

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE et POPULAIRE.  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique.

UNIVERSITE MOULOUD MAMMERI, TIZI-OUZOU  
Faculté des Sciences  
Département de Mathématiques



**MEMOIRE DE MASTER**  
en  
**MATHEMATIQUES**

Spécialité  
Méthodes et modèles de décision

Thème

**Contribution à la planification des puits de forage basée sur la  
méthode de Monte Carlo**

Présenté par

TCHATCHI Fatima  
NAIT DJOUDI Mohamed Lamine

Proposé par  
Mlle. Lynda BOUDJEMA

Travail dirigé par :  
Mr. Hocine FELLAG      Professeur      UMMTO      Rapporteur

Année universitaire 2014 / 2015

# Remerciements

Nous tenons à remercier toutes les personnes qui ont contribué, de près ou de loin, à l'élaboration de ce travail, parmi lesquelles nous citons :

- Mr. H. FELLAG et Melle L. BOUDJEMA, nos promoteurs qui nous ont suivis, en nous prodiguant leurs conseils ;
- Melle K. KADI, pour ses accueils, et son aide qu'elle nous a apportés tout au long de ce travail ;
- Tous les professeurs qui nous ont suivis durant notre cursus universitaire et ceux qui nous ont aidés avec des explications ou avec leurs ouvrages personnels ;
- Tous nos camarades qui nous ont encouragés pendant les moments difficiles ;
- Nous n'omettons pas de nous remercier mutuellement (nous qui avons fait ce travail) pour ce que chacun a fait pour que l'autre ait

# *Dédicace*

Je dédie ce modeste travail :

- ✓ A mes parents, mes frères et mes sœurs ;
- ✓ A tous les enseignants(e) et toute la promotion de la Recherche Opérationnelle 2014/2015 ;
- ✓ A tous ceux qui m'ont aidé, A tous ceux que j'aime, Avec toute ma gratitude ;
- ✓ A tous ceux qui me sont chers et dont je n'ai pas cité leurs noms ;
- ✓ A tous ceux-là qui ont supporté mes caprices et mes sauts d'humeurs ;

M.L. NAIT DJOUDI

# *Dédicace*

Je dédie cet humble travail à :

- ✓ Mes parents, mes frères et ma sœur ;
- ✓ Toutes mes amies en particulier Fatma (Lylia) et Damia et leurs familles respectives ;
- ✓ Toute la promotion de la Recherche Opérationnelle 2014/2015 ;
- ✓ Mon collègue Mohamed Lamine avec lequel j'ai le plaisir de partager ce travail ;
- ✓ Et à tous ceux qui m'ont aidé et conseillé dans ce travail.

F. TCHATCHI

# Sommaire

Introduction générale .....	1
-----------------------------	---

## Chapitre I : Généralité sur les probabilités et la méthode Monte Carlo

Introduction.....	3
I.1. Concepts de base .....	3
I.1.1. Variable aléatoire .....	5
I.1.2. Espérance mathématique .....	6
I.1.3. Variance .....	7
I.1.4. Les lois de probabilité .....	7
I.2. Loi des grands nombres .....	9
I.3. La méthode de Monte Carlo .....	11
I.3.1. Définition de la méthode de monte Carlo .....	11
I.3.2. Description de la méthode de Monte-Carlo .....	12
I.3.3. Exemple simple et illustratifs .....	12
I.3.4. Simulation de la méthode de Monte Carlo .....	17
I.3.5. Comment fonctionne la simulation Monte Carlo ? .....	17
I.3.6. Les étapes de simulation .....	18
I.3.7. Simulation de variables aléatoires .....	19

## Chapitre II : Présentation de l'organisme d'accueil et les opérations de forage

II.1. Présentation de SONATRACH .....	21
II.1.1. Quelques dates historiques .....	21
II.1.2. Les missions de SONATRACH.....	21
II.1.3. Les objectifs stratégiques de SONATRACH .....	21
II.1.4. Organisation de SONATRACH .....	21
II.1.5. Organigramme de la SONATRACH.....	23
II.2. La présentation de l'Activité Amont .....	23

II.2.1. Organisation de la Division Forage .....	24
II.2.2. Les missions .....	24
<b>II.3. Les opérations de forage .....</b>	<b>24</b>
II.3.1. Définition d'un forage .....	24
II.3.2. Descriptif sommaire d'un appareil de Forage et d'un Puits .....	25
II.3.3. Objectifs des forages .....	26
II.3.4. Exploitation d'un appareil de forage.....	28
II.3.5. Productif Time .....	29
II.3.6. Non Productif Time .....	29
II.3.7. Le D.T.M. (Démontage, Transport et Montage) .....	29
<b>II.4. Position du problème .....</b>	<b>29</b>
<b>II.5. Approche mathématique .....</b>	<b>30</b>
II.5.1. Prévisions .....	30

## **Chapitre III : Analyse des données de forage et élaboration des plannings**

<b>Introduction.....</b>	<b>32</b>
<b>III.1. Tableau de bord .....</b>	<b>32</b>
<b>III.2. Diagnostic des réalisations .....</b>	<b>32</b>
III.2.1. Indicateurs clés de performances (KPI) .....	33
<b>III.3. Le tableau de bord de l'activité forage .....</b>	<b>33</b>
III.3.1. L'écart existant entre les durées de forage (réaliser/ prévisionnel) .....	33
III.3.2. Volume global d'activité développement champ de Haoud Berkaoui .....	34
III.3.3. L'écart entre les prévisions et les réalisations en termes de puits livrés et en termes de métrage .....	35
III.3.4. L'évolution de la durée de réalisation par année et par puits .....	36
III.3.5. L'évolution du temps d'activité, NPT vs Temps productif (PT) .....	36
III.3.6. Représentation des NPT par catégories .....	38
III.3.7. Explication des écarts .....	40
<b>III.4. Présentation du logiciel .....</b>	<b>40</b>

<b>III.5. Elaboration des plannings prévisionnels des forages d'exploration et de développement .....</b>	<b>41</b>
<b>III.5.1. Démarche adoptée .....</b>	<b>41</b>
<b>III.6. Estimation des durées et profondeurs péronnelles des puits pour l'exercice 2016 .....</b>	<b>42</b>
<b>III.6.1. Calcul des durées et les profondeurs des puits par phase .....</b>	<b>43</b>
<b>III.7. Le choix de la méthode et de la probabilité .....</b>	<b>54</b>
<b>Conclusion générale .....</b>	<b>57</b>
<b>Bibliographie</b>	

# Introduction générale

SONATRACH est la compagnie nationale algérienne de recherche, d'exploitation, de transport par canalisation, de transformation et de commercialisation des hydrocarbures et de leurs dérivées. Elle a pour missions de valoriser de façon optimale les ressources nationales d'hydrocarbures et de créer des richesses au service du développement économique et social du pays.

SONATRACH est aujourd'hui devenu un puissant élément d'intégration nationale, de stabilité et de développement économique et social.

Les hydrocarbures restent la source d'énergie la plus utilisée pour le bon fonctionnement de l'économie mondiale et ils continueront à jouer ce rôle stratégique aussi longtemps que l'homme n'aura pas trouvé d'autres sources d'énergies, qui pourront remplir leurs rôles avec plus de rentabilité et d'efficacité.

Le pétrole et le gaz naturel représentent près de 50 % de notre bilan énergétique. Ces approvisionnements sont cruciaux pour le développement de notre économie et le bien-être des citoyens. Le pétrole et le gaz naturel peuvent être également sources de croissance et de création de richesse, à condition de tirer parti des atouts dont nous disposons.

Une planification de plus en plus rigoureuse est mise en place, les objectifs de Sonatrach étaient alors l'extension de toutes ses activités à l'ensemble des installations gazières et pétrolières et l'atteinte de la maîtrise de toute la chaîne des hydrocarbures.

Après avoir opté, en 1984, pour la "coordination forage" rattachée à la division hydrocarbures, SONATRACH décida de créer la division forage en 1987. Cette division dispose d'une importante base de données, fruit de plusieurs années de suivi et d'analyse des temps de forage.

La Division Forage, s'est vue confier la responsabilité de la maîtrise d'oeuvre de forage pour la construction de puits (pétroliers, gaziers et d'eau) de qualité, à moindres coûts, dans les meilleures conditions de sécurité, de santé et de protection de l'environnement pour respecter le bon déroulement de cet objectif, doit toujours apporter des améliorations sur des points sensibles qui pourraient engendrer une situation assez critique, pour peu qu'on les néglige. Elle est donc déterminée à réaliser l'exploitation continue et fiable des services de soutien dans la réalisation de ces puits ;

Cette étude pourrait d'une part, réduire le temps mort des foreurs et d'autre part, augmenter les bénéfices de l'entrepreneur. Par conséquent, le nombre de puits forés augmentera au fur et à mesure que la durée de l'activité forage diminuera, et ainsi la compagnie pétrolière SONATRACH pourrait doubler, voire tripler le volume de ses réserves par la réalisation de nouvelles découvertes à l'avenir. Et par conséquent améliorer la productivité des hydrocarbures et être en mesure de réaliser ses objectifs.

L'étude présentée dans ce mémoire s'est portée seulement sur la planification des puits à forer.

D'où un certain nombre de questions mérite d'être posé et qui se résume ainsi :



L'entreprise sera-t-elle en mesure d'honorer ses engagements ?

L'entreprise sera-t-elle en mesure de maintenir son équilibre financier ?

Dégage-t-elle une marge de sécurité lors de la planification des puits à forer ? Est-ce qu'elle est suffisante ?

A ce propos, il nous a paru utile de poser la problématique suivante :

Trouver une approche pour une meilleure estimation des durées et profondeurs des puits à forer ?

Notre mémoire a été découpée en trois chapitres. Le premier donne un aperçu général sur les probabilités et la loi des grands nombres, et nous exposerons la méthode de résolution « méthode de Monte Carlo ».

Dans le second chapitre, nous allons faire une présentation générale de l'organisme d'accueil (SONATRACH) et son organisation et nous présenterons quelques généralités sur le forage.

Le troisième chapitre, est consacré à la présentation du logiciel Crystal Ball, nous restructurons et analysons les données fournies par la société, et à la fin l'élaboration des plannings de forage à l'horizon 2016.

# ***Chapitre I***

***Généralités sur les probabilités et la  
méthode Monté Carlo***

# Chapitre I : Généralité sur les probabilités et la méthode de Monté Carlo

---

## Introduction

Historiquement, le calcul des probabilités s'est développé au 17<sup>ème</sup> siècle autour de problèmes de jeux, dans des situations où le nombre des cas possibles est fini.

En théorie des probabilités et en statistique, une loi de probabilité décrit le comportement aléatoire d'un phénomène dépendant du hasard. L'étude des phénomènes aléatoires a commencé avec l'étude des jeux de hasard. Jeux de dés, tirage de boules dans des urnes et jeu de pile ou face ont été des motivations pour comprendre et prévoir les expériences aléatoires. Ces premières approches sont des phénomènes discrets, c'est-à-dire dont le nombre de résultats possibles est fini ou au plus dénombrable. Certaines questions ont cependant fait apparaître des lois à support infini non dénombrable ; par exemple, lorsque le nombre de tirages de pile ou face effectués tend vers l'infini, la répartition du nombre de piles obtenus s'approche d'une loi normale.

Des fluctuations ou de la variabilité sont présentes dans presque toute valeur qui peut être mesurée lors de l'observation d'un phénomène, quelle que soit sa nature ; de plus presque toutes les mesures ont une part d'erreur intrinsèque. Les lois de probabilités permettent de modéliser ces incertitudes et de décrire des phénomènes physiques, biologiques, économiques,...etc. Le domaine de la statistique permet de trouver des lois de probabilités adaptées aux phénomènes aléatoires.

Le concept de loi de probabilité se formalise mathématiquement à l'aide de la théorie de la mesure : une loi de probabilité est une mesure, souvent vue comme la loi décrivant le comportement d'une variable aléatoire, discrète ou continue. Une mesure est une loi de probabilité si sa masse totale vaut 1. L'étude d'une variable aléatoire suivant une loi de probabilité discrète fait apparaître des calculs de sommes et de séries, alors que si sa loi est absolument continue, l'étude de la variable aléatoire fait apparaître des calculs d'intégrales. Des fonctions particulières permettent de caractériser les lois de probabilité, par exemple la fonction de répartition et la fonction caractéristique.

Il est toujours possible d'associer à une variable aléatoire une probabilité et définir ainsi une loi de probabilité. Lorsque le nombre d'épreuves augmente indéfiniment les fréquences observées pour le phénomène étudié tendent vers les probabilités et les distributions observées vers les distributions de probabilités ou de loi de probabilité.

### I.1 Concepts de base [1]

Une expérience aléatoire est une expérience dont le résultat n'est pas connu avec certitude. Supposons que tous les résultats possibles de cette expérience soient connus. L'espace d'échantillonnage est cet ensemble de résultats possibles d'une expérience aléatoire.

#### Exemple (Espace d'échantillonnage)

- Tirage d'une pièce de monnaie:  $\Omega = \{P, F\}$ .
- Lancement d'un dé:  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ .
- Temps écoulé avant l'arrivée d'un premier client dans un magasin ouvert durant 8 heures, depuis son ouverture:  $\Omega = [0; 8]$ .

# Chapitre I : Généralité sur les probabilités et la méthode de Monté Carlo

---

Un événement  $E$  est un sous-ensemble de l'espace échantillonnage. Supposons que nous répétions l'expérience aléatoire un grand nombre de fois ( $n$ ), et que l'événement  $E$  se produise  $m$  fois. La probabilité associée à l'événement  $E$  peut être approchée comme

$$p[E] \approx \frac{m}{n}.$$

Une définition empirique de la probabilité de  $E$  est (en version fréquentiel)

$$p[E] \approx \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{m}{n} \right)$$

De manière plus formelle

## Définition

$P$  est une mesure de probabilité si :

- $0 \leq P[E] \leq 1$ , pour tout  $E \subset \Omega$  ;
- $P[\emptyset] = 0$  et  $P[\Omega] = 1$  ;
- $P[E_1 \cup E_2] = P[E_1] + P[E_2]$ , si  $E_1$  et  $E_2$  sont disjoints (i.e.  $E_1 \cap E_2 = \emptyset$ ).

## Exemple

Tirage d'une pièce de monnaie:  $P[\{P\}] = P[\{F\}] = 0,5$ .

L'occurrence un événement  $E_1$  se produit peut influencer la probabilité d'un autre événement  $E_2$ . Par exemple, la probabilité qu'il pleuve demain ( $E_2$ ) est plus élevée s'il pleut aujourd'hui ( $E_1$ ) que s'il ne pleut pas. Si  $P[E_1] > 0$ , nous définissons la probabilité conditionnelle associée à l'événement  $E_2$ , étant donné  $E_1$ , comme:

$$P[E_2|E_1] = \frac{P[E_1 \cap E_2]}{P[E_1]}$$

La probabilité conditionnelle jouit des propriétés suivantes:

- $0 \leq P[E_2 | E_1] \leq 1$  ;
- $P[\emptyset | E_1] = 0$  et  $P[\Omega | E_1] = 1$  ;
- $P[E_2 \cup E_3 | E_1] = P[E_2 | E_1] + P[E_3 | E_1]$ , si  $E_2$  et  $E_3$  sont disjoints.

Deux événements  $E_1$  et  $E_2$  sont indépendants si

$$P[E_2 | E_1] = P[E_2].$$

De manière alternative, nous pouvons utiliser les définitions suivantes:

$$\begin{aligned} P[E_1 | E_2] &= P[E_1] \\ P[E_1 \cap E_2] &= P[E_1] P[E_2]. \end{aligned}$$

En général, nous postulons l'indépendance de deux événements pour se servir des définitions ci-dessus, plutôt que de déduire l'indépendance de deux événements à partir des définitions.  $K$  événements  $E_1, E_2, \dots, E_K$  sont indépendants si

$$P[E_1 \cap E_2 \cap \dots \cap E_K] = P[E_1] P[E_2] \dots P[E_K].$$

# Chapitre I : Généralité sur les probabilités et la méthode de Monté Carlo

---

## I.1.1 Variable aléatoire [1]

Une variable aléatoire  $X$  est une fonction qui associe une valeur numérique  $X(s)$  à chaque élément  $s$  de l'espace d'échantillonnage:

$$X : \Omega \longrightarrow \mathbb{R}.$$

Il existe deux types principaux de variables aléatoires:

- variable aléatoire continue: valeurs réelles ;
- variable aléatoire discrète: valeurs entières ou nombre fini de valeurs.

### Exemple (Lancer de dés)

Considérons l'expérience aléatoire du lancer de deux dés. L'espace d'échantillonnage est  $\Omega = \{(1,1), (1,2), \dots, (6,6)\}$ . Une variable aléatoire  $X$  serait la somme des résultats des deux dés. Ainsi, par exemple,

$$P[X = 2] = P[s \in \Omega : X(s) = 2] = P[(1,1)] = \frac{1}{36}$$

$$P[X \leq 4] = P[s \in \Omega : X(s) \leq 4] = P[(1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (2,2), (3,1)] = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

La fonction de répartition associée à une variable aléatoire  $X$  est définie comme

$$F_X(b) = P[X \leq b] = P[s \in \Omega : X(s) \leq b];$$

Elle a comme propriétés:

- non décroissante ;
- $\lim_{b \rightarrow -\infty} F_X(b) = 0$  et  $\lim_{b \rightarrow \infty} F_X(b) = 1$  ;
- $P[a < X \leq b] = F_X(b) - F_X(a)$ , vu que  
 $\{s \in \Omega : X(s) \leq b\} = \{s \in \Omega : X(s) \leq a\} \cup \{s \in \Omega : a < X(s) \leq b\}$ .

### Exemple (Lancer de dés)

Soit  $X$  la somme des résultats des deux dés. Nous avons :

$$F_X(1) = P[X \leq 1] = 0;$$

$$F_X(2) = P[X \leq 2] = P[X = 2] = \frac{1}{36};$$

$$F_X(4) = P[X \leq 4] = \frac{6}{36} = \frac{1}{6};$$

$$F_X(12) = P[X \leq 12] = 1.$$

#### I.1.1.1 Variables aléatoires discrètes [1]

La fonction de masse associée à une variable aléatoire  $X$  est définie comme

$$P_X(k) = P[X = k] = P[s \in \Omega : X(s) = k].$$

Pour une variable aléatoire discrète, nous avons

$$F_X(b) = P[X \leq b] = \sum_{k \leq b} P[X = k] = \sum_{k \leq b} P_X(k).$$

aussi,

$$P[a < X < b] = F_X(b) - F_X(a) - P_X(b).$$

# Chapitre I : Généralité sur les probabilités et la méthode de Monté Carlo

---

## Exemple (Lancer de dés)

Soit  $X$  la somme des résultats des deux dés. Alors,

$$F_X(2) = P[X \leq 2] = P[X = 2] = P_X(2) = \frac{1}{36};$$

$$F_X(4) = P[X \leq 4] = P[X = 2] + P[X = 3] + P[X = 4] = P_X(2) + P_X(3) + P_X(4) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}.$$

### **I.1.1.2 Variables aléatoires continues [1]**

Une variable aléatoire  $X$  est continue si sa fonction de répartition peut être représentée ainsi:

$$F_X(b) = \int_{-\infty}^b f_X(x) dx.$$

La fonction sous l'intégrale est appelée fonction de densité et satisfait les conditions suivantes:

$$\begin{aligned} f_X(x) &\geq 0; \forall x \\ \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) dx &= 1 \end{aligned}$$

Si la fonction de densité est continue, alors elle est égale à la dérivée de la fonction de répartition:

$$f_X(x) = \frac{dF_X}{dx}(x).$$

La fonction de masse prend toujours la valeur 0:

$$P_X(x) = 0; \forall x.$$

Pour tout intervalle de la forme  $< a; b >$ , nous avons également

$$P[X \in < a; b >] = \int_a^b f(x) dx = F_X(b) - F_X(a)$$

### **I.1.2 Espérance mathématique [1]**

L'espérance mathématique (moyenne) associée à une variable aléatoire  $X$  est dénotée  $E[X]$  et définie comme suit:

$$E[X] = \begin{cases} \sum_k k P_X(k) = \sum_k P[X = k] & \text{si } X \text{ est discrète} \\ \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx & \text{si } X \text{ est continue} \end{cases}$$

## Exemple (Lancer de deux dés)

Soit  $X$  la somme des résultats des deux dés.

$$E[X] = \sum_k P[X = k] = \sum_{k=2}^{12} k P[X = k] = 7.$$

Nous pouvons également considérer l'espérance d'une fonction  $g(X)$ . Si  $X$  est une variable aléatoire discrète, cela donne

$$E[g(X)] = \sum_k g(k) P_X(k).$$

Pour une variable continue, nous aurons

# Chapitre I : Généralité sur les probabilités et la méthode de Monté Carlo

---

$$E[g(X)] = \int_{-\infty}^{+\infty} g(X)f_X(x)dx.$$

En particulier, nous avons, si  $a \in \mathbb{R}$  et  $X, Y$  sont deux variables aléatoires,

$$E[aX] = aE[X];$$
$$E[X + Y] = E[X] + E[Y].$$

## I.1.3. Variance [1]

La variance associée à une variable aléatoire  $X$ , dénotée  $V(X)$ , est définie par la formule

$$V(X) = E[X^2] - E[X]^2 = E[(X - E[X])^2].$$

### Exemple (Lancer de deux dés)

Soit  $X$  la somme des résultats des deux dés.

$$V(X) = E[X^2] - E[X]^2 = \sum_k k^2 P[X = k] - E[X]^2 \approx 5,833.$$

## I.1.4. Les lois de probabilité

Il est toujours possible d'associer à une variable aléatoire une probabilité et définir ainsi une loi de probabilité. Lorsque le nombre d'épreuves augmente indéfiniment, les fréquences observées pour le phénomène étudié tendent vers les probabilités et les distributions observées vers les distributions de probabilité ou loi de probabilité. Identifier la loi de probabilité suivie par une variable aléatoire donnée est essentiel car cela conditionne le choix des méthodes employées pour répondre à une question donnée.

### 1. Loi de Bernoulli

La variable aléatoire  $X$  suit une loi de Bernoulli de probabilité  $p$ , si  $X$  vaut 1 ou 0 avec les probabilités respectives  $p$  et  $1-p$ .

$$P(1) = p$$

$$P(0) = 1-p$$

On a alors :

- **L'espérance et la variance :**

$$E(X) = p$$

$$V(X) = p(1-p).$$

### 2. La loi binomiale

Si la variable aléatoire  $X$  suit une loi binomiale  $B(n, p)$ , cela veut dire que  $X$  est égale au nombre de succès obtenus dans une série de  $n$  épreuves de Bernoulli de probabilité  $p$ . La variable aléatoire  $X$  peut donc prendre  $n+1$  valeurs :  $0, 1, \dots, n$ .

$$P(x) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{1-x} \quad \text{pour } n > 0; x = 0, 1, 2, \dots, n; 0 < p < 1.$$

- **L'espérance et la variance**

$$E(x) = np$$

$$V(x) = np(1-p)$$

# Chapitre I : Généralité sur les probabilités et la méthode de Monté Carlo

---

## 3. La loi de Poisson

La variable aléatoire  $X$  suit une loi de Poisson  $P(\lambda)$  de paramètre  $\lambda$  ( $\lambda \geq 0$ ) si :

-  $X$  a pour valeurs les entiers naturels,

-  $P(X=k)=e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}$ , pour  $k \in \mathbb{N}$ .

On a :

- **L'espérance et la variance**

$$E(X) = \lambda$$

$$V(X) = \lambda.$$

## 4. Loi Uniforme

La loi uniforme est la loi exacte des phénomènes continus uniformément sur un intervalle repartis sur un intervalle.

La variable aléatoire  $X$  suit une loi uniforme sur le segment  $[a, b]$ , avec  $a < b$ , si sa fonction de répartition est donnée par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{(b-a)} & \text{si } x \in [a, b] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

La fonction de répartition associée à la loi uniforme continue est telle que :

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < a \\ 1 & \text{si } x > b \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{si } a \leq x \leq b \end{cases}$$

- **Espérance et la variance de la loi uniforme**

$$E(x) = \frac{b+a}{2} \quad V(x) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

## 5. Lois normale ou lois de Gauss

La variable aléatoire  $X$  suit une loi Normale ou loi de Gauss de paramètres  $\mu, \sigma$  ( $\sigma > 0$ ) si :

-  $X$  a pour valeurs tous les réels

- Sa fonction de densité est :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2}$$

On note cette loi  $N(\mu, \sigma)$ .

On a :

$$E(X) = \mu$$

$$\sigma(X) = \sigma.$$

On dit que  $N(0,1)$  est la loi normale centrée réduite. Si  $X$  suit la loi  $N(0,1)$  alors :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}$$



# Chapitre I : Généralité sur les probabilités et la méthode de Monté Carlo

---

## 6. Lois exponentielles

On appelle loi exponentielle de paramètre  $\lambda$  la loi de probabilité absolument continue dont une densité est donnée par

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad x \in \mathbb{R} \quad \lambda \in \mathbb{R}_+^*$$

Sa fonction de répartition est bien sûr nulle pour  $x \leq 0$ , et pour  $x > 0$  on obtient :

$$F(x) = \lambda \int_0^x e^{-\lambda t} dt = [-e^{-\lambda t}] = 1 - e^{-\lambda x}$$

Soit  $X$  une variable aléatoire de loi  $\varepsilon(\lambda)$ . Tous ses moments existent et on calcule aisément (intégration par parties).

$$E(x) = \frac{1}{\lambda} \quad V(x) = \frac{1}{\lambda^2}$$

De telles lois apparaissent pour modéliser des temps d'attente des phénomènes pour lesquels il y a absence de mémoire.

## I.2. Loi des grands nombres [2]

Dans cette section, nous allons donner une interprétation de l'espérance d'une variable aléatoire. Supposons que  $X_1, \dots, X_n$  sont des variables aléatoires obtenues en répétant  $n$  fois la même expérience. Si  $E(X_i) = \mu$  pour chaque  $i$ , nous savons que l'espérance de la moyenne  $(X_1 + \dots + X_n) / n$  vaut également  $\mu$ . Mais pouvons-nous affirmer plus, à savoir que la moyenne des  $X_i$  a une grande probabilité d'être proche de  $\mu$ ? C'est ce que fait la loi faible des grands nombres. Pour démontrer cette loi, nous devons d'abord prouver l'inégalité de Bienaymé-Chebychev.

### Lemme

Soit  $X$  une variable aléatoire dont l'espérance existe. Pour tout  $a > 0$ ,

$$\mathbb{P}\{|X| \geq a\} \leq \frac{E(|X|)}{a}.$$

### Démonstration :

On a :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}\{|X| \geq a\} &= \sum_{x \in X(\Omega), |x| \geq a} \mathbb{P}\{X = x\} \leq \sum_{x \in X(\Omega), |x| \geq a} \frac{|x|}{a} \mathbb{P}\{X = x\} \\ &\leq \frac{1}{a} \sum_{x \in X(\Omega)} |x| \mathbb{P}\{X = x\} = \frac{1}{a} E(|X|). \end{aligned}$$

### Corollaire :

(Inégalité de Bienaymé-Chebychev). Soit  $X$  une variable aléatoire dont l'espérance et la variance existent. Alors, pour tout  $a > 0$ ,

$$\mathbb{P}\{|X| - E(X) \geq a\} \leq \frac{1}{a^2} V(X).$$

# Chapitre I : Généralité sur les probabilités et la méthode de Monté Carlo

---

## Démonstration :

Soit  $Y = [X - \mathbb{E}(X)]^2$ . Il suffit alors d'écrire

$$\mathbb{P}\{|X - \mathbb{E}(X)| \geq a\} = \mathbb{P}\{Y \geq a^2\} \leq \frac{1}{a^2} \mathbb{E}(Y) = \frac{1}{a^2} V(X).$$

Nous remarquons que la probabilité  $\mathbb{P}\{|X - \mathbb{E}(X)| \geq a\}$  devient faible dès que  $a^2$  est sensiblement plus grand que la variance de  $X$ , donc dès que  $a$  est sensiblement plus grand que l'écart-type  $\sigma(X)$ . On dit que  $X$  est « concentrée dans un intervalle d'ordre de grandeur  $\sigma(X)$  autour de son espérance ».

**Théorème** (Loi faible des grands nombres).

Pour tout entier positif  $n$ , on se donne des variables aléatoires  $X_1, \dots, X_n$ , non corrélées, pouvant dépendre de  $n$ . On suppose que chaque  $X_i$  a la même espérance  $\mu$  et la même variance  $\sigma^2$ . Soit :

$$S_n = \sum_{i=1}^n X_i$$

Alors, pour tout  $\varepsilon > 0$ ,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{P}\left\{\left|\frac{S_n}{n} - \mu\right| \geq \varepsilon\right\} = 0.$$

## Démonstration :

Par l'inégalité de Bienaymé-Chebychev, on a

$$\mathbb{P}\left\{\left|\frac{S_n}{n} - \mu\right| \geq \varepsilon\right\} \leq \frac{1}{\varepsilon^2 n^2} V(S_n) = \frac{1}{\varepsilon^2 n^2} n\sigma^2 = \frac{\sigma^2}{n\varepsilon^2},$$

qui tend vers 0 lorsque  $n \rightarrow \infty$ .

## Remarque :

Il existe également une loi forte des grands nombres. Celle-ci affirme que sous certaines conditions, on a :

$$\mathbb{P}\left\{\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n} = \mu\right\} = 1.$$

## Exemple :

Soit  $S_n = \sum_{i=1}^n 1_S(w_i)$  le nombre de succès dans une expérience de Bernoulli de longueur  $n$ , et probabilité de succès  $q$ . La loi faible des grands nombres affirme que :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{P}\left\{\left|\frac{S_n}{n} - q\right| \geq \varepsilon\right\} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k: |k-nq| \geq n\varepsilon} b(k; n, q) = 0$$

Pour tout  $\varepsilon > 0$ . Cela signifie que  $S_n \in [nq - n\varepsilon, nq + n\varepsilon]$  avec grande probabilité pour  $n$  suffisamment grand (mais pas que  $S_n = nq$  avec grande probabilité).

# Chapitre I : Généralité sur les probabilités et la méthode de Monté Carlo

---

Dans le cas d'une pièce de monnaie équilibrée,  $S_n$  désigne le nombre de Pile parmi  $n$  jets, et l'on prendra  $q = \frac{1}{2}$ . Alors  $\frac{S_n}{n}$  sera proche de  $\frac{1}{2}$  pour  $n$  grand. En fait, l'inégalité de Bienaymé-Chebychev nous donne  $\mathbb{P}\left\{\left|\frac{S_n}{n} - \frac{1}{2}\right| \geq \varepsilon\right\} \leq \frac{1}{\varepsilon^2} V\left(\frac{S_n}{n}\right) = \frac{1}{4n\varepsilon^2}$ .

Par exemple, si on jette 1000 fois la pièce, et  $\varepsilon = 0.1$ ,

$$\mathbb{P}\left\{\left|\frac{S_{1000}}{1000} - \frac{1}{2}\right| \geq \varepsilon\right\} = \mathbb{P}\{S_{1000} \notin [400, 600]\} \leq \frac{1}{40} = 0,025$$

## I.3. La méthode de Monté Carlo

### Introduction

Simulation est un mot utilisé dans de nombreux cadres. Sa définition littérale est donnée par « action de faire paraître comme réelle une chose qui ne l'est pas », ou « imitation artificielle d'un dispositif ou d'un système ». La simulation d'un modèle mathématique consiste à représenter un problème par un modèle abstrait que l'on pourra ensuite analyser, sans devoir travailler sur un système réel.

De manière générale, la simulation permet d'étudier et expérimenter un système donné dont on connaît les interactions complexes, de mesurer les effets de certains changements dans les interactions sur le comportement du système, d'expérimenter de nouvelles situations.

Les exemples d'application sont très variés, citons par exemple :

- la simulation de files d'attente, de réseaux,
- la simulation de portefeuilles d'actifs en finance,
- la simulation de Monte Carlo,
- la comparaison d'estimateurs en statistique,
- la recherche d'état stationnaire en physique, en économie.

La simulation de Monte Carlo est un outil statistique puissant pour résoudre des problèmes mathématiques complexes ou plus exactement pour approcher leur solution aussi précisément que souhaité.

On désigne par le vocable générique de « méthode de Monte Carlo » toute méthode numérique utilisant le tirage de nombres aléatoires. Elles sont très utilisées dans de nombreux domaines, en particulier en physique nucléaire, en physique statistique.

#### I.3.1. Définition de la méthode de Monté Carlo :

Le terme méthode de Monte-Carlo, ou méthode Monte-Carlo, désigne toute méthode visant à calculer une valeur numérique en utilisant des procédés aléatoires, c'est-à-dire des techniques probabilistes. Le nom de ces méthodes, qui fait allusion aux jeux de hasard pratiqués à Monte-Carlo.

Les méthodes de Monte-Carlo sont particulièrement utilisées pour calculer des intégrales en dimensions plus grandes que 1 (en particulier, pour calculer des surfaces et des volumes). Elles sont également couramment utilisées en physique des particules, où des simulations probabilistes permettent d'estimer la forme d'un signal ou la sensibilité d'un détecteur. La comparaison des données mesurées à ces simulations peut permettre de mettre en évidence des caractéristiques inattendues, par exemple de nouvelles particules.

# Chapitre I : Généralité sur les probabilités et la méthode de Monte Carlo

---

## I.3.2. Description de la méthode de Monte-Carlo [4]

Pour utiliser une méthode de Monte Carlo on doit tout d'abord mettre sous forme d'espérance la quantité que l'on cherche à calculer. C'est souvent simple, comme pour le cas d'un calcul d'intégrale, mais cela peut être plus compliqué, comme lorsque l'on cherche à résoudre une équation parabolique, elliptique ou même un système linéaire.

A l'issue de cette étape, il reste à calculer une quantité de la forme  $E(X)$ , où  $X$  est une variable aléatoire. Pour pouvoir calculer  $E(X)$  il convient de savoir simuler une variable aléatoire selon la loi de  $X$ . Mathématiquement, cela signifie que l'on dispose de la réalisation d'une suite de variable aléatoire indépendantes  $(X_i, i \geq 1)$  suivant toutes la loi de  $X$ .

Informatiquement, on ramène la simulation d'une loi arbitraire à celle d'une suite de variables aléatoires indépendantes suivant une loi uniforme sur l'intervalle  $[0,1]$ . Ce genre de suite aléatoire est souvent fourni dans les langages de programmation. Il ne reste plus alors qu'à approximer  $E(X)$  par :

$$E(X) \approx \frac{1}{N} (X_1 + \dots + X_N).$$

## I.3.3. Exemple simple et illustratifs

### • Calcul d'une surface [5]

Les méthodes de Monte Carlo permettent d'estimer une surface. De manière équivalente, on peut estimer un volume, en considérant un espace à trois dimensions au lieu de deux.

Le domaine bidimensionnel  $S$  considéré est supposé être borné, c'est-à-dire qu'il existe des réels  $a, b, c, d$  tels que  $S \subset [a, b] \times [c, d]$ . Comment estimer sa surface  $|S|$  ? On échantillonne deux variables aléatoires indépendantes  $Y_1$  et  $Y_2$ , selon des lois uniformes sur respectivement  $[a, b]$  et  $[c, d]$ . Le point  $Y = (Y_1, Y_2)$  est donc un point suivant une loi uniforme sur  $[a, b] \times [c, d]$ . On définit alors  $X = 1$  ( $Y \in S$ ) la variable aléatoire valant 1 si le point  $Y$  est dans la surface et 0 sinon.

L'algorithme d'estimation consiste donc à considérer un échantillon de  $n$  valeurs  $X_i$  indépendantes. La proportion de points dans la surface  $S$ ,  $\bar{X}_n = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$  est un estimateur sans biais de

$$\mathbb{E}[X] = \int_a^b \int_c^d 1((Y_1, Y_2) \in S) \frac{dY_2}{d-c} \frac{dY_1}{b-a} = \frac{|S|}{(b-a)(d-c)}.$$

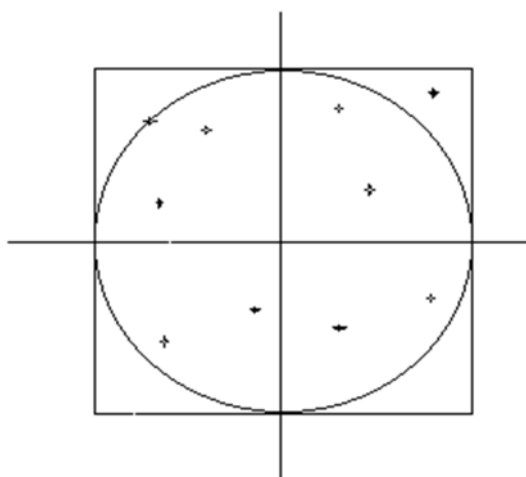
$\mathbb{E}[X]$  est donc le rapport entre la surface de  $S$  et la surface du domaine d'échantillonnage considéré  $[a, b] \times [c, d]$ . Un estimateur de la surface est donc

$$(b-a)(d-c)\bar{X}_n = (b-a)(d-c) \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}.$$

### Exemple :

Considérons l'estimation de  $\pi$  via la surface d'un cercle de rayon  $R=1$  (dont on rappelle que la surface est  $\pi R^2$  quand le rayon est  $R$ ). Ce cercle est compris dans le carré  $[-1, 1]^2$ . La figure I.3.1 décrit le domaine d'échantillonnage et quelques points échantillonnage.

# Chapitre I : Généralité sur les probabilités et la méthode de Monté Carlo



**Figure I.3.1.** Calcul de la surface du cercle unité en l'englobant dans le carré  $[-1,1]^2$  et en calculant la proportion de points tombant à l'intérieur du cercle.

Le tableau I.3.1 décrit des résultats de simulation obtenus pour différentes tailles d'échantillons. On remarque qu'il faut une taille importante pour avoir une estimation correcte, mais que la précision est meilleure que pour l'estimateur. Il est intéressant de noter que  $\pi$  n'est pas inclus dans l'intervalle de confiance pour  $10^2$  points. Cela peut se produire dans 5% des cas, selon les statistiques de la loi normale. L'intervalle n'est qu'une garantie statistique.

N	Estimation	Intervalle de confiance
$10^2$	27200	[23524 ; 30876]
$10^3$	31720	[30715 ; 32725]
$10^4$	31520	[31200 ; 31840]
$10^6$	31406	[31374 ; 31439]

**Tableau I.3.1.** Estimation de la surface  $\pi$  d'un cercle de rayon 1 et intervalle de confiance à 95% pour différentes tailles n d'échantillon

- **Problèmes de files d'attente [6]**

Un phénomène de file d'attente se caractérise par le fait que plusieurs clients en même temps demandent à être servis. Les clients arrivent de manière aléatoire et nous supposons que les arrivées sont indépendantes les unes des autres. Le temps qui sépare deux arrivées consécutives sera appelé inter arrivée. Il se peut que certaines inter arrivées soient corrélées entre elles (par exemple, de petits groupes de clients arrivent en même temps, selon les horaires des trains). Pour étudier un phénomène d'attente, on peut donc décomposer la période concernée en plusieurs périodes élémentaires, telles que dans chacune d'entre elles la loi des inters arrivés soit considérée comme constante.

Le temps nécessaire pour fournir au client le service qu'il demande, la durée ou temps de service, doit être pris en compte dans une simulation. D'autres éléments essentiels dans un

# Chapitre I : Généralité sur les probabilités et la méthode de Monté Carlo

---

problème de file d'attente est le nombre de guichets et la distribution des temps de service pour chaque opérateur de guichet.

Dans la plupart des cas, on peut considérer que la loi des inters arrivés est une loi exponentielle. C'est en effet la loi qui correspond à une fréquence uniforme, et à des arrivées non corrélées entre elles. La densité de probabilité qu'un temps  $t$  sépare l'arrivée de deux clients est alors égale à :

$$a(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

Où  $\lambda$  représente le nombre moyen d'arrivées de clients par unité de temps. Cela revient à dire que la probabilité  $P_n$  d'observer  $n$  arrivées pendant l'unité de temps suit la loi de Poisson:

$$P_n = \frac{e^{-\lambda} \lambda^n}{n!}$$

Des hypothèses peuvent être faites pour modéliser le phénomène en question. Nous énonçons les hypothèses adoptées par la suite à propos de la durée de service :

- La durée de service suit la même loi de probabilité pour tous les clients, c'est-à-dire qu'il n'existe pas plusieurs catégories de clients ;
- La durée de service suit la même loi à chaque guichet, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de serveur plus rapide que d'autres ;
- Les durées de service sont indépendantes les unes des autres.

Il est clair que la loi des arrivées des clients et la loi des durées de service étant données, plus le nombre de guichets sera élevé, plus le temps d'attente sera court. Cependant, il faudra contrebalancer le coût de guichets supplémentaires avec le coût de l'attente des clients. Une attente plus grande entraîne une attractivité amoindrie qui se traduit par un manque à gagner. Par conséquent, le problème est de trouver le nombre optimal de guichets à ouvrir de sorte que les clients attendent le moins possible.

Nous allons maintenant étudier un exemple complet et voir comment appliquer la théorie que nous venons de présenter dans ses grandes lignes.

## **Exemple :**

Le gérant d'une agence de voyages a observé que le temps de service des employés qui reçoivent les clients est distribué selon la fonction de densité

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{10} e^{-\frac{1}{10}(t-2)} & \text{si } t \geq 2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Le nombre moyen de clients est de 15. Trois guichets sont ouverts et organisés pour que les clients (qui font une queue unique) soient servis au premier guichet qui se libère. Le gérant désirerait savoir si l'attente des clients au guichet est acceptable ou non (le critère étant le suivant : l'attente des clients est acceptable si la somme des attentes de tous les clients ne dépasse pas le temps durant lequel ces mêmes clients ont été servis).

Si les temps d'inter arrivé sont régis par une loi exponentielle, aidé le gérant à prendre sa décision en simulant le phénomène depuis l'heure d'ouverture à l'heure de fermeture, une heure après.

Pour simuler l'arrivée (ou plutôt l'inter arrivée) des clients, en sachant que les clients arrivent avec une moyenne de 15 clients par heure (1 client toutes les 4 minutes), nous utiliserons des nombres aléatoires  $u_i$  distribués uniformément sur  $[0, 1]$ , et la transformation  $t_i = -4 \log(u_i)$ .

# Chapitre I : Généralité sur les probabilités et la méthode de Monté Carlo

Ensuite, il faut calculer la fonction de répartition des temps de service :

$$F(t) = \int_2^t \frac{1}{10} e^{-\frac{1}{10}(x-2)} dx = 1 - e^{-\frac{1}{10}(t-2)}, \text{ pour } t \geq 2$$

À l'aide d'un autre ensemble, indépendant du premier, de nombres aléatoires distribués uniformément sur  $[0, 1]$ ,  $v_i$ , cette fonction permet de simuler les temps de service  $t_{s,i}$ . La formule

$$1 - e^{-\frac{1}{10}(t-2)} = 1 - v_i$$

Donne

$$t_{s,i} = 2 - 10 \log v_i.$$

Voici le résultat d'une simulation :

$u_i$	$v_i$	$t_i$	$t_i$ cumulé	$t_{s,i}$	gui.	fin 1	fin 2	fin 3	attente
0.141	0.549	7.819	7.819	7.991	1	15.810	0.000	0.000	0.000
0.897	0.442	0.430	8.249	10.144	2	15.810	18.394	0.000	0.000
0.264	0.665	5.322	13.571	6.065	3	15.810	18.394	19.637	0.000
0.502	0.284	2.749	16.321	14.561	1	30.882	18.394	19.637	0.000
0.693	0.378	1.461	17.782	11.710	2	30.882	30.105	19.637	0.611
0.582	0.271	2.164	19.947	15.048	3	30.882	30.105	34.996	0.000
0.592	0.456	2.094	22.042	9.842	2	30.882	39.947	34.996	8.062
0.062	0.346	11.067	33.109	12.612	1	45.721	39.947	34.996	0.000
0.862	0.454	0.590	33.699	9.889	3	45.721	39.947	44.885	1.296
0.342	0.133	4.290	37.990	22.103	2	45.721	62.050	44.885	1.957
0.821	0.024	0.786	38.776	38.923	3	45.721	62.050	83.808	6.108
0.328	0.724	4.456	43.232	5.221	1	50.943	62.050	83.808	2.488
0.093	0.063	9.464	52.697	29.621	1	82.318	62.050	83.808	0.000
0.505	0.488	2.726	55.423	9.171	2	82.318	71.221	83.808	6.627
0.535	0.962	2.494	57.918	2.378	2	82.318	73.599	83.808	13.303
0.481	0.917	2.926		2.864					

**Tableau I.3.2.** Résultat de la simulation : dans cette simulation 15 clients arrivent pendant l'heure d'ouverture.

Dans le tableau de simulation ci-dessus, les deux premières colonnes représentent les nombres aléatoires utilisés pour simuler respectivement les temps des inters arrivés des clients figurant sur la troisième colonne, et les temps de service figurant sur la cinquième colonne. La quatrième colonne représente le temps écoulé depuis l'ouverture du guichet ; la sixième colonne représente le guichet qui sert le client en question ; les colonnes 7 à 9 représentent le temps écoulé de l'ouverture des guichets et après avoir servi le client respectif, pour les guichets 1, 2 et 3. La dernière colonne représente l'attente des clients.

Dans cette simulation, 15 clients arrivent avant l'heure. Seulement 8 clients attendent quelques minutes, donc l'attente des clients est acceptable. On pourrait suggérer de faire 1000 simulations et de calculer le pourcentage de cas où l'attente des clients n'est pas acceptable.

## • Estimation d'une valeur d'intégrale [4]

Nous présentons dans ce paragraphe une application de la méthode de Monte Carlo, au cas du calcul d'une intégral.

# Chapitre I : Généralité sur les probabilités et la méthode de Monté Carlo

Imaginons que l'on cherche à calculer une intégrale de la forme :

$$I = \int_{[0,1]^d} f(u_1, \dots, u_d) du_1 \dots du_d.$$

1. Mise sous forme d'espérance : on pose  $X = f(U_1, \dots, U_d)$ , où  $U_1, \dots, U_d$  sont des réalisations de la loi uniforme sur l'intervalle  $[0, 1]$ , alors

$$E(X) = E(f(U_1, \dots, U_d)) = \int_{[0,1]^d} f(u_1, \dots, u_d) du_1 \dots du_d.$$

2. Simulation de la variable aléatoire : on suppose que l'on dispose d'une suite  $(U_i, i \geq 1)$  sont des réalisations de la loi uniforme sur  $[0, 1]$ . On pose alors  $X_1 = f(U_1, \dots, U_d)$ ,  $X_2 = f(U_{d+1}, \dots, U_{2d})$ , etc. Alors la suite  $(X_i, i \geq 1)$  sont des réalisations de la loi  $X$  et une bonne approximation de  $I$  est donnée par :

$$\frac{1}{N} (X_1 + \dots + X_n).$$

## **Remarque :**

Cette méthode est facilement programmable, et ne dépend pas de la régularité de  $f$  (on lui demande juste d'être mesurable).

Souvent on cherche à évaluer une intégrale plus générale :

$$I = \int_{\mathbb{R}^d} g(x) f(x) dx = \int_{\mathbb{R}^d} g(x_1, \dots, x_d) f(x_1, \dots, x_d) dx_1, \dots, dx_d,$$

Avec  $f(x)$  positive, et  $\int f(x) dx = 1$ . Alors  $I = E(g(X))$  où  $X$  est une variable aléatoire à valeur dans  $\mathbb{R}^d$  de loi  $f(x)dx$ .

## **Exemple :**

Soit  $f$  une fonction mesurable définie sur  $[0,1]$ . On cherche à calculer  $p = \int_{\{f(u) \geq \lambda\}} dx$ ,  $\lambda$  une constante donnée.

Soit  $X$  la variable aléatoire  $X = 1_{\{f(U) \geq \lambda\}}$  (où  $U$  est une variable aléatoire dans  $[0, 1]$  suivant la loi uniforme).

Alors  $p = E(X)$  et  $\sigma^2 = Var(X) = p(1 - p)$ . Donc, à l'issue de  $n$  tirages indépendants selon la loi de  $X$ ,  $X_1, \dots, X_n$  on a :

$$p_n = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n} \approx p + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} G.$$

Pour faire une erreur moyenne  $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  de l'ordre 0.01, comme  $p(1 - p) \leq \frac{1}{4}$ , il faut prendre  $n$  de l'ordre de 2500. Aussi l'intervalle de confiance à 95% est alors  $[p_n - 1.96 \times 0.01, p_n + 1.96 \times 0.01]$ .

Si la valeur de  $p$  à estimer est de l'ordre de 0.5, l'erreur est acceptable.

Par contre, si  $p$  est proche de 0 (ou de 1), comme  $\sigma \approx \sqrt{p}$  (ou bien  $\sqrt{1 - p}$ ), l'erreur relative est  $\frac{\sigma}{\sqrt{n}E(X)} = \frac{1}{\sqrt{n}\sqrt{p}}$ , donc il faut beaucoup de tirages aléatoires ( $n$  grand), pour estimer un  $p$  convenable.



# Chapitre I : Généralité sur les probabilités et la méthode de Monté Carlo

---

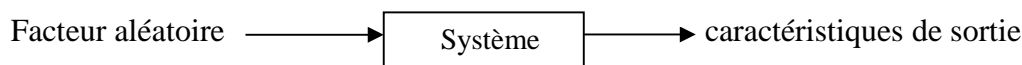
## I.3.4. Simulation de la méthode de Monte Carlo [11]

L'évolution des systèmes est un problème primordial dans tous les domaines scientifiques, qu'il s'agisse de calculer des sommes, des intégrales, ou encore de résoudre des équations ou des problèmes d'optimisation.

Une solution intermédiaire est de construire un modèle abstrait que l'on pourra étudier mathématiquement, sur un ordinateur lorsque le nombre d'opérations à réaliser est très important, et la méthode la plus développée pour la construction de ce modèle est certainement la simulation de Monte Carlo en raison de sa facilité de mise en œuvre et du peu de contraintes nécessaires sur le modèle représenté.

La simulation en général représente le fait de faire des calculs sur un modèle représentant un système réel.

L'idée de la simulation statistique ou méthode de Monté Carlo est très simple. Elle consiste à simuler sur ordinateur le processus, i.e. réaliser des expériences artificielles, puis en effectuer un traitement statistique



A l'entrée du système, on décrit les facteurs aléatoires. Ce sont en général des variables aléatoires et des événements selon des lois de probabilités données, et tenant compte du mode de fonctionnement du système. On obtient en sortie des estimations statistiques des caractéristiques opératives nécessaires aux diverses décisions de l'utilisateur.

On peut différencier deux types de modèles de simulation :

1. **Simulation statique** : pour laquelle il s'agit de représenter un système à un instant particulier, cas relativement rare qui nécessite de supposer connus tous phénomènes relatifs à cet instant donné.
2. **Simulation dynamique** : pour laquelle il s'agit d'étudier l'évolution au cours du temps d'un modèle.

De façon caractéristique ; un modèle sur lequel on désire faire une analyse par simulation de Monte Carlo se présente comme une perspective aléatoire résultant de composition de plusieurs événements, indépendants ou non, dont on connaît les distributions de probabilités.

La simulation de Monte Carlo nécessite généralement un traitement sur ordinateur. Pour chaque paramètre qu'on considère comme aléatoire, on tire un nombre au hasard obéissant à la probabilité donnée. Ayant ainsi une valeur possible pour chaque paramètre, on peut calculer une valeur possible du paramètre estimé.

En renouvelant cette opération un grand nombre de fois (plusieurs centaines), on obtient un échantillon de réalisation. Il est alors possible d'effectuer sur cet échantillon un traitement statistique : tracé d'histogrammes, calcul de la moyenne, de l'écart type, etc.

## I.3.5. Comment fonctionne la simulation Monte Carlo ? [3]

La simulation Monte Carlo procède à l'analyse du risque par élaboration de modèles de résultats possibles, en substituant une plage de valeurs (une distribution de probabilités) à tout facteur porteur d'incertitude. Elle calcule et recalcule ensuite ces résultats selon, à chaque fois, un ensemble distinct de valeurs aléatoires des fonctions de probabilités. Suivant le

# Chapitre I : Généralité sur les probabilités et la méthode de Monte Carlo

---

nombre d'incertitudes et les plages spécifiées pour les représenter, une simulation Monte Carlo peut impliquer, pour être complète, des milliers ou même des dizaines de milliers de calculs et recalculs. La simulation produit des distributions de valeurs d'issue possibles.

Grâce aux distributions de probabilités, les variables peuvent avoir différentes probabilités d'issues distinctes. Les distributions de probabilités décrivent l'incertitude de manière beaucoup plus réaliste dans les variables d'une analyse de risque.

Lors d'une simulation Monte Carlo, les valeurs sont échantillonnées aléatoirement depuis les distributions de probabilités en entrée. Chaque ensemble d'échantillons est désigné sous le nom d'itération et le résultat en est enregistré. La simulation Monte Carlo répète l'opération des centaines ou même des milliers de fois. Le résultat est une distribution de probabilités des issues possibles. La simulation Monte Carlo donne ainsi une perspective beaucoup plus complète de ce qui pourrait se produire. Elle indique non seulement ce qui pourrait arriver, mais dans quelle mesure.

La simulation Monte Carlo présente plusieurs avantages par rapport à l'analyse déterministe :

- Résultats probabilistes : Les résultats indiquent non seulement ce qui pourrait arriver, mais dans quelle mesure.
- Résultats graphiques : Les données produites par la simulation Monte Carlo facilitent la représentation graphique des différentes issues et de leur chance de se produire. La présentation des conclusions de l'analyse en est d'autant plus simple.
- Analyse de sensibilité : Basée sur quelques cas seulement, l'analyse déterministe ne permet pas d'identifier facilement les variables qui affectent le plus de résultat. Dans la simulation Monte Carlo, les entrées qui produisent le plus d'effet sur les résultats se distinguent clairement.
- Analyse de scénario : Dans les modèles déterministes, il est très difficile de modéliser différentes combinaisons de valeurs pour différentes entrées et de voir les effets de scénarios clairement distincts. Avec la simulation Monte Carlo, l'analyste voit clairement les combinaisons de valeurs en entrée associées aux issues et dispose ainsi d'une information extrêmement utile à la poursuite de l'analyse.
- Corrélation des entrées. Dans la simulation Monte Carlo, il est possible de modéliser des rapports interdépendants entre les variables en entrée. Il est en effet important de représenter, pour la précision du modèle, la manière dont la hausse de certains facteurs s'accompagne dans la réalité de celle d'autres facteurs ou, au contraire, de leur baisse.

## **I.3.6. Les étapes de simulation [11]**

1. Obtenir les distributions de probabilité des différents paramètres intrants (information statistique ou analyse)
2. Sélectionner une combinaison de paramètres intrants à partir de ces distributions en utilisant des nombres aléatoires.
3. Calculer les indicateurs requis pour cette combinaison de paramètres.
4. Répéter les étapes 2 et 3 un grand nombre de fois.
5. Représenter les résultats sous la forme de la distribution de probabilité.

La principale lacune de la simulation de monte Carlo est le fait que cette technique ne permet pas d'intégrer au modèle un mécanisme permettant la détermination systématique de décision optimale. Ainsi, on doit explorer chaque stratégie possible (et la simuler) avant de pouvoir déterminer celle que l'on préfère. Ceci est souvent assez difficile à effectuer dans le cas de processus de décision séquentiels, en raison du grand nombre de stratégies à examiner.

# Chapitre I : Généralité sur les probabilités et la méthode de Monté Carlo

---

## I.3.7. Simulation de variables aléatoires [4]

Pour implémenter la méthode Monte-Carlo sur un ordinateur, on procède de la façon suivante. On suppose que l'on sait construire une suite de nombres  $(U_n)_{n \geq 1}$  qui réalise une suite de variable aléatoire uniformes sur l'intervalle  $[0,1]$ , indépendantes, et on cherche une fonction  $(u_1, \dots, u_p) \longrightarrow F(u_1, \dots, u_p)$  telle que la loi de la variable aléatoire  $F(U_1, \dots, U_p)$  soit la loi cherchée  $\mu(dx)$ . La suite de variables aléatoire  $(U_n)_{n \geq 1}$  où  $X_n = F(U_{(n-1)p+1}, \dots, U_{np})$  est alors une suite de variables aléatoires indépendantes suivant la loi voulue  $\mu$ .

La suite  $(U_n)_{n \geq 1}$  est réalisée concrètement par des appels successifs à un générateur de nombres pseudo-aléatoires. La plupart des langages disponibles sur les ordinateurs modernes possèdent une fonction aléatoire, déjà programmée, dont la sortie est un nombre pseudo-aléatoire compris entre 0 et 1, soit un entier aléatoire dans un intervalle fixé.

### Remarque :

La fonction  $F$  peut dans certains cas (en particulier lorsque l'on cherche à simuler des temps d'arrêt), dépendre de toute la suite  $(U_n)_{n \geq 1}$ , et non plus d'un nombre fixe de  $U_i$ . La méthode précédente est encore utilisable si l'on sait simuler  $X$  à l'aide d'un nombre presque sûrement fini de  $U_i$ , ce nombre pouvant dépendre du hasard.

### 1. Simulation d'une loi uniforme sur $[0,1]$

Nous allons montrer comment l'on peut construire des générateurs de nombres aléatoires au cas où les générateurs de la machine ne donneraient pas entière satisfaction.

La méthode de plus simple et la plus couramment utilisée est la méthode des congruences linéaires. On génère une suite  $(x_n)_{n \geq 0}$  de nombres entiers compris entre 0 et  $m-1$  de la façon suivante :

$$\begin{cases} x_0 = \text{valeur initiale} \in \{0, 1, \dots, m-1\} \\ x_{n+1} = ax_n + b \text{ (modulo } m) \end{cases}$$

$a, b, m$  étant des entiers qu'il faut choisir soigneusement si l'on veut que les caractéristiques statistiques de la suite soient satisfaisantes.

Cette méthode permet de simuler des entiers pseudos aléatoires entre 0 et  $m-1$ ; pour obtenir un nombre réel aléatoire entre 0 et 1 on divise l'entier aléatoire ainsi généré par  $m$ .

Le générateur précédent fournit des résultats acceptables dans les cas courants. Cependant sa période peut se révéler parfois insuffisante.

On peut, alors, obtenir des générateurs de nombres aléatoires de période arbitrairement longue en augmentant  $m$ .

### 2. Simulation d'autres variables aléatoires :

Nous allons montrer comment l'on peut simuler, à partir d'une suite de variables aléatoires uniformes sur  $[0,1]$ , des variables aléatoires suivant certaines lois usuelles. Nous nous sommes restreint aux variables aléatoires qui interviendront dans la suite du paragraphe, c'est-à-dire les variables aléatoires gaussienne, exponentielle et poissonnienne. Bien sûr, on sait simuler beaucoup lois.

# Chapitre I : Généralité sur les probabilités et la méthode de Monté Carlo

---

- **Simulation de variables gaussiennes :** une méthode classique pour simuler les variables aléatoires gaussiennes repose sur la constatation que, si  $(U_1, U_2)$  sont deux variables aléatoires uniforme sur  $[0,1]$  indépendantes :

$$(\sqrt{-2 \log U_1} \cos(2\pi U_2), \sqrt{-2 \log U_1} \sin(2\pi U_2))$$

Est un couple de variables aléatoires indépendantes suivant des lois gaussiennes centrées et réduites (i.e. de moyenne nulle et de variance 1).

Pour simuler des gaussiennes de moyenne  $m$  et de variance  $\sigma$  il suffit de poser  $X = m + \sigma g$ , où  $g$  est une gaussienne centrée réduite.

- **Simulation d'une loi exponentielle :** rappelons qu'une variable aléatoire  $X$  suit une loi exponentielle de paramètre  $\mu$  si sa loi vaut :

$$1_{\{x \geq 0\}} \mu e^{-\mu x}$$

On peut simuler  $X$  en constatant que, si  $U$  suit une loi uniforme sur  $[0,1]$  :  $\frac{-\log(U)}{\mu}$  suit une loi exponentielle de paramètre  $\mu$ .

- **Simulation d'une variable aléatoire de Poisson :** une variable aléatoire poissonnienne est une variable à valeur dans  $\mathbb{N}$  telle que :

$$P(X = n) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^n}{n!}, \quad \text{si } n \geq 0$$

On peut prouver que si  $(T_i)_{i \geq 1}$  est une suite de variables aléatoire exponentielles de paramètre  $\lambda$ , alors la loi de  $N_t = \sum_{n \geq 1} n 1_{\{T_1 + \dots + T_n \leq t \leq T_1 + \dots + T_{n+1}\}}$  est une loi de poisson de paramètre  $\lambda t$ .  $N_1$  a donc même loi que la variable  $X$  que l'on cherche à simuler. D'autre part, on peut toujours mettre les variables exponentielles  $T_i$  sous forme  $-\log U_i / \lambda$ , où les  $(U_i)_{i \geq 1}$  sont des variables aléatoires suivant la loi uniforme sur  $[0,1]$  et indépendant.  $N_1$  s'écrit alors :

$$N_1 = \sum_{n \geq 1} n 1_{\{U_1 U_2 \dots U_{n+1} \leq e^{-\lambda} < U_1 U_2 \dots U_n\}}$$

# ***Chapitre II***

***Présentation de l'organisme d'accueil  
et les opérations de forage***

## **II.1 Présentation de SONATRACH [7]**

### **II.1.1 Quelques dates historiques [7]**

SONATRACH est une société nationale créée, le 31 Décembre 1963, par décret présidentiel (N° 63/491). Ses missions sont limitées à la gestion du transport par canalisation et la commercialisation des hydrocarbures.

A partir de 1966, elle élargit ses missions et devient Société Nationale pour « la Recherche, la Production, le Transport, la Transformation et la Commercialisation des Hydrocarbures ». Et commença les premières opérations d'exploitation pétrolière par ses propres moyens.

Le 24 février 1971, fut annoncé la nationalisation des hydrocarbures. Alors, SONATRACH a décidé de l'extension de ses activités sur l'ensemble de la chaîne des hydrocarbures.

Durant les années 1980, SONATRACH s'est restructurée et créa Dix Sept (17) entreprises pour répondre au besoin des grands projets de développement économiques qu'a lancé le pays.

A noter que, à la fin des années 1990 et début 2000, malgré tous les bouleversements économiques nationaux et internationaux qu'a connus le secteur des hydrocarbures, grâce aux restructurations stratégiques adaptées, SONATRACH s'est élevée au rang des entreprises de renommée mondiale.

### **II.1.2 Les missions de SONATRACH [7]**

Les principales missions de SONATRACH sont :

- Prospection, exploration et exploitation.
- Développement, gestion et management de transport, stockage et moyens de chargement, Marketing, Transformation et raffinage.
- Liquéfaction du gaz naturel, traitement et valorisation des hydrocarbures gazeux.
- Mise en place de toutes formes d'activités en joint-venture à l'intérieur et à l'extérieur du territoire algérien, en collaboration avec des compagnies étrangères.
- Une fourniture constante d'hydrocarbures à usage domestique, la recherche pour la promotion et la valorisation de toute forme d'énergie et source.
- Le développement de toute activité étant directement ou indirectement lié avec l'industrie des hydrocarbures.

### **II.1.3 Les objectifs stratégiques de SONATRACH [7]**

Ses objectifs se basent sur :

- un control permanent des activités principales.
- le renforcement de ses capacités technologiques et de gestion.
- un partenariat authentique ainsi qu'une expansion internationale.
- la diversification de son portefeuille d'activités.

### **II.1.4 Organisation de SONATRACH [7]**

La macrostructure de Sonatrach s'articule autour de :

- a. La Direction Générale ;
- b. Les Structures Opérationnelles ;
- c. Les Structures Fonctionnelles.

**a. La Direction Générale**

- La Direction Générale est dirigée par un Président Directeur Générale (PDG), assisté de :
  - a.** Un Comité Exécutif ;
  - b.** Un Comité d’Ethique ;
  - c.** Un Cabinet dirigé par un Directeur, composé de :
    - Conseillers ;
    - Une Direction Audit Groupe (ADG) ;
    - Une Direction Relations Institutionnelles et Internationales (RII) ;
    - Le service Sureté Interne d’Etablissement (SIE) ;
    - L’Inspection Santé, Sécurité et Environnement (HSE).

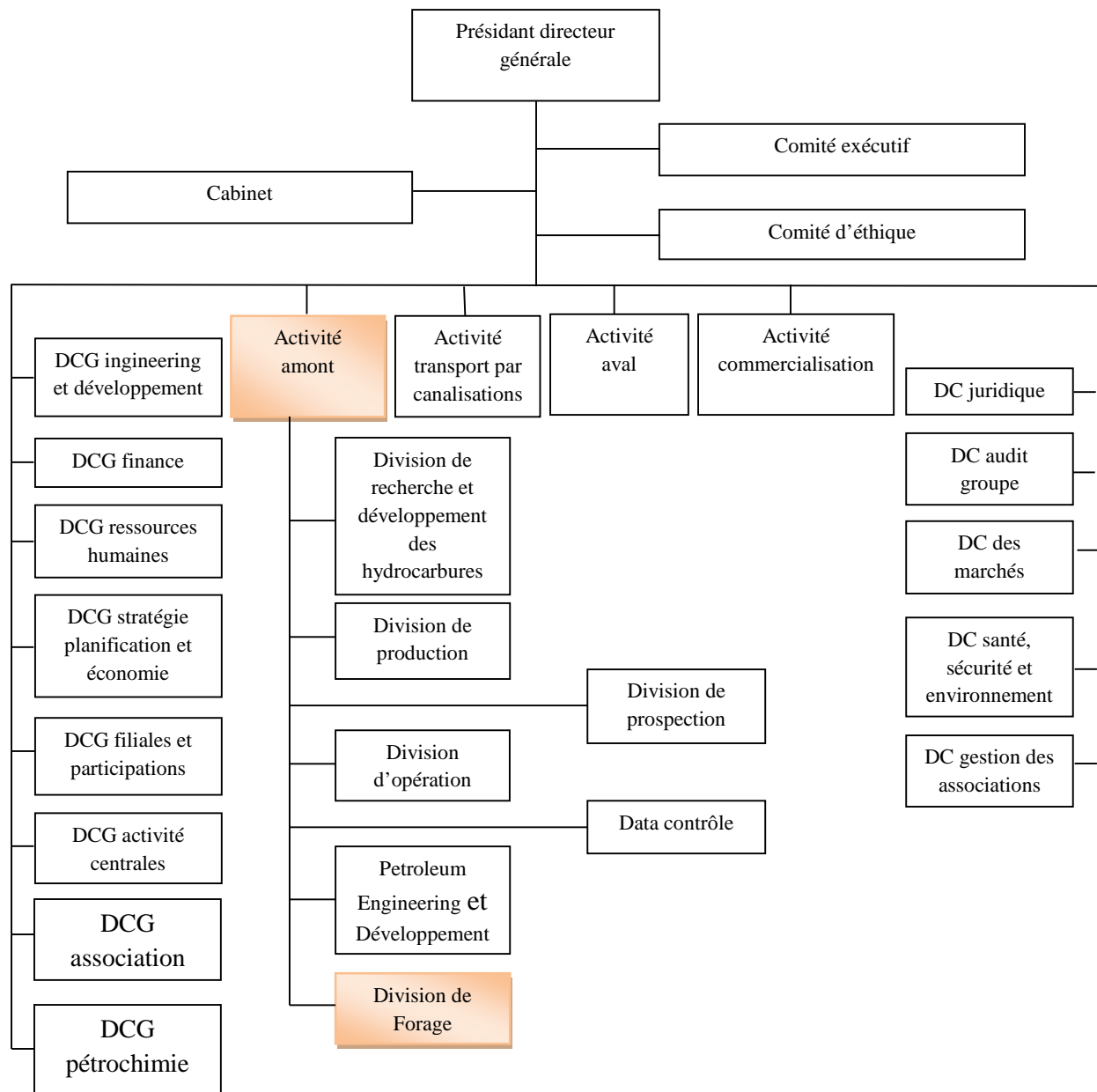
**b. Les Structures Opérationnelles sont organisées en Activités placées sous l’autorité des Vice-présidents et elles sont au nombre de Quatre (04)**

- Activité Amont (AMT)
- Activité Transport par Canalisation (TRC)
- Activité Aval (AVL)
- Activité Commercialisation (COM)

**c. Les Structures fonctionnelles sont organisées en huit (08) Directions coordinations groupes et Cinq (05) Directions centrales :**

- La Direction Coordination Groupe Association
- La Direction Coordination Groupe pétrochimie
- La Direction Coordination Groupe Engineering et Développement (END)
- La Direction Coordination Groupe Finances (FIN)
- La Direction Coordination Groupe Ressources Humaines (RHU)
- La Direction Coordination Groupe Stratégie, Planification et Economie (SPE)
- La Direction Coordination Groupe Filiales et Participation (FIP)
- La Direction Coordination Groupe Activités Centrales (ACT)
- La Direction Centrale Juridique (JUR)
- La Direction Centrale Audit Groupe (ADG)
- La Direction Centrale des Marchés (MAC)
- La Direction Centrale Santé, Sécurité et Environnement (HSE)
- La Direction Centrale Gestion des Associations (AST)

### II.1.5 Organigramme de la SONATRACH [7]



DCG : La Direction Coordination Groupe.

DC : La Direction Centrale.

### II.2 La présentation de l'Activité Amont [7]

L'Activité Amont à laquelle est rattachée la **Division Forage**, couvre aussi, les domaines ci-dessous :

- Prospection ;
- Production ;
- Recherches et développement des hydrocarbures et les nouvelles technologies ;
- Opérations ;
- Petroleum Engineering et Développement ;



- Data Contrôle.

### **II.2.1 Organisation de la Division Forage [7]**

La Division Forage est organisée comme suit :

- Une Direction Engineering et Programmes ;
- Une Direction Finances et Contrôle de Gestion ;
- Une Direction Gestion du Personnel ;
- Une Direction des Opérations ;
- Une Direction Mud Logging ;
- Un Département Juridique ;
- Un Département Approvisionnements ;
- Un Département HSE ;
- Un Assistant Sécurité Interne.

### **II.2.2 Les missions de la division forage [7]**

La mission principale de la Division Forage, est la supervision de l'ensemble des opérations de forage des puits pétroliers et elle consiste à :

- La planification et la préparation des sites de forage ;
- La programmation des affectations des appareils de forage ;
- La réalisation des programmes d'engineering de forage ;
- L'approvisionnement et la gestion du matériel, des outils et des équipements spéciaux ;
- L'acquisition ainsi que la mise en place des infrastructures et des moyens de transport ;
- La recherche et le développement de nouvelles techniques de forage
- L'ordonnancement, la supervision et le contrôle de la réalisation des études, des ouvrages et des services connexes
- Le contrôle de l'application de la législation et de la réglementation relatives à l'environnement en matière d'opérations de forage par les partenaires de la société
- A la demande de la Direction Centrale Gestion des Association (DC AST), la mise à sa disposition de l'expertise et du conseil dans tous les domaines d'activités de la Division Petroleum Engineering et Développement (PED)
- La constitution d'un fichier sur les données relatives aux périmètres opérés en association
- Le suivi et le contrôle des performances et de la qualité des opérations de forage.

## **II.3 Les opérations de forage [7]**

### **II.3.1 Définition d'un forage**

Le forage, en général, est l'action de creuser une cavité dans le sol, de forme cylindrique, ayant un diamètre nominal défini par l'outil par lequel elle est creusée, appelée ainsi, « **un Puits** ».

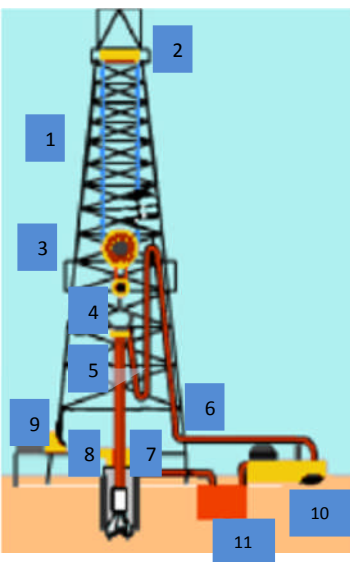
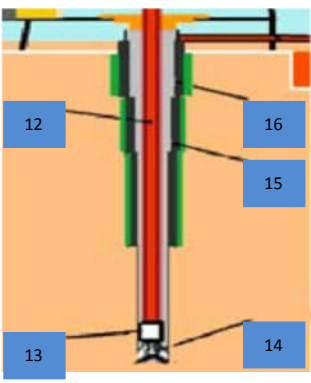
Les moyens techniques permettant de forer un puits varient en fonction de son dimensionnement et de ses objectifs (recherches, eau, pétrole, gaz ...).

Dans notre cas, nous nous limitons aux forages de puits pétroliers qui sont destinés à la prospection (et/ou) à l'exploiter des hydrocarbures contenues dans des sous-sols à travers le territoire national.

### II.3.2 Descriptif sommaire d'un appareil de Forage et d'un Puits [7]

#### a- L'appareil de Forage

L'appareil de forage est une machine qui fonctionne comme une perceuse de grande taille. Le derrick, communément appelé "**le mât**", est la partie visible de l'appareil. C'est une tour métallique de plusieurs dizaines de mètres de hauteur. Elle sert à introduire verticalement dans le puits le "**train de tiges**" qui est constitué d'un ensemble de tubes métalliques vissés bout à bout. Il transmet un mouvement rotatif (**forage Rotary**) à l'outil de forage (**le trépan**) et achemine un liquide appelé "**boue**", en raison de son aspect, vers le fond du puits au fur et à mesure de l'approfondissement (ci-dessous une illustration).

<p>L'appareil est composé, donc de :</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Derrick (mât)</li> <li>2. Palan fixe (moufle fixe à l'extrémité supérieure du mât)</li> <li>3. Palan mobile (moufle mobile meut entre le plancher et le moufle fixe)</li> <li>4. Crochet</li> <li>5. Tête d'injection</li> <li>6. Colonne d'injection de boue</li> <li>7. Table de rotation entraînant les tiges de forage</li> <li>8. Treuil</li> <li>9. Moteurs</li> <li>10. Pompe à boue</li> <li>11. Bassin (bacs à boue)</li> </ol> <p>Et dans la partie enterrée on retrouve (Le Puits):</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>12. Train de tiges</li> <li>13. Masse-tiges</li> <li>14. Outil de forage</li> <li>15. Tubage</li> <li>16. Ciment retenant le tubage</li> </ol>	 <p style="text-align: center;"><u>Le Derrick (Mât)</u></p>	 <p style="text-align: center;"><u>Puits</u></p>
---	--	--

#### b- Le Puits

La fouille qui constitue le puits, une fois forée, elle doit être protégée par un ensemble d'équipements et matériaux (tubes, ciments, la boue) afin d'éviter son effondrement.

##### • Tubage et cimentation

La protection des parois du puits est donc réalisée par la descente des tubes appelés «Tubage» cimentés sur toute la profondeur du puits.

Ces tubes, d'une dizaine de mètres chacun avec filetage aux extrémités (mâle en bas et femelle en haut), sont vissés l'un dans l'autre et descendus jusqu'au fond du puits. Une fois ce tubage complètement descendu, il est cimenté pour un bon scellement dans le puits.

Le ciment utilisé est un liant résistant à des températures élevées qui règnent dans le puits. Il est obtenu par son mélange avec de l'eau et des additifs (adjuvants) pour ajuster les caractéristiques du laitier et les adaptées aux conditions de pression et de température dans le puits.

La cimentation est réalisée à l'aide d'une unité mécanique (unité de cimentation), par injection du laitier de ciment dans le tubage, poussé par la boue de forage, avec une certaine pression, jusqu'au fond du puits et remonté par l'espace annulaire entre les tubes et les parois du puits et arrêté à la cote préalablement définie.

Pour éviter la contamination du ciment par la boue, des bouchons en caoutchouc sont installés initialement à la tête de la colonne du ciment.

- **La Boue (ou fluide de forage)**

La boue de forage est un composé obtenu à partir de différents composants liquides (eau, huile, gasoil, ...) ou gazeux (air ou gaz naturel). Chaque type de boue est utilisé pour répondre à certaines contraintes dans le puits et les formations géologiques traversées lors du forage.

La boue de forage a plusieurs fonctions :

- Elle refroidit l'outil de forage et évite sa surchauffe en circulant en permanence dans le trou ;
- Elle contribue à attaquer la roche et à nettoyer le fond du puits des débris qui s'y accumuleraient ;
- Elle ramène à la surface les fragments de roche (déblais) qui sont examinés afin de déterminer la nature des roches et d'y déceler d'éventuelles traces d'hydrocarbures ;
- Elle fournit une contre-pression qui stabilise les parois du trou ;
- Elle permet d'équilibrer la pression dans le trou avec celle dans les roches réservoirs traversées, prévenant ainsi des venues ou de dangereuses éruptions d'eau, de pétrole ou de gaz provenant de ces réservoirs.

- **La complétion :** [9]

Cette opération finale qui succède à la mise en place de la dernière colonne de casing (casing de production) consiste à descendre dans le puits l'équipement de production : packer, tubing, vanne de sécurité, etc. il faut souvent parachever la liaison couche/trou par forage, perforation, acidification, fracturation, etc.

Bien que ces opérations soient souvent faites par les foreurs, leurs techniques rentrant dans le domaine de la production.

### **II.3.3 Objectifs des forages [8]**

#### **a. Le forage en Exploration**

L'Exploration est l'opération de recherches des gisements dont les réservoirs sont préalablement repérés lors des études géotechniques. Ils servent à confirmer ou infirmer l'existence d'hydrocarbures ;

##### **a.1. Le puits d'exploration**

L'objectif premier de ce type de puits est de définir la nature des fluides contenus dans la roche réservoir (huile, gaz ou eau) et d'obtenir les premiers renseignements sur le gisement, donc de pouvoir effectuer des mesures.

Par priorité on cherche alors à définir :

- La nature et les caractéristiques des fluides contenus.
- Les caractéristiques de la couche et plus particulièrement la pression, la température ainsi qu'une perméabilité et une productivité approximative.

En général cela conduit à :

- Effectuer un certain nombre de mesures,
- Des tests permettant de mener à bien des essais de production.

Au cours de ces essais de production (ou essais de puits), on cherche en particulier à prélever des échantillons et à enregistrer la variation de la pression de fond associée à une variation de débit pour la mise en production ou fermeture du puits. Ce qui entraîne par la suite, l'abandon provisoire ou définitif de celui-ci.

Aussi, les renseignements tirés de ce puits d'exploration vont venir compléter les données déjà disponibles de par la géologie, la géophysique, .... Ce qui permet de prendre une décision de faire un ou plusieurs puits supplémentaires pour compléter ces renseignements par des puits appelés de confirmation ou d'appréciation (voir paragraphe suivant).

### **a.2 Les puits de confirmation ou d'appréciation**

L'objectif de ces puits est d'affiner ou de compléter les informations fournies par les puits d'explorations.

On cherche également, à déterminer les caractéristiques lointaines du gisement et en particulier :

- La perméabilité ;
- la présence d'hétérogénéité, de discontinuité, de faille ;
- les limites du réservoir.

L'utilisation combinée de l'ensemble des renseignements obtenus sur ces différents puits permettent d'effectuer les premières corrélations entre puits et donc d'avoir une image à l'échelle du gisement.

A partir de là, on prend la décision de développer ou non le gisement.

### **b. Le forage en Développement**

Le forage en Développement est opéré dans des zones connues pour l'existence des hydrocarbures, par conséquent, l'objectif est d'exploiter les réservoirs.

L'objectif d'un puits en Développement peut varier selon le puits concerné. On distingue principalement :

#### **Les puits de développement**

Ils sont destinés à être en service en privilégiant la capacité de leurs débits.

Toutefois, il est important de procéder, aussi sur ces puits, à des essais de puits :

- Pour évaluer l'état du puits et vérifier l'efficacité de la complétion réalisée ;
- Et éventuellement, pour obtenir des renseignements complémentaires sur le gisement.

On peut distinguer Trois (03) types de puits de développement :

- A. les puits de **production** ;
- B. les puits **d'injection** ;
- C. les puits **d'observation**.

#### **A. Les puits de production**

Ils sont directement mis en production, mais en tenant compte du rapport productivité/prix qui doit être optimisé.

Dans la catégorie des puits de développement, ils sont plus nombreux que les puits d'injection et d'observation.

**B. Les puits d'injection**

Ils sont beaucoup moins nombreux, mais ils ont souvent une importance très grande pour l'exploration du gisement. En particulier on peut distinguer les puits d'injection pour le maintien de pression du gisement et les puits d'injection pour se débarrasser d'un fluide indésirable.

**C. Les puits d'observation**

Ils sont généralement peu nombreux, voire inexistants. Ils sont complétés pour suivre l'évaluation de paramètre du gisement (interface entre fluide, pression, ...)

Les puits qui se révèlent inaptes à la production et à l'injection peuvent être récupérés et exploités pour ce type de puits.

Un même puits peut être utilisé dans le temps de manière différente, par exemple en production puis en injection (après éventuellement une période de fermeture plus ou moins importante).

**II.3.4 Exploitation d'un appareil de forage [7]**

Un appareil de forage est une machine qui est appelée à travailler à plein temps. Dès son montage (derrick, moteurs, pompes, ...), il est sensé tourner sans arrêt jusqu'à la fin de toutes les opérations de forage sur le puits considéré.

Mais, bien entendu comme toutes les machines, par moment des arrêts imprévus ou programmés viennent suspendre ou ralentir sa production (**Métrage foré**). D'où, l'impossibilité d'atteindre le taux 100% du temps productif (**PT= Productif Time**).

Ces arrêts engendrent un temps perdu qui est considéré comme un facteur réducteur de la valeur de la production, il est appelé **temps non-productif** (**NPT= Non Productif Time**).

Toutefois, il est à signaler que ce temps non productif ne doit pas prendre des proportions trop considérables, il faudrait alors fixer un certain ratio et il est plus qu'utile de l'avoir comme objectif raisonnable à ne pas dépasser.

Les causes de ce temps non productif, sont les suivantes :

1. Durée excessive sur les interventions pour les réparations des équipements de surface (les pompes, les tamis, les moteurs...);
2. Durée excessive sur le montage et le démontage des Blow Out Preventers (B.O.P.) et leurs tests.
3. Durée excessive dans les interphases (descente de tubage avec changement de diamètre Ø);
4. Les attentes des équipements (acheminement des équipements et Pièce de rechange de la base vers le chantier et/ou leur acquisition);
5. Les mauvaises manœuvres lors des opérations sur chantier (coincement, cisaillement des garnitures, chutes d'équipements dans le puits...)
6. Les cas de force majeure et autres,...
7. Durée excessive sur le Démontage, Transport et Montage (DTM) de l'appareil d'un puits vers un autre.

### **II.3.5 Productif Time**

C'est le temps nécessaire à l'exécution de l'ensemble des opérations de forage sur chantier. Il sert de facteur à déterminer les prévisions de durée de réalisation des puits (la planification).

### **II.3.6 Non Productif Time**

Généralement, c'est le temps non programmé lors de l'élaboration des plannings des forages, qui génère des retards dans la réalisation des puits entraînant ainsi des dépenses supplémentaires. Ce temps non productif peut être causé par SONATRACH ou par les sociétés de service ou bien par l'appareil de forage.

### **II.3.7 Le D.T.M. (Démontage, Transport et Montage) [10]**

Le D.T.M. d'un appareil est une opération qui consiste à assurer le transfert de cet appareil, d'un site à un autre. Cette opération se réalise en trois phases :

- a- Le démontage: il a pour but de mettre sous forme de colis transportables les éléments constitutifs de l'appareil.
- b- Le transport: il s'agit du transfert des mêmes éléments constitutifs de l'appareil, du site de départ au nouveau site.
- c- Le montage: il s'effectue au nouveau site et a pour but de rendre l'appareil utilisable.

Généralement, l'opération de D.T.M. englobe le transfert de l'appareil proprement dit et celui du camp de vie connexe ; toutefois, dans certaines situations, cette opération peut être réduite au transfert unique de l'appareil proprement dit.

## **II.4 Position du problème :**

L'activité Amont couvre les activités de recherche, d'exploration, de développement et de production d'hydrocarbures. Elles sont assurées par Sonatrach seule, ou en association avec d'autres compagnies pétrolières.

Le forage, par son coût et par l'importance qu'il revêt lors de l'exploration ou de l'exploitation, est un secteur clé de l'industrie pétrolière.

Donc La Division Forage, s'est vue confier la responsabilité de la maîtrise d'œuvre de forage pour la construction de puits (pétroliers, gaziers et d'eau) de qualité, à moindres coûts, dans les meilleures conditions de sécurité, de santé et de protection de l'environnement. Pour respecter le bon déroulement de cet objectif, elle doit toujours apporter des améliorations sur des points sensibles qui pourraient engendrer une situation assez critique, pour peu qu'on les néglige. Elle est donc déterminée à réaliser l'exploitation continue et fiable des services de soutien dans la réalisation de ces puits.

Cette étude pourrait d'une part, réduire le temps mort des foreurs et d'autre part, augmenter les bénéfices de l'entrepreneur. Par conséquent, le nombre de puits forés augmentera au fur et à mesure que la durée de l'activité forage diminuera.

Afin que cet objectif soit réalisé, plusieurs possibilités peuvent être envisagées, à savoir :

- Accroissement de la flotte par la mobilisation de nouveaux appareils de forage,
- Optimisation des D.T.M. des appareils de forage
- Optimisation du processus de forage,
- Meilleure planification des puits à forer

Dans le cadre de ce présent mémoire, nous allons nous intéresser à la planification des puits à forer pour l'activité forage. La problématique est la suivante : « Trouver une approche pour une meilleure estimation des durées des prochains puits à forer, en exploitant les données réelles des puits déjà livrés ».

De ce fait, une méthode de prévisions mathématiques nous sera utile.

## **II.5 Approche mathématique :**

### **II.5.1 Prévisions**

Tout d'abord, une prévision, qu'elle soit statistique ou pas, concerne le futur. Toute prévision a donc un caractère incertain. En statistique mathématique on cherche à prévoir : non pas "la", mais "une" ou "des" valeurs futures prévisibles, d'une statistique d'un échantillon prélevé dans une population. Quand l'échantillon a été prélevé au hasard ou par d'autres méthodes aléatoires, la prévision sera aléatoire.

La qualité de la prévision dépend :

- De la méthode de prélèvement de l'échantillon. Quand l'échantillon doit être prélevé au hasard ou par d'autres méthodes aléatoires "la" prévision incertaine sera aléatoire, c'est-à-dire que "les différentes valeurs prévisibles" seront assorties de probabilités.
- De l'information statistique connue dans la population d'où est extrait l'échantillon.

On peut donner une prévision :

- Par la distribution des probabilités de la statistique qu'on cherche à prévoir.
- Pour un effectif dans un échantillon au hasard avec remise, il s'agit de la loi binomiale, et pour une moyenne d'un échantillon au hasard avec remise suffisamment grand, il s'agit de la loi de Gauss (ou loi Normale).
- Ponctuelle. C'est une valeur unique de la statistique qui a une très grande probabilité de se produire. Quand l'échantillon prévu est aléatoire, il s'agit, la plupart du temps de l'espérance mathématique de sa distribution des probabilités.
- Par intervalle de confiance. C'est l'intervalle des valeurs de la statistique qui a une probabilité importante (80% à 99%) appelée niveau de confiance de contenir la valeur inconnue qu'on cherche à prévoir.

### **Remarque :**

Le choix d'une méthode de prévision repose sur l'ensemble d'information. On distingue plusieurs méthodes de prévisions : les méthodes de décomposition saisonnière, le lissage exponentiel et la méthode de Box et Jenkins, ainsi que la méthode de Monte Carlo...etc.

# ***Chapitre III***

***Analyse des données de forage et  
élaboration des plannings***



## Chapitre III : Analyse des données de forage et élaboration des plannings

---

### Introduction

L'analyse des données est une famille de méthodes statistiques dont les principales caractéristiques sont d'être multidimensionnelles et descriptives. Certaines méthodes, pour la plupart géométriques, aident à faire ressortir les relations pouvant exister entre les différentes données et à en tirer une information statistique qui permet de décrire de façon plus succincte les principales informations contenues dans ces données. D'autres techniques permettent de regrouper les données de façon à faire apparaître clairement ce qui les rendent homogènes, et ainsi mieux les connaître.

L'analyse des données permet de traiter un nombre très important de données et de dégager les aspects les plus intéressants de la structure de celles-ci. Le succès de cette discipline dans les dernières années est dû, dans une large mesure, aux représentations graphiques fournies. Ces graphiques peuvent mettre en évidence des relations difficilement saisies par l'analyse directe des données ; mais surtout, ces représentations ne sont pas liées à une opinion « a priori » sur les lois des phénomènes analysés contrairement aux méthodes de la statistique classique.

Les fondements mathématiques de l'analyse des données ont commencé à se développer au début du 20<sup>ème</sup> siècle, mais ce sont les ordinateurs qui ont rendu cette discipline opérationnelle, et qui en ont permis une utilisation très étendue. Mathématiques et informatique sont ici intimement liées.

Afin de faire une analyse critique des réalisations de forage, la division forage de SONATRACH nous a remis des données relatives au domaine de notre étude pour la période 2010 à 2014 sous forme de tableaux de très grandes dimensions que nous avons restructurés et analysés.

Dans ce chapitre, nous établissons un tableau de bord de l'activité forage, qui montrera l'écart entre ses objectifs et ses réalisations durant la période de 2010 à 2014 puis nous élaborons une analyse critique des réalisations de forage enregistrées entre 2010 et 2014.

### III.1 Tableau de bord

Le tableau de bord représente un instrument de contrôle pour le pilotage de l'entreprise, il permet aux dirigeants d'avoir des indications sur l'état de fonctionnement de l'organisation.

Les dirigeants d'une entreprise doivent se doter d'instruments de pilotage rapides et efficaces qui leur facilitent la gestion et la prise de décision. Le «tableau de bord» répond à ce besoin. Par vocation, c'est un outil de dialogue, d'alerte et d'incitation à la décision.

Un tableau de bord consiste à expliciter des informations utiles à un responsable de la façon la plus pédagogique possible, en vue d'attirer rapidement son attention. Dans cet esprit, un graphique est, très souvent, le meilleur outil pour visualiser des tendances et des écarts.

### III.2 Diagnostic des réalisations

Les données (observations) sont un ensemble d'informations relatives à un sujet d'un domaine précis. Lorsque la taille des données est assez importante, on fait appel à des méthodes et des traitements spécifiques en vue de gérer plus efficacement ces données.

Dans toute étude, il y a une phase « analyse » et une phase « synthèse ». Analyser des données revient à découvrir la structure d'un ensemble de variables, à travers des observations, sans

## Chapitre III : Analyse des données de forage et élaboration des plannings

faire usage d'hypothèses sur la structure de ces variables. Synthétiser les données consiste à rassembler les éléments essentiels, les traits les plus significatifs pour notre étude. Ces analyses et ces synthèses sont progressivement orientées en fonction des objectifs à atteindre : aide à la réflexion, diagnostic, planification, aide à la sélection et à la décision.

### III.2.1. Indicateurs clés de performances (KPI) :

#### Définition

Les indicateurs clé de performance (ICP), appelés le plus souvent KPI (" Key Performance Indication "), sont des indicateurs d'aide à la décision dont le but est de générer des rapports détaillés sur l'évolution des facteurs clés de succès des activités d'une entreprise. Leur principale utilité consiste donc à évaluer les performances des actions qui ont été mises en place en fonction des objectifs définis.

Ils se présentent sous la forme de ratios ou de pourcentages appelés " drivers " (KPI opérationnel). Ces indicateurs clé de performance seront utilisées dans la présentation de tableaux de bord créés à l'aide d'un tableur (Excel, par exemple).

### III.3. Le tableau de bord de l'activité forage

Dans ce qui suit nous allons représenter le tableau de bord de l'activité forage en développement pour la période de 2010 à 2014. A l'aide des données remises par Sonatrach. Grace au logiciel Excel, nous obtenons des graphes et des tableaux qui donnent un aperçu sur l'état d'avancement de cette activité (tendance de productivité).

#### III.3.1. L'écart existant entre les durées de forage (réaliser/ prévisionnel)

Nous avons obtenu le tableau suivant

Années	Durées de forage prévisionnel	Durées de forage réalisé	l'écart
2010	67	72	5
2011	67	78	11
2012	70	76	6
2013	70	72	2
2014	70	79	9

Tableau III-3-1

Source : document de travail Sonatrach

## Chapitre III : Analyse des données de forage et élaboration des plannings

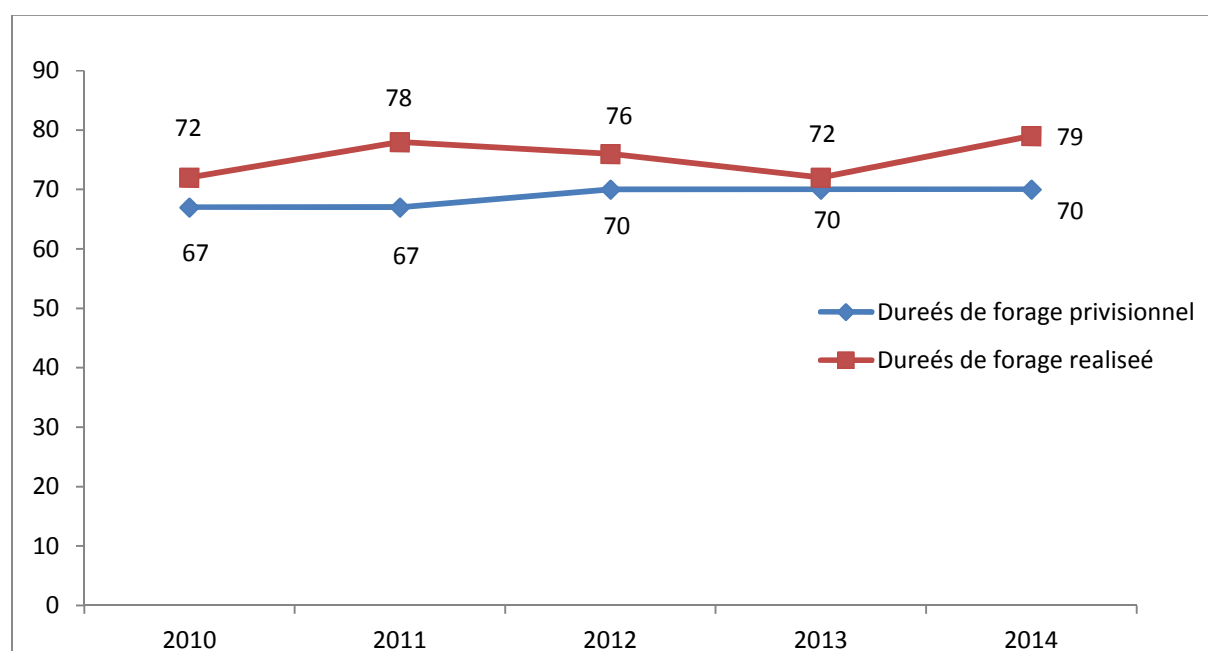


Figure III-3-1

Un écart considérable entre les durées forage prévisions / réalisations cause de plusieurs facture.

### III.3.2 Volume global d'activité développement champ de HaoudBerkaoui :

Les réalisations globales de forage pour le champ de HaoudBerkaoui sur les années 2010 à 2014 en termes de puits livrés, métrage et temps d'activité se présentent comme suit :

HBK									
Année	Prévisions		Réalizations					Taux de réalisation	
	Métrage	Puits livrés	Métrage	Puits livrés	Activité	NPT	Taux NPT	Métrage	Puits livrés
2010	120750	35	95547	27	2064	462	22%	79%	77%
2011	48300	14	46580	13	1278	341	27%	96%	93%
2012	37950	11	45592	13	1288	389	30%	120%	118%
2013	96566	31	84131	24	1738	480	28%	87%	77%
2014	77860	22	66140	19	1500	346	23%	85%	86%

Tableau III-3-2

Source : document de travail Sonatrach

## Chapitre III : Analyse des données de forage et élaboration des plannings

### III.3.3. L'écart entre les prévisions et les réalisations en termes de puits livrés et en termes de métrage :

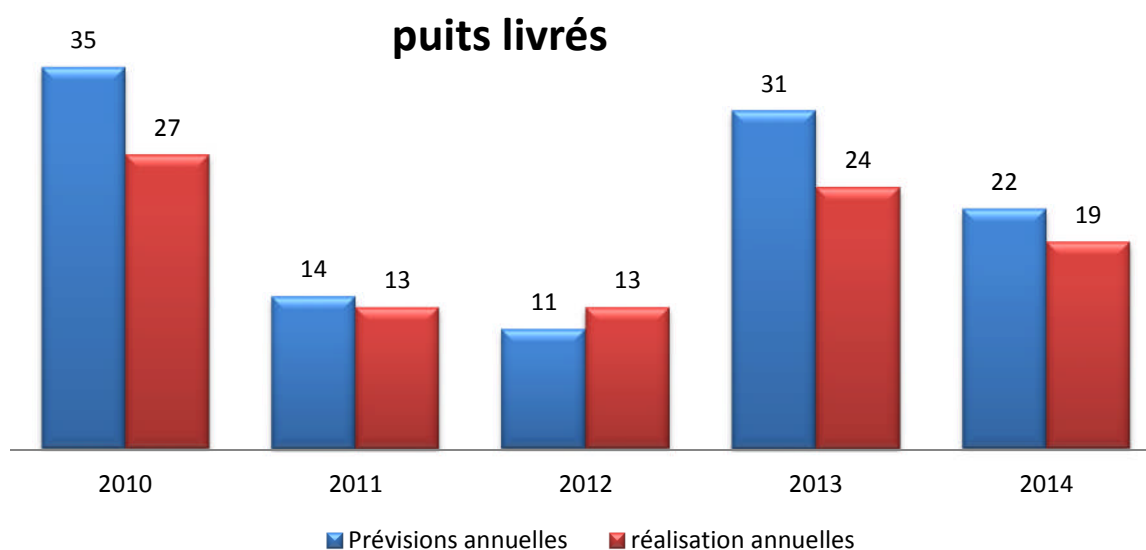


Figure III-3-2

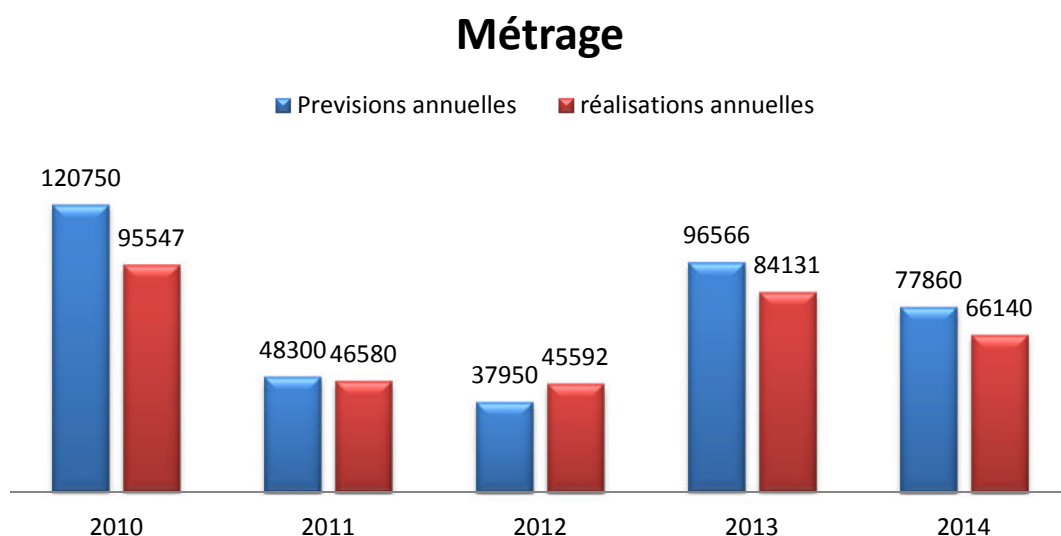


Figure III-3-3

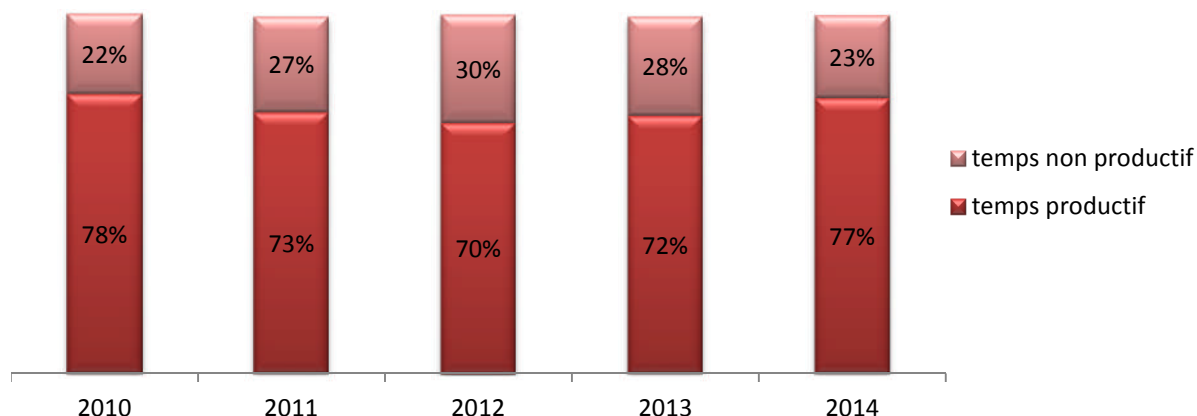
Afin de déterminer l'impact engendré par ces écarts, nous avons calculé la durée réalisée et la durée prévisionnelle de l'activité forage, le nombre de puits livrés (prévisions/réalisations) et le métrage.

D'après les figures **III-3-1**, **III-3-2** et **III-3-3** nous constatons un écart considérable dans les réalisations des durées de forage et de puits livrés ainsi que dans leurs métrages.

On trouve des écarts importants, sont enregistrés entre le nombre de puits programmés à forer et le nombre de puits réalisés durant la période donnée.



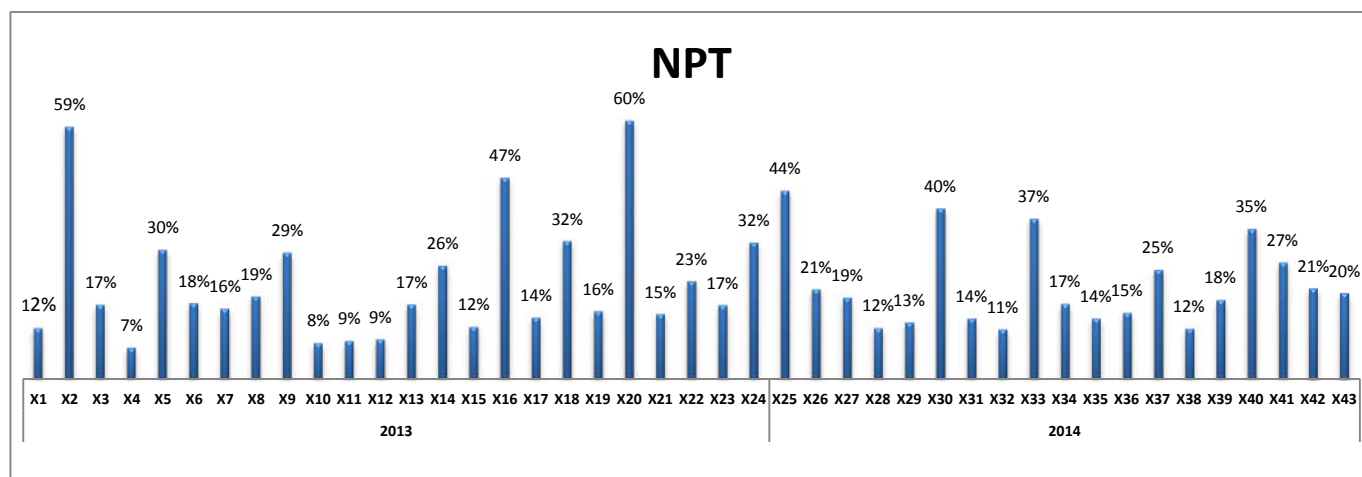
## Chapitre III : Analyse des données de forage et élaboration des plannings



**Figure III.3.5**

En observant cette représentation graphique nous constatons que le temps non productif connu une tendance à la hausse jusqu'à 2012. Après 2012 on remarque une amélioration par rapport aux années précédentes.

Sachant que la durée de réalisation du puits dépend du NPT, nous pouvons déduire que l'NPT est un paramètre important pour cette activité.



**Figure III.3.6** Représente l'évolution du taux NPT par puits

Comme les NPT sont des indices vastes et très complexes, nous avons jugé bon de limiter le choix et structurer les données en catégorie et sous-catégorie afin de faciliter l'analyse.

## Chapitre III : Analyse des données de forage et élaboration des plannings

### III.3.6 Représentation des NPT par catégories :

Les figures III.3.7 et III.3.8 représentent les NPT par catégories comme suite :

- Responsabilité SONATRACH
- Responsabilité entrepreneurs de forage.
- Responsabilité sociétés de service.

#### NPT par intervenants de l'année 2013

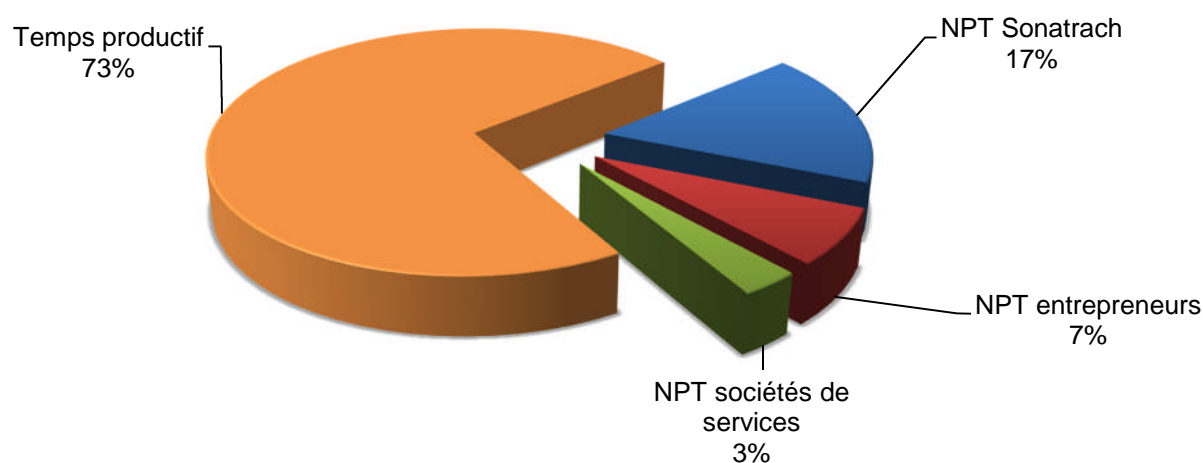


Figure III.3.7

Source : document de travail Sonatrach

#### NPT par intervenants de l'année 2014

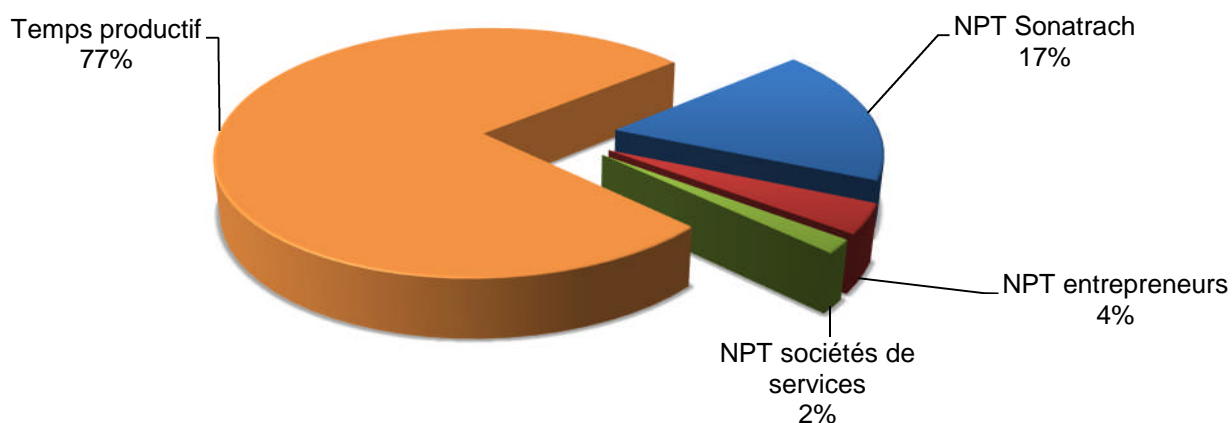


Figure III.3.8

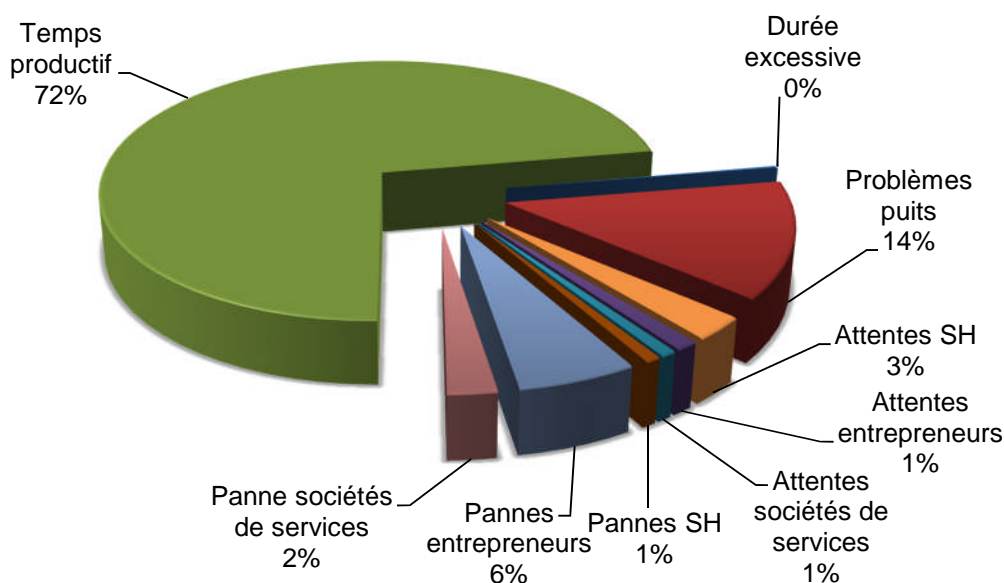
Source : document de travail Sonatrach

## Chapitre III : Analyse des données de forage et élaboration des plannings

Puis nous les avons éclatés en sous-catégories

- Les problèmes puits regroupent : perte, coincement, colmatage, etc....
- Les durées excessives.
- Les attentes regroupent : attentes programme, attentes équipements, attentes escortes.
- Les pannes, problèmes équipement et qualité de service.

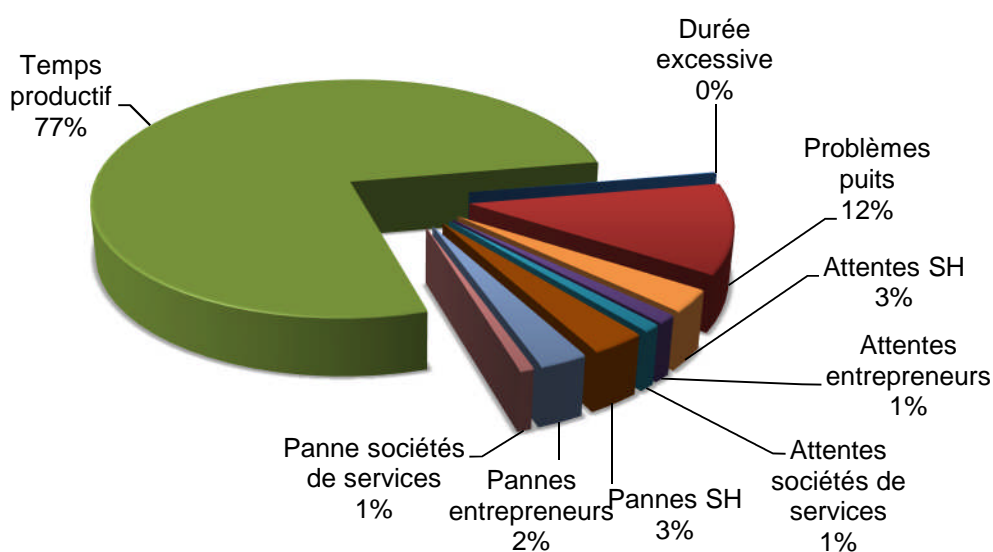
**Répartition des NPT de l'année 2013**



**Figure III.3.9**

Source : document de travail Sonatrach

**Répartition des NPT de l'année 2014**



**Figure III.3.10**

Source : Document Sonatrach.



## Chapitre III : Analyse des données de forage et élaboration des plannings

---

L'analyse présentée, permet de faire un constat sur les NPT et essayer de contribuer à la prise de décision pour un meilleur rendement.

### Remarque :

- Nous remarquons que les catégories les plus récurrentes ayant un impact sur les performances c'est les problèmes puits en première position et les pannes en deuxième position, comme indiqué.

### **III.3.7 Explication des écarts :**

Ces écarts sont dus à divers facteurs et sont caractérisés par les temps improductifs. Ils se répartissent comme suit :

1. Les problèmes puits : ce sont les durées excessives dans les opérations de forage, de descente du casing et de cimentation.
2. Les attentes du conducteur de forage et des sociétés de service.
3. Les pannes : cause d'une logistique défaillante sur les appareils de forage, ce qui rend difficile à gérer et exécuter les réparations lors des contrôles.
4. Les longues durées de D.T.M : les conducteurs de forage mettent beaucoup de temps pour les déménagements des appareils de forage.
5. Affectation aux chantiers de forage d'un personnel opérationnel non expérimenté (nouvellement recruté et formé), autant chez SONATRACH que chez les entrepreneurs de forage et société de services, causant ainsi des défaillances dans la prise en charge de certains problèmes puits.

D'après ce diagnostic, nous concluons que les longues durées de forage pénalisent les performances et engendrent un manque à gagner en termes de jours de production.

Dans ce qui suit nous allons passer à l'application qui est l'estimation des durées de forage à travers la méthode de Monte Carlo, élaborée avec le logiciel Crystal Ball que nous présentons ci-dessous.

### **III.4 Présentation du logiciel :**

Le logiciel *Crystal Ball* est un logiciel utilisant le logiciel Excel destiné à la simulation probabiliste. Dans le cadre de ce mémoire, nous avons utilisé ce logiciel. Son emploi est relativement simple : après avoir déterminé le modèle analytique sous Excel, et après avoir déterminé la variabilité des paramètres en leur attribuant une distribution de probabilité, les paramètres de la simulation sont déterminés (nombre d'itération, arrêt ou non si la précision requise a été atteinte plus tôt, analyse ou non de sensibilité, désactivation temporaire ou nom des éventuelles corrélations entre les variables d'entrée). Au cours de la simulation, les valeurs s'actualisent à l'écran dans la fenêtre Excel, tout comme les graphiques de fréquence correspondants aux prévisions dans la fenêtre Crystal Ball.

Durant la simulation, il est possible de modifier le nombre de classes de l'histogramme, le type du graphe, sa distribution (indépendante, cumulée, cumulée inverse), et de voir les statistiques associées. L'identification d'un intervalle de confiance à 90% est aussi possible.

A la fin de la simulation, différents graphiques sont disponibles pour permettre, par exemple, une analyse de sensibilité ou un graphique superposé dans lequel un ajustement de lois

## **Chapitre III : Analyse des données de forage et élaboration des plannings**

---

statistiques aux séries est réalisable. Des graphiques 2D permettant la différenciation de l'incertitude et de la variabilité sont aussi disponibles. Il est possible aussi de demander la création automatique d'un rapport pour l'exportation de résultats dans des classeurs Excel que l'on peut facilement éditer.

### **III.5 Elaboration des plannings prévisionnels des forages d'exploration et de développement**

#### **III.5.1 Démarche adoptée**

Pour l'élaboration du planning de forage, l'équipe de recherche travaille sur les hypothèses suivantes :

1. Les prévisions de clôture de l'année écoulée fournie par le forage.
2. Les prévisions de l'année à venir transmises par la division exploration et la division développement.
3. Optimisation des durées de D.T.M.
4. Priorité aux reliquats des projets de l'année écoulée.
5. Initialisation de nouveaux projets que s'ils sont jugés nécessaires et réalisables.
6. Processus et délais de réalisation.
7. L'élaboration du plan annuel.
8. Les contrats en cours

Le travail que SONATRACH nous a confié se base seulement sur les processus et délais de réalisation.

Et pour cela nous allons présenter les différentes étapes à suivre :

#### **Etape 1**

- La division d'exploration transmet le plan de charge prévisionnel de l'activité Exploration. Ce dernier contient :
  - Les prospects à réaliser par périmètre, bassin.
  - La nature du prospect : Wild cat, délinéation, reprise.
  - Les coordonnées provisoires du puits.
  - Les fiches prévisionnelles des lithologies des puits à forer.
  - Les données de pressions et de corrélation.
  - La propriété de forage.

#### **Etape 2**

- La division développement envoie le plan de charge prévisionnel de développement :
  - Le nombre de puits à forer par région et par champ.
  - L'objectif du puits (la profondeur, s'il existe le réservoir...).

#### **Etape 3**

- La division forage étudie la disponibilité des appareils de forage pour les plans de charges développement et exploration.
- Estimation des durées et profondeurs prévisionnelles des puits pour l'exercice 2016. Pour cela nous procéderons comme suite :

## Chapitre III : Analyse des données de forage et élaboration des plannings

---

- Collecte des données, création d'échantillon ainsi que le filtrage de ces derniers selon les critères suivants :
  - Eliminer les puits qui ont des durées dépassant la durée moyenne du périmètre (ou champ).
  - Eliminer les puits qui ont enregistrés des NPT supérieure au temps productif (PT).
- Calcul des probabilités pour chaque périmètre d'exploration et chaque champ de développement.
- Choix des durées prévisionnelles des puits.
- Elaboration du planning prévisionnel des forages selon le parc appareil disponible, c'est à dire, l'affectation des appareils par puits et par activité (développement, exploration) et l'optimisation des durées de D.T.M.

### **Etapes 4**

- Décision finale et commune des trois divisions (forage/ développement/ exploration) concernant les prévisions définitives de forage.

Dans la partie qui suit nous allons utiliser les résultats de l'analyse précédente pour estimer le nombre de puits prévisionnels à livrer en se basant sur les probabilités calculées par la méthode de Monte Carlo à l'aide de logiciel Oracle Crystal Ball.

Les probabilités calculées sont :

P10 : 10 de nos meilleurs puits tendent vers une certaine valeur.

P50 : 50% de notre échantillon tend vers la valeur correspondante.

P90 : 90% de notre échantillon tend vers la valeur correspondante.

Au cours de la réalisation d'un puits, l'isolation des couches géologiques traversées est nécessaire, du fait que ces couches possèdent des propriétés incompatibles entre elles. Cette isolation représente la fin de la première phase et le début de forage de la deuxième phase.

Afin d'obtenir une meilleure estimation de la durée totale prévisionnelle des puits, nous avons calculé les durées prévisionnelles par phase.

### **III.6 Estimation des durées et profondeurs prévisionnelles des puits pour l'exercice 2016**

Notre travail se concentre seulement sur le calcul de la durée et la profondeur des puits pour l'activité développement.

Afin de faire une bonne estimation des durées et profondeurs des puits, nous allons d'abord calculer les durées et les profondeurs des puits par phase, puis par puits. Et de les comparer.

## Chapitre III : Analyse des données de forage et élaboration des plannings

### III.6.1 Calcul des durées et les profondeurs des puits par phase

Evènement  $A = (\text{durée}, \text{métrage})$

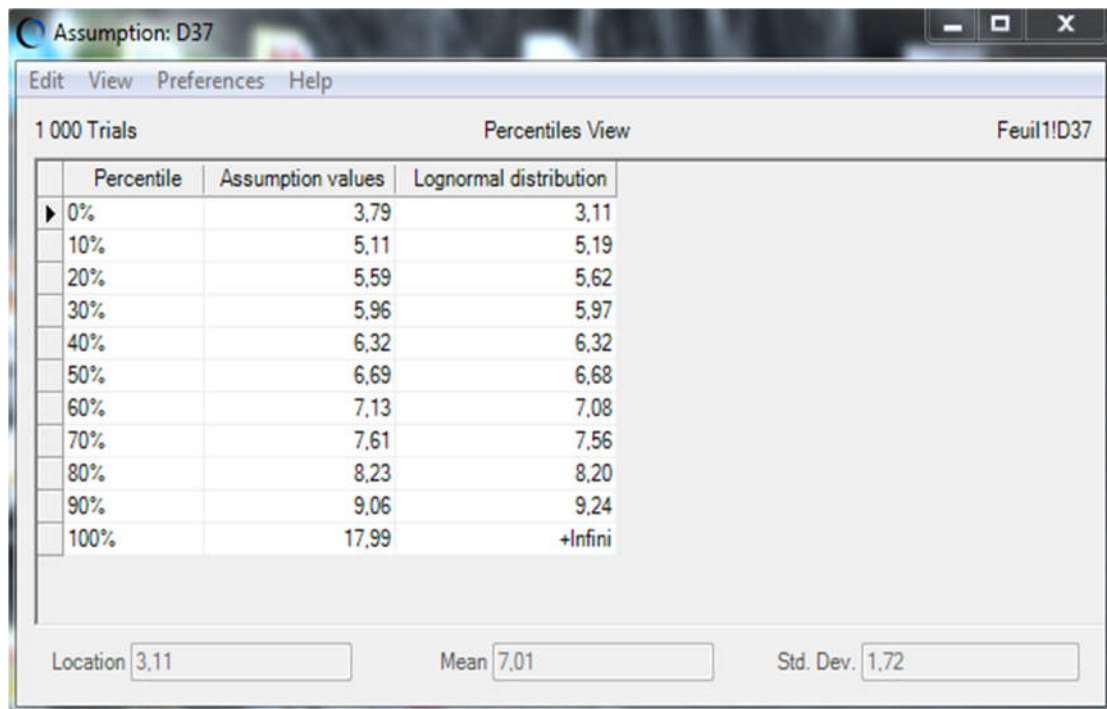
$A = [A_i, i=1 \dots 9]$

$X$  : la variable aléatoire qui observe l'évènement  $A$

$P[X \leq A_i]$

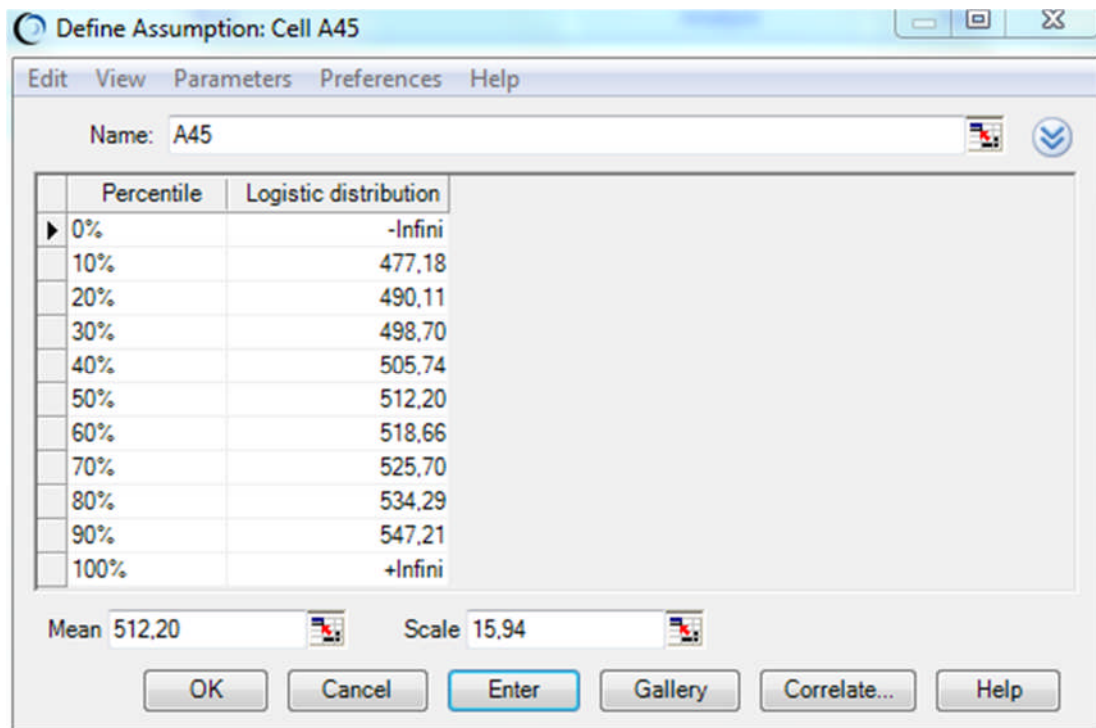
#### 1. Phase 26'' durée /métrage

L'ajustement de ces observations nous permet d'obtenir la loi log normale de paramètre (0.245) pour la durée et la loi logistique de paramètre (0.30) pour le métrage, ainsi que les probabilités.



**Figure III.6.1** : distribution de la probabilité des durées pour la phase 26''

## Chapitre III : Analyse des données de forage et élaboration des plannings



*Figure III.6.2 : distribution de la probabilité des profondeurs pour la phase 26'' sur la fenêtre de Crystal Ball*

**Les probabilités :**

probabilité phase 26''	durée (jour)	métrage (mètre)
P10	5.19	477
P20	5.62	490
P30	5.97	499
P40	6.32	506
P50	6.68	512
P60	7.08	519
P70	7.56	526
P80	8.20	534
P90	9.24	547

*Tableau III.6.1 : Distribution de probabilité pour la phase 26''*

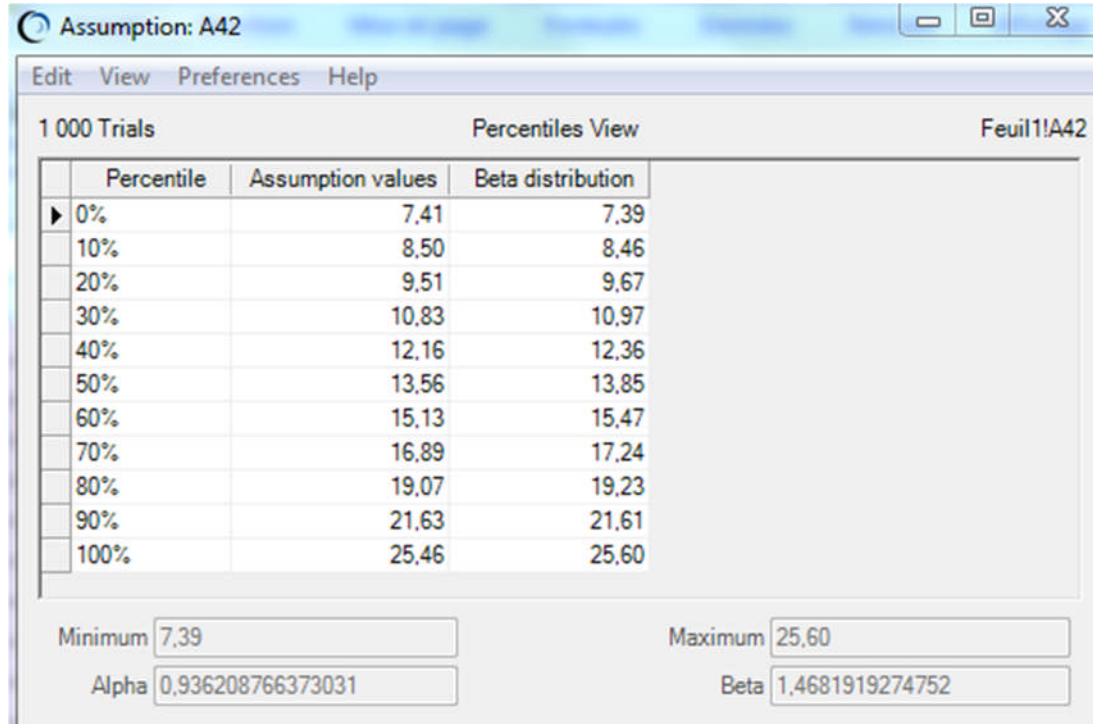
A l'aide des données observées (durées/ métrages) pour la phase 26'' pendant les années précédant dans le champ Haoud Brkaoui, et qui nous ont été donnés, nous ont permis de les introduire dans le logiciel Crystal Ball, et ce dernier a calculé les probabilités des durées et propose les distributions de probabilité ainsi que leur paramètre selon l'évolution des données.

Dans ce qui suit nous allons faire de même pour les autres phases des puits de Haoud Berkaoui.

## Chapitre III : Analyse des données de forage et élaboration des plannings

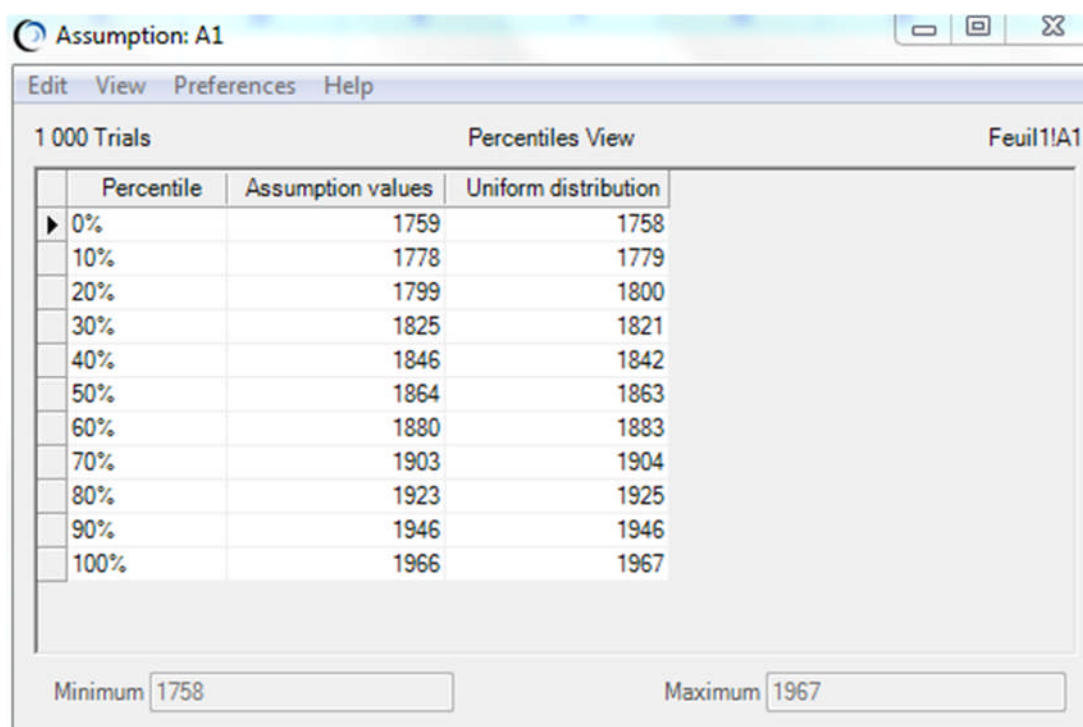
### 2. Phase 17''<sup>1/2</sup> & 16'' durée /métrage

On obtient la loi Béta de paramètre (0.13) pour les durées et la loi uniforme de paramètre (0.26). Et les probabilités.



**Figure III.6.3 :** distribution de la probabilité des durées pour la phase 17''<sup>1/2</sup> & 16'' sur la fenêtre de Crystal Ball

## Chapitre III : Analyse des données de forage et élaboration des plannings



*Figure III.6.4 : distribution de la probabilité des profondeurs pour la phase 17''1/2 & 16'' sur la fenêtre de Crystal Ball*

### Les probabilités

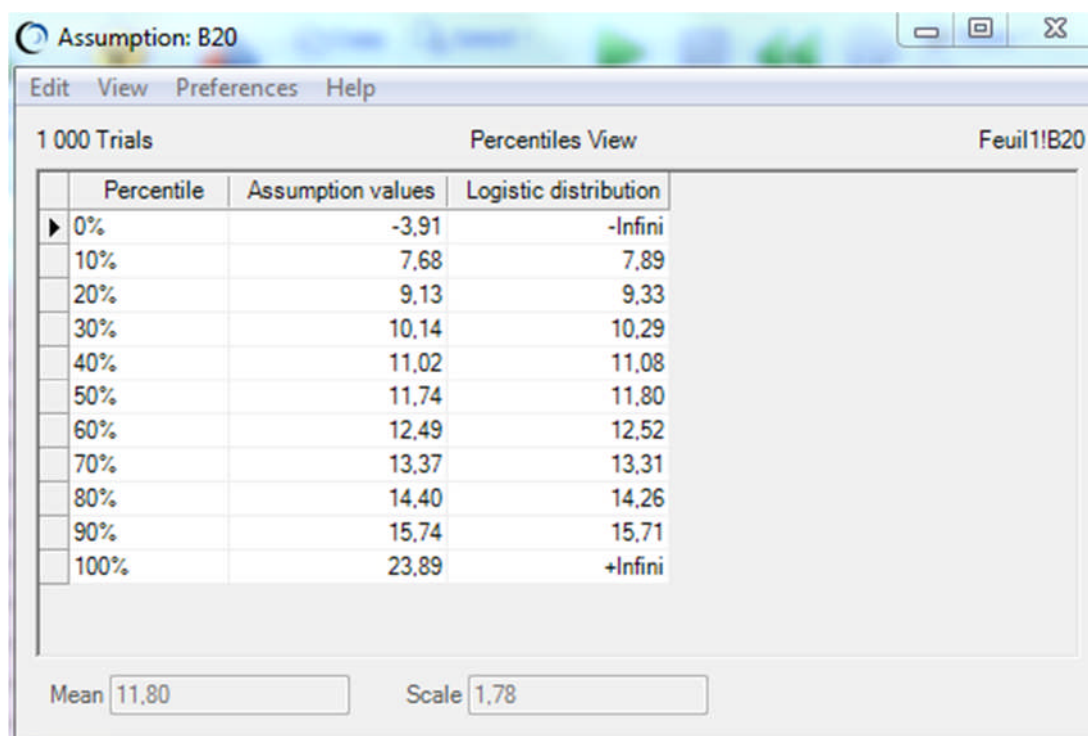
<i>probabilité phase 17°1/2 &amp; 16°</i>	<i>durée (jour)</i>	<i>métrage (mètre)</i>
P10	8.46	1779
P20	9.67	1800
P30	10.97	1821
P40	12.36	1842
P50	13.85	1863
P60	15.47	1883
P70	17.24	1904
P80	19.23	1925
P90	21.60	1946

*Tableau III.6.2 : Distribution de probabilité pour la phase 17''1/2 & 16''*

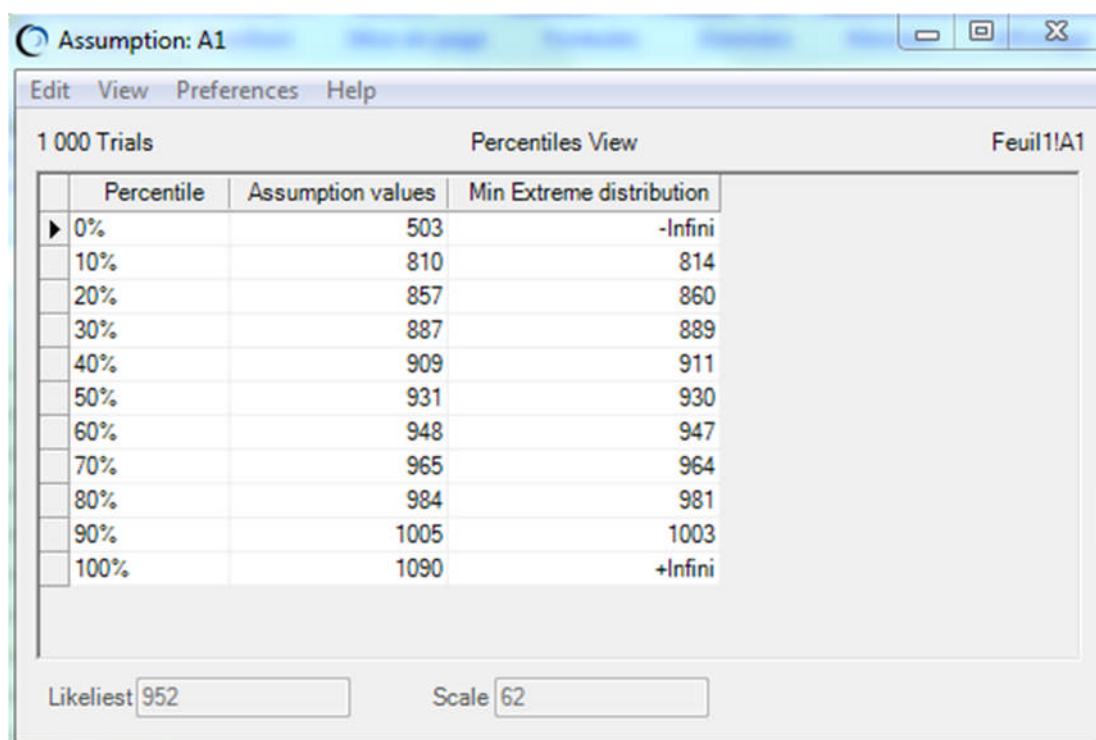
### **3. Phase 12''<sup>1/4</sup> durée /métrage**

On obtient la loi logistique (0.28) pour la durée et la loi min extrême (1.30) Pour le métrage.

## Chapitre III : Analyse des données de forage et élaboration des plannings



**Figure III.6.5 :** distribution de la probabilité des durées pour la phase 12''<sup>1/4</sup> sur la fenêtre de Crystal Ball



**Figure III.6.6 :** distribution de la probabilité des profondeurs pour la phase 12''<sup>1/4</sup> sur la fenêtre de Crystal Ball



## Chapitre III : Analyse des données de forage et élaboration des plannings

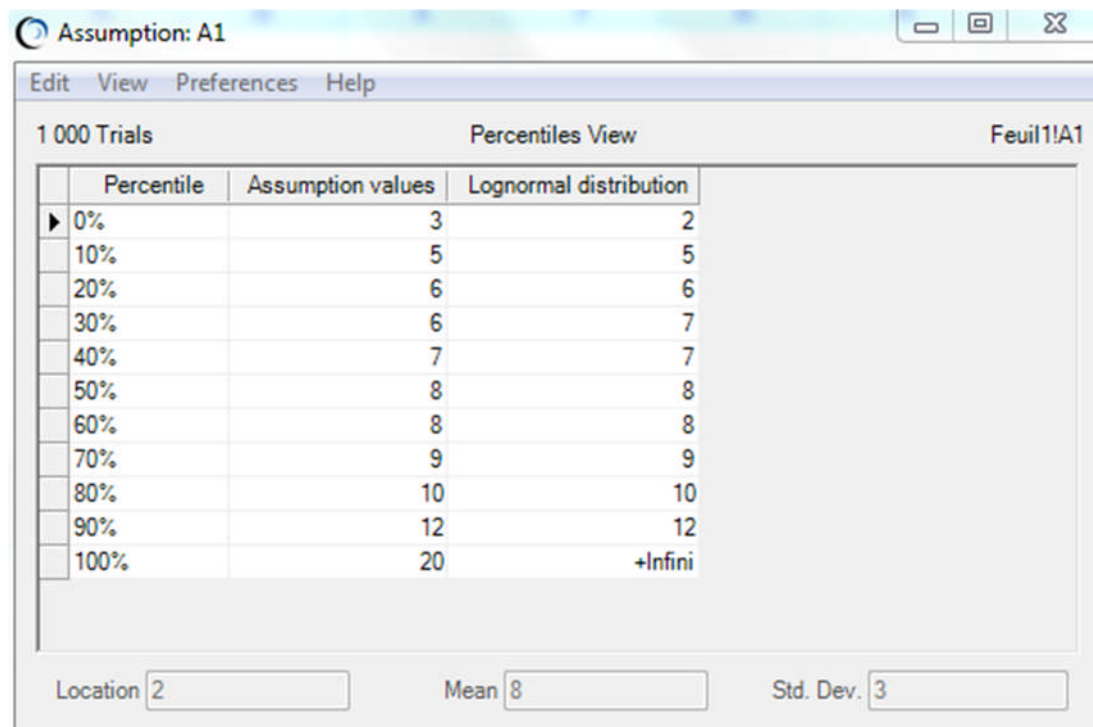
### Les probabilités

probabilité phase 12'' <sup>1/4</sup>	durée (jour)	métrage (mètre)
P10	7.89	814
P20	9.33	860
P30	10.29	889
P40	11.08	911
P50	11.8	930
P60	12.49	947
P70	13.37	964
P80	14.4	981
P90	15.74	1003

*Tableau III.6.3 : Distribution de probabilité pour la phase 12''<sup>1/4</sup>*

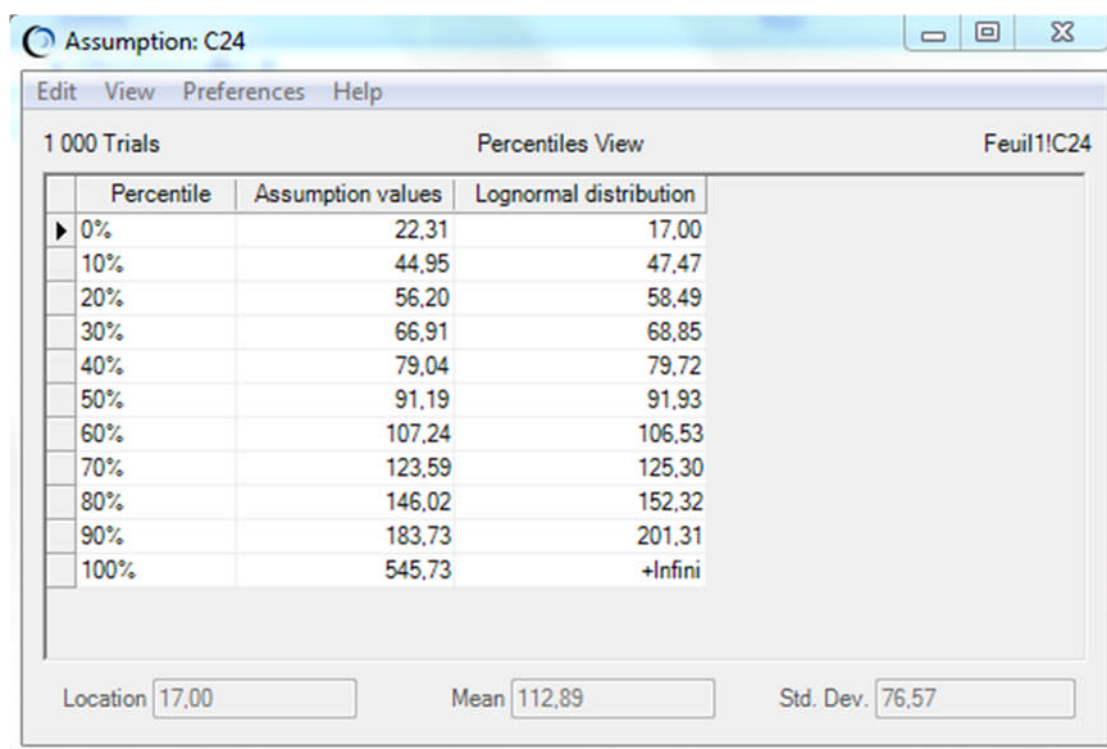
#### 4. Phase 8''<sup>1/2</sup> & 8''<sup>3/8</sup> durée /métrage

On obtient la loi log normale pour la durée et le métrage avec les paramètres respectivement (0.19) et (1.046)



*Figure III.6.7 : distribution de la probabilité des durées pour la phase 8''<sup>1/2</sup> & 8''<sup>3/8</sup> sur la fenêtre de Crystal Ball*

## Chapitre III : Analyse des données de forage et élaboration des plannings



*Figure III.6.8 : distribution de la probabilité des profondeurs pour la phase 8''<sup>1/2</sup> & 8''<sup>3/8</sup> sur la fenêtre de Crystal Ball*

### Les probabilités :

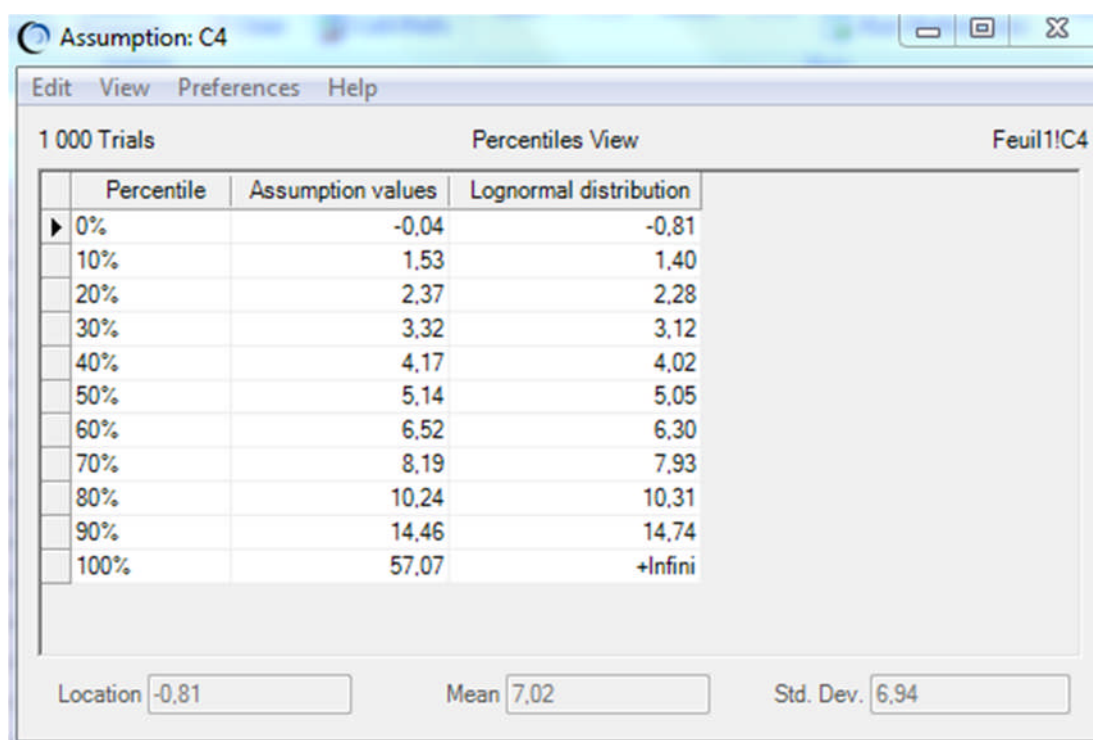
probabilité phase 8'' <sup>1/2</sup> & 8'' <sup>3/8</sup>	durée (jour)	métrage (mètre)
P10	5	47.47
P20	6	58.49
P30	7	68.85
P40	7	79.72
P50	8	97.93
P60	8	106.53
P70	9	125.30
P80	10	152.32
P90	12	201.31

*Tableau III.6.4 : Distribution de probabilité pour la phase 8''<sup>1/2</sup> & 8''<sup>3/8</sup>*

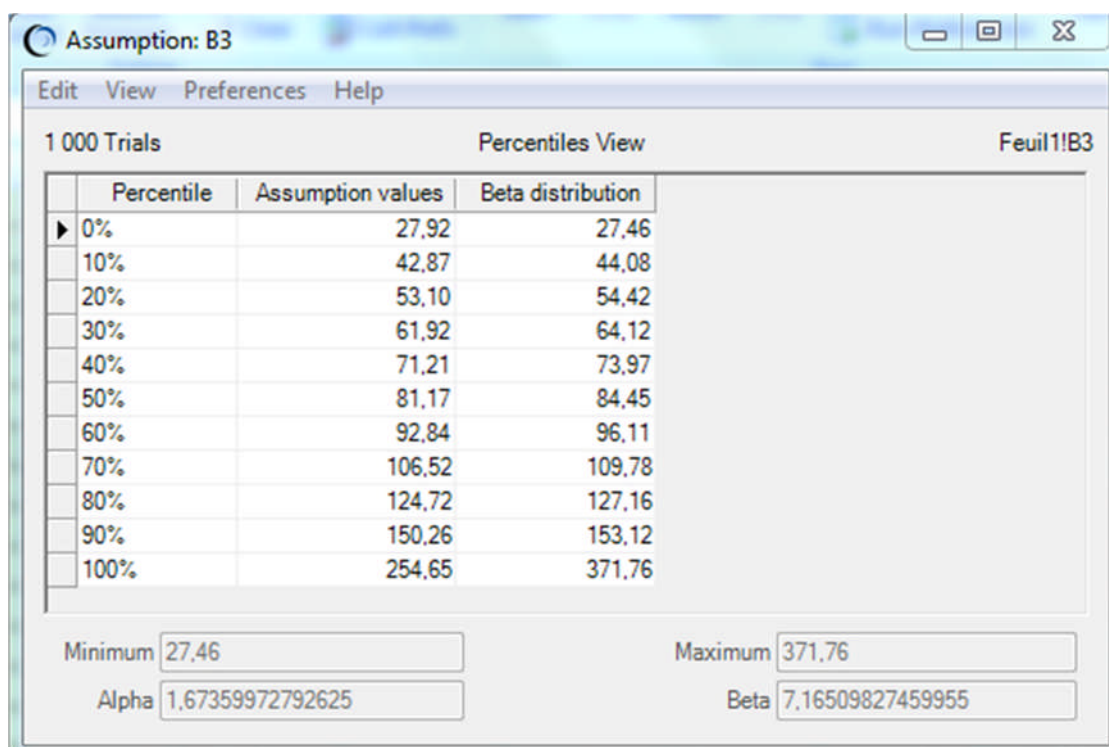
### 5. Phase 6'' durée /métrage

On obtient la loi log normale (0.35) pour la durée et la loi Béta (0.211) pour le métrage.

## Chapitre III : Analyse des données de forage et élaboration des plannings



*Figure III.6.9 : distribution de la probabilité des durées pour la phase 6'' sur la fenêtre de Crystal Ball*



*Figure III.6.10 : distribution de la probabilité des profondeurs pour la phase 6'' sur la fenêtre de Crystal Ball*

## Chapitre III : Analyse des données de forage et élaboration des plannings

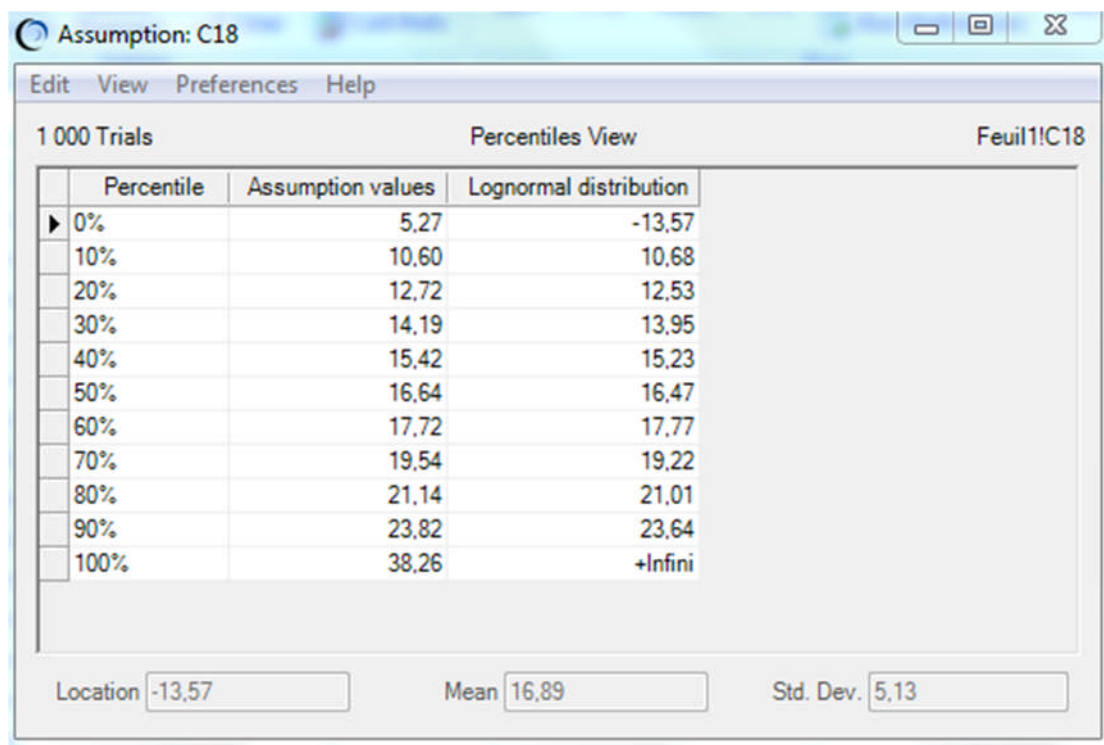
### Les probabilités

probabilité phase 6''	durée (jour)	métrage (mètre)
P10	1.53	44.08
P20	2.37	54.42
P30	3.32	64.12
P40	4.17	73.97
P50	5.14	84.45
P60	6.52	96.11
P70	8.19	109.78
P80	10.24	127.16
P90	14.46	153.12

*Tableau III.6.5 : Distribution de probabilité pour la phase 6''*

### **6. Phase complétion durée /métrage**

On obtient la loi log normale (0.267) pour la durée.



*Figure III.6.11 : distribution de la probabilité des profondeurs pour la phase complétion sur la fenêtre de Crystal Bal*

## Chapitre III : Analyse des données de forage et élaboration des plannings

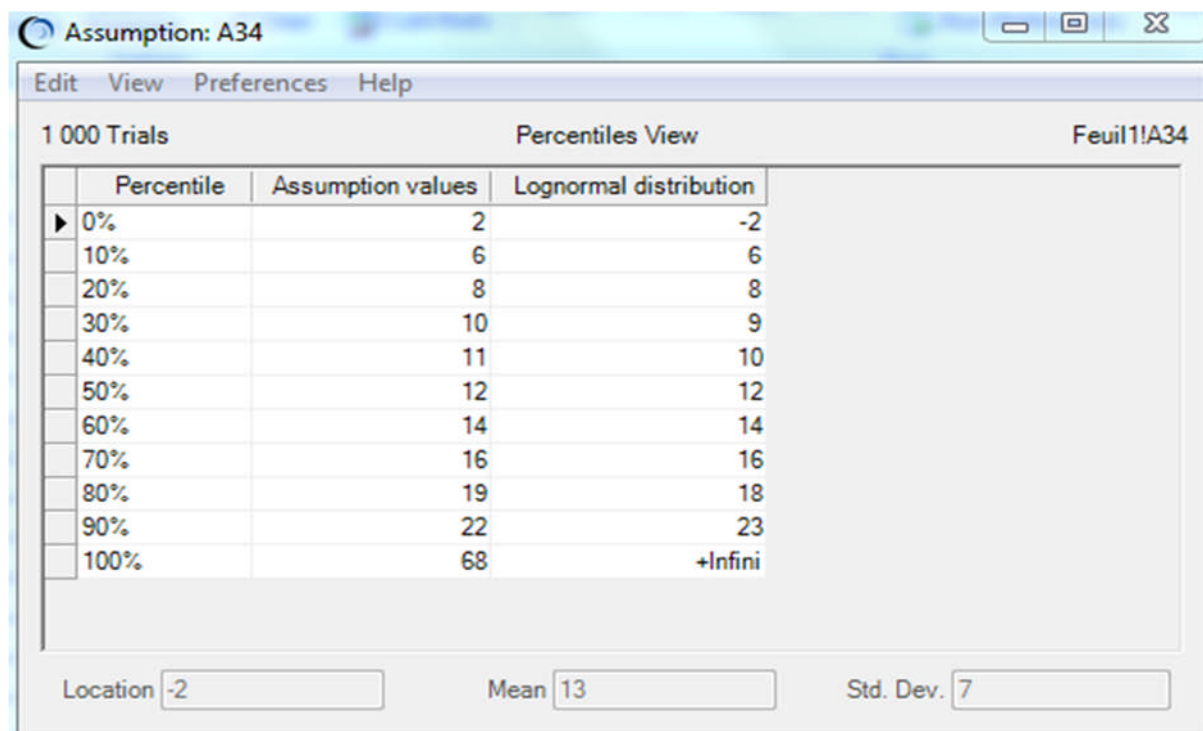
Les probabilités :

probabilité phase complétion	durée (jour)
P10	10.68
P20	12.53
P30	13.95
P40	15.23
P50	16.47
P60	17.17
P70	19.22
P80	21
P90	23.64

*Tableau III.6.6 : Distribution de probabilité pour la phase complétion*

Durée NPT :

On obtient la loi log normale pour la durée NPT.



*Figure III.6.12 : distribution de la probabilité des profondeurs pour la durée NPT sur la fenêtre de Crystal Ball*

## Chapitre III : Analyse des données de forage et élaboration des plannings

### Les probabilités

probabilité NPT	durée (jour)
P10	6
P20	8
P30	9
P40	10
P50	12
P60	14
P70	16
P80	18
P90	23

*Tableau III.6.7 : Distribution de probabilité pour L’NPT.*

probabilités	Durée de la phase (j)						durée total	NPT	Taux NPT
	26	16	12	8	6	complétion			
P10	5,19	8,46	7,89	5	1,53	10,68	39	6	15%
P20	5,62	9,67	9,33	6	2,37	12,53	46	8	18%
P30	5,97	10,97	10,29	7	3,32	13,95	52	9	17%
P40	6,32	12,36	11,08	7	4,17	15,23	56	10	18%
P50	6,68	13,55	11,8	8	5,14	16,47	64	12	19%
P60	7,08	15,47	12,49	8	6,52	17,17	67	14	21%
P70	7,56	17,24	13,37	9	8,19	19,22	75	16	21%
P80	8,2	19,23	14,4	10	10,24	21	83	18	22%
P90	9,24	21,6	15,75	12	14,46	23,64	97	23	24%

*Tableau III.6.8 : récapitulatif de la durée de forage du puits par phase.*

## Chapitre III : Analyse des données de forage et élaboration des plannings

### 2<sup>eme</sup> cas : calcul de la durée totale du puits :

On obtient la loi Béta de paramètre (0.1641).

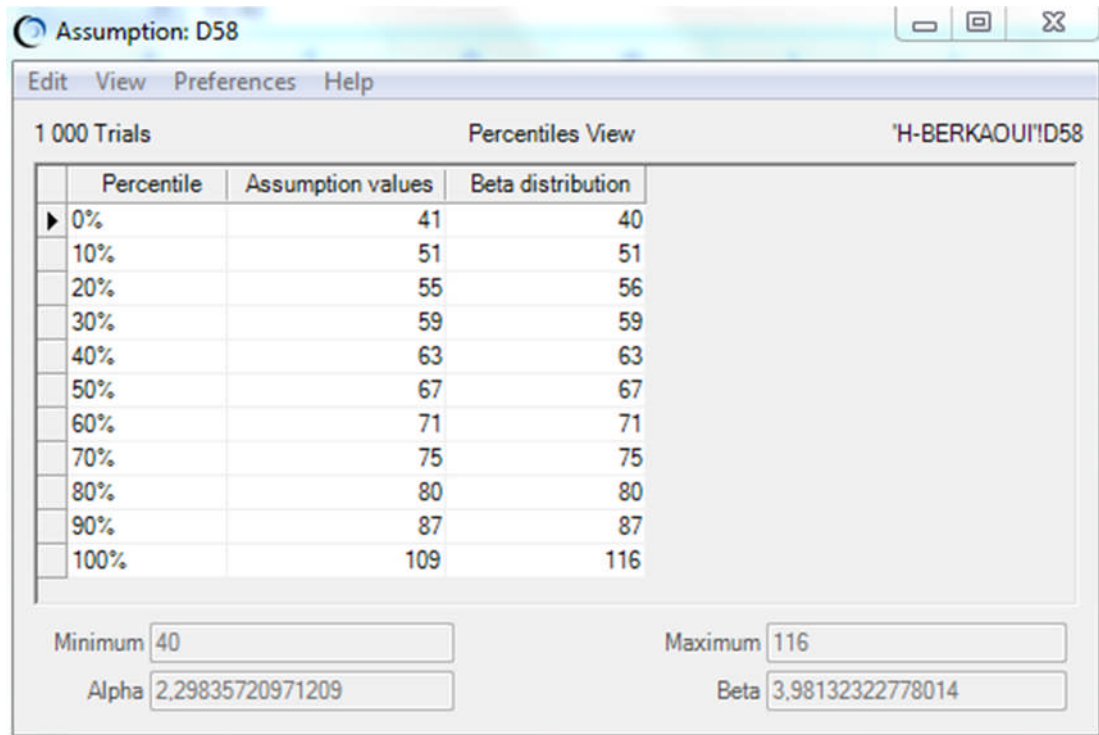


Figure III.6.13 : distribution de la probabilité des durées totales sur la fenêtre de Crystal Ball.

### Les probabilités :

probabilité	durée totale (jour)	NPT (jour)	Taux NPT
P10	51	6	12%
P20	56	8	14%
P30	59	9	15%
P40	63	10	16%
P50	67	12	18%
P60	71	14	20%
P70	75	16	21%
P80	80	18	23%
P90	116	23	20%

Tableau III.6.8 : récapitulatif de la durée totale de forage du puits.

### III.7 Le choix de la méthode et de la probabilité

Afin de déterminer l'architecture (durée, métrage) des puits de développement du champ de Haoud Berkaoui, nous avons choisi la durée prévisionnelle par phase de 64 jours avec 12 jours d'NPT pour une meilleure estimation de la durée et métrage, car chaque phase nécessite un programme et des outils différents d'une phase à l'autre (boue, tubage, cimentation...).

## Chapitre III : Analyse des données de forage et élaboration des plannings

Le choix de la probabilité se porte sur le quantile 50% qui a une probabilité d'occurrence de l'événement 64 jours avec 12 jours d'NPT, assez élevé par rapport à l'événement 39 jours avec 6 jours d'NPT, qui lui a une probabilité de 10% de réalisation et une possibilité d'erreur de 90%.

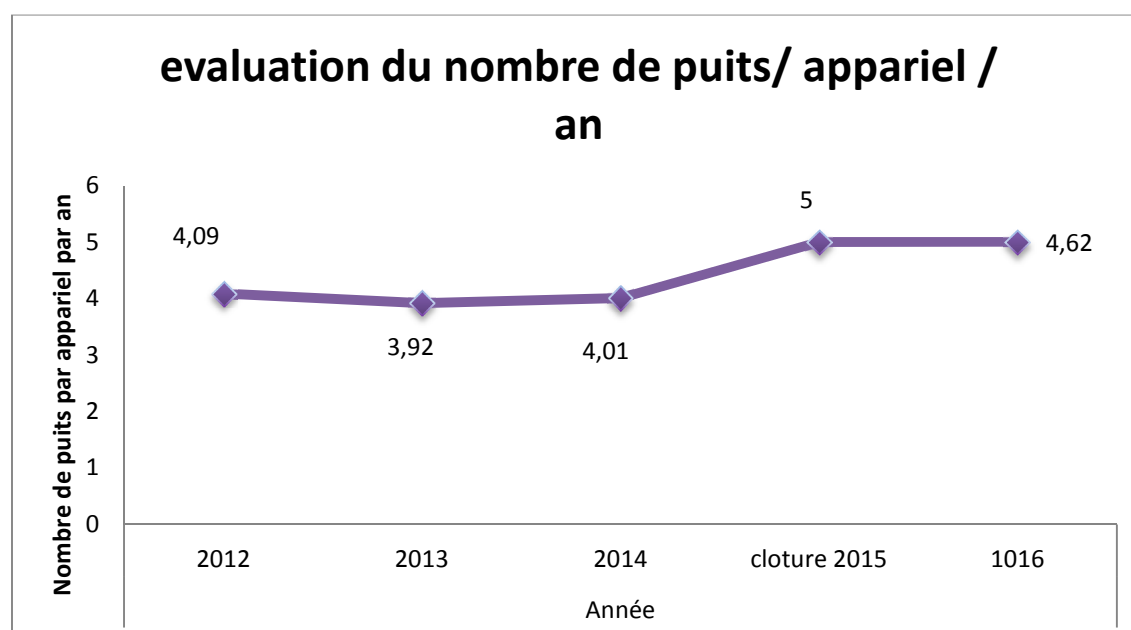
	26	16	12	8	6	complétion	total	NPT (jour)	Taux NPT
probabilité P50									
Profondeur	512	1842	930	92	85		3461		
Durée	7	14	12	8	6	17	64	12	19%

*Tableau III.6.9 : le choix de probabilité pour l'activité développement*

	P50	P60	P70	P80	P90	DTM	Parc appareil
Durée de l'activité	64	67	75	83	97	15	8
Nombre de puits / appareil/ an	4,62025316	4,45121951	4,05555556	3,7244898	3,25892857	15	
Nombre de puits livrés par an	32	32	32	24	24	15	

*Tableau III.6.10 : Nombre de puits par appareil par / an.*

*Source : logiciel Crystal Ball.*



*Figure III.6.14 : Evaluation du nombre de puits par appariel par an*

**Source : document de travail Sonatrach**

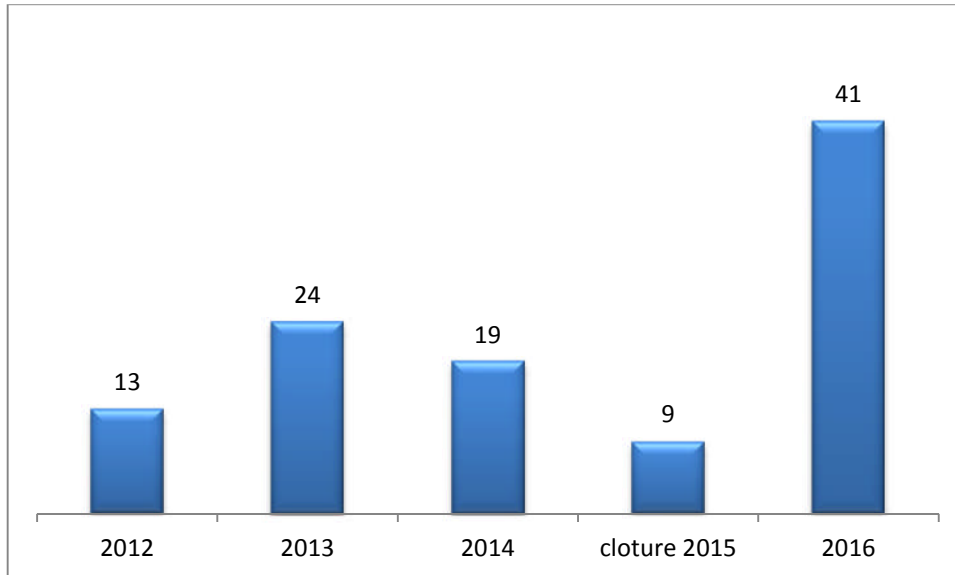


## Chapitre III : Analyse des données de forage et élaboration des plannings

---

### Remarque

Le nombre de puits par appareil par an représente le paramètre clé de mesure de performance, et d'après l'allure de ce graphe nous remarquons une amélioration de performance enregistrée de 2014 à 2016.



**Figure III.6.14 : Nombre de puits par an**

**Source : document de travail Sonatrach**

### Remarque

Le calcul de nombre de puits à livrer pour l'année 2016 se fait en additionnant le nombre de puits réalisés 2015 (qui représente le reliquat 2015) et le nombre de puits prévus pour 2016.

### Résultat

Le reliquat 2015 (le nombre de puits livrés pour la clôture 2015) est de 9.

Le nombre de puits prévus pour l'année 2016 est 41.

## ***Conclusion Générale***

L'Entreprise Sonatrach – Division Forage, nous a confié une étude sur la planification des puits à livrer pour l'activité forage.

Le problème consiste à trouver une approche pour une meilleure estimation des durées de forage, par conséquent contribué à une des hypothèses de travail du planning de l'activité forage.

Pour cela nous avons utilisé la méthode de Monte Carlo qui vise à calculer une valeur numérique en utilisant des procédés aléatoires.

En premier lieu, nous avons commencé notre étude par l'analyse des réalisations de forage en utilisant des données des années allant de 2010 à 2014. Cette analyse nous a permis de faire un constat sur les durées de réalisation des puits qui dépendent des problèmes rencontrés qui pénalisent les performances, et expliquer les écarts enregistrés durant cette période.

Cette analyse a été orientée en fonction des objectifs à atteindre, qui sont :

- aide à la réflexion,
- diagnostic,
- planification,
- aide à la sélection,
- à la décision, et
- la sensibilisation du décideur.

En second lieu, utiliser la simulation de Monte Carlo, par le logiciel Crystal Ball, dans sa forme la plus simple, est un générateur de nombres aléatoires génèrent des tirages d'une distribution par le choix de probabilité.

Au fil de ce travail, nous avons vu la place essentielle qu'occupent les mathématiques et ses théories dans le monde de l'entreprise. Et de profiter, à l'aide de ce modèle, à étudier l'univers de la prévision.

Nous avons aussi pu profiter de l'aspect pratique des théories étudiées durant notre cursus universitaire, et aussi voir comment simuler des variables aléatoires (les données) par le logiciel Crystal Ball qui nous a permis, dans ce cas, de définir le choix de probabilité pour une meilleure estimation des durées et profondeurs des puits.

Par les différents logiciels comme Crystal Ball qui est le logiciel le mieux indiqué pour la simulation de Monte Carlo, et l'office Excel, nous avons pu illustrer des graphes pour l'analyse critique des données.

Enfin, ce projet est une étude qui peut être améliorée, nous espérons qu'il pourra contribuer à l'amélioration du planning de l'activité forage et qu'elle pourra aussi servir d'indice pour les futures études dans le domaine de la recherche opérationnelle.

# La Bibliographie

- [1] FABIAN BASTIN, Modèles de Recherche Opérationnelle, Université de Montréal 2006.
- [2] [http://www.univ-rleans.fr/mapmo/membres/berglund/probamass\\_html/node6.html](http://www.univ-rleans.fr/mapmo/membres/berglund/probamass_html/node6.html)
- [3] [http://www.palisade.com/risk/fr/simulation\\_monte\\_carlo.asp](http://www.palisade.com/risk/fr/simulation_monte_carlo.asp)
- [4] B. LAPEYRE, E. PORDOUX, R.SENTIS, Méthodes de Monte-Carlo pour les équations de transport et de diffusion. SPRINGER.
- [5] B. TUFFIN, La simulation de Monte Carlo. LAVOISIER.
- [6] Y. DODGE, G.MELFI, Premiers pas en simulation. SPRINGER.
- [7] Différentes revues et documentation de SONATRACH sur forage pétrolier.
- [8] D. PERRIN, M. CARON, G. GAILLOT, La production fond (techniques d'exploitation pétrolière). EDITIONS TECHNIP.
- [9] J.P. NGUYEN, Le forage (techniques d'exploitation pétrolière). EDITIONS TECHNIP.
- [10] A. BENKHELIFA, M. MOHAMMEDI, Fiabilité des équipements de D.T.M, analyse fonctionnelle et implications organisationnelles de la fonction maintenance de transport, Université Kasdi Merbah Ouargla 2011
- [11] N. NEMMAR, N. BOUKEZZOULA, Analyse de décision d'un projet d'investissement Exploration & production, UNIVERSITE MOULOUDMAMMERI DE TIZI-OUZOU 2012.