

**MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

**UNIVERSITE MOULOUD MAMMERI DE TIZI – OUZOU**

**DEPARTEMENT DE GENIE CIVIL**

**LABORATOIRE DE RECHERCHE GEOMATERIAUX, ENVIRONNEMENT ET  
AMENAGEMENT**

**(L.G.E.A)**

# **MEMOIRE DE MAGISTER**

**OPTION : GEOTECHNIQUE ET ENVIRONNEMENT**

**Présenté par**

***YEZLI Saliha***

***Thème***

***INFLUENCE DE LA DIMENSION FRACTALE  
SUR LES CARACTERISTIQUES  
MECANIQUES DES MATERIAUX***

**Devant le jury composé de :**

<b>M<sup>r</sup> AIT-TAHAR Kamal ;</b>	<b>Professeur ;</b>	<b>UMMTO ;</b>	<b>Président.</b>
<b>M<sup>r</sup> MELBOUCI Bachir ;</b>	<b>Professeur ;</b>	<b>UMMTO ;</b>	<b>Rapporteur.</b>
<b>M<sup>r</sup> BAHAR Ramdane ;</b>	<b>Professeur ;</b>	<b>UMMTO ;</b>	<b>Examineur.</b>
<b>M<sup>r</sup> HAMIZI Mohand ;</b>	<b>Maître de conférence A ;</b>	<b>UMMTO ;</b>	<b>Examineur.</b>

**Soutenu le : 10/07/2011**

## **REMERCIEMENTS**

Ce travail de recherche a été réalisé au Laboratoire Géo-matériau Environnement et Aménagement de la faculté du génie de la construction de l'Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou.

Je tiens à remercier toutes les personnes qui m'ont permis de mener à bien ce travail. Je voudrais plus particulièrement faire part de ma gratitude aux personnes suivantes:

Avant tout, je tiens à exprimer ma gratitude à monsieur MELBOUCI Bachir, professeur à l'université Mouloud MAMMERRI de Tizi- Ouzou (UMMTO) et directeur de ce mémoire, pour m'avoir guidé tout au long de ce travail de recherche. Je le remercie vivement pour sa disponibilité, de tous les instants qui ont rendu ce travail possible. Qu'il trouve ici l'expression de ma sincère gratitude.

J'adresse mes sincères remerciements à Monsieur AÏT-TAHAR Kamal Professeur à l'Université Mouloud MAMMERRI de Tizi-Ouzou qui m'a fait l'honneur de présider le jury du présent mémoire.

Je remercie également Monsieur BAHAR Ramdane professeur à l'UMMTO et directeur de laboratoire de recherche Géo-matériaux Environnement et Aménagement, Monsieur HAMIZI Mohand maître de conférences à l'UMMTO, qui ont bien voulu accepter d'examiner ce mémoire.

Mes remerciements vont aussi à Monsieur BOUDLAL Omar Maître assistant à l'université Mouloud MAMMERRI pour ses conseils avisés et à Monsieur BOUKHAROUB M<sup>ed</sup> Ameziane pour son aide.

Mes remerciements vont particulièrement à Mourad qui m'a bien suivi durant ce travail. Pour sa patience et sa compréhension.

A mes parents et mes sœurs ainsi que à ma belle famille qui m'ont encouragé et soutenu toujours.

Mes pensées vont pareillement à tous les autres doctorants ou étudiants que j'ai rencontrés au laboratoire LGEA.

# SOMMAIRE

LISTE DES NOTATIONS ET INDICES .....	i
LISTE DES TABLEAUX .....	ii
LISTE DES FIGURES .....	iii
INTRODUCTION GENERALE .....	01
<b>LA PARTIE BIBLIOGRAPHIQUE</b>	
<b>CHAPITRE I : GENERALITES SUR LA NOTION FRACTALE</b>	
I-1. INTRODUCTION .....	04
I-2. L'ORIGINE DES FRACTALES .....	04
I-3. DEFINITION D'UNE FRACTALE .....	04
I-4. L'IMMENSITE DE L'UNIVERS DES FRACTALES .....	05
I-4-1. Les types des fractales .....	05
I-4-2. Les objets fractals .....	06
a) Définition .....	06
b) Triangle de Sierpinsky .....	06
c) Le tapis de Sierpinsky .....	07
d) Eponge de Menger .....	08
e) Le flacon de Von Koch .....	09
f) La courbe de Koch .....	10
g) L'ensemble de Cantor .....	11
I-4-3 Les fractales déterministes .....	12
a) Définition .....	12
I-5. LA DIMENSION FRACTALE .....	14
1-5-1. Notion de dimension classique et de dimension fractale .....	14
1-5-1-1. la dimension euclidienne .....	15
I-5-2. La dimension d'un objet auto-similaire .....	19
I-5-3. La dimension d'un objet quelconque .....	20
I-6. CONCLUSION .....	21

## **CHAPITRE II : LES THEORIES FRACTALES APPLIQUEES AU GENIE CIVIL**

II-1. INTRODUCTION .....	22
II-2. LES METHODES UTILISEES POUR LE CALCUL DE LA DIMENSION FRACTALE D'UN GRAIN DE SOL .....	22
a- Area-perimeter .....	23
b- Line Divider .....	25
c- méthode des lignes parallèles .....	27
d- Box Counting .....	28
II-3. REPRESENTATION FRACTALE DU SOL .....	30
II-4. CONCLUSION .....	31

## **CHAPITRE III : GENERALITES SUR LA NOTION D'ECRASEMENT DES GRAINS**

III-1. INTRODUCTION .....	32
III-2. DIFFERENTS TYPES D'ECRASEMENT DES GRAINS .....	32
III-2-1. L'écrasement des grains selon (Bishop et Henkel, 1962) .....	32
III-2-2. L'écrasement des grains selon (Ramamurthy, 1969) .....	33
III-2-2-1. Rupture des aspérités .....	33
III-2-2-2. Rupture des angularités .....	34
III-2-2-3. Fendage des grains de sol .....	34
III-2-2-4. Cisaillement des aspérités .....	34
III-2-3. L'écrasement des grains selon (Guyon et Troadec, 1994) .....	35
III-3. EFFET DE LA CROUTE MOLLE .....	35
III-3-1. Cisaillement à l'interface .....	36
III-3-2. Cisaillement localisé dans la croûte molle .....	36
III-3-3. Cisaillement généralisé dans la croûte molle .....	37
III-4. LES PARAMETRES INFLUENÇANT LA RUPTURE DES GRAINS .....	37
III-5. CONSEQUENCE DU PHENOMENE D'ECRASEMENT .....	41
III-6. CONCLUSION .....	42

## **LA PARTIE EXPERIMENTALE**

### **CHAPITRE IV : LES ESSAIS DE LABORATOIRE**

IV-1. INTRODUCTION .....	43
IV-2. APPAREILLAGE ET CARACTERISATION DES MATERIAUX UTILISES .....	43
IV-2-1. Essai De Cisaillement Direct .....	43
IV-2-1-1. Définition et Appareillage .....	43
IV-2-1-2. Principe de l'essai .....	44
IV-2-1-3. Exploitation des résultats .....	45
IV-2-1-4 .les imperfections de la boite de cisaillement .....	47
IV-2-2. Essai oedométrique .....	48
IV-2-2-1. Définition .....	48
IV-2-2-2. Appareillage et Principe de l'essai .....	48
IV-2-3. Essai Proctor .....	51
IV-2-3-1. Définition .....	51
IV-2-3-2. Appareillage et Principe de l'essai .....	52
IV-2-3-3. Energie utilisée dans l'essai Proctor .....	53
IV-2-4. Caractéristiques du matériau utilisé .....	54
IV-3.DEFINITION DES PARAMETRES QUANTIFIANT L'ECRASEMENT DES GRAINS .....	55

### **CHAPITRE V : PRESENTATION ET INTERPRETATION DES RESULTATS DES ESSAIS DE LABORATOIRE**

V-1. INTRODUCTION .....	57
V-2. ESSAI DE CISAILLEMENT .....	57
V-2-1. Présentation des courbes granulométriques obtenues avant et après essai.....	57
V- 2-2.Interprétation des courbes granulométriques obtenues après les essais de cisaillement .....	60
V- 2-4. Interprétation des courbes Contraintes-déformations après essai de cisaillement...	63
V-3. ESSAI DE COMPACTAGE .....	64

V-4. ESSAI A L'OEDOMETRE .....	65
V-5. CONCLUSION .....	68

**CHAPITRE VI : MISE EN EVIDENCE DE LA NOTION FRACTALE DANS LES  
DIFFERENTS ESSAIS**

VI-1. INTRODUCTION .....	69
VI-2. MISE EN EVIDENCE DE LA NOTION DE DIMENSION FRACTALE DANS LES TROIS TYPES D'ESSAIS .....	69
VI-2-1. Essai de cisaillement .....	69
VI-2-1-1. Présentation des résultats concernant la détermination de la dimension fractale .....	73
VI-2-2 Essai de compactage .....	82
VI-2-3. Essai à l'oedomètre .....	91
VI-3. CONCLUSION .....	98
<b>CONCLUSION GENERALE .....</b>	<b>99</b>
<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES .....</b>	<b>101</b>
<b>Annexe A .....</b>	<b>107</b>
<b>Annexe B .....</b>	<b>143</b>

## ***PRINCIPALES NOTATIONS ET INDICES***

D	Dimension de l'objet.
L	longueur de l'Objet.
n	l'étalon de mesure.
N	Nombre de fois que l'on reporte l'étalon.
D <sub>f</sub>	Dimension fractale d'un grain.
M	Pente de la droite considérée.
P	Périmètre du grain.
A	Surface du grain.
P( $\lambda$ )	Périmètre polygone en (mm).
$\lambda$	l'espacement entre deux lignes parallèles.
N	Effort normal de compression.
T	Effort horizontal.
$\sigma_n$	Contrainte normale.
$\tau$	Contrainte tangentielle.
D <sub>10i</sub>	Diamètre du tamis équivalent à un tamisât initial de 10%.
D <sub>10f</sub>	Diamètre du tamis équivalent à un tamisât final de 10%.
D <sub>60</sub>	Diamètre de tamis équivalent à un tamisât de 60%.
Cu	Coefficient d'uniformité ou de Hazen.
B <sub>10</sub>	Paramètre qui caractérise le degré d'écrasement des grains.
E <sub>p</sub>	Energie de compactage.
$\varphi$	angle de frottement interne du matériau.
$\Delta h/h$	Tassement relatif.
e	Indice des vides.
$\Delta e$	Différence entre l'indice des vides initial et final.
Cc	Indice de compression.
$\sigma_p'$	Pression de pré consolidation .

## ***LISTE DES TABLEAUX***

<b>Tableau IV-1:</b> Caractéristiques des essais Proctor Normal et Modifié.....	53
<b>Tableau IV-2:</b> Caractéristiques physiques et mécaniques du matériau calcaire .....	55
<b>Tableaux VI-1:</b> Tableaux récapitulatifs des dimensions fractales obtenues pour tous les grains avant et après essai de cisaillement sous différentes contraintes appliquées à l'état sec.....	77
<b>Tableaux VI-2:</b> Tableaux récapitulatifs des dimensions fractales obtenues pour tous les grains avant et après essai de cisaillement sous différentes contraintes appliquées à l'état humide .....	77
<b>Tableaux VI-3:</b> Tableaux récapitulatifs des dimensions fractales obtenues avant et après l'essai de compactage sous différentes énergies utilisées .....	87
<b>Tableaux VI-4:</b> Tableaux récapitulatifs de la dimension fractale obtenue avant et après les essais oedométriques .....	93

## **LISTE DES FIGURES**

<b>Figure I-1</b> : Les objets fractals .....	06
<b>Figure I-2</b> : Triangle de Sierpinsky .....	07
<b>Figure I-3</b> : Tapis de Sierpinsky .....	07
<b>Figure I-4</b> : Mesure de l'aire du tapis de Sierpinsky à des échelles variables .....	08
<b>Figure I-5</b> : Eponge de Menger.....	09
<b>Figure. I-6</b> : Le flacon de Von Koch.....	10
<b>Figure I-7</b> : La courbe de Koch (CRILLY).....	11
<b>Figure I-8</b> : L'ensemble de Cantor.....	12
<b>Figure I-9</b> : Coquillage de Cymbolia innexia Reeve .....	12
<b>Figure I-10</b> : Les ensembles de Julia Gaston Maurice .....	13
<b>Figure I-11</b> : L'ensemble de Mandelbrot .....	13
<b>Figure I-12</b> : La cote sauvage bretonne indiquant la notion de la dimension fractale.....	14
<b>Figure I-13</b> : Mesure de la longueur d'une courbe par approximations polygonales.....	16
<b>Figure I-14</b> : La longueur de la côte mesurée avec l'étalon 1 et 2 .....	17
<b>Figure I-15</b> : Dimension d'un objet auto similaire .....	19
<b>Figure II-1</b> : a) un exemple d'un grain de sable photographié d'une surface de 31.06 mm <sup>2</sup> b) l'image binaire est obtenue après l'analyse d'image .....	23
<b>Figure II-2</b> : Application de la méthode de area –perimeter .....	24
<b>Figure II-3</b> : Application de la méthode line divider .....	26
<b>Figure II-4</b> : Calcul de la dimension fractale.....	26
<b>Figure II-5</b> : La méthode des lignes parallèles .....	28
<b>Figure II-6</b> : (a) application de la dimension fractale par Box Counting.....	29
<b>Figure II-7</b> : Calcul de la dimension fractale de boîte .....	29
<b>Figure III-1</b> : Représentation schématique du comportement de contact.....	33

(D'après BISHOP et HENKEL, 1962)

<b>Figure III-2</b> : Différents types de rupture des grains selon Ramamurthy T en 1969 .....	33
<b>Figure III-3</b> : Différents modes de rupture des grains selon Guyon et Troadec, 1994.....	35
<b>Figure III-4</b> : Cisaillement à l'interface .....	36
<b>Figure III-5</b> : Cisaillement localisé dans la croûte plus molle .....	36
<b>Figure III-6</b> : Cisaillement généralisé dans la croûte plus molle .....	37
<b>Figure IV-1</b> : La Boite de cisaillement .....	44
<b>Figure IV-2</b> : L'appareillage complet .....	44
<b>Figure IV-3</b> : Mode de rupture dans la boite de cisaillement .....	45
<b>Figure IV-4</b> : Courbe « effort-déformation » d'un sol pulvérulent dans un essai cisaillement. ....	46
<b>Figure IV- 5</b> : Principe de l'oedomètre .....	49
<b>Figure IV- 6</b> : Courbe oedométrique (e-log $\sigma'$ ).....	50
<b>Figure IV-7</b> : Principe de l'essai Proctor.....	52
<b>Figure V-1</b> : Courbe granulométrique de l'échantillon initial du matériau calcaire.....	57
<b>Figure V-2</b> : Les différentes courbes granulométrique après essai de cisaillement l'état sec sous différentes contraintes appliquées .....	58
<b>Figure V-3</b> : La superpositions des différentes courbes granulométriques obtenues après essai de cisaillement à l'état sec .....	58
<b>Figure V-4</b> : La superposition des différentes courbes granulométriques obtenues après essai de cisaillement à l'état humide .....	59
<b>Figure V-5</b> : La superposion des différentes courbes granulométriques obtenues après cisaillement à l'état humide et à l'état sec sous chaque contrainte normale appliquée .....	59
<b>Figure V-6</b> : Contraintes-Déformations pour l'essai de cisaillement à sec.....	61
<b>Figure V-7</b> : Contraintes-Déformations après essai de cisaillement à l'état humide.....	61
<b>Figure V-8</b> : Courbe intrinsèque à l'état sec.....	62
<b>Figure V-9</b> : Courbe intrinsèque à l'état humide .....	62
<b>Figure V-10</b> : Evolution de la densité sèche en fonction de l'énergie de compactage .....	64
<b>Figure V-11</b> : Les courbes granulométriques obtenues après les essais œdométriques soumis aux différents types de cycle du chargement.....	65
<b>Figure V-12</b> : Courbe de compressibilité pour un seul chargement .....	66

<b>Figure V-13 :</b> Courbe de compressibilité pour un cycle de chargement-déchargement .....	66
<b>Figure V-14 :</b> Courbe de compressibilité pour 3 cycles de chargement-déchargement .....	67
<b>Figure VI-1:</b> Les différents échantillons utilisés du matériau calcaire .....	70
<b>Figure VI-2:</b> Calcul de la dimension fractale avec la méthode des lignes parallèles des grains de 5 (mm) pour sous une contrainte normale de 400 KPa .....	76
<b>Figure VI-3 :</b> Evolution de la dimension fractale en fonction de la contrainte normale.....	79
<b>Figure VI-4 :</b> Evolution de la dimension fractale en fonction de la contrainte tangentielle .....	79
<b>FigureVI-5:</b> Evolution de la dimension fractale en fonction du paramètre Cu pour les différentes dimensions des grains étudiées et sous différentes contraintes normales appliquées.	80
<b>Figure VI-6 :</b> évolution de la dimension fractale en fonction du paramètre B10 de toutes les dimensions des grains étudiées sous différentes contraintes normales appliquées.....	81
<b>Figure VI-7 :</b> Evolution de la dimension fractale en fonction du nombre de coups pour les différentes dimensions des grains étudiés .....	88
<b>Figure VI-8 :</b> évolution de la dimension fractale en fonction de l'énergie de compactage pour les différentes dimensions des grains étudiés .....	88
<b>Figure VI-9:</b> Evolution de la dimension fractale en fonction de la densité sèche .....	89
<b>Figure VI-10 :</b> Evolution de la dimension fractale en fonction de la dimension des grains .....	90
<b>Figure VI-11 :</b> Evolution de l'écart de la dimension fractale en fonction de la dimension des grains sous différentes énergies de compactage .....	90
<b>Figure VI-12 :</b> Variation de la dimension fractale en fonction du nombre de cycle .....	94
<b>Figure VI-13 :</b> Evolution de la dimension fractale des différents grains en fonction de l'indice des vides .....	94
<b>Figure VI-14 :</b> Evolution de la dimension fractale en fonction de $\Delta e$ .....	95
<b>Figure VI-15 :</b> Evolution de la dimension fractale en fonction du tassement relatif.....	95
<b>Figure VI-16 :</b> Evolution de la dimension fractale des grains en fonction du paramètre B <sub>10</sub> .....	96
<b>Figure VI-17 :</b> Evolution de la dimension fractale des grains en fonction du paramètre Cu.....	96

## ***RESUME***

Les matériaux granulaires demeurent à l'heure actuelle essentiels à la réalisation des ouvrages de Génie-Civil. Afin de mieux comprendre leurs comportements, il est nécessaire de les étudier et de s'intéresser aux facteurs influençant leurs caractéristiques.

Par ailleurs, pour déterminer la dimension d'un grain, on associe la forme de celui-ci à celle d'une sphère équivalente. La dimension d'un grain est alors mesurée par un diamètre équivalent, ce qui ne suffit pas pour décrire le comportement du matériau constitué de grains de forme irrégulière. Pour appréhender ces effets, une nouvelle technique a été développée par le fondateur Mandelbrot (1979) qui est la géométrie fractale, pour décrire des figures géométriques d'une structure irrégulière et complexe. Afin d'éclaircir la notion que l'on vient d'aborder, on caractérise la forme du grain à l'aide de la dimension fractale ( $D_f$ ), qui est un nombre de mesure du degré d'irrégularité ou de la fragmentation d'un grain.

L'objectif de ce travail est de montrer que la dimension fractale est un paramètre très influant sur les caractéristiques mécaniques et physiques à savoir ( $\tau$ ,  $\sigma$ ,  $E_p$ ,  $e$ ,  $\gamma_d$ ) des matériaux granulaires.

Afin d'atteindre cet objectif, des essais mécaniques ont été réalisés : l'essai de cisaillement direct à la boîte de Casagrande, l'essai oedométrique et l'essai de compactage sur le matériau calcaire. La dimension fractale a été calculée pour les différents grains constituant les échantillons avant et après chaque essai tout en étudiant son évolution après écrasement, avec l'utilisation de deux méthodes différentes qui sont (area-périmètre et lignes parallèles) discutées par (Hyslip et Vallejo, 1997), en faisant varier les contraintes du chargement appliqué.

En outre, les résultats obtenus à partir de ces expériences, confirment que la dimension fractale a une incidence dans la mesure des caractéristiques des matériaux granulaires.

**Mots clés :** Dimension fractale, écrasement, résistance, grain, corrélation, calcaire.

## ***ABSTRACT***

Granular materials remain at present essential to the achievement of civil engineering works. To better understand their behavior, it is necessary to study them and look at the factors influencing their characteristics.

Furthermore, to determine the size of a grain, we associate its shape to that of an equivalent sphere. The size of a grain is then measured by an equivalent diameter, which is not sufficient to describe the behavior of the material which consists of grains of irregular shapes. To capture these effects, a new technique was developed by the founder Mandelbrot (1979) which is the fractal geometry to describe geometric figures in a complex and irregular structure. To clarify the notion just touched, a grain shape is characterized by using fractal dimension ( $D_f$ ), which is a number measuring the degree of irregularity or fragmentation of a grain.

The objective of this work is to show that the fractal dimension is a parameter influencing the mechanical and physical characteristics ( $\tau$ ,  $\sigma$ ,  $E_p$ ,  $e$  and  $\gamma_d$ ) of granular materials. To achieve this goal, mechanical tests are carried out on calcareous material: direct shear test, the oedometer test and compaction test. The fractal dimension of grain samples is calculated before and after each test and its evolution is studied after crushing, with the use of two different methods that are (area-perimeter and parallel lines) discussed by (Hyslip and Vallejo, 1997), while varying the stresses of the applied load. In addition, results obtained from these experiments confirm that the fractal dimension has an impact in measuring the characteristics of granular materials.

**Keywords:** Fractal dimension, crushing, strength, grain, correlation, limestone.

# ***INTRODUCTION GENERALE***

Le sol se comporte de plusieurs manières à cause de sa structure complexe et de son anisotropie, ce qui induit parfois à la difficulté d'estimer son comportement. Néanmoins, certaines propriétés mécaniques liées directement au milieu poreux constituant les sols granulaires peuvent être contrôlées en étudiant la dimension, la forme, l'angularité et la rugosité des grains. D'après (Mandelbrot, 1983 ; Turcotte, 1986 ; Feder, 1988), le sol est à la fois un milieu fragmentaire et poreux.

La maîtrise de ces milieux granulaires, passe par la caractérisation de ses granulats. Ces derniers font partie des structures de génie civil tels que : les barrages, les fondations, les chaussées...etc. Cependant, ces matériaux sont soumis constamment aux conditions environnementales dures et aux fortes contraintes de compression. En raison de ces charges compressives, ces matériaux granulaires se fragmentent en morceaux de différentes tailles (Bolton, 1998). Ce qui provoque une modification de la granulométrie (dimension, forme) des grains et de la porosité de ces matériaux, induisant alors à une variation de leurs caractéristiques mécaniques.

La nature révèle des objets complexes d'une grande irrégularité. L'être humain tente constamment de percer les secrets de tels objets, d'en découvrir leurs lois et leurs propriétés. La géométrie euclidienne constitue la première tentative de description de la nature qui consiste à idéaliser les objets en les rapprochant des formes abstraites telles que le cube, la sphère, le cône... etc. Cette approximation permet une étude plus poussée des objets.

Certains phénomènes naturels demeurent inexplicables. La géométrie euclidienne ne convient pas pour représenter tous les objets naturels, car ces derniers ne s'avèrent jamais parfaits. Il devient essentiel d'étudier les irrégularités des formes pour les comprendre davantage.

L'étude de la forme des grains (angularité et rugosité) joue un rôle très important pour comprendre le comportement mécanique des milieux granulaires, elle affecte leur résistance, leur compacité...etc. Cependant, cette géométrie euclidienne ne répond pas à cette étude, du faite qu'elle n'étudie pas les objets irréguliers, elle précise seulement les dimensions topologiques qui sont : 0, 1, 2 et 3 correspondent respectivement à un point, une ligne, une surface et un volume. En outre, cette réalité complexe de la structure de ces matériaux s'avère être difficile à quantifier, ce qui a fait pousser Mandelbrot à introduire une nouvelle géométrie qui est « la géométrie fractale » pour décrire des figures géométriques d'une structure complexe et irrégulière. Il est

nécessaire alors de caractériser la forme des grains à l'aide de la dimension fractale qui est un nombre qui mesure le degré d'irrégularité et de la fragmentation d'un grain. Le fondateur de cette théorie a démontré aussi que la « fractalité » d'un objet n'est autre que la perception intuitive de son irrégularité ou de sa rugosité; plus un objet est irrégulier et plus sa dimension fractale est élevée (Mandelbrot, 1983).

Notre travail s'inscrit dans le cadre d'une étude expérimentale du matériau calcaire. Pour bien comprendre son comportement, il est important de s'intéresser à la corrélation existante entre la dimension fractale et les caractéristiques physiques et mécaniques de ce matériau.

Pour mener à bien ce travail, nous l'avons divisé en deux parties :

Ø la première partie est consacrée à la bibliographie. Elle est développée comme suit:

Dans le **1<sup>er</sup> chapitre**, nous présentons les généralités sur la notion d'un objet fractal, suivie de quelques modélisations fractales de la structure du sol. Celle-ci peut être décrites comme un assemblage d'éléments de taille diverses séparés par un système complexe de fissures et de fractures, on peut dire aussi que la structure est l'arrangement géométrique des éléments solides dans le sol en place, puisque les particules du sol sont différenciées par leur forme, leur taille et leur orientation, donc elles peuvent être différemment associées et liées.

La géométrie fractale a pris une ampleur dans plusieurs domaines. **Le 2<sup>ème</sup> chapitre** énumère les notions fractales appliquées dans le domaine du génie civil. Les principales méthodes d'évaluation de la dimension fractale d'un grain ou d'un échantillon de grains sont les suivantes : méthode des lignes parallèles, méthode de surface-périmètre et méthode du diviseur.

L'évolution de la dimension fractale a mis en évidence le phénomène d'écrasement des grains suivant différents chemins de contraintes appliquées. D'après ces constats, il est indispensable d'étudier dans **le 3<sup>ème</sup> chapitre** ce phénomène et de s'intéresser aux différents modes de rupture. Ce phénomène provoque une fragmentation de ses grains sous différents aspects. Les premières études menées ont permis de comprendre comment le phénomène d'écrasement des grains se manifeste et quels sont les facteurs qui permettent de quantifier cette rupture.

Ø La deuxième partie expérimentale développée dans le **4<sup>ème</sup> chapitre** présente toutes les informations nécessaires à la compréhension des principes de fonctionnement des essais de laboratoire à savoir : l'essai de cisaillement, l'essai œdométrique et l'essai Proctor. Des photos ont été prises pour les différents grains avant et après essais. Ces essais permettent aussi de déterminer les caractéristiques physiques et mécaniques du matériau utilisé.

Le **5<sup>ème</sup> chapitre** est consacré à la présentation et à l'interprétation des résultats des trois essais de laboratoire. Au cours des essais, on a fait varier les paramètres suivants: la contrainte normale, la présence d'eau pour l'essai de cisaillement ; le nombre de cycles pour l'essai œdométrique et l'énergie de compactage pour l'essai Proctor.

Enfin, le **6<sup>ème</sup> chapitre** est consacré au calcul de la dimension fractale des grains avant et après l'essai de cisaillement à la boîte, l'essai œdométrique et l'essai Proctor. Cette étude nous permet de mettre en évidence l'influence de la dimension fractale sur les caractéristiques mécaniques de notre matériau. Nous nous intéressons essentiellement aux paramètres influençant l'écrasement des grains.

Une conclusion générale synthétisant l'ensemble des résultats terminera notre étude.

---

# **LA PARITE BIBLIOGRAPHIQUE**

---

## **CHAPITRE I**

### **GENERALITES SUR LA NOTION FRACTALE**

## I-1. INTRODUCTION

Il n'existe pas à ce jour une définition unique et acceptée par tous d'un objet fractal et de sa dimension. On va parcourir les principales définitions utilisées sur des exemples très simples choisis parmi les figures de référence de la théorie fractale. On dispose en effet d'objets mathématiques étranges (tapis de Sierpinsky, flacon de Von Koch, ensembles de Cantor...etc.), qui jouent en géométrie fractale le même rôle de quelques figures classiques (carrées, cercles, sphères...etc.) en géométrie euclidienne.

## I-2. L'ORIGINE DES FRACTALES

Apparues au XIX<sup>e</sup> siècle, les fractales sont considérées comme des « curiosités » mathématiques jusqu'au milieu du XX<sup>e</sup> siècle. Elles n'acquièrent un statut à part entière que dans les années 1970, grâce au mathématicien français Benoît Mandelbrot qui en fait l'objet d'une nouvelle discipline mathématique : la géométrie fractale, rendue populaire par son ouvrage *les Objets fractals : forme, hasard et dimension* (1975).

## I-3. DEFINITION D'UNE FRACTALE

Le fondateur Mandelbrot invente l'adjectif « fractal » (du latin *fractus*, « brisé, irrégulier, fragmenté » pour décrire des figures géométriques d'une structure complexe. Mais si l'on y réfléchit, il est en fait assez difficile de donner une définition exacte de ce mot, car il regroupe plusieurs concepts différents ; l'autosimilarité à toutes les échelles (exacte ou approchée), la non dérivabilité (souvent), la dimension non entière (souvent aussi), le hasard, ou chaos (parfois). Un objet fractal peut présenter une ou plusieurs de ses caractéristiques.

Une fractale peut être une forme géométrique, un objet, une réalité observable dans la nature comme les surfaces de rupture, le relief d'une montagne, un caillou ou la morphologie d'une plante (Mandelbrot 1983), un modèle mathématique, tout cela à la fois, etc. On peut utiliser le mot « fractale » comme l'adjectif pour qualifier une « réalité » ayant certaines ou toutes les propriétés des fractales.

L'extension de ce terme est très vaste mais il existe une caractéristique à laquelle toutes les fractales se soumettent. Ce sont des réalités qui présentent une autosimilarité intrinsèque

infinie. C'est à dire que peu importe l'échelle selon laquelle on les observe, elles présentent toujours un patron similaire à celui observé à plus grande et plus petite échelle. Autrement dit ses parties ont la même forme ou structure que le tout, à ceci près qu'elles sont à une échelle différente et peuvent être légèrement déformées. Cette propriété est appelée aussi par les mathématiciens homothétie interne.

Généralement, on peut définir une fractale comme un objet géométrique composé de plusieurs sous-objets, c'est-à-dire, on peut le couper en petits bouts. Tel que la caractéristique globale de cet objet est similaire à la caractéristique locale de chacun des sous-objets (bouts). Un bon exemple qui présente cette définition c'est le chou-fleur qui est une très jolie fractale naturelle, chaque morceau que vous détachez présente la même structure que le tout et ainsi de suite.

**I-3-1. Définition d'une fractale à partir d'un dictionnaire :** Fractale n.f : Ensemble géométrique ou objet naturel dont les parties ont la même structure (irrégulière et fragmentée) que le tout, mais à des échelles différentes.

## **I-4. L'IMMENSITE DE L'UNIVERS DES FRACTALES**

### **I-4-1. Les types de fractales**

L'Appellation fractale est donnée aux ensembles ayant les caractéristiques suivantes (Falconer, 1990):

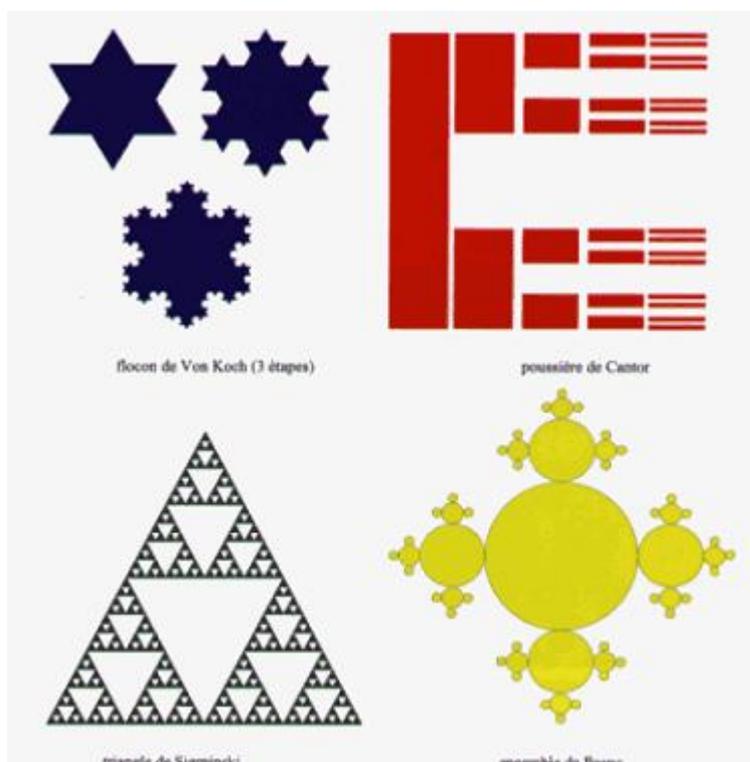
- L'ensemble a une structure fine, c'est-à-dire des détails présents aux échelles arbitrairement petites.
- L'ensemble est trop irrégulier pour être décrit dans le schéma géométrique traditionnel, localement et globalement.
- Souvent, l'ensemble a une certaine forme auto-similaire (c'est-à-dire que le tout est semblable à une de ses parties), peut-être approximative ou statistique. D'habitude, la dimension fractale de l'ensemble (défini d'une manière quelconque) est plus grande que sa dimension topologique.
- Dans la plupart des cas, l'ensemble est défini d'une manière très simple et de manière récursive. On peut distinguer entre fractals déterministes et aléatoires (Falconer, 1990; Hasting et Sugihara, 1993; De Lima, 1998; Tel, 1988). Les fractals déterministes sont la classe de fractals qui sont construits par des règles déterministes. Ils sont classifiés comme

fractals à échelle unique ou à multi-échelles. Les fractals aléatoires sont produits par de règles non déterministes.

**I-4-2. Les objets fractals**

**a) Définition**

Les objets fractals peuvent se définir comme des structures obtenues par l'itération d'un algorithmes géométrique sur une figure. Autrement dit, un objet fractal est un objet mathématique qui est issu d'un processus itératif. Pour construire des objets fractals, nous débutons avec un objet graphique quelconque (ligne, triangle, carré, cube, etc...). Par la suite, nous définissons une opération, ou une série d'opérations, qui ajouteront un élément de complexité à l'objet initial. Nous appliquons à l'infini, les transformations choisies à l'objet de départ.



*Figure I-1 : les objets fractals (TPEF fractale avril, 2003)*

**b) Triangle de Sierpinsky (Bertrand et Converset., 2006) :**

Le triangle de Sierpinsky (appelé aussi « tamis de Sierpinsky ») est une fractale réalisée grâce à un système d'itération. Son initiateur est un triangle plein.

Voici son principe de construction :

- Le triangle de Sierpinsky se construit à partir d'un triangle équilatéral ayant une base parallèle à l'axe des abscisses.
- On trace trois segments entre les trois milieux des côtés du triangle, ce qui délimite 4 nouveaux triangles, et on enlève le petit triangle central. On obtient trois petits triangles qui se touchent deux à deux par un sommet, dont les longueurs des côtés sont la moitié de celles du triangle de départ, et dont la surface est divisée par 4.
- On répète l'étape précédente avec chacun des petits triangles obtenus.

La véritable fractale correspond à ce que l'on obtiendrait après un nombre infini d'itérations.



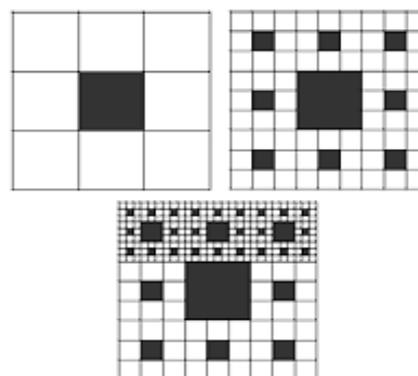
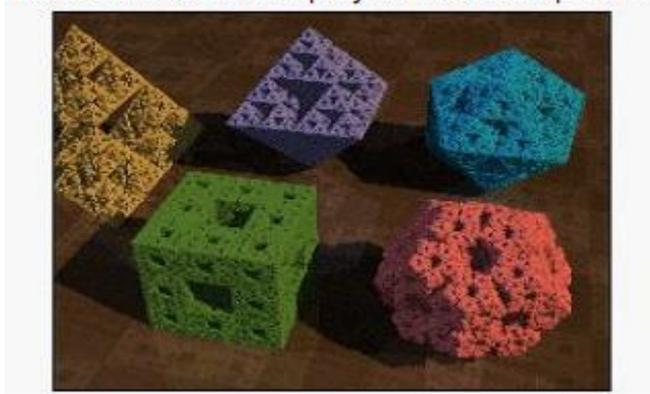
*Figure I-2 : triangle de Sierpinsky*

*Source : <http://www.mathcurve.com/fractals/sierpinski/sierpinski.shtml>*

### c) Le tapis de Sierpinsky

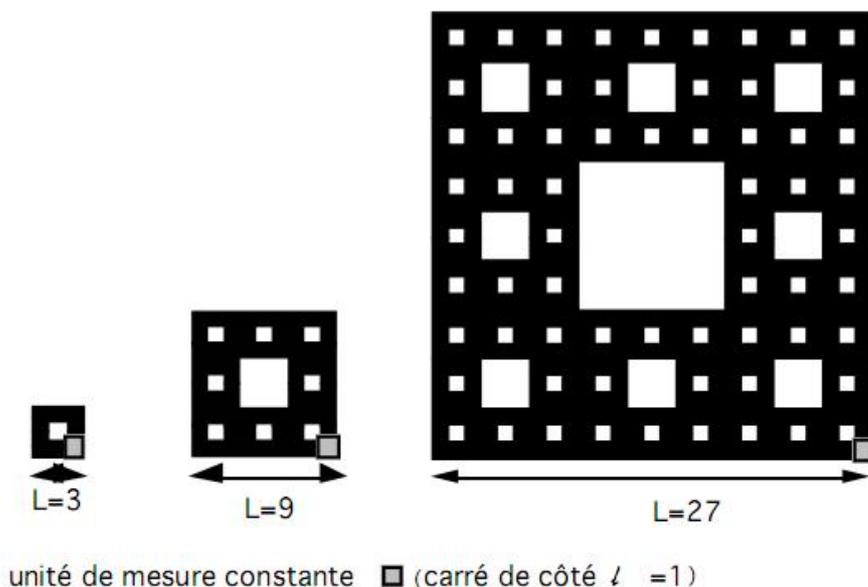
Le tapis de Sierpinsky est aussi une fractale itérative. C'est une fractale dont l'initiateur est un carré de 3 unités de chaque côté et à chaque itération on supprime le carré central. On sépare chaque nouveau carré en trois parties égales afin de supprimer à nouveau le centre.

Il existe de nombreux polyèdres de Sierpinski :



*Figure I-3 : tapis de Sierpinsky (même source précédente)*

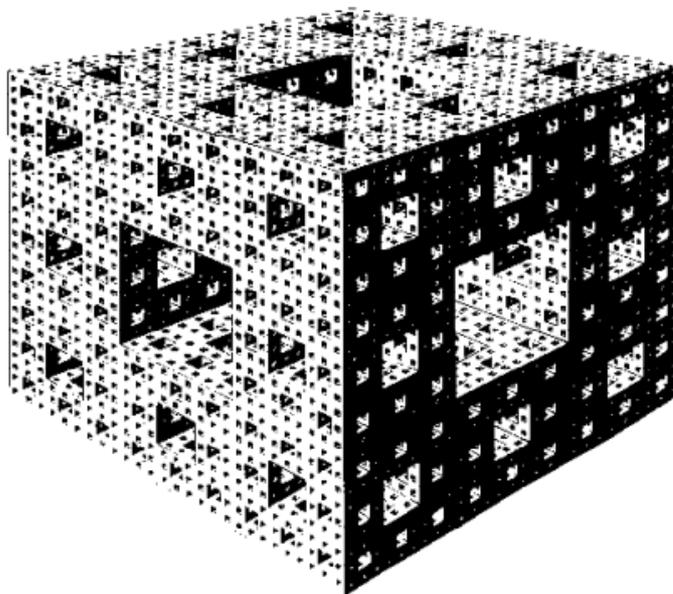
Dans cet exemple le tapis de Sierpinsky est l'objet représenté en noir (partie pleine) sur la (Fig. I-3), ou plutôt celui que l'on obtiendrait après une infinité d'itérations.



*Figure I-4 : Mesure de l'aire du tapis de Sierpinsky à des échelles variables (D'après Edith PIRRIER).*

**d) Eponge de Menger**

Citant également l'éponge de Menger (Fig. I-5) qui sert de référence à plusieurs modèles de structures de sols. Elle est construite de la façon suivante : un cube de longueur  $l$  est divisé en 27 petits cubes de même taille qui seront enlevés du centre de chaque face ainsi que du centre du cube de référence; une décomposition identique est appliquée aux 20 cubes restant, enlevant 20x7 petits cube de taille  $1/9$  et laissant 20x20 cubes de taille  $1/9$  sur lesquels le procédé est réitéré ; et ainsi de suite à l'infini pour obtenir une éponge infiniment « trouée ». L'ensemble de ces trous représente chez de nombreux auteurs l'espace poral d'un sol fractal. On remarque que le tapis de Sierpinsky n'est qu'une face de l'éponge de Menger, d'ailleurs considéré comme un modèle simple le plus utilisé en science du sol.



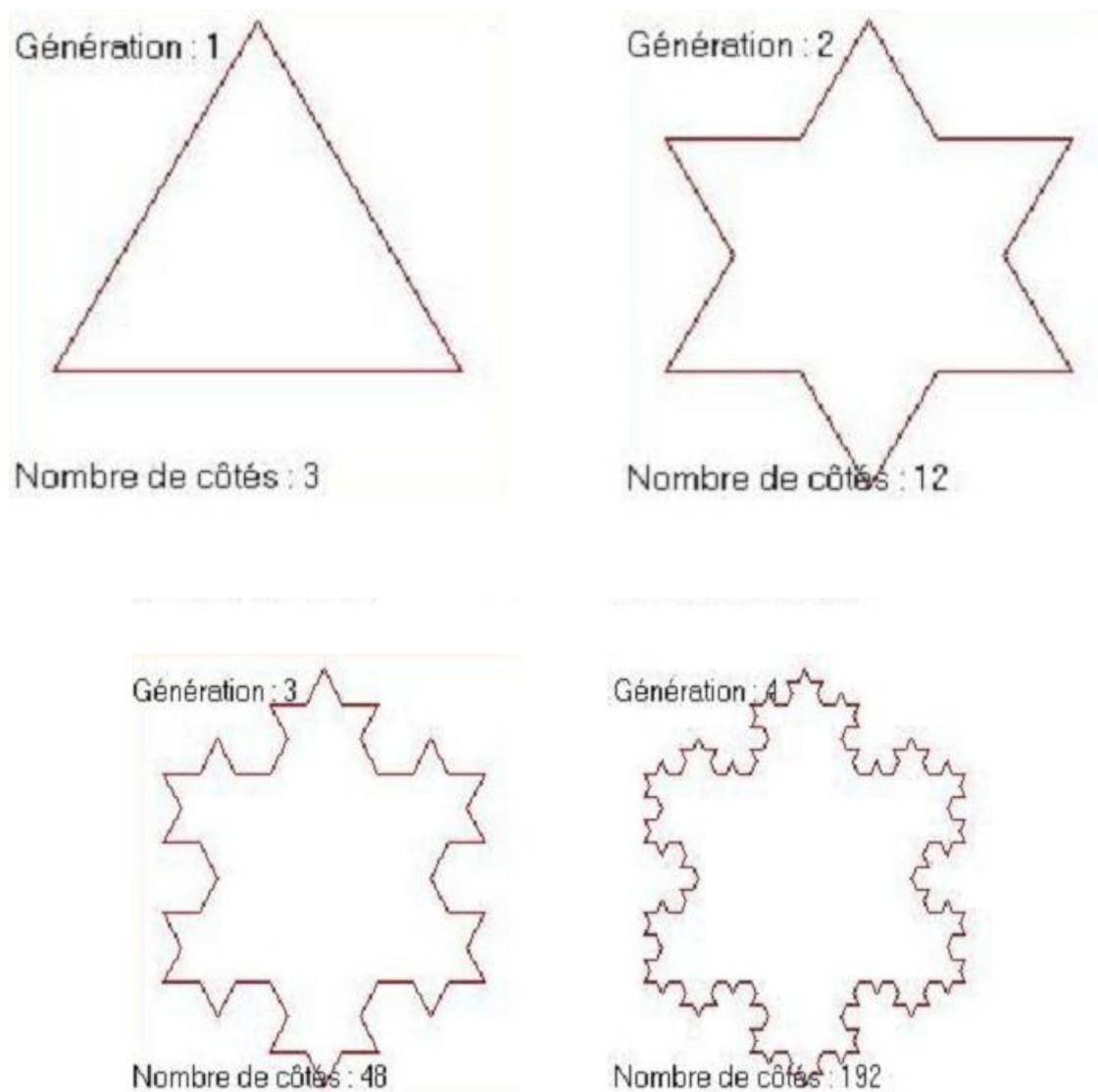
*Figure I-5 : Eponge de Menger (d'après Edith PIRRIER).*

∅ Le triangle de Sierpinsky peut aussi se construire avec une photocopieuse; prenez une image quelconque, photocopiez-la 3 fois en la réduisant de 50%, disposez les copies selon un triangle; recommencez à partir de cette nouvelle figure, on obtient le fameux triangle, quelle que soit la figure initiale.

#### e) Le flocon de Von Koch

Voici son principe de construction : Pour tracer ce flocon, il faut :

- Tracer un triangle équilatéral.
- Remplacer le tiers central de chaque côté par un point dont la longueur de chaque côté est égale aussi au tiers du côté.
- Recommencer cette construction sur chaque côté des triangles ainsi formés.



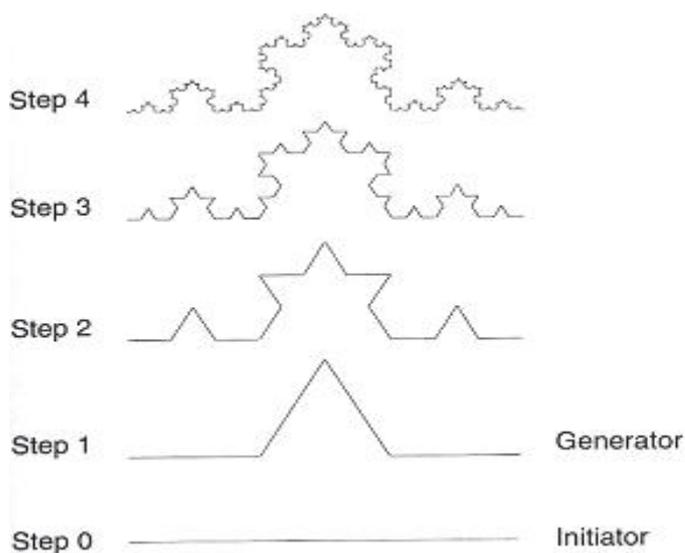
**Figure. I-6:** le flacon de Von Koch

▼ Comme on peut aussi parler :

**f) La courbe de Koch par (J-Sébastien Abella et Eric Buist., 2000)**

Le mot « courbe » est utilisé pour désigner des dessins fractals qui ne ressemblent pas forcément à nos courbes ordinaires. La contribution de Koch à la science des mathématiques n'est pas très considérable, mais sa découverte nous permet d'étudier les fractales. Sa construction est simple. Il suffit d'appliquer à une ligne une infinité d'itération. Voici la procédure : nous devons premièrement prendre un objet initiateur, une ligne par exemple. Puis on l'itère avec un générateur qui transformera l'initiateur. Le générateur pour la courbe de

Koch peut s'expliquer de cette façon : pour chaque initiateur (ligne) il faut retirer le deuxième tiers de la ligne et mettre à la place deux lignes de la même longueur que l'on a retirée, puis les placer pour former un angle. Cette dernière étape s'appelle itération et c'est sa répétition qui produira la courbe. En voici une représentation où l'on peut voir son évolution depuis l'initiateur (étape 0) jusqu'à la quatrième itération (étape 4).



*Figure I-7: La courbe de Koch (CRILLY)*

**g) L'ensemble de Cantor**

En 1883, Cantor publie son fameux ensemble triadique (ou poussières de Cantor). Pour construire l'ensemble, il prend l'intervalle  $[0,1]$  et retire le tiers central en conservant les extrémités. Ensuite, il enlève le tiers central de chacun des nouveaux segments et ce, indéfiniment. Les segments deviennent ainsi de plus en plus fins jusqu'à ce qu'ils se transforment en **poussière de Cantor**.

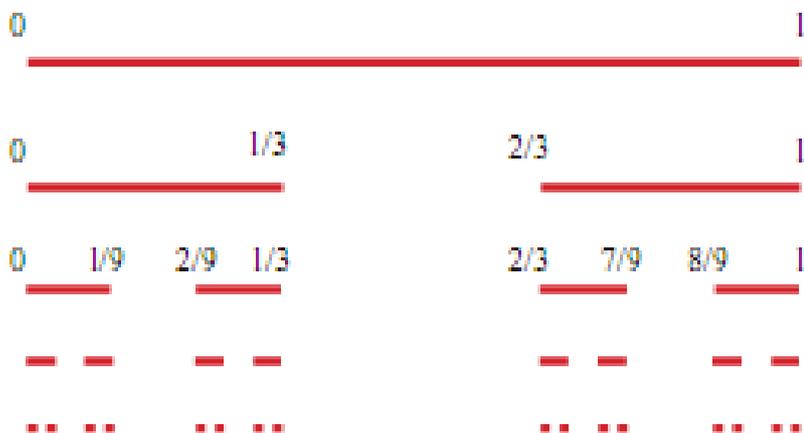


Figure I-8 : L'ensemble de Cantor (d'après Mandelbrot, 1983)

**h) Cas particulier**

Le lien entre la nature et les mathématiques semble étroit. En effet, on peut considérer ce coquillage comme étant une fractale naturelle mais aussi comme étant un objet fractal car ses motifs ressemblent étrangement à ceux du triangle de Sierpinsky.



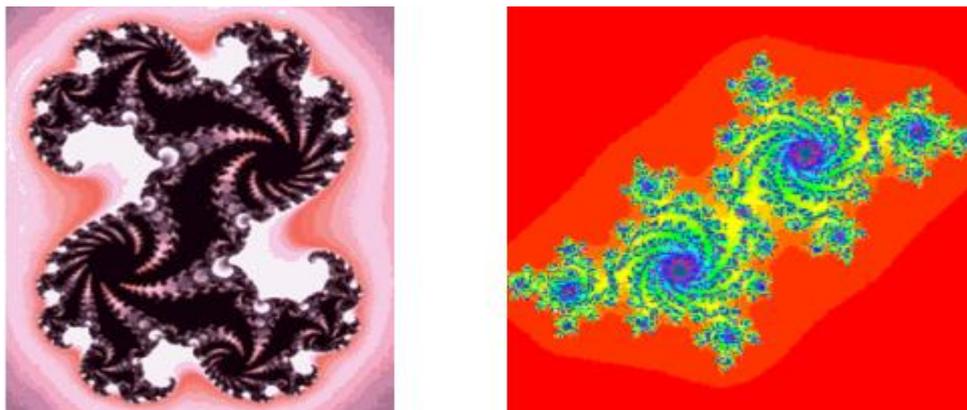
Figure I-9: Coquillage de Cymbolia innexia Reeve

**I-4-3. Les fractales déterministes**

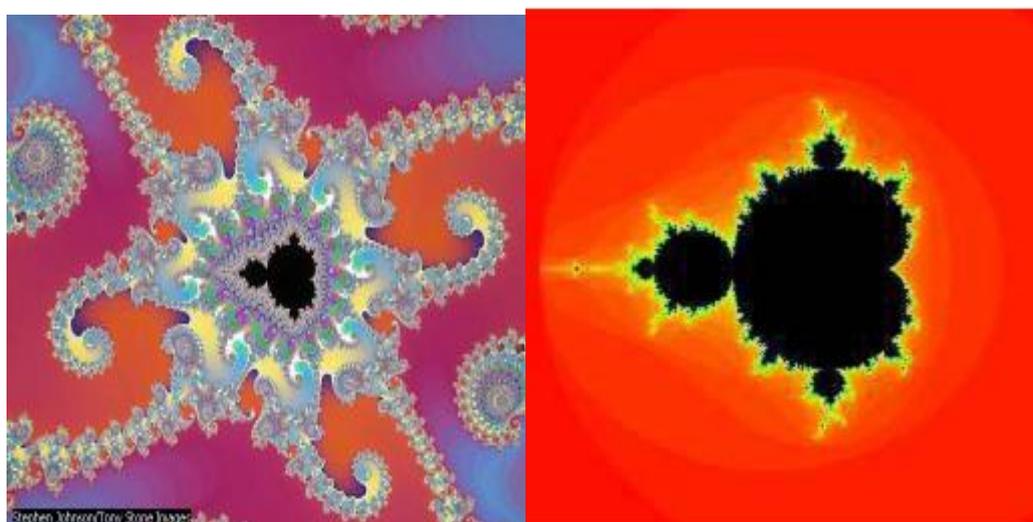
**a) Définition**

Les fractales déterministes regroupent certainement les plus complexes et les plus spectaculaires fractales : elles combinent la science des mathématiques et la beauté de l'art. Ces fractales sont obtenues par l'itération infinie de polynômes complexes.

Les exemples les plus fondamentaux sont l'ensemble de Mandelbrot et les ensembles de Julia qui sont les sous-ensembles de l'ensemble de Mandelbrot, qui sont des images fractales particulières, qui n'existent pas dans la nature.



*Figure I-10 : Les ensembles de Julia Gaston Maurice*



*Figure I-11 : L'ensemble de Mandelbrot*

La fractale présentée ici, correspond à la représentation graphique d'une fonction mathématique étudiée par Mandelbrot en 1979 ; la figure comporte une structure immédiatement reconnaissable qu'on appelle « œuf de Mandelbrot » (en noir).

Stephen Johnson/Tony Stone Image

## I-5. LA DIMENSION FRACTALE

### 1-5-1. Notion de dimension classique et de dimension fractale

Un homme se promène le long de la côte sauvage bretonne. En lisant la carte qu'il tient entre les mains, il pense parcourir environ 7Km. Mais à la fin de sa promenade il a effectué un trajet plus long que prévu. Son estimation à partir de la carte ne prenait pas en compte les irrégularités du chemin. Mais alors quelle est la longueur réelle de cette côte ?

À cette question, il n'a pas une réponse.



*Figure I-12 : la côte sauvage bretonne indiquant la notion de la dimension fractale  
(Benoit Testud)*

*« Plus l'étalon utilisé est petit, plus la mesure effectuée est précise »*

La notion de longueur « exacte » des côtes n'existe pas car ces dernières sont trop irrégulières (Mandelbrot, 1975). Ce qui a poussé Benoît Mandelbrot à introduire une nouvelle dimension qu'il nomme « dimension fractale » qui permettra de mesurer cette irrégularité. Mais avant de l'introduire, il est d'abord indispensable de parler de la dimension euclidienne.

1-5-1-1. la dimension euclidienne

Il existe plusieurs dimensions euclidiennes (Bertrand et Converset., 2006):

La dimension d'un point  : dimension zéro.

La dimension d'une courbe  : dimension un.

La dimension d'une surface  : dimension deux.

La dimension d'un solide  : dimension trois.

Il existe un lien entre la dimension de l'objet étudié et son unité de mesure. Un objet de dimension deux se mesure en m<sup>2</sup> et un objet de dimension trois en m<sup>3</sup>.

Ces différents objets ont tous une dimension entière (respectivement 0,1, 2 et 3) ;

Ce qui n'est pas forcément le cas pour une courbe fractale.

Ø Démonstration de la dimension

- Mesure de la longueur d'un segment :

Pour calculer la dimension d'un objet, il faut prendre un étalon de mesure et le reporter sur cet objet un certain nombre de fois :



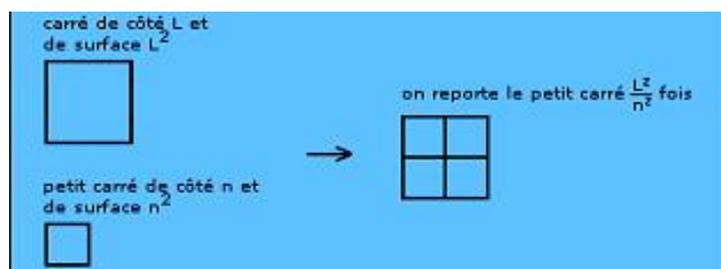
Soit L la longueur totale du segment.

Soit un étalon de longueur (n) que l'on va reporter sur le segment. Cet étalon sera reporté ( $\frac{L}{n}$ )

fois. On remarque que  $\frac{L}{n} = \left(\frac{L}{n}\right)^1$

Pour un segment de longueur L=3, l'étalon n=1 est ainsi reporté  $\frac{3}{1}$  fois et  $\frac{L}{n} = \left(\frac{3}{1}\right)^1$

- Mesure de la surface d'un carré :



Soit  $L^2$  la surface totale du carré. Cette fois, nous prenons un autre carré, plus petit, de côté  $n$  et de surface  $n^2$ . On va reporter le petit carré sur le grand  $L^2/n^2$  (tel que  $L^2/n^2=(L/n)^2$ ) fois pour obtenir la surface du grand carré. On a alors pour un carré de côté  $L=2$  et de surface  $L^2=4$ , un petit carré de côté  $n=1$  et de surface  $n^2=1$  est reporté  $L^2/n^2$ , soit 4 fois.

- On présente un exemple afin de mieux comprendre la notion de mesure d'un objet à des échelles de résolution de plus en plus grandes :

On peut aussi mesurer des objets moins réguliers. C'est ainsi qu'une longueur d'une courbe entre deux points ou d'une boucle fermée (cercle, ellipse) se fait par des approximations polygonales de plus en plus fines (Fig. I-13). Si ces approximation polygonales sont constituées de  $N$  cotés de longueur  $l$ , le périmètre polygone est égal à  $N l$  et la longueur de la courbe est égale à la limite de  $N l$  lorsque  $l \rightarrow 0$ .

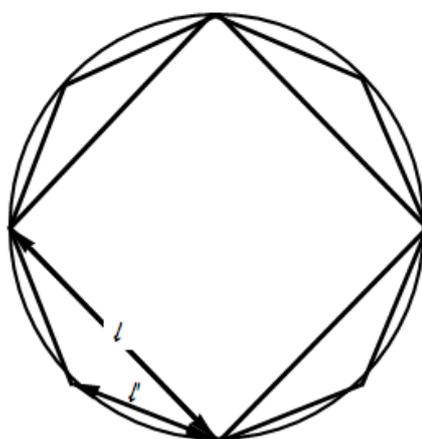


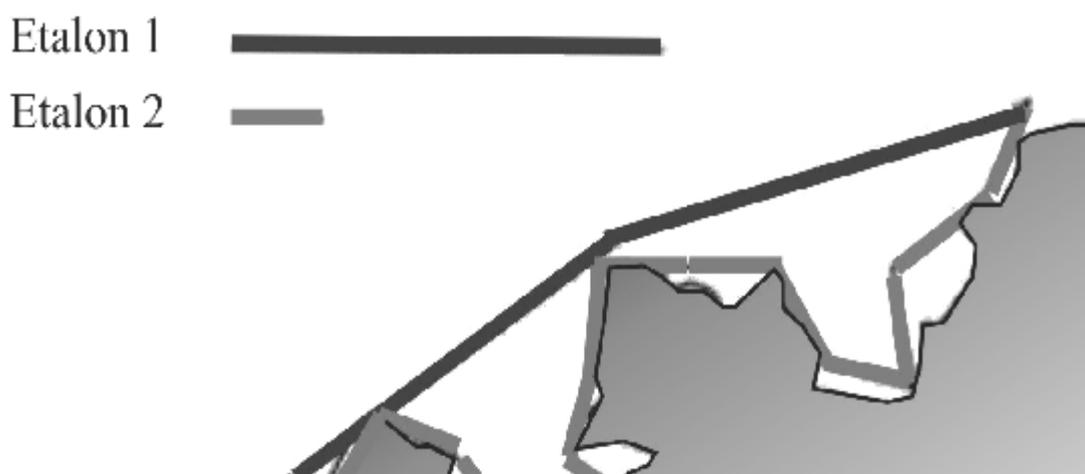
Figure I-13 : Mesure de la longueur d'une courbe par approximations polygonales

### Ø Généralisation de la notion de dimension

Dans ces deux exemples, on a fait apparaître le nombre 1 pour le segment, et le nombre 2 pour le carré. Ces nombres sont la dimension de l'objet. Nous sommes amenés à la généralisation suivante : soit  $N$  le nombre de fois que l'on reporte l'étalon de longueur  $n$  sur notre objet de longueur  $L$ , et soit  $D$  la dimension de l'objet, on a :

$$N = \left( \frac{L}{n} \right)^D \Leftrightarrow D = \frac{\ln N}{\ln \left( \frac{L}{n} \right)}$$

Le fondateur Mandelbrot a démontré que la « fractalité » d'un objet n'est autre que la perception intuitive de son irrégularité ou de sa rugosité ; plus un objet est irrégulier et plus sa dimension fractale est élevée.



*Figure I-14 : la longueur de la côte mesurée avec l'étalon 1 est plus petite que celle mesurée avec l'étalon 2.*

Cette constatation est la base de la définition de la « dimension fractale » (Hughes LEGRAIN., 2006)

### ✓ On peut maintenant chercher la dimension fractale de la courbe de Koch

La courbe de Von Koch se dessine d'une manière récursive, en partant d'une ligne droite. A chaque étape on divise chaque segment en 3 parties égales, on remplace le segment central par deux segments formant un triangle équilatéral. De plus la figure obtenue contient 4 fois la

ligne droite précédente réduite d'un facteur 3. Soit alors  $N$  le nombre de fois que  $n$  est reporté en  $L$ .

$$N=4$$

$$n=1/3$$

$$L=1$$

On a la relation :

$$D = \frac{\ln(N)}{\ln\left(\frac{L}{n}\right)}$$

On remplace :

$$D = \frac{\ln(4)}{\ln\left(\frac{1}{1/3}\right)} = \frac{\ln(4)}{\ln(3)} \approx 1,26$$

La courbe de Koch, a donc une dimension fractale de **1,26**.

**▼ Application de la dimension fractale sur le triangle de Sierpinsky**

Un fragment de ce triangle est reporté trois fois à la totalité de l'objet. Soit  $N$  le nombre de fois que  $n$  est reporté en  $L$  et avec facteur d'homothétie qui est égal à **2**.

Sa dimension fractale est :

$$N=3$$

$$n=1/2$$

$$L=1$$

On a la relation :

$$D = \frac{\ln(N)}{\ln\left(\frac{L}{n}\right)}$$

On remplace:

$$D = \frac{\ln(3)}{\ln\left(\frac{1}{1/2}\right)} = \frac{\ln 3}{\ln 2} \approx 1,6$$

**▼ Application de la dimension fractale sur l'ensemble de Cantor**

On définit la longueur d'un ensemble de segments (qui ne se chevauchent pas) comme la somme des longueurs des segments. On a alors,  $L_n$  qui est la longueur de  $C_n$  :

$$L_0 = 1$$

$$L_1 = 1 - 1/3 = 2/3$$

$$L_2 = 2*(1/3-1/9) = 4/9 = (2/3)^2$$

On montre facilement que :

$$L_n = (2/3)^n$$

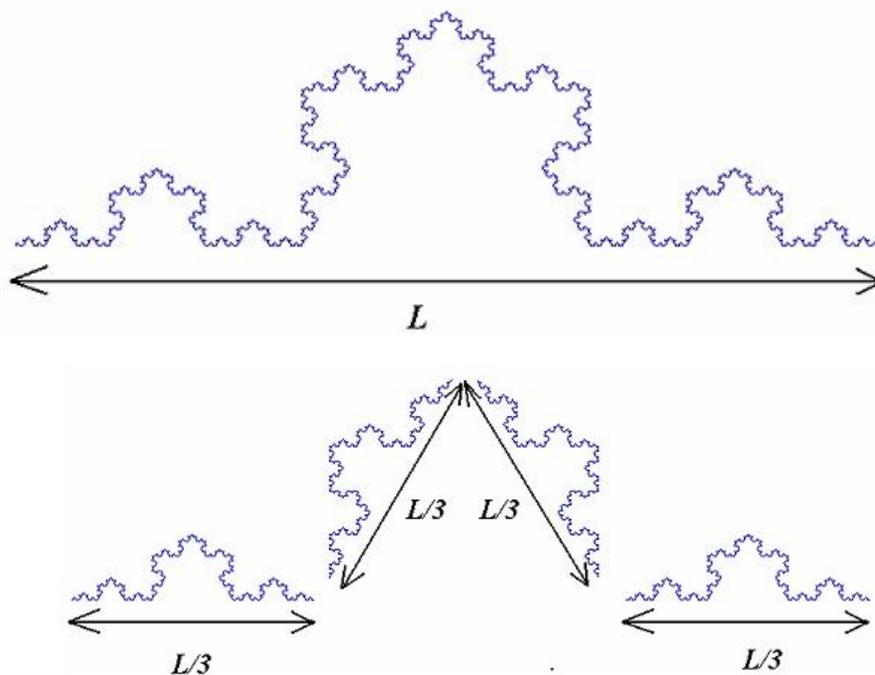
Pour tout entier n, les longueurs des  $C_n$  tendent donc vers 0. C a une longueur nulle ! Ceci n'est guère étonnant puisque sa dimension fractale est inférieure à 1. L'ensemble de Cantor est initialement un segment qu'on divise en 3 segments égaux et dont on enlève le segment central. Ce processus est réitéré sur chacun des deux segments restants et ainsi de suite, sa dimension fractale est donc :

$$D_{\text{Cantor}} = \log(2)/\log(3) = 0,63$$

La poussière de Cantor tire son nom du fait qu'elle ne contient que des points, et pas de segments.

**I-5-2. La dimension d'un objet auto-similaire**

Un objet auto similaire au sens strict est un objet tel que n'importe laquelle de ses parties contienne toujours une réplique de lui-même à une plus petite échelle. Quelques exemples : la poussière de Cantor, le flocon de Von Koch...Pour ces objets, on peut appliquer la définition ci-dessus.



*Figure I-15 : Dimension d'un objet auto similaire*

Par exemple, on peut recouvrir le flocon de Von Koch avec 4 répliques de lui-même à l'échelle  $1/3$ , sa dimension est donc :  $D = \frac{\ln 4}{\ln 3} \approx 1,26$

Sa dimension n'est pas un nombre entier : c'est le cas pour un grand nombre d'objets fractals. Elle est comprise entre 1 et 2, ce qui signifie que le flocon de Von Koch est « un peu plus qu'une courbe, un peu moins qu'une surface ».

### I-5-3. La dimension d'un objet quelconque

Comment définir la dimension de la côte de Bretagne, ou celle de la frontière de l'ensemble de Mandelbrot, ou encore celle d'un agrégat fractal ?

On sent que la dimension est liée à la densité d'un objet : une courbe fractale de dimension 1,8 passe par plus de points du plan qu'une courbe de dimension 1,1.

Pour mesurer cette dimension, dans le cas d'une courbe plane par exemple, on peut quadriller le plan avec des cases de côté  $1/n$ , et compter le nombre de cases  $N_{\text{compt}}$  traversées par la courbe. La forme des cases n'a pas d'importance : on peut prendre des carrés, des triangles, des hexagones...etc.

Pour un segment, on s'aperçoit que le rapport  $\log(N_{\text{compt}}(n))/\log(n)$  tend vers 1 lorsque  $n$  tend vers l'infini. Pour un carré, il tend vers 2. On est donc tenté de définir une nouvelle dimension.

$$D_{\text{compt}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(N_{\text{compt}}(n))}{\log(n)}$$

Cette dimension est appelée « dimension de recouvrement ». La notion de dimension est donc étendue à n'importe quel objet. En pratique, cette dimension se calcule bien par ordinateur, si l'on a une image numérisée de l'objet.

**I-6. CONCLUSION**

Ce n'est qu'avec l'apparition des premiers calculateurs que Benoît Mandelbrot a pu développer le principe de la géométrie fractale ; en effet, cette dernière permet de décrire des figures très irrégulières ou fragmentées. Elle peut ainsi décrire des objets plus complexes que la géométrie Euclidienne.

De plus, l'étude des courbes complexes nécessite parfois des calculs de suites très poussées. La puissance des ordinateurs d'aujourd'hui ne cessant d'augmenter, nous pouvons désormais étudier des phénomènes de plus en plus complexes. Les outils de la géométrie Euclidienne ne suffisent plus à résoudre les problèmes qu'ils introduisent. De nos jours, seule l'utilisation des fractales, et de leur caractère chaotique ou paradoxal (le fini contenant l'infini), permet de résoudre ces problèmes. Il existe ainsi de très nombreux domaines d'applications aussi variés tels : l'astronomie, la biologie et le Génie civil ou plusieurs chercheurs ont pu développer la notion de la géométrie fractale pour modéliser la structure poreuse du sol, décrire les fissures dans les roches. Le calcul de la dimension fractale des grains constituant le sol est traité dans le chapitre II suivant.

**CHAPITRE II**

**LES THEORIES FRACTALES APPLIQUEES**

**AU GENIE CIVIL**

**II-1. INTRODUCTION**

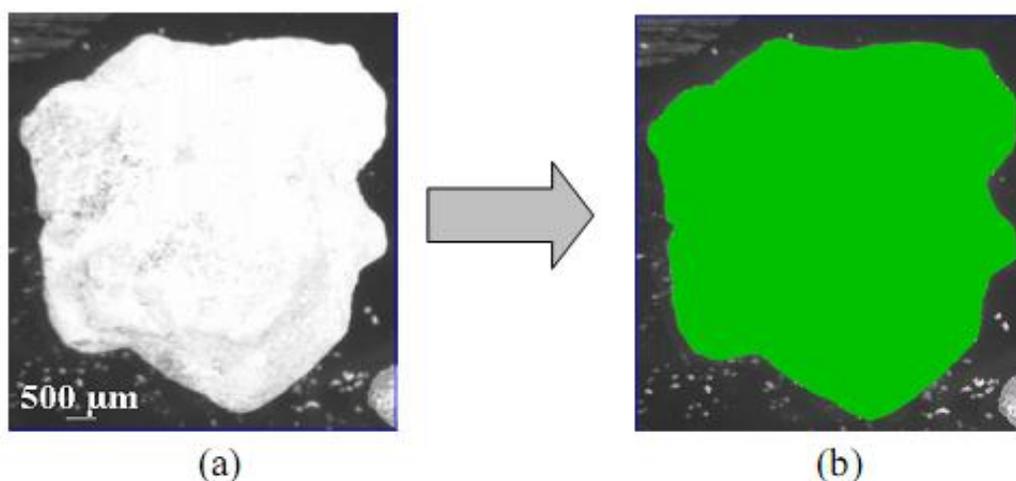
Le calcul de la dimension fractale est l'une des caractéristiques principales de la géométrie fractale, elle a été utilisée entre autres dans le domaine de génie civil. Elle décrit bien l'irrégularité d'un grain du matériau granulaire.

Par ailleurs, pour déterminer la dimension d'une particule, on associe la forme de grain à celle d'une sphère équivalente, la dimension d'une particule est alors mesurée selon un diamètre équivalent, ce qui ne suffit pas pour décrire le comportement d'un matériau. C'est dans ce but que plusieurs méthodes ont été développées pour calculer la dimension fractale on peut citer : area-périmètre (surface-périmètre), line divider (lignes parallèles) et les méthodes de box Counting (comptage de boîte), qui sont des méthodes les plus utilisées selon (Kaye, 1989 ; Xie, 1993 ; Hyslip et Vallejo, 1997).

**II-2. LES METHODES UTILISEES POUR LE CALCUL DE LA DIMENSION FRACTALE D'UN GRAIN DE SOL (A. Sezer, S. Altun, D. Erdogan., 2008)**

Pour le calcul de la dimension fractale, il est nécessaire de déterminer le périmètre et la surface des grains. Pour cela des techniques d'analyse d'image sont utilisées après l'utilisation d'un microscope Leica MZ-16 pour photographier les grains.

La technique d'analyse est simple, elle consiste à réaliser un seuillage de l'image grise jusqu'à un niveau raisonnable à fin d'extraire la surface du grain à partir du fond de l'image. Puis, appliquant un certain nombre d'opérations comprenant l'ouverture, fermeture, et remplissage en blancs, l'image binaire est obtenue comme une couche au-dessus de l'image grise (Fig. II-1b). Cette image binaire est utilisée pour calculer la surface du grain



**Figure II-1 :** a) un exemple d'un grain de sable photographié d'une surface de 31.06 mm<sup>2</sup>  
 b) l'image binaire est obtenue après l'analyse d'image.

#### a- Area-Perimeter (surface –périmètre)

La méthode d'area-perimeter est l'une des méthodes les plus faciles à appliquer à la géométrie fractale. Après l'obtention des images de quelques grains du sol, des techniques de traitement d'images sont utilisées pour l'obtention du périmètre et de la surface des grains. Dans ce processus, la proposition de Mandelbrot de "linear ratio of extents" (rapport linéaire d'estimation) peut être employée (Mandelbrot, 1983) :

$$c = \frac{P^{1/D_R}}{A^{0,5}} \quad (a)$$

Dans cette équation, « c » est une valeur constante qui décrit la similitude de la forme fractale, P est le périmètre du grain, A est la surface du grain, et le  $D_R$  est la dimension fractale de la rugosité des grains. Prenant le logarithme des deux côtés dans l'équation (a), on peut obtenir l'expression suivante:

$$\frac{1}{D_R} \log P = \log (c \sqrt{A}) \quad (b)$$

§ Faire certains arrangements nécessaires :

$$\log P = \frac{D_R}{2} (\log c^2 + \log A) \quad (c)$$

§ Finalement, on obtient l'équation suivante :

$$\log P = k + \frac{D_R}{2} (\log A) \quad (d)$$

Dans l'équation (d), la pente de la ligne de l'ajustement normal de A-P est égale à  $2/D_R$ . Cependant, ce modèle ne peut pas déterminer la dimension fractale pour les grains de sol séparément. Mais, la dimension fractale déterminée par la méthode d'area-perimeter est une valeur "commune" pour tous les grains étudiés. Par conséquent, la méthode de line divider semble être une approche plus raisonnable pour la détermination de la dimension fractale.

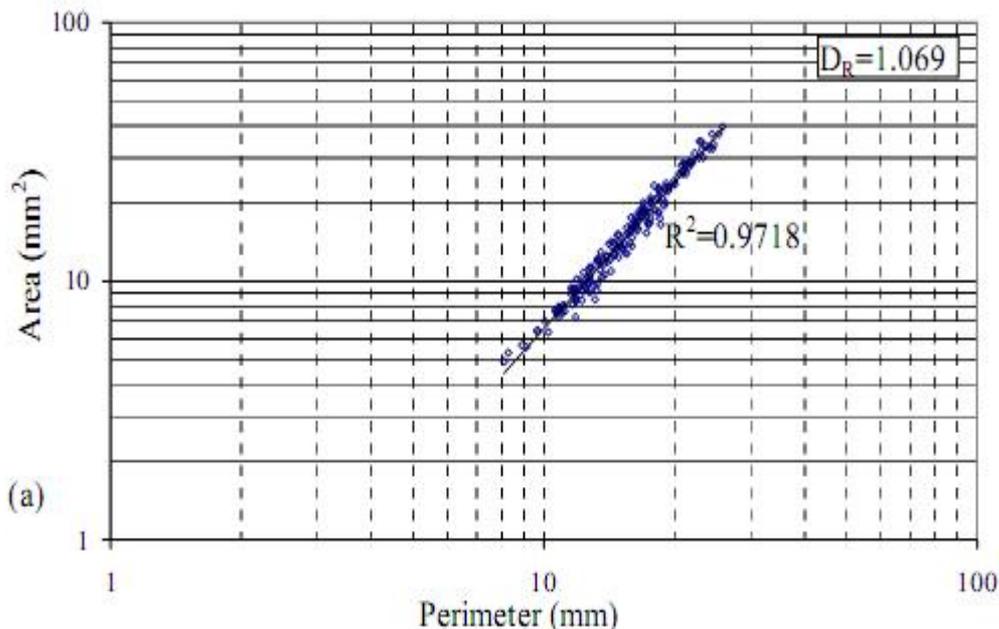


Figure II-2: Application de la méthode de area –perimeter d'un gros grain de sable originaire d'une pierre calcaire.

**b- Line Divider (méthode du diviseur)**

Selon Mandelbrot (1983), des segments d'une même longueur ( $l$ ) peuvent être tracés pour former un polygone à l'intérieur des frontières d'un grain ; ainsi, le périmètre de ce polygone peut être décrit comme suit :

$$P(l) = nl^{1-D_R} \tag{e}$$

Dans cette équation,  $P(l)$  est le périmètre polygone,  $D_R$  est la dimension fractale du grain. On trace à l'aide du logiciel Excel le périmètre polygone obtenu en fonction de l'unité de mesure ( $l$ ), la dimension fractale est alors liée à la pente  $m$ , de la meilleure ligne obtenue en utilisant les données de l'équation (e) et sera calculée comme suit :

$$D_R = 1 - m \tag{f}$$

A partir de cette méthode, trois types de dimension fractale peuvent d'être déduits. La courbe  $P(l) - P(l)$  possède habituellement deux lignes de l'ajustement normal : Tandis que les polygones de plus petites tailles de mesure représentent la dimension "de texture" de fractale ( $D_1$ ), la ligne à la droite du point d'arrêt représente la dimension "structurale" de fractale ( $D_2$ ). La dimension totale de fractale ( $D_{tot}$ ) représente la ligne de l'ajustement normal aux points de repères entiers, qui ne concerne pas le point d'arrêt des tendances structurales et de textures.

Voilà un exemple d'application de cette méthode, prenant un grain simple donné dans la (Fig. II-1 a), des polygones de mesures de différentes tailles sont tracer à l'intérieur du grain (Fig. II-3 b, c, d). Tout le périmètre du grain obtenu est tracé en fonction de l'unité de mesure, afin de calculer les dimensions fractales.

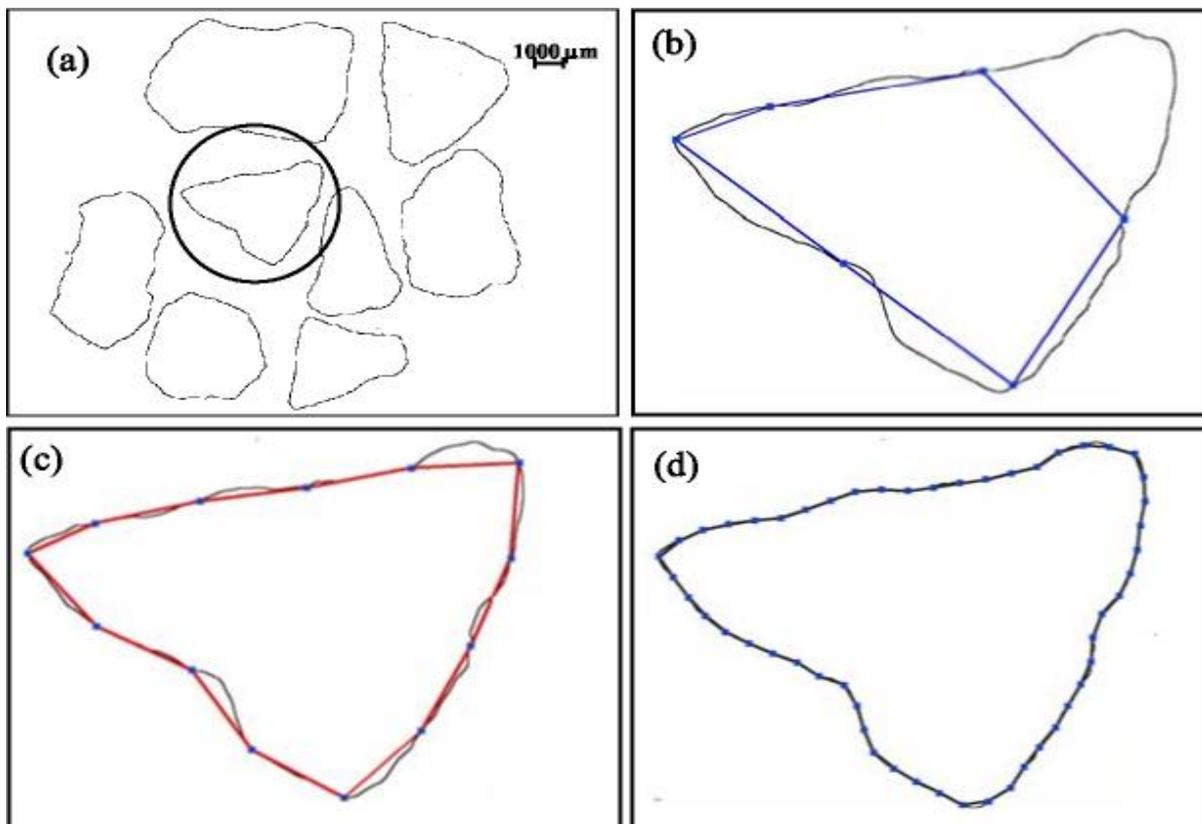


Figure II-3: (a) le grain de sable après l'analyse de l'image. Le reste des figures contient les polygones tracés sur grains avec une taille de mesure (b) 2 mm. (c) 1 mm et (d) 0.25mm

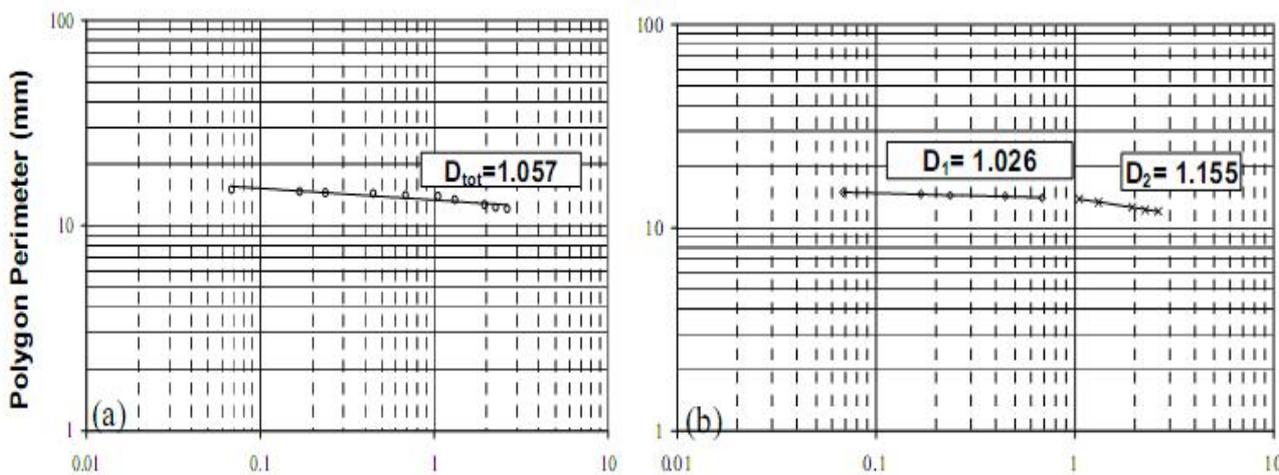
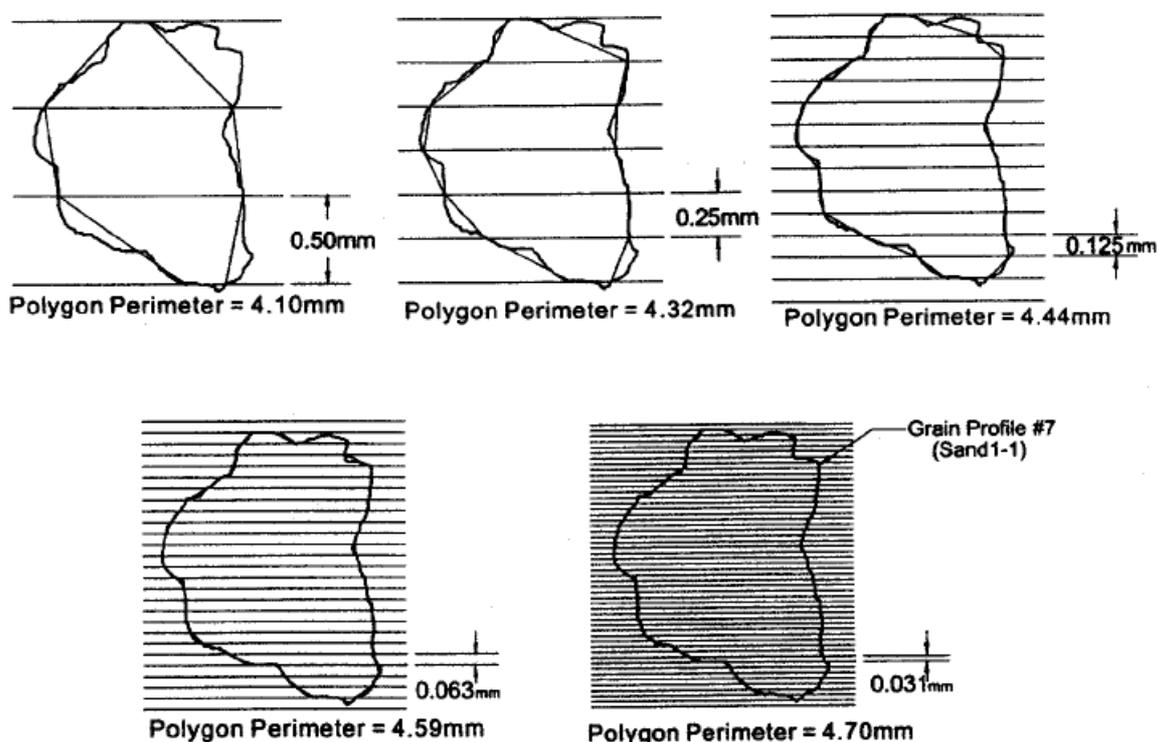


Figure II-4: calcul de la dimension fractale (a) Totale (b) Texturale ( $D_1$ ) et structurale ( $D_2$ ).

c- Méthode des lignes parallèles (Kevin.P Hammer., 2005):

La mesure de la dimension fractale par la méthode des lignes parallèles ressemble à la méthode précédente qui consiste à superposer la photo du grain sur un ensemble de lignes parallèles à espacement constant, et joindre à l'aide d'un segment de droite les points d'intersections du contour du grain avec ces lignes. On fait la mesure du périmètre ainsi



obtenu  $P(l)$ . En diminuant de plus en plus le pas entre les lignes, on se rapproche au fur à mesure du contour réel du grain. En employant une unité de mesure en fonction de toute la longueur du périmètre des particules pour tracer des courbes à l'aide du logiciel Excel comme discuté par Vallejo et Hyslip. (Voir et exemple)

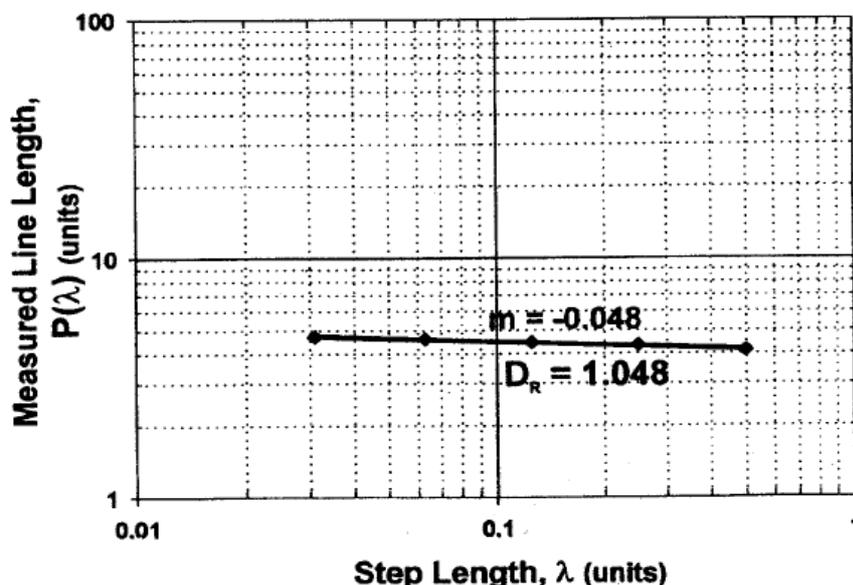


Figure II-5 : la méthode des lignes parallèles

**d- Box Counting (méthode de compactage des boites)**

La dimension fractale calculée par la méthode du compactage de boîte ou « Box Counting en anglais » est la méthode la plus utilisée en pratique dans le cas de la "fragmentation", cette valeur nous donne une idée sur la distribution dimensionnelle des grains dans le sol et sur le procédé de fragmentation. Mandelbrot a montré que la distribution des fragments de roche est une distribution fractale. Comme il a aussi suggéré que la fragmentation fractale pourrait être mesurée en développant la dimension fractale de l'équation (g).

La méthode est basée sur une théorie dont le nombre des grains plus petit que la dimension prédéterminée peut être exponentiellement formulée :

$$N(X \text{ f } x) = Kx^{-D_F} \tag{g}$$

Tel que  $x$  est une dimension particulière prédéterminée ;  $X$  est dimension linéaire des grains plus grande que la dimension  $x$  ;  $N$  est le nombre des grains (fragments) ;  $k$  est une constante de proportionnalité ; et le  $D_f$  est la dimension fractale de fragmentation (Huang et Zhan, 2002 ; Wang et al. 2006). Traçant une taille prédéterminée de boîte pour quelques

grains plus petits que cette taille en utilisant l'équation (g), on aboutit à l'équation suivante :

$$D_F = -m \tag{h}$$

D'après l'étude faite par (Hyslip et Vallejo, à 1997), une équation semblable à l'équation (h) peut être obtenue. Dans ce cas, la dimension fractale est égale (- 2m).

Un exemple pour le même grain dans le paragraphe précédent est donné sur le schéma. Après la prise d'une photo du grain, on la couvre par une grille de longueur l prédéterminée. On calcule le nombre de carré entourant le périmètre du grain, et le nombre de carrés tracés en fonction de la longueur l. Ce processus sera répété pour un certain nombre de grain. La dimension fractale sera donc calculée pour chaque grain par le calcul de la pente dans un graphique logarithmique.



Figure II-6 :(a) application de la dimension fractale de fragmentation par Box Counting

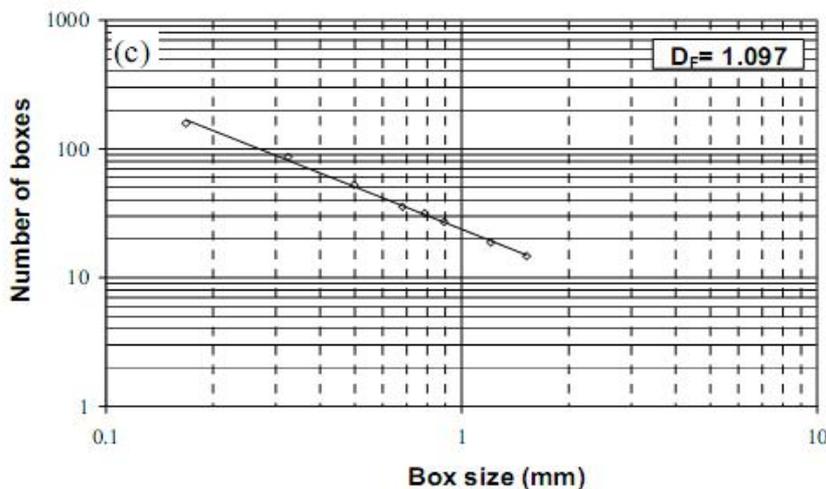


Figure II-7: Calcul de la dimension fractale par Box Counting

**II-3. REPRESENTATION FRACTALE DU SOL**

D'après les définitions utilisées dans la science des sols (Baver et Rhoades, 1932), le sol est un mélange hiérarchique, hétérogène et complexe, sa structure "faite de particules et d'éléments structuraux formés par l'agrégation de particules plus petites" et qui peuvent être dans une certaine mesure auto similaires. Il y a bien longtemps que les physiciens de sol ont étudiés intensivement la structure de ce dernier en appliquant les mathématiques.

On parle d'une représentation fractale du sol car il est un milieu fragmentaire et poreux (Mandelbrot, 1983; Turcotte, 1986; Feder, 1988). En effet, la géométrie fractale peut être employée pour la caractérisation du sol, des relations générales ont été établies entre la porosité, la dimension fractale et le rapport de similitude qui sont:

- (i) Une dimension fractale  $< 3$ ;
- (ii) Une relation inverse entre la taille et la densité des agrégats;
- (iii) Une relation exponentielle entre la taille et le nombre des agrégats;

**II-4. CONCLUSION**

Dans ce chapitre, Nous avons présenté les méthodes les plus utilisées pour la quantification de l'irrégularité des grains constituant le sol, basées sur la dimension fractale. Le calcul de cette dimension suivant la méthode (area-perimeter) nous procure un résultat pour tout le sol étudié, ou outre les autres méthodes (line-Divider et Box Counting) peuvent fournir la dimension fractale pour chaque grain constituant le sol et plus exactement avec l'utilisation des petites tailles de mesure.

L'utilisation d'un microscope Leica MZ-16 est l'une des techniques d'analyse d'image utilisée. Dans notre cas nous allons utiliser le logiciel Auto-CAD pour la détermination du périmètre et la surface des grains afin d'appliquer les méthodes citées ci-dessus.

La théorie fractale reste un bon moyen pour quantifier les caractéristiques du sol comme (la rugosité et la distribution dimensionnelles des particules), qui sont deux paramètres influençant sur son comportement. A fin de mieux comprendre ce dernier, il est indispensable d'étudier le phénomène d'écrasement des grains qui sera présenté dans le troisième chapitre.

**CHAPITRE III**

**GENERALITES SUR LA NOTION D'ECRASEMENT**

**DES GRAINS**

**III-1. INTRODUCTION**

Les grains du sol peuvent subir un phénomène de rupture ou d'écrasement sous des effets de cisaillement, de compression ou de tassement. Ce phénomène provoque leur fragmentation sous différents aspects. La mise en évidence de ce phénomène a été publiée dans plusieurs études menées par : Biarez-J (1962), Marsal (1967), Terzaghi et Pick (1967), Vesic A-S et Clough G-W (1968), Cambou (1972) sur des matériaux sableux soumis à des essais oedométriques. Et plus récemment Kim (1995), Lade et Yamamura (1996), Mc Domel et Bolton (1998) et Melbouci -B (2000). Les premières études menées ont permis de comprendre comment le phénomène d'écrasement des grains se manifeste et quels sont les facteurs qui permettent de quantifier cette rupture.

Ces études montrent aussi que la rupture des grains est généralement limitée aux points de contact et qu'elle peut se prolonger vers l'intérieur du grain. Quand les grains sont solides, durs et assez arrondis, ils peuvent reprendre de grandes contraintes ; par contre, Les grains de forme anguleuse de matériaux de carrière fraîchement extraits subissent la fragmentation due à la cassure des aspérités sous des contraintes moins importantes. En fait, la résistance mécanique peut être rattachée à la nature minéralogique des grains, et à leur état d'altération. Les différentes études expérimentales consacrées à ce sujet ont montré que ce phénomène est lié aux propriétés physiques et mécaniques des grains ainsi qu'aux chemins des contraintes appliquées.

**III-2. DIFFERENTS TYPES D'ECRASEMENT DES GRAINS****III-2-1. L'écrasement des grains selon (Bishop et Henkel, 1962)**

BISHOP et HENKEL (1962) sont les premiers à mener une étude sur les contacts et l'écrasement des grains. Cette étude est basée sur la relation contrainte – déformation effectuée sur les échantillons cylindriques soumis à deux cycles de chargement et de déchargement. Des observations faites au niveau des contacts cisailés, ils ont démontré qu'il n'y a pas eu de glissement des grains mais un cisaillement au niveau des points de contact, en outre aucune diminution de volume n'a été observée. Le comportement de deux grains en contact sous une contrainte croissante est schématisé sur la (Fig. III-1).

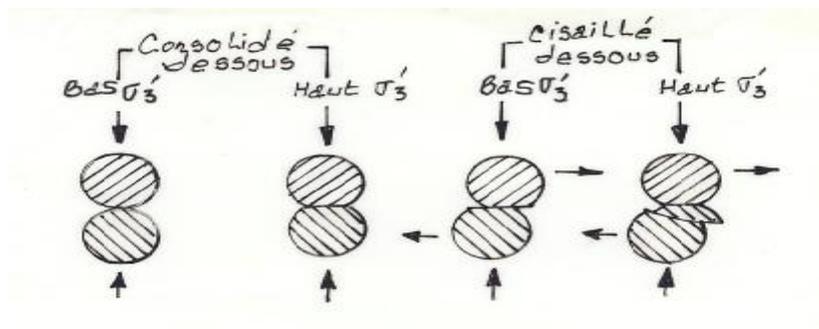


Figure III-1 : Représentation schématique du comportement de contact

(D'après BISHOP et HENKEL, 1962)

### III-2-2 L'écrasement des grains selon (Ramamurthy, 1969)

La rupture des grains selon Ramamurthy est classée selon les quatre modes suivants ;

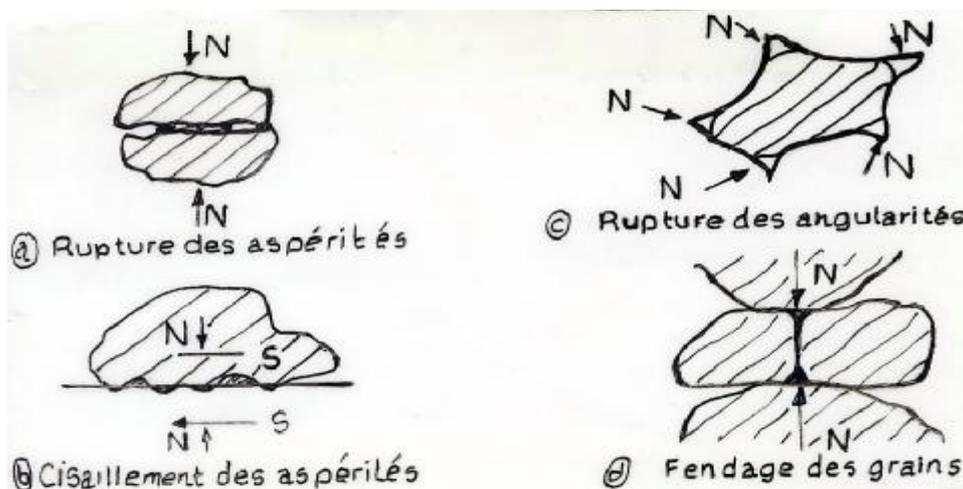


Figure III-2 : Différents types de rupture des grains selon Ramamurthy T en 1969.

#### III-2-2-1. Rupture des aspérités

La proportion du matériau écrasé est très petite puisqu'elle concerne seulement les aspérités dans les régions des efforts où le cisaillement est plus élevé.

La résistance de frottement entre les grains de sol dépend de leurs propriétés extérieures et des constituants minéraux. Selon TABOR (1956), une aspérité peut rayer une surface si sa dureté extérieure est au moins égale à (1 à 2) fois la dureté de la surface rayée. La résistance développée pendant la rayure caractérise essentiellement les propriétés élastiques du matériau.

Bridgeman en 1953 a démontré qu'en utilisant des pressions hydrostatiques élevées, les matériaux fragiles subissent des déformations plastiques, mais peuvent ne pas être cassés ; par conséquent, on peut accepter les aspérités des matériaux fraîchement extraits ou désagrégés pour se déformer sous des pressions plus élevées et on peut montrer la réduction de la résistance au cisaillement sur la surface de contact due à l'écoulement du matériau [Von Karman (1911), Griggs (1936) et Mc Henry (1948)].

#### ***III-2-2-2. Rupture des angularités***

Dans les matériaux extraits, les coins pointus des particules se cassent pendant le tassement ou cisaillement, cependant le schéma global d'angularité, des surfaces et des coins nouvellement formés sont relativement plus forts. Les aspérités sur les surfaces nouvellement formées sont fortes à de basses pressions et elles peuvent se comporter différemment sous des intervalles d'effort plus élevés.

#### ***III-2-2-3. Fendage des grains de sol***

Ce type d'écrasement se produit quand des grains durs de sol sont soumis à des efforts de sens opposés à leurs points de contact. Sous un contact plus élevé, les obliques et les aspérités des particules subissent les déformations élastiques.

En présence des contraintes de cisaillement, certains points de contacts peuvent être déchargés quand les chargements sont reportés sur des nouveaux points de contacts, ces efforts de sens opposés ont comme conséquence la fragmentation.

#### ***III-2-2-4. Cisaillement des aspérités***

Ce type d'écrasement se produit pour les grains durs qui sont soumis à des efforts à leurs points de contact. Cette rupture des grains est rencontrée au cours du tassement, lorsque les granulats sont soumis à des hautes contraintes de compression.

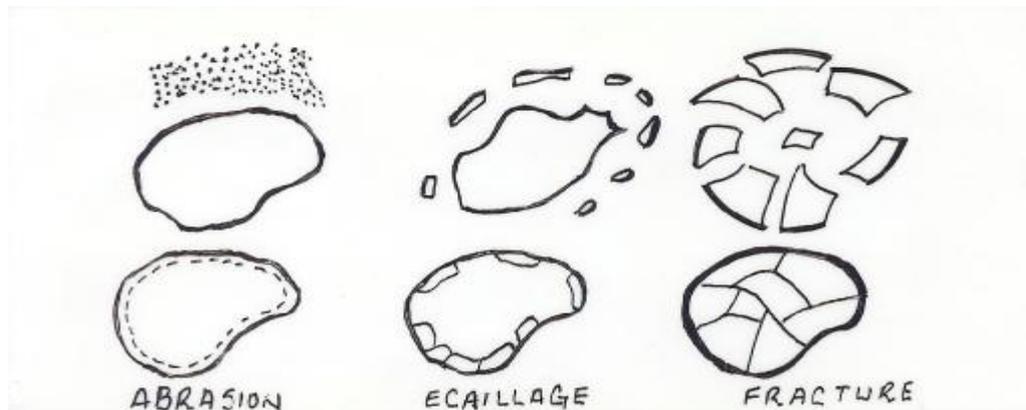
L'importance de la rupture dépend de la forme géométrique du grain, à savoir sa taille et sa forme en particulier, des efforts appliqués aux points de contacts des différents grains et des contraintes appliquées en ces points. Cette rupture peut se prolonger vers l'intérieur des grains.

Les fragments formés par la rupture du grain sont plus durs que ceux formés par le cisaillement, ou par l'écrasement des aspérités en surface des grains.

### III-2-3. L'écrasement des grains selon (Guyon et Troadec, 1994)

De son côté, Guyon et Troadec (1994) ont classé la rupture des grains selon trois modes : la fracture, l'écaillage et l'abrasion (Fig.III-3) :

- 1) **La fracture** : un grain se casse pour en donner de nouveaux de tailles sensiblement égales et inférieures à la taille du grain original.
- 2) **L'écaillage (ou l'attrition)** : un grain se casse pour donner un grain de taille un peu inférieure et plusieurs de plus petite taille.
- 3) **L'abrasion** : le résultat est un grain ayant sensiblement la même taille que le grain original mais avec une production de particules de taille très fines.



*Figure III-3 : différents modes de rupture des grains selon Guyon et Troadec, 1994.*

### III-3. EFFET DE LA CROÛTE MOLLE

En présence de la croûte molle sur le grain, l'importance de la résistance au cisaillement dépend des propriétés du matériau, et des points de contact.

Quant les efforts de contact excèdent l'effort de fléchissement de la croûte des grains, les résidus des grains provoquent les écoulements et se comportent comme un lubrifiant plein interposé entre les surfaces de contact (Ramamurthy. T en 1969).

Ø **Type de défaillance dans la croûte molle** : elles dépendent de l'importance de la pression de contact et de la force de croûte des grains, les défaillances de cisaillement peuvent avoir lieu de la manière suivante :

### III-3-1C isaillement à l'interface

Pendant le glissement sous de basses pressions, l'écrasement ne peut être assumé, mais prend place avec précision le long du plan séparant les surfaces initiales. Ce plan résulte de l'adhérence en raison du transfert des particules fines aux interfaces.

La zone de défaillance de cisaillement sera limitée à une région discontinue très étroite et la résistance au cisaillement sera celle de la croûte molle du grain glissant au-dessus d'elle-même (Fig.III - 4).

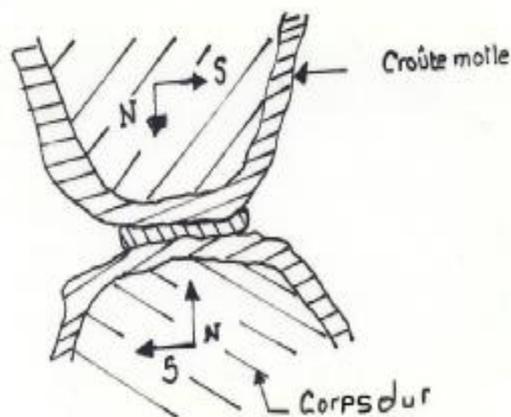


Figure III-4 : Cisaillement à l'interface

### III-3-2 : Cisaillement localisé dans la croûte molle

Sous une pression de contact plus élevée, une couche épaisse d'un grain plus mou adhère à la surface de l'autre grain et le cisaillement a eu lieu entièrement dans le grain le plus mou. La résistance au cisaillement sera la somme des résistances partielles d'un grain plus mou glissant sur lui-même (Fig.III-5).

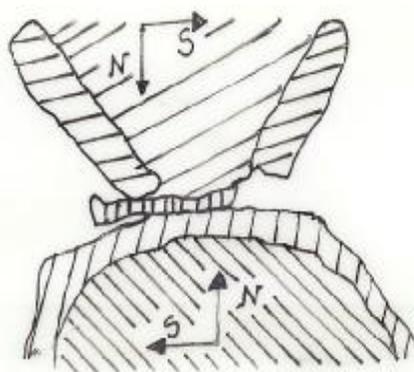
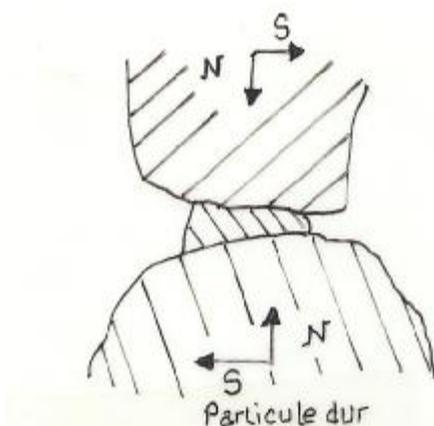


Figure III-5 : Cisaillement localisé dans la croûte molle

### III-3-3 : Cisaillement généralisé dans la croûte molle

Quand les effets de la transformation climatique sont limités à la croûte supérieure et ne pénètrent pas dans les grains de sol, une épaisseur limitée de croûte sera ramollie. Sous des pressions de contact élevées, la défaillance peut avoir lieu en cisillant le grain plus mou le long de la borne séparant la croûte molle du noyau dur (Fig.III-6).



*Figure III-6: Cisaillement généralisé dans la croûte molle*

### III-4. LES PARAMETRES INFLUENÇANT LA RUPTURE DES GRAINS

La résistance mécanique des grains dépend de l'histoire de formation (nature minéralogique) pour les dépôts naturels et de l'histoire de fabrication (concassage) pour les mélanges artificiels (George Arquie et Claude Tourenq, 1990).

Plusieurs études faites par différents auteurs, on peut citer (Bard E 1993, Colliat-Dangus J.L 1998, Kim Me Sun 1995, Vesic A-S, Clough G.W 1968) ont permis de mettre en évidence de façon claire les paramètres influençant la rupture des grains.

Les principaux paramètres susceptibles d'influencer la rupture des grains sont :

- 1) La forme des grains (arrondis ou anguleux).
- 2) La taille des grains.
- 3) La répartition granulométrique.
- 4) La présence d'eau.
- 5) L'altération naturelle des grains.
- 6) La compacité.
- 7) Le Chemin de contrainte.
- 8) L'état de déformation.
- 9) L'écrasement en fonction du temps (fluage).

### **Ø la forme des grains**

La rupture des grains augmente avec leur angularité. Cette forme anguleuse obtenue par concassage favorise la concentration des contraintes (les surfaces de contacts étant très faibles) et la résistance à la rupture des grains est plus rapidement atteinte, Melbouci B (2002).

D'autre part, les matériaux alluvionnaires ont une forme arrondie, par ce qu'ils ont subi des transformations de textures causées par l'effet de transport d'eau, dans ce cas la rupture des grains est moins rapide. Une bonne angularité confère au mélange granulaire une meilleure stabilité mécanique.

George Arquie et Claude Tourenq (1990) ont montré que dans un essai triaxial, l'angle de frottement interne augmente de  $7^\circ$  quand on passe d'un matériau entièrement roulé à une roche massive concassée, donc les éléments roulés assurent une meilleure maniabilité, mais ils présentent des performances mécaniques faibles du mélange.

### **Ø la taille des grains**

Les grains présentent des tailles différentes ; de la plus petite de l'ordre du micron à des grains de l'ordre du centimètre. Dans le cas des matériaux granulaires, la taille des grains est aussi un paramètre important. Des micros fissures se propagent lorsque les grains sont soumis à un chargement élevé, ce qui nous donne une cause importante de rupture des grains (Melbouci B 2002). En effet, plus la taille du grain augmente et plus la probabilité de présence des zones de faiblesse, dans celui ci augmente.

### **Ø présence d'eau**

Le comportement mécanique des grains est influencé par la présence d'eau. En effet, Marsal (1997) a mis en évidence l'effet de l'eau sur la réponse contrainte - déformation des matériaux granulaires. Il a effectué des tests sur des échantillons saturés en eau et des échantillons à l'état sec. Il en a déduit qu'il y a une diminution de la résistance des matériaux granulaires en présence d'eau. En outre, l'étude menée par Melbouci B (2007) sur les matériaux granulaires, montre que l'effet de l'eau a favorisé l'étalement granulométrique. En effet, l'eau a ramollie la surface superficielle des grains, ce qui a facilité leur écrasement

### **Ø Etalement granulométrique**

La répartition granulométrique est également un facteur très important et les différentes études concordent pour montrer qu'une granulométrie initiale serrée favorise la rupture des

grains Melbouci B (2002). Biarez J (1997) a montré que l'effet de l'étalement granulométrique peut s'expliquer par une meilleure distribution des forces inter-granulaires dans un milieu à granulométrie étalée. En effet, Pour obtenir une granulométrie étalée, les vides que laissent les gros gravillons en contact, peuvent être occupés par des gravillons plus petits, et les vides qui subsistent encore, peuvent être remplis par le sable, et ainsi de suite jusqu'aux éléments fins. En fait, si un mélange granulaire est riche en éléments fins et présente une discontinuité par manque de certains diamètres, ce mélange sera maniable, et se mettra facilement en place ; mais en contre partie, il manquera de stabilité et se déformera facilement. Par contre, si ce même mélange manque d'éléments fins, il sera moins maniable mais plus raide et plus sensible à la ségrégation.

### **Ø Altération naturelle des grains**

On appelle altérabilité la sensibilité d'une roche aux modifications du milieu qui l'entoure. La gélivité des roches est un des phénomènes important de l'altérabilité, deux facteurs essentiels interviennent :

- a) La structure du milieu poreux (importance de la porosité et de la dimension des pores) et l'état de fissuration.
- b) La teneur en eau de la roche au moment où survient le gel.

La transformation de l'eau en glace se fait avec une augmentation de volume. Dans le cas où les pores seraient entièrement remplis par l'eau, les contraintes de traction exercées par la glace sur les roches peuvent dépasser largement leur limite de résistance. Pour la détermination de la sensibilité du granulat au gel, George Arquie et Claude Tourenq (1990), ont fait une étude sur l'essai Los Angeles, qui a provoqué la fragmentation des granulats dans un broyeur. Deux échantillons ont été testés, le premier étant intact et le second après avoir subi 25 cycles de gel – dégel entre 25°C et -25°C. Les auteurs ont déduit qu'il y a une diminution relative du coefficient Los – Angeles. On peut conclure que l'altérabilité a une influence directe sur la résistance des granulats.

### **Ø Influence des paramètres de compacité**

La rupture des grains est considérablement influencée par le paramètre de la compacité. Ce dernier est lié à la densité relative des matériaux granulaires. En effet, un matériau granulaire de faible densité initiale conduit à la rupture importante des grains qu'un matériau de forte densité relative initiale. Une faible valeur de densité nous donne un nombre de contact entre grains peu élevé et, par conséquent, une intensité de contrainte élevée, ce qui provoque

l'écrasement des grains. Pour un milieu peu dense, à grain anguleux, la rupture des grains est importante au début du chargement, puis devient semblable à celui du milieu dense (Melbouci. B. 2002).

### **Ø influence du chemin des contraintes**

L'intensité des contraintes appliquées est un facteur prépondérant sur le développement de l'écrasement des grains. En effet, le chemin des contraintes joue également un rôle marquant quant à la rupture des grains, Biarez -J (1997). Les études expérimentales réalisées par Melbouci B. (2002), ont montré que l'essai triaxial génère plus de rupture que l'essai oedométrique pour une même contrainte moyenne. Kim en (1995), a montré que plus la contrainte de confinement au triaxial augmente et plus la rupture des grains est importante. Lade et Yamamuro en (1996), ont montré sur des essais drainés et non drainés que le cisaillement drainé produit plus de rupture car les contraintes effectives augmentent, mais ces mêmes contraintes effectives diminuent dans le cas d'essai non drainé.

### **Ø Influence de l'état de déformation**

Les études faites par Ramamurthy et Al (1974), Kim (1995) et Melbouci B (2002), ont montré que pour une même contrainte moyenne, plus la déformation axiale est élevée et plus l'écrasement des grains est significatif. Ramamurthy et Al en (1974) et Kim en (1995) ont, aussi constaté que l'écrasement des grains se poursuit après le pic des contraintes. L'amplitude des déformations à un incident notable sur l'importance du phénomène d'écrasement des grains.

### **Ø Ecrasement en fonction du temps (fluage)**

Des études expérimentales ont été réalisées pour l'investigation sur le mécanisme de fluage des pieux dans le sable. Le tassement des fondations sur pieux dans le sable sous des charges soutenues de service est en fonction du temps, les résultats des essais montrent que les tassements des pieux augmentent en fonction du logarithme du temps, et le taux d'augmentation du tassement lié directement à la grandeur, de la charge appliquée et à la densité du sable.

Les changements des contraintes dans le sol et dans les pieux observés au moyen d'instruments installés dans le sol et le long du fût révèlent que sous des charges soutenues, la relaxation des contraintes se produit dans et autour de la région de la pointe du pieu avec comme conséquence un transfert au fût.

Le tassement résultant de la surface du sol montre que le fluage est en relation avec la compression volumétrique plutôt qu'avec la dilatation du sable. L'examen des particules de sable, avant et après l'application d'une charge de compression soutenue révèle que les grains de sable ont été fracturés avec des protubérances angulaires graduellement broyées avec le temps. Les phénomènes de broyage de particules de sable et de relaxation des contraintes autour de la pointe du pieu fournissent une évidence en faveur de l'hypothèse que le fluage observé est dû au broyage progressif des particules de sable ( C.F. Leung, F.H. Lee, et N.S. Yet .en 1996).

### **III-5. CONSEQUENCE DU PHENOMENE D'ECRASEMENT**

Dans les milieux granulaires, les cassures se produisent pendant le compactage, des échantillons frais doivent être employés pour obtenir des résultats fiables de densité sèche et de contenu d'humidité maximum. Dépendant de la forme et de la force des grains de sol et du mode du compactage, les grains de sol peuvent subir la dégradation même pendant le premier compactage. Un écrasement graduel pendant le compactage ou le cisaillement indique un changement graduel de l'indice des vides qui influence par la suite la force du sol.

L'importance de la fragmentation des grains peut ne pas influencer la conception et la stabilité des structures. L'écrasement excessif pendant le compactage améliorera la densité qui devrait être une considération en évaluant les avantages d'un équipement plus lourd de compactage.

L'avantage de l'écrasement doit non seulement casser les grains plus faibles mais améliorer également la performance des milieux granulaires en diminuant sa compressibilité et sa perméabilité. [Ramamurthy.T en 1969 ].

**III-6. CONCLUSION**

Plusieurs paramètres ont une influence directe sur la rupture des grains. Le taux d'écrasement des grains dépend de la granulométrie, de leur taille et leur forme, de leur dureté, de la contrainte appliquée, de la présence ou l'absence de l'eau et de l'indice des vides. Leur rupture entraîne une diminution de leur taille ce qui entraîne une augmentation du pourcentage des particules fines et par conséquent une modification de la distribution granulométrique et une modification de l'état de surface des grains. Sous un chargement appliqué, on peut remarquer l'apparut des déformations plastiques qui se développent dans la zone de contact et les déformations élastiques qui se produisent loin du contact vers l'intérieure du grain.

---

# **LA PARITE EXPERIMENTALE**

---

## **CHAPITRE IV**

### **LES ESSAIS DE LABORATOIRE**

**IV-1. INTRODUCTION**

Le but d'un essai de laboratoire est de suivre l'évolution et le comportement mécanique d'une éprouvette du sol soumise à un chargement déterminé. Dans certains cas géotechniques, il est impossible d'estimer le comportement du sol vu son anisotropie et sa complexité. Néanmoins certaines propriétés mécaniques des sols peuvent être contrôlées en étudiant la dimension, la taille et la forme des grains. Dans ce qui suit, nous présentons les trois essais utilisés en laboratoire: la boîte de cisaillement, l'oedomètre et le Proctor. L'objectif de ce travail est non seulement d'étudier le comportement du matériau granulaire calcaire mais aussi d'étudier l'évolution de la dimension fractale des grains de dimensions respectives : 3,15- 4 et 5 (mm) après la réalisation des essais cités ci-dessus.

**IV-2. APPAREILLAGE ET CARACTERISATION DES MATERIAUX UTILISES****IV-2-1. Essai De Cisaillement Direct*****IV-2-1-1. Définition et Appareillage***

L'essai à la boîte de cisaillement dit « boîte de Casagrande » est l'essai le plus ancien pratiqué en mécanique des sols. Issue des expériences de Coulomb, il reste très utilisé en raison de la simplicité de sa mise en œuvre. Il permet de caractériser rapidement le comportement à la rupture du sol. Le matériel nécessaire et la procédure sont cependant beaucoup plus simples. La boîte est constituée de deux parties identiques supérieure et inférieure de dimension (6cm x 6cm) et 4cm de profondeur.

La machine de cisaillement comporte essentiellement :

- Un chariot porte-boîte, entraîné horizontalement à vitesse constante, entraînant lui-même la demi-boîte inférieure et l'éprouvette de l'essai.
- Un anneau dynamométrique, retenant la demi-boîte supérieure, dont les déformations indiquent les efforts tangentiels développés dans le plan de cisaillement.
- un système levier-étrier, appliquant sur le piston de la boîte les charges normales désirées, à l'aide de différents poids.

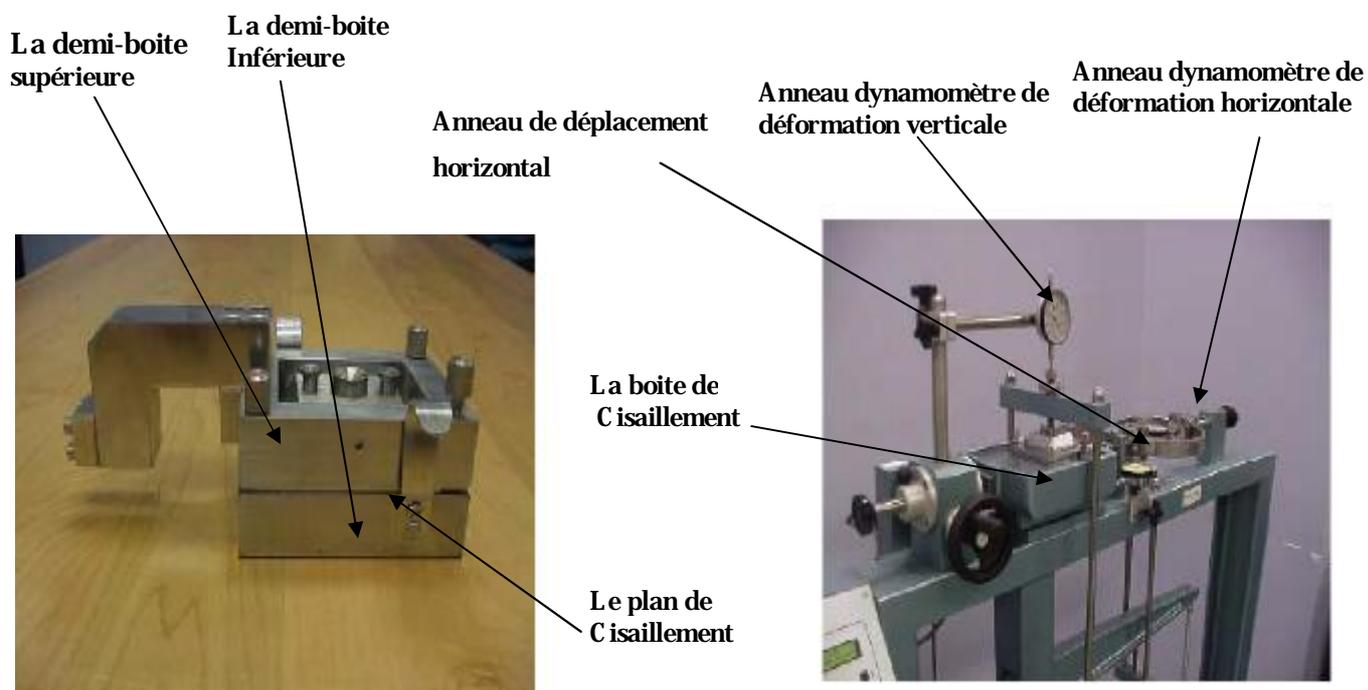


Figure IV-1 : La Boite de cisaillement

Figure IV-2 : l'appareillage complet

**IV-2-1-2. Principe de l'essai**

L'essai consiste à placer un échantillon de sol représentatif d'une quantité suffisante dans la boîte et soumettre la partie supérieure de l'échantillon à un effort vertical (N), résultant des poids placés sur le plateau, engendrant ainsi une contrainte normale respectivement de (100, 200,300, et 400 kPa), maintenue constante tout le long de l'essai. On applique ensuite à l'échantillon une charge horizontale T, que l'on augmente jusqu' à la rupture. Le plan de rupture se développe le long du plan horizontal imposé par le déplacement de la partie inférieure sur la partie supérieure de la boîte de cisaillement (Fig. IV-3). En première approximation, on peut supposer que dans le plan de séparation des deux demi-boîtes la contrainte normale et la contrainte tangentielle sont constantes (LCPC21, 1987).

L'essai est réalise en respectant les étapes suivantes:

- Régler la vitesse de la machine, de façon à imposer un déplacement relatif constant entre les demi-boîtes, (1,5mm/mn) utilisée dans nos essais.
- Mettre tous les comparateurs (déplacement horizontal et vertical) à zéro.

-Actionner la machine et prendre les lectures sur les trois comparateurs simultanément, à des intervalles de temps réguliers (toutes les 15 s).

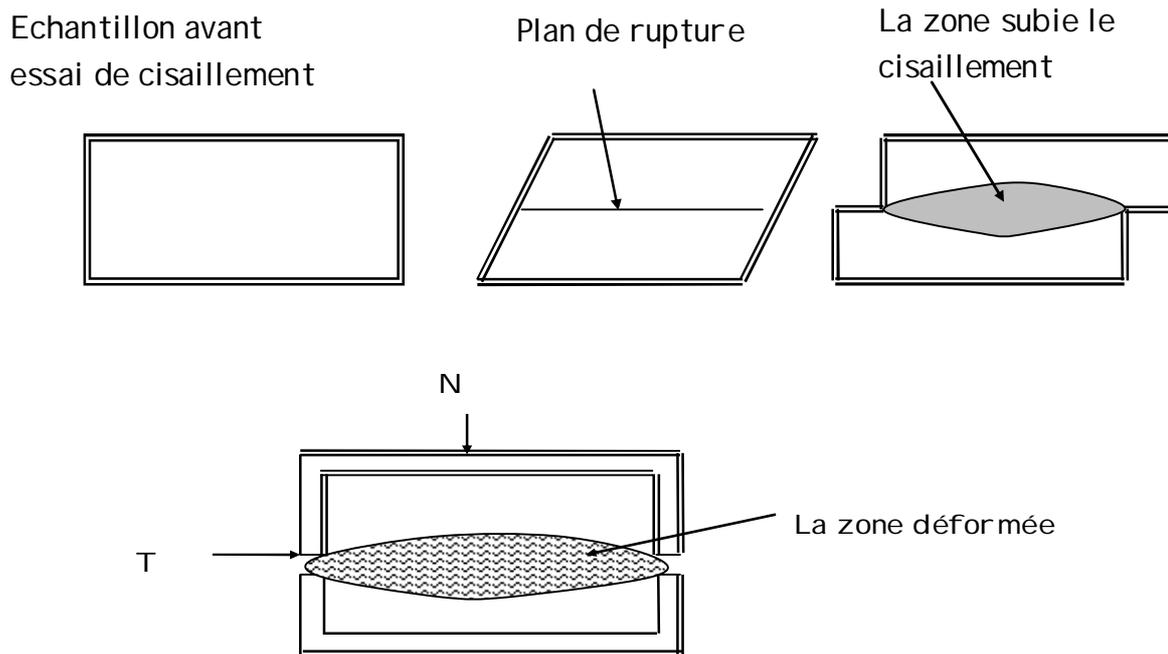


Figure IV-3 : mode de rupture dans la boîte de cisaillement

IV-2-1-3. Exploitation des résultats

L'objectif de l'exploitation des résultats est de construire, dans le plan de Mohr ( $\sigma$ ,  $\tau$ ), la droite intrinsèque (de Coulomb) afin de déterminer les caractéristiques mécaniques du sol étudié. Les résultats des essais nous permettent de tracer les courbes suivantes:

a) La courbe « effort-déformation » ( $\tau=f(\zeta=\Delta l/l_0)$ ) (Fig. IV-4)

Le tracé de cette courbe nous permet d'avoir, pour chaque valeur de la contrainte normale  $\sigma$ , la résistance au cisaillement  $\tau$  correspond à  $\tau_{max}$  sur cette courbe avec :

$$\sigma_n = \frac{N}{A_c} \quad \text{et} \quad \tau = \frac{T}{A_c}$$

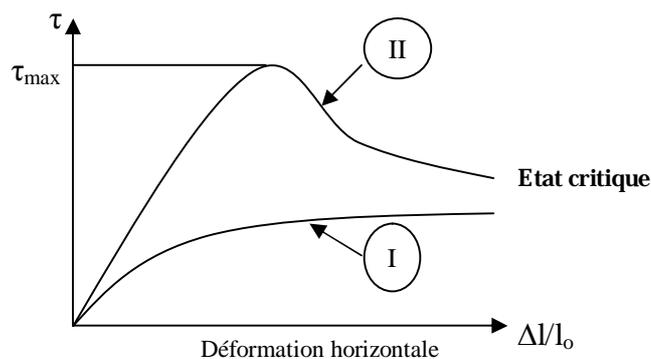
tel que  $T = LA$  (lecture) x  $K_{anneau}$

$T$  : Force horizontale (N)

Et  $K_{anneau}$  : Constante de l'anneau

$A_c$ : LA (LA –déplacement)

$A_c$ : aire corrigée de l'éprouvette ( $\text{cm}^2$ ), pour tenir compte du déplacement relatif des demi-boîtes.



*Figure IV-4: courbe « effort-déformation » d'un sol pulvérulent dans un essai de cisaillement.*

#### a-1) Comportement des sols pulvérulents (graviers et sables) (Fig. IV-4)

- La courbe I, correspond à des **sols lâches** qui se densifient pendant le cisaillement (sols contractants), jusqu'à atteindre au voisinage de la surface de rupture, un certain poids volumique dit poids volumique critique, également traduit par un indice des vides critique.
- Les essais menés sur des **sols denses** qui se décomposent pendant le cisaillement (sols dilatants) conduisent à des courbes ayant l'allure de la courbe II. La contrainte de cisaillement passe par un maximum, puis décroît vers une valeur sensiblement constante. Deux résistances au cisaillement sont alors distinguées : une résistance maximale (résistance de pic) servant à définir la résistance au cisaillement, et une résistance sous grande déformation, dite résistance à l'état de critique.

***IV-2-1-4 .les imperfections de la boîte de cisaillement***

Cette boîte présente quelques imperfections, tout d'abord l'état de contrainte n'est pas uniforme, en effet une seule partie de l'échantillon est concernée par les déformations alors que l'autre partie se déplace rigidement.

La surface de rupture est imposée. Ceci se révèle être un handicap dans beaucoup de cas réels mais, en revanche, cet essai est bien adapté dans certains cas où la surface de rupture est bien définie tels que les problèmes de glissement de terrain.

D'un autre côté, la répartition des contraintes ( $\sigma = P/A$  et  $\tau = T/A$ ) supposée uniforme sur le plan de cisaillement est souvent éloignée de cette configuration dans la réalité à cause des conditions cinématiques (légère rotation relative des deux demi boîtes l'une par rapport à l'autre, non verticalité du piston). Ainsi on peut observer que la contrainte de cisaillement  $\tau$  est maximum au centre de l'échantillon et décroît vers les bords, C'est là une deuxième source d'erreur importante.

Il est impossible de séparer les frottements des demi- boîtes l'une sur l'autre du frottement de l'échantillon.

L'essai de cisaillement est particulièrement bien adapté aux sols pulvérulents et spécialement aux sables. Ce type de sol étant plutôt perméable, les contraintes interstitielles se dissipent rapidement et le drainage ne pose pas de problème. Par contre sur les sols cohérents, cet essai ne se réalise pas facilement car les échantillons sont plus délicats à manipuler et les conditions de drainage sont impossibles à maîtriser et comme cet essai ne permet pas de mesurer les pressions interstitielles.

Mais malgré ces imperfections, il est en effet économique et facile à le réaliser en outre il est le seul dispositif à cisaillement direct utilisé dans la pratique courante pour la détermination de la résistance au cisaillement des sols.

**IV-2-2. Essai oedométrique*****IV-2-2-1. Définition***

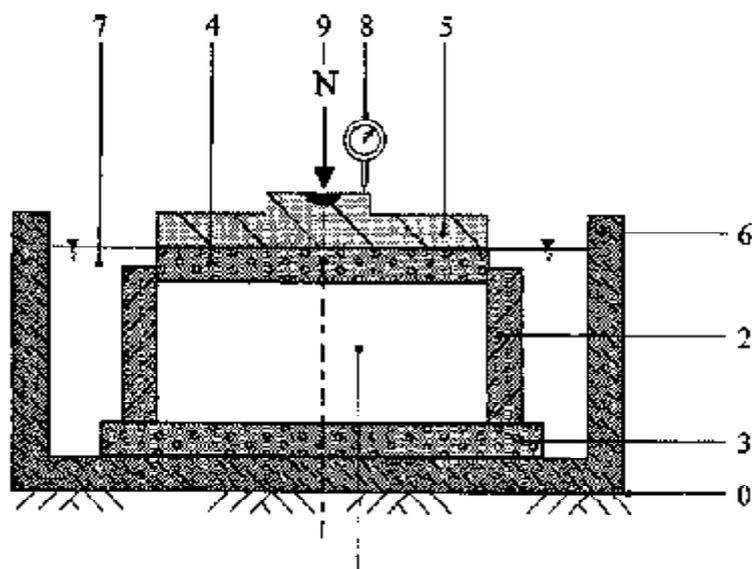
On appelle (Oedomètres), les appareils qui permettent de réaliser des essais de compressibilité en laboratoire sur des éprouvettes de sol cylindriques placées à l'intérieur d'une enceinte cylindrique indéformable, dont la paroi interne est en contact direct avec l'éprouvette. L'enceinte cylindrique qui entoure l'éprouvette interdit toute dilation radiale du sol, de sorte que les déformations qui se produisent lorsqu'on exerce une pression sur le piston sont uniquement verticales (ou axiales).

L'essai œométrique permet d'évaluer l'amplitude des tassements des ouvrages ainsi que leurs évolutions dans le temps en caractérisant l'évolution de l'indice des vides en fonction de la contrainte verticale.

***IV-2-2-2. Appareillage et Principe de l'essai***

Le moule œométrique dit moule de Terzaghi comprend essentiellement :

- Un moule cylindrique ;
- Un système de mesure (comparateur) qui a pour but de mesurer toute déformation enregistrée (les tassements ou les gonflements).
- Un couvercle qui couvre l'échantillon et répartit la charge sur lui.
- Un piston creux coulissant, sans jeu ni frottement qui répartit l'effort.
- Deux pierres poreuses bien encastrées jusqu'à affleurement, l'une dans la base du moule, l'autre dans le piston creux qui permettent le drainage de l'échantillon.



0	Bâti	5	Dispositif de chargement
1	Eprouvette de matériau	6	Réservoir
2	Enceinte oedométrique	7	Liquide d'imbibition
3	Disque drainant inférieur	8	Mesurage de déplacement
4	Disque drainant supérieur	9	Effort N sur l'éprouvette

*Figure IV- 5 : Principe de l'oedomètre*

Les moules sont de dimensions ( $h=20\text{mm}-\varnothing=50\text{mm}$ ) pour la granulométrie (0/6) et ( $h=40\text{mm}-\varnothing=95\text{mm}$ ) pour la granulométrie (6/10)-(10/14).

Après avoir placé l'échantillon de sol dans le moule cylindrique, on applique un effort de compression qui s'exerce verticalement sur l'éprouvette par l'intermédiaire d'un piston rigide qui transmet la charge sur l'échantillon. On peut considérer le moule œdométrique en acier, comme un élément parfaitement rigide. Des pierres poreuses placées en face supérieure et inférieure permettent de drainer l'échantillon en présence d'eau.

La charge est appliquée par palier en progression géométrique. Chaque palier est maintenue jusqu'à ce que les déformations, sous l'effet de la charge constante aient fini d'évoluer (on adopte généralement des durées de 24 h pour la plupart des argiles).

Si le dispositif de drainage est fermé, le piston ne peut pas s'enfoncer lorsque l'éprouvette de sol est constituée d'un sol saturé (puisque l'eau et les grains sont supposés incompressibles en

première approximation). En effet, compte tenu de la rigidité des parois, tout mouvement du piston ne peut résulter que d'une variation de volume du sol. C'est la raison pour laquelle les essais à l'oedomètre s'effectuent toujours à drainage ouvert.

**IV-2-2-3. Calculs et résultats**

Ces calculs ont pour but, d'une part, de déterminer l'indice des vides du sol avant essai et sa variation au cours de la consolidation et, d'autre part, de caractériser l'éprouvette par les principaux paramètres d'identification.

**Ø Calcul de l'indice des vides**

L'indice des vides de l'éprouvette de sol  $e = H - h_p / h_p$

Soit H, la hauteur de l'éprouvette à un moment donné.

$h_p$ , hauteur de solide équivalente peut être calculée comme suit :  $h_p = w_d / S \cdot \gamma_s$

Soit  $w_d$ , poids de l'éprouvette après passage à l'étuve.

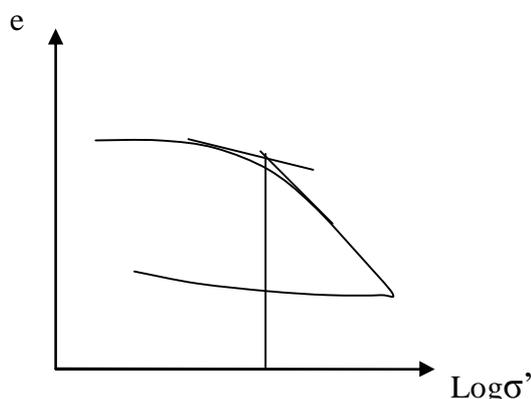
S, section droite de l'éprouvette.

$\gamma_s$ , poids volumique des grains.

**Ø Indice de compression**

La courbe  $e - \log \sigma'$  présente le plus souvent une partie droite horizontale suivie d'une partie courbe, puis à nouveau d'une partie généralement droite et inclinée.

Par définition l'indice de compression  $c_c$  est la pente de cette droite inclinée. Elle permet de préciser la sensibilité du sol au tassement le long de cette courbe.



**Figure IV-6:** Courbe de compressibilité ( $e - \log \sigma'$ )

$$C_c = - \frac{\Delta e}{\Delta \log s}$$

On suppose que la variation de volume touche seulement la variation de l'indice des vides ( $V_s = \text{constante}$ ). Donc on peut écrire  $\frac{\Delta h}{h} = \frac{\Delta e}{1+e}$

L'essai oedométrique est un essai simple qui permet d'évaluer l'amplitude des tassements et des gonflements des sols ainsi que leurs évolutions. Mais, cet essai est assez peu utilisé dans la pratique pour les sols pulvérulents. Il fournit cependant quelques résultats sur le comportement de tels sols.

Les déformations sont à peu près instantanées. L'indice des vides diminue avec l'augmentation de la contrainte et si on garde des charges élevées, des micro-ruptures apparaissent au voisinage des contacts des grains, ce qui peut entraîner une modification de la structure granulaire.

Des nouvelles techniques ont été développées pour réduire le temps de consolidation. Ces méthodes, bien qu'assez peu utilisées jusqu'à présent, permettent de déterminer les paramètres de consolidation en quelques heures, au lieu de plusieurs jours comme dans le cas de l'œdomètre.

### **IV-2-3. Essai Proctor**

#### ***IV-2-3-1. Définition***

Le mode opératoire de cet essai est un ensemble d'opérations mécaniques, qui conduisent à accroître la densité en place d'un sol. Cette action augmente la compacité du sol, donc resserre la texture du matériau, réduit la possibilité de déformation du terrain et améliore sa capacité portante. Pour faire un meilleur compactage sur chantier, on réalise un essai Proctor en laboratoire pour déduire la masse volumique sèche, et ceci permet d'avoir une idée sur le comportement du sol vis-à-vis des chocs, de l'usure ou de la fragmentation. Pour vérifier la qualité et l'efficacité du compactage, les caractéristiques mesurées ( $W_{opt}, \gamma_{dmax}$ ) sont à vérifier sur chantier.

Deux types d'essais Proctor ont été mis en œuvre (Proctor Normal et Proctor Modifié). En effet, le Proctor modifié est généralement utilisé pour les couches de chaussée tandis que le Proctor Normal pour l'étude des sols en remblai.

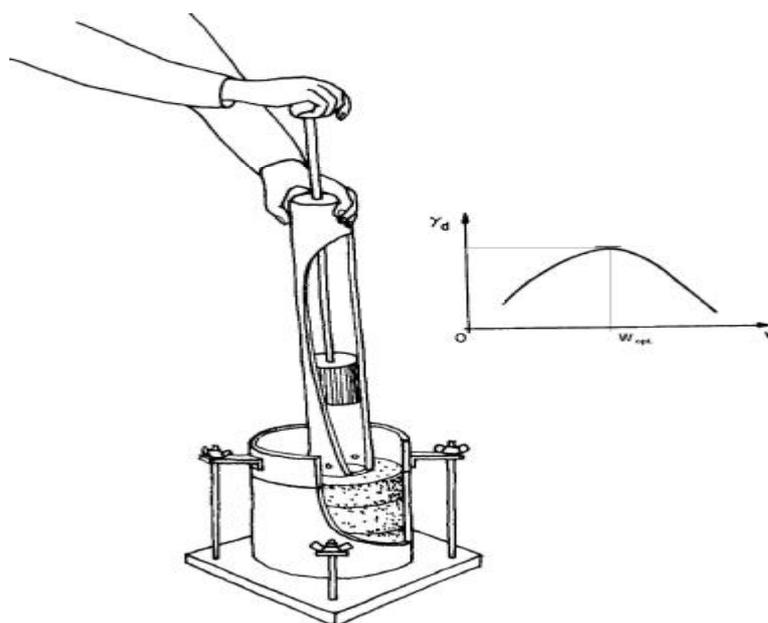
*IV-2-3-2. Appareillage et Principe de l'essai*

Les deux essais de compactages (Proctor Normale et Proctor Modifié) présentent le même principe et diffèrent seulement par l'énergie de compactage transmise au sol.

Le principe de ces essais consiste à compacter le sol dans un moule normalisé, à l'aide d'une dame normalisée tombant d'une hauteur libre, selon un processus bien défini,

Le sol est disposé en plusieurs couches selon le type d'essai. Chaque couche doit être compactée. Avec la même énergie on répète plusieurs fois l'essai en faisant varier la teneur en eau du sol. Pour chaque teneur en eau considérée, on détermine la masse volumique sèche du sol et on établit la courbe des variations de cette masse volumique en fonction de la teneur en eau.

D'une manière générale cette courbe appelée courbe Proctor présente une valeur maximale de la masse volumique du sol sec qui est obtenue pour une valeur particulière de la teneur en eau. Ces deux caractéristiques sont appelées densité optimale et teneur en eau optimale. En comparant la masse volumique du sol sec sur le chantier avec la masse volumique sèche maximale, on établit le degré de compacité ( $D_C = \gamma_{d\text{chant}} / \gamma_{d\text{max}}$ ). Ce degré de compacité est l'un des critères sur lesquels on s'appuie pour accepter ou refuser un compactage. Ce degré, qui s'exprime en pourcentage, tend vers 100% lorsque la valeur de  $\gamma_{d\text{chant}}$  tend vers celle de  $\gamma_{d\text{max}}$ . Plus il est élevé, plus la compacité du sol est grande et plus le compactage a été efficace.



*Figure IV-7 : Principe de l'essai Proctor*

**Tableau IV-1 : Caractéristiques des essais Proctor Normal et Modifié**

Essais	Poids de la dame (Kg)	Hauteur de chute (cm)	Nombre de couches	Nombre de coups par couche	Volume du moule (cm <sup>3</sup> )
Proctor Normal (Norme NQ 2501-250)	2,49	30,5	3	25	373,25
Moule CBR				56	725,46
Proctor Modifié (Norme NQ 2501-255)	4,54	45,7	5	25	373,25
				56	725,46

**IV-2-3-3. Energie utilisée dans l'essai Proctor**

L'énergie de compactage est l'énergie mécanique transmise à un volume de sol pour y réduire l'indice des vides. Plusieurs techniques ont été utilisées sur chantier pour appliquer cette énergie, soit par pression statique ou vibratoire, ou par impacts selon le type de compacteur. La quantité d'énergie transmise au sol varie en fonction du nombre de passe de compacteur sur le sol et de sa masse. En laboratoire, le compactage des échantillons de sol se fait principalement par impacts.

Cette énergie de compactage peut être calculée comme suit :

$$E_p = (M \cdot g \cdot H \cdot n) / V_t$$

Tel que :

- E<sub>p</sub>** énergie de compactage
- M** la masse de la dame
- g** la pesanteur
- H** hauteur de chute de la dame
- n** nombre de coups ou de chute de la dame
- V<sub>t</sub>** volume du moule

Cet essai Proctor convient à la plupart des sols, particulièrement les sols graveleux et sableux à granulométrie étalée. Les courbes de compactage qui caractérisent ces sols permettent de localiser facilement l'optimum Proctor. On retiendra l'importance capitale de la teneur en eau et la très grande sensibilité de certains sols, comme les argiles, à une variation de celle-ci.

#### **IV-2-4. Caractéristiques du matériau utilisé**

La physique des roches couvre, selon les auteurs, un domaine plus ou moins vaste. Une roche peut être définie comme un assemblage de minéraux ayant hérité de liaisons plus ou moins fortes au cours de son histoire géologique.

L'utilisation des roches dans la construction existe depuis longtemps. Elle a pris une ampleur dans le domaine de génie civil et actuellement ces matériaux sont utilisés principalement sous forme de granulats. Pour cela des spécifications sont imposées selon le type d'utilisation des granulats. Chacune de ces propriétés peut être mesurée par des essais conventionnels définis par des normes précises.

#### **Les calcaires**

Les calcaires sont des roches sédimentaires massives très répandues. Il existe de nombreuses variétés qui possèdent des propriétés assez variables, allant des roches les plus tendres aux roches les plus dures.

Les calcaires sont constitués essentiellement de carbonates de calcium (calcite ou aragonite) et de carbonate de magnésium (dolomie). Leur origine est organique, par accumulation de débris d'organismes marins (craies), ou de précipitation chimique.

Trois paramètres sont essentiels pour définir les roches calcaires : la minéralogie, la structure et la porosité. Les calcaires peuvent être employés dans divers domaines de l'industrie vu leur forte teneur en  $\text{CaCO}_3$  (95) (industrie, chimique, agriculture). Dans le domaine du génie civil, ils sont utilisés pour la production d'agrégats et de pierres de construction.

Les différentes caractéristiques physiques et mécaniques du matériau calcaire sont regroupées respectivement dans le tableau suivant :

**Tableau IV-2 : Caractéristiques physiques et mécaniques du matériau calcaire**

caractéristiques matériau	$\gamma_{dopt}$	n(%)	$W_{opt}(\%)$	$e_{min}$	$e_{max}$
<b>C calcaire</b>	1,62	9,37	5,58	0,901	1,206

**IV-3. DEFINITION DES PARAMETRES QUANTIFIANT L'ECRASEMENT DES GRAINS**

Pour quantifier l'écrasement des grains, Plusieurs auteurs ont proposé des paramètres, obtenus par des méthodes empiriques basées sur la mesure des changements de la taille des grains après écrasement. Dans notre cas, on utilisera deux paramètres qui sont « Cu et B<sub>10</sub> ».

Cu : est le coefficient d'uniformité ou de Hazen.

$$Cu = \frac{D_{60}}{D_{10}}$$

D<sub>60</sub> : est le diamètre à travers lequel on a 60% du tamisât cumulé.

D<sub>10</sub> : est le diamètre à travers lequel on a 10% du tamisât cumulé.

Si Cu > 5 la granulométrie est dite étalée (continue)

Si Cu < 2 la granulométrie est dite étroite (uniforme)

B<sub>10</sub> : est un paramètre qui caractérise le degré d'écrasement des grains.

Lade et Yamamuro en 1996, ont déterminé ce paramètre qui est défini par la formule suivante :

$$B_{10} = 1 - \left( \frac{D_{10f}}{D_{10i}} \right)$$

$D_{10i}$  : est le diamètre à travers lequel on a 10% du tamisât initialement (avant essai).

$D_{10f}$  : est diamètre à travers lequel on a 10% du tamisât après essai.

$$0 \leq B_{10} \leq 1.$$

Ce facteur varie de 0 à 1. Plus il est élevé, plus le taux d'écrasement des grains est important. Dans ce qui suit, Nous allons utilisés ces deux facteurs pour quantifier l'écrasement des grains de notre matériau.

## **CHAPITRE V**

### **PRESENTATION ET INTERPRETATION**

### **DES RESULTATS DES ESSAIS DE LABORATOIRE**

### V-1. INTRODUCTION

Après avoir réalisé les essais de cisaillement, les essais de compactage et les essais œnométriques sur le matériau calcaire. Les résultats obtenus sont traduits sous forme de courbes a fin de faciliter leurs interprétations.

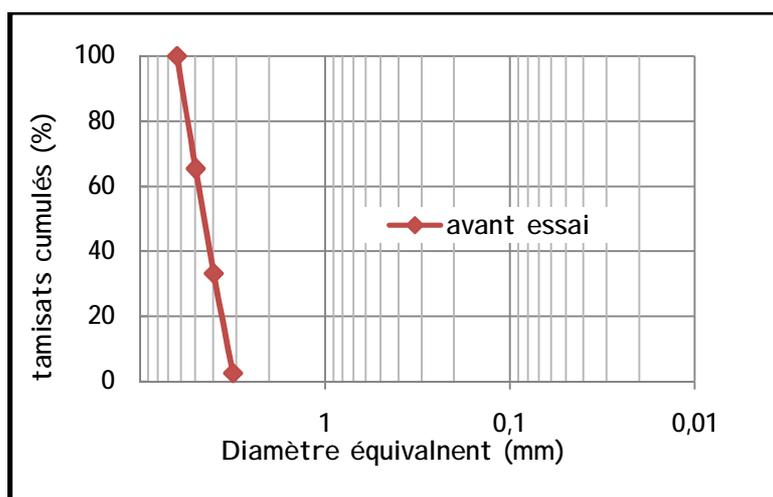
Ce chapitre, constitue les interprétations des courbes les plus significatives montrant le comportement de ce matériau sous les différentes sollicitations. On commence par l'interprétation des résultats du cisaillement, on passera ensuite aux résultats du compactage et on terminera par l'interprétation des résultats œdométriques.

### V-2. Essai de cisaillement

Les résultats expérimentaux relatifs aux cisaillements sous les différentes contraintes appliquées, sont illustrés par les courbes présentées par les figures ci-après.

#### V-2-1. Présentation des courbes granulométriques obtenues avant et après essai

Les échantillons du matériau calcaire à l'état sec et humide, sont soumis aux différentes contraintes de cisaillement. Dans ce qui suit, nous présentons les courbes granulométriques sous différentes contraintes appliquées respectivement (100, 200,300 et 400) kPa.



*Figure V-1: courbe granulométrique de l'échantillon initial du matériau calcaire*

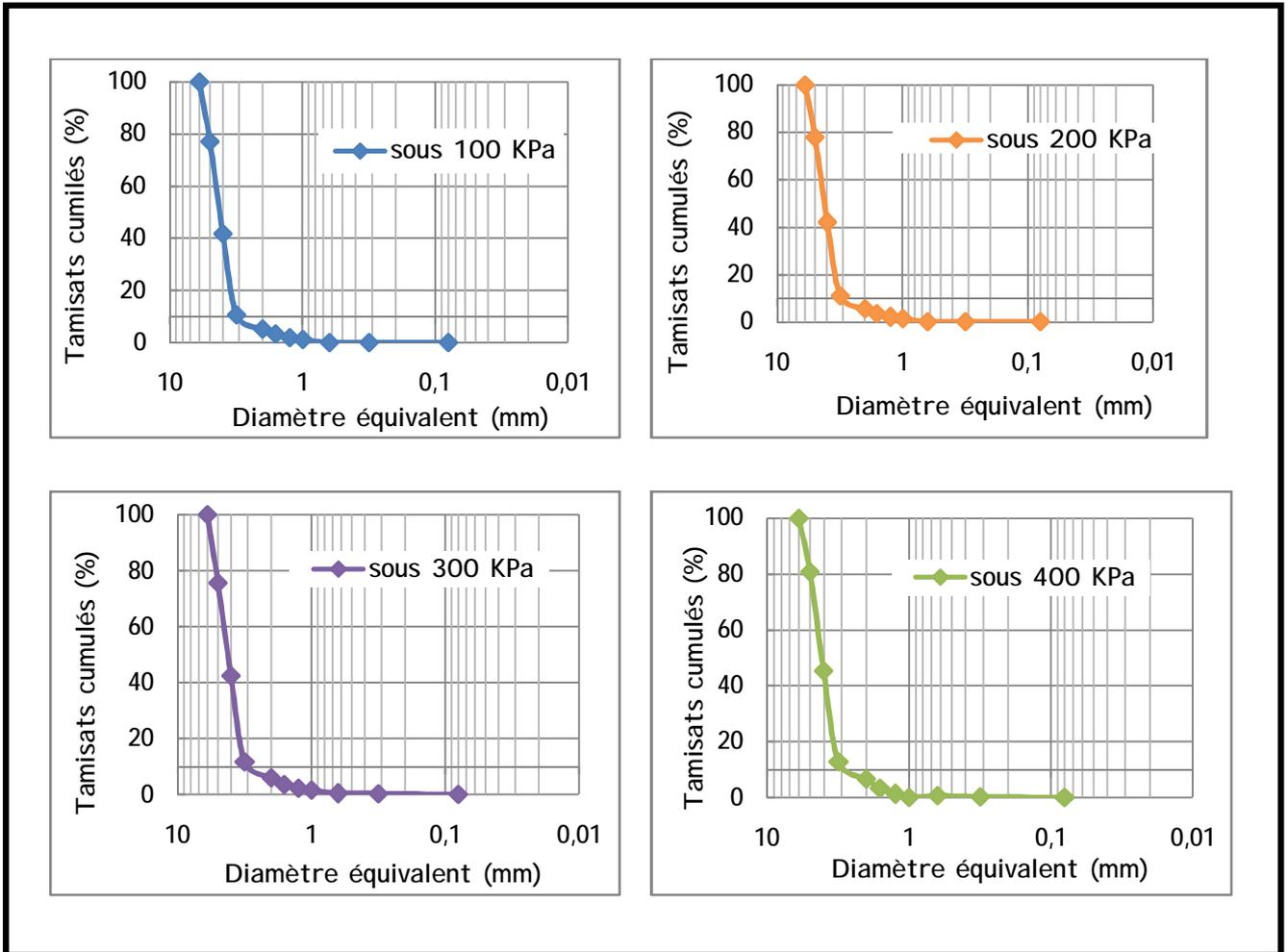


Figure V-2: les différentes courbes granulométrique après essai de cisaillement à l'état sec sous différentes contraintes normales appliquées

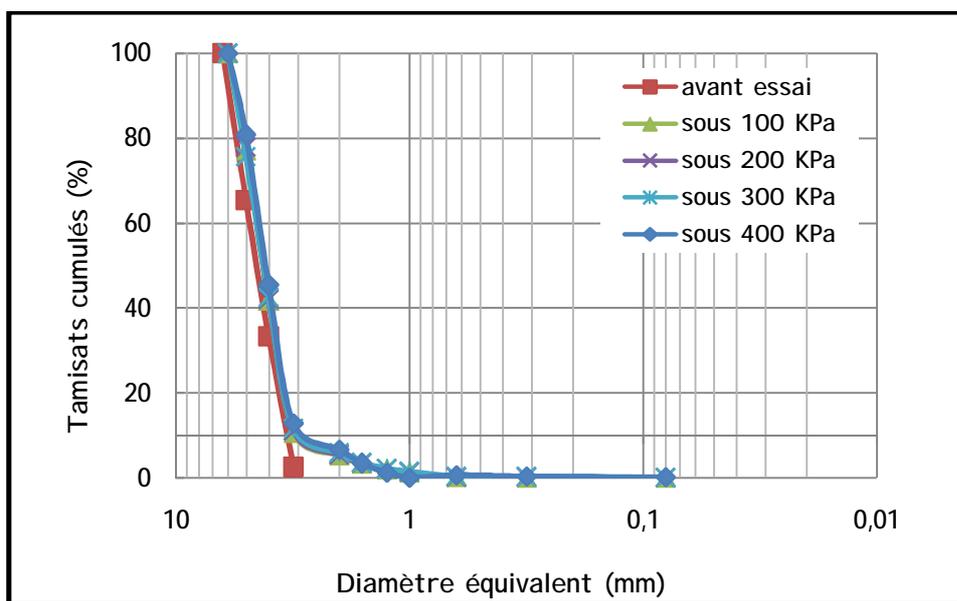


Figure V-3: superpositions des différentes courbes granulométriques obtenues après essai de cisaillement à l'état sec.

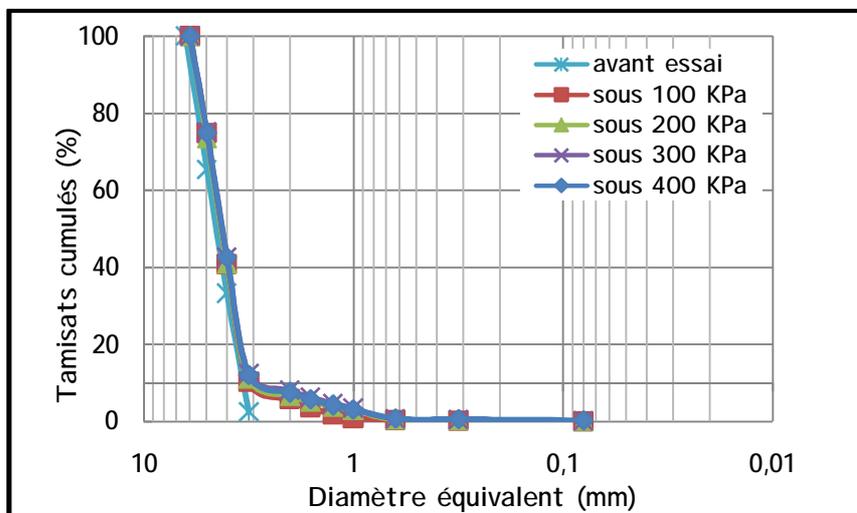


Figure V-4: La superpositions des différentes courbes granulométriques obtenues après essai de cisaillement à l'état humide.

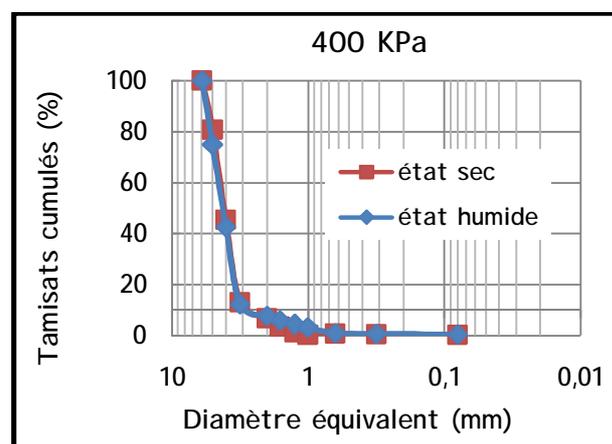
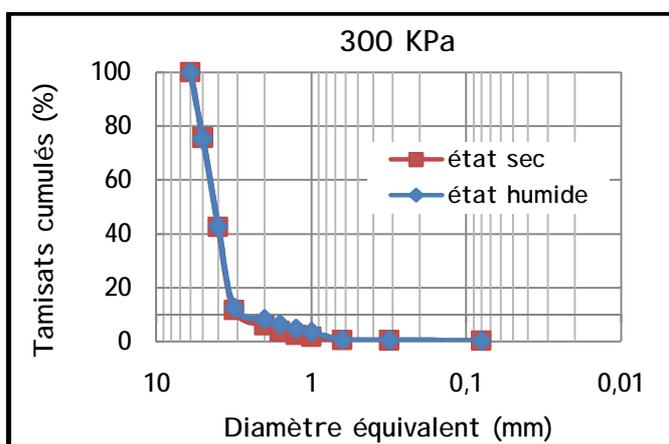
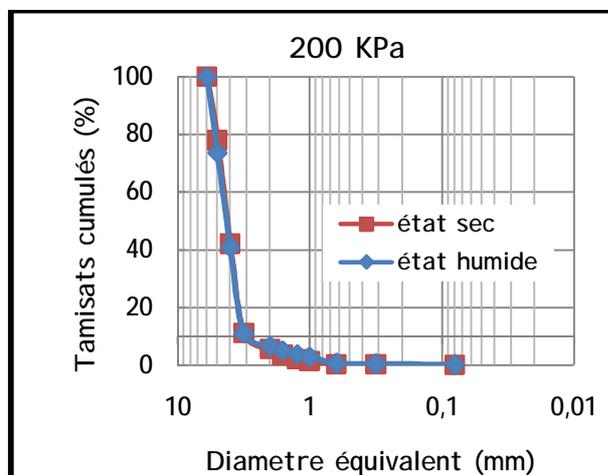
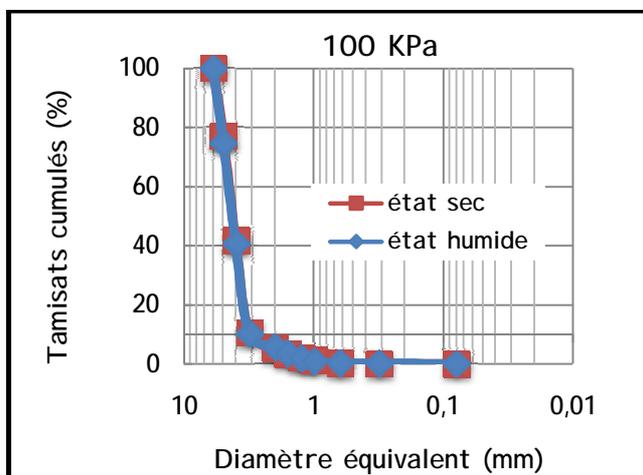


Figure V-5: La superposition des différentes courbes granulométriques obtenues après cisaillement à l'état humide et à l'état sec sous chaque contrainte normale appliquée.

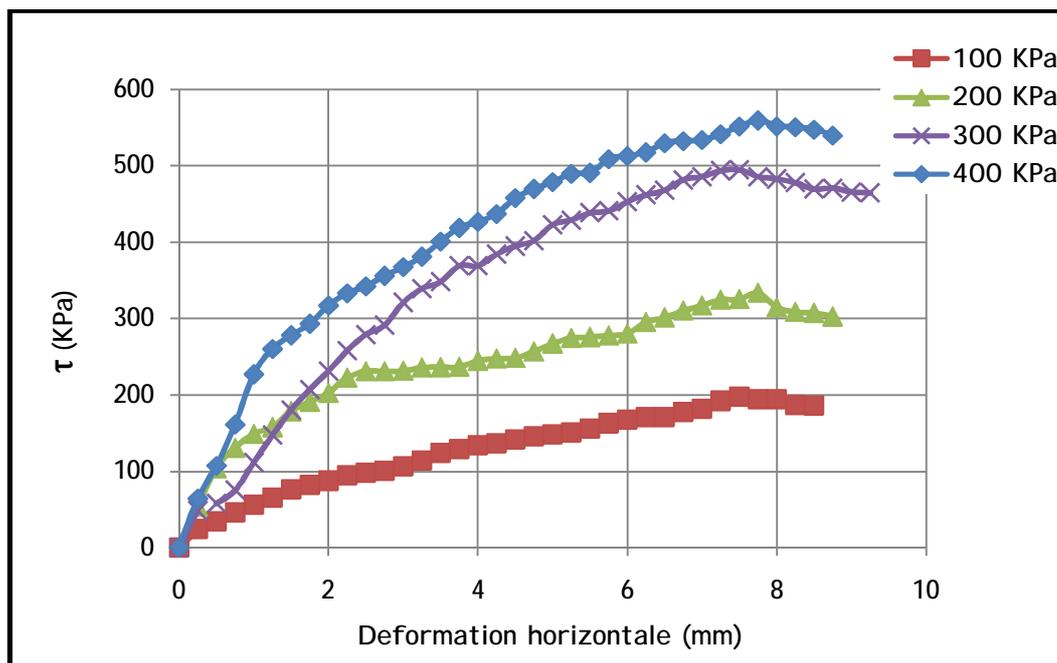
### V- 2-2. Interprétation des courbes granulométriques obtenues après les essais de cisaillement

D'après les courbes granulométriques présentées ci-dessus, on constate que :

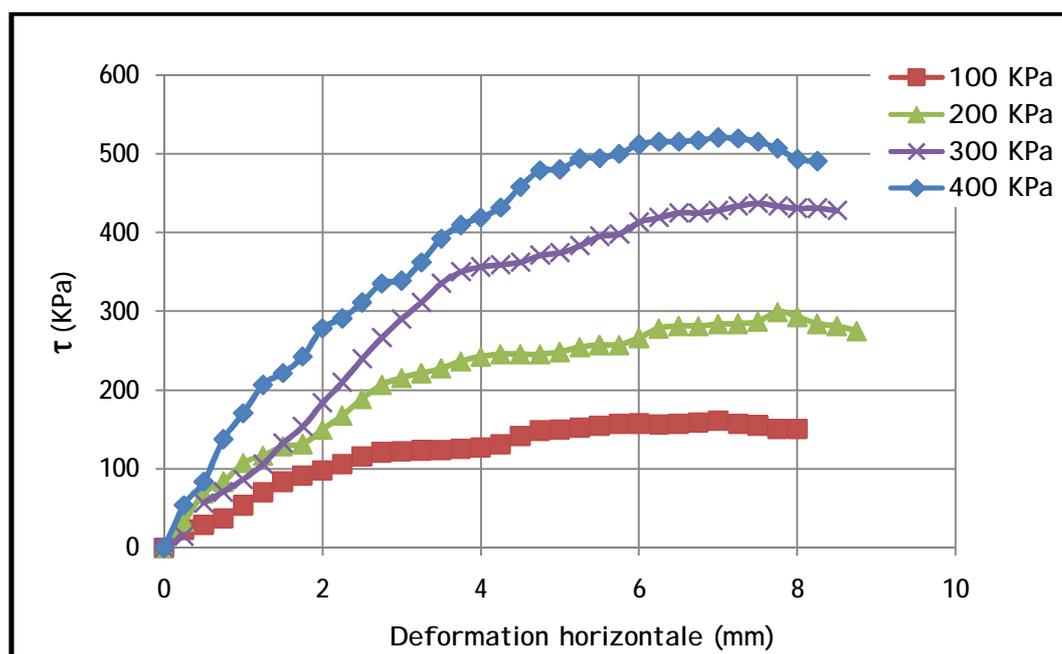
- § Avant essai, la courbe initiale (Fig.V-1) présente une granulométrie serrée dont les pourcentages des grains sont ; (34% des éléments de 5 (mm) ,32 % de 4 (mm) et de 30% de 3, 15 (mm).
  
- § Après essai, on constate que les courbes granulométriques (Fig. V-2) obtenues à l'état sec, semblent être confondues. Elles ont la même allure, mais elles sont plus étalées que la courbe initiale. En outre, on remarque que des particules fines inférieures à 3(mm) ont été produites et elles sont d'autant plus élevées que la contrainte normale appliquée est plus importante. Les photos prises après écrasement en témoignent de la cassure des grains. En effet, Les grains sont plus serrés sous les fortes contraintes normales et sont ainsi plus exposés à un écrasement qu'au déplacement. Ce qui nous emmène à dire qu'il s'est produit un écrasement ou une fragmentation des grains à l'état sec en fonction du mode de rupture de Troadec. Cette rupture entraîne une diminution de la taille des grains qui conduit à une augmentation du pourcentage de particules fines et par conséquent une modification de la forme et de l'état de surface des grains donc de la dimension fractale.
  
- § A l'état humide, les mêmes constatations ont été observées qu'à l'état sec lâche. En comparant les deux états, nous constatons que les courbes granulométriques sont presque confondues (Fig.V-5). Cependant, pour le cas humide un taux plus élevé de particules fines a été produit. Ce qui s'explique par le fait que les particules d'eau lubrifient les grains et facilite ainsi leur glissement ce qui modifie alors leurs états de surface.
  
- § Il faut signaler que l'écrasement des grains induit une production de particules fines. En outre, l'augmentation de la contrainte appliquée ne modifie pas considérablement l'allure des courbes granulométriques. Cela est dû au fait que l'écrasement concerne seulement quelques grains. De plus, deux modes de rupture prédominant ont été observés (les ruptures des aspérités et l'abrasion), modifiant ainsi la courbe localement mais l'allure globale reste constante.

**§ V-2-3. Présentation des courbes contraintes –déformations ainsi que les courbes intrinsèques**

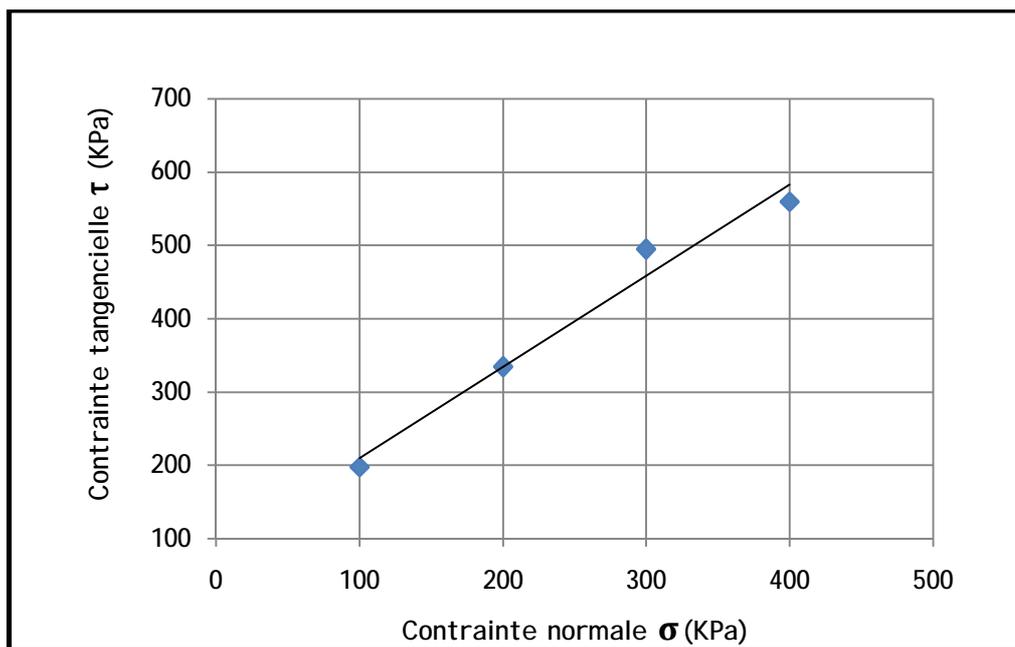
Nous présentons ci-après les courbes Contraintes-déformations et les courbes intrinsèques sous différentes contraintes de cisaillement appliquées respectivement (100, 200,300 et 400) kPa.



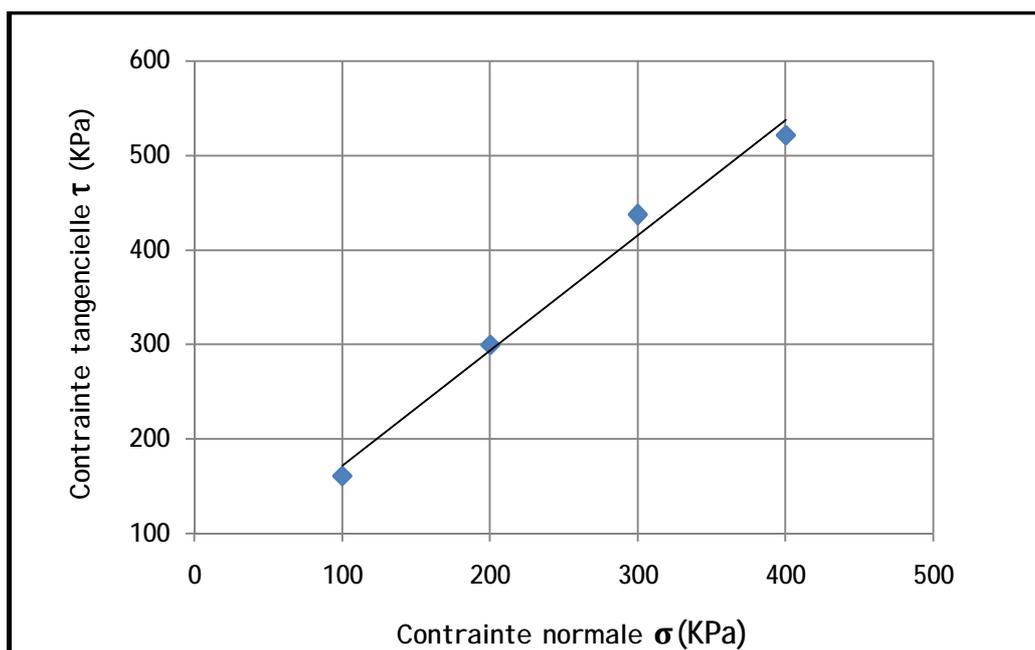
*Figure V-6: Contraintes-Déformations pour l'essai de cisaillement à sec*



*Figure V-7: Contraintes-Déformations après essai de cisaillement à l'état humide.*



*Figure V-8: courbe intrinsèque à l'état sec.*



*Figure V-9: courbe intrinsèque à l'état humide.*

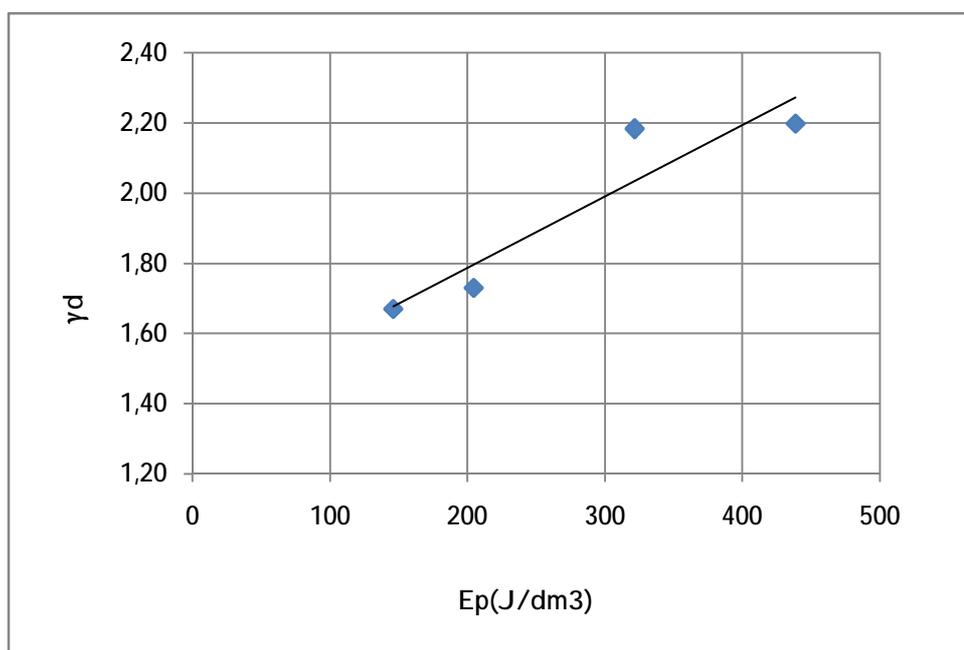
**V- 2-4. Interprétation des courbes C ontraintes-déformations après essai de cisaillement**

L'interprétation des courbes contraintes –déformations présentées ci-dessus se résume en :

- § On constate que lorsqu'on effectue un essai de cisaillement direct sur ce matériau granulaire à l'état lâche, les courbes contraintes-déformations croient de plus en plus lentement pour tendre vers un palier dans le domaine des grandes déformations (Fig. V-6 et Fig. V -7).
- § La résistance au cisaillement  $\tau$  (kPa) augmente avec l'augmentation de la contrainte normale appliquée  $\sigma$  (kPa) (Fig. V-8 et Fig. -9). Dans ce cas, la rupture de l'échantillon concerne uniquement le plan séparant les demi-boîtes où la déformation est imposée.
- § L'application de la contrainte normale de plus en plus importante engendre un enchevêtrement et un frottement de plus en plus important entre les grains, ce qui empêche leur déplacement horizontal les uns par rapport aux autres et sont ainsi, plus susceptibles à se casser qu'à se déplacer. Cependant les plus petits grains glissent entre les gros grains.
- § On constate que les contraintes tangentielles obtenues à l'état humide sont légèrement faibles qu'à l'état sec (Fig. V-6 et Fig. V-7). les droites intrinsèques ont permis de déduire un angle de frottement ( $\phi$ ) qui diminue en présence d'eau tel que (à sec  $\phi = 49.21^\circ$  et à humide  $\phi = 45,55^\circ$ ), cela s'explique par le fait que les particules d'eau lubrifient les grains ce qui engendre une diminution des frottements entre eux.
- § Le frottement résulte de la rugosité superficielle des grains qui entrent en contact les uns avec les autres. L'enchevêtrement est surtout causé par les arêtes plus au moins angulaires de certains grains qui, en s'emboitant dans les interstices, créent une meilleure résistance.

### V-3. Essai de compactage

Dans cet essai, on s'intéresse à déterminer l'influence de l'énergie du compactage sur la variation de la dimension fractale des grains après essai qui sera présenté dans le chapitre VI. On prépare quatre échantillons du matériau calcaire à l'état humide qu'on soumet aux différentes énergies respectives (25, 35, 55 et 75 coups). On présente la figure ci-après montrant l'évolution de la densité sèche en fonction de l'énergie de compactage appliquée.



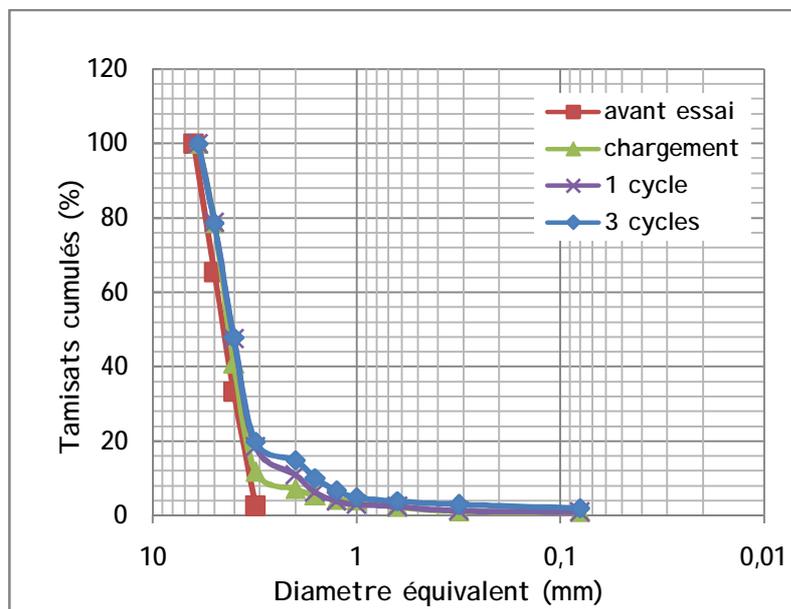
*Figure V-10: évolution de la densité sèche en fonction de l'énergie de compactage.*

§ La Fig. V-10 montre l'évolution de la densité sèche on fonction de l'énergie de compactage. La densité sèche augmente avec l'augmentation de l'énergie compactage. En effet, l'augmentation de l'énergie compactage sur les différents échantillons étudiés a provoqué une diminution de l'indice des vides, ce qui engendre alors l'augmentation des densités sèches.

**V-4. Essai à l'oedomètre**

Les échantillons sont soumis à des contraintes verticales à l'aide d'un piston relié à un dispositif de chargement, on comprime verticalement l'échantillon en mesurant son tassement.

Les contraintes verticales sont appliquées sur les échantillons par paliers de chargement successifs suivants: 0,5 ; 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 et 32 (bar). On décharge pendant chaque 24 h et en mesurant le gonflement du matériau. A la fin de chaque essai, on démoule et on réalise la pesée après séchage à l'étuve tout en recalculant la nouvelle dimension fractale des grains colorés.

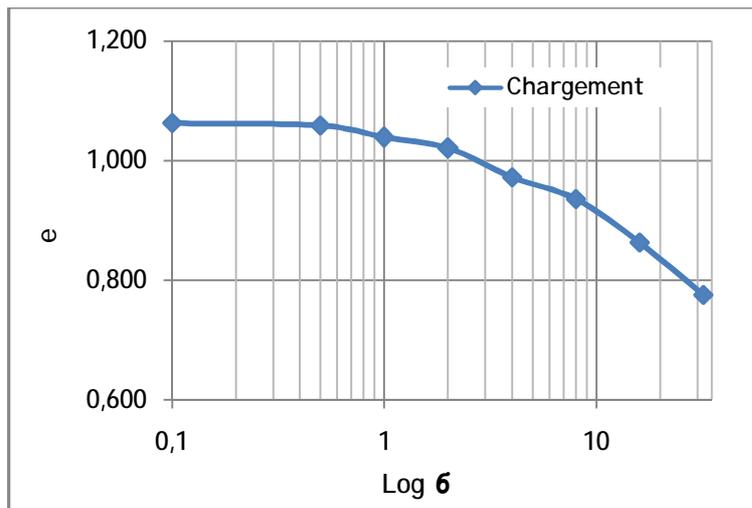


*Figure V-11: les courbes granulométriques obtenues après les essais œdométriques soumis aux différents types de cycle du chargement.*

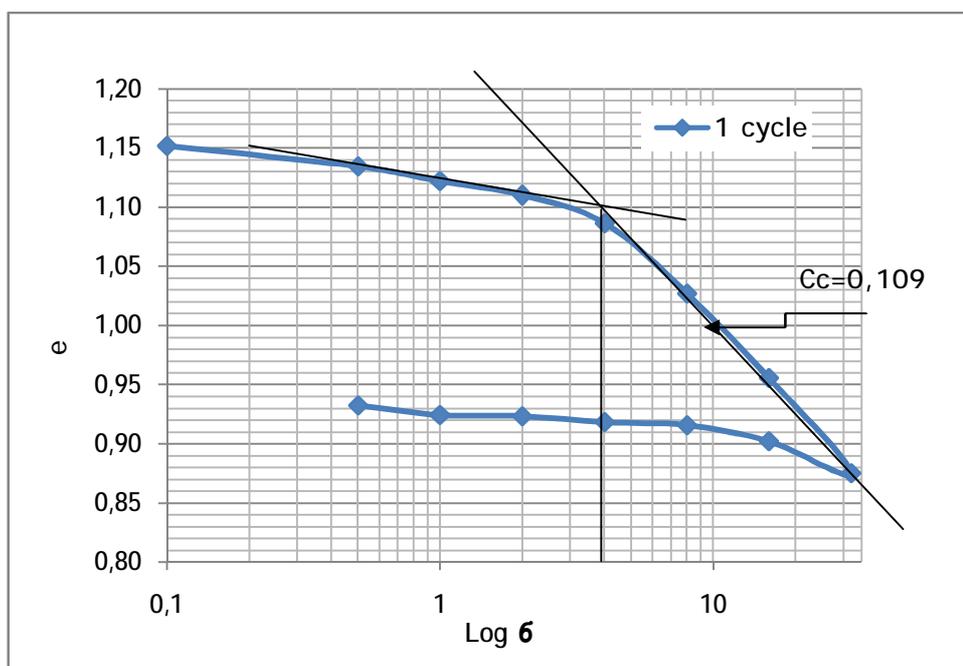
§ La Fig. V-11 montre que les courbes granulométriques s'évalent par rapport à la courbe initiale. Son étalement est plus marqué lorsque le nombre de cycle est élevé, cela s'explique par la production des éléments fins inférieurs à 3 (mm), qui sont obtenus après écrasement des grains constituant notre échantillon. Ceci est la conséquence de deux :

- Ø Réarrangement des grains qui entraîne une diminution de l'indice des vides.
- Ø fragmentation des grains eux mêmes sous l'action des forces s'exerçant aux points de contact.

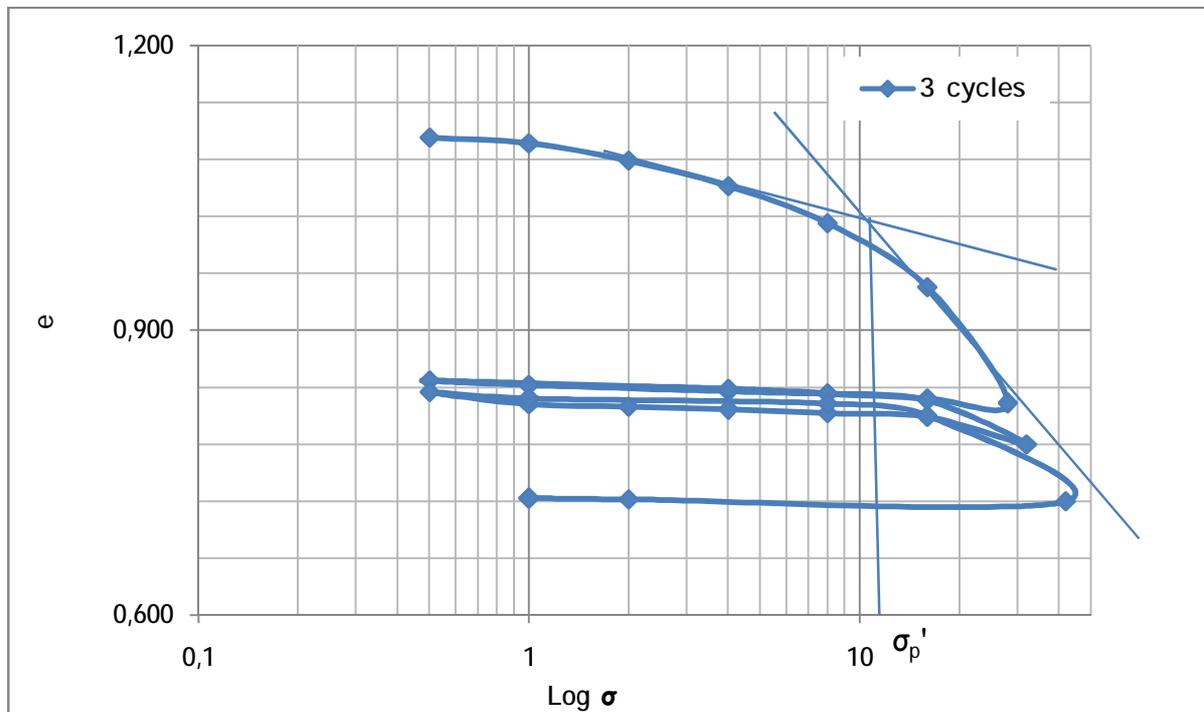
§ Si l'on représente la variation de l'indice des vides en fonction de la contrainte  $\sigma_{zz}$  appliquée sur la surface de l'échantillon, nous obtiendrons les courbes appelées : courbes œdométriques de compressibilité.



*Figure V-12: courbe de compressibilité pour un seul chargement.*



*Figure V-13: courbe de compressibilité pour un cycle de chargement-déchargement.*



*Figure V-14: courbe de compressibilité pour 3 cycles de chargement-déchargement.*

- § Ces courbes de compressibilité présentent pratiquement une partie à faible pente au début du chargement, suivi d'une partie à forte pente au delà de la contrainte de pré-consolidation.
- § Signalons que le tassement sous un chargement statique est d'autant plus important que la compacité initiale est lâche. Ainsi, les tassements surviennent très vite dans un milieu à gros grains, ou il s'agit de milieux suffisamment perméables.
- § De plus, d'après ces courbes on peut déterminer quelques paramètres caractéristiques du matériau étudié, tel que :  $C_c$ , par définition c'est l'indice de compression donné par la pente de cette droite inclinée.  $C_c = \Delta e / \Delta (\log_{10} \sigma')$ . Ainsi, on peut déterminer ( $\sigma'_p$ ) la pression de pré-consolidation: elle représente la contrainte effective maximale que l'échantillon a subie au cours de l'essai. Nous constatons d'après ces deux dernières figures (Fig. V-13, Fig. V-14) que la contrainte de pré consolidation augmente avec l'augmentation du nombre de cycle parce que l'échantillon garde toujours en mémoire sa première consolidation.

### **V-5. Conclusion**

Les interprétations présentées dans ce chapitre ont montrés essentiellement que :

- § Le degré d'écrasement est faible vu la classe granulaire étudiée constituée de petits grains. On constate un décalage très faible des courbes granulométriques avant et après essai (seul un étalement a été observé). En effet, la rupture des grains n'a pas modifié considérablement leur classe granulaire, ce qui signifie que le mode d'écrasement dominant est l'abrasion et/ou rupture des angularités.
  
- § Le matériau calcaire est moins sensible à l'eau.
  
- § L'oedomètre génère plus de rupture des grains ce qui conduit à une grande diminution de la dimension fractale en comparaison avec l'essai de cisaillement, cela est confirmé par les valeurs trouvées des paramètres quantifiant l'écrasement des grains tels que :  $B_{10}$  (0,020 et 0,026) et  $C_u$  (1,1 et 1,16) à l'essai de cisaillement, par contre  $B_{10}$  (0,020 et 0,64) et  $C_u$  (1,12 et 3,47) à l'essai œdométrique.

**CHAPITRE VI**

**MISE EN EVIDENCE DE LA NOTION**

**FRACTALE DANS LES DIFFERENTS ESSAIS**

### **VI-1. INTRODUCTION**

Ce chapitre est consacré à une analyse expérimentale de la dimension fractale du matériau calcaire. L'évolution de cette dimension sera étudiée en fonction des différents paramètres qui quantifient l'écrasement des grains ainsi qu'en fonction des facteurs qui caractérisent chacun des essais réalisés à savoir (l'essai de Cisaillement aux états sec et humide, l'essai de Compactage et l'essai Oedométrique à l'état saturé). Les courbes les plus significatives sous différentes sollicitations seront analysées et interprétées.

### **VI-2. MISE EN EVIDENCE DE LA NOTION DE DIMENSION FRACTALE DANS LES TROIS TYPES D'ESSAIS**

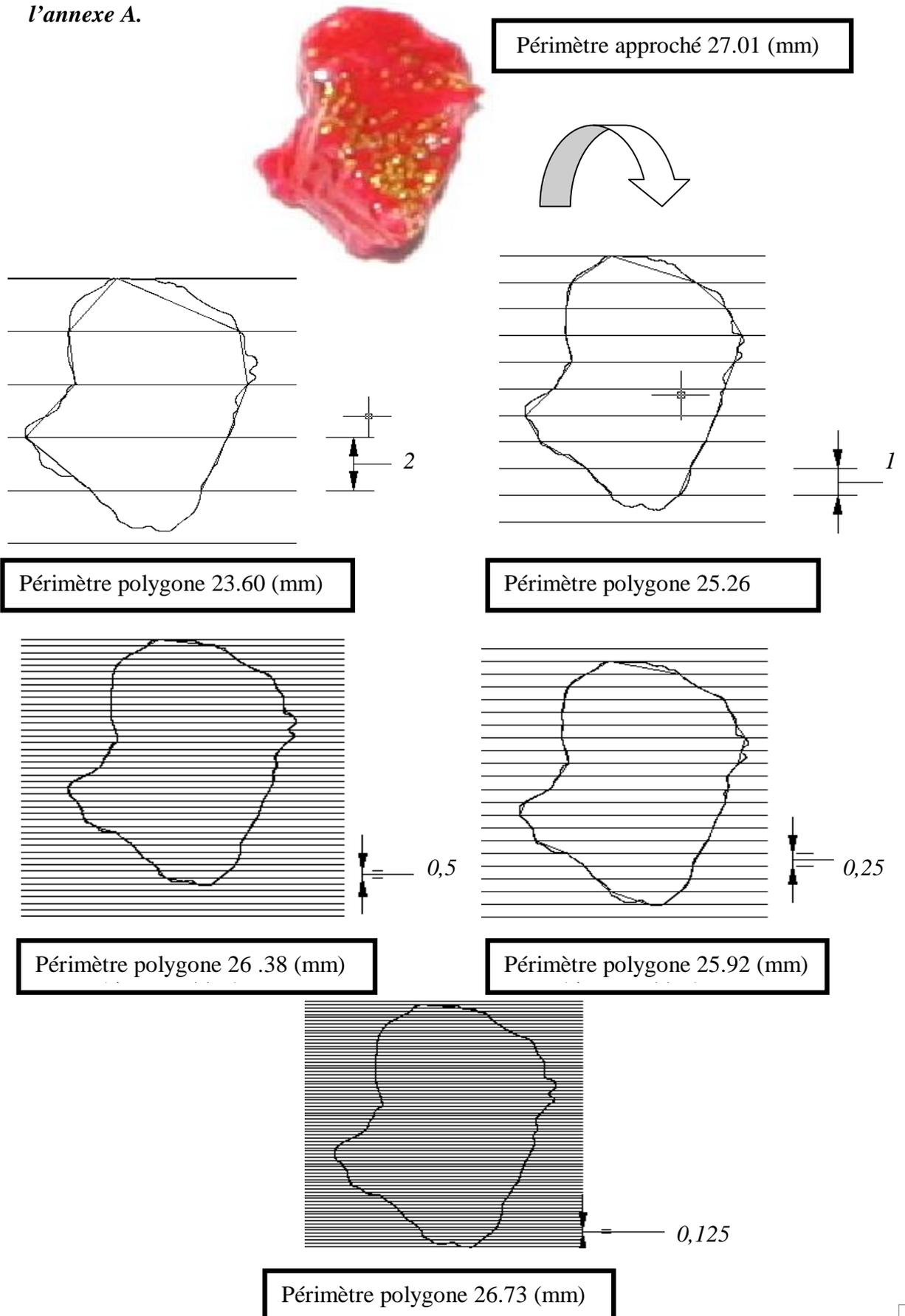
#### **VI-2-1. Essai de cisaillement**

Les échantillons du matériau calcaire, à l'état sec et humide, sont soumis aux différentes contraintes de cisaillement (100, 200, 300 et 400) kPa.

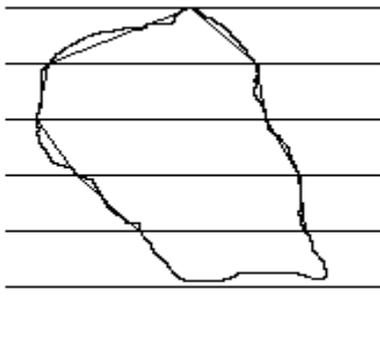
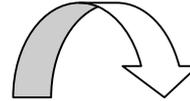
Le but de cet essai est de calculer la dimension fractale des grains avant et après chaque écrasement. La méthode des « lignes parallèles » sera utilisée pour l'évaluation de cette dimension. Dix grains de chaque dimension seront colorés dans tous les essais de cisaillement réalisés afin de permettre une meilleure analyse de leurs contours.

Des photos témoins seront prises sur ces grains colorés ensuite, ces derniers seront traités à l'aide d'un logiciel (Auto-CAD). La méthode consiste à superposer la photo sur un ensemble de lignes parallèles à espacement constant et joindre à l'aide d'un segment de droite les points d'intersections du contour du grain avec ces lignes. On fait la mesure du périmètre ainsi obtenu. En diminuant de plus en plus le pas entre les lignes, on se rapproche au fur à mesure du contour réel du grain. On présentera deux exemples ci-dessous.

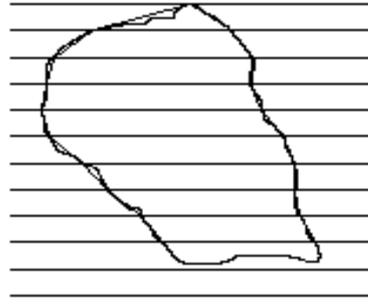
Ø Présentation des exemples sur l'application de la méthode des lignes parallèles sur deux grains de 5 (mm) avant écrasement, les figures des autres grains sont présentées dans l'annexe A.



Périmètre approché 30.95 (mm)



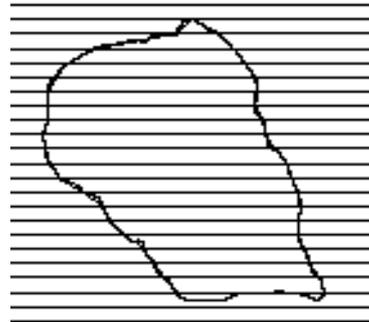
Périmètre polygone 26.11 (mm)



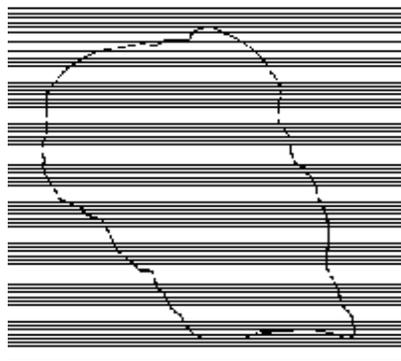
Périmètre polygone 28.51(mm)



Périmètre polygone 30.31 (mm)



Périmètre polygone 29.74 (mm)



Périmètre polygone 30.56 (mm)

0,125



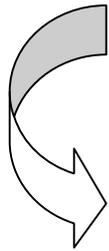
*Figure VI-1: les différents échantillons utilisés du matériau calcaire*

**Ø Présentation de quelques photos des grains après écrasement lors d'un essai de cisaillement qui montrent bien leur mode de rupture**

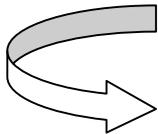
***Quelques grains sous 100 kPa à l'état humide***



*Les grains de 5 (mm)*



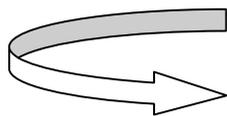
*Les grains de 4 (mm)*



*Les grains de 3,15(mm)*



*Voilà un exemple des fragments  
obtenus après écrasement des  
grains à l'état humide sous 300 KPa*



**VI-2-1-1. Présentation des résultats concernant la détermination de la dimension fractale**

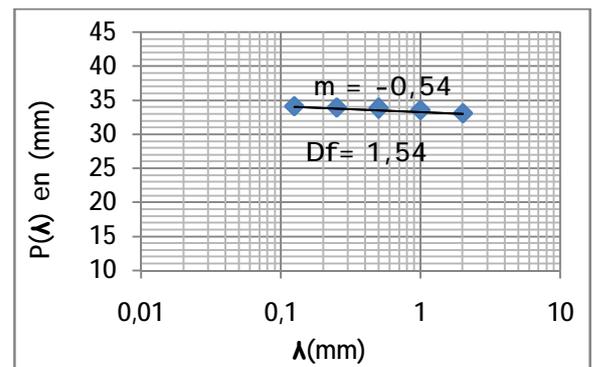
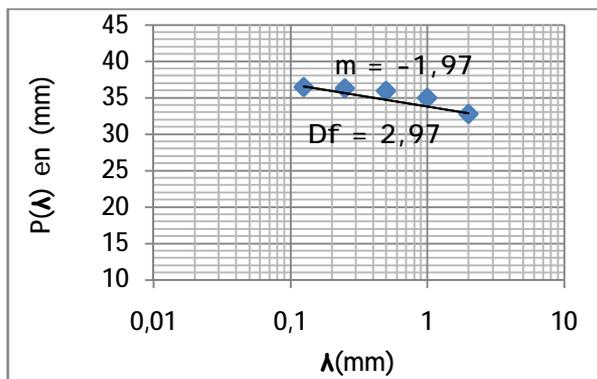
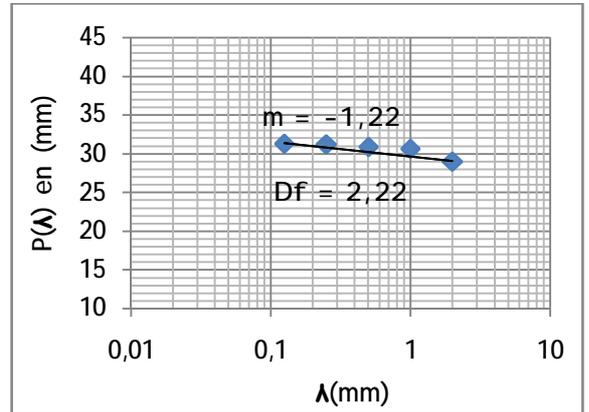
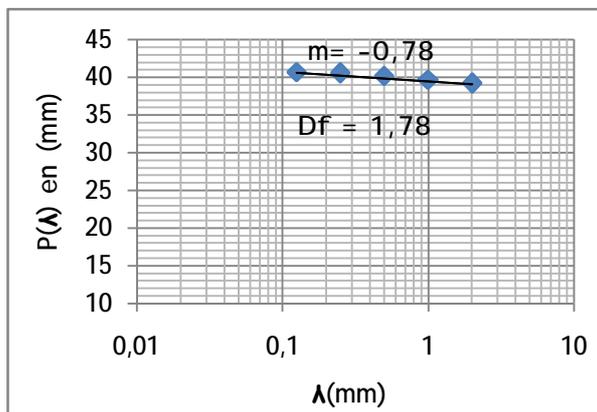
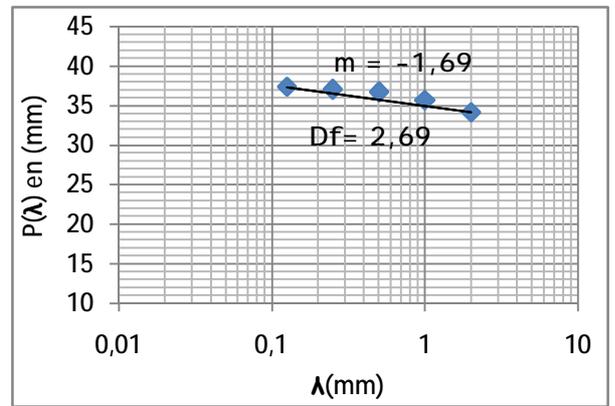
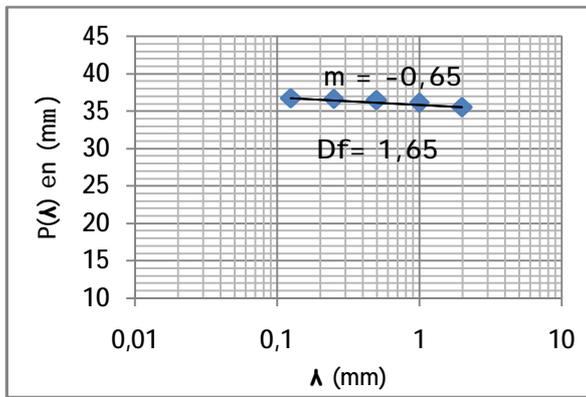
Un exemple de calcul de la dimension fractale avant essai de cisaillement à l'état humide des grains de 5 (mm) sous 400 kPa a été présenté. Après avoir déterminé les périmètres polygones des grains à l'aide du logiciel (Auto-CAD), on les exploite pour tracer des graphes  $P(\lambda)=f(\lambda)$ .

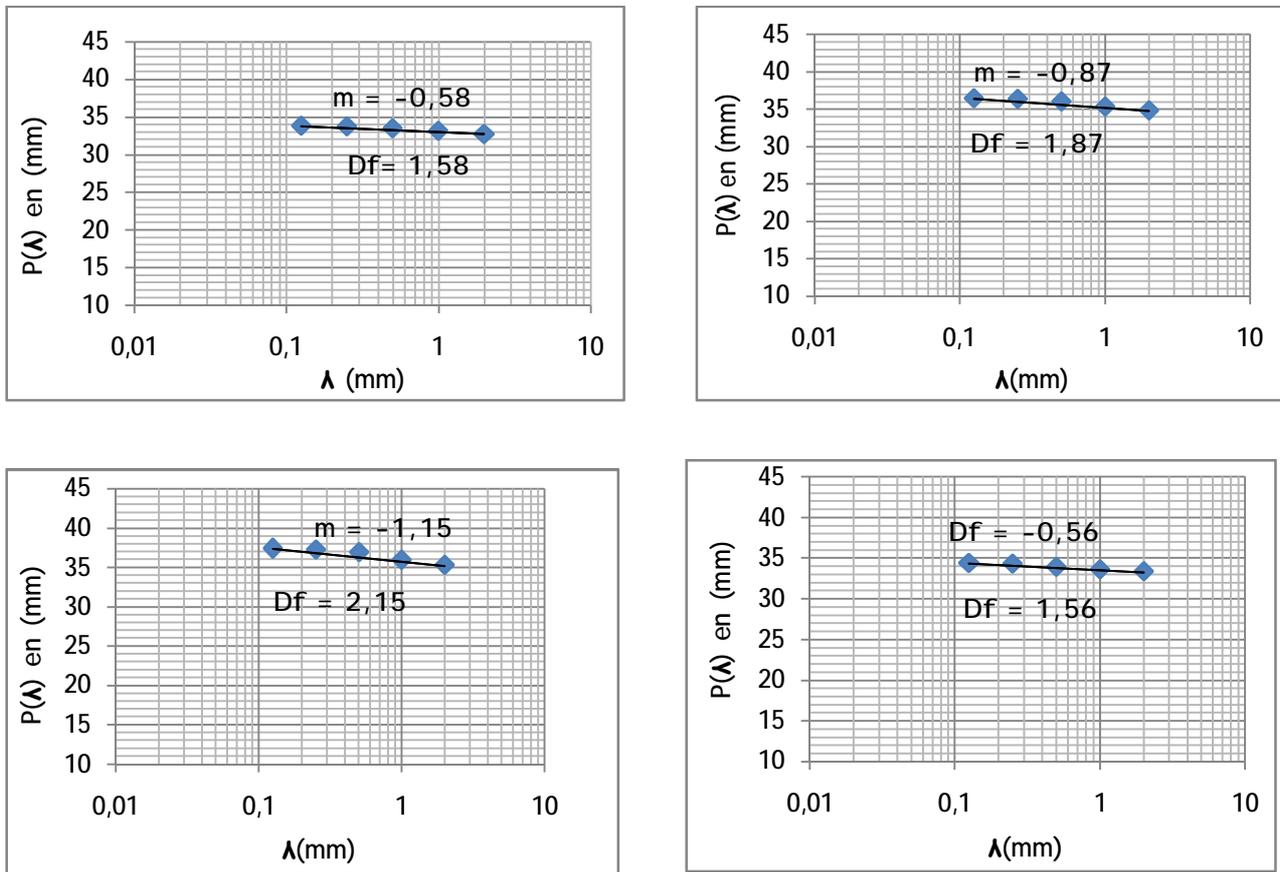
D'où  $P(\lambda)$  est le périmètre polygone en (mm).

$\lambda$  est le pas de mesure c.-à-d. l'espacement entre deux lignes parallèles.

On déduit  $D_f$  par la formule  $D_f=1-m$  ou ( $m$ ) est la pente de droite obtenue.

## Chapitre VI Mise en évidence de la notion de dimension fractale dans les différents essais





**Figure VI-2:** calcul de la dimension fractale avec la méthode des lignes parallèles des grains de 5 (mm) pour sous une contrainte normale de 400 KPa

§ On obtient ainsi la dimension fractale moyenne de tous les grains de 5 (mm)

$$Df_{\text{moyenne}} = (1,65 + 2,69 + 1,78 + 2,22 + 2,97 + 1,54 + 1,58 + 1,87 + 2,15 + 1,56) / 10$$

$$= 2,001$$

La même procédure a été suivie pour les autres grains. Les figures obtenues sont présentées dans l'annexe B.

## Chapitre VI Mise en évidence de la notion de dimension fractale dans les différents essais

**Tableaux VI-1 : tableaux récapitulatifs des dimensions fractales obtenues pour tous les grains avant et après essai de cisaillement sous différentes contraintes normales appliquées à l'état sec**

Df sous 100 kPa	Les grains de 5 (mm)	Les grains de 4 (mm)	Les grains de 3,15 (mm)
Df <sub>moyenne</sub> avant essai	2,17	2,10	1,94
Df <sub>moyenne</sub> après essai	2,03	1,95	1,98

Df sous 200 kPa	Les grains de 5 (mm)	Les grains de 4 (mm)	Les grains de 3,15 (mm)
Df <sub>moyenne</sub> avant essai	2,28	2,04	2,11
Df <sub>moyenne</sub> après essai	2,12	1,86	2,17

Df sous 300 kPa	Les grains de 5 (mm)	Les grains de 4 (mm)	Les grains de 3,15 (mm)
Df <sub>moyenne</sub> avant essai	2,23	2,20	2,16
Df <sub>moyenne</sub> après essai	2,03	1,97	2,24

Df sous 400 kPa	Les grains de 5 (mm)	Les grains de 4 (mm)	Les grains de 3,15 (mm)
Df <sub>moyenne</sub> avant essai	2,39	2,20	1,95
Df <sub>moyenne</sub> après essai	2,13	1,95	2,09

**Tableaux VI-2 : tableaux récapitulatifs des dimensions fractales obtenues pour tous les grains avant et après essai de cisaillement sous différentes contraintes normales appliquées à l'état humide**

Df sous 100 kPa	Les grains de 5 (mm)	Les grains de 4 (mm)	Les grains de 3,15 (mm)
Df <sub>moyenne</sub> avant essai	2,03	2,34	2,09
Df <sub>moyenne</sub> après essai	1,86	2,16	2,12

Df sous 200 kPa	Les grains de 5 (mm)	Les grains de 4 (mm)	Les grains de 3,15 (mm)
Df <sub>moyenne</sub> avant essai	2,36	2,18	2,14
Df <sub>moyenne</sub> après essai	2,17	1,98	2,19

## Chapitre VI Mise en évidence de la notion de dimension fractale dans les différents essais

Df sous 300 kPa	Les grains de 5 (mm)	Les grains de 4 (mm)	Les grains de 3,15 (mm)
Df <sub>moyenne</sub> avant essai	2,25	2,24	1,98
Df <sub>moyenne</sub> après essai	2,03	1,95	2,04

Df sous 400 kPa	Les grains de 5 (mm)	Les grains de 4 (mm)	Les grains de 3,15 (mm)
Df <sub>moyenne</sub> avant essai	2,00	2,25	2,05
Df <sub>moyenne</sub> après essai	1,72	1,91	2,15

Les tableaux ci-dessus, montrent l'évolution de la dimension fractale des grains après les essais de cisaillement, sous différentes contraintes appliquées à l'état sec et à l'état humide.

- § On constate que les dimensions fractales des grains de 5 (mm) et 4 (mm)), diminuent après l'essai en fonction des contraintes normales appliquées. Ce qui nous emmène à dire que plus la contrainte appliquée est importante plus ces grains se fragmentent.
- § Quand aux grains de 3.15 (mm), on constate que la dimension fractale augmente après essai, ainsi cette augmentation est d'autant plus importante que la contrainte normale appliquée est plus élevée.
- § L'explication donnée est que les grains de 5 (mm) et de 4 (mm), ont subit un écrasement plus important. Généralement, on peut se référer au mode de leurs écrasements par « rupture des angularités » et « fendage ». Quant aux grains de 3,15 leur écrasement se fait par « écaillage » qui provoque l'augmentation de la rugosité de leurs parties surfaciques.

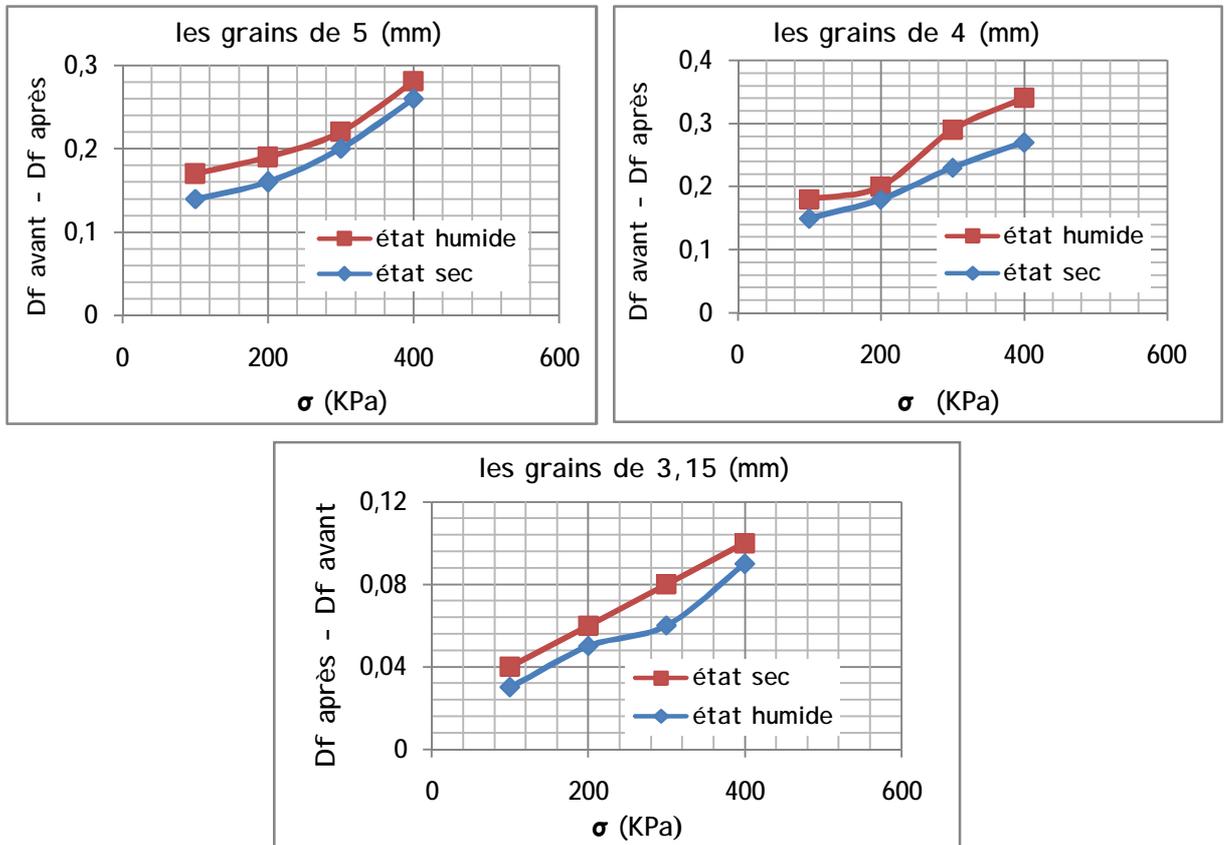


Figure VI-3: évolution de dimension fractale en fonction de la contrainte normale

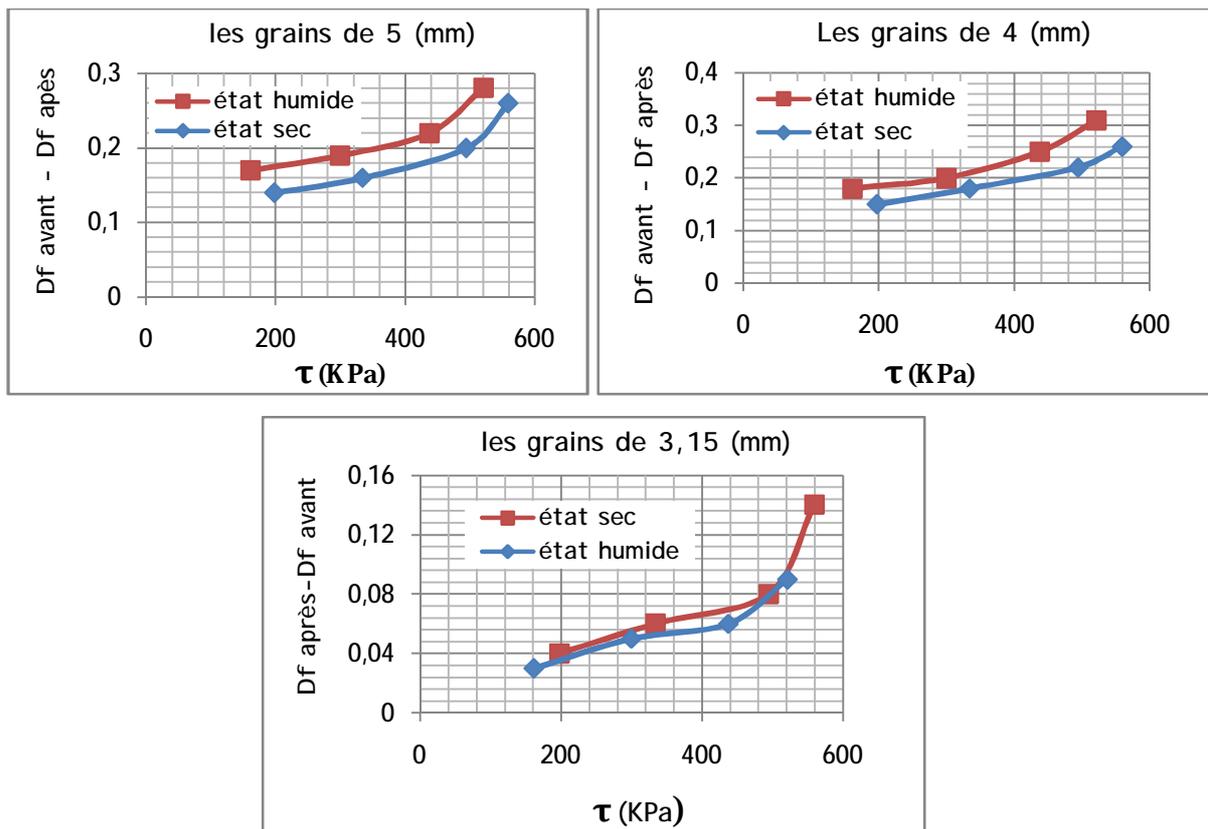


Figure VI-4: évolution de la dimension fractale en fonction de la contrainte tangentielle.

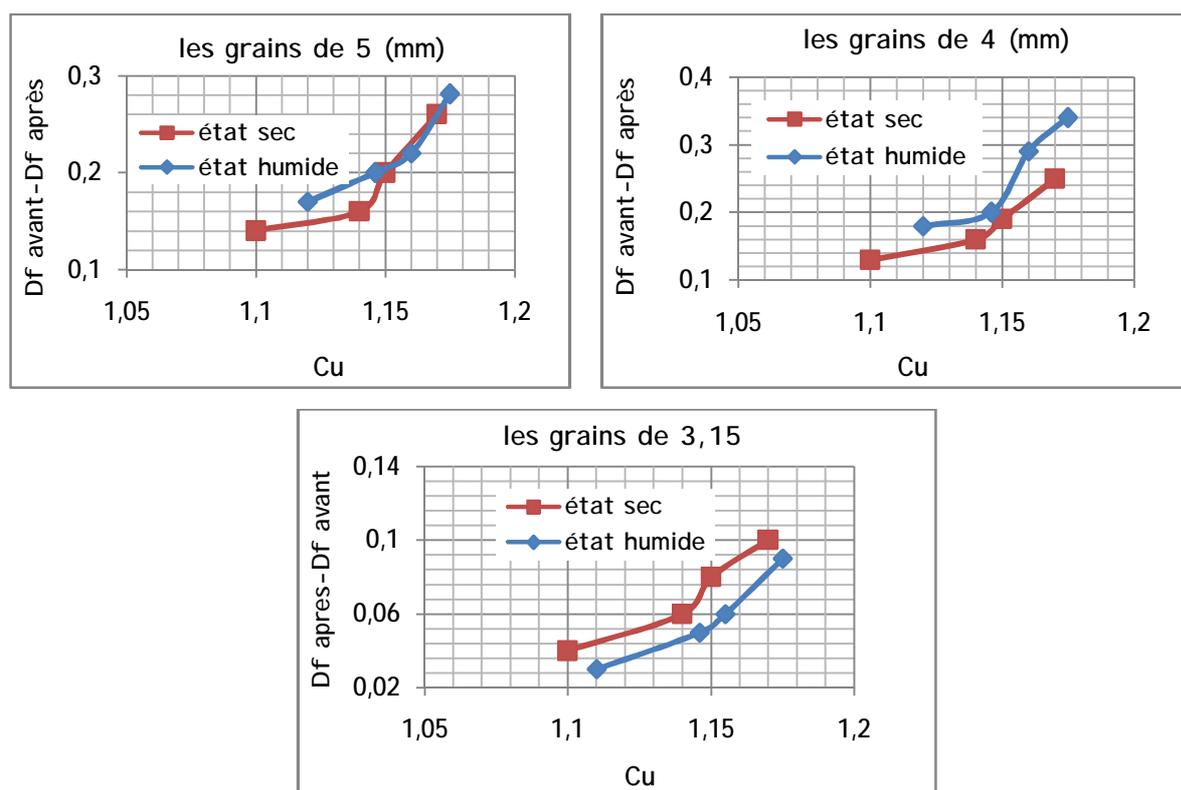
## Chapitre VI Mise en évidence de la notion de dimension fractale dans les différents essais

§ On constate dans la Fig. VI-3, que l'écart de Df augmente en fonction de l'augmentation la contrainte normale appliquée et Df est d'autant plus important que le grain est gros. Ce qui s'explique par la présence des angularités ou des fissures au niveau des grains qui peuvent éventuellement favoriser son écrasement.

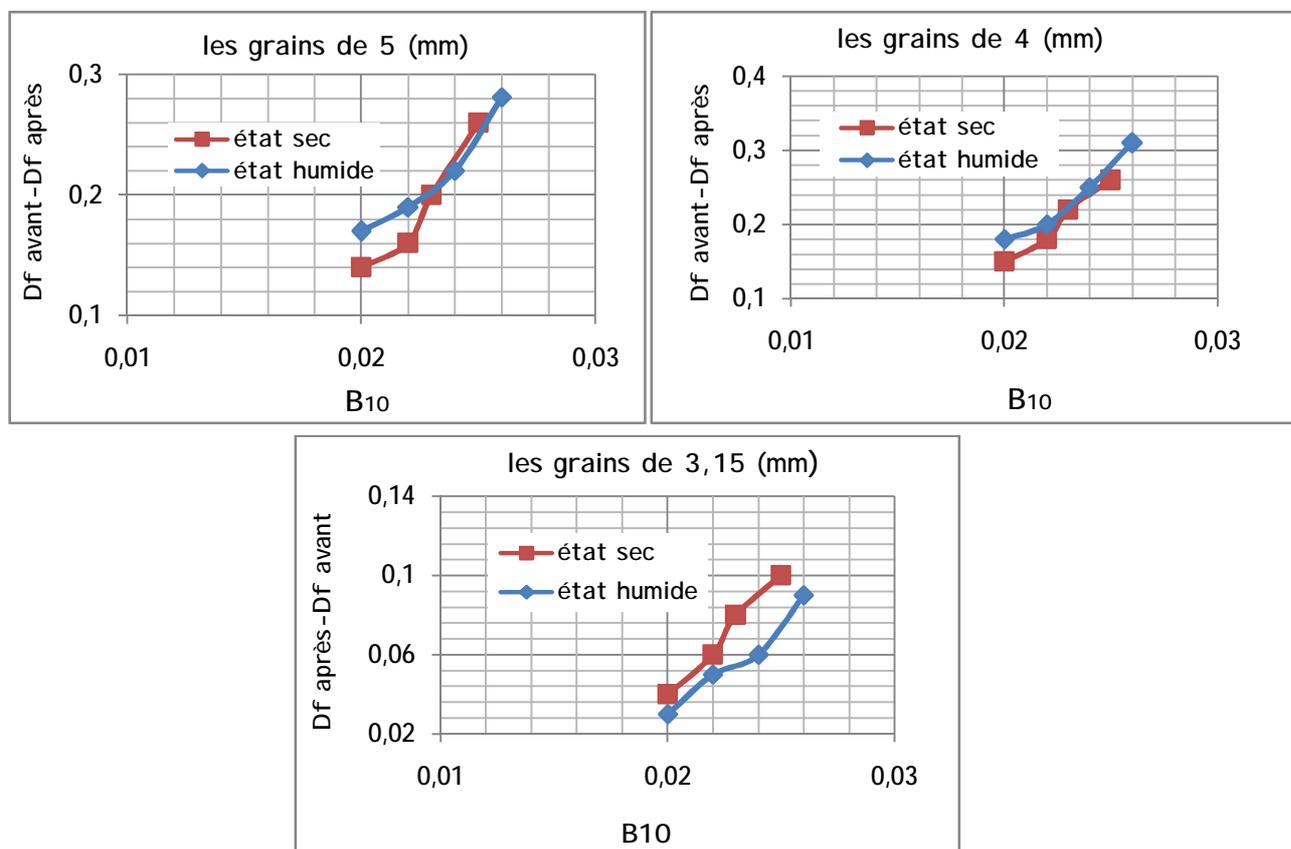
§ La Fig. VI-4, montre que des résultats sont presque similaires par rapport à la Fig. VI-3. Les courbes présentées montrent l'évolution de la dimension fractale après cisaillement en fonction de la contrainte tangentielle maximale, qui par conséquent augmente en fonction de la charge appliquée tant à l'état sec qu'à l'état humide.

§ A l'état humide, les mêmes constatations ont été observées que pour l'état sec lâche. Il faut toutefois signaler que l'écart de Df évolue en fonction de ( $\tau$ ) et en fonction de ( $\sigma$ ) pour différentes dimensions des grains, quoiqu'en présence d'eau la résistance au cisaillement devient plus faible qu'à l'état sec ce qui confirme les résultats de (Marsal, 1967).

§ Toutes les figures présentées ci-dessus ne varient pas linéairement, elles présentent des pentes différentes qui varient selon l'état de l'humidité du matériau, la dimension des grains, leur taille et leur forme, qui influant sur la variation du degré d'écrasement et donc de la dimension fractale.



**Figure VI-5:** évolution de la dimension fractale en fonction du paramètre Cu pour les différentes dimensions des grains étudiées et sous différentes contraintes normales appliquées.



**Figure VI-6:** évolution de la dimension fractale en fonction du paramètre  $B_{10}$  de toutes les dimensions des grains étudiées sous différentes contraintes normale appliquées.

D'après les figures (Fig. VI-5 et Fig. VI-16) présentées ci-dessus, on constate que :

- § La Fig. VI-5 montre la variation de la dimension fractale après écrasement en fonction du paramètre  $C_u$ . Ce dernier augmente pratiquement pour toutes les dimensions des grains en fonction de l'augmentation de l'écart de la dimension fractale ( $\Delta D_f$ ). L'augmentation de la contrainte appliquée fait augmenter l'écrasement des grains ; ce qui induit une augmentation de ce coefficient.
- §  $B_{10}$  augmente en fonction de l'augmentation de (écart de  $D_f$ ) pour toute la classe granulaire (Fig. VI-6). Il évolue avec l'augmentation de la contrainte appliquée et il traduit l'augmentation de l'écrasement et donc l'augmentation de la variation de  $D_f$ .

## **Chapitre VI Mise en évidence de la notion de dimension fractale dans les différents essais**

- § Quand aux grains de 3.15 mm, l'augmentation de  $D_f$  se traduit, par l'augmentation du degré d'irrégularité. Cette évolution de  $B_{10}$  et  $C_u$ , est d'autant plus importante que le grain est de dimension plus grande.
- § En conclusion, plus le degré d'écrasement est important, plus  $B_{10}$  présente des valeurs élevées. Les valeurs de  $B_{10}$ , dans la Fig. VI-6, sont comprises entre 0,02 et 0,025 pour l'état sec et entre 0,020 et 0,026 pour l'état humide. Ce sont des valeurs faibles, ce qui montre que l'écrasement est très faible, vu la classe étudiée.
- § Les paramètres (forme, taille ...etc.) influant sur les grains sont nombreux et il est difficile de tous les maîtriser. Les courbes des figures (Fig. VI-5 et Fig. VI-6) présentent des pentes différentes qui varient d'une façon linéaire à non linéaire tant qu'à l'état sec qu'à l'état humide. Ces courbes s'étalent et ont un décalage légèrement plus important à l'état humide qu'à l'état sec, ce qui confirme que l'état humide accélère la dégradation des grains.

### **VI-2-2 Essai de compactage**

Dans cet essai, on s'intéresse à la détermination de l'influence de l'énergie du compactage sur la variation de la dimension fractale des grains après essai. On prépare quatre échantillons du matériau calcaire à l'état humide qu'on soumet aux différentes énergies (25, 35, 55 et 75 coups).

Pour mettre en évidence le paramètre de la dimension fractale, on a coloré dix grains de chaque dimension et on a calculé la  $D_f$  avant et après chaque essai. On utilise la méthode «area-perimeter» qui consiste à déterminer la surface et le périmètre de chaque grain à l'aide du logiciel Auto-CAD. Ensuite, à l'aide de l'Excel, on trace des courbes périmètres en fonction de la surface (périmètre=f (surface) et on déduit la dimension fractale par  $D_f=2/m$  (telle que  $m$  est la pente de l'ajustement de la droite obtenue). On présentera quelques courbes ci-après.

Ø Présentation de quelques photos des grains avant et après écrasement lors des essais de compactage

✓ Pour 25 coups

*Avant*



*Les grains de 5(mm)*



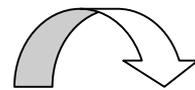
*après*



*Avant*

*Les grains de 4 et 3,15(mm)*

*Après*

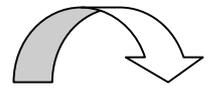


✓ Pour 75 coups



*Avant*

*Les grains de  
5(mm)*



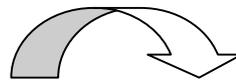
*Après*





*Les grains de 3,15*

*Avant*

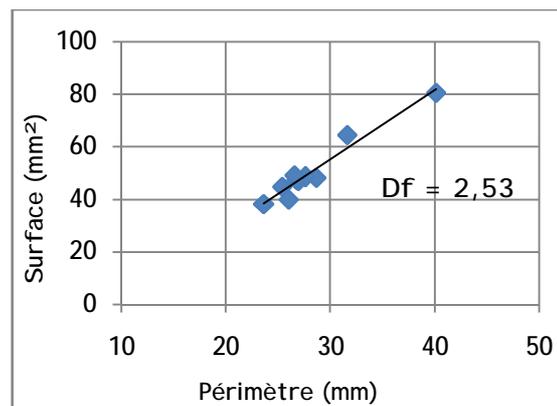
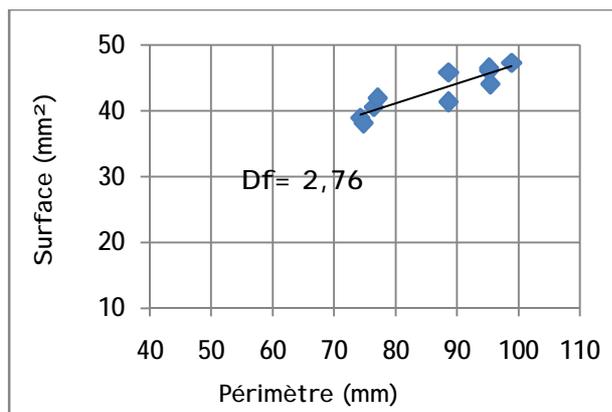


*Après*

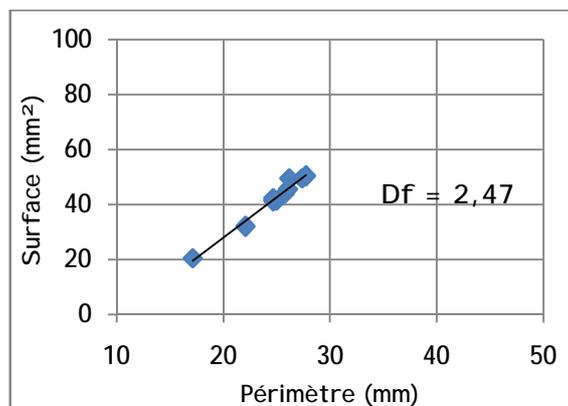
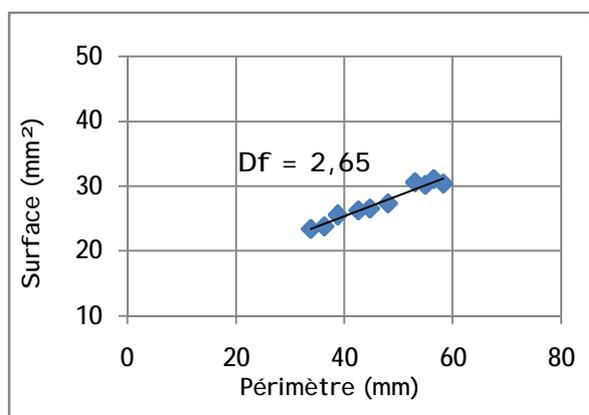


## Chapitre VI Mise en évidence de la notion de dimension fractale dans les différents essais

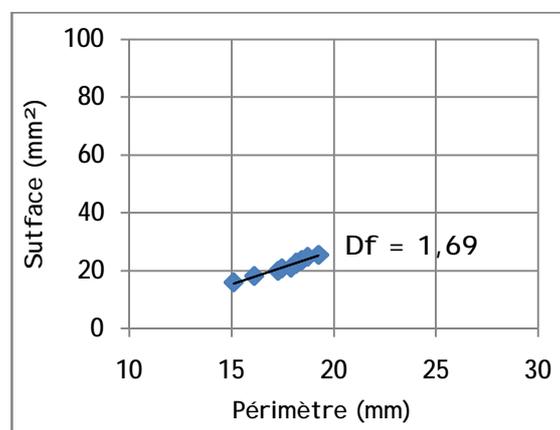
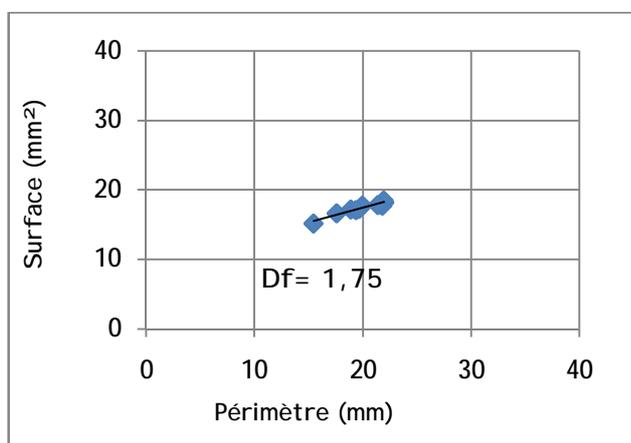
Ø Nous présentons ci dessus quelques figures illustrant un exemple de la variation de la Df avant et après essai de compactage à 35 coups avec la méthode (area-perimeter), les autres courbes sont présentées dans l'annexe B. ces résultats sont aussi présentés sous forme de tableaux



Les grains de 5 (mm)



Les grains de 4 (mm)



Les grains de 3,15 (mm)

**Tableaux VI-3 : tableaux récapitulatifs des dimensions fractales obtenues avant et après l'essai de compactage sous différentes énergies utilisées**

Df sous 25 coups	Les grains de 5 (mm)	Les grains de 4 (mm)	Les grains de 3,15 (mm)
Df avant essai	2,85	2,78	1,82
Df après essai	2,84	2,78	1,81

Df sous 35 coups	Les grains de 5 (mm)	Les grains de 4 (mm)	Les grains de 3,15 (mm)
Df avant essai	2,76	2,67	1,75
D après essai	2,53	2,47	1,69

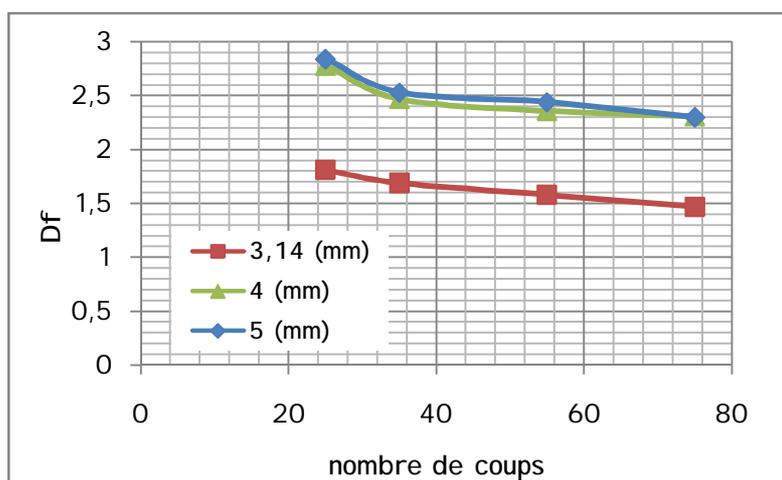
Df sous 55 coups	Les grains de 5 (mm)	Les grains de 4 (mm)	Les grains de 3,15 (mm)
Df avant essai	2,79	2,59	1,66
Df après essai	2,48	2,36	1,58

Df sous 75 coups	Les grains de 5 (mm)	Les grains de 4 (mm)	Les grains de 3,15 (mm)
Df avant essai	2,72	2,61	1,58
Df après essai	2,30	2,31	1,47

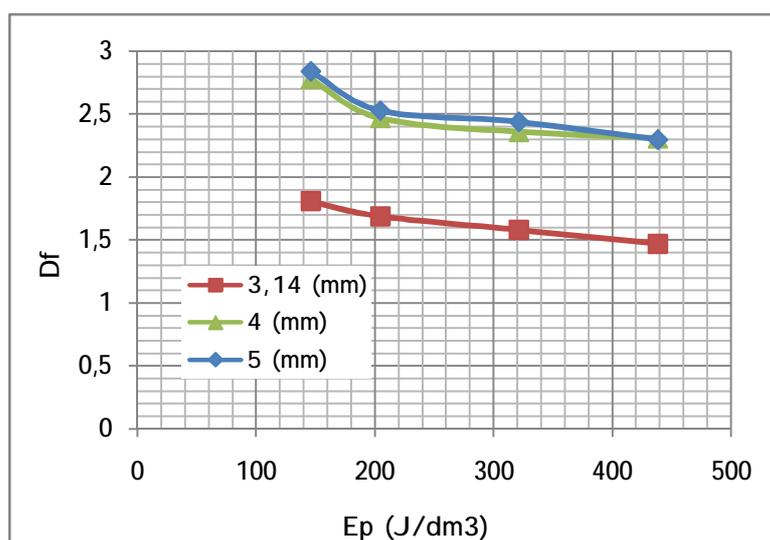
D'après les résultats illustrés dans les tableaux ci-dessus :

- § Nous constatons que la dimension fractale obtenue après ces essais diminue pratiquement pour toutes les différentes dimensions des grains constituant les différents échantillons. Cependant, après 25 coups, la dimension fractale ne marque presque aucun changement par rapport à l'état initial. En effet, c'est à partir de 35 coups que la Df des grains diminue d'une manière remarquable.
- § Cette diminution s'explique par le fait qu'après écrasement quelques grains perdent une partie de leur matière ce qui conduit à une diminution de leurs tailles et de leurs surfaces. Généralement la rupture des grains donne de nouveaux grains avec des surfaces moins rugueuses. Toutefois, beaucoup de paramètres influent sur ce phénomène (la structure du matériau, forme et taille du grain, l'intensité du chargement appliqué...etc.). En conclusion, cet écrasement conduit à la diminution de la dimension fractale des grains.

§ Cependant, Les résultats trouvés pour les grains de 3,15 (mm) sont différents de ceux trouvés dans l'essai de cisaillement; ce qui nous emmène à dire que sous l'effet des coups successifs, le matériau subit une densification, ce qui induit une diminution de l'indice des vides. En effet, une fois que les grains occupent les interstices, ils subissent ensuite un écrasement suivant le mode d'abrasion et parfois même suivant le mode d'écaillage. En effet, en augmentant le nombre de coups (énergie de compactage) engendre plus d'écrasement et par conséquent la dimension fractale des grains diminue.



*Figure VI-7: évolution de la dimension fractale en fonction du nombre de coups pour les différentes dimensions des grains étudiés.*

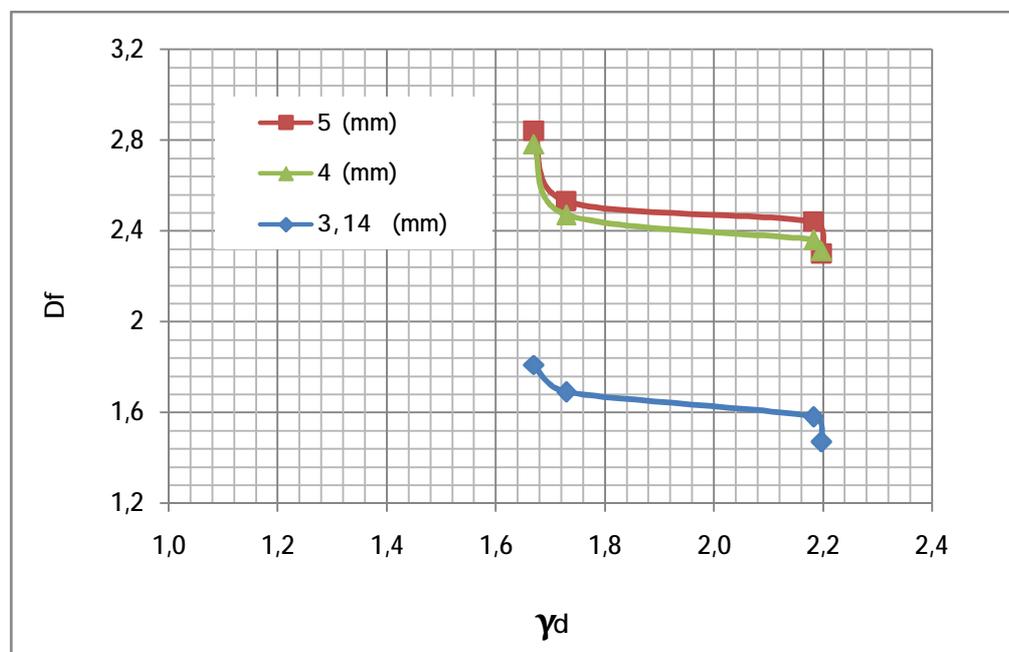


*Figure VI-8 : évolution de la dimension fractale en fonction de l'énergie de compactage pour les différentes dimensions des grains étudiés.*

## Chapitre VI Mise en évidence de la notion de dimension fractale dans les différents essais

D'après les figures (Fig. VI-7et Fig. VI-18) présentées ci-dessus, on constate que :

- § Les courbes présentées (Fig. VI-7), montre l'évolution de la dimension fractale en fonction du nombre de coups. On constate que la dimension fractale diminue en augmentant le nombre de coups pour toutes les dimensions des grains constituant les différents échantillons. Dans un premier temps, les grains subissent une densification qui engendre une diminution de l'indice des vides. Sous une énergie de compactage importante, ces grains s'écrasent en produisant des particules fines qui remplissent les vides. Ce qui conduit à une diminution de la dimension fractale des grains. Cette diminution est d'autant plus importante que le phénomène d'écrasement est important.
- § Les mêmes constatations peuvent être faites pour l'évolution de la dimension fractale en fonction de l'énergie de compactage (Fig. VI-8).



*Figure VI-9: évolution de la dimension fractale en fonction de la densité sèche*

- § La figure présentée ci-dessus Fig. VI-9, montre l'évolution de la dimension fractale en fonction de la densité sèche obtenue sous différentes énergies utilisées. Nous constatons que la dimension fractale diminue avec l'augmentation de la densité sèche pour les différentes dimensions des grains. Ceci peut s'expliquer par le fait que la diminution de Df provoque une diminution des

diamètres des grains qui engendre une production des particules fines et une diminution de l'indice des vides entre les grains.

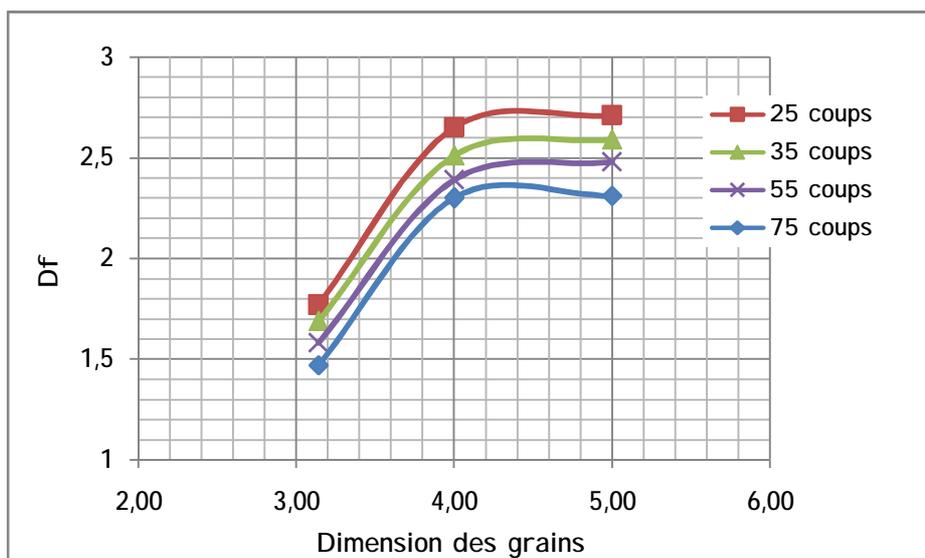


Figure VI-10: évolution de la dimension fractale en fonction de la dimension des grains

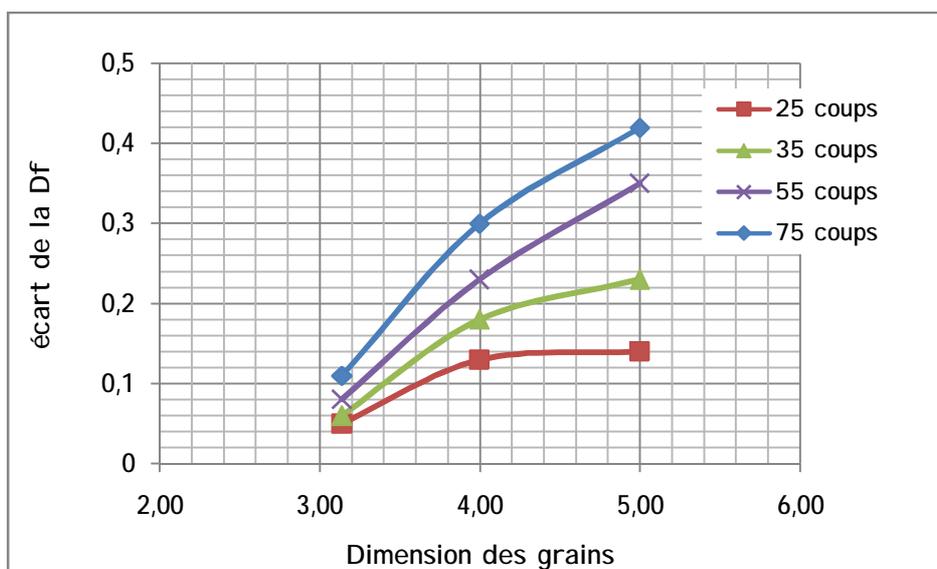


Figure VI-11: évolution de l'écart de la dimension fractale en fonction de la dimension des grains sous différentes énergies de compactage.

D'après les figures (Fig. VI-10 et Fig. VI-11) présentées ci-dessus, on constate que :

- § La Fig. VI-10 montre l'évolution de la dimension fractale en fonction de la dimension des grains. Toutes ces courbes présentent une partie initiale linéaire, suivi d'un changement de pente

## **Chapitre VI Mise en évidence de la notion de dimension fractale dans les différents essais**

progressif qui tend vers un palier. Signalons que les grains de 3,15 (mm) possèdent des valeurs de la dimension fractale inférieures à celles de 4(mm) et 5(mm) ; par contre ces deux dernières sont presque confondues.

- § On constate que ces courbes se décalent dans l'ordre décroissant en fonction de l'augmentation de l'énergie de compactage (le nombre de coups). En effet, cela confirme nos résultats trouvés auparavant où la dimension fractale des différents grains diminue avec l'augmentation du nombre de coups (l'énergie de compactage).
- § On constate, dans la Fig. VI-11, que la variation de la dimension fractale est d'autant plus importante que la dimension des grains augmente de 3,15 à 5 (mm). Sous l'effet de l'augmentation du nombre de coups, il s'est produit un décalage des courbes dans l'ordre croissant. En effet, plus le nombre de coups est élevé plus l'écrasement des grains augmente, ce qui induit une augmentation de l'écart de  $D_f$ . Cependant, on remarque que sous une énergie faible, la variation de la dimension fractale des grains est faible.

### **VI-2-3. Essai à l'oedomètre**

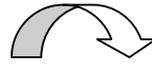
Pour mettre en évidence le phénomène d'écrasement des grains, nous avons également réalisé des essais oedométriques. Nous nous intéressons à l'évolution de la dimension fractale des grains au cours de ces essais sous l'effet des contraintes unidimensionnelles. Les essais ont été réalisés à l'état saturé pour (un chargement, un cycle de chargement/déchargement et trois cycles de chargement/déchargement).

Pour mettre en évidence le contour des grains, on a coloré dix grains de chaque dimension étudiée. Ensuite, les échantillons sont soumis à des contraintes verticales à l'aide d'un piston relié à un dispositif de chargement, on comprime verticalement l'échantillon en mesurant son tassement. A la fin de chaque essai, on démoule et on réalise la pesée après séchage à l'étuve tout en recalculant la nouvelle dimension fractale des grains colorés.

Pour le calcul de la dimension fractale on utilise la méthode (area-perimeter). Nous présentons les différents résultats obtenus ci-après.

Ø Présentation de quelques photos des grains après écrasement lors d'un essai oedométrique sous 3 cycles de chargement-déchargement

*Les grains de 5 (mm)*



*Les grains de 4 (mm)*



*Les grains de 3,15 (mm)*



## Chapitre VI Mise en évidence de la notion de dimension fractale dans les différents essais

Tableaux VI-4: tableaux récapitulatifs de la dimension fractale obtenue avant et après les essais oedométriques

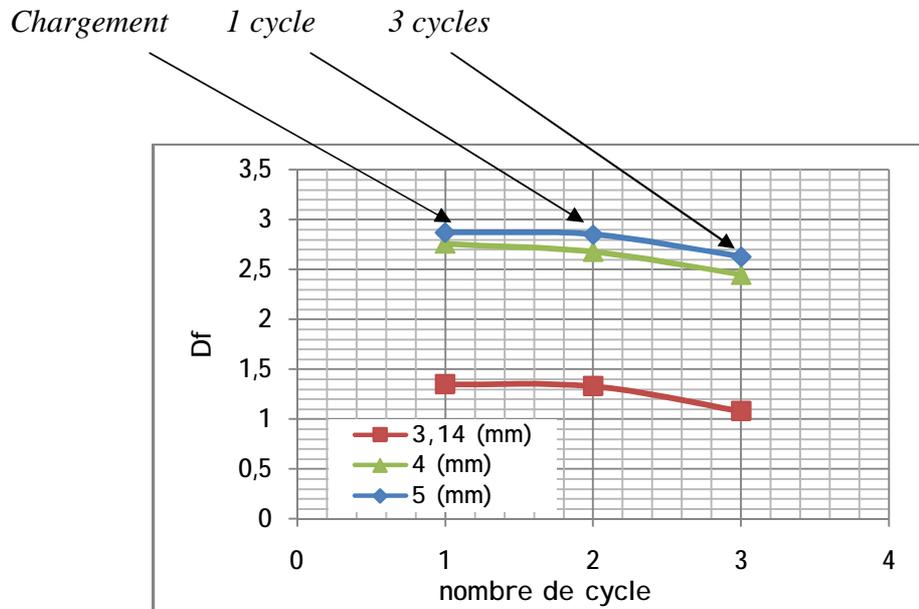
Df sous chargement	Les grains de 5(mm)	Les grains de 4(mm)	Les grains de 3,15(mm)
Df avant essai	2,91	2,88	1,41
Df après essai	2,87	2,76	1,35

us chargt/dechrgt	Les grains de 5(mm)	Les grains de 4(mm)	Les grains de 3,15(mm)
Df avant essai	2,90	2,81	1,38
D après essai	2,85	2,68	1,33

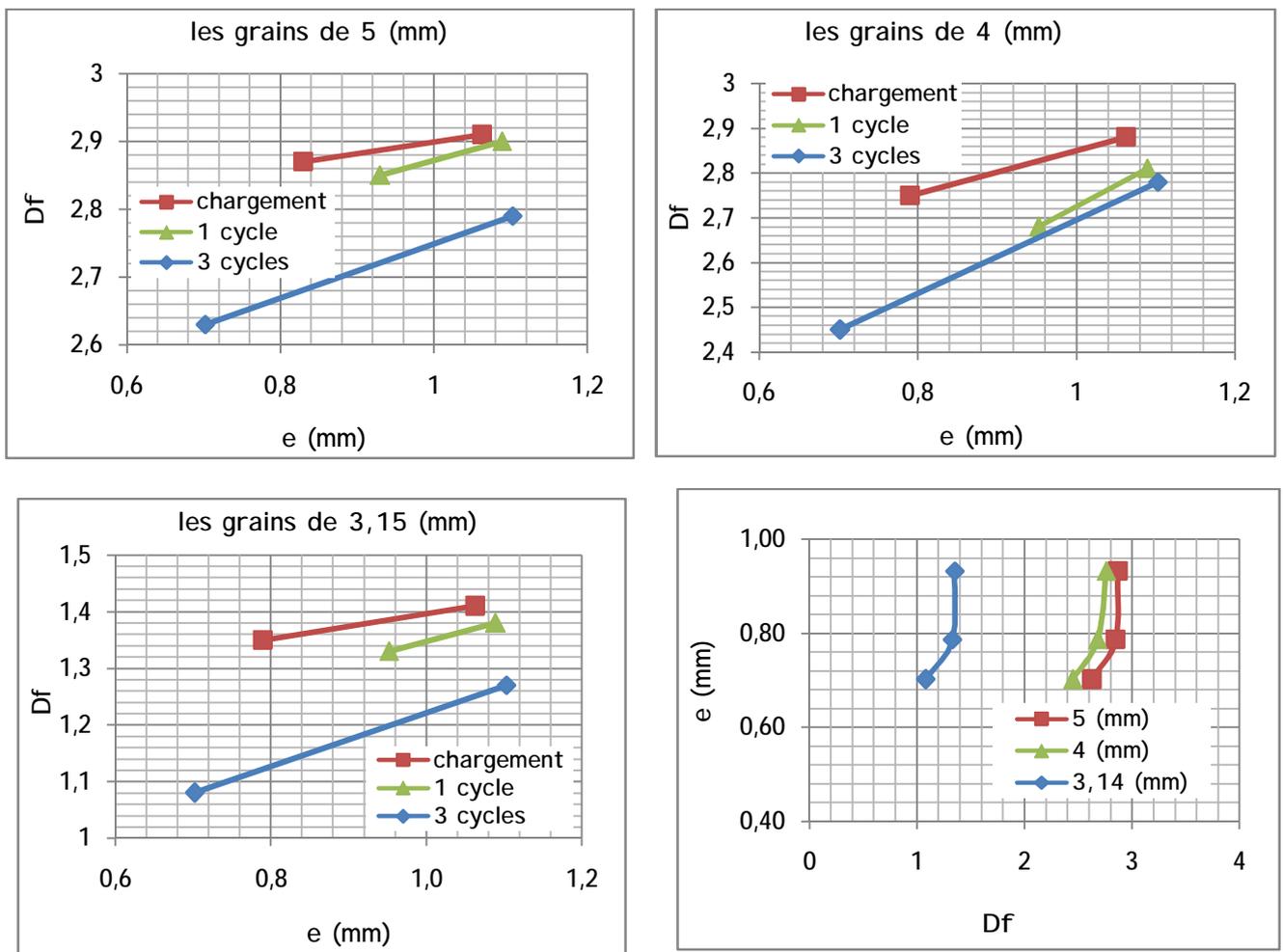
Df sous 3 cycles de chargt/dechrgt	Les grains de 5(mm)	Les grains de 4(mm)	Les grains de 3,15(mm)
Df avant essai	2,79	2,78	1,27
Df après essai	2,63	2,45	1,08

§ les résultats obtenus sur la variation de la dimension fractale après essais œdométriques semblent à ceux obtenus dans le cas des essais de compactage. La dimension fractale des différents grains a diminué après chaque cycle. Du fait que les grains s'écrasent et leurs tailles deviennent plus petites par rapport à leurs états initiaux.

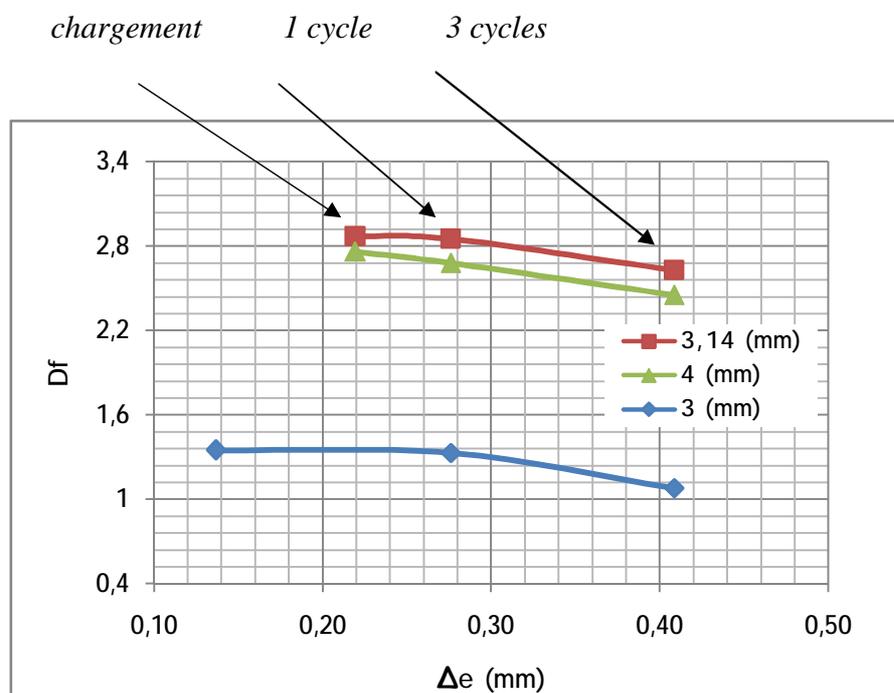
§ Nous allons présenter dans les figures ci-après, des courbes qui montrent l'évolution de la dimension fractale en fonction de quelques paramètres :  $e$ ,  $\Delta h/h$  et  $\Delta e$  sous l'effet de la variation du nombre de cycles.



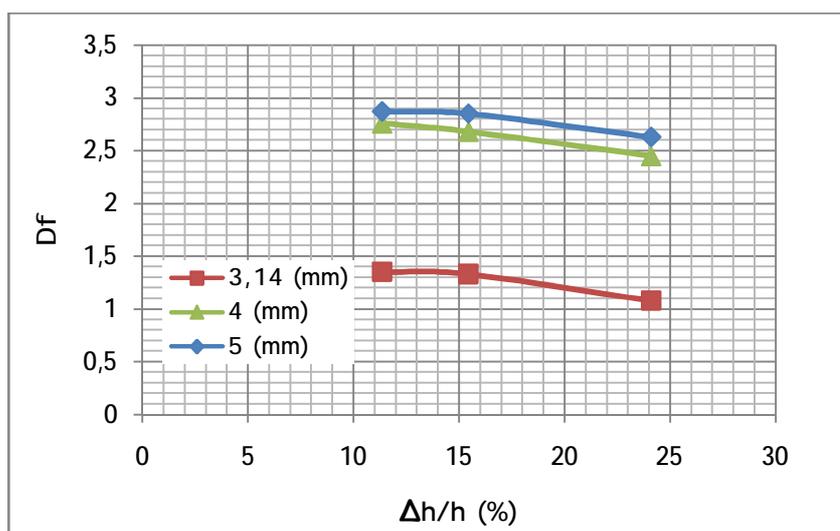
**Figure VI-12:** variation de la dimension fractale en fonction du nombre de cycle.



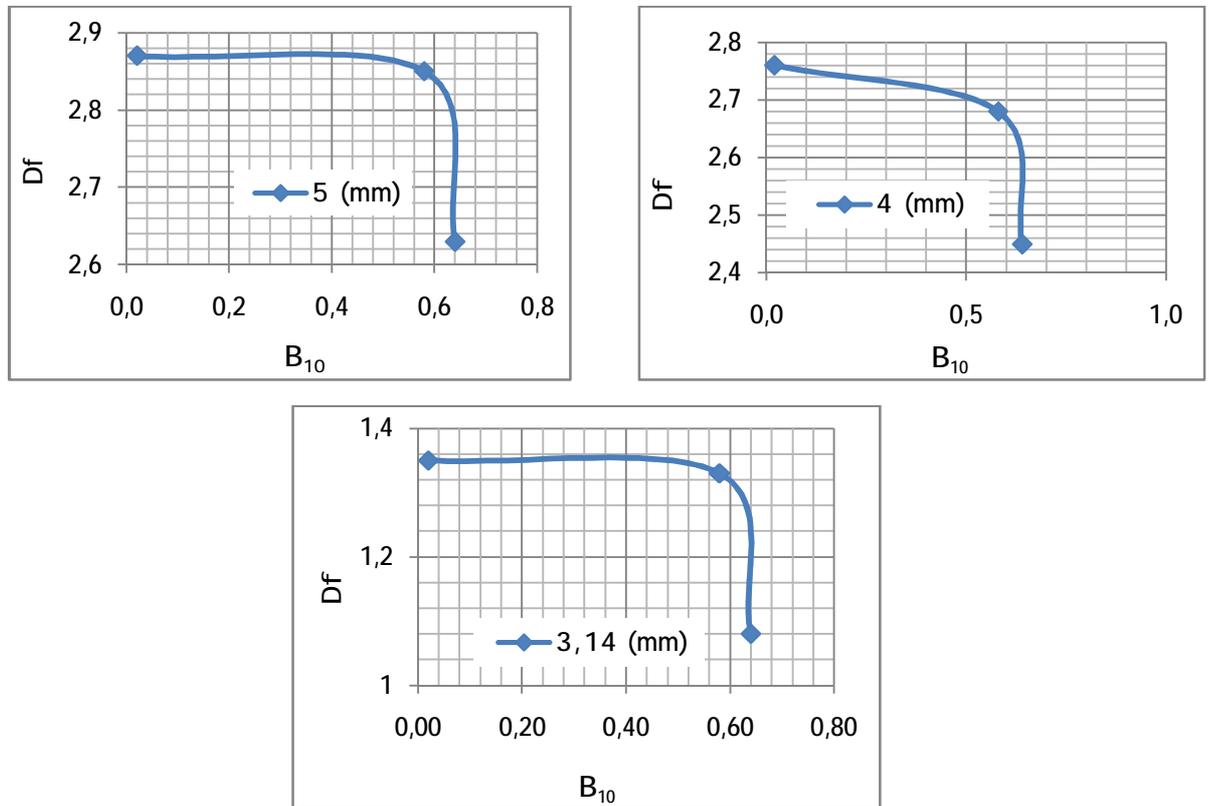
**Figure VI-13 :** évolution de la dimension fractale des différents grains en fonction de l'indice des vides



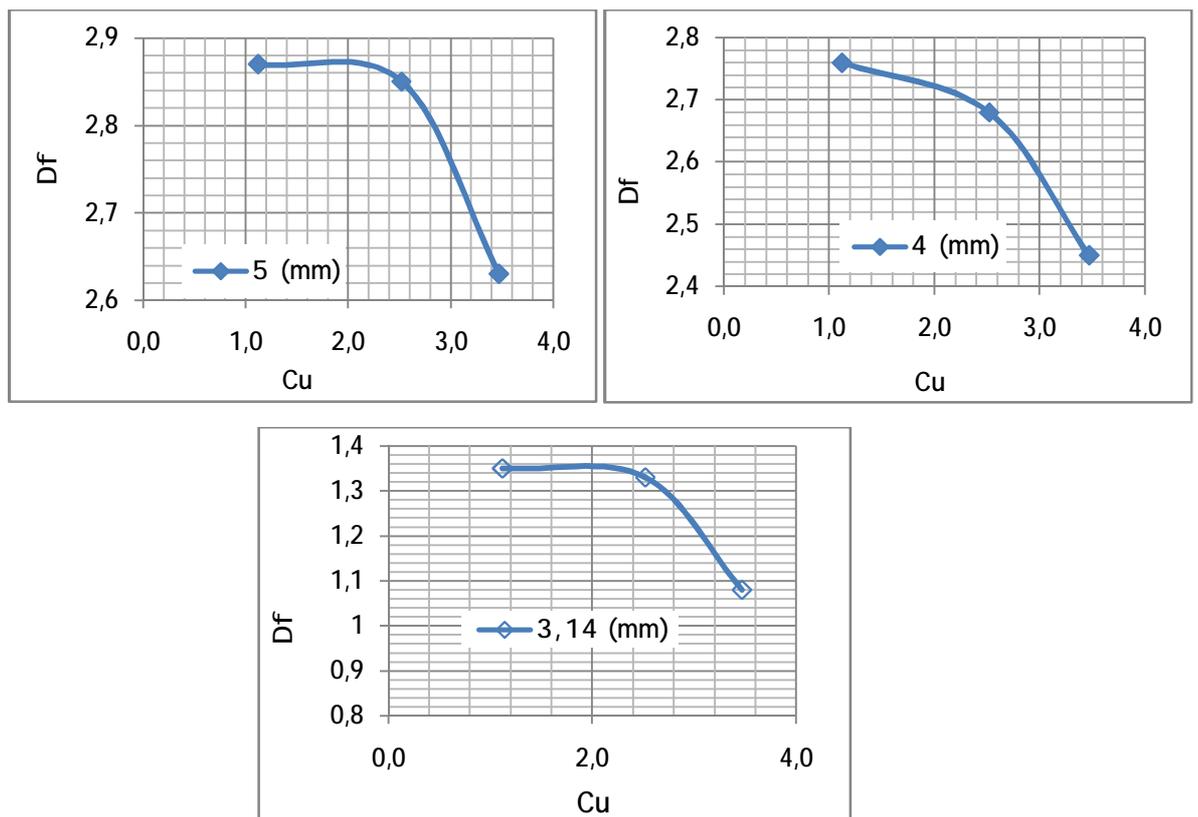
**Figure VI-14:** évolution de la dimension fractale en fonction de  $\Delta e$ .



**Figure VI-15:** évolution de la dimension fractale en fonction du tassement relatif.



*Figure VI-16: évolution de la dimension fractale des grains en fonction du paramètre  $B_{10}$ .*



*Figure VI-17: évolution de la dimension fractale des grains en fonction du paramètre  $Cu$*

## Chapitre VI Mise en évidence de la notion de dimension fractale dans les différents essais

D'après les courbes présentées ci-dessus, on constate que :

- § La première courbe présentée dans la Fig. VI-12 montre bien que la dimension fractale diminue pour toute la classe granulaire étudiée. En effet,  $D_f$  est d'autant plus importante que le nombre de cycle est élevé.  $D_f$  obtenue après 3 cycles est inférieure à celle d'un cycle et aussi inférieure à celle d'un seul chargement. Ceci peut s'expliquer par le fait qu'au cours des 3 cycles de chargement, il s'est produit un grand tassement lorsque les contacts entre les grains sont maximums, ce qui engendre un écrasement plus élevé.
- § A travers les autres figures, on s'aperçoit que la dimension fractale diminue avec la diminution de l'indice des vides (Fig. VI-13). Du fait que l'état initial commence avec un indice des vides important et il diminue progressivement au cours du chargement, ainsi la dimension fractale diminue avec l'augmentation du nombre de cycle. Les figures (Fig. VI-15 et Fig. VI-17) montrent que la dimension fractale diminue avec l'augmentation de  $(\Delta e$  et du tassement relatif  $\Delta h/h$ ) qui sont proportionnelles entre eux tel que :  $\Delta e = (1+e^0) \cdot \Delta h/h^0$ , et cela est d'autant plus important que le nombre de cycle est élevé.
- § On constate sur les figures (Fig. VI-16 et Fig. VI-17) que la dimension fractale des grains étudiés diminue en fonction de l'augmentation des paramètres ( $B_{10}$  et  $C_u$ ) lesquels évoluent en fonctions de l'augmentation du nombre de cycle. De plus, l'allure des courbes des deux premiers points qui correspond respectivement à (un seul chargement et un cycle de déchargement) a une faible pente, suivi d'un changement de pente plus élevé pour atteindre le troisième point qui correspond à trois cycles de chargement-déchargement, ce qui s'explique par le fait que ces deux facteurs présentent des valeurs d'autant plus élevées que l'écrasement des grains est important ; provoquant ainsi la diminution de la dimension fractale des grains après essais réalisés.

Les déformations observées lors de cet essai ont plusieurs origines :

Premièrement, les grains conservent leurs volumes, et par conséquent les déformations que l'on met en évidence ne peuvent provenir que d'une diminution de l'indice des vides.

Deuxièmement, de la modification de la structure du squelette de l'échantillon par glissement des grains par rapport aux autres. Ces déformations de ce type sont essentiellement irréversibles. Et à cause des micro-ruptures au voisinage des points de contacts des grains. Ce phénomène n'apparaît que pour des contraintes élevées.

### VI-3. Conclusion

L'étude de la dimension fractale du matériau granulaire calcaire suivant différents chemins de contraintes (compactage, compression œdométrique et cisaillement) a permis d'évaluer ce paramètre en fonction de plusieurs caractéristiques. L'ensemble des résultats obtenus se résume comme suit:

- § La variation de la dimension fractale des grains a mis en évidence le phénomène d'écrasement des grains. En effet, L'augmentation de  $D_f$  se traduit généralement par la diminution de la dimension fractale des grains.
- § Les résultats obtenus sur la dimension fractale des grains, dépendent de leur mode de rupture. En effet, la dimension fractale diminue dans le cas d'un « fendage » et/ou d'une « rupture des aspérités » et augmente dans le cas d'un « écaillage » ce qui provoque l'augmentation des irrégularités superficielles.
- § L'augmentation de la contrainte appliquée suivant différents chemins (la contrainte normale de cisaillement, l'énergie de compactage et le chargement suivant le nombre de cycle) fait augmenter l'écrasement des grains et influe ainsi sur la variation de la dimension fractale.
- § La variation de la dimension fractale des grains est affectée par plusieurs paramètres (la dimension, la taille et la forme des grains ainsi que le chemin de contraintes...etc.). ceux-ci influent significativement sur le mode de rupture des grains et conduisent par conséquent soit à l'augmentation ou à la diminution des irrégularités des grains.
- § L'évolution de la dimension fractale influe sur l'évolution des paramètres ( $B_{10}$ ,  $C_u$ ,  $e$ ,  $\gamma_d$ ,  $\Delta e$  et  $\Delta h/h$  ...etc.).
- § Le choix de la méthode appliquée dépend du but recherché, la méthode (area-perimeter) est la plus facile à utiliser, elle nous renseigne sur la  $D_f$  de tout le sol, par contre la méthode des lignes parallèle évalue la  $D_f$  de chaque grain constituant l'échantillon.

## ***CONCLUSION GENERALE***

Le but principal de ce travail est l'étude expérimentale du comportement du matériau calcaire vis-à-vis de l'évolution de la dimension fractale des grains soumis aux différents essais d'écrasement.

Cette étude a conduit, dans un premier temps à la réalisation d'une série d'essais mécaniques qui sont : l'essai de cisaillement direct, l'essai de compactage ainsi que l'essai oédométrique et dans un deuxième temps à mettre en évidence la notion de dimension fractale des grains en fonction des chemins des contraintes.

La dimension fractale est la clé de compréhension du comportement des matériaux granulaires, elle apporte une vision plus claire sur l'influence de l'irrégularité des grains sur leur comportement mécanique.

Les résultats obtenus permettent de conclure que :

Le phénomène d'écrasement des grains a mis en évidence l'évolution de leur dimension fractale. L'influence de cette dimension sur les propriétés des milieux granulaires est prise en considération pour une meilleure compréhension du comportement de ces granulats. D'après notre étude, nous avons remarqué que les grains du notre matériau peuvent subir l'écrasement pendant le cisaillement, le compactage et la compressibilité. L'ampleur de l'écrasement dépend du type de sollicitation (de la résistance au cisaillement, du nombre de coups et de l'intensité du chargement appliqué), de la taille des aspérités, de la dureté, de la forme et de la surface des grains.

Les deux méthodes (lignes parallèles et area-perimetre) utilisées pour le calcul de la dimension fractale des grains, sont influencées par l'appareil de résolution en pixels, de la meilleure mise en place de la facette plane et par la taille des grains. En particulier, la méthode des lignes parallèles est influencée par l'orientation des grains par rapport aux lignes parallèles ; cette disposition n'est pas facile à maîtriser.

L'analyse granulométrique du matériau étudié avant et après chaque essai, montre que le degré d'écrasement des grains est faible, cela est du à :

- la classe granulaire étudiée qui présente des grains de (3,15 ; 4 et 5 mm). En effet, l'écrasement est d'autant plus important que la taille des grains est importante.

- la quantité des grains soumis à l'écrasement sous différents efforts appliqués, dépend de la distribution de la taille des grains, de leur forme et de leur dureté.

Les courbes granulométriques obtenues à l'état humide montrent que le matériau calcaire est moins sensible à l'eau.

Les paramètres  $C_u$  et  $B_{10}$  sont d'autant plus importants que le degré d'écrasement des grains est important, ce qui provoque généralement la diminution de la dimension fractale. Ces deux facteurs augmentent avec l'augmentation de la contrainte de cisaillement et de l'intensité du chargement appliqué. Ils présentent des valeurs plus élevées dans l'essai œdométrique que dans l'essai de cisaillement.

L'évolution de la dimension fractale donne naissance à une nouvelle structure granulaire avec de nouvelles caractéristiques géotechniques telles la compacité, la granulométrie et la résistance ...etc. qui sont différentes de la structure mère. Aussi l'évolution de cette dimension dépend de la nature physico-chimique du matériau granulaire.

Le choix du matériau calcaire de notre étude est fortuit et n'est qu'un exemple parmi tant d'autres.

Ces résultats méritent d'être complétés par des essais en laboratoire sur d'autres matériaux granulaires de différente nature, en prenant en compte la variation de la forme des grains, de la classe granulaire et d'autres sollicitations afin de mieux comprendre leur comportement.

## ***REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES***

**AFNOR. (1995)**

« Géotechnique, Essai de reconnaissance des sols (TOME1) » ,1995.

**BENAISSA, A., (1992)**

«Élément de mécanique des sols»; Alger, OPU, Avril 1992

**BENOIT, T., 2005**

« Fractales et Autosimilarité » ; Université Plaise Pascal, Prix jeune chercheur 2005.

**BERTHAUD, Y. DEBUHAN, P. SCHMITT, N., (2008)**

«Mécanique des sols Conceptions et Applications». Aide mémoire, Dunod, Paris, 2008.

**BIAOU, A. C., (2004)**

« De la méso-échelle à la micro-échelle : Désagrégation spatio-temporelle Multifractale des Précipitations »; thèse de doctorat, l'école des mines de Paris.

**BIAREZ, J., (1962)**

« Contribution à l'étude des Propriétés Mécaniques des Sols et des Matériaux Pulvérulents » ; Thèse de doctorat des sciences, Faculté des sciences de Grenoble, 1962.

**BISHOP, A.Wand HENKEL, D .L., (1962)**

« The Measurement of Soil Properties in The Triaxial Test»; Edward Arnold publication Ltd, London, 1962.

**BOLTON M,D et Mc DOWELL,G.R., (1998)**

« On the Micromechanics of Crushable Aggregates » ; Géotechnique 48, N°5, 1998.

**CAMBOU, B., (1972)**

« Compressibilité d'un milieu pulvérulent : influence de la forme et de la dimension des particules sur les propriétés mécaniques d'un milieu pulvérulent » ; Thèse de docteur de spécialité- université scientifique et médicale, Grenoble ,1972.

**CHUICHA, K., (2006)**

« La dimension fractale et l'étendue granulaire comme paramètre d'identification des mélanges granulaires » ; (journal article) Materials and structures, 2006, volume, 39, number 7.

**COLLAT DJ .L and al., (1998)**

«Triaxial Testing of Soil under Elevated cell pressure, in advanced triaxial testing for soil and rocks»; ASTM STP977, 1998.

**CORDARY, D., (1994)**

«Mécanique des sols» ; Lavoisier, Paris, 1994.

**DUNOD., (1989)**

« Essai de compressibilité à oedomètre » ; LCPC, France, 1989.

**ELMALEH, F. NGUYEN, S., (2003)**

« Introduction aux fractales » ; Lycée La Fontaine, Paris, TPE 2002-2003.

**FEDER, J., (1988)**

«Fractals»; Plenum Press, New York, 1988.

**GOUYET, J .F., (1992)**

« Physique et Structure Fractales »; Paris New York, Ed .MASSON, 1992.

**GUYON , E. TROADEC J.P., (1994)**

« Du Sac de Billes au tas de Sables » ; Editions Odile JACOB ,Paris, 1994.

**GEORGE, A et CLAUDE , T., (1990)**

« Granulats » ; presses de L'école des Ponts et chaussées, 1990.

**HOFFMANN C., (2009)**

« Une brève explication de la géométrie fractale » ; PrimaryCare 2009;9: N°10, Suisses.

**HUGHES, L., (2006)**

« Fissures Rocheuses » ; thèse de doctorat de la Faculté Polytechnique de Mon, 2006.

**HYSLIP, J and VALLEJO, L., (1997)**

«Fractal Analysis of the Roughness and Size Distribution of Granular Material»; Engineering Geology,vol 48,3-4,1 pp 231-244,Decembre 1997,

**KEVIN, P.H., (2005)**

« Anaylysis of Granular Materials in Pennsylvania Highways »; These in Master of Science; university of Pittsburgh, 2005.

**KIM, M.S., (1995)**

« Etude Expérimentale Du Comportement Mécanique Des Matériaux granulaires sous Fortes contraintes », Thèses de doctorat de l'école centrale de paris, Décembre 1995.

**KPALMA, K., 1992**

« Caractérisation de textures par l'anisotropie de la dimension *fractale* », Institut National des sciences appliquées de Rennes, France, 1992.

**LADE P .V., YAMAMURO J. A., et al., (1996)**

«Significance of Particle Crushing in Granular Materials»; Journal of Geotechnical Engineering, vol. 122, N° 4, 1996, pp 3109-3116.

**LCPC. , (1985)**

« Essai oedométrique » ; LCPC, Septembre 1985.

**LCPC. , (1986)**

« Essai de cisaillement à la boîte » ; méthode d'essai n° 21, Février 1986.

**MANDELBROT, B.B., (1983)**

«The Fractal Geometry of Nature »; Free Man, New York, 1983.

**MANDELBROT, B.B., (1975)**

« Les objets fractales forme, hasard et dimension » ; Paris (France), Edition Flammarion, 1975.

**MARSAL, R.J., (1967)**

« Large Scale Testing of Rock fills Materials »; journal of the soil Mechanics and Foundations Division 93(SM2), 1967.pp 27-43

**MELBOUCI, B.,(2002)**

«Pegmatite de la grande Kabylie: caractéristiques et comportement en géotechniques routiers » ; thèse de doctorat d'Etat à L'UMMTO, 2002.

**PERRIER, E and RIEU, M., (1998)**

«Fractal Models of Fragmented and Aggregated Soils»; Fonds Documentaire ORSTOM, Cote: BX20Z10, 1998.

**PERRIERE, E., (2001)**

« Structure Géométrique et Fonctionnement Hydrique Des Sols Simulation Exploratoire » ; Thèse université Paris VI, février 2002.

**RAMAMURTHY, T., (1969)**

« Crushing Phenomena in Granular Soils »; Journal of the Indian National Society of Soil Mechanics and Foundation Eng. Vol. 8, 1969.

**RAMAMURTHY, T. KANITKAR, V.K.and AL., (1974)**

«Behaviour of coarse-Grained Soils under High Stresses»; Indian Geotechnical journal, vol 4, 1974,pp 39-63.

**ROBITAILLE, V. TREMBLAY D., (1997)**

« Mécanique des sols » ; théorie et pratique, Canada, Modulo Editeur 1997.

**SEZER, A. ALTUN, S. ERDOGAN, D., (2008)**

«Correlation between CBR Strength and fractal Dimensions of Sands»; The 12<sup>th</sup> international Conference of (IACMAG),1-6 October, Goa Indian,2008.

**TERZAGHI, K et PICK, R.B., (1967)**

« Soils Mechanics in Engineering Practice », New York, John Wiley Sons, 1967.

**TRICOT, C., (1999)**

« Courbes et Dimension fractale » ; Springer, France, 1999.

**TURCOTTE, D.L., (1986)**

«Fractals and fragmentation»; J. Geoph. Res. 91:1921.

**VESIC, A.C. and CLOUGH, G.W., (1968)**

«Behavior of Granular Materials under high stresses»; journal of the soil mechanics and foundations divisions, ASCE, Vol 94, pp 661-688, 1968.

**YOJIRO Y, M.S., 2003**

«Force Chains and the Fragmentation of Granular Materials»; Master of Science, university of Bitts burg, 2004.

**ZAMRI, C., (2004)**

« The Effect of Fragmentation on Engineering Proprieties of Granular Materials: laboratory and fractal analysis»; these de doctorate university of Pitts burgh, 2004.

## Les sites d'internet

*<http://www.mathcurve.com/fractals/sierpinski/sierpinski.shtml>*

- *<http://www.mathcurve.com/fractals/peano/peano.shtml>*

-*<http://www.mathcurve.com/fractals/peano/peanogeneralisee.shtml>*

-*<http://books.google.com/books?q=dimension+fractale&btnG=Chercher+des+livres&hl=fr>*

-*<http://membres.lycos.fr/lesfractales/frame.html>*

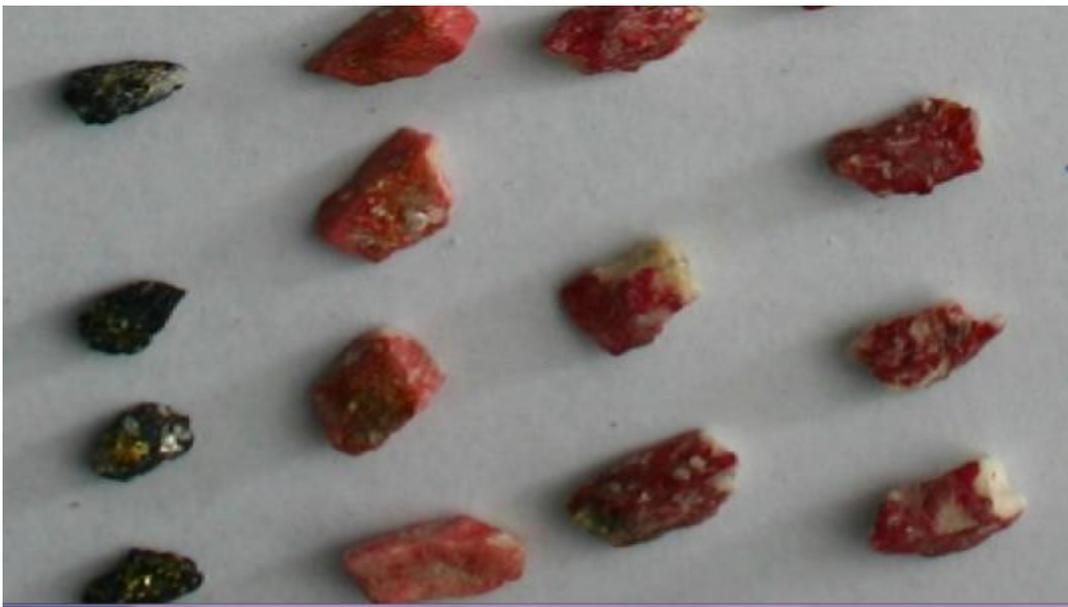
## Annexe A

Ø Quelques photos des grains de différentes tailles après les essais de compactage

- *Sous 25 coups*



- *Sous 35 coups*



- *Sous 55 coups*



- *Sous 75 coups*



Ø *Quelques photos des grains de différentes tailles après les essais œdométriques*

- *Sous trois cycles de chargement-déchargement*



- *Sous un seul chargement/déchargement*

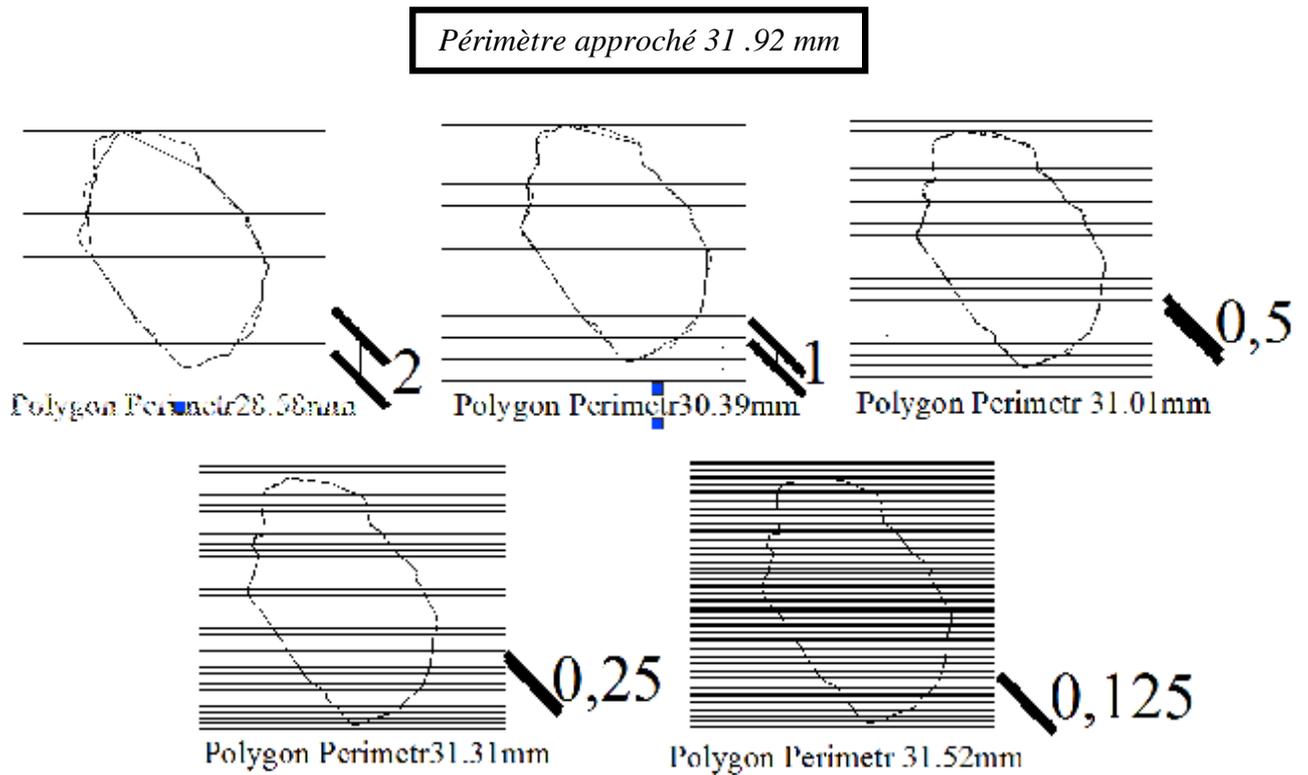


- *Sous un seul chargement*

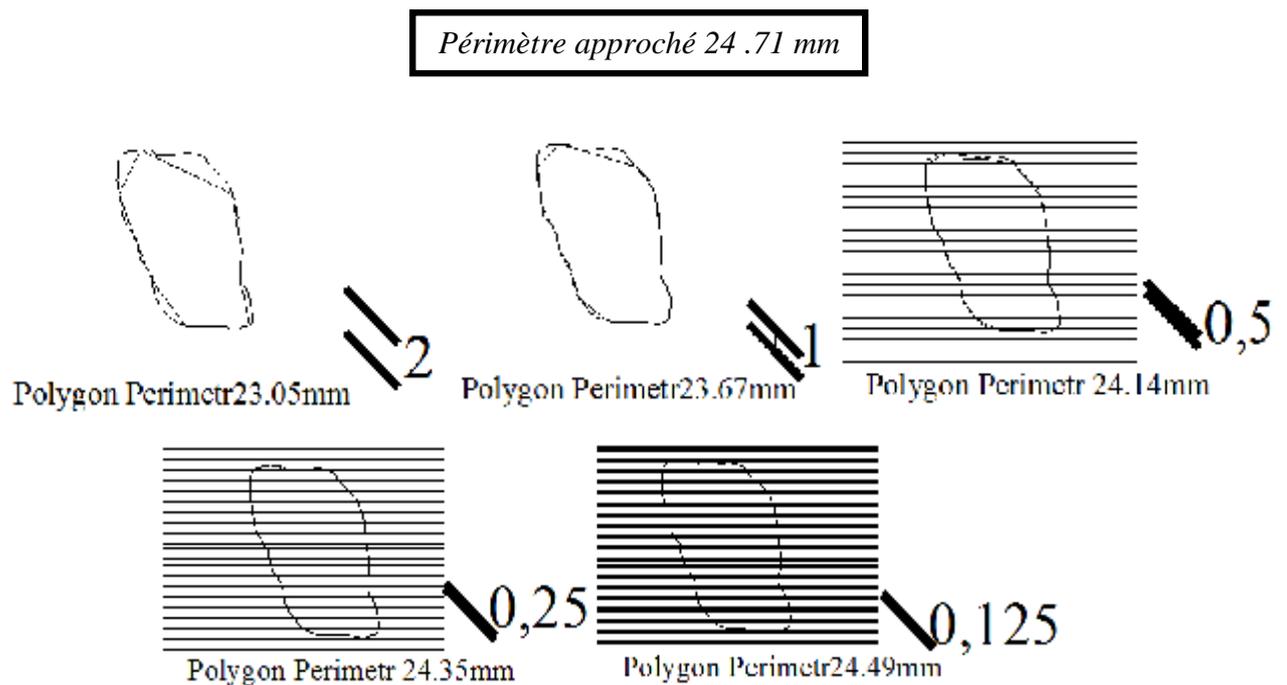


Ø Application de la méthode des lignes parallèles avant essai de cisaillement à l'état sec sous une contrainte normale de 100 KPa

a) pour un grain de 5 (mm)

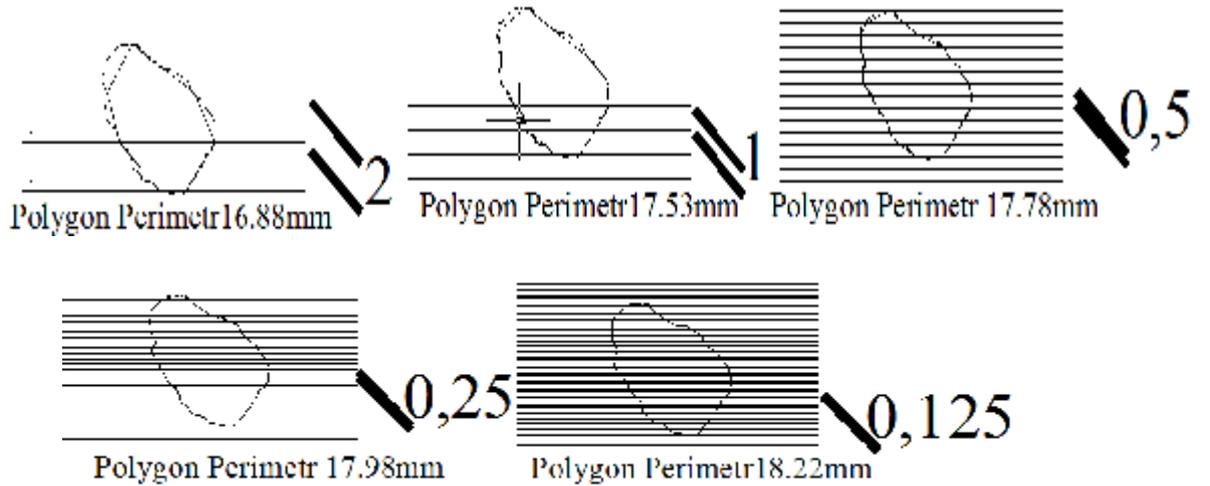


b) pour un grain de 4 (mm)



c) pour un grain de 3 (mm)

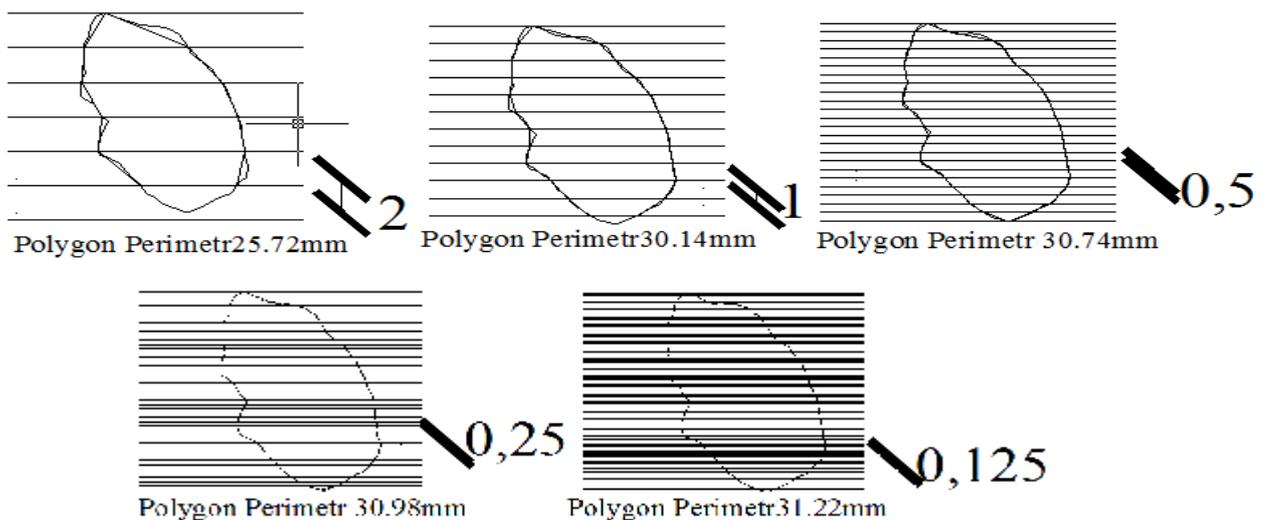
Périmètre approché 18.47 mm



§ après essai de cisaillement à l'état sec sous 100 KPa :

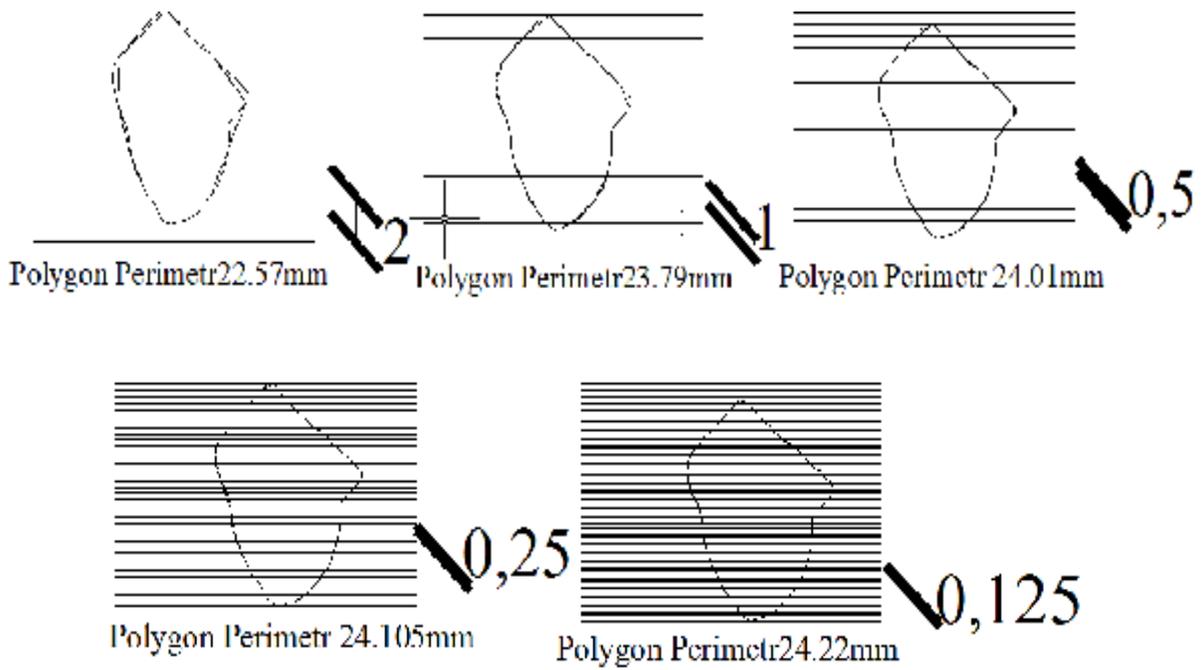
a) pour un grain de 5 (mm)

Périmètre approché 31.33 mm



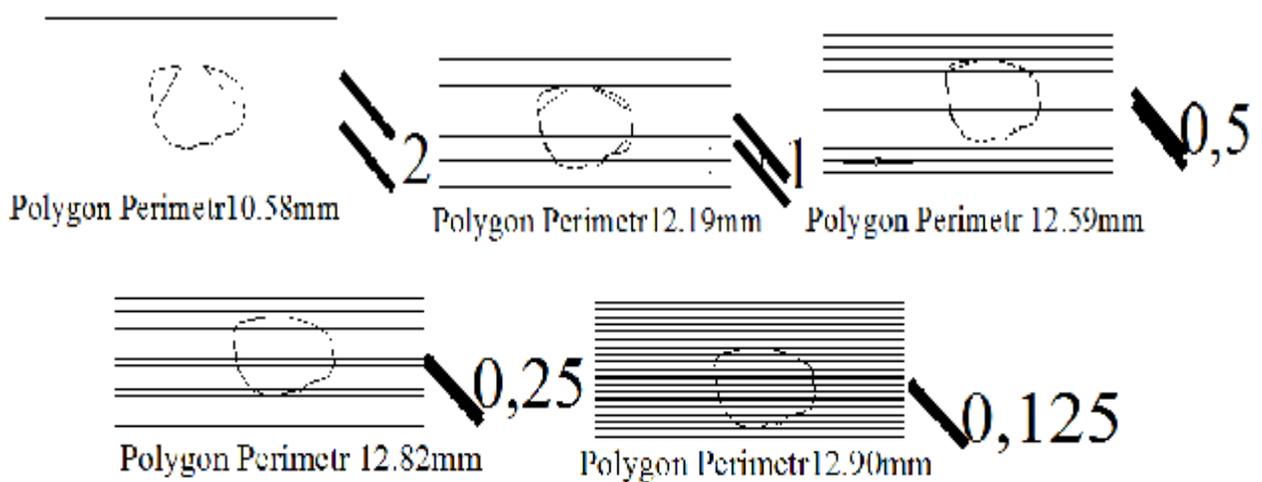
b) pour un grain de 4 (mm)

Périmètre approché 24 .33 mm



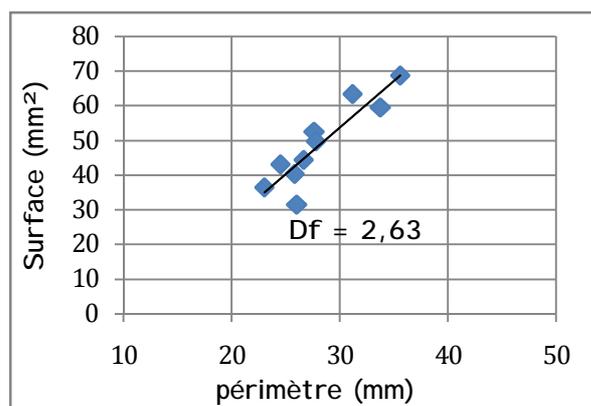
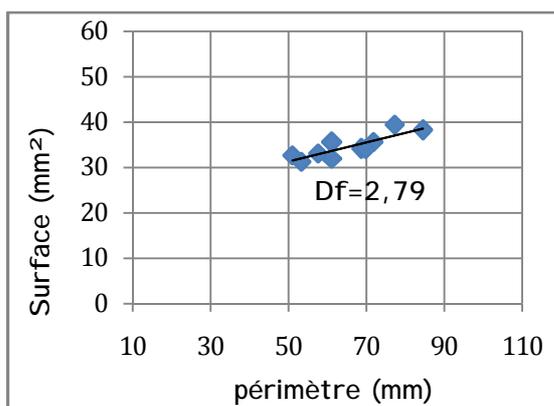
c) pour un grain de 3 (mm)

Périmètre approché 13 .01 mm

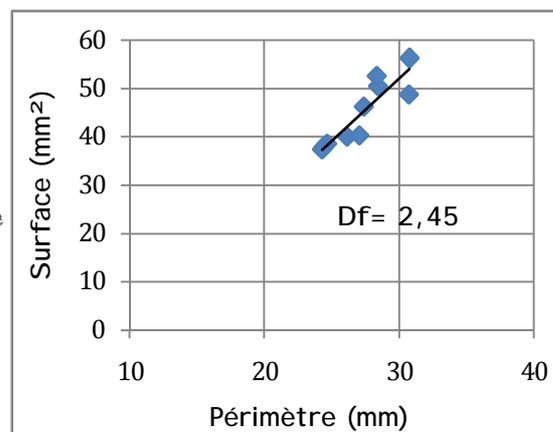
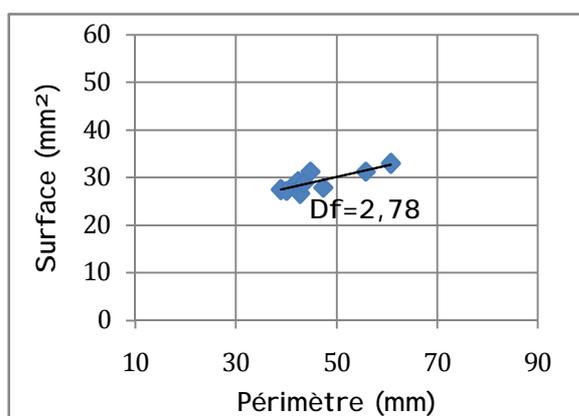


## Annexe B

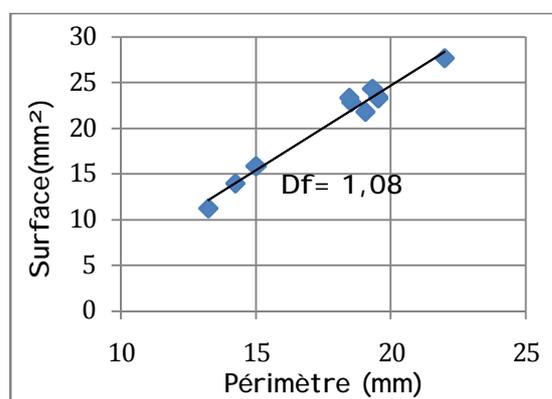
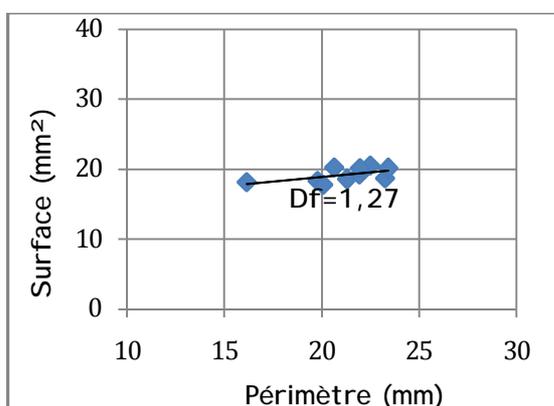
- › Nous présentons ci dessus les figures illustrant l'évolution de la Df avant et après les essais œdométriques sous trois cycles de chargement-déchargement, sous un seul chargement et sous chargement/déchargement respectivement avec la méthode (area-perimeter).



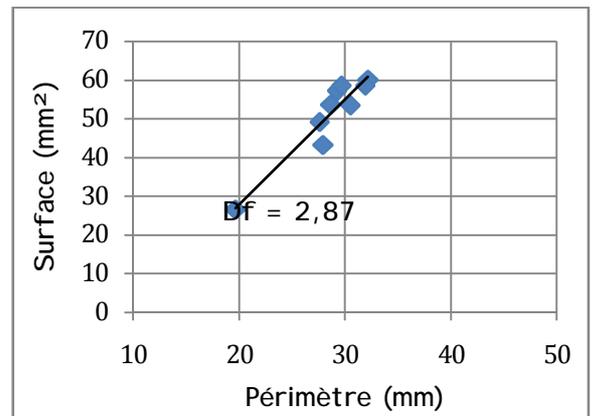
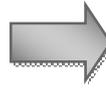
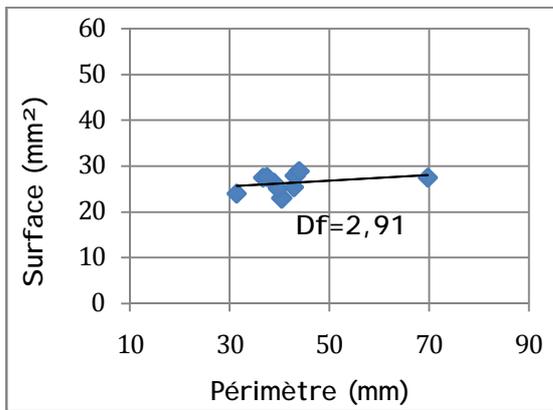
Les grains de 5 (mm)



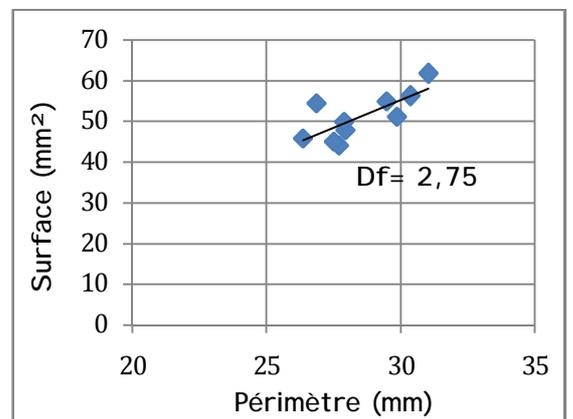
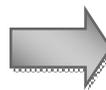
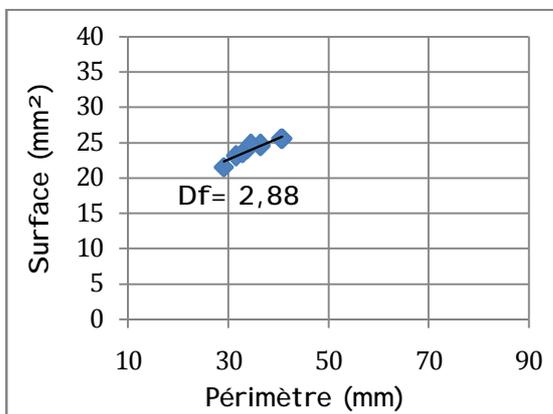
Les grains de 4 (mm)



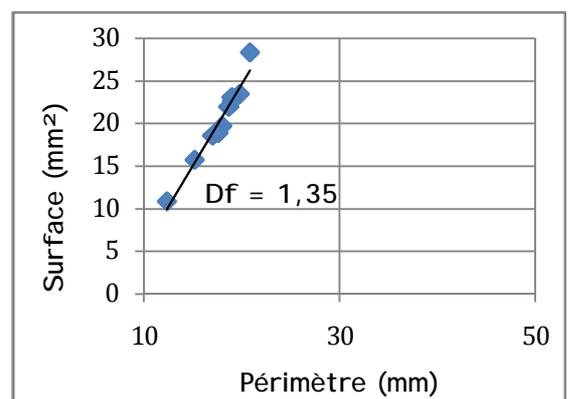
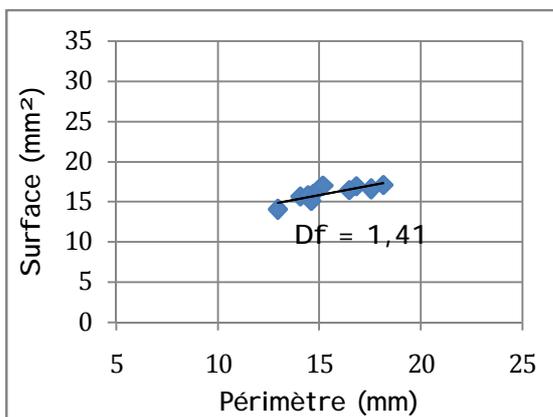
Les grains de 3,14 (mm)



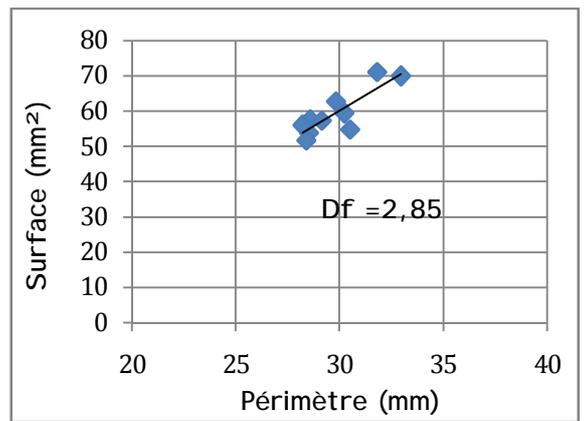
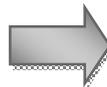
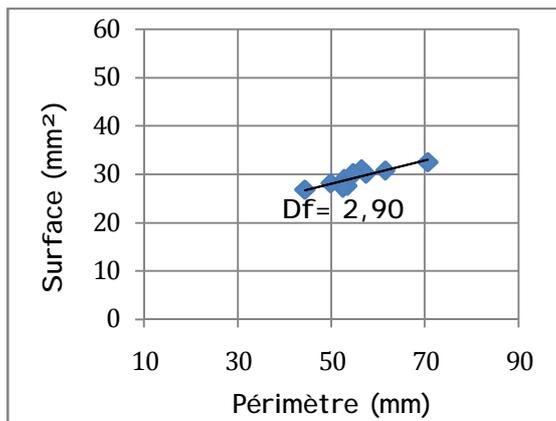
### Les grains de 5 (mm)



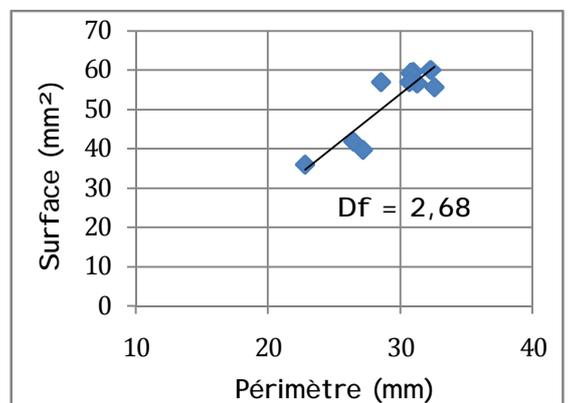
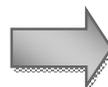
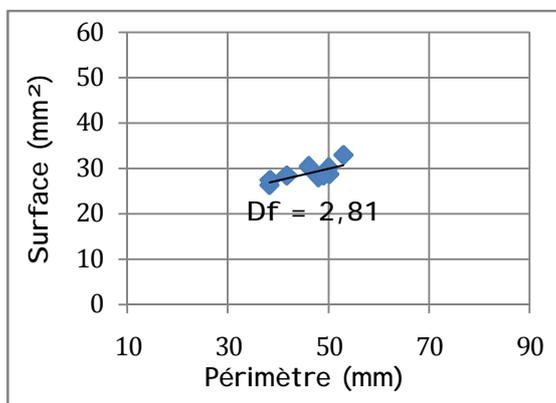
### Les grains de 4 (mm)



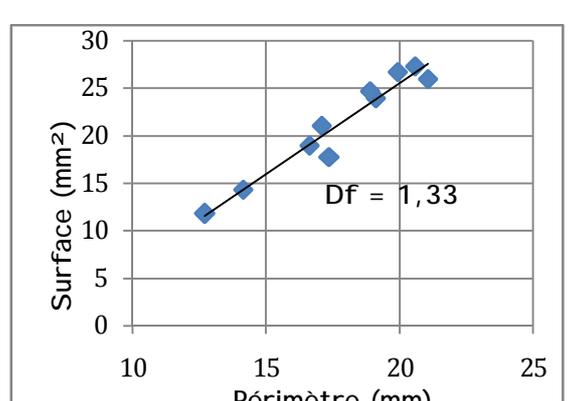
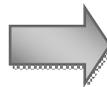
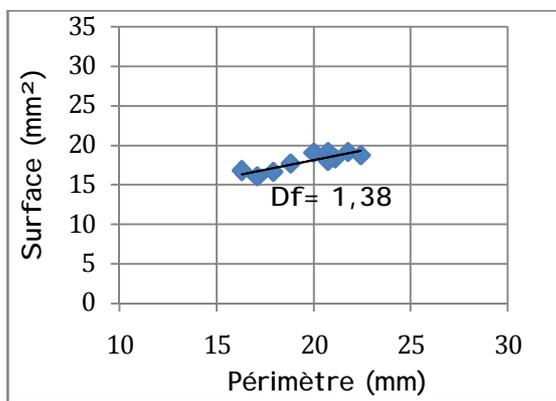
### Les grains de 3,14 (mm)



**Les grains de 5 (mm)**



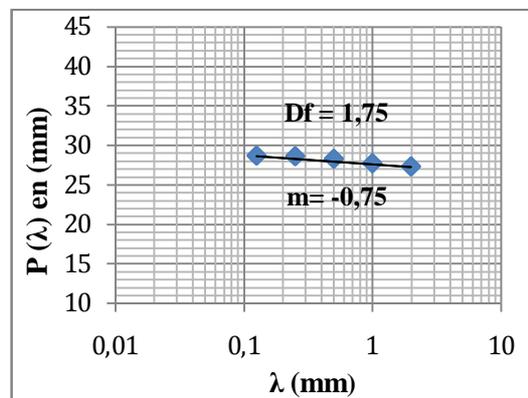
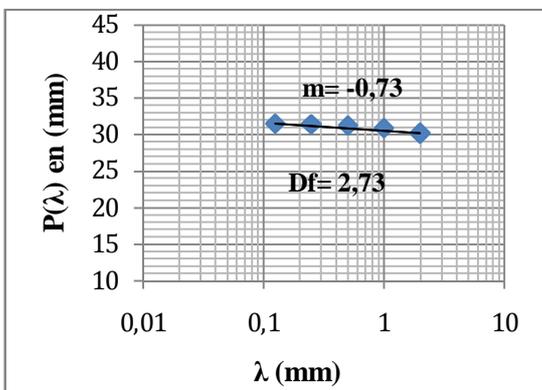
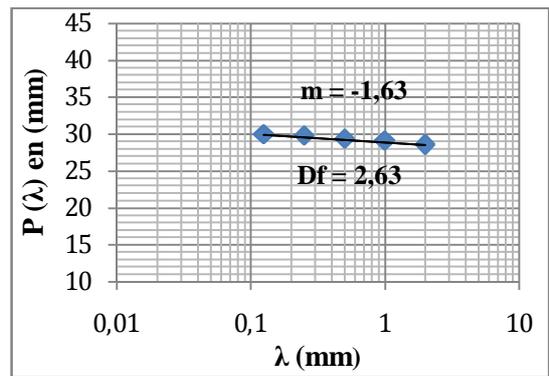
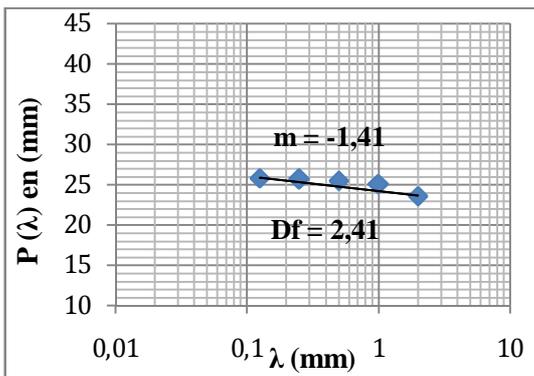
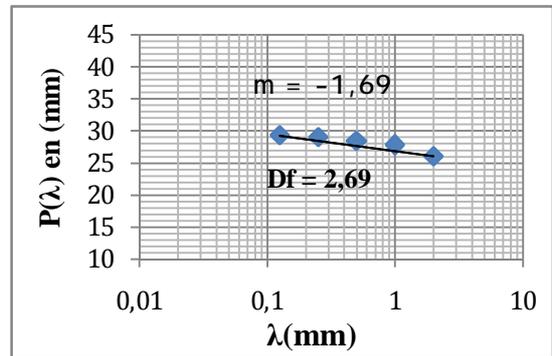
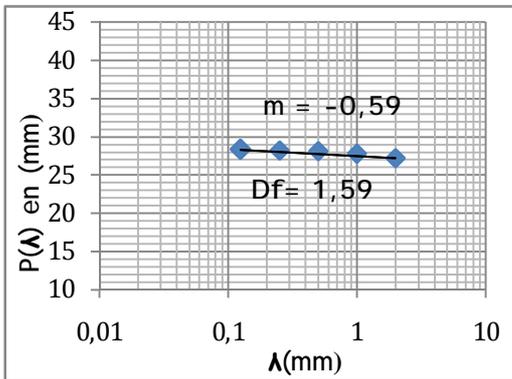
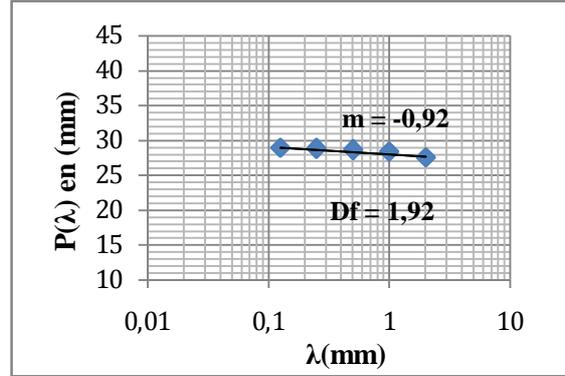
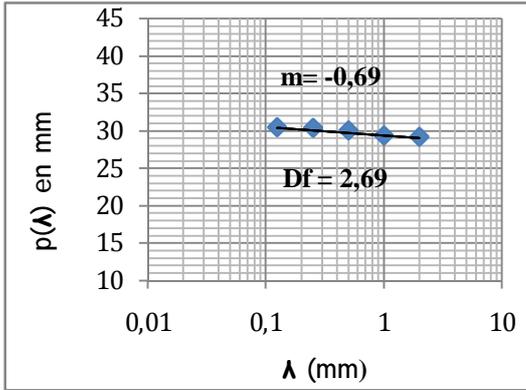
**Les grains de 4 (mm)**

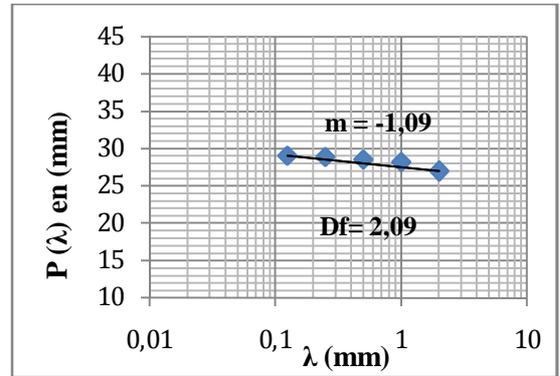
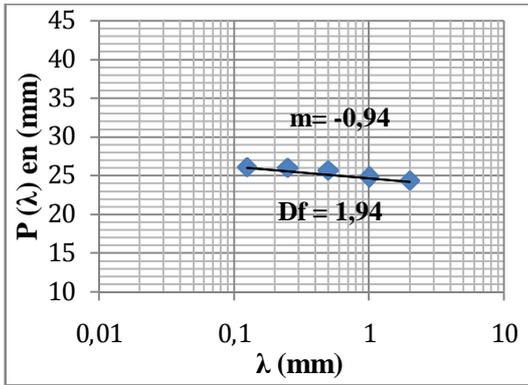


**Les grains de 3,14 (mm)**

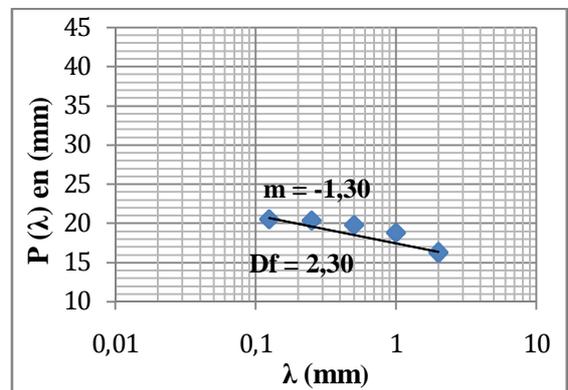
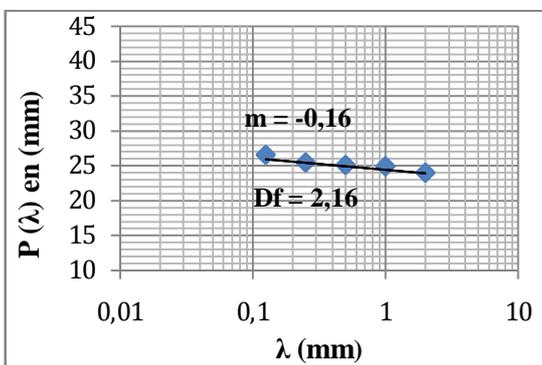
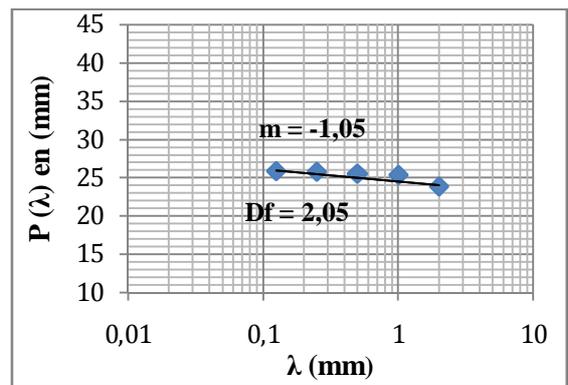
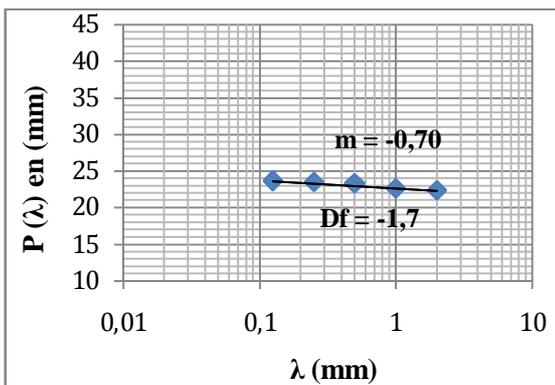
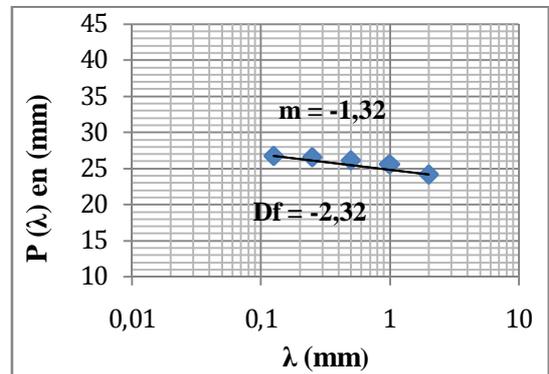
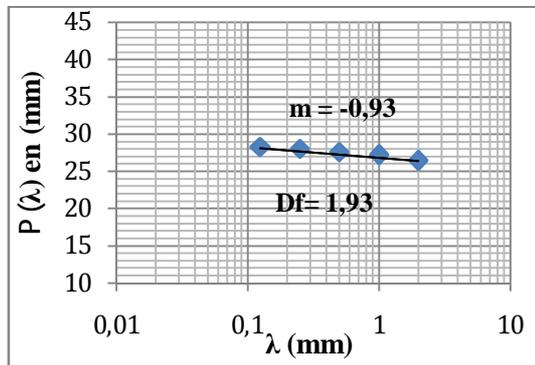
**Présentation des résultats concernant la détermination de la dimension fractale avant et après essai de cisaillement à l'état humide sous différentes contraintes de cisaillement.**

› Avant essai sous 100 KPa pour les grains de 5 (mm)

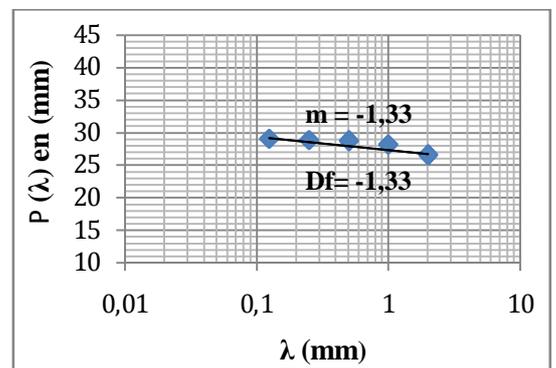
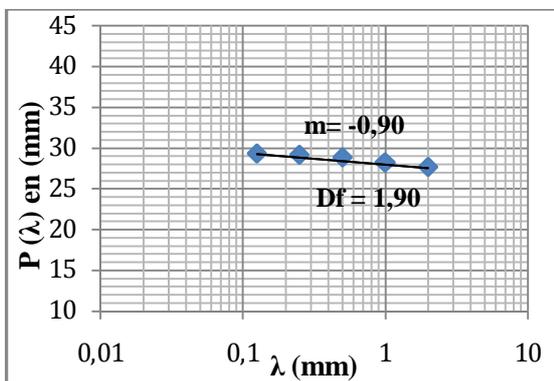
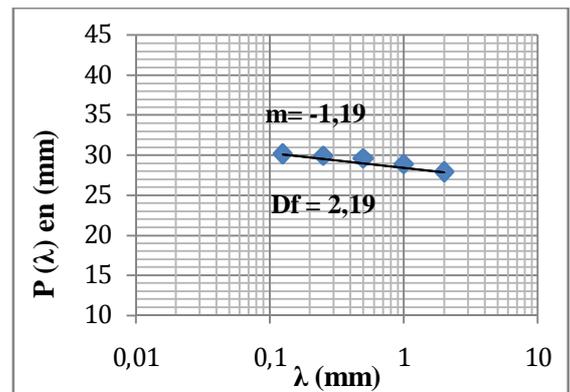
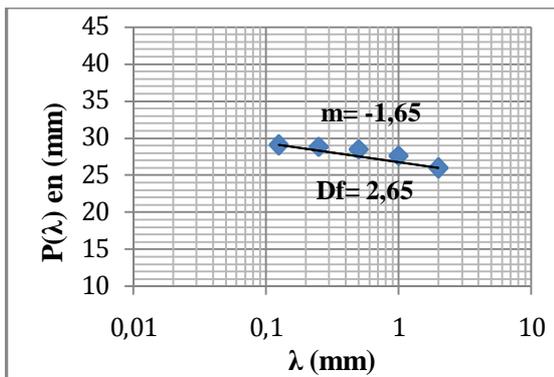
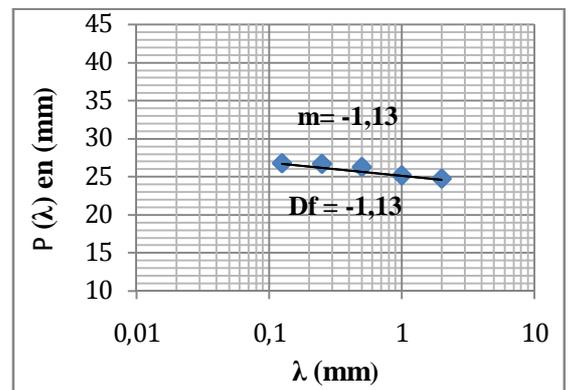
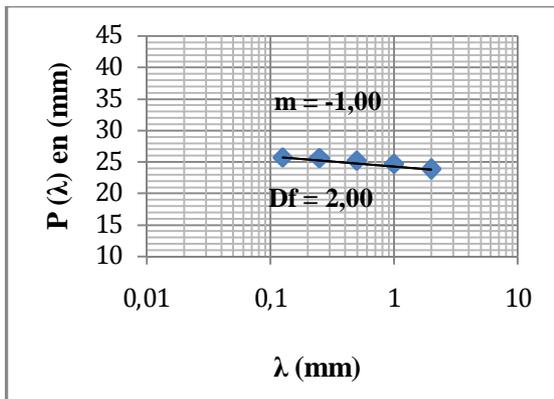
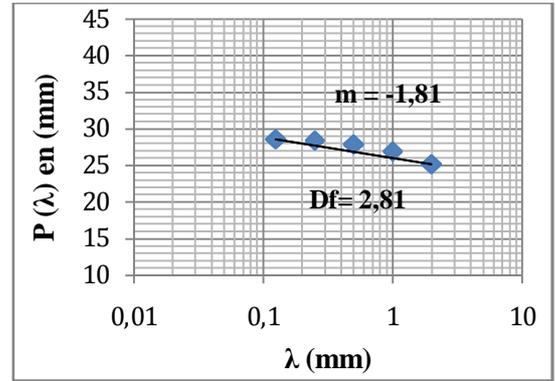
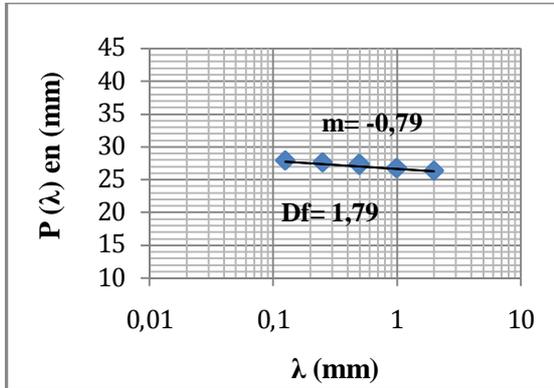


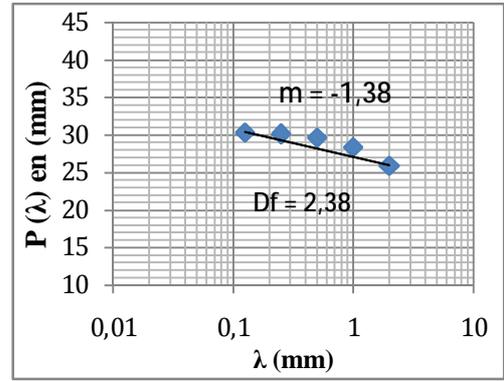
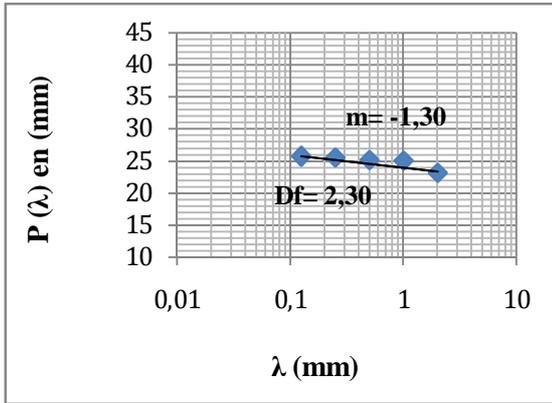


> *Après essai*



> Avant essai sous 100 KPa pour les grains de 4 (mm)





> *Après essai*

