MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MOULOUD MAMMERI, TIZI-OUZOU

FACULTE DU GENIE ELECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE
DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE

THESE DE DOCTORAT

SPECIALITE: ELECTROTECHNIQUE
OPTION: MACHINES ELECTRIQUES

Présenté par :

OULD OUALI Samy Hassani

Sujet :

INTEGRATION DE L'HYSTERESIS MAGNETIQUE DANS UN CALCUL ELMENTS FINIS EN VUE DE L'ESTIMATION DES PERTES DANS LES TOLES DES MACHINES ELECTRIQUES

Devant le Jury d'examen composé de :

M.Mohammed NEDJAR, Professeur, Université de Tizi-Ouzou,	**Président**
M. Hassane MOHELLEBI, Professeur, Université de Tizi-Ouzou,	**Rapporteur**
M. Rachid CHAIBI, Professeur, Université de Tizi-Ouzou,	**Co-Rapporteur**
M. Mouloud FELIACHI, Professeur, Université de Nantes,	**Examinateur**
M.Mohammed El Hadi LATRECHE, Professeur, Université de Constantine,	**Examinateur**
M. Souri Mohamed MIMOUNE, Professeur, Université de Biskra,	**Examinateur**

Soutenue le : 26 / 09 /2010

Dédicaces

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail :

A la mémoire :

- De mon père avec lequel je n'aurais pas le plaisir de partagé cet événement, mais qui est et qui demeurera dans mon cœur et à jamais. J'espère que je saurai à la hauteur des valeurs que tu as semé en nous.
- De celle que je pleure et que je pleurerai à tout jamais, tu me manque et c'est rien de le dire, la vie sans toi est fade. Difficile de prononcer ton prénom, parce que la blessure est encore béante et elle sera jusqu'au jour où je te rejoindrai.
- De ma tante et de ma grand-mère
- Damami et DaFerhat

A tous ceux qui ont perdu un être chèr.

Je le dédie aussi et surtout à celle qui est et qui sera un symbole de courage et qui m'a non seulement accompagné durant toutes les étapes de ma vie, mais aussi guidé et encouragé et n'a lésiner sur aucun moyen. Celle à qui je dois tout, même ma vie, mon adorable mère.

Je le dédie aussi à :

- Ma femme
- mes frères et sœurs
- mes neveux et nièces
- mes belles sœurs
- mes beaux frères
- mes oncles et tantes
- tous mes amis (es)
  Particulièrement :
- Aomar et son épouse
- Khaled, Meziane et leur famille
- Farid, Lamara, Athmane, Kamel, Hamou, Lyamine, Ahmed, Rezki, Slimane, Ali, nonor, khelifa, hakim, ghani, khaled…. Ainsi que leurs familles. Tous ne peuvent pas figurer sur cette liste mais sont à jamais dans mon cœur.

Sans oublier tous les enseignants qui ont contribué à ma formation, tous cycles confondus, je leur serai éternellement reconnaissant.

Remerciements

REMERCIEMENTS

Le présent travail a été réalisé au département d'Electrotechnique de la Faculté de Génie Electrique et Informatique à l'Université de Tizi-Ouzou avec la collaboration de l'équipe Modélisation et Simulation de l'IREENA (EA N° 1770) (Institut de Recherche en Electrotechnique, Electronique Nantes Atlantique) site de L'I.U.T de Saint-Nazaire dépendant de l'Université de Nantes. Cette coopération s'inscrit dans le cadre de projets de coopération Algéro-Francaise.

Je tiens à remercier de manière très particulière et à exprimer ma profonde reconnaissance à Monsieur MOHELLEBI Hassane , Professeur à l'université de Tizi-Ouzou, Directeur de thèse de m'avoir proposé et dirigé ce sujet, ainsi que pour sa disponibilité et son soutien indéfectible. J'apprécie fortement ses hautes qualités scientifiques et valeurs humaines. Les mots ne peuvent exprimer toute ma gratitude, car quelque soit la formulation adoptée ça sera très en dessous de la réalité.

Je tiens à remercier de manière très particulière et à exprimer ma profonde reconnaissance à Monsieur CHAIBI Rachid, Professeur à l'université de Tizi-Ouzou, Co-Directeur de thèse d'avoir contribué à la proposition et l'encadrement mon travail de thèse.

Mes remerciements vont aussi à Mr Mohamed el Hadi LATRECHE, Vice-Recteur à l'Université de Constantine et chef de projet accord-programme 00 MDU 647, pour son sens de la responsabilité et sa serviabilité.

J'adresse aussi mes remerciements à Mr Mohamed-El Hadi LATRECHE, Responsable de l'accord-programme en cours 00 MDU 497 pour m'avoir accepté en tant que membre de l'accord.

Je tiens aussi à remercier les responsables et l'ensemble du personnel du rectorat de l'Université, les responsables du département d'électrotechnique, de la faculté des sciences de l'ingénieur pour leur concours par leur sens du devoir et de responsabilité à la concrétisation de ce projet.

J'adresse mes vifs remerciements à Messieurs :

-NEDJAR Mohammed
-LATRECHE Mohamed El Hadi
-FELIACHI Mouloud
- MIMOUNE Souri Mohamed

Pour l'intérêt qu'ils ont manifesté en acceptant de faire partie du Jury de soutenance.

J'adresse aussi mes remerciements ;

- à l'ensemble de l'équipe du L.R.T.I-GE44 pour le travail de coopération réalisé ensemble ainsi que l'ambiance de courtoisie dont ont faits preuve les membres du laboratoire, particulièrement Monsieur FELIACHI à qui je veux exprimer ma profonde gratitude.

- Au responsable de l'electro industrie d'Azazga ainsi l'ensemble de l'équipe du laboratoire qui m'a accueilli et mis à ma disposition les moyens dont ils disposent.

- Mme Z. OUDNI pour sa collaboration fructueuses tant au niveau de l'électro-industrie d'Azazga, qu'au niveau de l'université Mouloud Mammeri de Tizi – Ouzou. Elle n'a ménagé aucun effort pour la concrétisation des expérimentations.

- Mr A. CHALLAL pour sa collaboration fructueuses, il n'a ménagé aucun effort pour la réalisation des expérimentations.

Sommaire

Chapitre II
Mise en œuvre du modèle de Preisach

Chapitre III
Equations de Maxwell et formulation éléments finis

Chapitre IV
Intégration du modèle d'hystérésis de Preisach dans le calcul par éléments finis

Introduction Générale

Les travaux de recherche à l'échelle internationale ne cesse de s'intensifier dans le domaine des matériaux au sein de toutes les disciplines des sciences qu'elles soient technologiques, biologiques, médicales …. Les travaux se focalisent principalement, dans le domaine des sciences technologiques, autour de la recherche de propriétés optimales mécaniques, électriques, magnétiques, thermiques, ce qui conduit généralement à la construction d'un problème dont les propriétés physiques du matériau (perméabilité magnétique, conductivité électrique, conductivité thermique, permittivité électrique …) sont dépendantes de la contrainte appliquée. Ceci nous amène au traitement d'un problème non-linéaire dont la résolution n'est possible, dans la plupart des cas, qu'en utilisant une méthode numérique appropriée. La modélisation des matériaux magnétiques est justement un domaine où cette situation se présente. Les travaux relatifs à la modélisation des matériaux magnétiques se traduisent par la recherche d'un modèle de perméabilité magnétique qui est fonction de l'inconnue du problème (induction magnétique) ou bien d'un modèle permettant le calcul de l'aimantation magnétique à chaque évolution de la source d'excitation (le champ magnétique). Dans le premier cas décrit, le modèle permet d'obtenir des points de fonctionnement situés sur la courbe de première aimantation alors que le deuxième cas de figure permet d'obtenir des points de fonctionnement sur tout le cycle d'hystérésis du matériau. Dans le cadre de ce travail nous nous sommes intéressés à une modélisation de matériaux magnétiques à travers la recherche du cycle d'hystérésis basé sur le modèle de Preisach. Plusieurs modèles d'hystérésis sont cités dans la littérature scientifique et principalement les modèles de Preiach et Jiles-Atherton Ces deux modèles de représentation de cycles d'hystérésis associés aux matériaux magnétiques sont les plus répondus dans la littérature scientifique. Dans notre travail, nous avons opté pour le modèle de Preisach exploitant une fonction de distribution dite ''Lorentzienne modifiée'' afin d'intégrer les contraintes que sont la température et la fréquence dans les paramètres de cette fonction, donc aussi de lier ces derniers à des grandeurs physiques.

Le physicien allemand Preisach a eu une idée originale pour la représentation du cycle d'hystérésis qui consiste à utiliser une approche statistique pour la représentation du phénomène d'aimantation. Le matériau étant considéré comme étant formé par des entités magnétiques et chaque entité est définie par un cycle élémentaire appelé hystéron ayant deux états d'aimantation. Un état haut et un état bas. L'aimantation globale consiste à trouver une loi de distribution, dite densité de distribution de Preisach, adaptée à chaque matériau, plusieurs types de distribution peuvent répondre à cette objectif : Gauss, Lorentzienne et Lorentzienne modifiée et il existe aussi des méthodes expérimentales pour déterminer cette distribution. Ce modèle sera utilisé afin de modéliser son comportement en tenant compte des contraintes telles que la fréquence et la température puis son association au calcul par éléments finis. L'effet de la rémanence sur le point de fonctionnement fera l'objet d'une investigation.

Disposé d'un outil d'évaluation des pertes dans les dispositifs électromagnétiques dès la phase de conception est d'un apport considérable dans l'optimisation de son dimensionnement et de son fonctionnement. Les pertes dans les matériaux magnétiques sont de deux natures. Les pertes par hystérésis et les pertes par courants de Foucault. Dans ce travail, nous présenterons une méthode d'évaluation de ces pertes basée sur le modèle de Preisach qui intègre l'effet de la température et l'effet de la fréquence sur le cycle d'hystérésis à travers les coefficients de la fonction de distribution dite de Lorentz modifiée.

L'effet de la rémanence sur le point de fonctionnement fera l'objet d'une investigation. Le point de fonctionnement d'un dispositif électromagnétique varie lorsque le matériau présente initialement une rémanence ou s'il est complètement désaimanté. Les calculs utilisant la courbe de première aimantation conduisent à des résultats qui peuvent être loin de la réalité. Aussi l'intégration du cycle d'hystérésis, dans un calcul par éléments finis, permettra de déterminer de manière rigoureuse le point de fonctionnement et donc une évaluation précise des pertes et des performances du système. Ce couplage hystérésis-éléments finis présente des difficultés liées à la complexité du phénomène et à la convergence du processus itératif [1]-[2].

Le présent travail est structuré de la façon suivante :

Le chapitre I concerne la présentation des matériaux magnétiques et les différents cycles d'hystérésis utilisé dans la littérature. pour la modélisation de leurs comportement magnétique.

Le chapitre II est consacré à la présentation et la mise en œuvre du modèle d'hystérésis de Preisach

Le chapitre III est réservé à la présentation des équations de Maxwell ainsi que la formulation éléments finis du problème électromagnétique

Le chapitre IV traite l'association au calcul par éléments finis du modèle d'hystérésis de Preisach et son application à un dispositif à induction magnétique

Cette étude se termine par une conclusion et des perspectives.

CHAPITRE I

Matériaux magnétiques et modèles d’hystérésis

Introduction

Il est connu qu'un courant électrique, le déplacement des électrons, produit un champ magnétique. C'est aussi le mouvement des électrons et la répartition électronique d'un atome qui détermine ces propriétés magnétiques. La rotation de l'électron autour du noyau engendre un moment cinétique orbital et un moment magnétique orbital, sa rotation autour de lui-même donne naissance aussi à un autre moment cinétique et magnétique dit de spin, le moment magnétique atomique est une composition des deux moments orbital et de spin.

I.1 Moment magnétique atomique

I.1.1 Moment magnétique de spin

En 1922, Otto Stern et Walter Gerlach lancent des atomes d'argent à travers un champ magnétique inhomogène pour les projeter sur un écran (figure I.1). Ils ont observé que ces atomes laissent deux taches symétriques.

Georg Uhlenbeck et Samuel Goudsmith proposent en 1925 une nouvelle hypothèse : les électrons sont pourvus de spin, attribué à un mouvement de rotation de l'électron autour de son axe, et disposent donc d'un moment magnétique, comme l'aiguille d'une boussole. Le spin d'une particule est un nombre entier ou demi-entier positif, noté s.

Bien que lié aux phénomènes de quantification du moment angulaire, le spin est bel et bien une propriété intrinsèque des particules. En particulier, il ne correspond à aucun mouvement de rotation hypothétique de ces particules.

Les particules possédant un spin demi-entier s'appellent fermions, celles ayant un spin entier s'appellent bosons. Plus spécifiquement :

- Spin 0 : le boson de Higgs, particule hypothétique, non encore découverte expérimentalement.
- Spin 1/2 : l'électron, le positron, le proton, le neutron, les neutrinos, les quarks, etc.
- Spin 1 : le photon, les bosons $W^{\pm}$ et Z^0 vecteurs de l'interaction faible.
- Spin 2 : le graviton, particule hypothétique vecteur de la gravitation.

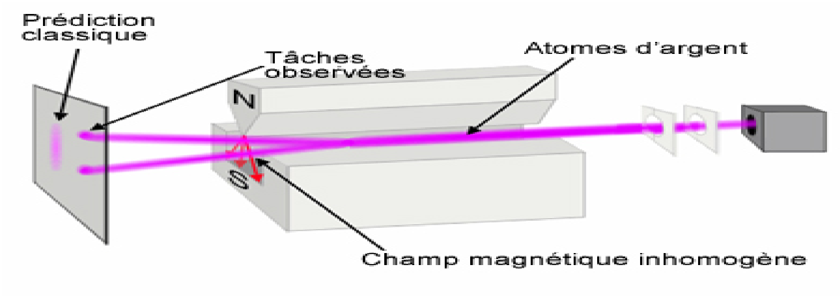


Figure I.1 : Dispositif expérimental d'Otto Stern et Walter Gerlach

Le spin de particules composées, comme le proton, le neutron, le noyau atomique ou l'atome, est constitué des spins des particules qui les composent auxquels s'ajoute le moment angulaire des particules élémentaires l'une par rapport à l'autre. Le moment cinétique de l'électron est :

$$L_s = s.\frac{h}{2\pi} \tag{I.1}$$

avec $s = \pm\frac{1}{2}$

A ce moment cinétique est associé un moment magnétique de spin donné par :

$$M_s = -\left(\frac{e}{m}\right).L_s \tag{I.2}$$

I.1.2 Moment magnétique orbital

On considère un électron qui gravite autour du noyau avec une vitesse linéaire $\vec{v}$ sur une trajectoire circulaire de rayon r (figure I.2)

$\left\|\vec{v}\right\| = r\omega_0$, avec ω_0 : vitesse de rotation de l'électron autour du noyau

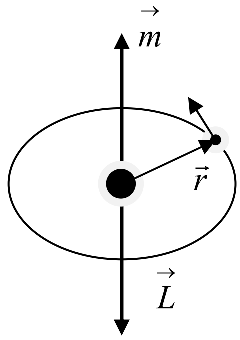


Figure I.2 : Représentation schématique du moment cinétique et orbital

Le moment cinétique orbital de cet électron est donné par :

$$\vec{L} = \vec{r} \wedge m_e \vec{v} = m_e r^2 \omega_0 \vec{n} \tag{I.3}$$

où $\vec{n}$ est la normale au plan contenant l'orbite.

L'orbite est assimilable à une boucle de courant dont le moment dipolaire magnétique est donné par :

$$\vec{\mu} = i.S.\vec{n} \tag{I.4}$$

S : surface délimitée par la trajectoire de l'électron, $S = \pi.r^2$

i : intensité du courant évaluée comme suit :

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{-e}{T} \tag{I.5}$$

T est la durée durant laquelle l'électron fait un tour donc, c'est la période temporelle du mouvement de l'électron autour du noyau.

$$T = \frac{2.\pi.r}{r.\omega_O} = \frac{2.\pi}{\omega_O} \qquad \text{d'où :} \qquad i = -e\frac{2.\pi}{\omega_O} \tag{I.6}$$

D'où le moment magnétique orbital est donné par :

$$\vec{m} = -\frac{e}{2}\omega_0 r^2 \vec{n} \tag{I.7}$$

Ainsi on peut trouver une relation entre $\vec{\mu}$ et $\vec{L}$:

$$\vec{m} = \gamma.\vec{L} \tag{I.8}$$

elle est valable même pour les atomes poly-électroniques.

où le rapport $\gamma = -\frac{e}{2m_e}$ est appelé *rapport gyromagnétique*.

En tenant compte de la quantification des niveaux d'énergie des orbites, l'électron ne peut graviter que sur certains niveaux discrets, les orbites correspondantes sont dites stables ou stationnaires. L'électron ne peut passer que d'un niveau à un autre en absorbant ou en émettant l'énergie correspondant à la différence des énergies des deux niveaux. Pour tenir compte de ce fait, Bohr a émet une hypothèse selon laquelle le moment cinétique est proportionnel à $h/_{2\pi}$ où h représente la constante de Planck.

$$L = n.\frac{h}{2\pi} \qquad (n=1, 2, \ldots) \tag{I.9}$$

$$\vec{m} = \gamma.\vec{L} \Rightarrow m = -\frac{e}{2.m_e}.n.\frac{h}{2\pi} \Rightarrow m = -n.\frac{e.h}{4\pi.m_e} \Rightarrow m = -n.\mu_B \tag{I.10}$$

$$\mu_B = 9{,}273.10^{-24} \ \text{A. m}^2 \tag{I.11}$$

μ_B est le moment magnétique élémentaire dit magnéton de Bohr.

La distribution électronique d'un atome est un facteur déterminant de son comportement magnétique à l'échelle atomique. L'interaction entre les moments magnétiques atomiques détermine le comportement magnétique d'un matériau à l'échelle mésoscopique. L'interaction des moments à l'échelle mésoscopique détermine le comportement macroscopique d'un matériau face à l'action d'un champ magnétique.

Chaque matériau a donc un comportement magnétique lié à sa nature, aussi pour les distinguer ils sont classés en familles et chacune d'elles a une réaction similaire à une excitation magnétique. C'est le rapport du champ magnétique de réaction au champ magnétique appliqué qui détermine la catégorie du matériau.

I.2 Matériaux magnétiques [1]

Des matériaux ont plus au moins la capacité de canaliser, concentrer, les lignes de champ magnétique; cela se répercute sur l'intensité de l'induction magnétique qui sera engendré par ce champ. Comme nous l'avons, vu les atomes ont un moment magnétique, cependant ce n'est pas tous les matériaux qui présente un champ intrinsèque non nul sous l'action d'un champ externe. Ceux qui présentent une aimantation non nulle sont dits matériaux magnétiques.

L'équation permettant de relier l'induction au champ magnétique est :

avec

$$\vec{B} = \mu_0.(\vec{H} + \vec{M}) \tag{I.12}$$

B : induction magnétique (*T*)

μ_0 : perméabilité magnétique du vide (*H/m*)

H : champ magnétique (*A/m*)

M : aimantation magnétique (*A/m*)

La quantité $\mu_0.\vec{M}$ représente la polarisation magnétique, qu'on note $\vec{I}$ ou $\vec{J}$

$$\rightarrow \vec{B} = \mu_0.\vec{H}\left(1 + \frac{\vec{M}}{\vec{H}}\right) \tag{I.13}$$

$$\rightarrow \vec{B} = \mu_0.\vec{H}(1 + \varkappa) \tag{I.14}$$

$\varkappa$ susceptibilité magnétique (sans dimension)

La quantité $(1+\chi)$ représente la perméabilité magnétique relative, qu'on note μ_r.

L'induction pour un champ magnétique donné est d'autant plus grande que la susceptibilité est élevée. La susceptibilité magnétique est en réalité un tenseur mais dans cette partie, on la considère comme une grandeur scalaire car on ne s'intéresse pas à sa variation en fonction de la direction de propagation du flux magnétique.

I.2.1 Famille de matériaux magnétiques

Les matériaux magnétiques sont classés en fonction de leur susceptibilité magnétique. Parmi ces matériaux on retrouve :

- Matériaux diamagnétiques
- Matériaux paramagnétiques
- Matériaux antiferromagnétiques
- Matériaux ferrimagnétiques
- Matériaux ferromagnétiques

I.2.2 Matériaux diamagnétiques

L'application d'un champ extérieur modifie l'orbite des électrons, ce qui a pour effet de produire un champ magnétique, moment magnétique, orbital dont le sens est à l'opposé de celui du champ qui lui a donné naissance. Aussi, sa susceptibilité est faible et négative. On peut noter aussi que pour ce genre de matériaux la susceptibilité magnétique est indépendante de la température, sauf dans un seul cas, à savoir, le cas des matériaux supraconducteurs. Si le moment magnétique atomique résultant est nul, le matériau est amagnétique (figure I.3).

I.2.3 Matériaux paramagnétiques

Dans ce genre de matériaux, les atomes ont un moment magnétique permanant, cependant les moments atomiques sont indépendants les uns des autres. A cause de l'agitation thermique, l'aimantation globale est nulle en absence de champ extérieur. En appliquant un champ magnétique à ce type de matériau, ses moments magnétiques permanents tendent à s'aligner dans le sens du champ extérieur appliqué. Leur susceptibilité magnétique est faible et positive et évolue selon la loi dite de Curie en fonction de la température, c'est-à-dire que la susceptibilité est inversement proportionnelle à la température (figure I.4).

Pierre Curie a établit en se basant sur des expériences que la susceptibilité magnétique des matériaux paramagnétiques est proportionnelle à l'inverse de la température absolue (Loi de Curie).

En se basant sur la statique de Boltzmann, Paul Langevin a réussit à démontrer théoriquement la loi empirique de Curie, il a considéré que l'aimantation est la résultante des forces magnétiques qui tendent à aligner les moments magnétiques et de l'agitation thermique qui introduit du désordre.

Soit un atome d'un matériau paramagnétique auquel on applique un champ magnétique H, l'énergie du système est alors définie comme suit :

$$W_m = -\mu_0.\vec{m}.\vec{H} = -\mu_0.m.H.\cos(\theta) \qquad \text{(I-15)}$$

avec :

θ : angle entre l'aimantation et le champ magnétique

En supposant que les moments magnétiques n'interagissent pas entre eux, Langevin a exploité la statistique de Boltzmann où la densité de probabilité d'un électron qui occupe un niveau d'énergie W_m est donnée comme suit :

$$P(W_m) = exp\left(-\frac{W_m}{W_T}\right) \quad \text{(I-16)}$$

où W_T représente l'agitation thermique donnée par la loi ci-après :

$$W_T = K.T \quad \text{(I-17)}$$

T : Température absolue et K la constante de Boltzmann

Le nombre de particules ayant l'énergie W_m contenues dans l'angle solide $2\pi \sin(\theta)d\theta$, est donné par :

$$dn = N_0.P(W_m).2\pi \sin(\theta)d\theta \quad \text{(I-18)}$$

N_0 : densité volumique des moments magnétiques dans le matériau

Pour le calcul de l'aimantation globale, Langevin a introduit une fonction dite de Langevin du type :

$$L(\lambda) = coth(\lambda) - \frac{1}{\lambda} \quad \text{(I-19)}$$

$\lambda = \frac{3mH}{KT}$ et $-1 < L(\lambda) < 1$

L'aimantation globale M(H) est donnée par la formule suivante:

$$M(H) = M_s.L(\lambda) \quad \text{(I-20)}$$

avec :

$$M_s = N.m \quad , \quad N = \int_0^{\pi} dn \quad \text{(I-21)}$$

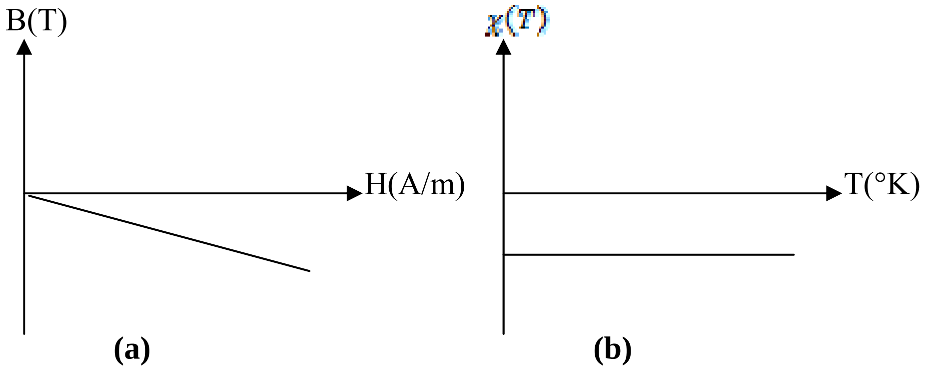


Figure I.3 : Evolution pour un matériau diamagnétique

(a) : de l'induction magnétique en fonction du champ magnétique appliqué

(b) : de la susceptibilité magnétique en fonction de la température

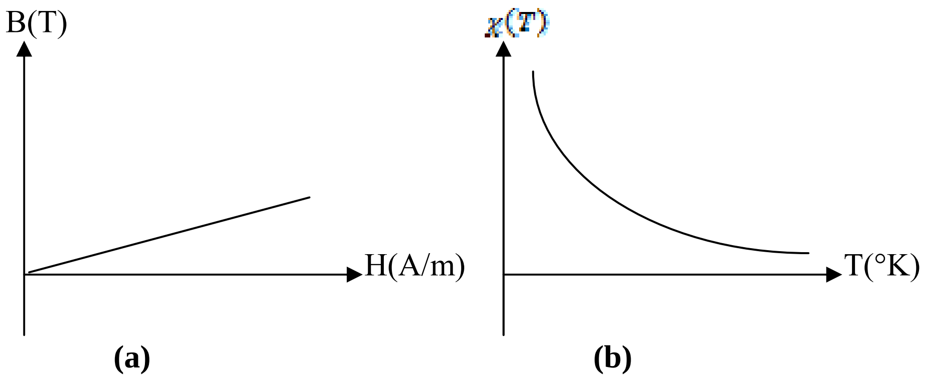


Figure I.4 : Evolution pour un matériau paramagnétique

(a) : de l'induction en fonction du champ magnétique appliqué

(b) : de la susceptibilité magnétique en fonction de la température

1.2.4 Matériaux antiferromagnétiques

Dans ce genre de matériaux, les atomes ont un moment magnétique permanant. Cependant les moments atomiques ont un couplage antiparallèle, ce qui donne une aimantation globale nulle en l'absence de champ extérieur (figure I.5).

L'augmentation de la température favorise l'aimantation en fragilisant le couplage entre les moments magnétiques, mais à partir d'une certaine température dite de Néel, l'agitation thermique annule le couplage entre les moments, d'où un comportement paramagnétique de ce matériau, à partir de cette température (figure I.6).

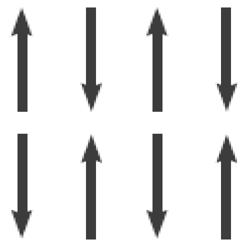


Figure I.5 : Schématisation de la structure en domaines d'un matériau antiferromagnétique

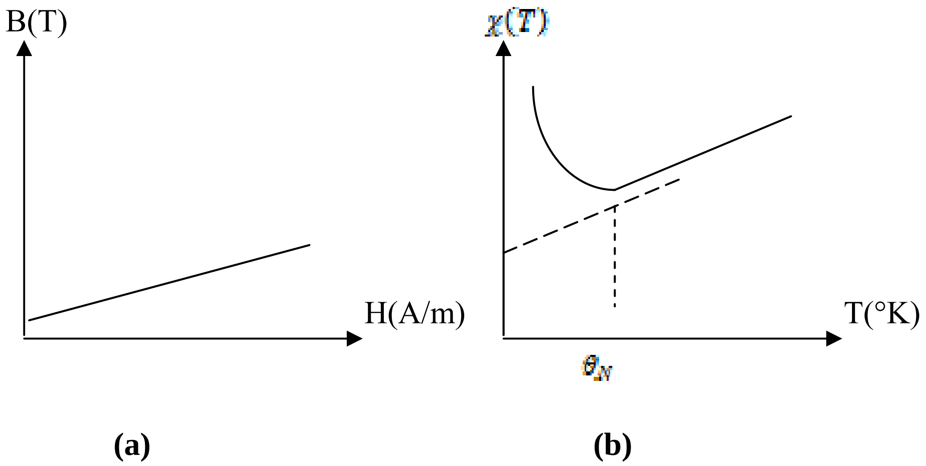


Figure I.6 : Evolution pour un matériau antiferromagnétique

(a)- de l'induction en fonction du champ magnétique appliqué

(b)- de la susceptibilité magnétique en fonction de la température

θ_N Température de Néel

1.2.5 Matériaux ferrimagnétiques

Sa structure cristalline est composée de deux structures de réseaux qu'on appellera A et B ayant des moments m_a et m_b de modules différents et avec des orientations antiparallèles. Aussi, ce matériau présente une aimantation globale non nulle même en l'absence d'un champ extérieur (Théorie de Néel) (figure I.7).

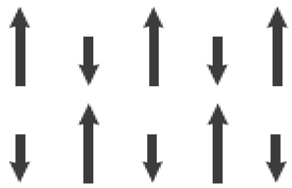


Figure 1.7 : Schématisation de la structure en domaines d'un matériau ferrimagnétique

1.2.6 Matériaux ferromagnétiques

Sa structure cristalline est composée d'une seule structure de réseau appelée domaine magnétique. Chaque domaine est caractérisé par un fort moment magnétique permanent. Ces moments sont liés entre eux, cependant à la température ambiante, l'agitation thermique est telle que le moment magnétique global est nul pour un matériau qui n'a jamais été soumis à l'action d'un champ externe.

Soumis à l'action d'un champ externe, ce matériau atteint une susceptibilité de l'ordre de 10^6

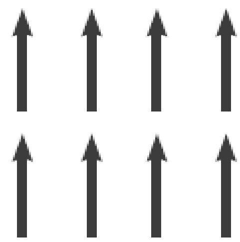


Figure I.8 : Schématisation de la structure en domaines d'un matériau ferromagnétique.

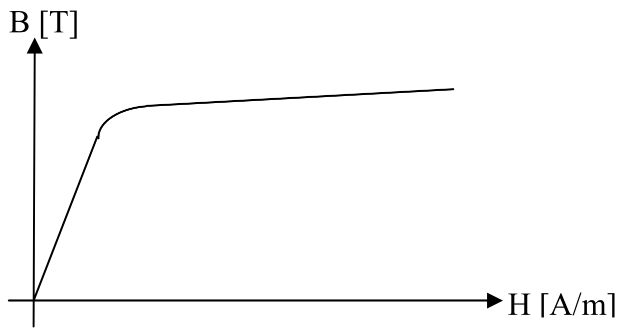


Figure I.9 : Evolution de l'induction en fonction du champ magnétique appliqué

Les tableaux I.1, I.2 et I.3 donnent quelques propriétés magnétiques de certains matériaux

Type de matériau	Susceptibilité magnétique	Exemples
Diamagnétiques	$\cong 10^{-5}$	Cu, Au
Ferrimagnétiques	$\cong$ 3000	FeO, MnO, ZnO
Ferromagnétiques	50 à 10^{5}	Fe, Ni, Co
Paramagnétiques	10^{-5} à 10^{-3}	Al, Pt

.Tableau I.1 : Susceptibilité magnétique des principaux types de matériaux magnétiques

Matériau	Aimantation à saturation	Induction à saturation
Fer	1,71 10^{6}	2,15
Cobalt	1,42 10^{6}	1,78
Nickel	0,48 10^{6}	0,6
78 Permalloy	0,86 10^{6}	1,08
Supermalloy	0,63 10^{6}	0,79
Amorphe metglas 2605	1,27 10^{6}	1,6
Amorphe metglas 2615	1,36 10^{6}	1,71
Permendur	1,91 10^{6}	2,4

Tableau I.2 : Aimantation et induction à saturation de quelques matériaux

Matériau	Température de Curie
Fer	770°C
Cobalt	1130°C
Nickel	358°C
Alnico	850°C
Ferrites dures	400-700°C
Ferrites baryum	450°C
Gadolinium	20°C
Amorphe metglas 2605	392°C

Tableau I.2 : Température de Curie de certains matériaux

1.3.1 Théorie des domaines magnétiques

La théorie des domaines magnétiques a été élaborée par Pierre Weiss en 1906 et 1907, sa contribution est prémonitoire en ce qui concerne le mécanisme de l'aimantation des matériaux ferromagnétiques. Il considère que le matériau est constitué de domaines où tous les moments atomiques permanents sont orientés dans le même sens; l'aimantation globale d'un domaine est dite aimantation spontanée. Les domaines sont séparés par des parois qui portent le nom de parois de Bloch et dont l'épaisseur est beaucoup plus petite que la taille des domaines. Dans les parois de Bloch, l'orientation de l'aimantation varie rapidement (figure I.10). Selon cette théorie, les domaines magnétiques se forment suivant un principe de l'énergie interne composé de quatre termes : l'énergie d'anisotropie magnéto-cristalline, l'énergie magnétostatique ou magnétique emmagasinée, l'énergie d'échange et l'énergie magnétostrictive

Figure I.10 : Visualisation des domaines magnétiques dans un échantillon de ferrite (microscope polarisé)

1.3.2 Adaptation de la théorie de Langevin par Weiss pour les matériaux ferromagnétiques

Weiss considère que contrairement à un matériau paramagnétique, dans un matériau ferromagnétique les moments ne sont pas indépendants et interagissent entre eux. En l'absence de champ extérieur, chaque domaine est soumis à l'action des autres moments en appliquant un champ $H_{int\,j}$ défini comme suit :

$$H_{int\,j} = \sum_i \alpha_{ji} . m_i \tag{I-22}$$

Donc en appliquant un champ extérieur H_{ext}, chaque domaine est soumis à un champ effectif qui est la composition du champ externe et des champs engendrés par l'action des autres domaines. Le champ effectif est ainsi donné par la formule suivante :

$$H_{eff} = H_{ext} + H_{int\,j} \tag{I-23}$$

d'où l'aimantation globale est déterminée par :

$$M(H) = M_s . \left[coth\left(\frac{H_{eff}}{a}\right) - \frac{H_{eff}}{a} \right] \tag{I-24}$$

avec $a = \frac{kT}{3m}$

1.4.1 Energie d'anisotropie magnéto-cristalline

Elle représente l'énergie nécessaire pour orienter les moments magnétiques atomiques suivant la direction des axes cristallographiques, la direction suivant laquelle, elle est minimale est dite direction de facile aimantation.

1.4.2 Energie magnétostatique ou magnétique emmagasinée

Cette énergie favorise le désalignement des moments magnétiques, par la création d'un champ de démagnétisation interne.

1.4.3 Energie d'échange

Cette énergie est due à l'interaction entre les moments magnétiques ; elle est minimale lorsque les moments magnétiques sont colinéaires, ce qui conduit à un état stable. Vu que les moments atomiques dans les parois de Bloch ne sont pas parallèles, cette énergie est plus importante dans les parois que dans le domaine.

1.4.4 Energie magnétostrictive

L'énergie magnéto-élastique crée un couplage entre les déformations du réseau cristallin et l'état d'aimantation. La magnétostriction qui en résulte est la conséquence de la forme non sphérique du nuage électronique de valence de certains matériaux. L'équilibre de ces formes d'énergie donne naissance aux domaines magnétiques et dicte leur taille à l'état désaimanté.

L'état global d'aimantation du matériau est donné par l'orientation relative de la direction de l'aimantation des domaines. À l'état désaimanté, l'orientation de l'aimantation de chaque domaine magnétique est non prédictible. La disposition des domaines est telle que la somme des moments magnétiques est nulle et l'aimantation globale résultante est nulle. À l'état aimanté à saturation, l'aimantation de tous les domaines magnétiques est alignée selon une direction unique.

1.5 Aimantation des matériaux ferromagnétiques et cycle d'hystérésis

En appliquant à un matériau ferromagnétique un champ magnétique, la variation de l'aimantation d'un échantillon ferromagnétique est due au déplacement des parois de Bloch. Cependant ces déplacements sont gênés par les défauts dans le réseau cristallin du matériau.

Ces défauts augmentent l’énergie nécessaire pour la magnétisation du matériau. En prenant un matériau magnétique qui n’a jamais été soumis à l’action d’un champ magnétique, l’aimantation en fonction de l’intensité du champ magnétique appliqué passe par trois étapes :

Etape 1 :

- Au fur à mesure que le champ augmente, les parois de Bloch ont d’abord un mouvement dit élastique réversible, l’énergie est insuffisante pour franchir la barrière de potentiel créée par le défaut où est ancrée la paroi. Le matériau peut donc retourner à son état magnétique initial si le champ appliqué est annulé (figure I.11).

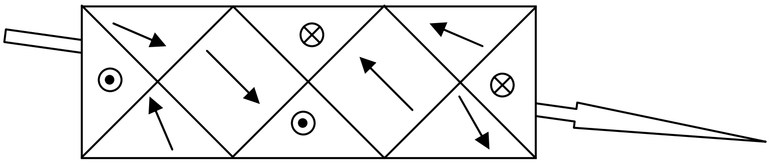


Figure I.11 : Début d’aimantation d’un matériau ferromagnétique (Aimantation réversible)

Etape 2 :

- Lorsque l’énergie du système devient suffisante pour franchir la première barrière de potentiel, le mouvement des parois devient irréversible, c'est-à-dire que le matériau ne peut pas retourner à son état magnétique initial et ce même si on annule le champ appliqué. L’aimantation résiduelle est dite aimantation rémanente, due au fait que les domaines ne peuvent revenir à leurs positions initiales. Pour annuler cette aimantation, il faudrait donc fournir une énergie pour forcer les domaines à revenir à leurs positions initiales et cela en appliquant un champ magnétique de sens inverse à celui qui a engendré l’aimantation rémanente, ce champ est dit champ coercitif (Figure I.12).

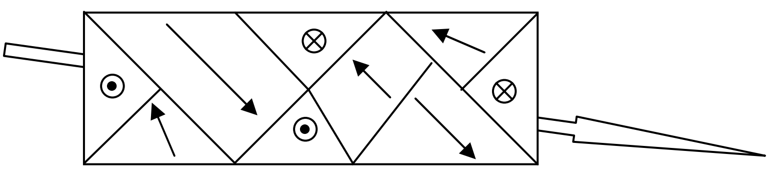


Figure I.12 : Début de l’aimantation irréversible

Etape 3 :

- Tous les moments spontanés de tous les domaines sont orientés dans le même sens, comme si le matériau n'est qu'un même domaine. Cependant l'aimantation globale du matériau n'est pas colinéaire avec le champ appliqué (Figure I.13).

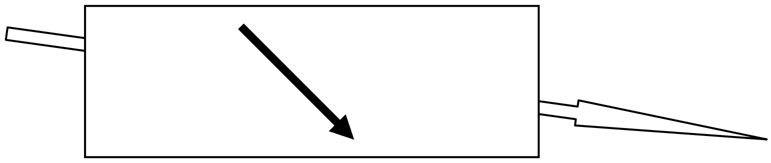


Figure I.13 : Aimantation de tout le matériau

Etape 4 :

- Aussi, l'augmentation de l'intensité du champ appliqué engendrera la rotation de l'aimantation pour s'aligner sur le champ, on parle alors d'aimantation à saturation (Figure I.14).

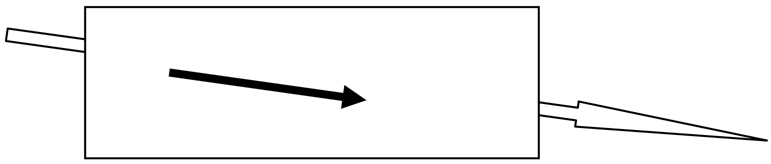


Figure I.14 : Alignement, par rotation, de tous les moments des domaines du matériau sur le champ externe.

Compte tenu de ces données, la réponse du matériau en induction à l'application d'un champ sinusoïdal de faible fréquence et d'amplitude capables de saturer l'échantillon est donnée qualitativement à la (figure I.15)

OA: le mouvement des parois est réversible

AB: le mouvement des parois devient irréversible

BC: rotation de l'aimantation pour s'aligner sur le champ magnétique appliqué

CD: en annulant le champ appliqué, il reste une aimantation résiduelle dite aimantation rémanente

DE: Pour annuler cette aimantation il faudrait donc fournir de l'énergie en appliquant un champ magnétique de sens inverse de celui qui a engendré l'aimantation rémanente, le champ capable d'annuler cette aimantation est dit champ coercitif.

La partie **EF** est similaire à la partie **HC** avec une polarisation inverse

La partie **FGH** est similaire à la partie **CDE** avec une polarisation inverse

La partie **OABC** est dite courbe de première aimantation

La partie **CDEFGHC** est dite cycle majeur d'hystérésis

La partie **CDEF** est dite branche descendante du cycle majeur d'hystérésis

La partie **FGHC** est dite branche ascendante du cycle majeur d'hystérésis

Si le champ maximal, H_{max}, appliqué n'est pas suffisant pour saturer le matériau, le cycle d'hystérésis engendré est dit cycle mineur centré.

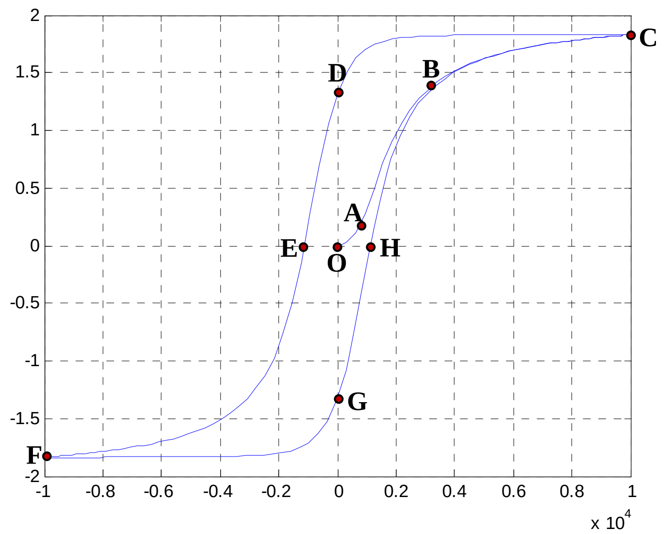


Figure I.15 : Différents étapes d'un cycle d'hystérésis magnétique.

1.6 Cycle mineur non centré.

Sur la branche descendante du cycle majeur dès que le champ atteint à H_1 on le fait croitre jusqu'à H_2 puis on le décroit jusqu'à atteindre $–H_{max}$. Ensuite on inverse la polarisation du champ dès que celui-ci atteint H_2 on le fait décroitre jusqu'à H_1 puis on l'augmente jusqu'à atteindre $+H_{max}$. les petits cycles décrits entre H_1 et H_2 sont dit cycles mineurs.

Deux cycles mineurs ayant les mêmes limites de champs magnétiques, comme dans notre cas H_1 et H_2, doivent être congruents. En faisant translater le cycle I sur le cycle II verticalement, on constatera une superposition parfaite de ces cycles (figure I-16).

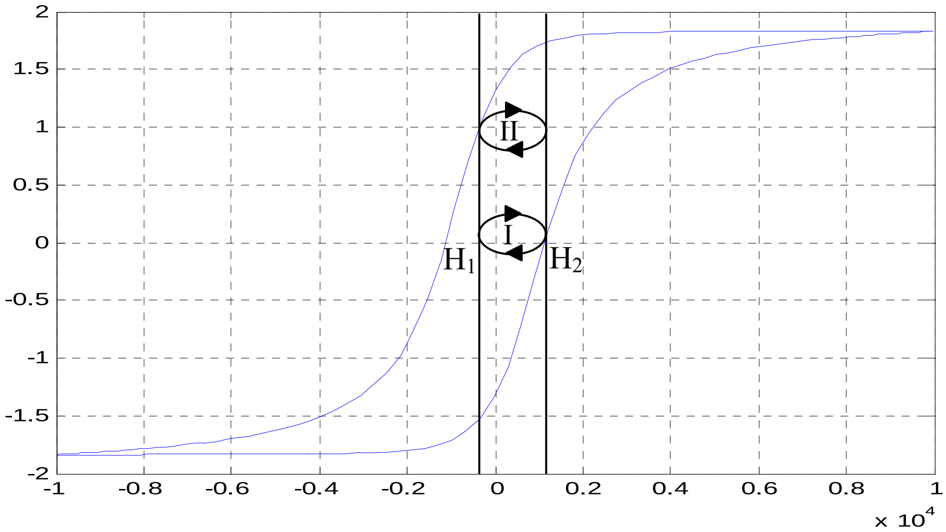


Figure 1.16 : Représentation de cycles mineurs

1.7 Modèle d'hystérésis

1.7.1 Modèle de Rayleigh [2]

Rayleigh propose une loi de variation de la perméabilité en fonction du champ magnétique :

$$\mu(H) = \mu_{in} + \eta.H \qquad \text{(I-25)}$$

μ_{in} : perméabilité initiale du matériau

η : constante dite de Rayleigh

1.7.1.1 Courbe de première aimantation :

La courbe de première aimantation s'obtient en exploitant la formule :

$$B(H) = \underbrace{\mu_{in}.H}_{\text{Composante réversible de l'induction}} + \underbrace{\frac{1}{2}\eta.H}_{\text{Composante irréversible de l'induction}} \qquad \text{(I-26)}$$

Cas de l'application d'un champ sinusoïdal :

H(t) = H_m.sin(ω.t)

avec ω et H_m : très faible et **B** varie entre **– B_{max}** et **B_{max}**

1.7.1.2 La courbe du cycle Majeur

Pour les valeurs de **H** croissante, **B(H)** est donnée par :

$$B(H) = (\mu_{in} + \eta H_{\max})H + \frac{1}{2}\eta.(H^2 - H_{\max}{}^2) \tag{I-27}$$

Pour les valeurs de H décroissante, B(H) est donnée par :

$$B(H) = (\mu_{in} + \eta H_{\max})H - \frac{1}{2}\eta.(H^2 - H_{\max}{}^2) \tag{I-28}$$

1.7.1.3 Détermination des paramètres du modèle de Rayleigh

Les paramètres du modèle de Rayleigh s'obtiennent en connaissant H_{max}, B_{max} et B_r

$$\eta = \frac{2B_r}{H_{\max}{}^2} \tag{I-29}$$

$$\mu_{in} = \frac{B_{\max}}{H_{\max}} - \eta.H_{\max}{}^2 \tag{I-30}$$

C'est un modèle très simple à mettre en œuvre et à intégrer dans un code de calcul de champ, cependant son domaine de validité reste restreint aux faibles intensités de champs et aux faibles fréquences.

Les figures I.17.a, I.17.b et I.17.c donnent respectivement l'évolution temporelle du champ magnétique appliqué au modèle de Rayleigh, l'évolution de l'induction magnétique et celle du cycle d'hystérésis. Ce test est effectué avec les données suivantes : B_s=0.35T, H_c=1500A/m, B_r=0.2T

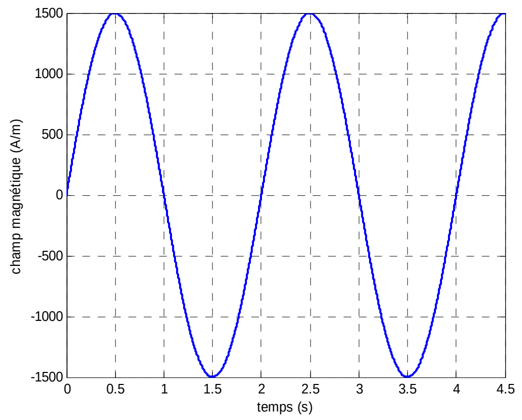


Figure I.17.a : Allure du champ magnétique appliqué pour modèle de Rayleigh

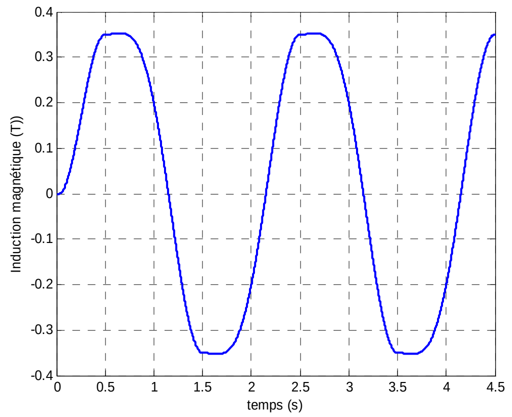


Figure I.17.b : Allure de l'induction magnétique obtenue en utilisant le modèle de Rayleigh

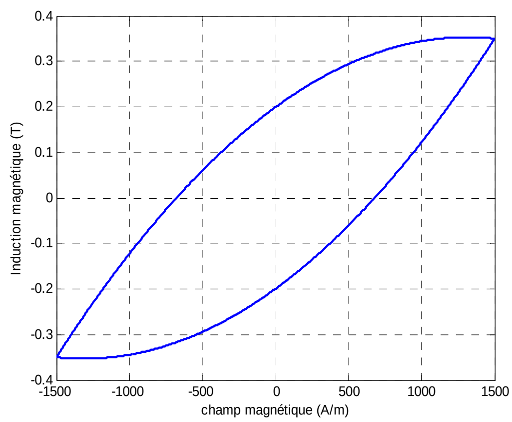


Figure I.17.c : Cycle d'hystérésis fourni par le modèle de Rayleigh

1.7.2 -Le modèle polynomial [3- 5]

C'est le plus simple des modèles, cependant il ne décrit que la courbe de première aimantation et de première désaimantation, mais il ne peut décrire ni le cycle majeur ni les cycles mineurs.

La loi de variation de l'induction magnétique B en fonction du champ magnétique H est sous la forme :

$$B(H) = K.H.^{1/n} \tag{I-31}$$

La figure I-18 donne les résultats de simulations de ce modèle pour des valeurs de n allant de 5 à 14.

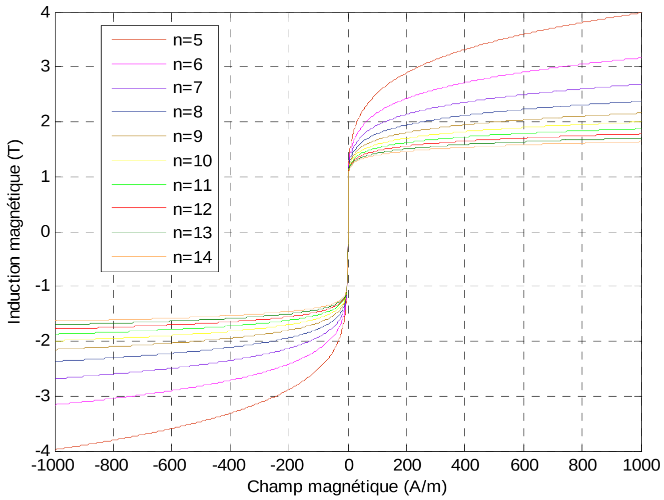


Figure I.18 : Cycles d'hystérésis obtenus en utilisant le modèle polynomial

1.7.3 Le modèle fractionnel

Ce modèle est basé sur un développement limité autour du point de saturation, aussi sa validité est restreinte aux champs proches de la saturation.

$$\mathrm{B(H)} = \mu 0.\mathrm{Ms.}\left[1 - \frac{\mathrm{a}}{\mathrm{H}} - \frac{\mathrm{b}}{\mathrm{H}^2} - \frac{\mathrm{c}}{\mathrm{H}^3} - .... - \frac{\mathrm{z}}{\mathrm{H}^{\mathrm{i}}}\right] + \mu 0.\mathrm{H} \tag{I-32}$$

On obtient donc :

$$M(H) = Ms.\left[1 - \frac{a}{H} - \frac{b}{H^2} - \frac{c}{H^3} - .... - \frac{z}{H^i}\right] \tag{I-33}$$

Ce modèle a été repris par d'autres chercheurs pour intégrer avec succès le champ coercitif Hc [5], le champ d'anisotropie H_k et le champ supplémentaire H_n. Le modèle ainsi proposé par ces auteurs prend la forme suivante :

$$M(H) = Ms.\left[1 - \frac{a}{H + H_n \pm H_c} - \frac{b}{(H + H_k)^2}\right] \quad \text{(I-34)}$$

+Hc : Pour les valeurs croissantes de H

-Hc : Pour les valeurs décroissantes de H

1.7.3.1 Détermination de a et b

La détermination des constantes a et b se base sur la connaissance des points (M=0, H=-H_c) et (M=M_r, H=0), cela nous permet de déduire un système de deux équations (I-35 et I-36) dont les inconnues sont les constantes recherchées.

$$M(H = -Hc) = Ms.\left[1 - \frac{a}{H_c} - \frac{b}{(H_c + H_k)^2}\right] = 0 \quad \text{(I-35)}$$

$$M(H = 0) = Ms.\left[1 - \frac{a}{H_n + H_c} - \frac{b}{(H_k)^2}\right] = Mr \quad \text{(I-36)}$$

1.7.4 Le modèle de Frolich [7]

Ce modèle est conçu pour décrire la courbe de première aimantation en agissant sur deux paramètres α et β. Il est donné comme suit :

$$B(\mathbf{H}) = \frac{H}{\alpha + \beta.|H|} \quad \text{(I-37)}$$

Akbaba [7] a réussi à introduire le champ coercitif pour la description du cycle majeur, de plus il a amélioré la précision de la courbe de première aimantation en considérant deux modèles dont l'un est exploité avant le point de saturation et l'autre une fois que la saturation est atteinte. Il ne décrit cependant pas les cycles mineurs.

$$B(\mathbf{H}) = \begin{cases} \dfrac{H}{a_1 + b_1.|H|} & B \le B_s \\ Bs + \dfrac{H - Hs}{a_2 + b_2.|H|} & B > B_s \end{cases} \quad \text{(I-38)}$$

Pour les matériaux ferromagnétiques, le champ coercitif a été intégré dans ce modèle comme suit :

1.7.4.1 Branche montante

Elle est donnée par l'équation suivante :

$$B(\mathbf{H}) = \frac{H - Hc}{\alpha + \beta.|H - Hc|} \quad \text{(I-39)}$$

1.7.4.2 Branche descendante

Elle est donnée par l'équation suivante :

$$B(\mathbf{H}) = \frac{H + Hc}{\alpha + \beta.|H + Hc|} \quad \text{(I-40)}$$

1.7.4.3 Détermination de α et β

L'exploitation des points $(H_1, B_1)=(B_r, 0)$ et $(H_2, B_2)=(B_s, H\rightarrow\infty)$, nous permet de déduire les constantes α et β en fonction du champ coercitif et les inductions maximale et rémanente, comme cela est indiqué par les équations (I-41) et (I-42).

Nous obtenons

$$\alpha = Hc\left(\frac{1}{B_r} - \frac{1}{B_s}\right) \quad \text{(I-41)}$$

$$\beta = \frac{1}{B_s} \quad \text{(I-42)}$$

La figure I.19, donne une réponse du modèle à une excitation magnétique.

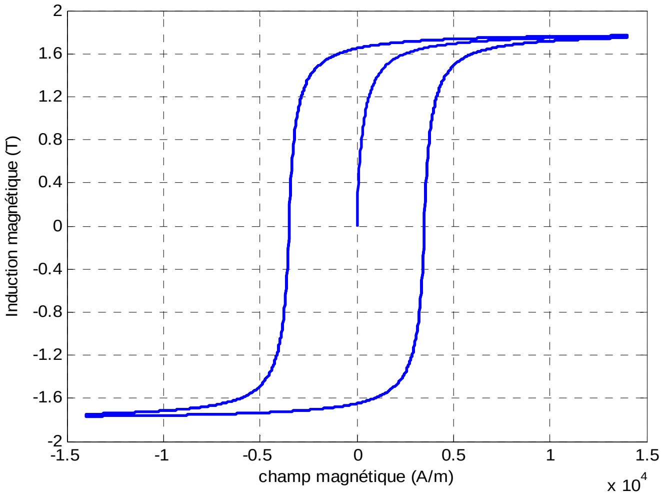


Figure I.19 : Cycle d'hystérésis obtenu à partir du modèle de Frolich

1.7.5 Le modèle à fonction et à série de fonction

Le cycle d'hystérésis est approximé par une fonction ou une série de fonction. Ils permettent de décrire le cycle majeur voir même les cycles mineurs pour certains modèle.

1.7.5.1 Modèle à fonction exponentielle

Ce modèle peut être du type indiqué par l'équation suivante :

$$B(H) = B_s . e^{\left(\frac{H}{a+b.H}\right)} \quad \text{(I-43)}$$

1.7.5.2 Modèle à série exponentielle

L'induction magnétique pour une excitation est donnée par la relation suivante :

$$B(H) = \sum_{i=0}^{i=N} \alpha_i \left(1 - e^{(-\beta_i . H)}\right) \quad \text{(I-44)}$$

1.7.5.3 Modèle à série Trigonométrique [7]

Ce modèle peut être du type indiqué par l'expression suivante :

$$B(H) = \sum_{i=0}^{i=N} B_i . \tan^{-1}\left(\frac{H}{H_i}\right) \quad \text{(I-45)}$$

Les paramètres de ces modèles n'ont pas de signification physique.

Un autre modèle de type trigonométrique, qui exprime l'aimantation en fonction du champ magnétique H, du champ coercitif H_c et des aimantations à saturation M_s et rémanente M_r est donné par l'équation suivante :

$$M(H) = \frac{2}{\pi}.M_s.\tan^{-1}\left(\frac{H}{H_c} \pm 1\right).\tan\left(\frac{\pi M_r}{2.M_s} \pm 1\right) \tag{I-46}$$

Les cycles mineurs se calculent par **[8]** :

$$M(H) = \frac{2K}{\pi}.M_s.\tan^{-1}\left(\frac{H}{H_c} \pm 1\right).\tan\left(\frac{\pi M_r}{2.M_s} \pm 1\right) \pm (1-K).M_r \tag{I-47}$$

avec $M_{r\,n}$: Aimantation rémanente des cycles mineurs considérés.

$$K = \frac{M_r + M_{rn}}{2.M_r} \tag{I-48}$$

La figure I.20 donne la réponse du modèle décrit par l'équation (I.46), il ne reproduit que le cycle majeur,

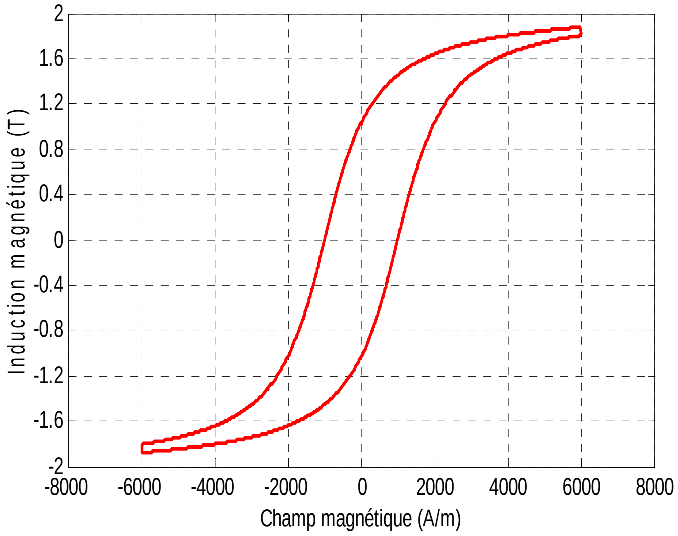
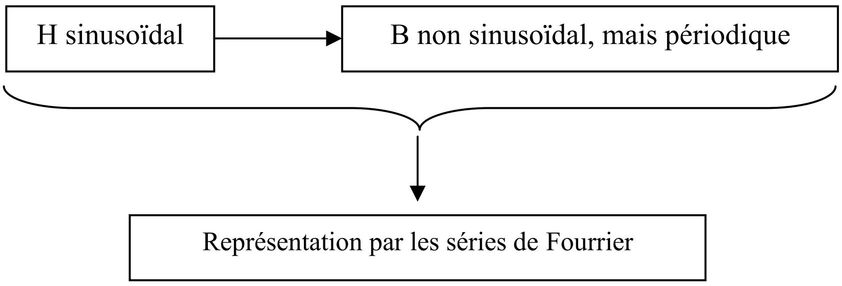


Figure I.20 : Cycle d'hystérésis du modèle à série trigonométrique.

1.7.6 Le modèle avec les séries de Fourrier [9, 10]

L'induction étant périodique, même si elle n'est pas sinusoïdale, elle est décomposable en série de fourrier. Le cycle d'hystérésis est généré sur la base de la connaissance de points expérimentaux de la courbe de première aimantation. Aussi la précision de ce modèle est liée au nombre de points expérimentaux pris en compte.



$$B(H) - B_s = \sum_{i=0}^{i=N} \gamma_{2j+1}.\sin\left(\frac{(2j+1).\pi}{4.H_s}(H - H_s)\right) \tag{I-49}$$

$$\gamma_{2j+1_s} = \frac{.16.H_{\max}}{[(2j+1)\pi]^2}\left[\alpha_n.\sin\left[(2j+1)\frac{\pi}{2}\right] + \sum_{k=1}^{N-1}(\alpha_k - \alpha_{k+1}).\sin\left[(2j+1)\frac{\pi}{4}\right]\right] \tag{I-50}$$

Les coefficients α_i , se déduisent de la courbe de désaimantation et d'aimantation du matériau, ils représentent la pente entre deux points de mesure successifs.

Ce modèle ne permet de décrire que le cycle majeur de la courbe d'hystérésis.

1.7.7 Le modèle à fonctions auxiliaires

Basé sur la représentation M=f(H), donnée dans le modèle fractionnel, l'aimantation M est décrite par une fonction polynomiale du second ordre :

$$M(H) = \frac{a_1.H + a_2.H^2}{1 + b_1.H + b_2.H^2} \tag{I-51}$$

$$\text{avec}\begin{cases} a_1. = \chi & b_1 = \dfrac{\chi + \alpha.\eta}{M_s - \chi.\alpha} \\ a_2 = \dfrac{M_s.\eta + \chi^2}{M_s - \chi.\alpha} & b_2 = \dfrac{M_s.\eta + \chi^2}{M_s.(M_s - \chi.\alpha)} \end{cases} \tag{I-52}$$

χ. : susceptibilité magnétique initiale du matériau

α : constante de Néel

η : constante de Rayleigh

L'amélioration apporté par Rivas pour la description du cycle majeur

$$g_1(H) = \frac{B^- + B^+}{2} \tag{I-53}$$

$$g_2(H) = \frac{B^- - B^+}{2} \tag{I-54}$$

B^+ : Branche montante du cycle majeur

B^- : Branche descendante du cycle majeur

D'où

$$B(H) = \begin{cases} g_1 + g_2 & si \;\; H \;\; est \;\; croissant \\ g_1 - g_2 & si \;\; H \;\; est \;\; décroissant \end{cases} \tag{I-55}$$

$$g_1(H) = \mu_0 \left[H + \frac{a_1.H + a_2.H.|H|}{1 + b_1.|H| + b_2.H^2} \right] \tag{I-56}$$

$$g_1(H) = \mu_0 \left[\frac{c_1.\left(H_s - |H|\right) + c_2\left(H_s^2 - H^2\right)}{1 + b_1.|H| + b_2.H^2} \right] \tag{I-57}$$

b_1 et b_2 sont les mêmes grandeurs que précédemment.

a_1, a_2, c_1 et c_2 sont déterminés à partir de relevés expérimentaux.

Autre identification de g1 et g2

$$g_1(H) = \mathbf{B_s} . \tan^{-1}\left(\frac{H}{H_s} \right) \tag{I-58}$$

$$g_2(H) = \frac{\mathbf{B_s}}{H_\mathbf{s}} \cdot \frac{1}{1+(H/H_s)^2} - \left.\frac{\partial g_1}{\partial t}\right|_{H=H_s} \tag{I-59}$$

Essai : le modèle simulé est celui donné par l'équation (I.51), pour B_s=1,5T, H_c=5000A/m, B_r=1T, la figure I.21 donne la courbe de première aimantation issue de ce modèle.

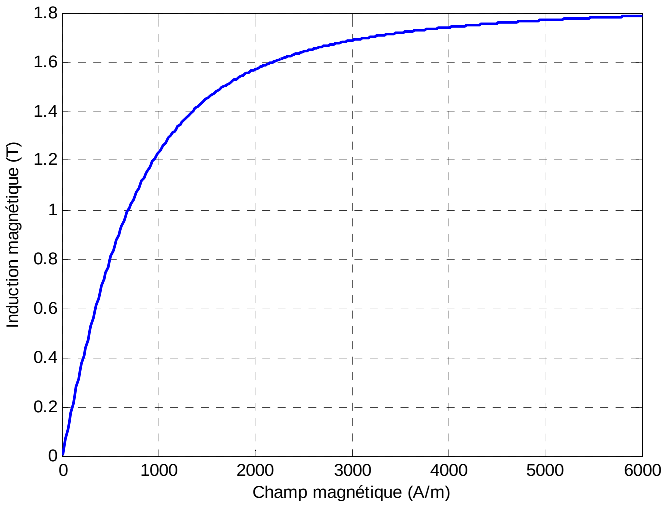


Figure I.21 : Courbe de première aimantation

Ce modèle permet de décrire le cycle à partir des fonctions définies au préalable. Il se base sur quelques paramètres de la caractéristique du cycle expérimental :

- simplicité de mise en œuvre
- valable pour un nombre limité d'échantillons ferromagnétiques
- ne permet pas de décrire les cycles mineurs

1.7.8 Le modèle de Potter [11]

Le modèle M(H) dans ce cas est défini comme suit :

$$M(H,\alpha) = Ms.\left[\sin gn(\alpha) - \alpha.\left[1+\tanh\left(\frac{H_c - H.sign(\alpha)}{H_c}.\tanh^{-1}\left(\frac{M_s}{M_r}\right)\right)\right]\right] \tag{I-60}$$

Le facteur α vaut +1 pour la branche montante du cycle majeur et –1 pour la branche descendante du cycle majeur. α est redéfinit à chaque point de renversement caractérisé par H^* et α'. L'aimantation sera alors calculée en fonction de H et α'.

α' est positif lorsque H est croissant et négatif lorsqu'il est décroissant tel que $|\alpha'| < 1$

$$\alpha' = -\frac{2\,sign(\alpha) - \alpha\left[1 + \tanh\left(\left(1 - sign(\alpha).\frac{H^*}{H_c}\right)\tanh^{-1}\frac{M_r}{M_s}\right)\right]}{1 + \tanh\left(\left(1 + sign(\alpha).\frac{H^*}{H_c}\right)\tanh^{-1}\frac{M_r}{M_s}\right)} \qquad \text{(I-61)}$$

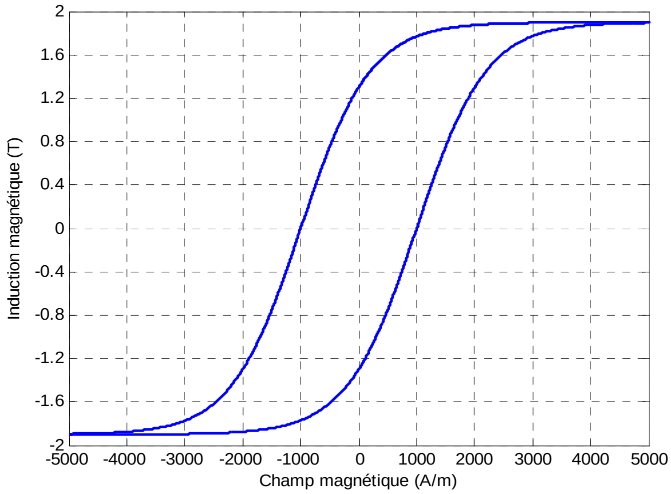


Figure I.22 : Cycle d'hystérésis fourni par le modèle de Potter

Remarques

Les avantages sont :

Permet de décrire le cycle d'hystérésis à partir d'une fonction analytique paramétrée en α évoluant à chaque point de renversement.

Une légère modification permet de décrire le cycle de première aimantation

Mise en œuvre relativement facile

Il ne décrit pas convenablement les cycles mineurs s'ils ne sont pas centrés autour de zéro.

1.7.9 Modèle de Stoner-Wohfarth [19]

C'est un modèle phénoménologique statique qui est utilisé pour la représentation et la simulation vectorielle du phénomène d'hystérésis. Ce modèle stipule que le matériau magnétique est composé de petites particules monodomaines indépendants et possédant une anisotropie uniaxiale.

a. Principe du modèle

Considérons la particule monodomaine de SW, caractérisée par les angles θ et η qui représentent les angles entre le vecteur aimantation à saturation M_S de la particule et l'axe de facile aimantation et entre le champ appliqué H et l'axe de facile aimantation respectivement.

L'aimantation est supposée de module constant et de direction variable. La direction de l'aimantation est déterminée par l'énergie minimale de la particule. Cette énergie est composée de deux termes : l'énergie magnéto-cristalline et l'énergie magnétostatique. Elle peut être exprimée par :

$$w = k_u \sin^2 \theta - \mu_0 . M_S . H . \cos(\eta - \theta) \qquad \text{(I-62)}$$

Avec

K_u : constante d'anisotropie uniaxiale.

μ_0 : perméabilité du vide.

La position d'équilibre de M_S sous les conditions extrêmes de l'énergie est vérifiée pour:

$$\frac{\partial w}{\partial \theta} = 0 \qquad \text{(I-63)}$$

Ce qui donne:

$$\frac{\partial w}{\partial \theta} = 2k_u \sin \theta \cos \theta - \mu_0 H M_S - \sin(\eta - \theta) = 0 \qquad \text{(I-64)}$$

Cet équilibre est stable lorsque l'énergie est minimale.

1.8 Les modèles dynamiques

Dans les modèles quasi-statiques, la fréquence du champ d'excitation est très faible ce qui donne le temps à l'échantillon magnétique pour réagir à l'excitation appliquée. Cependant en réalité, les dispositifs électromagnétiques dans le domaine d'électrotechnique fonctionnent avec des fréquences plus élevées, aussi leur réaction à des sollicitations magnétiques ne peut être décrite avec des modèles développés en quasi-statique. Il faut donc utiliser des modèles qui intègrent la fréquence, ce type de modèles sont dit dynamiques. Nous allons présenter quelques modèles, cependant la liste des modèles développés n'est pas exhaustive.

Les modèles dynamiques sont élaborés pour tenir compte de cette fréquence, vu que la majorité des processus industriels fonctionnent à fréquence moyenne ou en haute fréquence.

1.8.1 Le modèle de Duhem [12]

$$\begin{cases} \dfrac{\partial B}{\partial t} = f\left(B(t), H(t), \dfrac{\partial H(t)}{\partial t} \right) \\ B(0) = B_0 \end{cases} \tag{I-65}$$

La fonction f est définie par

$$f\left(B(t), H(t), \frac{\partial H(t)}{\partial t} \right) = g\left(B(t), H(t), sign\left(\frac{\partial H(t)}{\partial t} \right) \right) . \frac{\partial H(t)}{\partial t} \tag{I-66}$$

La fonction g est continue et dépend du point de fonctionnement

$$g\left(B(t), H(t), sign\left(\frac{\partial H(t)}{\partial t} \right) \right) . = \begin{cases} g_1\big(B(t), H(t)\big) & sign\left(\dfrac{\partial H(t)}{\partial t} \right) \succ 0 \\ g_2\big(B(t), H(t)\big) & sign\left(\dfrac{\partial H(t)}{\partial t} \right) \prec 0 \end{cases} \tag{I-67}$$

La caractéristique dynamique du cycle est obtenue en résolvant l'équation suivante:

$$\frac{\partial B(t)}{\partial t} = g_1\big(B(t), H(t)\big) . \frac{\partial H(t)}{\partial t} \bigg|^{H\uparrow} - g_2\big(B(t), H(t)\big) . \frac{\partial H(t)}{\partial t} \bigg|^{H\downarrow} \tag{I-68}$$

Remarques

La difficulté réside dans l'identification des fonctions g_1 et g_2 qui sont spécifiques pour chaque échantillon.

1.8.2 le modèle de Hodgdon [13, 14]

Basé sur la description thermodynamique du processus d'aimantation, le cycle d'hystérésis est généré en résolvant l'équation suivante:

$$\frac{\partial B(t)}{\partial t}=\alpha\left|\frac{\partial H(t)}{\partial t}\right|.\left[f(H)-B\right]+\frac{\partial H(t)}{\partial t}.g(H) \tag{I-69}$$

Son premier modèle [15] ne tient pas compte de la fréquence du champ d'excitation, il est définit par :

$$\frac{\partial B(t)}{\partial t}=\begin{cases}\alpha.\left[f(H)-B\right]+g(H) & si \quad \dfrac{\partial H(t)}{\partial t}\succ 0\\ -\alpha.\left[f(H)-B\right]+g(H) & si \quad \dfrac{\partial H(t)}{\partial t}\prec 0\end{cases} \tag{I-70}$$

L'intégration de l'équation donne

$$B^{+}(t)=f(H)+.\left[B_0-f(H_0)\right]e^{(-\alpha(H-H_0))}+e^{\left(-\alpha.H.\int_{H_0}^{H}\left[g(x)-f^{'}(x)\right].e^{(\alpha x)}.dx\right)} \tag{I-71}$$

$$B^{+}(t)=f(H)+.\left[B_0-f(H_0)\right]e^{(\alpha(H-H_0))}-e^{\left(-\alpha.H.\int_{H_0}^{H}\left[g(x)-f^{'}(x)\right].e^{(-\alpha x)}.dx\right)} \tag{I-72}$$

L'obtention du cycle d'hystérésis peut se faire en utilisant comme fonction f et g, les fonctions suivantes

$$f(H)=\begin{cases}b_1.\tan^{-1}\left(\dfrac{Hs}{b_2}\right)+\mu_0\left(H-H_s\right) & si \quad H\succ H_s\\ b_1.\tan^{-1}\left(\dfrac{Hs}{b_2}\right) & si \quad \left|H\right|\prec H_s\\ -b_1.\tan^{-1}\left(\dfrac{Hs}{b_2}\right)+\mu_0\left(H+H_s\right) & si \quad H\prec -H_s\end{cases} \tag{I-73}$$

$$g(H)=\begin{cases}f^{'}(H).\left[1-b_3.e^{\left(\frac{-b_4.\left|H\right|}{H_s-\left|H\right|}\right)}\right] & si \quad \left|H\right|\prec H_s\\ f^{'}(H) & si \quad \left|H\right|\succ H_s\end{cases} \tag{I-74}$$

Suivant [15, 16], les résultats qui seront obtenus sont satisfaisants

Hodgdon a élaboré un nouveau modèle pour tenir compte de la moyenne et de la haute fréquence du fait que le modèle précédent n'est valable que pour des fréquences relativement petites. La nouvelle formulation est donnée par :

$$\frac{\partial B(t)}{\partial t} = \alpha\left|\frac{\partial H(t)}{\partial t}\right|.\left[f(H) - B\right] + \frac{\partial H(t)}{\partial t}.\tilde{g}(H, \frac{\partial H(t)}{\partial t}) \qquad \text{(I-75)}$$

Il a remplacé la fonction $g(H)$ de l'ancien modèle par $\tilde{g}(H, \frac{\partial H(t)}{\partial t})$, Cette dernière est définie par :

$$g(H) = \begin{cases} f'(H).\left[1 - b_3.C\left(\frac{\partial H}{\partial t}\right).e^{\left(\frac{-b_4.|H|}{H_s - |H|}\right)}\right] & si \quad |H| \prec H_s \\ f'(H) & si \quad |H| \succ H_s \end{cases} \qquad \text{(I-76)}$$

où $C\left(\frac{\partial H}{\partial t}\right)$ est définit par

$$C\left(\frac{\partial H}{\partial t}\right) = \begin{cases} 1 + c_1.\left|\frac{\partial H}{\partial t}\right| & si \quad H \succ H_1 \\ 1 + c_1.\frac{\partial H_1}{\partial t} + c_2.\left(\left|\frac{\partial H_1}{\partial t}\right| - \frac{\partial H_1}{\partial t}\right) & si \quad H_1 \prec \frac{\partial H_1}{\partial t} \prec H_s \\ 1 + c_1.\frac{\partial H_1}{\partial t} + c_2.\left(\frac{\partial H_2}{\partial t} - \frac{\partial H_1}{\partial t}\right) + c_{23}.\left(\left|\frac{\partial H}{\partial t}\right| - \frac{\partial H_2}{\partial t}\right) & si \quad H_2 \prec \frac{\partial H}{\partial t} \end{cases} \qquad \text{(I-77)}$$

II.8.3 Modèle de Jiles - Atherton [16]

A cause des défauts structurels, l'aimantation contient deux composantes, l'une réversible, l'autre irréversible. Ces deux aimantations sont liées par une loi non linéaire associée à l'aimantation anhystérétique. Elle est donnée comme suit:

$$\frac{\mathrm{dMirr}}{\mathrm{dH}} = \frac{\mathrm{Man} - \mathrm{Mirr}}{\delta \mathrm{k} - \alpha(\mathrm{Man} - \mathrm{Mirr})} \qquad \text{(I-78)}$$

$$M_{rev} = c.\,(M_{an} - M_{irr}) \qquad \text{(I-79)}$$

La constante de proportionnalité «c» est dite coefficient de réversibilité.

La susceptibilité magnétique totale sera donnée par:

$$\frac{dM}{dH} = (1-c)\frac{(Man - Mirr)}{\delta k - \alpha(Man - Mirr)} + c\frac{dMan}{dH} \tag{I-80}$$

La résolution de cette équation différentielle permet de décrire la courbe de première aimantation et le cycle majeur.

avec

$$c = \frac{\left(dM\big/dH\right)_{M=0}^{H=0}}{\left(dM_{an}\big/dH\right)_{M=0}^{H=0}} = \frac{\chi'_{in}}{\chi'_{an}} \approx \left(\frac{3a}{M_S}\right)\chi'_{in} \tag{I-81}$$

$$\chi'_{an} = \lim_{HM \to 0}\left\{\frac{dM_{an}}{dH}\right\} = \frac{M_S}{3a - \alpha M_S} \tag{I-82}$$

Ce qui donne : $a = \frac{M_S}{3}\left(\frac{1}{\chi'_{an}} + \alpha\right)$ (I-83)

$$M_r = M_{an}(M_r) + k\left[\left(\frac{\alpha}{1-c}\right) + \left(\chi'_r - c\frac{dM_{an}(M_r)}{dH}\right)^{-1}\right]^{-1} \tag{I-84}$$

$$k = \frac{M_{an}(H_C)}{1-c}\left\{\alpha + \left[\left(\frac{1}{1-c}\right)\chi'_{\max} - \left(\frac{c}{1-c}\right)\frac{dM_{an}(H_C)}{dH}\right]^{-1}\right\} \tag{I-85}$$

Jiles [27] a élaboré un algorithme qui consiste à déterminer les paramètres de réversibilité «c» à partir de la courbe de première aimantation par la formule (II.64).Tandis que les paramètres (a, α et k) peuvent être obtenus par les équations (II.65), (II.67), (II.73). Une valeur initiale de α est utilisée pour la première itération.

1.8.3.1 Modèle dynamique de Jiles-Atherton [18]

Le modèle de Jiles-Atherton tel qu'il a été développé ne tient pas compte de la vitesse d'évolution du champ d'excitation. Il est utilisé pour des systèmes à faible fréquence de fonctionnement. Afin de tenir compte de l'effet de la fréquence sur les systèmes qui fonctionnent à de moyennes ou hautes fréquences, Jiles a développé un nouveau modèle pour matériaux conducteurs et non conducteurs.

1.8.3.1.1 Modèle dynamique pour des matériaux non- conducteurs [18]

La variation de l'aimantation à un instant t sous l'effet du champ magnétique H est donné par l'équation (I-86):

$$\Delta M(t,H) = M(t) - M_{\infty}(H) \qquad \text{(I-86)}$$

Avec $M_{\infty}(H) = \lim_{t\to\infty} M(t)$ (I-87)

Cette aimantation est déterminée en résolvant l'équation suivante:

$$\frac{d^2}{dt^2}\left(\Delta M(t,H)\right) + 2\lambda\frac{d}{dt}\left(\Delta M(t,H)\right) + w_n^2\Delta M(t,H) = 0 \qquad \text{(I-88)}$$

La dérivée de $M_{\infty}(H)$ par rapport au temps est nulle, ce qui donne:

$$\frac{d^2}{dt^2}M(t,H) + 2\lambda\frac{d}{dt}M(t,H) + w_n^2\Delta M(t,H) = 0 \qquad \text{(I-89)}$$

ω_n : pulsation naturelle à laquelle les moments magnétiques dans le matériau peuvent osciller en l'absence de toute excitation extérieur.

λ : fréquence de relaxation.

1.8.3.1.2 Modèle dynamique pour les matériaux conducteurs [18]

En négligeant l'effet de peau et en se basant sur le principe de séparation des pertes par hystérésis et courants de Foucault, la densité des pertes par courants de Foucault pour un échantillon traversé par un champ uniforme est donnée comme suit :

$$\frac{dw_{ec}}{dt} = \frac{d^2}{2\rho\beta}\left(\frac{dB}{dt}\right)^2 = \frac{\mu_0^2 d^2}{2\rho\beta}\left(\frac{dM}{dt}\right)^2 \qquad \text{(I-90)}$$

1.9 Le modèle de Preisach [15, 18]

Le modèle d'hystérésis est, selon certaines sources, le modèle le plus utilisé dans les travaux publiés. La compréhension du processus d'aimantation a permis au physicien allemand Preisach de proposer une approche mathématique stochastique, de ce phénomène. Ce modèle a été proposé en 1935 par le physicien allemand Preisach [19].L'approche de ce modèle est basé sur la compréhension du processus d'aimantation.

1.9.1 Définition du modèle

Le matériau magnétique est considéré comme étant composé d'entités magnétiques ayant deux états magnétiques possibles, soit que l'aimantation M est égale à +1, on dit qu'elle est dans un état de saturation haut, soit que l'aimantation M est égale à -1 et on dit qu'elle est dans un état de saturation haut. Lorsque le matériau est désaimanté le nombre d'entités ayant un état de saturation haut est égale au nombre d'entités ayant un état de saturation bas, ce qui donne une aimantation globale nulle. Si le matériau est soumis à l'excitation d'un champ magnétique, l'équilibre sera rompu, des entités se trouvant dans un état de saturation haut peuvent basculés vers un état de basculement haut et inversement, d'où une aimantation globale non nulle. Le cycle élémentaire (figure I-23) de chaque entité est dissymétrique par rapport à l'origine. Ce cycle est caractérisé par un champ de dit basculement haut α et un champ de dit basculement bas β.

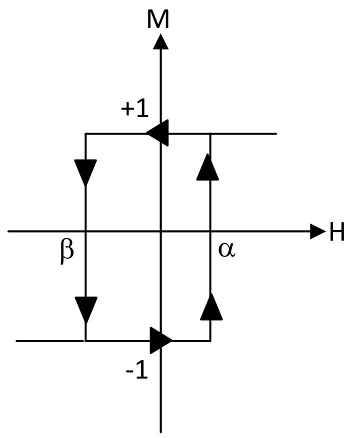


Figure I.23 : Cycle élémentaire d'une entité magnétique

M : Aimantation H : Champ d'excitation

α : Champ de basculement vers l'état haut M = +1

β : Champ de basculement vers l'état bas M = -1

L'aimantation globale du matériau se calcule à partir de la densité de distribution de Preisach, notée $\rho(\alpha,\beta)$ par la formule ci-dessous [15] :

$$M(t) = \iint_{S_+} \rho(\alpha,\beta).d\alpha.d\beta - \iint_{S_-} \rho(\alpha,\beta).d\alpha.d\beta \quad \text{(I-91)}$$

Chapitre II

Mise en œuvre du modèle de Preisach

2. Modèle d'hystérésis de Preisach

2.1 Modèle classique de Preisach [15, 18]

Le physicien allemand Preisach a eu une idée originale pour la représentation du cycle d'hystérésis. L'idée consiste à utiliser une approche statistique pour la représentation du phénomène d'aimantation, le matériau étant considéré comme formé par des entités magnétiques. Chaque entité est définie par un cycle élémentaire appelé hystéron ayant deux états d'aimantation : un état haut et un état bas. L'aimantation globale consiste à trouver une loi de distribution, dite densité de distribution de Preisach, adaptée à chaque matériau. Plusieurs types de distributions peuvent répondre à cet objectif : Gauss, Lorentzienne et Lorentzienne modifiée. Il existe aussi des méthodes expérimentales pour déterminer cette distribution. Dans notre travail, nous avons opté pour la distribution Lorentzienne modifiée afin d'intégrer les contraintes telles que la température et la fréquence dans les paramètres de cette fonction et par conséquent lier ces derniers à des grandeurs physiques.

2.1.1 Base du modèle

Un matériau ferromagnétique est formé de domaines magnétiques, et chaque domaine possède une aimantation spontanée, du fait que les moments atomiques sont orientés dans la même direction. Le moment magnétique global est nul à cause de l'agitation thermique qui est prépondérante dans le cas où il n'existe pas de champ magnétique externe. En appliquant un champ cela provoquerai une rotation des aimantations qui constitue les parois de Bloch favorisant ainsi l'orientation des domaines suivant la direction du champ extérieur. En augmentant l'intensité du champ magnétique, on augmentera le nombre des domaines qui s'orienteront suivant sa direction. Il est inutile d'augmenter l'intensité du champ lorsque tous les moments sont orientés car on arrive à un état de saturation.

Aussi, dans ce modèle le domaine est modélisé avec une entité magnétique appelée hystéron ayant deux aimantations possibles M=+1 ou M=-1 avec des champs de basculement bien définis pour passer d'un état à un autre. Le champ de basculement vers l'état haut (M=+1) est noté α et celui de basculement vers l'état bas (M=-1) est noté β. Le nombre d'hystérons qui vont basculer suivant le champ magnétique externe est géré par la densité de distribution de Preisach notée ρ(α,β). Le calcul de l'aimantation étant intégral, il tient compte donc de l'état magnétique initial de l'aimantation d'où l'effet mémoire.

2.1.2 Cycle de l'hystéron

Le cycle de l'hystéron est dit cycle élémentaire ayant deux états de saturation possibles (M = ± 1). C'est un cycle rectangulaire dissymétrique par rapport à l'origine (figure II.1). Il est caractérisé par des champs α et β avec β ≤ α, appelés champs de basculement ou de commutation, pour lesquels il y a transition irréversible de l'état (M = -1) vers l'état (M = +1) ou inversement. La figure II.1 schématise ce cycle.

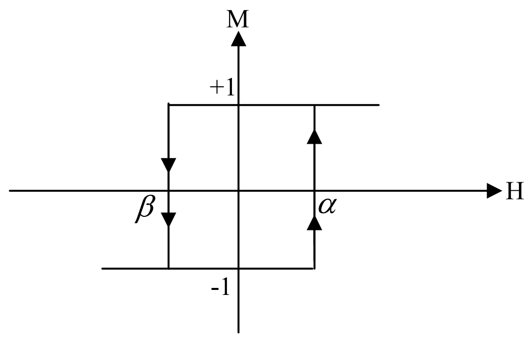


Figure .II.1 Cycle élémentaire de Preisach

L'aimantation M(t), résultante de l'application du champ H(t) à l'instant t, s'écrit :

$$M(t) = \iint \rho(\alpha,\beta)\phi_{\alpha\beta}\left[H(t)\right]d\alpha\, d\beta \qquad \text{(II.1)}$$

ρ(α,β) est la fonction de distribution de Preisach.

$\phi_{\alpha\beta}\left[H(t)\right]$ est un opérateur associé à l'entité magnétique, il vaut +1 pour les hystérons ayant un état de magnétisation haut et -1 pour les hystérons ayant un état de magnétisation bas.

2.1.3 Densité de distribution de Preisach

La fonction de distribution de Preisach ρ(α,β) dépend de la nature du matériau. Cependant, elle doit toujours satisfaire les conditions suivantes : Sachant que :

qu'elle qu'en soit le matériau, il atteint toujours un état de saturation magnétique pour une valeur du champ magnétique champ de saturation noté H_s et que le champ de basculement haut α est toujours supérieur ou égal au champ de basculement bas β. Nous pouvons déduire que :

- Le champ de basculement haut α doit être inférieur ou égal à +Hs.
- Le champ de basculement haut β doit être supérieur ou égal à - Hs.
- La fonction de distribution de Preisach est bornée.

D'où $\rho(\alpha,\beta)$ est délimitée par la surface S définie comme suit :

$$S = \{\alpha \geq \beta, \beta \geq -H_S, \alpha \leq H_S\} \quad \text{(II-2)}$$

Le plan dont les axes sont α et β, appelé plan de Preisach, permet la représentation de la fonction de distribution de Preisach $\rho(\alpha,\beta)$ donnée dans la figure II.2.

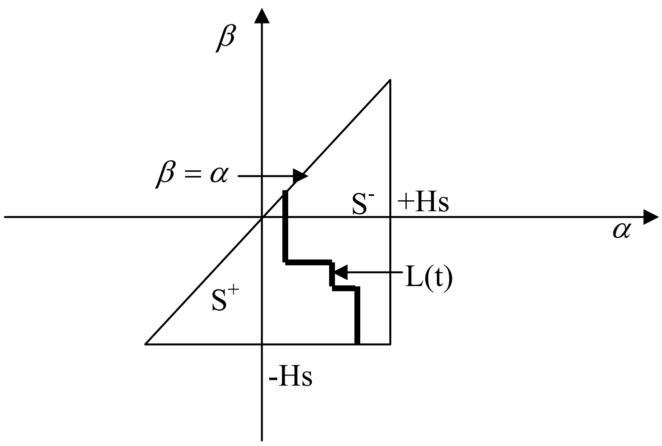


Figure II.2. Plan de Preisach (triangle de Preisach)

Lorsque le matériau est désaimanté, le nombre d'entités ayant un état de saturation haut est égal au nombre d'entités ayant un état de saturation bas, ce qui donne une aimantation globale nulle. La frontière L(t) dans ce cas a pour équation β=-α.

Si le matériau est soumis à l'excitation d'un champ magnétique, l'équilibre sera rompu, des entités se trouvant dans un état de saturation haut peuvent basculer vers un état haut et inversement, d'où une aimantation globale non nulle.

L'évolution du champ d'excitation fait évoluer la frontière L(t) et sépare le plan en deux parties S^+ et S^- (voir fig. II.2). Les surfaces S^+ et S^- représentent les entités magnétiques ayant respectivement un état magnétique haut et bas. En tenant compte de cette subdivision, l'équation (II.1) peut s'écrire sous la forme :

$$M(t) = \iint_{+S} \rho(\alpha,\beta)\,d\alpha\,d\beta - \iint_{-S} \rho(\alpha,\beta)\,d\alpha\,d\beta \tag{II.3}$$

La mémoire du matériau est représentée par la frontière L(t). Cette frontière évolue suivant une droite parallèle à (Oβ) pour les champs croissants ($\alpha=H_i$) et une droite parallèle à (Oα) pour les champs décroissants ($\beta=H_i$), H_i étant le champ appliqué à l'instant t_i.

L'aimantation globale du matériau dépend uniquement de la frontière L(t). Plusieurs fonctions peuvent être utilisées comme densité de distribution de Preisach. Dans notre travail, l'intérêt a été porté sur la fonction de Lorentz modifiée proposée dans [18]. Elle est donnée par l'expression ci-dessous :

$$\rho(\alpha,\beta) = Ka^2\left[\left[a+\left(\alpha/H_c - b\right)^2\right]\cdot\left[a+\left(\beta/H_c + b\right)^2\right]\right]^{-1} \tag{II-4}$$

avec :

H_c : champ coercitif [A/m]

K : coefficient de normalisation

"a" : réel positif

$b \in [1, H_s/H_c]$

2.2 Approximation expérimentale de la fonction de distribution $\rho(\alpha,\beta)$

2.2.1 Méthode de Biocri-Pescetti [26]

Dans cette méthode, on considère que le matériau est parfaitement isotrope, aussi la densité de distribution de Preisach $\rho(\alpha,\beta)$ est considérée comme un produit de deux fonctions indépendantes ρ_1 et ρ_2 en fonction des champs de basculements α et β. ρ_1 et ρ_2 sont déterminées à partir de la courbe de première aimantation et de la branche descendante du cycle majeur.

2.2.2 Méthode de Mayergoyz [32]

Elle est basée sur un ensemble de courbes expérimentales dites courbes de renversement de premier ordre [19-26]. Elles sont obtenues en faisant décroître l'aimantation jusqu'à - M_s, ensuite de la faire croître jusqu'à $\alpha^{'}$, champ de renversement, et le faire décroître de nouveau jusqu'à - M_s . Lorsque le champ d'excitation croit, l'aimantation ne peut suivre que l'unique courbe montante du cycle majeur.

2.3 Introduction de l'effet de la température dans le modèle de Preisach pour la génération des cycles d'hystérésis

Dans un précédent travail, dans le cadre d'une thèse menée au CRTT de Saint Nazaire en France [18], un modèle de comportement en fonction de la température a été considéré pour l'aimantation à saturation mais cette grandeur n'apparait pas dans le modèle de Preisach. Dans notre travail une autre démarche basée sur l'intégration des contraintes à travers les coefficients du modèle de Preisach est proposée. Nous allons prendre en compte l'effet de la température dans le modèle de Preisach pour la génération des cycles d'hystérésis en régime quasi-statique, à travers un modèle de comportement en fonction de la température du coefficient "a" de la Lorentzienne modifiée [18]. Le but sera aussi de lier les nouvelles formes des paramètres du modèle de Preisach obtenus à des grandeurs physiques réelles, ce qui va leur donner un sens physique. La validation se fera par une confrontation, en terme d'induction à saturation, entre les résultats obtenus par le modèle utilisé dans [18] et ceux obtenus en utilisant le modèle proposé. La confrontation à des résultats de l'expérimentation fournis dans la même référence [18] sera réalisée.

2.3.1 Choix du modèle du paramètre « a » en fonction de la température

Le paramètre « a » de la Lorentzienne modifiée affecte l'induction à saturation. La température a un effet similaire à celui du paramètre « a », ce qui nous conduit à proposer des modèles de comportement du paramètre « a » en fonction de la température.

Nous savons que l'induction magnétique diminue lorsque la température augmente du fait de l'augmentation de l'agitation thermique. Certains modèles considérés pour le paramètre « a » de la Lorentzienne modifiée ne sont pas tous en adéquation avec la réalité physique à savoir l'augmentation de l'induction magnétique à saturation lorsque la température augmente. Le but recherché est de montrer que la nature de la variation du paramètre « a » en fonction de la température engendre la même nature d'évolution de l'induction à saturation en fonction de cette contrainte, qu'elle soit linéaire, quadratique ou autre.

2.3.2 Variation linéaire du paramètre « a » en fonction de la température

Le modèle du paramètre « a » considéré dans un premier temps est donné par l'équation ci-dessous :

$$a = a_1.T + b_1 \qquad \text{(II-5)}$$

a_1, b_1 : constantes réelles.

Les résultats obtenus pour la variation de l'induction magnétique à saturation B_{sat} en fonction de la température sont donnés dans la figure II.3.a. Il apparaît que B_{sat} a une variation quasi-linéaire en fonction de la température, donc de même nature que celle du paramètre « a ». Dans la figure II.5, nous avons fournis les cycles d'hystérésis correspondant aux températures 20°C, 120°C, 220°C, 320°C, 420°C, 520°C, 620°C.

2.3.3 Variation parabolique du paramètre « a » en fonction de la température

Le modèle du paramètre « a » considéré dans un deuxième temps est donné par l'équation ci-dessous :

$$a = a_1 T^2 + b_1 T + c_1 T^2 \qquad \text{(II-6)}$$

a_1, b_1, c_1 : des constantes réelles

Les résultats de la variation de l'induction magnétique à saturation B_{sat} en fonction de la température sont représentés dans la figure II.3.b. On constate que l'induction magnétique à saturation B_{sat} suit qualitativement la variation du paramètre «a» en fonction de la température.

L'évolution du cycle d'hystérésis pour un modèle linéaire et quadratique du paramètre « a » en fonction de la température est donnée respectivement aux figures II.4.a et II.4.b.

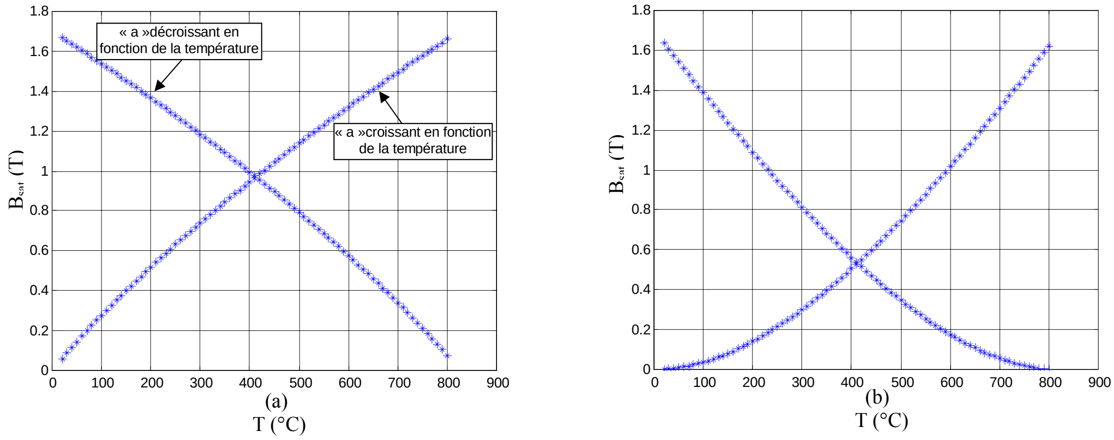


Figure II.3. Variation de l'induction magnétique B_{sat} en fonction de la température

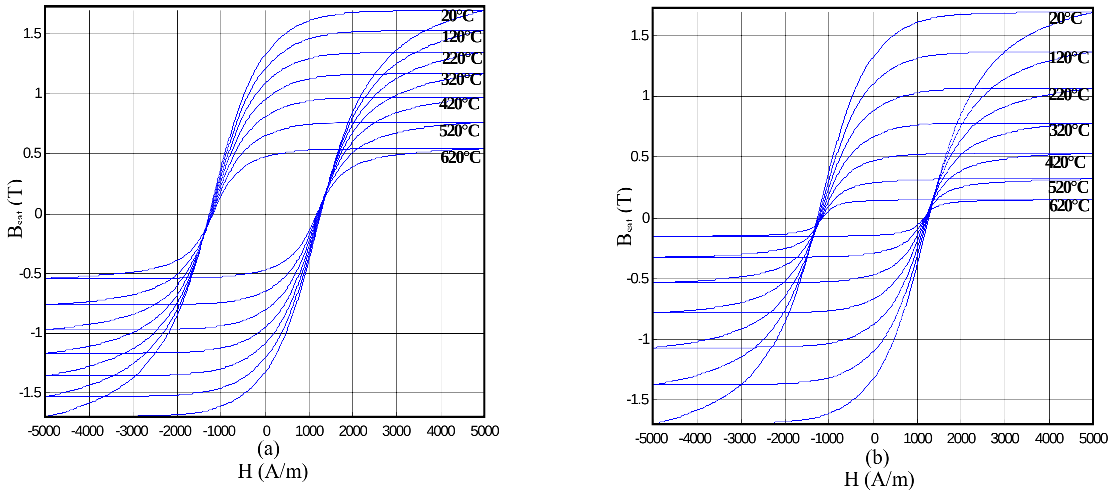


Figure II.4 : Variation du cycle d'hystérésis en fonction de la température

Plusieurs types de modèles du comportement en fonction de la température du coefficient « a » ont été testés, ce qui a permis d'arriver à choisir un modèle du type :

$$a(T) = a_{T_a} \cdot \left(1 - exp\left({(T - T_c)}/{\tau} \right) \right) \qquad \text{(II-7)}$$

T_a : température ambiante [°C], T_c : température de curie du matériau [°C]

a_{Ta} est la valeur de "a" à la température ambiante

La figure II.5, fait apparaître la diminution de la surface du cycle d'hystérésis avec l'augmentation de la température, ce qui confirme le résultat de la théorie.

La figure II.6, donne la variation de l'induction à saturation calculée par le modèle proposé, confrontée aux résultats et mesures données dans [18]. A travers l'analyse des résultats, nous noterons les écarts enregistrés avec les résultats de la mesure qui sont de 0,1T pour le modèle utilisé dans [18] et 0,03T pour le cas du modèle proposé. La prise en compte de l'effet de la température sur l'induction à saturation parait mieux intégrée dans le modèle proposé relativement au modèle utilisé dans [18]. L'effet sur le champ coercitif, H_c a été aussi traité.

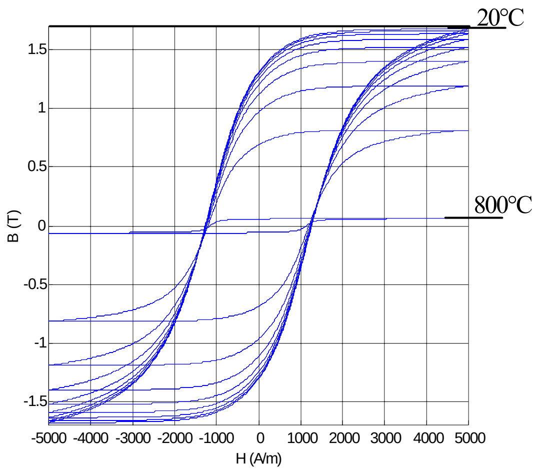


Figure II.5. Evolution de l'induction à saturation en fonction de la température

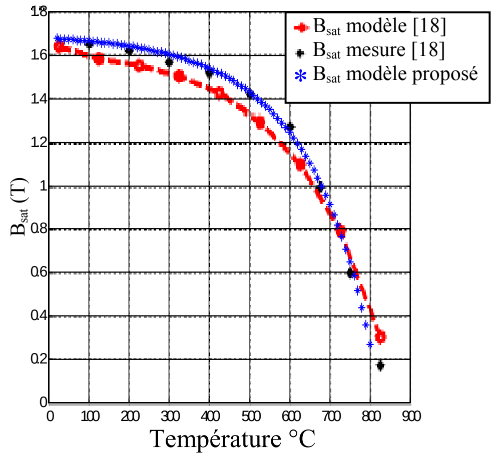


Figure II.6 : Evolution du cycle d'hystérésis en fonction de la température

Le choix d'un modèle du paramètre « a » comme fonction linéaire est certes non adapté de part les connaissances théoriques déjà existantes mais l'objectif de départ consistait à montrer que la loi d'évolution de l'induction à saturation en fonction de la température suit exactement la même nature d'évolution du modèle de « a » en fonction de la température.

2.4 Introduction de l'effet de la fréquence dans le modèle de Preisach pour la génération des cycles d'hystérésis

Le cycle d'hystérésis est sensible à plusieurs paramètres dont la température et la fréquence. Aussi, nous aurons à introduire l'effet de la fréquence par un modèle adapté du paramètre « b » de la Lorentzienne modifiée.

2.4.1 Détermination du modèle du paramètre « b » en fonction de la fréquence

La variation du cycle en fonction de la fréquence suit une loi non linéaire, nous proposerons un modèle général dont les paramètres seront déterminés par un minimum de données expérimentales possibles. La loi de variation du paramètre «b » en fonction de la fréquence que nous allons proposer est une généralisation de celle utilisée dans [18]. Nous présenterons une procédure de détermination des paramètres de ce modèle :

$$b(f) = b_{dc}(1 + \alpha_f \, f^{\beta_f}) \qquad \text{(II-8)}$$

2.4.2 Procédure de détermination des paramètres du modèle proposé

La détermination des paramètres du modèle donné par l'équation (II-8), s'effectue comme suit :

Soit b_{dc} la valeur du coefficient « b » de la Lorentzienne modifiée dans le cas quasi statique, en outre il faut identifier le paramètre « b » pour deux cycles à deux fréquences distinctes:

D'où :

$$b(f_1) = b_1 = b_{dc}(1 + \alpha_f \, f_1^{\beta_f}) \qquad \text{(II-9)}$$

$$b(f_2) = b_2 = b_{dc}(1 + \alpha_f \, f_2^{\beta_f}) \qquad \text{(II-10)}$$

On pose :

$$b_1^{'} = \frac{b_1}{b_{dc}} \tag{II-11}$$

$$b_2^{'} = \frac{b_2}{b_{dc}} \tag{II-12}$$

$$f^{'} = \frac{f_1}{f_2} \tag{II-13}$$

Ce qui donne :

$$\alpha_f = \frac{\left[\dfrac{b_1^{'}-1}{b_2^{'}-1}\right]}{\left[f_1\right]^{\beta}} \tag{II-14}$$

$$\beta_f = \frac{\mathrm{Log}\left[\dfrac{b_1^{'}-1}{b_2^{'}-1}\right]}{\mathrm{Log}\left[f^{'}\right]} \tag{II-15}$$

2.4.3 Validation expérimentale du modèle de la fréquence

Les expériences ont été effectuées, dans le cadre d'un stage, au sein de l'entreprise d'électro-industries d'Azazga.

2.4.4 Banc d'essai

2.4.4.1 Cadre d'Epstein

C'est un dispositif de caractérisation de tôles magnétiques. Son principe repose sur le fonctionnement d'un transformateur monophasé dont le circuit magnétique est formé par des lames du matériau à caractériser. Des bobines de compensation du flux de fuite dans l'air sont prévues, afin de considérer que tous les ampères tours sont consommés par les tôles. Ainsi, nous pouvons déterminer le champ magnétique en exploitant la loi d'Ampère. La tension au secondaire étant l'image de la dérivée de l'induction, cette grandeur se détermine aisément par une action d'intégration.

2.4.4.2 Caractéristique du cadre utilisé

Le cadre utilisé est un cadre d'Epstein de 25 cm, la longueur moyenne du circuit magnétique est de 0,94 cm. Les dimensions des lames sont de 280×30 mm et leur nombre doit être un multiple de « 4 », cela est imposé par la manière avec laquelle le circuit est constitué. Le nombre idéal pour le cadre est dicté par le poids qui est d'environ 1 kg. Les enroulements primaire et secondaire ont 700 spires chacun, le rapport de transformation est donc égale à l'unité. Ce cadre est donné dans la figure II.7.

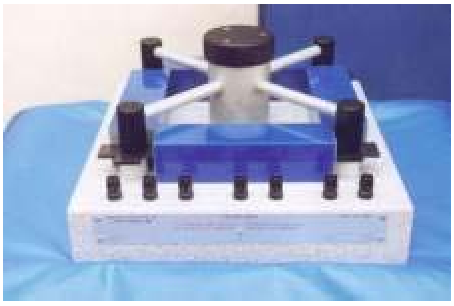


Figure II.7 : cadre d'Epstein

Les lames du circuit magnétique doivent être plaquées pour éviter tout déplacement sous l'effet des forces électrodynamiques, une masse amagnétique est utilisée dans ce cas. Le choix d'un matériau amagnétique est retenu pour éviter toute perturbation de la mesure par cette masse. En effet, si elle est une pièce d'une autre nature, elle modifierait la cartographie du champ magnétique autour du cadre, donc perturberait la mesure.

Le cadre d'Epstein est relié à un analyseur via une liaison série RS232. Cette liaison permet à l'analyseur d'acquérir les données de mesures et d'imposer les grandeurs de commande de l'essai voulu en termes de fréquence, d'induction maximale…etc. Il contient aussi deux sorties, l'une pour l'induction et l'autre pour le champ magnétique, ce qui permet la visualisation du cycle à l'aide d'un oscilloscope. Cet analyseur est représenté dans la figure II.8.

Figure II.8 : Analyseur d'Epstein

2.4.4.3 Evaluation de la valeur crête du champ magnétique

Le champ magnétique est évalué par la capture du courant qui traverse le primaire à l'aide d'un capteur à effet Hall à large bande, la valeur maximale du champ qui peut être mesurée est de 100 kA/m. Les autres informations nécessaires sont : la longueur moyenne du circuit magnétique ainsi que le nombre de spires au primaire. Le champ est alors calculé par l'application du théorème d'ampère, de la façon suivante :

$$H = \frac{N_1}{L_m} . I_1 \qquad \text{(II-16)}$$

H : Champ magnétique crête appliqué sur une période [A/m].

N_1 : Nombre de spires au primaire

L_m : Longueur moyenne du circuit magnétique [m].

I_1 : Courant crête au primaire [A].

2.4.4.4 Evaluation de la valeur crête de l'induction magnétique

Le secondaire étant ouvert, la tension entre ses bornes n'est autre, en vertu de la loi de Lentz, que la dérivée du flux magnétique qui traverse l'enroulement du secondaire. Il suffit donc de calculer l'intégrale de la tension au secondaire et d'en déduire la valeur de l'induction suivant la formule ci-après :

$$\left.\begin{aligned} u_2 &= N_2.\frac{d\phi}{dt} \\ \phi &= B.S_a \end{aligned}\right\} \Rightarrow B = \frac{1}{N_2.S_a}.\int u_2.dt \qquad \text{(II-17)}$$

N_2 : Nombre de spires au secondaire.

S_a : Surface active du circuit magnétique [m^2].

u_2 : Tension induite au secondaire du transformateur [V].

La valeur maximale de l'induction qui peut être évaluée est de 2,5 T.

Remarque

Ce qui est évaluée réellement c'est la polarisation magnétique. Pour les matériaux ferromagnétiques l'induction peut être confondue avec la polarisation magnétique, dans le cas contraire une correction doit être apportée suivant la formule :

$$B = J + \mu_0.H \qquad \text{(II-18)}$$

B : Induction magnétique [T].

J : Polarisation magnétique [T].

μ_0 : Perméabilité magnétique du vide [H/m].

H : Champ magnétique appliqué [A/m].

2.4.5 Pertes totales spécifiques

Elles sont évaluées en utilisant la formule suivante :

$$P_s = \frac{P_W.N_1}{m_a.N_2} \qquad \text{(II-19)}$$

P_W : Puissance active absorbée, mesurée par un wattmètre [W].

N_1 : Nombre de spires au primaire.

N_2 : Nombre de spires au secondaire.

m_a : Masse active [kg].

2.4.4.6 Perméabilité magnétique

La perméabilité magnétique est déterminée par une simple division entre la valeur maximale de l'induction générée par le champ maximum. Elle est donnée par :

$$\mu_r = \frac{B_{max}}{H_{max}} \tag{II-20}$$

2.4.4.7 Puissance apparente

Elle est déterminée par le produit de la valeur efficace de la tension par la valeur efficace du courant au primaire.

$$S = V_1.I_1 \tag{II-21}$$

S : Puissance apparente consommée par le cadre [V. A].

V_1 : Tension efficace au primaire du cadre [V].

I_1 : Courant efficace au primaire du cadre [A].

Remarque

L'analyseur d'Epstein est pourvu de protections, destinées à le protéger et à protéger le cadre et son alimentation. Les protections concernent la puissance apparente maximale appelée par le cadre ainsi que la tension d'alimentation.

2.4.4.8 Essais permis par le cadre exploité

Le cadre peut fonctionner en deux modes :

2.4.4.8.1 Mode automatique

Le cadre est piloté par un micro-ordinateur par l'intermédiaire d'un logiciel élaboré par le constructeur. Ce logiciel permet d'avoir la courbe d'aimantation, les pertes spécifiques par cycle, la puissance apparente consommée par cycle et la perméabilité magnétique au bout de chaque cycle pour les fréquences allant de 20 à 1000 Hz. Les données à introduire sont l'induction maximale, la fréquence, la masse active, la surface active, le nombre de spires au primaire et au secondaire, le nombre de mesures ainsi que la température. Cependant le modèle en température exploité n'est pas spécifié. L'interface du logiciel utilisé est donnée dans la figure II.9.

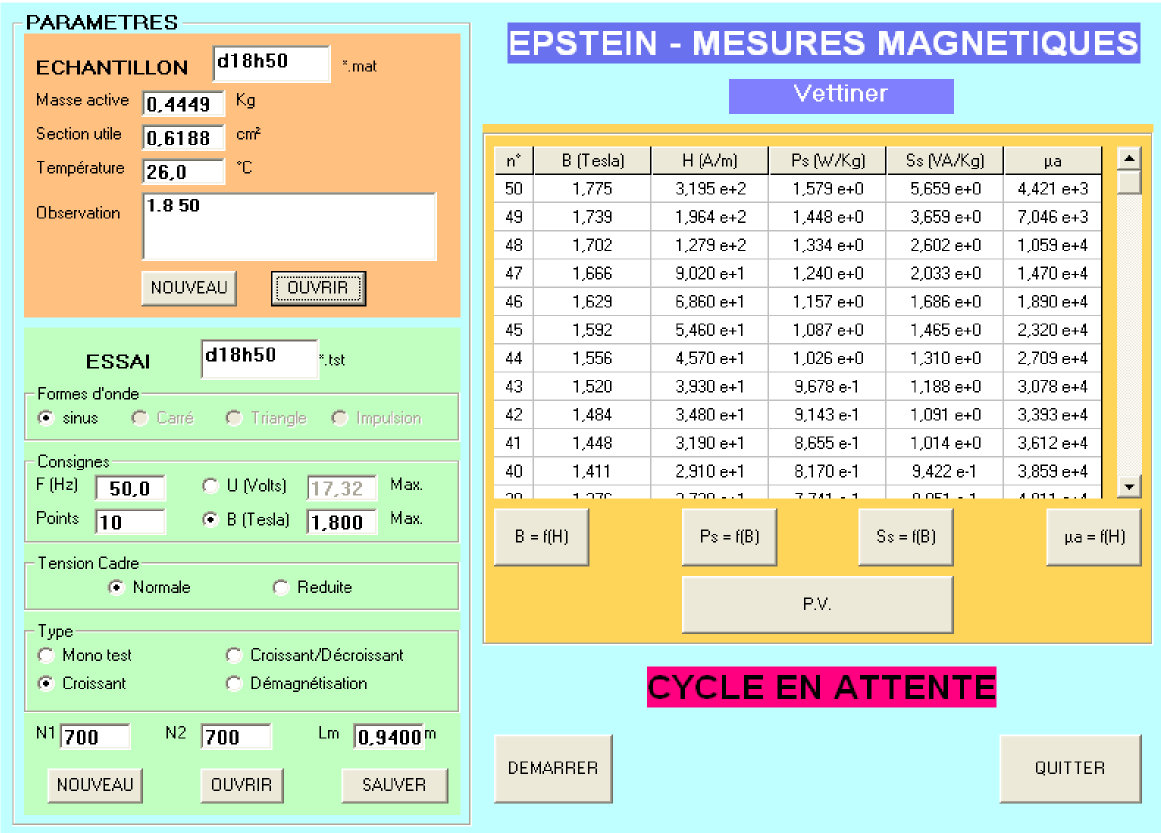


Figure II.9 : Interface du Logiciel permettant de commander le cadre d'Epstein

Il est possible d'effectuer juste l'acquisition pour l'induction maximale, c'est ce qui est appelé mono-test. Dans ce cas aussi, l'induction évolue à sa valeur maximale et seule la dernière valeur est enregistrée.

2.4.4.8.2 Mode manuelle

L'induction maximale est réglée manuellement via une mallette qui permet d'augmenter la tension d'alimentation.

Pour le choix de la fréquence, deux modes peuvent être choisis:

- L'essai peut se faire soit à fréquence fixe qui est celle du réseau alimentant le cadre via un autotransformateur
- soit à fréquence variable et dans ce cas, le cadre est alimenté via un convertisseur statique continu-alternatif.

2.5 Validation du modèle en fréquence

Les tests sont effectués sur des tôles à grains orientés et non orientés, mais l'alimentation n'est pas assez puissante pour imposer des inductions à saturation importantes pour des fréquences élevées. Car plus la fréquence augmente, plus la source doit fournir une puissance supplémentaire pour générer des champs magnétiques d'amplitudes égales. En outre, les câbles de liaison entre l'analyseur et l'oscilloscope doivent avoir une impédance minimale pour limiter les bruits de mesures. Ces bruits sont d'autant plus amplifiés par l'impédance des câbles que la fréquence est importante même le signal utile peut en être affecté, d'où la délicatesse de cette mesure. La fréquence de travail de l'oscilloscope à mémoire doit être la plus élevée possible pour assurer une bonne précision de mesure donc une bonne qualité du cycle d'hystérésis. Un oscilloscope analogique est plus indiqué, cependant ce dernier n'a pas de liaison avec un micro-ordinateur pour l'acquisition des données, à moins d'utiliser une carte d'acquisition associée à un système de capteurs.

Les courbes données dans les figures II.10, II.11 et II.12, représentent la confrontation entre les résultats de simulations et ceux obtenus expérimentalement pour l'évolution du cycle d'hystérésis lorsque le matériau considéré est constitué de tôles à grains orientés avec les fréquences de travail qui sont respectivement : f= 50, f=100 et f=150 Hz. Ces résultats sont regroupés et fournis en figure II.13.

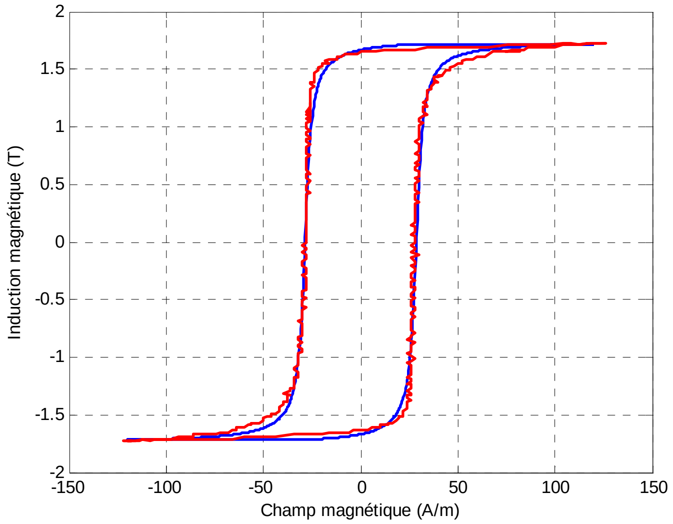


Figure II.10 : Cycle d’hystérésis pour une fréquence de 50 Hz

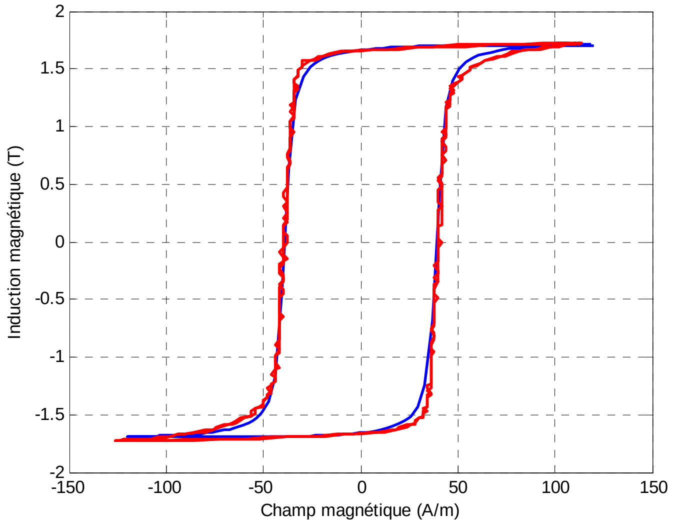


Figure II.11 : Cycle d’hystérésis pour une fréquence de 100 Hz

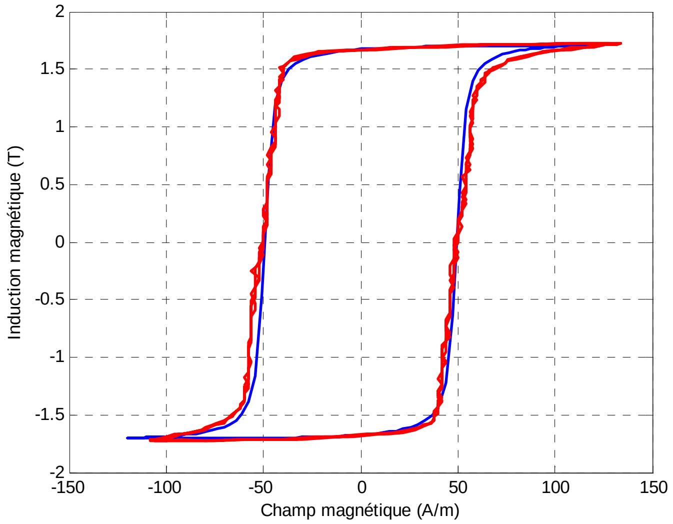


Figure II.12 : Cycle d'hystérésis pour une fréquence de 150 Hz

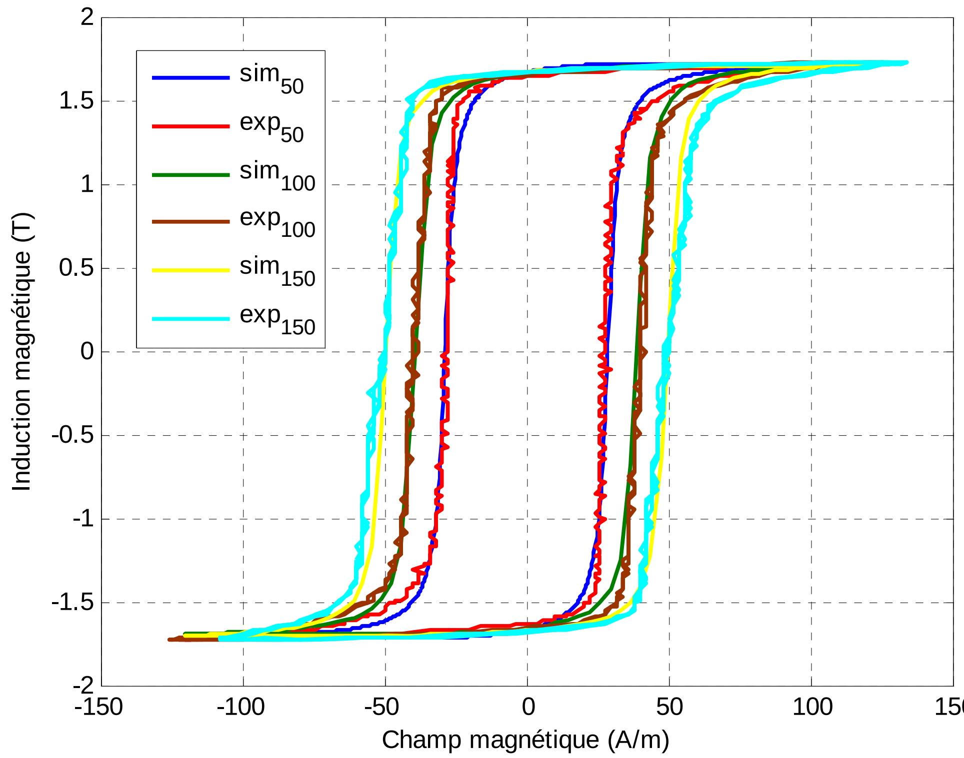


Figure II.13 : Cycles d'hystérésis pour une fréquence de 50, 100 et 150 Hz

De part la bonne concordance entre les résultats des simulations et expérimentaux, nous pouvons affirmer que le modèle de variation du paramètre b en fonction de la fréquence proposé est validé.

2.6 Cycles mineurs

Les cycles mineurs non centrés ont une caractéristique, c'est la congruence, c'est à dire deux cycles non centrés ayant les mêmes champs magnétiques limites vont se confondre en translatant verticalement l'un des cycles vers l'autre.

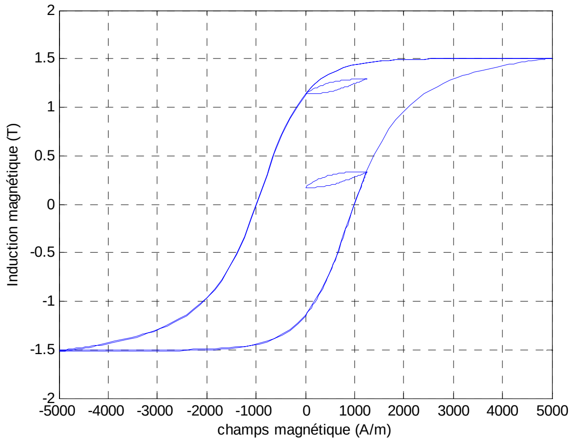


Figure II.14 : Cycle d'hystérésis pour une fréquence de 50 Hz

Nous pouvons aisément constater dans la figure II.14 que les deux cycles générés sont congruents, d'où la validité du programme pour les cycles mineurs.

II.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons réalisé une intégration des contraintes telles que la température et la fréquence dans le modèle d'hystérésis de Preisach. La validation du modèle a été réalisée pour des fréquences de fonctionnement limitées par le système utilisé. Les résultats obtenus sont satisfaisants de part la bonne concordance entre les résultats des simulations et les résultats expérimentaux. De plus, le modèle reproduit les cycles mineurs en vérifiant la caractéristique de congruence, mais nous ne disposant pas de résultats expérimentaux pour la validation.

Chapitre III

Equations de Maxwell et formulation éléments finis

Introduction

Hormis une étude expérimentale pure, trouver un modèle qui traduit fidèlement un phénomène physique est un préalable à son étude. En ce qui concerne les phénomènes électromagnétiques, James Clark Maxwell les a regroupés, dans quatre équations, en les associant aux équations dites de milieux et de passage. Cela permet de modéliser la majorité des systèmes électromagnétiques.

Tous les modèles obtenus sont à équations aux dérivées partielles dont la résolution analytique n'est pas souvent évidente, aussi pour s'affranchir de cette difficulté des méthodes numériques ont été développées. Il arrive d'associer une solution analytique à une méthode numérique pour réduire le temps de calcul et augmenter la précision des résultats. En effet, une solution analytique est plus précise qu'une solution numérique parce que cette dernière est une approximation de la solution réelle, de plus aucun maillage n'est nécessaire dans la région où cette solution analytique est injectée.

Dans ce chapitre, nous présenterons les équations nécessaires à la modélisation des systèmes électromagnétiques ainsi que deux méthodes numériques qui sont les éléments finis et les différences finies. Nous nous intéresserons à la formulation du problème par la première méthode pour les avantages qu'elle offre.

3.1 Equations de Maxwell

Les équations de , ou équations générales de l'électromagnétiques, sont aux nombre de quatre. Elles régissent des grandeurs locales, leurs formes intégrales nous renvois à des théorèmes bien connus.

3.1.1 Forme différentielle des équations de Maxwell

$$\vec{\nabla} . \vec{D} = \rho \qquad \text{(III.1)}$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \text{(III.2)}$$

$$\vec{\nabla} . \vec{B} = 0 \qquad \text{(III.3)}$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{J} = \vec{J_c} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \qquad \text{(III.4)}$$

ρ est la densité de charge volumique.

$\vec{E}$: champ électrique [V/m].

$\vec{D}$: vecteur induction électrique ou vecteur déplacement [.

$\vec{H}$: vecteur champ magnétique [A/m].

$\vec{B}$: vecteur induction magnétique [T].

$\vec{J_c}$: vecteur densité de courant de conduction [A/m^2].

$\vec{J_d} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

J_D : densité de courant de déplacement [A/m^2].

Remarque

La densité de courant de conduction est formée de la densité de courant source ainsi que de la densité des courants induits.

$$\vec{J_c} = \vec{J_s} + \vec{J_i} \quad \text{(III.5)}$$

$$\vec{J_s} = -\sigma \overrightarrow{grad}(V) \quad \text{(III.6)}$$

$$\vec{J_i} = -\sigma \left(\frac{d\vec{A}}{dt} + \vec{v} \times \vec{B} \right) \quad \text{(III.7)}$$

$\vec{J_s}$: densité de courant source [A/m^2].

$\vec{J_i}$: densité de courants induits [A/m^2].

$\vec{A}$: potentiel vecteur magnétique [T.m].

σ: conductivité électrique [Ω.m]$^{-1}$.

$\vec{v}$: vitesse de la partie en mouvement dans le champ d'induction magnétique [m/s].

3.1.2 Forme intégrale des équations de Maxwell

3.1.2.1 Forme intégrale de la première équation de Maxwell

Nous avons :

$$\oiint_s \vec{D}.\vec{ds} = \iiint_v \rho \, .dv \quad \text{(III.8)}$$

En appliquant le théorème de la divergence, on obtient :

$$\iiint_v (\vec{\nabla}.\vec{D}) \, .dv = \iiint_v \rho \, .dv \quad \text{(III.9)}$$

D'où :

$$\iint_s \vec{D}.\vec{ds} = Q_i \quad \text{(III.10)}$$

s : surface qui entoure le volume v [m^2].

Q_i : charge totale contenue à l'intérieur de la surface s [Cb].

La formulation intégrale de la première équation de Maxwell est un théorème bien connu qui est le théorème de Gauss.

3.1.2.2 Forme intégrale de la deuxième équation de Maxwell

Nous avons :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \text{(III.11)}$$

En intégrant les deux parties par rapport à la surface s, on aura :

$$\iint_s \left(\vec{\nabla} \wedge \vec{E}\right) \overrightarrow{ds} = \iint_s \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) \overrightarrow{ds} \qquad \text{(III.12)}$$

Dans le cas où la surface s est indépendante du temps, c'est-à-dire que le système ne se déforme pas, on obtient :

$$\iint_s \left(\vec{\nabla} \wedge \vec{E}\right) \overrightarrow{ds} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_s \left(\vec{B}\ \overrightarrow{ds}\right) \qquad \text{(III.13)}$$

Sachant que le flux magnétique du vecteur induction magnétique à travers une surface s s’exprime par :

$$\Phi = \oiint_s \vec{B} . \overrightarrow{ds} \qquad \text{(III.14)}$$

d’où, en appliquant le théorème du rotationnel :

$$\oint_v \vec{E}\ \overrightarrow{dl} = e = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} \qquad \text{(III.15)}$$

La deuxième équation de Maxwell représente donc la loi de Faraday-Lentz.

3.1.2.3 Forme intégrale de la troisième équation de Maxwell

Nous avons :

$$\vec{\nabla} . \vec{B} = 0 \qquad \text{(III.16)}$$

En intégrant les deux parties par rapport au volume s’appuyant sur la surface s, on aura :

$$\iiint_v \left(\vec{\nabla} . \vec{B}\right) . d\tau = 0 \qquad \text{(III.17)}$$

D’où, en appliquant le théorème de la divergence :

$$\oiint_s \vec{B} . d\vec{s} = 0 \qquad \text{(III.18)}$$

La troisième équation signifie que le flux de l'induction magnétique à travers une surface fermée est nul, cela traduit la conservation de flux magnétique.

3.1.2.4 Forme intégrale de la quatrième équation de Maxwell

Nous avons :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{J_0} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \qquad \text{(III.19)}$$

En électrotechnique, les fréquences utilisées sont inférieures aux fréquences radio, aussi nous pouvons négliger le courant de déplacement. En intégrant les deux parties par rapport à la surface s, on aura :

$$\iint_s (\vec{\nabla} \wedge \vec{H}) \overrightarrow{ds} = \iint_s \vec{J} . \overrightarrow{ds} \qquad \text{(III.20)}$$

D'où, en appliquant le théorème du rotationnel :

$$\oint_c \vec{H} . \vec{dl} = \sum_i I_i \qquad \text{(III.21)}$$

$\mathbf{I_i}$: Courant i contenu à l'intérieur du contour fermé.

La quatrième équation de Maxwell est donc une généralisation du théorème d'Ampère.

3.1.3 Les lois constitutives du milieu

Les lois constitutives du milieu sont les relations qui existent entres les inductions magnétique et électrique respectivement avec les champs magnétique et électrique. Elles sont comme suit :

$$\vec{B} = \mu(\vec{H}).\vec{H} \qquad \text{(III.22)}$$

$$\vec{D} = \varepsilon(\vec{E}).\vec{E} \qquad \text{(III.23)}$$

μ : Perméabilité magnétique

ε : Permittivité électrique

La perméabilité magnétique est la capacité d'un milieu à s'aimanter et la permittivité électrique est la capacité d'un milieu à se charger.

3.1.4 La loi d'Ohm

L'expression locale de la loi d'ohm est donnée comme suit :

$$\vec{J} = \sigma . \vec{E} \qquad \text{(III.24)}$$

3.1.5 Equation de conservation de la charge

Pour aboutir à la quatrième équation qui est une généralisation du théorème d'ampère, Maxwell s'est basé sur la conservation de la charge en régime variable.

Nous avons :

$$\vec{\nabla}.\vec{D} = \rho \tag{III.25}$$

En dérivant par rapport au temps l'équation précédente, on obtient :

$$\vec{\nabla}.\left(\frac{d\vec{D}}{dt}\right) = \frac{d\rho}{dt} \tag{III.26}$$

de la quatrième équation, on peut déduire

$$\vec{\nabla}.(\vec{\nabla}\wedge\vec{H}) = \vec{\nabla}.\left(\vec{J_c} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right) = 0 \tag{III.27}$$

d'où

$$\vec{\nabla}\left(\vec{J_c}\right) + \vec{\nabla}\left(\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right) = 0 \tag{III.28}$$

donc

$$\vec{\nabla}\left(\vec{J_c}\right) + \frac{d\rho}{dt} = 0 \tag{III.29}$$

3.2 Méthodes des éléments finis

3.2.1 Introduction

La méthode des éléments finis est une méthode numérique de résolution des équations différentielles aux dérivées partielles et de leurs conditions aux limites. Cette méthode a été utilisée initialement pour l'analyse des structures (mécanique, génie civil). Elle fût introduite pour la première fois en électromagnétisme par P. SILVESTER et M.V.K CHARI en 1970.

Son champ d'application actuel couvre les domaines suivants :

- Contraintes et déformations
- Mécanique des fluides
- Problème thermique
- Electromagnétisme
- Plus récemment les problèmes couplés magnéto - thermique et magnéto - mécanique.

Dans la plupart des cas, cette méthode s'intègre à des logiciels C.A.O (conception assistée par ordinateur), ce qui constitue un avantage de taille pour l'ingénieur appelé à concevoir les systèmes physiques désirés.

Le principe de la méthode des éléments finis est basé sur une formulation intégrale du problème aux dérivées partielles et de leurs conditions aux limites. Cette formulation peut être de deux types : variationnelle ou résidus pondérés.

Malgré l'importance de son domaine d'application, cette méthode devient imprécise dans deux situations particulières qui sont :

- Lorsque le domaine d'étude devient infini,
- Présence de singularité au niveau du domaine d'étude dont certains points présentent des dérivés infinis.

3.2.2 Principe de la méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis est un outil numérique de résolution des équations aux dérivées partielles de la physique mathématique.

3.2.3 Les principales équations de la physique mathématique

Les différentes équations aux dérivées partielles régissant la plupart des phénomènes physiques sont de trois types :

- **Equations elliptiques illustrées par :** $\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0$ (III.30)
- **Equations paraboliques illustrées par :** $\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$ (III.31)
- **Equations hyperbolliques illustrées par :** $\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 0$ (III.32)

Dans les études de régime permanent en électrostatique ou magnétostatique, les équations elliptiques traduisent bien les problèmes de type potentiel.

3.2.4 Les conditions aux limites

Les conditions aux limites, sur la frontière spatiale du domaine, associées sont de type :

- **Dirichlet :** $\phi(s) = \phi_0 = f_0(s)$ (III.33)
- **Neumann :** $\frac{\partial \phi}{\partial n}(s) = f_0(s)$ (III.34)

ou

- **Mixte :** $\phi(s) + \frac{\partial \phi}{\partial n}(s) = f_0(s)$ (III.35)

Remarques :

- Les problèmes elliptiques sont caractéristiques de l'analyse de phénomènes de régime permanent de type statique (pas de variation temporelle) ou à variation temporelle connue (sinusoïdale).
- Les problèmes paraboliques et hyperboliques sont liés à des études de régimes transitoires dont la résolution donne l'évolution d'un phénomène physique au cours du temps (régime transitoire électrique)
- La méthode des éléments finis est très utilisée surtout pour la résolution des problèmes de type parabolique ainsi que pour le traitement des équations hyperboliques particulières.

3.2.5 Formulation intégrale

La méthode des éléments finis est basée sur la substitution à la forme différentielle que représentent l'équation aux dérivées partielles et les conditions aux limites par une formulation intégrale du phénomène à étudier. La formulation intégrale est de type variationnelle ou de type projective en association avec une base donnée de fonctions.

3.2.5.1 Formulation variationnelle

La formulation intégrale est donnée par :

$$\mathbf{I_a = \int L(A).d\Omega} \qquad \text{(III.36)}$$

$$\mathbf{L(A) = W_c - W_p} \qquad \text{(III.37)}$$

$\mathbf{W_c}$: énergie cinétique

$\mathbf{W_p}$: énergie potentielle

3.2.5.2 Formulation projective

Le principe de la méthode projective est basé sur un théorème, applicable dans un espace d'Hilbert, qui stipule que seul le vecteur nul est orthogonal à tous les vecteurs de l'espace. L'orthogonalité de deux fonctions **f** et **g** se traduit par :

$$\mathbf{\int_\Omega f.g.d\Omega = 0} \qquad \text{(III.38)}$$

On définit le résidu

$$\mathbf{R_i = L(A) - f} \qquad \text{(III.39)}$$

L( ) : opérateur différentiel

f : terme source

A : inconnue du problème

3.2.5.3 Exemple

Soit une EDP :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = -\mu_0 . J_z \Rightarrow \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \mu_0 . J_z = 0 \Rightarrow \begin{cases} L(A) = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \\ f = -\mu_0 . J_z \end{cases} \quad \text{(III.40)}$$

Appliquer la méthode projective (ou résidus pondérés) consiste à poser :

$$\int_\Omega R_i . \Phi_i . d\Omega = 0 \quad \text{(III.41)}$$

Comme :

$$R_i = L(\emptyset) - f$$

$$\int_\Omega \left[\frac{\partial^2 \emptyset}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \emptyset}{\partial y^2} + \mu_0 . J_z\right] . \Phi_i . d\Omega = 0 \quad \text{(III.42)}$$

3.2.5.4 Principe de minimisation – Méthode variationnelle

Le principe de minimisation consiste à poser :

$$\frac{\partial F(A)}{\partial A_i} = 0 \Rightarrow \frac{\partial F(A)}{\partial A_1} = \frac{\partial F(A)}{\partial A_2} = \cdots = \frac{\partial F(A)}{\partial A_n} = 0 \quad \text{(III.43)}$$

A_1, A_2, …, A_n sont les variables nodales.

3.2.5.5 Exemple de fonctionnelle d'énergie

$$F(A) = \int_\Omega L(A) . d\Omega \Rightarrow F(A) = \int_\Omega \left[\int_0^B H . dB\right] . d\Omega \quad \text{(III.44)}$$

B : module de l'induction magnétique

A : potentiel vecteur magnétique

3.2.5.6 Principe de minimisation – Méthode projective

Le principe consiste à annuler l'intégrale

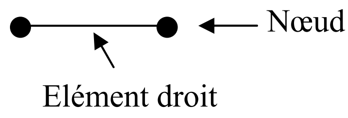
$$\int_\Omega R_i . \Phi_i . d\Omega = 0 \quad \text{avec} \quad R_i = L(A) - f$$

3.2.6 Approximation par éléments finis

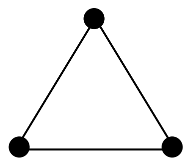
3.2.6 1 Introduction

L'approche de cette méthode consiste à subdiviser le domaine concerné en un nombre fini de sous domaines appelés éléments. Pour des problèmes à une, deux ou trois dimensions, les éléments de base sont :

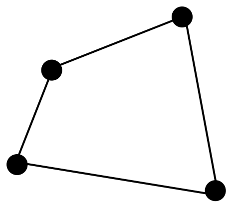
Une dimension :



Deux dimensions :

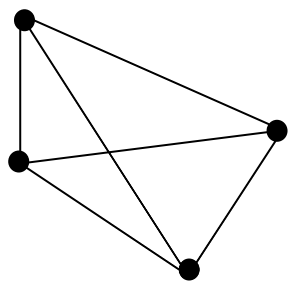


triangle

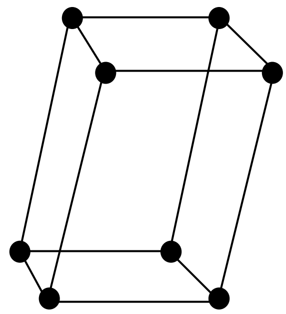


quadrilatère

Trois dimensions :



tétraèdre



polyèdre

3.2.6.2 Approximation nodale d’une fonction

Soir f une fonction qui peut traduire une grandeur physique (champ électrique, champ magnétique, induction magnétique, potentiel vecteur,…). On suppose que f est connue sur n points x_i, i=1,2,…,n

Problématique

Construire une fonction u(x) de telle sorte que e(x)=f(x)-u(x) soit négligeable. En général dans le cas de la méthode des éléments finis, la fonction u(x) est construite à base de fonctions polynomiales. Soit l’approximation de f(x) suivante :

$u(x)=a_1+a_2.x+a_3.x^2+\ldots+a_n.x^{n-1}$ (III.45)

d’une manière générale, on peut écrire u(x) sous la forme suivante :

$$u(x) = \langle P_1(x), P_2(x), \ldots, P_n(x) \rangle \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_n \end{Bmatrix} \quad \text{(III.46)}$$

où $P_1, P_2, \ldots, P_n$ sont des fonctions connues et sont linéairement indépendantes.

Les coefficients a_i sont les paramètres de l'approximation qui doivent satisfaire la relations $u(x)-f(x)=0$.

$$u(x_1) = a_1 + a_2.x_1 + a_3.x_1^2 + \cdots + a_n.x_1^{n-1} = f(x_1)$$
$$u(x_2) = a_1 + a_2.x_2 + a_3.x_2^2 + \cdots + a_n.x_2^{n-1} = f(x_2) \quad \text{(III.47)}$$

.

. .

.

$$u(x_n) = a_1 + a_2.x_n + a_3.x_n^2 + \cdots + a_n.x_n^{n-1} = f(x_n)$$

Nous pouvons écrire ce système d'équations sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} 1 & X_1 & X_1^2 & X_1^3 \ldots X_1^{n-1} \\ 1 & X_2 & X_2^2 & X_2^3 \ldots X_2^{n-1} \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ 1 & X_n & X_n^2 & X_n^3 \ldots X_n^{n-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ f_n \end{pmatrix} \quad \text{(III.48)}$$

Sous forme condensée :

$$\mathbf{[X][A]=[F]\Rightarrow[A]=[F][X]^{-1}} \quad \text{(III.49)}$$

Cette approximation est non-nodale. Pour donner un sens physique aux coefficients $\mathbf{a_i}$, on choisit les valeur $\mathbf{f_i}$ de la fonction f aux n points $\mathbf{x_i}$ **i=1,2,…,n** appelés nœuds. En imposant que la fonction **u(x)** coïncide avec la fonction **f(x)** en ces points, on aura :

$$u(x_1) = f(x_1) = f_1$$
$$u(x_2) = f(x_2) = f_2$$

.

. (III.50)

.

.

$$u(x_n) = f(x_n) = f_n$$

$$u(x) = [N_1(x), N_2(x), \dots, N_n(x)] \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ f_n \end{bmatrix} \quad \text{(III.51)}$$

Comme $u(x_i)=f_i$ alors on aura :

$$u(x_i) = [N_1(x_i), N_2(x_i), \dots, N_n(x_i)] \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ f_n \end{bmatrix} \quad \text{(III-52)}$$

Avec $N_j(x_i) = \begin{cases} 1 & si\ i = j \\ 0 & si\ i \neq j \end{cases}$ (III.53)

Ce qui annule l'erreur pour tous les x_i. On appelle ce type d'approximation une approximation nodale

3.3 Problème magnétodynamique

3.3.1 Formulation en potentiel vecteur magnétique

La formulation en terme de champ magnétique ou électrique présente l'inconvénient de la discontinuité possible de ces grandeurs en passant d'un milieu à un autre, par contre le potentiel vecteur magnétique est continu, de plus il réduit le nombre d'inconnues. L'équation (III.3) permet de déduire qu'il existe un potentiel vecteur magnétique $\vec{A}$ tel que :

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A} \quad \text{(III.54)}$$

La combinaison des équations (III.2) et (III.54) conduit à :

$$\vec{\nabla} \wedge \left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right) = 0 \quad \text{(III.55)}$$

La relation (III.55) permet de déduire qu'il existe un potentiel électrique scalaire V tel que :

$$\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\overrightarrow{\nabla V} \quad \text{(III.56)}$$

d'où :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\nabla V} - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad \text{(III.57)}$$

et

$$\vec{J} = \sigma\left(-\overrightarrow{\nabla V} - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right) \tag{III.58}$$

d'où finalement l'expression de la densité de courant de conduction est la suivante :

$$\vec{J} = -\sigma_{inducteur}\vec{\nabla}V - \sigma_{induit}\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{J}_s + \sigma_{induit}\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \tag{III.59}$$

Nous avons :

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \rightarrow \vec{H} = {}^{1}/_{\mu_0}\vec{B} - \vec{M} \tag{III.60}$$

et sachant que :

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A}$$

L'équation devient donc:

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{A}) + \sigma_{induit}\mu_0\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \mu_0(\vec{J}_s + \vec{\nabla} \wedge \vec{M}) \tag{III.61}$$

avec :

μ_0 : perméabilité magnétique du vide.

C'est l'équation électromagnétique qui caractérise les régimes dynamiques. De cette équation nous pouvons déduire le modèle en régime statique et harmonique. Dans le cas où le potentiel vecteur magnétique n'a qu'une seule composante :

- perpendiculaire au plan d'étude, prise comme étant la direction $\overrightarrow{oz}$ en coordonnées cartésiennes

dans le cas 2D cartésien

$$-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial Az}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial Az}{\partial z}\right) + \sigma\mu_0\frac{\partial Az}{\partial t} = \mu_0 J_{sz} + \mu_0\left(\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y}\right) \tag{III.62}$$

D'autres formulations existent notamment :

- Formulation en potentiel vecteur électrique
- Formulation en champ magnétique

3.3.2 Formulation intégrale

La méthode des résidus pondérés consiste à projeter le résidu des équations aux dérivées partielles du modèle à traiter sur un ensemble de fonctions indépendantes appelées fonctions de pondérations. Dans la méthode de Galerkine**,** les fonctions de pondérations sont choisies identiques aux fonctions de forme. La formulation intégrale sur un domaine s'écrit de la manière suivante :

$$\iint_s \phi_j(x,y)R(x,y)ds = 0 \qquad \text{(III.63)}$$

tel que :

$$R = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial Az}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial Az}{\partial z}\right) + \sigma\mu_0\frac{\partial Az}{\partial t} - \mu_0 J_{sz} - \mu_0\left(\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y}\right) \qquad \text{(III.64)}$$

est le résidu de l'équation du modèle évolutif défini précédemment.

$$\iint_S \phi_i\left[-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial Az}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial Az}{\partial z}\right) + \sigma\mu_0\frac{\partial Az}{\partial t} - \mu_0 J_{sz} - \mu_0\left(\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y}\right)\right] dxdy = 0 \qquad \text{(III.65)}$$

$$\rightarrow \iint_S \phi_i\left[-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial Az}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial Az}{\partial z}\right)\right] dxdy$$
$$= \iint_S \phi_i\mu_0\left[-\sigma\frac{\partial Az}{\partial t} + J_{sz} + \left(\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y}\right)\right] dxdy \qquad \text{(III.66)}$$

En utilisant le théorème de Green, on aboutit à :

$$\rightarrow \iint_S \phi_i\left[-\frac{\partial \phi_i}{\partial x}\left(\frac{\partial Az}{\partial x}\right) - \frac{\partial \phi_i}{\partial y}\left(\frac{\partial Az}{\partial z}\right)\right] dxdy - \int_\Gamma \phi_i\frac{\partial Az}{\partial n}d\Gamma = \iint_S \phi_i\mu_0\left[-\sigma\frac{\partial Az}{\partial t}\right] dxdy +$$
$$\iint_S \phi_i\mu_0[J_{sz}]dxdy + \iint_S \phi_i\mu_0\left[\left(\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y}\right)\right] dxdy \qquad \text{(III.67)}$$

$$\rightarrow \iint_S \phi_i\left[-\frac{\partial \phi_i}{\partial x}\left(\frac{\partial Az}{\partial x}\right) - \frac{\partial \phi_i}{\partial y}\left(\frac{\partial Az}{\partial z}\right)\right] dxdy = \iint_S \phi_i\mu_0\left[-\sigma\frac{\partial Az}{\partial t}\right] dxdy + \iint_S \phi_i\mu_0[J_{sz}]dxdy +$$
$$\iint_S \mu_0\left[\left(\frac{\partial \phi_i}{\partial x}M_y - \frac{\partial \phi_i}{\partial y}M_x\right)\right] dxdy \qquad \text{(III.68)}$$

où "Γ" : contour de l'élément

$\frac{\partial A_z}{\partial n}$: dérivée par rapport à la normale au contour élémentaire $d\Gamma$.

L'introduction des conditions aux limites de types Neumann homogènes ($\frac{\partial A_z}{\partial n} = 0$) permet d'annuler l'intégrale sur le contour.

La forme intégrale faible s'écrit alors :

$$-\frac{1}{\mu_0}\iint_s\left(\frac{\partial\varphi_j}{\partial x}\frac{\partial A_z}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial\varphi_j}{\partial y}\frac{\partial A_z}{\partial y}\right)dxdy = \sigma\iint_s\varphi_j\left(\frac{\partial A_z}{\partial t} + J_{sz} + \left(\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial Mx}{\partial y}\right)\right)dxdy \qquad \text{(III.69)}$$

Comme : $A(x,y) = \sum_{i=1}^{nn}\phi_i(x,y)A_i$ (III.70)

nn: nombre des nœuds du domaine.

La formulation intégrale devient :

$$-\frac{1}{\mu 0}\sum_{i=1}^{n}\left[\iint\left(\left(\frac{\partial\varphi_j}{\partial x}\frac{\partial\varphi_i}{\partial x}\right)+\left(\frac{\partial\varphi_j}{\partial y}\frac{\partial\varphi_i}{\partial y}\right)\right)dxdy\right]A_i+\sum_{i=1}^{n}\left[\iint\sigma\varphi_i\varphi_j dxdy\right]\frac{\partial A_i}{\partial t}=\iint\varphi_j J_{sz}dxdy+\iint\varphi_j\left(\frac{\partial M_y}{\partial x}-\frac{\partial Mx}{\partial y}\right)dxdy$$

(III.71)

système matriciel à résoudre s'écrit :

$$[M].[A]+[C].\left[\frac{\Delta A}{\Delta t}\right]=[K]+[G] \tag{III.72}$$

avec

$$M_{ij}=\iint_s\left(\left(\frac{\partial\phi_j}{\partial x}\frac{\partial\phi_i}{\partial x}\right)+\left(\frac{\partial\phi_j}{\partial y}\frac{\partial\phi_i}{\partial y}\right)\right)dxdy \tag{III.73}$$

$$C_{ij}=\iint_s\sigma\mu_0\phi_i\phi_j dxdy \tag{III.74}$$

$$K_i=\iint_s\mu_0 J_s\phi_i dxdy \tag{III.75}$$

$$G_i=\iint_s\mu_0(My\frac{\partial\phi_i}{\partial x}-Mx\frac{\partial\phi_i}{\partial y})dxdy \tag{III.76}$$

avec:

K_i : éléments de la matrice représentant les termes source.

G_i : éléments de la matrice représentant le terme source (due aux aimants permanents).

-Avantages et inconvénients de la méthode des éléments finis

Avantages :

- Adaptation aux géométries complexes.
- Prise en compte des non linéarités accrues.
- Temps de calcul relativement avantageux.

Inconvénients :

- Mise en œuvre relativement difficile.
- Prise en considération de domaines infinis.
- Présence de singularités dans le domaine d'étude.

3.3.3 Conditions aux limites

La résolution du système (III.72) se fait après introduction des conditions aux limites sur les frontières du domaine d'étude. On distingue essentiellement deux types de conditions aux limites, dans le cas des problèmes de champs électromagnétiques formulés en terme du vecteur potentiel magnétique :

- Conditions aux limites de Dirichlet ($A = A_0$) : dans ce cas, le vecteur potentiel magnétique est constant sur la frontière.
- Conditions aux limites de Neumann homogène. $\frac{\partial A}{\partial n} = 0$.

3.4 Méthodes de résolution

Le système matriciel issu de l'application de la méthode des éléments finis peut être résolu par des méthodes numériques différentes, selon le cas traité. Dans le cas de problème évolutif, la résolution doit passer tout d'abord par une discrétisation temporel**.** Une discrétisation du système traité par la méthode d'Euler implicite permet d'écrire:

$$[M].[A]^{t+1} + [C].\frac{[A]^{t+1} - [A]^{t}}{\Delta t} = [K] + [G] \tag{III.76}$$

L'introduction de l'aimantation conduit à une non linéarité. La matrice G dépend du champ magnétique donc du vecteur potentiel magnétique. Pour la résolution de ce système on fait appel aux méthodes de résolution des systèmes non-linéaires, telles que la méthode de Newton –Raphson et la méthode du point fixe.

3.4.1 Méthode de Newton - Raphson

Elle est appliquée dans la résolution des systèmes d'équations non linéaires. Cette méthode nécessite un important effort de calcul (calcul à chaque itération).

3.4.2 Méthode du point fixe

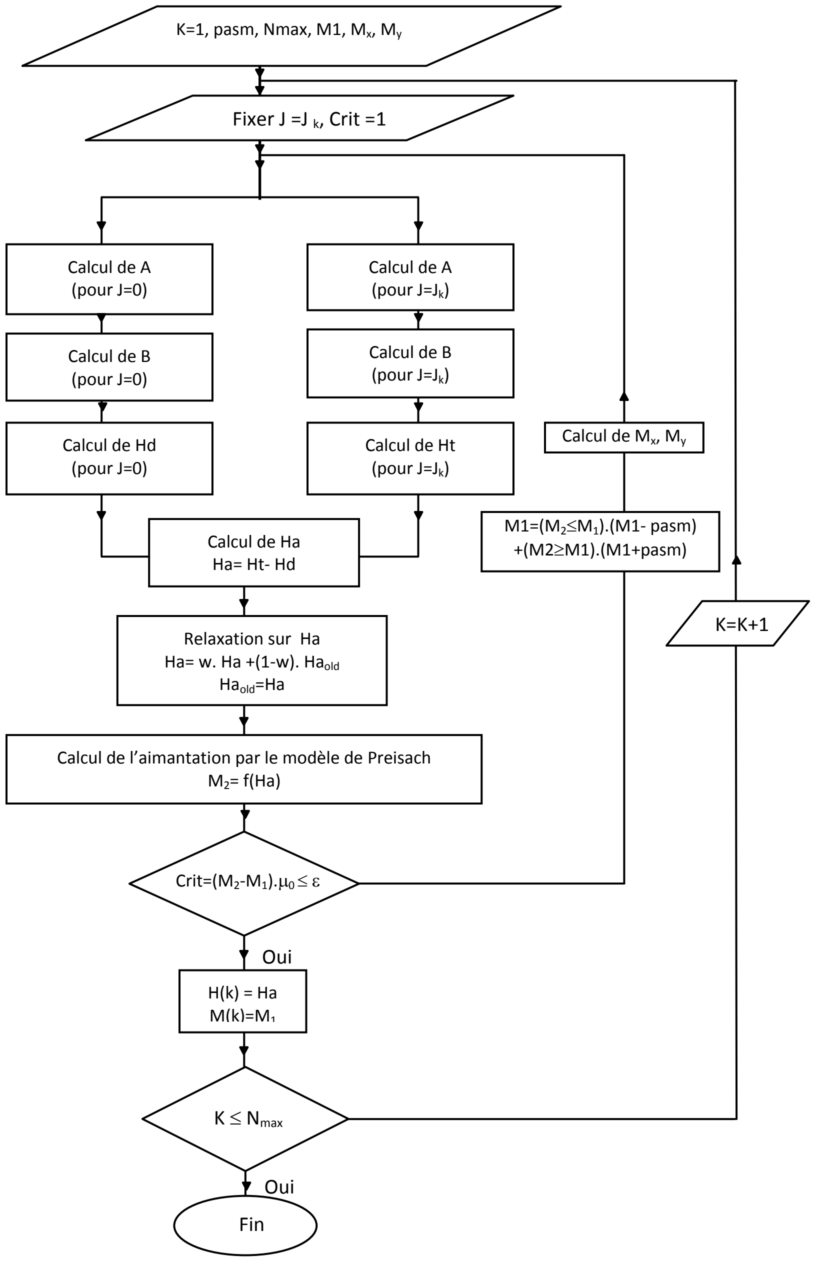
Cette méthode permet de rechercher la solution du système algébrique par itération successives en gardant une valeur fixe.

3.5 Procédure de calcul intégrant le cycle d'hystérésis

Le champ magnétique total H_t comporte deux parties, le champ démagnétisant H_d et le champ appliqué H_a [27-29]. Le processus de calcul est illustré par l'organigramme 1 :

Le critère de convergence utilisé dans la référence [18] est basé sur un calcul de précision sur la valeur du champ appliqué exprimé par : $\frac{\sum(H_{ai} - H_{ai-1})}{\sum(H_{ai})} \leq \varepsilon$. Par contre la présente étude utilise le critère de convergence suivant : $|(M_2 - M_1).\mu_0| \leq \varepsilon$, qui a l'avantage de réaliser une convergence dès la première itération.

M_1 étant l'aimantation calculée avec le code éléments finis et M_2 étant l'aimantation calculée avec le modèle de Preisach. Le processus itératif choisi converge dès la première itération ou bien il sera divergeant. Cela dépend du choix de la valeur du facteur de relaxation *w* et du critère de précision *ε*. Si le matériau n'est pas complètement désaimanté initialement, un calcul préliminaire est indispensable pour l'évaluation des composantes de l'aimantation et de sa direction.



Organigramme 1 : Procédure de calcul intégrant le cycle d'hystérésis

3.6 Equation de conservation de l'énergie électromagnétique

L'équation de conservation de l'énergie électromagnétique pour un milieu rayonnant une puissance exprimée par le vecteur de Poynting peut se déduire à partir des équations de Maxwell :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{J_c} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Multiplions la première équation par $\vec{H}$ et la seconde par le vecteur $\vec{E}$ et ainsi on aura :

$$\vec{E} . (\vec{\nabla} \wedge \vec{H}) = \vec{E} . \vec{J_c} + \vec{E} . \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \text{(III.81)}$$

$$\vec{H} . (\vec{\nabla} \wedge \vec{E}) = -\vec{H} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{(III.82)}$$

d'où :

$$\vec{E} . (\vec{\nabla} \wedge \vec{H}) - \vec{H} . (\vec{\nabla} \wedge \vec{E}) = \vec{E} . \vec{J_c} + \vec{E} . \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{H} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{(III.83)}$$

Sachant que :

$$\left[-\vec{\nabla} . (\vec{E} \wedge \vec{H}) = \vec{E} . \vec{J_c} + \vec{E} . \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{H} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right] \quad \text{(III.84)}$$

En intégrant sur le volume la dernière équation, on obtient :

$$\iiint -\vec{\nabla} . (\vec{E} \wedge \vec{H}) dv = \iiint_v \vec{E} . \vec{J_c} dv + \iiint_v \vec{E} . \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} dv + \iiint_v \vec{H} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} dv \quad \text{(III.85)}$$

$$\iint_s (\vec{E} \wedge \vec{H}) \vec{ds} + \iiint_v \left(\vec{E} . \vec{J_c} + \vec{E} . \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{H} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) dv = 0 \quad \text{(III.86)}$$

Sachant que :

$$\vec{E} \wedge \vec{H} = S_p \quad \text{(III.87)}$$

S_p : Vecteur de Poynting.

La relation (III.57) exprime la puissance rayonnée à travers une surface sous forme de pertes Joule, diélectrique et magnétique.

$$P_j = \iiint_v \vec{E} . \vec{J_c} dv \quad \text{(III.88)}$$

P_j : pertes joule.

$$P_{eE} = \iiint_v \vec{E} . \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} dv \quad \text{(III.89)}$$

P_{em} : puissance emmagasinée par le champ électrique.

$$P_{eH} = \iiint_v \vec{H} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} dv \quad \text{(III.90)}$$

P_{eH} : puissance emmagasinée par la puissance magnétique.

3.7 Energie magnétique

L'énergie magnétique s'obtient par la connaissance de l'évolution de l'induction en fonction du champ magnétique

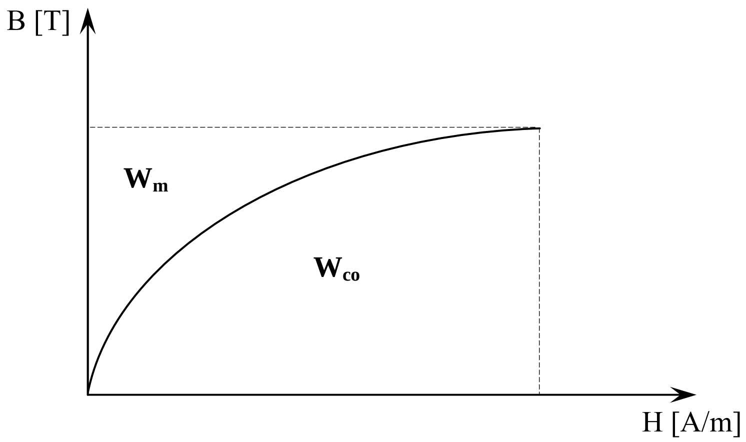


Figure III.1 : Courbe de B – H.

Pour l'évaluer on peut exploiter la relation suivante :

$$W_m = \int_{\Omega} \left(\int_0^B H\, dB \right) d\Omega \qquad \text{(III.91)}$$

Elle est donc l'aire délimitée par la courbe B = f (H) et l'axe des ordonnées.

3.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les équations de Maxwell, sur la base desquelles tous les phénomènes électromagnétiques peuvent être modélisés. Nous nous sommes intéressés au modèle magnéto-dynamique, parce que les régimes magnétostatique et harmonique peuvent s'en déduire directement de ce modèle. Le choix d'une formulation en terme du potentiel vecteur magnétique est dû au fait, comme cela a été signalé, que cette grandeur est continue de plus c'est une formulation qui réduit le nombre d'inconnues comparativement à la formulation en terme de champ électrique ou magnétique. Pour résoudre l'équation magnéto-dynamique, nous avons présenté la formulation éléments finis basée sur la méthode de Galerkine qui permet d'aboutir à un système algébrique symétrique, donc plus simple à résoudre.

Chapitre IV

Intégration du modèle d'hystérésis de Preisach dans le calcul par éléments finis

L'intégration d'un modèle de calcul dans un code éléments finis d'un problème magnétique dont la formulation est faite en fonction du potentiel vecteur magnétique est délicate du fait qu'on aboutit à un modèle non linéaire dont la résolution nécessite l'exploitation d'un algorithme de résolution de systèmes algébriques non linéaire à chaque pas de calcul. Dans ce chapitre, nous allons étudier quelques applications où le cycle d'hystérésis est intégré dans un code de calcul par éléments finis. La première application concerne l'influence de l'état magnétique initial sur le point de fonctionnement d'un dispositif électromagnétique et la deuxième porte sur l'évaluation des pertes par hystérésis et par courants de Foucault.

4-1-1 Problème électromagnétique

Le problème étudié concerne la résolution par éléments finis de l'équation magnétostatique 2D donnée par:

$$\overrightarrow{\text{rot}}\left[\overrightarrow{\text{rot}}\left(\vec{A}\right)\right] = \mu_0\left[\vec{J} + \overrightarrow{\text{rot}}\left(\vec{M}\right)\right] \qquad \text{(IV-1)}$$

4-1-2 Procédure de calcul intégrant le cycle d'hystérésis

L'alimentation étant soit de type courant ou tension, nous pouvons déduire la densité de courant, cependant dans le modèle d'hystérésis c'est une relation entre l'induction et le champ magnétique. De ce fait, le recours à des méthodes de résolution des systèmes non linéaires est inévitable. Le champ magnétique total H_t comporte deux parties, le champ démagnétisant H_d et le champ appliqué H_a [27-29]**.** L'organigramme 1 indique la procédure de calcul: le critère de convergence utilisé dans la référence [5] est basé sur un calcul de précision sur la valeur du champ appliqué exprimé par : $\frac{\sum\left(H_{ai} - H_{ai-1}\right)}{\sum\left(H_{ai}\right)} \le \varepsilon$, par contre la présente étude utilise le critère de convergence suivant : $\left|\left(M_2 - M_1\right).\mu_0\right| \le \varepsilon$, qui a l'avantage de réaliser une convergence dès la première itération.

M_1 étant l'aimantation calculée avec le code éléments finis et M_2 étant l'aimantation déterminée avec le modèle de Preisach.

Le processus itératif choisi converge dès la première itération ou bien il sera divergeant. Cela dépend du choix de la valeur du facteur de relaxation *w* et du critère de précision τ.

Si le matériau n'est pas complètement désaimanté initialement, un calcul préliminaire est indispensable pour l'évaluation des composantes et de la direction de l'aimantation.

4-1-3 Application au calcul du champ dans un dispositif à induction magnétique

Les caractéristiques physiques et géométriques sont:

Champ à saturation : H_s=5000 A/m

Champ coercitif: H_c=1000 A/m

Induction à saturation : B_s=1,5 T [5].

Epaisseur de l'inducteur : 0,01 m

Hauteur de l'inducteur : 0,05 m

Epaisseur de l'induit : 0,01 m

Hauteur de l'induit : 0,1 m

L'inducteur étant en cuivre et l'induit en matériau ferromagnétique ayant les caractéristiques suivantes :

Conductivité électrique de l'induit : $\sigma_i = 10^6 \ \Omega^{-1}.m^{-1}$

Perméabilité magnétique de l'induit : $\mu_i = f\left(\vec{H}\right)$

L'épaisseur de l'entrefer est de 0,01 m.

4-1-3-1 Définition de la structure géométrique

La structure géométrique qui fera l'objet d'étude est représentée par le domaine de résolution de la figure IV.1 suivante :

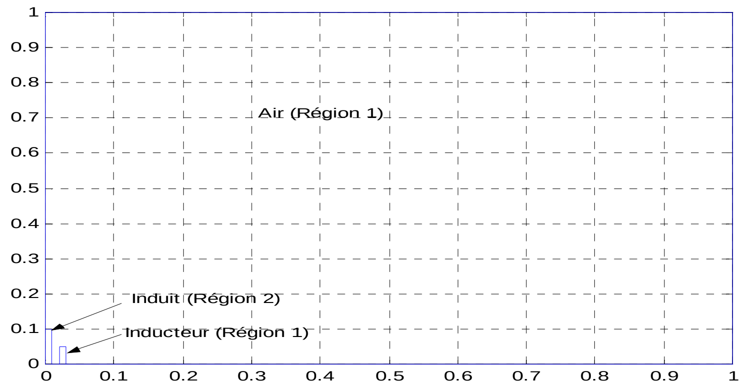


Figure IV.1 : Domaine d'étude

4-1-3-2 Définition des conditions aux limites

Les conditions aux limites associées au domaine d'étude sont telles que représentées par la figure (IV.2) :

-Condition Dirichlet homogène : A=0 sur l'axe de symétrie et à l'infini

-Condition de Neumann homogène : $\frac{\partial A}{\partial n} = 0$ sur le plan de symétrie

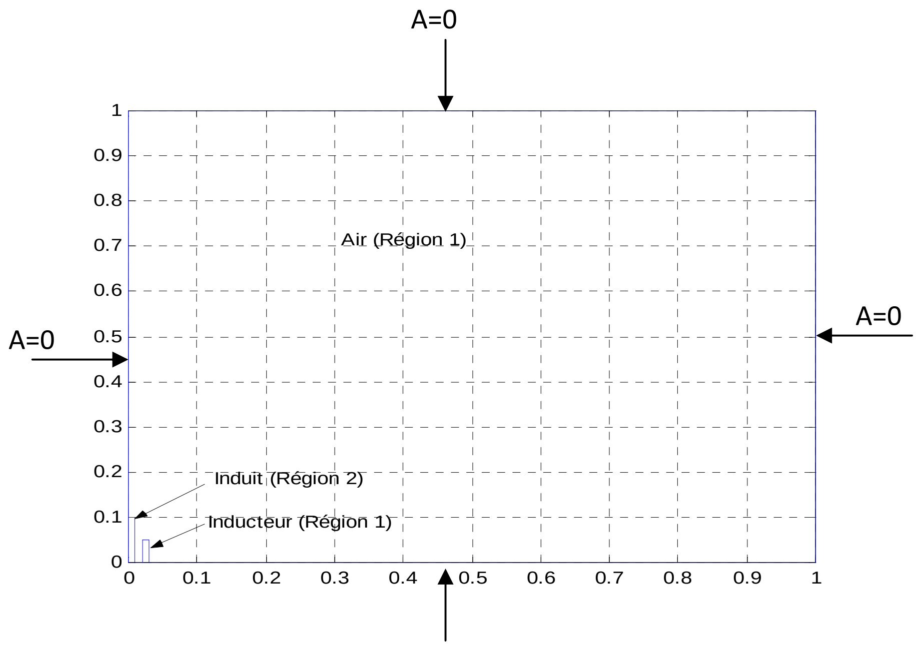


Figure IV.2 : Conditions aux limites associées

4-1-3-3 Maillage du domaine d'étude

Le domaine d'étude maillé en éléments finis qui fera l'objet de traitement est celui représenté par la figure IV.3 ci-dessous :

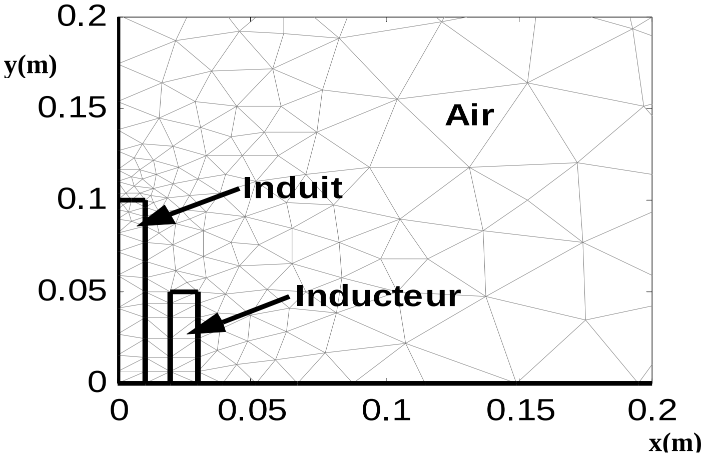


Figure IV.3 : Maillage du domaine d'étude

4-1-3-4 Résolution

Les simulations ont été effectuées en utilisant un programme de calcul par éléments finis mis en œuvre sous environnement Matlab et intégrant le calcul du cycle d'hystérésis exploitant le modèle de Preisach. Les résultats obtenus sont fournis dans les figures IV.4 et IV.5.

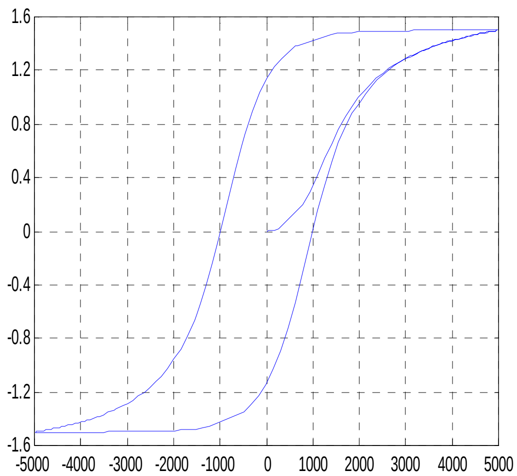


Figure IV.4 : Cycle d'hystérésis obtenu à partir du calcul par éléments finis

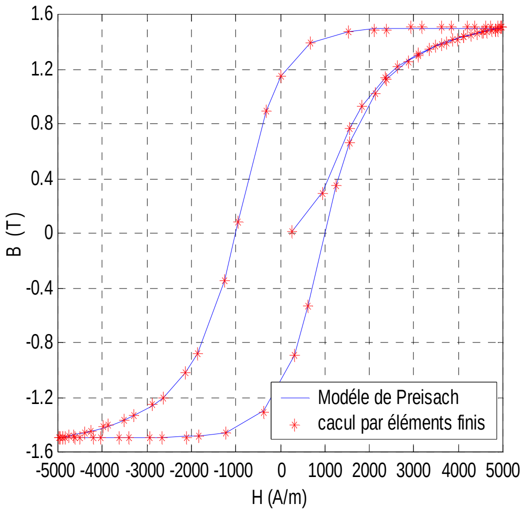


Figure.IV.5. Confrontation des cycles d'hystérésis obtenus par calcul éléments finis et en exploitant le modèle de Preisach

Les résultats de confrontation obtenus montrent une parfaite concordance entre le cycle d'hystérésis obtenu en intégrant le calcul par éléments finis et le cycle fourni par le modèle de Preisach théorique. Ce premier résultat permet de valider le programme de calcul par éléments finis mis en œuvre sous environnement Matlab intégrant le modèle d'hystérésis de Preisach.

4-2 Etude de l'effet de la rémanence sur le point de fonctionnement d'un dispositif magnétique

En considérant le comportement des matériaux magnétiques à travers la courbe de première aimantation, le point de fonctionnement d'un dispositif électromagnétique sera indépendant de son état magnétique initial. La question qui se pose est l'éventuel impact de l'état magnétique initial sur le point de fonctionnement en tenant compte du comportement magnétique réel d'un matériau à travers un modèle d'hystérésis. Aussi nous avons considéré le cas d'un matériau complètement désaimanté et le cas où il présente une aimantation rémanente.

L'intégration du modèle d'hystérésis dans un code de calcul par éléments finis permettra de suivre l'évolution du point de fonctionnement, aussi de le déterminer de façon rigoureuse. Ce couplage hystérésis-éléments finis présente des difficultés liées à la complexité de représentation du phénomène d'hystérésis, comme cela a été signalé au chapitre I, en outre, de ce couplage émane un système algébrique non linéaire dont la résolution repose sur des méthodes itératives, d'où la difficulté liée à leur convergence. Le modèle de Preisach développé ne se limite pas à la génération des cycles majeurs mais aussi des cycles mineurs, ce qui nous permet de faire des simulations sur des ondes de densité de courants est de formes très variées. Les cycles mineurs doivent toujours vérifier la caractéristique de congruence. La validation de la prise en compte de la rémanence dans la résolution par éléments finis a été réalisée en procédant à la comparaison des différents résultats issus du calcul numérique et du modèle d'hystérésis de Preisach.

4-2-1 Effet de la rémanence sur le cycle majeur

Des essais numériques ont été effectués en utilisant l'algorithme proposé dont le critère d'arrêt est basé sur la différence de l'aimantation aux itérations respectives (i+1) et (i). La figure IV.6 représente la densité de courant d'excitation :

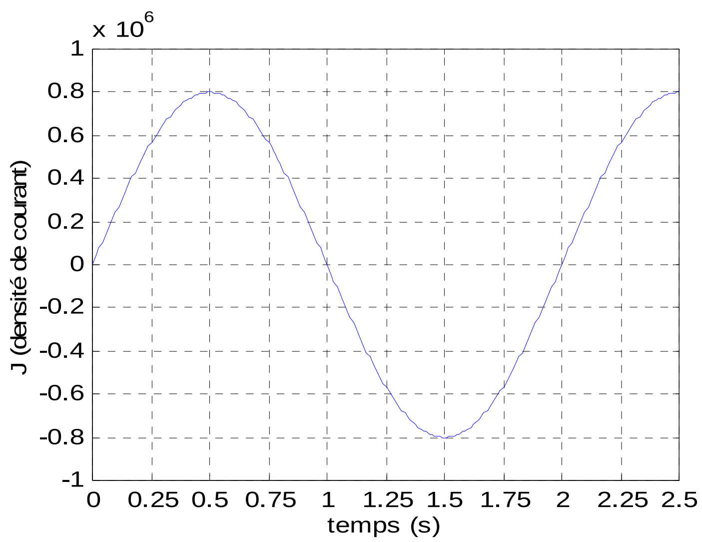


Figure IV.6 : Allure de la densité de courant d'excitation

Les résultats obtenus pour les cycles majeurs sont réalisés pour deux conditions initiales différentes à savoir :

- le matériau désaimanté B(0) = 0,

- le matériau présente une induction magnétique rémanente B(0) = Br,

Ces résultats sont donnés aux figures IV.7 et IV.8.

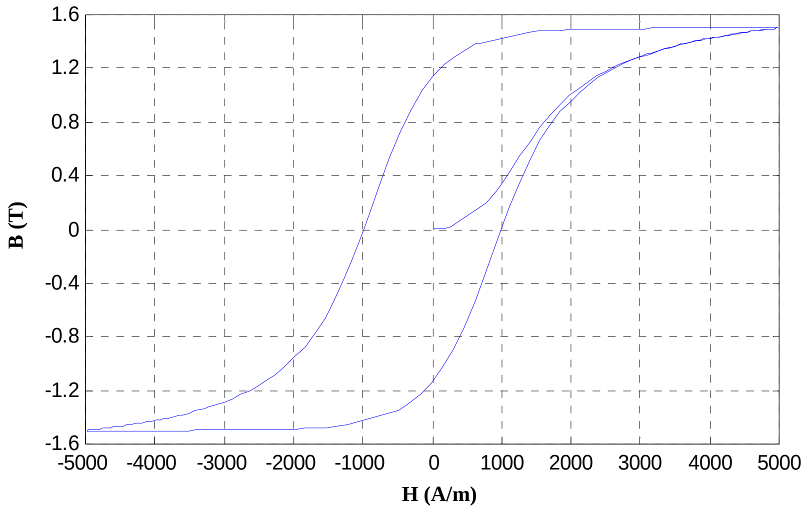


Figure IV.7 : Cycle d'hystérésis pour une induction magnétique rémanente initiale B(0)=0

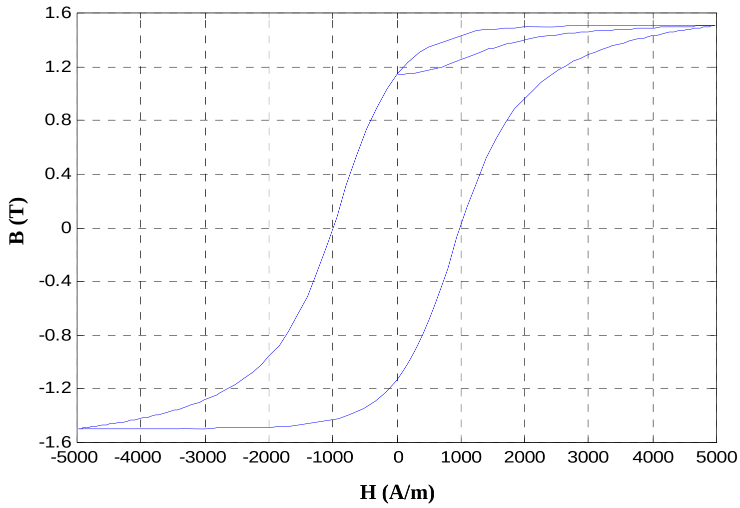


Figure IV.8 : Cycle d'hystérésis pour une induction magnétique rémanente initiale B(0)=Br

4-2-2 Confrontation et validation des résultats

La comparaison des résultats obtenus dans les deux cas d'induction initiale B(0) = Br et B(0) = 0 sont résumés dans le tableau IV.1.

H	0	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500
B_1	0	0,1946	0,4192	0,7619	1,0525	1,1842	1,309	1,3722	1,4318	1,4708
B_2	1,1436	1,1952	1,2603	1,3414	1,403	1,441	1,4654	1,4792	1,4909	1,4995

Tableau IV.1 : Caractéristique B(H)

B_1 correspond aux valeurs de l'induction magnétique obtenues dans le cas où le matériau ne présente pas de rémanence (B(0)=0).

B_2 correspond aux valeurs de l'induction magnétique obtenues lorsque le matériau présente une induction rémanente non nulle (B(0) = Br).

La validation de l'algorithme proposé a été effectuée en procédant à une comparaison du cycle de référence avec celui issu du calcul éléments finis. La figure IV.9 montre une bonne concordance entre les deux courbes. Le temps nécessaire à la résolution par éléments finis intégrant le modèle d'hystérésis est de 76,63 secondes dans le cas d'un matériau initialement désaimanté. Ce temps est de 88,807 secondes lorsque B(0) = Br.

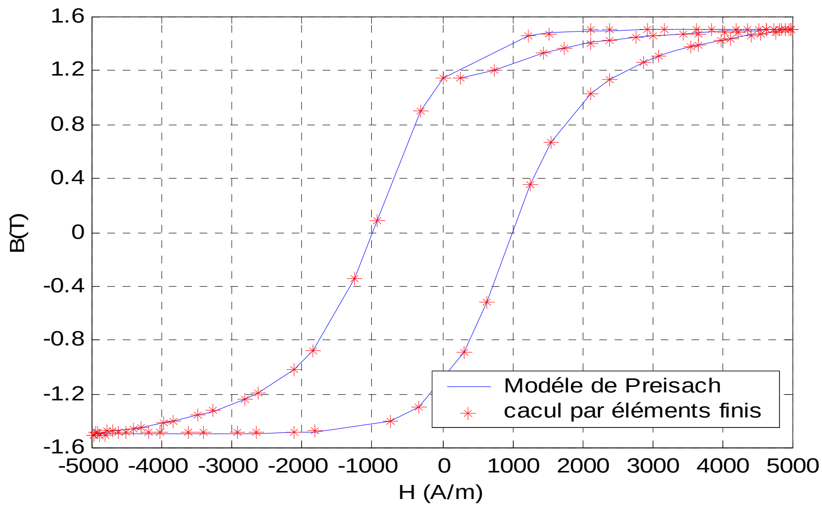


Figure IV.9 : Cycles d'hystérésis pour B(0)=Br

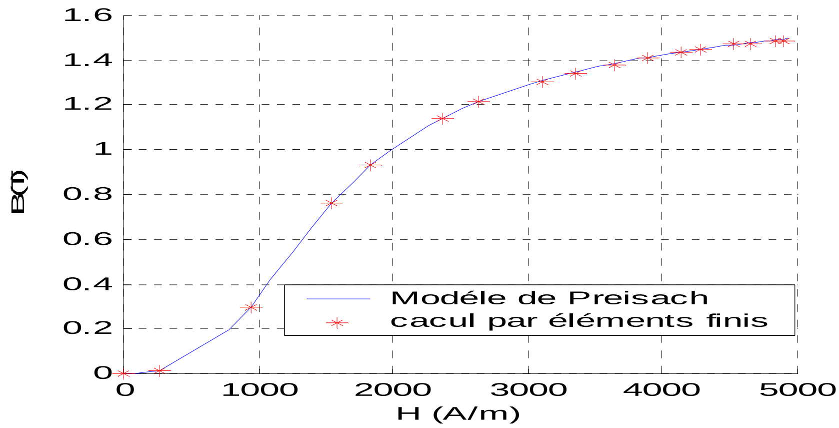


Figure IV.10 : Courbe de première aimantation B(0)=0

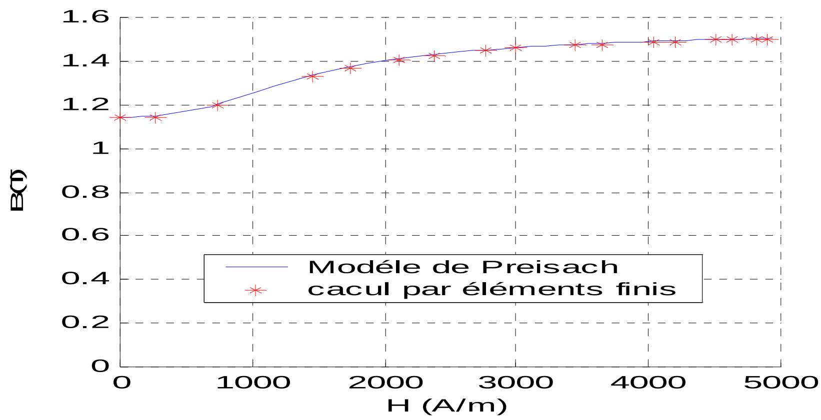


Figure IV.11. Courbe de première aimantation B(0)=Br

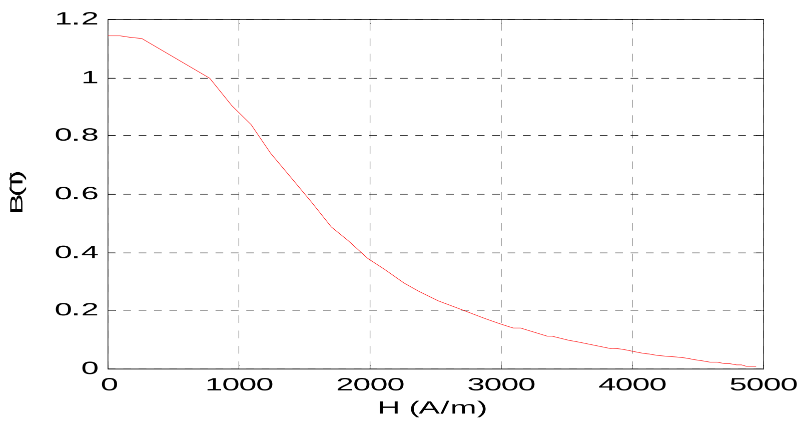


Figure IV.12 : Ecart entre l'induction en fonction du champ d'excitation pour B(0)=0 et $B(0)=B_r$

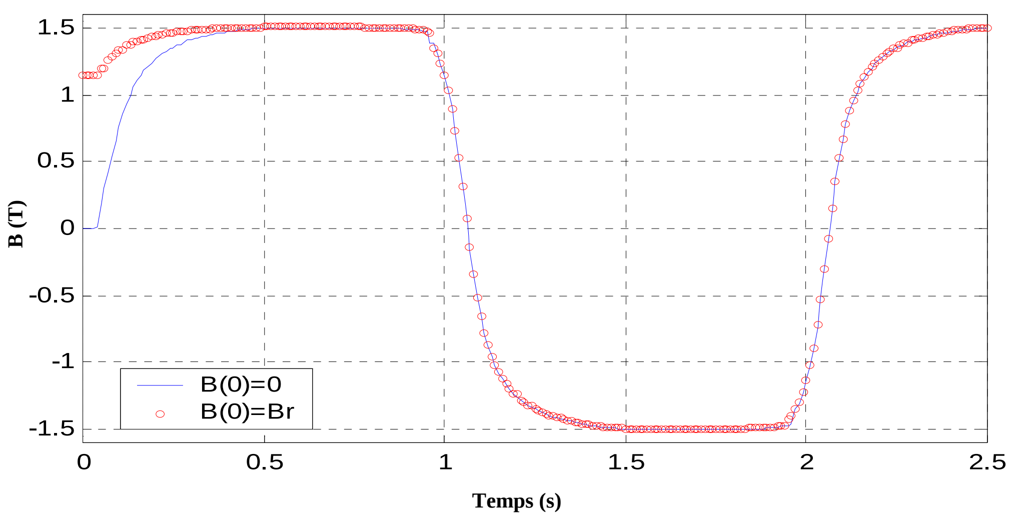


Figure IV.13. Comparaison des courbes de l'induction magnétique en fonction du temps pour B(0)=0 et B(0)=Br

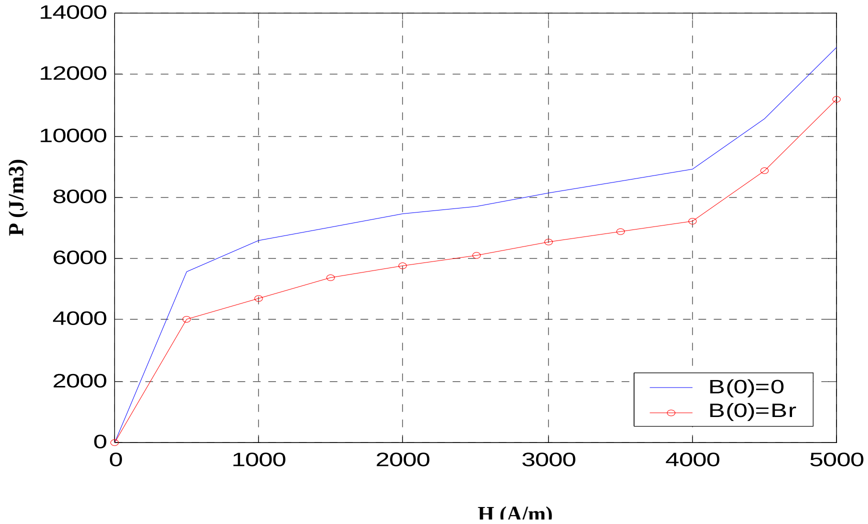


Figure IV.14 : Confrontation des densités d'énergie magnétiques en fonction du champ magnétique pour B(0)=0 et B(0)=Br

Les courbes donnant l'évolution de l'induction magnétique en fonction du temps sont illustrées par les figures IV.10 et IV.11. L'allure non sinusoïdale des formes d'ondes de l'induction magnétique Figures .IV.13, pour une excitation sinusoïdale Figure IV.6, confirme le caractère non linéaire de la charge magnétique. D'autre part, ces courbes montrent l'effet de l'induction initiale sur le comportement du matériau magnétique. La comparaison des inductions magnétiques en fonction du temps fournie par la figure IV.12 met en évidence l'influence de la rémanence sur le point de fonctionnement du système magnétique considéré.

4-3-1 Génération des cycles mineurs et congruence

La génération des cycles mineurs a été effectuée en exploitant le modèle d'hystérésis de Preisach lorsque le matériau est désaimanté ainsi qu'en présence d'une rémanence B(0) = Br. Les résultats fournis par le modèle de Preisach sont donnés par les figures IV.15 et IV.16. Le champ magnétique d'excitation utilisé pour l'obtention des deux cycles majeurs incluant les cycles mineurs est représenté à la Figure IV.17.

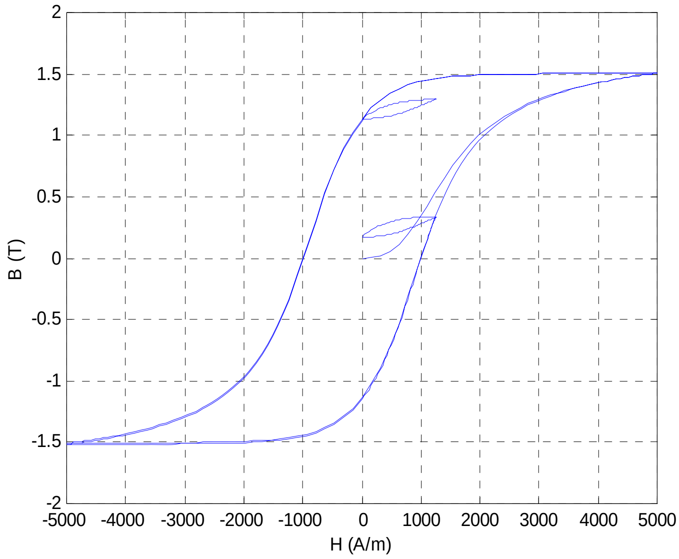


Figure IV.15. Génération du cycle d'hystérésis avec des cycles mineurs en exploitant le modèle de Preisach (le matériau étant initialement désaimanté)

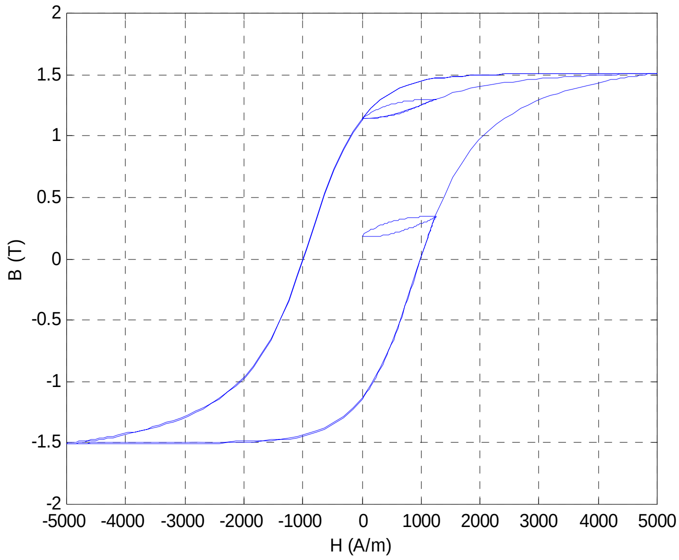


Figure IV.16 : Génération du cycle d'hystérésis avec des cycles mineurs en exploitant le modèle de Preisach (le matériau présente initialement une rémanence)

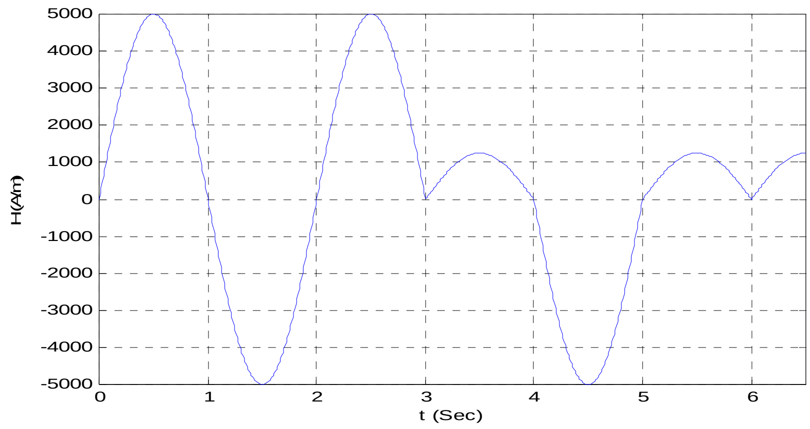


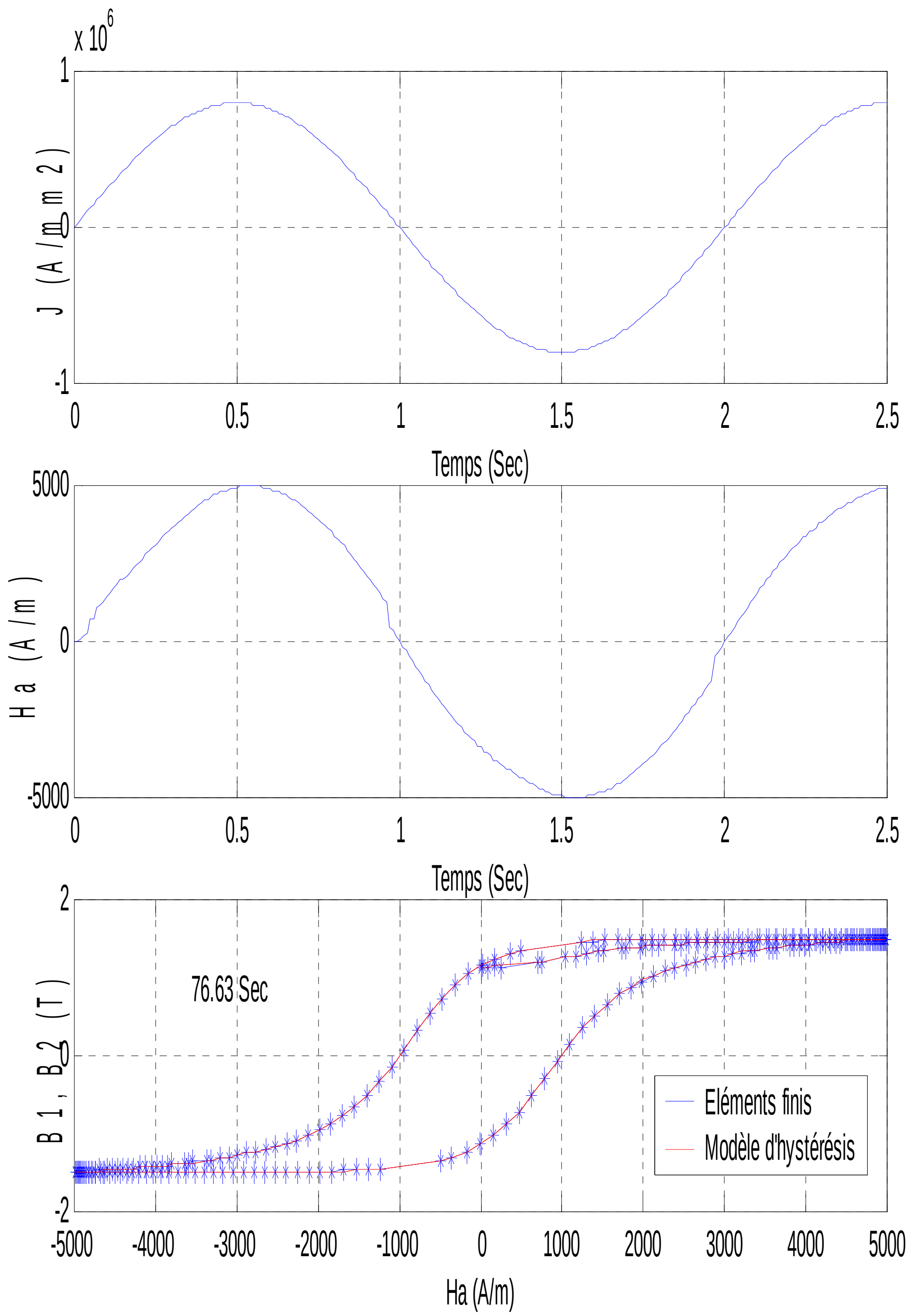
Figure IV.17 : Champ magnétique d'excitation pour la génération des cycles d'hystérésis avec des cycles mineurs

4-3-2 Génération des cycles mineurs à partir de calcul éléments finis

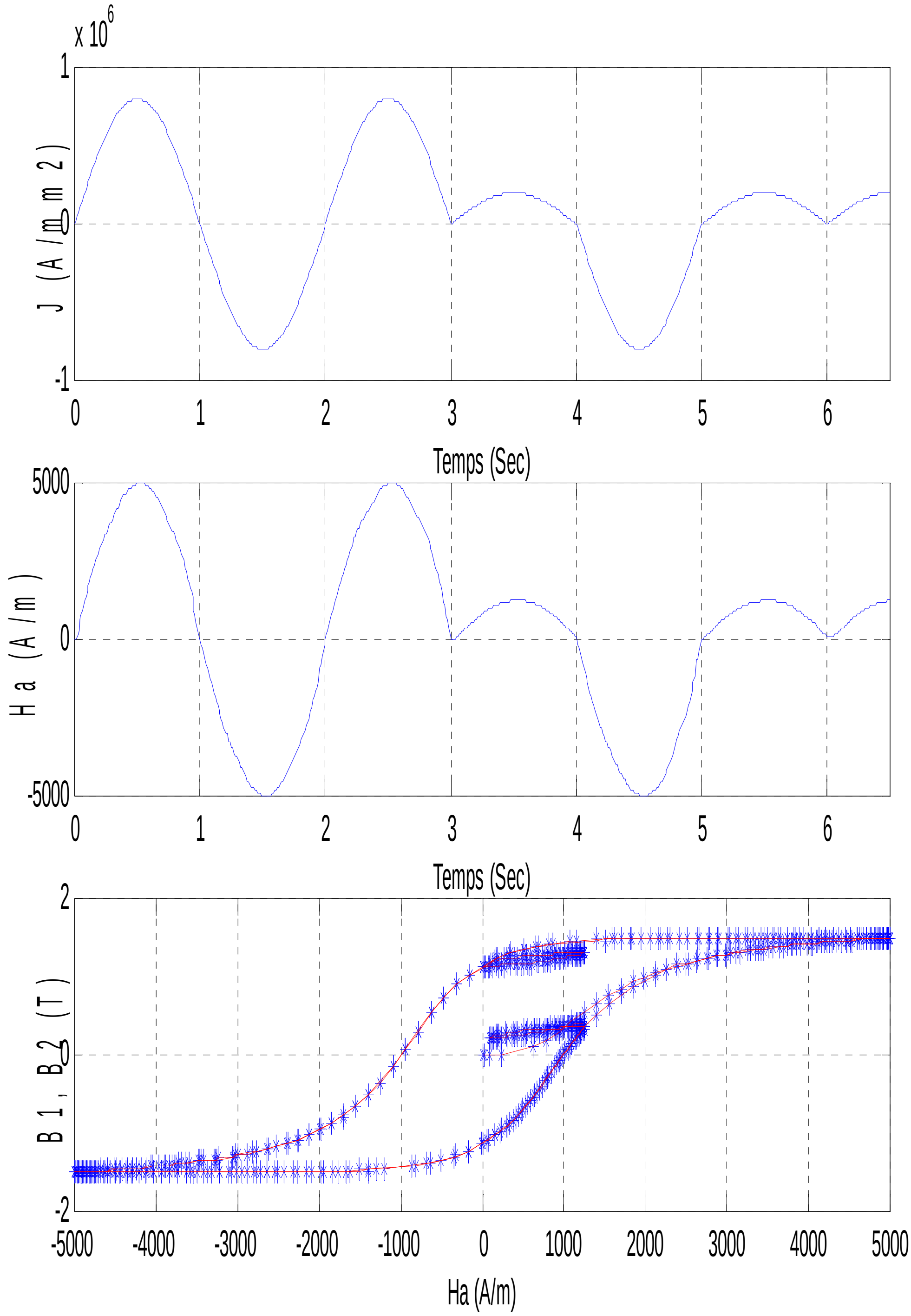
Le cycle majeur incluant les cycles mineurs a été obtenu à partir du calcul par éléments finis en intégrant le modèle d'hystérésis de Preisach. Les cycles majeurs obtenus incluant les cycles mineurs pour les deux valeurs de l'induction rémanente B(0) = 0 et B(0) = Br montrent que la congruence des cycles mineurs est retrouvée de manière convenable avec des temps de résolution respectivement de 172,4 secondes et 162,404 secondes. La comparaison des courbes de référence avec celles issues du calcul par éléments finis montre une bonne concordance des résultats (Figures IV.18 et IV.19). Ceci permet de conforter la validité de l'algorithme de couplage du modèle d'hystérésis de Preisach au calcul par éléments finis.

4-3-3 Confrontation et validation des résultats

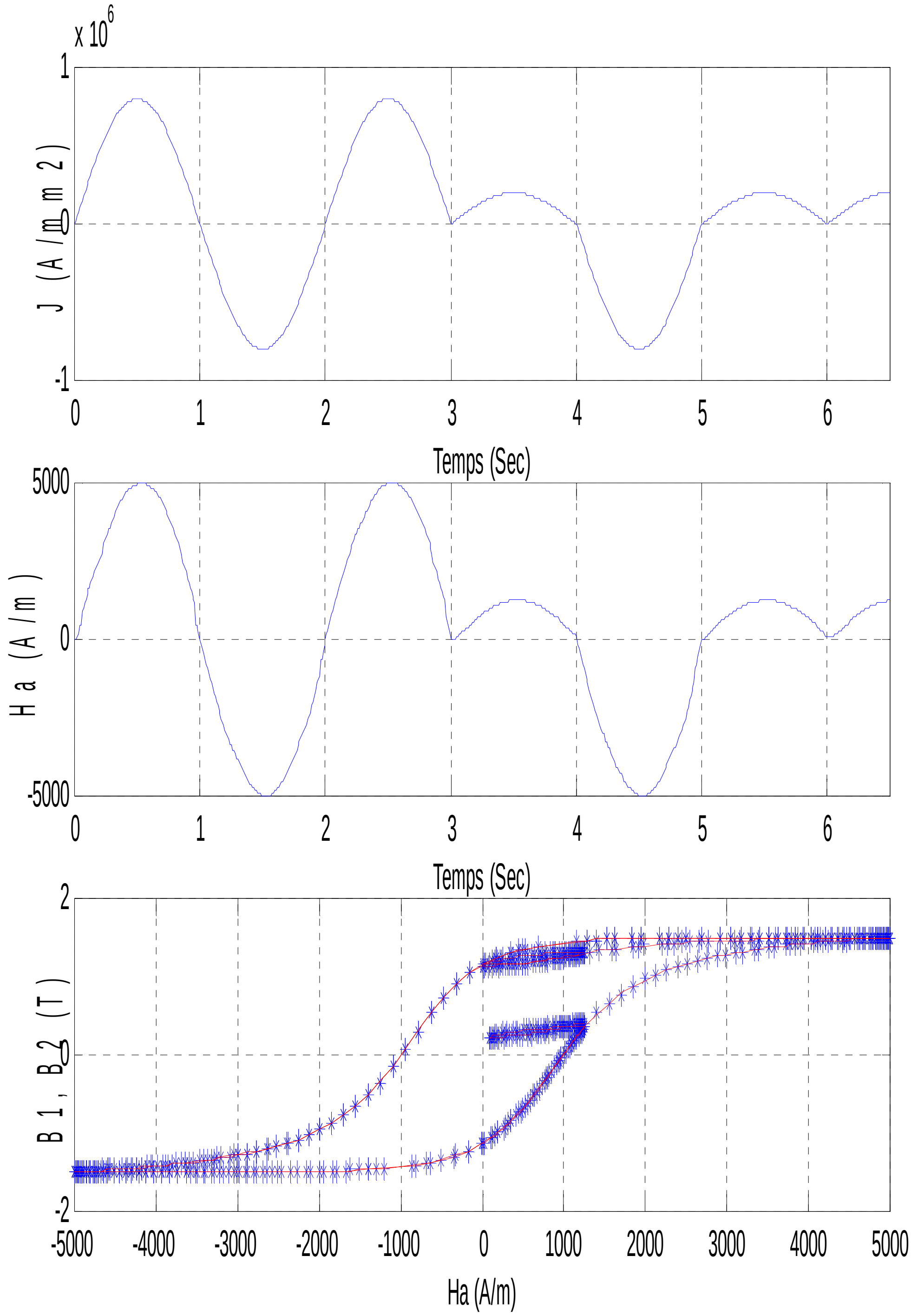
Cas 1-a : Le matériau possède une rémanence initialement



Cas 2-a : Le matériau étant initialement désaimanté



Cas 2-b : Le matériau initialement possède une rémanence



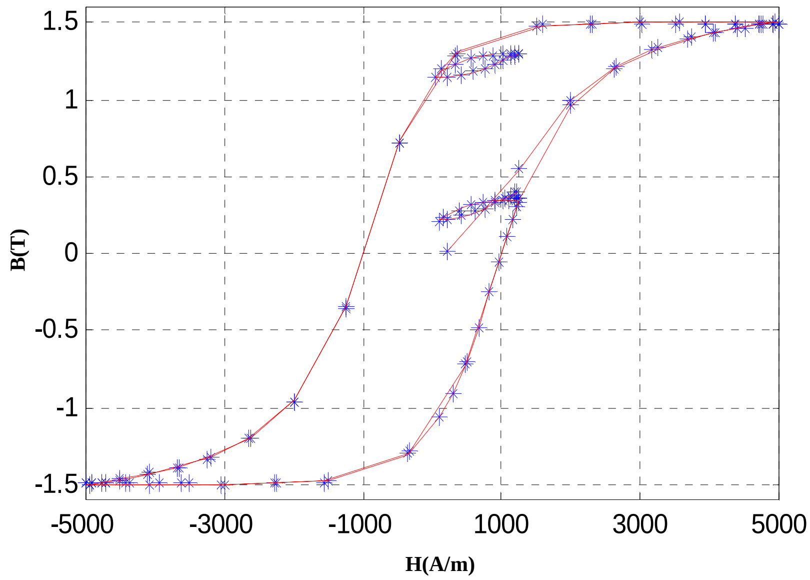


Figure IV.18 : Cycle majeur et cycles mineurs
*** Calcul éléments finis
—— Modèle de Preisach
(Le matériau étant initialement désaimanté)

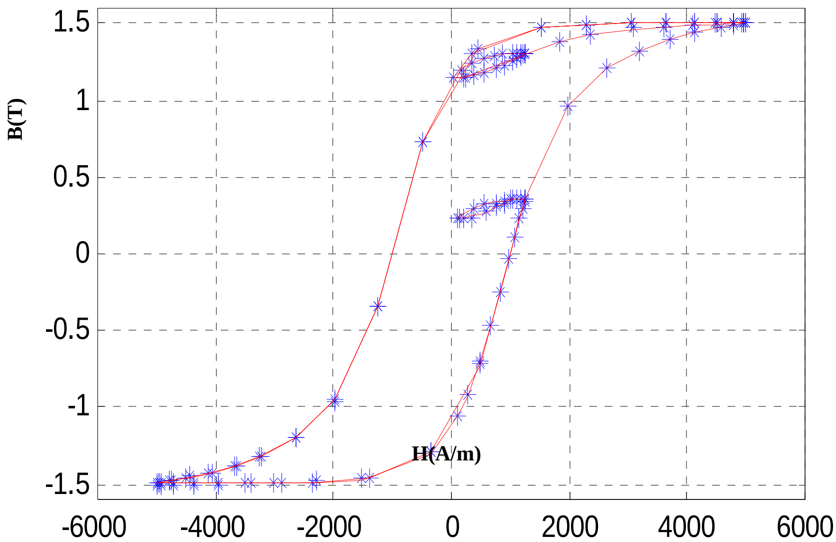


Figure IV.19 : Cycles majeur et cycles mineurs
*** Calcul éléments finis
—— Modèle de Preisach
(Le matériau possède initialement une aimantation)

Les résultats obtenus ont montré que le cycle majeur d'hystérésis est entièrement reconstruit et ceci quelque soit l'état magnétique initial du dispositif. Dans le cas où B(0)=Br, une confrontation des résultats issus du calcul par éléments finis et ceux fournis par le modèle de Preisach est présentée et montre une bonne concordance des données.

L'effet de la rémanence est mis en évidence à la figure IV.13 pour les deux valeurs de l'induction initiale, B(0)=0 et B(0)=Br. La génération des cycles mineurs effectuée à partir de l'algorithme de couplage du calcul par éléments finis avec le modèle de Preisach représentant le phénomène d'hysteresis a permis de retrouver la nature congruente de ces cycles mineurs. Une confrontation avec les cycles mineurs obtenus en utilisant le modèle de Preisach du phénomène d'hystéresis fait apparaître des allures parfaitement concordantes. Ce résultat permet de conforter la validité du modèle de couplage tenant compte de la rémanence. La figure IV.14 montre l'effet de la rémanence sur les densités d'énergie magnétique du dispositif magnétique étudié.

4-2- Evaluation des pertes par hystérésis et par courants de Foucault en utilisant un modèle dynamique de Preisach

Pour un dimensionnement optimal d'un dispositif électromagnétique, il est indispensable d'évaluer son rendement énergétique par un outil de calcul fiable, aussi la prévision des pertes est une nécessité. Les pertes dans les matériaux magnétiques sont de deux natures, les pertes par hystérésis et les pertes par courants de Foucault. Ces deux puissances sont liées entres elles. Dans cette application, nous évaluerons qualitativement ces pertes.

Les caractéristiques physiques et les résultats du dispositif d'induction sont ceux utilisées précédemment :

Les pertes par courants de Foucault sont calculées, en utilisant l'équation suivante:

$$P_{CF} = \frac{1}{T_C} \int_{T_C} \left[\iiint \left(DP_{CF} \right) .dv \right] dt \qquad \text{(IV-2)}$$

Les pertes d'hystérésis sont calculées en utilisant l'expression ci-après:

$$P_{hys} = \frac{1}{T_c} \int_{T_c} \left[\iiint_v \left[DP_{hys} \right] dv \right] . dt \qquad \text{(IV-3)}$$

La densité de pertes par courant de Foucault est calculée comme suit :

$$DP_{CF} = \sigma . \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right)^2 \qquad \text{(IV-4)}$$

La densité de pertes par hystérésis est déterminée de la façon suivante :

$$DP_{hys} = \vec{H} . \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \text{(IV-5)}$$

où

H : Champ magnétique (A/m)

T_c: Période de la densité de courant (s)

B : Induction magnétique (T)

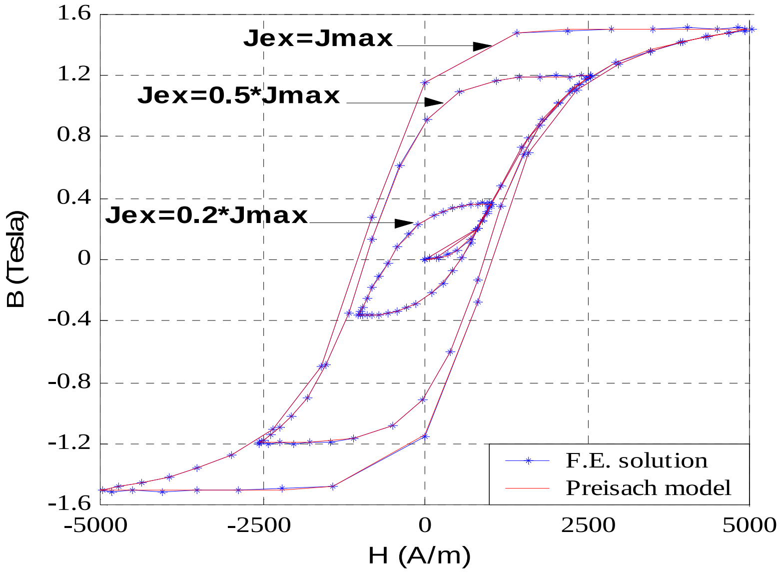


Figure IV.20 : Cycles d'hystérésis pour différentes valeurs de la densité de courant

J_{ex}=0.2*J_{max}, 0.5*J_{max} et J_{max},

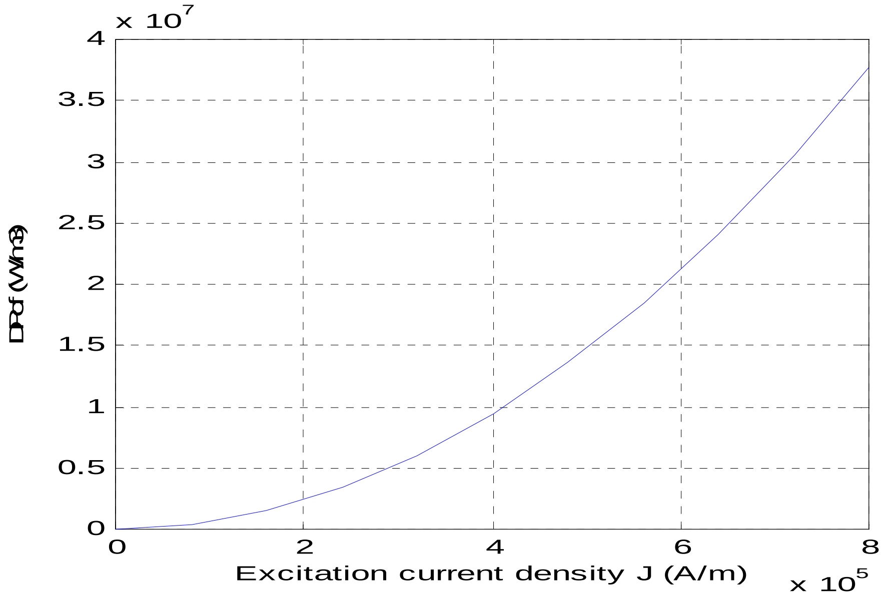


Figure IV.21 : Evolution de la densité de pertes par courants de Foucault en fonction de la densité de courant d'excitation

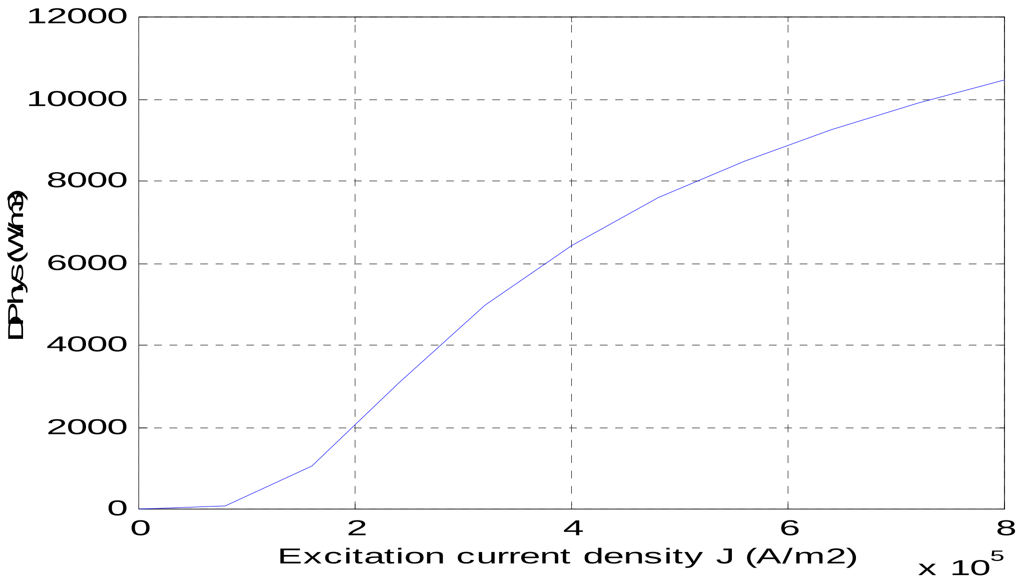


Figure IV.22 : Evolution de la densité de pertes par hystérésis en fonction de la densité de courant

Les résultats donnés dans la figure IV.20 montrent une bonne intégration du modèle dans le code éléments finis.

Les résultats donnés dans la figure IV.21 représentent les pertes par courants de Foucault en fonction de la densité du courant d'excitation, nous pouvons constater son allure parabolique. Les pertes paraissent comme proportionnelles au carré de la densité de courant.

Les résultats donnés à la figure IV.22 représentent les pertes par hystérésis qui tendent à se saturer en fonction de l'accroissement de la densité du courant d'excitation.

Les résultats obtenus sont en concordance avec la théorie et nous montrent qu'il est nécessaire de prendre en compte les pertes par courants de Foucault pour un dimensionnement optimal du dispositif et ce en fonction du point de fonctionnement souhaité.

4.3 CONCLUSION

La présente étude concerne l'intégration du cycle d'hystérésis dans un calcul par éléments finis, vérifiant le bon fonctionnement de l'algorithme proposé. L'étude a permis de mettre en évidence la variation du point de fonctionnement du dispositif et son impact sur la valeur de la densité d'énergie magnétique en fonction de l'état initial du matériau et en prenant en charge les cycles mineurs non centrés. L'évaluation qualitative des pertes par hystérésis et par courant de Foucault est satisfaisante.

Conclusion Générale

Le travail entrepris dans le cadre de cette thèse a été dans un premier temps orienté vers la mise en œuvre du modèle de Preisach par l'écriture d'un programme informatique permettant la régénération du cycle d'hystérésis de matériaux magnétiques pour différents paramètres Hc, Ms, Hmax, …. Une fois ce travail réalisé et validé par rapport à des résultats de la littérature, nous avons réalisé l'intégration des contraintes telles que la température et la fréquence dans le modèle d'hystérésis de Preisach. Ainsi des modèles de paramètre permettant la prise en compte de la température et de la fréquence ont été proposés. L'effet de la température sur le comportement du cycle d'hystérésis des matériaux magnétiques a été introduit à travers un modèle du paramètre ''a'' de la Lorentzienne modifiée dépendant de la température. L'effet de la fréquence a été introduit en exploitant le paramètre ''b'' de la même fonction de distribution. La validation a été effectuée par rapport à des résultats théoriques existants et expérimentaux pour le cas des fréquences : 50 Hz, 100Hz et 150 Hz. Les résultats obtenus sont satisfaisants de part la bonne concordance entre les résultats des simulations et les résultats expérimentaux. De plus, le modèle reproduit les cycles mineurs en vérifiant la caractéristique de congruence.

L'intégration du modèle d'hystérésis dans un code de calcul par éléments finis a permis d'effectuer les calculs en utilisant un programme mis en œuvre sous environnement Matlab exploitant le modèle de Preisach. Ces calculs montrent une parfaite concordance entre le cycle d'hystérésis obtenu en intégrant le calcul par éléments finis et le cycle fourni par le modèle de Preisach théorique. Ce premier résultat permet de valider le programme de calcul par éléments finis mis en œuvre sous environnement Matlab intégrant le modèle d'hystérésis de Preisach.

La validation de la prise en compte de la rémanence dans la résolution par éléments finis a été réalisée en procédant à la comparaison des différents résultats issus du calcul numérique et du modèle d'hystérésis de Preisach. Des essais numériques ont été effectués en utilisant l'algorithme proposé dont le critère d'arrêt est basé sur la différence de l'aimantation aux itérations respectives (i+1) et (i).

La génération des cycles mineurs a été effectuée en exploitant le modèle d'hystérésis de Preisach lorsque le matériau est désaimanté ainsi qu'en présence d'une rémanence B(0) = Br. Le cycle majeur incluant les cycles mineurs a été obtenu à partir du calcul par éléments finis en intégrant le modèle d'hystérésis de Preisach. Les cycles majeurs obtenus incluant les cycles mineurs pour les deux valeurs de l'induction rémanente B(0) = 0 et B(0) = Br montrent que la congruence des cycles mineurs est retrouvée de manière convenable. La comparaison des courbes de référence avec celles issues du calcul par éléments finis montre une bonne concordance des résultats. Ceci permet de valider l'algorithme de couplage du modèle d'hystérésis de Preisach au calcul par éléments finis.

Les résultats du calcul des pertes conduisent à une bonne intégration du modèle dans le code éléments finis. Les résultats obtenus représentant les pertes par courants de Foucault en fonction de la densité du courant d'excitation font apparaître une variation proportionnelle au carré de la densité de courant. Les résultats relatifs aux pertes par hystérésis montrent une tendance à se saturer en fonction de l'accroissement de la densité du courant d'excitation.

Les résultats obtenus sont en concordance avec la théorie et il est nécessaire de prendre en compte les pertes par courants de Foucault pour un dimensionnement optimal du dispositif et ce en fonction du point de fonctionnement souhaité.

Cette présente étude présente des perspectives qui peuvent concerner :

-Un complément de validation du modèle de l'hystérésis intégrant la température

-La possibilité de réaliser un dispositif de mesure de champ en deux dimensions

-L'application du modèle aux matériaux à magnétostriction géante et matériaux innovants.

Bibliographie

Bibliographie

[1] **Pierre Brissonneau**, Magnétisme et matériaux magnétiques pour l'électrotechnique, Edition Hermès 1997.

[2] **Amalia Ivanyi**, *Hysteresis models in electromagnetic computation*, Edition Akademiai Kiado, Budapest 1997.

[3] **Trutt F.C. Erdelyi E.A. Hopkins R.E**, *Representation of the magnetization characteristics of DC machines for computer use*, IEEE Transactions on Power Application and Systems, Vol. 87, pp 665-669, 1968.

[4] **S. A. Nasar, F.U. Xiong**, *Eddy-current losses in a tubular linear induction motor*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 30, N° 4, pp 1437-1445, 1994.

[5] **I. D. Mayergoyz, Abdel-Kader Emad**, *On penetration of electromagnetic fields into non linear conducting ferromagnetic media*, Journal of Applied Physics, Vol. 53, pp 618-629, 1984.

[6] **Dionne Weiss Allen**, *Hysteresis loops modelled from coercivity. anisotropy. and microstructure parameters*, Journal of Applied Physics, Vol. 61, pp 3862-3864, 1987.

[7] **M. Akbaba**, *A modified Frôlich's type equation for accurate modeling of magnetizing characteristics of magnetic cores*, Electrical Machines and Power Systems, Vol. 19, pp 303-311, 1991

[8] **Fûzi**, *Eddy current in ferromagnetic cylinder induced by external magnetic field*, Proceeding of 4th International Conference of Electric and Electronic Equipment, Transilvania, Brasov, May 12-14, 1994.

[9] **Josephs Crompton Crafft**, *Characterisation of magnetic oxide recording media using Fourier analysis of static hysteresis loops*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 22, No.4, pp 653-655, 1992.

[10] **N. Davis**, *Derivation and application of an equation to the B-H loop*, Journal of Applied Physics, Vol. 41, pp 1034-1039, 1971.

[11] **Schmulian Potter**, *Self consistently computed magnetization patters in thin magnetic recording media*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 7, N° 4, pp 873-879, 1971.

[12] **O. Bottauscio. M. Chiampi. D. Chiarabaglio. C. Ragusa. M. Repetto**, *ferromagnetic hysteresis and magnetic field analysis*, ISC newsletter Technical article pp 3-7.

[13] **M. L. Hodgdon**, *Application of theory of ferromagnetic hysteresis*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 24, No.1, pp 218-221, 1988.

[14] **M. L. Hodgdon**, *Mathematical theory and calculations of magnetic hysteresis curves*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 24, No.6, pp 3120-3122, 1988.

[15] **F. Preisach**, *Ûber die magnetische nachwirfung*, zeitschrift fûr physic, Vol. 94, pp 277-302, 1935.

[16] **D. C. Jiles–J. B. Thoelke and M. K. Devine**, *Numerical Determination of Hysteresis Parameters for the Modeling of Magnetic Properties Using the Theory of Ferromagnetic Hysteresis*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 28, N° 1, January 1992.

[17] **Alessandro Salvini – Francesco Riganti Fulginie and Christian Coltelli**, *A Neuro-Genetic and Time-Frequency Approach to Macromodeling Dynamic Hysteresis in the Harmonic Regime*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 39, N° 3, May 2003.

[18] **Ouled Amor Yassine**, Contribution a la modélisation de l'hystérésis magnétique en vue de l'analyse par éléments finis des systèmes de chauffage par induction. Thèse de Doctorat, Ecole Doctorale Sciences pour l'Ingénieur de Nantes, 2000.

[19] **I. D Mayergoyz, A. A Adly**, *Numerical implementation of the feedback Preisach model*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 28, N°5, pp 2605-2607, 1992.

[20] **A. A**, **Adly, I. D Mayergoyz**, *A new vector Preisach type model of hysteresis*, Journal of Applied Physics, 73(10), pp 5824-5826, 1993.

[21] **I. D Mayergoyz**, *Hysteresis models from the mathematical and control theory points of view*, Journal of Applied Physics, 57(1), pp 3803-3805, 1985.

[22] **I.D Mayergoyz**, *Mathematical models of hysteresis*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 22, N°5, pp 603-608, 1992.

[23] **I. D Mayergoyz. A. A Adly.** *A new isotropic vector Preisach type model of hysteresis and its identification*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 29, N°6, pp 2377-2379, 1992.

[24] **A. A Adly**, *Numerical implementation and testing of new vector isotropic Preisach type model*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 30, N°6, pp 4383-4385, 1994.

[25] **I. D Mayergoy, G. Freidman**, *Generalized Preisach model of hysteresis*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 24, N°1, pp 212-217, 1988.

[26] **I. D Mayergoyz, G. Freidman**, *Isotropic vector Preisach model of hysteresis*, Journal of Applied Physics, 61(8), pp 4022-4024, 1987.

[27] **Hong-Kyu Kim. Sun-Ki Hong. Hyun-Kyu Jung**, *An Improved finite element analysis of magnetic system considering magnetic hysteresis, IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 36, N° 4, p 689-692, July 2000.

[28] **F. Ossart, G. Meunier**, *Results on modeling magnetic hysteresis using the finite element method*, J. Appl. Phys., Vol. 68, N°8, pp 4835–4837,1991.

[29] **Y. Ouled Amor, M. Féliachi, H. Mohellebi,** *A New Convergence Procedure for the Finite Element Computing Associated to Preisach Hysteresis Model*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 36. N° 4, pp 1242-1245, July 2000.

[30] **F. Cortial, F. Ossart, J-B. Albertini, M. Aid**, *An improved analytical hysteresis model and its implementation in magnetic recording modeling by the finite element method*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 33, N°2, pp 1592-1595, March 1997.

[31] **Hong-Kyu Kim. Sun-Ki Hong. Hyun-Kyu Jung,** *An Improved finite element analysis of magnetic system considering magnetic hysteresis*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 36, N°4, pp 689-692, July 2000.

[32] **F. Vajda, E. Della Torre**, *Minor loops in magnetization-dependent Preisach model*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 28, N°2, pp1245-1248, March 1992.

[33] **M. L. Habib**, *Etude du rayonnement d'un capteur magnétique. Application à la détection des pièces métalliques*, Mémoire de Magister, EMP, Alger, 2006.

[34] **H. Bleuvin**, *Analyse par la méthode des éléments finis des phénomènes magnétothermiques application aux systèmes de chauffage par induction*, Thèse de Doctorat, Institut polytechnique de Grenoble,1984.

[35] **S. H. Ould Ouali. H. Mohellebi. R. Chaibi. M. Féliachi,** *Introduction de l'effet de la température dans le modèle de Preisach pour la génération des cycles d'hystérésis*, Journal de Physique IV, Vol. **124,** pp 315-320, EDP Science, Les Ulis, France, 2005.

[36] **E. Durant**, Magnétostatique. Edition Masson, pp 474-48, 1968.

[37] **G. Manot,** *Intégration des boucles de régulation dans un modèle couplé champ circuit. Application à la conception d'un dispositif de chauffage par induction*, Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2002.

[38] **M. R. Mékidèche**, *Contribution à la modélisation numérique de torches à plasma d'induction*, Thèse de Doctorat, IUT Saint- Nazaire, Université de Nantes, France. 1993.

[39] **P. Rapin**, *Méthode des éléments finis,* Lauréat de l'institut, président de Clesia.

[40] **M. Féliachi**, *La modélisation numérique des phénomènes couplés*, Journée de formation, L'induction dans les procédés industriels, Club Electrothermie Enseignement, Paris, 26 mai 1997.

[41] **H. Mohellebi,** *Modèles Analytico-Numériques de calcul des courants de Foucaults dans des dispositifs axisymétriques*. Mémoire de Magister, UMMTO, 1996.

[42] **P. Qiugen**, *Contribution à la modélisation des phénomènes magnétothermiques dans les systèmes électromagnétiques par la méthode des éléments finis*, Thèse de doctorat. Université Paris VI, Spécialité : Science Physiques (Electrotechnique). 1992.

[43] **T. Waeckerlé, H. Fraise**, *Nouveaux alliages magnétiques FeNi pour la cuisson par induction avec autorégulation de température*, RIGE 2006, Edition Hermès.

[44] **S. A. Spornic**, *Automatisation de bancs de caractérisation 2D des tôles magnétiques. Influence des formes d'onde sur les mécanismes d'aimantation*, Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1998.

[45] **C. W. Wegst**, La clé des aciers, Stahlschlüssel, 1983.

[46] **A. Kanssab, J. L. Coulomb, B. Belmadani, M. Féliachi,** *Modélisation par flux 2D et commande par réseaux de neurones d'un onduleur à haute fréquence destiné à la table de cuisson par induction,* ICES'06, Oum El Bouaghi – Algeria, May 08-10 2006.

[47] **J. L. Coulomb, J. C. Sabonnadière**, *C.A.O en Electrotechnique*, Editions Hermès, Paris, 1986.

[48] **B. Maouche**, *Etude et développement semi-analytique de l'équation de diffusion électromagnétique avec terme déplacement dans le cas de dispositifs axisymétriques excités en courant ou en tension*. Thèse de Magister, Université de Bégaia, 1996.

[49] **O. C. Zienkiewicz**, *La méthode des éléments finis*, Edition Mac Graw Hill, 1979.

[50] **B. Nait-Kaci**, *Modélisation de l'hystérésis magnétique tenant compte des contraintes thermiques*, Thèse de Magister, Université de Tizi-Ouzou, 2001.

[51] **S. Ratnajeevan, H. Hoole,** *Finite elements, electromagnetics and design*, Edition Elsevier, 1995.

[52] **M. Féliachi, G. Develey**, *Magneto-thermal behavior finite elements analysis for ferromagnetic materials in induction heating device*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 27. N°6, pp 5235-5238, 1991.

[53] **J.C.Sabonnadiere. J.L.Coulomb**, *Calcul des champs électromagnétique*, Techniques de l'Ingénieur, (D 3 020-1-20), Ecole Nationale Supérieur d'Ingénieurs Electriciens de Grenoble, France.

[54] **F. Henrotte, A. Nicolet, F. Delincé, A. Genon, and W. Legros**, *Modeling of ferromagnetic materials in 2D finite element problem using Preisach's model*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 28. N° 5, September 1992.

[55] **N. O. Sadiku**, Numerical Techniques in Electromagnetic, Japan, CRC Press, 1992

[56] **J. Rappaz, M. Swierkosz**, *Mathematical modelling and numerical simulation of induction heating processes*. Appl. Math. and Comp. Sci., Vol. 6, pp 207-221, Switzerland, 1996.

[57] **P. Viarouge, J. Cros, I. Haouara**, LEEPCI. Département de Génie Electrique & Informatique, Université Laval, Ste-Foy, Québec Canada, RIGE - 5/2002, MGE 2000, pp 299 - 310.

[58] **F. Azzouz**, *Contribution à la Modélisation de Tôles Ferromagnétiques par Impédance de Surface et Eléments Finis : Application au Calcul des Puissances du Chauffage par Induction*, Thèse de Doctorat de l'Université de Nantes, 2000.

[59] **R. Ernest, A. Gagnaud, I. Leclercq**, *Etude du Comportement d'un Circuit Magnétique dans un Système de Chauffage par Induction*, Revue Générale de l'électricité - Année 1987, N°9, RGE, Paris (15^{e}).

[60] **Y. Du Terrail, J-C. Sabonnadière, P. Masse, J.-L. Coulomb,** *Nonlinear Complex Finite Elements Analysis of Electromagnetic Field in Steady-State AC Devices*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. MAG20, N°4, 1984.

[61] **M. Féliachi**, *Modélisation du chauffage par induction des pièces ferromagnétiques en mouvement : 2^{ième} partie Modélisation et Validation, Formulation du couplage fort*, Décembre 1991, Université de Nantes, IUT-LRTI, Saint-Nazaire, France.

[62] **S.E. Zouzou**, *Contribution à l'Etude des Pertes Magnétiques en Champs Tournants,* Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, Décembre 1991.

[63] **Kamel Srairi**, *Modélisation d'actionneurs électromagnétiques alimentés en régime* transitoire, Thèse de Doctorat, Ecole Doctorale Sciences pour l'Ingénieur de Nantes, 1996.

[64] **Norme internationale CEI-404-11,** *Méthode d'essai pour la détermination de la résistance d'isolement superficiel des tôles et feuillards magnétiques, Matériaux magnétiques Partie 11*, première édition 1991-08,

[65] **Norme internationale CEI-404-8-8 première édition 1991-08 Matériaux magnétiques Partie 8.** Spécifications pour matériaux particuliers

[66] Section 8 – Spécifications des tôles magnétiques extra-minces en acier pour utilisation à moyenne fréquences

[67] **Norme internationale CEI-404-10 première édition 1988 Matériaux magnétiques Dixième partie.** Méthode de mesures des propriétés magnétiques à fréquences moyennes des tôles et feuillards magnétiques en acier

[68] **Norme internationale CEI-404-12 première édition 1992-10 Matériaux magnétiques partie 12.** Guide aux méthodes de caractérisation de la tenue en température de l'isolation intermédiaire

[69] **Vincent Maurel,** *Influence de l'état mécanique multiaxial induit par la découpe sur les propriétés d'usage des tôles magnétiques*, Thèse de doctorat, Ecole normale supérieure de Cachan, 2002

[70] **Abdelkader Benabou**, *Contribution à la caractérisation et à la modélisation de matériaux magnétique en vue d'une implantation dans un code de calcul de champ*, Thèse de Doctorat, Université de Lille I, Ecole Doctorale des Sciences pour l'Ingénieur, 2002.

[71] **Giorgio Bertotti**, *Hysteresis in Magnetism*, Academic Press, San Diego, London, Boston, New York, Sydney, Tokyo, Toronto, 1998.

[72] **Laure Line Rouve**, *Prise en compte du comportement magnétique fréquentiel des tôles FeSi en modélisation électrotechnique,* Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1996.

[73] **Cédric Gourdin**, *Identification et modélisation du comportement électro-magnéto-élastique de structures ferromagnétiques*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris VI, 1997.

[74] **Afef Kedous-Lebouc**, *Matériaux magnétiques en génie électrique. de la caractérisation à la modélisation*, HDR, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1998.

[75] **Thierry Chevalier,** *Modélisation et mesure des pertes fer dans les machines électriques. application à la machine asynchrone*, Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, LEG, 1999.

[76] **Simon Fabien**, *Phénomène d'hystérésis dans les tôles ferromagnétiques présentant un fort **gradient d'induction : mesure et modélisation***, Rapport de DEA, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2001.

[77] **Adel Benchabi**, *Caractérisation et modélisation des pertes dans les tôles de fer sous sollicitations M.L.I*, Rapport de DEA, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 1999.

[78] **Hans Hauser**, *Energetic model of ferromagnetic hysteresis : Isotropic magnetization*, Journal of applied physics, Vol. 96, N°5, pp 2753-2767, September 2004.

[79] **Hans Hauser**, *A novel model for magnetic hysteresis of silicon-iron sheets*, The European Physical Journal, Applied Physics, Vol. 34, pp 201-204, 2006.

[80] **Gyogy Kadar, Edward Della Torre**, *Energetic model of ferromagnetic hysteresis: Isotropic magnetization*, Journal of Applied Physics, Vol. 63, N°8, pp 3001-3003, April 1988.

[81] **Jacque Degauque**, *Matériaux à propriétés magnétiques dures : notion de base*, Technique de l'ingénieur, M4600.

[82] **G. Laroux**, Les aimants permanents, Tec et Doc, Lavoisier, 1989.

[83] **J. J. Labarthe**, *Electromagnétisme*, Laboratoire Aimé-Cotton, Janvier 2007.

[84] **Fabien Sixdenier**, *Prédiction de signatures électriques dans un actionneur en prenant en compte les lois de matériaux*, Thèse de Doctorat, Université Claude Bernard-Lyon1, 2005.

[85] **A. Miouat**, *Identification –optimisation paramétrique et quantification des pertes dans les matériaux ferromagnétique doux*. Mémoire de Magister, Université de Batna, Février 2006.

[86] **Guy Grellet**, *Pertes dans les machines tournantes*, Technique de l'Ingénieur D3 450.

[87] **Giorgio Bertotti**, *General properties of power losses in soft ferromagnetic materials*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol 24, N°1, Janury 1988.

[88] **Emmanuel Hoang**, *Etude, Modélisation et mesure des pertes magnétiques dans les moteurs à reluctance variable à double saillance*, Thése de Doctorat, Ecole Normale Supérieure Paris(XI) , Cachan, Décembre 1995.

[89] **Xianwen Fang**, *Design, Fabrication and Modeling of Magnetic Microelectromechanical System (MEMS) Components for Sensor, Actuator Applications*, A thesis of Master of Science In Electrical Engineering, University of California, 2000.

[90] **D. C. Jiles–J. B. Thoelke**, *Theory of ferromagnetic hysteresis: Determination of model parameters from experimental hysteresis loops*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 25, N°5, September 1989.

[91] **M. T. Abuelma'atti**, *Modeling of magnetization curves for computer aided design*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 29, N°4, pp 1235-1239, 1993.

[92] **Isaak D. Mayergoyz.** *Mathematical models of hysteresis.* IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 22, N°5, pp 603-608, 1986.

[93] **Giorgio Bertotti**, *Dynamic generalisation of scalar Preisach model of hysteresis.* IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 28, N°5, pp 2599-2601, 1992.

[95] **Laure-Line Rouve.** *Prise en compte du comportement magnétique fréquentiel des tôles Fe-Si en modélisation électrotechnique*, Thèse de Doctorat, Laboratoire d'Electrotechniques de Grenoble, 1996.

[96] **Fabienne Cortial**, *Modélisation de l'hystérésis et des dispositifs d'enregistrement magnétique*, Thèse de Doctorat, Laboratoire d'Electrotechniques de Grenoble, 1996.

[97] **Jacques Rappaz, Mark Swierkosz,** *Mathematical modeling and numerical simulation of induction heating processes*, Appl. Math and Comp. Sci., Vol. 6, N°2, pp 207-221, 1996.

[98] **Y. Ouled Amor. M. Féliachi**, *Magnetic hysteresis and its thermal behaviour in finite element computing.* Electrimacs99, Vol.3, pp 361-364,1999.

[99] **Y. Ouled Amor. M. Féliachi**, *Prise en compte de l'hystérésis magnétique dans la modélisation du chauffage par induction*, Colloque EF'99, pp 206-209, 1999.

[100] **F. Alves . Y. Bernard. F. Bouillault. J. P. Charberie. S. Clenet. M. Féliachi. A. Lebouc. J. P. Masson. E. Mendes. G. Menier. A. Nourdine. Y. Ouled Amor. F. Piriou**, *Caractérisation et modélisation du phénomène d'hystérésis pour implantation dans un code de calcul éléments finis*, Journées SDSE 20/21, pp 23-28, 2000.

[101] **Y. Ouled Amor, F. Alves, M. Féliachi**, *Modeling of magnetic hysteresis with modified Lorentzian function*, CEFC'2000, 4-7 juin 2000.

[102] **M. Brokate, E. Della Torre**, *The wiping out property of the moving model*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 27, N°5, pp 2823-2825, 1991.

[103] **F. Wejda, E. Della Torre.** *Minors loops in magetization dependent Preisach model*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 28, N°2, pp 1245-1248, 1992.

[104] **N. Takahashi, S. Myhabara, K. Fujiwara**, *Problems in practical finite element analysis using Preisach model*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 35, N°3, pp 1243-1246, 1999.

[105] **L.R Dupré, O. Bottauscio, M. Chiampi, M. Repetto**, *Modeling of electromagnetic phenomena in soft magnetic materials under unidirectional time periodic flux excitation*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 35, N°5, pp 4171-4184, 1999.

[106] **S. Cincitti, I. Daneri**, *A non linear circuit model of hysteresis*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 35, N°3, pp 1247-1250, 1999.

[107] **J. Yang, C. Chang, I. Klik**, *A causality algorithm for magnetic hysteresis of interacting systems*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 32, N°3, pp 1120-1123, 1996.

[108] **P. Hejda, E. Petrovsk'y, T. Zelinka**, *The Preisach Diagram, Wohlfarth's remanence formula and magnetic interactions*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 30, N°2, pp 896-898, 1994.

[109] **D. Kinderlehrer, L. Ma**, *Computational hysteresis in modeling magnetic systems*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 30. N°6, pp 4380-4382, 1994.

[110] **N. Burais**, *Iron losses calculation in non oriented steel plate*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 30, N°17, pp 2577-2579, 1981.

[111] **R. M. Del Vecchio**, *An efficient procedure for modeling complex hysteresis process in ferromagnetic materials*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 16, N°5, pp 809-811, 1980.

[112] **Yu-Feng Wang', Chun-Yi Su, Henry Hong, Yue-Ming Hu,** *Modeling and Compensation for Hysteresis of Shape Memory Alloy Actuators with the Preisach Representation*, 2007 IEEE International Conference on Control and Automation WeC8-6 Guangzhou, CHINA - May 30 to June 1, 2007, pp 239-244, CHINA, May 30-June 1, 2007.

[113] **Hai Yan Lu, Jian Guo Zhu, S. Y. Ron Hui**, *Measurement and Modeling of Thermal Effects on Magnetic Hysteresis of Soft Ferrites*. IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 43, N° 11, pp 3952-3960, November 2007.

[114] **Yanhua Ma, Jianqin Mao**, *Modeling and Control for Giant Magnetostrictive Actuators with Stress-Dependent Hysteresis*, Proceedings of the IEEE International Conference on Automation and Logistics, Qingdao, China, pp 1083-1088, September 2008.

[115] **Marco Trapanese**, *Identification of the Parameters of Reduced Vector Preisach Model by Neural Networks*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 44, N° 11, pp 3197-3200, November 2008.

[116] **Kristina Löschner, Volker Rischmüller**, **Martin Brokate, Robert Bosch,** *Natural Vectorial Extension of the Preisach Operator*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 44. N° 6, pp 878-881, June 2008.

[117] **Afshin Rezaei-Zare, Reza Iravani**, *An Accurate Current Transformer Model Based on Preisach Theory for the Analysis of Electromagnetic Transients*, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 23, N° 1, pp 233-242, January 2008.

[118] **Peter Sergeant, Luc Dupré**, *Modeling the Electromagnetic Behavio r of Nanocrystalline Soft Materials*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 45, N° 2, pp 678-686, February 2009.

[119] **S. H. Ould Ouali, H. Mohellebi, R. Chaibi, M. Feliachi**, *2D Finite Elements Modeling of Magnetic Material Taking Into Account its History: Application to Induction Heating System*, 12th International Symposium on Interdisciplinary Electromagnetic, Mechanic & Biomedical Problems, September 12-14, 2005, ISEM'2005, BAD GASTEIN, Vienna Magnetic Group Reports, Editors: H. Pfutzner & E. Leiss, ISBN 3-902105-00-1

[120] **S. H. Ould Ouali, Mohellebi, F. Hocini, M. Feliachi, R. Chaibi**, *Eddy Currents and Hysteresis Losses Evaluation Using Dynamic Preisach Model*, Journal of optoelectronics and advanced materials, Vol. 10, N° 5, pp. 1093-1097, May 2008.

Résumé :

Les performances d'un dispositif électromagnétique sont directement liées aux caractéristiques électromagnétiques des matériaux à bases desquels il est fabriqué. Cela justifie l'intensification des travaux de recherches sur les matériaux notamment magnétiques. Le comportement magnétique d'un matériau magnétique est complexe, fortement non linéaire, il dépend de plusieurs paramètres dont la forme d'onde du champ appliqué, la température, la forme,...etc. Pour l'analyse des dispositifs électromagnétiques ce modèle doit être associé à une méthode de traitement des équations différentielles à dérivés partielles qui régissent tous les phénomènes électromagnétiques. La méthode des éléments finis répond à se besoin et offre plusieurs avantages prise en compte de géométrie complexe, des non linéarités, etc. Le système algébrique qui en découle dans notre cas est non linéaire, cela nécessite un traitement spécial pour résoudre les problèmes de convergence. Dans ce travail nous avons traité l'intégration de la température et la fréquence comme contraintes dans le modèle d'hystérésis qui a été intégré dans un code de calcul par éléments finis 2D en vue de l'estimation des pertes.

Mots clés : matériaux magnétiques, hystérésis magnétiques, modèle de Preisach, méthodes des éléments finis, courants de Foucaults, pertes magnétiques

Abstract:

The electromagnetic device are directly related to the electromagnetic characteristics materials. This justifies, the increase of research work in the field of materials including magnetic materials. The magnetic behavior of a magnetic material is complex, highly nonlinear, it depends on several parameters including the waveform of the applied field, temperature, shape, etc .... For the analysis of electromagnetic devices that model must be associated with a method of treatment of partial differential equations which govern all electromagnetic phenomena. The finite element method responds to need and offers several benefits taking into account complex geometries, nonlinearities, etc.. The algebraic system resulting in our case is nonlinear, this requires special treatment to solve convergence problems. In this work we addressed the integration of temperature and frequency as constraints in the model of hysteresis has been included in a code of 2D FEM to estimate the current loss.

key words : magnetic materials, magnetic hysteresis, Preisach model, MEF, eddy currents, hysteresis losses