

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITÉ MOULOUD MAMMERI
-TIZI OUZOU-

Faculté du Génie de la Construction

Département de Génie Civil

MÉMOIRE DE MASTER ACADÉMIQUE

Spécialité : Génie Civil

Option : Structures et matériaux

Présenté par :

M^r GHERBI Khaled

Intitulé du Mémoire :

ÉVALUATION DE LA DUCTILITÉ SECTIONNELLE ET STRUCTURALE DES ÉLÉMENTS FLÉCHIS EN BÉTON ARMÉ

Proposé et encadré par :

M^r DRIZI Said

Promotion : 2012/2013

REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer mes sincères remerciements et, aussi, ma profonde gratitude à Monsieur Said DRIZI, maître de conférences au département de génie civil, à l'université de TIZI-OUZOU, pour m'avoir pris sous son aile et diriger ce travail, et m'éclairer avec son savoir.

En second lieu mes remerciements vont vers Monsieur Ahmed GHERBI pour ses orientations, ses conseils et son aide, non seulement durant la période d'élaboration de ce mémoire mais aussi durant toute ma formation.

Je n'oublierai pas de citer Monsieur Belaid DEBIT et le remercier chaleureusement, pour ses encouragements, sa serviabilité, et surtout pour son aide durant la réalisation de ce mémoire.

Merci pour mes amis et mes collègues qui m'ont prêté main forte pour la réalisation de ce travail, et à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin dans ce dernier.

Mes vifs remerciements vont également aux membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à ma recherche en acceptant d'examiner ce travail.

Et pour finir, un immense merci à mes parents et ma famille proche pour leur soutien et leur aide durant toutes mes années d'études, aussi un grand merci pour ma chère fiancée qui a su se montrer disponible et encourageante.

Résumé

Dans cette étude on s'intéresse à l'évaluation de la ductilité sectionnelle et structurale d'un élément fléchi en béton armé, une étude bibliographique est d'abord réalisée, elle porte sur les différentes approches relatives à la ductilité et donne un aperçu sur le comportement des matériaux et un rappel sur l'importance de la notion de ductilité dans le comportement sismique des structures en béton armé.

Ensuite deux méthodes d'analyse non linéaire sont présentées, l'une s'intéresse à une section fléchie en béton armé, et l'autre méthode s'intéresse à des éléments d'ossatures planes en béton armé.

Sur la base de ces deux méthodes d'analyse, deux programmes informatiques ont été déjà développés et élaborés (déjà existant), rédigés en langage fortran 90, ce qui permettra la simulation numérique. Le programme informatique appelé SECTNOL1 permet la simulation numérique du comportement non linéaire d'une section en béton armé soumise à la flexion (loi moment-courbure), et le programme poutre_mince2 permet la simulation numérique du comportement non linéaire jusqu'à rupture d'un élément ou d'une ossature plane en béton armé (courbe charge-déplacement).

L'utilisation de cet outil de calcul nous permet de réaliser une étude paramétrique, et plusieurs simulations numériques sont effectuées et portent sur l'influence de différents paramètres sur les facteurs des ductilités structurale et sectionnelle des éléments fléchis en béton armé.

Mots clés :

Ductilité, flexion, structure, section, béton armé.

Abstract

In this study we are interested in evaluating the ductility of a structural sectional and full reinforced concrete element a literature study is performed first, it focuses on the different approaches to the ductility and gives an overview of the behavior of materials and a reminder about the importance of the concept of ductility in the seismic behavior of reinforced concrete structures.

Then two methods of nonlinear analysis are presented, one is interested in a bent reinforced concrete section, and the other method is interested in the elements of flat reinforced concrete frames.

Based on these two methods of analysis, two computer programs have already been developed and developed (existing), written in FORTRAN 90 language, which will allow the numerical simulation. The computer program called SECTNOL1 allows the numerical simulation of non-behavior linear section of a reinforced concrete subjected to bending (moment-curvature law) and poutre_mince2 program allows the numerical simulation of non-linear behavior to failure of a component or a flat reinforced concrete frame (curve load-displacement).

Using this calculator enables us to perform a parametric study, and several numerical simulations are carried out and focus on the influence of various parameters on the structural factors and sectional ductility of reinforced concrete elements bent.

Key words:

Ductility, bending, structure, style, reinforced concrete.

Principales Notations

- μ_ε : Le facteur de ductilité du matériau (de déformation).
- ε_y : La déformation élastique du matériau.
- ε_u : La déformation maximale du matériau.
- μ_ϕ : Le facteur de ductilité en courbure.
- ϕ_u : La courbure maximale.
- ϕ_y : La courbure élastique.
- μ_θ : Le facteur de ductilité en rotation.
- θ_u : La rotation maximale d'un élément.
- θ_y : La rotation correspondant à la limite élastique d'un élément.
- μ_Δ : Le facteur de ductilité en déplacement.
- Δ_u : Le déplacement maximal d'un niveau défini de la structure.
- Δ_y : Le déplacement correspondant à la limite élastique.
- f_{c28} : Résistance caractéristique du béton à l'âge de 28 jours.
- f_{tj} : Résistance à la traction du béton à l'âge j.
- E_{0b} : Module d'élasticité du béton à l'origine.
- f_e : limite élastique des aciers.
- ε_g : La déformation longitudinale au niveau du centre géométrique G d'une section.
- ϕ : La courbure.
- $\varepsilon(y)$: La déformation longitudinale d'une fibre horizontale située à l'ordonnée y /GZ.
- σ_{bc} : Contrainte de la fibre de béton la plus comprimée.
- σ_{bt} : Contrainte de la fibre de béton la plus tendue.
- ε_{bc} : Déformation de la fibre de béton la plus comprimée.
- ε_{bt} : Déformation de la fibre de béton la plus tendue.
- ε_y : Déformation d'une fibre située à une hauteur y, du centre de gravité G de la section.
- $\sigma(y)$: La contrainte normale au niveau d'une fibre considérée.
- \overline{EA} : Rigidité à l'effort normal (rigidité de membrane).
- \overline{ES} : Rigidité due au couplage flexion – effort normal.
- \overline{EI} : Rigidité à la flexion.
- $[K_s]$: La matrice de rigidité sécante de la section.
- A : Aire de la section.

S : Moment statique de la section / GZ.

I : Moment d'inertie de la section/ GZ.

nb : Nombre de tranches horizontales dans la section du béton.

na : Nombre de lits d'aciers.

E_{bi} : Module d'élasticité sécant du béton au niveau de la tranche i .

E_{aj} : Module d'élasticité sécant de l'acier du lit j .

A_j : Aire du lit d'acier j .

y_{aj} : Ordonnée du lit d'acier j / GZ.

ΔS_i : Aire de la tranche i du béton.

y_{bi} : Ordonnée au niveau du milieu de la tranche de béton i /GZ.

$b(y_{bi})$: Largeur de la tranche de béton i .

Δh_i : Hauteur de la tranche de béton i .

M : Moment de flexion appliqué sur la section.

N : Effort normal appliqué sur la section.

ΔM : Incrémentation du moment de flexion.

ΔN : Incrémentation de l'effort normal.

$u(x, z)$: Déplacement axial selon x .

$w(x, z)$: Déplacement transversal selon z .

$u_0(x)$: Déplacement axial au niveau de l'axe de référence de la poutre.

$\theta(x)$: Rotation de la normale de la section transversale d'abscisse x .

γ : La rotation due au cisaillement transversal.

$\varepsilon_0(x)$: Déformation longitudinale au niveau de l'axe de référence, à l'abscisse x .

$\phi(x)$: Courbure de la section transversale, à l'abscisse x .

$[D]$: Matrice des propriétés élastiques de l'élément.

$[N]$: Matrice des fonctions d'interpolation (de forme).

u_i : La valeur du déplacement longitudinal au nœud i .

w_i : La valeur du déplacement transversal au nœud i .

θ_i : La valeur de la rotation au nœud i .

$[B]$: Matrice de déformation.

n : Nombre de points de Gauss ($n = 3$).

ξ_i : Abscisse du point de Gauss i .

α_i : Poids d'intégration au point de Gauss i .

N : L'intensité de l'effort normal de compression.

σ : La contrainte normale de compression.

ω : Le pourcentage du ferrailage longitudinal.

Liste des figures

	Page
Figure 2.1 a : Courbe charge–déformation (Relation déformabilité – ductilité).....	5
Figure 2.1 b : Déformabilité et ductilité.....	5
Figure 2.1 c : Comportement d’un élément ductile et fragile.....	6
Figure 2.2 a : Ductilité de déformation.....	7
Figure 2.2 b : Ductilité en courbure.....	8
Figure 2.2 c : Ductilité de rotation.....	8
Figure 2.2 d : Ductilité de déplacement.....	9
Figure 2.3 : Relation entre ductilité globale (μ_{Δ}) et la ductilité locale (μ_{ϕ}).....	10
Figure 2.4 : Comportement du béton en compression uniaxiale.....	12
Figure 2.5 : Courbe de comportement du béton en traction simple.....	13
Figure 2.6 : Comportement du béton confiné.....	14
Figure 2.7 : Courbe contrainte-déformation pour un acier naturel.....	15
Figure 2.8 : Courbe contrainte-déformation pour un acier écroui.....	15
Figure 2.9 : Comportement d’une barre d’acier soumise à un essai d’arrachement.....	16
Figure 2.10 : Schématisation d’une poutre fissurée soumise à deux charges concentriques p.....	18
Figure 2.11 : comportement d’un tirant soumis à la traction uniaxiale.....	18
Figure 2.12 (a) : Boucles d’hystérésis d’un poteau ferrailée normalement.....	20
Figure 2.12 (b) : Boucles d’hystérésis pour un poteau sur-ferrailé.....	20
Figure 2.13 (a) : Poutre ferrailée normalement.....	21
Figure 2.13 (b) : Boucles d’hystérésis.....	21
Figure 2.14 (a) : Poutre avec ferrailage diagonal.....	22
Figure 2.14 (b) : Boucles d’hystérésis.....	22
Figure 2.15 (a) : Spécimen S3 Mode de rupture.....	22
Figure 2.15 (b) : Spécimen S3 Comportement d’hystérésis.....	22
Figure 2.16 : Caractéristiques géométriques et ferrailages du portique.....	23
Figure 2.17 : Caractéristiques géométriques et ferrailages du portique du Vecchio et Emara.....	24
Figure 3.1 : Discrétisation de la section, et diagramme contrainte-déformation.....	25
Figure 3.2 : Comportement contrainte-déformation en présentant le module sécant.....	27
Figure 3.3 : Discrétisation de la section en tranches horizontales.....	30

Figure 3.4 : Schéma de résolution pour le calcul M- \emptyset (N= constant).....	31
Figure 3.5 : Organigramme de calcul	33
Figure 4.1 : Discrétisation par éléments finis poutres	35
Figure 4.2 : Tronçon d'un élément poutre plane.....	36
Figure 4.3 : Hypothèse cinématique : poutre mince de Bernoulli.....	37
Figure 4.4 : Élément fini à 2 nœuds	39
Figure 4.5 : Discrétisation de la section transversale	43
Figure 4.6 : Organigramme de calcul	45
Figure 5.1 : Données géométriques du poteau de Low_Mohle	48
Figure 5.2 : Courbes moments-courbures de la section du poteau de Low en fonction de l'effort normal	50
Figure 5.3 : Variation de la ductilité sectionnelle en fonction de l'effort normal	50
Figure 5.4 : Courbes charges-déplacements du poteau de Low en fonction de l'effort normal.	52
Figure 5.5 : Courbe ductilité structurale-efforts normaux.....	52
Figure 5.6 : Courbes moments-courbures pour différentes valeurs de ω	53
Figure 5.7 : Courbe ductilité sectionnelle-pourcentage du ferrailage longitudinal ω	54
Figure 5.8 : Courbes charges-déplacements pour différentes valeurs de ω	55
Figure 5.9 : Courbe ductilité structurale -pourcentage du ferrailage longitudinal ω	55
Figure 5.10 : Les courbes moments-courbures pour différentes valeurs de f_{cj}	56
Figure 5.11 : Courbe ductilité sectionnelle-résistances à la compression du béton f_{cj}	57
Figure 5.12 : Les courbes charges déplacements pour différentes valeurs de f_{cj}	58
Figure 5.13 : Courbe ductilité structurale-résistances à la compression du béton f_{cj}	58
Figures 5.14 : Données géométriques de la poutre de Mazars.....	59
Figure 5.15 : Courbes moments-courbures pour différentes valeurs de ω	60
Figure 5.16 : Courbe ductilité sectionnelle- pourcentage du ferrailage longitudinal ω	61
Figure 5.17 : Courbes charges-déplacements pour différentes valeurs de ω de la poutre	62
Figure 5.18 : Variation de la ductilité structurale en fonction du pourcentage du ferrailage longitudinal ω de la poutre	62
Figure 5.19 : Courbes moments-courbures pour différentes valeurs de f_{cj}	63
Figure 5.20 : Variation de la ductilité sectionnelle en fonction de la résistance à la compression du béton f_{cj}	64
Figure 5.21 : Courbes charges-déplacements pour les différentes valeurs de f_{cj}	65
Figure 5.22 : Courbe ductilité structurale-résistance à la compression du béton f_{cj}	65

Liste des tableaux

	Page
Tableau 5.1a : Caractéristiques du béton	48
Tableau 5.1b : Caractéristiques des aciers	48
Tableau 5.2 : Différentes valeurs de l'effort normal considérées	49
Tableau 5.3 : Résultats des calculs de la section du poteau de Low en fonction de l'effort normal	49
Tableau 5.4 : Différentes valeurs de l'effort normal considérées	51
Tableau 5.5 : Résultats des calculs du poteau de Low en fonction de l'effort normal	51
Tableau 5.6 : Résultats des calculs correspondants aux différentes valeurs de ω au niveau de la section d'encastrement du poteau de Low	53
Tableau 5.7 : Résultats des calculs correspondants aux différentes valeurs de ω du poteau....	54
Tableau 5.8 : Résultats des calculs d'une section du poteau du Low en fonction de la résistance à la compression du béton.....	56
Tableau 5.9 : Résultats des calculs correspondants aux différentes valeurs de ω du poteau....	57
Tableau 5.10 : Caractéristiques des matériaux utilisés	59
Tableau 5.11 : Résultats des calculs correspondants aux différentes valeurs de ω au niveau de la section critique de la poutre de Mazars.....	60
Tableau 5.12 : Résultats des calculs de la poutre de Mazars en fonction du pourcentage du ferrailage longitudinal	61
Tableau 5.13 : Résultats des calculs au niveau de la section critique dans la poutre de Mazars en fonction de la résistance à la compression du béton f_{cj}	63
Tableau 5.14 : Les principaux résultats obtenus en fonction de la résistance à la compression du béton f_{cj} de la poutre.....	64

Table des matières

	Page
Chapitre 1 : Introduction générale	1
1.1-Généralités.....	1
1.2-Position du problème.....	2
1.3-Objectifs de l'étude.....	2
1.4-Plan du travail.	3
Chapitre 2 : Étude bibliographique	4
2.1-Introduction.	4
2.2-Notions de base sur la ductilité.	4
2.2.1-Relation déformabilité – ductilité.	4
2.2.2-Comportement ductile et fragile.....	6
2.2.3- Définition de la ductilité – Facteur de ductilité.....	6
2.2.4-Différents type de ductilité.	7
a)-Ductilité de déformation (du matériau).	7
b)-Ductilité en courbure ou ductilité locale.	8
c)-Ductilité en rotation.	8
d)-Ductilité en déplacement ou ductilité globale.	9
2.2.5-Facteurs influençant la ductilité.	11
2.3-Aperçu sur le comportement des matériaux.....	11
2.3.1-Comportement du béton.	11
2.3.1.1-Comportement du béton en compression.	12
2.3.1.2-Comportement du béton en traction.	13
2.3.1.3- Aspect du confinement.....	14
2.3.2-Comportement des aciers.	14
2.3.3-Comportement du béton armé	16
2.3.3.1-Introduction.	16
2.3.3.2-L'adhérence acier-béton.....	16
2.3.3.3-La fissuration.....	17
2.3.3.4- Le concept du « tension stiffening ».....	18
2.4.-Aperçu sur le comportement non linéaire des éléments des ossatures en béton armé.....	19
2.4.1-Comportement des éléments poteaux.	20
2.4.2-Comportement des éléments poutres.	21
2.4.3-Comportement des nœuds poutres-poteaux.	22

2.4.4-Comportement des portiques.....	23
2.4.4.1-Essais de CEBTP – CEA.....	23
2.4.4.1-Essai de Vecchio et Emara.....	24
Chapitre 3: Méthode d'analyse non linéaire d'une section fléchie en béton armé.....	25
3.1-Introduction	25
3.2-Hypothèses de calcul.	25
3.3-Relations Efforts-Déformations dans la section.	25
3.4-Calcul de la matrice de rigidité de la section.	29
3.5-Méthode de résolution non linéaire.....	30
3.6-Organigramme de calcul	33
3.7-Programme de calcul : SECTNOL1.....	34
Chapitre 4 : Méthode d'analyse non linéaire des éléments d'ossatures planes en béton armé	35
4.1-Intoduction.....	35
4.2-Hypothese de base.....	35
4.3-Cinématique.....	36
4.4-Relation déformations – déplacements.....	38
4.5-Relation efforts – déplacements.....	38
4.6-Discretisation par élément finis.	39
4.7-Discretisation de la section transversale.	43
4.8-Evaluation des rigidités de section.	43
4.9- Procédure de calcul non linéaire.....	44
4.10- Organigramme de calcul.	45
4.11-Programme de calcul : poutre_mince2	46
Chapitre 5 : Évaluation des ductilités sectionnelle et structurale (Étude paramétrique par simulation numérique)	47
5.1-Introduction :	47
5.2-Étude paramétrique du poteau de Low_Mohle.	47
5.2.1-Présentation de l'essai de Low_Mohle	47
5.2.2-Influence de l'effort normal.	49
5.2.2.1-Évaluation de la ductilité sectionnelle (courbes moment-courbure).....	49
5.2.2.2-Évaluation de la ductilité structurale (courbes charge-déplacement)	51
5.2.3-Influence du pourcentage du ferrailage longitudinal.....	53

5.2.3.1-Évaluation de la ductilité sectionnelle (courbes moment-courbure).....	53
5.2.3.2-Évaluation de la ductilité structurale (courbes charge-déplacement)	54
5.2.4-influence de la résistance de compression du béton.....	56
5.2.4.1-Évaluation de la ductilité sectionnelle (courbes moment-courbure).....	56
5.2.4.2-Évaluation de la ductilité structurale (courbes charge-déplacement)	57
5.3-Etude paramétrique de la poutre de Mazars.	59
5.3.1-Présentation de l'essai de Mazars	59
5.3.2-Influence du pourcentage du ferrailage longitudinal.....	59
5.3.2.1-Évaluation de la ductilité sectionnelle (courbes moment-courbure).....	59
5.3.2.2-Évaluation de la ductilité structurale (courbes charge-déplacement)	61
5.3.3-influence de la résistance à la compression du béton.	63
5.3.3.1-Évaluation de la ductilité sectionnelle (courbes moment-courbure).....	63
5.3.3.2-Évaluation de la ductilité structurale (courbes charge-déplacement)	64
5.4-Conclusion	66
Conclusion générale	67
Références Bibliographiques	68
ANNEXES	71
Annexe A	71
Annexe B	77

Chapitre 1 : Introduction générale

1.1-Généralités :

L'action sismique est un déplacement imposé variable dans le temps, qui induit dans la structure des forces d'inertie. Au cours du mouvement, le séisme « injecte » dans la structure une certaine quantité d'énergie, une partie est restituée au sol, par le phénomène sol-structure, une autre partie est dissipée par amortissement le surplus se retrouve dans la structure sous forme d'énergie cinétique et d'énergie de déformation élastique et inélastique des éléments structuraux.

Toutefois l'analyse dynamique des structures répondant à des séismes sévères a montré que les forces élastiques d'inertie sont beaucoup plus grandes que celles préconisées par les normes et que cette différence est trop grande pour qu'elle soit compensée par des coefficients de sécurité.

Ce dilemme peut être attribué à la capacité importante de déformation plastique avant rupture des matériaux, cette propriété fondamentale est appelée ductilité.

Il est important de s'assurer, dans l'étape extrême d'une structure chargée jusqu'à la rupture, qu'elle va se comporter d'une manière ductile. Autrement dit s'assurer que la structure ne se rompra pas d'une façon brutale c'est à dire sans avertissement, mais sera capable de manifester de grandes déformations au-delà de la capacité maximum de chargement. Ces déformations donnent l'avertissement suffisant, et ce en maintenant la capacité de chargement, ainsi une rupture totale peut être prévenue et des vies humaines préservées.

En outre lors du dimensionnement, l'ingénieur choisit entre un comportement ductile et un comportement non ductile de la structure. Dans le cas de l'action sismique, un comportement ductile est favorable car il permet de dissiper l'énergie introduite sous forme de déformation plastique. Pour une même sollicitation sismique, une structure ductile pourra être dimensionnée pour une résistance moins importante qu'une structure non ductile, d'où l'intérêt de choisir un comportement ductile.

Dans les zones de forte sismicité, la ductilité devient une considération extrêmement importante. D'ailleurs la philosophie actuelle des codes est basée sur une conception sismique stipulant que les structures doivent résister élastiquement aux séismes relativement modérés, et développer la ductilité dans le cas d'un séisme sévère, pour garantir la survie de la structure.

Ainsi, les recommandations parasismiques ne sont justifiées que si la structure a l'aptitude de développer suffisamment de ductilité pour absorber et dissiper l'énergie par déformations post-élastiques sous l'action d'un chargement cyclique.

Par conséquent, la ductilité est une propriété importante à considérer, et la conception des poteaux et des poutres n'est jamais complète sans la prise en compte de cet aspect.

Pour assurer un comportement ductile, une attention particulière devrait être donnée aux dispositions constructives telles que le contenu du ferrailage longitudinal, l'ancrage du ferrailage et le confinement du béton comprimé, tout en évitant les types de rupture fragile (effort tranchant, adhérence).

1.2-Position du problème :

Dans la construction parasismique, la conception et le calcul des structures de bâtiments en béton armé sont réalisés dans le but d'obtenir un comportement ductile et d'éviter tout risque de rupture fragile et brutale.

Le concept de ductilité constitue, par conséquent, une philosophie de conception largement répandue dans le domaine de la protection parasismique.

Par ailleurs, un comportement ductile permet à la structure de dissiper une bonne partie de l'énergie qui lui est transmise au cours d'un séisme. Si la structure présente une ductilité suffisante, il est possible de réduire les efforts de dimensionnement et donc le coût global de l'ouvrage sans remettre en cause sa survie lors d'un séisme.

1.3-Objectifs de l'étude :

Dans le cadre de la présente étude on s'intéresse à l'évaluation des facteurs de ductilité sectionnelle et structurale d'un élément fléchi en béton armé ainsi que la relation entre les deux facteurs. Dans cet objectif, on se propose d'utiliser 2 programmes constituant l'outil de calcul, déjà existant.

Il s'agit, également de compléter la validation de ces 2 programmes permettant la simulation numérique du comportement non linéaire, en flexion, d'une section en béton armé, et d'un élément ou d'une ossature plane en béton armé.

L'application de l'outil d'analyse permettra de réaliser une étude paramétrique, par simulation numérique, sur l'influence de divers paramètres, tels que l'intensité de l'effort normal, le pourcentage du ferrailage longitudinal et la résistance à la compression du béton ...etc. sur la ductilité sectionnelle et structurale.

1.4-Plan du travail :

La présente étude est développée comme suit :

Le chapitre 2 consiste en une revue bibliographique et rappels sur les différentes approches relatives à la ductilité (ductilité sectionnelle, de rotation, structurale, et de déformation) et l'importance de la notion de ductilité dans le comportement sismique des structures en béton armé.

Le chapitre 3 traite une méthode d'analyse non linéaire d'une section en béton armé en flexion composée en présentant les hypothèses de calculs, les relations efforts-déplacements pour une section et l'accroissement de ΔN et ΔM , et ensuite la méthode de résolution dans le cas non linéaire.

Au chapitre 4, on présente une méthode d'analyse pour la modélisation du comportement non linéaire jusqu'à rupture des structures planes en béton armé, par des éléments finis de type poutre à deux nœuds en se basant sur l'hypothèse de Navier Bernoulli.

Le chapitre 5 constitue une étude paramétrique, par simulation numérique, sur l'influence de divers paramètres sur les facteurs de ductilité sectionnelle et structurale.

Enfin, une conclusion générale termine ce travail, où nous présentons quelques remarques et perspectives obtenues à l'issue de cette étude.

Chapitre 2 : Étude bibliographique

2.1-Introduction :

Dans la conception des structures parasismiques, les implications économiques exigent un niveau de sécurité différent de celui adopté vis-à-vis des autres actions. Le cas des bâtiments situés dans les zones à haut risque sismique exige un niveau particulièrement rigoureux de sécurité. Ces derniers doivent être conçus de façon telle que l'énergie induite soit absorbée et dissipée par de larges déformations inélastiques de la structure [1].

Cependant ces déformations doivent être limitées à des valeurs permettant d'éviter que l'ouvrage ne souffre d'un certain degré d'endommagement pouvant compromettre la vie des occupants et leur sécurité.

Actuellement, la conception des structures à l'égard de leur sécurité antisismique, repose sur l'approche en capacité qui fait partie intégrante de plusieurs codes tels que RPA 99/V2003 [2], Eurocode_8 [3], ACI [4], NBCC [5].

Dans ce contexte les éléments structuraux sont proportionnés de manière à pouvoir supporter des déplacements importants tout en préservant l'équilibre global de la structure. Dans cette situation les zones critiques, appelées à absorber l'énergie sismique, sont présélectionnées pour se déformer sans perte excessive de résistance. Il est donc primordial de connaître la capacité de résistance et de déformation de chaque élément structural pour être sûr que le mécanisme de ruine se développe de la manière désirée [6].

2.2-Notions de base sur la ductilité :

Avant 1960 la notion de ductilité a été utilisée seulement pour la caractérisation du comportement du matériau. Après les études de Baker dans la conception plastique et les travaux de recherches dans les problèmes sismiques de Housner, ce concept s'est étendu au niveau de la structure et est associé avec les notions de résistance et de rigidité de la structure globale [7].

2.2.1-Relation déformabilité – ductilité :

La déformabilité est la capacité d'un matériau, d'un élément de la structure ou d'une structure entière de se déformer avant l'effondrement, par contre, la ductilité est la capacité de subir une déformation après la fin de la phase élastique jusqu'à la ruine [8], comme le montre la figure 2.1 a.

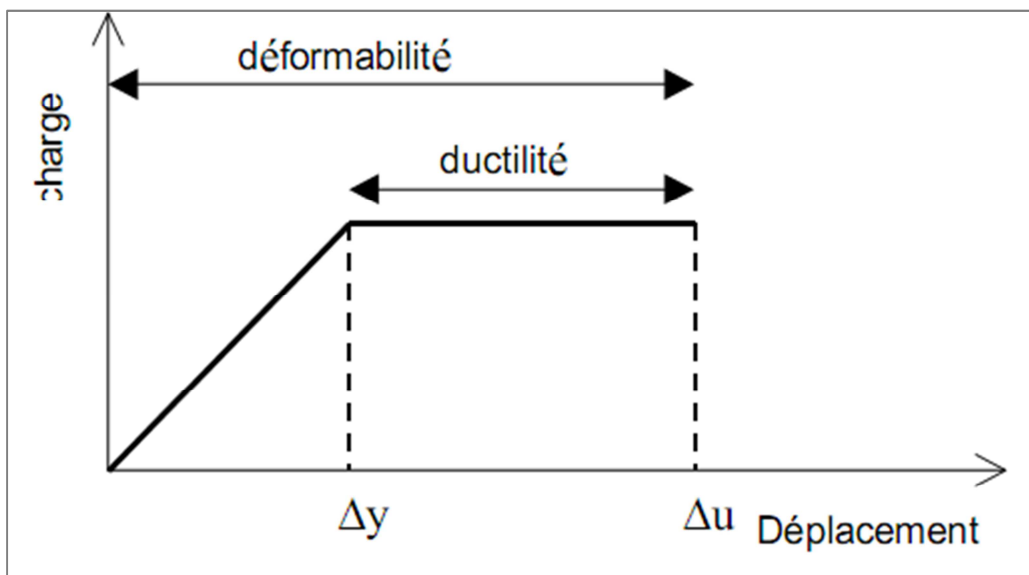


Figure 2.1 a : Courbe charge–déformation (Relation déformabilité – ductilité).

Il est à noter qu'une structure peut avoir une grande déformabilité alors qu'elle est moins ductile. Comme le montre la figure 2.1 b, où on constate que l'élément 1 possède une faible déformation alors qu'il est plus ductile comparativement à l'élément 2 qui est plus déformable et moins ductile.

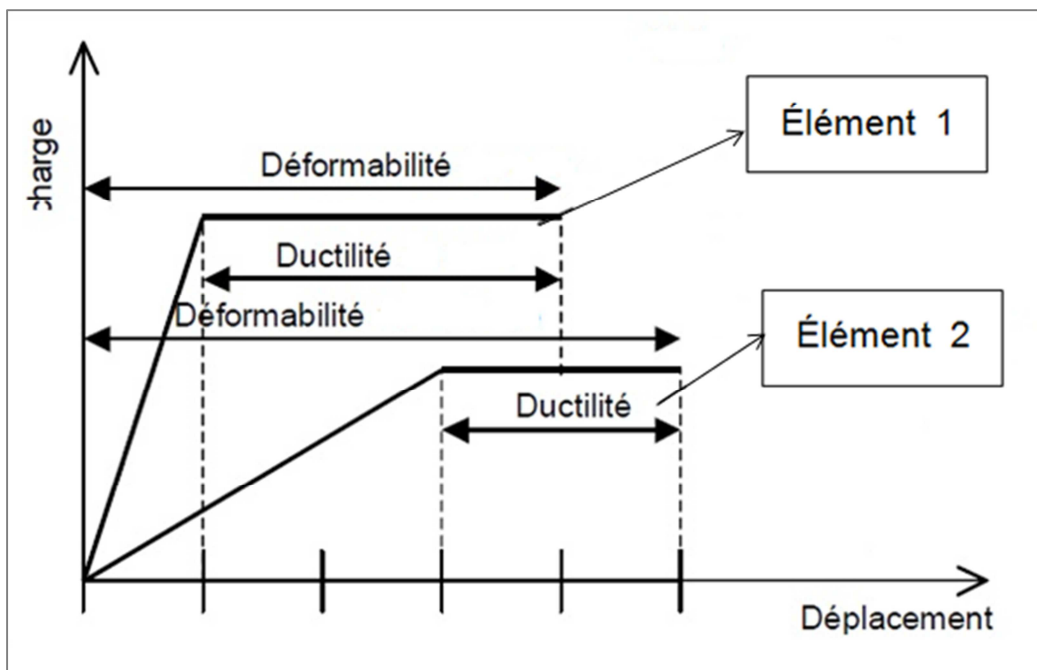


Figure 2.1 b : Déformabilité et ductilité.

2.2.2-Comportement ductile et fragile :

Pour les éléments en béton armé, lorsque le palier de non linéarité (plasticité) est long, on dit que l'élément est ductile. Cependant, lorsque le palier de non linéarité est court, on dit que l'élément est fragile (figure 2.1 c). Un comportement fragile aura lieu dans le cas où l'élément est sous armé (quantité d'armature insuffisante) et dans le cas où l'élément est armé en excès, l'élément est dit rigide [9].

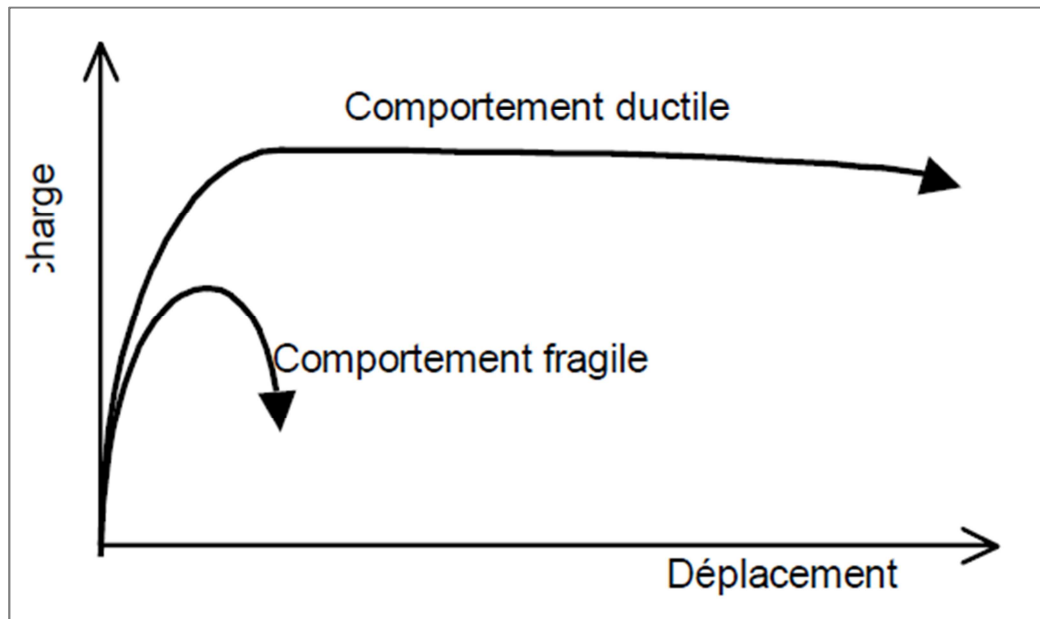


Figure 2.1 c : Comportement d'un élément ductile et fragile [9].

2.2.3- Définition de la ductilité – Facteur de ductilité :

La ductilité est une caractéristique primordiale des structures devant résister au séisme par la formation d'un mécanisme plastique global. Mais qu'est-ce que la ductilité ? Le terme "ductilité" définit la capacité d'une structure et de différents éléments présélectionnés à se déformer inélastiquement sans perte excessive de résistance et de raideur. [10]

La mesure de la ductilité est exprimée par le facteur de la ductilité définie par la relation suivante :

$$\mu = \Delta u / \Delta y \dots \dots \dots (2.1)$$

Où Δu est la déformation ultime disponible et Δy la déformation élastique c.-à-d. la déformation à la fin de la phase élastique (figure 2.1 a).

Il n'y a pas qu'une seule manière d'évaluer la ductilité. On distingue 4 manières de quantifier la ductilité dans une structure : la ductilité de déformation, la ductilité de courbure, la ductilité de rotation et la ductilité de déplacement. La première est liée à la capacité de déformation locale des matériaux, la deuxième est associée à la capacité de rotation dans une section et la quatrième se réfère au comportement global de l'élément ou de la structure.

2.2.4-Différents types de ductilité :

a)-Ductilité de déformation (du matériau) :

La source de la ductilité est la capacité des matériaux à supporter des déformations plastiques sans réduction importante de contrainte. Cette ductilité peut être définie comme le rapport de la déformation maximale ε_u , correspondant à la contrainte maximale, sur la déformation ε_y , correspondant à la limite élastique. Le facteur de ductilité du matériau désigné par μ_ε a pour expression :

$$\mu_\varepsilon = \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_y} \dots\dots\dots (2.2)$$

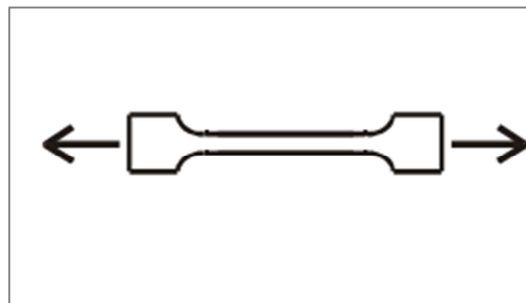


Figure 2.2 a : Ductilité de déformation.

La définition de ce facteur dans le cas de chargement monotone est sans ambiguïté, ce qui n'est pas le cas lorsqu'il s'agit d'un chargement cyclique. Dans ce cas ε_μ peut être définie, soit comme la déformation maximale depuis l'état initial, soit comme la déformation depuis le comportement d'un cycle, jusqu'à leurs niveaux maximums, la deuxième définition semble être davantage représentative de la ductilité d'un matériau sous chargement cyclique.

b)-Ductilité en courbure ou ductilité locale :

C'est la capacité de rotation des rotules plastiques développées dans la structure, elle est définie comme étant le rapport de la courbure maximale à la courbure élastique.

$$\mu_{\phi} = \frac{\phi_u}{\phi_y} = \frac{\chi_u}{\chi_y} \dots\dots\dots(2.3)$$

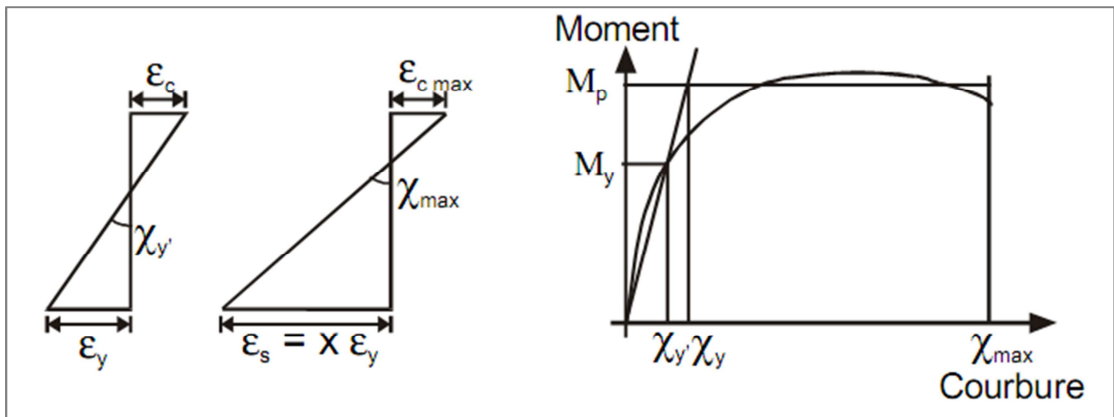


Figure 2.2 b : Ductilité en courbure.

Elle caractérise la capacité de rotation des sections. Elle est directement associée à la capacité de déformation de l'élément soit en termes de rotation ou de déplacement.

c)-Ductilité en rotation :

La ductilité de rotation ne peut s'obtenir que si les déformations plastiques ont une possibilité de se développer sur une longueur suffisante de l'élément appelé longueur de la rotule plastique. On définit le facteur de ductilité en rotation μ_{θ} , comme le rapport de la rotation maximale d'un élément θ_u , sur la rotation θ_y correspondant à la limite élastique des matériaux le composant.

$$\mu_{\theta} = \frac{\theta_u}{\theta_y} \dots\dots\dots(2.4)$$

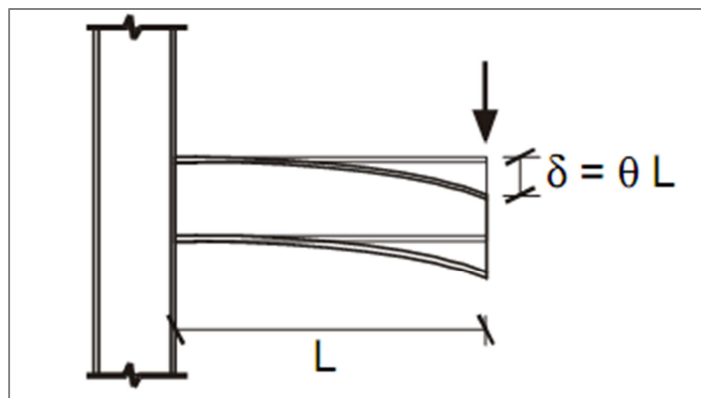


Figure 2.2 c : Ductilité de rotation.

Pour l'étude de chargement cyclique, θ_u est la rotation totale correspondant à un demi-cycle de charges. Si un élément a des capacités de rotation différentes dans les deux sens opposés, il aura des facteurs de ductilité μ_θ différents dans les deux sens. La capacité de rotation des éléments est un paramètre très important non seulement en calcul sismique, mais également en analyse plastique des structures pour le chargement monotone. Cette capacité permet la redistribution des moments dans le système.

d)-Ductilité en déplacement ou ductilité globale :

La ductilité en déplacement est généralement une mesure de la ductilité globale de la structure. Elle est souvent employée en calcul sismique, est reliée au déplacement d'un point de la structure, le facteur de ductilité en déplacement μ_Δ est également défini comme le rapport du déplacement maximal Δ_u d'un niveau défini de la structure, sur le déplacement Δ_y correspondant à la limite élastique.

$$\mu_\Delta = \frac{\Delta_u}{\Delta_y} \dots\dots\dots(2.5)$$

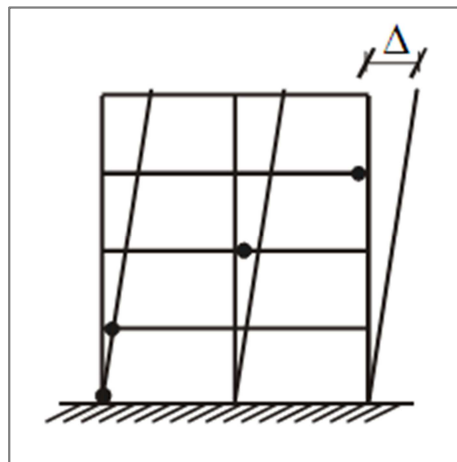


Figure 2.2 d : Ductilité de déplacement.

Δ_u est défini par le déplacement maximal atteint pendant un demi cycle de charge .On peut définir Δ_y comme le déplacement correspondant au moment où la limite élastique est atteinte pour la première fois dans une section quelconque de la structure. Une autre définition de Δ_y consiste en l'examen de la relation charge-déplacement de toute la structure et à noter le début de la déviation de comportement par rapport à la partie élastique linéaire.

Il reste des différences considérables entre les quatre facteurs de ductilité précédemment définis, et on ne doit pas les confondre, chacun d'eux à son importance et sa signification.

Le facteur de ductilité μ_ε élevé indique un matériau ductile, un μ_ε faible indique un matériau fragile.

La ductilité de déplacement et la ductilité en rotation sont complètement différentes car la première dépend essentiellement du déplacement total de la structure contrairement à la ductilité en rotation qui représente la performance d'un élément ou d'un joint de la structure autrement dit μ_θ représente le niveau de résistance et de déformation d'un élément de la structure. [11]

Cependant, il faut bien distinguer entre ductilité globale et ductilité locale. La ductilité globale correspond au rapport des déformations horizontales au sommet et considère les déformations au niveau de la structure. La ductilité locale considère les déformations au niveau des zones (rotules) plastiques. Elle correspond aux sollicitations effectives des matériaux et ses valeurs sont nettement plus élevées de la ductilité globale. La relation entre la ductilité locale et la ductilité globale pour une poutre console est représentée à la figure 2.3.

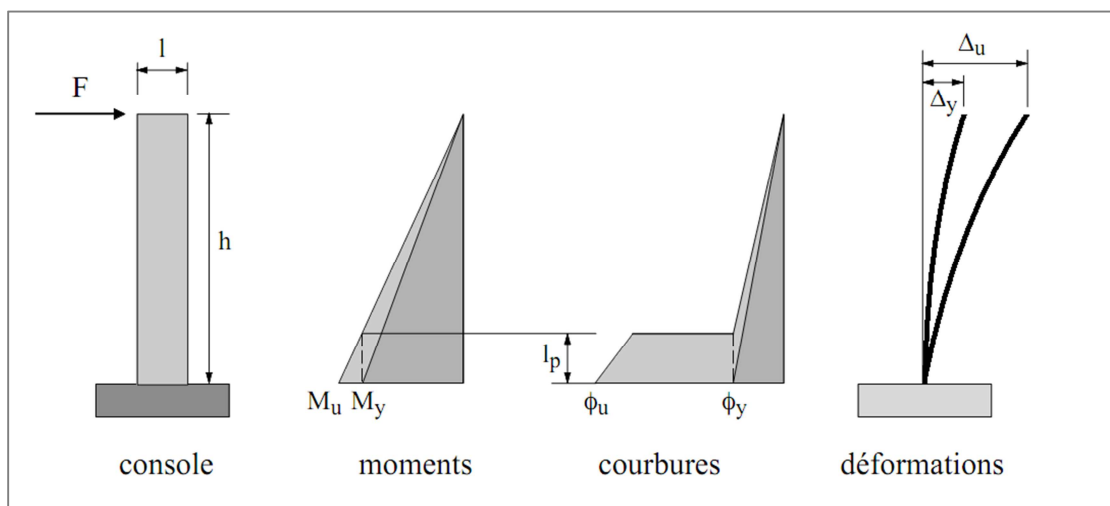


Figure 2.3 : Relation entre ductilité globale (μ_Δ) et la ductilité locale (μ_ϕ) [12].

En conclusion on peut dire que la ductilité représente la capacité de la structure ou d'un de ses éléments à subir des dégradations dans le domaine élastoplastique provoquant la naissance de rotules plastiques dans certains points, sans perte significative de la résistance.

2.2.5-Facteurs influençant la ductilité :

Un grand nombre de recherches expérimentales et analytiques [13], [14], [15], [16] ont montré que plusieurs facteurs influent la ductilité des structures en béton armé, parmi ces facteurs, on cite:

- La résistance à la compression du béton.
- Le confinement transversal des éléments.
- Les pourcentages des armatures tendues et comprimées.
- La limite élastique des armatures.
- L'effort normal dans les poteaux.
- L'élançement des éléments.

L'analyse des travaux [13, 14, 15, 16], a montré que certains facteurs ont un effet défavorable sur la ductilité comme la résistance élevée des armatures tendues et l'effort normal dans les éléments. Par ailleurs, les autres facteurs ont un effet favorable sur la ductilité à savoir la résistance élevée de la compression du béton et le pourcentage élevé des armatures comprimées, ainsi que, le confinement transversal des éléments en béton armé par des cadres ou par des spirales.

2.3-Aperçu sur le comportement des matériaux :

2.3.1-Comportement du béton :

Le béton est un matériau obtenu par un mélange adéquat de granulats (sable, gravier) de liant hydraulique (ciment) et de l'eau.

Le béton est un matériau capable de supporter des efforts de compression importante (15 à 60 MPa). Par contre son comportement est fragile vis-à-vis de la traction (de l'ordre du dixième de sa résistance à la compression).

Dans ce qui suit, le comportement du béton est présenté. Les courbes expérimentales tirées de la littérature mettent en évidence le comportement du béton vis-à-vis des sollicitations de traction et de compression.

2.3.1.1-Comportement du béton en compression :

La résistance en compression du béton est déterminée en utilisant un essai de compression uniaxiale sur une éprouvette cylindrique normalisée (16 x 32 cm). L'allure générale de la courbe contrainte déformation est donnée par le diagramme représenté sur la figure 2.4.

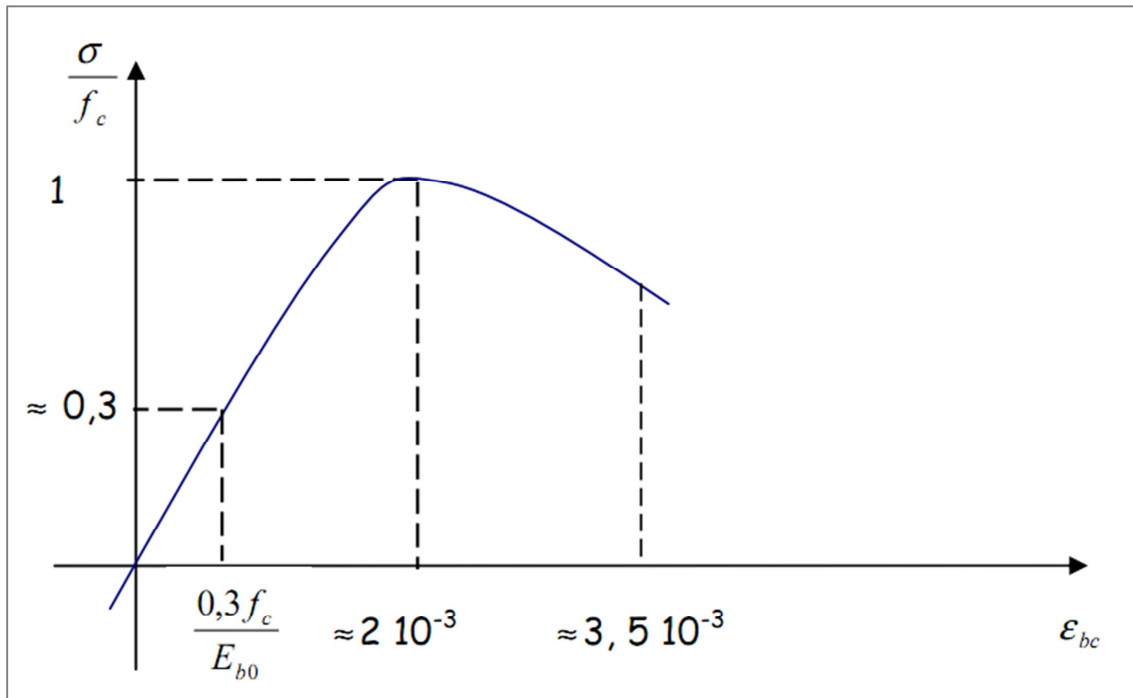


Figure 2.4 : Comportement du béton en compression uniaxiale [17].

On distingue les phases suivantes [18] :

- La déformation croît de façon linéaire jusqu'à environ 30% de la contrainte ultime.
- Entre 30% et 100% de la contrainte ultime, la courbe s'incurve et le comportement devient non-linéaire. Ceci correspond à l'apparition puis au développement des fissures verticales dans l'éprouvette.
- L'atteinte du pic définit la contrainte ultime qui caractérise la résistance du béton à la compression. Elle correspond à une déformation de l'ordre de 2‰.
- La rupture se produit au-delà du pic avec fissuration verticale et écrasement de l'éprouvette. Elle correspond à une déformation de l'ordre de 3.5‰.

2.3.1.2-Comportement du béton en traction :

Le béton est un matériau fragile. Il présente une faible résistance en traction de l'ordre de $1/10^{eme}$ de sa résistance en compression.

Cette résistance est mesurée, soit par un essai de traction directe, soit indirectement par un essai de fendage ou de flexion.

Dans un essai de traction directe, la courbe contrainte-déformation à l'allure présentée sur la figure 2.5.

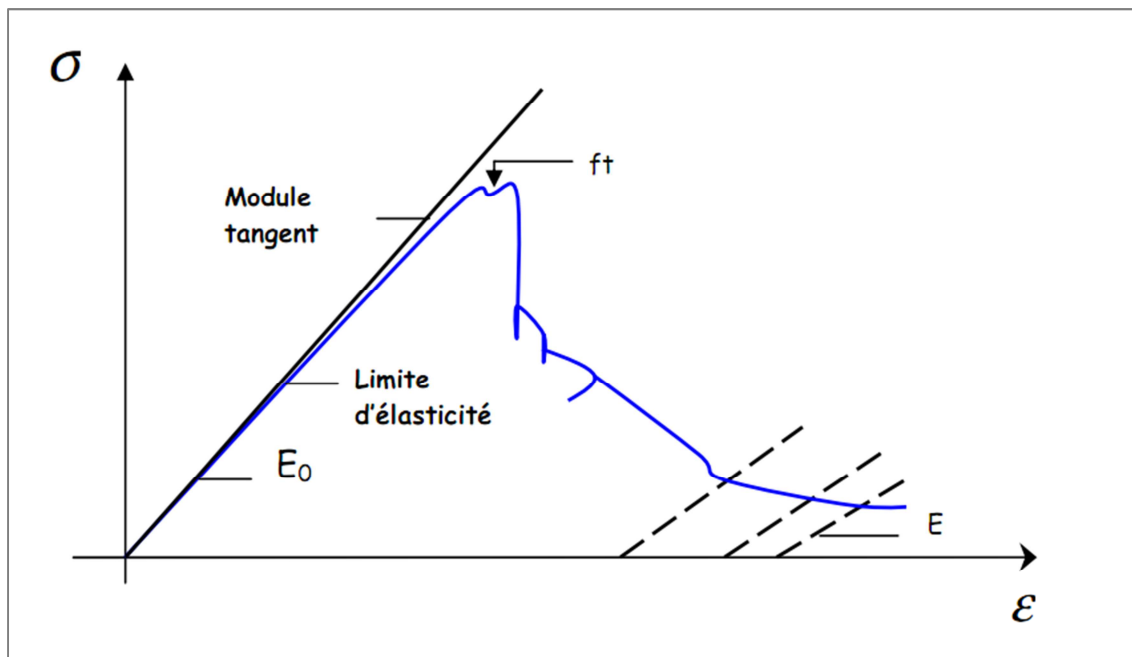


Figure 2.5 : Courbe de comportement du béton en traction simple [19].

D'après Terrien 1980 [19], on distingue les phases suivantes :

- Une branche ascendante où le comportement est quasiment élastique linéaire avec une légère perte de raideur (une légère non-linéarité) juste avant d'atteindre le pic.
- Une deuxième phase (adoucissante), après le pic, où la contrainte chute presque brutalement avant de se stabiliser, les déformations peuvent continuer à accroître (apparition des déformations résiduelles dues à l'hétérogénéité du matériau).

2.3.1.3- Aspect du confinement :

Parmi les paramètres influençant favorablement la ductilité locale, le confinement latéral de l'élément qui a un rôle très important dans l'amélioration et l'augmentation de la résistance de compression du béton et la déformation maximale du béton et qui par conséquent, augmente la résistance et la ductilité dans les éléments.

Le confinement peut être réalisé soit par les spirales d'armatures circulaires ou par des cadres carrés ou rectangulaires. Comme il est influencé par plusieurs paramètres, suivant [13, 14, 15,16].

- Pourcentage volumique des armatures transversales.
- La résistance limite des armatures transversales.
- L'espacement des cadres.
- La forme des cadres.
- La distribution des armatures longitudinales sur le pourtour de la section de l'élément.

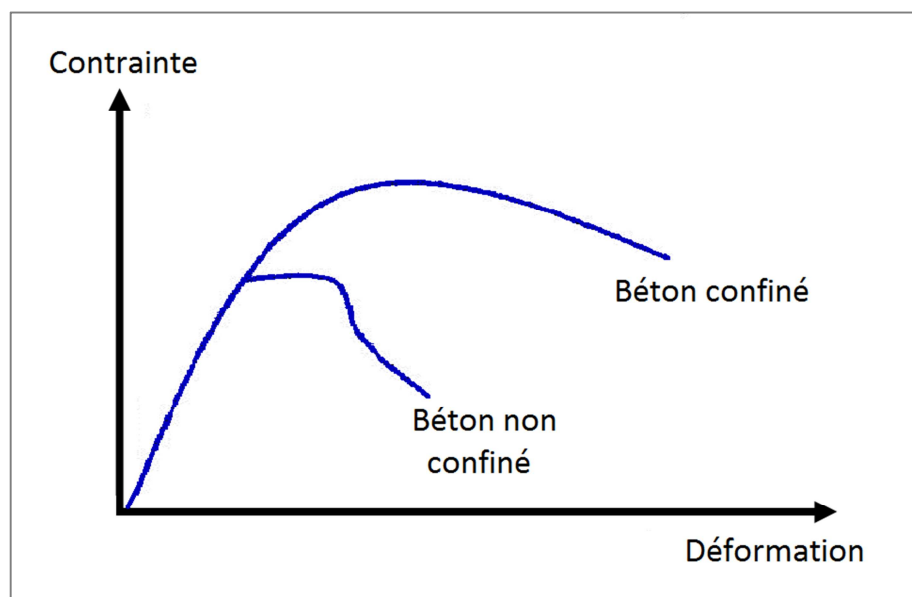


Figure 2.6 : Comportement du béton confiné.

2.3.2-Comportement des aciers :

L'acier est introduit sous forme de barre d'armature avant bétonnage de l'élément d'où l'appellation « béton armé ». À cet effet, la résistance uniaxiale de l'armature est primordiale.

Contrairement au béton, le comportement de l'acier est identique en traction et en compression.

Généralement deux types d'acier sont utilisés pour le renforcement du béton, l'acier naturel et l'acier écroui [20].

Pour un acier naturel, la courbe contrainte-déformation à l'allure de la figure 2.7.

Elle est caractérisée par un palier de ductilité après l'atteinte de la limite élastique.

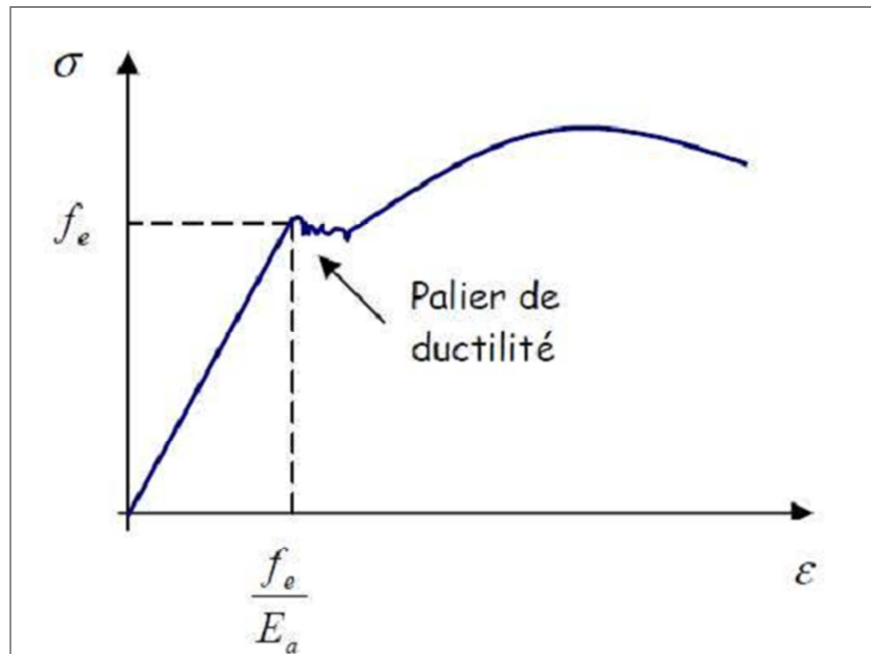


Figure 2.7 : Courbe contrainte-déformation pour un acier naturel [20].

La figure 2.8 présente la loi de comportement pour un acier écroui. À noter que l'action d'écrouissage permet d'augmenter la limite d'élasticité en faisant disparaître le palier de ductilité et diminuer l'allongement à rupture. La limite élastique correspond à une déformation de l'ordre de 2‰.

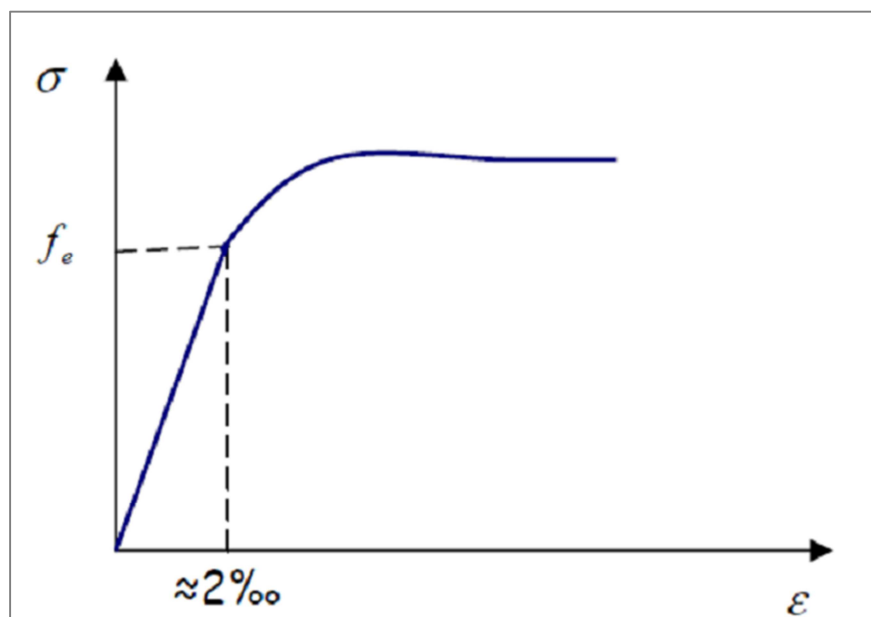


Figure 2.8 : Courbe contrainte-déformation pour un acier écroui [20].

2.3.3-Comportement du béton armé :

2.3.3.1-Introduction :

Le principe du béton armé est de combiner le béton et l'acier de façon que :

- Les efforts de compression soient absorbés par le béton (et éventuellement par l'acier).
- Les efforts de traction soient absorbés par l'acier.

L'association acier - béton est rendue possible, grâce à :

- L'adhérence acier béton, permettant la transmission des efforts entre les deux matériaux.
- L'analogie des coefficients de dilatation très voisins (de l'ordre de 12×10^{-6}).
- L'absence de réactions chimiques nuisibles entre la pâte de ciment et l'acier. Par ailleurs, le béton enrobant l'acier le protège de la corrosion.

2.3.3.2-L'adhérence acier-béton :

Généralement, dans les structures en béton armé, les efforts sont appliqués directement sur le béton. Ces efforts sont transmis aux armatures d'acier grâce au phénomène d'adhérence entre les armatures et le béton.

La capacité d'adhérence d'une barre en acier au béton est mesurée par un essai d'arrachement [21].

Une barre d'acier est moulée dans un cube en béton, la barre est ensuite tendue par une machine de traction à l'une de ses extrémités (figure 2.9).

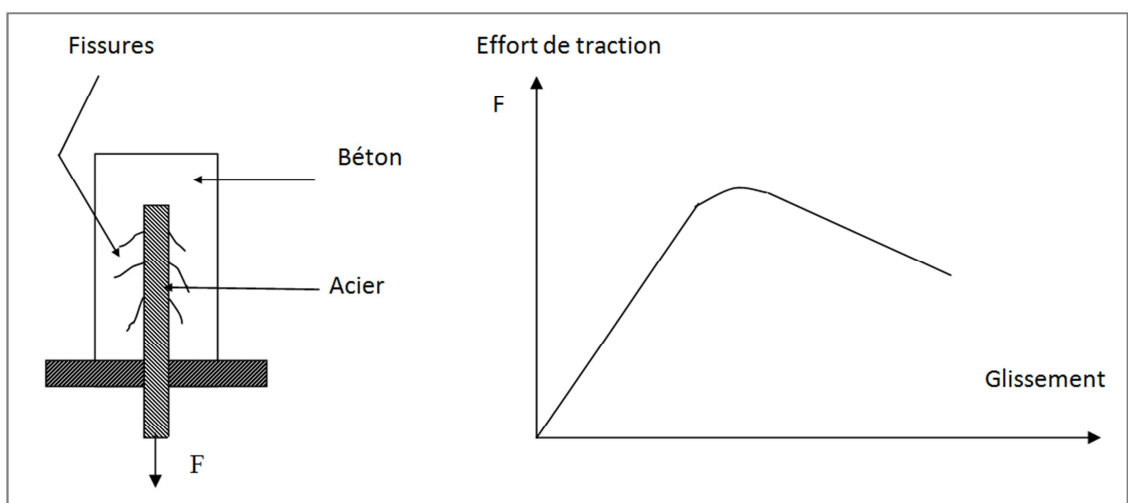


Figure 2.9 : Comportement d'une barre d'acier soumise à un essai d'arrachement [22].

Cet essai montre que l'adhérence n'est pas due uniquement à un phénomène de collage entre les deux matériaux car elle subsiste même à des déplacements (glissement) notables. Il s'agit en fait d'un phénomène de frottement.

L'adhérence est favorisée par :

- L'état de surface et la forme de la barre d'acier : l'adhérence est améliorée lorsque la barre possède des nervures en saillies ou lorsque sa surface est rugueuse.
- La qualité du béton d'enrobage : l'adhérence croît avec la résistance en compression du béton, c'est à dire avec le dosage et la classe du ciment et aussi par les conditions de vibration (lors du bétonnage) qui influent sur la capacité.
- La résistance à la traction du béton.

2.3.3.3-La fissuration :

Considérons une poutre en béton armé sur deux appuis simples, soumise à deux charges concentrées p (voir figure 2.10).

En faisant accroître les charges p et en observant le comportement expérimental de la poutre, on constate que [23] :

- Sous faible chargement, le béton n'est pas fissuré.
- Dans un deuxième temps, des fissures verticales de flexion apparaissent, en fibres inférieures dans la zone du moment maximal et des fissures inclinées d'effort tranchant se forment au niveau des appuis.
- Avec l'accroissement du chargement, les fissures de flexion deviennent plus nombreuses et plus importantes et les fissures d'effort tranchant deviennent plus inclinées et progressent vers la face supérieure.
- A la rupture, la fissuration devient très importante et la poutre se transforme en un système de blocs de béton fissurés, dont l'équilibre est assuré par leurs réactions mutuelles et par celles des armatures qui les relient.

En fonction de l'élançement de la poutre, de la résistance du béton, du pourcentage et de la nature du ferrailage, la rupture peut survenir :

- Soit par ouverture excessive des fissures de flexion (poutre faiblement ferrillée en flexion)
- Soit par écrasement transversale du béton (armatures transversales insuffisantes).
- Soit par destruction de la liaison acier - béton (adhérence insuffisante).

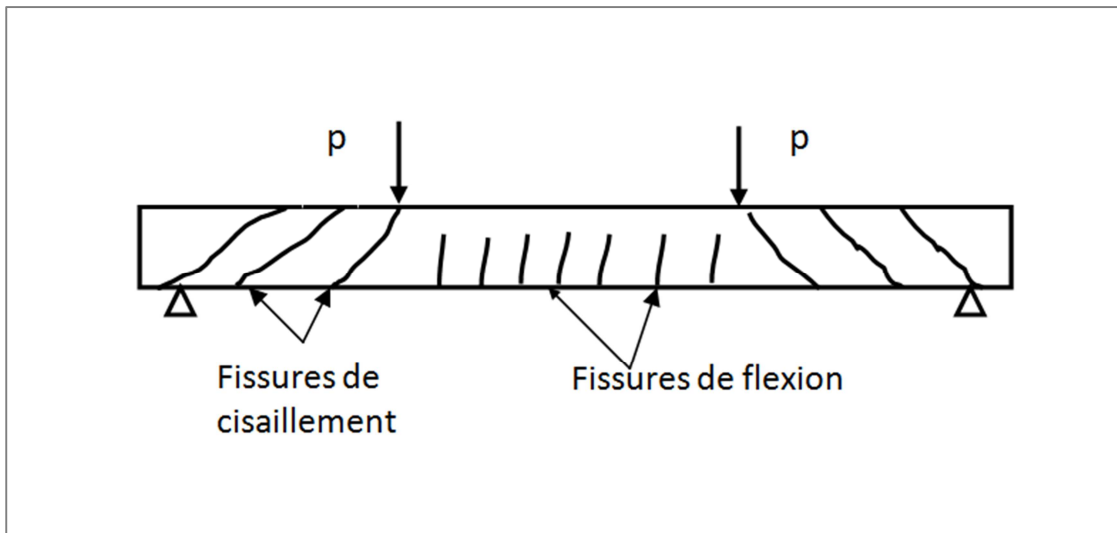


Figure 2.10 : Schématisation d'une poutre fissurée soumise à deux charges concentriques p [23].

2.3.3.4- Le concept du « tension stiffening » :

Ce concept définit la contribution du béton entre les fissures à la rigidité d'un élément en béton armé. Il englobe l'ensemble des phénomènes intervenant dans cette contribution, notamment:

- La loi réelle du béton tendu.
- La distribution et l'espacement des fissures.
- La présence des armatures, leurs diamètres et leur disposition.
- L'interaction acier - béton (problèmes d'adhérence).

Pour illustrer la contribution du béton tendu à la rigidité d'un élément en béton armé fissuré, considérons l'exemple simple d'un tirant en béton armé soumis à la traction uniaxiale [22] (figure 2.11).

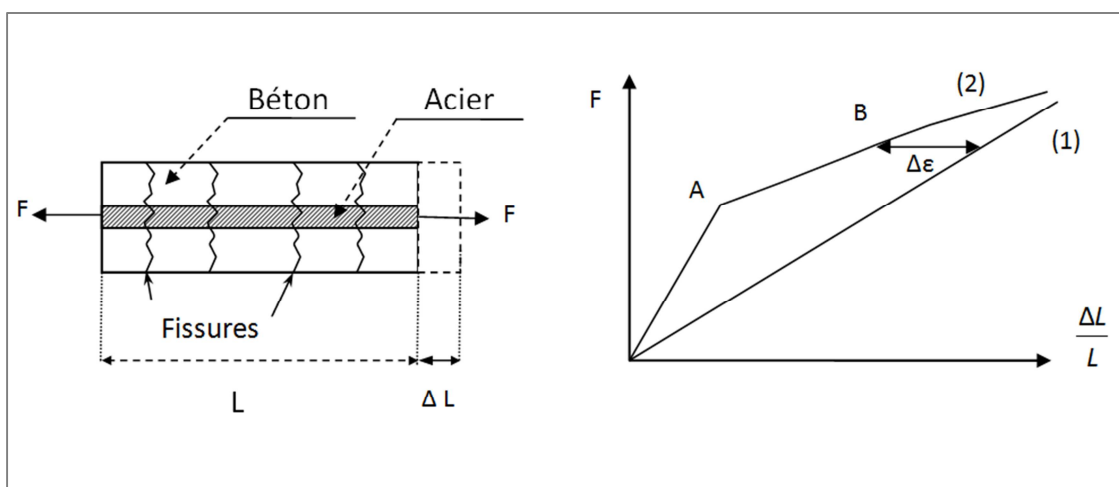


Figure 2.11 : comportement d'un tirant soumis à la traction uniaxiale [22].

La courbe (1) représente le comportement expérimental de l'acier nu (sans béton) .la courbe (2) représente le comportement expérimental moyen du tirant.

La différence Δ_ϵ entre la déformation moyenne du tirant et celle de l'acier nu met en évidence la contribution du béton tendu entre les fissures à la rigidité du tirant. (Effet de tension stiffening).

La courbe (2) peut décrire ce qui suit :

- La droite OA représente le comportement du tirant avant fissuration, qui reste sensiblement élastique linéaire.
- En A, le béton atteint sa résistance en traction, c'est le début de fissuration.
- Entre A et B la fissuration se développe.

La rigidité du tirant diminue notablement et tend vers celle de l'acier nu lorsqu'on atteint la plastification de ce dernier. À ce stade la contribution du béton tendu entre les fissures s'annule.

2.4.-Aperçu sur le comportement non linéaire des éléments des ossatures en béton armé :

Les ossatures autostables sont constituées de portiques en béton armé, obtenus par assemblage d'éléments poutres et poteaux.

Les poutres sont des éléments horizontaux sollicités en flexion. Les poteaux prennent les efforts verticaux dus aux poids propre ou des sollicitations extérieures, ils sont sollicités en flexion composée.

Pour ces éléments, le comportement et le mode de rupture sont gouvernés soit par la flexion, soit par l'effort tranchant soit par la combinaison des deux. Ils sont essentiellement influencés par l'élancement, le ferrailage, l'effort tranchant et l'intensité de l'effort normal.

Pour les éléments élancés, le comportement est gouverné par la flexion. La rupture se produit généralement, dans la zone de moment fléchissant maximal. Leurs ductilités sont généralement assez importantes.

Pour les éléments peu élancés, le comportement est dominé par l'effort tranchant. Leurs ductilités sont généralement assez faibles.

2.4.1-Comportement des éléments poteaux :

La différence entre les éléments poutres et les éléments poteaux est l'existence de l'effort normal pour ces derniers. Le comportement des poteaux, en béton armé, sous chargement cyclique alterné, en tenant compte du paramètre effort normal, a été étudié expérimentalement par plusieurs auteurs. Dans ce cadre, on peut citer les travaux suivants :

- Essais de Kaverchine et Grelat [24].
- Essais de Park, Priestley et GUI [25].
- Essais d'Abram [26].
- Essais de Saatcciglu et Ozcebe [27].

Ces essais ont portés sur des poteaux en béton armé, de section carrée ou rectangulaire, soumis à des sollicitations cycliques en flexion composée. Les paramètres considérés sont l'intensité de l'effort normal et la disposition et l'espacement des armatures transversales.

Ces essais ont mis en évidence l'influence de l'espacement des cadres sur la forme de la rupture finale et sur la courbe charge - flèche au-delà de la charge maximale.

Au cours des premiers cycles de chargement - déchargement, on a constaté une fissuration sur les deux cotés tendus successivement par la flexion, avec une dissipation d'énergie d'autant plus importante que la sollicitation est plus élevée au cours du premier cycle, lorsque l'effort normal est faible, la rupture est caractérisée par plastification des armatures dans la zone tendue et fissurée. Pour un effort normal important, la rupture est obtenue par écrasement du béton dans la zone comprimée.

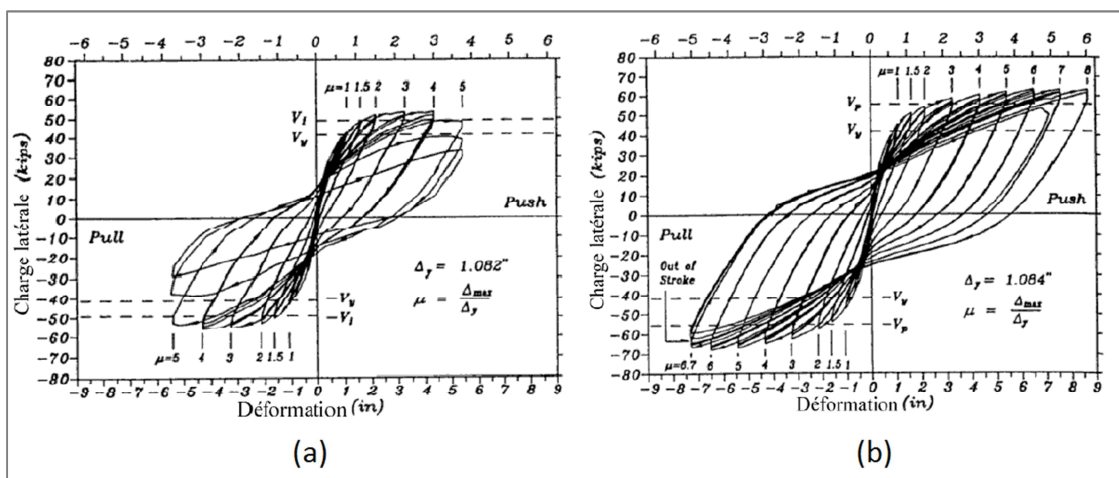


Figure 2.12 : (a) : Boucles d’hystérésis d’un poteau ferrailée normalement.
(b) : Boucles d’hystérésis pour un poteau sur-ferrailé.

2.4.2-Comportement des éléments poutres :

Les éléments poutres sont, généralement, soumis à la flexion simple, sans effort normal. La revue bibliographique montre que la majorité des études expérimentales a porté sur des consoles, en béton armé, qui représentent la moitié des poutres courantes dans les structures réelles. Parmi ces études, on peut citer :

- Les essais de Brown et Jirsa [28].
- Les essais de Wight et Soze [29].
- Les essais de Bertero et Popov [30].

Tous ces essais ont porté sur des séries de consoles élancées, de section rectangulaire, soumises à un chargement cyclique en flexion simple. Les paramètres d'études sont le ferrailage et l'élancement. À partir de ces essais, on a fait les constatations suivantes :

Le comportement des poutres est non linéaire dès que la charge dépasse la résistance du béton à la traction. L'aire des boucles d'hystérésis caractérisant la capacité d'absorption et dissipation d'énergie croît au fur et à mesure que la charge augmente.

La dégradation de la rigidité est due, essentiellement, à la fissuration du béton. Cette dégradation est amplifiée par l'effet de Bauschinger, la détérioration de l'adhérence acier-béton et le cisaillement dans la section critique. L'allure des boucles d'hystérésis devient plus pincée lorsque le cisaillement est important.

La disposition des armatures en diagonales permet un meilleur comportement d'hystérésis, comme on peut le constater sur les figures (2.13 et 2.14), tirée des essais de Bertero et Popov [30].

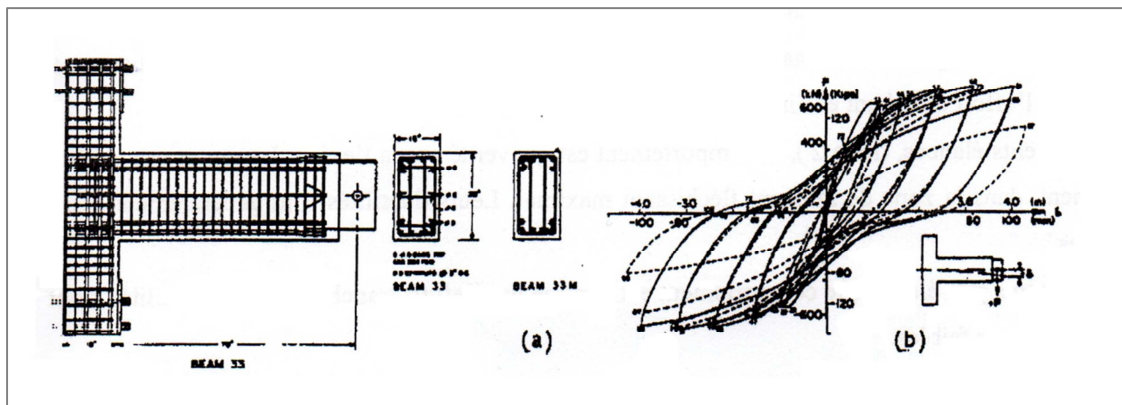


Figure 2.13 : (a) Poutre ferrailée normalement. (b) Boucles d'hystérésis.

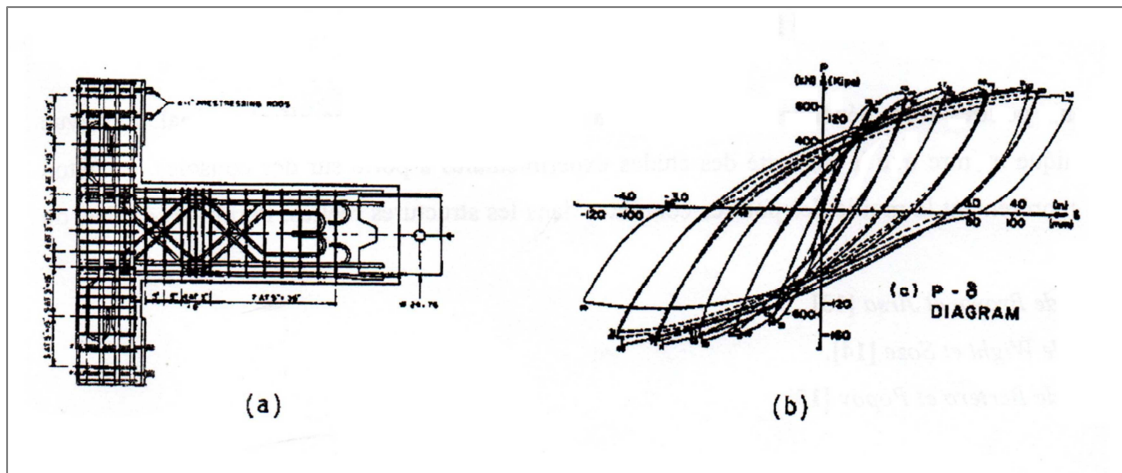


Figure 2.14 : (a) Poutre avec ferrailage diagonal. (b) Boucles d'hystérésis.

2.4.3-Comportement des nœuds poutres-poteaux :

Afin d'avoir un comportement ductile des portiques, vis à vis des sollicitations sismiques, les assemblages poutres - poteaux (ou nœuds), sont conçus de façon à obtenir la plastification des poutres avant celle des poteaux. Le comportement d'un assemblage poutres-poteaux dépend essentiellement de la géométrie, du confinement du béton et de la résistance au cisaillement de l'assemblage. Parmi les essais réalisés dans ce domaine, citons les essais d'Uzumeri [31] et Zaid et al [32].

La figure 2.15, montre un exemple de mode de rupture d'un assemblage poutre - poteau ainsi que la courbe d'hystérésis lui correspondant, tirés de [32].

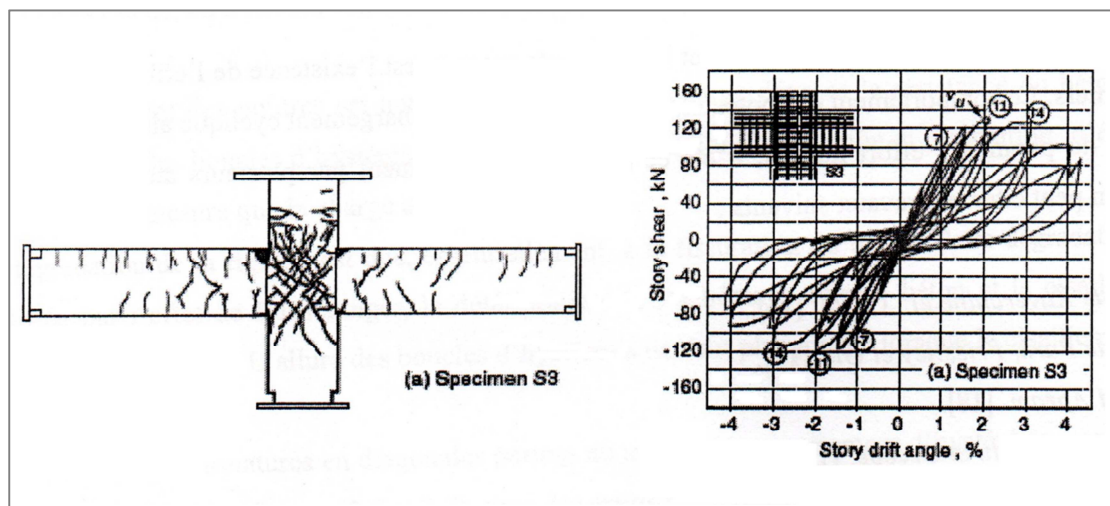


Figure 2.15 : Spécimen S3. (a) Mode de rupture (b) Comportement d'hystérésis.

2.4.4-Comportement des portiques :

Certaines études expérimentales ont porté sur des portiques à échelle réduite ayant un, deux ou plusieurs niveaux. Parmi ces études citons les essais de CEBTP - CEA [34] et ceux de Vecchio et Emará [33].

2.4.4.1-Essais de CEBTP – CEA :

Ces essais ont été réalisés au SES du CEBTP en France [34], Chaque portique est constitué de deux poteaux en béton armé de section carré 13.5x13.5 cm, de 1.55 m de hauteur et une poutre de section 23.5x13.5 cm, de 1.83 m de longueur (figure 2.16).

Au sommet de chaque poteau est fixée une masse de 5 tonnes, sur la poutre on a fixé une charge de 1.5 tonne.

Les corps d'épreuve ont été bridés sur la plate-forme d'essais de SES. Ils sont sollicités par deux vérins hydrauliques qui agissent horizontalement. Les détails du portique sont représentés sur la figure (2.16) :

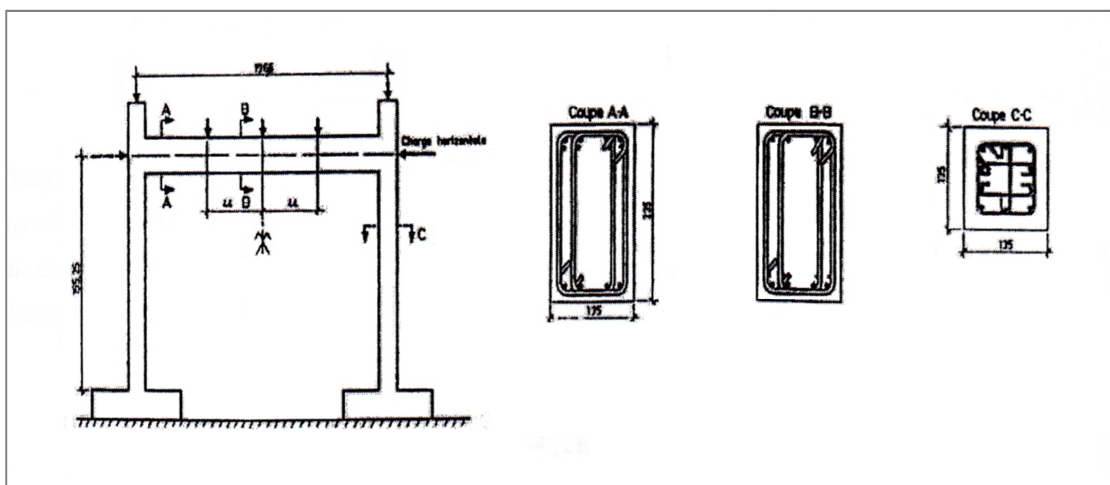


Figure 2.16 : Caractéristiques géométriques et ferrailages du portique.

Les résultats sont comme suit :

Au cours du chargement, des fissures de flexion se sont développées sur les faces de chaque poteau. La rupture est obtenue au niveau des encastremets des poteaux, par plastification des armatures tendues puis écrasement du béton.

2.4.4.2-Essai de Vecchio et Emara :

Dans cet exemple, Vecchio et Emara ont testé un portique de deux étages encasturé à sa base, Les caractéristiques géométriques et le ferrailage sont représentés sur la figure (2.17) [33].

Le portique est soumis à un chargement vertical fixe et un chargement horizontal croissant jusqu'à rupture, comme montré sur la figure (2.17).

Les résultats d'essais du comportement non linéaire du portique, donne une charge de rupture de 332 kN et une flèche de 85 mm, les fissures de flexion se sont développées sur les faces de chaque poteau. La rupture est obtenue par écrasement du béton comprimé et plastification des aciers tendus au niveau des bases des poteaux et également au niveau des nœuds poteaux - poutres. Des fissures inclinées d'effort tranchant, ont été également constatées.

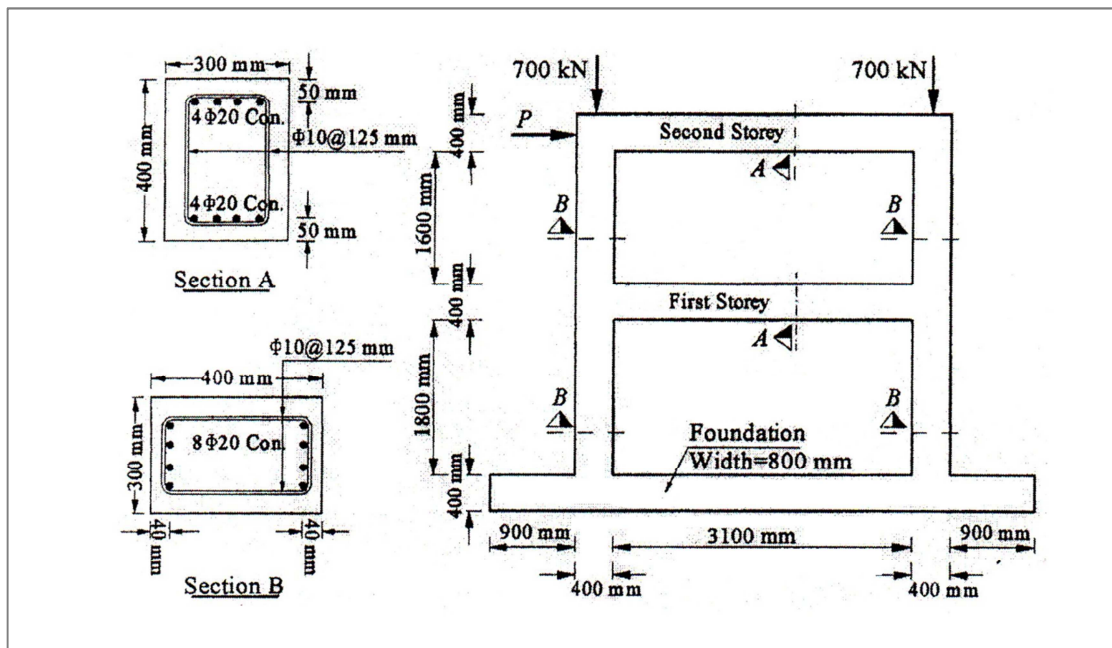


Figure 2.17 : Caractéristiques géométriques et ferrailages du portique du Vecchio et Emara.

Chapitre 3 : Méthode d'analyse non linéaire d'une section fléchie en béton armé

3.1-introduction :

Dans le but de l'évaluation des facteurs des ductilités sectionnelles qui sont exprimés comme étant le rapport de la courbure maximale à la courbure élastique au niveau d'une section, on s'intéresse à la présentation d'une méthode d'analyse non linéaire d'une section en béton armé soumise à la flexion composée. L'objectif est de présenter la formulation permettant l'élaboration d'un programme de calcul existant, qui permettra la simulation numérique du comportement non linéaire, jusqu'à rupture d'une section fléchie quelconque en béton armé, afin de calculer les moments et les courbures.

3.2-Hypothèses de calcul :

On s'intéresse au calcul et à la modélisation du comportement instantané d'une section en béton armé, soumise à la flexion composée. On admet les hypothèses de calcul suivantes:

- La flexion plane d'une section à plan moyen, chargée dans son plan est symétrique par rapport à l'axe GY passant par son centre géométrique.
- Conservation de la section plane après déformation.
- Absence de glissement relatif entre le béton et l'acier.
- L'influence de l'effort tranchant est négligée.

3.3-Relations Efforts-Déformations dans la section :

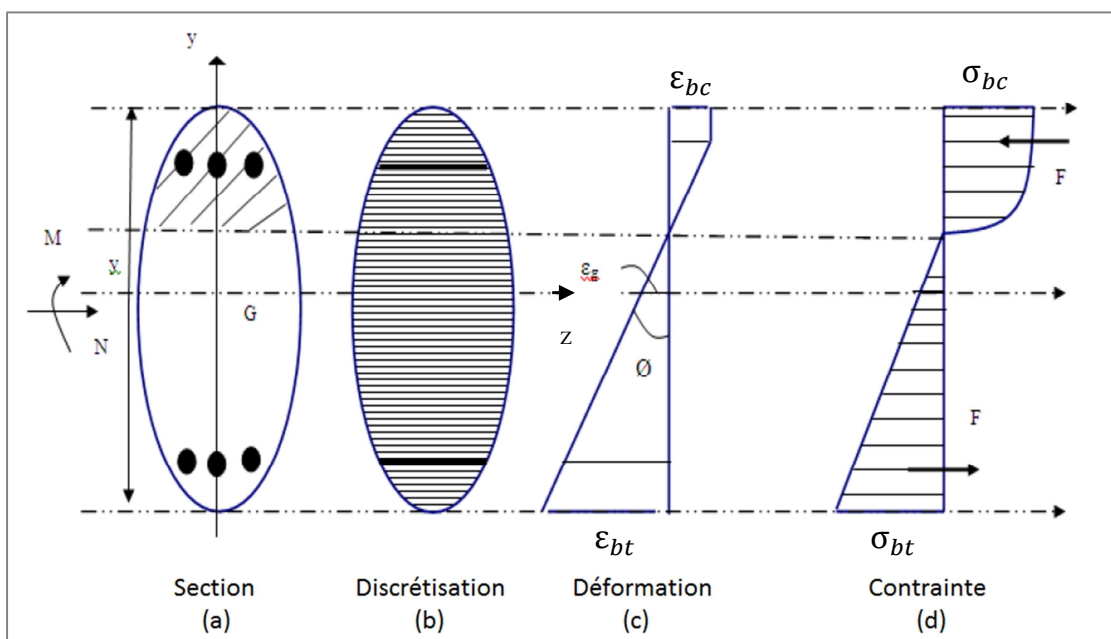


Figure 3.1 : Discretisation de la section, et diagramme contrainte-déformation [35]

On considère une section en béton armé, en équilibre sous un moment fléchissant M et un effort normal N agissant au centre géométrique G de la section.

En tenant compte des hypothèses de calcul, les déformations dans cette section sont définies à l'aide de deux paramètres : la déformation longitudinale ε_g au niveau du centre géométrique G de la section, et la courbure ϕ .

La déformation longitudinale $\varepsilon(y)$, d'une fibre horizontale située à l'ordonnée y par rapport à l'axe GZ est donnée par :

$$\varepsilon = \varepsilon(y) = \varepsilon_g + \phi \cdot y \dots\dots\dots(3.1)$$

Avec :

- σ_{bc} : Contrainte de la fibre de béton la plus comprimée,
- σ_{bt} : Contrainte de la fibre de béton la plus tendue,
- ε_{bc} : Déformation de la fibre de béton la plus comprimée,
- ε_{bt} : Déformation de la fibre de béton la plus tendue,
- ε_y : Déformation d'une fibre située à une hauteur y , à partir du centre de gravité de la section.

La contrainte normale au niveau de la fibre considérée est donnée par :

$$\sigma(y) = f(\varepsilon(y)) \dots\dots\dots(3.2)$$

La fonction $f(\varepsilon)$ est définie par la loi de comportement $\sigma - \varepsilon$ du matériau constituant la fibre considérée.

Les efforts équilibrés par la section sont donnés par :

$$N = \int_s \sigma(y) ds \dots\dots\dots(3.3)$$

$$M = \int_s \sigma(y) y ds \dots\dots\dots(3.4)$$

→ Sachant que $\sigma(y) = E_s \varepsilon(y)$, on obtient :

$$N = \int_s E_s \varepsilon(y) ds \dots\dots\dots(3.5)$$

$$M = \int_s E_s \varepsilon(y) y ds \dots\dots\dots(3.6)$$

Où E_s désigné le module sécant et est fonction de $\epsilon(y)$, (Figure 3.2).

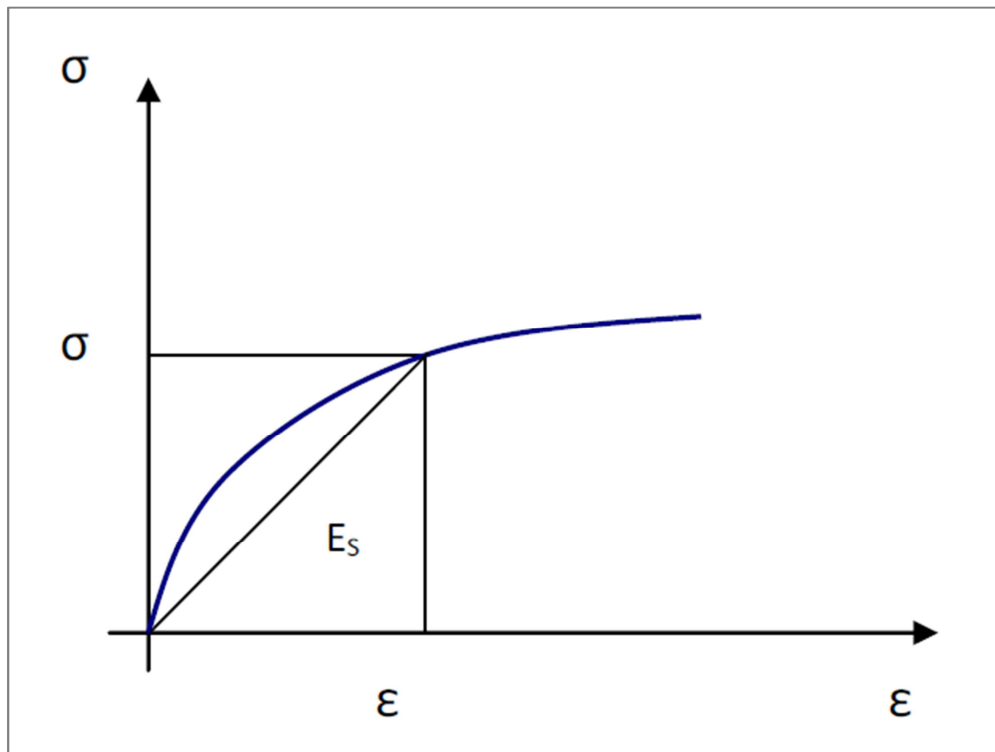


Figure 3.2 : Comportement contrainte-déformation en présentant le module sécant.

En tenant compte de la relation (3.1), on obtient :

$$N = \int_s E_s (\epsilon_g + \phi \cdot y) ds \dots\dots\dots(3.7)$$

$$M = \int_s E_s (\epsilon_g + \phi \cdot y) y ds \dots\dots\dots(3.8)$$

Ou encore :

$$N = (\int_s E_s \cdot dS) \cdot \epsilon_g + (\int_s E_s \cdot y \cdot dS) \phi \dots\dots\dots(3.9)$$

$$M = (\int_s E_s \cdot y \cdot dS) \cdot \epsilon_g + (\int_s E_s \cdot y^2 \cdot dS) \phi \dots\dots\dots(3.10)$$

En posant :

$$\left. \begin{aligned} \bar{EA} &= \int_s E_s \cdot dS : \text{Rigidité à l'effort normal (rigidité de membrane).} \\ \bar{ES} &= \int_s E_s \cdot y \cdot dS : \text{Rigidité due au couplage flexion – effort normal.} \\ \bar{EI} &= \int_s E_s \cdot y^2 \cdot dS : \text{Rigidité à la flexion.} \end{aligned} \right\} \dots\dots (3.11)$$

La relation entre les efforts et les déformations dans la section s'écrit alors :

$$N = \overline{EA} \cdot \varepsilon_g + \overline{ES} \cdot \phi \dots\dots\dots(3.12)$$

$$M = \overline{ES} \cdot \varepsilon_g + \overline{EI} \cdot \phi \dots\dots\dots(3.13)$$

Ou encore, sous forme matricielle :

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{EA} & \overline{ES} \\ \overline{ES} & \overline{EI} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_g \\ \phi \end{Bmatrix} = [K_s] \begin{Bmatrix} \varepsilon_g \\ \phi \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(3.14)$$

$[K_s]$: est la matrice de rigidité sécante de la section.

Inversement, la relation (3.14) s'écrit :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_g \\ \phi \end{Bmatrix} = [K_s]^{-1} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(3.15)$$

Avec :

$$[K_s]^{-1} = \frac{1}{\det[K_s]} \begin{bmatrix} \overline{EA} & -\overline{ES} \\ -\overline{ES} & \overline{EI} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(3.16)$$

La matrice $[K_s]$ est inversible si $\det[K_s] = \overline{EA} \cdot \overline{EI} - \overline{ES} \cdot \overline{ES} \neq 0$

Dans le cas d'un comportement élastique linéaire, le module E_s indépendant de $\varepsilon(y)$ et pour une section homogène, les rigidités données par (3.11) deviennent :

$$\left. \begin{aligned} \overline{EA} &= E_s \int_s dS = E_s \cdot A \\ \overline{ES} &= E_s \int_s y \cdot dS = E_s \cdot S \\ \overline{EI} &= E_s \int_s y^2 \cdot dS = E_s \cdot I \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.17)$$

Où

$A = \int_s dS$: Aire de la section.

$S = \int_s y \cdot dS$: Moment statique de la section /GZ.

$I = \int_s y^2 \cdot dS$: Moment d'inertie de la section/GZ.

Dans ce cas, connaissant les efforts N et M, il est possible de calculer les déformations ϵ_g et ϕ par :

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_g \\ \phi \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_s(A.I - S^2)} \begin{bmatrix} I & -S \\ -S & A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (3.18)$$

Dans le cas d'un comportement non linéaire, le module sécant dépend de ϵ_g . La détermination des déformations à partir des efforts n'est pas directe. Elle s'effectue par un calcul itératif non linéaire.

3.4-Calcul de la matrice de rigidité de la section :

Les composantes de la matrice de rigidité $[K_s]$ sont déterminées en effectuant une discrétisation de la section (figure 3.3), ceci en tenant compte du béton et des armatures d'acier.

L'expression (3.11) prend alors la forme :

$$\left. \begin{aligned} \overline{EA} &= \sum_{i=1}^{nb} E_{bi} \Delta S_i + \sum_{j=1}^{na} E_{aj} A_j \\ \overline{ES} &= \sum_{i=1}^{nb} E_{bi} \cdot y_{bi} \cdot \Delta S_i + \sum_{j=1}^{na} E_{aj} \cdot y_{aj} \cdot A_j \\ \overline{ES} &= \sum_{i=1}^{nb} E_{bi} \cdot y_{bi}^2 \cdot \Delta S_i + \sum_{j=1}^{na} E_{aj} \cdot y_{aj}^2 \cdot A_j \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.19)$$

- nb : Nombre de tranches horizontales dans la section du béton.
- na : Nombre de lits d'aciers.
- E_{bi} : Module d'élasticité sécant du béton au niveau de la tranche i.
- E_{aj} : Module d'élasticité sécant de l'acier du lit j.
- A_j : Aire du lit d'acier j.
- y_{bi} : Ordonnée au niveau du milieu de la tranche de béton i/GZ.
- y_{aj} : Ordonnée du lit d'acier j/GZ.
- ΔS_i : Aire de la tranche i du béton.

Cette aire est donnée par :

$$\Delta S_i = b(y_{bi}) \cdot \Delta h_i$$

- $b(y_{bi})$: Largeur de la tranche de béton i.
- Δh_i : hauteur de la tranche de béton i.

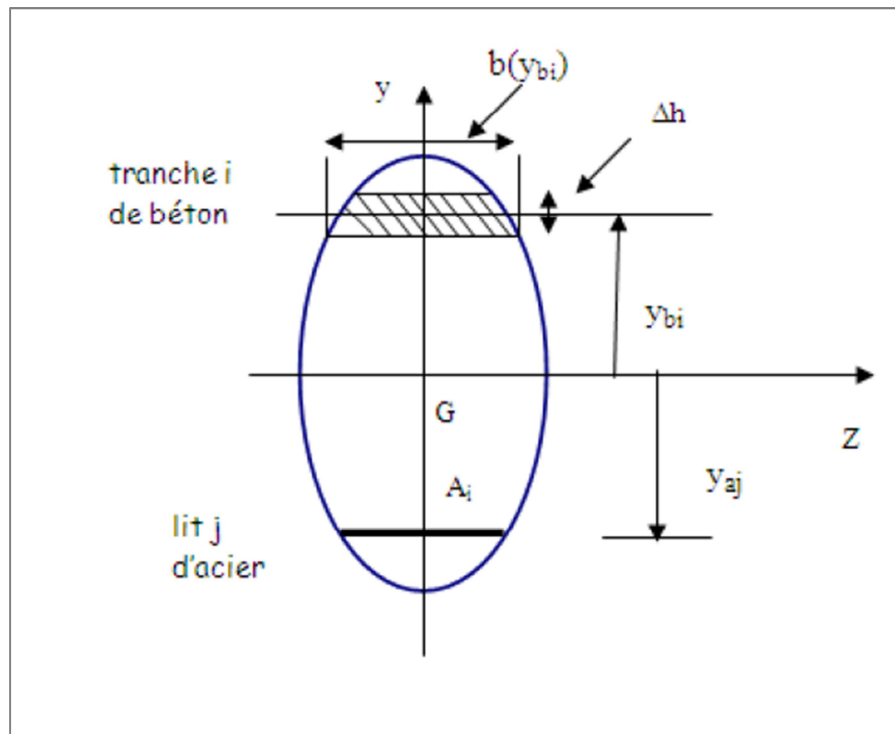


Figure 3.3 : Discrétisation de la section en tranches horizontales.

3.5-Méthode de résolution non linéaire :

En élasticité non linéaire, on peut calculer les efforts (N , M) développés dans la section pour des déformations (ε_g , \varnothing) données.

Le calcul inverse, c'est-à-dire la détermination des déformations à partir des efforts n'est pas possible par une méthode directe. On doit, dans ce cas, utiliser une méthode de calcul itérative [36].

Initialement, on considère l'état d'équilibre de la section sous de faibles valeurs des efforts N et M . On démarre, alors, les calculs en considérant un comportement élastique linéaire. Dans ce cas les déformations (ε_g , \varnothing) correspondants sont données par l'expression (3.18).

Sous un incrément (ΔN , ΔM) des efforts, l'accroissement des déformations ($\Delta\varepsilon_g$, $\Delta\varnothing$) dans la section est recherché par la méthode des substitutions successives utilisant les méthodes matrices de rigidité sécantes [36].

Remarque :

L'incrément des efforts peut se faire de trois façons :

- a) Incrémentation du moment fléchissant avec un effort normal constant ($\Delta N = 0$).
- b) Incrémentation de l'effort normal avec un moment fléchissant constant ($\Delta M = 0$).
- c) Incrémentation, au même temps, de l'effort normal et du moment fléchissant telle que $e = \Delta N / \Delta M$ soit constant.

La figure (3.4) présente le schéma de résolution pour l'obtention de la courbe moment-courbure ($M-\emptyset$) lorsque la section subit une incrémentation du moment fléchissant avec un effort normal constant.

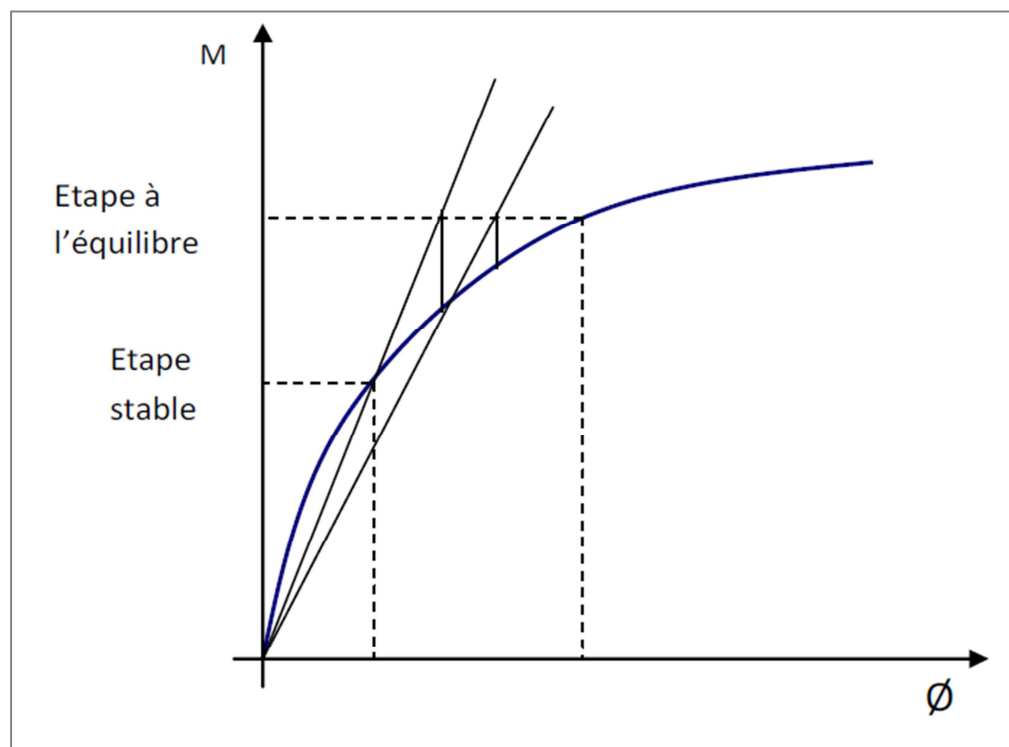


Figure 3.4 : Schéma de résolution pour le calcul $M-\emptyset$ ($N=$ constant).

La méthode de résolution non linéaire s'effectue selon l'algorithme suivant :

1- soit l'étape stable $j-1$, correspondant aux efforts $\langle N, M \rangle^{j-1}$. et les déformations $\langle \varepsilon_g, \emptyset \rangle^{j-1}$.

2- Incrémentation des efforts :

2.1-

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix}^j = \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix}^{j-1} + \begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix}$$

2.2-On démarre le compteur des itérations $i=1$.

3-Evaluation de la matrice de rigidité sécante de la section en fonction de la section de l'étape précédente $j-1$.

$$[K_s]^i = [K_s(\varepsilon_g, \emptyset)^{j-1}]$$

4-Résolution du système d'équilibre :

$$[K_s]^i \begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_g \\ \Delta\emptyset \end{Bmatrix}^i = \begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix}^i$$

5-Cumul des déformations :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_g \\ \emptyset \end{Bmatrix}^i = \begin{Bmatrix} \varepsilon_g \\ \emptyset \end{Bmatrix}^{j-1} + \begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_g \\ \Delta\emptyset \end{Bmatrix}^i$$

6-Calcul des efforts équilibrés par la section :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_g \\ \emptyset \end{Bmatrix}^i \rightarrow \begin{Bmatrix} N_R \\ M_R \end{Bmatrix}^j$$

7-Test de convergence sur les efforts non équilibrés :

$$N_R^i - N^j \leq \text{Précision}$$

$$M_R^i - M^j \leq \text{Précision}$$

7.1-Si convergence, l'étape j actuelle est stable (équilibrée), passer à l'incrément de charge suivante : $j \rightarrow j+1$ et revenir à l'étape (2).

7.2-Sinon, passer à l'itération suivante : $i \rightarrow i+1$ et revenir à l'étape (3).

7.3-Si au bout d'un certain nombre d'itérations fixé auparavant, la convergence n'est pas obtenue, la section ne peut être équilibrée et le calcul est arrêté.

3.6-Organigramme de calcul :

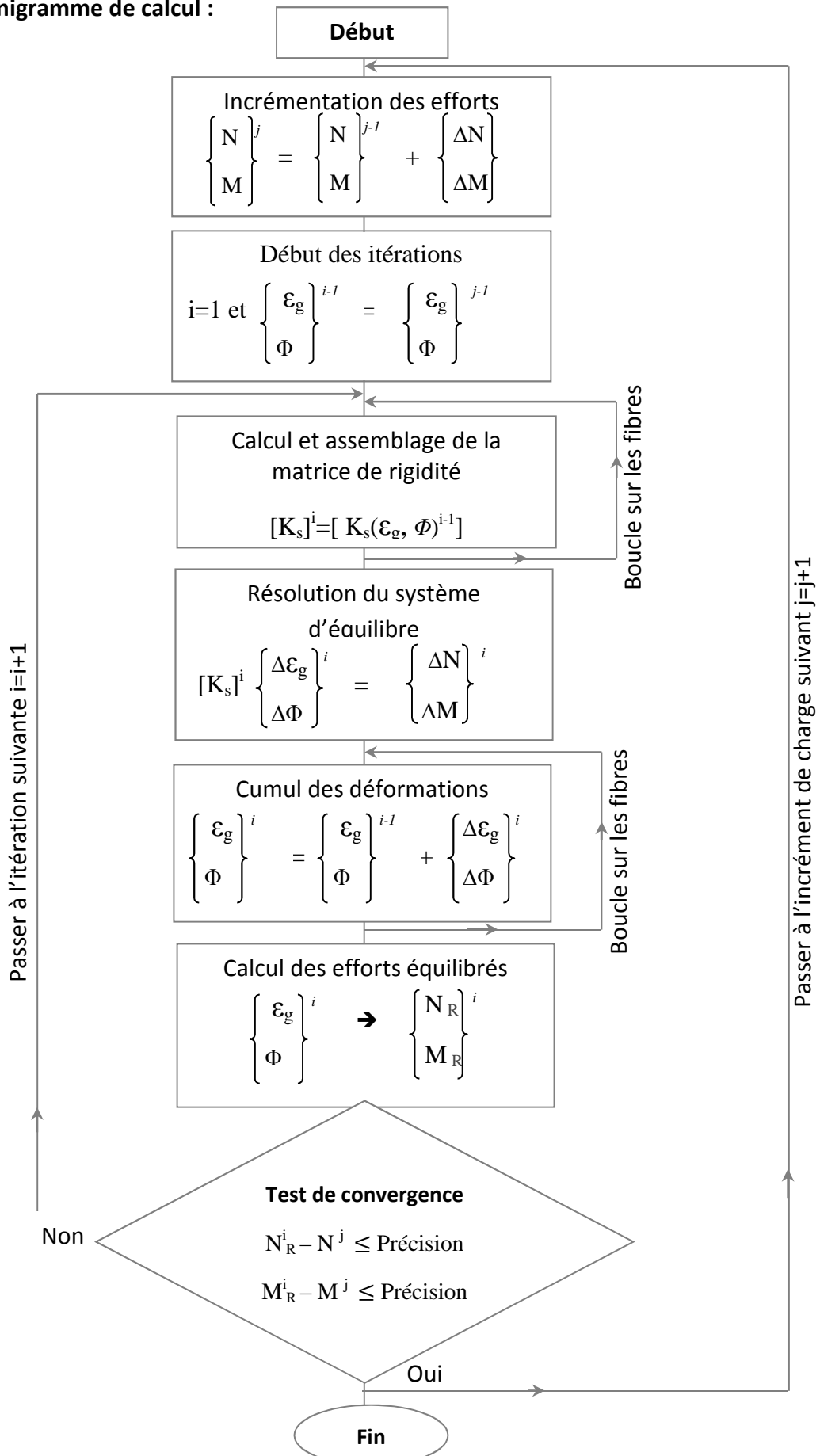


Figure 3.5 : Organigramme de calcul [36].

3.7-Programme de calcul : SECTNOL1 :

Le programme informatique SECTNOL1 est basé sur la méthode d'analyse non linéaire d'une section fléchie en béton armé présentée antérieurement dans le présent chapitre. Ce programme permet d'effectuer des simulations numériques du comportement non linéaire d'une section en béton armé (loi moment-courbure). Le manuel d'utilisation est représenté dans l'annexe A, qui contient l'organigramme général du programme SECTNOL, la description des différentes sous-routines, la description des variables du fichier de données et la description du fichier résultats.

Chapitre 4 : Méthode d'analyse non linéaire des éléments d'ossatures planes en béton armé

4.1-Introduction :

Dans le présent chapitre on s'est intéressé à la présentation d'une méthode d'analyse non linéaire des éléments d'ossatures plane en béton armé, en se basant sur la méthode des éléments finis et l'hypothèse de Navier Bernoulli. L'objectif est de démontrer le procédé d'une formulation qui se concrétise par l'élaboration d'un programme informatique existant, qui nous servira d'outil de calcul par la suite, ce dernier permettra la simulation numérique du comportement non linéaire jusqu'à rupture d'une structure plane quelconque, ainsi il permettra le calcul de la résistance, et des déplacements, afin d'aboutir à l'évaluation des facteurs des ductilités structurales, qui sont définis comme le rapport des déplacements ultimes (à la rupture), sur des déplacements élastiques (c.-à-d. les déplacements à la fin de la phase élastique).

4.2-Hypothese de base :

Pour l'analyse du comportement non linéaire des structures constituées de portiques en béton armé, on se base sur la méthode des éléments finis. La structure est discrétisée en éléments finis de type poutre (figure 4.1).

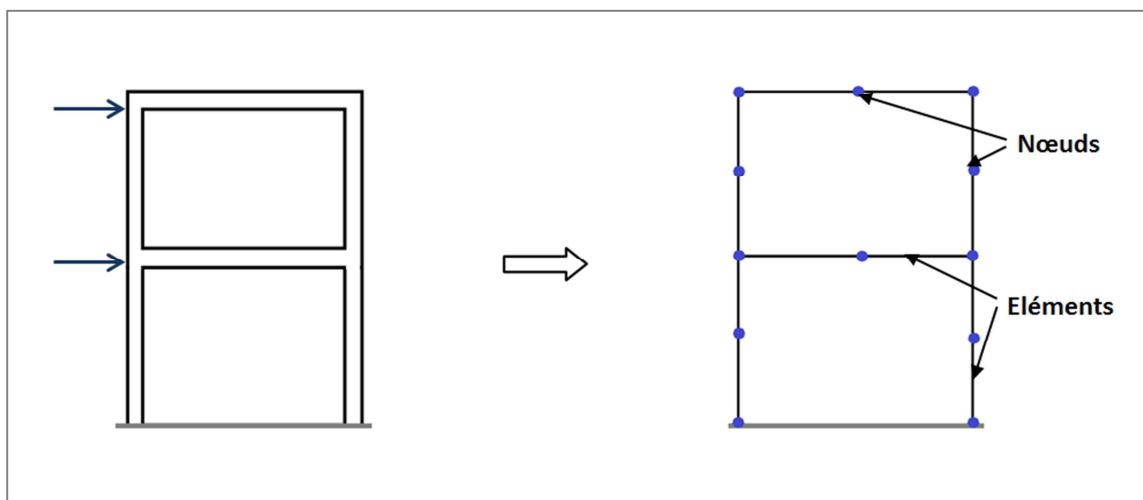


Figure 4.1 : Discrétisation par éléments finis poutres

On s'intéresse à un élément poutre plan orienté selon l'axe longitudinal x et dont les dimensions dans le plan $y-z$ normal à x sont relativement petites par rapport à la dimension longitudinale x .

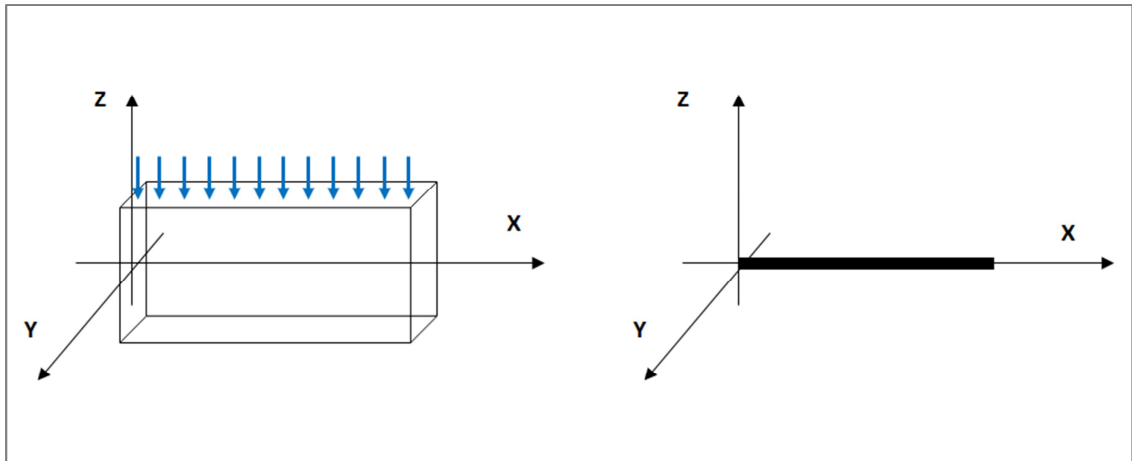


Figure 4.2 : Tronçon d'un élément poutre plane.

Dans le cadre de cette étude, on considère l'élément « poutre mince » ou l'élément de Bernoulli, basé sur l'hypothèse de Navier-Bernoulli et fonctionnant en flexion.

On se base sur les hypothèses suivantes :

- L'élément considéré est une poutre plane droite de section transversale constante et symétrique par rapport au plan x-z.
- Les chargements agissant sur la poutre, sont appliqués dans le plan de symétrie.
- La poutre se déforme dans le plan de symétrie x-z.
- La poutre transmet des efforts normaux $N_x(x)$ suivant x, des effort tranchants $T_z(x)$ suivant z et des moments fléchissant $M_y(x)$ autour de l'axe local y.
- Les déformations et les déplacements du second ordre sont négligés.
- Adhérence parfaite entre le béton et les armatures d'acier.
- Pour un élément « poutre mince », on vérifie l'hypothèse de Navier Bernoulli, les sections planes et droites avant déformation, restent planes et droites après déformation. Par conséquent, les déformations d'effort tranchant sont négligées.

4.3-Cinématique :

Considérons le tronçon de poutre de la figure 4.3, après déformation, le point $M(x,y)$ subit un déplacement axial $u(x,z)$ selon x et un déplacement transversal $w(x,z)$ selon z tels que :

$$u(x, z) = u_0(x) - z \cdot \theta(x) \dots \dots \dots (4.1)$$

$$w(x, z) = w(x) \dots \dots \dots (4.2)$$

Où :

$u_0(x)$ = déplacement axial au niveau de l'axe de référence de la poutre.

$\theta(x)$ = rotation de la normale de la section transversale, d'abscisse x.

Tel que :

$$\theta(x) = -\frac{dw}{dx} + \gamma \dots\dots\dots(4.3)$$

Où

γ : La rotation due au cisaillement transversal.

Dans le cadre de l'hypothèse de Navier- Bernoulli, les déformations dues à l'effort tranchant (ou cisaillement) sont négligées, d'où $\gamma=0$.

Donc :

$$\theta(x) = -\frac{dw}{dx} \dots\dots\dots(4.4)$$

La relation (4.1) devient :

$$u(x, z) = u_0(x) + z \frac{dw(x)}{dx} \dots\dots\dots(4.5)$$

Cette relation (4.5) exprime l'hypothèse de Navier-Bernoulli valable dans le cas des poutres minces

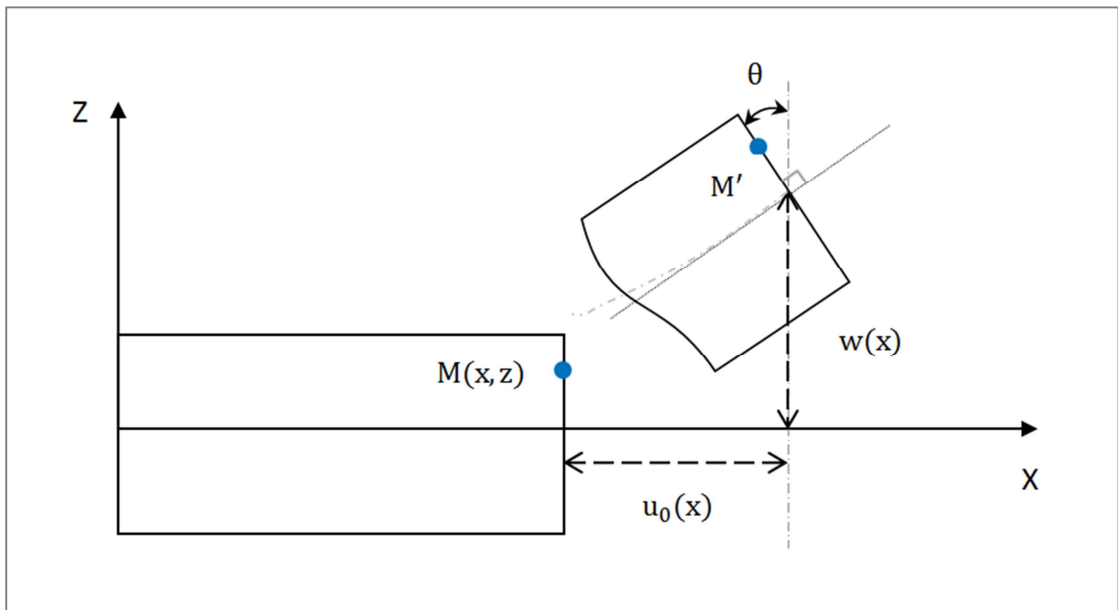


Figure 4.3 : Hypothèse cinématique : poutre mince de Bernoulli.

4.4-Relation déformations – déplacements :

Selon l'hypothèse (Les déformations et les déplacements du second ordre sont négligés) la relation entre déformations et déplacements est linéaire.

$$\varepsilon_x = -\frac{\partial u(x,z)}{\partial x} \dots\dots\dots(4.6)$$

En tenant compte de la relation (4.1) on obtient :

$$\varepsilon_x(x) = \frac{du_0(x)}{dx} - z \frac{d^2w(x)}{dx^2} \dots\dots\dots(4.7)$$

Ou encore :

$$\varepsilon_x(x) = \varepsilon_0(x) + z\phi(x) \dots\dots\dots(4.8)$$

Avec :

$$\varepsilon_0(x) = \frac{du_0(x)}{dx} \dots\dots\dots(4.9)$$

$$\phi(x) = -\frac{d^2w(x)}{dx^2} \dots\dots\dots(4.10)$$

$\varepsilon_0(x)$: Déformation longitudinale au niveau de l'axe de référence, à l'abscisse x.

$\phi(x)$: Courbure de la section transversale, à l'abscisse x.

4.5-Relation efforts – déplacements :

L'expression de l'effort normal est donné par :

$$N = \overline{EA} \cdot \varepsilon_{0x} + \overline{ES} \cdot \phi \dots\dots\dots(4.11)$$

L'expression de moment fléchissant s'écrit comme suit :

$$M = \overline{ES} \cdot \varepsilon_{0x} + \overline{EI} \cdot \phi \dots\dots\dots(4.12)$$

Finalement les efforts internes N et M, agissant dans la section transversale d'abscisse x de la poutre, sont donnés par :

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = [D] \begin{Bmatrix} \varepsilon_0 \\ \phi \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(4.13)$$

Avec : $[D] = \begin{bmatrix} \overline{EA} & \overline{ES} \\ \overline{ES} & \overline{EI} \end{bmatrix}$ (4.14)

Où :

$\overline{EA} = \int_S E(x, z) dS$: Rigidité à l'effort normal (ou de membrane).

$\overline{ES} = \int_S E(x, z) z dS$: Rigidité due ou couplage effort normal – flexion.

$\overline{EI} = \int_S E(x, z) z^2 dS$: Rigidité à la flexion.

Avec : $E(x, z)$ est le module d'élasticité longitudinal au point $M(x, z)$ de la poutre.

4.6-Discretisation par élément finis :

La discrétisation est effectuée en utilisant un élément fini poutre à 2 nœuds ayant 3 degrés de liberté par nœud (u, w, θ) (soit 6 d°dl par élément).

Les déplacements sont représentés par un vecteur de dimension 6 x 1 de la manière suivante :

$$u^T = \{u_1 \quad w_1 \quad \theta_1 \quad u_2 \quad w_2 \quad \theta_2\}$$

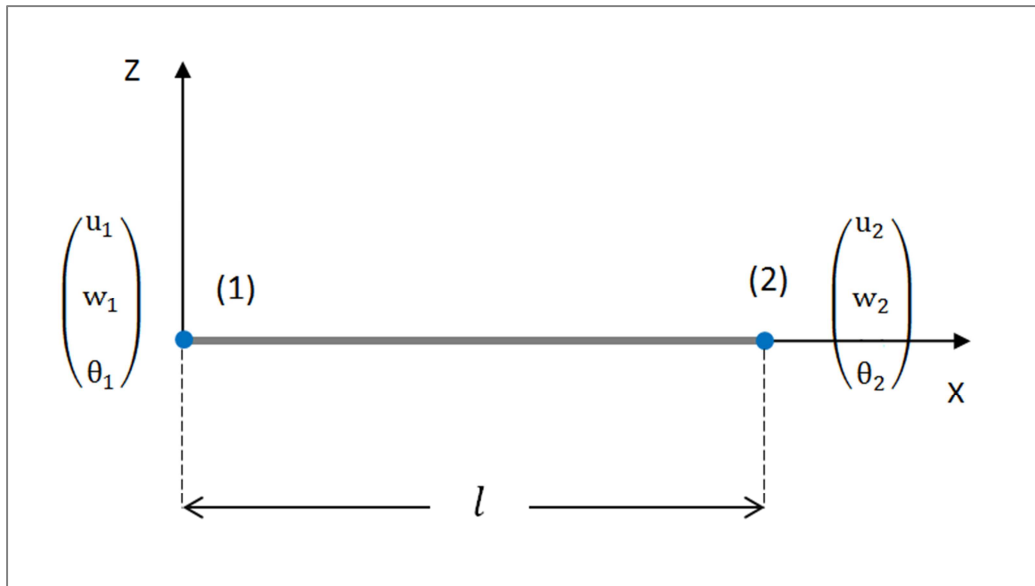


Figure 4.4 : Élément fini à 2 nœuds.

Le déplacement longitudinal $u_0(x)$ est approché par des fonctions d'interpolation de type Lagrange de degré 1.

$$u_0(x) = N_1 \cdot u_1 + N_4 \cdot u_2$$
 (4.15)

Avec : u_1 et u_2 sont les valeurs de déplacement longitudinal aux nœuds 1 et 2 respectivement.

Où :

$$\begin{cases} N_1 = (1 - \frac{x}{l}) \\ N_4 = \frac{x}{l} \end{cases} \dots\dots\dots (4.16)$$

On pose : $\xi = \frac{x}{l}$, les expressions précédentes deviennent.

$$\begin{cases} N_1 = (1 - \xi) \\ N_4 = \xi \end{cases} \dots\dots\dots (4.17)$$

L'expression du déplacement devient :

$$u_0(x) = (1 - \xi) \cdot u_1 + \xi \cdot u_2 \dots\dots\dots (4.18)$$

Le déplacement transversal $w(x)$ est approché par des fonctions d'interpolation de type Hermite de de degré 3.

$$w(x) = N_2 \cdot w_1 + N_3 \cdot \theta_1 + N_5 \cdot w_2 + N_6 \cdot \theta_2 \dots\dots\dots (4.19)$$

Ou bien :

$$w(x) = \langle N_2 \quad N_3 \quad N_5 \quad N_6 \rangle \begin{Bmatrix} w_1 \\ \theta_1 \\ w_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (4.19')$$

Les fonctions d'interpolation sont donnes par:

$$\begin{cases} N_2 = 1 - 3 \left(\frac{x}{l}\right)^2 + 2 \left(\frac{x}{l}\right)^3 \\ N_3 = l \left[\frac{x}{l} - 2 \left(\frac{x}{l}\right)^2 + \left(\frac{x}{l}\right)^3 \right] \\ N_5 = 3 \left(\frac{x}{l}\right)^2 - 2 \left(\frac{x}{l}\right)^3 \\ N_6 = l \left[-\left(\frac{x}{l}\right)^2 + \left(\frac{x}{l}\right)^3 \right] \end{cases} \dots\dots\dots (4.20)$$

Avec :

w_1, w_2 : les valeurs de déplacement transversal aux nœuds 1 et 2 respectivement.

θ_1, θ_2 : les valeurs de la rotation aux nœuds 1 et 2 respectivement.

Ou bien :

$$\left\{ \begin{array}{l} N_2 = 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 \\ N_3 = l(\xi - 2\xi^2 + \xi^3) \\ N_5 = 3\xi^2 - 2\xi^3 \\ N_6 = l(-\xi^2 + \xi^3) \end{array} \right\} \dots\dots\dots (4.20')$$

L'expression de $w(x)$ s'écrit comme suit :

$$w(x) = \left(1 - 3\left(\frac{x}{l}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{l}\right)^3\right) \cdot w_1 + \left(1\left[\frac{x}{l} - 2\left(\frac{x}{l}\right)^2 + \left(\frac{x}{l}\right)^3\right]\right) \cdot \theta_1 + \left(3\left(\frac{x}{l}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{l}\right)^3\right) \cdot w_2 + \left(1\left[-\left(\frac{x}{l}\right)^2 + \left(\frac{x}{l}\right)^3\right]\right) \cdot \theta_2 \dots\dots\dots (4.21)$$

La déformation longitudinale, au niveau de l'axe de référence de l'élément poutre est donnée par :

$$\epsilon_{0x} = \frac{du_0(x)}{dx} = -\frac{1}{l} \cdot u_1 + \frac{1}{l} \cdot u_2 \dots\dots\dots (4.22)$$

La rotation $\theta(x)$ s'écrit sous la forme suivante :

$$\theta(x) = -\frac{dw(x)}{dx} = \left(\frac{6x}{l^2} - \frac{6x^2}{l^3}\right) w_1 + l\left(-\frac{1}{l} + \frac{4x}{l^2} - \frac{3x^2}{l^3}\right) \cdot \theta_1 + \left(-\frac{6x}{l^2} + \frac{6x^2}{l^3}\right) w_2 + l\left(\frac{2x}{l^2} - \frac{3x^2}{l^3}\right) \cdot \theta_2 \dots\dots\dots (4.23)$$

La courbure $\phi(x)$ est donnée par :

$$\phi(x) = -\frac{d^2w(x)}{dx^2} = \left(\frac{6}{l^2} - \frac{12x}{l^3}\right) w_1 + l\left(\frac{4}{l^2} - \frac{6x}{l^3}\right) \cdot \theta_1 + \left(-\frac{6}{l^2} + \frac{12x}{l^3}\right) w_2 + l\left(\frac{2}{l^2} - \frac{3x}{l^3}\right) \cdot \theta_2 \dots\dots\dots (4.24)$$

On déduit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_{0x} \\ \phi \end{array} \right\} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{l} & 0 & 0 & \frac{1}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{6}{l^2} - \frac{12x}{l^3}\right) & \left(\frac{4}{l^2} - \frac{6x}{l^3}\right) & 0 & \left(\frac{6}{l^2} - \frac{12x}{l^3}\right) & \left(\frac{2}{l^2} - \frac{6x}{l^3}\right) \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ w_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ w_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (4.25)$$

Donc la relation entre les déformations de la section transversale à l'abscisse x de l'élément et les déplacements nodaux s'écrit :

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{0x} \\ \phi \end{Bmatrix} = [B]\{u_n\} \dots\dots\dots(4.26)$$

Avec :

$$\{u_n\} = \langle u_1 \ w_1 \ \theta_1 \ u_2 \ w_2 \ \theta_2 \rangle$$

Et

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{-1}{l} & 0 & 0 & \frac{1}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{6}{l^2} - \frac{12x}{l^3}\right) & \left(\frac{4}{l^1} - \frac{6x}{l^2}\right) & 0 & \left(\frac{6}{l^2} - \frac{12x}{l^3}\right) & \left(\frac{2}{l^1} - \frac{6x}{l^2}\right) \end{bmatrix}$$

Au niveau de la section transversale, à l'abscisse x de l'élément, la relation entre les efforts internes et les déplacements nodaux sont évaluées à partir des relations (4.13), (4.26).

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = [D][B]\{u_n\} \dots\dots\dots(4.27)$$

Avec : $[D] = \begin{bmatrix} \overline{EA} & \overline{ES} \\ \overline{ES} & \overline{EI} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(4.14)$

En utilisant le principe des travaux virtuels, pour cet élément, on définit la matrice de rigidité élémentaire (6 x 6).

$$[K]_e = \int_0^l [B]^T [D] [B] dx = \frac{l}{2} \int_{-1}^{+1} [B(\xi)]^T [D(\xi)] [B(\xi)] d\xi \dots\dots\dots(4.28)$$

Le calcul de la matrice de rigidité élémentaire est effectué par intégration numérique en utilisant 3 points de Gauss :

$$\int_{-1}^{+1} [B(\xi)]^T [D(\xi)] [B(\xi)] d\xi = \sum_{i=1}^n [B(\xi_i)]^T [D(\xi_i)] [B(\xi_i)] \alpha_i \dots\dots\dots(4.29)$$

Où :

- n = nombre de point de Gauss (n = 3)
- ξ_i = abscisse de point de Gauss i
- α_i = poids d'intégration au point de Gauss i

4.7-Discretisation de la section transversale :

On utilise une modélisation multicouche, la section est subdivisée en couches ou tranches horizontales, représentant le béton et les lits des armatures en acier.

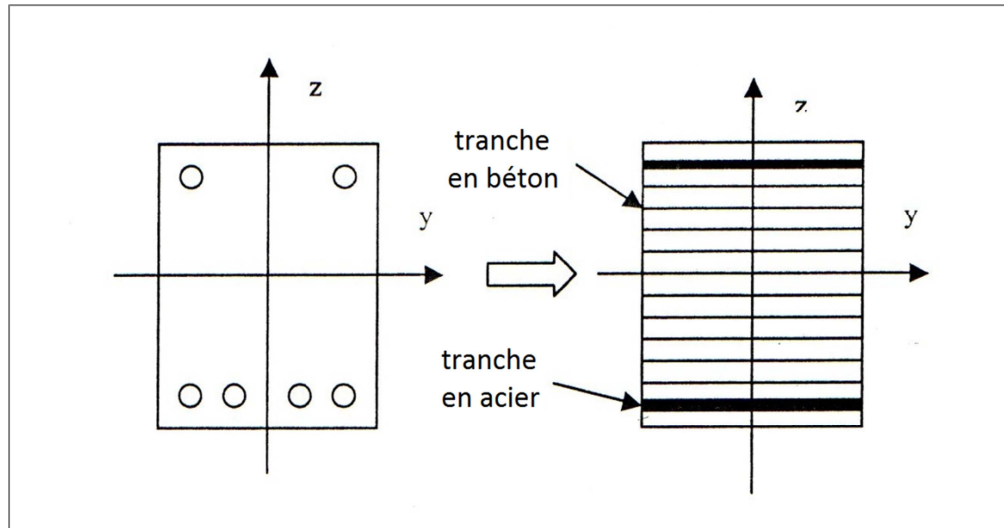


Figure 4.5 : Discretisation de la section transversale.

4.8-Evaluation des rigidités de section :

Les quantités \overline{EA} , \overline{ES} et \overline{EI} sont, alors, évaluées par intégration numériques sur la section transversale :

$$\left. \begin{aligned} \overline{EA} &= \int_0 E(x, z) ds = \sum_{i=1}^n E_i b_i h_i \\ \overline{ES} &= \int_0 E(x, z) z ds = \sum_{i=1}^n E_i z_i b_i h_i \\ \overline{EI} &= \int_0 E(x, z) z^2 ds = \sum_{i=1}^n E_i z_i^2 b_i h_i \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.30)$$

Où :

- n = Nombre de couches horizontales discrétisant la section.
- b_i = Largeur de la couche i .
- h_i = Hauteur de la couche i .
- z_i = Position de la couche i par apport à l'axe de référence.

Connaissant la déformation longitudinale ϵ_i au niveau de la couche i transversale, on calcule la contrainte normale σ_i , au niveau de cette couche, à partir de la loi de comportement du matériau constituant cette couche . Le module d'élasticité E_i est alors donné par :

$$E_i = \frac{\sigma_i}{\epsilon_i} \dots\dots\dots (4.31)$$

4.9-Procédure de calcul non linéaire :

L'analyse non linéaire est effectuée selon une procédure itérative :

1-Pour l'étape $j-1$, correspondant au chargement extérieurs $\{F\}^{j-1}$, on suppose connu l'état de la structure étudiée (déplacement $\{U\}^{j-1}$, forces résiduelles $\{\Psi\}^{j-1}$) l'étape initiale $j=1$ correspond au chargement nul ($\{U\}^0 = \{0\}$ et $\{\Psi\}^0 = \{0\}$).

2-Incrémentation du chargement extérieur.

2.1-

$$\{F\}^j = \{F\}^{j-1} + \{\Delta F\}^j$$

2.2-Début de la procédure itérative $i=1$:

2.3-Incrémentation des forces résiduelles à équilibrer.

$$\{\Psi\}^i = \{\Delta F\}^j + \{\Psi\}^{j-1}$$

3-Evaluation des matrices de rigidité élémentaires $[K]_e^i$, puis assemblage de la matrice de rigidité globale $[K]^i$ en fonction de la solution de l'étape précédente $j-1$.

4-Resolution du système d'équations :

$$\{K\}^i \{\Delta U\}^i = \{\Psi\}^i$$

5-Cumul du vecteur des déplacements nodaux :

$$\{U\}^i = \{U\}^{i-1} + \{\Delta U\}^i$$

6-Evaluation des forces résiduelles élémentaires $[\Psi]_e^{i+1}$ et assemblage dans le vecteur global des forces résiduelles.

7-Test de convergence :

7.1-Si convergence, l'étape actuelle est convergente → passage à l'étape (2) pour l'incrément de chargement suivant $j+1$.

7.2-Sinon, passage à l'itération suivante $i+1$ → revenir à l'étape (3). (si le nombre maximal d'itération est dépassée processus est divergent → arrêt de calcul)

4.10-Organigramme de calcul :

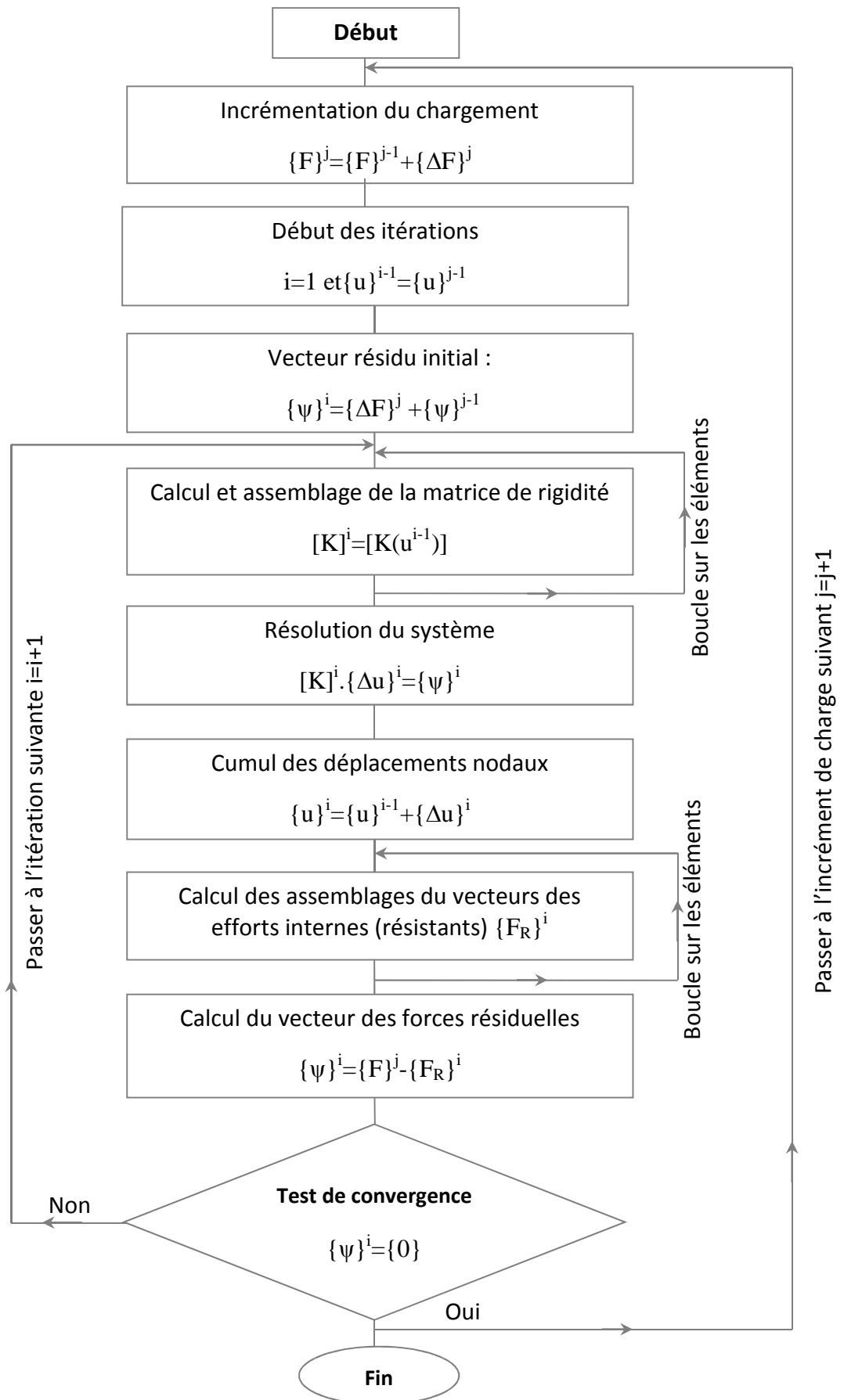


Figure 4.6 : Organigramme de calcul.

4.11-Programme de calcul : poutre_mince2 :

Sur la base de la Méthode d'analyse présentée auparavant dans ce chapitre, un programme informatique a été déjà élaboré en langage FORTRAN (déjà existant). Le programme informatique est appelé poutre_mince2, cet outil de calcul permettant la simulation numérique du comportement non linéaire d'un élément ou d'une ossature plane en béton armé (courbe charge-déplacement). La présentation de ce programme est mise en évidence en ANNEXE B. La description des principales sous-routines, du fichier de données, des variables du fichier de données, et du fichier résultats y sont bien détaillés.

Chapitre 5 : Évaluation des ductilités sectionnelle et structurale (Étude paramétrique par simulation numérique)

5.1-Introduction :

Les portiques en béton armé sont considérés parmi les types de constructions les plus courants au monde. Le comportement des poteaux et des poutres de portiques en béton armé est un facteur important qui détermine la performance de toute la structure vis-à-vis d'une action sismique.

L'objectif de ce chapitre est d'effectuer une étude paramétrique par simulation numérique, afin d'évaluer les ductilités structurales et sectionnelles, on considère l'effet de plusieurs paramètres, en l'occurrence, l'intensité de l'effort normal, le pourcentage du ferrailage longitudinal ainsi que la résistance à la compression du béton.

L'effet de ces différents paramètres est étudié en comparant, les courbes moments-courbures au niveau d'une section en béton armé qui ont été déduites à l'aide du programme SECTNOL1 pour évaluer les ductilités sectionnelles. L'évaluation de la ductilité structurale s'effectue en utilisant le programme poutre_mince2, qui permet la simulation du comportement non linéaire d'un élément et de déduire les courbes forces-déplacements au niveau d'un élément d'ossature plane en béton armé.

Et pour ce faire on s'intéresse d'abord à l'étude du poteau de Low_Mohle ensuite à la poutre de Mazars.

5.2-Etude paramétrique du poteau de Low_Mohle :

5.2.1-Présentation de l'essai de Low_Mohle [37] :

Il s'agit d'un poteau en béton armé de hauteur 514.4 mm, encasté à sa base, soumis à une charge verticale constante $N=44.5$ kN fixe et une charge horizontale variable F croissante jusqu'à la rupture. Les principales caractéristiques des matériaux utilisés sont regroupées dans les tableaux (5.1a) et (5.1b) :

Caractéristiques du béton	
Module d'élasticité E (MPa)	33×10^3
Coefficient de poisson	0.2
Résistance en compression f_{cj} (MPa)	42.13
Résistance à la rupture en compression du béton (MPa)	44
Résistance en traction f_{tj} (MPa)	3.05

Tableau 5.1a : Caractéristiques du béton.

Caractéristiques des aciers			
Les aciers constituant le 1 ^{er} et le 3 ^{ème} lit		Les aciers constituant le 2 ^{ème} lit	
Module d'élasticité E (MPa)	200×10^3	Module d'élasticité E (MPa)	200×10^3
Coefficient de poisson	0.3	Coefficient de poisson	0.3
Limite d'élasticité (MPa)	465.1	Limite d'élasticité (MPa)	444
Résistance à la rupture (MPa)	500	Résistance à la rupture (MPa)	500

Tableau 5.1b : Caractéristiques des aciers.

La géométrie du poteau et de la section transversale est représentée dans la figure 5.1:

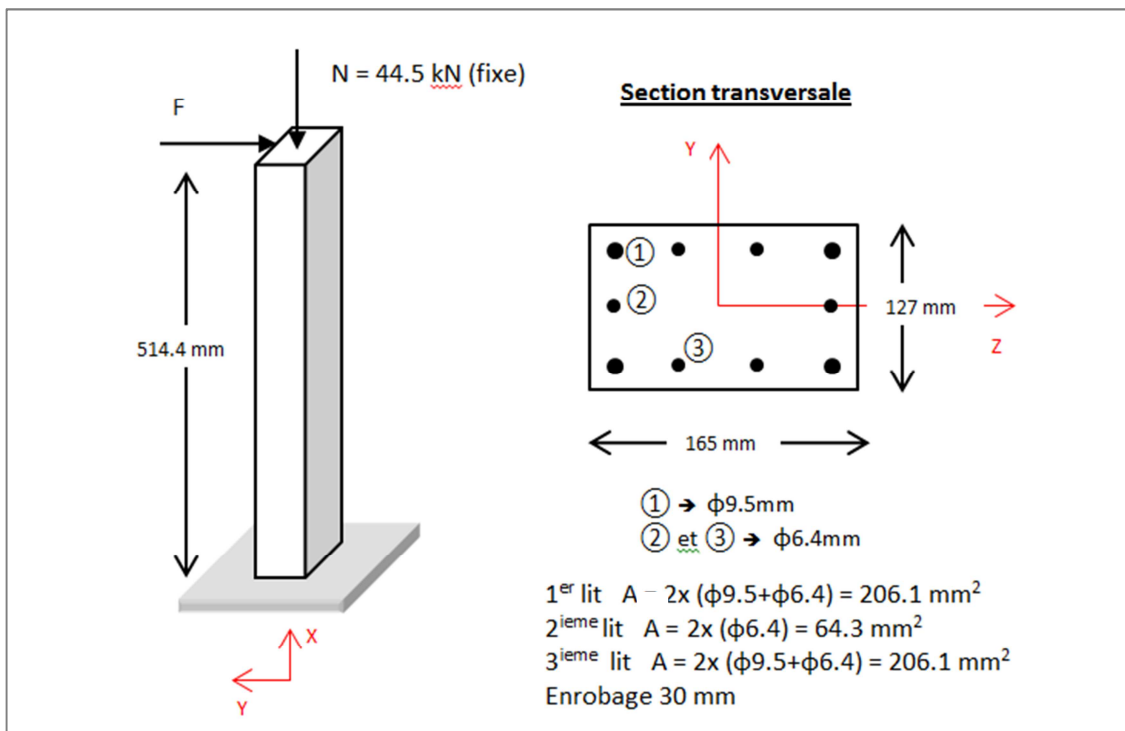


Figure 5.1 : Données géométriques du poteau de Low_Mohle [37].

5.2.2-Influence de l'effort normal :**5.2.2.1-Évaluation de la ductilité sectionnelle (courbes moment-courbure) :**

On considère la section d'encastrement du poteau de Low pour étudier l'influence de l'effort normal sur la ductilité sectionnelle, on fait varier l'effort normal et en gardant les autres caractéristiques géométriques et mécaniques constantes.

Pour chaque valeur de N, on effectue une simulation numérique du comportement non linéaire de la section sous un moment fléchissant croissant jusqu'à rupture.

Le tableau 5.2 présente les différentes valeurs du rapport $\alpha = \sigma/f_{cj}$, de σ et de N utilisés dans les calculs :

	$\alpha = \sigma/f_{cj}$	σ (MPa)	N (kN)
N1	0	0	0
N2	0.2	5	104.77
N3	0.3	7.5	157.16
N4	0.4	10	209.55
N5	0.6	15	314.32

Tableau 5.2 : Différentes valeurs de l'effort normal considérées.

Les principaux résultats de calculs sont présentés au tableau 5.3 :

	M_{max} (Kn.m)	ϕ_u (1/m)	ϕ_y (1/m)	$\mu_\phi = \phi_u/\phi_y$
N1	8.64994	0.08257	0.04417	1.860
N2	11.14996	0.06986	0.05816	1.201
N3	11.69995	0.06117	0.06102	1.002
N4	11.60000	0.05587	0.05587	1.000
N5	11.14994	0.04565	0.04565	1.000

Tableau 5.3 : Résultats des calculs de la section du poteau de Low en fonction de l'effort normal.

Les courbes moments-courbures pour les différentes valeurs de N sont présentées sur la figure 5.2 :

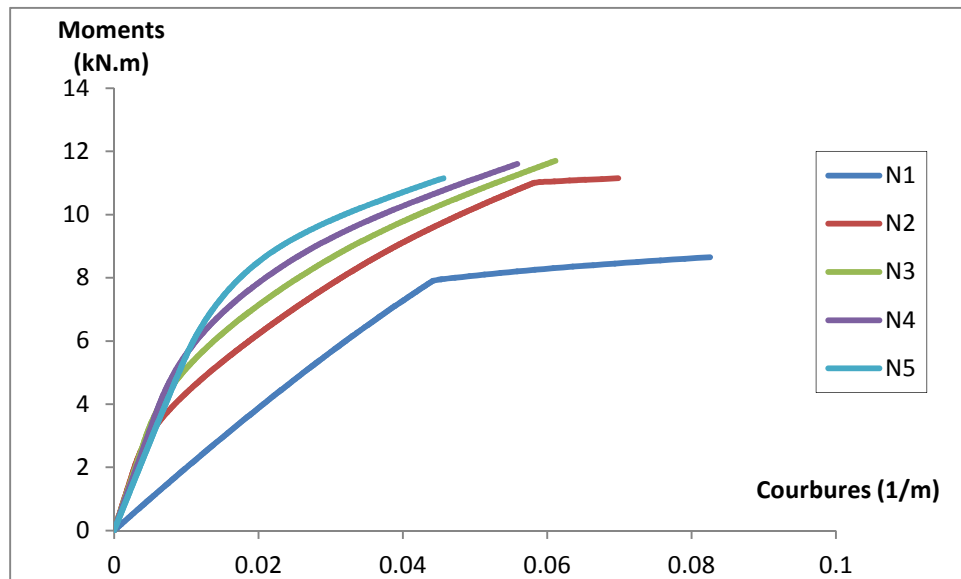


Figure 5.2 : Courbes moments-courbures de la section du poteau de Low en fonction de l'effort normal.

La Variation du facteur de la ductilité sectionnelle en fonction de l'effort normal est présentée sur la figure suivante :

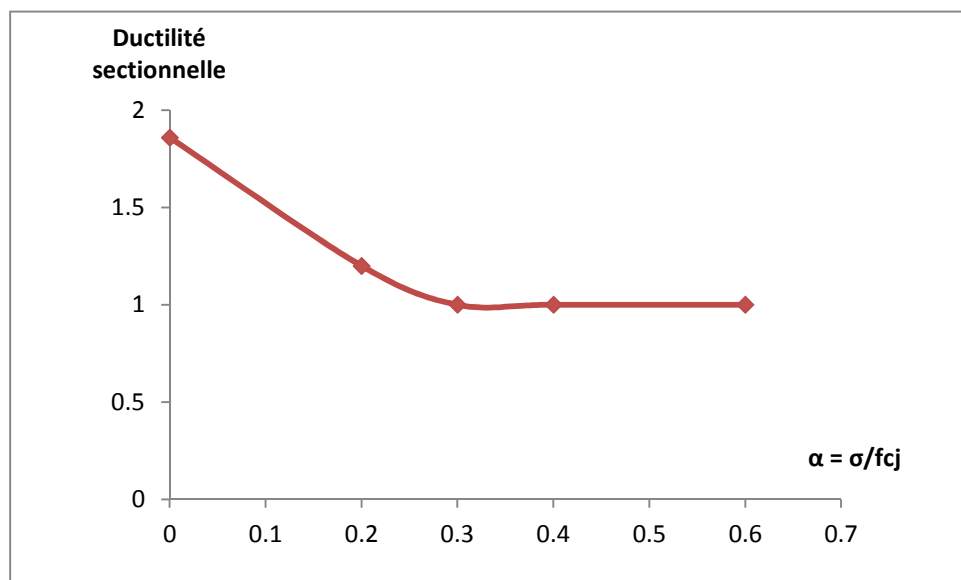


Figure 5.3 : Variation de la ductilité sectionnelle en fonction de l'effort normal.

Au niveau d'une section on constate que la ductilité sectionnelle diminue notablement lorsque l'effort normal de compression augmente, jusqu'à une valeur correspondant à $\sigma=0.3 f_{cj}$. Au-delà, le comportement devient moins ductile (fragile).

5.2.2.2-Évaluation de la ductilité structurale (courbes charge-déplacement) :

On considère le poteau de Low-Mohle, on fait varier l'intensité de l'effort normal N de compression, exprimée par la contrainte normale de compression $\sigma = N/B$.

Où B est l'aire de section transversale $B = b \times l$.

Le choix des valeurs de σ est effectué de façon à avoir une valeur minimale nulle, correspondant au cas de la flexion simple et une valeur maximale de l'ordre de 0.6 fois la résistance à la compression f_{cj} , ce dernier cas correspond à l'état limite de compression du béton.

On effectue plusieurs simulations numériques du comportement non linéaire du poteau, en considérant les différentes valeurs de N .

Le tableau suivant résume les différentes valeurs du rapport $\alpha = \sigma/f_{cj}$, de σ et de N utilisés dans le calcul :

	$\alpha = \sigma/f_{cj}$	σ (MPa)	N (kN)
N1	0	0	0
N2	0.2	5	104.77
N3	0.3	7.5	157.16
N4	0.4	10	209.55
N5	0.6	15	314.32

Tableau 5.4 : Différentes valeurs de l'effort normal considérées.

Les différents résultats obtenus après calculs sont présentés dans le tableau 5.5 :

	F_{max} (kN)	Δ_u (mm)	Δ_y (mm)	$\mu_{\Delta} = \Delta_u/\Delta_y$
N1	17.84	5.0983	0.83230	6.12
N2	22.409	4.161	1.0455	3.98
N3	23.43	3.7933	1.0931	3.51
N4	23.14	3.2322	1.0796	2.99
N5	22.21	2.5889	1.0362	2.50

Tableau 5.5 : Résultats des calculs du poteau de Low en fonction de l'effort normal.

Les Courbes charges-déplacements obtenues pour les différentes valeurs de N sont présentées sur la figure 5.4 :

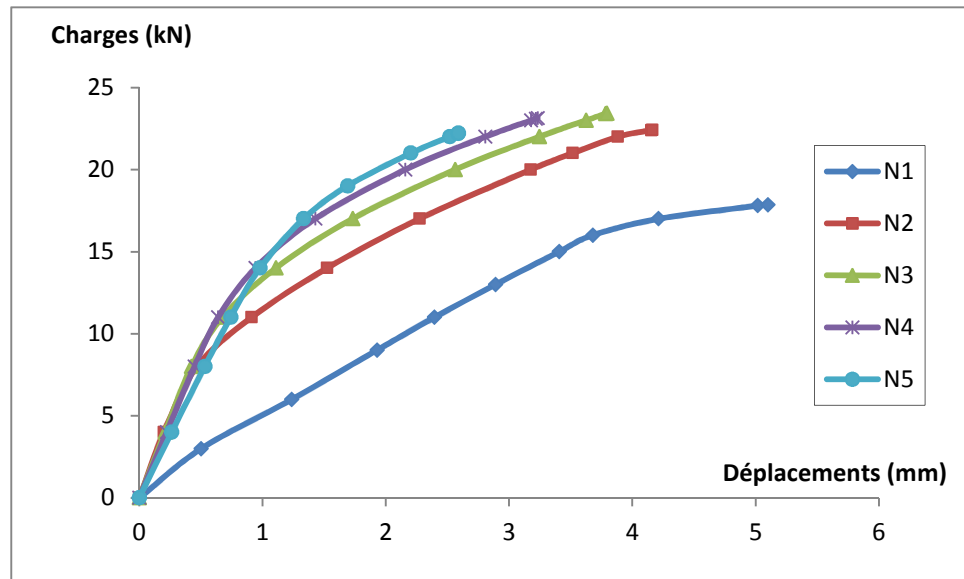


Figure 5.4 : Courbes charges-déplacements du poteau de Low en fonction de l'effort normal.

La variation de la ductilité structurale du poteau en fonction de l'intensité de l'effort normal est donnée par la figure 5.5 :

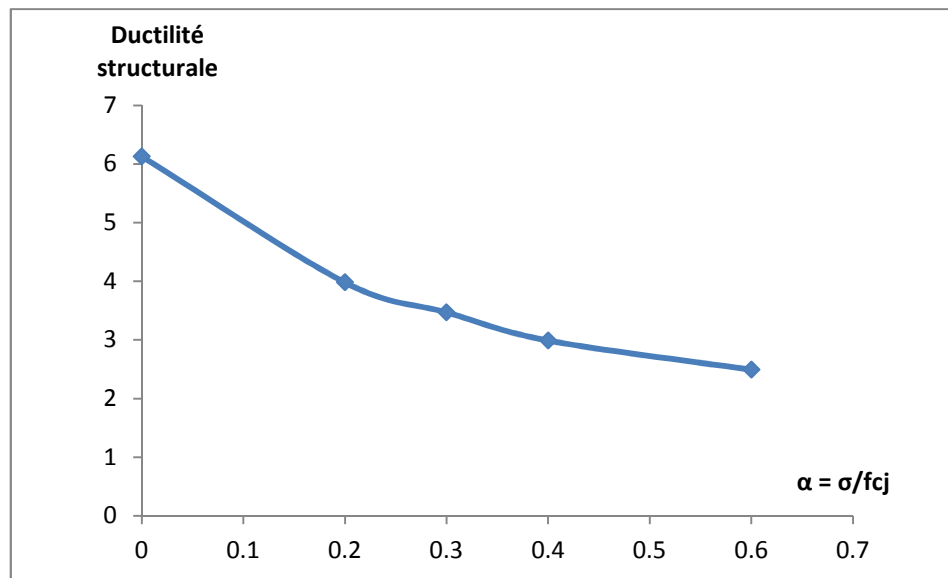


Figure 5.5 : Courbe ductilité structurale-efforts normaux.

On constate que la ductilité structurale diminue sensiblement, lorsque l'effort normal de compression augmente.

5.2.3-Influence du pourcentage du ferrailage longitudinal :

5.2.3.1-Évaluation de la ductilité sectionnelle (courbes moment-courbure) :

Pour étudier l'influence du pourcentage du ferrailage longitudinal ω , sur la ductilité sectionnelle au niveau de la section d'encastrement du poteau du Low, on effectue plusieurs simulations numériques, en considérant plusieurs valeurs de ω

Dans cette étude on fait varier le pourcentage des armatures de 0.8% à 4%, correspondant aux valeurs minimale et maximale admises selon les règles du RPA2003

Les résultats obtenus après calculs sont résumés dans le tableau 5.6 :

$\omega = A_s/B$ (%)	$A_s(\text{mm}^2)$	$M_{\max}(\text{Kn.m})$	$\phi_u(1/m)$	$\phi_y(1/m)$	$\mu_\phi = \phi_u/\phi_y$
0.8	167.64	5.71246	0.12073	0.04127	2.92
2	419.10	9.18744	0.08791	0.04823	1.82
3	628.65	11.59994	0.07729	0.05279	1.46
4	838.20	13.89994	0.06927	0.05638	1.23

Tableau 5.6 : Résultats des calculs correspondants aux différentes valeurs de ω au niveau de la section d'encastrement du poteau de Low.

Les courbes moments-courbures pour les différentes valeurs de ω sont présentées sur la figure 5.6 :

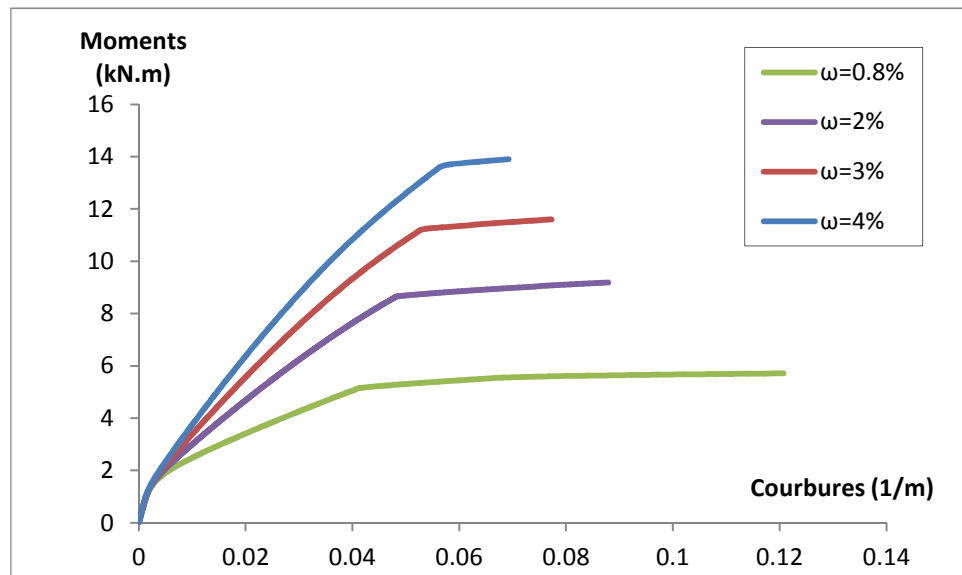


Figure 5.6 : Courbes moments-courbures pour différentes valeurs de ω .

La variation de la ductilité sectionnelle au niveau d'une section en fonction du pourcentage du ferrailage longitudinal ω est donnée par la figure 5.7 :

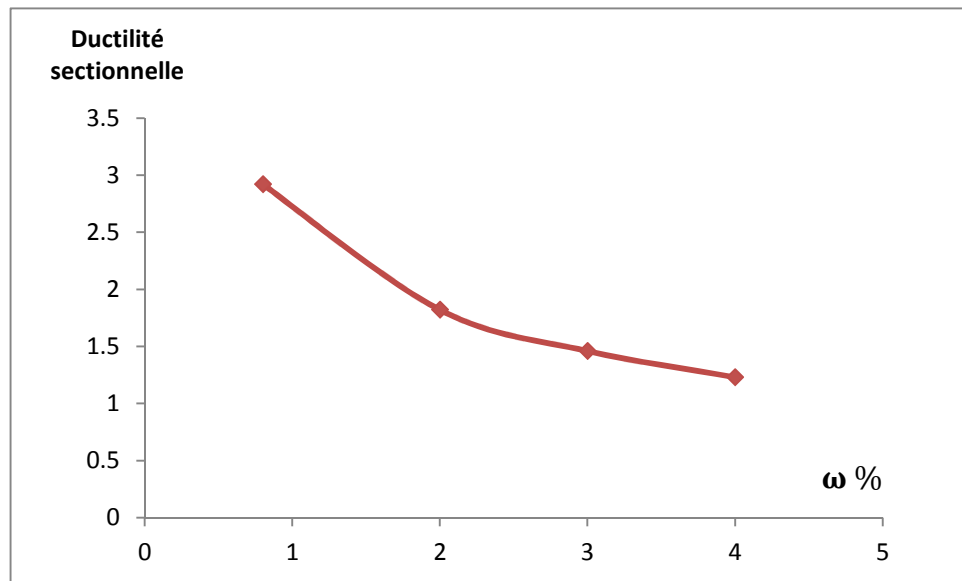


Figure 5.7 : Courbe ductilité sectionnelle-pourcentage du ferrailage longitudinal ω .

On constate que la ductilité sectionnelle diminue en fonction du pourcentage du ferrailage longitudinal ω jusqu' à une valeur minimale < 1.5 pour une section fortement armée.

5.2.3.2-Évaluation de la ductilité structurale (courbes charge-déplacement) :

Pour étudier l'influence du pourcentage du ferrailage longitudinal ω , sur le comportement et la ductilité structurale du poteau, on effectue plusieurs simulations numériques, en considérant plusieurs valeurs de ω , d'après les règles du RPA 2003, le ferrailage minimal d'une section rectangulaire d'un poteau est de 0.8% et le ferrailage maximale est de 4%.

Dans notre étude on fait varier le pourcentage des armatures de 0.8% à 4%.

Les résultats des calculs correspondants aux différentes valeurs de ω sont présentés dans le tableau 5.7 :

$\omega = A_s/B$ (%)	$A_s(\text{mm}^2)$	$F_{\max}(\text{kN})$	$\Delta_u(\text{mm})$	$\Delta_y(\text{mm})$	$\mu_\Delta = \Delta_u/\Delta_y$
0.8	167.64	11.69	5.0149	0.57909	8.66
2	419.10	18.53	4.7295	0.87172	5.42
3	628.65	23.33	4.7687	1.0650	4.47
4	838.20	27.94	4.8538	1.2388	3.91

Tableau 5.7 : Résultats des calculs correspondants aux différentes valeurs de ω du poteau.

Les Courbes charges-déplacements pour les différentes valeurs de ω sont présentées sur la figure 5.8 :

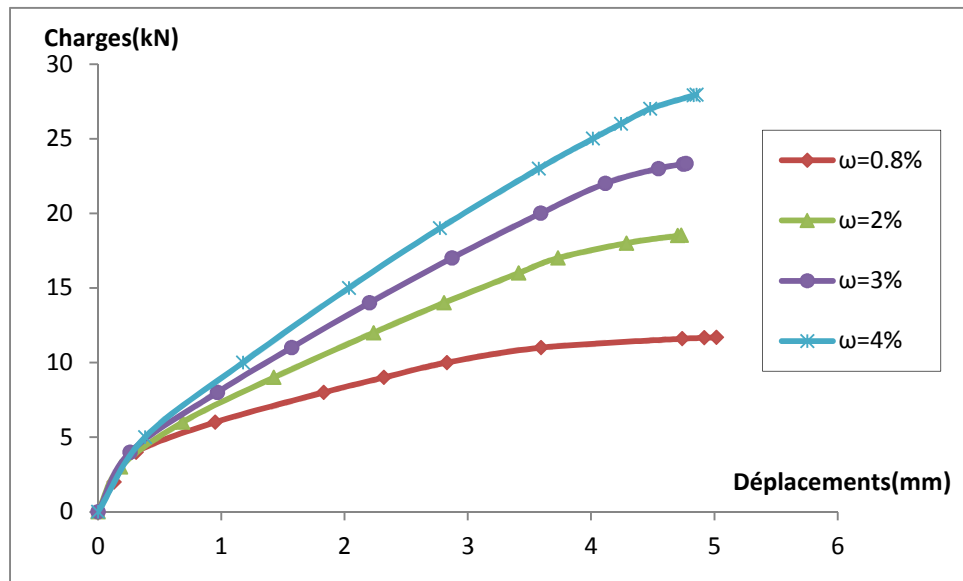


Figure 5.8 : Courbes charges-déplacements pour différentes valeurs de ω .

Variation du facteur de ductilité structurale en fonction de ω est présentée sur la figure 5.9 :

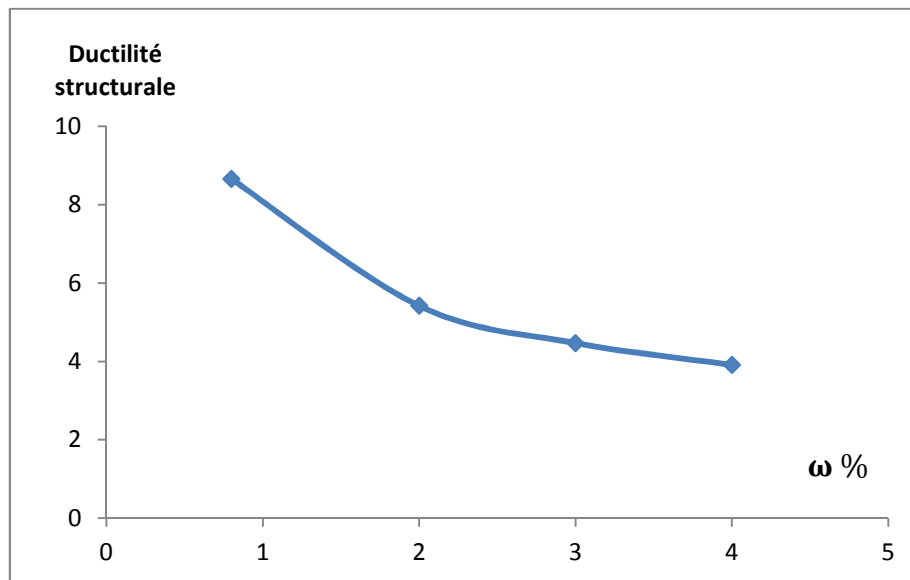


Figure 5.9 : Courbe ductilité structurale -pourcentage du ferrailage longitudinal ω .

D'après la Figure 5.9, on constate que, la ductilité structurale diminue avec un excès du ferrailage, on constate aussi que la forme de cette variation est similaire à celle de la ductilité sectionnelle, obtenue précédemment.

5.2.4-Influence de la résistance de compression du béton :**5.2.4.1-Évaluation de la ductilité sectionnelle (courbes moment-courbure) :**

On considère la section d'encastrement du poteau (la section critique), on fait varier la valeur de la résistance à la compression du béton f_{cj} de 15 à 50 MPa, et pour chaque valeur de f_{cj} , on effectue une simulation numérique du comportement non linéaire de la section sous un moment croissant jusqu'à rupture.

Les principaux résultats des calculs sont présentés dans le tableau 5.8 :

f_{cj} (MPa)	M_{max} (Kn.m)	ϕ_u (1/m)	ϕ_y (1/m)	$\mu_\phi = \phi_u/\phi_y$
15	8.39997	0.06572	0.05929	1.11
25	9.84994	0.08336	0.04941	1.68
30	10.44993	0.08767	0.04676	1.87
40	12.04998	0.11148	0.04664	2.39
50	12.79998	0.12615	0.04439	2.84

Tableau 5.8 : Résultats des calculs d'une section du poteau du Low en fonction de la résistance à la compression du béton.

Les courbes moments-courbures obtenues pour les différentes valeurs de f_{cj} sont présentées sur la figure 5.10 :

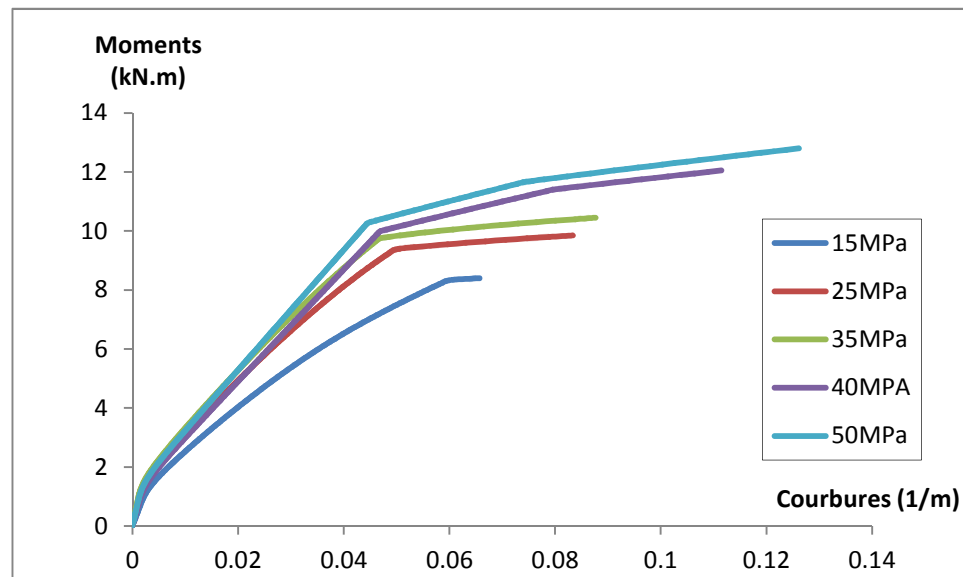


Figure 5.10 : Les courbes moments-courbures pour différentes valeurs de f_{cj} .

La variation de la ductilité sectionnelle en fonction des différentes valeurs de f_{cj} est présentée sur la figure 5.11 :

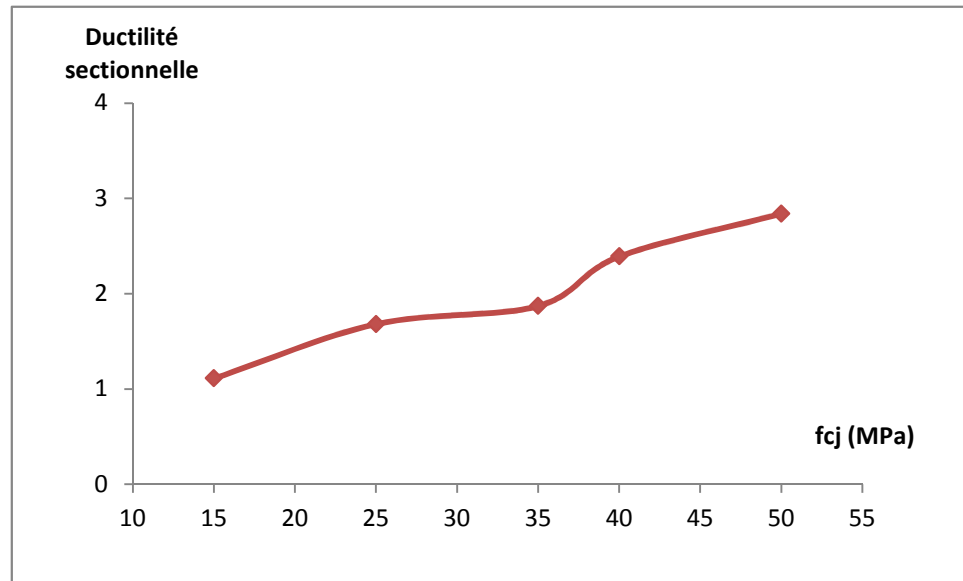


Figure 5.11 : Courbe ductilité sectionnelle-résistances à la compression du béton f_{cj} .

D'après la figure 5.11 on constate que la ductilité sectionnelle augmente légèrement en fonction de la résistance de compression du béton. Ce résultat semble néanmoins, en contradiction avec la diminution de la ductilité du matériau (σ - ϵ) du béton lorsque sa résistance augmente !

5.2.4.2-Évaluation de la ductilité structurale (courbes charge-déplacement) :

On fait varier la valeur de la résistance à la compression f_{cj} en gardant les autres caractéristiques géométriques et numériques constantes.

On considère les valeurs de f_{cj} comprises entre 15 et 50 MPa, ces valeurs correspondent à celles qu'on peut rencontrer, en pratique, pour un béton ordinaire. Pour chaque valeur de f_{cj} , on effectue une simulation numérique du comportement non linéaire du poteau.

Les résultats obtenus après calcul sont résumés dans le tableau 5.9 :

f_{cj} (MPa)	F_{max} (kN)	Δ_u (mm)	Δ_y (mm)	$\mu_{\Delta} = \Delta_u / \Delta_y$
15	16.83	4.6346	0.91919	5.04
25	19.88	4.7361	0.92748	5.11
30	21.22	4.8718	0.93542	5.21
40	23.13	5.1301	0.93193	5.50
50	24.76	5.4328	0.93005	5.84

Tableau 5.9 : Résultats des calculs correspondants aux différentes valeurs de ω du poteau.

Les courbes charges-déplacements obtenues pour les différentes valeurs de f_{cj} sont présentées sur la figure 5.12 :

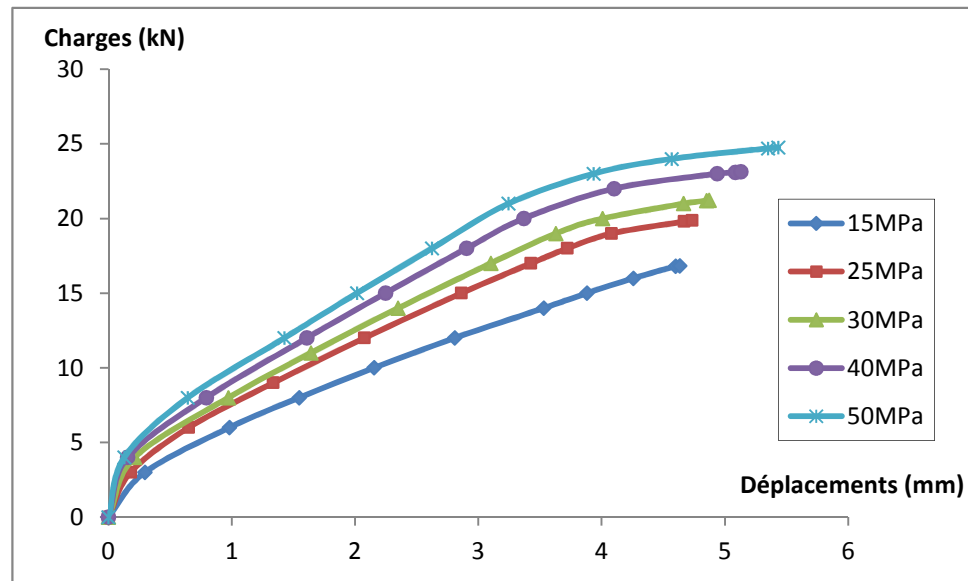


Figure 5.12 : Les courbes charges déplacements pour différentes valeurs de f_{cj} .

La variation du facteur de ductilité structurale en fonction des différentes valeurs de f_{cj} est présentée sur la figure 5.13 :

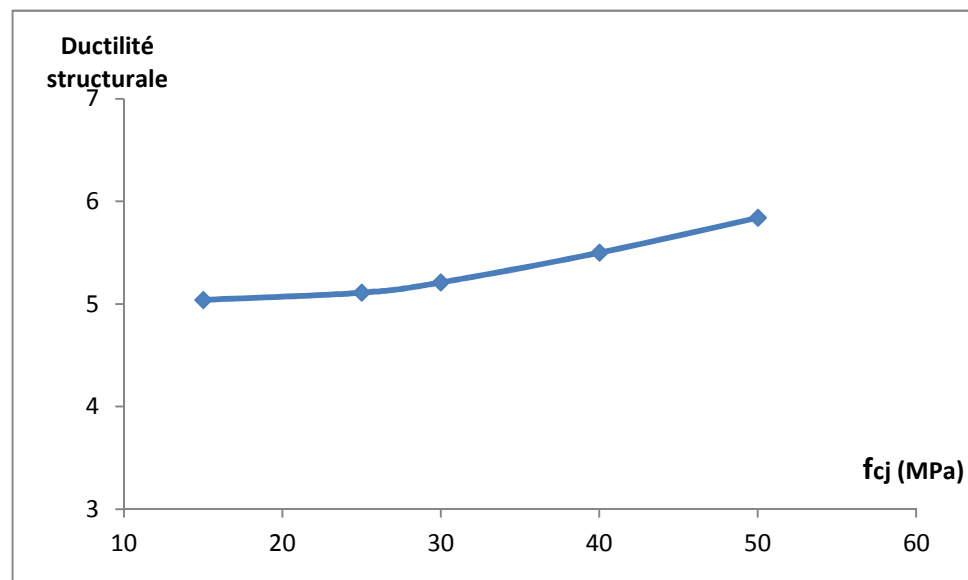


Figure 5.13 : Courbe ductilité structurale-résistances à la compression du béton f_{cj} .

On peut constater un certain accroissement de la ductilité structurale, en fonction de résistance à la compression du béton f_{cj} . Dans notre exemple, cet accroissement ne semble pas très important.

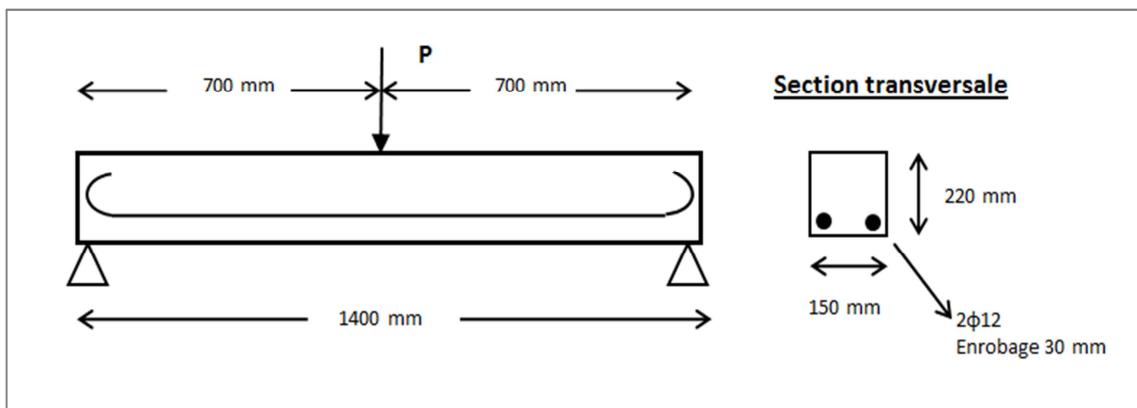
5.3-Étude paramétrique de la poutre de Mazars :**5.3.1-Présentation de l'essai de Mazars [38] :**

Cet essai porte sur une poutre isostatique en béton armé testée en flexion à trois points. Les principales caractéristiques des matériaux utilisés sont résumées dans le tableau 5.10 :

Caractéristiques du béton		Caractéristiques des aciers	
Module d'élasticité E (MPa)	30.2×10^3	Module d'élasticité E (MPa)	210×10^3
Coefficient de poisson	0.2	Coefficient de poisson	0.3
Résistance en compression f_{cj} (MPa)	32.3	Limite d'élasticité (MPa)	400
Résistance en traction f_{tj} (MPa)	3.05		

Tableau 5.10 : Caractéristiques des matériaux utilisés.

La géométrie de la poutre et de la section transversale est représentée sur la figure suivante :



Figures 5.14 : Données géométriques de la poutre de Mazars [38].

5.3.2-Influence du pourcentage du ferrailage longitudinal :**5.3.2.1-Évaluation de la ductilité sectionnelle (courbes moment-courbure) :**

Pour étudier l'influence du pourcentage du ferrailage longitudinal ω , sur la ductilité sectionnelle. On considère la poutre de MAZARS, au niveau de la section critique qui se situe à mi-travée, on effectue plusieurs simulations numériques du comportement non linéaire de la section, en considérant plusieurs valeurs de ω .

On fait varier le pourcentage des armatures longitudinales de 0.5% à 4%.

Les résultats obtenus après calculs sont présentés dans le tableau 5.11 :

$\omega = A_S/B$ (%)	$A_S(\text{mm}^2)$	$M_{\max}(\text{Kn.m})$	$\phi_u(1/m)$	$\phi_y(1/m)$	$\mu_\phi = \phi_u/\phi_y$
0.5	165	11.69331	0.03682	0.01503	2.45
1	330	23.30069	0.06675	0.01775	3.76
2	660	44.74984	0.05774	0.02185	2.64
3	990	60.70508	0.02697	0.02576	1.05
4	1320	77.50000	0.02884	0.02884	1.00

Tableau 5.11 : Résultats des calculs correspondants aux différentes valeurs de ω au niveau de la section critique de la poutre de Mazars.

Les courbes moments-courbures pour les différentes valeurs de ω sont présentées dans la figure 5.15 :

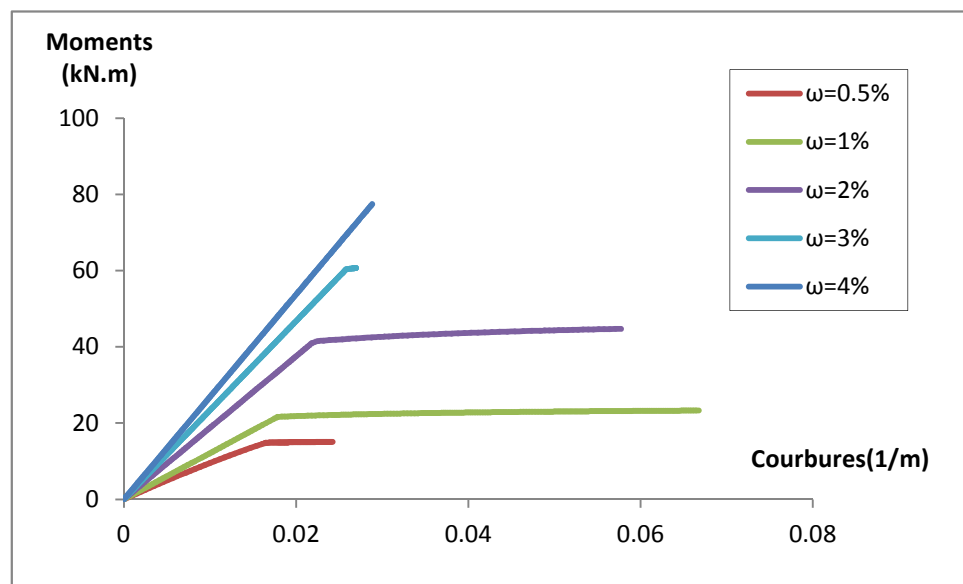


Figure 5.15 : Courbes moments-courbures pour différentes valeurs de ω .

La variation de la ductilité sectionnelle au niveau de la section critique de la poutre de Mazars en fonction du pourcentage du ferrailage longitudinal ω est donnée par la figure 5.16 :

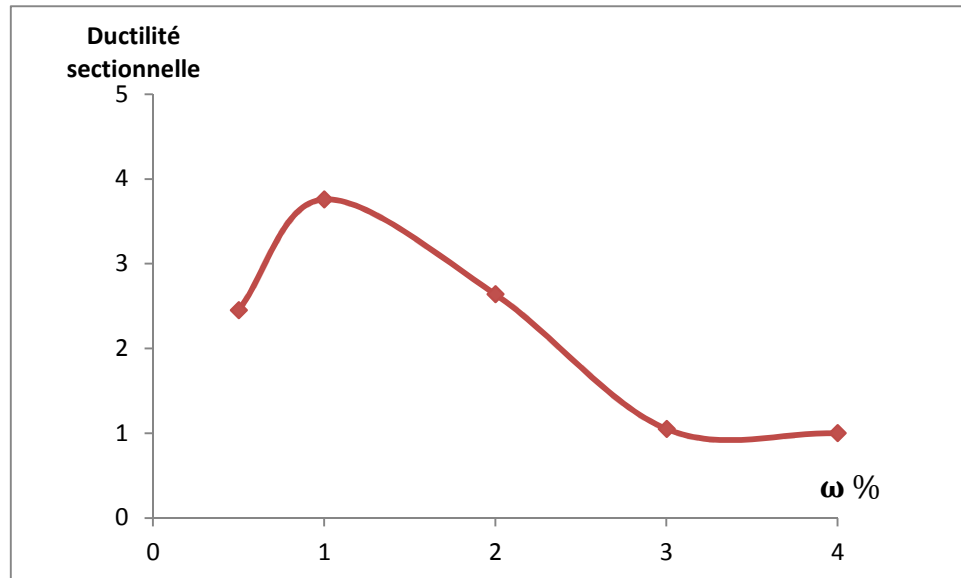


Figure 5.16 : Courbe ductilité sectionnelle- pourcentage du ferrailage longitudinal ω .

On peut constater un certain accroissement de la ductilité sectionnelle en fonction du pourcentage du ferrailage longitudinal ω , jusqu'à une valeur de l'ordre 1% au-delà de cette valeur la ductilité diminue sensiblement. Pour un ferrailage $\omega > 3\%$, le comportement semble devenir fragile ($\mu=1$).

5.3.2.2-Évaluation de la ductilité structurale (courbes charge-déplacement) :

On considère la poutre de MAZARS et on fait varier le pourcentage du ferrailage longitudinal ω , en gardant les autres caractéristiques mécaniques et géométriques constantes.

D'après le RPA99/V2003, le ferrailage minimal dans une section rectangulaire d'une poutre est de 0.5% de la section du béton, par contre le ferrailage maximal est de 4% jusqu'à 6% en zone de recouvrement.

Dans cette étude on fait varier le pourcentage des armatures longitudinales de 0.5% à 4%.

Les résultats des calculs correspondants aux différentes valeurs de ω sont résumés dans le tableau 5.12 :

$\omega = A_s/B$ (%)	$A_s(\text{mm}^2)$	$F_{\max}(\text{kN})$	$\Delta_u(\text{mm})$	$\Delta_y(\text{mm})$	$\mu_\Delta = \Delta_u/\Delta_y$
0.5	165	35.19	2.3141	0.47531	4.86
1	330	67.74	2.6509	0.87359	3.03
2	660	127.30	3.2563	1.5170	2.15
3	990	172.50	3.6184	1.9261	1.87
4	1320	205.40	3.9663	2.1715	1.82

Tableau 5.12 : Résultats des calculs de la poutre de Mazars en fonction du pourcentage du ferrailage longitudinal.

Les courbes charges-déplacements obtenues pour les différentes valeurs de ω sont présentées sur la figure 5.17 :

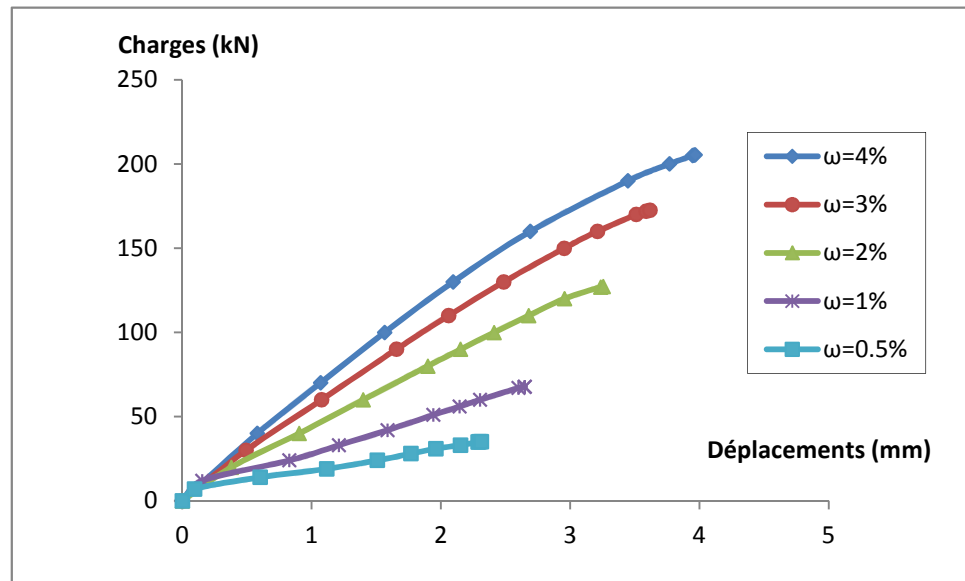


Figure 5.17 : Courbes charges-déplacements pour différentes valeurs de ω de la poutre du Mazars.

La variation du facteur de ductilité structurale en fonction de ω est présentée sur la figure 5.18 :

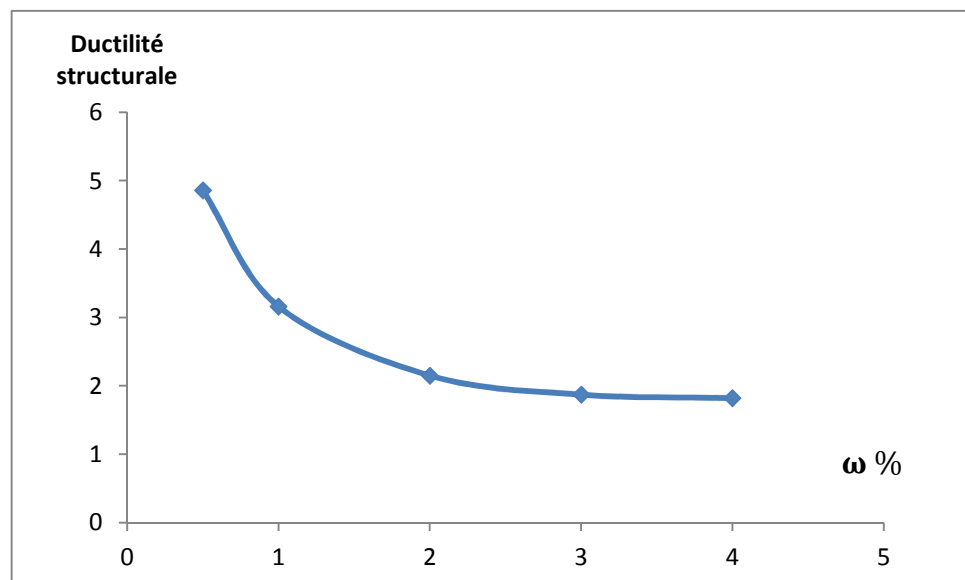


Figure 5.18 : Variation de la ductilité structurale en fonction du pourcentage du ferrailage longitudinal ω de la poutre.

On constate qu'avec un excès de ferrailage longitudinal, la ductilité structurale diminue notablement.

5.3.3-influence de la résistance à la compression du béton :**5.3.3.1-Évaluation de la ductilité sectionnelle (courbes moment-courbure) :**

On considère la section critique dans la poutre de Mazars, on fait varier la valeur de la résistance à la compression f_{cj} de 15 à 50 MPa, ces valeurs correspondent à celles qu'on peut rencontrer en pratique.

On effectue plusieurs simulations numériques du comportement non linéaire de la section.

Les résultats obtenus après calcul sont résumés dans le tableau 5.13 :

f_{cj} (MPa)	M_{max} (Kn.m)	ϕ_u (1/m)	ϕ_y (1/m)	$\mu_\phi = \phi_u/\phi_y$
15	15.08196	0.02424	0.01605	1.50
25	15.72844	0.02825	0.01516	1.86
35	16.03118	0.02983	0.01433	2.08
50	16.28587	0.05464	0.01498	3.65

Tableau 5.13 : Résultats des calculs au niveau de la section critique dans la poutre de Mazars en fonction de la résistance à la compression du béton f_{cj} .

Les courbes moments-courbures obtenues pour les différentes valeurs de f_{cj} sont présentées sur la figure 5.19 :

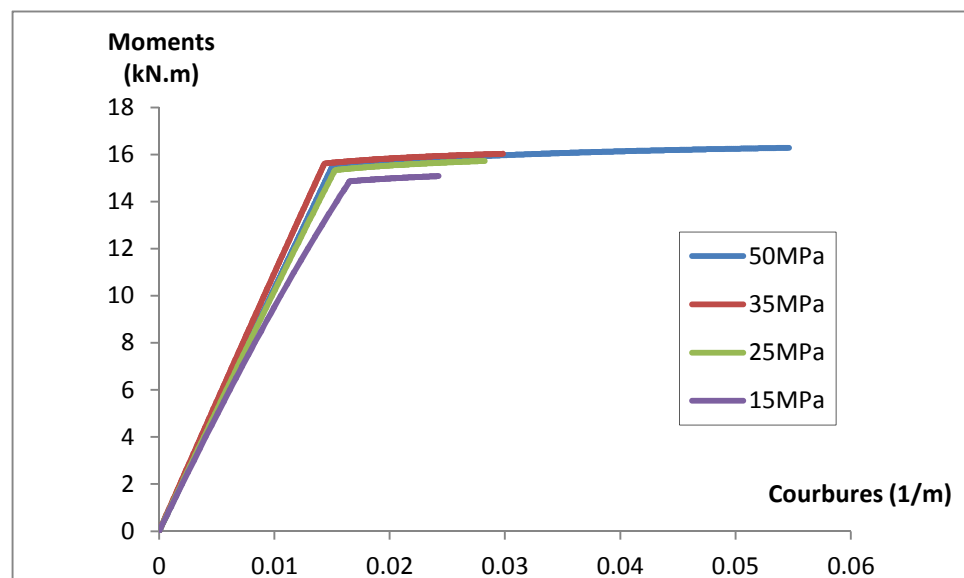


Figure 5.19 : Courbes moments-courbures pour différentes valeurs de f_{cj} .

La variation de la ductilité sectionnelle de la section critique de la poutre de Mazars en fonction de f_{cj} est présentée sur la figure 5.20 :

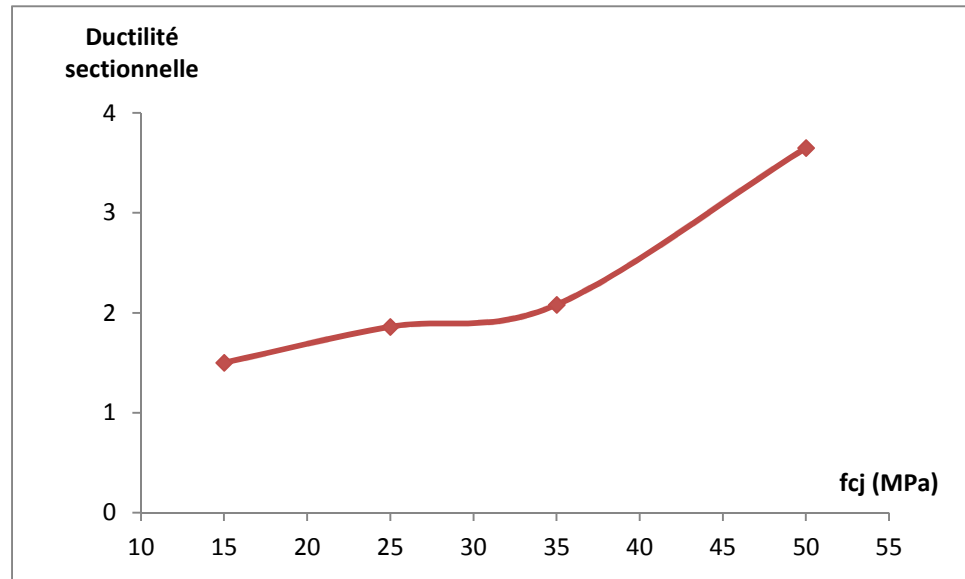


Figure 5.20 : Variation de la ductilité sectionnelle en fonction de la résistance à la compression du béton f_{cj} .

D'après la figure 5.20 on constate que la ductilité sectionnelle augmente, lorsque la résistance à la compression du béton f_{cj} augmente.

5.3.3.2-Évaluation de la ductilité structurale (courbes charge-déplacement) :

Pour étudier l'influence de la résistance à la compression du béton f_{cj} , sur la ductilité structurale on fait varier la valeur de la résistance à la compression, en gardant les autres caractéristiques mécaniques et géométriques constantes.

On considère les valeurs de f_{cj} comprises entre 15 et 50 MPa, ces valeurs correspondent à celles qu'on peut rencontrer en pratique pour un béton ordinaire.

On effectue plusieurs simulations numériques du comportement non linéaire de la poutre, en considérant les valeurs précédentes.

Les principaux résultats obtenus par le calcul sont résumés dans le tableau 5.14 :

f_{cj} (MPa)	F_{max} (kN)	Δ_u (mm)	Δ_y (mm)	$\mu_{\Delta} = \Delta_u/\Delta_y$
15	45.42000	2.6662	0.66612	3.98
25	47.10999	2.4729	0.58815	4.20
35	47.61999	2.3954	0.53594	4.46
50	48.09000	2.3372	0.48357	4.83

Tableau 5.14 : Les principaux résultats obtenus en fonction de la résistance à la compression du béton f_{cj} de la poutre.

Les courbes charges-déplacements obtenues pour les différentes valeurs de f_{cj} sont présentées sur la figure 5.21 :

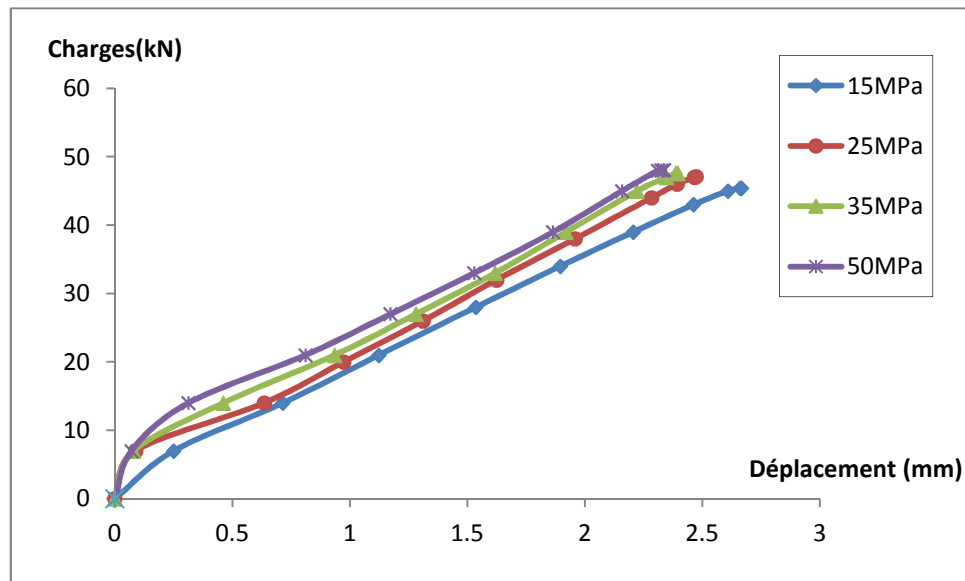


Figure 5.21 : Courbes charges-déplacements pour les différentes valeurs de f_{cj} .

La variation du facteur de ductilité en fonction de f_{cj} est présentée sur la figure 5.22 :

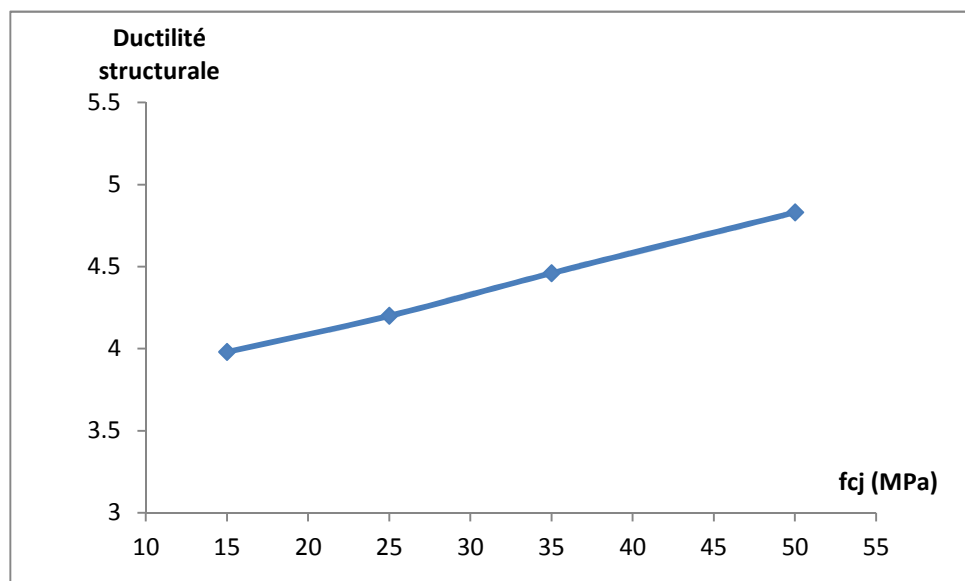


Figure 5.22 : Courbe ductilité structurale-résistance à la compression du béton f_{cj} .

La ductilité structurale augmente légèrement en fonction de la résistance à la compression du béton f_{cj} , lorsque la résistance f_{cj} varie de 15 à 50 MPa.

5.4-Conclusion :

À l'issue de cette étude paramétrique on constate que la variation des ductilités sectionnelles est similaire à celle des ductilités structurales.

En général, les comportements charge-déplacement et moment-courbure semblent être affectés par un ensemble de paramètres notamment, l'intensité de l'effort normal, le taux du ferrailage longitudinal, et la résistance à la compression du béton. L'augmentation des deux premiers paramètres diminue les ductilités sectionnelle et structurale. Par contre l'augmentation de la résistance à la compression du béton augmente les ductilités.

Conclusion Générale

Dans le cadre du présent travail, on s'est intéressé à l'évaluation de la ductilité sectionnelle et structurale des éléments fléchis en béton armé.

L'étude bibliographique réalisée a porté sur les différentes approches relatives à la ductilité, et donne un aperçu sur le comportement des matériaux et sur le comportement non linéaire des éléments d'ossatures en béton armé.

La présentation des méthodes d'analyse non linéaire au niveau, d'une section fléchie, d'un élément ou d'une structure plane en béton armé, permet l'élaboration des programmes informatiques (existants). Le programme SECTNOL1 permet la simulation numérique du comportement non linéaire d'une section fléchie en béton armé et le programme poutre_mince2 permet la simulation numérique du comportement non linéaire des éléments d'ossatures planes en béton armé.

L'utilisation des 2 programmes constituant l'outil de calcul nous a permis d'effectuer une étude paramétrique par simulation numérique qui a permis l'obtention des courbes charges-déplacements, moments-courbures, dont on a pu tirer les remarques et les conclusions suivantes :

- L'effort normal de compression influence défavorablement la ductilité, soit structurale ou sectionnelle.
- Le pourcentage du ferrailage longitudinal minimal admis par les règles du RPA2003 influence favorablement les ductilités sectionnelle et structurale, par contre un excès du ferrailage diminue sensiblement les ductilités structurale et sectionnelle.
- L'influence de la résistance à la compression du béton est favorable pour la ductilité sectionnelle et structurale.

Afin de compléter l'étude réalisée, dans le cadre de ce mémoire, on peut envisager les perspectives suivantes :

- Prise en considération des déformations dues à l'effort tranchant.
- Prise en considération de l'effet du confinement et le taux d'acier transversal.

Références bibliographiques

- [1] R.HACHEM, Etude de la Ductilité de Déplacement des Poteaux en Béton Armé, Mémoire de magister proposé et encadré par N. CHIKH et B. BOUSALEM, institut Génie Civil, Université Mentouri, Constantine, 2003-2004.
- [2] Règlement Parasismique Algérien, RPA 99, CGS, Janvier 2000.
- [3] EUROCODE_8 2006, Calcul des structures pour leurs résistances au séisme.
- [4] ACI 318-89, American Concrete Institute BUILDING CODE REQUIREMENTS FOR REINFORCED CONCRETE, (ACI 318-89), (REVISED 1992).
- [5] National building code of Canada 1990, NBCC 1990.
- [6] R.Park, Capacity Design of RC Building Structures for Earthquake Resistance, The structural Engineer, Aug. 1992.
- [7] V.Gioncu, Framed structures. Ductility and seismic response. General Report, Journal of Constructional Steel Research, vol 55, pp.125-154, 2000.
- [8] BERTERO. V.V, Ductility Based Structural Design – State of the Art Report. Proceeding of ninth word conference on earthquake engineering, Tokyo, vol (VIII), pp. 673-686, Aug-1988.
- [9] Park.R, and Paulay.T, Ultimate deformation and ductility of members with flexure in reinforced concrete structures, John Wiley and sons editions, pp. 195-268, 1975.
- [10] DONEUX. Catherine, Étude du Mécanisme de Transfert des Flexions à la Jonction Poteau Poutre dans les Structures en Portiques Mixtes Soumises à Une Action Sismique, Thèse de Doctorat, Université de Liège, 2001-2002.
- [11] CHERTOUT. ABLA, Évaluation du rapport des moments aboutissants aux nœuds poteaux-poutres des portiques auto-stables en béton armé, Mémoire de magister proposé et encadré par Djebbar Nabil, Département De Génie Civil, Université Mentouri, Constantine, (2010).
- [12] M.Badoux, P.Lestuzzi, introduction à la norme SIA 262, dimensionnement parasismique. Extrait de la documentation D0182, Société suisse des ingénieurs et architectes, Zurich, 2003.
- [13] Sheikh S.A. and Uzemri S.M, Strength and ductility of tied concrete columns. Journal of the structural division, vol 108, pp.1079-1102, May-1980.
- [14] Park.R, Priestly MNJ, and Gill W.D, Ductility of square confined concrete columns, Journal of the structural division, vol 106, pp.929-954, Apr-1982.

- [15] Priestly MNJ, and Park R, Strength and ductility of reinforced and prestressed concrete columns and piles under seismic loading. ACI structural Journal, No 84, pp.61-76, Jan 1987.
- [16] Mander J.B, Priestly MNJ. and Park.R, Theoretical stress – strain model for confined concrete. Journal of the structural division, vol 114, pp.332-351, Feb-1988.
- [17] GHANNOUM.W, Size effect on shear strength of reinforced concrete beam, Mémoire de Master, école normale supérieur de Cachan, (1998).
- [18] Nguyen .X. H, Vulnérabilité des structures en béton armé à voiles porteurs, thèse de doctorat, institut national polytechnique de Grenoble, (2006).
- [19] Terrien. M, Emission acoustique et comportement mécanique post critique d'un béton sollicité en traction, Bulletin de liaison des Ponts et Chaussées numéro 106, pp. 65-72, [1980].
- [20] IGUETOULENE.F, Modélisation non linéaire des structures triangulées, Thèse de MAGISTER, Université MOULOUD MAMMARI de Tizi-Ouzou, (2011).
- [21] Ramirez.N.D, Etude de liaison acier–béton, de la modélisation du phénomène à la formulation d'un élément fini enrichi (béton armé), (2005).
- [22] MEZIANE.ROUFIDA, Modélisation et simulation du comportement non-linéaire des structures planes, en béton arme et béton de fibres, par des éléments finis poutres, Thèse de MAGISTER, Université MOULOUD MAMMARI de Tizi Ouzou, 2008.
- [23] Denpongpan.T, Effet of reversed loading on shear behavior of reinforced concrete, publication soumettre pour l'obtention de diplôme de master l'université de Kochi, (2001).
- [24] M.KAVERCHINE et A.GRELAT, Ductilité des poteaux en flexion composée sous charges alternée .AICAP- CEB Symposium, Vol2, Rome Mai 1979.
- [25] T.PAULAY, R.PARK, J.N.PRIESTELY, Reinforced concrete beam-column joints under seismic action. Journal of American Concrete Institute, November 1978.
- [26] ABAMS.D, Influence of axial force variation of flexural behaviour of reinforced columns, ACI Structural Journal, Vol 84, n° 3, May-June, (1987).
- [27] SAATCIOGLU. M, OZCEBE. B, Responce of reinforced concrete columns to simulated seismic loading. ACI Structural journal, Vol 84, n°1, January- February, (1989).
- [28] R.H.BROWN and J.O.JIRSA, Reinforced concrete beams under load reversals, Structural Journal of the ACI. Vol 68, May 1971.
- [29]] J.KWIGHT and M.A. SOZEN, Shear strength decayin reinforced concrete columns subjected to large de flexion reversals Civil Engineering Studies, Structures Research Series, N°403, Univer of Illinois, 1973.

- [30] V.V.BERTERO and E.P POPOV. Seismic behaviour of ductile Moment-Resisting reinforced concrete frames, Reinforced concrete structures in seismic zones. ACI Publication, SP 53, pp 247-292 January 1977.
- [31] S.M.UZUMERI, Strength and ductility of cast in place beam-column joints reinforced concrete structures in seismic zones ACI Publication SP 53, January 1977.
- [32] S.ZAID, H.SHIOHARA, S.OTANI, Test of new reinforcing Engineering, B. F 0751C, 3 Vol.46B, Japan, 1998.
- [33] J.Vecchio and Mohamed Basil Emara, Shear Deformations in Reinforced Concrete Frames, January 1992.
- [34] Analyse de la tenue au séisme des structures en béton armé, ENPC Paris, France, Décembre 1981.
- [35] S. Drizi, S. Kaci, C.Oubraham¹, F.Amiar, M.Belhocine, Simulation du comportement instantané et différé d'une zone en béton armé.
- [36] FILIPPOU.F.C and KWAK.G, Finite element analysis of reinforced concrete structures, under monotonic loads, Rapport, Department of civil engineering; University California, 71pp, (1990).
- [37] Belhocine .Malika, Ductilité des éléments structuraux de bâtiments en béton armé, Mémoire de magister proposé et encadré par Drizi Said, Département De Génie Civil, Université Mouloud Mammeri de TIZI-OUZOU, (2009).
- [38] Mazars J, Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non-linéaire et à la rupture de la structure .Thèse doctorat d'état, université Pierre Marie Curie paris 6, (1984).

Annexe A

Présentation du programme SECTNOL1 :

Pour permettre l'étude et l'analyse du comportement non linéaire d'une section quelconque en béton armé, soumise à la flexion composée, on a utilisé un programme informatique (SECTNOL1) rédigé en langage Fortran 90.

A.1-Présentation :

Le programme SECTNOL1 (analyse d'une **SECTION** en **NON** Linéaire jusqu'à rupture) permet la simulation du comportement non linéaire, jusqu'à la rupture, d'une section quelconque en béton armé soumise à la flexion composée. Il permet d'effectuer le calcul selon trois options :

a- Calcul moment- courbure (M – \emptyset) :

La section est soumise à un effort normal **N** fixe et à un moment fléchissant **M** croissant jusqu'à la rupture.

b- Calcul effort normal- déformation longitudinal (N- ϵ) :

La section est soumise à un moment fléchissant **M** fixe et à un effort normal **N** croissant jusqu'à la rupture.

c- Calcul de la section sous un effort normal **N et un moment fléchissant **M** croissant en même temps, jusqu'à la rupture, tels que l'excentricité e reste constante.**

A.2-Organigramme général du programme SECTNOL1 :

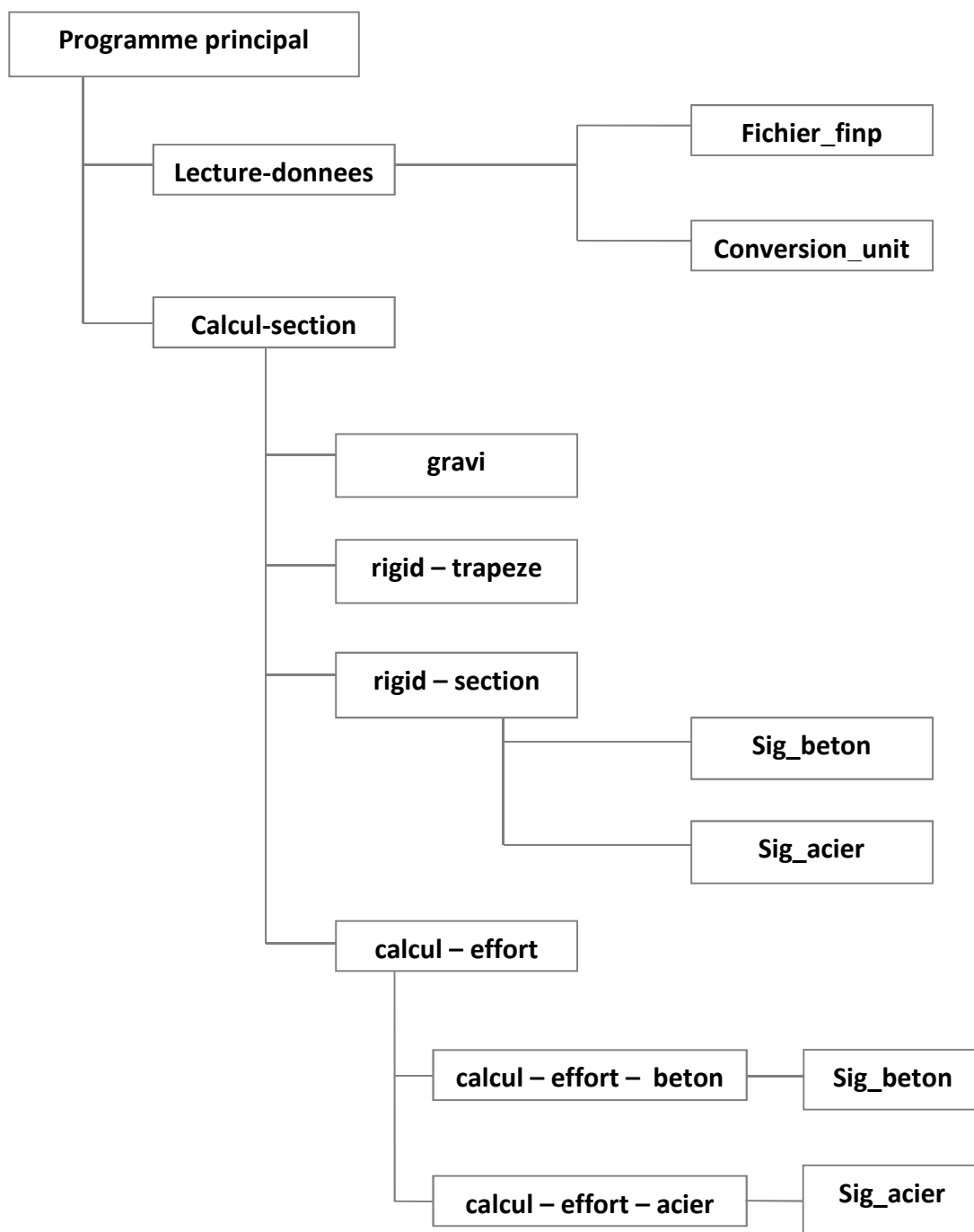


Figure A.1 : Organigramme général du programme SECTNOL1

A.3-Description des différentes sous-routines :

1- sous-routine lecture _ donnees :

Cette sous-routine permet la lecture des données du problème à traiter, selon les étapes suivantes :

- Ouverture du fichier des données existant (**finp**).
- Appel des sous-routines **fichier_Finp** et **conversion_unites**.
- Création du fichier **fout** dans lequel seront stockés les résultats du calcul.

2 – sous-routine fichier _ finp :

Lecture des données du problème à partir du fichier existant **finp**.

3 – sous-routine conversion _unites :

Elle permet d'effectuer la conversion des unités des données du problème avant le démarrage du calcul.

4 – sous-routine calcul _section :

Cette sous-routine constitue le bloc de calcul permettant l'analyse non linéaire, jusqu'à rupture, de la section étudiée.

5 - sous-routine gravi :

Calcul de la position du centre de gravité de la section de béton, par rapport à l'axe de référence défini par l'utilisateur, et l'aire de la section.

6 – sous-routine rigid _ trapeze :

Repérage des différents trapèzes constituant la section par rapport au centre de gravité et calcul des rigidités initiales.

7 – sous-routine rigid_section :

Évaluation des rigidités EA, ES, et EI actuelles, correspondant à l'étape actuelle de calcul.

8 – sous-routine calcul_efforts :

Calcul des efforts internes (N, M) dans la section (béton + acier) correspondant à l'état de déformation actuel (ϵ_g , \emptyset).

9 – sous-routine calcul _ efforts _beton :

Calcul des efforts internes (N_b , M_b) dans le béton par intégration sur la hauteur de la section des contraintes dans les fibres horizontales constituant la section du béton.

10 – sous-routine calcul_efforts_acier :

Calcul des efforts internes (N_a , M_a) dans les aciers, en considérant tous les lits d'armatures constituant le ferrailage longitudinal de la section.

11 – sous-routine sig _beton :

Calcul de la contrainte dans la fibre de béton en cours, selon la loi de Sargin en compression et selon les lois de comportements du béton en traction.

12 – subroutine sig_acier :

Calcul de la contrainte dans le lit d'acier en cours dans l'hypothèse d'un comportement elastoplastique.

A.4-Description du fichier de données :

début_titre

\$

\$ Titre et/ou description du problème

\$

fin_titre

section

Ntrap (Nombre de trapèzes dans la section)

U(i) V(i) B(i) C(i)

(Cette ligne est répétée pour $i=1$ à Ntrap)

armatures

Nlits (Nombre de lits d'aciers)

A(i) W(i) SE(i) SR(i) Epsua(i) Kacier(i)

(Cette ligne est répétée pour $i=1$ à Nlits)

Materiaux

Ebo(i) fbc(i) fbu(i) epsbo(i) epsbu(i) fbt(i) itbc(i) itbt(i)

(Cette ligne est répétée pour $i=1$ à Ntrap)

charges

Nfixe Mfixe Nvariable Mvariable Delta

A.5-Description des variables du fichier de données :

- Après le mot clé **section** :

Ntrap : Nombre de trapèzes dans la section.

U(i) : Positions de la base inférieure du trapèze i par rapport à l'axe de référence,

V(i) : Positions de la base supérieure du trapèze i par rapport à l'axe de référence ,

B(i) : Largeur de la base inférieure du trapèze i ,

C(i) : Largeur de la base supérieure du trapèze i .

- Après le mot clé **armatures** :

Nlits : Nombre de lits d'aciers

A(i) : Aire de $i^{\text{ème}}$ lit d'acier,
W(i) : Position du $i^{\text{ème}}$ lit d'acier par rapport à l'axe de référence,
SE(i) : Contrainte élastique du $i^{\text{ème}}$ lit d'acier,
SR(i) : Contrainte de rupture du $i^{\text{ème}}$ lit d'acier,
EPSUA(i) : Déformation ultime du $i^{\text{ème}}$ lit d'acier,
Kacier(i) : Type d'acier du $i^{\text{ème}}$ lit.

- Après le mot clé **matériaux**:

Ebo : Module d'élasticité longitudinal initial du béton
fbc : Contrainte maximale de béton comprimé,
fbu : Contrainte à rupture en compression du béton,
epsbo : Déformation correspondent à la contrainte maximale en compression fbc,
epsbu : Déformation à la rupture du béton comprimé,
fbt : Contrainte maximale de béton tendu,
itbc : Type de la loi de comportement du béton en compression
itbt : Type de la loi de comportement du béton en traction

- Après le mot clé **charges**:

Nfixe : Partie fixe de l'effort normal,
Mfixe : Partie fixe du moment fléchissant,
Nvariable : Partie variable de l'effort normal,
Mvariable : Partie variable du moment fléchissant,
Delta : Le pas d'accroissement de Nvariable et Mvariable.

NB : $N_{\text{appliqué}} = N_{\text{fixe}} + N_{\text{variable}} \times \text{Delta}$ et $M_{\text{appliqué}} = M_{\text{fixe}} + M_{\text{variable}} \times \text{Delta}$

A.6-Description du fichier résultats :

```

==> début_titre
$
$      Titre et/ou description du problème
$
$
fin_titre

==> section
...
...      ...      ...
  
```

==> armatures

...

==> materiaux

...

==> charges

...
 ...

=== Resultats du calcul ===

phi(1/m)	N (KN)	M(KNm)	epsc	epst	hc(m)
...
...
...

Avec :

- phi (1/m) : La courbure.
- N (KN) : L'effort normal.
- M (KNm) : Le moment fléchissant.
- epsc (ϵ_c) : La déformation de la fibre la plus comprimée.
- epst (ϵ_t) : La déformation de la fibre la plus tendue.
- hc(m) : la hauteur comprimée.

Annexe B

Présentation du programme poutre_mince2 :

Ce programme élaboré en langage Fortran 90. Il permet la simulation numérique du comportement statique non linéaire jusqu'à rupture d'une structure plane, constituée d'éléments poutres en béton arme.

B.1-Organigramme général du bloc calcul :

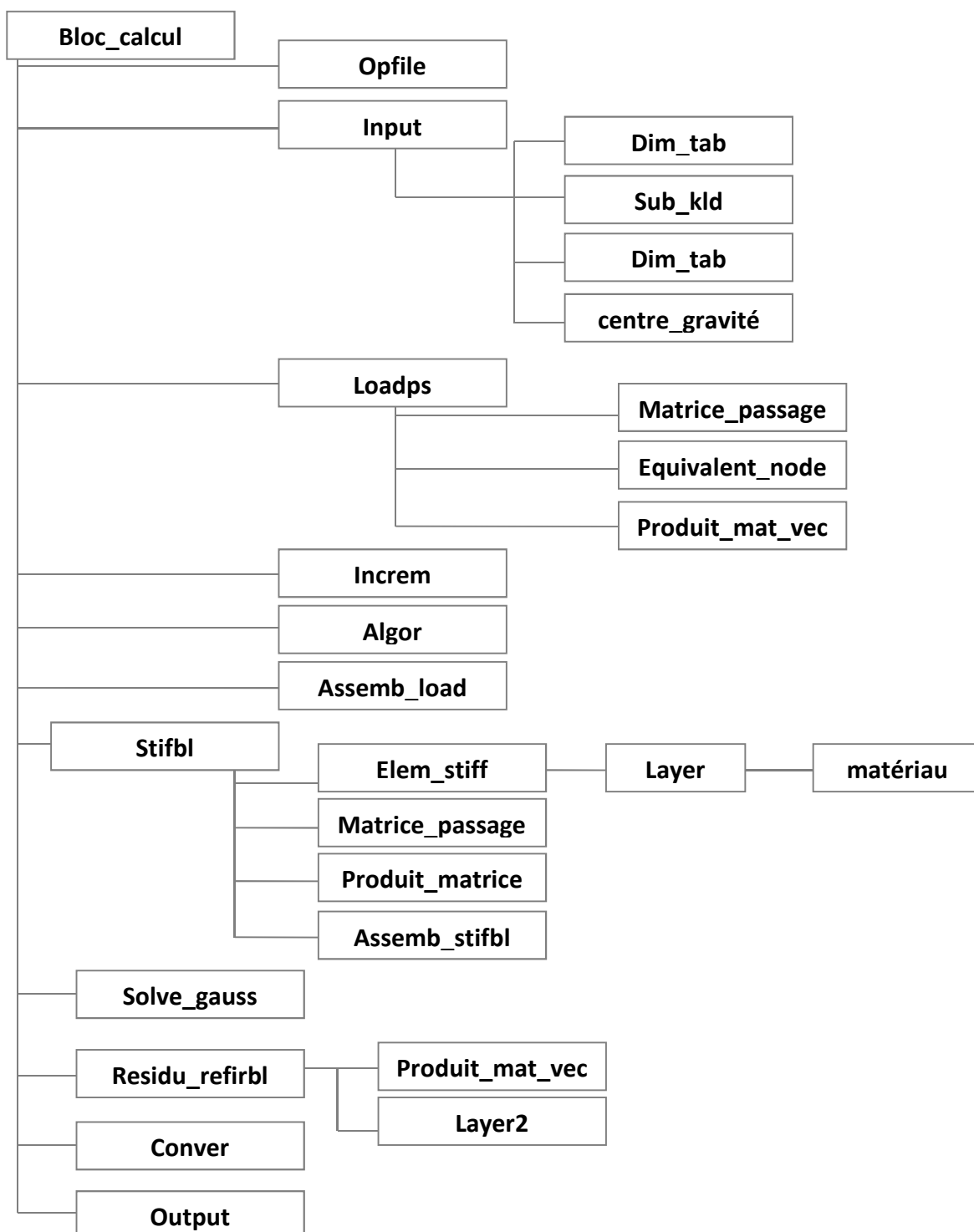


Figure B.1 : Organigramme détaillé du bloc calcul

B.2-Description des différentes sous-routines :

Dans ce qui suit, on décrit brièvement les différentes sous-routines constituant le programme poutre _ mince :

1-Sous-routines opfile :

Ouverture du fichier de données finp et création du fichier des résultats fout.

2-Sous-routines input :

Lecture des principales données du problème.

3-Sous-routines dim _ tab (itab) :

Dimensionnement et initialisation des tableaux et vecteurs.

4- Sous-routines sub _ kld :

Calcul du vecteur kld de localisation des débuts de colonnes dans la matrice de rigidité globale (stockage en ligne de ciel)

5-Sous-routine centre _ gravite :

Calcul de la position du centre de gravité de la section par rapport à l'axe de référence.

6-Sous-routine loadps :

Lecture du chargement puis évaluation des forces nodales, pour chaque élément dans le vecteur "rload".

7-Sous-routine équivalent-node :

Calcul du vecteur des forces nodales équivalentes dues aux charges réparties sur l'élément en cours.

8-Sous-routine matrice-passage :

Calcul de la matrice de passage.

9-Sous-routine produit_ matrice :

Calcul du produit de deux matrices $A (l \times m) * B (m \times n)$

10-Sous-routine produit_ mat_ vect :

Calcul du produit d'une matrice par un vecteur $A (l \times m) * v (m)$

11-Sous-routine increm :

Lecture et incrémentation du chargement appliqué.

12- Subroutine algor :

Calcul du paramètre kresl de l'algorithme de résolution en fonction de la valeur du paramètre nalgo.

13- Subroutine assemb_load :

Assemblage du chargement dans le vecteur global « gload ».

14-Subroutine stifbl :

calcul et assemblage de la matrice de rigidité élémentaire.

15-Subroutine elem_stiff :

Calcul de la matrice de rigidité élémentaire estif (6x6) pour un élément poutre mince plane à 2 nœuds.

16-Subroutine assem_stifbl :

Assemblage des matrices élémentaire dans la matrice globale. « gstif » (en ligne de ciel)

17-Subroutine layer :

calcul des valeurs EA, ES, et EI par intégration sur la hauteur de la section transversale de l'élément en cours.

18-Subroutine solve_gauss :

Résolution du système d'équations par la méthode d'élimination de gauss (la matrice de rigidité étant stockée en ligne de ciel), cumul des déplacements et réactions.

19-Subroutine residu_reforbl :

Calcul des forces nodales équivalentes

20-Subroutine layer 2 :

Calcul des valeurs des efforts N et M au point igauss de la section transversale de l'élément en cours.

21-Subroutine matériau :

Loi de comportement relation contrainte – déformation.

22-Subroutine conver :

Test de convergence pour le calcul itératif.

23-Subroutine output :

Sortie des résultats :

- Déplacements nodaux
- Efforts internes N, T, M.
- Réactions aux appuis.

B.3-Description du fichier de données :**début_titre**

\$

\$ Titre et/ou description du problème

\$

fin_titre**donnees_globales**

Npoin Nelem Nsect MaxTrap MaxAcier Nvfix Nmats Nprop Nincs Nalgo
Ntype_charge

elements

NumElem TypElem NumSect NumNoeud1 NumNoeud2
..... nelem lignes

coordonnees

NumNoeud CoordX CoordY
..... npoin lignes

section

Numsect	Hsection	Ntrapeze	Nacier		Nsect fois
b_inf	b_sup	z_inf	z_sup	NumMat	
.....	Ntrapeze lignes	
z_acier	aire_acier	NumMat_acier			
.....		Nacier lignes	

conditions_limites

NumNoeud_fix Code_CL Depl_fix_X Depl_fix_Y Rot_fix
..... Nvfix lignes

matériaux

Numat itype_materiau prop (1) prop (2) ... prop (Nprop)
..... Nmats lignes

charges

Indice_charge_Nodale Indice_charge_Repartie

charges_nodales

Nbre_charge_N

NumNoeud_Charge	Force_X	Force_Y	Moment	
.....	Nbre_Charge_N lignes
charges_reparties				
Nbre_charge_R				
Numel_Charge	Ncas	Numcas	charge	
.....	Nbre_Charge_R lignes
increment				
Fact_Charge1	Tolerance1	Max_iterations1	Indice_sortie1	
Fact_Charge2	Tolerance2	Max_iterations2	Indice_sortie2	
.....	Nincs lignes
.....	
increment				
Fact_Charge1	Tolerance1	Max_iterations1	Indice_sortie1	
Fact_Charge2	Tolerance2	Max_iterations2	Indice_sortie2	
.....	Nincs lignes
.....	

B.4-Description des variables du fichier de données :

- Commande **début _ titre** : (bloc des commentaires)

Après cette commande, on peut introduire le titre, la description ou des commentaires concernant le problème à traiter. Cette partie est terminée par la commande **fin _ titre**.

- Commande **données _ globales** (lecture des principales données).

(On introduit 1 ligne contenant 11 variables)

Npoint : nombre total des points nodaux (nœuds).

Nelem : nombre total d'éléments.

Nsect : nombre de types de section.

Maxtrap: nombre maximum de trapèzes par section.

Maxacier : nombre maximum de lits d'acier par section.

Nvfix : nombre des neouds ayant des conditions aux limites

Numat : nombre de groupes de matériaux

Nprop : nombre maximum des propriétés des matériaux

Nincs : nombre d'incrément de chargement.

Nalgo : indicateur pour identifier le type d'algorithme de résolution.

Si **nalgo = 1** → la méthode de rigidité initiale

Si **nalgo** = **2** → la matrice de rigidité est recalculée pour chaque itération pour chaque incrément de charge

Si **nalgo** = **3** → la matrice de rigidité est recalculée pour la 1^{ère} itération pour chaque incrément de charge.

Ntype_charge : = **1** s'il ya seulement un chargement variable

= **2** s'il ya un chargement fixe + un chargement variable

- Commande **éléments** (connectivités nodales et types de sections)

*(On introduit une ligne contenant **5** variables. Cette ligne est répétée **nelem** fois)*

NumElem = numéro d'élément

TypElem = type de l'élément = **1** si élément **poutre**

2 si élément **barre**

NumSect = numéro de la section transversale constituant l'élément

NumNoeud 1 = numéro du 1^{er} noeud de l'élément en cours

NumNoeud 2 = numéro du 2^{ème} noeud de l'élément en cours

- Commande **coordonnée** (lecture des coordonnées nodales)

*(On introduit une ligne contenant **3** variables. Cette ligne est répétée **Npoint** fois)*

Num Noeud = numéro du noeud considéré

CoordX = abscisse du noeud considéré / repère global de la structure

CoordY = ordonnée du noeud considéré / repère global de la structure

- Commande **Section** (caractéristiques des différents types de sections)

*(Ce bloc de données est répété **Nsect** fois)*

Num Sect = numéro de la section considérée

Hsection = hauteur de la section considérée

Ntrapeze = nombre de trapèzes dans la section considérée

Nacier = nombre de lits d'acier dans la section considérée

b_inf = largeur de la base inférieure du trapèze considéré

b_sup = largeur de la base supérieure du trapèze considérée

Z_inf = ordonnée de la base inférieure / à l'axe de référence.

Z_sup = ordonnée de la base supérieure / à l'axe de référence.

Num Mat = numéro du matériau constituant le trapèze considéré

Z_acier = ordonnée du lit d'acier considéré / à l'axe de référence

Aire- acier = aire du lit d'acier considéré / à l'axe de référence

Num Mat- acier = numéro du lit d'acier considéré

- commande **condition _ limites** (lecture des conditions aux limites)
(On introduit une ligne contenant **5** variables. Cette ligne est répétée **Nvfix** fois)

NumNœud_fix = numéro du nœud ayant des C.L

Code_CL = code de la condition aux limites.

= **100** => déplacement longitudinal U imposé

= **010** => déplacement transversal V imposé

= **001** => rotation θ imposée

= **110** => déplacements U et V imposés (si U =V= 0 => appuis double)

= **111** => déplacements U, V et θ imposée (Si U =V= θ = 0 => encastrement)

Depl_fix_X = valeur du déplacement longitudinal imposé (0, s'il s'agit d'un appui)

Depl_fix_Y = valeur du déplacement transversal imposé (0, s'il s'agit d'un appui)

Rot_fix = valeur de rotation imposée (0 si la rotation est empêchée)

- Commande **matériau** (propriété des groupes de matériaux)
(On introduit une ligne contenant **2+Nprop** variables. Cette ligne est répétée **Nmat** fois)

Numat = numéro du matériau considéré

itype _ matériau (numat) : type du matériau

Si **itype _ matériau =1** → matériau élastique

Prop (1) = module d'élasticité longitudinale E

Prop (2) = coefficient de poisson ν

Prop (3) = 0.

.....

Prop (nprop) = 0.

Si **itype _ matériau =2** → matériau béton

Prop (1) = module d'élasticité longitudinale du béton à l'origine. E_{b0}

Prop (2) = coefficient de poisson ν_b

Prop (3) = Résistance à la compression du béton

Prop (4) = le pic des contraintes du béton

Prop (5) = déformation correspondant au pic des contraintes.

Prop (6) = déformation de rupture.

Prop (7) = contrainte du béton à la traction f_{bt}

Prop (8) = déformation correspondante à l'atteinte de la contrainte limite du béton en traction.

Prop (9) = coefficient **itbc** caractérisant la loi du béton comprimé.

Prop(10) = coefficient **itbt** caractérisant la loi du béton tendu.

Si **itype_matériau = 3** → matériau acier

Prop (1) = module d'élasticité longitudinale E_a

Prop (2) = coefficient de poisson ν_a

Prop (3) = limite d'élasticité f_{ae}

Prop (4) = contrainte ultime f_{au}

Prop (5) = déformation ultime ϵ_{au}

Prop (6) = 0.

.....

Prop (nprop) = 0.

- Commande **charges** (lecture des paramètres de chargement)

(On introduit une ligne contenant 2 variables.)

Indice-charge_Nodale : paramètre du chargement nodal

Si **Indice-charge_Nodale** = 0 → pas de chargement nodal à introduire

Indice – charge _repartie : paramètre du chargement repartie sur les éléments

Si **Indice-charge_ repartie** = 0 → pas de chargement repartie

- Commande **charges_ nodales** (lecture des charges nodales si **indice _charge_ nodale** ≠ 0)

Nbre_Charge_N = nombre de nœuds chargés (= nombre de forces nodales appliquées)

Num Nœud_charge = numéro du nœud chargé

Force-x = valeur de la charge nodale F_x selon l'axe x appliquée au nœud

Force-y = valeur de la charge nodale F_y selon l'axe x appliquée au nœud

Moment = valeur du moment M appliqué au nœud

*(Ces données sont répétées **Nbre_Charge_N** fois)*

- Commande **charge _repartie** (lecture des charges reparties si **indice _charge_repartie** ≠ 0)

Nbre_Charge_R = nombre d'éléments soumis à des charges réparties

Numel = numéro de l'élément chargé

Ncas = nombre de cas de chargements repartis (1 à 4)

Numcas = numéro du cas de chargement

Si **Numcas** = 1 → charge longitudinale uniformément répartie

= 2 → charge transversale uniformément répartie

= 3 → charge triangulaire croissant de gauche à droite

= 4 → charge triangulaire croissant de droite à gauche

Charge = valeur de la charge répartie (force par unité de longueur)
*(Ces données sont répétées **Nbre_Charge_R** fois)*

N.B : les charges réparties sont données dans le repère local de l'élément considéré.

- commande **incrément** (lecture des incréments de chargement)
*(On introduit une ligne contenant **4** variables. Cette ligne est répétée **Nincs** fois)*

Fact-charge = facteur de chargement pour le 1^{er} incrément

Tolérance = tolérance de convergence pour le 1^{er} incrément

Max-iteration = nombre maximal d'itération pour le 1^{er} incrément

Indice sortie = paramètre de sortie des résultants pour le 1^{er} incrément

Si **indice – sortie = 0** → sortie des résultats après convergence
 du 1^{er} incrément de chargement

Si **indice – sortie = 1** → sortie des résultats après la première itération
 du 1^{er} incrément

Si **indice – sortie = 2** → sortie des résultats après chaque itération
 du 1^{er} incrément

N.B :

Le bloc de lecture **incrément** est lu :

- une seule fois si Ntype_charge = 1 (chargement variable)
- deux fois si Ntype_charge = 2 (chargements fixe + variable)

B.5-Présentation du fichier résultats

==> **début_titre**

\$

\$ Titre et/ou description du problème

\$

fin_titre

==> **donnees globales:**

nombre total des points nodaux = ...

nombre total d elements = ...

nombre de types de sections = ...

nombre max de trapezes/section = ...

nre max de lits d aciers/section = ...
 nombre des noeuds ayant des CL = ...
 nombre de groupes de materiaux = ...
 nbre max de proprietes de materiaux = ...
 nombre de noeuds par élément = ...
 nbre d increments de chargement = ...
 type d algorithme de resolution = ...
 nombre de ddl/noeud = ...
 nbre de types chargements = ...

==> Connectivites nodales et types de sections:

element num_section numeros noeuds

==> Coordonnees nodales:

noeud abscisse ordonnee

==>nombre de types de sections : ...

type section nombre trapeze hauteur section

... ..
 n°trapeze b_inf b_sup zi_trapeze zs_trapeze n° materiau

n°trapeze b_inf b_sup zi_trapeze zs_trapeze n° materiau

zi_trapeze (... ..)= ...
 zs_trapeze (... ..)= ...
 z_acier(... ..)= ...
 z_acier (... ..)= ...
 zi_trapeze (... ..)= ...
 zs_trapeze (... ..)= ...
 z_acier (... ..)= ...
 z_acier (... ..)= ...

==> Conditions aux limites (CL):

noeud	code	valeurs fixees		
...
...

==> proprietes des groupes de materiaux:

groupe	module young	module tran	G	sigmay	H'
...
...

==> indice du chargement nodal = ...

==> indice du chargement reparti = ...

==> charges_nodales:

noeud	force Fx	force Fy	Moment
...
...

==> charges_reparties:

element	Nbre cas harges	Num charge	Valeur charge
...

=> increment

facteur de chargement : ...

tolerance de convergence : ...

nbre maximal d iterations : ...

parametre de sortie : ...

******* Resultats du calcul *********==> Deplacements nodaux:**

noeud	depl Ux	depl Uy	rotation teta

...

==> Reactions aux appuis:

noeud	React Rx	React Ry	Moment M

...