

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA  
RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

**UNIVERSITE MOULOU D MAMMARI DE TIZI-OUZOU**



**FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE  
DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE**

**Mémoire de Fin d'Etude de Master Académique**

**Option : Entraînements Electriques**

**Présenté par :**

**SIDI AHMED Katia**

**Thème**

**Méthode des circuits couplés basée sur le calcul des  
mutuelles appliquée aux dispositifs électromagnétique**

Mémoire soutenu publiquement le 29/09/2014 devant le jury composé de :

**Mr HOCINI Farid**

**Président**

**Mr MOHELLEBI Hassane**

**Promoteur**

**Mme BOUALI Ferroudja**

**Co-promotrice**

**Mr HAMEL Meziane**

**Examinateur**

**Mme YOUSFI Ghania**

**Examinatrice**

# *Remerciements*

# Remerciements

*Je tiens tout d'abord à remercier Dieu le tout puissant et miséricordieux, qui ma donné la force et la patience d'accomplir ce Modeste travail.*

*J'exprime mes profonds remerciements à mon promoteur Mr. MOHELLEBI Hassane, pour l'aide compétente qu'il m'a apporté, pour sa patience et son encouragement. Son œil critique m'a été très précieux pour structurer le travail et pour améliorer la qualité des différentes sections.*

*Mes remerciements les plus particuliers s'adressent à ma Co-promotrice Mme. BOUALI Ferroudja, Vous avez bien voulu me confier ce travail riche d'intérêt et me guider à chaque étape de sa réalisation.*

*Vous m'avez toujours réservé le meilleur accueil, malgré vos obligations professionnelles.*

*Vos encouragements inlassables, votre amabilité, votre gentillesse méritent toute admiration. Je saisis cette occasion pour vous exprimer ma profonde gratitude tout en vous témoignant mon respect.*

*mes vifs remerciements vont également aux membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à ma recherche en acceptant d'examiner mon travail Et de l'enrichir par leurs propositions.*

*Que tous les enseignants d'entrainements électriques qui ont contribué à ma formation reçoivent ma gratitude et en particulier Mr CHAIBI à qui je souhaite un bon rétablissement*

*Sans oublier d'exprimer mes remerciements à tous mes ami(e)s Chacun avec son nom et tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin.*

# *Dédicaces*

# Dédicaces

*Je dédie ce modeste travail à .....*

## *A la lumière de ma vie ma mère*

*Affable, honorable, aimable : Tu représentes pour moi le symbole de la bonté par excellence, la source de tendresse et l'exemple du dévouement qui n'a pas cessé de m'encourager et de prier pour moi.*

## *A mon très cher Père*

*Aucune dédicace ne saurait exprimer l'amour, l'estime et le respect que j'ai toujours pour toi.*

*Rien au monde ne vaut les efforts fournis jour et nuit pour mon éducation et mon bien être.*

## *Aux prunelles de mes yeux Idir et Hani*

*Les mots ne suffisent guère pour exprimer l'attachement, l'amour et l'affection que je porte pour vous.*

*Mes anges gardiens et mes fidèles compagnons dans les moments les plus délicats de cette vie mystérieuse.*

*Je vous souhaite un avenir plein de joie, de bonheur, de réussite et de sérénité.*

## *A ma grand mère maternelle Hadja ouardia*

*La grande dame qui a tant sacrifié pour nous.*

*A tous les membres de ma famille, petits et grands ; plus particulièrement « Rahim, Kouceila, Rayane et Amir »*

*Veillez trouver dans ce modeste travail l'expression de mon affection*

*A Rabah, Tes sacrifices, ton soutien moral et matériel, ta gentillesse sans égal, ton profond attachement m'ont permis de réussir mes études. Que dieu réunisse nos chemins pour un long commun serein et que ce travail soit témoignage de ma reconnaissance*

*A ma chère et dynamique copine Chahinez*

*Un remerciement particulier et sincère pour tous tes efforts fournis. Tu as toujours été présente.*

*En témoignage de l'amitié qui nous uni et des souvenirs de tous les moments que nous avons passé ensemble, je te dédie ce travail et je te souhaite une vie pleine de santé et de bonheur avec beaucoup de réussite*

*A mes chères ami (e)s*

*Kenoua, Talili, Sarah, Kahina, Fatiha, Samira, Tina, Safia, Djymi et toute la promotion entrainements électriques sans exception 2011/2014*

# *Sommaire*

# Sommaire

**Introduction générale**.....

## **Chapitre I : Description des techniques de CND par CF**

I.1 Introduction .....	3
I.2 Le CND par courant de Foucault .....	4
I.2.1 Principe physique .....	4
I.2.2 Objectifs des CND-CF .....	5
I.2.3 Avantages du CND par courant de Foucault .....	6
I.2.4 limites du CND par courant de Foucault .....	7
I.3 Schéma synoptique du dispositif .....	7
I.4 Modes d'excitation .....	7
I.4.1 Excitation mono fréquence .....	8
I.4.2 Excitation multi fréquence .....	8
I.4.3 Excitation pulsée .....	8
I.5 Gammes de fréquences .....	8
I.5.1 Gamme basse fréquence [1Hz :1kHz] .....	9
I.5.2 Gamme moyenne fréquence [1kHz :1MHz] .....	9
I.5.3 Gamme haute fréquence : >1MHz .....	9
I.6 Capteurs .....	9
I.6.1 Types de capteurs .....	10
I.6.1.1. Capteur axial encerclant ou bobine encerclante .....	10
I.6.1.2. Capteur axial interne ou sonde .....	11
I.6.1.3. Sonde ponctuelle .....	11
I.6.1.4. Bobine plate .....	11
I.6.1.5. Sonde interne tournante .....	12
I.7.Fonctions du capteur .....	12

# Sommaire

I.7.1 Capteur à double fonction .....	12
I.7.2 Les capteurs à fonctions séparées .....	13
I.8 Mode de contrôle .....	13
I.8.1 Mode absolu .....	14
I.8.2 Mode de contrôle compensé .....	14
I.8.3 Mode de contrôle différentiel .....	14
I.9. Matériau à inspecter .....	15
I.10 Epaisseur de peau .....	15
I.11 Les défauts.....	16
I.12. Eléments perturbateurs .....	18
I.13. Impédance normalisée .....	18
I.14 Conclusion .....	19

## **Chapitre II : description des phénomènes électromagnétique**

II.1 Introduction.....	21
II.2 Historique .....	21
II.3 Définition de quelques grandeurs électriques et magnétiques .....	21
II.3.1 Champ magnétique .....	21
II.3.2 Champ électrique .....	21
II.3.3 Permittivité électrique .....	22
II.3.4 La perméabilité magnétique .....	22
II.3.5 Densité de courant électrique .....	22
II.4 présentation de quelques théorèmes et lois importantes .....	23
II.4.1 Théorème de Gauss.....	23
II.4.2 Théorème d'Ampère.....	24

# Sommaire

II.4.3 Loi de Biot et Savart .....	24
II.4.4 La loi d'induction de Faraday .....	24
II.4.5 Loi de Lenz .....	25
II.5 Equations de Maxwell.....	25
-Forme différentielle .....	25
-Forme intégrale.....	26
II.6 Lois de comportement des milieux .....	26
II.6.1 Relations constitutives du milieu .....	27
- Pour un milieu magnétique .....	27
- Pour un milieu diélectrique .....	27
II.6.2 Loi d'Ohm .....	27
II.6.3 Equation de continuité .....	28
II.6.4 Relations de passage .....	28
II.7 les équations électromagnétiques .....	29
II.7.1 Hypothèses simplificatrices .....	29
II.7.2 courant de Foucault .....	30
II.7.3 Effet de peau .....	30
II.7.4 Equations de diffusion électromagnétique .....	31
- Equation de Maxwell.....	31
- Relations du milieu .....	32
- Loi d'ohm .....	32
II.7.4.1 Equation électrostatique .....	32
- Formulation en terme potentiel scalaire magnétique .....	32
II.7.4.2 Equation magnétostatique .....	33
- Formulation en terme potentiel scalaire magnétique.....	33

# Sommaire

II.7.4.3 Equation magnétodynamique .....	34
- Formulation en terme de potentiel vecteur magnétique A .....	34
II.8 Conclusion .....	37

## Chapitre III : Méthode des circuits couplés

III.1 Introduction.....	38
III.2 La méthode des circuits couplés .....	38
III.2.1 capteur différentiel à double fonctions .....	39
III.3 méthode utilisant le calcul du potentiel vecteur magnétique .....	41
III.3.1 principe de la méthode.....	41
III.3.2 Equations de base .....	41
- Equation de la spire élémentaire .....	43
III.4 Méthodes basée sur le calcul des selfs et mutuelles inductances .....	45
III-5 Détermination de l'inductance mutuelle de deux spires circulaires coaxiales .....	48
III.6 inductance propre .....	51
- inductance propre d'une spire circulaire de fil mince .....	51
III.7 calcul de la résistance .....	52
III.8 Conclusion.....	53

## Chapitre IV Applications et Validation

IV.1 Introduction.....	54
IV.2Caractéristiques géométriques et physiques du système.....	54
IV.3 Applications 1 .....	54
IV.3.1 Organigramme de calcul .....	55
IV.3.2 Modèle géométrie Discrétisé .....	56

# Sommaire

IV.3.3 Application à un défaut interne .....	56
IV.3.4 Application à un défaut externe .....	60
IV.3.5 Application d'un défaut en profondeur .....	62
IV.3.6 confrontation de la variation d'impédance aux différents défauts .....	63
IV.4 Application 2.....	64
Conclusion générale .....	66

# *Introduction générale*

# Introduction générale

## Introduction générale

Les anciennes méthodes de mesure et de détection des défauts sont basées sur un prélèvement statistique ou la mise d'un échantillon sous des essais destructifs. Les techniques modernes permettent l'extraction des informations dans une structure sans porter atteinte à son intégrité. On les appelle Contrôle Non Destructif « CND ». Les techniques utilisées sont diverses. Elles dépendent des caractéristiques du matériau constituant la pièce, de la détection envisagée et de la nature de la mesure [1].

L'augmentation de la productivité, la fabrication des produits de qualité et la méfiance de l'insécurité sont des préoccupations de tous. Ces préoccupations associées à la complexité croissante des pièces à contrôler obligent les techniques de CND à évoluer. Cette évolution est faite et elle se poursuit grâce au développement des moyens électroniques et informatiques. Les systèmes électromagnétiques n'échappent pas à cette évolution, parmi eux, nous nous intéressons au contrôle non destructif par courant de Foucault « CND-CF ». Dans ces dispositifs, l'élément principal est le capteur. Ce dernier est une bobine ou un ensemble de bobines situées à proximité du produit à identifier ou à contrôler. La grandeur électromagnétique essentiellement exploitée est l'impédance mesurée aux bornes du capteur.

Plusieurs modèles et méthodes de résolution ont été développés pour ces objectifs. La résolution du modèle fait appel aux méthodes analytiques et numériques. Les méthodes analytiques présentent des temps de calcul relativement courts mais utilisent des restrictions géométriques et électromagnétiques qui influencent la réalité des résultats. Les méthodes numériques traitent des configurations sans aucune restriction dimensionnelle et phénoménologique mais présentent des temps de calcul exorbitants et n'explicitent pas les grandeurs physiques pour favoriser l'inversion

Dans ce contexte, après une recherche bibliographique sur le sujet, nous proposons l'étude de capteurs à courant de Foucault en utilisant une méthode semi analytique basée sur le calcul des mutuelles inductances, exploitée pour la détection et la caractérisation de défaut [2].

Pour bien mener notre travail, nous avons suivi le cheminement suivant :

# Introduction générale

Nous avons entamé ce travail par une étude bibliographique qui constitue une brève présentation des méthodes de CND en se basant sur la technique de contrôle non destructif par courant de Foucault.

Le deuxième chapitre traitera brièvement les équations électromagnétiques de base qui décrivent la création et le comportement des courants de Foucault. Il est consacré à un rappel de la simplification de ces équations aux configurations géométriques imposées et aux matériaux conducteurs linéaires.

La méthode semi analytique à laquelle nous avons fait appel pour modéliser notre dispositif est la méthode des circuits couplés, cette dernière fera l'objet du troisième chapitre, où nous présenterons son principe ainsi que les différentes méthodes proposées pour le calcul des différents paramètres électriques.

Dans le quatrième chapitre, nous décrivons un code de calcul implémenté sous environnement MATLAB, exploité pour la détection et la caractérisation de défauts de la pièce conductrice à contrôler.

Nous terminons par une conclusion générale

# *Chapitre I*

*Description des techniques de CND  
par CF*

## I.1 Introduction

Le contrôle non destructif alors a pour objectif. Comme son nom l'indique. De contrôler l'état des pièces industrielles sans pour autant que les examens correspondants ne puissent nuire à leur utilisation future. Celui-ci correspond à la détection et la caractérisation des différents défauts et imperfections qui menacent la sécurité de fonctionnement des systèmes soumis à des contraintes mécaniques, thermiques ou chimiques. Aujourd'hui. On assiste à une demande très importante et généralisée, émanant de tous les secteurs industriels comme l'industrie automobile, aéronautique, pétrolière, navale et nucléaire. La qualité est devenue une nécessité vitale pour les entreprises confrontées à la concurrence internationale et à une clientèle exigeante. Cette étape du processus industriel est destinée à garantir la sécurité d'utilisation des pièces contrôlées. Elle joue un rôle économique non négligeable, dans le sens Ou elle permet une gestion optimisée de la maintenance [1] [4].

Le CND constitue un secteur spécifique d'activité scientifique et industrielle possédant ses propres structures professionnelles qui regroupent des industriels fabricants et des organismes d'étude et de recherche. Vu l'étendu du champ d'application du CND, de nombreuses techniques ont été développées et étudiées pour l'inspection et la détection des défauts pour différentes applications industrielles [3].

Cette procédure de contrôle se produit souvent soit en cours de fabrication, ou au cours de la vie d'une pièce et doit satisfaire au mieux les critères suivants [5]:

- La rapidité d'exécution : il faut que le contrôle soit rapide pour qu'il ne soit pas trop pénalisant à la fois en termes d'immobilisation physique de chaque pièce, mais aussi au niveau des coûts du travail de la main d'œuvre ou des frais de fonctionnement de l'usine.
- La fiabilité : le contrôle doit remplir son cahier des charges, comme détecter tous les défauts qu'il est censé être capable de détecter.
- La reproductibilité : la mesure ne doit pas souffrir des circonstances extérieures : une même pièce contrôlée plusieurs fois doit toujours donner le même résultat.

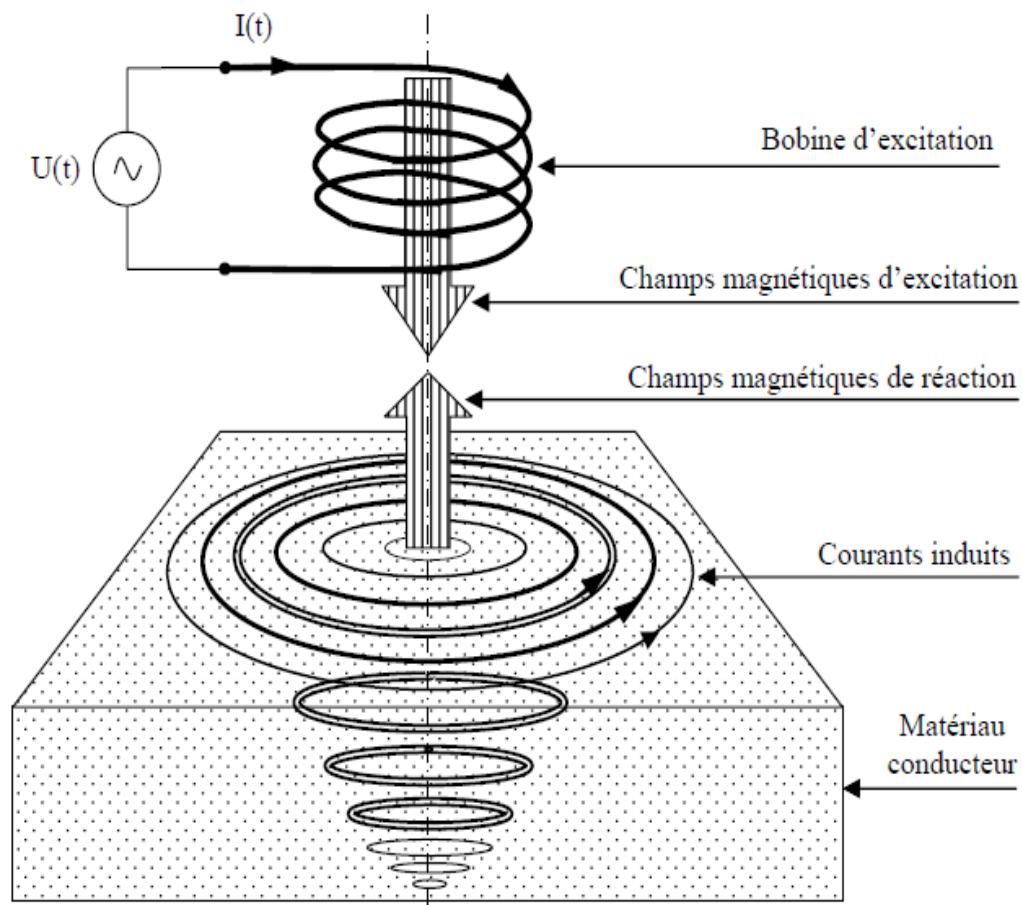
- La sensibilité : c'est le rapport entre la variation de la mesure et la variation que l'on veut mesurer. Plus la sensibilité est grande, plus les petites variations de la grandeur mesurée sont détectables, comme par exemple les défauts de faibles dimensions.
- Le cout : le contrôle qualité représente sur les pièces complexes un cout non négligeable qui doit être minimisé dans la mesure du possible.
- La résolution : la résolution est la plus petite variation de signal pouvant être détectée, par exemple la dimension du plus petit défaut. Le pouvoir de résolution est fort si cette dimension est petite.

## **I.2 Le CND par courant de Foucault**

### **I.2.1 Principe physique**

Le CND par courants de Foucault n'est applicable que sur les pièces réalisées, du point de vue électrique, en matériaux conducteurs. L'élément essentiel est le capteur. Celui-ci est une bobine ou formé d'un ensemble de bobines. Ces dernières sont parcourues par un courant d'excitation variable dans le temps. Le capteur génère un champ magnétique d'excitation variable qui dépend de la géométrie et des caractéristiques électromagnétiques de son entourage. Si un matériau conducteur d'électricité baigne dans ce champ, il sera le siège des courants de Foucault (loi de Maxwell faraday et loi d'Ohm) (Figure II.1) [1].

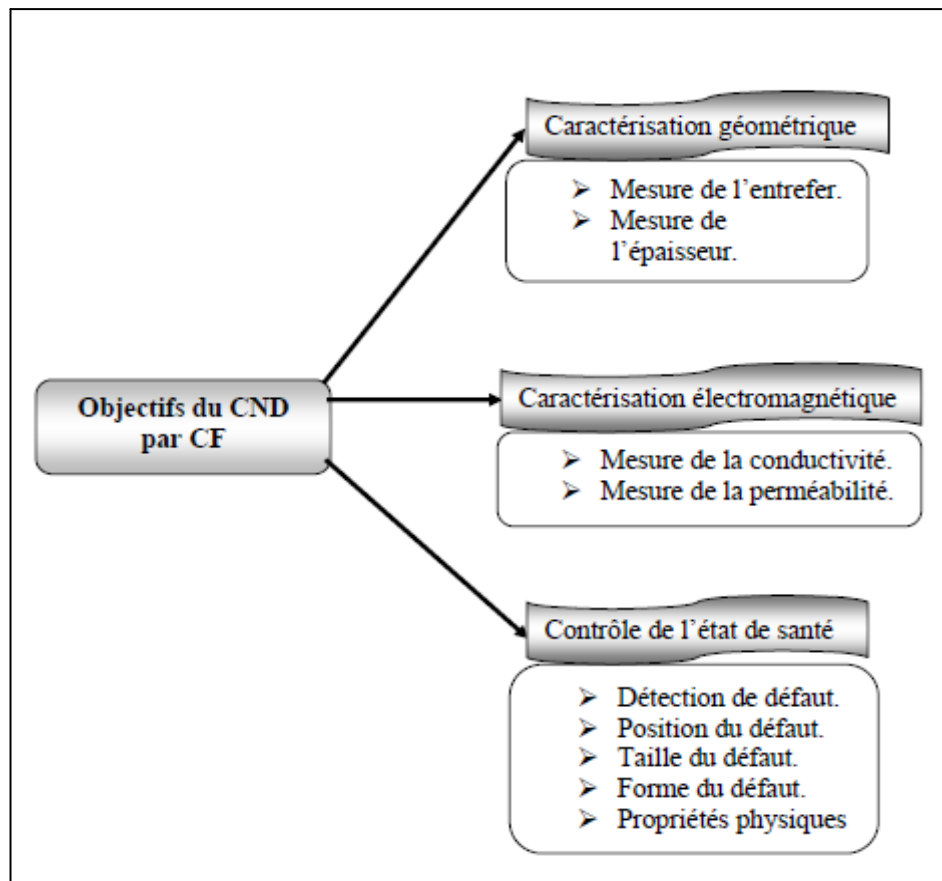
Ces courants induits créent à leur tour un champ magnétique de réaction négative. Le champ résultant donnera l'image de la répartition et de la valeur de ces courants. La mesure de ce champ ou des courants induits n'est pas directement accessible à l'expérience. On passe par la mesure d'une grandeur dérivée : l'impédance aux bornes du capteur. Cette grandeur est caractérisée par deux quantités : sa réactance et sa résistance. Les différents paramètres qui modifient cette impédance lorsque la bobine est placée au voisinage du matériau à contrôler sont la conductivité, la perméabilité et la géométrie de ce matériau, suivant ces caractéristiques et les fréquences utilisées, les variations des champs créées par ces courants permettent d'examiner le matériau en surface ou en profondeur [6].



**Figure I.1 :** Schéma de principe du contrôle non destructif par courant de Foucault.

### I.2.2 Objectifs des CND-CF

Un capteur à courants de Foucault peut accomplir diverses tâches. Du fait que l'impédance du système Capteur/Pièce est en fonction des différentes caractéristiques électromagnétiques et géométriques. Parfois utilisé pour la caractérisation géométrique et électromagnétique, d'autre fois pour le contrôle de l'état de santé en cherchant et caractérisant les défauts. La figure (II.2) illustre les différentes fonctions d'un capteur CF [1].



**Figure I.2 :** Nature du CND par CF

### I.2.3 Avantages du CND par courant de Foucault

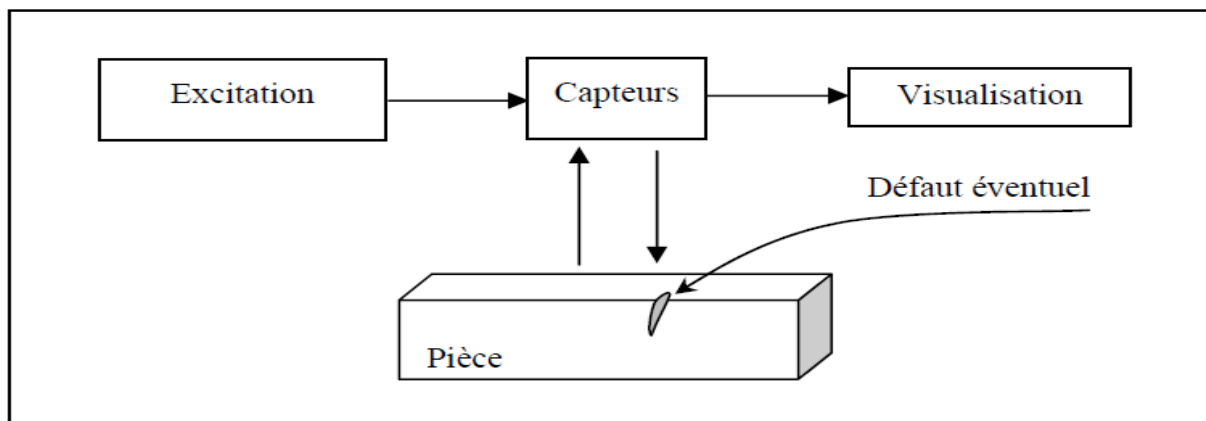
- Permet la détection des défauts débouchant ou faiblement enfouis (quelques millimètres) dans tout matériau conducteur.
- Ne nécessite pas l'utilisation de produits couplant. Ceci en facilite par conséquent l'utilisation. De même, aucune nuisance ou pollution n'est engendrée ni pour l'utilisateur ni pour l'environnement, contrairement, par exemple au ressuage, largement utilisé, qui nécessite l'application de produits chimiques nocifs.
- Transportabilité : le CND par courant de Foucault ne nécessite pas de dispositif encombrant, et peut donc être effectué à des endroits difficilement accessibles moyennant un équipement portable. De même les contrôles à température élevées sont possibles [7].

### I.2.4 limites du CND par courant de Foucault

- il ne s'applique qu'à des matériaux électriquement conducteurs.
- Il n'est pas adapté pour détecter des défauts à forte profondeur.
- L'interprétation des signaux est souvent complexe [7].

### I.3 Schéma synoptique du dispositif

La chaîne de contrôle non destructif par courant de Foucault comprend essentiellement un générateur alimentant le capteur, le capteur lui-même, le produit à contrôler dont éventuellement la présence de défauts et enfin le système d'observation qui visualise une grandeur dérivée des courants de Foucault. Les paragraphes suivants décrivent chaque élément de cette installation [1].



**Figure I.3 :** Schéma synoptique de la chaîne de contrôle

### I.4 Modes d'excitation

Dans tout système de contrôle non destructif par courant de Foucault, au moins une bobine doit être alimentée pour pouvoir produire un champ magnétique et exciter la cible que l'on souhaite examiner. On distingue principalement trois types d'excitation

#### I.4.1 Excitation mono fréquence :

Le courant d'excitation est une onde sinusoïdale de fréquence fixe qui peut-être fournie par un générateur ayant une ou quelques fréquences fixes commutables. Le choix de la fréquence dépend essentiellement de l'application visée et de la sensibilité aux paramètres

recherchés. La fréquence intervient sur la profondeur de pénétration et sur la séparation en phase des réponses de divers défauts.

Il n'y a pas cependant des critères simples et uniques de choix de la fréquence. Pratiquement, le choix de la fréquence de sondage doit se faire après des essais sur échantillons de façon à mettre en évidence les paramètres perturbateurs. Ce mode d'excitation est limité en utilisation car il ne délivre pas une caractérisation fine des contrôles et il n'élimine pas l'influence de l'ensemble des paramètres perturbateurs [4].

#### **I.4.2 Excitation multi fréquence**

En mono-fréquence, on dispose de deux informations qui ne permettent pas toujours de caractériser un défaut, ou d'éliminer l'influence de grandeurs perturbatrices (comme les entretoises dans les tubes de générateur de vapeur). L'utilisation de  $n$  fréquences permet  $2n$  informations et peut permettre l'élimination de  $2n-1$  perturbations. La technique de mesure peut être réalisée en fréquences séquentielles ou en fréquences simultanées. La mesure en séquence excite le capteur par mono fréquence successive. La mesure en fréquence simultanées consiste à injecter au capteur simultanément plusieurs signaux de fréquences différentes [8].

#### **I.4.3 Excitation pulsée**

C'est une extension de la méthode multifréquences. L'utilisation d'une "impulsion" (signal à durée finie) permet d'avoir une excitation à large bande spectrale. L'analyse se fait alors soit de manière temporelle, soit de manière fréquentielle. La variation du contenu spectral de l'impulsion est obtenue en agissant sur la forme et la durée de l'impulsion. On utilise essentiellement des signaux rectangulaires, en forme de trapèze, de demi-sinusoïde, des impulsions de courtes durées.

### **I.5 Gammes de fréquences**

#### **I.5.1 Gamme basse fréquence [1Hz :1kHz]**

Les courants de Foucault à basse fréquence permettent de déterminer l'état global d'une pièce en la mettant au centre de la bobine. Cette technique convient pour le contrôle de produits de forte épaisseur ou le contrôle de qualité (tri de matériaux selon leur nuance à cœur) et les défauts volumiques et profonds [8]. Elle est utilisée préférentiellement pour les produits ferromagnétiques en raison des problèmes liés à la profondeur de pénétration. C'est une technique très répandue dans l'industrie. Elle est relativement simple à mettre en œuvre, très peu coûteuses, très sensibles aux manques de matières et une résolution spatiale réduite.

Néanmoins, si la fréquence est trop basse, l'amplitude des courants de Foucault sera faible et la mesure ne sera pas précise à cause du bruit [9].

### **I.5.2 Gamme moyenne fréquence [1kHz :1MHz]**

C'est le domaine le plus employé en mesure de faibles épaisseurs, telles que les plaques ou barres Co-filées. Ce domaine fréquentiel couvre également le contrôle de santé (détection hétérogénéité du type fissures débouchantes, inclusions, occlusion, ...) ainsi que le contrôle de caractéristiques métallurgiques (traitements superficiels, conductivité, ...).

### **I.5.3 Gamme haute fréquence : >1MHz**

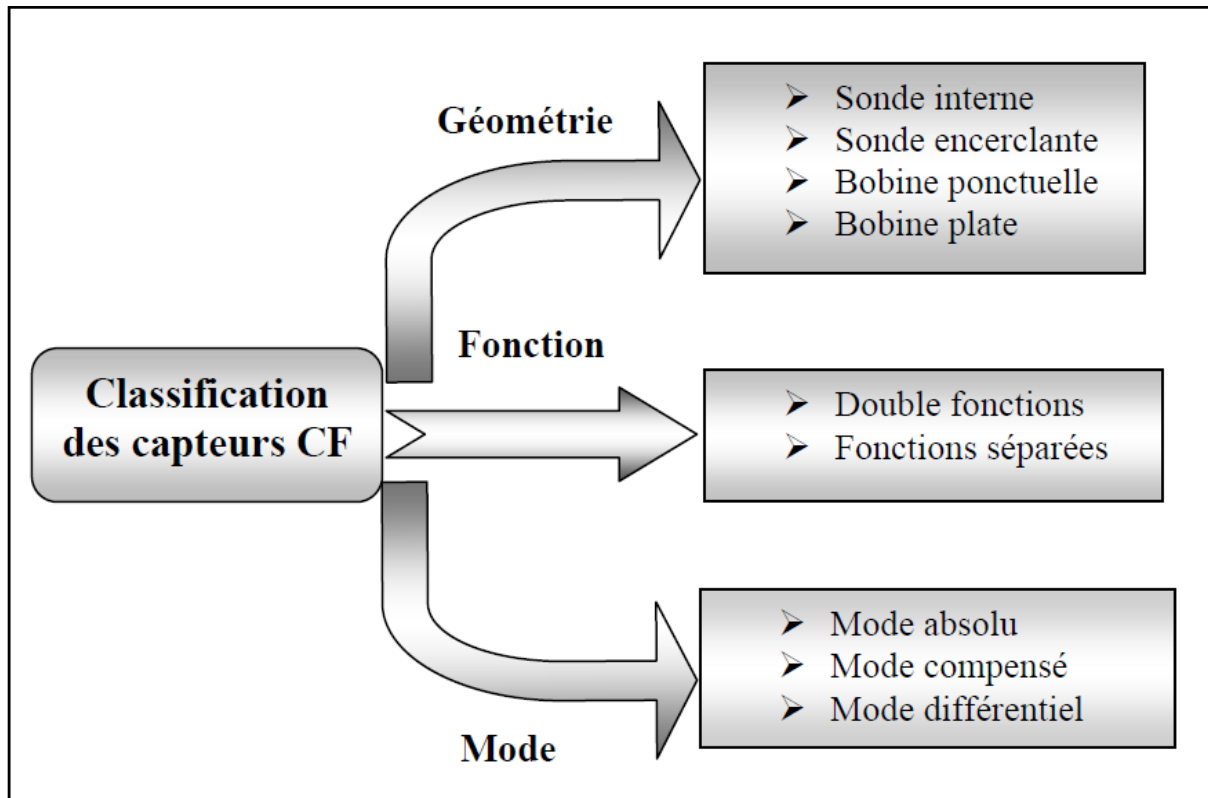
Les fréquences supérieures à 1MHz sont très peu utilisées. Elles peuvent engendrer des capacités parasites entre les spires du capteur et entre le capteur et le matériau. Son utilisation se limite essentiellement à des mesures d'entrefer [4], la détection de micro fissure de surface et la modélisation de micro bobine utilisées dans le domaine de la télécommunication et de la résonance magnétique nucléaire [9].

L'information extraite du matériau à travers les courants de Foucault dépend alors du mode d'excitation en fréquence. On distingue trois modes d'excitation :

- Excitation mono fréquence
- Excitation multi fréquence
- Excitation pulsée

## **I.6 Capteurs**

Le capteur est une bobine ou un ensemble de bobines. Il sert à générer les courants de Foucault ainsi qu'à capter leurs effets. La grandeur mesurée est l'impédance ou une différence de potentiel représentant l'image des courants de Foucault. La forme du capteur, sa position relative au matériau, sa fonction et sa conception varient en fonction de son utilisation. La figure (II.4) résume les trois critères déjà cités.



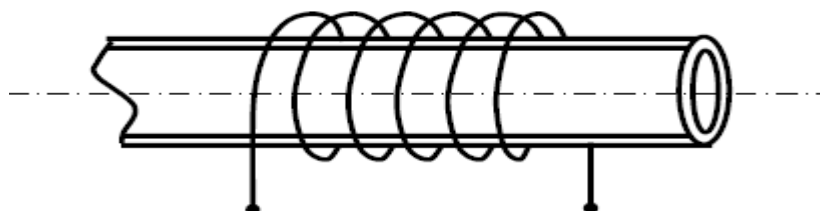
**Figure I.4:** Critères de classification des capteurs

### I.6.1 Types de capteurs

Selon la forme géométrique, on distingue cinq principales configurations

#### I.6.1.1. Capteur axial encerclant ou bobine encerclante

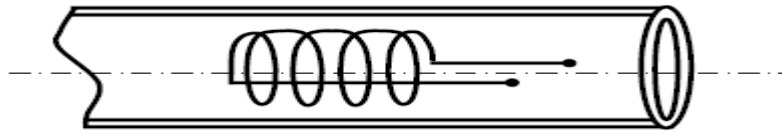
Ce sont des capteurs dont les enroulements de mesure entourent le produit à examiner [1]. Ils sont destinés au contrôle des produits longs ou des pièces au défilé (Tubes, barres,...). Ils sont les plus répandus dans le domaine industriel [3].



**Figure I.5 :** Bobine encerclante

### I.6.1.2. Capteur axial interne ou sonde

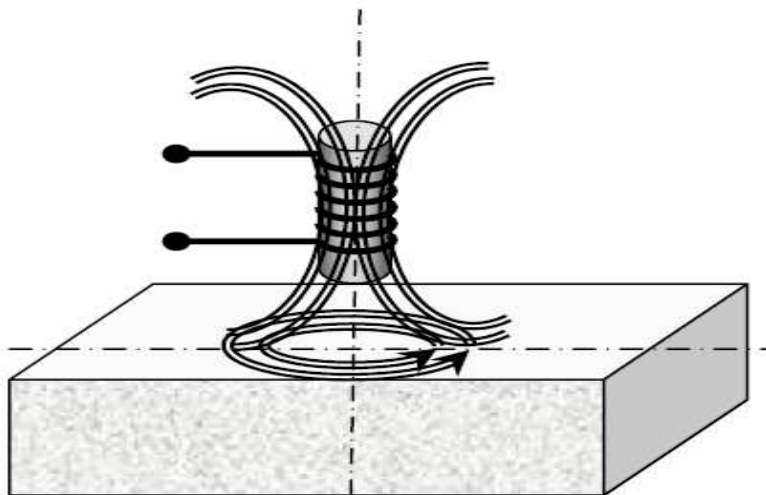
C'est un capteur qui est destiné à l'examen d'un produit creux par l'intérieur, dont les enroulements de mesure entourent l'axe de translation. Ils opèrent soit avec ou sans noyau.



**Figure I.6 :** Bobine interne glissante

### I.6.1.3. Sonde ponctuelle

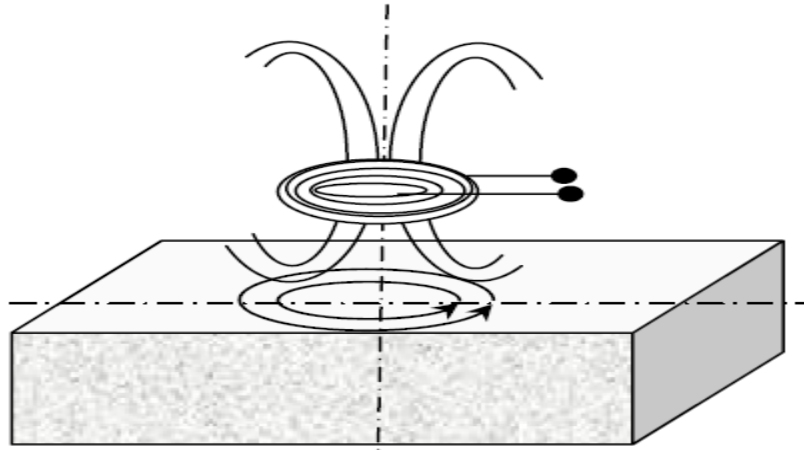
Elle est utilisée pour l'inspection des objets à des endroits précis. L'axe du capteur est perpendiculaire à la surface de la pièce. En effet, ce palpeur permet de faire un contrôle local des pièces même celles dont la géométrie est complexe



**Figure I.7 :** Bobine simple avec noyau.

### I.6.1.4. Bobine plate

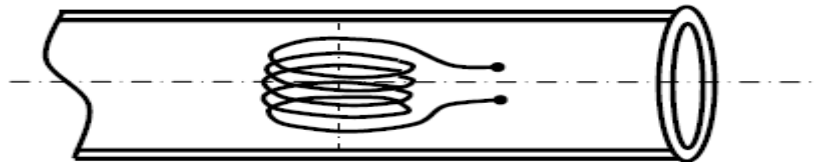
De la même manière que la bobine ponctuelle, ce capteur opère sur les surfaces des pièces. Vue sa géométrie, sa zone d'action est plus large.



**Figure I.8 :** Bobine plate

#### **I.6.1.5. Sonde interne tournante**

Dans ce cas, le capteur tourne autour de l'axe de translation. Il en résulte alors un champ magnétique perpendiculaire à l'axe du tube. Ce capteur permet de localiser le défaut avec précision sur la surface interne du tube



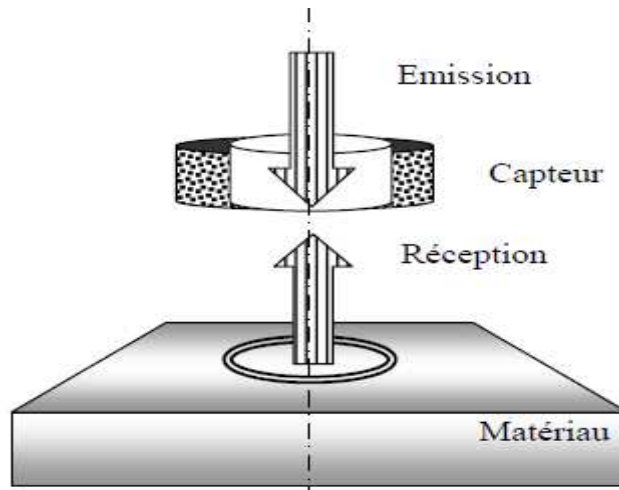
**Figure I.9 :** Capteur interne tournant

### **I.7.Fonctions du capteur**

En principe tous les capteurs assurent deux fonctions : La fonction d'alimentation et de mesure. Si ces dernières sont assurées par un seul enroulement, on parle de capteur à double fonction, si non il s'agit d'un capteur à fonctions séparées.

#### **I.7.1 Capteur à double fonction**

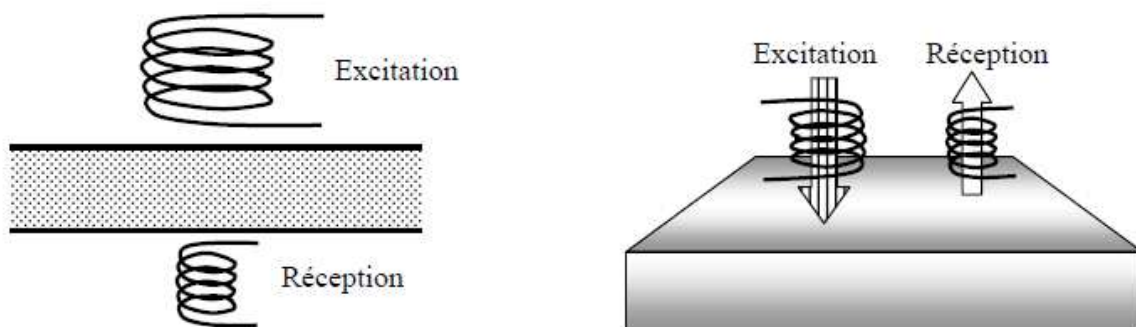
Ce capteur assure les deux fonctions d'excitation et de réception. L'extraction de l'information se fait par la mesure de l'impédance équivalente ou de la variation de l'impédance. Cette dernière est due à la présence du matériau au voisinage du capteur ou à la présence d'une anomalie dans se matériaux.



**Figure I.10** : Capteur à double fonction

### I.7.2 Les capteurs à fonctions séparées

Ces capteurs possèdent un enroulement dédié à l'excitation et un autre à la mesure. Cette conception est souvent utilisée pour la détection de défaut de grande taille ou profond.



**a.** Mesure par transmission

**b.** Mesure par réaction

**Figure I.11** : Capteur à fonction séparée.

### I.8 Mode de contrôle

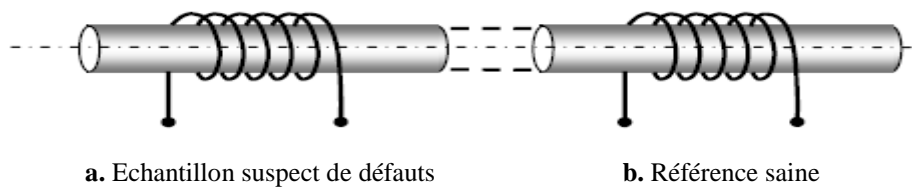
En fonction de l'intensité du champ, qui dépend des caractéristiques électromagnétiques de la pièce à identifier ou à contrôler et des perturbations éventuelles, on distingue donc :

### I.8.1 Mode absolu

La méthode absolue utilise un capteur à double fonction. La mesure se fait par la comparaison du signal reçu à une **référence artificielle**. Ce mode permet d'accéder aux grandeurs utiles ainsi qu'aux grandeurs perturbatrices (par exemple la température qui fait varier la perméabilité magnétique et la conductivité électrique du matériau à tester).

### I.8.2 Mode de contrôle compensé

Pour s'affranchir des grandeurs perturbatrices, on réalise le mode absolu compensé. Dans ce mode de contrôle on utilise deux bobines.

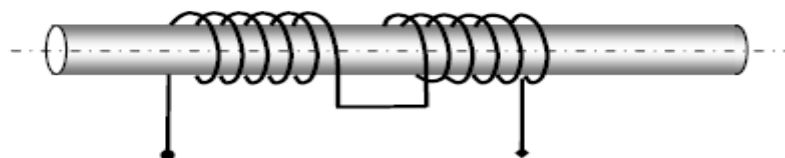


**Figure I.12 :** Mesure absolue compensée

L'une est positionnée à proximité d'une surface d'une pièce à contrôler et l'autre à proximité d'une autre surface saine du même matériau, comme le montre la figure I.12. La première capte les grandeurs utiles et perturbatrices alors que l'autre ne capte que les signaux perturbateurs. Une mesure comparative permet d'extraire seulement les signaux utiles.

### I.8.3 Mode de contrôle différentiel

Cette technique utilise deux capteurs absolus écartés, montés en tête-bêche parcourus par le même courant mais de signe opposé comme le montre la figure I.13. La mesure différentielle est équivalente à la comparaison permanente de deux mesures effectuées simultanément en deux emplacements voisins. Dans le cas de pièce saine, l'impédance du capteur différentiel est nulle. La réponse est sensible seulement aux variations brusques de la géométrie de la pièce à contrôler.



**Figure I.13 :** Mesure différentielle

### I.9. Matériau à inspecter

Au cours des ans, la technologie des capteurs et le traitement des données ont continuellement progressé et aujourd'hui la technique par courants de Foucault est reconnue comme étant rapide, simple et précise. C'est la raison pour laquelle elle est utilisée largement dans les industries de production et d'utilisation de produits métalliques pour la détection en surface ou en volume et la caractérisation physique des matériaux comme l'aluminium, l'acier inoxydable, le cuivre, le titane, le laiton, l'Inconel et même l'acier au carbone, le matériau à inspecter étant le siège des courants de Foucault [1].

### I.10 Epaisseur de peau

Les courants de Foucault sont très sensibles à différents paramètres géométriques (la présence de défauts, la distance entre la bobine et la pièce, l'épaisseur de la pièce), électromagnétiques (la conductivité, la perméabilité) et thermiques. Le paramètre perturbateur est la température car elle modifie localement ou totalement la perméabilité ou la conductivité du matériau et donc l'impédance de la bobine réceptrice.

L'intensité des courants de Foucault dans une cible constituée d'un matériau conducteur caractérisé par une conductivité électrique  $\sigma$  [S/m] et une perméabilité magnétique  $\mu$  [H/m], diminue avec la profondeur. Cet effet est décrit par la profondeur de pénétration conventionnelle  $\delta$ [m]. L'épaisseur de peau est définie par la relation suivante [10] :

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\sigma f \mu \pi}} \quad (\text{I.1})$$

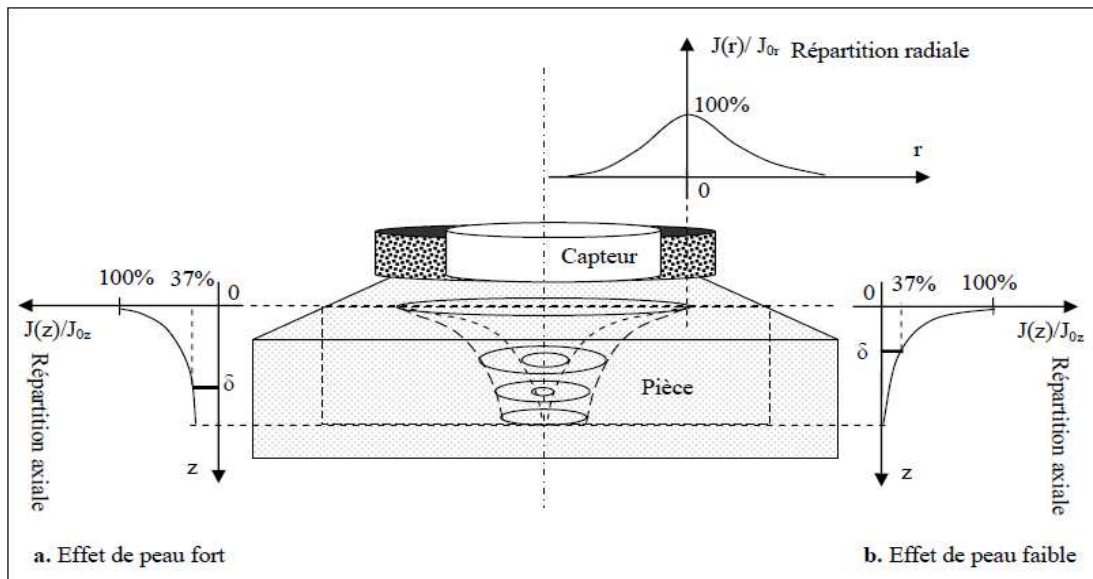
Si on considère un conducteur plan semi-infini excité par une nappe de courants extérieure au conducteur et parallèle au plan, on trouve pour le courant à l'intérieur du conducteur l'expression suivante [11] :

$$j(z) = j_0 e^{-z/\delta} \quad (\text{I.2})$$

$j_0$  : Le module de la densité de courant à la surface de la pièce [A/m<sup>2</sup>]

$Z$  : la profondeur considérée à l'intérieur de la pièce [m]

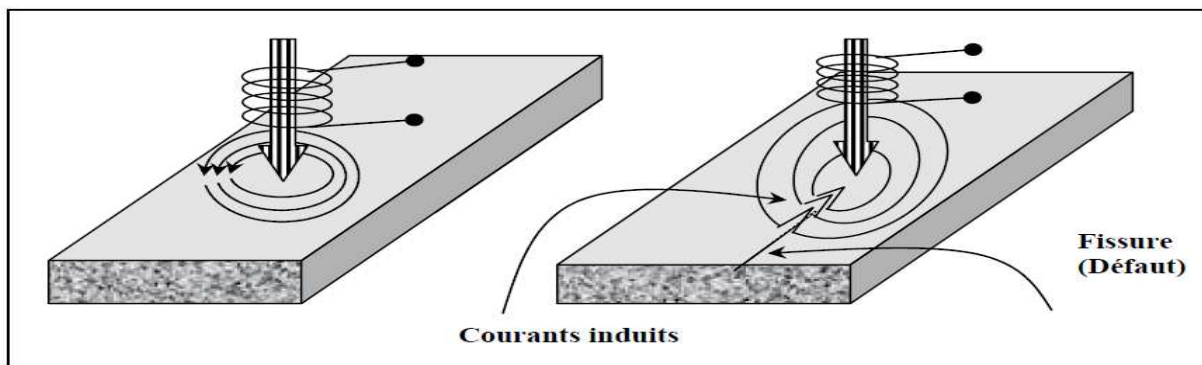
Nous pouvons constater que la densité de courant décroît de manière exponentielle dans la pièce, comme montré dans la figure suivante :



**Figure I.14:** répartition des courants de Foucault d’une pièce

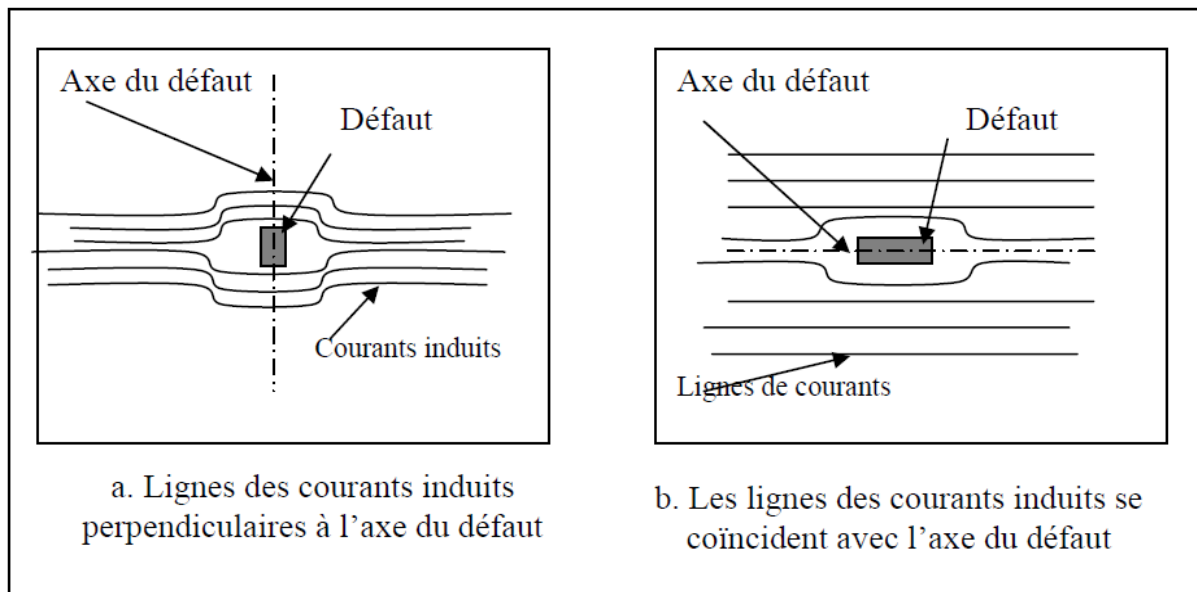
**I.11 Les défauts**

Lorsqu’une pièce conductrice est plongée dans un champ magnétique variable, des courants induits vont apparaître avec une répartition telle qu’ils créent un champ magnétique opposant à la variation du champ d’excitation. L’intensité et le chemin des courants peuvent être modifiés par la présence d’un défaut (figure I.15). Cette modification engendrera la même variation d’impédance que provoquera une variation de conductivité [11].



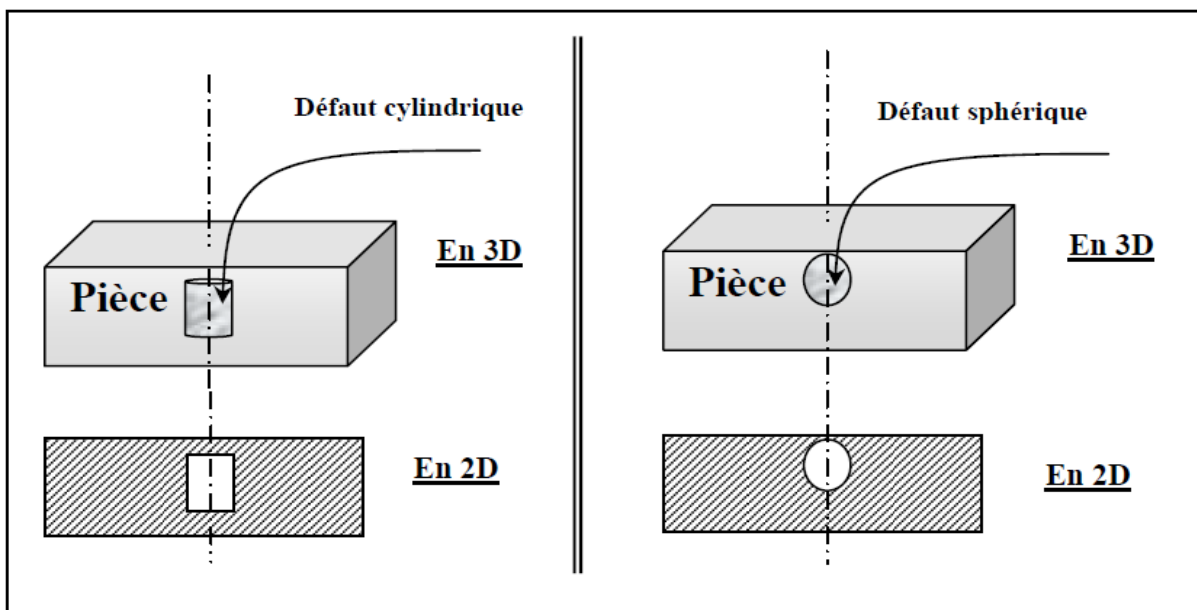
**Figure I.15 :** Influence du défaut sur la répartition des courants induits

Un défaut de forme donnée peut avoir un effet selon sa direction (figure I.16). Dans la figure (I.16.a). La perturbation des lignes est importante, par contre légère si l’axe du défaut se coïncide avec celui du défaut (fig. I.16.b).



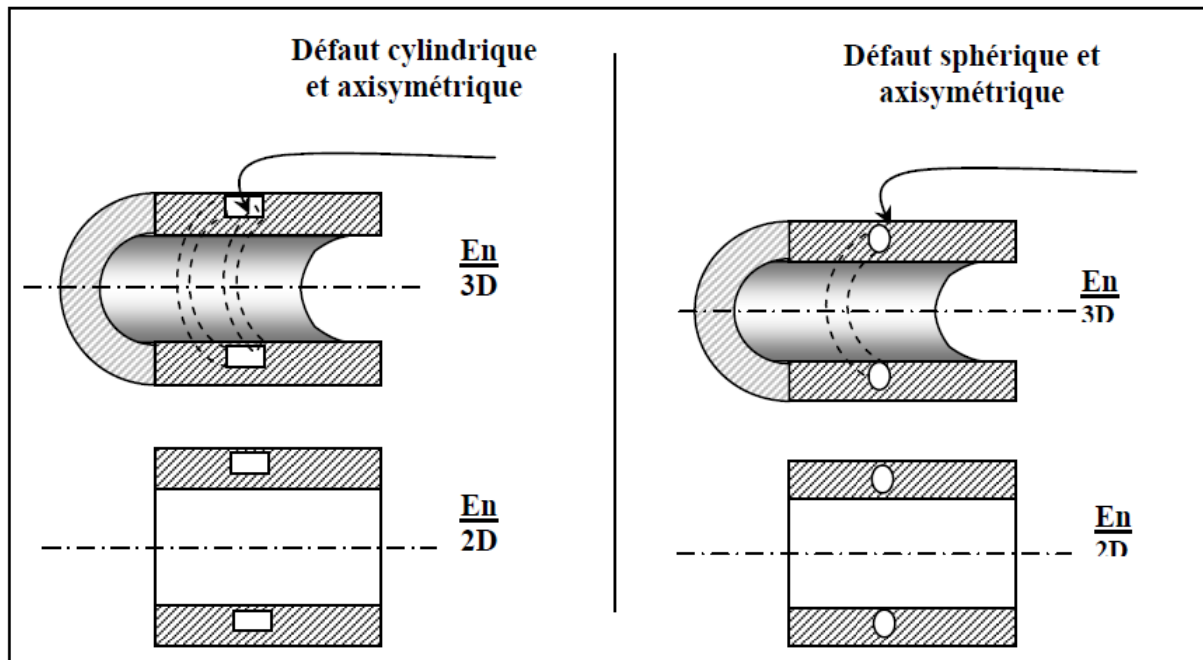
**Figure I.16 :** Influence de la position du défaut

La figure (II.17) présente les défauts axisymétriques dans les configurations de type pancake.



**Figure I.17 :** Plaque présentant un défaut cylindrique et sphérique

La figure (I.18) représente une pièce cylindrique dont le défaut est axisymétrique. Ce dernier peut être détecté par un capteur différentiel (fixe ou en déplacement) ou par un capteur absolu.



**Figure I.18 :** Pièce cylindrique avec un défaut cylindrique et sphérique

### I.12. Eléments perturbateurs

Dans le domaine de contrôle et d'évaluation non destructifs par courant de Foucault, la température est le seul élément purement perturbateur. La perméabilité magnétique et la conductivité électrique du matériau varient avec la température. Toute variation thermique devient très gênante pour les appareils qui assurent une mesure absolue tels que ceux destinés à des mesures d'épaisseur ou de détection d'anomalies.

La température peut également varier en raison du courant d'excitation (effet joules) ou de l'environnement (différence de température entre la référence et les pièces à mesurer). Pour neutraliser cette perturbation, on utilise généralement des bobines de compensation, les thermistances ou les thermocouples. Cependant, cette compensation ne présente de l'intérêt que dans la mesure absolue [1].

### I.13. Impédance normalisée

Un capteur inductif est caractérisé par deux grandeurs :

- La composante résistive de l'impédance qui englobe les pertes par courants de Foucault dues à la pénétration du champ dans la cible et les pertes internes du bobinage d'excitation.

- La composante réactive qui représente le phénomène inductif. Elle est liée à la topologie des lignes de champ magnétique global.

Pour ne conserver dans l'expression de l'impédance que les variations inductives, on introduit traditionnellement la notion d'impédance normalisée [12]. Cette impédance  $Z_n$  se déduit de  $Z$  par :

$$\begin{cases} Z_n = R_n + jX_n \\ Z_n = \frac{Z - R_0}{X_0} \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_n = \frac{R - R_0}{X_0} \\ Z_n = \frac{X}{X_0} \end{cases}$$

Où :  $Z_0 = R_0 + jX_0$  est l'impédance à vide du capteur (impédance sans cible).

Et  $Z = R + jX$  est l'impédance du capteur en charge (impédance avec cible).

En procédant à cette normalisation, la mesure devient indépendante des caractéristiques propres de la bobine. Mais, elle est fonction des paramètres de la cible à savoir sa géométrie, sa conductivité électrique, sa perméabilité magnétique et la distance capteur/cible (lit-off). L'étude des variations de  $Z_n$  s'effectue dans le plan d'impédance normalisé en traçant  $X_n$  en fonction de  $R_n$ . La variation de l'un de ces paramètres (lit-off,  $\sigma$ ,  $\mu$ ) engendrera le déplacement du point représentative sur le diagramme d'impédance normalisé.

Il est à noter que, la présence d'une anomalie (défaut) dans la cible induit une modification de l'un ou de plusieurs des trois paramètres physiques et géométriques [13].

#### I.14 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les différentes méthodes de contrôle non destructives en générale et plus particulièrement le contrôle par courant de Foucault.

Les capteurs à courants de Foucault sont souvent classés selon leurs géométries, fonctions et leurs modes de contrôle. En principe, cette technique est basée sur la mesure de la variation de l'impédance qui est souvent fonction de plusieurs paramètres.

En effet, la variation de l'un de ces paramètres engendrera une modification sur l'impédance aux bornes du capteur. Pour éliminer l'influence des paramètres liés à ce dernier et garder seulement cette variation en fonction des caractéristiques de la cible, on procède à la normalisation de l'impédance.

# *Chapitre II*

## *Description des phénomènes électromagnétiques*

## II.1 Introduction

L'électromagnétisme est l'étude des "modifications de l'espace" provoquées par des charges électriques en mouvement, les modifications traduites par un "champ électromagnétique" défini en tout point par deux vecteurs : le champ électrique  $\vec{E}$  et le champ magnétique  $\vec{B}$ . ces deux vecteurs sont déterminés par un système d'équations, faisant intervenir les positions et les vitesses des charges, système établi par Maxwell en 1860 [14].

## II.2 Historique

Tout au début, les phénomènes électriques et magnétiques ont été étudiés séparément. Les interactions entre ces deux phénomènes ont été mises en évidence pour la première fois par : Ampère (1775-1836), qui a prouvé que la source du magnétisme est le courant électrique, Gauss (1777-1855), qui a démontré que la source du champ électrique est la charge électrique statique, et Faraday (1791- 1867) qui relie la création de l'un des champs électrique et magnétique par l'autre et vis versa. Le couplage des deux phénomènes qu'on regroupe en un mot «Electromagnétisme », on le doit à James Clerk Maxwell (1831-1879). Ce génie a exploité les découvertes des précédents, pour donner une formulation la plus complète de l'électromagnétisme liant les grandeurs électriques et magnétiques [1].

## II.3 Définition de quelques grandeurs électriques et magnétiques

### II.3.1 Champ magnétique

Quand une particule de charge électrique  $q$  se déplace, elle subit en plus de la force électrique  $\vec{F}_e$  une force magnétique  $\vec{F}_m$ , qui est dirigée perpendiculairement à la vitesse  $\vec{V}$  de la particule et à une autre propriété vectorielle de l'espace, qu'on appelle champ d'induction magnétique  $\vec{B}$  [15].

$$\vec{V} \times \vec{B} = \frac{\vec{F}_m}{q} \quad (\text{II.1})$$

### II.3.2 Champ électrique

Une particule immobile de charge électrique  $q$  subit une force  $\vec{F}_e$  produite par l'ensemble des autres charges électriques. Cette force est proportionnelle à la charge  $q$  et par conséquent le quotient  $\frac{\vec{F}_e}{q}$  ne dépend pas de la particule considérée, mais dénote une propriété locale de l'espace que l'on appelle champ électrique. De même que la force dont il découle, il s'agit

d'une grandeur vectorielle définie par une amplitude et une direction, qui varie généralement avec le temps et la position [15].

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q} \quad (\text{II.2})$$

### II.3.3 Permittivité électrique

C'est la caractéristique décrivant la capacité du milieu à affaiblir les forces électrostatiques [16].

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r.$$

Où :

$$\varepsilon_0 : \text{Permittivité électrique à vide } \varepsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi} \text{ [F/m].}$$

$\varepsilon_r$  : Permittivité électrique relative du milieu.

$\varepsilon$  : Permittivité électrique absolue du milieu [F/m].

### II.3.4 La perméabilité magnétique

La perméabilité est la constante dimensionnelle spécifique du milieu ambiant, intervenant dans le calcul de la force d'interaction entre deux courants, Elle a pour symbole  $\mu$  et pour dimension de [H/m].

Dans le vide, elle a pour valeur :  $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$  [H/m].

Il s'agit d'une constante fondamentale, au même titre que la permittivité à vide  $\varepsilon_0$  [15].

La perméabilité relative  $\mu_r$  d'un milieu est le quotient de sa perméabilité et de celle du vide.

On a donc la relation :  $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$

### II.3.5 Densité de courant électrique

La densité de courant est une grandeur vectorielle, dont le sens et la direction sont définis par le trajet des charges dans le conducteur [14].

Inversement le courant est l'intégrale de surface de la densité de courant :

$$I = \int_s J \, dA \quad (\text{II.3})$$

Dans certains milieux, les charges électriques peuvent se déplacer librement. L'application d'une force électrique fait alors bouger les charges et crée un courant électrique dont on définit la densité par la relation [15] :

$$J = \sum_i \rho_i V_i \quad (\text{II.4})$$

La sommation porte sur tous les types de particules chargées qui se déplacent dans le milieu considéré [15].

Où :

$\rho_i$  : Densité moyenne de charges.

$V_i$  : vitesse moyenne de ces charges.

$J$  : Densité de courant électrique [ $A/m^2$ ].

## II.4 présentation de quelques théorèmes et lois importantes

### II.4.1 Théorème de Gauss

Le flux du champ électrique à travers une surface fermée orientée de manière quelconque est égal à  $\frac{1}{\epsilon}$  fois la charge électrique  $Q$  contenue dans le volume délimité par cette surface et sur la surface elle-même [16] :

$$\oint \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{Q}{\epsilon} \quad (\text{II.5})$$

L'intérêt du théorème de Gauss est qu'il exprime de manière concise la relation entre la charge et le champ électrique qu'elle crée.

Il existe une équation similaire pour le magnétisme qui est donnée sous la forme suivante :

$$\iint_s \vec{B} \cdot \vec{ds} = 0 \quad (\text{II.6})$$

Elle stipule que le flux du champ magnétique à travers une surface fermée orientée est nul, cela s'explique par l'inexistence de charge magnétique.

### II.4.2 Théorème d'Ampère

La circulation du champ magnétique sur le contour fermé qui délimite une surface (s) est égale au flux du courant qui le traverse [14].

$$\int_c \vec{H} \cdot d\vec{l} = I \quad (\text{II.7})$$

Cette relation porte le nom du théorème d'Ampère, elle joue un rôle fondamental en électromagnétisme.

$I$  est la somme algébrique des courants qui traversent la surface sur laquelle s'appuie le contour (c).

### II .4.3 Loi de Biot et Savart

Le théorème d'Ampère ne permet de déterminer le champ magnétique que dans des situations très symétrique de telle sorte que l'on puisse évaluer facilement la circulation du champ magnétique. Ceci limite sa facilité d'application mais pas sa validité [17].

La loi de Biot et Savart considère un circuit de forme quelconque dans lequel circule un courant  $I$ . Selon cette loi, chaque élément du circuit  $d\vec{l}$  participe à la création d'un champ magnétique en tout point de l'espace suivant une relation qui s'écrit :

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{u}}{r^2} \quad (\text{II.8})$$

Où

$\vec{u}$ : Représente le vecteur unitaire entre l'élément du circuit et le point considéré.

### II.4.4 La loi d'induction de Faraday

La loi d'induction de Faraday précise que le champ électrique, la force électromotrice (f.é.m) dans un circuit sont égaux à la variation du flux magnétique qui le traverse [15] :

$$e = \oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\phi}{dt} \quad (\text{II.9})$$

Où :

$$\phi_B = \int_s \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad (\text{II.10})$$

Cette loi introduit une relation entre le champ magnétique et le champ électrique, si le champ magnétique est constant, il n'y a pas création de champ électrique.

Et elle est valable quelque soit la cause de la variation du flux que ce soit un circuit fixe dans un champ variable, un circuit mobile dans un champ permanent, un champ dû à des courants ou à des aimants, ou qu'il y ait superposition de tous ces aspects [16].

**II.4.5 Loi de Lenz**

Le signe (-) de la loi de Faraday a une signification bien précise donnée explicitement par la loi de Lenz. Cette loi a été formulée par Heinrich Friedrich Emil Lenz (1804-1865) en 1833 à Saint-Petersbourg et éclaire mieux le phénomène d'induction que Faraday avait observé en 1831. C'est une loi qualitative. Elle indique que le sens du courant induit lors d'un phénomène d'induction électromagnétique dans un circuit électrique est tel qu'il s'oppose à la variation du flux initial. Donc la force électromotrice induite s'oppose à l'action qui leur a donné naissance.

**II.5 Equations de Maxwell**

Les équations de Maxwell spécifient que toute variation spatiale ou temporelle d'un champ électromagnétique en un point de l'espace entraîne ou est due à l'existence d'un autre champ au même point. Ces équations sont donc locales et sont valables dans n'importe quel système d'axes.

Ainsi, dans tous les problèmes nécessitant le calcul du champ électromagnétique qui règne dans un système matériel, on utilise les quatre équations fondamentales aux dérivées partielles de MAXWELL, qui sous leurs formes la plus générale s'écrivent [1] :

• **Forme différentielle**

{	Maxwell – Faraday:	$\overrightarrow{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \dots\dots\dots(\text{II.11})$
	Maxwell - Ampère:	$\overrightarrow{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \dots\dots\dots (\text{II.12})$
	Conservation du flux magnétique:	$\text{div} \vec{B} = 0 \dots\dots\dots (\text{II.13})$
	Maxwell - Gauss:	$\text{div} \vec{E} = \rho \dots\dots\dots(\text{II.14})$

$\vec{E}$  [V/m] et  $\vec{H}$  [A/m] : Champ électrique et magnétique

$\vec{D}$  [A.s/m] et  $\vec{B}$  [T] : Induction électrique et magnétique.  
 $\vec{j}$  [A/m<sup>2</sup>] et  $\rho$  [c/m<sup>3</sup>] : Densités de courant de conduction et de charge électrique.

L'équation (II.11) correspond à la loi d'induction de Faraday, qui établit le lien entre un champ électrique et un flux magnétique. Cette loi traduit le phénomène inductif qui se produit dans un conducteur soumis à un champ magnétique variable ou dans un conducteur en mouvement soumis à un champ magnétique constant.

L'équation (II.12) est une généralisation du théorème d'Ampère. Elle permet d'établir la relation entre le champ électromagnétique et les courants électriques. Elle traduit la création d'un champ magnétique par les courants électriques de conduction et de déplacement.

Ces deux équations (II.11) et (II.12) définissent la relation entre les champs et leurs sources.

Les équations (II.13) et (II.14) traduisent respectivement la conservation du champ magnétique et de la charge électrique

- **Forme intégrale**

$$\oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{\partial}{\partial t} \oiint_s \vec{B} \cdot d\vec{s} \dots\dots\dots(II.15)$$

$$\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_s \vec{j} \cdot d\vec{s} + \frac{\partial}{\partial t} \int_s \vec{D} \cdot d\vec{s} \dots\dots\dots(II.16)$$

$$\oiint_s \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \dots\dots\dots(II.17)$$

$$\oiint_s \vec{D} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_v \rho \cdot dv \dots\dots\dots(II.18)$$

Ces équations, respectivement équivalentes aux premières, sont dites globales. Les surfaces d'intégrations apparaissant dans les membres de droite sont délimitées par les courbes fermées des membres de gauche.

## II.6 Lois de comportement des milieux

Pour définir complètement le phénomène électromagnétique à l'intérieur d'un milieu isotrope et homogène, on rajoute aux équations précédentes des relations connues sous le

nom de loi constitutive du milieu, loi d'ohm, équation de continuité et relation de passage doivent être considérées [18].

### II.6.1 Relations constitutives du milieu

- Pour un milieu magnétique

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{B} = \mu \vec{H} \\ \mu = \mu_0 \mu_r \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(II.19)} \\ \text{(II.20)} \end{array}$$

$\mu$  [H / m] : Perméabilité magnétique.

$\mu_0 = 4. \pi. 10^{-7} H / m$  : Perméabilité magnétique du vide.

$\mu_r$ : Perméabilité magnétique relative du milieu.

- Pour un milieu diélectrique

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{D} = \varepsilon \vec{E} \\ \varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(II.21)} \\ \text{(II.22)} \end{array}$$

$\varepsilon$  [F / m] : Permittivité électrique.

$\varepsilon_r$  : Permittivité électrique relative du milieu considéré.

$\varepsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2} = \frac{10^{-9}}{36\pi}$  [F / m] : Permittivité électrique à vide.

$C = 3.10^8$  [m/s] : Vitesse de la lumière.

### II.6.2 Loi d'Ohm

La loi d'ohm exprime la relation liant la densité de courant  $\vec{J}$  au champ électrique  $\vec{E}$  à travers la conductivité électrique  $\sigma$  [ $\Omega \cdot m$ ]<sup>-1</sup> [19]. Cette loi est donnée par :

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad \text{(II.23)}$$

Dans le cas d'un milieu conducteur avec source :

$$\vec{J} = \vec{J}_s + \sigma_i \vec{E}_i \quad \text{(II.24)}$$

Avec :

$\vec{J}_s$  : Densité de courant source donnée en [A/m<sup>2</sup>].

$\vec{E}$  : Champ électrique induit [V/m].

Dans le cas d'un milieu en mouvement, cette loi s'écrira :

$$\vec{J} = \sigma(\vec{E} + \vec{E}') \quad (\text{II.25})$$

Avec :

$$\vec{E}' = \vec{v}\vec{B}$$

$\vec{E}'$  : Champ électromoteur.

$\vec{v}$  : Vitesse de déplacement du milieu en mouvement [m/s].

$\vec{B}$  : Induction magnétique [T].

### II.6.3 Equation de continuité

L'équation de continuité, appelée aussi équation de la conservation de la charge électrique est donnée par :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (\text{II.26})$$

$\rho$  : Densité de la charge électrique.

### II.6.4 Relations de passage

Les propriétés électriques et magnétiques de deux milieux voisins séparés par une surface, sont différentes nous définissons les conditions de passage en intégrant les équations de Maxwell entre deux points très proches de part et d'autre de cette surface ; on conclut aux résultats suivants [20] :

- La conservation de la composante tangentielle du champ électrique  $\vec{E}$

$$(\vec{E}_1 - \vec{E}_2) \cdot \vec{n} = 0$$

- La conservation de la composante normale de l'induction magnétique  $\vec{B}$

$$(\vec{B}_1 - \vec{B}_2) \cdot \vec{n} = 0$$

- La discontinuité de la composante normale de l'induction électrique  $\vec{D}$  due aux charges surfaciques  $q_s$  si elles existent :

-

$$(\vec{D}_1 - \vec{D}_2) \cdot \vec{n} = \rho_s$$

- La discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique si les courants surfacique existent.

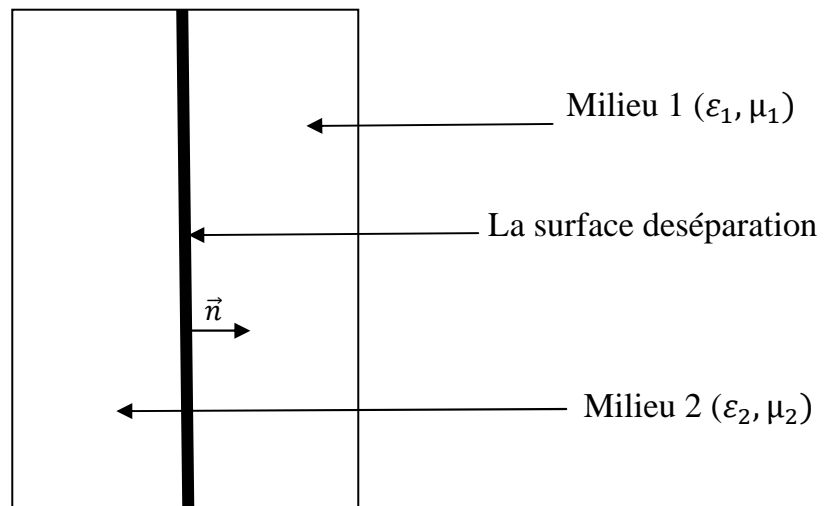
$$(\vec{H}_1 - \vec{H}_2) \wedge \vec{n} = \vec{K}$$

$\vec{n}$  : étant la normale à l'interface séparant les deux milieux.

$\vec{K}$  : Densité de courant portée par la surface de séparation.

$\rho_s$  : Densité de charge électrique portée par la surface.

Nous représentons la surface de séparation de ces deux milieux par la figure suivante :



**Figure II.1** : interface entre deux milieux à propriétés électrique et magnétique différentes

## II.7 les équations électromagnétiques

### II.7.1 Hypothèses simplificatrices

Tout travail de modélisation doit obligatoirement conduire à une représentation correcte de la physique des phénomènes. Toutefois, celle-ci ne serait faire correcte l'économie de certaines hypothèse simplificatrices. En effet, selon le dispositif étudié, certains phénomènes deviennent négligeables devant d'autres, les équations se découplent alors, pour donner lieu à des modèles relativement simples [18].

Dans le cadre précis du présent travail, on peut formuler les hypothèses suivantes :

1. Les dispositifs étudiés peuvent être caractérisés par les propriétés diélectriques du vide. En tenant compte des fréquences de travail, les courants de déplacement peuvent être négligés,  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = 0$ .

2. le terme  $\sigma(\vec{v}\vec{B})$  correspondant au courant de Laplace, est négligé dans les applications où la vitesse de déplacement des pièces mobiles est faible ou lorsque le champ magnétique et la vitesse de déplacement sont colinéaire.

3. le densité volumique de la charge est considérée comme nul

### II.7.2 courant de Foucault

On appelle courants de Foucault les courants électriques créés par le déplacement ou la variation du champ magnétique (courant d'induction) dans une masse métallique. Cette propriété est utilisée dans les moteurs asynchrones et dans les ralentisseurs électriques de certains poids lourds [25].

Les courants de Foucault se produisent également si l'on déplace une masse conductrice dans un champ magnétique non uniforme. Ils prennent naissance dans toutes les régions de la masse qui sont soumis à des variations de flux. Ces courants dégagent de l'énergie sous forme de chaleur.

### II.7.3 Effet de peau

Des conducteurs parcourus par un courant (ou champ) variant dans le temps ou impulsionnel donnent lieu à des courants induits appelés aussi courants de Foucault qui en vertu de la loi de Lenz auront tendance à rétablir leur état électrique (ou magnétique) antérieur.

La présence de ces courants induits donne lieu au phénomène d'effet de peau et qui par conséquent rend une grande partie du volume des conducteurs inactive, d'où l'intérêt dans ce cas de ne modéliser que la partie réellement conductrice.

En effet, la grandeur caractéristique de la magnétodynamique est la profondeur de pénétration (épaisseur de peau) qui s'exprime par la relation [1, 20] :

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{\pi \cdot f \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \sigma}} \quad (\text{II.27})$$

Où :

$f$  : est la fréquence

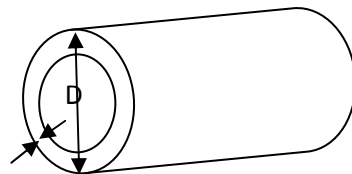
$\mu_r$  : est la perméabilité magnétique relative du matériau.

$\sigma$  : sa conductivité électrique.

La profondeur de pénétration dépend donc de la fréquence du champ variable et de la nature du matériau. En effet, celle-ci est inversement proportionnelle à la fréquence et les propriétés du matériau.

L'effet de peau dans le cas d'un conducteur plein, est caractérisé par le rapport  $\delta/D$  [23].

1.  $\delta/D < 0.1$  : variation exponentielle
2.  $\delta/D < 0.4$  : variation linéaire
3.  $0.1 < \delta/D < 0.4$  : variation type Bessel



**Figure II.2:** mise en évidence de la profondeur de pénétration

### Remarque :

A partir de la dernière relation (I.27), on remarque que la profondeur de pénétration dépend de la fréquence qui peut être choisie pour obtenir un échauffement :

- Avec une haute fréquence, la profondeur de pénétration est faible.
- Avec une faible fréquence, la profondeur de pénétration est grande.

### II.7.4 Equations de diffusion électromagnétique

- **Equation de Maxwell**

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\text{div} \vec{B} = 0$$

$$\text{div} \vec{D} = \rho$$

- **Relations du milieu**

$$\begin{aligned}\vec{B} &= \mu\vec{H} \\ \vec{D} &= \varepsilon\vec{E}\end{aligned}$$

- **Loi d'ohm**

$$\vec{J} = \vec{J}_s + \sigma \vec{E}$$

### II.7.4.1 Equation électrostatique

- **Formulation en terme potentiel scalaire électrique  $\vec{V}$**

L'équation électrostatique traduit le comportement des phénomènes électriques indépendants du temps, c'est-à-dire  $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ .

Le phénomène étudié est un phénomène électrique, on s'intéressera alors à l'équation (a)

Dans le cas d'un problème statique cette équation devient :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \implies \exists \vec{V}/\vec{E} = -\vec{\nabla}V$$

En remplaçant (I.13) dans (d), on aura :  $\vec{\nabla} \cdot (\varepsilon\vec{E}) = \rho$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{E} = -\vec{\nabla}V \\ \vec{\nabla} \cdot (\varepsilon\vec{E}) = \rho \end{array} \right\} \implies \vec{\nabla} \cdot (\varepsilon\vec{\nabla}V) = \rho$$

Après développement suivant les coordonnées cartésiennes, on aboutit à :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \varepsilon \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \varepsilon \frac{\partial V}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \varepsilon \frac{\partial V}{\partial z} \right) = -\rho \quad (\text{II.28})$$

C'est une équation électrostatique 3D tenant compte du non linéarité.

❖ Si  $\varepsilon$  est une constante (cas linéaire) cette équation devient :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon} \quad (\text{II.29})$$

❖ Dans le vide on aura l'équation de Poisson :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (\text{II.30})$$

❖ En absence de charge  $\rho$  ( $\rho = 0$ ), on aura l'équation électrostatique de Laplace :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{II.32})$$

### II.7.4.2 Equation magnétostatique

#### - Formulation en terme potentiel scalaire magnétique

L'équation magnétique permet de traduire le comportement de phénomènes magnétiques indépendants du temps.

Le phénomène à étudier est d'origine magnétique, on considérera donc l'équation 2 puisque c'est un phénomène statique, cette équation devient :

$$\vec{\nabla} \vec{H} = \vec{j} \quad (\text{II.32})$$

Tel que :

$$\vec{j} = \vec{j}_s - \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = 0 \implies \vec{j} = \vec{j}_s \quad \text{Donc} \quad \vec{\nabla} \vec{H} = \vec{j}_s$$

Il y a deux possibilités qui sont offertes :

#### - Cas d'un milieu conducteur

$$\vec{\nabla} \vec{H} = \vec{j}_s$$

#### - Cas d'un milieu induit

$$\vec{\nabla} \vec{H} = 0$$

Pour qu'il existe un potentiel scalaire magnétique, il faut que :

$$\vec{\nabla} \vec{H} = 0 \quad \text{Donc} \quad \vec{j}_s = 0$$

On a :

$$\vec{\nabla} \vec{H} = 0 \implies \vec{\Psi} / \vec{H} = -\vec{\nabla} \Psi$$

Avec :  $\Psi$  est le potentiel scalaire magnétique

$$\left. \begin{array}{l} \vec{H} = -\vec{\nabla} \Psi \\ \vec{B} = \mu \vec{H} \end{array} \right\} \implies \vec{B} = -\mu \vec{\nabla} \Psi$$

On a:

$$\left. \begin{array}{l} \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \\ \vec{B} = -\mu \vec{\nabla} \Psi \end{array} \right\} \implies \vec{\nabla} \cdot (\mu \vec{\nabla} \Psi) = 0$$

Après le développement suivant les coordonnées cartésiennes, on aura l'équation magnétique **3D** en terme de potentiel scalaire magnétique  $\vec{\Psi}$ , pour un système non linéaire.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial \Psi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right) = 0 \quad (\text{II.33})$$

Dans le cas linéaire ( $\mu$  constant). On aura l'équation de Laplace en terme de potentiel magnétique scalaire :

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{II.34})$$

### II.7.4.3 Equation magnétodynamique

#### - Formulation en terme de potentiel vecteur magnétique $\vec{A}$

Dans le cas où les sources dépendent du temps, le terme  $\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$  n'est donc pas nul. Les champs magnétiques et électriques sont couplés par la présence des courants induits. En remplaçant  $\vec{B}$  par  $\vec{\nabla} \wedge \vec{A}$ , et en considérant l'hypothèse  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = 0$  on aura  $\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{j}$

Tel que  $\vec{j} = \vec{j}_s - \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad \Longrightarrow \exists \vec{A} / \vec{B} = \vec{\nabla} \vec{A}$$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{\nabla} \vec{A} = \vec{B} \\ \vec{\nabla} \wedge \vec{E} = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \end{array} \right\} \Longrightarrow \vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\vec{\nabla} \left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right)$$

$$\Longrightarrow \vec{\nabla} \wedge \left( \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0 \quad \Longrightarrow \exists \vec{V} / \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\vec{\nabla} V$$

$$\Longrightarrow \vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{\nabla} V$$

Or:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad \Longrightarrow \vec{j} = -\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \sigma \vec{\nabla} V \quad ; \text{ On pose } \vec{J}_s = -\sigma \vec{\nabla} V$$

$$\text{On aura } \vec{j} = -\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \vec{J}_s$$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{B} = \mu \vec{H} \quad \Longrightarrow \quad \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu} \\ \vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{j} \quad \Longrightarrow \quad \vec{\nabla} \wedge \vec{H} = -\sigma \left\{ \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right\} + \vec{J}_s \end{array} \right\} \Longrightarrow \frac{\vec{\nabla} \vec{B}}{\mu} = \vec{J}_s - \sigma \left\{ \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right\}$$

$$\text{Et on a : } \vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A} \quad \Longrightarrow \quad \vec{\nabla} \wedge \left( \frac{\vec{\nabla} \vec{A}}{\mu} \right) = \vec{J}_s - \sigma \left\{ \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right\} \quad (\text{II.35})$$

- Milieu induit  $\vec{J}_s = 0$

$$\vec{\nabla} \wedge \left( \frac{\vec{\nabla} \vec{A}}{\mu} \right) + \sigma \left\{ \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right\} = 0 \quad (\text{II.36})$$

- **Milieu inducteur**  $\vec{J}_s \neq \mathbf{0}$

$$\vec{\nabla} \wedge \left( \frac{\vec{\nabla} \vec{A}}{\mu} \right) + \sigma \left\{ \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right\} = \vec{J}_s \quad (\text{II.37})$$

- **Dans l'air**

$$\vec{\nabla} \wedge \left( \frac{\vec{\nabla} \vec{A}}{\mu} \right) = 0 \quad (\text{II.38})$$

Après développement suivant les coordonnées cartésiennes, on aura l'équation magnétodynamique **2D** en terme potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$ .

- **Dans le milieu induit :**

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} - \sigma \mu \frac{\partial^2 A_z}{\partial t} = 0 \quad (\text{II.39})$$

- **Dans le milieu inducteur :**

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} - \sigma \mu \frac{\partial^2 A_z}{\partial t} = -\mu J_{sz} \quad (\text{II.40})$$

- **Dans l'entrefer (air)**

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{II.41})$$

En hypothèse harmonique on aura :

- **Dans le milieu induit :**

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} - j\omega \sigma \mu A_z = 0 \quad (\text{II.42})$$

- **Dans le milieu inducteur :**

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} - j\omega \sigma \mu A_z = -\mu J_{sz} \quad (\text{II.43})$$

Dans ce chapitre, nous avons cité les différentes lois fondamentales de l'électromagnétisme qui nous permet de modéliser les différents phénomènes électromagnétique sous forme d'équations aux dérivées partielles qui peuvent être résolues par différentes méthodes analytiques ou numériques.

Alors la bonne connaissance de l'électromagnétisme qui traite des relations entre les phénomènes magnétique et électriques est une base nécessaire pour l'électrotechnicien.

*Chapitre III*  
*Méthode des circuits couplés*

### III.1 Introduction

La méthode des circuits couplés est basée sur une discrétisation numérique du domaine en éléments de circuits auxquels s'appliquent des expressions analytiques des grandeurs électromagnétiques, déduite de la loi de Biot et Savart. Elle est d'un emploi restreint aux milieux linéaire mais elle est la plus commode pour relier le générateur d'alimentation au dispositif électromagnétique [20] [21].

Contrairement aux modèles basés sur les méthodes purement numériques, qui incluent l'environnement au domaine de résolution, les modèles qui y découlent, utilisent une résolution semi-analytique ne comportant que les milieux conducteurs : la pièce à traiter et son inducteur [20].

### III.2 La méthode des circuits couplés

La méthode des circuits couplés est une méthode semi-analytique, elle consiste à discrétiser le domaine en mailles aux quelles s'applique une expression intégrale des grandeurs électromagnétiques. Cette méthode consiste à subdiviser l'inducteur et la charge en éléments de circuits élémentaires, circulaires et coaxiaux.

Ce processus permet d'exprimer la résistance de chaque spire élémentaire, l'inductance propre et les inductances mutuelles entre spires. L'ensemble des éléments forme alors un système de circuits mutuellement couplés. Le type de discrétisation peut être régulier ou irrégulier selon la pièce modélisée [22].

La résolution mathématique nécessite le passage par les étapes suivantes :

- 1- Subdiviser l'induit et l'inducteur en éléments de circuits élémentaires, circulaires et coaxiaux
- 2- Calcul des paramètres électriques (résistance, inductance propre et mutuelle inductance) pour chaque élément.
- 3- Ecrire les lois de kirchoff et aboutir à un système algébrique.
- 4- Résolution

Les inconnus du système algébrique peuvent être les tensions ou les courants dans l'ensemble du dispositif.

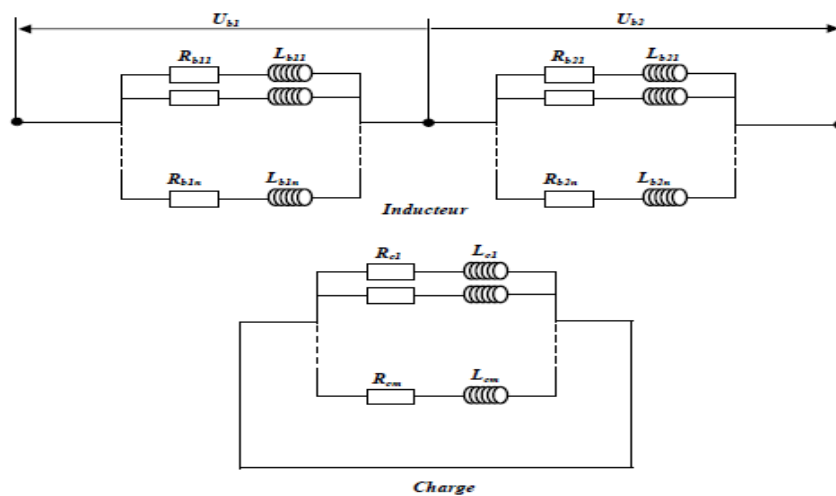
Pour calculer la résistance et l'inductance par la méthode des circuits couplés il faudra tenir compte de la manière dont sont subdivisées les spires du système (inducteur / charge). Plusieurs méthodes ont été proposées ; on les a classées en deux catégories.

- 1<sup>er</sup> catégorie : méthodes utilisant le calcul potentiel vecteur
- 2<sup>ème</sup> catégorie : méthodes basées sur le calcul des selfs et mutuelles inductances

Dans notre cas, le dispositif considéré est un capteur différentiel à double fonctions et une charge conductrice

### III.2.1 capteur différentiel à double fonctions

L'inducteur est composé de deux bobines parcourues par le même courant mais de signes opposés, chaque bobine est constituée de n spires élémentaires disposées en parallèle. La charge est composée de m spires élémentaires toutes en court-circuit et disposées en parallèle. Le dispositif est représenté sur la figure (III.1).



**Figure III.1** : Schéma électrique équivalent du capteur différentiel à double fonctions et de la charge

L'application des lois de Kirchhoff au schéma équivalent de la figure (III.1) nous permet d'écrire les expressions (III.1), (III.2) et (III.3) suivantes, dans l'induit et l'inducteur

- Pour l'induit (III.1)

$$0 = R_i \cdot I_i + L_i \cdot \frac{dI_i}{dt} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m M_{ij} \cdot \frac{dI_j}{dt} + \sum_{k_1=1}^n M_{ik_1} \cdot \frac{dI_{k_1}}{dt} + \sum_{k_2=1}^n M_{ik_2} \cdot \frac{dI_{k_2}}{dt}$$

Avec :  $R_i$ ,  $L_i$  et  $I_i$  sont respectivement la résistance, l'inductance propre et le courant de l'élément  $i$  de la charge.

$M_{ij}$  : Mutuelle inductance entre les deux éléments  $i$  et  $j$  de la charge.

$M_{ik1}$  : Mutuelle inductance entre l'élément  $i$  de la charge et l'élément  $k1$  de la bobine1 de l'inducteur.

$M_{ik2}$  : Mutuelle inductance entre l'élément  $i$  de la charge et l'élément  $k2$  de la bobine2 de l'inducteur.

$I_j$  : Courant circulant dans l'élément  $j$  de la charge.

$I_{k1}$  : Courant circulant dans l'élément  $k1$  de la bobine1 de l'inducteur.

$I_{k2}$  : Courant circulant dans l'élément  $k2$  de la bobine2 de l'inducteur.

- **Pour l'inducteur**

**Bobine 1 (III.2)**

$$U_{b1} = R_{k1} \cdot I_{k1} + L_{k1} \cdot \frac{dI_{k1}}{dt} + \sum_{\substack{q1=1 \\ q1 \neq k1}}^n M_{k1q1} \cdot \frac{dI_{q1}}{dt} + \sum_{k2=1}^n M_{k1k2} \cdot \frac{dI_{k2}}{dt} + \sum_{i=1}^m M_{ik1} \cdot \frac{dI_i}{dt}$$

Avec :  $R_{k1}$ ,  $L_{k1}$  sont respectivement la résistance, l'inductance propre de la spire élémentaire  $k1$  de la bobine1 de l'inducteur.

$M_{k1q1}$  : Mutuelle inductance entre les deux éléments  $k1$  et  $q1$  de la bobine1 de l'inducteur.

$M_{k1k2}$  : Mutuelle inductance entre l'élément  $k1$  de la bobine1 et l'élément  $k2$  de la bobine2 de l'inducteur.

$I_{q1}$  : Courant traversant l'élément  $q1$  de la bobine1 de l'inducteur.

**Bobine 2 (III.3)**

$$U_{b2} = R_{k2} \cdot I_{k2} + L_{k2} \cdot \frac{dI_{k2}}{dt} + \sum_{\substack{q2=1 \\ q2 \neq k1}}^n M_{k2q2} \cdot \frac{dI_{q2}}{dt} + \sum_{k1=1}^n M_{k1k2} \cdot \frac{dI_{k1}}{dt} + \sum_{i=1}^m M_{ik2} \cdot \frac{dI_i}{dt}$$

Avec :  $R_{k2}$ ,  $L_{k2}$  sont respectivement la résistance, l'inductance propre de la spire élémentaire  $k2$  de la bobine2 de l'inducteur.

$M_{k2q2}$  : Mutuelle inductance entre les deux éléments  $k2$  et  $q2$  de la bobine2 de l'inducteur.

$I_{q2}$  : Courant traversant l'élément  $q2$  de la bobine2 de l'inducteur.

### III.3 méthode utilisant le calcul du potentiel vecteur magnétique

#### III.3.1 principe de la méthode

Pour la mise en œuvre de cette méthode, trois hypothèses ont été faites

- La géométrie étudiée est à symétrie de révolution
- L'hélicité est négligée
- L'épaisseur de peau électromagnétique est très faible devant les dimensions de l'inducteur

L'inducteur est constitué de M spires dont chacune est subdivisée en m spires élémentaires. Cette subdivision concerne seulement la surface extérieure à cause de l'hypothèse (3) c'est-à-dire l'épaisseur de peau est très petite [23].

Si le nombre de subdivisions est grand, on considère les grandeurs électriques (densités de courant, potentiels vecteur...) uniformément réparties dans chaque spire élémentaire.

On applique les équations de MAXWELL et la loi d'ohm pour chaque spire élémentaire de façon à faire apparaître les chutes de tensions inductives et résistives

#### III.3.2 Equations de base

Pour une spire élémentaire le comportement électromagnétique du circuit est traduit par les relations suivantes :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{(III.4)}$$

$$\text{div } B = 0 \quad \text{(III.5)}$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = \vec{j}; \text{ (avec: } \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = 0) \quad \text{(III.6)}$$

$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E} \quad \text{(III.7)}$$

A partir de l'équation (III.5), on déduit :

$$\vec{B} = \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} \quad \text{(III.8)}$$

En remplaçant (III.8) dans (III.4) et après calcul on obtient :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} v - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (\text{III.9})$$

$$\vec{j} = \frac{\vec{E}}{\rho} = \left[ -\overrightarrow{\text{grad}} v - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right] \frac{1}{\rho} \quad (\text{III.10})$$

La relation (III.7) représente la loi d'ohm où les relations (III.4), (III.5), et (III.6) sont respectivement la 2<sup>ième</sup>, 3<sup>ième</sup>, et 4<sup>ième</sup> équation de MAXWELL.

Où

E : le champ électrique

B : induction magnétique

D : déplacement électrique

H : le champ magnétique

J : la densité de courant

$\rho$  : Résistivité électrique

A : potentiel vecteur

V : potentiel scalaire

En tenant compte de la symétrie de révolution,  $\vec{j}$ ,  $\vec{E}$  et  $\vec{A}$  ne présentent pas qu'une composante circonférentielle,  $\vec{j}$ ,  $\vec{E}$  et  $\vec{A}$

Sachant que :

$$\overrightarrow{\nabla V} = \frac{\partial V}{\partial r} \cdot \vec{u}_r + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial V}{\partial \theta} \cdot \vec{u}_\theta \quad (\text{III.11})$$

D'où

$$\overrightarrow{\nabla V} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial V}{\partial \theta} \cdot \vec{u}_\theta \quad (\text{III.12})$$

En considérant la tension U aux bornes de la spire élémentaire, on aboutit à l'expression suivante :

$$\overrightarrow{\nabla V} = \frac{U}{2 \cdot \pi \cdot r} \quad (\text{III.13})$$

- Calcul du terme  $\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$

Sachant que :

$$\Phi = \iint \vec{B} \cdot \vec{ds} \quad (\text{III.14})$$

Avec :

$\Phi$  : le flux magnétique.

En considérant (III.5) et en remplaçant dans (III.11) on aura :

$$\Phi = \iint (\overrightarrow{\text{rot } \vec{A}}) \cdot \vec{n} \cdot ds \quad (\text{III.15})$$

$\vec{n}$  : Étant la normale par rapport à l'élément de surface  $\vec{ds}$ .

En appliquant le théorème de Stokes, on obtient :

$$\iint (\overrightarrow{\text{rot } \vec{A}}) \cdot \vec{n} \cdot ds = \oint_c \vec{A} \cdot \vec{dl} \quad (\text{III.16})$$

D'où :

$$\Phi = 2 \cdot \pi \cdot r A \quad (\text{III.17})$$

Soit :

$$\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot r} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (\text{III.18})$$

#### - Equation de la spire élémentaire

En combinant les équations (III.8), (III.12) et (III.7) on obtient l'équation de la spire élémentaire

$$U = -2 \cdot \pi \cdot r \cdot \left( \rho \cdot \vec{j} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) \quad (\text{III.19})$$

Avec :

$$\rho = \frac{1}{\sigma} \text{ Exprimant la résistivité du milieu.}$$

Dans le cas d'une alimentation sinusoïdale, l'expression (III.19) peut être réécrite comme suit :

$$U = -2 \cdot \pi \cdot r \cdot (\rho \cdot J + j \cdot \omega \cdot A) \quad (\text{III.20})$$

Où :

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

$f$  : étant la fréquence du courant ou de la tension d'alimentation.

$$j^2 = -1$$

On reconnaît dans l'équation (III.20), les termes de chute des tensions résistives et inductives. Le potentiel vecteur magnétique  $A$  correspond à la contribution du courant de la spire elle-même ainsi qu'à la contribution des courants circulant dans toutes les autres spires.

L'expression (III.20) précédente peut être écrite pour toute spire élémentaire  $k$  de la spire  $\ell$  comme suit [22] [23] :

Où :

$U_{kl}$  : Tension aux bornes de la spire élémentaire  $k$  de la spire  $\ell$ .

$r_{kl}$  : Rayon de la spire élémentaires  $k$  de la spire  $\ell$ .

$J_{kl}$  : Densité de courant dans la spire élémentaire  $k$  de la spire  $\ell$ .

$A_{iq,kl}$  : Potentiel vecteur magnétique créée par la spire élémentaire  $i$  de la spire  $q$  sur le centre de la spire élémentaire  $k$  de la spire  $\ell$ .

Avec :

$$A_{iq,kl} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \iint_{S_{iq}} \left\{ J_{iq}(r, z) \cdot \frac{r_{iq,kl}}{r_{kl}} \left[ \left(1 - \frac{k^2}{2}\right) \cdot E_1(k) - E_2(k) \right] \right\} \quad (\text{III.21})$$

Où :  $E_1(k)$  et  $E_2(k)$  sont les fonctions de Legendre respectivement de 1<sup>er</sup> et de 2<sup>ième</sup> espèce, données comme suit :

$$E_1(k) = \int_0^{2\pi} (1 - k^2 \cdot \sin^2 \varphi)^{-1/2} \cdot d\varphi \quad (\text{III.22})$$

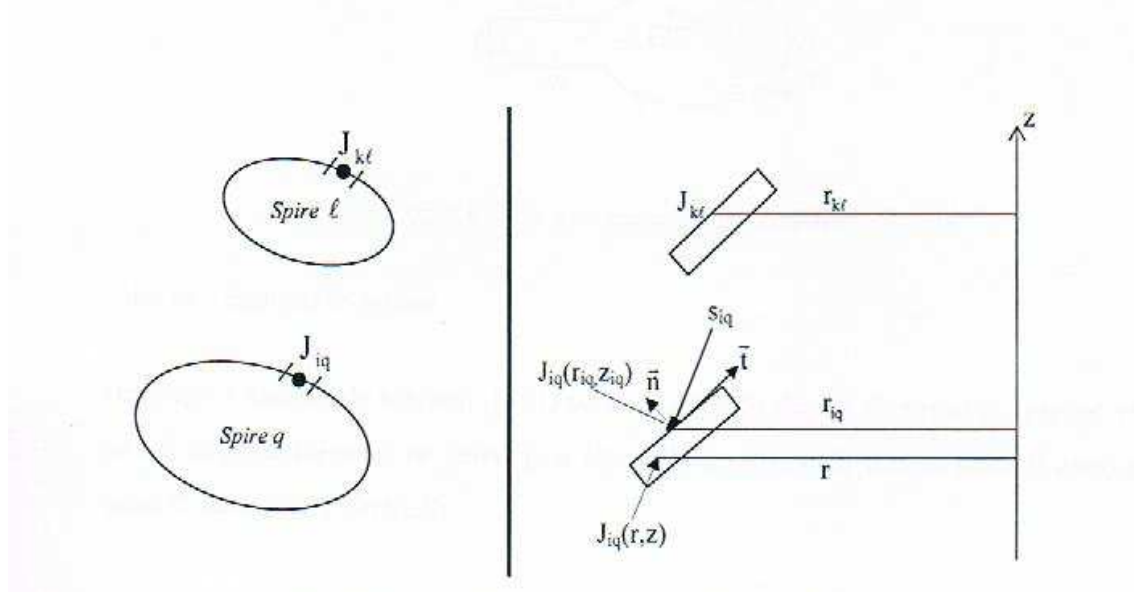
$$E_2(k) = \int_0^{2\pi} (1 - k^2 \cdot \sin^2 \varphi)^{1/2} \cdot d\varphi \quad (\text{III.23})$$

Avec:

$$K = 2 \cdot \frac{\sqrt{r_{iq} \cdot r_{kl}}}{r_{iq,kl}} \quad (\text{III.24})$$

$$r_{iq,kl} = \left[ (r_{iq} + r_{kl})^2 + z^2 \right]^{1/2} \quad (\text{III.25})$$

Les différents paramètres géométriques sont explicités par la figure suivante :



**Figure.III.1** : représentation de deux spires élémentaires iq et k<sub>1</sub>

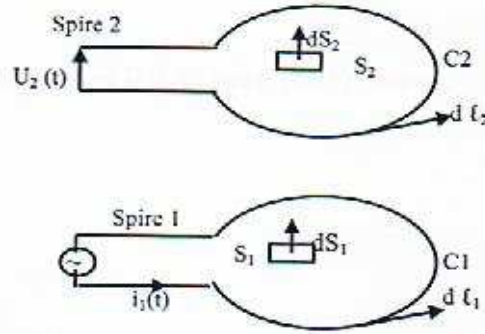
**III.4 Méthodes basée sur le calcul des selfs et mutuelles inductances**

A toute variation temporelle du champ d'induction correspond une variation spatiale du champ électrique, résultant de l'équation de MAXWELL

$$\overrightarrow{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{III.26}$$

Il en résulte qu'à toute variation de courant dans un conducteur va correspondre une tension induite, dans un éventuel autre conducteur placé à proximité et dans le conducteur lui-même.

Nous considérons l'effet du courant circulant dans une spire sur la tension aux bornes d'une deuxième spire (figure ci-dessous). La spire 1 est parcourue par un courant I<sub>1</sub> qui fait apparaître un champ magnétique  $\vec{H}_1$  et un champ d'induction  $\vec{B}_1$  dans l'espace entourant la spire 1. La spire 2 est ouverte donc elle n'est parcourue par aucun courant.



**Figure III.2 :** deux spires magnétiquement couplées

$ds_1, ds_2$  : élément de surface

On intègre l'équation de MAXWELL (III.26) sur une surface  $S_2$  située à l'intérieur de la spire2, et on fait usage du théorème de stockes pour obtenir la circulation du vecteur  $\vec{E}_1$  sur le contour fermé  $C_2$  entourant la surface  $S_2$ .

$$\int_{S_2} \vec{n} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{E}_1 \cdot d\vec{s}_2 = \oint_{C_2} \vec{E}_1 \cdot d\vec{l}_2 = - \int_{S_2} \vec{n} \cdot \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{s}_2 \quad \text{(III.27)}$$

Donc :

$$- \int_{S_2} \vec{n} \cdot \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{s}_2 = \oint_{C_2} \vec{E}_1 \cdot d\vec{l}_2 = -U_2 \quad \text{(III.28)}$$

L'apparition de la tension induite  $U_2$  est liée à la variation du courant  $I_1$  par la relation qui définit l'inductance mutuelle  $M$  suivante :

$$\left. \begin{aligned} U_2 &= M \cdot \frac{dI_1}{dt} \\ \oint_{S_2} \frac{\partial \vec{B}_1}{\partial t} \cdot \vec{n} \cdot d\vec{s}_2 &= -U_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \oint_{S_2} \frac{\partial \vec{B}_1}{\partial t} \cdot \vec{n} \cdot d\vec{s}_2 = M \cdot \frac{dI_1}{dt} \quad \text{(III.29)}$$

On obtient l'expression de la mutuelle inductance donnée par l'équation ci-dessous :

$$M = \frac{1}{I_1} \cdot \oint_{S_2} \vec{B}_1 \cdot \vec{n} \cdot ds_2 \quad (\text{III.30})$$

La combinaison entre les équations (III.8) et (III.30) donne :

$$M = \frac{1}{I_1} \cdot \oint_{S_2} (\vec{\nabla} \vec{A}_1) \cdot \vec{n} \cdot ds_2 \quad (\text{III.31})$$

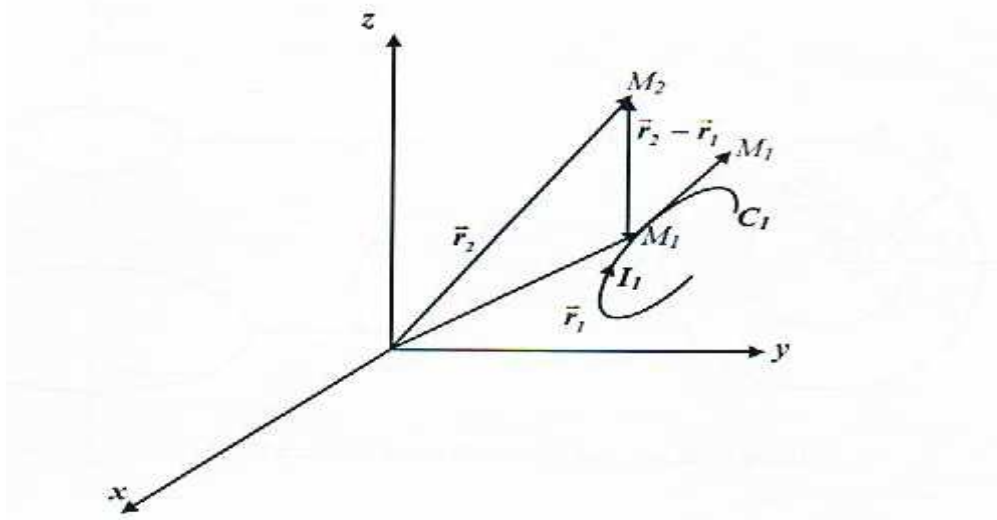
D'après le théorème de Stokes :

$$M = \frac{1}{I_1} \cdot \oint_{S_2} (\vec{\nabla} \vec{A}_1) \cdot \vec{n} \cdot ds_2 = M = \frac{1}{I_1} \cdot \oint_{C_2} \vec{A}_1 \cdot d\vec{l}_2 \quad (\text{III.32})$$

- la loi de Biot et Savart pour le potentiel vecteur [15] :

$$A_1(r) = \frac{\mu}{4\pi} \oint \frac{\vec{I}_1 \cdot d\vec{l}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|} \quad (\text{III.33})$$

$d\vec{l}_1$  : Est l'élément du contour  $C_1$  sur lequel porte l'intégration



**Figure III.3** : contour quelconque par un courant [24]

En introduisant (III.33) dans (III.32) on trouve :

$$M = \frac{1}{I_1} \oint_{C_2} \frac{\mu}{4\pi} \oint_{C_1} \frac{\vec{I}_1 \cdot d\vec{l}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|} d\vec{l}_2 \quad (\text{III.34})$$

$$M = \frac{\mu}{4\pi} \oint_{C_2} \oint_{C_1} \frac{d\vec{l}_1 \cdot d\vec{l}_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|} \quad (\text{III.35})$$

L'expression (III.35) est connue sous le nom de « formule de Neumann ». Cette relation ne dépend que des paramètres géométriques de la structure et de la perméabilité du milieu [15].

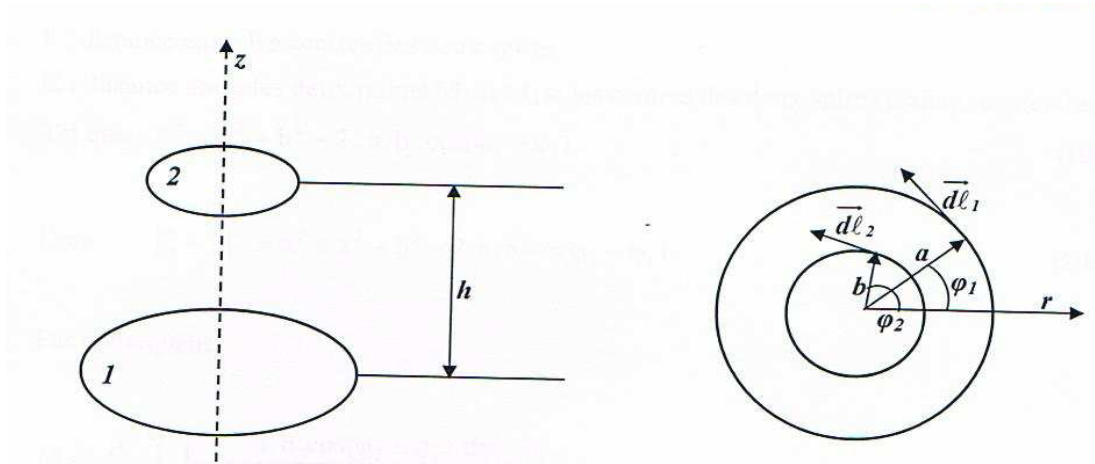
**III-5 Détermination de l'inductance mutuelle de deux spires circulaires coaxiales**

Pour déterminer l'inductance mutuelle entre deux spires coaxiales, on fait usage de l'équation de Neumann (III.34).

Il s'agit d'un problème en coordonnées cylindriques  $(r, \varphi, z)$ , dans lequel les éléments longueur sur les deux spires valent respectivement :

$$|\vec{dl}_1| = a \cdot d\varphi_1 \tag{III.36}$$

$$|\vec{dl}_2| = b \cdot d\varphi_2 \tag{III.37}$$



**Figure III.4 :** deux spires circulaires dans des plans parallèles

Leur produit scalaire est :

$$\vec{dl}_1 \cdot \vec{dl}_2 = |\vec{dl}_1| \cdot |\vec{dl}_2| \cdot \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \tag{III.38}$$

D'où

$$\vec{dl}_1 \cdot \vec{dl}_2 = a \cdot b \cdot \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \cdot d\varphi_1 \cdot d\varphi_2$$

La distance  $|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|$  entre deux points  $M_1$  et  $M_2$  se trouvant respectivement sur la première et la deuxième spire est donnée par :

$$|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^2 = A^2 = h^2 + C^2 \tag{III.39}$$

A : distance entre deux points  $M_1$  et  $M_2$ .

h : distance entre les centres des deux spires.

C : distance entre les deux points  $M_1$  et  $M_2$  si les centres des deux spires étaient confondus.

$$\text{Tel que : } C^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (\text{III.40})$$

$$\text{Donc : } |\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^2 = h^2 + a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (\text{III.41})$$

L'inductance mutuelle est alors donnée par (III.32)

$$M = \frac{\mu}{4 \cdot \pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{a \cdot b \cdot \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}{\sqrt{a^2 + b^2 + h^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}} \cdot d\varphi_1 \cdot d\varphi_2 \quad (\text{III.42})$$

Pour évaluer cette intégrale, on pose tout d'abord  $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$  lors de l'intégration par rapport à  $\varphi_2$ , dans laquelle  $\varphi_1$  reste constant. il en résulte que  $d\varphi_2 = d\varphi$

On obtient :

$$M = \frac{\mu \cdot a \cdot b}{4 \cdot \pi} \int_0^{2\pi} d\varphi_1 \int_0^{2\pi} \frac{\cos\varphi \cdot d\varphi}{\sqrt{a^2 + b^2 + h^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos\varphi}} \quad (\text{III.43})$$

la seconde intégrale ne dépend pas de  $\varphi_1$ , ainsi on peut intégrer :

$$\int_0^{2\pi} d\varphi_1 = 2 \cdot \pi \quad (\text{III.44})$$

Pour intégrer la deuxième expression on fait usage à des intégrales elliptiques complètes de la première et de la seconde espèce  $K(k)$ ,  $E(k)$  :

$$K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - k^2 \cdot \sin^2\theta}} \quad (\text{III.45})$$

$$E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \cdot \sin^2\theta} \cdot d\theta \quad (\text{III.46})$$

Pour faire apparaître des fonctions elliptiques dans (III.43), il suffit de faire usage de transformations trigonométriques. En posant  $\varphi = \pi - 2 \cdot \theta$ , on obtient :

$$1 + \cos\varphi = 1 + \cos(\pi - 2 \cdot \theta) = 2 \cdot \sin^2\theta \rightarrow \cos\varphi = 2 \cdot \sin^2\theta - 1$$

$$d\varphi = -2 \cdot d\theta$$

$$\varphi \rightarrow 0 \Leftrightarrow \theta \rightarrow \frac{\pi}{2}$$

$$\varphi \rightarrow 2.\pi \Leftrightarrow \theta \rightarrow -\frac{\pi}{2}$$

Par conséquent :

$$\sqrt{a^2 + b^2 + h^2 - 2.a.b.\cos\varphi} = \sqrt{a^2 + b^2 + h^2 - 2.a.b.(2\sin^2\theta - 1)} \quad (\text{III.47})$$

$$= \sqrt{(a^2 + b^2) + h^2 - 4.a.b.\sin^2\theta} \quad (\text{III.48})$$

$$= \sqrt{((a^2 + b^2) + h^2) \left(1 - \frac{4.a.b}{(a+b)^2+h^2} \cdot \sin^2\theta\right)} \quad (\text{III.49})$$

$$= \sqrt{a^2 + b^2 + h^2} \sqrt{1 - \frac{4.a.b}{(a+b)^2+h^2} \cdot \sin^2\theta} \quad (\text{III.50})$$

On pose :

$$k^2 = \frac{4.a.b}{(a+b)^2+h^2} \quad (\text{III.51})$$

On obtient alors

$$\sqrt{a^2 + b^2 + h^2 - 2.a.b.\cos\varphi} = \sqrt{a^2 + b^2 + h^2} \cdot \sqrt{1 - k^2 \cdot \sin^2\theta} \quad (\text{III.52})$$

On tient compte de la symétrie par rapport à  $\theta$  et on simplifie les termes constants on aura la relation suivante :

$$M = \mu \cdot \sqrt{a.b} \cdot k \cdot \int_0^{\pi/2} \frac{2.\sin^2-1}{\sqrt{1-k^2.\sin^2\theta}} \cdot d\theta \quad (\text{III.53})$$

Par identification, nous trouvons que :

$$\frac{2.\sin^2-1}{\sqrt{1-k^2.\sin^2\theta}} = \frac{\frac{2}{k^2}}{\sqrt{1-k^2.\sin^2\theta}} - \frac{2}{k^2} \sqrt{1 - k^2 \cdot \sin^2\theta} \quad (\text{III.54})$$

Par conséquent :

$$M = \mu \cdot \sqrt{a.b} \cdot k \cdot \left[ \int_0^{\pi/2} \frac{\frac{2}{k^2}-1}{\sqrt{1-k^2.\sin^2\theta}} \cdot d\theta - \frac{2}{k^2} \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \cdot \sin^2\theta} \right] d\theta \quad (\text{III.55})$$

$$M = \mu \cdot k\sqrt{a.b} \left[ \left(\frac{2}{k^2} - 1\right) \cdot K(k) - \frac{2}{k^2} \cdot E(k) \right] \quad (\text{III.56})$$

Alors l'équation de la mutuelle inductance est donnée comme suite [4] :

$$M = \mu \cdot \sqrt{a \cdot b} \left[ \left( \frac{2}{k} - k \right) \cdot K(k) - \frac{2}{k} \cdot E(k) \right] \quad (\text{III.57})$$

### III.6 inductance propre

L'inductance propre  $L$  représente l'effet d'un courant sur lui-même, que l'on détermine en faisant tendre les deux spires l'une vers l'autre. Mais si le contour  $C_1$  coïncide exactement avec le contour  $C_2$ , on obtient une inductance infinie. On doit obligatoirement tenir compte de l'épaisseur non nulle du conducteur. On peut accepter que le courant circule au centre du conducteur, que l'on choisit comme contour  $C_1$ , et déterminer l'effet du champs magnétique sur la surface extérieure du conducteur (contour  $C_2$ ), et dans ce cas la relation ne tient pas en compte du champ à l'intérieur du conducteur, elle ne donne que l'inductance propre produite par le champ externe au conducteur, à la quelle il faut ajouter l'inductance produite par le champ interne au conducteur [15].

Donc l'inductance totale est la somme des contributions externe et interne

$$L = L_e + L_i$$

- **inductance propre d'une spire circulaire de fil mince**

On applique les développements du paragraphe précédent à une spire circulaire de rayon  $a$  formée d'un conducteur de rayon  $r$ . le contour  $C_1$  est le cercle de rayon  $a$ , le contour  $C_2$  celui de rayon  $b = a - r$ . On utilise les résultats obtenus pour les deux spires en posant  $h = 0$ ,  $r \ll a$  et  $d = 2 \cdot \pi \cdot a$  ; le facteur  $k$  est alors donné par [24] :

$$k^2 = \frac{4 \cdot a \cdot (a - r)}{(2 \cdot a - r)^2} = \frac{4 \cdot a^2 - 4 \cdot a \cdot r}{4 \cdot a^2 - 4 \cdot a \cdot r + r^2} = 1 - \left( \frac{r}{2 \cdot a - r} \right)^2 \quad (\text{III.58})$$

Le facteur  $k$  étant proche de 1 et on prend alors des valeurs asymptotique des intégrales elliptiques [14].

$$K(k) = \ln \left( \frac{4}{\sqrt{1 - k^2}} \right) \cong \ln \frac{8 \cdot a}{r} \quad \text{et} \quad E(k) \cong 1 \quad (\text{III.59})$$

On obtient alors l'inductance externe à l'aide de l'expression de la mutuelle et l'expression  $K(k)$  précédente.

$$L_e \cong \mu \cdot a \cdot \left( \ln \frac{8 \cdot a}{r} - 2 \right) \quad \text{(III.60)}$$

L'inductance interne est évaluée à partir de l'énergie magnétique d'un conducteur rectiligne de rayon  $r$  et de longueur  $d = 2 \cdot \pi \cdot a$ , parcouru par un courant  $I$  [15] :

$$W_m = \frac{\mu \cdot d \cdot I^2}{16 \cdot \pi} \quad \text{(III.61)}$$

L'énergie emmagasinée dans une inductance  $L$  est donnée par :

$$W_m = L_i \cdot \frac{I^2}{2} \quad \text{(III.62)}$$

On identifie (III.58) et (III.59) et on tire l'inductance interne du conducteur

$$L_i = \frac{\mu \cdot d}{8 \cdot \pi} \quad \text{(III.63)}$$

Avec :  $d = 2 \cdot \pi \cdot a$

L'inductance propre total est obtenu en faisant la somme de  $L_e$  et  $L_i$  :

$$L \cong \frac{\mu}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot a}{2} + \mu \cdot a \cdot \left( \ln \frac{8 \cdot a}{r} - 2 \right)$$

D'où

$$L = \mu \cdot a \cdot \left( \ln \frac{8 \cdot a}{r} - 1.75 \right) \quad \text{(III.64)}$$

### III.7 calcul de la résistance

La résistance d'une spire est donnée par :

$$R = \rho \cdot \frac{l}{s} \quad \text{(III.65)}$$

Avec :

$\rho = \frac{1}{\sigma}$  : est la résistance du matériau

$s$  : est la section de la spire.

$l$  : est la longueur moyenne de la spire.

**III.8 Conclusion**

Au cours de ce chapitre nous avons présenté la méthode des circuits couplés et son principe ainsi les différentes méthodes de calcul les paramètres électrique (résistance, inductance propre et inductance mutuelles).

# *Chapitre IV*

*Applications et validation*

### IV.1 Introduction

Dans cette partie un outil de calcul sous environnement MATLAB a été exploité pour l'étude et la caractérisation des charges conductrices en utilisant une méthode semi-analytique (circuits couplés). Le dispositif d'étude est constitué d'un capteur différentiel et d'une charge conductrice (l'induit).

### IV.2 Caractéristiques géométriques et physiques du système

#### a) Caractéristiques géométriques

##### - Pour le Capteur

Epaisseur :  $0.75 \cdot 10^{-3} m$

Hauteur :  $0.75 \cdot 10^{-3} m$

Rayon intérieur :  $7.5 \cdot 10^{-3} m$

##### - Pour la Charge

Epaisseur :  $1,27 \cdot 10^{-3} m$

Hauteur :  $40 \cdot 10^{-3} m$

Rayon intérieur :  $8,75 \cdot 10^{-3} m$

#### b) Caractéristiques physiques

##### - Pour le capteur

Perméabilité magnétique :  $4\pi \cdot 10^{-7} [H/m]$

Résistivité électrique :  $1 / (5,59 \cdot 10^{+7}) [\Omega \cdot m]$

##### - Pour la charge

Perméabilité magnétique :  $4\pi \cdot 10^{-7} [H/m]$

Résistivité électrique :  $1 / (7,74 \cdot 10^{+6}) [\Omega \cdot m]$

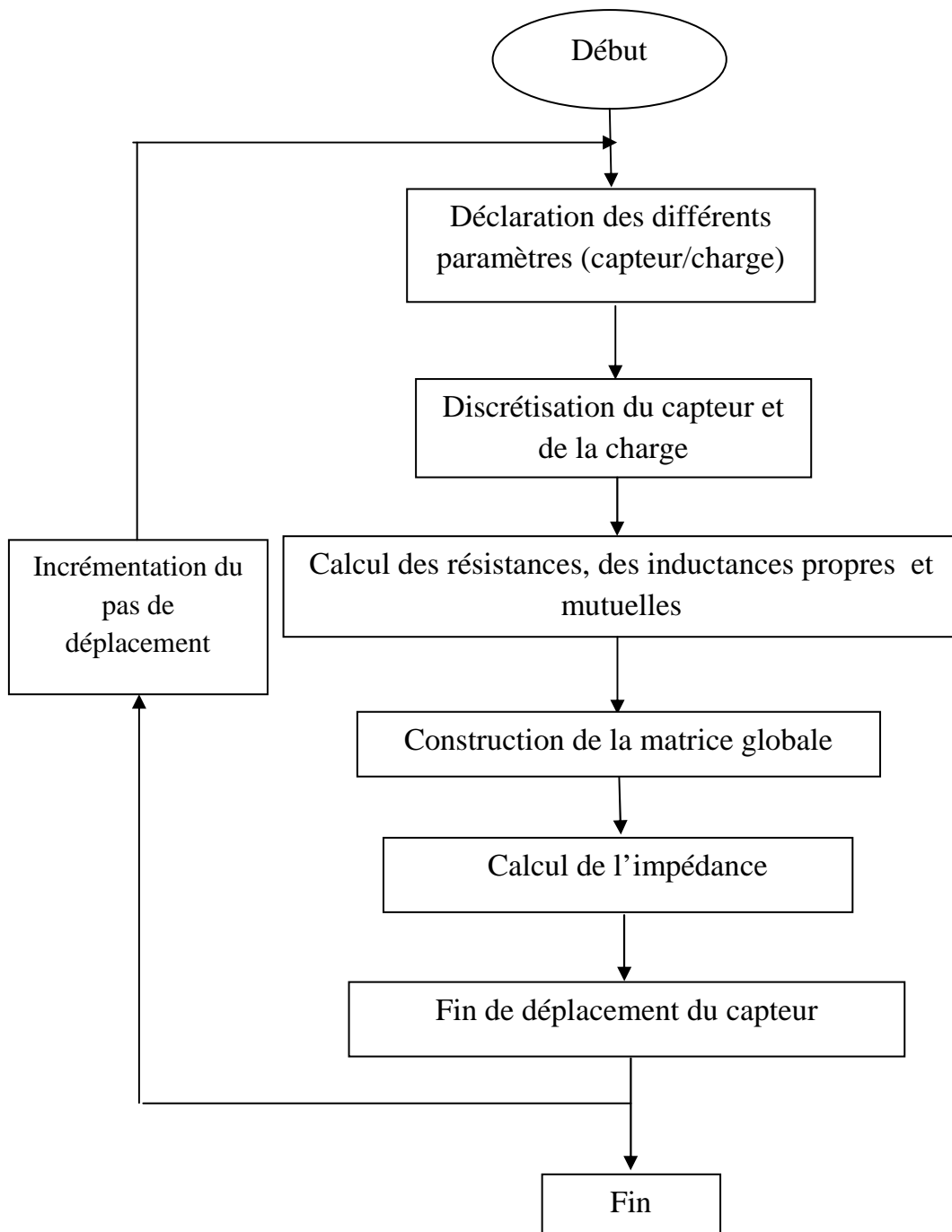
### IV.3 Applications 1

Dans notre application, on est amené à calculer l'impédance vue par le capteur. Et ceci en discrétisant le dispositif d'étude en éléments de circuit, où l'on calcul pour chaque élément la résistance, l'inductance propre et l'inductance mutuelle.

Pour ce faire, la méthode des circuits couplés a été utilisée.

### IV.3.1 Organigramme de calcul

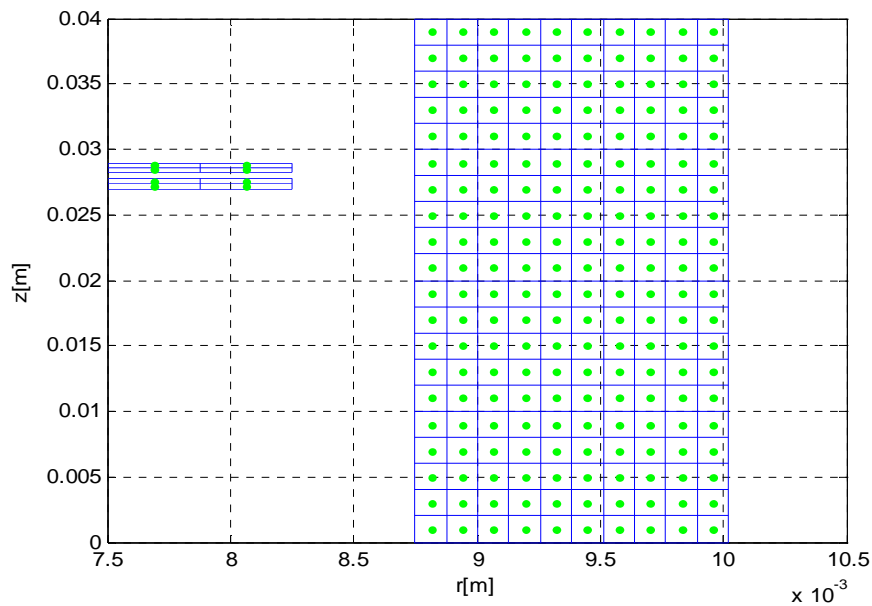
Les différentes étapes du code de calcul élaboré et implémenté sous environnement MATLAB, sont telles que données par l'organigramme suivant :



**Figure IV.1** : Organigramme de calcul

### IV.3.2 Modèle géométrie Discrétisé

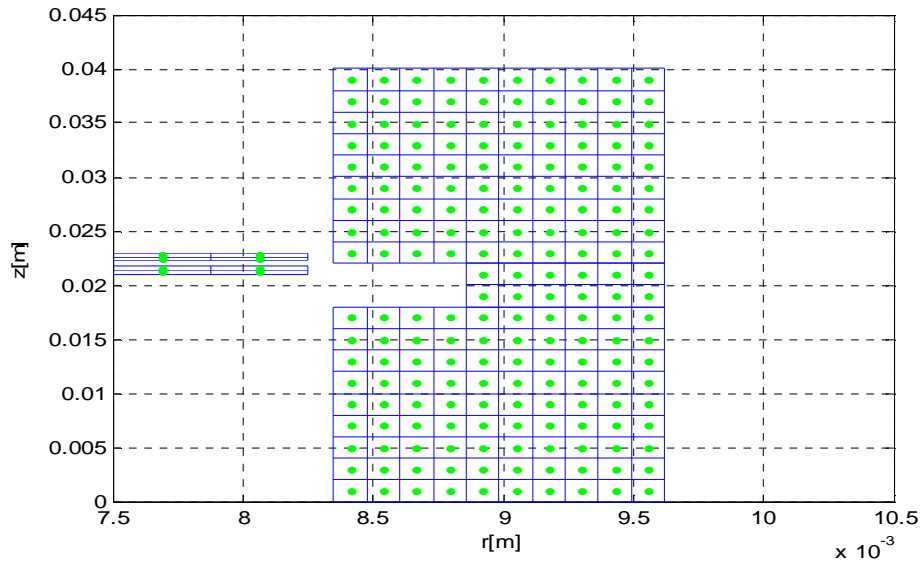
La figure suivante (IV.2) montre la discrétisation de notre dispositif d'étude à  $20 \times 10$  éléments



**Figure IV.2** : discrétisation en  $20 \times 10$  éléments

### IV.3.3 Application à un défaut interne

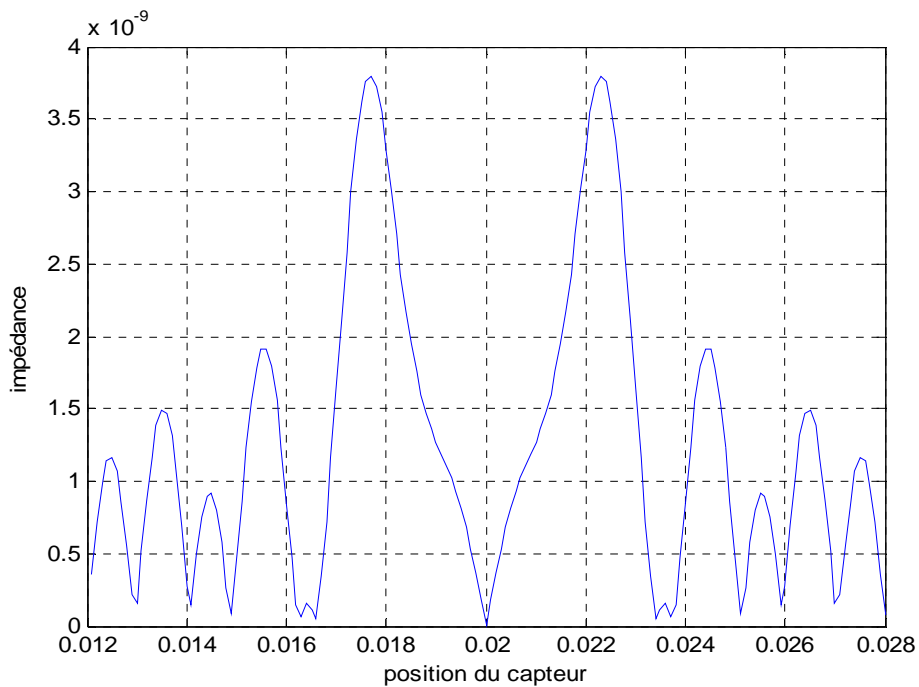
Dans la présente application, on insère un défaut dans la charge caractérisant une gorge interne comme présenté sur la figure (IV.3) ; Pour simuler la détection de ce défaut, le capteur est supposé en mouvement rectiligne le long de la charge. A chaque pas de déplacement, nous recueillons l'impédance vue par le capteur. Pour éviter les effets de bords causés par les extrémités du tube, nous faisons déplacer le capteur à partir d'une position où ce dernier voit la pièce comme saine. En supposant que le défaut est situé au milieu de la longueur de la charge, le déplacement du capteur s'achève à une position symétrique par rapport à la position de départ.



**Figure IV.3** : discrétisation du dispositif d'étude pour un défaut interne

**a) Avec une fréquence de 100 Hz**

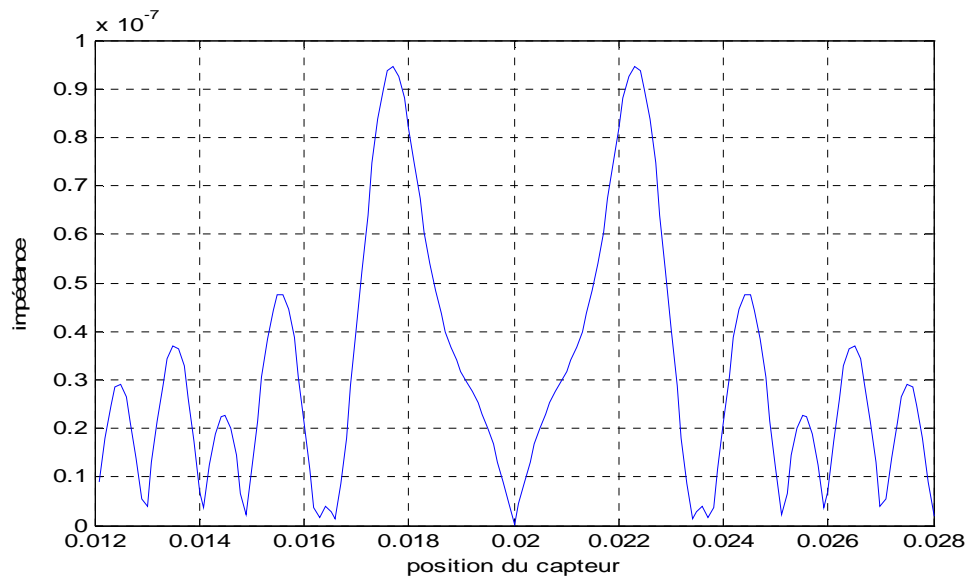
Les résultats obtenus pour une fréquence de 100Hz sont représentés sur la figure IV.4 suivante :



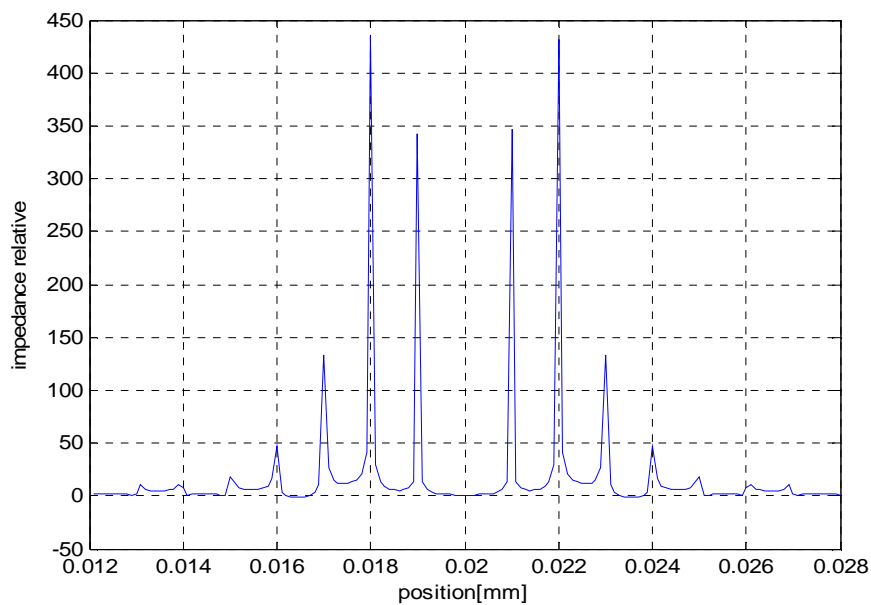
**Figure IV.4** variation de l'impédance en fonction de la position du capteur avec défaut à 100 KHz

**b) Avec une fréquence de 500Hz**

Les résultats obtenus pour une fréquence de 500Hz sont représentés sur la figure IV.5 suivante :



**Figure IV.5.a** variation de l'impédance en fonction de la position du capteur pour un défaut interne à 500 Hz

**c) Impédance relative à 500Hz**

**Figure IV.5.b** variation de l'impédance relative en fonction de la position du capteur pour un défaut interne à 500 Hz

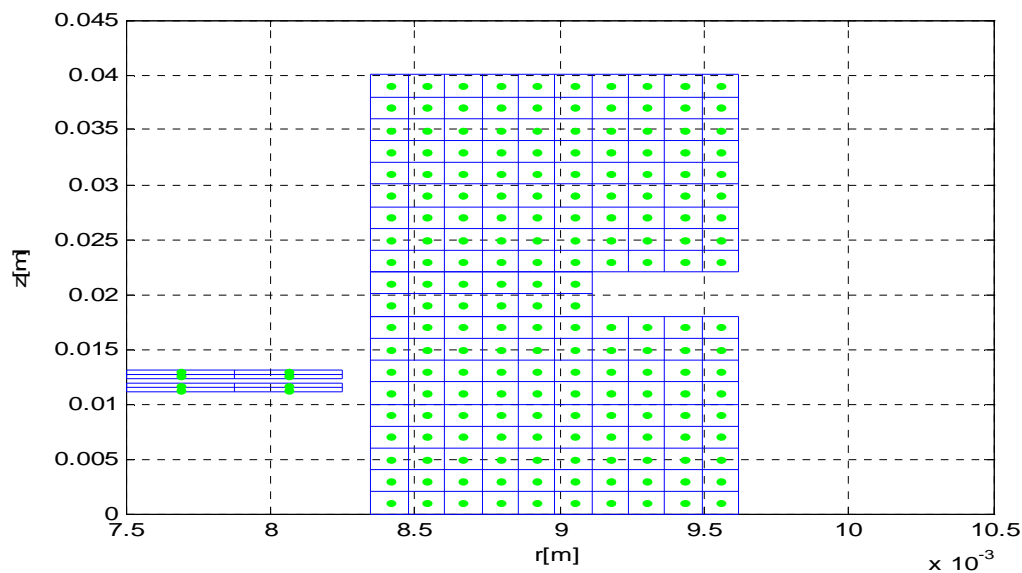
Les figures (IV.4, IV.5.a.b) montrent l'évolution de l'impédance en fonction de la position de capteur pour une fréquence de 100 Hz et 500Hz.

On remarque que l'impédance vue par le capteur augmente au fur et à mesure que celui-ci s'approche de la zone du défaut, pour s'annuler lorsqu'il se trouve à son centre et qu'elle est maximale à ses bords. On voit bien aussi la symétrie des résultats par rapport au centre du défaut.

Lorsque le capteur se rapproche du défaut, nous observons l'augmentation de la variation de l'impédance jusqu'à une valeur maximale. Cette augmentation est due au fait que la première bobine du capteur voit le défaut à une position différente de celle de la deuxième bobine. Cela engendre une perturbation du champ source et par conséquent la variation d'impédance.

#### IV.3.4 Application à un défaut externe

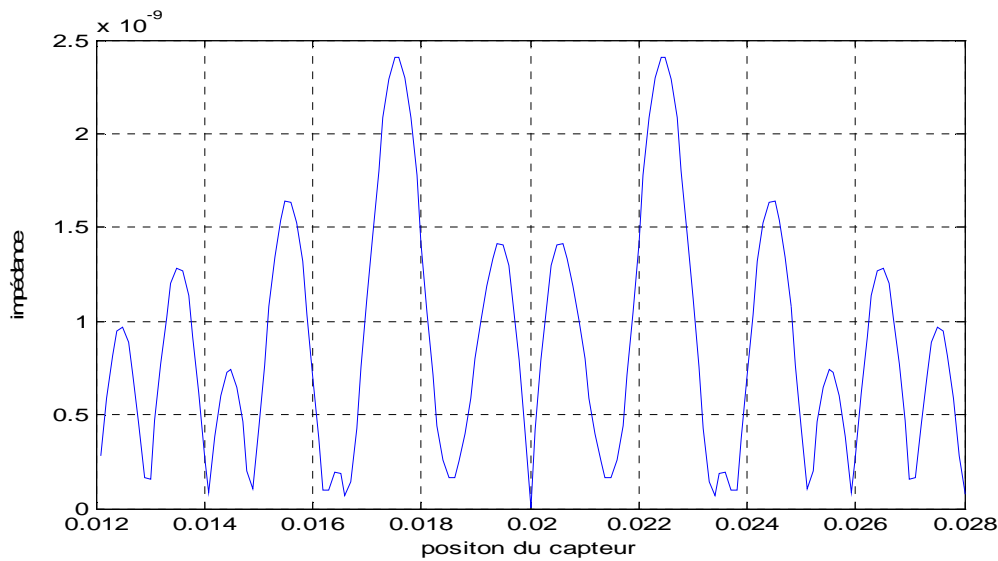
Dans la présente application, on insère un défaut dans la charge caractérisant une gorge externe comme présenté sur la figure (IV.7) :



**Figure IV.7** : discrétisation du dispositif d'étude pour un défaut externe

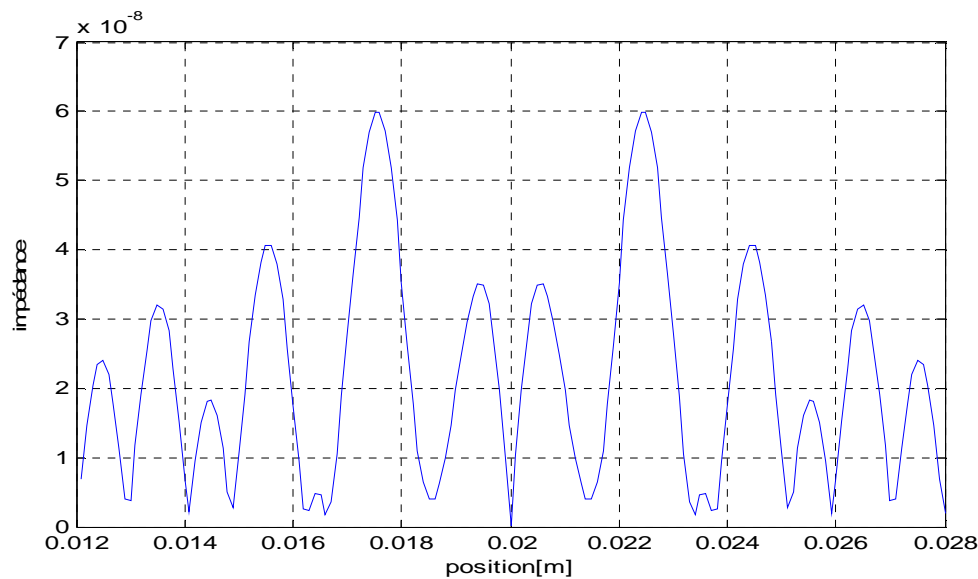
##### a) Avec une fréquence de 100 Hz

La courbe de la variation de l'impédance en fonction de déplacement du capteur est représentée dans la figure (IV.8) suivante :



**Figure IV.8** variation de l'impédance en fonction de la position du capteur avec défaut à 100 Hz

**b) Avec une fréquence de 500 Hz**

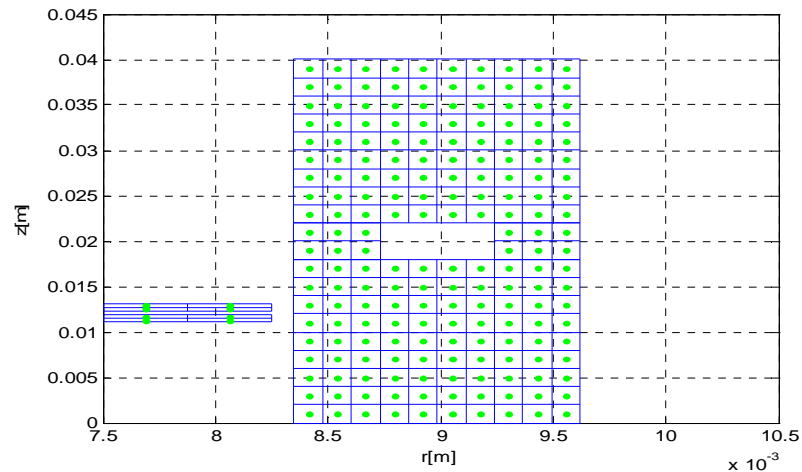


**Figure IV.9** variation de l'impédance en fonction de la position du capteur avec défaut à 500 Hz

On remarque que pour les variations de l'impédance à différentes fréquences, l'impédance s'annule au centre du défaut ce qui s'explique par la symétrie du signal reçu par rapport aux deux bobines du capteur .et qu'elle est maximale à ses bords. On voit bien aussi la symétrie des résultats par rapport au centre du défaut.

La variation de l'impédance du capteur est plus importante lorsqu'on augmente la fréquence.

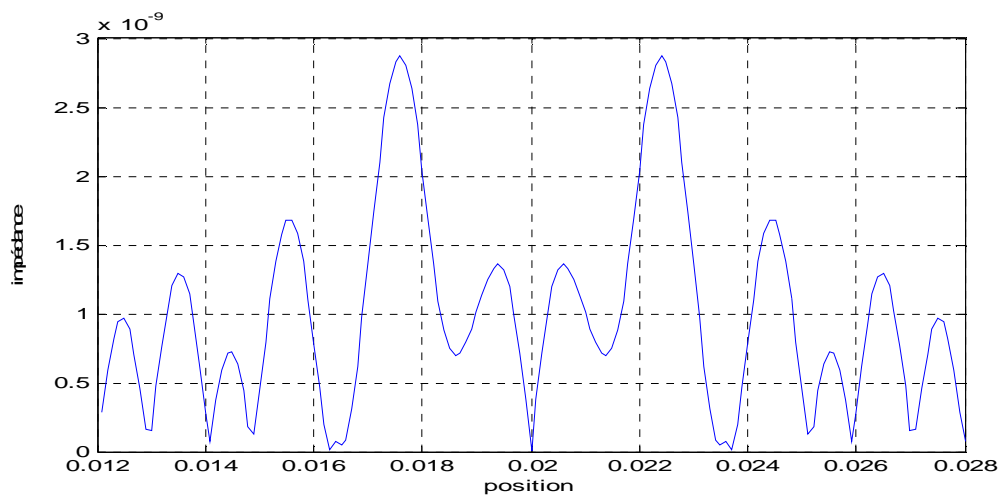
### IV.3.5 Application d'un défaut en profondeur



**Figure IV.10** : discrétisation du dispositif d'étude pour un défaut en profondeur

#### a) Avec une fréquence de 100 Hz

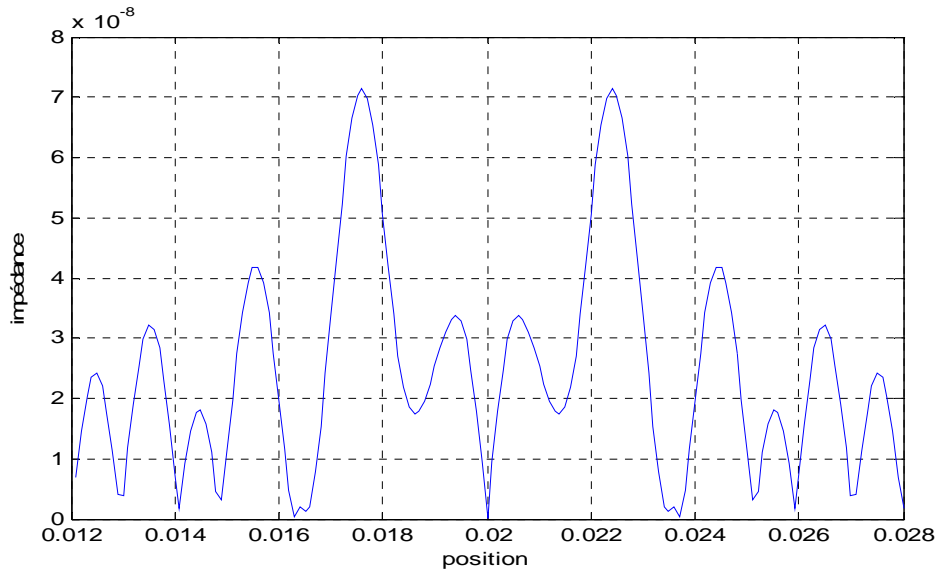
La courbe de la variation de l'impédance en fonction de déplacement du capteur est représentée dans la figure (IV.11) suivante :



**Figure IV.11** : variation de l'impédance en fonction de la position du capteur avec défaut à

100 Hz

**b) Avec une fréquence de 500Hz**

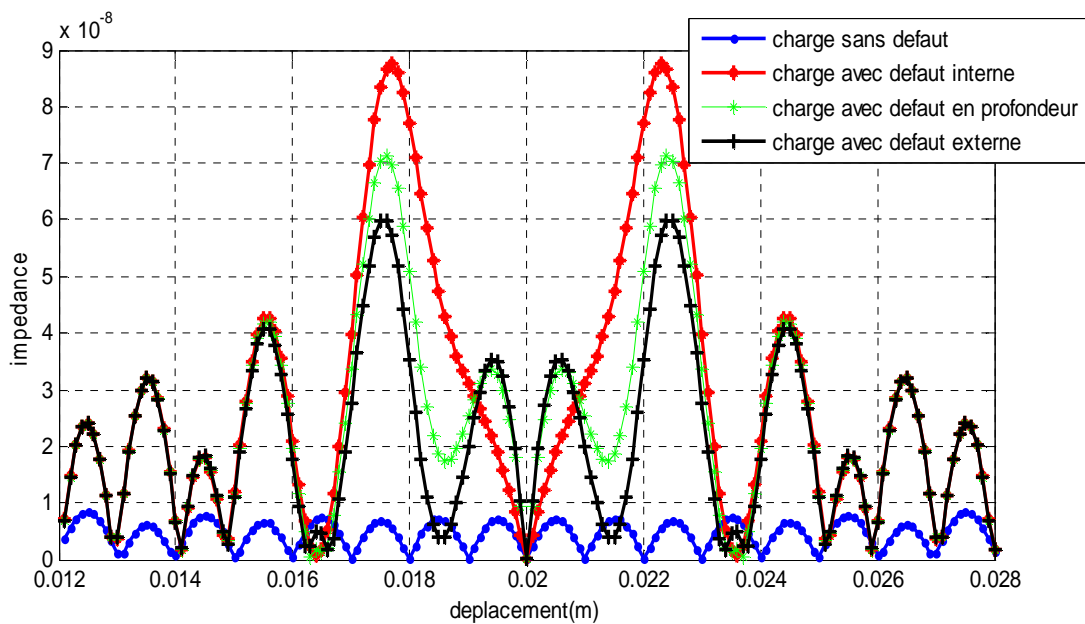


**Figure IV.12 :** variation de l'impédance en fonction de la position du capteur avec défaut à 500 Hz

Pour les différentes fréquences, l'impédance s'annule au centre du défaut ce qui s'explique par la symétrie du signal reçu par rapport aux deux bobines du capteur .et qu'elle est maximale à ses bords

**IV.3.6 confrontation de la variation d'impédance aux différents défauts**

La figure (IV.13) suivante montre la variation de l'impédance aux différents défauts



En examinant ces figures on remarque que la valeur de l'impédance augmente à chaque fois que le capteur est proche du défaut. Ce qui nous permet de dire que le défaut interne est le plus détecté vu qu'il est le plus proche du capteur puis vient le défaut en profondeur et enfin le défaut externe.

#### IV.4 Application 2

La figure (IV.14) représente un système (capteur différentiel /charge) dans ce cas la charge est constituée de trois pièces conductrices séparées par un entrefer, une des trois charges contient un défaut. Les différents paramètres sont listés ci-après

##### ❖ Caractéristiques géométriques et physiques

###### - Pour le Capteur

Epaisseur :  $0.75 \cdot 10^{-3}$  [m]  
 Hauteur :  $0.75 \cdot 10^{-3}$  [m]  
 Rayon intérieur :  $7.5 \cdot 10^{-3}$  [m]  
 Perméabilité magnétique :  $4\pi \cdot 10^{-7}$  [H/m]  
 Résistivité :  $1 / 5.59 \cdot 10^{+7}$  [ohm.m]

###### - Pour la Charge avec défaut

Epaisseur :  $100 \cdot 10^{-3}$  [m]  
 Hauteur :  $0.2 \cdot 10^{-3}$  [m]  
 Rayon intérieur :  $20 \cdot 10^{-3}$  [m]  
 Perméabilité magnétique :  $4\pi \cdot 10^{-7}$  [H/m]  
 Résistivité :  $1 / 7.74 \cdot 10^{+6}$  [ohm.m]

###### - Pour les Charges 2 et 3

Epaisseur :  $100 \cdot 10^{-3}$  [m]  
 Hauteur :  $0.2 \cdot 10^{-3}$  [m]  
 Rayon intérieur :  $20 \cdot 10^{-3}$  [m]  
 Perméabilité magnétique :  $4\pi \cdot 10^{-7}$  [H/m]  
 Résistivité :  $1 / 7.74 \cdot 10^{+6}$  [ohm.m]





# *Conclusion générale*

## Conclusion générale

Les exigences croissantes en termes de sûreté de fonctionnement d'un produit industriel ainsi que la volonté d'optimisation de la durée de vie des pièces qui constituent, conduisent à mettre en place des contrôles qualités de plus en plus poussés. L'utilisation des courants de Foucault permet un contrôle non destructif fiable. Rapide et peu coûteux des milieux conducteurs. La simplicité de ce contrôle et sa robustesse d'utilisation en font une technique très utilisée industriellement depuis plusieurs décennies.

Pour bien mener notre travail nous avons commencé par une recherche bibliographique concernant les différentes méthodes du CND en se basant sur la technique du contrôle non destructif par courant de Foucault. Dans un second temps une modélisation mathématique des phénomènes électromagnétiques régissant le dispositif d'étude a été considérée.

Le troisième chapitre est consacré à l'étude et le développement de la méthode des circuits couplés et à son adaptation à notre système d'étude.

Un code de calcul sous environnement MATLAB a été élaboré pour l'étude et la caractérisation d'une charge conductrice.

Dans la première application, nous avons inséré dans la charge un défaut caractérisant une gorge interne ayant 40% de l'épaisseur de la charge et une hauteur de 4mm.

Les résultats obtenus pour les fréquences de 100Hz et 500Hz montrent que l'impédance vue par le capteur augmente au fur et à mesure que celui-ci s'approche de la zone du défaut, pour s'annuler lorsqu'il est à son centre.

Dans cette application nous avons procédé à plusieurs simulations pour faire apparaître l'influence de la fréquence sur la variation d'impédance. Ceci se traduit par une variation proportionnelle, c'est-à-dire que l'impédance est plus importante lorsque la fréquence grande.

Dans la deuxième et la troisième application, nous avons inséré respectivement un défaut externe et en profondeur ayant les mêmes propriétés physiques et géométrique que celle de la première application.

Une confrontation des résultats obtenus en termes de variation d'impédance, avec ceux obtenus pour le défaut interne et (pièce sans défaut), montre que le défaut interne est le plus

## Conclusion générale

déecté vu qu'il est le plus proche du capteur puis vient le défaut en profondeur et enfin le défaut externe.

Ce qui nous conduit à conclure que l'impédance augmente lorsque le défaut est proche du capteur.

Dans la deuxième partie on s'est intéressé à un autre système (capteur différentiel /charge) dans ce cas la charge est constituée de trois pièces conductrices séparées par un entrefer, une des trois charges contient un défaut.

On remarque que cette impédance présente un pic dans la zone du défaut pour enfin s'annuler.

On déduit que même avec la présence des deux plaques en plus, et des entrefers entre elles le défaut n'est pas caché.

On peut conclure que la méthode des circuits couplés utilisée pour le contrôle non destructif par courant de Foucault présente un avenir prometteur pour caractériser des pièces stratifiées.

# *Bibliographie*

# Bibliographie

- [1] **Bachir MAOUCHE**, « Elaboration de modèles couplés basés sur la méthode des moments pour la modélisation de structures électromagnétiques - Application à l'étude du Contrôle Non Destructif par Induction » thèse de Doctorat en Génie Electrique option machines électriques. Université Ferhat Abbas – Sétif faculté des sciences de l'ingénieur.
- [2] **H. Mohellebi, F. Bouali**, « étude de la variation des paramètres géométriques d'un dispositif CND en régime pulse ». Colloque National sur l'Inductique, le 03 et le 04 Mai 2011.
- [3] **TAREK BOUCHALA**, « Modélisation Semi-Analytique des Courants de Foucault Application au Contrôle Non Destructif par des Capteurs à Noyau de Ferrite ». Mémoire de magister en Electrotechnique. Université d'Elhadj Lakhder Batna juin 2008.
- [4] **M.HAMEL**, « Etude et réalisation d'un dispositif de détection par méthodes électromagnétiques ». Mémoire de magister Université de Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, 2012.
- [5] **C.RAVAT**, « Conception de multi capteurs à courants de Foucault et inversion des signaux associés pour le contrôle non destructif », thèse doctorat, paris, 2008.
- [6] **L.BEAUJARD, G.LABBE et J.MANNENC**. « Métallographie - Essais non destructifs ». Article, Encyclopaedia Universalis 2012.
- [7] **ZAIDI Mouloud, MAOUCHE Med Amine**. « Développement d'une interface pour capteur CND à courant de Foucault ». Mémoire de master entrainements électriques, Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, 2013.
- [8] **F. THOLLON**, « conception et optimisation de capteurs à courant de Foucault pour la détection de défauts profonds dans des matériaux amagnétiques », thèse de doctorat, Lyon, 1995.
- [9] **M. BENSETTI** « Etude et modélisation de capteur destinés au contrôle non destructif par courant de Foucault. Mise en œuvre de méthodes d'inversion », Thèse de Doctorat en sciences de l'université Paris sud-XI, France, décembre 2004.

# Bibliographie

[10] **H.ZAIDI** « Méthodologies pour la modélisation des couches fines et du déplacement en contrôle non destructif par courant de Foucault : application aux capteurs souples ». Thèse doctorat, Paris, 2012.

[11] **Y. CHOUA**, « application de la méthode des éléments finis pour la modélisation de configurations de contrôle non destructif par courants de Foucault », thèse doctorat, Paris, 2009.

[12] **L. OUKHLOU**, « paramétrisation et classification de signaux en contrôle non destructif. Application à reconnaissance des défauts de rails par courants de Foucault», Thèse de doctorat, Paris-Sud, France.1998.

[13] **W. SLIMANE**, « Conception d'un Système Multi-Capteurs à Courants de Foucault pour le Contrôle Non Destructif (CND) » Mémoire de magister en Electrotechnique. Université d'Elhadj Lakhder Batna 2008.

[14] **Michel Hulin, Jean-Pierre Maury**, « les bases de l'électromagnétisme ». Pierre, Marie Curie et l'université de paris 1991.

[15] **F.GARDIOL**, « Traité électricité, Electromagnétisme, volume III ». Presse polytechniques et Universitaires Romandes, Suisse, 1996.

[16] **Jonathan FERREIRA**, « cours d'Electrostatique Electrocinétique » et « cours de magnétostatique ». Université Joseph fourrier, France, 2001-2002.

[17] **Valérie LABBE**, « Modélisation numérique du chauffage par induction Approche éléments finis et calcul parallèle » thèse de Doctorat Spécialité Mécanique Numérique. L'Ecole nationale supérieur des Mines de Paris.

[18] **A. DICHE**, « Développement de modèles de transformations pour l'étude des capteurs à courants de Foucault ». Mémoire de magister, Université de Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, 2003.

[19] **H.MOHELLEBI**, « cours de modélisation numérique de systèmes d'entraînement électriques (MEE36)» Université de Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, 2013.

# Bibliographie

[20] **M. RACHEK**, « modélisation analytico-numérique d'inducteur axisymétrique alimenté en tension moyen fréquence » Mémoire de magister en Electrotechnique 08 avril 2001, Université de Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou.

[21] **Bachir MAUCHE**, « Etude et Développement Semi-Analytique de l'Equation de Diffusion Electromagnétique Avec Terme de Déplacement dans le Cas de Dispositifs Axisymétriques Excités en Courant ou en Tension ». Thèse de magister en Génie Electrique option machines électriques. Centre universitaire Abderahmane Mira de Bejaia, Algérie, 1996.

[22] **A. Nait SIDENAS, H SADAoui**, « Etude d'un Capteur à Courant de Foucault en Utilisant la Méthode des Circuits couplés ». Mémoire d'ingénieur en Génie Electrique Option machines électriques. Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, 2003.

[23] **F. BOUALI**, « Utilisation d'une méthode semi analytique pour l'étude du contrôle non destructif en régime pulsé ». Mémoire de Magister, Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, 2010.

[24] **Y. BESBAS, A/K. DJELLAoui**, « Etude des dispositifs électromagnétismes chauffés par induction par la méthode des circuits couplés ». Mémoire d'ingénieur, Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, 1997.

[25] **M. TOUMI**, « Application des Onduleurs Multi Niveaux dans les Systèmes de Chauffage par Induction ». Mémoire de magister en Electrotechnique. Université de Batna Faculté de Technologie Département d'Electrotechnique 09-06-2012.