I.3.1- Détermination de $C(p)$ à partir du modèle de référence à imposer à la boucle fermée

La fonction de transfert d'un système de commande en boucle fermée à retour unitaire est donnée par :

$$FTBF(p) = \frac{FTBO(p)}{1 + FTBO(p)} \quad [I. 1]$$

En appliquant cette expression pour le système de commande de la figure I. 2, on obtient :

$$G_{bf}(p) = \frac{y(p)}{y_{ref}(p)} = \frac{C(p)G(p)}{1 + C(p)G(p)} \quad [I. 2]$$

Lorsqu'on impose que cette fonction de transfert soit égale à la fonction de transfert de référence $G_{bf\ ref}(p)$ on obtient :

$$G_{bf}(p) = \frac{C(p)G(p)}{1 + C(p)G(p)} = G_{bf\ ref}(p) \quad [I.3]$$

Un simple calcul permet alors d'exprimer la fonction de transfert $C(p)$ du régulateur en fonction du transfert $G(p)$ du système à commander et $G_{bf\ ref}(p)$ du modèle de référence. On obtient :

$$C(p) = \frac{1}{G(p)} \frac{G_{bf\ ref}(p)}{(1 - G_{bf\ ref}(p))} \quad [I.4]$$

I.3.2- Détermination de $C(p)$ à partir du modèle de référence à imposer à la boucle ouverte

Au lieu d'utiliser un modèle à imposer à la boucle fermée, on peut également utiliser le modèle de la boucle ouverte. Dans ce cas, il faut déterminer un modèle de référence $G_{bo\ ref}(p)$ à imposer à la boucle ouverte telle que la fonction de transfert en boucle fermée à retour unitaire vérifie les objectifs à imposer à la boucle fermée. Dans ce cas, au lieu d'égaliser la fonction de transfert en boucle fermée à la fonction de transfert de référence $G_{bf\ ref}(p)$ on peut simplifier le problème en égalant simplement

$$G_{bo}(p) = C(p)G(p) = G_{bo\ ref}(p) \quad [I.5]$$

La fonction de transfert du régulateur est dans ce cas donnée par :

$$C(p) = \frac{1}{G(p)} G_{bo\ ref}(p) \quad [I.6]$$

Dans les deux cas, la fonction de transfert du régulateur s'exprime en fonction de l'inverse de la fonction de transfert de $G(p)$ du système à commander. Ceci peut être un inconvénient de méthode pour la réalisation du régulateur en particulier.

Lorsque $G(p)$ est à phase non minimale (possède des zéros instables) ou à retard, dans ce cas on ne doit pas utiliser $G(p)$ directement pour la synthèse du régulateur.

En effet, dans ce cas l'inverse de $G(p)$ donnera un régulateur instable, pour résoudre ce problème on décompose $G(p)$ en :

$$G(p) = G^+(p)G^-(p) \quad [I. 7]$$

Où $G^-(p)$ contient les zéros instables et les retards de $G(p)$

Dans ce cas, dans les équations [I. 4] et [I. 6], on doit remplacer l'expression de $G(p)$ par sa partie inversible de $G^+(p)$.

I. 4- Commande d'un système du premier ordre

Etant donné un système du 1^{er} ordre dont la fonction de transfert est donnée par :

$$G(p) = \frac{G_0}{1 + T p} \quad [I. 8]$$

Avec $G_0 > 0$ le gain statique du système et $T > 0$ sa constante de temps

I. 4. 1- Calcul de $C(p)$ lorsque le modèle de référence est du premier ordre

Déterminer la fonction de transfert d'un régulateur qui permet d'imposer au système en boucle fermée les objectifs suivants :

- Le système doit être stable.
- Le régime transitoire du système en boucle fermée doit être **a** fois plus rapide que celui du système seul.
- L'erreur statique $y(\infty) - y_{ref}(\infty)$ lorsque l'entrée de référence $y_{ref}(t)$ est un échelon unitaire doit être nul.

On peut déterminer plusieurs modèles de référence possibles permettant de vérifier ces caractéristiques, mais le plus simple d'entre eux est celui d'un modèle du premier ordre donné par :

$$G_{bf\ ref}(p) = \frac{y(p)}{y_{ref}(p)} = \frac{G_{0\ bf}}{1 + T_{bf}p} \quad [I. 9]$$

- Pour atteindre l'objectif de stabilité il faut que le pôle de $G_{bf\ ref}(p)$ donné par $\left(\frac{-1}{T_{bf}}\right)$ soit à partie réelle négative, il faut donc que T_{bf} soit positif.
- Pour que le régime transitoire de la boucle fermée soit **a** fois plus rapide que celui du système à commander il faut que la durée du régime transitoire de la boucle fermée soit **a** fois plus petite que celle du système à commander. Il suffit donc que la constante de temps de la boucle fermée T_{bf} soit **a** fois plus petite que celle de $G(p)$, par conséquent :

$$T_{bf} = \frac{T}{a} \quad [I. 10]$$

- Pour atteindre l'objectif d'erreur statique nulle, puisque le système en boucle fermée est stable, il faut que le gain statique de $G_{bf\ ref}(p)$ soit égal a 1.

Finalement, le modèle de référence à imposer au système en boucle fermée qui permet d'atteindre les objectifs de commande est :

$$G_{bf\ ref}(p) = \frac{1}{1 + \frac{T}{a}p} \quad [I. 11]$$

En utilisant la relation [I. 4], la fonction de transfert du régulateur $C(p)$ est donnée par :

$$C(p) = \frac{1 + T p}{\frac{G_0 T p}{a}} = \frac{a}{G_0} + \frac{a}{G_0 T p} \quad [I. 12]$$

$$C(p) = \frac{a}{G_0} \left(1 + \frac{1}{T p}\right) \quad [I. 13]$$

On abouti ainsi à un régulateur PI

I. 4. 2- Calcul de C(P) lorsque le modèle de référence est du second ordre

Pour le même système du premier ordre de l'équation [I. 8], déterminer un régulateur $C(P)$ qui permet d'imposer au système en boucle fermée les performances suivantes :

- Le système doit être stable
- L'erreur statique lorsque l'entrée de référence est un échelon unitaire doit être nul

- Le régime transitoire doit être du type sinusoïdal amorti caractérisé par un dépassement et un temps de réponse donnés.

Un modèle de référence du premier ordre ne peut pas être utilisé dans ce cas. Le modèle le plus simple permettant d'atteindre ces objectifs est celui du second ordre. Le modèle de référence $G_{bf\ ref}(P)$ choisi est donc donnée par :

$$G_{bf\ ref}(P) = \frac{G_0\ \omega_n^2\ \omega_{n\ bf}}{P^2 + 2z_{bf}\omega_n\ \omega_{n\ bf}P + G_0\ \omega_n^2\ \omega_{n\ bf}^2} \quad \text{avec } G_0\ \omega_{n\ bf} = 1 \quad [I. 14]$$

- Le modèle de référence est stable à condition que $2z_{bf}\omega_n\ \omega_{n\ bf} > 0$ et $\omega_n^2\ \omega_{n\ bf} > 0$, il faut donc que $z_{bf} > 0$ et $\omega_n\ \omega_{n\ bf} > 0$
- Pour annuler l'erreur statique il faut que le gain statique de $G_{bf\ ref}(P)$ soit égal à 1
- Pour imposer les caractéristiques dynamiques de dépassement et de temps de réponse, il faut utiliser les relations ou les abaques reliant le coefficient d'amortissement z et la pulsation non amortie ω_n d'un système du second ordre au dépassement et au temps de réponse de sa réponse indicielle. On suppose donc que les paramètres z_{bf} et $\omega_n\ \omega_{n\ bf}$ de $G_{bf\ ref}(P)$ sont données :

En utilisant la relation [I. 4], l'expression de la fonction de transfert du régulateur est donnée par :

$$C(P) = \frac{\frac{G_0\ \omega_n^2\ \omega_{n\ bf}}{p^2 + 2z_{bf}\omega_n\ \omega_{n\ bf}p + \omega_n^2\ \omega_{n\ bf}^2}}{\frac{G_0}{1 + Tp} \left(1 - \frac{G_0\ \omega_n^2\ \omega_{n\ bf}}{p^2 + 2z_{bf}\omega_n\ \omega_{n\ bf}p + G_0\ \omega_n^2\ \omega_{n\ bf}^2} \right)} = \frac{T G_0\ \omega_n\ \omega_{n\ bf}^2}{G_0(p + 2z_{bf}\omega_n\ \omega_{n\ bf})} \left(1 + \frac{1}{T} p \right) \quad [I. 15]$$

On remarque que la fonction de transfert du régulateur est composé d'un filtre passe bas et d'un régulateur PI.

Cet exemple simple d'un système du premier ordre montre que la méthode de synthèse directe permet toujours de déterminer un régulateur qui permet d'atteindre les objectifs de

commande à imposer à la boucle fermée. Elle présente néanmoins l'inconvénient que la structure du régulateur devient d'autant plus complexe que les objectifs de commande le sont. [3]

I. 5- Méthode de synthèse directe des régulateurs pour le contrôle des systèmes à retard

Le retard caractérise la propriété d'un système physique pour lequel la réponse à une action appliquée est retardée dans son effet. Le retard est rencontré naturellement en biologie, physiologie, économie, dynamique des populations, chimie, aéronautique, aérospatial etc... .

Par ailleurs, même si le procédé lui-même ne contient pas de retards, les capteurs, les actionneurs et les temps de calcul nécessaires à sa commande peuvent engendrer des retards non négligeables. Le retard a été toujours considéré comme un des problèmes les plus difficiles rencontrés dans la commande des systèmes. Sa présence a une influence considérable sur le comportement du système bouclé et peut même être à l'origine d'instabilité ou d'oscillations indésirables. [1]

Pour illustrer la méthode de synthèse des régulateurs pour la commande des systèmes à retard considérons le modèle :

$$G(p) = \frac{G_0 e^{-\theta p}}{1 + Tp} \quad [I. 16]$$

Il existe plusieurs méthodes simples pour calculer le régulateur nécessaire pour contrôler le système à retard de l'équation [I. 16].

- La première consiste simplement à négliger la valeur de ce retard. ($\theta \ll 1$)
- La seconde consiste à approximer la fonction $e^{-\theta p}$ par $1 - \theta p$ (en utilisant le développement limité).
- La troisième consiste à approximer la fonction $e^{-\theta p}$ par l'approximation de

$$\text{Pade d'ordre 1 : } \frac{1 - \frac{\theta}{2}p}{1 + \frac{\theta}{2}p}$$

On présente dans ce qui suit les détails de ces trois méthodes, on se basera pour les comparer sur l'influence du retard sur la stabilité du système en boucle fermée. Considérons le schéma de commande de la figure I. 3 :

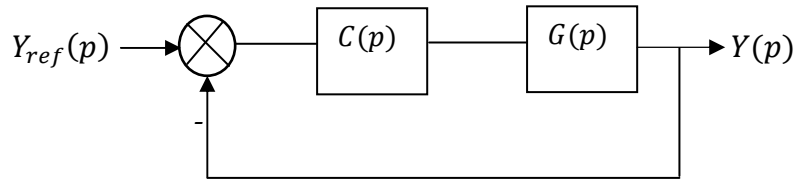


Figure I. 3 : système en boucle fermée

Dans lequel la fonction de transfert du système est celle de l'équation [I. 16].

On cherchera à trouver la fonction de transfert du régulateur $C(p)$.

Considérons également comme modèle de référence la fonction de transfert :

$$G_{b_{fref}}(p) = \frac{1}{1 + T_{bf} p} \quad [I. 17]$$

I. 5. 1- Calcul du régulateur en négligeant le retard θ

de l'équation [I. 4] la fonction de transfert du régulateur $C(p)$ est donnée par :

$$C(p) = \frac{1 + Tp}{G_0} \frac{1}{T_{bf} p} \quad [I. 18]$$

I. 5. 1. 1- Etude de la stabilité

Pour l'analyse de la stabilité de la boucle de commande de la figure I. 3 on doit dans un premier temps calculer la fonction de transfert en boucle ouverte $G_{bo}(p)$, puis on utilisera le critère de la marge de phase pour l'analyse de la stabilité.

En replaçant les fonctions [I. 16] et [I. 18] dans l'équation [I. 5], la fonction de $G_{bo}(p)$ est donnée :

$$G_{bo}(p) = \frac{e^{-\theta p}}{T_{bf} p} \quad [I. 19]$$

En utilisant le critère de la marge de phase on aura :

$$G_{bo}(j\omega) = \frac{e^{-j\theta\omega}}{jT_{bf}\omega} \quad [I. 20]$$

Pour $\omega = \omega_c$

$$|G_{bo}(j\omega_c)| = \frac{1}{T_{bf}\omega_c} = 1 \quad [I. 21]$$

$$\omega_c = \frac{1}{T_{bf}} \quad [I. 22]$$

$$\arg(G_{bo}(j\omega)) = -\theta\omega_c - \frac{\pi}{2} \quad [I. 23]$$

$$M\phi_{se} = -\theta\omega_c + \frac{\pi}{2} \quad [I. 24]$$

Le système est stable lorsque $M\phi_{se} > 0$ alors la valeur du retard limite est :

$$\theta_{lim} = \frac{\pi}{2} T_{bf} \quad [I. 25]$$

Cette relation montre que tant que le retard θ est inférieur à θ_{lim} le système en boucle fermée reste stable même si on néglige le retard lors du calcul du régulateur. Et lorsque θ est supérieur à θ_{lim} le système en boucle fermée devient instable.

Exemple

Soit $G(p)$ La fonction de transfert du système donnée par :

$$G(p) = \frac{2}{1 + 3p} e^{-\theta p}$$

Le modèle de référence à imposé à la boucle fermée est donnée :

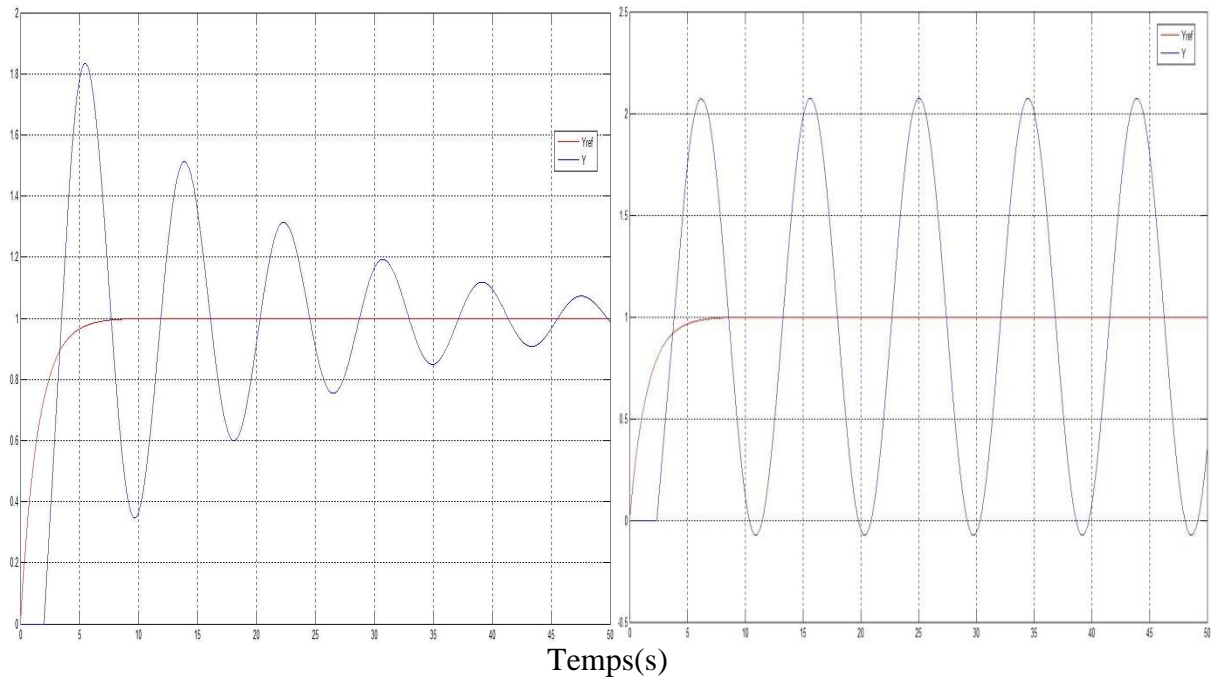
$$G_{bf\ ref}(p) = \frac{1}{1 + \frac{3}{2} p}$$

De l'équation [I. 25] la valeur limite de $\theta_{lim} = 2.35$

les figures ci-dessous donnent les reponses indiciels du système en boucle fermée pour différentes valeurs de θ

➤ $\theta = 2.0 (\theta < \theta_{lim})$

$\theta = 2.35 (\theta = \theta_{lim})$



➤ $\theta = 3.0 (\theta > \theta_{lim})$

$\theta = 0.5 (\theta \ll \theta_{lim})$

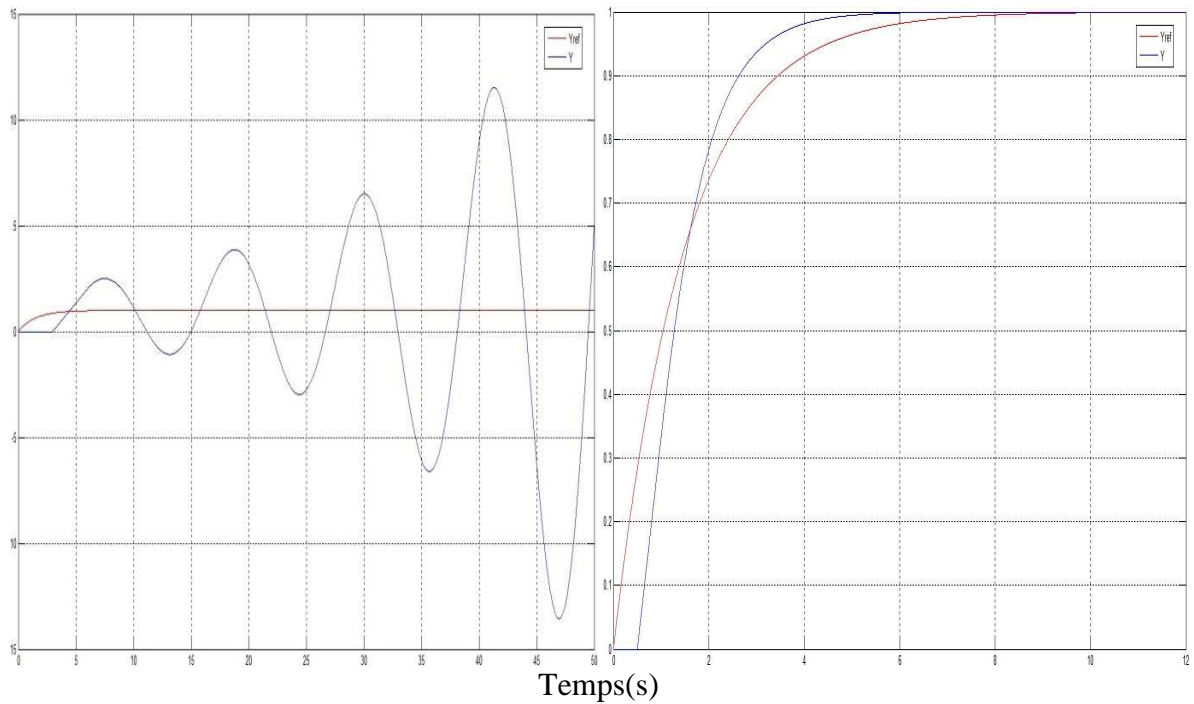


Figure I. 4 : Reponse indicielle du système du premier ordre à retard pour différentes valeurs de θ

On remarque d'après les figures précédentes qu'à partir de la valeur θ_{lim} le système est instable et lorsque le retard θ tend à augmenter le système en boucle fermée basculera d'avantage dans l'instabilité, alors que lorsque la valeur du retard θ tend à diminuer par rapport à θ_{lim} le système en boucle fermée devient stable et aura la même allure que celui du modèle de référence en boucle fermée.

I. 5. 2- Calcul du régulateur en approximant $e^{-\theta p} = 1 - \theta p$

Dans ce cas le modèle du système est approximé par :

$$G_m(p) = \frac{G_0(1 - \theta p)}{1 + T p} \quad [I. 26]$$

La fonction de transfert du régulateur qui permet d'obtenir en boucle fermée le modèle de l'équation [I. 17] est :

$$C(p) = \frac{1 + T p}{G_0} \frac{1}{T_{bf} p} \quad [I. 27]$$

Cette expression est la même que celle obtenue lorsqu'on néglige complètement le retard du système lors du calcul du régulateur. Par conséquent, on obtient les mêmes résultats.

I. 5. 3- Calcul du régulateur en utilisant l'approximation de Pade de $e^{-\theta p}$

Le modèle approximé du système est dans ce cas donné par :

$$G_m(p) = \frac{G_0 \left(1 - \frac{\theta}{2} p\right)}{(1 + T p) \left(1 + \frac{\theta}{2} p\right)} \quad [I. 28]$$

La fonction de transfert du régulateur qui permet d'obtenir en boucle fermée le modèle de l'équation [I. 17] est :

$$C(p) = \frac{(1 + T p) \left(1 + \frac{\theta}{2} p\right)}{G_0 T_{bf} p} \quad [I. 29]$$

Pour étudier la stabilité du système bouclé ainsi obtenu, on remplace les fonctions [I. 16] et [I. 29] dans l'équation [I. 5], la fonction de transfert $G_{bo}(p)$ est :

$$G_{bo}(p) = \frac{e^{-\theta p} \left(1 + \frac{\theta}{2} p\right)}{T_{bf} p} \quad [\text{I. 30}]$$

En utilisant le critère de la marge de phase on aura :

$$|G_{bo}(j\omega)| = \frac{\left(1 + \frac{\theta^2 \omega^2}{4}\right)^{1/2}}{T_{bf} \omega} \quad [\text{I. 31}]$$

Pour $\omega = \omega_c$

$$|G_{bo}(j\omega_c)| = 1 \quad [\text{I. 32}]$$

$$4 + \theta^2 \omega_c^2 = 4T_{bf}^2 \omega_c^2 \quad [\text{I. 33}]$$

Donc

$$\omega_c = \left(\frac{4}{4T_{bf}^2 - \theta^2}\right)^{1/2} \quad [\text{I. 34}]$$

On pose :

$$T_{bf} = a\theta \quad [\text{I. 35}]$$

L'équation [I. 34] devient :

$$\omega_c = \frac{2}{(4a^2 - 1)^{1/2} \theta} \quad [\text{I. 36}]$$

Ainsi, la pulsation de coupure ω_c existe lorsque $4a^2 - 1 > 0$ donc lorsque $a > 1/2$ c'est-à-dire lorsque $T_{bf} > \frac{1}{2}\theta$.

$$\arg(G_{bo}(j\omega)) = \arg\left[\frac{e^{-j\theta\omega}\left(1 + j\frac{\theta}{2}\omega\right)}{jT_{bf}\omega}\right] \quad [I. 37]$$

Pour $\omega = \omega_c$

$$M\phi_{se} = \arctg\frac{\theta\omega_c}{2} - \theta\omega_c + \frac{\pi}{2} \quad [I. 38]$$

On remplace l'équation [I. 36] dans [I. 38] :

$$M\phi_{se} = \arctg\left(\frac{1}{(4a^2 - 1)^{1/2}}\right) - \frac{2}{(4a^2 - 1)^{1/2}} + \frac{\pi}{2} \quad [I. 39]$$

Pour trouver la valeur limite de θ qui rend le système en boucle fermée instable il faut résoudre l'équation $M\phi_{se} = 0$

On fait un changement de variable :

$$x = \frac{1}{(4a^2 - 1)^{1/2}} \quad [I. 40]$$

L'équation [I. 39] devient :

$$\arctg x - 2x + \frac{\pi}{2} = 0 \quad [I. 41]$$

La solution de l'équation [I. 41] est $x = 1.2293$. On remplace cette valeur dans l'équation [I. 40] on obtient la valeur de $a = 0.64$.

Ainsi lorsque $T_{bf} > 0.6445 \theta$ le système en boucle fermé est stable et pour $T_{bf} \leq 0.6445 \theta$ le système en boucle fermé devient instable.

Pour illustrer ces résultats, Soit $G(p)$ La fonction de transfert du système donnée par :

$$G(p) = \frac{2}{1 + 3p} e^{-3p}$$

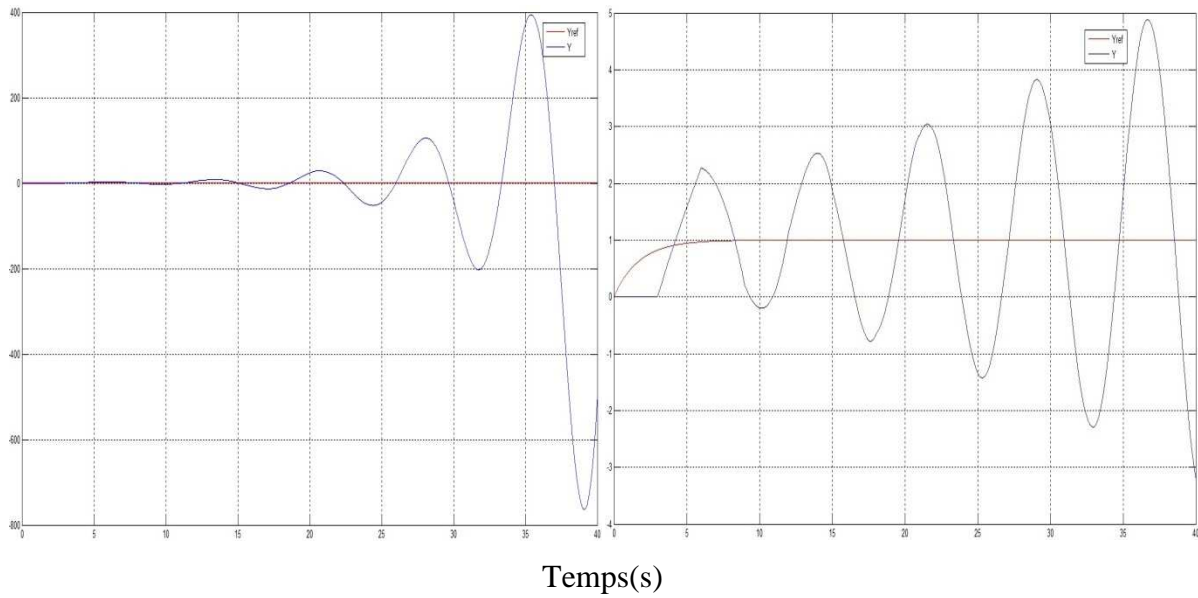
Le modèle de référence à imposé à la boucle fermée est donnée :

$$G_{bf\ ref}(p) = \frac{1}{1 + \frac{3}{2}p}$$

les figures ci-dessous donnent les réponses indicielles du système en boucle fermée pour différentes valeur de T_{bf} .

➤ $T_{bf} = 1.20$ ($T_{bf} < \frac{1}{2}\theta$)

$T_{bf} = 1.50$ ($\frac{1}{2}\theta < T_{bf} < a\theta$)



➤ $T_{bf} = 1.926$ ($T_{bf} = a\theta$)

$T_{bf} = 2.1$ ($T_{bf} \gg a\theta$)

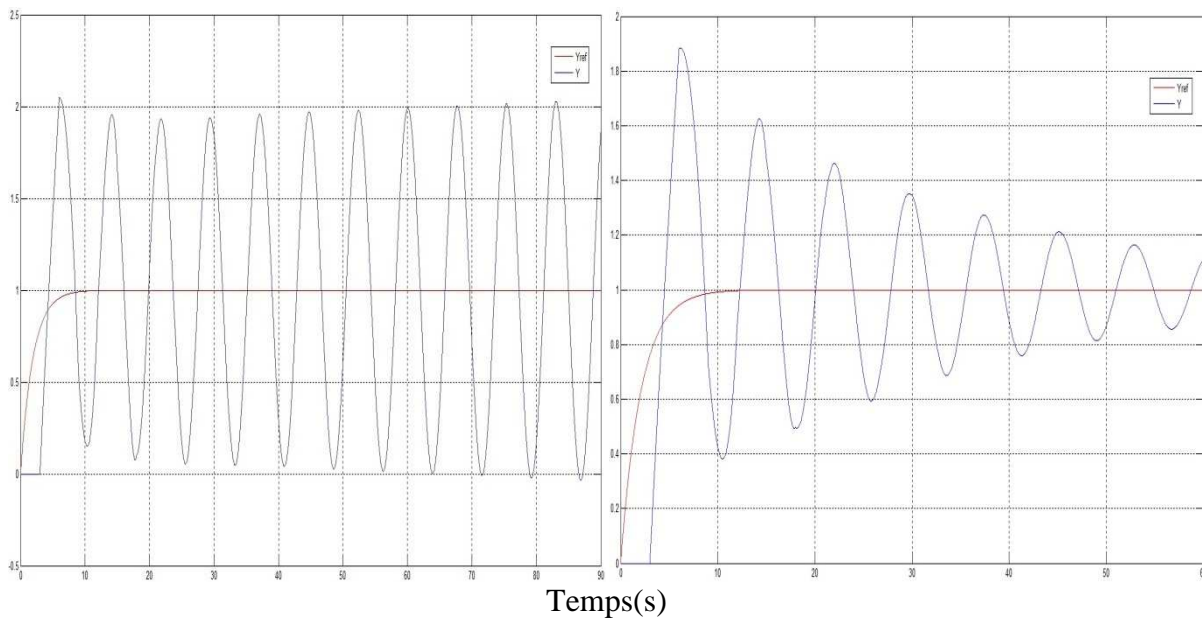


Figure I. 5 : Reponse indicielle du système du premier ordre à retard pour différentes valeurs de T_{bf}

Ces résultats montrent que lorsqu'on choisit la valeur de $T_{bf} < \frac{1}{2}\theta$ le système en boucle fermée est instable car pour cette valeur la pulsation de coupure sera à signe négative ce qui est d'un point de vue physique n'a pas de sens. Pour $T_{bf} = a\theta$ le système en boucle fermée est à la limite d'instabilité. Et pour des valeurs supérieures à la limite le système en boucle fermée devient stable.

I. 6- Avantages et inconvénients de la méthode

Cette méthode de synthèse des régulateurs basée sur un modèle de référence est très simple à mettre en œuvre et permet d'atteindre tous les objectifs à imposer au système en boucle fermée. Par contre, elle présente des inconvénients où l'expression du modèle du régulateur est complexe rendant ainsi sa réalisation onéreuse. En effet, la fonction de transfert du régulateur $C(p)$ est d'autant plus complexe que le modèle du système à commander $G(p)$ et/ou le modèle de référence à imposer à la boucle ouverte $G_{boref}(p)$ ou à la boucle fermée $G_{bfref}(p)$ sont complexes.

I. 7- Conclusion

La méthode de calcul direct des régulateurs est facile à comprendre et à réaliser donc facile à régler et à maintenir le régulateur, c'est pour ces raisons que cette méthode de calcul des régulateurs est largement employée dans le monde industriel. Il existe cependant des cas pour lesquels cette méthode n'est pas bien adaptée. En effet, avec cette méthode de calcul le retard dépend du temps de réponse du modèle ce qui fait qu'il existe toujours une valeur de retard θ_{lim} pour que le système en boucle fermée devienne instable. Pour remédier à ce problème d'instabilité une régulation par modèle interne peut se révéler plus adaptée, cette dernière sera l'objectif du prochain chapitre

Chapitre 2

II. 1- Introduction

Lorsque les régulateurs classiques ne permettent pas d'obtenir les performances désirées, le régulateur à modèle interne ou IMC (internal model control), s'avère être une approche intéressante. En effet, le régulateur à modèle interne a pour objectif de tirer avantages des régulateurs en boucle ouverte, qui sert à faciliter la synthèse du contrôleur.

L'intérêt de cette approche IMC, dans ce cas, est de montrer comment on peut réaliser un compromis performances/robustesse en fonction de l'incertitude des paramètres du modèle, en particulier l'influence du retard du système sur la boucle fermée en comparant la sortie du modèle avec la sortie du procédé. [1] Les détails de cette méthode seront donnés dans la suite de ce chapitre.

II. 2- Principe du régulateur à modèle interne

II. 2. 1- Présentation intuitive de la structure IMC

La figure II. 1 représente la structure d'une régulation classique (standard)

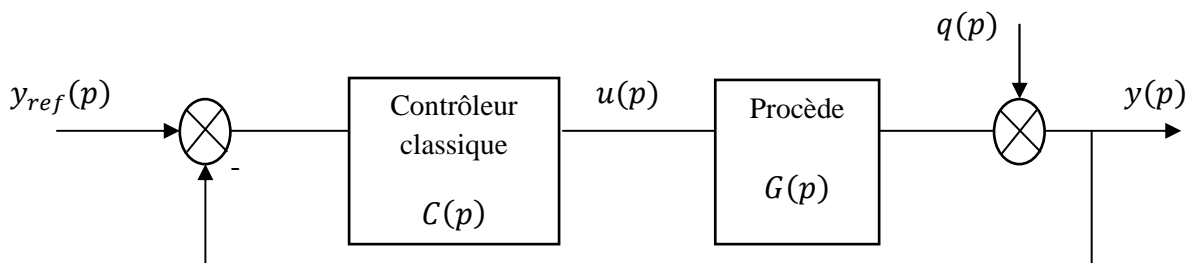


Figure II. 1 : Principe d'une régulation classique

Et la figure II.2 représente la structure de commande à modèle interne. Dans cette structure la partie de régulation est encadrée et composée de deux parties :

- Le régulateur proprement dit
- Le modèle du procédé

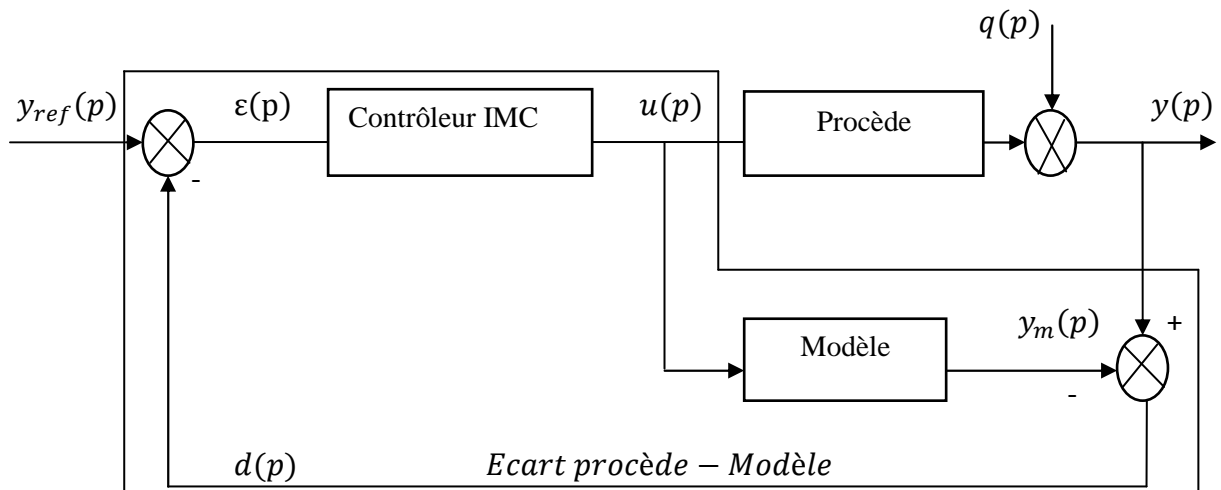


Figure II. 2 : structure d'une régulation à modèle interne

La structure de commande par modèle interne répond à deux objectifs et essaye de résoudre deux problèmes que la structure standard ne permet pas de résoudre :

- D'abord la méthode de synthèse directe se base sur un modèle du système, qui n'est pas toujours facile à obtenir et parfois quand on l'obtient il est trop complexe à utiliser.
- La méthode de synthèse du contrôleur IMC utilise le principe de la boucle ouverte.

Dans la structure à modèle interne, la sortie du modèle est soustraite de la sortie du procédé. Si l'on suppose que le modèle est parfait et que le système n'est soumis à aucune perturbation, alors le signal d'écart entre la sortie du procédé et celle du modèle, est identiquement nul. Le système de commande peut dans ce cas être considéré comme fonctionnant en boucle ouverte, et par conséquent :

- Les problèmes de stabilité rencontrés dans les boucles classiques disparaissent. En effet, le système bouclé est stable si et seulement si le procédé et le régulateur IMC sont stables
- Le rôle du régulateur est donc en quelque sorte « d'inverser le modèle ». En d'autres termes, le contrôleur IMC peut être vu comme un régulateur feed forward en boucle ouverte et être calculé comme tel. Cependant, il n'a pas les inconvénients d'une boucle ouverte pure car le signal d'écart entre la sortie du procédé et celle du modèle permet de modifier le point de consigne de façon adéquate. [5]

En effet lorsqu'il n'y'a pas de perturbation, nous n'avons pas besoin de la boucle de contre réaction. Par contre, lorsque $y(p) \neq y_m(p)$ pour une raison ou pour une autre (en présence de perturbation en particulier), la contre réaction est activée et le contrôleur IMC réagi pour annuler cet écart, c'est la commande en boucle fermée.

II. 2. 2- Propriété de la structure IMC

Considérons la boucle de régulation classique de la figure [II. 1] ; celle-ci comprend un processus représenté par sa fonction de transfert $G(p)$, un correcteur $C(p)$, un signal d'entrée $y_{ref}(p)$, un signal de sortie $y(p)$, et une perturbation $q(p)$.

La sortie $y(p)$ s'exprime en fonction de la grandeur de référence $y_{ref}(p)$ et de la perturbation $q(p)$ par la relation

$$y(p) = \frac{C(p)G(p)}{1 + C(p)G(p)} y_{ref}(p) + \frac{1}{1 + C(p)G(p)} q(p) \quad [\text{II. 1}]$$

Dans le cas du schéma de commande par modèle interne de la figure [II. 2], le transfert entre la consigne et la variable contrôlée peut s'obtenir de la façon suivante :

$$\varepsilon(p) = y_{ref}(p) - d(p) \quad [\text{II. 2}]$$

$$d(p) = y(p) - G_m(p)C_{imc}(p)\varepsilon(p) \quad [\text{II. 3}]$$

$$y(p) = G(p)C_{imc}(p)\varepsilon(p) + q(p) \quad [\text{II. 4}]$$

On remplace les deux équations [II. 3] et [II. 4] dans l'expression [II. 2] on trouve :

$$\varepsilon(p) = y_{ref}(p) - [G(p)C_{imc}(p)\varepsilon(p) + q(p)] + G_m(p)C_{imc}(p)\varepsilon(p) \quad [\text{II. 5}]$$

$$\varepsilon(p) = \frac{1}{1 + C_{imc}(p)[G(p) - G_m(p)]} [y_{ref}(p) - q(p)] \quad [\text{II. 6}]$$

$$y(p) = \frac{C_{imc}(p)G(p)}{1 + C_{imc}(p)[G(p) - G_m(p)]} [y_{ref}(p) - q(p)] + q(p) \quad [\text{II. 7}]$$

Ou encore :

$$y(p) = \frac{C_{imc}(p)G(p)}{1 + C_{imc}(p)[G(p) - G_m(p)]} y_{ref}(p) + \frac{1 - C_{imc}(p)G(p)}{1 + C_{imc}(p)[G(p) - G_m(p)]} q(p) \quad [II. 8]$$

A partir des deux relations [II. 1] et [II. 8] , il est facile d'établir les correspondances entre la fonction de transfert du régulateur classique $C(p)$ et celle a modèle interne $C_{imc}(p)$

$$C(p) = \frac{C_{imc}(p)}{1 - C_{imc}(p)G_m(p)} \quad [II. 9]$$

$$C_{imc}(p) = \frac{C(p)}{1 + C(p)G_m(p)} \quad [II. 10]$$

Par conséquent les performances qui peuvent être obtenues avec un régulateur à modèle interne ne sont, à priori, ni meilleures, ni moins bonnes que celles qui peuvent être obtenues avec une structure classique, comme le montrent les relations [II. 9]et[II. 10] ces structures sont équivalentes. L'intérêt de la structure à modèle interne réside, comme nous allons le voir, dans sa simplicité de conception et de mise en œuvre notamment pour les systèmes à retard.

Examinons maintenant les transferts dans le cas ou le modèle est parfait, c'est-à-dire

$$G_m(p) = G(p) \quad [II. 11]$$

On a :

$$y(p) = C_{imc}(p)G(p) y_{ref} + [1 - C_{imc}(p)G(p)] q(p) \quad [II. 12]$$

Le système peut être vu comme fonctionnant en boucle ouverte. Par conséquent, la stabilité de l'ensemble procédé plus régulateur à modèle interne peut être déduite des fonctions de transfert $G(p)$ et $C_{imc}(p)$ on peut énoncer le résultat suivant.

Si $G(p)$ est stable, et si le modèle est parfait $G(p) = G_m(p)$ alors le système contrôlé par la structure à modèle interne est stable si et seulement si le régulateur $C_{imc}(p)$ est stable. [5]

II. 3- Méthodologie de synthèse du régulateur

Compte tenu des propriétés de la structure IMC la synthèse d'un régulateur se réalise en deux étapes :

On fait l'hypothèse que le modèle interne est parfait : dans ce cas, la synthèse du régulateur se réduit à la sélection d'un régulateur $C_{imc}(p)$ qui satisfait les performances spécifiées en boucle fermée puisque la stabilité globale est automatiquement assurée.

Les critères de performance généralement considérés sont :

- La minimisation de la somme du carrée des erreurs entre la consigne et la variable contrôlée
- Un temps de réponse donné
- Pas de dépassement excessif
- Pas de sollicitation excessive de la variable manipulée
- Une erreur statique nulle pour des consignes en échelon ou en rampe

La méthode de synthèse du contrôleur IMC se décompose en deux étapes : [5]

Elle se fait en deux étapes :

- ❖ Etape 1 : on décompose le modèle $G_m(p)$ du procédé sous la forme d'un produit de deux facteurs, le premier $G_m(p)^+$ (dont le gain doit être égal à 1) contenant les retards purs et les zéros à partie réelle positive et le deuxième $G_m(p)^-$ qui contient le reste de la fonction de transfert. (partie inversible de $G(p)$)

$$G_m(p) = G_m(p)^+ G_m^-(p) \quad [\text{II. 13}]$$

- ❖ Etape 2 : on retient seulement $G_m^-(p)$ pour écarter les retards et les zéros à partie réelle positive et on filtre l'inverse de $G_m^-(p)$ (pour rendre le correcteur réalisable physiquement). La fonction de transfert du correcteur réel est alors égal à :

$$C_{imc}(p) = \frac{1}{G_m^{-1}(p)} f(p) \quad [\text{II. 14}]$$

Où $f(p)$ est un filtre passe bas de gain égal à 1. Il est ajouté de façon à « contenir le système vis-à-vis des erreurs de modèle » ce filtre est typiquement de la forme :

$$f(p) = \frac{1}{(T_{bf}p + 1)^n} \quad [\text{II. 15}]$$

Où T_{bf} est la constante de temps que l'on souhaite imposer à la boucle fermée. L'exposant n est choisi de telle façon que $C_{imc}(p)$ soit causal (le degré de dénominateur est supérieur ou égal au degré de numérateur).

II. 4- Application pour la commande d'un système du premier ordre retard

Soit $G(p)$ la fonction de transfert donnée par :

$$G(p) = \frac{G_0 e^{-\theta p}}{1 + Tp} \quad [\text{II. 16}]$$

Selon l'étape 1, $G(p)$ est décomposée selon l'équation [II. 13]

avec

$$G_m^+(p) = e^{-\theta p} \quad \text{et} \quad G_m^-(p) = \frac{G_0}{1 + Tp} \quad [\text{II. 17}]$$

Afin de comparer avec la méthode de synthèse directe, on impose comme modèle de référence à la boucle fermée le filtre $f(p)$ donné par :

$$f(p) = \frac{1}{(1 + T_{bf}p)} \quad [\text{II. 18}]$$

Selon la relation [II. 14], le correcteur IMC est :

$$C_{imc}(p) = \frac{1 + TP}{G_0} \frac{1}{(1 + T_{bf}p)} = \frac{1 + TP}{G_0(1 + T_{bf}p)} \quad [\text{II. 19}]$$

Dans un souci de comparaison également, on utilisera la structure de commande classique de la figure [II. 1]. Pour ce faire on utilise la relation [II. 9] pour calculer l'expression du contrôleur $C(p)$ équivalent ou contrôleur $C_{imc}(p)$ on trouve :

$$C(p) = \frac{1 + Tp}{G_0(1 + T_{bf}p - e^{-\theta p})} \quad [\text{II. 20}]$$

Et pour supprimer le retard situé au dénominateur de $C(p)$ on procède de la même manière que dans le premier chapitre, c'est-à-dire :

- Négliger simplement la valeur du retard. ($\theta \ll 1$)
- approximer la fonction $e^{-\theta p}$ par $1 - \theta p$ (en utilisant le développement limité).
- approximer la fonction $e^{-\theta p}$ par l'approximation de Pade d'ordre 1 : $\frac{1 - \frac{\theta}{2}p}{1 + \frac{\theta}{2}p}$

On présente dans ce qui suit les détails de ces trois méthodes, on se basera pour comparer ces trois méthodes par l'influence du retard sur la stabilité du système en boucle fermée.

II. 4. 1- Calcul du régulateur en négligeant le retard θ

A partir de l'expression [II. 20] la fonction de transfert du régulateur $C(p)$ est donnée par :

$$C(p) = \frac{1 + TP}{G_0 T_{bf} p} \quad [\text{II. 21}]$$

A partir des expressions [II. 16] et [II. 20] la fonction de transfert en boucle ouverte $G_{bo}(p)$ est donnée :

$$G_{bo}(p) = \frac{e^{-\theta p}}{T_{bf} p} \quad [\text{I. 22}]$$

En utilisant le critère de la marge de phase on aura :

$$G_{bo}(j\omega) = \frac{e^{-j\theta\omega}}{jT_{bf}\omega} \quad [\text{I. 23}]$$

Pour $\omega = \omega_c$

$$|G_{bo}(j\omega)| = \frac{1}{T_{bf}\omega_c} \quad [\text{I. 24}]$$

$$\omega_c = \frac{1}{T_{bf}} \quad [I. 25]$$

$$\arg(G_{bo}(j\omega)) = -\theta\omega_c - \frac{\pi}{2} \quad [I. 26]$$

$$M\phi_{se} = -\theta\omega_c + \frac{\pi}{2} \quad [I. 27]$$

Le système est stable lorsque $M\phi_{se} > 0$ alors la valeur du retard limite est :

$$\theta_{lim} = \frac{\pi}{2} T_{bf} \quad [I. 28]$$

On remarque dans ce cas que lorsque le retard θ est négligé lors de l'étape de calcul du régulateur il existe une valeur du retard θ pour laquelle le système en boucle fermée est instable. Cette valeur limite de θ est la même que celle trouvée lorsqu'on utilise la méthode de synthèse directe.

II. 4. 2- Calcul du régulateur en approximant $e^{-\theta p} = 1 - \theta p$

Dans ce cas le modèle du système est approximé par :

$$G_m(p) = \frac{G_0(1 - \theta p)}{1 + Tp} \quad [I. 29]$$

de l'expression [II. 20] la fonction de transfert du régulateur $C(p)$ est donnée par :

$$C(p) = \frac{1 + Tp}{G_0(T_{bf} + \theta)p} \quad [I. 30]$$

Dans ce cas aussi, en utilisant les expressions [II. 16] et [II. 30] la fonction de transfert en boucle ouverte $G_{bo}(p)$ est donnée :

$$G_{bo}(p) = \frac{e^{-\theta p}}{(T_{bf} + \theta)p} \quad [II. 31]$$

En utilisant le critère de la marge de phase on aura :

$$G_{bo}(j\omega) = \frac{e^{-j\theta\omega}}{jT_{bf}\omega} \quad [\text{I. 32}]$$

$$|G_{bo}(j\omega)| = \frac{1}{(T_{bf} + \theta)\omega} \quad [\text{II. 33}]$$

Pour $\omega = \omega_c$

$$|G_{bo}(j\omega)| = 1 \Rightarrow \frac{1}{(T_{bf} + \theta)\omega_c} = 1 \quad [\text{II. 34}]$$

De l'équation [II. 34] on déduit que la valeur de ω_c :

$$\omega_c = \frac{1}{(T_{bf} + \theta)} \quad [\text{II. 35}]$$

$$\arg(G_{bo}(j\omega)) = -\omega_c\theta - \frac{\pi}{2} \quad [\text{II. 36}]$$

Pour $\omega = \omega_c$

$$M\phi_{se} = -\omega_c\theta + \frac{\pi}{2} \quad [\text{II. 37}]$$

On remplace ω_c par sa valeur retrouvée dans l'équation [II. 35] on aura :

$$\frac{\theta}{(T_{bf} + \theta)} + \frac{\pi}{2} = 0 \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{\theta}{(T_{bf} + \theta)} \quad [\text{II. 38}]$$

Il n'existe pas de valeur de $\theta > 0$ qui vérifie cette équation. Par conséquent, cette égalité est impossible alors on déduit que pour un système de première ordre il est tout le temps stable lorsqu'on utilise la commande par modèle interne contrairement à la méthode de synthèse directe, l'approximation de $e^{-\theta p}$ par $1 - \theta p$ suffit pour calculer le régulateur qui maintient la stabilité de la boucle fermée.

II. 4. 3- Calcul du régulateur en utilisant l'approximation de Pade de $e^{-\theta p}$

Le modèle approximé du système est dans ce cas est donné par :

$$G_m(p) = \frac{G_0 \left(1 - \frac{\theta}{2}p\right)}{(1 + Tp) \left(1 + \frac{\theta}{2}p\right)} \quad [\text{II. 39}]$$

de l'expression [II. 20] la fonction de transfert du régulateur $C(p)$ est donnée par :

$$C(p) = \frac{(1 + Tp) \left(1 + \frac{\theta}{2}p\right)}{G_0 \left(T_{bf} + \frac{\theta}{2}\right)p} \quad [\text{II. 40}]$$

Dans ce cas aussi, en utilisant les expressions [II. 16] et [II. 40] la fonction de transfert en boucle ouverte $G_{bo}(p)$ est donnée :

$$G_{bo}(p) = \frac{\left(1 + \frac{\theta}{2}p\right)}{\left(T_{bf} + \frac{\theta}{2}\right)p} e^{-\theta p} \quad [\text{II. 41}]$$

En utilisant le critère de la marge de phase on aura :

$$|G_{bo}(j\omega)| = \frac{\left(1 + \frac{\theta^2 \omega^2}{4}\right)^{1/2}}{\left(T_{bf} + \frac{\theta}{2}\right)\omega} \quad [\text{II. 42}]$$

Pour $\omega = \omega_c$

$$\omega_c = \frac{1}{\left(T_{bf}^2 + T_{bf}\theta\right)^{1/2}} \quad [\text{II. 43}]$$

$$\arg(G_{bo}(j\omega)) = -\omega\theta + \arctg\left(\frac{\theta\omega}{2}\right) - \frac{\pi}{2} \quad [\text{II. 44}]$$

Pour $\omega = \omega_c$

$$M\phi_{se} = -\omega_c\theta + \arctg\left(\frac{\theta\omega_c}{2}\right) - \frac{\pi}{2} = -\pi \quad [\text{II. 45}]$$

On remplace ω_c par sa valeur retrouvée dans l'équation [II. 43] on aura :

$$\arctg\left(\frac{\theta}{2(T_{bf}^2 + T_{bf}\theta)^{1/2}}\right) - \frac{\theta}{(T_{bf}^2 + T_{bf}\theta)^{1/2}} + \frac{\pi}{2} \quad [\text{II. 46}]$$

Quelque soit les valeurs de T_{bf} et θ l'équation [II.46] est tout le temps positive, alors on déduit que pour un système de première ordre il est tout le temps stable lorsqu'on utilise la commande par modèle interne contrairement à la méthode de synthèse directe, l'approximation de $e^{-\theta p}$ par $\frac{1-\frac{\theta}{2}p}{1+\frac{\theta}{2}p}$ suffit pour calculer le régulateur qui maintient la stabilité de la boucle fermée.

II.5 -Conclusion

L'étude de la commande par modèle interne du système à retard qui a été faite permis de conclure que cette méthode est meilleur par rapport à la synthèse direct du régulateur. En effet, lors de l'approximation de $e^{-\theta p}$ par $1 - \theta p$ et $\frac{1-\frac{\theta}{2}p}{1+\frac{\theta}{2}p}$ lors de la synthèse direct on a trouvé qu'il ya une limite d'instabilité alors que dans le cas de l'IMC ce problème d'instabilité est résolu. Mais toujours est il lors de la synthèse du régulateur par IMC en négligeant le retard on a trouvé une limite d'instabilité et pour régler ce problème d'instabilité on a pensé à une autre méthode qui est le prédicteur de Smith qui sera l'objectif du prochain chapitre.

Chapitre 3

III. 1-Introduction

Les régulateurs intégrant un prédicteur de Smith sont particulièrement conçus pour commander des systèmes dont le retard est très important. Dans la phase de synthèse du régulateur, le retard n'est pas pris en considération. Lors de l'implantation, l'effet du retard est éliminé en utilisant comme rétroaction la prédiction de la grandeur à régler ; cette prédiction nécessite un bon modèle du système à régler, soit un modèle paramétrique.

Les performances et les marges de stabilité sont ainsi améliorées fortement. La rétroaction de l'erreur de prédiction permet de tenir compte des erreurs de modélisation et des bruits qui agissent sur le système. Néanmoins, il faut noter que le prédicteur de Smith n'élimine pas le retard pur entre la consigne $y_{ref}(t)$ et les grandeurs à régler $y(t)$. [6]

Le retard intrinsèque, qu'on ne peut compenser, apparaît lors de la boucle. La réponse du système peut être modifiée d'une façon simple, grâce au correcteur. La méthode de Smith permet une synthèse facile des correcteurs pour les systèmes qui ont des retards purs élevés (cas fréquent dans l'industrie). Théoriquement la méthode de Smith peut être appliquée lorsqu'il s'agit d'un procédé comportant un retard pur.

L'idée du correcteur-prédicteur de Smith est de synthétiser un régulateur pour le procédé auquel on a enlevé le retard pur, puis de calculer un correcteur adapté au procédé avec retard, à partir du correcteur calculé auparavant. Ainsi, les calculs sont beaucoup plus simples. [6]

III. 2- Commande du système à retard

Considérons, dans un premier temps, le système ci-dessous ou $C(p)$ est un correcteur monté en cascade avec $G(p)$.

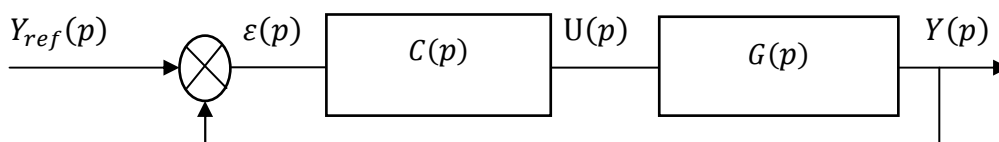


Figure III. 1 : Structure de commande classique

La variable de sortie peut s'exprimer par

$$Y(p) = \frac{C(p)G(p)}{1 + C(p)G(p)} Y_{ref}(p) \quad [III. 1]$$

On décompose $G(p)$ à un produit de deux fonction on aura :

$$G(p) = G_c(p)e^{-\theta p} \quad [III. 2]$$

Le schéma fonctionnel est donné par la figure ci-dessous :

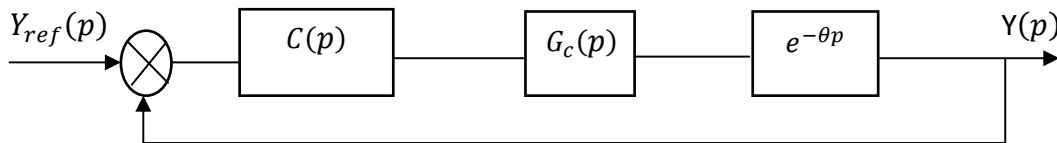


Figure III. 2 : Schéma fonctionnel d'une commande d'un système à retard

La fonction de transfert est donnée par :

$$\frac{Y(p)}{Y_{ref}(p)} = \frac{C(p)G_c(p)e^{-\theta p}}{1 + C(p)G_c(p)e^{-\theta p}} \quad [III. 3]$$

Cette fonction de transfert n'est pas réalisable en pratique car d'habitude le retard se trouve au numérateur.

On désire corriger un système avec retard pur de la même façon que le système n'ayant pas de retard. L'objectif est de trouver une structure de réglage qui permet de sortir «artificiellement» le retard de la boucle et donc de rendre le réglage du correcteur indépendant du retard.

Ceci peut être réalisé en utilisant la boucle de régulation présentée sur la figure [III. 3]:

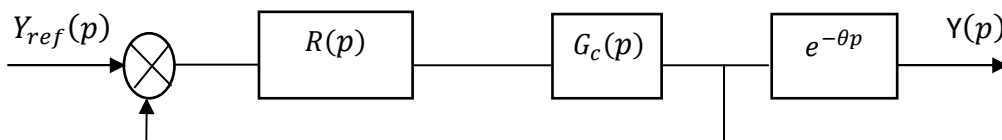


Figure III. 3 : Situation idéale de la commande d'un procédé avec retard

Ainsi, la réponse du système en boucle fermée sera retardée par rapport à la réponse idéale (celle qu'on aurait pu obtenir si le procédé ne présentait pas de retard pur). Cette solution n'est pas réalisable en pratique car on ne peut pas isoler le retard, donc on ne peut pas mesurer la sortie sans retard.

La fonction de transfert en boucle fermée correspondante au schéma de commande de la figure [III. 3] est donnée par la relation [III. 4]

$$\frac{Y(p)}{Y_{ref}(p)} = \frac{R(p)G_c(p)}{1 + R(p)G_c(p)} e^{-\theta p} \quad [III. 4]$$

On égalisant les deux équations [III.3] et [III.4], on peut déterminer l'expression du contrôleur $C(p)$, elle donnée par :

$$C(p) = \frac{R(p)}{1 + R(p)G_c(p)(1 - e^{-\theta p})} \quad [III. 5]$$

Dans un deuxième temps, on conçoit un système correctif associé à l'asservissement à retard dont le schéma fonctionnel est représenté par la figure [III. 4], ce correcteur est appelé prédicteur de Smith. [6]

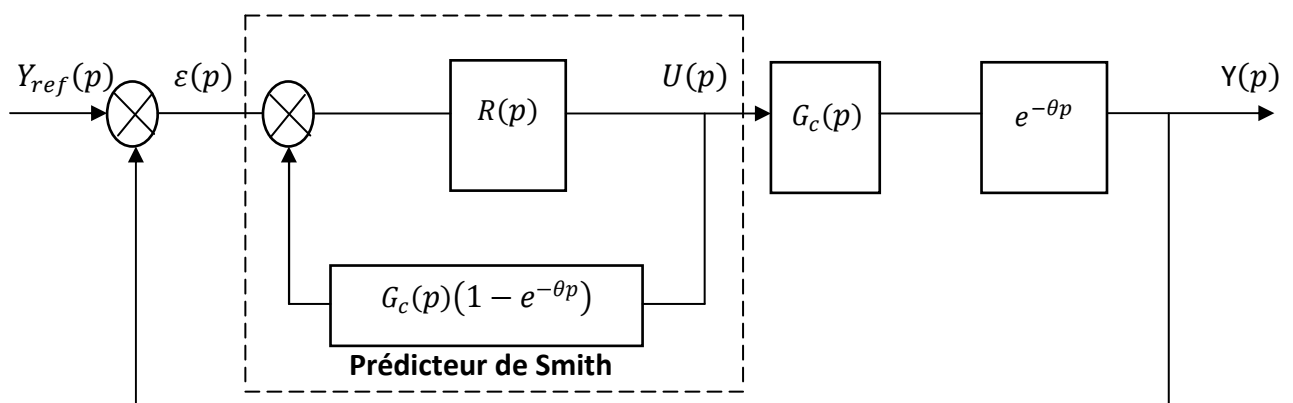


Figure III. 4: Situation idéale de la commande d'un procédé avec retard

III. 2. 1- Etape de synthèse d'un prédicteur de Smith

- 1- On calcule d'abord un régulateur $R(p)$ qui corrige le système sans retard $G_c(p)$
- 2- Le régulateur final est calculé selon la formule :

$$C(p) = \frac{R(p)}{1 + R(p)G_c(p)(1 - e^{-\theta p})} \quad [III. 6]$$

Avec :

$R(p)$: Correcteur du système sans retard.

$G_c(p)$: Fonction de transfert du système sans retard.

III. 2. 2- Application pour la commande d'un système du 1^{er} ordre à retard

Soit $G(p)$ la fonction de transfert donnée par :

$$G(p) = \frac{G_0 e^{-\theta p}}{1 + Tp} \quad \text{[III. 7]}$$

Considérons également comme modèle de référence la fonction de transfert :

$$G_{bref}(p) = \frac{1}{1 + T_{bf} p} \quad \text{[III. 8]}$$

De l'équation [III. 2], la fonction de transfert $G_c(p)$ est donné par :

$$G_c(p) = \frac{G_0}{1 + Tp} \quad \text{[III. 9]}$$

Pour un système de premier ordre sans retard la fonction de transfert du régulateur $R(p)$ est donnée par : (on peut utiliser indifféremment la méthode de synthèse directe ou la méthode IMC)

$$R(p) = \frac{1 + Tp}{G_0 T_{bf} p} \quad \text{[III. 10]}$$

En remplaçant les deux expressions [III. 9] et [III. 10] dans l'équation [III. 6] le régulateur final est donné par :

$$C(p) = \frac{1 + Tp}{G_0 T_{bf} p + G_0 (1 - e^{-\theta p})} \quad \text{[III. 11]}$$

Pour étudier l'influence du retard sur la stabilité de la boucle fermée, au lieu de procéder comme dans les deux précédents chapitres en utilisant la représentation fréquentielle, calculons la fonction de transfert en boucle fermée, on obtient :

$$G_{bf}(p) = \frac{\frac{e^{-\theta p}}{T_{bf}p + (1 - e^{-\theta p})}}{1 + \frac{e^{-\theta p}}{T_{bf}p + (1 - e^{-\theta p})}} \quad [\text{III. 12}]$$

$$G_{bf}(p) = \frac{e^{-\theta p}}{T_{bf}p + 1} \quad [\text{III. 13}]$$

Cette relation montre que le retard intervient au numérateur de la boucle fermée. Comme le retard agit sur la stabilité lorsqu'il est au dénominateur, et lorsque le retard est au numérateur il ne fait que décaler la réponse indicielle du système, donc le système est toujours stable.

Exemple

La fonction de transfert $G_c(p)$ est donnée par :

$$G_c(p) = \frac{3}{2p + 1}$$

Le système retardé est donnée par

$$G(p) = \frac{3}{2p + 1} e^{-3p}$$

Le modèle de référence à imposé à la boucle fermée est donnée :

$$G_{ref}(p) = \frac{1}{\frac{3}{2}p + 1}$$

La réponse indicielle obtenue par le schéma de figure III. 4 est donnée par la figure ci-dessous :

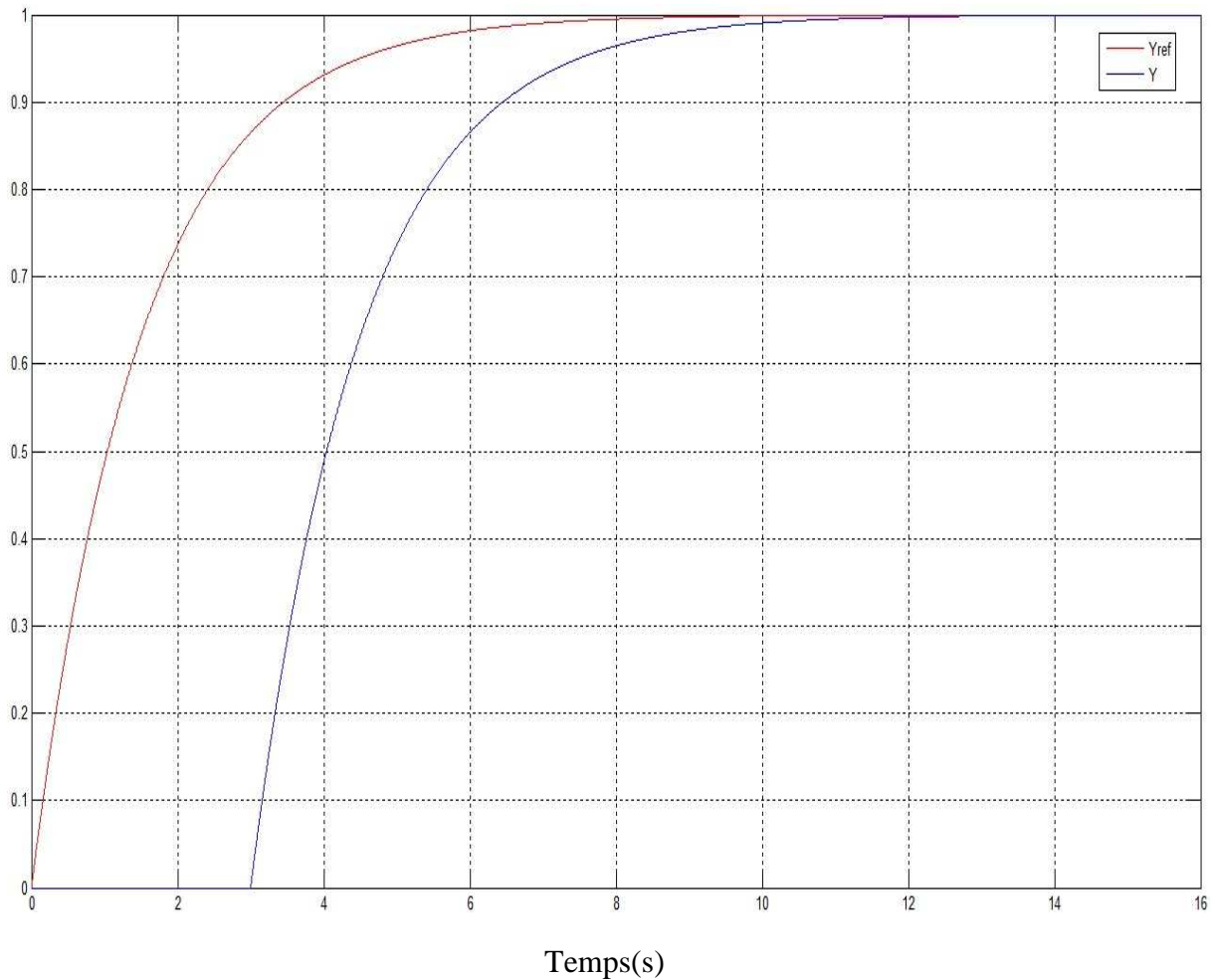


Figure III. 5 : réponse indiciel d'un système de premier ordre avec prédicteur de Smith

On constate d'après la figure III.5 que la réponse indicielle du système ainsi obtenu pour un modèle du premier ordre à retard a la même allure que c'elle du modèle de référence mais qui est décalé est cela est du au retard du numérateur

III. 3 Conclusion

La commande par prédicteur de Smith correspond à une stratégie de contrôle des systèmes à retard. L'étude qui a été menée dans ce chapitre nous permis de conclure que cette méthode du prédicteur de Smith est meilleure par rapport au deux méthodes précédentes déjà vue. En effet, cela est dû à l'élimination du retard par rétroaction donc en terme de stabilité la commande des systèmes à retard par prédicteur de Smith est tout le temps stable.

Chapitre 4

IV. 1- Introduction

La robustesse est la capacité d'un système de commande à maintenir ses performances, malgré des changements dans les conditions d'utilisation ou la présence d'incertitudes liées à ses paramètres ou à ses composants. Autrement dit, c'est l'insensibilité ou la quasi-insensibilité de la commande aux variations paramétriques ou aux dynamiques non modélisées du procédé.[7]

L'obtention d'un modèle consiste à associer au procédé une structure mathématique et puis de déterminer les paramètres de cette structure par des techniques d'identification afin que le comportement de la structure soit le plus proche possible de celle du procédé pour les excitations considérées. Le modèle ainsi obtenu reste toujours imparfait à cause des incertitudes, les sources de ces incertitudes sont très variées, on distingue :

- Les incertitudes dues aux phénomènes non modélisables.
- Les incertitudes dues aux erreurs de mesures.
- Les incertitudes dues aux méthodes de calculs utilisées dans la phase d'identification.

Ces incertitudes sont involontaires et souvent inévitables.

En tenant compte du fait qu'il est impossible de représenter parfaitement un procédé physique par un modèle, il est judicieux de se demander si le correcteur, calculé sur la base de ce même modèle va assurer les performances nominales (stabilité, précision, rapidité,.....) et s'il est apte à garantir ces performances lorsqu'il est appliqué à un procédé réel en présence d'incertitudes, d'où la notion de robustesse, en pratique, le correcteur doit assurer la stabilité du système en boucle fermée et garantir un niveau de performances donné pour le système nominal seul, ou pour l'ensemble des systèmes incertains. Cette distinction sur l'objectif conduit à définir deux types de robustesses : [7]

➤ **Robustesse en stabilité**

Un système est robuste en stabilité s'il demeure stable en présence d'incertitudes (structurées et non structurées) comme les erreurs de modélisation. A noter que la stabilité d'un système linéaire ne dépend pas des signaux qui lui sont appliqués à l'entrée mais, elle dépend des éléments de la structure du système.

➤ **Robustesse en performances**

Un système est robuste en performances si ses performances sont conservées en dépit des perturbations, telles que les incertitudes structurées (les performances peuvent se mesurer en terme de temps de réponse du système, d'amortissement des modes, de découplage perturbation/sorties...)

Ce sont ces deux critères de robustesse qui seront étudiés dans les paragraphes suivants, lorsqu'on applique les méthodes de synthèse présentées dans les chapitres précédents pour la commande d'un système à retard, on s'intéressera en particulier à l'influence du retard sur la stabilité de la boucle fermée. On considère le système :

$$G(p) = \frac{G_0 e^{-\theta p}}{1 + T p} \quad [\text{IV. 1}]$$

La synthèse du régulateur sera faite sur la base de la valeur θ_c du retard. Ensuite, pour étudier la robustesse du contrôleur ainsi calculé, on détermine la valeur limite de θ pour la quelle le système devient instable. En plus de ce critère de stabilité. Nous calculerons la fonction de transfert en boucle fermée pour étudier sa dynamique, et on conclu sur l'influence de θ sur la dynamique de la boucle fermée.

IV. 2- Synthèse direct

Pour déterminer l'expression du régulateur on utilise dans ce cas aussi les deux méthodes d'approximation de la fonction exponentielle

IV. 2. 1- Fonction de transfert du contrôleur C(p) lorsque $e^{-\theta p} \cong 1 - \theta p$

La fonction de transfert du contrôleur C(p) est dans ce cas calculé par l'équation [I. 23] du chapitre I, elle est donnée par :

$$C(p) = \frac{1 + T p}{G_0 T_{bf} p} \quad [\text{IV. 2}]$$

Cette expression montre que le retard θ_c n'est pas tenu compte dans l'expression du régulateur.

➤ *Etude de la stabilité*

Pour l'analyse de la stabilité on procède de la même manière que lors des chapitres précédents. La fonction de transfert en boucle ouverte $G_{bo}(p)$ du système de l'équation [IV. 1] muni du régulateur $C(p)$ de l'équation [VI. 2] est :

$$G_{bo}(p) = \frac{e^{-\theta p}}{T_{bf} p} \quad [IV. 3]$$

On remarque que l'expression [IV. 3] est la même que l'expression [I. 19] déjà calculé dans le chapitre I, par conséquent la valeur du retard limite d'instabilité est :

$$\theta_{lim} > \frac{\pi}{2} T_{bf} \quad [IV. 4]$$

Cette relation montre que lorsque $\theta < \theta_{lim}$ le système en boucle fermée reste stable et lorsque $\theta \geq \theta_{lim}$ le système est instable.

➤ *Etude de la performance*

Pour l'étude de la performance on calcule la fonction de transfert en boucle fermée $G_{bf}(p)$ est on compare le résultat avec le modèle de référence $G_{bf\ ref}(p)$ donnée par :

$$G_{bf\ ref}(p) = \frac{1}{1 + T_{bf} p} \quad [IV. 5]$$

La fonction de transfert en boucle fermée est :

$$G_{bf}(p) = \frac{e^{-\theta p}}{T_{bf} p + e^{-\theta p}} \quad [IV. 6]$$

De l'équation [IV. 6] on déduit :

- Lorsque $\theta \ll 1$ l'exponentiel tend vers 1 alors $G_{bf}(p)$ a les mêmes performances que celle du modèle de référence.

- Lorsque $\theta < \frac{\pi}{2}T_{bf}$ en partant de la limite de stabilité le système est sinusoidale amortie et on s'éloignant de cette valeur il s'approche de l'allure du modèle de référence.

IV. 2. 2- Fonction de transfert du contrôleur $C(p)$ lorsque $e^{-\theta p} = \frac{1-\frac{\theta}{2}p}{1+\frac{\theta}{2}p}$

La fonction de transfert du contrôleur $C(p)$ calculée lorsque $e^{-\theta p}$ est approxime en utilisant l'approximation de Pade est donnée par :

$$C(p) = \frac{(1 + Tp) \left(1 + \frac{\theta_c}{2}p\right)}{G_0 T_{bf} p} \quad [\text{IV. 7}]$$

➤ Etude de la stabilité

La fonction de transfert en boucle ouverte $G_{bo}(p)$ est :

$$G_{bo}(p) = \frac{\left(1 + \frac{\theta_c}{2}p\right)}{T_{bf} p} e^{-\theta p} \quad [\text{IV. 8}]$$

Le module $G_{bo}(j\omega)$ est donné par :

$$|G_{bo}(j\omega)| = \frac{\left(1 + \frac{\theta_c^2 \omega^2}{4}\right)^{1/2}}{T_{bf} \omega} \quad [\text{IV. 9}]$$

Pour $\omega = \omega_c$

$$\omega_c = \left(\frac{4}{4T_{bf}^2 - \theta_c^2}\right)^{1/2} \quad [\text{IV. 10}]$$

On remarque que l'expression [IV. 10] de ω_c est la même que l'expression [I. 34] lors du chapitre I, alors pour que ω_c existe il faut que $T_{bf} > \frac{1}{2}\theta$

- La marge de phase est donnée :

$$M\phi_{se} [G_{bo}(j\omega)] = \arctg \frac{\theta_c}{2} \omega_c - \theta \omega_c - \frac{\pi}{2} = -\pi \quad [\text{IV. 11}]$$

$$M\phi_{se} [G_{bo}(j\omega)] = \arctg \frac{1}{(4T_{bf}^2 - \theta_c^2)^{1/2}} - \frac{2\theta}{(4T_{bf}^2 - \theta_c^2)^{1/2}} + \frac{\pi}{2} = 0 \quad [\text{IV. 12}]$$

Par conséquent

$$\theta_{lim} = \frac{(4T_{bf}^2 - \theta_c^2)^{1/2} \left[\arctg \frac{1}{(4T_{bf}^2 - \theta_c^2)^{1/2}} + \frac{\pi}{2} \right]}{2} \quad [\text{IV. 13}]$$

Ainsi

- Lorsque $\theta \geq \theta_{lim}$ le système est instable
- Lorsque $\theta < \theta_{lim}$ le système est stable

➤ *Etude de la performance*

La fonction de transfert en boucle fermée $G_{bf}(p)$ est donnée par :

$$G_{bf}(p) = \frac{\left(1 + \frac{\theta_c}{2} p\right) e^{-\theta p}}{T_{bf} p + \left(1 + \frac{\theta_c}{2} p\right) e^{-\theta p}} \quad [\text{IV. 14}]$$

- Dans ce cas aussi lorsque la valeur de $\theta \ll 1$ et celle de θ_c est très faible, $G_{bf}(p)$ à les mêmes performances que le modèle de référence.
- Lorsque $\theta < \theta_{lim}$ le système est sinusoïdale amortie

IV. 3- Commande par modèle interne

IV. 3. 1- Fonction de transfert du contrôleur $C(p)$ lorsque $e^{-\theta p} \cong 1 - \theta p$

La fonction de transfert du contrôleur $C(p)$ après développement limité de l'exponentiel du retard est donnée par :

$$C(p) = \frac{1 + Tp}{G_0(T_{bf} + \theta)p} \quad [\text{IV. 15}]$$

➤ *Etude de la stabilité*

La fonction de transfert en boucle ouverte $G_{bo}(p)$ est donnée :

$$G_{bo}(p) = \frac{e^{-\theta p}}{(T_{bf} + \theta_c)p} \quad [\text{IV. 16}]$$

- Le module $G_{bo}(j\omega)$

$$|G_{bo}(j\omega)| = \frac{1}{(T_{bf} + \theta_c)\omega} \quad [\text{IV. 17}]$$

Pour $\omega = \omega_c$

$$\omega_c = \frac{1}{T_{bf} + \theta_c} \quad [\text{IV. 18}]$$

Dans ce cas aussi la pulsation de coupure ω_c est indépendante de θ

- *La marge de phase*

$$M\phi_{se} [G_{bo}(j\omega)] = -\theta\omega_c + \frac{\pi}{2} \quad [\text{IV. 19}]$$

$$\theta_{lim} = \left(\frac{T_{bf} + \theta_c}{2}\right)\pi \quad [\text{IV. 20}]$$

- Lorsque $\theta \geq \theta_{lim}$ le système est instable.
- Lorsque $\theta < \theta_{lim}$ le système est stable.

➤ *Etude de la performance*

La fonction de transfert en boucle fermée $G_{bf}(p)$ est donnée par :

$$G_{bf}(p) = \frac{e^{-\theta p}}{(T_{bf} + \theta_c)p + e^{-\theta p}} \quad [\text{IV. 21}]$$

Lorsque $\theta_{lim} = \theta$, le système en boucle fermée est à la limite d'instabilité, la réponse indicielle est donc sinusoidale. Par contre, pour des valeurs de $\theta < \theta_{lim}$, cette réponse

devient amortie. Cette amortissement devient de plus en plus accentue au fur à mesure que la valeur de θ diminue de la limite. Quand θ s'approche de zéro la réponse indicielle est similaire à celle du modèle de référence.

IV.3.2- Fonction de transfert du contrôleur $C(p)$ lorsque $e^{-\theta p} = \frac{1-\frac{\theta}{2}p}{1+\frac{\theta}{2}p}$

La fonction de transfert du contrôleur $C(p)$ après développement de l'exponentiel du retard par la méthode de Pade est donnée par :

$$C(p) = \frac{(1 + Tp) \left(1 + \frac{\theta_c}{2} p\right)}{G_0 \left(T_{bf} + \frac{\theta_c}{2}\right) p} \quad [\text{IV. 22}]$$

➤ *Etude de la stabilité*

La fonction de transfert en boucle ouverte $G_{bo}(p)$ est donnée :

$$G_{bo}(p) = \frac{\left(1 + \frac{\theta_c}{2} p\right)}{\left(T_{bf} + \frac{\theta_c}{2}\right) p} e^{-\theta p} \quad [\text{IV. 23}]$$

- Le module $G_{bo}(j\omega)$

$$|G_{bo}(j\omega)| = \frac{\left(1 + \frac{\theta_c^2 \omega^2}{4}\right)^{1/2}}{\left(T_{bf} + \frac{\theta_c}{2}\right) \omega} \quad [\text{IV. 24}]$$

Pour $\omega = \omega_c$

$$\omega_c = \frac{1}{\left(T_{bf}^2 + T_{bf} \theta_c\right)^{1/2}} \quad [\text{IV. 25}]$$

- La marge de phase de $G_{bo}(j\omega)$

$$M\phi_{se} = -\omega_c\theta + \arctg\left(\frac{\theta_c\omega_c}{2}\right) + \frac{\pi}{2} \quad [\text{IV. 26}]$$

On remplace l'expression de ω_c dans l'équation [IV. 25] on aura

$$\theta_{lim} = (T_{bf}^2 + T_{bf}\theta_c)^{1/2} \left[\arctg\left(\frac{\theta_c}{2(T_{bf}^2 + T_{bf}\theta_c)^{1/2}}\right) + \frac{\pi}{2} \right] \quad [\text{IV. 27}]$$

- Lorsque $\theta \geq \theta_{lim}$ Le système est instable
- Lorsque $\theta < \theta_{lim}$ le système est stable

➤ *Etude de la performance*

La fonction de transfert en boucle fermée $G_{bf}(p)$ est donnée par :

$$G_{bf}(p) = \frac{\left(1 + \frac{\theta_c}{2}p\right)e^{-\theta p}}{\left(T_{bf} + \frac{\theta_c}{2}\right)p + \left(1 + \frac{\theta_c}{2}p\right)e^{-\theta p}} \quad [\text{IV. 27}]$$

- Dans ce cas aussi lorsque la valeur de $\theta \ll 1$ et celle de θ_c est très faible, $G_{bf}(p)$ à les mêmes performances que le modèle de référence.
- Lorsque $\theta < \theta_{lim}$ le système est sinusoidale amortie

IV. 4 Prédicteur de Smith

La fonction de transfert du contrôleur $C(p)$ est donnée :

$$C(p) = \frac{1 + TP}{T_{bf}p + (1 - e^{-\theta_c p})} \quad [\text{IV. 28}]$$

➤ *Etude de la stabilité*

La fonction de transfert en boucle ouverte $G_{bo}(p)$ est donnée par :

$$G_{bo}(p) = \frac{e^{-\theta p}}{T_{bf}p + (1 - e^{-\theta_c p})} \quad [\text{IV. 29}]$$

- Le module $G_{bo}(j\omega)$

$$|G_{bo}(j\omega)| = \frac{1}{\left[(1 - \cos\theta_c\omega)^2 + (T_{bf}\omega + \sin\theta_c\omega)^2\right]^{1/2}} \quad [\text{IV. 30}]$$

Pour $\omega = \omega_c$

$$(1 + T_{bf}^2\omega_c^2) + 2(1 + T_{bf}^2\omega_c^2) \left[\frac{T_{bf}\omega_c}{1 + T_{bf}^2\omega_c^2} \sin\omega_c\theta_c - \frac{1}{1 + T_{bf}^2\omega_c^2} \cos\omega_c\theta_c \right] = 0$$

Puisque $1 + T_{bf}^2\omega_c^2 > T_{bf}\omega_c$ Alors il existe un angle φ tel que :

$$\cos\varphi = \frac{T_{bf}\omega_c}{1 + T_{bf}^2\omega_c^2} \text{ et } \sin\varphi = \frac{1}{1 + T_{bf}^2\omega_c^2}$$

Alors :

$$\varphi = \arctg\left(\frac{1}{T_{bf}\omega_c}\right) \quad [\text{IV. 31}]$$

D'où :

$$(1 + T_{bf}^2\omega_c^2)[1 + 2(\sin\omega_c\theta_c \cos\varphi - \sin\varphi \cos\omega_c\theta_c)] = 0 \quad [\text{IV. 32}]$$

$$(1 + T_{bf}^2\omega_c^2)[1 + 2\sin(\omega_c\theta_c - \varphi)] = 0 \quad [\text{IV. 33}]$$

Alors

$$\omega_c\theta_c - \varphi = -\frac{\pi}{6} \quad [\text{IV. 34}]$$

On remplace l'expression de φ dans l'équation [IV. 34] on aura :

$$\omega_c \theta_c - \text{artg} \left(\frac{1}{T_{bf} \omega_c} \right) = -\frac{\pi}{6} \quad [\text{IV. 34}]$$

Pour trouvé la valeur de la pulsation de coupure ω_c seul la méthode de résolution numérique nous permet de résoudre l'équation [IV. 34]

- *La marge de phase de $G_{bo}(j\omega)$*

$$M\phi_{se}(j\omega_c) = -\omega_c \theta - \text{arctg} \frac{T_{bf} \omega_c + \sin \theta_c \omega_c}{1 - \cos \theta_c \omega_c} + \pi \quad [\text{IV. 35}]$$

$$\theta_{lim} = \frac{1}{\omega_c} \left[\pi - \text{arctg} \left(\frac{T_{bf} \omega_c + \sin \theta_c \omega_c}{1 - \cos \theta_c \omega_c} \right) \right] \quad [\text{IV. 36}]$$

- Lorsque $\theta \geq \theta_{lim}$ le système est instable
- Lorsque $\theta < \theta_{lim}$ le système est stable

➤ *Etude de la performance*

La fonction de transfert en boucle fermée $G_{bf}(p)$ est donnée par :

$$G_{bf}(p) = \frac{e^{-\theta p}}{T_{bf} p + (1 - e^{-\theta_c p}) + e^{-\theta p}} \quad [\text{IV. 37}]$$

- Dans ce cas aussi lorsque la valeur de $\theta \ll 1$ et celle de θ_c est très faible, $G_{bf}(p)$ à les mêmes performances que le modèle de référence.
- Lorsque $\theta < \theta_{lim}$ le système est sinusoïdale amortie

Après avoir développé les expressions analytiques. Des valeurs limitent de stabilité pour chaque méthode de synthèse et afin de comparer entre ces différentes méthodes on considère le modèle numérique de l'équation [IV. 38]

$$G(p) = \frac{1}{1 + 3p} e^{-4p} \quad [\text{IV. 38}]$$

Le modèle imposé à la boucle fermée est :

$$G_{ref}(p) = \frac{1}{1 + 3p}$$

- ✓ Le tableau ci-dessous résume les différentes valeurs de θ_{lim} pour chaque méthode de synthèse déjà étudié.

Modèle Retard Limite	synthèse directe		commande par modèle interne		Prédicteur de Smith
	développement limite	Padé	développement limite	Pade	
θ_{lim}	4.71	4.00	11.00	9.08	11.356

Les résultats de ce tableau montrent que la méthode de synthèse directe est très sensible aux valeurs du retard comparée aux deux autres méthodes. La méthode utilisant le prédicteur de Smith semble donner les meilleurs résultats même si cette méthode ne semble pas aussi performante que cela car la commande par modèle interne donne des résultats tout aussi bon avec une structure du régulateur moins complexe

Conclusion générale

Conclusion générale

Tout le long de ce mémoire notre travail a consisté dans un premier temps en l'étude de trois méthodes de synthèse des régulateurs pour le contrôle des systèmes linéaires à retard puis en l'étude de la stabilité de la boucle de commande muni de son régulateur, on a terminé notre travail par l'étude de la robustesse en terme de stabilité et de performances.

Dans le premier chapitre on a trouvé que pour le contrôle des systèmes à retard cette méthode est performante pour des faibles valeurs du retard, mais des lors que le retard du système tend à augmenter d'avantage la méthode devient non satisfaisante et la boucle de commande devient instable.

Dans le deuxième chapitre on a utilisé une approche de commande par modèle interne. Cette dernière est plus intéressante grâce à sa simplicité de réalisation mais aussi aux résultats satisfaisants trouvés par cette méthode par rapport à la première approche ou on a trouvé qu'avec la commande par modèle interne le retard limite pour que la boucle de commande est supérieur par rapport a la première, mais toujours cette instabilité nous gênent d'où l'utilisation d'une autre méthode.

Dans la dernière méthode le prédicteur de Smith a résolu cette instabilité du au retard des systèmes ou on a trouvé que quelque soit le retard la boucle de commande reste toujours stable.

Enfin dans la dernière partie du mémoire on a comparé les trois méthodes précédentes en termes de robustesse en stabilité et en performance. On a trouvé que le prédicteur de Smith est la meilleure méthode des trois grâce aux valeurs numériques obtenues dans le dernier tableau.

Bibliographie

- [1] **Jean-Marie Flaus** « la régulation industriel, régulateur PID, prédictif et flous » HEREMES Science publications, Paris. 1994-2000
- [2] **F. de Carfort; C. Foulard ; J.Calvet** « asservissements linéaires et continus » 3^e édition. Dunod université. 1976
- [3] **R. Mansouri** « cours d'asservissement, calcul des régulateurs » Département d'électrotechnique. UMMTO, faculté de génie électrique et informatique. 2011
- [4] **Ri hem FARKH** « commande PID des systèmes à retard », Thèse de doctorat, école national d'ingénieur de Tunis. 2011
- [5] **Manfred Morari** « chemical engeneering California institute of technologie ». 1958-1986
- [6] **Missoum Nadia, Khelfoun Warida** « commande par modèle interne des systèmes linéaire continus », Mémoire de fin d'étude, ingénieur en électrotechnique, UMMTO. 2011
- [7] **Alain Oustaloup** , « La robustesse : analyse et synthèse de commandes robustes». Hermès, Paris. 1994