

REPUBLICQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Mouloud Mammeri de Tizi ousou
Faculté génie de construction
Département Génie civil



Mémoire de master académique

Spécialité : Génie Civil
Option : Structures

Thème

***INFLUENCE DES CHARGES DE LONGUE
DUREE SUR LE COMPORTEMENT DES
BETONS***

Présenté par :

M^{lle} : MERZOUK KAHINA

Dirigé par :

M^r : MEHADDENE RACHID

Promotion 2010/2011

REMERCIEMENTS

*Je tiens à remercier en premier lieu **Dieu** le Tout Puissant de m'avoir donné le courage et la santé pour achever ce travail.*

*Mes vifs remerciements vont à mon directeur de thèse Dr **MEHADDENE RACHID** ; qui ma fait l'honneur de confier ce travail et assuré sa supervision directe.*

Je voudrai remercier aussi les membres de jury pour avoir expertisé avec attention ce manuscrit.

Je ne saurais exprimer tout l'amour et la reconnaissance que j'ai pour mes chers parents.

*Enfin je voudrai exprimer ma profonde gratitude à toute ma famille particulièrement à ma chère sœur **Samira**.*

Que tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à ma formation trouvent ici toute ma reconnaissance

MER ZOUK KAHINA

Dédicaces ;

Ce travail est dédié :

- ***A la mémoire de mes grands parents ;***
- ***A mon père et ma mère ;***
- ***A mes frères et sœurs particulièrement à ma sœur Samira et sa famille;***
- ***A toute ma grande famille.***

TABLE DES MATIERES

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION GENERALE	1
• CHAPITRE I : Recherche bibliographique sur le fluage du béton	
I.1 Présentation du béton	3
I.1.1-Définition	3
I.1.2-Découverte et l'évolution de béton	3
I.1.3-Constituants d'un béton	5
I.1.3.1-Ciment	5
I.1.3.2-Granulats	5
I.1.3.3-Fillers	6
I.1.3.4-Ultra fines	6
I.1.3.5- Eau	6
I.1.3.6-Adjuvants	6
I.1.4- Béton Frais, Béton Durci	7
I.1.5-Formulation d'un béton	8
I.1.6-Classification des bétons	8
I.1.7-de choix : Le béton répond parfaitement à ces conditions	9
I.2-Comportement mécanique de béton sous charge de longue durée	9
I.2.1- Définition de fluage	10
I.2.2- Découverte du phénomène	11
I.2.3- Déformations de fluage sous différents niveaux de contraintes.....	12
I.3-Facteurs influençant sur le fluage	13
I.3.1-Influence du rapport Eau /Ciment (E/C)	13
I.3.2-Influence de la température	14
I.3.3-Influence de la résistance et du rapport (σ / f_c)	15

I.3.4-Influence de dosage et de composition de la pâte de ciment	16
I.3.5-Influence du volume et de la teneur de la pâte de ciment	17
I.3.6-Influence des ajouts	18
I.3.7-Influence des granulats	18
I.3.8-Influence de l'humidité relative	19
I.3.9-Influence de l'âge de béton à la mise en charge.....	20
I.3.10-Influence de la dimension de l'éprouvette	21
I.3.11-Influence de type de sollicitation.....	22
I.4-Mécanisme de fluage.....	22
I.4.1-Le fluage propre	24
I.4.1.1-Fluage à court terme	24
I.4.1.2-Fluage à long terme	26
I.4.2-Fluage de dessiccation (drying Creep)	27
I.5-Effets du fluage sur les constructions	28
I.5.1-Les effets néfastes du fluage	28
I.5.2-Effets favorables du fluage	28
I.6-Relaxation de béton	29
I.7-Recouvrance (Retour de fluage)	30
I.7.1-Mécanisme de la recouvrance	30
1.8-Retrait	32
I.8.1-Retrait au très jeune âge	33
I.8.2-Retrait endogène	34
I.8.3-Retrait thermique	34
I.8.4-Retrait de dessiccation (retrait de séchage)	34

▪ CHAPITRE II : LES DEFERENTS MODELES DE FLUAGE

II.1-Introduction	36
II.2-Modélisation de fluage	36
II.3-Définition et méthodes de calcul	37
II.3.1-Les modèles réglementaires	39
II.3.1.1-Définitions des paramètres communs aux modèles de fluage et de Recouvrance	39
II.3.1.2-Le modèle de fluage Eurocode 2	40
II.3.1.3- Le modèle de fluage ACI 209 (1992)	43
II.3.1.4 Le modèle de fluage B3 (1998)	45
II.3.1.5-Le modèle de fluage BPLE91 (1999)	48
II.3.1.6 Le modèle de fluage CEB6 FIP 5-1990)	50
II.3.1.8- Le modèle de fluage BP-KX (1991)	51
II.3.1.9-Le modèle de fluage d'Espion & Alleux (1991)	51
II.3.1.10-Le modèle de recouvrance (Yue & Taerwe, 1993)	52
II.3.2- Modélisation de fluage dans le domaine non -linéaire de comportement ..	53
II.3.2.1- Le modèle Bazant & Chern (1985).....	53
II.3.2.2- Le modèle de Rungrojsaratis & al. (1985)	54
II.3.2.3- Le modèle de Carol & Murcia (1989)	55
II.3.2.4- Le modèle de Bazant & Kim (1991)	56
II.3.2.5- Le modèle de Bazant & Jisasek (1993)	56
II.3.2.6- Le modèle de Bazant & Xi (1994)	57
II.3.2.7- Le modèle de Karihaloo & Santhikumar (1999)	58
II.3.2.8- Le modèle de Mazzotti & Savoia (2001)	59
II.4-Modèle viscoélastique linéaire	60
II.4.1-Le principe de superposition.....	60

II.4.2-Limites du principe de superposition et application au calcul des déformations de fluage du béton	61
II.5-Les modèles rhéologiques	64
a) -Solide parfait	65
b)-Liquide visqueux Newtonien	65
II.5.1-Modèle de MAXWELL élémentaire	66
II.5.1.1-Modèle de MAXWELL en fluage et recouvrance	66
II.5.1.2-Modèle de MAXWELL à la relaxation	67
II.5.2-Modèle de KELVIN élémentaire	68
II.5.2.1-Modèle de KELVIN en fluage	68
II.5.2.2-Modèle de KELVIN en recouvrance	69
II.5.3-Modèle de MAXWELL généralisé	69
II.5.4-Modèle de KELVIN généralisé	71
▪ CHAPITRE III : ETUDE DU COMPORTEMENT DIFFERE DU BETON	
III.1 : Introduction	73
III.2-Loi de déformation de fluage.....	73
III.2.1-Divers lois régissant le fluage et la relaxation des contraintes	75
III. 3-Relaxation conséquence de la loi de déformation	83
III.2.1-Relaxation sous déformation constante	83
III.2.2-Relaxation sous déformation variable dans le temps	84
III.4-Relation entre fonction fluage et fonction de relaxation.....	85
III.5-Démonstration de la loi caractéristique du fluage	88
▪ CONCLUSION GENERALE.....	90
▪ REFERENCE BIBLIOGRAPHIQUES	
▪ LISTES DES FIGURES	

Liste des figures

LISTE DES FIGURES :

● CHAPITRE I

Figure 1. 1 : Schématisation de l'expérience de fluage [Pont, 2003] [3]	10
Figure 1. 2 : Evolution dans le temps de nombre d'articles sur le fluage [Coquillat,1988],....	12
Figure 1. 3 : Courbes de la déformation de fluage ϵ et Allures des cinétiques associées au dépassement des seuils de contrainte σ	13
Figure 1 4 : Dépendance de fluage spécifique $C(t, t')$ en traction de ratio E/C (Série 5 E/C=0.55, série 4 E/C= 0.40),...	14
Figure 1.5 : Etude de l'augmentation de complaisance $J(t, t')$ par élévation de température par Bazant & Panula en 1978 (Bertholet, 2003),.....	15
Figure 1.6 : (a) amplitude des déformations de fluage en fonction de la résistance du béton -(b) déformation d'un béton ordinaire et d'un BHP à rapport équivalent de contrainte [Smadi & al 1987]	16
Figure 1.7 : Fluage de béton confectionner avec différent type de ciments (Eprouvette de béton chargées à 90js au tiers de leurs résistance [Nivelle, 2000] Classés selon la norme A.ST.M ces ciments corresponde sensiblement à : type : I CPA ordinaire type II : ciment à forte résistance initiale $C_{3A} \geq 8\%$. type3 : ciment alumineux (HUMMEL 1959),...	17
Figure 1.8 : Evolution de fluage dans le temps pour plusieurs types de granulats,...	19
Figure 1.9 : Influence de l'humidité relative sur le fluage de béton.....	20
Figure 1.10 : Evolution de fluage de béton suivant différent modes de conservation avant et en cours de chargement,...	20
Figure 1.11 . Influence de l'âge de béton à la mise en charge sur le fluage.....	21
Figure1.12 : Influence de la dimension des éprouvettes sur le fluage.....	21
Figure 1.13 : Mécanisme de fluage propre proposé par Ulm et al 1999 : (a) à court terme, (b) à long terme [Benboudjema, 2002],...	26
Figure 1.14 : Schématisations de l'expression de relaxation [Pons, 2003]	29

Figure 1.15 : Evolution de la déformation latérale durant le texte de relaxation [Bérés, 1969]...	30
Figure 1.16 : Schématisation de retour de fluage (recouvrance) [Bazant, 1998]...	31
Figure 1.17 : Comparaison entre fluage et retour de fluage [Dreux & Gorisse, 1979].....	32
Figure 1.18 : Déformation différées : (a) recouvrance partielle, (b) recouvrance totale [Yue & Taerwe, 1993].....	32
Figure 1.19 : (a) déformation de retrait d'un spécimen non chargé : Illustration de.. .. 33 cinétique de retrait (<i>Shrinkage</i>) et, du gonflement par variation hydrique [Neville & al, 1983] -(b) variation volumique d'une éprouvette de béton au retrait [Bertholet, 2003].	
● CHAPITRE II :	
Figure 2.1 : Réalité et modèle [Fouré, 1978][38].....	37
Figure 2.2 : Comparaison des résultats de modélisation par emploi de modèle de fluage et de recouvrance au déchargement partiel et total... ..	52
Figure 2.3 : Evolution et valeurs du paramètres de non-linéarité $f_1 - (\sigma/\sigma_c)$ fournies par [Bazant & Chern 1985][44].....	54
Figure 2.4 : Résultat de modélisation de modèle de Mazzotti & Savoia (2001).....	59
Figure.2.5 : Essai de fluage avec recouvrance et prédiction numérique [Neville & al, 1983][18]	64
Figure 26 : Présentation rhéologique d'un liquide parfait.....	65
Figure 2.7 : Modèle de MAXWELL généralisé.....	65
Figure 2.8 : Modèle de MAXWELL en fluage et en recouvrance... ..	66
Figure 2.9 : Modèle de MAXWELL en relaxation... ..	66
Figure 2.10 : Modèle de KELVIN élémentaire... ..	67
Figure 2.11 : La réponse du modèle de Kelvin en fluage et recouvrance.....	68
Figure 2.12 : modèle de MAXWELL généralisé.....	69

Figure 2.13 : Modèle de KELVIN généralisé... .. 70

● **CHAPITRE III**

Figure 3.1 : fonction $1/E(t_0, t)$ [46]... .. 74

Figure 3.2 . fonction $\sigma(t)$ [23]... .. 74

Figure 3.3: Détermination du fluage final d'après **ROSS** pour des éprouvettes mises en charge à 7 jours et conservé à 50% HR [47]..... 76

Figure 3.4 : Détermination du fluage final d'après **ROSS** pour des éprouvettes mises en charge à 7 jours et conservé en eau [47] 77

Figure 3.5 : Détermination des facteurs de la fonction du fluage d'après **LORMAN** [47].....78

Figure 3.6 : Module de relaxation $R(t_0, t)$ [47] 84

Figure 3.7 . fonction $\varepsilon(t)$ [47]... .. 84

Introduction générale

Introduction générale :

L'analyse réaliste des structures nécessite la connaissance des caractéristiques mécaniques et physico-chimiques des matériaux de construction qui est indispensable pour l'ingénieur pour une bonne utilisation de ces derniers et un bon dimensionnement de la structure qui répond aux exigences de sa stabilité et de l'aspect économique ; parmi ces matériaux on a le béton qui est le plus utilisé dans le monde

Actuellement, lorsque l'on conçoit et construit un ouvrage en béton armé, un aspect important du cahier des charges est la durée de service souhaitée pour l'ouvrage. La tenue de la structure dans le temps étant fortement conditionnée par les déformations différées du béton, en particulier celles dues au fluage et le retrait, qui peuvent avoir des conséquences préjudiciables dans les structures surtout pour les structures précontraintes. Or, les déformations observées sur les structures réelles sont souvent nettement plus importantes que les valeurs prévus en réalité qui se traduisent par de simples fissures, de perte et redistribution des contraintes. la ruine de l'ouvrage. d'où la nécessité de prise en compte de ces déformations.

Notre travail s'articule essentiellement sur trois (03) chapitres :

Le 1^{er} chapitre est consacré à la présentation du matériau béton, suivi des définitions et quelque généralité relative au fluage et à la relaxation ainsi que la recouvrance. On a exposé les différents facteurs influençant le fluage, ainsi les mécanismes physiques éclairant le fluage à court terme et à long terme.

En suite, est présentée la cinétique de fluage qui traduit l'évolution des déformations du fluage en fonction des niveaux des contraintes appliquées. Autant le retrait et le fluage sont deux phénomènes inséparables, nous avons exposé les différents types du retrait.

Dans le 2^{ème} chapitre et afin de comprendre comment traduire le phénomène de fluage sous forme mathématique, on a entamé la modélisation du fluage où on a enregistré les différents modèles rhéologiques (modèle de **KELVIN** et ce lui de **MAXWELL**) et leurs différentes lois qui les caractérisent. On a exposé les formules proposées par différents auteurs pour l'estimation du fluage en fonction du temps sous une contrainte non constante et en fin on a éclairé le modèle visco - élastique linéaire basé sur le principe de superposition de **Boltzmann** et la limite de sa validation.

Le 3^{ème} chapitre fait objet de l'étude du comportement différé du béton où on démontre la loi de déformation du fluage et la relaxation conséquence de la déformation de fluage, ainsi la relation qui lie ces deux lois (relaxation et fluage) et en fin on a démontré la loi caractéristique du fluage.

CHAPITRE I
Recherche bibliographique
sur le fluage du béton

I.1- Présentation du béton :

I.1.1- Définition :

Le béton est aujourd'hui le **matériau de construction par excellence**. Environ 4 milliards de mètres cubes de béton sont utilisés tous les ans de par le monde pour la construction d'ouvrages de toutes natures, notamment de bâtiments, d'immeubles d'habitation, de ponts, de routes, de tunnels, d'aéroports, de barrages, de ports, de centrales thermiques et nucléaires et de plates-formes offshore etc. . Le Béton est un terme générique qui désigne un matériau de construction composite fabriqué à partir de granulats (sable, gravillons) agglomérés par un liant qui peut être « hydraulique » (car il fait prise par hydratation ; ce liant est couramment appelé ciment) ; on obtient dans ce cas un béton de ciment. On peut aussi utiliser un liant hydrocarboné (bitume), ce qui conduit à la fabrication du béton bitumineux.

$$\text{Béton} = \text{Granulat (renfort)} + \text{Ciment (matrice)} + \text{Eau} \quad (1.1)$$

I.1.2- Découverte et l'évolution du béton :

En raison de son importance stratégique, sa recette est un secret militaire gardé confidentiel par les Cimmériens, les Phéniciens et les Egyptiens. Permettant la construction de ports artificiels, de forteresses, de temples et de monuments commémoratifs, il se répand dans les colonies grecques grâce aux conquêtes d'Alexandre le Grand, puis dans l'empire romain, après son alliance avec Neapolis avant de tomber en désuétude à la chute de celui-ci.

Redécouvert par l'occident seulement depuis le XIX^e siècle notamment grâce à Louis Vicat, jeune ingénieur de l'école nationale des ponts et chaussées. En 1818, il fut le premier au monde à fabriquer, de manière artificielle et contrôlée, des chaux hydrauliques dont il détermina les composants ainsi que leur proportion. Le béton de ciment est, à l'heure actuelle, le matériau de construction des bâtiments et travaux publics le plus utilisé.

Comme les roches naturelles, le béton possède une grande résistance à la compression et une faible résistance à la traction. C'est pourquoi son utilisation comme matériau de construction, qui remonte aux Romains, ne s'est véritablement développée qu'avec l'invention du béton armé. Dans ce dernier, des armatures, c'est-à-dire des barres en acier (initialement en fer), pallient son insuffisante résistance à la traction.

L'invention du béton armé est généralement attribuée à Joseph Lambot, qui, en 1848, fit flotter une barque en ciment armé, et à Joseph Monier, qui construisit indépendamment, grâce à ce matériau, des bacs à fleurs en 1849. Dès 1906, une circulaire ministérielle en fixe des

" Instructions relatives à l'emploi du béton armé ", codifiant ainsi pour la première fois la conception et le calcul des ponts et des bâtiments avec ce matériau.

Un nouvel essor est apporté par l'invention, vers 1930, du béton précontraint par Eugène Freyssinet. Un pas conceptuel important est alors franchi, qui constitue " une véritable révolution dans l'art de construire ", tant par la mise en pratique de la notion de précontrainte que par l'approfondissement de la compréhension du comportement mécanique et rhéologique du béton. L'utilisation de la précontrainte autorise, en effet, la maîtrise de la distribution des contraintes dans la matière. Elle permet, en particulier, de tirer profit de la grande résistance à la compression du béton tout en évitant les inconvénients dus à sa faible résistance à la traction.

La reconstruction qui suit la Seconde Guerre mondiale voit la généralisation de l'emploi du béton précontraint pour la réalisation des ouvrages d'art. La Société technique pour l'utilisation de la précontrainte (S.T.U.P.) met en œuvre les idées novatrices et les brevets d'Eugène Freyssinet et donne une forte impulsion au développement de l'emploi du béton précontraint dans le monde.

Les recherches menées depuis 1970 sur le béton, et particulièrement sur ses constituants actifs, conduisent à un nouveau bond qualitatif et quantitatif de ses propriétés. Aux États-Unis et au Japon, on fabrique et on met en œuvre, dans les années 1980, des bétons à hautes performances dont la résistance à la compression atteint 100 méga pascals (MPa) (environ 1 000 kg/cm²), et même 140 MPa (1 400 kg/cm²) dans un immeuble à Seattle aux États-Unis. Au laboratoire, on obtient, d'ores et déjà, des résistances supérieures à 600 MPa (6 000 kg/cm²).

Bien que toujours composés de ciment, de granulats et d'eau, les bétons à hautes performances sont des matériaux nouveaux qui possèdent des propriétés mécaniques élevées, associées à une grande durabilité. Les améliorations apportées par l'industrie des liants hydrauliques à la qualité des ciments, la mise au point d'adjuvants spécifiques de synthèse.

I.1.3-Constituants du Béton :

I.1.3.1-Ciment :

Le ciment est **un** liant hydraulique qui se présente sous la forme d'une poudre minérale fine s'hydratant en présence d'eau. Il forme une pâte faisant prise qui durcit progressivement à l'air ou dans l'eau. C'est le constituant fondamental du béton puisqu'il permet la transformation d'un mélange sans cohésion en un corps solide.

I.1.3.2-Granulats :

Les granulats (sables, gravillons et cailloux) constituent le squelette du béton. Ils doivent être chimiquement inertes vis-à-vis **du ciment, de l'eau et de l'air**. Les formations géologiques à partir desquelles il est possible de produire des granulats à béton peuvent être d'origine détritique (essentiellement alluvionnaire), sédimentaire, métamorphique ou éruptive. Selon leur origine, on distingue les granulats roulés, extraits de ballastières naturelles ou dragués en rivière ou en mer, et concassés, obtenus à partir de roches exploitées en carrière.

Les granulats sont classés selon les dimensions des grains qui les constituent. La courbe granulométrique représente la distribution, en pourcentage, des poids des matériaux passant dans des tamis et passoires de dimensions normalisées.

- **Par convention, on considère:**

- 1. Sables**

Les grains de dimensions comprises entre 0,08 mm et 5 mm,

- 2. Gravillons**

Ceux dont les dimensions sont comprises entre 5 mm et 25 mm et

- 3. Cailloux**

Ceux de dimensions supérieures à 25 mm.

Le poids volumique de ces granulats est de l'ordre de 25 à 35 kilo newtons par mètre cube (kN/m³, soit environ 2 500 à 3 500 kg/m³) et leur poids volumique apparent d'environ 14 à 16 kN/m³. On utilise en générale, pour les ouvrages courants, des granulats constitués uniquement par du sable et des gravillons.

On emploie également des granulats légers qui sont le plus souvent artificiels et fabriqués à partir de matières minérales, comme les argiles, les schistes (argiles expansées) et

les silicates (vermiculite et perlite). Les premiers permettent la fabrication des bétons de structure légers, dont la résistance peut atteindre de 40 à 50 MPa. Les seconds servent à la fabrication de parois en béton très léger, à fort pouvoir d'isolation thermique. Le poids volumique apparent de ces granulats varie d'environ 0,6 à 8 kN/m³. Malgré leur intérêt technique, leur coût énergétique de fabrication en réduit l'emploi à des applications particulières.

Les granulats lourds sont soit des riblons ou de la grenaille de fer, soit des minéraux naturels comme la magnétite, la limonite ou la barytine. Ils sont utilisés dans les bétons destinés à assurer une protection contre les rayonnements atomiques. Leur poids volumique apparent varie de 30 à 50 kN/m³.

I.1.3.3- Fillers :

Les fillers sont des matériaux obtenus par broyage ou pulvérisation de certaines roches : calcaires, bentonites. Ils ont une finesse comparable à celle du ciment.

I.1.3.4- Ultra fines :

Les ultra fines sont des particules de très faibles dimensions qui, ajoutées en quantités de l'ordre de 10 % du poids de ciment, améliorent notablement les performances du béton grâce à leurs propriétés physiques et chimiques. Les fumées de silice, ou micro-silices, sont les plus utilisées ; ce sont des oxydes de silicium à structure amorphe en forme de microsphères de diamètre de l'ordre de 10 nm (1 nm = 10⁻⁹ m).

I.1.3.5- Eau :

De façon générale, l'eau de gâchage doit avoir les propriétés de l'eau potable. Il est exclu d'employer de l'eau de mer, qui contient environ 30 g/l de chlorure de sodium, pour la fabrication de bétons armés ou précontraints.

I.1.3.6- Adjuvants :

Les adjuvants sont des produits chimiques incorporés au béton frais en faibles quantités (en général moins de 3% du poids de ciment, donc moins de 0,4% du poids du béton) afin d'en améliorer certaines propriétés. Leur efficacité est liée à l'homogénéité de leur répartition dans la masse du béton.

- **Les principaux adjuvants sont :**

1– Les plastifiants et les fluidifiants réducteurs d'eau ;

Qui jouent un double rôle. Ils permettent, d'une part, d'obtenir des bétons frais à consistance parfaitement liquide, donc très maniables, par défloculation des grains de ciment. À maniabilité donnée, ils offrent, d'autre part, la possibilité de réduire la quantité d'eau nécessaire à la fabrication et à la mise en place du béton. La résistance du béton durci peut ainsi être notablement augmentée. La durée d'action de ces adjuvants est de 1 à 3 heures.

2– Les retardateurs de prise ;

Qui prolongent la durée de vie du béton frais. Ils trouvent leur utilisation dans le transport du béton sur de grandes distances ou la mise en place par pompage, en particulier par temps chaud. Ils sont aussi employés pour éviter toute discontinuité lors de reprises de bétonnage.

3– Les accélérateurs de prise et de durcissement ;

Qui permettent, pour les premiers, la réalisation de scellements ou d'étanchements et, pour les seconds, une acquisition plus rapide de résistance au béton durci.

4– Les entraîneurs d'air ;

Qui confèrent au béton durci la capacité de résister aux effets de gels et de dégels successifs en favorisant la formation de micro bulles d'air réparties de façon homogène. Le volume d'air occlus doit être de l'ordre de 6 % de celui du béton durci.

I.1.4-Béton Frais, Béton Durci :

Le béton doit être considéré sous deux aspects :

- **Le béton frais**, mélange de matériaux solides en suspension dans l'eau, se trouve en état foisonné à la sortie des appareils de malaxage et en état compacté après sa mise en œuvre dans son coffrage ;
- **Le béton durci**, solide dont les propriétés de résistance mécanique et de durabilité s'acquièrent au cours du déroulement de réactions physico-chimiques entre ses constituants, d'une durée de quelques jours à quelques semaines.

I.1.5-Formulation d'un béton :

Le choix des proportions de chacun des constituants d'un béton afin d'obtenir les propriétés mécaniques et de mise en œuvre souhaitées s'appelle la formulation. Plusieurs méthodes de formulation existent, dont notamment :

- La méthode Baron ;
- La méthode Bolomey ;
- La méthode de Féret ;
- La méthode de Faury ;
- La méthode Dreux-Gorisse.

La formulation d'un béton doit intégrer avant tout les exigences de la norme **NF EN 206-1**, laquelle, en fonction de l'environnement dans lequel sera mis en place le béton, sera plus ou moins contraignante vis-à-vis de la quantité minimale de ciment à insérer dans la formule ainsi que la quantité d'eau maximum tolérée dans la formule. De même, à chaque environnement donné, une résistance garantie à 28 jours sur éprouvettes sera exigée aux producteurs, pouvant justifier des dosages de ciments plus ou moins supérieurs à la recommandation de la norme, et basée sur l'expérience propre à chaque entreprise, laquelle étant dépendante de ses matières premières dont la masse volumique peut varier, notamment celle des granulats.

D'autres exigences de la NF EN 206-1 imposent l'emploi de ciment particuliers en raison de milieux plus ou moins agressifs, ainsi que l'addition d'adjuvants conférant des propriétés différentes à la pâte de ciment que ce soit le délai de mise en œuvre, la plasticité, la quantité d'air occlus etc. . .

I.1.6-Classification des bétons :

Le béton utilisé dans le bâtiment, ainsi que dans les travaux publics comprend plusieurs catégories.

En général le béton peut être classé en quatre groupes, selon sa masse volumique ρ (Pour toute substance homogène, le rapport de la masse m correspondant à un volume V de cette substance) :

- béton très lourd $\cdot \rho > 2\,500 \text{ kg/m}^3$;
- béton lourd (béton courant) ; ρ entre 1 800 et 2 500 kg/m^3 ;

- béton léger : $\rho = 500 \text{ à } 1800 \text{ kg/m}^3$;
- béton très léger : $\rho \ll 500 \text{ kg/m}^3$.

Le béton courant peut aussi être classé en fonction de la nature des liants :

- béton de ciment ;
- béton silicate (Chaux) ;
- béton de gypse (gypse) ;
- béton asphalte.

I.1.7-de choix : Le béton répond parfaitement à ces conditions :

1 – il est constitué de matériaux naturels primaires largement distribués à la surface de la terre ;

2 – sa mise en œuvre est aisée et ne nécessite que l'utilisation d'une main-d'œuvre rapidement formée ;

3 – il permet une adaptation facile aux formes les plus variées puisque, mis en place dans des moules ou coffrages, il en épouse les volumes, aussi complexes soient-ils, permettant ainsi les plus grandes audaces architecturales ;

4 – ses capacités de résistance dépassent celles des meilleures roches naturelles ;

5 – sa durabilité est plus que séculaire lorsqu'il est correctement formulé et mis en œuvre, il résiste bien aux effets d'environnements corrosifs et en particulier, à l'action de l'eau de mer, il offre une bonne tenue au feu, garantie de sécurité vis-à-vis des incendies ;

6 – son prix de revient, enfin, fait du béton le matériau irremplaçable dans le domaine de la construction

I.2-Comportement mécanique de béton sous charge de longue durée

La prédiction des déformations différées du béton est d'une importance prépondérante pour l'étude de la durabilité et de l'aptitude au fonctionnement à long terme des structures en béton (ponts, enceintes de confinement des bâtiments réacteurs nucléaires etc...). En effet, elles peuvent être à l'origine de la fissuration, de pertes de précontrainte, d'une redistribution des contraintes et même, plus rarement, de la ruine de l'ouvrage. Elles incluent principalement pour les bétons ; le fluage, la relaxation et le retrait.

- 1- La déformation de retrait de dessiccation ε_{rd} , mesurée sur une éprouvette non chargée placée en dessiccation externe.
- 2- La déformation de fluage propre ε_{fp} , mesurée sur une éprouvette chargée protégée contre la dessiccation externe.
- 3- La déformation de fluage dessiccation ε_{fd} , déduite à partir des mesures sur une éprouvette en fluage total, soumise à un chargement mécanique et à la dessiccation, simultanément.

La déformation de fluage de dessiccation est en fait la composante additionnelle obtenue en comparant la déformation de fluage total ε_{ft} , à la somme des déformations élémentaires de retrait de dessiccation ε_{rd} , et de fluage propre

$$\varepsilon_{fd} = \varepsilon_{ft} - (\varepsilon_{fp} + \varepsilon_{rd}) \quad (1.2)$$

I.2.1- Définition de fluage :

Le fluage correspond à l'augmentation des déformations d'un élément de structure sous charge maintenue constante au cours du temps. Il est évalué par la différence des évolutions dans le temps des bétons chargés et non chargés [Coquillat, 1987] [1] ; [Houari, 1993] [2]. Lorsqu'on soumet une éprouvette de béton au temps τ à une compression uniaxiale d'intensité de contrainte constante σ_0 (figure 1.1), pour $t > \tau$, la déformation du matériau évolue en fonction du temps. C'est ce que l'on appelle le phénomène de fluage.

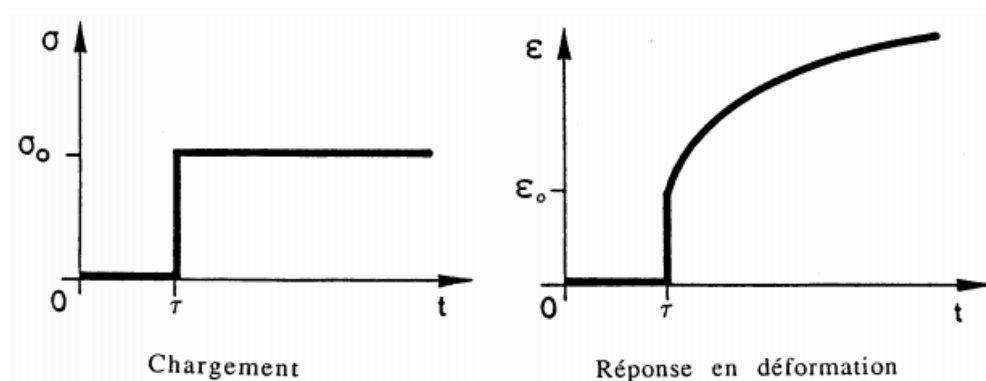


Figure-1.1 : Schématisation de l'expérience de fluage [Pons, 2003] [3].

Sous un programme de sollicitations variables dans le temps, il y a donc interaction entre la part de réponse actuelle qui est due aux valeurs passées de la sollicitation (comportement rhéologique héréditaire du béton), et la part actuelle qui est due aux valeurs actuelles de cette dernière. Ceci nous mène à conclure qu'une réponse est difficile à prévoir.

car elle dépend de façon plus au moins complexe de toute l'histoire antérieure de la sollicitation. On dit que le comportement du béton est héréditaire, quand la réponse dépend de son histoire passée. Pour le béton la chronologie intervient sous deux formes : la viscoélasticité et le vieillissement.

I.2.2- Découverte du phénomène :

La circulaire de 1906, premier règlement français de béton armé, postulait un comportement parfaitement élastique du béton. C'est Freyssinet à qui revient le mérite d'avoir remis en cause ce dogme de la constance du module de Young. A l'occasion de la construction du pont du Veudre sur l'Allier, succession d'arcs à trois articulations très surbaissées de 72,5m de portée, il avait jugé indispensable de procéder à des expérimentations préalables sur une arche d'essai de 50m de portée (le tirant reliant les deux culées de cette structure pour assurer la fixité constituée de très loin la première pièce de béton précontraint jamais réalisé). L'enregistrement continu des déplacements de la clé et de différents points de l'intrados mit en évidence une évolution dans le temps tellement contradictoire avec le règlement de 1906 qu'Auguste Mesnager, l'un des pères de ce texte, l'attribua à des erreurs systématiques de mesure. Coulé pendant l'été 1910, l'ouvrage réel manifesta bientôt un comportement inquiétant : les clés s'abaissaient progressivement. Au printemps 1911, il a fallu bien se rendre à l'évidence : les déformations différées du béton sous charges soutenues faisant flamber les arcs dans leur plan. Seule une intervention rapide, décidée par Freyssinet et consistant à revernier les clés puis à bloquer les articulations correspondantes permit de sauver la structure. Freyssinet dut interrompre ses recherches sur le comportement du béton à la déclaration de la première guerre mondiale ; pris ensuite par ses occupations professionnelles il ne put véritablement s'y replonger que vers 1925, dans la perspective de la construction du pont de Plougastel [Chaussin, 1988] [4].

Ses premières affirmations publiques de l'existence d'une variation considérable du module de déformation en fonction de la durée de chargement se scandalisèrent à une incompréhension totale et sa communication sur la section, au congrès de Vienne des ponts et charpentes, ne rencontra qu'indifférence polie. Seules les discussions du congrès de 1930 à Liège sur les travaux de Glanville et les siens ont pu faire brèche dans cette incrédulité [Chaussin, 1988]. En parallèle, Freyssinet étudiait les méthodes de précontrainte et montra qu'elles remédiaient en partie aux déformations différées. Mais, il cherchait aussi à établir les relations entre l'évolution des déformations et les propriétés des ciments et des matériaux. Ces travaux permirent de conclure que le fluage dépendait des mouvements de l'eau contenue

dans le ciment et très tôt, il l'associa d'avantage à un retrait amplifié par l'état de contrainte qui accélèrait la vitesse de déformation et par suite, le départ d'eau [Freyssinet, 1933] [5].

Aujourd'hui, l'existence du fluage n'est plus contestée et ses conséquences sont bien connues par tout ingénieur (déformation qui atteint une moyenne de trois fois la déformation instantanée).

Le fluage du béton est certes, un phénomène connu mais pas encore totalement maîtrisé, compte tenu de sa dépendance d'un nombre considérable de facteurs. Il occupe des chercheurs et des théoriciens depuis fort longtemps et fait actuellement l'objet d'un très nombre d'étude et de publication figure 1.2.

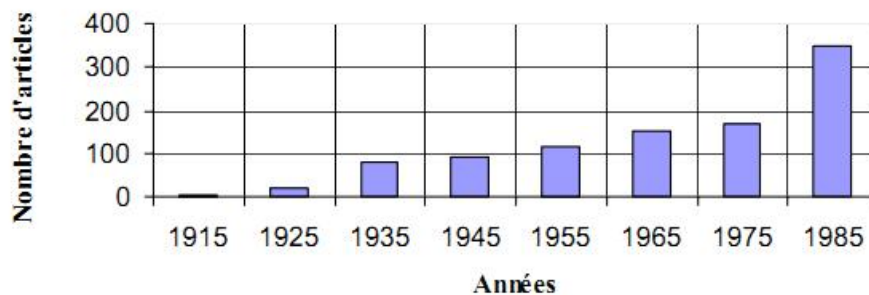


Figure 1.2 : Evolution dans le temps de nombre d'articles sur le fluage[Coquillat,1988].

1.2.3 Déformations de fluage sous différents niveaux de contraintes :

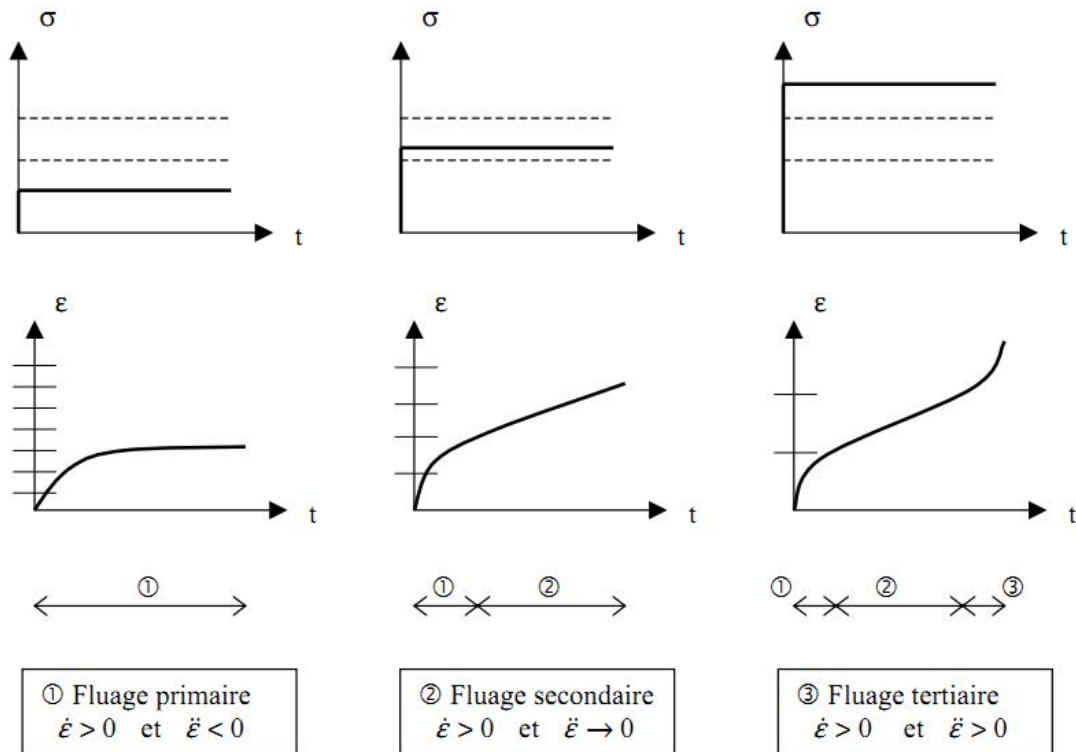
Les déformations de fluage se décomposent en trois cinétiques (phases) primaire, secondaire et tertiaire qui se pilotent successivement avec l'augmentation de contraintes. Elles sont bornées par deux stades de contraintes ou seuils. Le premier seuil estimé à $\sigma \leq 45\%$ de la contrainte en compression f_c pour les bétons ordinaires (BO) et de 65% pour les bétons de hautes performances (BHP) où la structure conserve une configuration stable. Le second seuil estimé entre 75% de f_c pour les BO et 85 % pour les BHP ; la cinétique secondaire évolue en tertiaire où la structure perd sa configuration stable.

Ces trois phases d'évolution successives sont caractérisées par différentes cinétiques de déformations (ϵ), de vitesses de déformations ($\dot{\epsilon}$) et d'accélération de la déformation ($\ddot{\epsilon}$) [6]

Phase primaire : L'accélération est négative, la déformation tend à ce stabilisé.

Phase secondaire : L'accélération oscille autour d'une valeur nulle entraînant une évolution de la déformation à une vitesse constante.

Phase tertiaire : L'accélération devient positive et conduit à une vitesse de déformation infiniment rapide jusqu'à la rupture.



----- Seuil de contrainte. Allures des cinétiques associées

Figure 1.3 : Courbes de la déformation de fluage ϵ_f et allures des cinétiques associées au dépassement des seuils de contrainte σ [7].

I.3- Facteurs influençant le fluage :

Le fluage du béton est un phénomène très complexe qui dépend de nombreux paramètres qui résultent de la conservation de béton (hygrométrie, température) et d'autres paramètres ayant une relation avec la composition du béton dont se différencie par ses caractéristiques mécaniques (résistance en compression et tractions, module d'élasticité etc.,). D'autres facteurs qui dépendent de dimensions des éléments en béton ainsi de leur maturité à l'âge d'application de la charge.

I.3.1-Influence du rapport Eau /Ciment (E/C) :

On constate que le rapport E/C au très jeune âge (âge où l'hydratation est peu avancée) n'influence pas vraiment sur les déformations de fluage [Bissonnette & Pigeon, 1995] Après

quelques jours d'âge du béton, à rapport E/C croissant [8] , il constitue un facteur d'affaiblissement de la résistance en traction et d'accroissement du fluage spécifique [Ostergaard & al, 2001] [9].

Les bétons à fort ratio E/C contiennent un pourcentage élevé de pores et possèdent donc une capacité de rétention importante de l'eau dans le béton. Or, plus la teneur en eau (évaporable) est importante, plus les déformations de fluage en compression comme en traction (fluage propre, en particulier) vont croître [Kovler, 1995] [10] ; [Smadi & al, 1987] (figure 1.4)

Certains chercheurs ont remarqué que pratiquement, la déformation de fluage ϵ_f varie comme le carré du rapport E/C ; soit $\epsilon_f = \left(\frac{E}{C}\right)^2$

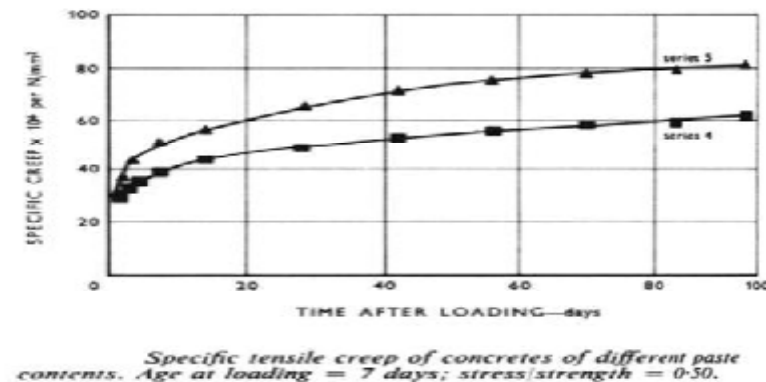


Figure 1.4 : Dépendance de fluage spécifique $C(t, t')$ en traction de ratio E/C (Série 5 E/C=0.55, série 4 E/C= 0.40)

I.3.2- Influence de la température :

La température au premier âge de mûrissement de béton accélère son séchage d'où l'augmentation de la résistance du béton qui fait diminuer le fluage. Par contre, la température pour de longue durée, évapore l'eau – la diffusivité de l'eau augmente d'où l'augmentation de fluage.

A. M. Neville a constaté que, pour de rapport Eau/Ciment égale 0.60 à 70°C, le taux de fluage est environ 3,5 fois plus élevé qu'à 21°C. Et lorsque la température est entre 70°C et 96°C le taux de fluage chute à 1,7 fois celui de 21°C.

La température influence sur la viscosité de la pâte de ciment qui est le premier responsable du fluage du béton ; une viscosité minimale est obtenue à des températures avoisinant 30°C, voir 40°C.

On choisit généralement une amplitude et une cinétique de référence pour des températures analogue à celles de l'environnement, à savoir 10 à 20 °C (**figure1.5**).

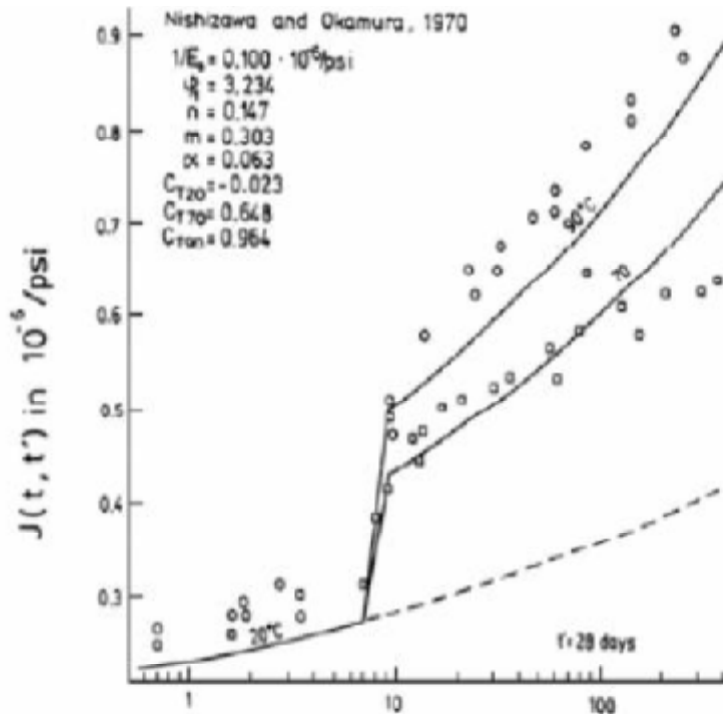


Figure 1.5 : Etude de l'augmentation de complaisance $J(t, t_0)$ par élévation de température par [Bazant & Panula en 1978] [11] ; [Bertholet, 2003] [12].

1.3.3- Influence de la résistance et du rapport (σ/f_c) :

Plus le béton est résistant au moment de chargement, plus le fluage est faible d'où une corrélation entre le fluage ϵ_f et la résistance mécanique du béton R au moment de l'application de la charge : $\epsilon_f = \frac{K}{R^n}$, où K et n sont des paramètres (**Figure 1.6. a**).

En revanche à ratio de contraintes égaux $\alpha = \sigma/f_c$ la déformation totale du béton est supérieure pour de plus fortes résistances (**Figure1.6. b**).

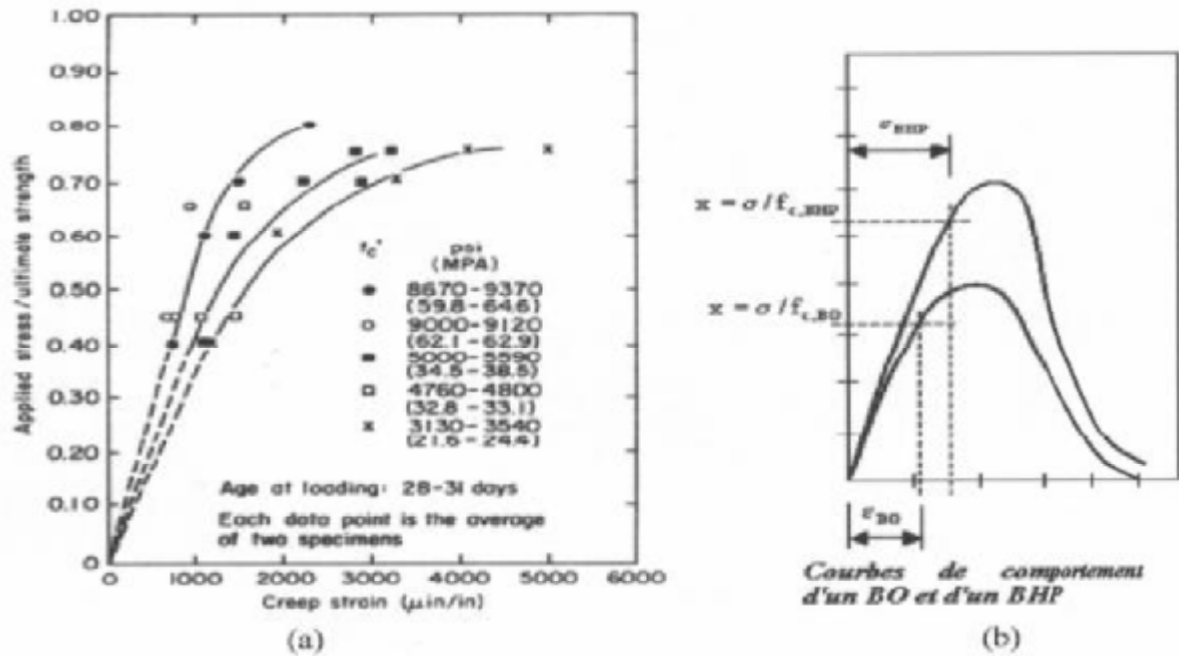


Figure 1.6 : (a) amplitude des déformations de fluage en fonction de la résistance du béton - (b) déformation d'un béton ordinaire et d'un BHP à rapport équivalent de contrainte [Smadi & al 1987] [13].

I.3.4- Influence de dosage et de composition de la pâte de ciment :

L'**Hermite** a constaté que la déformation varie très peu avec le dosage du ciment dans le béton, avec toutefois une légère tendance à la diminution lorsque le dosage augmente.

La nature du ciment constitue un facteur important sur le fluage. Ce dernier dépend des propriétés physico-chimiques du ciment ainsi que de son degré et sa vitesse d'hydratation.

Au début des travaux expérimentaux sur l'influence de la composition et de la structure de la pâte de ciment, les chercheurs ont commencé par utiliser des éprouvettes en béton avec différents types de ciment, tout en fixant les autres paramètres

La différence constatée est due essentiellement au fait que la résistance du béton, à un âge donné, est différente selon la nature du liant (proportionnelle à la vitesse de durcissement). L'ajout d'autres types de liants comme de la résine ou des polymères, augmente les déformations de fluage (**figure 1.7**)

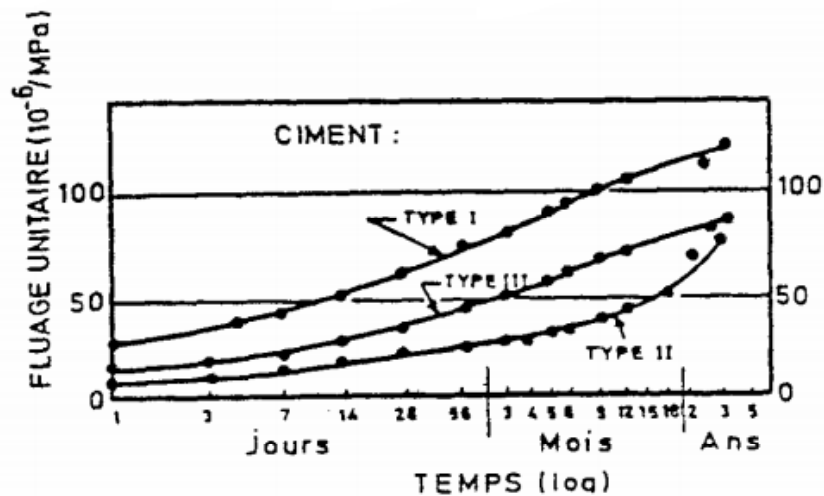


Figure 1.7 : Fluage de béton confectionner avec différent type de ciments (Epreuve de béton chargées à 90js au tiers de leurs résistance [Nivelle, 2000] [14], classé selon la norme ASTM .Type I : Ciment CPA ordinaire, Type II : Ciment à forte résistance initiale C3A ≥ 8 %, Type II : Ciment alumineux.

L3.5- Influence du volume et de la teneur de la pâte de ciment :

Certains résultats sont contradictoires. En effet, Domone (1971) a observé un comportement en traction similaire à celui en compression. Par contre, El-Baroudy (1940), ainsi que Ward et Cook (1996) ont constaté un accroissement du fluage en traction avec une diminution du volume de pâte. Ces dernières observations sont confirmées par les essais de Bissonnette (1996).

Dans les bétons, le fluage provient de la pâte de ciment, les granulats utilisés dans les bétons ordinaires ne présentant pratiquement pas de fluage. Les granulats comme pour le séchage, jouent un rôle de retenue. Il a été démontré, pour un même rapport eau/ciment, que le fluage en compression augmente lorsque la teneur en pâte augmente [Neville, 1906].

Neville propose la relation suivante où ε_f représente le fluage du béton, ε_f^p le fluage de la pâte qui le constitue, g la fraction volumique de granulats, et u la fraction volumique de ciment non hydraté.

$$\text{Log} \frac{\varepsilon_f^p}{\varepsilon_f} = \alpha \text{Log} \frac{1}{1-g-u} \quad \text{Avec} \quad \alpha = \frac{3(1-\mu)}{1+\mu+2(1-2\mu)\frac{F}{F_c}} \quad (1.3)$$

I.3.6-Influence des ajouts :

Les ajouts améliorent la résistance du béton à long terme, ce gain de résistance induit la diminution d'amplitude des déformations de béton notamment de fluage qui sont réduites par rapport au béton sans ajout [Pane & Hansen, 2002] [15].

Plusieurs types d'ajouts (laitier de haut-fourneau, cendre volantes, plastifiant et superplastifiant, fumée de silice, etc.) ont été testés et présentent des propriétés divers vis-à-vis du comportement de béton.

Ingrédient	Fluage à même rapport contrainte-résistance		Retrait
	Propre	Totale	
Laitier de haut_ fourneau	Diminue avec l'augmentation de R	N'influe pas	Augmente avec augmentation de R
Cendres volantes	Diminue avec l'augmentation de R	Diminue pour $R > 10\%$	N'influe pas
Plastifiant et superplastifiant	Augmente de 20%	Augmente de 20%	Augmente de 20%
Fumée de silice	Augmente pour $R > 7,5\%$ N'influe pas pour $R < 7,5$	Augmente pour $R > 15\%$ Diminue pour $R < 15\%$	Diminue pour $R > 7,5\%$ N'influe pas pour $R < 7,5\%$

Tableau1.1 :Influence des ajouts du béton sur le fluage et le retrait [Al-Manaserr,2000] [16].

I.3.7- Influence des granulats :

La fonction des granulats vis-à-vis du fluage est de restreindre les déplacements de la pâte de ciment [Smadi & al, 1990]. La qualité des granulats influence véritablement sur l'évolution de la déformation de fluage, pour un béton de basalte, la déformation correspond environ au double de celle d'un béton quartz.

L'augmentation de la taille des granulats améliore la raideur du matériau en réduisant la capacité de déformation [Harsh & al, 1990] [17]. Pour exemple le béton de sable développe des déformations de fluage environ deux fois plus large que le béton de granulats [Benaissa

& al ; 1993] [18]. Une granulométrie plus étalée (représentation de la gamme des poudres) permet d'augmenter d'autant plus la raideur mais aussi la résistance de béton. La porosité dans les granulats exerce une influence sur l'état hygrométrique interne du béton, et sur les mouvements de migration d'eau d'où son influence sur le fluage de béton (Figure 1.8).

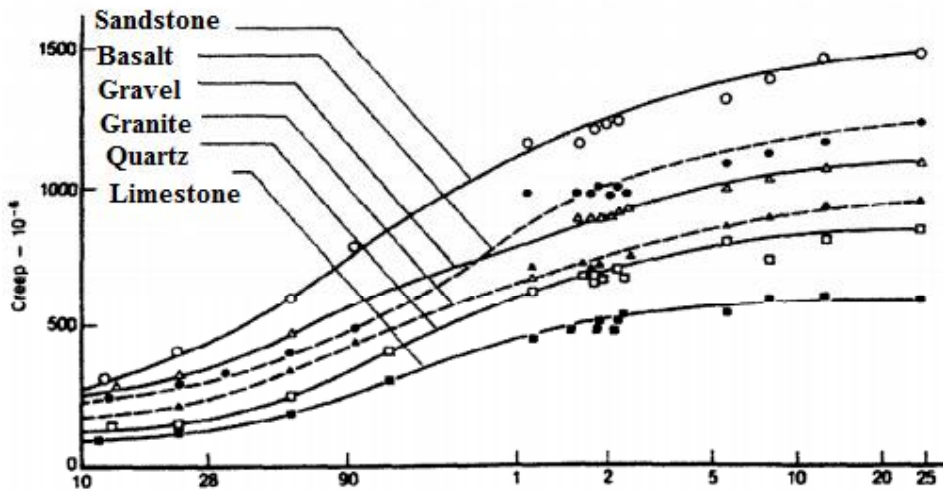


Figure 1.8 : Evolution de fluage dans le temps pour plusieurs types de granulats.

1.3.8-Influence de l'humidité relative :

Le fluage d'un béton dans un état sec est supérieur à celui d'un béton conservé dans l'eau (figure 1.9) car la présence de l'eau dans les pores d'un élément en béton fait augmenter sa résistance aux sollicitations qui lui sont appliquées par la présence de la force interstitielle d'eau et de l'augmentation de son volume apparent. Le rapport de fluage est de 2 à 3 entre un béton conservé à 50% d'humidité relative et un béton conservé à 100% d'humidité.

Selon les expériences, le fluage est proportionnel à l'humidité ambiante relative pour une durée de chargement supérieur à 200 jours.

Le fluage dépend essentiellement des conditions de conservation des éprouvettes avant leurs chargement : il est plus faible si les éprouvettes sont séchées avant leur chargement, et d'autant plus fort qu'il leur reste à accomplir un séchage important comme le montre la figure (1.10).

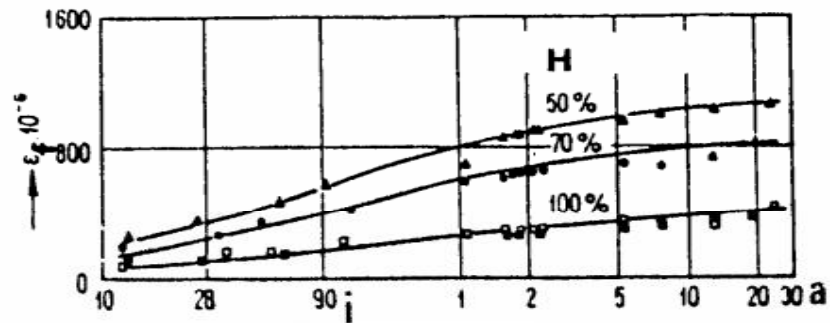


Figure 1.9 : Influence de l'humidité relative sur le fluage de béton.

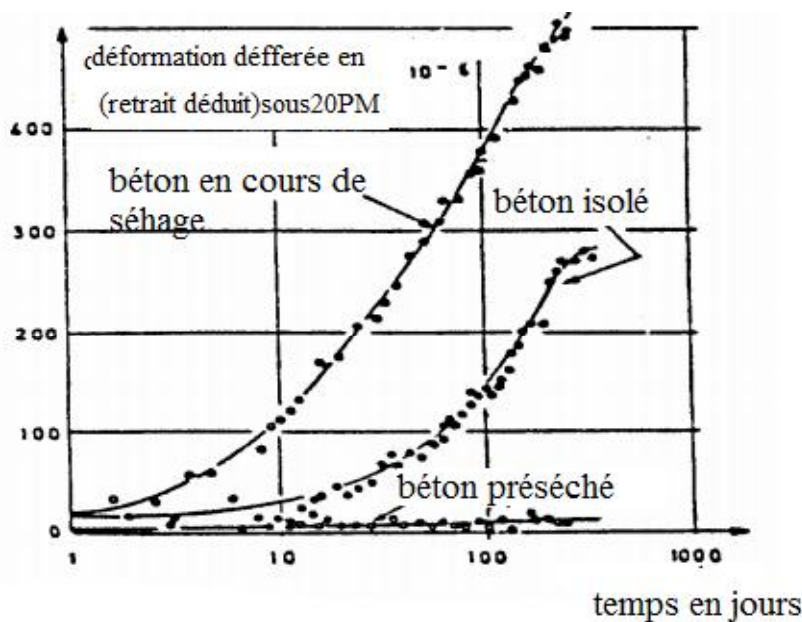


Figure 1.10 : Evolution de fluage de béton suivant différents modes de conservation avant et en cours de chargement

1.3.9-Influence de l'âge de béton à la mise en charge :

Certaines expérimentations montrent au contraire, qu'il y a fluage même au - delà de la vingtième année. Plus l'âge du béton à la mise en charge est avancé, moins est la valeur finale du fluage ainsi que sont évolution dans le temps car à l'âge de maturité le béton atteint une résistance avancé qui fait diminuer le fluage comme le monte la figure (1.11).

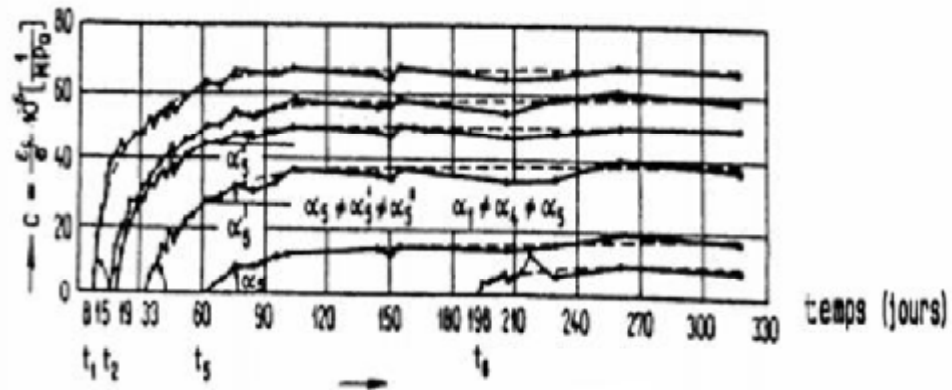


Figure 1.11 : Influence de l'âge de béton à la mise en charge sur le fluage.

1.3.10-Influence de la dimension de l'éprouvette :

L'amplitude de fluage est plus élevée si l'élément en béton a une faible section à travers laquelle s'effectue un échange d'eau plus intense qu'une grande section. En augmentant les dimensions d'une éprouvette de 1 à 2, le fluage de la plus massive sera inférieur de 10 à 30 comme le montre les expériences effectuées sur des éprouvettes de différents diamètres (figure 1.12).

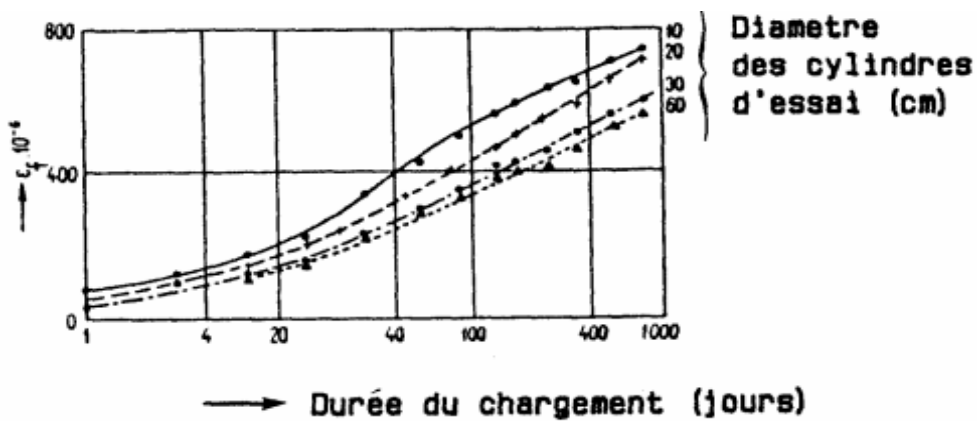


Figure 1.12 : Influence de la dimension des éprouvettes sur le fluage

I.3.11-Influence de types de sollicitation :

▪ Cas de traction :

Dans le cas de traction simple, ceux en petit nombre qui existent, sont relativement contradictoires. Pour certains auteurs, le fluage en traction est pratiquement le même qu'en compression.

Pour [Bissonnette & Pigeon, 1995] [8] le fluage spécifique du béton $C(t, t')$ possède des valeurs très proches en compression et en traction.

En revanche, en termes de déformation de fluage, la vitesse de déformation en traction est plus rapide qu'en compression [Niville & al, 1983] ; [Bissonnette & pigeon, 2000] ; [Pane & Hansen & al, 1983]. L'amplitude finale des déformations en traction est pratiquement atteinte durant les premiers jours après l'application du chargement. En compression, cette évolution est nettement plus lente et progressive à long terme, les déformations de fluage de traction et de compression tendent à ce rejoindre pour obtenir des valeurs similaires.

I.4- Mécanisme de fluage :

Le béton est un complexe non homogène ; un mélange de particules inertes (**inclusions**) et de particules chimiquement réactives au contact de l'eau (**Silicate anhydres**).

Le mélange donc est partagé en deux phases : La pâte de ciment et les inclusions. En observant les propriétés mécaniques respectives de ces deux phases, on peut affirmer que la majorité des déformations de fluage est issues de la déformation de la pâte de ciment autour des granulats. Le taux de déformation possible de la pâte dépend principalement de la présence et du transport de l'eau dans la matière poreuse qui modifient les contacts et les liens entre particules et créent une source d'intensification ou de réduction du fluage [Kovler, 1995]. En traction ou en compression la déformation de fluage semble provenir d'une source identique ; à savoir la possibilité de glissement des feuilles de CSH entre eux. Pour le béton, la présence des granulats joue un rôle important dans la cinétique des déformations de fluage en créant une interface " pâte-granat (l'oriolle) " qui constitue une zone de cohésion de moindre résistance notamment en traction et en cisaillement et par conséquent, une source prépondérante de micro-fissuration [19]. Le mécanisme de fluage peut provenir d'autres sources ; généralement, il est le résultat des mouvements de l'eau adsorbée et de sa migration entre les feuillettes de CSH, il peut aussi traduire des glissements cristallins, un écoulement visqueux de la pâte, la redistribution interne de l'eau, l'échange hydrique avec l'environnement extérieur, la micro-fissuration, la polymérisation des silicates (capacité

illimité de diffusion et de recristallisation des particules) ou éventuellement, la cassure des ponts cristallins [20]. Ces multiples sources du fluage ont donné lieu à la proposition de diverses théories.

La théorie de cisaillement visqueux est basée sur la possibilité de glissement des particules de la pâte de ciment liées par interface hydrique, qui est accélérée par la migration de l'eau ; des tests de perméabilité ont cependant démontré l'indépendance du flux hydrique vis-à-vis de l'amplitude de fluage. Naissance à de nombreuse théorie de fluage.

Eugène Freyssinet relie tout d'abord le mécanisme de fluage à la théorie de dépression capillaire des ménisques situés entre les particules de ciment sous chargement.

L'étude des différents types de bétons a montré que le mouvement de l'eau, par exemple de cure du béton, vers le milieu extérieur [Benaissa & al, 1993] [18] influe sur la cinétique de fluage.

Certains auteurs affirment même qu'aucun fluage n'est possible s'il n'existe pas une quantité d'eau évaporable dans la pâte de ciment [Neville, 1966] [21].

La théorie de Suintement associe le fluage à la consolidation de la structure poreuse par départ d'eau sous charge, cette idée n'est pas valide car on constate que la contrainte de compression en conditions d'équilibre hydrique ne provoque pas de départ d'eau mais que le fluage propre associé est loin d'être négligeable. En parallèle, des essais de fluage en traction sur des éprouvettes au jeune âge, mettent en évidence une accélération de la vitesse de fluage lorsque l'humidité relative est augmentée ; ce qui annule cette théorie au moins dans le cadre d'effort de traction [22].

En fin, **Power** démontre que les molécules d'eau contenues à l'interface des feuillettes de CSH peuvent transmettre de fortes pressions dans un état d'équilibre et en même temps mobile (en cours de séchage) le fluage serait issu de la diffusion des molécules d'eau de l'intérieur vers l'extérieur de l'interface des feuillettes (ou inversement).

L'incidence de l'eau vis-à-vis du mécanisme de fluage met en évidence plusieurs types de fluage : fluage propre et fluage de dessiccation

I.4.1-Le fluage propre :

Le fluage propre de béton est un phénomène mal connu [Tamsia et Beaudoin 2000] [23], il peut être défini comme étant l'augmentation des déformations du béton dans le temps, lorsqu'il est soumis à une contrainte constante, et dans des conditions d'équilibre hygrométrique (système thermodynamique fermé) de façon à éviter toute dessiccation du béton. Ce type de fluage est obtenu dans des conditions de séchage empêchées, à une température de 20°C. Le séchage de béton peut être obtenu en maintenant l'échantillon soumis au fluage, dans un environnement saturé (100% d'humidité relative) ou en appliquant sur l'échantillon un imperméable (résine d'époxy par exemple) dès leur démoulage.

Il constitue une grande part des déformations différées au jeune âge [Ngab & al 1981], donc les déformations dues au séchage sont le potentiel de fluage propre en traction comme en compression qui inhérent à la composition de béton tel que les faibles déformations de fluage propre des bétons à haute performance (**BHP**) résultent d'une faible ration E/C.

Le fluage propre est caractérisé expérimentalement par une forte dépendance de l'âge de matériau lors de chargement qui se poursuit bien après que la réaction d'hydratation à cessée, cette dépendance au vieillissement est une caractéristique unique de fluage propre.

L'analyse de la cinétique de la déformation de fluage propre des pâtes de ciments et des bétons met en évidence deux régimes cinétiques distincts, quelle que soit la composition utiliser a court terme et a long terme.

I.4.1.1- Fluage à court terme :

On distingue dans la littérature principalement cinq mécanismes pour expliquer le fluage propre du béton à court terme.

L'état de la pression osmotique ; les grains non hydratés et les pores capillaires sont séparés par une couche d'hydrate relativement perméable. Pour que la réaction d'hydratation puisse continuer, l'eau diffuse à travers la couche d'hydrate. Les propriétés physiques du gel et la présence d'anhydres serait propices à la création d'une pression osmotique. Cette pression s'exerce sur le gel et affaiblit sa structure.

L'application d'un chargement extérieur modifie alors les contraintes appliquées localement et entraîne la rupture localisée de liaisons, qui se traduisent au niveau macroscopique par la déformation de fluage [Ghosh, 1973] [24];

L'hydratation sous contraintes ; l'hydratation de 1cm^3 d'anhydre produit environ 2.1cm^3 de gel hydraté. Ainsi, la moitié des hydrates produits occupe la place initiale du grain de ciment, alors que l'autre moitié diffuse vers la porosité capillaire où le gel se dépose. Dans le cas où un chargement mécanique est présent, la solubilité augmente et accélère le processus d'hydratation. Le gel ne peut se former en totalité dans l'espace proposé, ce qui entraîne une contraction des grains de ciment. A l'échelle macroscopique, cette contraction correspond à la déformation de fluage [Ghosh, 1973] ;

Déposition graduelle d'un nouveau gel sous charge (théorie de la solidification) ; le gel se formant, se dépose sous un état de contraintes initialement nul (il ne participe pas à la reprise des efforts extérieurs). Au fur et à mesure que les particules de gel adjacentes fluent, le gel venant de se déposer commence à reprendre progressivement les contraintes. Cette redistribution des contraintes induit la déformation du gel néoformé et contribue à la déformation de la pâte de ciment.

Migration de l'eau absorbée dans la porosité capillaire sous contraintes [Lohtia, 1970] [25], [Wittmann, 1998] : la diffusion s'anorce sous l'action des efforts extérieurs. Les contraintes sont retransmises à l'échelle microscopique, à travers l'assemblage des produits d'hydratation qui entourent les pores capillaires (figure 1.13).

Transfert d'effort microscopique ; induit localement un déséquilibre thermodynamique entre les molécules d'eau en adsorption libre dans ces zones de transmission et celle qui sont plus loi (porosité capillaire). Pour restituer l'équilibre, les molécules d'eau diffusent dans les couches d'eau adsorbées (diffusion surfacique) vers la porosité capillaire, entraîne la déformation du squelette solide.

Dans [Ulm et al, 1998] on remarque que seule la cinétique de la déformation de fluage à court terme est influencée par le rapport E/C. Or, le principe différence entre des bétons de rapport E/C différents se situe au niveau de la distribution des pores capillaires ce qui supporte l'idée que le fluage propre fait intériorité, à court terme, les pores capillaires

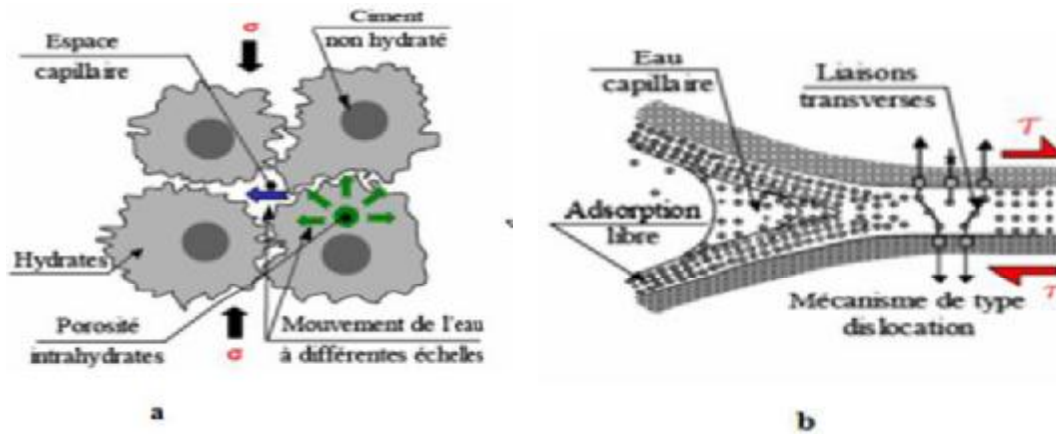


Figure 1.13 : Mécanisme de fluage propre proposé par **Ulm et al 1999** : (a) à court terme, (b) à long terme [Benboudjema, 2002] [26].

I.4.1.2-Fluage à long terme :

De nombreux auteurs ont suggéré l'existence d'un mécanisme de fluage à long terme, différent de celui à court terme. Ainsi, [Bazant et al, 1997] et [Ulm et al, 1998] proposent que l'effet du vieillissement observé soit d'origine mécanique, lié à la relaxation des micro-précontraintes dans les zones d'adsorption empêchée. Les micro-précontraintes sont générées par la pression de disjonction, ainsi que par des variations volumiques importantes et fortement localisées induites par l'hydratation ou le séchage [Benboudjema, 2002] [26].

De nombreuses évidences expérimentales montrent que le fluage propre à long terme est lié au glissement de feuillet de CSH :

Benur et al ont mesuré des valeurs de surface d'adsorption d'azote différentes entre des pâtes de ciment chargées et non chargées, ce qui n'est pas le cas avec de l'eau ou de l'hélium. Contrairement à ces deux dernières molécules de taille plus petite, la molécule d'azote ne peut pas accéder à la nano porosité. Cette observation est donc compatible avec le mécanisme de glissement des feuillets de CSH dans le sens où la déformation de cisaillement créerait de nouvelles surfaces accessibles aux molécules d'azote [Benboudjema, 2002], [Guénot-Delahaie, 1997] [27];

Si l'eau contenue dans un spécimen en béton est remplacée par du méthanol (après que le spécimen a été désaturé), le spécimen exhibe une déformation de fluage propre importante [Tamtsia et Beaudoin, 2000]. Or, le méthanol est absorbé physiquement sur les feuillets de CSH. De plus, il forme un complexe en réagissant avec les CSH. Ces deux processus induisent

une diminution de l'intensité des forces entre les feuillets de CSH et donc une augmentation de la mobilité au glissement (entre ces feuillets).

L'analyse cinétique des déformations montre que la cinétique de fluage à long terme est indépendante du rapport E/C [Ulm et al, 1998]. Or, la structure de la nano porosité est identique pour différentes formulations des bétons, ce qui affirme que cette déformation se produit à l'échelle de la nano porosité.

I.4.2-Fluage de dessiccation (drying Creep) :

Le comportement du béton chargé et séchant simultanément peut sembler au premier abord paradoxal. En effet, une pré-séchée de façon uniforme flue moins qu'une éprouvette saturée. Cependant, lorsque le spécimen sèche simultanément avec l'application de la charge (essai de fluage total), la déformation de fluage du béton est plus importante, que celle mesurée sur une éprouvette chargée et pré-séchée uniformément.

Ce paradoxe est appelé : effet de **Picker**, du nom du scientifique qui met en évidence expérimentalement ce comportement en 1942.

La part additionnelle de la déformation de fluage est définie comme la composante de fluage de dessiccation.

Le fluage de dessiccation est majoritairement présent dans deux types de configurations :

-**La première** coïncide avec la phase de retrait (contraction et séchage) qui s'effectue dans la première année après fabrication du béton. Au jeune âge, l'eau contenue dans les pores s'évapore par porosité ouverte (séchage) en intégrant le retrait du béton. Le fluage de dessiccation devient alors plus faible car le béton s'assèche mais le départ d'eau provoque aussi des déformations de fluage de dessiccation par le passage d'un état humide à un état plus sec [28].

-**La seconde** configuration d'obtention de fluage de dessiccation est obtenue en plaçant le béton en déséquilibre thermo-hydrique qui subit un séchage ou une ré-humidification. Les variations hydriques et hygrométriques possèdent une influence sur la cinétique de déformation du fluage au séchage (ou à la sorption) qui conduit à l'appellation confirmée de fluage de dessiccation [10] ; en terme de cinétique on observe un fluage de dessiccation deux fois plus important si le séchage est deux fois plus rapide.

Remarque :

Le mécanisme de fluage de dessiccation intrinsèque ne peut pas être lié directement aux mécanismes de fluage propre. En effet, l'utilisation de laitier de haut fourneau réduit la déformation de fluage propre, mais augmente celle de fluage de dessiccation [Cern et Chan, 1989]. A l'inverse, la fumée de silice n'a pas d'influence sur la dessiccation [Buil et Acker, 1985]. De plus, si le fluage propre est fortement vieillissant [Nigoy & al 1973], cela n'est pas le cas du fluage de dessiccation, où la déformation ne dépend significativement de l'âge de chargement après 60 jours.

I. 5- Effets de fluage sur les constructions :**I.5.1- Les effets néfastes du fluage :**

Certaines déformations, par exemple les flèches des poutres des planchers, le tassement des poteaux, mettent en danger les matériaux de revêtement qui adhèrent sur ces éléments (mur de façade, revêtements des planchers et les cloisons de distributions). Dans ce cas on peut dire que la sécurité de l'ouvrage n'est pas nécessairement en jeu, mais c'est le point de vue esthétique qui est affecté. rupture de l'harmonie des lignes architecturales, fissures, décollement, soulèvement.

Par contre, sur un élément en béton précontraint, le fluage risque de menacer la sécurité de ce dernier. La tension initiale à donner aux aciers de précontrainte doit absolument être déterminée en tenant compte de la chute de tension due à la relaxation.

1.5.2-Effets favorables du fluage :

La redistribution des tentions dans certaines zones d'éléments de construction est influencée favorablement par l'ampleur des déformations de fluage par rapport aux déformations élastiques .Le fluage permet une adaptation des ouvrages qui soulagent les parties en sur tentions. Cette intervention est dans ce cas très avantageuse aussi bien en compression qu'en traction.

On peut encore citer les possibilités d'adaptation apportées par la relaxation, qui atténuent les risques de fissurations dues aux variations dimensionnelles empêchées.

Les qualités mécaniques et élastiques d'un béton soumis depuis plusieurs années à une charge permanente ne sont pas affectées. La résistance en compression et en traction et parfois supérieure sur un élément qui a subit le fluage.

1.6-Relaxation de béton :

La relaxation c'est la chute de contrainte sous une déformation maintenue constante au cours du temps, qui tend vers une valeur asymptotique.

La relaxation est comme le fluage dépend de la déformabilité de béton, ainsi des niveaux de chargements appliqués et de la cinétique d'évolution qui peut être caractérisé par un temps de relaxation noté τ (figure 1.14).

La perte de contrainte par relaxation sera toujours plus importante pour un béton plus âgé. Cette différence peut être appréciée sur des bétons à différentes maturités. Des essais montrent que 20% de relaxation de contrainte supplémentaire pour un béton âgé de 3 mois par rapport à un béton âgé de 28 jours. Ceci est lié en partie à la cinétique plus rapide de la déformation par rapport à la contrainte sur un matériau plus raide [Bérès, 1969] [29].

D'autre part, pour des contraintes comprises dans le domaine non-linéaire de comportement, le pourcentage de relaxation a tendance à augmenter et de façon exponentielle à l'approche d'une sollicitation équivalente à la résistance du béton.

L'effet le plus surprenant de la relaxation, outre la chute de contrainte, concerne la progression des déformations latérales de spécimen même sous déformation longitudinale maintenue constante. Cette croissance s'accompagne d'un endommagement grandissant sans doute au sein de la structure dans la direction transversal de chargement (figure1.15) [Bérès, 1969].

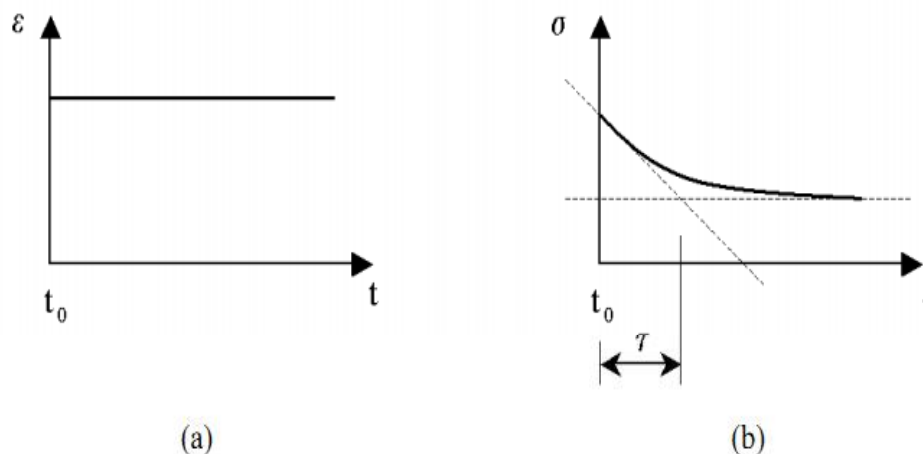


Figure 1.14 . Schématisations de l'expression de relaxation [Pons, 2003].

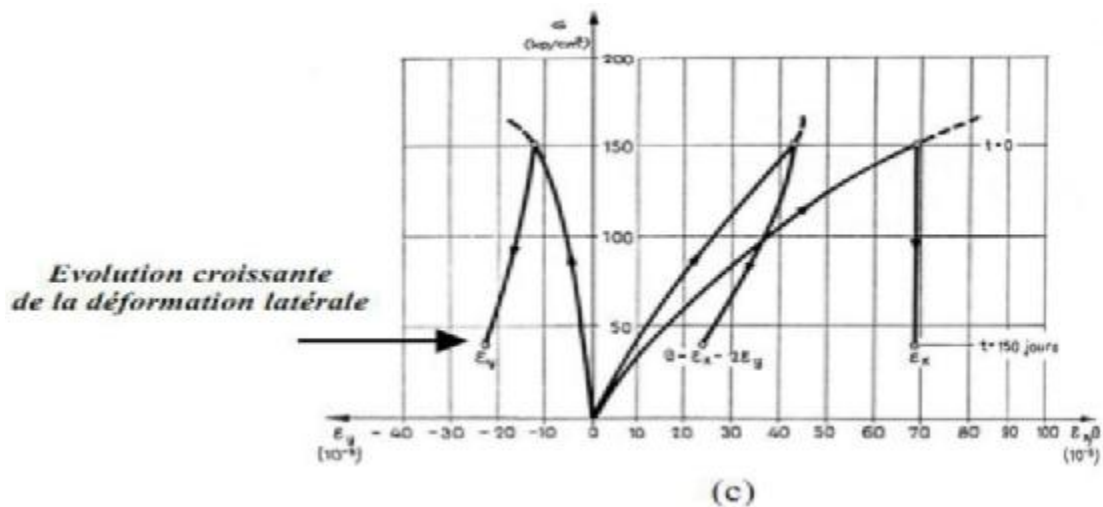


Figure 1.15 : Evolution de la déformation latérale durant le texte de relaxation [Bérés, 1969].

I.7- Recouvrance (Retour de fluage) :

Si l'on effectue un **déchargement total** au temps t_1 d'une éprouvette chargée **initialement** au temps t_0 , la déformation totale ϵ_t diminue d'abord d'une manière **instantanée** d'une valeur égale à ϵ'_t avec en générale $\epsilon'_t \ll \epsilon_t$. Par la suite la diminution de la déformation se poursuit lentement dans le temps. Ce phénomène est **appelé retour de fluage ou recouvrance** (Figure 1.16). La recouvrance n'est pas exactement le phénomène inverse du fluage [Coquillat, 1987], car les vitesses d'évolution sont toutes à fait différentes [Dreux & Gorisse, 1979] [30]. Or d'après les résultats expérimentaux de **DREUX** et **GORISSE**, la différence est de l'ordre de 1 à 4 ; l'évolution en fonction du temps ne présente pas la même allure [Dreux & Gorisse, 1979] (Figure 1.17).

I.7.1-Mécanisme de la recouvrance

Dans la recouvrance, le premier retour instantané, les granulats qui étaient contraints en compression, libèrent leur énergie en provoquant une mise en traction de la pâte de ciment [Acher & al, 1991]. La seconde étape constitue une phase de retour des déformations différées avec une cinétique analogue à un fluage inversé. Elle est directement liée à la cinétique de fluage en traction de la pâte de ciment et se prolonge durant une année [L'Hermitt, 1978] [31]. La cinétique d'évolution est caractérisée par un **temps de retard** ou **temps caractéristique** approximativement équivalent à la cinétique de fluage. Ce temps implique une recouvrance qui n'est généralement pas totale car le chargement en compression participe à un écrouissage inhérent au mûrissement du matériau et ne permet pas la réversibilité complète des déformations. Le résidu de déformations irréversible est généralement associé à un

écoulement visqueux (flow) [Chiorino, 1975] [32] que l'on mesure par des tests simples de recouvrance ou par une succession de cycles de « chargement-déchargement. » Compte tenu du durcissement de la pâte de ciment, la recouvrance n'est donc pas totale.

Les résultats de [Yue & Taerwe, 1993] [33] illustrent le mécanisme de recouvrance. Les déformations de l'essai sont modélisées par application du principe de superposition puis, comparées aux valeurs expérimentales obtenues sur éprouvettes de béton. Agés de 7 jours, les spécimens n'ont pas atteint une résistance optimale. Par ce fait, un écart entre la modélisation et la réalité est d'autant plus marqué si les valeurs calculées ne considèrent pas le vieillissement du matériau. Des essais réalisés sur des éprouvettes à maturité ne permettent pas d'obtenir un écart notable même si les mécanismes physiques du fluage et de la recouvrance sont différents [Ulm, 1998]. Il va de soi que la modification des caractéristiques mécaniques (hydratation), en supplément du mécanisme de fluage (**effet de compactage**), génère des déformations irréversibles d'autant plus importantes à la recouvrance. En chargement les éprouvettes au jeune âge et en les déchargeant à pleine maturité (91 jours d'âge) ; la part des déformations irréversibles est nettement mise en évidence.

Enfin, si le déchargement n'est que partiel, la conservation d'un niveau de charge induit de nouvelles déformations de fluage relatives à ce niveau de contraintes [L'Hermite, 1978] (**figure 1.18. (a)**).

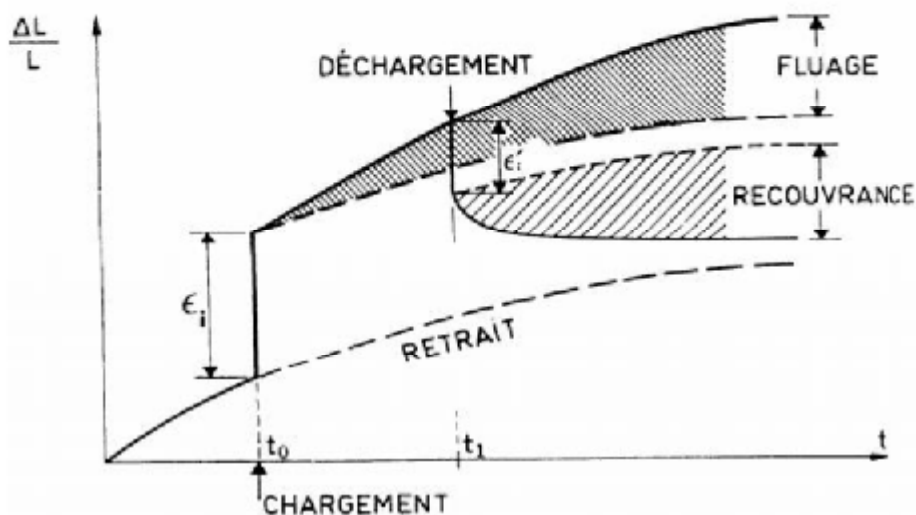


Figure 1.16 : Schématisation de retour de fluage (recouvrance) [Bazant, 1998].

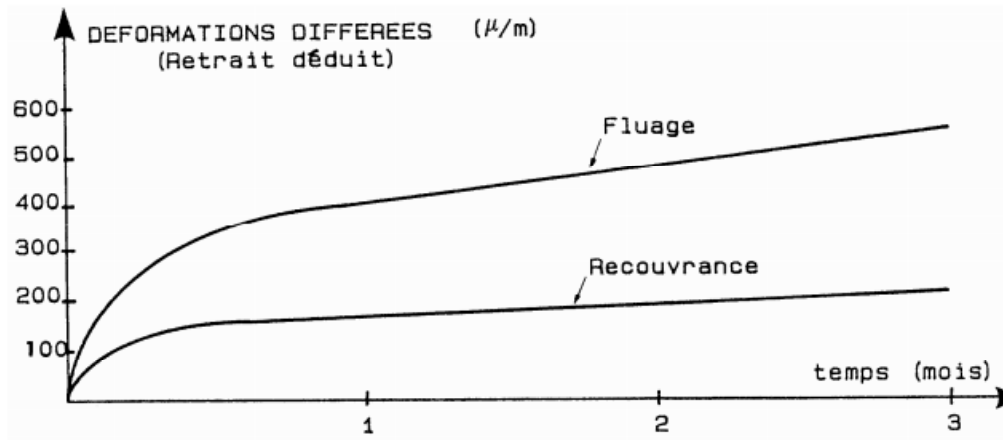


Figure 1.17 : Comparaison entre fluage et retour de fluage [Dreux & Gorisse, 1978].

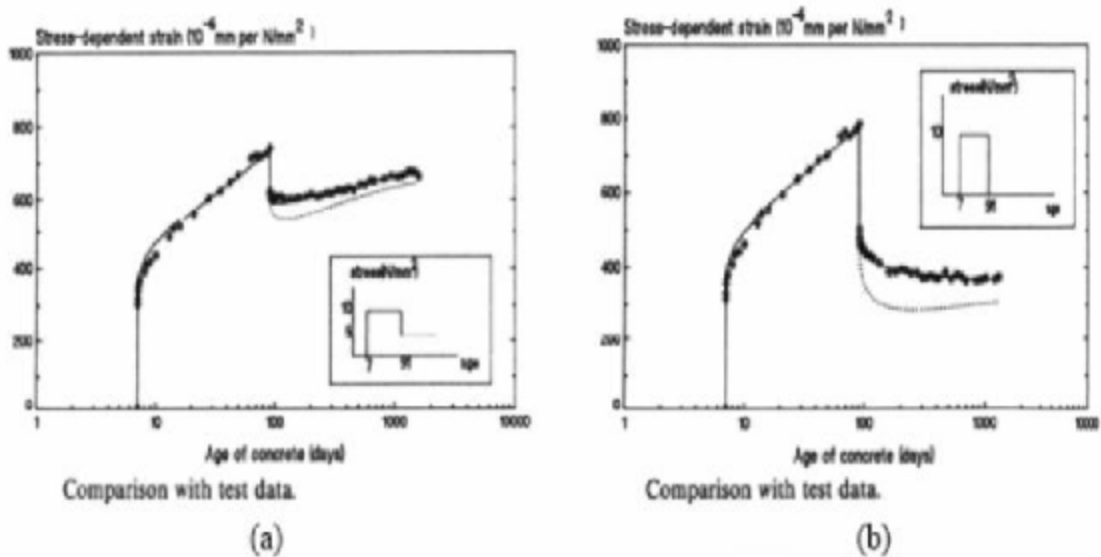


Figure 1.18 : Déformation différées : (a) recouvrance partielle, (b) recouvrance totale [Yue & Taerwe, 1993].

1.8-Retrait :

C'est la déformation spontanée du béton (En absence de tout chargement extérieur) observée dans la réduction de volume d'une pièce en béton aussitôt son gâchage, dû à la mise en compression des matériaux, par la phase liquide elle-même sous tension par rapport à son état initial. Le Chatelier a montré qu'un liant mélangé à un excès d'eau, soigneusement désaéré et placé dans un récipient, le niveau de l'eau baisse dans ce dernier d'une quantité

correspondant à la diminution de volume de la pâte de ciment. Cette déformation de retrait varie entre **500 et 1000 $\mu\text{m}/\text{m}$** [BISSONNETTE & Pigeon ,2000] (**Figure1.19**), des processus de fissurations intrinsèques au retrait sont donc prévisibles.

Plusieurs types de retrait se succèdent à partir de la fabrication du béton et jusqu'à maturité. Les déformations dans la littérature sont nombreuses et parfois multiples pour un même type de retrait.

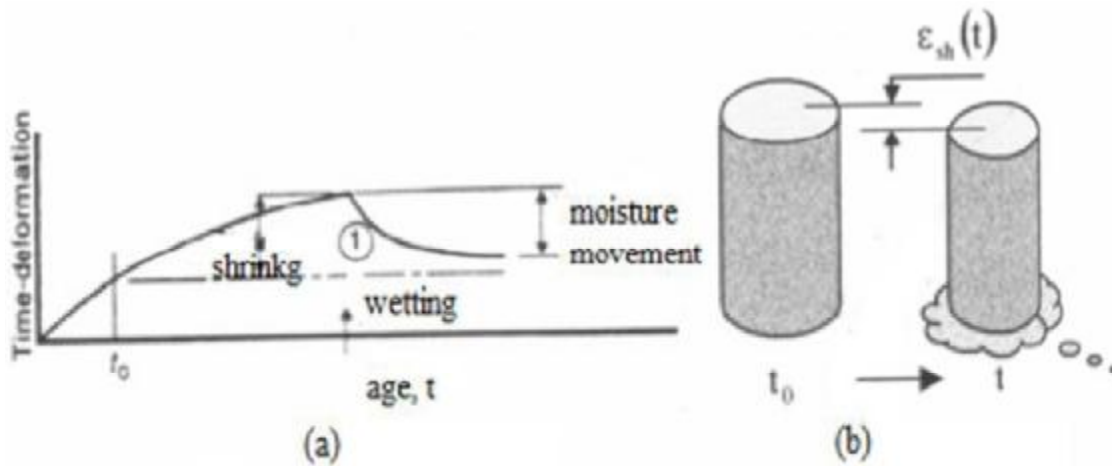


Figure 1.19 : (a) déformation de retrait d'un spécimen non chargé : Illustration de cinétique de retrait (*Shrinkage*) et, du gonflement par variation hydrique [Neville & al, 1983] –(b) variation volumique d'une éprouvette de béton au retrait [Bertholet, 2003].

L.8.1- Retrait au très jeune âge :

Au moment du mélange du ciment avec l'eau, le retrait d'hydratation ou retrait chimique qui se produit par contraction ; c'est pourquoi, d'autres auteurs le nommeront « retrait de serrage avant prise » [Coquillât,1987].Ce premier retrait, mis en évidence par **Le Châtelier** en **1894** d'où la dénomination « **contraction Le Chatelier** », résulte d'une diminution du volume (**8 à 12% du volume initiale**) de la pâte formée par rapport à la somme des volumes absolus des anhydres et de l'eau [Acker,1988] [34].

Avant la prise de la pâte de ciment, il est possible d'observer un retrait d'évaporation ou retrait plastique [Le Moniteur, 1972]. L'amplitude du retrait plastique est très importante comparée à celle du retrait hydraulique (ou retrait endogène) et dépend de la géométrie de l'ouvrage [Le Moniteur, 1972].C'est le problème des bétons mis en place longtemps après gâchage et qui possède un retardateur de prise .La durabilité de ce type de béton est largement moins importante devant celle d'un béton gâché et mis en place immédiatement.

I.8.2- Retrait endogène :

Après la phase d'hydratation, le mélange eau-ciment à l'état de suspension se raidit. C'est la prise. Les particules de ciment se soudent, formant entre eux des ponts cristallins. Cette étape coïncide avec le début du retrait hydraulique ou plus communément « retrait endogène », même si de nombreux hydrates de ciment ont déjà été formés dans le mélange [Acher, 1992].

Ce retrait est aussi qualifié de retrait d'auto-dessiccation. En effet, le squelette minéral formé après la prise s'oppose à la diminution de volume de l'hydratation croissante au sein de la pâte de ciment. La mise en pression du système cristallin conduit à la cavitation des pores et à un dégagement gazeux analogues à un départ d'eau.

Le retrait endogène est également influencé par le nombre et le type de granulats car, à l'interface « **pâte granulat** », il est empêché par les granulas qui créent des zones de concentration de contraintes où vont se former les premières fissures [Pan & Hansen, 2002] ; [Smadi & Slate, 1989]. Un béton de granulats calcaires concassés donnera un plus fort retrait qu'un béton de granulats quartzeux ou de granulat roulés [Le Moniteur, 1972]. Enfin, un ratio E/C plus faible produit un retrait endogène plus important [Pane & Hansen, 2002]. Le retrait endogène est l'un des processus intrinsèque du béton car il ne dépend que des propriétés du matériau.

I.8.3- Retrait thermique :

La réaction d'hydratation peut devenir fortement exothermique et provoquer de forts gradients de température. Au cœur d'éléments massifs de structure, la température peut atteindre 50 à 70°C. Par conséquent, des retraits différentiels d'origine thermique vont s'ajouter pour obtenir l'équilibre de l'élément avec les températures du milieu environnant. [Le Moniteur, 1972] ; [Coquillât, 1987] ; [Acher, 1988]. La durée de la réaction d'hydratation est relativement courte puisque 60 % de l'hydratation (en rapport avec la quantité de ciment qui pourra réellement être hydratée de l'ordre de 60 à 70% du volume de ciment) est obtenue au bout d'un jours et, 90% au bout 4 à 5 jours. Par conséquent, le retrait thermique est effectif à très court terme.

I.8.4- Retrait de dessiccation (retrait de séchage) :

Le retrait de dessiccation ou retrait de séchage par définition, se traduit par un départ d'eau inhérent à l'équilibre hydrique du matériau avec l'atmosphère ambiante non saturée et ce, dès la mise en place du béton. Il possède une amplitude très importante devant les autres

retraits. La contraction produite permet l'évaporation de l'eau en excès, nécessaire uniquement au malaxage du béton frais et dépend donc, de la teneur en eau de la composition de béton. Le retrait de séchage est notamment diminué si la proportion « **granulats /pâte de ciment** » augmente [Bissonnette & Pigeon, 2000].

Ce retrait hydrique n'est pas un processus intrinsèque du béton car les transferts hydriques du cœur de l'élément vers l'extérieur, amènent à considérer la taille et de la géométrie des éléments [Acher & Ulm, 2001]. En particulier, de forts gradients hydriques sont maintenus longtemps au voisinage de la surface [Acker, 1988].

CHAPITRE II

Les différents modeles du fluage

II-1 Introduction :

L'origine de fluage du béton est encore mal connue. Ceci est notamment lié au fait que les phénomènes qui peuvent être à l'origine du fluage sont situés à une échelle beaucoup plus petite que celle où l'on observe leurs effets en termes de déformations différées. Sans doute, cette situation d'ignorance de fluage et de leurs différences en termes d'amplitude et cinétique est à l'origine de nombre des modèles réglementaires de fluage.

Ces modèles tentent de reproduire le comportement du béton relatif au fluage comme le cas des modèles réglementaires pour les cas classiques des structures en béton (Eurocode 2, ACI 209, B₃, etc...). Lorsque les bâtiments sont particulièrement sensibles aux processus différés (Barrage, ouvrage de grande portée, ponts etc...), une modélisation plus précise des phénomènes est nécessaire par le biais de modèles incrémentaux de type rhéologiques (solide de MAXWELL, par exemple) programmés dans un code de calcul par élément finis.

II-2 Modélisation du fluage :

La déformation totale du béton en fonction du temps $\xi(t)$ est composée d'une déformation sous charge $\varepsilon_c(t)$ (instantané et de fluage) et des déformations indépendantes du chargement $\varepsilon_0(t)$ (dues au retrait, par exemples) (eq .2.1).

$$\xi(t) = \varepsilon_c(t) + \varepsilon_0(t) \quad (2.1)$$

La déformation sous charge $\varepsilon_c(t)$ est définie par Stieljes qui introduit la fonction de fluage $J(t, t')$ appelée aussi complaisance (*compliance fuction*) ou noyau de fluage (eq 2.2)[7].

$$\varepsilon_c(t) = \xi(t) - \varepsilon_0(t) = \int_0^t J(t, \tau) d\sigma(\tau) \quad (2.2)$$

En s'appuyant sur le principe de superposition, l'intégrale de Stieljes est simplifiée .On obtient une relation de proportionnalité pour le calcul de déformation sous charge $\varepsilon_c(t)$ (eq.2.3) valable en considérant les contraintes dans le domaine linéaire de comportement du béton [7]. Cette relation est retenue dans la plupart des modèles réglementaire de fluage qui proposent différentes fonctions de fluage $J(t, t') \sigma(t)$.

$$\varepsilon_c(t) = J(t, t') \sigma(t) \quad (2.3)$$

La fonction de fluage $J(t, t')$ ne traduit pas tous les mécanismes internes de la microstructure du béton .Néanmoins, elle dépend de paramètres intrinsèques (composition de béton, ratio E/C, dosage en ciment, taille des granulats, etc...) et extrinsèques (température,

teneur en eau, âge de chargement, etc...) [28]. L'approche de la déformation sous charge $\epsilon_c(t)$ est donc approximative, mais inévitable. En effet, il paraît impossible de modéliser à l'échelle de la matière telle que nous pouvons la décrire réellement en représentant toutes ses phases (ciment, granulat, eau, etc...) et leur processus d'interaction (sorption, dislocation, etc...). De plus les chargements reçus sont bien plus aléatoires que la schématisation qui est faite du chargement par fluage (figure 2.1). Si nous pouvions reproduire avec des outils performants, l'ensemble des actions mécaniques, hydriques et thermiques, dans ce cas, nous pourrions reproduire les comportements avec exactitude [37]. Cette échelle de précision ne peut être atteinte à ce jour.

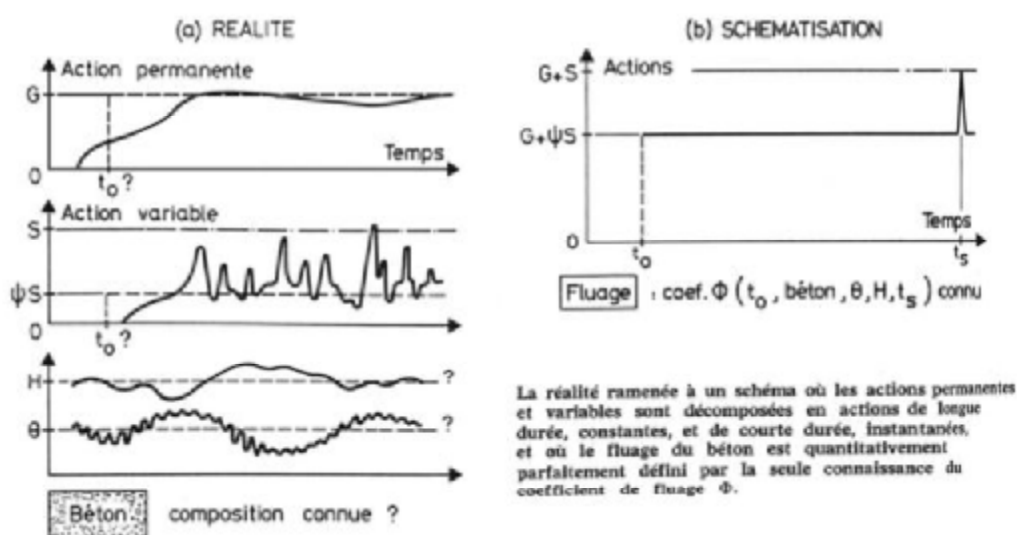


Figure 2.1 : Réalité et modèle (Fouré, 1978) [38].

II. 3- Définitions et méthodes de calcul:

La présentation des modèles de fluage débute par la définition des relations constitutives générales. La déformation de fluage $\epsilon_{ft}(t)$ est extraite de la déformation sous charge $\epsilon_c(t)$ compte tenu d'une décomposition de l'expression de la complaisance $J(t, t')$. Elle est alors déterminée soit à partir du terme de fluage spécifique $C(t, t')$ (eq.2.4), soit à partir de l'expression du noyau de fluage $\phi(t, t')$ ou $\Phi(t, t')$ (eq.2.6). Les paramètres temporels t et t' représentent respectivement l'âge du béton à l'application du chargement et la date à l'instant de la mesure de la déformation.

-Fluage spécifique $C(t, t')$ (Compliance Creep) :

$$J(t, t') = \frac{1}{E(t')} - C(t, t') \quad (2.4)$$

$$\epsilon_{fl}(t) = C(t, t') \sigma(t) \quad (2.5)$$

-Noyau ou coefficient de fluage $\phi(t, t')$ (Creep Coefficient) :

$$J(t, t') = \frac{1}{E(t')} (1 + \phi(t, t')) \quad (2.6)$$

$$\text{Ou : } J(t, t') = \frac{1}{E(t')} + \frac{\Phi(t, t')}{E_{i28}} \quad (2.7)$$

$$\epsilon_{fl}(t) = \frac{\phi(t, t')}{E(t')} \sigma(t) \quad (2.8)$$

$$\text{ou : } \epsilon_{fl}(t) = \frac{\Phi(t, t')}{E_{i28}} \sigma(t) \quad (2.9)$$

La présentation de plusieurs modèles réglementaires de fluage met en évidence diverses fonctions de complaisance :

Pour les modèles Eurocode 2 et BPEL 91 :

$$J(t, t') = \frac{1}{E(t')} + \frac{\Phi(t, t')}{E_{i28}} \quad (2.10)$$

Pour le modèle ACI 209 :

$$J(t, t') = \frac{1}{E(t')} (1 + \phi(t, t')) \quad (2.11)$$

Pour le modèle B3 :

$$J(t, t') = q_1 + C_o(t, t') + C_d(t, t', t_0) \quad (2.12)$$

Avec : q_1 ; la fonction de complaisance instantanée,

$C_o(t, t')$; la fonction de complaisance de fluage propre,

$C_d(t, t', t_0)$; la fonction de complaisance de dessiccation.

$C_d(t, t', t_0)$, la fonction de complaisance de dessiccation.

Remarque : le fluage spécifique $C(t, t')$ est plus adéquat que le coefficient de fluage $\phi(t, t')$. Les relations (2.11 & 2.14) montre une dépendance à un module de raideur constant $E(t')$ ou E_{i28} alors que celui-ci évolue, en particulier, à court terme avec des valeurs de fluage

significatives et conduisent à une perte de raideur du module. L'expression du fluage spécifique $C(t, t')$ et celle de la complaisance $J(t, t')$ sont donc mieux adaptées pour la considération du module de raideur.

$$\varphi(t, t') = E(t') J(t, t') - 1 \quad (2.13)$$

$$\text{Ou } \varphi(t, t') = E_{i28} J(t, t') - 1 \quad (2.14)$$

II.3.1- Les modèles réglementaires :

Parmi les multiples modèles réglementaires de prédiction du fluage, les plus pertinents et les plus couramment employés sont présentés en précisant leur possibilité de représentation de la phénoménologie. Ils s'accompagnent généralement d'une définition pour la déformation de retrait ϵ_{sh} compte tenu de la simultanéité des processus de fluage et de retrait. La déformation sous charge $\epsilon_c(t)$ (y compris de fluage) (éq.2.15) se limite généralement à une description globale de la cinétique de déformation linéaire. Par conséquent, ces modèles réglementaires ne sont pas adaptés à la modélisation des mécanismes de la cinétique ultime de fluage tertiaire [39]. Ils ne permettent pas la considération des mécanismes micro-structurels dépendant des contraintes internes, de l'état d'humidité relative ou de la micro-fissuration localisée.

II.3.2-Définitions des paramètres communs aux modèles de fluage et de recouvrance :

t = temps au moment de l'observation.

t' = temps à l'application du chargement.

t'' = temps au déchargement, au début de la recouvrance.

t_0 = temps au début du retrait (ou date de fin de cure),

$\epsilon(t)$ = déformation totale au temps t ,

$\epsilon_c(t)$ = déformation sous charge (instantanée et de fluage) au temps t ,

$\epsilon_{fl}(t)$ = déformation totale de fluage au temps t ,

$\epsilon_e(t)$ = déformation instantanée au chargement,

$\epsilon_{sh}(t)$ = déformation de retrait au temps t ,

$\epsilon_{sh\infty}(t)$ = déformation de retrait ultime,

$\sigma(t)$ = contrainte appliquée au temps

$J(t, t')$ – fonction de fluage,

$J(t, t', t'')$ – fonction de recouvrance.

$C(t, t')$ – complaisance de fluage ou fluage spécifique.

$\varphi(t, t')$ – coefficient de fluage défini en fonction de $E(t')$.

$\Phi(t, t')$ – coefficient de fluage défini en fonction de $E(28)$.

$E(t) = E_i(t)$ = module de raideur élastique au temps t ,

$E(28) = E_{i28}(t)$ = module de raideur élastique à 28 jours d'âge du béton,

$\bar{f}_c(t)$ = résistance caractéristique moyenne au temps t ,

$\bar{f}_c(t) = \bar{f}_{c28}(t)$ = résistance caractéristique moyenne à 28 jours,

$f_c(t)$ = résistance de calcul,

$\Delta T(t)$ – variation de température avec valeur de référence au temps t ,

α – coefficient d'expansion thermique,

RH = Humidité relative du milieu ambiant (Ex : RH +60),

h = Humidité relative du milieu ambiant (Ex : h =60)

La déformation sous charge $\varepsilon_c(t)$ est défini à partir de la fonction de complaisance $J(t, t')$ proportionnellement à la contrainte appliquée $\sigma(t)$ suivant le principe de superposition (éq.2.15) valable pour le domaine linéaire de comportement.

$$\varepsilon_c(t) = J(t, t') \sigma(t) \quad (2.15)$$

II.3.3-Le modèle de fluage Eurocode 2

Le modèle Eurocode 2 Européen est réglementairement, le code de calcul à appliquer à tout élément en béton plein ou armé dans des conditions d'états limites de service en France (Norme NF P18-711-A, 1992). Pour les structures courantes, la vérification des déformations déléérées de fluage et de retrait ne semble pas toujours nécessaire. A l'inverse, lorsqu'il s'agit de structures particulièrement sensibles aux mécanismes différés, ces règles de calcul ne semblent pas toujours suffisantes (Article 2.5.1.5, AFNOR 2, 1992) [40].

✓ **Limites d'application du modèle**

$$12/15 \text{ MPa} \leq f_c \leq 50/60 \text{ MPa}$$

$$6 \leq 45\% \times f_c$$

$$40\% \leq RH \leq 100\%$$

Durée minimale de cure de béton = $t_0 \geq 0.5$ jours.

Température moyenne : $T = 10$ à 20°C .

Fonction de fluage :

La déformation sous charge $\epsilon_c(t)$ (éq.2.15) est obtenue en ajoutant la déformation élastique instantanée à l'âge t' du béton $\epsilon_e(t)$ (éq.2.17) et la déformation différée de fluage $\epsilon_{fl}(t)$ (éq.2.18).

$$J(t, t') = \frac{1}{E_i(t')} + \frac{\Phi(t, t')}{E_{i28}} \tag{2.16}$$

$$\epsilon_e(t) = \frac{\sigma(t)}{E_i(t)} \tag{2.17}$$

Où $E_i(t')$ est la raideur tangente instantanée à l'âge t' du béton au chargement.

$$E_i(t') = 9975 \sqrt[3]{f_{cj}(t')} \quad , \quad f_{cj}(t') = \bar{f}_c e^s \left(1 - \sqrt{\frac{28}{t'}}\right) \tag{2.18}$$

Avec :

$$S = \begin{cases} 0.38 \text{ pour le ciment à prise lente} \\ 0.25 \text{ pour le ciment à prise normale ou rapide} \\ 0.20 \text{ pour le ciment à prise rapide} \end{cases} \tag{2.19}$$

\bar{f}_c : Résistance moyenne de caractérisation du béton à 28 jours.

Déformation de fluage :

La déformation de fluage $\epsilon_{fl}(t)$ est obtenue en fonction du coefficient de fluage $\Phi(t, t')$; la raideur tangente demeurant constante et égale à la valeur conventionnelle à 28 jours du béton E_{i28} .

$$\epsilon_{fl} = \frac{\Phi(t, t')}{E_{i28}} \sigma(t) \tag{2.20}$$

Le coefficient de fluage $\phi(t, t')$ (éq.2.21) est calculé à partir d'un coefficient de fluage fictif ϕ_o (éq.2.22) et d'une fonction d'évolution $\beta_c(t-t')$ quantifiant l'amplitude de la déformation en fonction de la durée du chargement (éq.2.28).

$$\phi(t, t') = \phi_o \times \beta_c(t-t') \quad (2.21)$$

$$\phi_o = \phi_{RH} \times \beta(\bar{f}_c) \times \beta(t') \quad (2.22)$$

ϕ_{RH} : Facteur qui tient compte de l'humidité relative en fonction du rayon moyen de la pièce h_0 (mm) qui est calculé par le rapport de section transversale (A_c) sur le périmètre en contact avec l'air ambiant (U).

$$\text{-pour un cylindre le rayon moyen : } h_0 = \frac{2\pi r^2}{2\pi r} \quad (2.23(a))$$

$$\text{-pour un rectangle : } h_0 = 2 \frac{A_c}{u} \quad (\text{mm}) \quad (2.23(b))$$

$$\phi_{RH} = \left[1 + \frac{1-RH/100}{0.1 \times \sqrt[3]{h_0}} \right] \quad \text{pour } f_c \leq 35 \text{ MPa} \quad (2.24)$$

$$\phi_{RH} = \left[1 + \frac{1-RH/100}{0.1 \times \sqrt[3]{h_0}} \times \alpha_1 \right] \times \alpha_2 \quad \text{pour } f_c > 35 \text{ MPa} \quad (2.25)$$

α_1 Et α_2 sont des coefficients en fonction de la résistance du béton.

$$\alpha_1 = \left[\frac{35}{\bar{f}_c} \right]^{0.7}, \quad \alpha_2 = \left[\frac{35}{\bar{f}_c} \right]^{0.2} \quad (2.26)$$

$\beta(\bar{f}_c)$ et $\beta(t')$ sont liés respectivement à (\bar{f}_c) à l'âge de béton au moment du chargement t' .

$$\beta(\bar{f}_c) = \frac{16.8}{\sqrt{\bar{f}_c}}, \quad \beta(t') = \frac{1}{0.1 + (t')^{0.20}} \quad (2.27)$$

$$\beta_c(t, t') = \left[\frac{(t-t')}{\beta_H + (t-t')} \right]^{0.3} \quad (2.28)$$

$\beta_c(t, t')$: Fonction qui quantifie l'amplitude de la déformation en fonction de la durée de chargement $(t-t')$.

Déformation de retrait :

La déformation de retrait ϵ_{sh} est initiée à la fin de la cure au temps t_0 (éq.2.29).son expression s'appuie sur la valeur d'un retrait fictif ϵ_{cso} paramétré par la résistance du béton et l'état d'humidité relative du milieu ambiant (RH) (éq.2.30). Elle varie compte tenu de l'évolution du retrait au cours du temps $\beta_c(t, t')$ (éq.2.28).

$$\epsilon_{sh}(t) = \epsilon_{cso} \times \beta_s(t, t_0) \quad (2.29)$$

$$\epsilon_{cso} = \epsilon_s \times (f_c) \times \beta_{RH} \quad (2.30)$$

II.3.4 - Le modèle de fluage ACI 209 (1992) :

Le modèle ACI 209(ACI COMMITTEE 209-95, 1992) [41] l'avantage d'être simple, facile d'utilisation avec peu de limites d'application. Même si dans les cas courants de structures (comportement classique du béton ordinaire), il semble fournir une bonne allure de la déformation de fluage avec peu de paramètres, il ne couvre pas l'ensemble de la phénoménologie [42]. Par exemple, la représentation des déformations de fluage pour des températures extrême ou émises dans des conditions hygrométriques particulières, ne peut pas toujours rendre compte du comportement (Bazant, 1988).

De par sa simplicité et le peu de paramètres dont il dépend et aussi, dans l'optique de reproduire un effet de fluage "courant" sur le comportement de la structure, ce modèle a donc été retenu.

✓ Limites d'application de modèle :

40 % \leq HR \leq 100 % (HR = humidité relative environnementale)

Type de ciment ASTM 1 ou 3.

Durée minimale de la cure du béton $t_0 \geq 1$ jour.

Fonction de fluage J(t, t') :

La fonction sous charge $\epsilon_c(t)$ (éq.2.15) est déterminée à partir de la fonction de complaisance J(t, t') incluant une part de la déformation instantanée et une part de déformation différée ; toutes les deux sont relatives à la raideur instantané E (t') à l'instant t' de chargement (éq.2.35). Cette dernière évolue en fonction du coefficient de fluage $\phi(t, t')$

(eq.2.33) qui dépend de l'intervalle de temps $(t - t')$ et du coefficient de fluage à l'infini $\varphi(t, t')$ (fonction de t').

$$J(t, t') = \frac{1}{E(t')} \times (1 + \varphi(t, t')) \tag{2.31}$$

Déformation de fluage :

Déformation de fluage $\varepsilon_{fl}(t)$ (eq.2.32) est déterminée à partir du coefficient de fluage $\varphi(t, t')$ (eq.2.33).

$$\varepsilon_{fl} = \frac{\sigma(t)}{E(t')} \times \varphi(t, t') \tag{2.32}$$

$$\varphi(t, t') = \frac{(t-t')^{0.6}}{10 + (t-t')^{0.6}} \varphi_{\infty}(t') \tag{2.33}$$

Le coefficient de fluage ultime $\varphi_{\infty}(t')$ est fonction de six paramètres du matériau :

$$k_1^c(t'), k_2^c(t'), k_3^c(t'), k_4^c(t'), k_5^c(t'), k_6^c(t'),$$

$$\varphi_{\infty}(t') = 2.35 k_1^c k_2^c k_3^c k_4^c k_5^c k_6^c \tag{2.34}$$

La valeur de la raideur élastique $E(t')$ à l'instant de chargement (t') est calculée à partir du module de raideur à 28 jours $E(28)$ et deux paramètres α et β , dépendant de classe du ciment portland et du type de cure.

$$E(t') = E(28) \left(\frac{t'}{\alpha + \beta(t')} \right)^{1/2} \tag{2.35}$$

La raideur élastique à 28 jours (eq.2.35) est estimée en fonction de la résistance à 28 jours f_c . Cette résistance moyenne est calculée soit par la résistance de calcul f_c' , soit par des essais de caractérisation f_{c28} .

$$E(28) = 4735 \sqrt{\bar{f}_c} \tag{2.36}$$

$$\bar{f}_c = f_{c28} = f'_c + 8.274 \tag{2.37}$$

La fonction de complaisance suit alors approximativement la relation (2.38).

$$J(t, t') = \frac{1}{E(28)} \times \sqrt{\frac{4 + 0.85 \times t'}{t'}} \times (1 + 2.35 \times (t')^{-0.118} \times \frac{(t-t')^{0.6}}{10 + (t-t')^{0.6}}) \tag{2.38}$$

Déformation de retrait :

La déformation de retrait $\epsilon_{sh}(t)$ au temps t est paramétrée par la date de fin de cure du béton t_0 par la déformation de retrait ultime $\epsilon_{s\infty}$ et par trois paramètres relatifs à humidité relative environnementale (b et K_1^S) et aux dimensions de l'élément (K_2^S) (éq.2.39).

$$\epsilon_{sh}(t) = \frac{(t-t_0)}{b=(t-t_0)} K_1^S K_2^S \epsilon_{s\infty} \quad (2.39)$$

II.3.5 Le modèle de fluage B3 (1998) :

Le modèle B3 s'appuie sur les travaux de **Bazant & Prasannan (1989)** constitués de la "Solidification theory" (pour la modélisation des mécanismes de fluage produit à long terme).

Il fait suite au modèle **ACI 209**.

✓ Limite d'application du modèle :

$$17 \text{ MPa} \leq \bar{f}_c \leq 70 \text{ MPa}$$

$$\sigma \leq 45\% \times \bar{f}_c$$

$$160 \text{ Kg/m}^3 \leq c \leq 720 \text{ Kg/m}^3$$

$$0.35 \leq \omega \leq 0.85$$

$$2.5 \leq a/c \leq 13.5$$

La déformation totale du béton $\epsilon(t)$ au temps t se présente suivant une partition de trois déformations respectivement issues d'une charge mécanique $\epsilon_c(t)$, de contraintes, de retrait $\epsilon_{sh}(t)$ et de variation de température $\Delta T(t)$ (éq.2.40).

$$\epsilon(t) = \epsilon_c(t) + \epsilon_{sh}(t) + \alpha \Delta T(T) \quad (2.40)$$

Fonction de fluage $J(t, t')$:

La déformation sous charge $\epsilon_c(t)$ (éq.2.15) est définie par une succession de trois déformations (instantanée, de fluage propre et de fluage de dessiccation) compte tenu de la partition de la complaisance $J(t, t')$ (éq.2.41) dont le premier terme (q_1) correspond à la part de déformation instantanée(2.42) .Les termes de fluage spécifique $c_0(t, t')$ et $c_d(t, t', t_0)$ sont réservés à la description du fluage propre (éq.2.44) et de fluage de dessiccation (éq.2.56).

$$J(t, t') = q_1 + C_0(t, t') + C_d(t, t', t_0) \quad (2.41)$$

$$q_1 = \frac{0.6 \times 10^6}{E(28)} \quad (2.42)$$

Avec $E(28)$, le module d'élasticité à 28 jours d'âge du béton (en MPa) estimé de manière identique au modèle **ACI 209** (éq.2.35).

Déformation de fluage :

La déformation de fluage ε_{fl} est particulièrement détaillée dans ce modèle car celui-ci distingue la complaisance de fluage propre de celle de dessiccation.

$$\varepsilon_{fl} = [c_0(t, t') + c_d(t, t', t_0)] \sigma(t) \quad (2.43)$$

La complaisance de fluage propre $c_0(t, t')$, est déterminée en intégrant la relation de sa vitesse $\dot{c}_0(t, t')$. Elle dépend du temps t' à l'instant de chargement et du temps t au moment de l'observation. Elle intègre cinq paramètres (m, n) et (q_2, q_3, q_4) caractérisant la composition du béton. Elle est reliée également à une fonction $Q(t, t')$ qu'il est possible d'approcher numériquement par des expressions simplifiées suivant de conditions sur les temps t et t' (Bazant & Prasannan, 1989).

$$C_0(t, t') = \frac{n(q_2 t^m + q_3)}{(t-t') + (t-t')^{1-n} + \frac{q_4}{t}} \quad (2.44)$$

Où : $m=0.5$ et $n=0.1$ pour les bétons de résistance ordinaire (BO).

$$C_0(t, t') = q_2 Q(t, t') - q_3 \ln [1 + (t - t')^n] + q_4 \ln \frac{t}{t'} \quad (2.45)$$

$$q_2 = 185.4 \times \sqrt{c} \times (\bar{f}_c)^{-0.9} \quad (x(\text{MPa})^{-1}) \quad (2.46)$$

Avec : C en Kg/m^3 et \bar{f}_c en MPa .

$$q_3 = 0.29 \times (\omega/c)^4 \times q_2 \quad (x(\text{MPa})^{-1}) \quad (2.47)$$

$$q_4 = 20.3 \times (a/c)^{-0.7} \quad (x(\text{MPa})^{-1}) \quad (2.48)$$

Les conditions sur les paramètres temps sont :

$$1 \text{ jour} \leq t' \leq 10000 \text{ jours} \quad (2.49)$$

$$0.01 \text{ Jour} \leq t - t' \leq 10000 \text{ jours} \quad (2.50)$$

$$Q(t, t') = Q_f(t) \left[1 + \left(\frac{Q_f(t)}{Z(t, t')} \right)^{r(t')} \right]^{-2/r(t')} \quad (2.51)$$

$$\text{Avec : } r(t') = 1.7 (t')^{0.12} + 8 \quad (2.52)$$

$$Z(t, t') = (t')^{-m} \ln [1 + (t - t')^n] \quad (2.53)$$

$$Q_f(t) = [0.086 (t')^{2/9} + 1.12 (t')^{4/9}]^{-1} \quad (2.54)$$

Le terme de complaisance $C_d(t, t', t_0)$ quantifie les variations hydriques dans l'élément (retrait, séchage, etc..) initiant les déformations de fluage par dessiccation. Il est fonction de la taille effective de l'élément (D), de l'humidité relative (HR), ou encore de la date de fin de cure t_0 , (date à laquelle débute le retrait du béton).

$$\Delta t \geq t_0 \quad (2.55)$$

$$C_d(t, t', t_0) = q_5 [\exp \{-8 H(t)\} - \exp \{8H(t')\}]^{1/2} \quad (2.56)$$

En parallèle, la fonction $H(t)$ traduit l'évolution de la déformation de fluage par dessiccation au cours du temps concomitante avec celle du retrait en fonction de l'humidité relative environnante (h) (exprimée en valeur relative, par exemple HR=60% = $h = 0.60$ (éq.2.57).

$$H(t) = 1 - S(t, t_0) \times (1-h) \quad (2.57)$$

Avec la fonction d'évolution $S(t, t_0)$:

$$S(t, t_0) = \tanh \sqrt{\frac{t-t_0}{\tau_{sh}}} \quad (2.58)$$

Déformation de retrait :

La déformation de retrait $\epsilon_{sh}(t)$ est définie au temps de la date de fin de cure t_0 (éq 2.59). Elle possède une valeur asymptotique de déformation de retrait $\epsilon_{sh\infty}$ (éq2 .60) et dépend d'un facteur K_h fonction de l'humidité relative ambiante h (éq.2.61).

$$\epsilon_{sh}(t, t_0) = \epsilon_{sh\infty} \times K_h \times S(t, t_0) \tag{2.59}$$

$$\epsilon_{sh\infty} = \epsilon_{sm} \frac{E(607)}{E(t_0, \tau_{sh})} \quad (\times 10^6) \tag{2.60}$$

$$K_h \begin{cases} 1 - h^3 & \text{pour } h \leq 0.98 \\ -0.2 & \text{pour } h = 1.00 \text{ (béton immergé)} \\ \text{interpolation linéaire} & \text{pour } 0.98 < h \leq 1.00 \end{cases} \tag{2.61}$$

Remarque : Les paramètres de composition du modèle B3 ne valent que pour des bétons de ciment portland traditionnels. Pour des bétons spéciaux (avec fumée de silice, pouzzolane, adjuvants ou fibres), les paramètres de compositions doivent être déduits d'essais spécifiques. Des coefficients d'incertitude sont donnés pour les paramètres de composition. L'humidité relative et la valeur finale du retrait, ce qui autorise une analyse probabiliste. Le modèle est ouvert à la prise en compte d'effets de température et d'humidité variable.

II.3.6-Le modèle de fluage BPEL91 (1999) :

Le modèle de fluage **BPEL91 (Règles BPEL91, 1999)** s'applique aux structures en béton précontraint où les déformations de fluage sont particulièrement défavorables. Pour obtenir la totalité des déformations différées, les déformations sous charge $\epsilon_c(t)$ et de retrait $\epsilon_{sh}(t)$ sont simplement additionnées. Les cas de déchargements peuvent également être considérés (Règles BPEL91, 1999).

Fonction de fluage J(t, t') :

En ajoutant la part de déformation instantanée à celle de fluage, on détermine la déformation sous charge $\epsilon_c(t)$ du béton. Cette partition est définie dans la relation de la complaisance $J(t, t')$ (éq.62).

$$J(t, t') = \frac{1}{E_i(t')} + \frac{\phi(t, t')}{E_{i28}} \tag{2.62}$$

La déformation instantanée $\varepsilon_e(t)$ (éq.2.63) dépend de la raideur instantanée $E_i(t)$ du béton à l'instant de chargement (éq.2.64).

$$\varepsilon_e(t) = \frac{\sigma(t)}{E_i(t)} \quad (2.63)$$

$$E_i(t') = 11000 \sqrt[3]{f_{cj}(t')} \quad (2.64)$$

Déformation de fluage :

La déformation de fluage $\varepsilon_{fl}(t)$ est calculée sur la base de la déformation instantanée à 28 jours conventionnelle ε_{ic} et évolue en fonction de fluage $\phi(t, t')$.

$$\varepsilon_{fl}(t) = \varepsilon_{ic} \phi(t, t') \quad (2.65)$$

$$\varepsilon_{ic} = \frac{\sigma(t)}{E_{i28}} \quad (2.66)$$

Le coefficient de fluage $\phi(t, t')$ est déterminé par deux termes $K_{fl}(t')$ qui modifie la réponse en fonction de l'âge t' du béton au chargement (éq.2.67) et la fonction de fluage $f(t - t')$ qui mesure l'amplitude de la déformation en fonction du temps de chargement $(t - t')$ (éq.2.69).

$$\phi(t, t') = K_{fl}(t') f(t - t') \quad (2.67)$$

$$K_{fl}(t') = K_s [K_e + K_e \times K(t')] \quad (2.68)$$

$$f(t - t') = \frac{(t - t')^{1/2}}{(t - t')^{1/2} + 5\sqrt{r_m}} \quad (2.69)$$

Le coefficient de module de raideur tangent conventionnel à 28 jours du béton et r_m est le rayon moyen de l'élément de béton (en cm).

Déformation de retrait :

La déformation de retrait $\varepsilon_{sh}(t, t')$ (éq.2.70) est reliée à la loi $r(t)$ d'évolution de teneur hydrique sur la section de l'élément (éq.2.71). Elle admet un retrait ultime $\varepsilon_{sh\infty}$ dépendant des conditions hydriques et thermiques ε_B et d'un facteur K_s .

$$\varepsilon_{sh}(t, t') = [r(t) - r(t')] \varepsilon_{sh\infty} \quad (2.70)$$

$$r(t) = \frac{t}{t + 9r_m} \quad (2.71)$$

$$\varepsilon_{sh\infty} = \varepsilon_B \times K_S \quad (2.72)$$

II.3.7- Le modèle de fluage CEB FIP MC 90) :

En 1990, le modèle du comité Européen du béton (CEB) et de la Fédération Internationale de la Précontrainte (FIP) (CEB, MC-90) fait suite au CEB-78 créée en 1978(Bazant, 1988). Il constitue un modèle de fluage pour le calcul des structures en béton.

Fonction de fluage $J(t, t')$ dépend de l'âge du béton au chargement t' et de la durée d'application de chargement $(t-t')$. Elle considère également le vieillissement du matériau avec l'introduction du module de raideur $E_c(t')$ en fonction de l'âge du béton t' (éq.2.73).

$$J(t, t') = \frac{1}{E_c(t')} + C(t, t') \quad (2.73)$$

$$C(t, t') = \frac{\phi_{CEB}(t, t')}{E_c(28)} \quad (2.74)$$

La mise en évidence d'un coefficient de fluage $\phi_{CEB}(t, t')$ dans la définition de la complaisance de fluage $C(t, t')$ (éq.2.76) nous amène à sa relation qui décrit l'influence des processus de diffusion hydrique concomitants avec ceux de fluage (éq.2.75).

$$\phi_{CEB}(t, t') = \psi \varphi_{RH} \left(\frac{16.8}{f_c^{1/2}} \right) \times \frac{1}{0.1 + (t_0)^{0.2}} \left(\frac{t-t'}{t-t'+\beta_H} \right)^{0.3} \quad (2.75)$$

Remarque1_: Le paramètre ψ est introduit par **Yue & Taerwe (1993)** pour un calage sur des courbes expérimentales de fluage. Il permet de palier aux surestimations du modèle vis-à-vis des déformations de fluage par manque de paramètres concernant le matériau ($0.6 \leq \psi \leq 0.9$). Cet ajustement demeure empirique et ne résout par le manque de précision du modèle vis-à-vis de la représentation des mécanismes de fluage en particulier au jeune âge. A court terme et à long terme, la prédiction du fluage demeure aussi approximative.

$$C(t, t') = \psi \frac{\varphi_{RH}}{E_c(28)} \left(\frac{16.8}{f_c^{1/2}} \right) \times \frac{1}{0.1 + (t_0)^{0.2}} \left(\frac{t-t'}{t-t'+\beta_H} \right)^{0.3} \quad (2.76)$$

$$\varphi_{rh} = 1 + \frac{1 - (RH/100)}{0.1 (h_0)^{0.3}} \quad (2.77)$$

$$\beta_h = 1.5 [(0.012 RH)^{18}] \times h_0 + 250 \leq 1500 \text{ jours} \quad (2.78)$$

h_0 correspond au rayon moyen de séchage de la structure. Cette définition est analogue à celle fournie par Eurocode 2 (2.23). En introduisant les processus hydriques dans la formulation, la partition des déformations de fluage propre et de dessiccation n'est cependant pas possible avec ce modèle [42].

Remarque 2 . Le modèle MC 90 n'est pas applicable pour les bétons légers et les conditions climatiques très sèche sont exclues, toutes les variables de composition du béton ont été volontairement condensées dans la résistance à la compression f_{c28} . C'est aussi sa faiblesse : en présence de dessiccation, il n'est probablement pas possible de réduire la variabilité de prévision d'un modèle sans tenir compte de façon plus détaillée de la composition du béton.

II.3.8- Le modèle de fluage BP-KX (1991) :

D'une part, le modèle BP-KX développé par Bazant & Kim (1991) possède l'avantage de couvrir une large plage d'observation de déformations différées avec plus de trois cents séries de données [42]. D'autre part, il est difficilement accessible dans le cadre d'un dimensionnement réglementaire de par sa complexité et les multiples paramètres de caractérisation requis. Cette limitation est aussi valable dans le cas du modèle B3 qui est une forme simplifiée du modèle BP-KX.

II.3.9-Le modèle de fluage d'Espion & Halleux (1991) :

La formulation de complaisance $J(t, t')$ proposée par Espion & Halleux (éq.2.79) résulte d'essais précise de fluage sur éprouvettes de béton [42]. Elle dépende de l'âge du béton à l'instant de chargement t' et de la durée du maintien du chargement $(t-t')$ et conduit à la déformation sous charge $\varepsilon_c(t)$ (éq.2.15). Ses coefficients empiriques sont issus de la corrélation des courbes de déformation de fluage. Par conséquent, cette fonction ne peut pas s'étendre à d'autres matériaux que ceux choisis dans ces essais et pour d'autres conditions.

Fonction de fluage $J(t, t')$:

$$J(t, t') = \frac{1}{2600} \times \left(1 + 2.867 \times (t)^{-118} \times \frac{(t-t')^{0.6}}{15 + (t-t')^{0.6}} \right) \quad (2.79)$$

Les résultats complémentaires de retrait (nécessaires pour la déformation totale) n'ont pas été recensés et il n'est donc pas possible de fournir une évolution de la déformation de retrait pour ce modèle. On aperçoit que ce type de modèle empirique est pauvre et ne peut être retenu uniquement pour la modélisation des essais menés par Espion & Halleux.

II.3.10-Le modèle de recouvrance (Yue & Taerwe, 1993) :

Les formulations pour l'évolution des déformations différées à la recouvrance sont très rares. Généralement, la complaisance $J(t, t')$ est retenue pour modéliser le comportement à la recouvrance en conservant le principe de calcul par superposition. Néanmoins, l'estimation des déformations par cette méthode engendre une réversibilité plus grande des déformations par rapport aux valeurs expérimentales (figure 2.1). C'est pourquoi, certains travaux se sont orientés vers la recherche de complaisance $J_{cr}(t, t', t'')$ pour la recouvrance ou retour de fluage). Récemment, Yue & Taerwe (1993) ont retenu une formulation qui introduit le temps t'' au déchargement (partiel ou total). Cette considération engendre de nouveaux paramètres tels que le modèle de raideur $E_c(t'')$ au temps t'' . Une fonction d'évolution $\beta_{cr}(t, t', t'')$ pour la cinétique du retour de fluage est également introduite. Enfin, la durée de maintien de la charge avant déchargement est prise en compte par une fonction $\alpha(t'' - t')$ et sert à l'estimation de la réversibilité des déformations de fluage (terme $\phi(t', t'')$) [33].

$$J_{cr}(t, t', t'') = \frac{1}{E_c(t'')} + \frac{1}{E_c(28)} \phi_{cr}(t', t'') \beta_{cr}(t, t', t'') \tag{2.80}$$

$$\phi_{cr}(t', t'') = \frac{0.35}{[\alpha(t'' - t')]^{1/2}} \tag{2.81}$$

$$\beta_{cr}(t, t', t'') = \left(\frac{t - t''}{t - t'' + 300 \times \alpha(t'' - t')} \right)^{0.24} \tag{2.82}$$

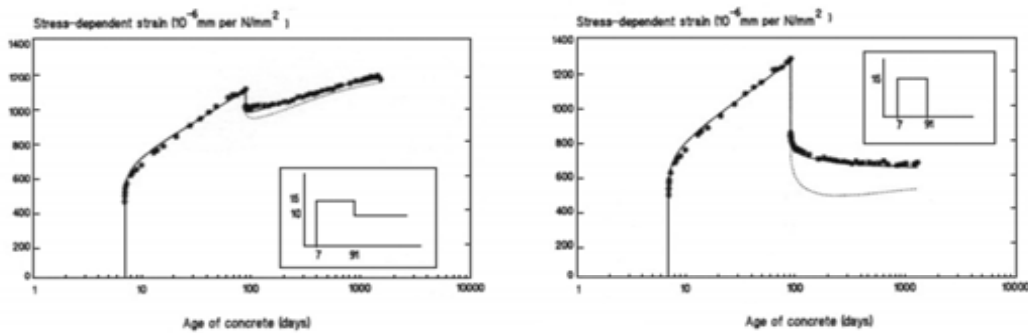


Figure 2.2 : Comparaison des résultats de modélisation par emploi du modèle de fluage et de recouvrance au déchargement partiel et totale

II.4- Modélisation de fluage dans le domaine non -linéaire de comportement.

Au-delà du comportement linéaire du béton, les niveaux de contraintes élevés conduisent à l'endommagement du matériau. Sous charges maintenues constante dans le temps, les mécanismes différés se développent en interaction avec cet endommagement suivant des cinétiques de déformations de fluage qui diffèrent de la phase primaire du domaine linéaire.

Pour ces niveaux élevés de contraintes, la modélisation de déformations différées doit donc considérer la non-linéarité matérielle. Bazant dès 1966, propose la dépendance des caractéristiques du matériau (raideur, déformation, etc..) vis-à-vis de la contrainte de compression lorsque celle-ci dépasse le seuil du domaine linéaire de comportement du béton, soit entre 30 et 50 % de la résistance caractéristique du béton. Outre les sollicitations mécaniques, on intègre également comme source d'endommagement, les transferts hydriques qui créent sous chargement constant, des déformations de fluage de dessiccation dont les transformations irréversibles modifient la cinétique de fluage et entraînent, en supplément d'une non-linéarité, une invalidité du principe de superposition [20]. Le développement de modèles viscoélastiques non-linéaires capables de reproduire les variations de cinétiques des déformations de fluage visibles lorsque le matériau est endommagé, semble donc nécessaire pour traduire l'interaction "fluage-endommagement".

II.4.1- Le modèle Bazant & Chern (1985).

Une modélisation des déformations différées du béton dans le domaine non-linéaire est proposée par Bazant & Chern (1985). En compression, les composantes de déformations viscoélastiques $\epsilon_{ii}^{ve}(t)$ dans les directions principales sont affectées d'une fonction $f_i(\sigma_{ii}/f_c)$ qui dépend du niveau de contrainte σ_{ii} et de la résistance du béton f_c (figure 2.2). La non-linéarité des déformations viscoélastiques en cisaillement $\epsilon_{ij}^{ve}(t)$ ($i \neq j$) n'est pas considérée.

Cette fonction $f_i(\sigma_{ii}/f_c)$ s'applique lorsque la contrainte principale de compression σ_{ii} se situe dans l'intervall $0.4f_c \leq \sigma_{11} \leq 0.75 f_c$. Le tenseur des déformations viscoélastiques non linéaire (indice NL) s'écrit alors $\{\epsilon_{ij}^{ve}(t)\}_{NL}^T$ (éq.2.83) en fonction de $f_i(\sigma_{ii}/f_c)$ (éq.2.84 & 2.85).

$$\{\epsilon_{ij}^{ve}(t)\}_{NL}^T = \{\epsilon_{ii}^{ve}(t)f_i; \epsilon_{ij}^{ve}(t)\}^T \tag{2.83}$$

$$f_i = \frac{R(\sigma_{ii})}{R(0.4 \times f_c)} \quad (i = 1, 3) \quad (2.84)$$

$$R(\sigma_{ii}) = 1 + 4.4 \left\{ 1 - \left[1 - \left(\frac{\sigma_{ii}}{f_c} \right)^5 \right]^{1/2} \right\} \quad (i = 1, 3) \quad (2.85)$$

La résistance f_c introduite dans cette formulation possède la particularité d'intégrer la résistance du béton à l'âge de chargement $f'_c(t)$ et une dépendance vis-à-vis de la durée du chargement $(t - t')$.

$$f_c = f'_c(t) \{ 1 - 0.111 [\log (t - t')]^{0.432} \} \quad (2.86)$$

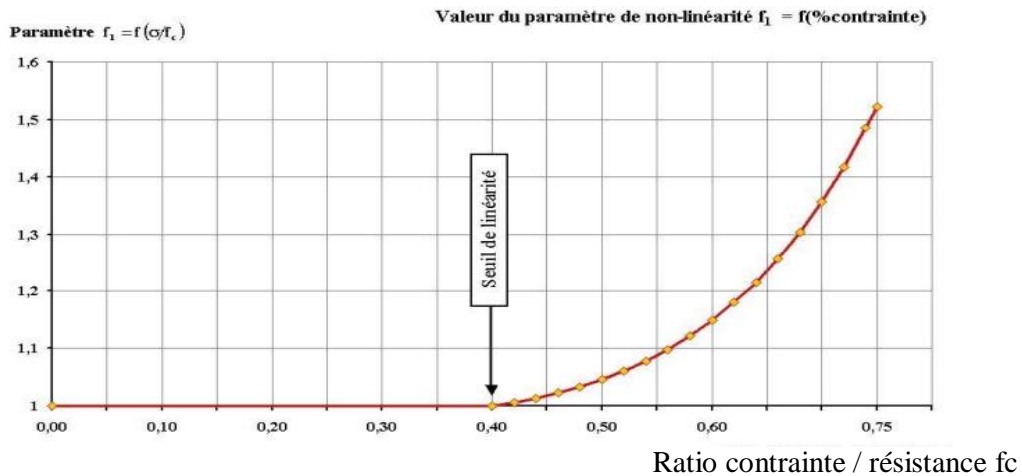


Figure 2.3 : Evolution et valeurs du paramètres de non-linéarité $f_1 = f(\sigma/f_c)$ fournies par (Bazant & Chern 1985) [44].

Ce genre de modèle ne permet pas la représentation des variations de cinétiques de fluage. La fonction f_1 n'est pas linéaire (figure 2.3) mais à charge constante, sa valeur est fixe.

II.4.2- Le modèle de Rungrojsaratis & al. (1985) :

Le modèle de Rungrojsaratis & al. (1985) associe en série un modèle élastoplastique et un modèle visco-élasto-plastique. La loi de comportement (2.80) conduit à la partition des déformations où $\epsilon^{ve}(t)$ représente la part des déformations différées du domaine linéaire et $\epsilon_p(t)$ regroupe les déformations plastiques traduisant le niveau de chargement et la progression de l'état de fissuration. L'introduction de la non-linéarité du comportement est réalisée par un coefficient d'intégrité K . Ce dernier évolue en fonction du ratio de fissures F_i

à l'application de la charge (comportement élasto-plastique) et du ratio de fissure F_d qui augmente sous charge constante (modèle visco-élasto-plastique). Ce paramètre modifie la raideur quasi-statique E_0 du matériau intégré en fonction de l'évolution de la fissuration par effets instantané et différé. La formulation incrémentale de cette loi de comportement considère l'évolution des déformations de fluage vis-à-vis de la progression de la microfissuration. Cette approche de modélisation est intéressante.

Cependant, la description de la phase de ruine par fluage n'est pas étudiée dans cette modélisation.

$$\sigma(t) = K E_0 (\varepsilon(t) - \varepsilon^{ve}(t) - \varepsilon_p(t)) \tag{2.87}$$

$$K = 1 - F_i - F_d \tag{2.88}$$

II.4.3- Le modèle de Carol & Murcia (1989) :

Le modèle proposé par Carol & Murcia (1989) cherche à reproduire les comportements liés à l'effet de vitesse de chargement ainsi que la rupture par fluage. Pour cela, il se compose d'un modèle de MAXWELL dont les paramètres de raideur $E_\mu(t)$ sont remplacés respectivement par une raideur "endommagée" $E_\mu^{tan}(t, \sigma, \varepsilon)$ proportionnellement à la variation de la raideur apparente. L'élément de béton s'endommageant accède à une raideur tangente $E^{tan}(t, \sigma, \varepsilon)$ en fonction du niveau de contrainte que l'on rapporte à la raideur initiale $E_0(t)$ (éq.2.89).

$$E_\mu^{tan}(t, \sigma, \varepsilon) = E_\mu(t) \frac{E^{tan}(t, \sigma, \varepsilon)}{E_0(t)} \tag{2.89}$$

Cette modélisation crée une évolution des paramètres du modèle de MAXWELL par l'observation macroscopique du comportement du béton soumis à l'endommagement. Si la non-linéarité matérielle est considérée, en revanche, la rupture par fluage se traduit par une raideur tangente apparente $E^{tan}(t, \sigma, \varepsilon)$ qui tend à s'annuler, il ne permet pas de décrire l'ultime cinétique de fluage tertiaire.

II.4.4- Le modèle de Bazant & Kim (1991) :

Le modèle viscoélastique non-linéaire proposé par Bazant & Kim (1991) s'appuie sur la formulation de la complaisance du modèle réglementaire B_3 (éq.2.90) par modification du terme de complaisance de fluage propre $C_0(t, t')$ (éq.2.91). Pour des contraintes du domaine non-linéaire de comportement, les déformations sous charge $\epsilon_c(t)$ sont évaluées suivant une fonction $F(\sigma)$ dépendant de l'état de contrainte $\sigma(t)$ (éq.2.92).

$$\epsilon_c(t) = J(t, t', \sigma) \sigma(t) \tag{2.90}$$

$$J(t, t', \sigma) = q_1 + F(\sigma) C_0(t, t') \tag{2.91}$$

Ce paramètre multiplicateur $F(\sigma)$ permet d'amplifier la déformation réglementaire de fluage propre mais ne permet pas un changement de cinétique lié aux processus croissant d'endommagement jusqu'à rupture. Cependant, une bonne description de la non-linéarité est obtenue pour des contraintes au-delà de 60% de la résistance ($s \geq 0.6$) (éq.2.93). En revanche, lorsque la contrainte σ tend vers le niveau de résistance ($s \rightarrow 1$), la description des déformations de fluage est incorrecte.

$$F(\sigma) = \frac{1+3s^5}{1-s^{10}} \tag{2.92}$$

$$S = \frac{\sigma}{f'_c} \tag{2.93}$$

II.4.5- Le modèle de Bazant & Jisasek (1993) :

Bazant et al (1993) proposent une modélisation de l'ouverture de fissure sous charge constante. La relation proposée (2.94) permet de relier l'ouverture de fissure $\Delta(t)$ à la complaisance $J(t, t')$ sur des poutres entaillées proposées par la RILEM (pour la détermination de l'énergie de rupture G_F). La progression $\Delta(t)$ dépend de l'épaisseur de la poutre b , de la charge appliquée $p(t')$ et de l'évolution $\delta(t')$ compte tenu de α qui est le rapport entre la dimension de l'entaille a et la hauteur totale de l'éprouvette d .

$$\Delta(t) = \frac{1}{b} \int_{t_0}^t J(t, t') d [P(t') \delta(t')] \tag{2.94}$$

Cependant, cette évolution $\Delta(t)$ n'est accessible qu'à l'échelle macroscopique pour des fissures de type "parement".

II.4 6-Le modèle de Bazant & Xi (1994) :

La « *solidification Theory* » de Bazant décompose la déformation de fluage en deux composantes (éq.2.95). Elle considère le vieillissement du matériau et l'augmentation de ses propriétés de résistance dans sa phase de solidification pour modéliser la perte d'amplitude des déformations de fluage par réduction des zones de viscosité. Le terme $\epsilon^v(t)$ représente la déformation de fluage du solide résistant $v(t)$ au temps. Le terme $\epsilon^f(t)$ en revanche, traduit l'écoulement de la matière à l'état visqueux.

$$\epsilon^{ve}(t) = \epsilon^v(t) + \epsilon^f(t) \tag{2.95}$$

La déformation viscoélastique $\epsilon^v(t)$ soumise à des contraintes élevées est déterminée en fonction de la loi d'écoulement viscoélastique $\dot{\gamma}(t)$ (de type modèle de KELVIN) de l'élément de matière solidifiée $v(t)$. La non-linéarité matérielle est prise en compte par une fonction d'amplification de la déformation, notée $F[(\sigma)]$ et définie par la relation (2.97)

$$\dot{\epsilon}^v(t) = \frac{F[(\sigma)]}{v(t)} \dot{\gamma}(t) \tag{2.96}$$

$$F[(\sigma)] = \frac{1+s^2}{1+s^{10}} \tag{2.97}$$

$$S = \frac{\sigma(t)}{f_c} \tag{2.98}$$

Où $F[(\sigma)] = 1$, si les contraintes sont comprises dans le domaine linéaire de comportement. La déformation visqueuse $\dot{\epsilon}^f(t)$ équation du modèle de NEWTON, (éq.2.99) est relative à l'état de contrainte $\sigma(t)$ et à la viscosité macroscopique apparente $\eta(t)$ au temps t qui évolue en fonction de $h(t)$ (éq.2.101) (Bazant & Prasannan, 1989). Une seconde relation (2.100) de cet écoulement visqueux est proposée. Elle intègre le volume de matière solidifiée $v(t)$ et un terme q_3 relatif à la composition du matériau (Bazant & Xi, 1994).

$$\dot{\epsilon}^f(t) = \frac{F[(\sigma)]}{\eta(t)} \sigma(t) \tag{2.99}$$

$$\dot{\epsilon}^f(t) = q_3 \frac{F[(\sigma)]}{v(t)} \sigma(t) \tag{2.100}$$

$$H(t) = \eta_0 h(t) \tag{2.101}$$

Avec : η_0 , la viscosité effective du matériau béton à l'état mûri.

Sous ces sollicitations entraînant la non-linéarité, la dépendance de $\epsilon^v(t)$ et de $\epsilon^f(t)$ vis-à-vis de la contrainte se traduit respectivement par une déformation viscoélastique – plus que viscoplastique. [2]

II.4.7- Le modèle de Karihaloo & Santhikumar (1999) :

Le modèle est basé sur un modèle viscoélastique de KELVIN. Il est retenu pour reproduire l'effet de fluage sur l'ouverture de fissures dont l'application sur les structures concerne principalement les barrages (Karihaloo & Santhikumar, 1999). La détermination des paramètres du modèle est dans un premier temps, réalisée sur un matériau non fissuré grâce à l'identification de courbes de fluage dans le domaine linéaire. L'ouverture de fissure est traduite par l'énergie de fissure G_F définie dans le concept de « *Fictitious crack model* » qui varie compte tenu de la viscoélasticité du matériau $f_g(t)$ (fonction dépendante de l'état de contrainte et de l'ouverture de fissure en fonction du temps) (éq. 2.102).

$$f_g(t) = f_\sigma(t) + f_w(t) \tag{2.102}$$

$$G_F(t) = G_{F,0}(t) f_g(t) \tag{2.103}$$

$$K_1 = f(G_F(t)) \tag{2.104}$$

La progression de l'ouverture de fissure w est définie suivant une fonction représentative $F(\sigma, w)$ du comportement du béton dans le domaine non-linéaire de comportement et dans ce cas précis, par la courbe d'adoucissement (mode 1 de fissure en traction uniaxiale). Le facteur de surcharge K_1 est par ailleurs calculé à partir de la géométrie de la fissure.

En fonction de ce nouvel état du matériau, les modules de raideur $E_{\mu,0}$ du modèle de KELVIN prennent en considération l'état d'endommagement $V_K(t)$ qui s'apparente au processus de vieillissement de l'ouvrage (éq. 2.98).

$$E_\mu(t) = V_K(t) E_{\mu,0} \tag{2.105}$$

II.4.8-Le modèle de Mazzotti & Savoia (2001) :

Basé sur la théorie de solidification de Bazant (fluage à court terme) et sur la théorie d'endommagement d'un milieu continu, le modèle est un solide généralisé de MAXWELL dont les modules de raideur $E_{\mu,0}$ évoluent en fonction du vieillissement du béton ($v_{\mu}(t)$, en fonction du temps) et de l'endommagement (paramètre d) (éq.2.106).

$$E_{eff}(t) = (1- d) \sum_{\mu=1}^n E_{\mu,0} v_{\mu}(t) \tag{2.106}$$

Les résultats de modélisation (Figure 2.3) présentent des résultats représentatifs de la variation des déformations de fluage en fonction du niveau de contrainte appliquée. La non-linéarité est reproduite mais la correspondance avec les essais expérimentaux n'est pas mise en évidence et met en doute une bonne corrélation.

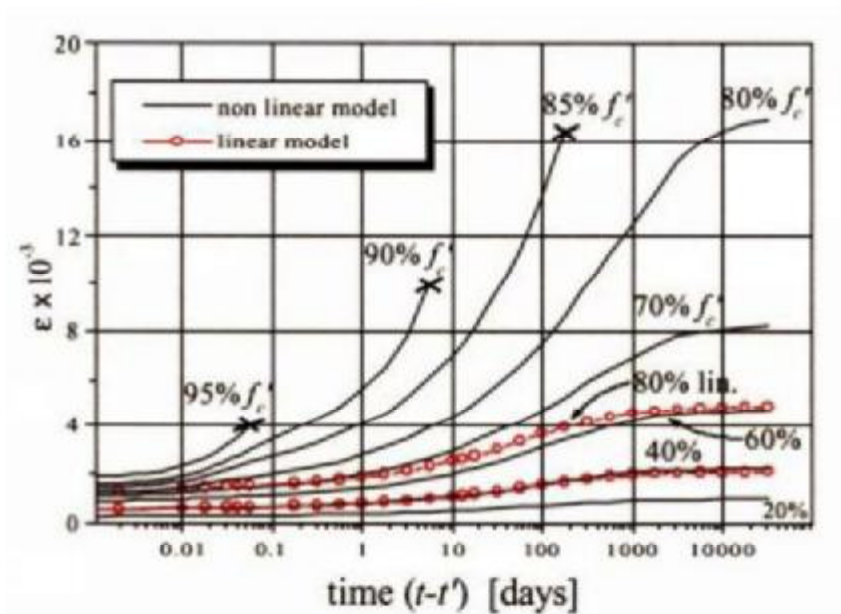


Figure 2.4 : Résultat de modélisation de modèle de **Mazzo & Savoia (2001)**.

II.5-Modèle viscoélastique linéaire :

Le comportement d'un corps viscoélastique linéaire est intermédiaire entre le comportement d'un solide élastique parfait et d'un liquide visqueux Newtonien. Le comportement de fluage de ce modèle est défini par la phase primaire et secondaire où les contraintes restent dans le domaine élastique (domaine de Hooke) proportionnalité des contraintes aux déformations. **Boltzmann** a mis en évidence l'existence de ce modèle viscoélastique linéaire en simplifiant le comportement de béton vis-à-vis de fluage à première phase primaire en négligeant le comportement viscoplastique du béton (phase secondaire et tertiaire). Et met en évidence l'histoire de chargement du béton, ce qu'on appelle le principe de superposition de Boltzmann dont s'appuient les différents modèles réglementaires dans le domaine linéaire de comportement de béton vis-à-vis de fluage.

II.5.1-Le principe de superposition.

L'extrait qui suit est issu du mémoire de BOLTZMANN datant de **1874(Persoz, 1957)**. Il postule à priori la proportionnalité des efforts aux déformations qui fonde le principe de superposition.

✓ L'énoncé de superposition de BOLTZMANN.

" La force qui est nécessaire pour produire une déformation donnée est plus petite, lorsque auparavant une déformation a eu lieu dans le même sens. J'appellerai ce fait : la diminution de force due aux déformations antérieures..." Si, à un instant quelconque τ , pendant le temps élémentaire $d\tau$, le corps avait la déformation $\epsilon(\tau)$, je suppose que la diminution de force que cette déformation exerce sur la force agissant au temps t , est proportionnelle à $d\tau$, à $\epsilon(\tau)$ et à une fonction du temps $(t - \tau)$ séparant ces deux instants ...Ce principe de superposition est à peu près plausible pour des déformations pas trop grandes, tandis qu'il n'est peut-être plus applicable à de très fortes déformations, pour lesquelles, par suite, mes équations ultérieures ne sont plus valables".

✓ Les définitions :

La déformation de $\epsilon(t)$ peut être déterminée à l'aide du principe de superposition suivant une fonctionnelle s'appuyant sur l'historique des contraintes au cours du temps (eq.2.107).

$$\varepsilon(t) = \mathfrak{F}(\sigma_{t=0}^{t=t}) \tag{2.107}$$

La linéarité de la loi de comportement est supposée (hypothèse forte) et ce, quelque soit le niveau de contraintes par le biais d'un opérateur linéaire \mathfrak{F} . Ceci implique une déformation résultante pouvant être calculée par sommation de chaque incrément de contrainte à l'intérieur de la fonctionnelle (éq.2.108). Cette proportionnalité des contraintes avec les déformations peut aussi s'écrire sous la forme suivante :

$$\varepsilon(t) = \mathfrak{F}(a \sigma_1(t) + b \sigma_2(t)) = a \mathfrak{F}(\sigma_1(t)) + b \mathfrak{F}(\sigma_2(t)) \tag{2.108}$$

Plus généralement, la déformation est déterminée par la relation :

$$\varepsilon(t) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i(t, t') \mathfrak{F} \sum_{i=1}^n \mathfrak{F}(\sigma_i) = \mathfrak{F} \sum_{i=1}^n (\sigma_i) \tag{2.109}$$

II.5.2-Limites du principe de superposition et application au calcul des déformations de fluage du béton :

Le principe de superposition s'applique dans la mesure où les contraintes sont comprises dans le domaine linéaire de comportement du matériau. Pour les déformations du béton sous charge $\varepsilon_c(t)$ (y compris le fluage), le principe s'applique suivant une fonctionnelle spécifique appelée fonction de fluage et notée, $J(t, t')$. L'ensemble des règlements internationaux et codes de calcul de fluage du béton sont basés sur l'application de ce principe et des hypothèses associées pour le calcul des déformations différées (les contraintes de compression sont limitées à $\sigma < 50\%$ de f_c , par exemple [28]. Dans ce domaine, la cinétique de fluage est de type primaire $n < 0$. En revanche, l'amplitude des déformations de fluage est fortement dépendante du béton dans sa phase de murissement

[12]. Par conséquent, la déformation élémentaire $\varepsilon_i(t, t')$ est une fonction à deux variables : l'âge du matériau à l'application de la charge t_i et la durée de maintien de cette dernière $(t - t')$. Si le béton est à un âge avancé, le matériau est supposé non vieillissant (propriétés constantes aux cours du temps). La déformation totale dépend alors uniquement de la durée d'application $(t - t')$ et s'écrit :

$$\varepsilon(t) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i(t - t') \tag{2.110}$$

✓ **Pour le béton, le principe de superposition impose plusieurs conditions (BAZANT,198) :**

1-La première, citée précédemment, est fondamentale. Nous rappelons brièvement que les contraintes sont limitées au domaine linéaire de la loi de comportement. Au-delà, la **relation des déformations de fluage avec la contrainte n'est plus linéaire [19]**; en témoigne la cinétique de fluage tertiaire observée avant rupture.

2-La seconde condition est relative à l'impossibilité d'un **déchargement en déformation**. En revanche, il est possible de procéder à un test de relaxation où la perte de contrainte s'observe au maintien de la déformation. En **traction**, ce test est plus délicat qu'en compression et demeure mal connu (faible nombre d'expérimentation). Par conséquent, la validité du principe de superposition dans l'estimation des contraintes en traction demeure hypothétique et pose le problème d'interaction des déformations de fluage avec la surcharge pour de faibles contraintes [12].

3- La troisième condition s'attache à la simultanéité des mécanismes de fluage et de retrait dont on suppose classiquement la partition des déformations. Réellement, ces deux mécanismes interagissent [45] et rendent difficilement applicable le principe de superposition par l'apparition de déformation de fluage de dessiccation. En effet, les processus de séchage coexistant avec les déformations de fluage de dessiccation, entraînent généralement des fissurations qui traduisent inévitablement une différence des valeurs de fluage total et de fluage propre, les déformations de fluage de dessiccation calculées prennent des valeurs négatives à court terme [KOVLER, 1995]. On en conclut que le principe de superposition est applicable lorsque le béton est en condition de confinement (fluage propre) ou lors de très faibles transferts d'humidité.

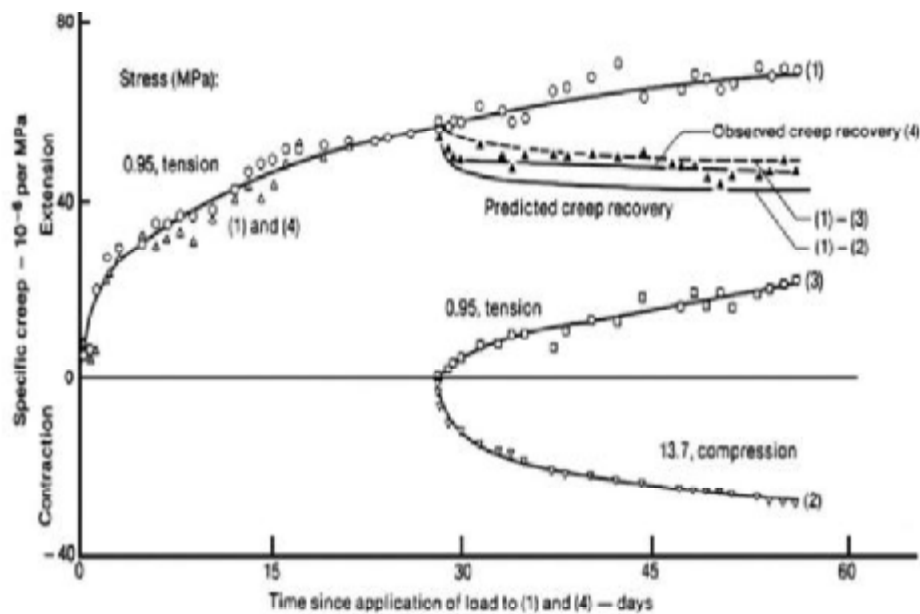
4-La quatrième condition est relative à la prédiction des déformations suivant une succession de faible incrément de contraintes par pas de chargement.

Très souvent, les conditions 2 et 4 ne sont pas respectées. Par conséquent, les résultats ne peuvent être qu'approchés.

✓ **Les effets du principe vis-à-vis du comportement du béton à la recouvrance.**

Les déformations à la recouvrance, calculées par le principe de superposition, sont généralement surestimées par rapport au comportement réel du béton sur le principe de superposition. En effet, si le matériau est supposé viscoélastique, la recouvrance sera totale en termes de déformation. Cependant, ce n'est pas le cas des valeurs expérimentales obtenues pour un béton (figure 2.4). En effet, on ne recouvre pas complètement toutes les déformations différées car elles résultent, entre autres, d'une configuration réorganisée avec le temps, même pour des contraintes au-delà de 50% de f_c ou de 90% de f_t (BAZANT, 1966). La déformation de fluage entraîne des modifications irréversibles de la structure interne qui possède une forte hétérogénéité. Ce taux d'irréversibilité est accentué pour des chargements au jeune âge lorsque le matériau est en phase de murissement ou soumis à des variations hydriques importantes. La différence entre les courbes de déformations calculées et les résultats expérimentaux mettent en défaut le principe de superposition (De Schutter, 1999). Certains auteurs proposent deux fonctions empiriques d'évolution respectivement pour le chargement et déchargement en conservant la méthode de calcul du principe de superposition. De plus, la notion de réversibilité des déformations n'est pas incompatible avec le principe de superposition dans ce sens où la définition de chaque terme est précisée.

Par exemple, le terme d'écoulement irréversible peut être considéré indépendamment des déformations réversibles (Chiorio, 1975).



Creep recovery of concrete in tension: observed and predicted from the principle of superposition; specimens cured in water at 21 °C; from the age of 28 days, specimens stored in air at 21 °C and a relative humidity of 60 per cent and loaded to a stress equal to 0.1 of the 28-day strength.

Figure.2.5 : Essai de fluage avec recouvrance et prédiction numérique [18].

II.6-Les modèles rhéologiques :

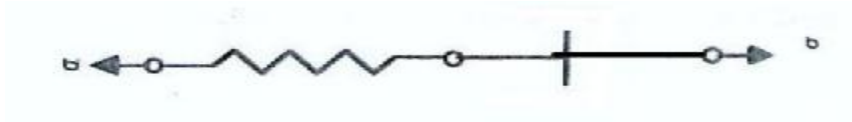
Tous les matériaux présentent des propriétés viscoélastiques seulement d'un matériau à un autre le degré diffère. Si on souhaite modéliser les déformations d'un modèle vieillissant tel que le béton des méthodes de calcul incrémentales sont nécessaires. Ces procédures sont généralement basées sur des modèles rhéologiques associés en série de **Dirichlet** tels que les modèles viscoélastiques généralisés de **KELVIN** ou de **MAXWELL** qui peuvent présenter les déformations sous charges du béton (fluage, relaxation, et recouvrance) et qui sont constitués d'une association de ressorts et d'amortisseurs en parallèle et en série respectivement.

✓ **Présentation de solide parfait et de liquide Newtonien :**

a)-Solide parfait :

Le solide parfait est symbolisé en rhéologie par un ressort. La loi caractérisant un solide est la loi de HOOKE où la contrainte est proportionnelle à la déformation.

$$\sigma = E \epsilon \tag{2.111}$$



Avec E . Module d'élasticité [N/m^2]

Figure 2.6 : Présentation rhéologique d'un solide parfait.

b)-Liquide visqueux Newtonien :

Le liquide visqueux Newtonien est symbolisé en rhéologie par un amortisseur de viscosité η .

La loi la plus simple caractérisant un fluide consiste à supposer que la contrainte est proportionnelle à la vitesse de déformation.

$$\sigma = \eta \dot{\epsilon} = \eta \frac{d\epsilon}{dt} \tag{2.112}$$



Figure 2.7 : Présentation rhéologique d'un liquide parfait.

Avec η : coefficient de viscosité [$N m^{-2} S$]. Cette modélisation induit une dépendance par rapport au temps. Ces modèles seuls ne peuvent pas représenter la réalité du comportement du matériau, alors on peut combiner entre plusieurs ressorts et amortisseurs en série et en parallèle on respectant les lois d'associations pour aboutir à des modèles rhéologiques plus complexes et plus représentatifs

II.6.1-Modèle de MAXWELL élémentaire :

Ce modèle est composé d'un ressort, et d'un amortisseur associés en série.

L'équation représentative de ce modèle est :

$$\dot{\sigma} + \frac{E}{\eta} \sigma = E \dot{\epsilon} \tag{2.113}$$

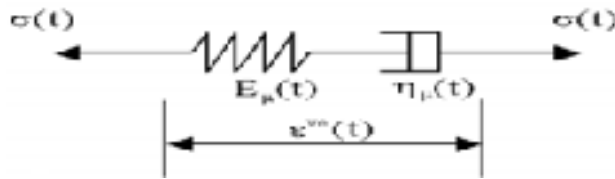
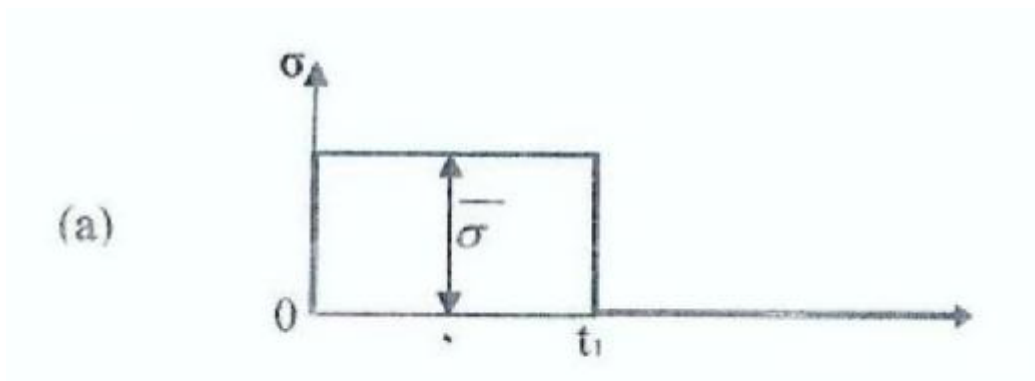


Figure 2.8 : Modèle de MAXWELL généralisé.

II.6.1.1-Modèle de MAXWELL en fluage et recouvrance :

Quand on soumet le modèle de MAXWELL, au temps $t = 0$, à une contrainte $\bar{\sigma}$, maintenue constante jusqu'au temps t_1 , nulle en suite (fluage a), la réponse recherchée en déformation (figure 2.9- b) est :



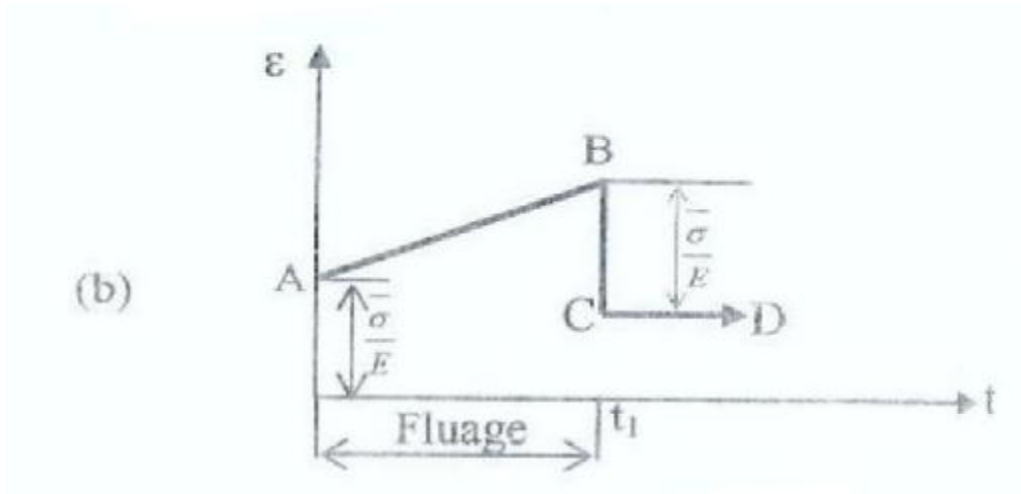


Figure 2.9 : Modèle de MAXWELL en fluage et en recouvrance.

Partie (AB) : $\varepsilon = \frac{\bar{\sigma}}{E} + \frac{\bar{\sigma}}{\eta} t$ lorsque $(0 \leq t \leq t_1)$ (2.114)

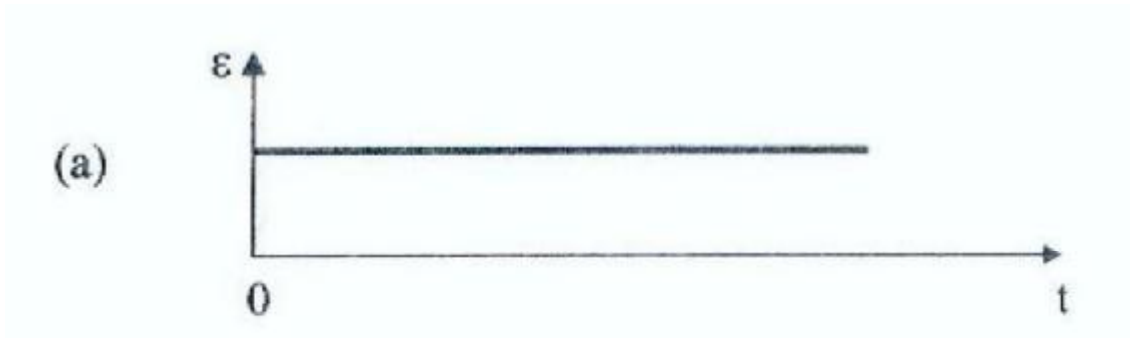
Partie(BCD) : $\varepsilon = \frac{\bar{\sigma}}{\eta} t_1$ lorsque $t > t_1$ (2.115)

- On constate que le modèle de MAXWELL ne présente donc aucune recouvrance.

II.6.1.2-Modèle de MAXWELL à la relaxation :

Si on soumet le modèle de MAXWELL à une dilatation initiale $\bar{\varepsilon}$ maintenue constante dans le temps (figur 2.10. a). La réponse recherchée est donnée par l'équation (2.116) Qui est représentée sur la figure (b)

$\sigma = E \bar{\varepsilon} e^{-(E/\eta)t}$ (2.116)



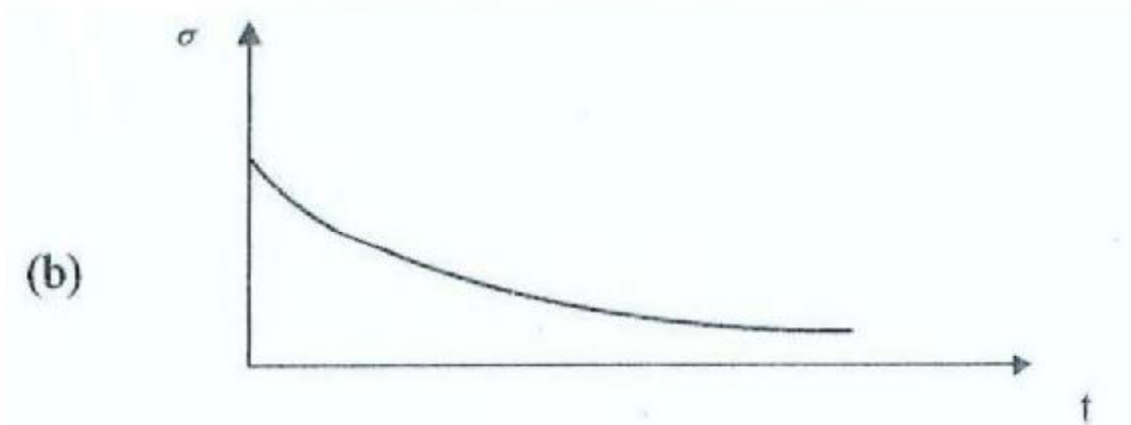


Figure 2.10: Modèle de MAXWELL en relaxation.

II.6.2-Modèle de KELVIN élémentaire:

Il est formé de modèle élastique de HOOKE et du modèle visqueux de NEWTON placés en parallèle (figure 2.11).

L'équation représentative de ce modèle est :

$$\sigma = E \varepsilon - \eta \dot{\varepsilon} \tag{2.117}$$

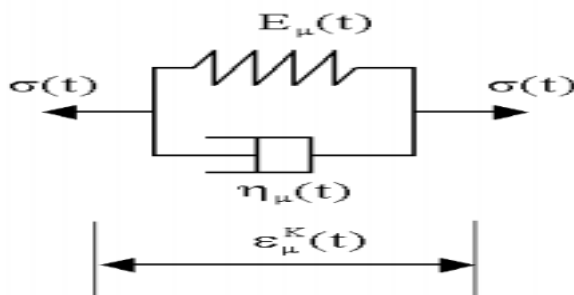


Figure 2.11 : Modèle de KELVIN élémentaire.

II.6.2.1-Modèle de KELVIN en fluage :

Quand on soumet le modèle de **KELVIN**, au temps $t = 0$, à une contrainte $\bar{\sigma}$, maintenue constante jusqu'au temps t_1 , nulle en suite (figure 2.12-a), les réponses recherchées en déformation (figure 2.12) sont :

$$\text{Fluage } (t_0 \leq t \leq t_1) : \varepsilon = \bar{\sigma}/E \left(1 - e^{-\left(E/\eta\right)(t-t_0)} \right) \tag{2.118}$$

II.6.2.2-Modèle de KELVIN en recouvrance :

$$\text{Recouvrance}(t > t_0) : \epsilon = \bar{\sigma} / E \left(1 - e^{-(E/\eta)(t-t_1)} - e^{-(E/\eta)(t-t_0)} \right) \quad (2.119)$$

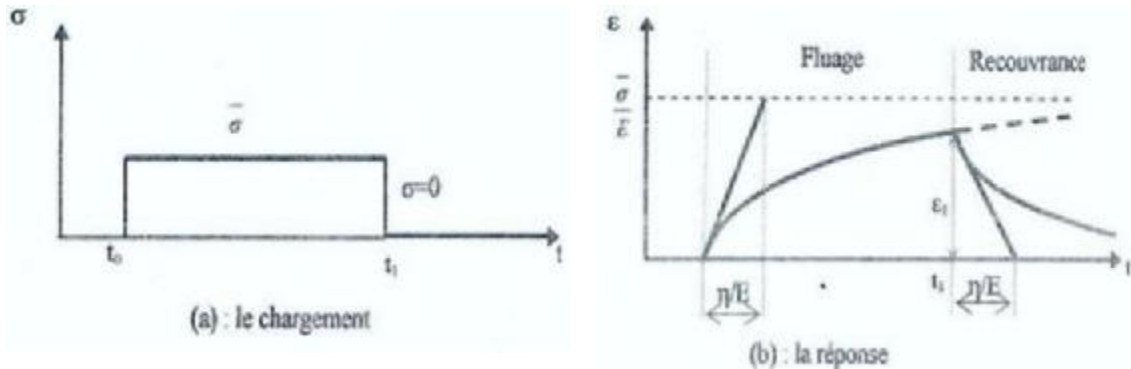


Figure 2.12 : La réponse du modèle de Kelvin en fluage et recouvrance.

- Aucune relaxation n'est possible avec le modèle élémentaire de **KELVIN**.

Les modèles élémentaires ne suffisent pas pour décrire mieux le comportement d'un matériau, alors les chercheurs combinent ces modèles en plusieurs séries, soit on parallèle ou en série on créant des modèles généralisés. Les modèles les plus connus et les plus élaborés pour décrire approximativement le comportement viscoélastique d'un matériau possédant la propriété de vieillissement comme le béton sont : Modèle de **MAXWELL** généralisé et modèle de **KELVIN** généralisé.

II.6.3-Modèle de MAXWELL généralisé :

Les équations générales de modèle sont :

La partition de contrainte :

$$\sigma(t) = \sigma_0(t) + \sum_{\mu=1}^N \sigma_{\mu}(t) \quad (2.120)$$

La loi de comportement de l'élément de HOOKE au temps t :

$$\sigma_0(t) = E_0(t) \varepsilon^{ve}(t) \tag{2.121}$$

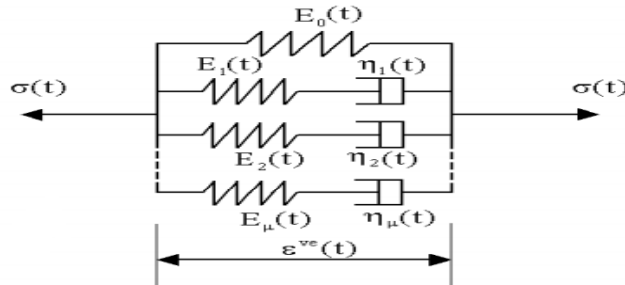


Figure 2.13 : modèle de MAXWELL généralisé.

La loi de comportement de l'élément de MAXWELL :

Dans l'élément de HOOKE (le ressort) :

$$\sigma_\mu(t) = E_\mu(t) \varepsilon_\mu^e(t) \tag{2.122}$$

La différentielle de l'ordre un de la loi de comportement de l'élément de HOOKE en fonction du temps s'écrit :

$$\dot{\sigma}_\mu(t) = \dot{E}_\mu(t) \varepsilon_\mu^e(t) + E_\mu(t) \dot{\varepsilon}_\mu^e(t) \tag{2.123}$$

L'hypothèse de non-résistance de la matière à l'instant de solidification impose :

$$\dot{E}_\mu(t) = 0, \text{ alors 1/12 devient : } \dot{\sigma}_\mu(t) = E_\mu(t) \dot{\varepsilon}_\mu^e(t) \tag{2.124}$$

Dans l'élément de NEWTON (l'amortissement) : Le taux de contrainte est en fonction de la vitesse de déformation et la viscosité sous forme :

$$\dot{\sigma}_\mu^a(t) = \eta_\mu(t) \dot{\varepsilon}_\mu^a(t) \tag{2.125}$$

La déformation viscoélastique dans l'élément de MAXWELL est la somme de déformation élastique du ressort et la déformation visqueuse de l'amortisseur :

$$\varepsilon^{ve}(t) = \varepsilon_\mu^e(t) + \varepsilon_\mu^a(t) \tag{2.126}$$

$$\text{D'où } \varepsilon^{ve}(t) = \frac{\dot{\sigma}_\mu(t)}{E_\mu(t)} + \frac{\sigma_\mu(t)}{\eta_\mu(t)} \tag{2.127}$$

$$\text{Par simplification : } E_\mu(t) \varepsilon^{ve}(t) = \dot{\sigma}_\mu(t) + \frac{E_\mu(t) \sigma_\mu(t)}{\eta_\mu(t)} \tag{2.128}$$

Chaque branche de **MAXWELL** est associée à un temps de relaxation τ_μ , sa valeur est constante par hypothèse :

$$\tau_\mu = \frac{\eta_\mu(t)}{E_\mu(t)} \tag{2.129}$$

Alors 2.128 devient :

$$E_\mu(t) \dot{\varepsilon}^{ve}(t) = \dot{\sigma}_\mu(t) + \frac{\sigma_\mu(t)}{\tau_\mu} \tag{2.130}$$

On remarque que chaque élément de **MAXWELL** dépend uniquement de $E_\mu(t)$.

II.6.4-Modèle de KELVIN généralisé :

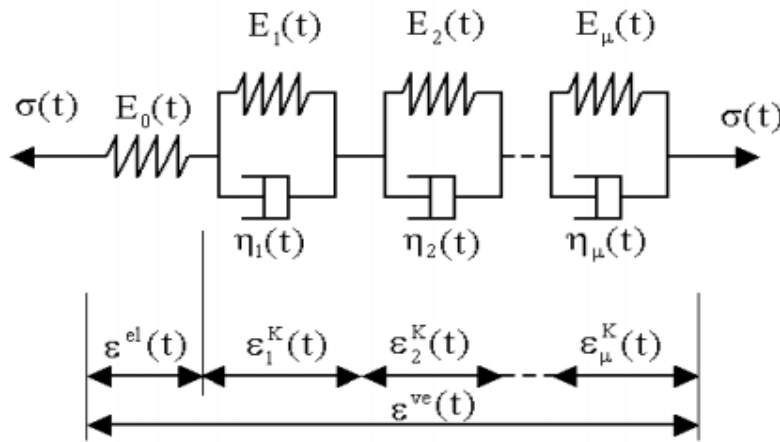


Figure 2.14 : Modèle de **KELVIN** généralisé.

Equation générales du modèle :

La répartition des déformations :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^{vel} + \sum_{\mu=1}^N \dot{\varepsilon}_\mu^K \tag{2.131}$$

La loi de comportement de l'élément HOOKE : $\varepsilon^{vel} = \frac{\dot{\sigma}}{E_0(t)}$ (2.132)

La loi de comportement de l'élément de KELVIN :

Dans le modèle de **NEWTON** : $\dot{\varepsilon}_\mu^K = \frac{\sigma_\mu(t)}{\eta_\mu(t)}$ (2.133)

Dans le modèle de **HOOKE** : $\dot{\varepsilon}_\mu^K = \frac{\dot{\sigma} - \dot{\sigma}_\mu}{E_\mu(t)}$ (2.134)

Dans le ressort de **KELVIN** le taux de contrainte est donné par l'équation :

$$\dot{\varepsilon}_{R\mu}(t) = \dot{E}_{\mu}(t) \varepsilon_{\mu}^K(t) + E_{\mu}(t) \dot{\varepsilon}_{\mu}^K \quad (2.135)$$

$$\text{L'hypothèse de non résistance de la matière impose : } \dot{E}_{\mu}(t) = 0 \quad (2.136)$$

$$\text{Alors : } \dot{\sigma}_{R\mu}(t) = E_{\mu}(t) \dot{\varepsilon}_{\mu}^K \quad (2.137)$$

Le taux de contrainte dans l'élément de **NEWTON** est :

$$\dot{\sigma} - \ddot{\varepsilon}_{\mu}^K - \eta_{\mu} \dot{\varepsilon}_{\mu}^K = E_{\mu}(t) \dot{\varepsilon}_{\mu}^K \quad (2.138)$$

$$\text{Le temps de relaxation à ce modèle est défini par : } \frac{1}{\tau_{\mu}} = \frac{E_{\mu}(t) + \eta_{\mu}}{\eta_{\mu}} = \text{cst} \quad (1.139)$$

$$\text{Alors : } \frac{\dot{\sigma}}{\eta_{\mu}} = \ddot{\varepsilon}_{\mu}^K + \frac{\dot{\varepsilon}_{\mu}^K}{\tau_{\mu}} \quad (2.140)$$

L'évolution de la déformation de fluage dans l'élément de **KELVIN** est présentée par :

$$\dot{\varepsilon}_{\mu}^K = \frac{1}{\eta_{\mu}(t')} e^{-\frac{t-t'}{\tau_{\mu}}} \quad (2.141)$$

La déformation globale du modèle généralisé de **KELVIN** $\varepsilon^{ve}(t)$ au temps t dont la déformation initiale issue du modèle de **HOOKE** $\varepsilon^{el}(t)$ est incluse $\varepsilon^{ve}(t) = \varepsilon^{el}(t) +$

$$\varepsilon^{ve}(t) = \varepsilon^{el}(t) + \sum_{\mu=1}^N \varepsilon_{\mu}^K(t) = \frac{1}{E_0(t)} + \sum_{\mu=1}^N \frac{\tau_{\mu}}{\eta_{\mu}(t')} \left[1 - e^{-\frac{t-t'}{\tau_{\mu}}} \right] \quad (2.142)$$

Pour un chargement unitaire, la fonction de fluage est défini par :

$$J(t, t') = \frac{1}{E_0(t)} + \sum_{\mu=1}^N \frac{\tau_{\mu}}{\eta_{\mu}(t')} \left[1 - e^{-\frac{t-t'}{\tau_{\mu}}} \right] \quad (2.143)$$

CHAPITRE III
Étude du comportement
diffré du béton

III.1 Introduction :

Lorsqu'il est maintenu sous charge constante, le béton continue à se déformer après la réponse instantanée à la sollicitation imposée. Inversement, lorsqu'on maintient une déformation imposée, la contrainte créée à l'intérieur du matériau décroît avec le temps.

Ces phénomènes de fluage et relaxation caractérisent le comportement visqueux du béton qui joue un rôle clé pour le comportement différé du béton. Nous présenterons dans ce chapitre la loi de déformation de fluage et les différentes équations mathématiques qui présentent l'allure de la courbe de déformation de fluage qui tend vers une valeur limite, ainsi que la loi de relaxation et la relation entre ces deux fonctions. Enfin, on démontre la loi caractéristique de fluage.

III.2-Loi de déformation du fluage :

Considérons un prisme de béton que nous soumettons, à partir de l'âge t_0 à une contrainte de compression constante σ . Tant que la contrainte σ n'est pas trop élevée, l'expérience montre que le raccourcissement unitaire $\varepsilon(t)$ du béton à l'âge $t > t_0$ est proportionnelle à la contrainte σ :

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E(t_0, t)} \tag{3.1}$$

Le module de déformation du béton $E(t_0, t)$ est fonction des deux variables t_0 et t (ou des deux variables t_0 , âge au moment du chargement, et $t - t_0$, durée du chargement).

Pour $t = t_0$ nous obtenons la déformation instantanée $\varepsilon(t_0)$, et pour $t \rightarrow \infty$ la déformation différée $\varepsilon(\infty)$:

- $\varepsilon(t_0) = \frac{\sigma}{E(t_0, t_0)}$ déformation instantanée
- $\varepsilon(\infty) = \frac{\sigma}{E(t_0, \infty)}$ déformation différée

Avec :

- $E(t_0, t_0) = E(t_0)$ Module de déformation instantané du béton à l'âge t_0 .
- $E(t_0, \infty) = K(t_0)$ Module de déformation différée du béton à l'âge t_0 .

On peut écrire la formule (3.1) sous la forme :

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma}{E(t_0)} + \sigma F(t_0, t) \tag{3.2}$$

$$\text{Avec : } F(t_0, t) = \frac{1}{E(t_0, t)} - \frac{1}{E(t_0)} \tag{3.3}$$

La déformation du béton apparaît ainsi comme la somme de la déformation instantanée $\sigma/E(t_0)$ et de la déformation $\sigma F(t_0, t)$ appelée fluage linéaire.

On notera que $F(t_0, t_0) = 0$.

La figure 3.1 donne l'allure de la courbe représentative de la fonction $1/E(t_0, t)$ pour des valeurs croissantes t_1, t_2, t_3 et t_0 .

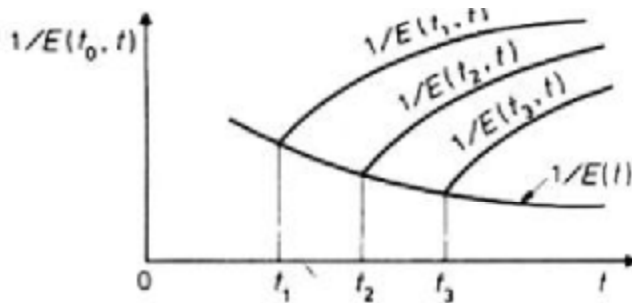


Figure 3.1 : fonction $1/E(t_0, t)$ [46].

Supposons que la contrainte de compression appliquée au prisme de béton dépende du temps :

$$\sigma(t) = \begin{cases} 0 & \text{pour } t < t_0 \\ \sigma(t) & \text{pour } t \geq t_0 \end{cases}$$

La figure 3.2 donne la courbe représentative de la fonction $\sigma(t)$.

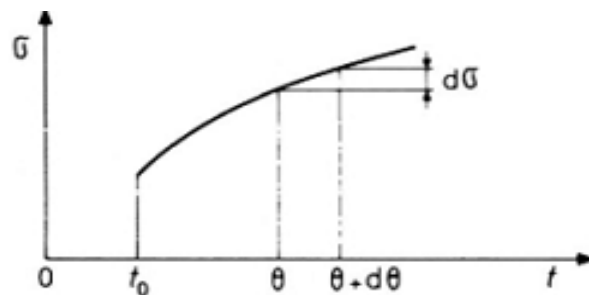


Figure 3.2 : fonction $\sigma(t)$ [23].

L'accroissement de contrainte $\sigma(t)$ entre les instants θ et $0 - d\theta$ est : $d\sigma = \sigma'(\theta) d\theta$ provoque, au temps :

$t > \theta$, un raccourcissement unitaire $d\varepsilon = \frac{d\sigma}{E(\theta, t)}$, il en résulte que le raccourcissement total à

$$\text{L'âge } t > t_0 \text{ est } \varepsilon(t) = \frac{\sigma(t_0)}{E(t_0, t)} + \int_{t_0}^t \frac{\sigma'(\theta)}{E(\theta, t)} d\theta \quad (3.4)$$

Une intégration par parties permet d'écrire la formule précédente sous la forme :

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E(t, t)} - \int_{t_0}^t \sigma(\theta) \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{E(\theta, t)} \right) d\theta \quad (3.5)$$

L'équation (3.5) dite de **VOLTERRA** montre que la déformation $\varepsilon(t)$ est la somme du raccourcissement instantané $\frac{\sigma(t)}{E(t)}$ et du raccourcissement du au fluage.

Il est à noter que la dérivée $\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{E(\theta, t)} \right)$ est toujours négative ; c'est-à-dire la déformation allant du moins au plus moins en fonction du temps.

III.2.1- Divers lois régissant le fluage et la relaxation des contraintes [47] :

Les résultats des essais effectués par plusieurs laboratoires permettent de considérer l'existence d'une valeur limite du fluage. La connaissance de cette valeur est d'une grande importance pour la détermination de l'équation mathématique régissant les déformations du fluage. Les fonctions avec asymptotes correspondent assez bien aux courbes de fluage obtenues expérimentalement, tandis que les courbes des fonctions sans valeurs limites finales présentent toutes une déviation vers le haut. Cependant, de nombreux auteurs ont proposé des méthodes d'estimation pour la recherche de la valeur limite du fluage que nous pouvons citer :

Ross :

Assimile la partie terminale de la courbe (très plate) à une hyperbole de la forme :

$$F = \frac{t}{a+b(t)} \quad (3.6)$$

Avec : F : le fluage à t ; t : temps en jours.

L'asymptote est cherchée pour (t) tend vers l'infini ; alors $F^{\infty} = \frac{1}{\frac{a}{t} + b}$ tend vers $\frac{1}{b}$ en

transforment l'équation hyperbolique à $\frac{t}{F} = a + b(t)$.

Au laboratoire, il a été calculé des valeurs $\frac{t}{F}$ pour les éprouvettes chargées à 7 jours en fonction de t, il a été obtenue l'équation d'une droite ayant pour ordonnées à l'origine la valeur a et la pente b - tg α.

Avec : F : le fluage à t ; t : temps en jours.

Alors la valeur limite vers laquelle tend l'asymptote de l'hyperbole est ctg α (Voir figure 3.3 et 3.4)

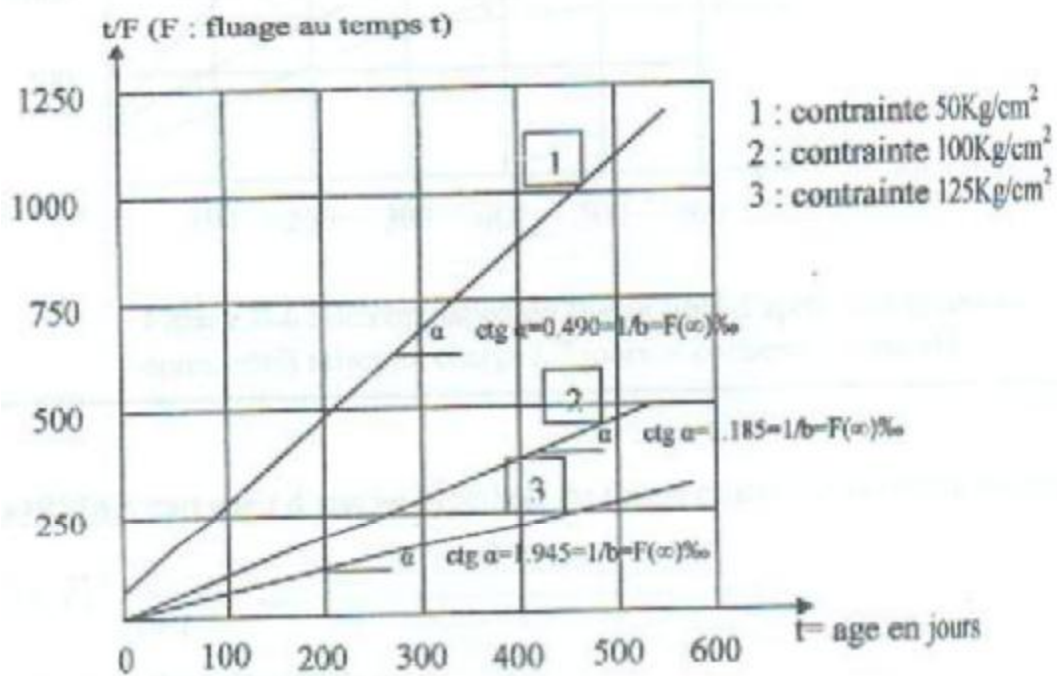


Figure 3.3. Détermination du fluage final d'après ROSS pour des éprouvettes mises en charge à 7 jours et conservées à 50% HR [47].

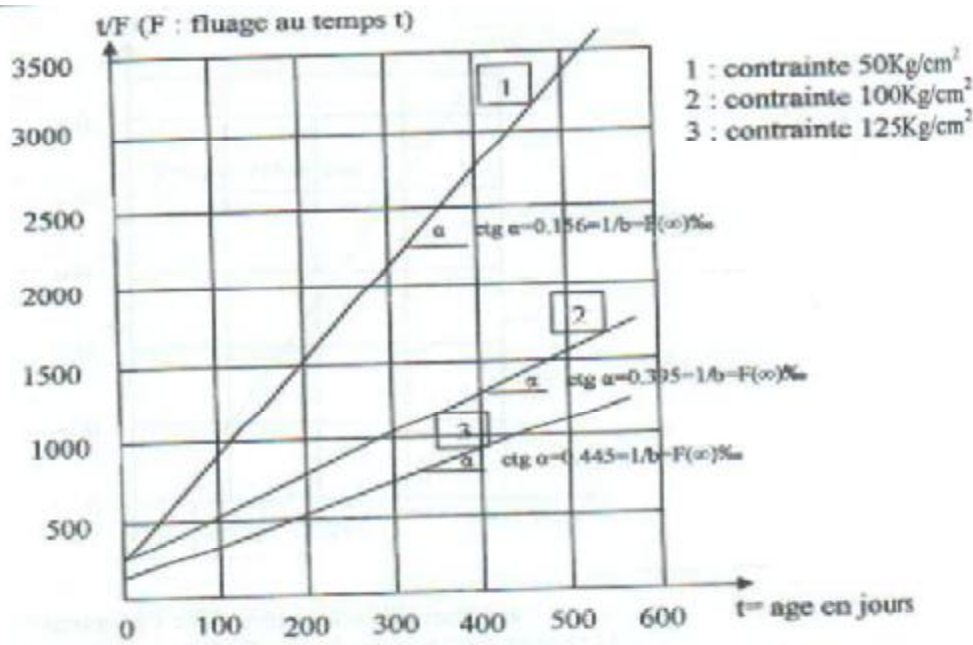


Figure 3.4 . Détermination du fluage final d'après ROSS pour des éprouvettes mises en charge à 7 jours et conservées en eau [47].

LORMAN : Par aussi d'une loi hyperbole du fluage et arrive à la formule suivante :

$$F = F_s^{\infty} \frac{t}{n+t} \sigma \tag{3.7}$$

Où F : fluage au temps t.

F_s^{∞} : Fluage spécifique final.

t: le temps en jours.

n : le moment en jours où la mesure du fluage final aura atteint 50% de sa valeur.

σ : la contrainte appliquée en Kg/cm^2 .

Il est à noter que les valeurs de F_s^{∞} et n peuvent être facilement trouvés sur une courbe de fluage obtenue expérimentalement voir figure (3.5).

$$\text{Où : } V = \frac{T}{F} \sigma \tag{3.8}$$

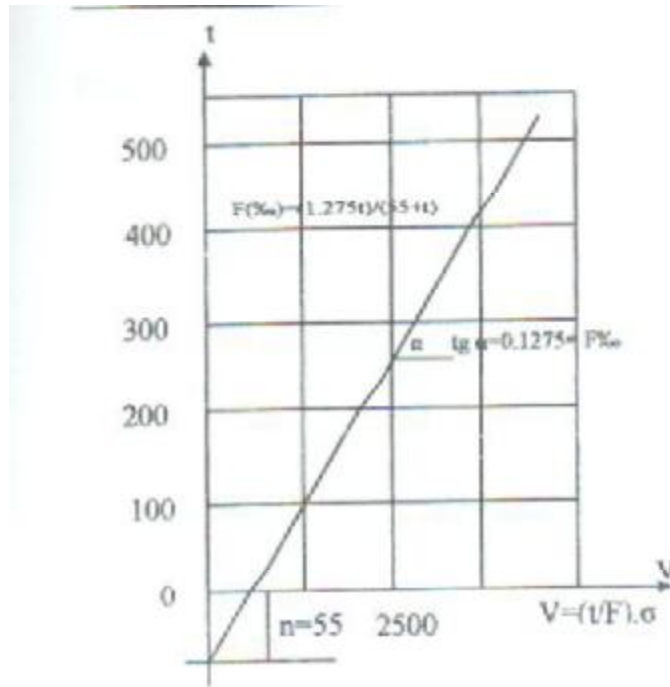


Figure 3.5 : Détermination des facteurs de la fonction du fluage d'après LORMAN [47].

DELARUE : Qui a élaboré la formule suivante :

$$F(t) = K_0 f \sqrt{t} + A \left[1 - e^{-\left(K_1 \log \left(\frac{a+t}{a} \right) + K_2 t \right)} \right] \tag{3.9}$$

$f \sqrt{t}$ fonction qui est au début doit être équivalente à $K \sqrt{t}$ et qui tend ensuite assez vite vers une valeur finie.

K_0 : dépend des caractéristiques de la pièce et de son histoire.

K_1 et K_2 ne dépendent que de la qualité du béton.

a : l'âge au chargement.

t : le temps en jours.

DISCHINGER:

$$F = F^{x_1} (1 - e^{-xt}) \tag{3.10}$$

x : un facteur dépendent du béton.

t : le temps en années.

ERZEN:

$$F = A e^{\alpha} \left(1 - \left(\frac{a}{t} \right)^{\beta} \right) \quad (3.11)$$

Où t est l'âge du béton au moment de la mise en charge.

A et β deux constantes caractéristiques du béton.

FRIDRICH:

$$F = F^{\infty} \left(\sqrt[4]{\frac{1}{1400t}} \right) \quad (3.12)$$

Où t est exprimé en jours.

LEE:

$$F_s = A(1 - e^{-Kt}) \quad (3.13)$$

Où K est une valeur à déterminer expérimentalement.

MACHENR :

$$F_s = \alpha (1 - e^{-rt}) + \beta e^{-pK}(1 - e^{-mt}) \quad (3.14)$$

Où K : est l'âge au moment de l'application de la charge.

α , β , r , p , m sont des facteurs qui dépendent de la composition du béton et doivent être déterminés par des essais.

SHANK:

$$F_s = C \sqrt[3]{t} \quad (3.15)$$

$$\text{Avec : } F_s = ct^{\left(\frac{1}{a}\right)} \quad (3.16)$$

Où : F_s est la mesure du fluage spécifique au moment t ; qui est en jours.

c et a sont des facteurs à déterminer expérimentalement.

DUTRAN :

Pour sa part a proposé la formule suivante pour la détermination de la déformation totale du fluage :

$$F = D_{it} \left(1 + A \frac{E_1}{E_t} \frac{100 - (\psi_1 - \psi_t)}{100} \right) \left(1 + B \Delta_1^2 \frac{\Delta_1 - \Delta_t}{\Delta_1} \right) \quad (3.17)$$

Tel que :

E_t et E_1 : **Module d'élasticité** des éprouvettes témoins correspondent à la déformation sous charge σ respectivement à l'âge t de la mise en charge et à l'âge t_1 considéré comme ayant amené la stabilisation du fluage.

Δ_t et Δ_1 : retrait ou gonflement des éprouvettes témoins respectivement au âge t et t_1 (exprimé en ‰, avec le signe négatif pour le retrait et le signe positif pour le gonflement).

Q_t et Q_1 : **degré d'humidité du milieu de conservation** respectivement pendant la période allant jusqu'à l'âge t et pendant la période de maintien sous charge, du moins celle qui a prédominé pendant la dernière partie de la période, exprimé en %.

A et B : sont des paramètres à déterminer expérimentalement.

D_{it} : est considérée comme une caractéristique fondamentale du béton en ce qui concerne sa capacité en fluage.

L'HERMITE propose :

$$F(t) = F(\infty) \left[1 - e^{-(K_1 \log(a+t/a) + K_2 t)} \right] \tag{3.18}$$

Où : a est l'âge de mise en charge en jour

K_1 et K_2 des facteurs à déterminer expérimentalement.

THOMAS a aussi proposé :

$$F(t) = F(\infty) \cdot \sigma \cdot \left[1 - e^{-(A(a+t)x + ax^2)} \right] \tag{3.19}$$

Où : σ : est la contrainte appliquée.

t : est le temps par mois.

A ; a ; X sont des facteurs qui dépendent des conditions d'essais et de la composition du béton.

Dans les travaux d'AROUTOUNIAN [48], on retrouve la formule qui nous donne le fluage sous la forme :

$$C(t, \tau) = \theta(\tau) f(t - \tau) \tag{3.20}$$

$$\text{Avec : } \theta(\tau) = C_0 + \frac{A}{\tau} \tag{3.21}$$

$$f(t - \tau) = 1 - e^{-\gamma(t - \tau)} \tag{3.22}$$

Où : $C(t, \tau)$. La déformation du fluage à l'instant t sous une charge unitaire agissant à l'instant τ .

C_0, A, γ des constantes à déterminer expérimentalement.

Dans la formule ci-dessus (3.20), le facteur de vieillissement du béton est introduit par la fonction $\theta(\tau)$ qui tient compte de l'âge du béton au moment du chargement.

ALEKSANDROVSKI [49] propose d'utiliser une relation analytique pour la description des courbes des déformations du fluage sous la forme :

$$C(t, \tau) = \varphi(\tau) \cdot \psi(t) \frac{e^{-\gamma t - A} - e^{-\gamma \tau - A}}{e^{-\gamma t - A}} - \Delta(\tau) f_2(t - \tau) \tag{3.23}$$

$$\text{Avec : } \varphi(\tau) = \psi(t) + D(\tau) \tag{3.24}$$

$$\alpha \gg \gamma > 0 \tag{3.25}$$

$$0 < A < 1 \tag{3.26}$$

Les constantes α, γ , et A les fonctions $\varphi(\tau), \Delta(\tau)$ sont choisies de façon à mieux décrire les résultats expérimentaux, et pour les expériences de l'auteur il a été pris en considération:

$$\alpha = 5 [1/\text{jours}], \gamma = 0.0025 [1/\text{jours}], A = 0.27 \tag{3.27}$$

$$D(\tau) = (21 + 0.87e^{-0.172\tau}) 10^{-7} \quad [\text{Kg /cm}^2]^{-1} \tag{3.28}$$

$$\varphi(\tau) = (55 + 8.08.e^{-0.12\tau}) 10^{-7} \quad [\text{Kg /cm}^2]^{-1} \tag{3.29}$$

Notons que ces valeurs ne sont valables, que pour le béton utilisé par l'auteur.

Dans le cas d'un béton vieillissant, LIVCHITZ en collaboration avec DULTSKI a établi une théorie du fluage appelée « théorie de vieillissement », celle-ci est basée sur l'hypothèse que les courbes des déformations du fluage soient parallèles. L'expression pour les déformations du fluage est donnée par la formule suivante lorsque ($\tau_1 = 0$) [50]:

$$C(t, \tau) = \frac{1}{E(0)} [\varphi(t) - \varphi(\tau)] \tag{3.30}$$

Où : $\varphi(t)$ et $\varphi(\tau)$ sont des caractéristiques de fluage.

$$\varphi(t, \tau) = \frac{\varepsilon_x(t, \tau)}{\varepsilon_y(t, \tau)} = \frac{C(t, \tau)}{1/E(\tau)} = \mathbb{E}(\tau) C(t, \tau) \quad (3.31)$$

$\varepsilon_x(t, \tau)$: déformation du fluage.

$\varepsilon_y(t, \tau)$: déformation instantanée

$$\varphi(\infty - \tau) = \varphi(\tau). \quad (3.32)$$

Si le module d'élasticité ne dépend pas de τ , c'est-à-dire $E(\tau) = E(t) = \text{constante}$, dans ce cas la déformation totale de l'élément en béton peut s'écrire :

$$\delta(t, \tau) = \frac{1}{E} + C(t, \tau) \quad (3.33)$$

$$C(t, \tau) = c_0 f(t - \tau) \quad (3.34)$$

$$C(t, \tau) = c_0 (1 - B e^{-\gamma_1(t-\tau)}) \quad (3.35)$$

Toujours dans la même théorie qu'AROUTOUNIAN et ALEKSANDROVSKI, c'est-à-dire la théorie qui tient compte de vieillissement du béton ; PROKOPOVITCH [51] propose la formule suivante :

$$C(t, \tau) = c(\infty, 28) (c + d e^{-\gamma \tau}) (1 - B e^{-\gamma_1(t-\tau)}) \quad (3.36)$$

- $C(\infty, 28)$: déformation finale du fluage sous une charge unitaire agissant à partir de l'instant $\tau = 28$ jours.
- $c, d, \gamma, B, \gamma_1$ Des constantes à déterminer expérimentalement.
- t : le temps (instant quelconque).
- τ : Age du béton au moment de chargement $\tau \leq t$ (On trouve aussi t_0 au lieu de τ).

Dans la formule ci-dessus (3.36), le terme $c(\infty, 28) (c + d e^{-\gamma \tau})$ décrit le processus de vieillissement de béton tandis que le terme $(1 - B e^{-\gamma_1(t-\tau)})$ décrit la déformation de fluage.

La formule proposée par PROKOPOVITCH peut être écrite sous la forme :

$$C(t, \tau) = \theta(\tau) f(t - \tau) \quad (3.37)$$

Tel que :

$$\theta(\tau) = c_0 + A e^{-\gamma \tau} \quad \text{Avec : } c_0 = C(\infty, 28) c ; A = C(\infty, 28) d \quad (3.38)$$

$$f(t - \tau) = 1 + B e^{-\gamma_1(t-\tau)}. \quad (3.39)$$

Les fonctions $\theta(\tau)$, $f(1-\tau)$, $c(l, \tau)$ possèdent les propriétés suivantes :

- $\tau \rightarrow \infty \quad \theta(\tau) \rightarrow c_0$
- $l \rightarrow \infty \quad f(1-\tau) \rightarrow 1, \quad c(l, \tau) \rightarrow \theta(\tau)$

Les résultats obtenus par **PROKOPOVITCH** lors de ces expériences sur un béton d'une caractéristique $C(\alpha, 28) = 6.36 \times 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{Kg}$, lui permet de présenter la formule (3.36) sous la forme : $C(l, \tau) = 6.36 \times 10^{-6} (0.5 + 0.7e^{-0.012\tau}) (1 - Be^{-0.006(t-\tau)})$.

On constate que la formule (3.35) n'est qu'une partie de (3.37) si dans la formule (3.36) on pose $c_0 = 0$ on retrouve (3.35) dans le cas où $B = 1$.

III.3- Relaxation conséquence de la loi de déformation :

III.3.1- Relaxation sous déformation constante :

Si on impose à partir de t_0 un raccourcissement constant ε à un prisme de béton, la contrainte de compression de béton initialement est égale à :

$$\sigma(t) = \varepsilon R(t_0, t) \tag{3.40}$$

Où $R(t_0, t)$: Le module de relaxation.

Dans l'équation (3.40) si on prend $t = t_0$ nous voyons :

$$R(t_0, t_0) = E(t_0, t_0). \tag{3.41}$$

Comme on peut écrire l'équation (3.40) sous forme :

$$\sigma(t) = \varepsilon R(t_0, t_0) - \varepsilon G(t_0, t). \tag{3.42}$$

$$\text{Avec : } G(t_0, t) = R(t_0, t_0) - R(t_0, t) \tag{3.43}$$

$$\text{Cependant : } G(t_0, t_0) = 0. \tag{3.44}$$

Ainsi on met en évidence la diminution des contraintes ou la relaxation.

Sur la figure (3.5), on représente l'allure de la fonction $R(t_0, t)$ pour des valeurs croissantes de t_1, t_2 et t_3 de t_0 .

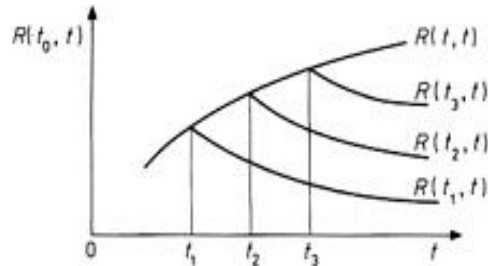


Figure 3.6 : Module de relaxation $R(t_0, t)$ [47].

III.3.2- Relaxation sous déformation variable dans le temps :

Supposons que le raccourcissement unitaire imposé au prisme du béton dépend du temps :

$$\varepsilon(t) = \begin{cases} 0 & \text{pour } t < t_0 \\ \varepsilon(t) & \text{pour } t \geq t_0 \end{cases}$$

La figure (3.6) donne la courbe représentative de la fonction $\varepsilon(t)$

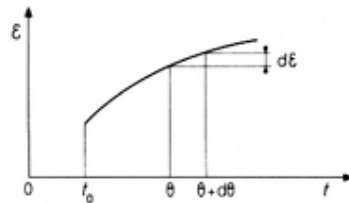


Figure 3.7 : fonction $\varepsilon(t)$ [47].

L'accroissement de déformation $d\varepsilon = \varepsilon'(\theta) d\theta$ entre les instants θ et $\theta + d\theta$, donne au temps $t > \theta$ une contrainte $R(\theta, t) d\varepsilon$.

La contrainte supportée par le béton au temps $t > t_0$ a donc pour valeur :

$$\sigma(t) = \varepsilon(t_0, t) R(t_0, t) + \int_{t_0}^t \varepsilon'(\theta) R(\theta, t) d\theta \quad (3.45)$$

Une intégration par partie permet d'écrire la relation (3.45) sous la forme :

$$\sigma(t) = \varepsilon(t) R(t, t) - \int_{t_0}^t \varepsilon(\theta) \frac{\partial R(\theta, t)}{\partial \theta} d\theta \quad (3.46)$$

L'équation (3.46) montre que la contrainte $\sigma(t)$ est égale à la contrainte $\varepsilon(t) R(t, t)$ diminuée de la Relaxation $\int_{t_0}^t \varepsilon(\theta) \frac{\partial R(\theta, t)}{\partial \theta} d\theta$.

✓ Il est à noter que la dérivée $\frac{\partial R(\theta, t)}{\partial \theta}$ est toujours positive.

III.4- Relation entre fonction fluage et fonction de relaxation.

La déformation sous charge $\varepsilon_c(t)$ (y compris de fluage) est définie par l'intégrale de **Stieltjes** suivant une fonction de fluage $J(t, \cdot)$. Elle est déduite de la déformation totale $\varepsilon(t)$ en retranchant les déformations libres de contraintes $\varepsilon_0(t)$ (éq.3.47). Par dualité des comportements, les fonctions de relaxation $R(t, \cdot)$ peuvent également être définies (éq.3.48). Ces relations (3.47 & 3.48) correspondent aux équations de Boltzmann.

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon(t) - \varepsilon_0(t) = \int_0^t J(t, \tau) d\sigma(\tau) \tag{3.47}$$

$$\text{Ou : } \varepsilon_c(t) = J(t, t') \sigma(t') - \int_{t'}^t \frac{\partial J(t, \tau)}{\partial \tau} \sigma(\tau) d\tau \tag{3.48}$$

$$\sigma(t) = \int_0^t R(t, \tau) [d\varepsilon(\tau) - d\varepsilon_0(\tau)] = \int_0^t R(t, \tau) d\varepsilon_c(\tau) \tag{3.49}$$

$$\text{Ou : } \sigma(t) = R(t, t') \varepsilon_c(t') + \int_{t'}^t \frac{\partial R(t, \tau)}{\partial \tau} \varepsilon_c(\tau) d\tau \tag{3.50}$$

Les fonctions de fluage $J(t, \cdot)$ et de relaxation $R(t, \cdot)$ sont inverses. Cependant, en théorie, la dualité de ces fonctions n'est pas exacte (éq.3.63) et seules leurs images dans l'espace de transformation de **Carson- Laplace**, ont des propriétés inverses. Le produit de convolution associé à cette transformation est commutatif dans le plan complexe de Carson- Laplace permettant la détermination **indifféremment** de l'une ou l'autre des deux fonctions J ou R .

$$R^+(p) \overline{\otimes} J^+(p) = 1 \tag{3.51}$$

$$\text{Ou } J^+(p) \overline{\otimes} R^+(p) = 1 \tag{3.52}$$

Néanmoins, la transformation de Laplace Carson n'est pas applicable si le matériau est vieillissant (paramètres dépendants du temps). La relation intégrale de Volterra est alors substituée à ces méthodes mathématiques. Elle relie la fonctions de fluage et de relaxation entre elles d'après les équations de Boltzmann (éqs.3.47 & 3.48) en faisant l'hypothèse d'une déformation de fluage linéaire dans le domaine des faibles contraintes pour permettre

l'application du principe de superposition. En considérant un pas de déformation unitaire constant appliqué au temps t' , on peut écrire :

$$\epsilon_c(t < t') = 0 \tag{3.53}$$

$$\epsilon_c(t \geq t') = \epsilon_0 = 1 \tag{3.54}$$

L'équation de Boltzmann en relaxation est écrite au temps t' (éq.3.55) et intégrée à l'équation de Boltzmann de fluage (eq.3.56). Compte tenu des conditions (3.53) et (3.54), l'intégrale de VOLTERRA est obtenu (éq.3.58).

$$\sigma(t') = R(t, t') \epsilon_c(t') = E(t') \epsilon_c(t') \tag{3.55}$$

$$\epsilon_c(t) = J(t, t') R(t, t') \epsilon_c(t') + \int_{t'}^t R(t, \tau) \frac{\partial J(t, \tau)}{\partial \tau} \epsilon_c(\tau) d\tau \tag{3.56}$$

$$\epsilon_0 = J(t, t') R(t, t') \epsilon_0 + \int_{t'}^t R(t, \tau) \frac{\partial J(t, \tau)}{\partial \tau} \epsilon_0(\tau) d\tau \tag{3.57}$$

$$1 = J(t, t') R(t, t') + \int_{t'}^t R(t, \tau) \frac{\partial J(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau \tag{3.58}$$

De cette écriture théorique, des formulations de transformations approchées déterminent les fonctions de relaxations en fonction de celles de fluage, et vice-versa. La formulation de **Bazant** est représentée. Elle est utilisée pour le modèle viscoélastique car sa formulation s'adapte à des fonctions de fluage pour béton vieillissant en considérant à la fois, l'âge du béton à l'instant t' , la durée de chargement $(t - t')$ (éq 3.59, 3.60 & 3.61).

$$R(t, t') = \frac{1 - \Delta_0}{J(t, t')} - c_1 \cdot \alpha_0 \tag{3.59}$$

$$c_1 = \frac{0.115}{J(t, t-1)} = \frac{0.115}{J_0} \tag{3.60}$$

$$\alpha_0 = \left[\frac{J(t - \xi, t')}{J(t, t' + \xi)} - 1 \right] \tag{3.61}$$

$$\xi = \frac{t - t'}{2} \tag{3.62}$$

Le coefficient α_0 est associé à un terme de vieillissement t' qui représente la date de chargement. t correspond à la date de lecture de la déformation. On définit par suite, $(t - t')$, la durée de chargement. Cette équation de transformation comporte deux parties.

La première partie (3.64) intègre la valeur de relaxation $R(t, t')$ comme l'inverse de vieillissement, un coefficient correcteur Δ_0 est appliqué à ce terme pour corriger l'inégalité résidante entre les fonctions $J(t, t')$ et $R(t, t')$ (3.63).

$$R(t, t') < \frac{1}{J(t, t')} \quad (3.63)$$

Les valeurs attribuées au coefficient Δ_0 dépendent de la précision requise pour le calcul. Dans une approche approximative, il peut être considéré constant $\Delta_0 = 0.008$ (sauf pour les valeurs

$$\text{où } t - t' < 1 \text{ jour} \quad (3.64)$$

$$\frac{1 - \Delta_0}{J(t, t')} = \frac{0.992}{J(t, t')} \quad (3.65)$$

Une formulation plus précise Δ_0 est fournie par Bazant pour améliorer la réponse des tests de fluage à court terme et à long terme. Pour de courtes durées de relaxation $t - t' < 3$ jours, le matériau a un comportement très différent de sa phase stabilisé. Le coefficient correcteur Δ_0 est estimé par la relation (3.66).

$$\Delta_0 = 0.009 \times \left[\frac{J(t'+1, t')}{J(28+1, 28)} \right]^2 \times \frac{J(t, t') - J(t'+0.01, t')}{J(t, t') - 0.9 \times J(t'+0.01, t')} \quad (3.66)$$

Pour de longues durées de relaxation $t - t' > 3$ jours le matériau a un comportement plus stable. Le coefficient correcteur Δ_0 s'exprime par une équation simplifiée (3.67). Nous pouvons remarquer que cette relation ne dépend plus que de l'âge de chargement.

$$\Delta_0 \approx 0.009 \times \left[\frac{J(t'+1, t')}{J(28+1, 28)} \right]^2 \quad (3.67)$$

La seconde partie introduit le terme de vieillissement $-c_1 \cdot \alpha_0$ qui tend à réduire la valeur de relaxation au temps considéré. Le terme se compose d'une partie propre au vieillissement α_0 et d'une partie c_1 qui permet de corrélérer les valeurs de relaxation expérimentales.

Nous pouvons montrer que pour un matériau non - vieillissant, le terme α_0 s'annule. Les fonctions de complaisance sont uniquement en fonction de la durée de chargement ξ (3.68).

$$J(t - \xi, t') = J(\xi) \text{ et } J(t, t' - \xi) = J(\xi) \quad (3.68)$$

Si le coefficient α_0 n'est pas nul (matériau vieillissant), le terme c_1 est introduit. Il est composé d'un coefficient algébrique 0.115 issu de la corrélation des courbes de relaxation $R(t, t_0)$ calculées exactement (formulation mathématique) à partir d'un ensemble de courbes de fluage expérimentales $J(t, t)$. Une valeur de complaisance J_0 (3.70) définie par Bazant & Baweja (1998), complète le terme c_1 .

$$c_1 = \frac{0.115}{J(t, t-1)} = \frac{0.115}{J_0} \tag{3.69}$$

$$J_0 = J(t' - \xi, t' - \xi - 1) \tag{3.70}$$

Cette formulation s'applique au principe de la "Solidification theory".

III.5- Démonstration de la loi caractéristique du fluage :

✓ **Hypothèses et superposition dans la théorie du fluage linéaire :**

La théorie linéaire du fluage qui étudie l'état de contraintes et de déformation est basée sur les hypothèses suivantes :

1. le corps est considéré plein, uniforme et isotrope.
2. Les caractéristiques de déformabilité du corps (déformation du fluage et module d'élasticité) sont déterminées sous des charges constantes.
3. La déformation totale du corps ou de l'élément est constituée d'une déformation instantanée, qui prend naissance au moment du chargement et une déformation différée qui se développe sous l'action des charges de longues durées.
4. pour les déformations totales, le principe de superposition doit être vérifié.
5. la relation entre les contraintes et les déformations instantanées est linéaire.

Le plus spécifique des hypothèses, qui est le principe de superposition se formule de la manière suivante :

1. Dans le cas où les contraintes agissent au même moment τ_1 :

$$\epsilon^*(t) = \Delta \sigma_1 \delta(t, \tau_1) + \Delta \sigma_2 \delta(t, \tau_1) + \dots + \Delta \sigma_n \delta(t, \tau_1) \tag{3.71}$$

2. dans le cas où les contraintes agissent dans des moments différents :

$$\epsilon^*(t) = \Delta \sigma_1(\tau_1) \delta(t, \tau_1) + \Delta \sigma_2(\tau_2) \delta(t, \tau_2) + \dots + \Delta \sigma_n(\tau_n) \delta(t, \tau_n) \tag{3.72}$$

La formule (3.72) peut être généralisée dans le cas où les contraintes sont variables dans le temps ;

$$\epsilon^*(t) = \sigma(\tau_1)\delta(t, \tau_1) + \int_{\tau_1}^t \frac{\partial \sigma(\tau)}{\partial \tau} \delta(t, \tau) d\tau \tag{3.73}$$

$$\text{Avec : } \delta(t, \tau) = \frac{1}{E(\tau)} + C(t, \tau) \tag{3.74}$$

Si on intègre par partie par rapport à t, la relation (3.73), et après de simple transformation on obtient l'équation qui relie les contraintes et les déformations sous forme :

$$\epsilon^*(t) = \frac{\sigma'(t)}{E(t)} - \int_{\tau_1}^t \sigma^*(\tau) \frac{\partial \delta(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau \tag{3.75}$$

Dans cette expression le premier terme $\frac{\sigma'(t)}{E(t)}$ représente la déformation instantanée. Pour le deuxième terme $\int_{\tau_1}^t \sigma^*(\tau) \frac{\partial \delta(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau$, c'est la déformation de fluage qui tient compte de vieillissement du béton.

Du fait que la déformation totale relative $\delta(t, \tau)$ diminue quand τ tend vers t, on a toujours l'inégalité suivante :

$$\frac{\partial \delta(t, \tau)}{\partial \tau} < 0 \tag{3.76}$$

La formule (3.74) peut être écrite de la manière suivante :

$$\epsilon^*(t) = \frac{\sigma'(t)}{E(t)} - \int_{\tau_1}^t \frac{\sigma^*(\tau)}{E(\tau)} L(t, \tau) d\tau \tag{3.77}$$

Où L(t, τ) : une fonction qui tient compte l'influence des déformations instantanées sur des déformations totales.

Par comparaisons de (3.78) et (3.76) en tenant compte de (3.73), nous permet de déduire :

$$L(t, \tau) = E(\tau) \frac{\partial \delta(t, \tau)}{\partial \tau} \tag{3.78}$$

$$\Rightarrow L(t, \tau) = - \frac{1}{E(\tau)} \frac{\partial E(\tau)}{\partial \tau} + E(\tau) \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} \tag{3.79}$$

Si on examine un élément ou une tige comprimée ou tendue et que cet élément est réalisé à partir d'un matériau qui possède les propriétés de vieillissement et qu'on considère que les déformations $\epsilon^*(t)$ sont connues, alors les relations (3.71) et (3.73) peuvent être

transformées en une relation à inconnue $\sigma^*(t)$ ou $\sigma^*(t)/E(t)$.

Pour tenir compte de déformation initiale, on ajoute à droite des formules (3.71) et (3.76) $\varepsilon_0(t)$.

Déformations égale à zéro c'est -à - dire :

$$\varepsilon^*(t) + \varepsilon_0(t) = 0 \quad (3.80)$$

$$\text{D'où } \varepsilon^*(t) = - \varepsilon_0(t) \quad (3.81)$$

La relation (3.77), en considérant (3.81), peut s'écrire sous la forme suivante

$$- \varepsilon_0(t) = \frac{\sigma^*(t)}{E(t)} - \int_{\tau_1}^t \frac{\sigma^*(\tau)}{E(\tau)} L(t, \tau) d\tau \quad (3.82)$$

Conclusion générale

Conclusion générale :

De notre recherche bibliographique sur les déformations du béton sous charges de longue durée, nous pouvons conclure que le béton est un matériau à structure très complexe **hétérogène, poreuse et où s'effectuent les différents phénomènes physico-chimiques liés à l'hydratation de la pâte de ciment et sont séchage et** qui jouent un rôle centrale vis-à-vis de la déformation différée du béton. Ces déformations qui se développent dans la pâte de ciment **même sous charges maintenues constantes au cours du temps** qu'on appelle phénomène fluage qui peuvent engendrer des déformations trois fois plus importantes que la déformation instantanée, d'où la **nécessité de bien connaître les mécanismes de ce phénomène** qui peuvent causer la ruine des ouvrages en béton sensible à ce dernier comme les ouvrages d'art (barrages, ponts, centrales nucléaires... etc.) .Pour une bonne évaluation de la durée de vie de ces derniers il est important de tenir compte de ce phénomène.

Dès la mise en évidence de fluage par **Freyssinet**, les chercheurs tentent d'**expliquer** les sources de ce phénomène mais, il demeure difficile à cause de la complexité de la microstructure du béton, du manque de moyens et de données expérimentales issues des essais relativement longs (**deux ans**) dans un **délai souvent incompatible avec le planning d'un chantier**. Beaucoup de théories sont nées de ce fait, et de nombreux modèles rhéologiques et **codes réglementaires ont essayé de donner des expressions de la fonction de fluage $J(t, t')$** mais sans doute, tout ces modèles sont des approches calées sur des donnée expérimentales. Ils ne tiennent pas compte de tous les paramètres qui influent sur le fluage liés à la **composition de béton (granulats, liant)** et l'**ambiance de conservation** comme l'hygrométrie et la température...etc. **Donc il est illogique d'utiliser ces derniers de façon purement déterministe** mais dans un format de vérification semi-probabiliste.

On arrive logiquement à proposer que la prescription normative distingue les structures en fonction de leur **niveau de sensibilité aux déformations différées** et qu'à chaque niveau de sensibilité soit adapté tant le modèle de prévision que la méthode de prise en compte de l'**influence des effets différés**.

Enfin, pour les applications classiques de génie civil (bâtiment), les règlements tels qu'ils sont, **restent amplement** suffisants. Seules des applications particulièrement innovantes (les structures épaisses, les ouvrages exceptionnels) ou particulièrement sensibles peuvent nécessiter une réflexion plus approfondie et une justification plus soignée.

Références bibliographiques

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

[01] **COQUILLAT G** , « Mesure fondamentales sur éprouvettes: Définitions et méthodes expérimentales » Annale de L'ITBTP, N° 455, pp 82-88, Juin, 1987.

[02] **HOUARI . H** , « Contribution à l'étude du comportement des bétons renforcés des fibres métalliques soumis à l'action des charges maintenues et cycliques » thèse de Doctorat, INSAA de Lyon, 244p, 1993.

[03] **PONS .G** , « Rhéologie et fissurabilité des bétons et microbéton soumis à des chargements harmoniques de faible fréquence » Thèse de Doctorat d'Etat en Sciences, 2003.

[04] **CHAUSSIN R** , « Le fluage du béton: Généralités » Annales de l'ITBTP. N° 455, pp. 80 -81, Juin 1987.

[05] **FREYSSINET E** , « Relation entre les déformations et la constitution des Ciments et des matériaux de structure colloïdaux (1926-1929): idées et voies nouvelles » Science et industrie N°1, 1933.

[06] **MIRVAT OMAR** , « déformations différées du béton : modélisation numérique et interaction avec les fissurations » XXI rencontre universitaire de génie civil prix RENE Houpert.

[07] **BERTHOLET A** , « Contribution à la modélisation du béton vis-à-vis du Vieillissement et de la durabilité: interaction des déformations de fluage et du comportement non linéaire du matériau » Thèse de doctorat de l'INSA de Lyon, 299 p. octobre 2003.

[08] **BISSONNETTE B.ET, PIGEON M** ,« tensile creep at early age of ordinary, silica fume and fibre erienforced concrete » Cement and Concrete Research. Volume 25, N° 5pp. 1075-1085, 1995.

[09] **OSTERGAARD.L.EL AL** , « Tensile basic creep of early-age concrete under constant load » Cement and Concrete research. Volume 31 N° 12p.1895-1899, 2001.

[10] **KOVLER .K** , « Independence of creep and shrinkage for concrete under tension » . Journal of materials in Civil Engineering, 1995.

- [11] **BAZANT Z. P, PANULAL** , « Praticil prédiction of time dépendant déformation of concrete » Matériaux et Construction, Volume 11N°65, Sep- Oct 1978.
- [12] **BERTHOLET A** , « Contribution à la modélisation du béton vis-à-vis du Vieillissement et de la durabilité: interaction des déformations de fluage et du comportement non linéaire du matériau ». Thèse de doctorat de l'INSA de Lyon. 299 p. octobre 2003.
- [13] **CHABANE ABDEHAFID** , « Comportement différés des variétés en béton ; Mise en place d'un bâti de fluage » Thèse de doctorat (Université de Mentouri Constantine) , 2008.
- [14] **NEVILLE A M** , « Propriétés des bétons » Annale Edition Eyrolles, Paris 2000.
- [15] **PANE I and HANSEN . W** , « Early age creep and stress relaxation of concrete containing blended cements », Matériaux et Constructions / Materials and Constructions, volume 35, p.92-96, 2002.
- [16] **AL- MANASEERA. A** , « Creep and Shrinkage: Structural design effect » the Adam Neville symposium Atlant USA, ACI-Michigan. 424 p.2000.
- [17] **HARSH ET AL** , « Strain-rate sensitive behavior of cement past and mortars in compression » ACI Materials journal, Volume 87 N°5, p.508-516, 1990.
- [18] **BENAISSA ET AL** , « Fluage et retrait du béton de sable », Materials and Structures, volume 26,pp.333-339, 1993.
- [19] **BISSONNETTE B. ET , PIGEON. M** , « Le comportement viscoélastique du béton en traction et La compatibilité déformationnelle des réparations ». Matériaux et constructions, Materials / Structures , volume 33, pp. 108-118, Mars 2000
- [20] **NGAB A.S ,NILSON A.H. AND SLATE F.O** , « Shrinkage and creep of high strength concrete » ACI Jornal, 1981.
- [21] **Neville A.M** , « Current problems regarding concrete under sustained loading » Proceeding International Association for Bridge and Structural Engineering, 1966.
- [22] **WARD M.A. and COOK D.J** , « The mechanism of tensile creep in concrete » Magazine of Concrete Research, 1969.

- [23] **TAMSIA B.T, BEAUDOIN J.J**, « Basic creep hardened cement past: Are – examination of the role of water » *Cement and Concrete Research*, 30 p 1465 – 1475, 2000.
- [24] **GHOSH R.S**, « A hypothesis on mechanism of maturing creep of concrete » *Materials and Structures*, volume 6 N° 31, p.23-26, 1973.
- [25] **LOHTIA R.P**, « Mechanism of creep in concrete » *Roorkee University Research Journal*, Volume 1-2 N° 12, P.37-47, 1970.
- [26] **Benboudjema F**, « Modélisation des déformations différées du béton sous sollicitations biaxiales. Applications aux enceintes de confinement de bâtiments réacteurs des centrales nucléaires » Thèse du doctorat. Université de Marne la Vallée, U.F.R. de Sciences et Technologies, 2002.
- [27] **GENOT-DELAHAILE . I**, « Contribution à l'analyse physique et à la modélisation du fluage propre du béton » *Etudes et Recherches LPC, OA 25, LCPC, Paris*, Avril 1997.
- [28] **ACKER P, EYMARD R.AND PIAU J.M**, « Structural analysis of concrete structures : accounting for thermal and hygral effects » *Annals des Ponts et Chaussées*, 1991.
- [29] **BERES L**, « La macrostructure et le comportement de béton sous l'effet de sollicitations de longues durée » *Matériaux et Constructions, Materiales / Structures*, volume 2 N° 8, pp. 103-110, 1969.
- [30] **DREUX G . ET GORISSE F**, « Contribution à l'étude du fluage et du retour de fluage » *Annales de l'ITBTP*, N° 377, Novembre 1979.
- [31] **L'HERMITRE J, MAZARS J**, « I. Note sur le changement de volume au cours de la déformation plastique du béton. II. Quelque complément à l'étude expérimentale de fluage en compression simple » *Annales de l'ITBTP*, N°363, Juillet-Aout, 1987.
- [32] **CHIORINO M. A**, « Fluage et déformations différées du béton » *Annales de l'INBTP*, N° 326 série béton 145, p.101-106, Mars 1975.
- [33] **YUE L. and TAEREW**, « Two functions methodes for prediction of concrete creep under decreasing stress » *Matériaux et Construction, Materials and Structures*, 1993.

[34] **ACKER P**, « Comportement mécanique du béton : Rapport de l'approche Physicochimique » Rapport de recherche LCPC, N° 117 p, 1988.

[35] **Le MONITEUR**, « Le retrait du béton » Annale , le Moniteur, N° 33, p, 107-Paris 1972.

[36] **PANE I and HANSEN . W**, « Early age creep and stress relaxation of concrete containing blended cements » Matériaux et Constructions / Materials and Constructions, volume 35, p. 92 -96, 2002.

[37] **MAIA F.A.C, GRELAT A, FOURE B**, « Analyse non linéaire des ossatures en béton armé ou précontraint compte tenu du retrait ; du fluage et de la relaxation » Annales de l'I.T.B.T.P. N° 412, Février, 1983.

[38] **FORE B**, « Le flambement des poteaux compte tenu du fluage du béton » Annales de l'Institut Technique du Bâtiments et des Travaux Publics, N° 359, série Béton 214, 1978.

[39] **CAROL END MURCIA J**, « A model for the non – linear time – dependent behavior of concrete in compression based on a MAXWELL chain with exponential algorithm» Matériaux et Construction, 1989.

[40] **Eurocode 2**, Annals, Edition Eyrolles, 1997.

[41] **ACI COMMITTEE 209-95**, « Prediction of creep, shrinkage and temperatures effects in structures » ACI Manual of Concrete Practice ; Materials and General Properties of Concrete, 1992.

[42] **BAZANT Z.P.AND XI Y, AND BAWEJA S**, « Preliminary guidelines and recommendation for characterizing creep and shrinkage in structural design codes » Creep and shrinkage of concrete proceeding of fifth international RILEM symposium, Barcelone-London, 1993.

[43] **BAZANT Z. P and KIM J.K**,« Improved prediction model for time- dependent deformations of concrete. Par 2, basic creep » Matériaux et Construction, Materials / Construction, 1991.

[44] **BAZANT Z. P and CHERN J.C** , « Concrete creep at variable humidity: constitutive law and mechanism » Matériaux et Construction, Materials / Construction, 1985.

[45] **GETTU R AND GARCIA- ALVAREZ V. O** , « Interaction of creep and facture in concrete » Creep and shrinkage of concrete proceeding of the fifth international RILEM symposium, BARCELONE LONDON: E & Fn Spon, 1993.

[46] **JEAN CORBON** , « Fluage et relaxation du béton , l'influence du fluage linéaire sur l'équilibre des systèmes hyperstatiques en béton précontraint » Annales de l'institut du bâtiment et des travaux publique, 1968.

[47] **KEDJOUR NACER – EDDINE** , « propriété et pathologie du béton » office des publications universitaires (O .P. U), 1993.

[48] **AROUTOUNIAN N. X** , « Application de la théorie du fluage » Ed STROÏZDAT, Mosco, 1968.

[49] **ALEKSANDROVSKY C.V** , « Calcul des constructions en béton et en béton armé à la variation de la température et de l'humidité en tenant le fluage » Ed ; STROÏZDAT, Mosco 1966.

[50] **LIVICHITZ. Y.Z** , « Calcul des constructions en béton en considérant le retrait » Ed. Vicha.Chrola. Kiev, 1971

[51] **PROKOPOVITCH** , « Théorie appliquée au fluage » Ed. STROÏZDAT, Mosco1980.