

République Algérienne Démocratique Et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche
Scientifique

Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou
Faculté de Génie de Construction
Département Génie Mécanique



Mémoire de fin d'études

En vue de l'obtention du Diplôme de Master professionnel en
Génie mécanique
Option: Energétique

Thème

Analyse Numérique du Transfert de
Chaleur par Convection Mixte dans
un Canal Incliné Muni de Blocs
Poreux en Présence d'un Nanofluide

Proposé par :
M^{me} HADOUCHE

Réalisé par :
M^r BOUANANE YANIS
M^r RAMDANI JUGURTHA
M^r SMAIL MASSINISSA

Promotion 2014-2015

Remerciements

Au terme de ce travail, nous tenons à exprimer nos vifs remerciements à: Notre promotrice M^{me}: Hadouche pour l'aide très précieuse, et sa contribution à l'accomplissement de ce travail dans les meilleures conditions, avec notre gratitude et respect.

Nos remerciements également à tous ceux qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

Enfin, aux membres de jury qui nous font l'honneur d'examiner notre modeste travail.

Dédicaces

Je dédie ce travail à :

- *A ma très chère mère, mon très cher père.*
- *A mon frère Malík qui es en France et à mes sœurs*
- *A mes tantes.*
- *A tous mes cousines et cousins*
- *A toute ma famille.*

- *Et tous mes amis tchaps zipo djonny nassim massi et ghoust et sans oublier mon cher amis Malík lah yerahmou*

RAMDANI JUGURTHA

Dédicaces

Je dédie ce travail à :

- *A ma très chère mère, mon très cher père.*
- *A mes sœurs*
- *A mes tantes.*
- *A tous mes cousines et cousins*
- *A toute ma famille.*
- *Et tous mes amis jigoo djonny abdellah malik massi*

BOUANANE YANIS

Dédicaces

Je dédie ce travail à :

- *A ma très chère mère, mon très cher père.*
- *A mes chères sœurs et mes frères Yacine et Ahmed*
- *Ma nièce daloucha et mes neveux Yanis et Amir*
- *A tous mes cousins et ma famille et sans oublier mon cher cousin djamel lah yerahmou*
- *Et tous mes amis et big heart family Nacer Ahemed et Reda Jigoo Yanis Khaled Tchaps*

SMAIL MASSINISSA

Sommaire

Introduction Générale	1
-----------------------------	---

CHAPITRE -I- GENERALITES

Introduction.....	3
I.1 Généralités sur les milieux poreux 3	
I.1.1 Définition d'un milieu poreux.....	3
I.1.2 Notion de Volume Elémentaire Représentatif (V.E.R).....	4
I.1.3 Propriétés structurales et thermo-physiques d'un milieu poreux.....	5
I.1.3.1. Porosité.....	5
I.1.3.2 Perméabilité.....	6
I.1.3.3 Tortuosité	7
I.1.3.4 Surface spécifique.....	8
I.1.3.5 Conductivité thermique effective	8
I.1.3.6 Viscosité dynamique effective	10
I.1.4 Modèles d'écoulement dans les milieux poreux	11
I.1.4.1 Modèle de Darcy (1856)	12
I.1.4.2 Modèle de Darcy-Forchheimer (1901)	12
I.1.4.3 Modèle de Darcy-Brinkman (1947).....	14
I.1.4.4 Modèle général ou modèle de Darcy -Brinkman-Forchheimer.....	14
I.1.5 Transfert de chaleur dans les milieux poreux	15
I.2 Généralités sur les nano fluides	16
I.2.1 Définition d'un nano fluide.....	16
I.2.2 Domaines d'application des nanofluides	17
I.2.2.1 Refroidissement des systèmes thermiques.....	17
I.2.2.2 Refroidissement des systèmes électroniques.....	17
I.2.2.3 Refroidissement des systèmes militaires	18
I.2.2.4 Refroidissement des systèmes spatiaux	18
I.2.2.5 Refroidissement des systèmes nucléaires.....	18

I.2.2.6 La biomédecine.....	18
I.2.2.7 D'autres applications	18
I.2.3 Propriétés thermo physiques des nano fluide.....	18
I.2.3.1 La masse volumique.....	19
I.2.3.2 La chaleur spécifique	19
I.2.3.3 Coefficient d'expansion volumique	20
I.2.3.4 La viscosité dynamique	20
I.2.3.5 La conductivité thermique.....	21
Conclusion	22

CHAPITRE -II- ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

Introduction.....	23
II.1 Convection mixte dans les milieux poreux	23
II.2 Utilisation de nano fluides.....	32
II.2.1 Sans milieu poreux.....	32
II.2.1 Sans milieu poreux.....	34
Conclusion	35

CHAPITRE -III- FORMULATION MATHEMATIQUE

Introduction.....	36
III-1 Domaine physique.....	36
III-2 Hypothèses	34
III-3 Equations gouvernantes.....	38
III-3-1 Equation de continuité	38
III-3-2 Equation de conservation de quantité de mouvement	38
III-3-3 Equation d'énergie.....	39
III-4 Conditions aux limites.....	40

III.4.1 Conditions aux limites dynamiques	40
III.4.2 Condition aux limites thermiques	41
III-5 Analyse adimensionnelle	42
III.5.1 Grandeurs adimensionnelles	42
III.5.2 Equations adimensionnelles.....	42
III.5.3 Conditions aux limites adimensionnelles	44
III-6 Coefficient de frottement	45
III-7 Température moyenne	46
III-8 Nombre de Nusselt	46
Conclusion	47

CHAPITRE -IV- MODELISATION NUMERIQUE

Introduction	48
IV-1 Maillage	48
IV-2 Discrétisation des équations gouvernantes	50
IV.2.1 Discrétisation des équations de conservation	51
IV.2.2 Linéarisation du terme source.....	56
IV.2.3 Evaluation des propriétés thermo-physiques aux interfaces	58
IV.2.4 Discrétisation des équations de quantité de mouvement.....	58
IV.2.5 Algorithme SIMPLE	66
IV-3 Méthode de Résolution.....	63
IV-4 Méthode de relaxation	65
IV-5 Critère de convergence	66
Conclusion	66

CHAPITRE -V- RESULTATS ET DISCUSSIONS

Introduction	67
V.1 Sensibilité du maillage	67
V.2 Validation du code de calcul.....	67

V.3 Résultats	68
V.3.1 paramètres considérés	69
V.3.2 Effet du type des nanoparticules	70
V.3.3 Effet du nombre de Richardson	77
V.3.4 Effet de l'angle d'inclinaison	79
Conclusion	82
Conclusion générale	83

Liste des Figures

Figure I.1 : Milieux poreux consolidés

Figure I.2 : Milieu poreux non consolidé

Figure I.3 : Volume Élémentaire Représentatif (V.E.R)

Figure I.4 : Schéma explicatif de la notion de tortuosité

Figure I.5 : Modèle série de la conductivité thermique effective

Figure I.6 : Modèle parallèle de la conductivité thermique effective

Figure III.1 : Domaine physique étudié

Figure IV.1 : Subdivision du domaine d'étude en volumes de contrôle

Figure IV.2 : Maillage appliqué à notre domaine d'étude

Figure IV.3 : Volume de contrôle représentatif

Figure IV.4 : Position de l'interface

Figure IV.5 : Représentation d'un maillage décalé

Figure IV.6 : Volume de contrôle lié à U

Figure IV.7 : Volume de contrôle lié à V

Figure IV.8 : Volume de contrôle lié à P

Figure V.1 : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec le numéro de la source pour différents nombres de Darcy : $Re = 100$ et $Ri = 0$

Figure V.2 : Lignes de courant et isothermes pour $Re = 1.43$, $Da = 10^{-2}$, $Ri = 245$ et $\alpha = 90^\circ$

Figure V.3 : Variation du nombre de Nusselt global avec la concentration volumique des nanoparticules pour $Ri = 10$ et $\alpha = 0^\circ$: (a) $Da = 10^{-3}$; (b) $Da = 10^{-6}$

Figure V.4 : Variation du rapport η_{Nug} avec la concentration volumique des nanoparticules pour $Ri = 10$ et $\alpha = 0^\circ$: (a) $Da = 10^{-3}$; (b) $Da = 10^{-6}$

Figure V.5 : Variation du coefficient de frottement moyen avec la concentration volumique des nanoparticules pour nanoparticules pour $Ri = 10$ et $\alpha = 0^\circ$: (a) $Da = 10^{-3}$; (b) $Da = 10^{-6}$

Figure V.6 : Variation du rapport η_{fm} avec la concentration volumique des nanoparticules pour $Ri = 10$ et $\alpha = 0^\circ$: (a) $Da = 10^{-3}$; (b) $Da = 10^{-6}$

Figure V.7: η_{Nug} fonction de η_{fm} pour différentes concentrations volumiques et divers types de nanoparticules pour $Ri = 10$ et $\alpha = 0^\circ$: (a) $Da = 10^{-3}$; (b) $Da = 10^{-6}$

Figure V.8 : Variation du nombre de Nusselt global avec le nombre de Richardson pour différentes valeurs de concentration volumique des nanoparticules de type Cu : $Da = 10^{-3}$ et $\alpha = 0^\circ$

Figure V.9 : Variation du rapport η_{Nug} avec le nombre de Richardson pour différentes valeurs de concentration volumique des nanoparticules de type Cu : $Da = 10^{-3}$ et $\alpha = 0^\circ$

Figure V.10: Variation du coefficient de frottement moyen avec le nombre de Richardson pour différentes valeurs de concentration volumique des nanoparticules de type Cu : $Da = 10^{-3}$ et $\alpha = 0^\circ$

Figure V.11: Variation du rapport η_{fm} avec le nombre de Richardson pour différentes valeurs de concentration volumique des nanoparticules de type Cu : $Da = 10^{-3}$ et $\alpha = 0^\circ$

Figure V.12: Evolution du nombre de Nusselt global avec l'angle d'inclinaison du canal pour différents concentrations volumique des nanoparticules de type Cu et $H_p = 0.6$: (a) $Da = 10^{-3}$; (b) $Da = 10^{-6}$

Figure V.13 : Evolution du nombre de Nusselt global avec l'angle d'inclinaison du canal pour différents concentrations volumique des nanoparticules de type Cu : $H_p = 0.6$ et $Da = 10^{-3}$

Figure V.14 : Evolution du rapport η_{fm} avec l'angle d'inclinaison du canal pour différents concentrations volumique des nanoparticules de type Cu : $H_p = 0.6$ et $Da=10^{-3}$

Nomenclature

A_s	La surface spécifique
C_F	Coefficient inertiel, εF
C_p	Capacité calorifique à pression constante, J/kgK
Da	Nombre de Darcy, K/H^2
D_H	Diamètre hydraulique, m
F	Coefficient de frottement,
F	Coefficient de Forchheimer
g	Gravité, m/s^2
Gr	Nombre de Grashof, $g\beta qH^4/kv^2$
h	Coefficient d'échange convectif, W/m^2K
h_p	Hauteur d'un bloc poreux, m
H	Hauteur du canal, m
K_e	Conductivité thermique, W/mK
K	Perméabilité, m^2
L	Longueur du milieu poreux
ℓ	Longueur du canal, m
ℓ_e	C'est la distance de premier bloc
ℓ_s	Longueur a la sortie du dernier bloc
N_b	Nombre de blocs
Nu	Nombre de Nusselt, hH/k
P	Pression, Pa
P_m	Pression modifiée, Pa
Pr	Nombre de Prandtl, $\mu C_p/k$
q_0	Flux de chaleur au-dessous des blocs, W/m^2
R_{Cp}	Rapport des capacités calorifiques, $(\rho_e C_p)_e/\varepsilon(\rho_e C_p)$
Re	Nombre de Reynolds, $U_e H/\nu$

Ri	Nombre de Richardson, Gr/Re^2
R_k	Rapport des conductivités thermiques poreux - nanofluide
R_{knf}	Rapport des conductivités thermiques nanofluide – fluide de base
R_μ	Rapport des viscosités poreux - nanofluide
$R_{\mu nf}$	Rapport des viscosités nanofluide - fluide de base
$R_{\rho nf}$	Rapport des masses volumiques nanofluide – fluide de base
U_0	Vitesse axiale, m/s
V_0	Vitesse transversale, m/s
V_p	Volume des pores (m^3)
V_t	Volume total de la matrice poreuse (m^3)
W	Largeur d'un bloc poreux, m
X	Coordonnée axiale, m
Y	Coordonnée transversale, m

Symboles Grecques

ε	Porosité
ρ	Densité, kg/m^3
τ	Temps adimensionnel, tU_e/H
α	Angle d'inclinaison du canal, °
φ	Concentration volumique des nanoparticules
θ	Température adimensionnelle, $(T-T_e) / (qH/k)$
μ	Viscosité dynamique du fluide, (kg/ms)
β	Coefficient de dilatation volumique, K^{-1}
η	Facteur d'amélioration du transfert de chaleur, $\langle Nu_g \rangle / Nu_{gsta}$
Φ	Variable dépendante généralisée (vitesse, température, concentration, etc.)
Γ	Coefficient de diffusion

Indices

e	Entrée
eff	Effective
F	Fluide
g	Global
moy	Moyen
s	Sortie
p	Poreux
nf	nanofluide

Introduction Générale

Introduction Générale

Le transfert de chaleur peut être amélioré par performances thermiques des équipements et processus industriels, qui préconisent soit une amélioration des mécanismes de transfert à l'inverse un perfectionnement des outils de stockage de la chaleur cela est due a l'utilisation des milieux poreux.

De nombreux études ont été mené ces dernières temps dans ces milieux afin de prendre plus de précisions et une meilleure connaissance des phénomènes de transport dans certains domaines bien spécifique tels que le refroidissement des processeurs et composantes électroniques, les radiateurs et les échangeurs de chaleur, le séchage, isolation thermique ainsi que la géothermie ou encore l'extraction dans les gisements d'hydrocarbures.

L'amélioration du transfert de chaleur par convection est notre objectif Pour cela, on utilise de nouveaux fluides qui contribuent à l'augmentation des flux échangés ; ce sont les nanofluides. Ce sont des particules de dimension très petite d'ordre microscopique ; il présentant des propriétés thermiques noté de leur conductivité thermique important. Ainsi, une petite quantité de ces nanoparticules, ne sédimentant pas, lorsqu'elles sont dispersées uniformément en formant une suspension stable dans un fluide porteur, peut améliorer le transfert de chaleur. Grâce à leurs propriétés améliorées, les nanofluides peuvent être utilisées dans une multitude d'applications en ingénierie : l'industrie automobile, le refroidissement des composants électroniques, etc. Ce sujet a donc un grand intérêt ces dernières années car il conjugue des aspects fondamentaux (échanges thermiques aux interfaces à petite échelle) et appliqués (amélioration des échanges thermiques) sur le plan recherche, et du fait que l'influence d'un certain nombre de paramètres (taille et forme des nanoparticules, phénomènes aux interfaces entre liquide et particules) est encore mal comprise et caractérisée, beaucoup d'efforts restent à déployer pour arriver à maîtriser cette nouvelle technique.

Ainsi, le travail traité dans ce mémoire présente un intérêt certain où il s'agit d'étudier numériquement le problème de la convection mixte dans un canal incliné muni de blocs poreux en présence d'un nanofluide.

Ce manuscrit est structuré comme suit:

- Le premier chapitre : des généralités sur les milieux poreux et les nanofluides.
- Le deuxième chapitre : sera consacré à une synthèse bibliographique d'une part, sur les travaux antérieurs effectués pour l'étude de la convection mixte en milieux poreux et d'autre part, sur les études qui se sont intéressées à l'utilisation des nanofluides comme nouvelle méthode d'amélioration des échanges convectifs.
- Le troisième chapitre : c'est la formulation mathématique, des équations gouvernantes et des conditions aux limites associées.
- Le quatrième chapitre : aura pour objectif de la modélisation numérique et la description de la méthode des volumes finis et sa mise en œuvre pour la discrétisation des équations du problème ainsi que l'explication des étapes de calcul.
- Le cinquième chapitre : c'est la présentation et la discussion des différents résultats.
- Une conclusion générale : la synthétisation de l'ensemble du travail réalisé.

Chapitre -I- Généralités

Chapitre -I-

Généralités

Introduction

Dans ce chapitre nous allons tout d'abord donner quelques définitions sur les différentes propriétés structurales et thermo-physiques relatives aux milieux poreux ainsi que les différents modèles utilisés pour décrire l'écoulement au sein de ces milieux. Nous présenterons ensuite des notions générales sur les nanofluides et leurs propriétés.

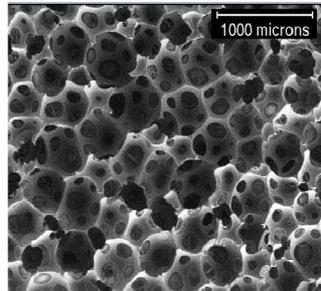
I.1 Généralités sur les milieux poreux

I.1.1 Définition d'un milieu poreux

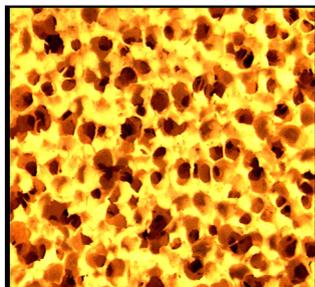
Par milieu poreux on entend un matériau consistant en une matrice solide avec des vides (pores). Les pores peuvent communiquer entre eux, comme il existe des pores sans issues (isolés).

Un milieu poreux se présente généralement sous les deux formes suivantes :

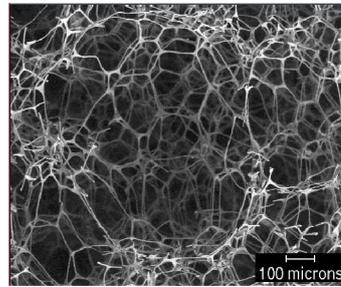
- Milieu poreux consolidé, dans lequel la phase solide est formée de grains cimentés (roches calcaires, les grés, le bois, la céramique, etc.), figure I.1 [1].
- Milieu poreux non consolidé, dans lequel la phase solide est formée de grains non soudés entre eux (gravier, sable, billes, etc.), figure I.2 [1].



Une mousse de polyuréthane



Une mousse de cuivre



Une mousse de mélanine

Figure I.1 : Milieux poreux consolidés.



Figure I.2 : Milieu poreux non consolidé.

I.1.2 Notion de Volume Élémentaire Représentatif (V.E.R)

Lorsqu'on s'intéresse à l'étude des phénomènes physiques dans les milieux poreux, deux échelles s'imposent pour leur analyse :

- L'échelle du pore ou des fissures (microscopique) à l'intérieur de laquelle les grandeurs (vitesse, pression,...) locales ou microscopiques peuvent largement varier à cause de l'irrégularité de la disposition et de la taille des pores.
- L'échelle du milieu poreux ou macroscopique caractéristique de variations significatives de ces mêmes grandeurs définies en moyenne sur un certain volume du milieu poreux.

L'approche la plus simple de moyennage utilisée est l'approche du volume élémentaire représentatif (V.E.R). Dans cette approche la variable macroscopique est définie comme étant une moyenne appropriée sur un volume élémentaire représentatif suffisamment large. Cette opération donne la valeur de cette moyenne appropriée au milieu du V.E.R. Il est supposé que cette valeur soit indépendante de la taille du V.E.R. et définie comme suit :

- Suffisamment grande pour renfermer un grand nombre de pores nécessaires à la définition d'une propriété moyenne globale, de manière à s'assurer que les fluctuations d'un pore à un autre se traduisent par des effets négligeables.
- Suffisamment petit par rapport à la longueur caractéristique de la matrice solide.

Autrement dit on peut considérer, par la suite, que le milieu poreux est un ensemble de V.E.R. Cette conceptualisation introduite par **J. Bear** permet de raisonner en termes de

milieu continu équivalent. La figure I.3 illustre un volume élémentaire représentatif à travers un domaine d'écoulement.

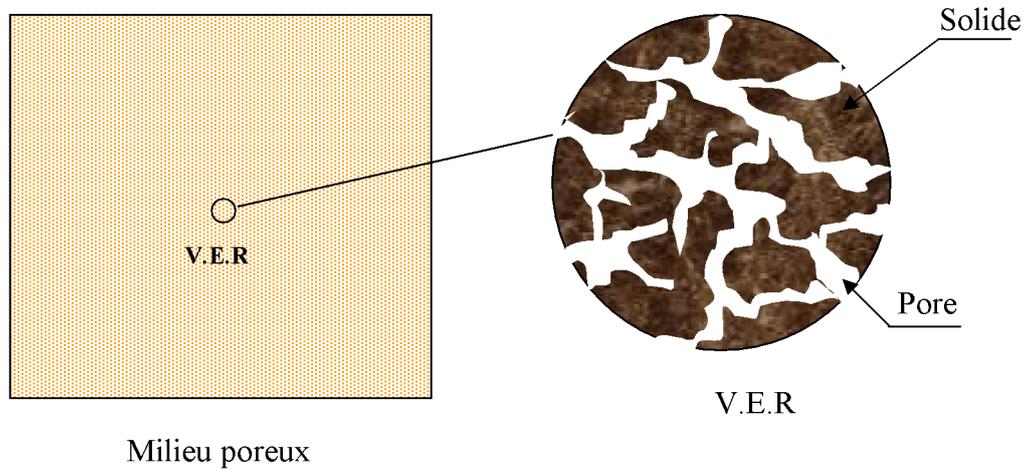


Figure I.3 : Volume Elémentaire Représentatif (V.E.R).

I.1.3 Propriétés structurales et thermo-physiques d'un milieu poreux

Différentes grandeurs géométriques et thermo-physiques sont utilisées pour caractériser l'écoulement et le transfert de chaleur se produisant dans un milieu poreux.

Nous pouvons citer :

I.1.3.1. La porosité ε

C'est la fraction du volume du système qui n'est pas occupée par la phase solide.

Elle est définie comme suit :

$$\varepsilon = \frac{V_{pore}}{V_{total}} \quad (I.1)$$

Avec :

V_{pore} : Volume des pores (m^3)

V_{total} : Volume total de la matrice poreuse (m^3)

Cette grandeur ne donne aucune information sur les dimensions et la distribution des pores. Un pore peut être connecté à d'autres pores (pores interconnectés), comme il peut être isolé. On définit alors :

- La porosité totale (ε_T) comme étant la fraction du volume de tous les pores (interconnectés et non connectés).

- La porosité effective (ε_e) comme étant la fraction du volume des pores accessibles.

Pour les milieux poreux non consolidés, la porosité effective et la porosité totale sont égales, alors que dans les milieux poreux consolidés la différence entre les deux porosités peut être significative. Dans le tableau I.1 sont rapportées les porosités moyennes de certains matériaux mesurées par **Scheidegger (1974)**.

Matériau	Porosité
Grès	0.038-0.38
Calcaire	0.04-0.10
Sable	0.37-0.50
Brique	0.12-0.34
Poudre d'ardoise noire	0.57-0.66
Poudre de silicate	0.37-0.49
Grains de silice	0.65
Charbon	0.02-0.12
Cuir	0.56-0.59
Terre	0.43-0.54
Fibre de verre	0.88-0.93
Poudre de cuivre compactée	0.98
Béton	0.02-0.07

Tableau I.1 : Valeurs de porosités de quelques matériaux [2].

I.1.3.2 La perméabilité K

Elle est définie comme étant l'aptitude de circulation qu'offre un milieu poreux à un fluide lors de son écoulement à travers les pores de ce dernier.

Selon la loi de Darcy, la perméabilité est la mesure de la conductance de l'écoulement d'une matrice poreuse, c'est-à-dire :

$$K = \frac{-\mu \cdot u_D}{(dP/dx)} \quad (I.2)$$

Avec :

μ : Viscosité dynamique du fluide (kg/m.s)

u_D : Vitesse Darcienne (m/s)

dP/dx : Gradient de pression (Pa/m)

L'unité de la perméabilité est le m^2 , mais elle est souvent exprimée en Darcy :

$$1 \text{ Darcy} = 9.87 \times 10^{-13} \text{ m}^2$$

Le tableau I. 2 résume les valeurs de la perméabilité de quelques matériaux :

Matériau	Perméabilité (m^2)
Grès	$5 \times 10^{-16} - 3 \times 10^{-12}$
Brique	$4.8 \times 10^{-14} - 2.2 \times 10^{-13}$
Cuir	$9.5 \times 10^{-14} - 1.2 \times 10^{-13}$
Ardoise noire en poudre	$4.9 \times 10^{-14} - 1.2 \times 10^{-13}$
Poudre de silicate	$1.3 \times 10^{-14} - 5.1 \times 10^{-14}$
Poudre de cuivre compactée	$3.3 \times 10^{-10} - 1.5 \times 10^{-9}$
Terre	$2.9 \times 10^{-13} - 1.4 \times 10^{-11}$
Fibre de verre	$2.4 \times 10^{-11} - 5.1 \times 10^{-11}$
Sable	$2 \times 10^{-11} - 1.8 \times 10^{-10}$

Tableau I.2 : Valeurs de la perméabilité de quelques matériaux [3].

I.1.3.3 La tortuosité τ

Dans un milieu poreux formé d'un empilement de grains solides, la vitesse réelle locale du fluide n'est pas tout à fait parallèle à la direction moyenne de l'écoulement du fait de la présence des obstacles constitués par la phase solide. Le fluide contourne les différentes particules s'opposant à son passage. Le trajet suivi par un filet fluide est $L_m > L$ où L est la longueur du milieu poreux comme indiqué sur la figure I.4. On appelle tortuosité le rapport entre la longueur moyenne du chemin parcouru par une particule fluide et la longueur de l'échantillon, elle s'exprime comme suit :

$$\tau = \frac{L_m}{L} \quad (I.3)$$

La tortuosité est utilisée comme facteur de correction du gradient de pression :

$$\Delta P_{\text{modifiée}} = \frac{\Delta P}{\tau} \quad (I.4)$$

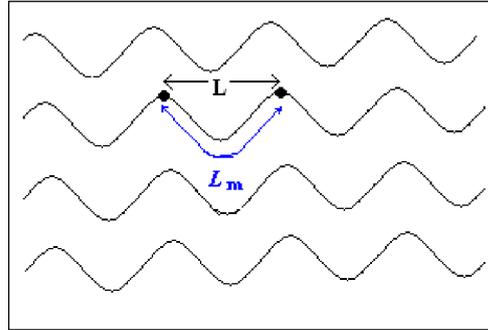


Figure I.4 : Schéma explicatif de la notion de tortuosité.

I.1.3.4 La surface spécifique A_s

La surface spécifique est définie comme l'aire totale apportée à l'unité de volume, soit :

$$A_s = \frac{\text{Aire totale des vides}}{\text{volume total du milieu}} \quad (I.5)$$

Ce paramètre sert d'élément comparatif de différents milieux poreux de volume total V .

I.1.3.5 La conductivité thermique effective k_e

Vu la complexité de la structure géométrique des milieux poreux ainsi que la présence des différentes phases (solide et fluide), la modélisation du transfert de chaleur à travers ces milieux nécessite l'introduction de la notion de conductivité thermique effective k_e . En effet, les phases solide et fluide présentes dans le milieu poreux contribuent généralement avec des proportions différentes au mode de conduction (le plus souvent $k_{\text{solide}} > k_{\text{fluide}}$). Cette conductivité effective dépend de la porosité et des conductivités thermiques des phases solides k_s et fluide k_f .

De manière générale, il n'existe pas de modèles exacts de conductivités thermiques effectives qui peuvent être appliqués aux cas pratiques de transfert dans les milieux poreux. Les modèles existants sont plutôt des modèles approchés construits pour des géométries

simples en utilisant des hypothèses simplificatrices et en se basant sur des données expérimentales. Les modèles proposés sont tous des combinaisons pondérées des modèles série et parallèles, basées sur l'analogie électrique.

- Dans le modèle série, le flux de chaleur traverse successivement les phases solide et fluide. La résistance thermique du milieu poreux est alors égale à la somme des résistances thermiques de chacune des phases. Elle s'écrit de la manière suivante :

$$\frac{1}{k_e} = \frac{\varepsilon}{k_f} + \frac{1-\varepsilon}{k_s} \quad (I.6)$$

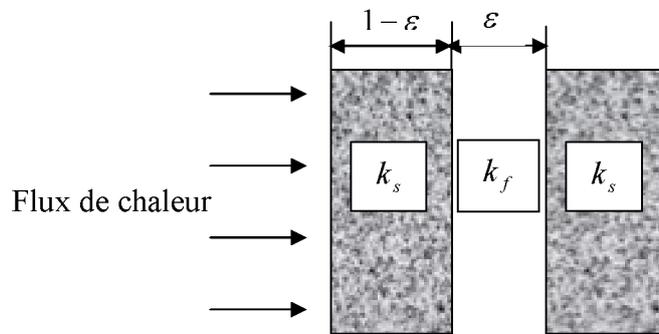


Figure I.5 : Modèle série de la conductivité thermique effective.

- Dans le modèle parallèle, le flux de chaleur traverse en même temps les deux phases qui sont parallèles. La conductivité effective est égale à la somme des conductivités phasiques pondérées par le taux d'occupation dans l'espace. Elle s'écrit de la manière suivante :

$$k_e = \varepsilon \cdot k_f + (1-\varepsilon) \cdot k_s \quad (I.7)$$

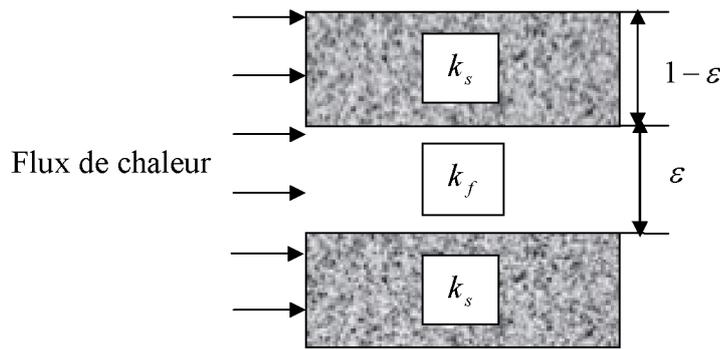


Figure I.6 : Modèle parallèle de la conductivité thermique effective.

De nombreux modèles pour le calcul de la conductivité thermique effective ont été proposés dans la littérature. Nous présentons dans ce qui suit l'un des modèles le plus fréquemment employé. Il s'agit du modèle de **Zehner et Schlunder (1970)** qui s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{k_e}{k_f} = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\varepsilon}} + \frac{2\sqrt{1-\varepsilon}}{(1-(k_s/k_f)B)} \left[\frac{1-(k_s/k_f)B}{(1-(k_s/k_f)B)^2} \operatorname{Ln} \frac{1}{(k_s/k_f)B} - \frac{B+1}{2} - \frac{B-1}{1-(k_s/k_f)B} \right] \quad (\text{I.8})$$

Avec :

$$B = \alpha \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \right)^{10/9}$$

α : Dépend de forme des particules solides :

- Particules sphériques : $\alpha = 1.25$
- Cylindres creux ou pleins : $\alpha = 2.5$
- Particules quelconques : $\alpha = 1.4$

I.1.3.6 La viscosité dynamique effective μ_e

Elle a été introduite par **Brinkman (1947-1948)** dans le but de trouver une expression pour la perméabilité. Il a considéré aussi que la viscosité effective est égale à la viscosité du fluide considéré, tandis que **Lundgren (1972)** a donné des justifications à l'équation de Brinkman et a trouvé de plus que le rapport entre la viscosité dynamique et

celle du fluide n'est pas toujours supérieur à l'unité. Il a montré aussi que la viscosité effective dépend de la viscosité du fluide et de la porosité du milieu poreux considéré.

La notion de viscosité effective a été aussi utilisée pour exprimer les conditions aux limites à l'interface fluide/poreux (cas des conduites partiellement poreuses). Le tableau I.3 résume quelques corrélations trouvées dans la littérature.

Modèle	Corrélation	Limites de validité
Einstein	$\frac{\mu_e}{\mu} = 1 + 2.5 \varepsilon$	Cas de sphères : $\varepsilon \rightarrow 0$
Fand	$\frac{\mu_e}{\mu} = \exp\left(\frac{2.5 \varepsilon + 2.7 \varepsilon^2}{1 - 0.609 \varepsilon}\right)$	Cas de doublets de sphères en collision
Frankel et Akrivos	$\frac{\mu_e}{\mu} = C \cdot \left[1 - \left(\frac{1 - \varepsilon}{(1 - \varepsilon)_{\max}}\right)^{1/3}\right]^{-1}$ $C = \frac{9}{8}$ pour $(1 - \varepsilon) \rightarrow (1 - \varepsilon)_{\max}$	Suspension concentrée seulement
Mooney	$\frac{\mu_e}{\mu} = \exp\left[\frac{2.5(1 - \varepsilon)}{1 - K(1 - \varepsilon)}\right]$	$0.75 < K < 1.5$
Happel	$\frac{\mu_e}{\mu} = \exp(4.58 \varepsilon)$	Modèle théorique pour des particules sphériques $\varepsilon \leq 0.3$

Tableau I.3 : Modèles de viscosité effective.

I.1.4 Modèles d'écoulement dans les milieux poreux

Pour décrire l'écoulement dans les milieux poreux différents modèles ont été élaborés. Le premier modèle a été établi par **Darcy (1856)** et depuis, plusieurs autres modèles été proposés pour tenir compte de certains effets négligés par ce dernier.

I.1.4.1 Modèle de Darcy (1856)

Darcy a montré, pour un écoulement unidimensionnel conduit par gravité à travers un milieu poreux non consolidé dont les particules sont à peu près de mêmes dimensions, que le gradient de pression est lié à la vitesse par la relation suivante :

$$\frac{dP}{dx} = -\frac{\mu}{K} u_D \quad (I.9)$$

Avec :

dP/dx : Gradient de pression (Pa/m)

K : Perméabilité (m^2)

μ : Viscosité dynamique du fluide ($kg/m \cdot s$)

u_D : Vitesse de filtration obtenue à partir de la mesure du débit (m/s)

Il est important de noter que le modèle de Darcy devient inadéquat dans certaines situations d'écoulement et de transfert de chaleur. En effet, quand la vitesse de filtration augmente, on note une déviation qui est due aux effets combinés de l'inertie (à cause de la présence des obstacles solides) et de la viscosité. Ces deux effets forment la résistance à l'écoulement. Pour tenir compte de tous ces effets, d'autres modèles ont été proposés et utilisés.

I.1.4.2 Modèle de Darcy -Forchheimer (1901)

La loi de Darcy n'est valable que pour des écoulements à faibles vitesses caractérisées par un nombre de Reynolds, basé sur le diamètre moyen des particules, ayant une valeur entre 0 et 1. Pour des nombres de Reynolds supérieurs à l'unité, la loi de Darcy s'éloigne du comportement linéaire, et elle doit être alors corrigée par un terme inertiel non linéaire du second degré qui tient compte des effets inertiels microscopiques.

Forchheimer (1901) fut le premier à proposer une relation non linéaire du second ordre pour les écoulements à grande vitesse :

$$\vec{\nabla} p = -A\vec{V} - B|\vec{V}|\vec{V} \quad (I.10)$$

Où A et B sont des constantes et le terme $B|\vec{V}| \vec{V}$ est introduit pour tenir compte des effets inertiels qui deviennent négligeables à faible vitesse par rapport aux effets visqueux.

Depuis, plusieurs équations non linéaires basées sur des résultats expérimentaux ont été proposées avec différentes expressions pour A et B dépendant de la porosité, du diamètre moyen des particules solides et de la viscosité du fluide.

Selon **Joseph, Nield et Papanicolaou (1982)**, la modification à apporter à l'équation de Darcy est la suivante :

$$\vec{\nabla}P = -\frac{\mu}{K}\vec{V} - \frac{C_F}{\sqrt{K}}\rho_f|\vec{V}| \vec{V} \quad (\text{I.11})$$

Avec :

C_F : Constante adimensionnelle (coefficient inertiel ou coefficient d'Ergun)

ρ_f : Masse volumique du fluide

- **Ergun** a proposé d'utiliser :

$$C_F = \frac{1.75(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3 d_p} \quad (\text{I.12})$$

- **Joseph, Nield et Papanicolaou (1982)** ont utilisé :

$$C_F = \frac{\varepsilon F}{\sqrt{K}} \quad (\text{I.13})$$

Où F est le coefficient de Forchheimer.

- **Ward (1964)** a pensé que C_F peut être une constante universelle avec une valeur approximative de 0.55, mais plus tard il a trouvé que C_F dépendait de la nature du milieu poreux et peut être inférieur à 0.1 dans le cas des mousses métalliques fibreuses.
- **Beavers, Sparrow et Rodenz (1973)** ont montré que les frontières solides (parois) peuvent avoir un effet considérable sur la valeur de C_F et ils ont trouvé que leurs données s'ajustent bien par l'expression :

$$F = 0.55 \left(1 - 5.5 \frac{d_s}{D_e} \right) \quad (\text{I.14})$$

Avec:

d_s : Diamètre de leurs sphères

D_e : Diamètre équivalent de leur lit poreux

L'expression du diamètre équivalent est la suivante :

$$D_e = \frac{2Wh}{(W + h)} \quad (1.15)$$

Avec:

W: Longueur du lit poreux

h : Hauteur du lit poreux

I.1.4.3 Modèle de Darcy-Brinkman (1947)

Dans l'effort d'obtenir une expression pour la perméabilité (K) dans un empilement de particules sphériques, **Brinkman (1947)** a abouti à l'équation suivante :

$$\vec{\nabla} p = -\frac{\mu}{K} \vec{V} + \mu_e \nabla^2 \vec{V} \quad (1.16)$$

μ_e : représente la viscosité dynamique effective. $\mu_e = \mu$ dans le modèle de Brinkman mais en réalité, elles sont approximativement égales.

$\mu_e \nabla^2 \vec{V}$: Terme de Brinkman qui représente les forces visqueuses causées par les forces de cisaillement macroscopiques le long des frontières solides. Il est très significatif dans les régions près des parois solides.

I.1.4.4 Modèle général ou modèle de Darcy- Brinkman- Forchheimer

Pour tenir compte de tous les effets cités auparavant (effets inertiels et de parois), on associe à l'équation de Darcy, les termes de Brinkman et de Forchheimer. Le modèle ainsi formé est connu sous le nom du modèle de **Darcy-Brinkman-Forchheimer**.

L'équation vectorielle de conservation de quantité de mouvement à travers un milieu poreux s'écrit alors sous la forme :

$$\frac{\rho}{\varepsilon} \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \frac{\rho}{\varepsilon^2} \vec{V} \cdot \vec{\nabla} \vec{V} = -\vec{\nabla} p + \mu_e \nabla^2 \vec{V} - \frac{\mu}{K} \vec{V} - \rho \frac{F \varepsilon}{\sqrt{K}} |\vec{V}| \vec{V} + \rho \vec{F}_v \quad (\text{I.17})$$

Avec :

\vec{V} : Quantité moyennée à travers un volume élémentaire

$\frac{\rho}{\varepsilon} \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \frac{\rho}{\varepsilon^2} \vec{V} \cdot \vec{\nabla} \vec{V}$: Forces macroscopiques d'inertie

$-\vec{\nabla} p$: Gradient de pression

$\mu_e \nabla^2 \vec{V}$: Terme de Brinkman ou contraintes visqueuses macroscopiques (effet de paroi)

$-\frac{\mu}{K} \vec{V}$: Contraintes visqueuses microscopiques ou terme de Darcy

$\rho \frac{F \varepsilon}{\sqrt{K}} |\vec{V}| \vec{V}$: Forces inertielles microscopiques ou terme d'inertie d'Ergun

$\rho \vec{F}_v$: Forces de volume

I.5 Transfert de chaleur dans les milieux poreux

La description du transfert de chaleur dans les milieux poreux par l'approche macroscopique peut présenter une différence par rapport au transfert réel. De ce fait, la notion d'équilibre local est introduite. Cette dernière a été largement étudiée.

- **Carbonell et Whitaker (1984)** ont posé des conditions d'équilibre thermique sur la mesure du temps et de la longueur.
- **Bennacerallah (1994) et Kaviany (1995)** ont étudié la condition d'équilibre et ont trouvé qu'elle est satisfaite en régime instationnaire.
- **Chang et al. (1990)** ont trouvé que l'équation d'énergie macroscopique peut être obtenue par prise de moyenne de l'équation d'énergie dans chaque phase et dans un volume élémentaire représentatif. Elle se présente sous la forme suivante :

$$(\rho C_p)_e \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho C_p)_f \vec{V} \cdot \vec{\nabla} T = k_e \nabla^2 T \quad (\text{I.18})$$

Avec :

$$(\rho C_p)_e = \varepsilon (\rho C_p)_f + (1 - \varepsilon) (\rho C_p)_s$$

Où :

ρ : masse volumique du fluide considéré (kg/m^3)

$(C_p)_e$: capacité calorifique effective ($\text{kCal}/\text{kg } ^\circ\text{C}$)

$(C_p)_f$: capacité calorifique du fluide ($\text{kCal}/\text{kg } ^\circ\text{C}$)

ε : porosité du milieu poreux

k_e : conductivité thermique effective ($\text{kCal}/\text{h m } ^\circ\text{C}$)

Cette équation décrivant le transfert de chaleur dans un milieu poreux a été obtenue en supposant que les termes de dissipation visqueuse sont négligeables (hypothèse justifiée si la vitesse de filtration reste relativement faible et si les fluides saturants ne sont pas trop visqueux).

I.2 Généralités sur les nanofluides

I.2.1 Définition d'un nanofluide

Durant ces dernières années, plusieurs systèmes énergétiques ont été développés dans le domaine industriel produisant un flux de chaleur très élevé, là où les fluides de refroidissement conventionnels (eau, éthylène glycol et huile) ne sont pas efficaces. L'idée d'améliorer les propriétés thermophysiques des fluides, est d'introduire des particules solides de très bonnes caractéristiques thermiques et de taille nanométrique au sein du fluide de base. Cette nouvelle génération de fluides porte le nom de « Nanofluides ». Ce terme a été introduit par Choi [4] pour désigner la suspension des nanoparticules solides dans un liquide de base.

Une nanoparticule est un assemblage de quelques centaines à quelques milliers d'atomes, conduisant à un objet dont au moins l'une des dimensions est de taille nanométrique (1 à 100nm). Les nanoparticules se situent à la frontière entre l'échelle microscopique et l'échelle atomique ou moléculaire. Elles ont un intérêt à la fois fondamental et appliqué et sont très étudiées actuellement. De nombreux chercheurs les synthétisent, les physiciens les étudient afin de comprendre la physique de ces objets nanométriques et les biologistes les utilisent comme marqueurs cellulaires. Les nanoparticules les plus utilisées pour obtenir des nanofluides sont :

➤ Les nanoparticules des oxydes métalliques :

1- l'oxyde d'aluminium ou alumine (Al_2O_3)

2- l'oxyde de cuivre (CuO)

3- le dioxyde de silicium (SiO₂)

4- le dioxyde de titane (TiO₂)

➤ Les nanoparticules métalliques :

1- l'aluminium (Al)

2- le cuivre (Cu)

3- l'or (Au)

4- l'argent (Ag)

➤ Les nanoparticules non métalliques :

1- les nanotubes de carbone

2- le diamant

Les liquides de base les plus utilisés sont :

1- l'eau

2- l'éthylène-glycol

3- les huiles

4- le toluène

5- les fluides de réfrigération (R12, R22...)

La présence d'une phase solide, dispersée dans un liquide qui conduit difficilement la chaleur, améliore la conductivité thermique du mélange proportionnellement à la concentration volumique ϕ de la phase solide. Par rapport à des fluides chargés en microparticules, les nanofluides préviennent le phénomène de sédimentation puisque l'agitation thermique peut compenser l'action de la force de pesanteur.

I.2.2 Domaines d'application des nanofluides

Les nanofluides peuvent être employés pour améliorer le transfert de chaleur et l'efficacité énergétique dans plusieurs systèmes thermiques.

I.2.2.1 Refroidissement des systèmes thermiques

Le mélange d'éthylène-glycol et l'eau, sont utilisés comme liquide de refroidissement dans les moteurs des véhicules. L'addition des nanoparticules dans ces liquides améliore le taux de refroidissement, les propriétés tribologiques, et la résistance à l'usure avec la réduction du frottement entre les éléments mécaniques mobiles.

I.2.2.2 Refroidissement des systèmes électroniques

Dans les circuits intégrés, les nanofluides ont été considérés comme fluides de refroidissement.

I.2.2.3 Refroidissement des systèmes militaires

Les exemples des applications militaires incluent le refroidissement de l'électronique de puissance et les armes d'énergie dirigée. Ces derniers impliquent des flux thermiques très élevés ($q > 500$ à 1000 W/cm^2), où les nanofluides ont montré leur efficacité pour refroidir ces systèmes, et aussi les autres systèmes militaires y compris les véhicules militaires, les sous-marins, et les diodes lasers à haute puissance.

I.2.2.4 Refroidissement des systèmes spatiaux

La présence des nanoparticules dans le fluide de refroidissement en électronique générale joue un rôle très important dans les applications de l'espace où la densité de puissance est très élevée.

I.2.2.5 Refroidissement des systèmes nucléaires

L'Institut de Technologie de Massachusetts a réservé un centre interdisciplinaire uniquement pour la nouvelle nanotechnologie (nanofluide) dans l'industrie de l'énergie nucléaire. Actuellement, ils évaluent l'impact potentiel de l'utilisation des nanofluides sur la sûreté neutronique, et de la performance économique des systèmes nucléaires.

I.2.2.6 La biomédecine

Pour éviter quelques effets secondaires des méthodes traditionnelles de traitement du cancer, les nanoparticules à base de fer ont été employées comme transporteur des drogues. Aussi pour une chirurgie plus sûre en produisant le refroidissement efficace autour de la région chirurgicale. Les nanofluides pourraient être employés pour produire une température plus élevée autour des tumeurs pour tuer les cellules cancéreuses sans affecter les cellules saines voisines.

I.2.2.7 D'autres applications

Dans l'industrie de l'énergie renouvelable, les nanofluides sont utilisés pour augmenter le transfert de chaleur à partir des capteurs solaires aux réservoirs de stockage et

pour augmenter la densité d'énergie. Les liquides réfrigérants de nanofluide ont une application potentielle dans la majorité des industries de transformation, telles que les matériaux, la production chimique, la nourriture, la boisson, le pétrole et le gaz.

I.2.3 Propriétés thermophysiques des nanofluides

Les propriétés thermophysiques (masse volumique, chaleur spécifique, coefficient d'expansion volumique, viscosité dynamique et conductivité thermique) des solutions sont profondément modifiées par l'ajout des nanoparticules. De nombreux paramètres caractérisant ces nanoparticules peuvent avoir un effet notable sur les valeurs des propriétés thermophysiques du nanofluide obtenu (nature des nanoparticules, leur taille, fraction volumique, conductivité thermique du fluide de base et celle des nanoparticules, température du milieu, etc.).

De nombreuses recherches théoriques et expérimentales ont été menées, lors de ces dernières décennies, en vue de mieux caractériser les propriétés physiques des nanofluides mais cette caractérisation est encore loin d'être satisfaisante.

On supposera dans toute la suite de notre travail que les nanoparticules sont bien dispersées dans le fluide de base et qu'ils sont en état d'équilibre thermique avec ce dernier. Les propriétés thermophysiques effectives du nanofluide seront approximées par différentes relations tirées de la littérature dans la suite de ce travail.

I.2.3.1 La masse volumique

Pour calculer la masse volumique d'un nanofluide que nous supposons parfaitement homogène (bonne dispersion des nanoparticules dans le fluide) en fonction de la fraction volumique φ à une température T donnée, on part de la définition de la masse volumique de ce mélange et on aboutit à :

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi) \rho_f + \varphi \rho_s \quad (I.19)$$

ρ_{nf} : Masse volumique du nanofluide (kg/m^3)

ρ_f : Masse volumique du fluide de base (kg/m^3)

ρ_s : Masse volumique des nanoparticules solides (kg/m^3)

φ : Fraction volumique des nanoparticules définit comme suit :

$$\varphi = \frac{\text{volume solide}}{\text{volume total du nanofluide}} = \frac{V_s}{V_s + V_f} \quad (\text{I.20})$$

I.2.3.2 La chaleur spécifique

Pour la détermination de la chaleur spécifique d'un nanofluide, on retrouve suivant les auteurs l'une ou l'autre des deux relations suivantes :

$$(C_p)_{nf} = (1 - \varphi) (C_p)_f + \varphi (C_p)_s \quad (\text{I.21})$$

$$(\rho C_p)_{nf} = (1 - \varphi) (\rho C_p)_f + \varphi (\rho C_p)_s \quad (\text{I.22})$$

$(C_p)_{nf}$: Capacité calorifique du nanofluide (J/kg K)

$(C_p)_f$: Capacité calorifique du fluide de base (J/kg K)

$(C_p)_s$: Capacité calorifique des nanoparticules solides (J/kg K)

C'est la dernière relation que nous conservons dans la suite de notre travail puisqu'elle est, contrairement à la première plus fréquemment utilisée. Ce dernier résultat peut-être retrouvé simplement en revenant à la définition de la chaleur spécifique du nanofluide.

I.2.3.3 Coefficient d'expansion volumique

Nous nous intéressons dans le cadre de notre étude aux seuls fluides porteurs incompressible (masse volumique indépendante de la pression) mais dilatables. Cette variation de masse volumique sous l'action de la température est caractérisée par le coefficient d'expansion volumique $\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_P$.

Pour calculer la valeur de ce coefficient pour les nanofluides, de très nombreux auteurs ont utilisé, par analogie avec la relation (I.18), l'expression suivante :

$$(\rho\beta)_{nf} = (1 - \varphi) (\rho\beta)_f + \varphi (\rho\beta)_s \quad (\text{I.23})$$

β_{nf} : Coefficient d'expansion volumique du nanofluide (K^{-1})

ρ_f : Coefficient d'expansion volumique du fluide de base (K^{-1})

ρ_s : Coefficient d'expansion volumique des nanoparticules solides (K^{-1})

I.2.3.4 La viscosité dynamique

La majorité des études qui ont traité de la viscosité des nanofluides ont eu recours, pour son calcul à partir de la viscosité du fluide de base et de la fraction volumique, aux relations de Stokes-Einstein ou de Brinkman.

La viscosité dynamique d'un nanofluide donné par **Einstein (1952)** pour un mélange contenant des suspensions diluées de particules fines sphériques et rigides est la suivante :

$$\mu_{nf} = \mu_f (1 + 2.5 \varphi) \quad (I.24)$$

Par contre, **Brinkman (1956)** a étendu la formule d'Einstein pour couvrir une large plage de concentrations volumiques

$$\mu_{nf} = \mu_f / (1 - \varphi)^{2.5} \quad (I.25)$$

C'est cette dernière relation qu'on utilisera dans la suite de notre travail.

I.2.3.5 La conductivité thermique

Une grande partie des travaux traitant des nanofluides porte sur la quantification de l'augmentation de la conductivité thermique des nanofluides. L'objectif de ces travaux est de mesurer cette conductivité thermique et de choisir les nanoparticules et le fluide porteur les plus appropriés pour obtenir des rapports conductivité thermique du nanofluide sur celle du fluide porteur la plus élevée possible. Différentes techniques de mesure de la conductivité thermique des nanofluides ont été utilisées, la plus employée étant celle du fil chaud en régime transitoire. Il existe un panel important de modèles de calcul de la conductivité thermique apparente dans un nanofluide. Nous allons présenter ici ici quelques uns.

- **Modèle de Maxwell (1891)**

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f + 2(k_s - k_f)\varphi}{k_s + 2k_f - (k_s - k_f)\varphi} \quad (I.26)$$

k_{nf} : Conductivité thermique du nanofluide (W/m K)

k_f : Conductivité thermique du fluide de base (W/m K)

k_s : Conductivité thermique des nanoparticules solides (W/m K)

Maxwell a supposé que les particules sont sphériques et de même diamètre

- **Modèle de Hamilton-Crosser (1962)**

Le modèle de Hamilton est une extension du modèle de Maxwell, d'où la formule :

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + (n-1)k_f - (n-1)(k_s - k_f)\varphi}{k_s + (n-1)k_f + (k_s - k_f)\varphi} \quad (1.27)$$

$n = 3/\psi$ est le facteur de forme empirique ($n = 3$ particules sphériques, $n = 6$ particules cylindriques) et ψ la sphéricité. Pour $\psi = 1$ (particules sphériques), le modèle de Hamilton-Crosser est identique à celui de Maxwell

C'est cette dernière relation (I.25) qu'on utilisera dans la suite de notre travail

- **Modèle de Hasselman-Johnson (1987)**

Hasselman et Johnson ont adapté le modèle de Maxwell en tenant compte de la résistance d'interface entre deux milieux (fluide-solide) :

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{(1+2\alpha)k_s + 2k_f + 2\varphi(k_s(1-\alpha) - k_f)}{(1+2\alpha)k_s + 2k_f - \varphi(k_s(1-\alpha) - k_f)} \quad (I.28)$$

Avec : $\alpha = 2R_K k_f / d$

d : Diamètre moyen d'une nanoparticule

R_K : Résistance de Kapitza = $7.7 \times 10^{-9} \text{ km}^2/\text{W}$

Conclusion

Ce chapitre nous a permis de mettre en évidence les différents paramètres pertinents dans l'étude de l'écoulement et du transfert de chaleur dans les milieux poreux et les nanofluides. Le prochain chapitre sera consacré à une étude bibliographique afin de situer la présente étude.

Chapitre -II-

Etude Bibliographique

Chapitre -II-

Etude Bibliographique

Introduction

Dans ce chapitre nous allons présenter les travaux qui se sont intéressés à l'étude de la convection mixte en présence de milieux poreux, ainsi que ceux qui ont utilisé les nanofluides pour améliorer les performances des divers systèmes thermiques.

II.1 Utilisation des milieux poreux

L'utilisation de blocs poreux fixés sur des sources de chaleur est considérée comme un dissipateur de chaleur efficace pour le contrôle thermique des composants électroniques. Pour cette raison, divers travaux en convection forcée, mixte ou naturelle ont été réalisés dans des canaux munis de blocs poreux chauffés.

Hadim [5] a traité le problème de convection laminaire dans un canal bidimensionnel muni de sources de chaleur localisées. Deux configurations ont été étudiées: canal complètement poreux et canal partiellement poreux. Sur le plan dynamique, les résultats indiquent que le profil de vitesse, dans le cas sans milieu poreux, évolue d'un profil plat vers un profil parabolique alors que dans le cas d'un canal totalement poreux, il y a diminution de l'épaisseur de la couche limite ce qui décale la partie plate du profil de vitesse vers les parois. Il a été aussi observé que, dans le cas d'un canal partiellement poreux, le profil de vitesse n'atteint jamais la forme parabolique. Sur le plan thermique, l'étude a démontré que quelle que soit la configuration du canal, le flux de chaleur échangé est pratiquement le même, cependant les chutes de pression sont moins importantes (d'environ 50%) dans le cas où le canal est partiellement poreux.

Hung et Vafai [6] ont étudié numériquement la possibilité d'améliorer le transfert de chaleur par utilisation de blocs poreux. Dans leur analyse, le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer a été adopté pour modéliser l'écoulement dans les régions poreuses afin de tenir compte des effets inertiels et visqueux. Une étude paramétrique a été menée dans le but de trouver la structure poreuse optimale qui peut donner lieu à un maximum de transfert de chaleur.

Une simulation numérique de l'écoulement et du transfert de chaleur dans un canal partiellement poreux a été menée par **Sung et al. [7]**. Ils ont montré que la hauteur du milieu poreux, le nombre de Darcy et le rapport des conductivités thermiques influencent la structure des champs dynamique et thermique. Il a été ainsi conclu qu'en augmentant l'épaisseur du milieu poreux et en diminuant le nombre de Darcy, le débit augmente dans la zone entre le milieu poreux et la paroi solide du canal. Quand le rapport des conductivités thermiques croît, pour une valeur fixe du nombre de Darcy, les performances thermiques dans le canal sont améliorées.

Le problème d'amélioration du transfert de chaleur, en régime laminaire, dans un canal contenant un bloc poreux a été abordé par **Fu et al. [8]**. Les paramètres tels que la porosité, le diamètre des particules, le nombre de Reynolds et la hauteur du bloc poreux sont considérés. Tous les effets non Darcien incluant les effets inertiels, de channeling et de paroi solide sont aussi pris en compte. Les résultats obtenus montrent entre autres, qu'un bloc poreux avec une grande porosité, occupant la mi-hauteur du canal et ayant un grand diamètre de particules peut améliorer le transfert thermique à l'opposé du cas où ce même bloc occupe toute la hauteur du canal.

L'effet de la forme de blocs poreux (rectangulaire, convexe et concave) sur les champs dynamique et thermique a été analysé numériquement par **Fu et Huang [9]**. Il a été trouvé qu'à faible porosité, le taux de transfert de chaleur est le même pour les trois types de blocs, alors qu'aux grandes porosités une amélioration des performances du système est obtenue uniquement avec la forme concave.

Chikh et al. [10] ont analysé numériquement l'écoulement et le transfert de chaleur dans un canal muni de blocs poreux chauffés discrètement sur la paroi inférieure. Les effets de certains paramètres tels que le nombre de Darcy, les dimensions et le nombre des blocs ainsi que le rapport des conductivités thermiques sont analysés. Les résultats ont permis de mettre en évidence que les blocs peuvent modifier considérablement la structure de l'écoulement selon la perméabilité du milieu poreux et peuvent conduire à une amélioration du transfert de chaleur sous certaines conditions opératoires.

Sara et al. [11] ont analysé expérimentalement l'effet d'utilisation de blocs perforés sur les chutes de pression et le transfert de chaleur. L'étude a été menée dans un

canal rectangulaire dans lequel des blocs en aluminium ont été placés sur sa paroi inférieure où un chauffage à flux constant a été appliqué le long de cette dernière. Différents paramètres ont été variés afin de mettre en évidence leur influence sur les champs dynamique (chute de pression) et thermique (nombre de Nusselt moyen) : le nombre de Reynolds Re , l'angle d'inclinaison des trous θ , le rapport d'ouverture des perforations ϕ , le diamètre des trous D ainsi que le nombre de blocs N_b . Les résultats obtenus ont mis en évidence d'une part, une amélioration du transfert de chaleur avec l'augmentation des paramètres θ , ϕ et D et la diminution de Re . D'autre part, la chute de pression n'est pas affectée par l'angle d'inclinaison des perforations θ , alors qu'elle décroît avec l'augmentation de D , Re et ϕ . En comparaison avec une surface lisse (non muni de blocs), un gain en énergie jusqu'à 40% est obtenu par utilisation de blocs perforés et une dissipation de chaleur maximale de 20% dans le cas de blocs solides. A l'issue des résultats obtenus des corrélations ont été développées pour le nombre de Nusselt moyen et le coefficient de frottement.

Une étude expérimentale, en convection forcée dans un canal complètement poreux avec des sources de chaleur discrètes localisées sur la paroi supérieure, a été menée par **Cui et al. [12]**. Les températures le long de la paroi chauffée ont été mesurées pour différentes densités de flux de chaleur (5, 10 et 19.5 W/cm²) et pour plusieurs nombres de Reynolds (250, 400 et 600). Les résultats ont été présentés en terme de température du fluide à l'intérieur du canal qui a été mesurée à plusieurs points. Les résultats expérimentaux ont confirmé que le transfert thermique est significatif aux bords d'attaque des plaques chauffantes et à des nombres de Reynolds élevés. Ils ont conclu que les résultats présentés dans ce travail peuvent être utile à l'étude du transfert thermique dans des canaux poreux de faible perméabilité. Un modèle analytique a été aussi élaboré en utilisant l'intégrale de Green au niveau des sources discrètes. Les résultats obtenus ont été confrontés à ceux de l'expérimentation et il a été trouvé un bon agrément entre les deux.

Angirasa [13] a réalisé un travail expérimental en convection pour tester l'efficacité des mousses métalliques, en aluminium, comme dissipateurs d'énergie en convection forcée. Les essais ont été effectués dans un canal aérodynamique en plexiglas de section carrée et relié à un ventilateur à vitesse variable. Le bloc fibreux chauffé est placé sur la paroi inférieure du canal où un trou a été réalisé à cet effet. Les températures

de l'air en amont et en aval du bloc ainsi que celle de sa base ont été mesurées par des thermocouples de type T (cuivre-constantan) alors que les vitesses locales du fluide ont été calculées à partir des mesures de pression par des tubes de Pitot reliés à un micromanomètre. Les paramètres qui ont été variés dans cette étude sont la vitesse à l'entrée du canal (entre 2 et 9 m/s), la puissance du chauffage (3.7 et 9.2 W) ainsi que la porosité (0.97 et 0.93) et la structure des blocs. Les résultats ont montré d'une part, que les blocs fibreux ayant une grande porosité (au-dessus de 90%) possèdent une faible résistance thermique et par conséquent mènent à un taux de transfert de chaleur assez important et d'autre part, que la dissipation de chaleur par utilisation des blocs fibreux métalliques est plus grande que dans le cas des blocs pleins.

Une simulation numérique de l'écoulement et du transfert de chaleur, en régimes stationnaire et instationnaire, dans un canal muni de blocs poreux a été effectuée par **Chiem et al. [14]**. Le cas du canal partiellement ou complètement poreux en présence de blocs solides chauffés discrètement à flux constant a été traité en utilisant une méthode nommée « characteristics-based matrix implicit finite-volume » avec un maillage structuré. Pour la modélisation de l'écoulement laminaire dans le canal, les équations de Navier-Stocks ont été utilisées dans la région fluide alors que le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer a été utilisé dans la région poreuse. Il a été constaté pour tous les cas étudiés un grand changement de la structure des champs dynamique et thermique à cause de l'insertion du substrat poreux. Les effets des nombres de Reynolds et Darcy sur l'augmentation du transfert thermique et sur les chutes de pression ont été particulièrement traités. Cette étude a permis de mettre en évidence la formation et la variation dans le temps des zones de recirculation ainsi que l'existence d'une insertion poreuse optimale. En régime instationnaire, les résultats ont permis de montrer qu'aux grands nombres de Reynolds, l'écoulement dans le canal partiellement poreux présente un aspect cyclique quoique différent de celui observé en canal solide. En ce qui concerne le champ thermique, la température change plus lentement et ne présente pas de variations cycliques sur une longue période temporelle. Le plus important résultat qui ressort de ce travail est que, pour tous les cas considérés, changer quelques valeurs paramétriques peut avoir des effets significatifs et intéressants aussi bien sur la structure de l'écoulement que sur les caractéristiques du transfert de chaleur.

Shuja et al. [15, 16] ont examiné les effets de la porosité, du flux de chaleur et du rapport d'aspect de deux blocs poreux, placés dans une cavité, sur les caractéristiques de l'écoulement et du transfert de chaleur. Il a été trouvé que l'accroissement de la porosité et du flux de chaleur améliore significativement le nombre de Nusselt au niveau des deux blocs, alors que l'influence du rapport d'aspect n'est pas très appréciable surtout pour le premier bloc.

Un travail numérique sur les caractéristiques de l'écoulement et du transfert de chaleur dans un canal muni de blocs poreux, placés en quinconce, a été mené par **Li et al. [17]**. Le champ de vitesse, le transfert de chaleur local et la chute de pression ont été examinés pour plusieurs paramètres tels que les nombres de Darcy et de Reynolds, la hauteur et la largeur des blocs poreux, ainsi que le rapport des conductivités thermiques poreux-fluide. Il a été trouvé, entre autres, que le transfert de chaleur peut être amélioré avec des dimensions appropriées des blocs et en diminuant le nombre de Darcy au détriment d'une chute de pression élevée.

Nebbali et Bouhadedf [18] ont traité numériquement le problème de convection forcée dans un canal muni de blocs poreux dans lequel s'écoule un fluide non Newtonien. Dans le cas d'un seul bloc poreux, il a été trouvé que le transfert de chaleur est amélioré et même maximisé à faible perméabilité du milieu poreux. Pour la seconde configuration, consistant en deux blocs placés alternativement sur les parois supérieure et inférieure, le transfert de chaleur est amélioré même à faible rapport des conductivités thermiques (poreux-fluide), et peut être maximisé pour des valeurs spécifiques du nombre de Darcy qui dépendent de la structure de l'écoulement et de l'index rhéologique du fluide. Le plus grand taux de transfert de chaleur a été obtenu avec les fluides pseudos plastiques qui conduisent aux faibles chutes de pression, contrairement aux fluides dilatants qui causent les plus grandes pertes de charge dans le canal.

Une étude de l'écoulement et du transfert de chaleur en 3D et en régime turbulent a été menée par **Hwang et Yang [19]**. Le travail est réalisé dans un canal muni d'un bloc poreux chauffé à flux constant et refroidi par un jet d'air provenant d'une fente réalisée au niveau de la paroi supérieure. Les résultats numériques indiquent que le champ dynamique peut être régulé, en diminuant la taille des zones de recirculation, et que l'épaisseur de la

couche limite peut être réduite par l'insertion d'un bloc poreux au lieu d'un bloc solide, ce qui conduit à une amélioration du transfert de chaleur dans le canal.

Le thème de transfert de chaleur par convection mixte en milieu poreux a attiré une attention considérable et a motivé un grand nombre d'activités de recherche dans la littérature en raison des nombreuses applications telles que les systèmes géothermiques, l'extraction de pétrole, la pollution des eaux souterraines, l'isolation thermique, les échangeurs de chaleur, etc. Ces études ont été entreprises en variant la configuration géométrique, la direction de l'écoulement principal par rapport à la direction de la force de flottabilité (convection mixte assistée ou opposée), ainsi que la nature des conditions aux limites et le fluide de travail.

La convection mixte stationnaire bidimensionnelle dans une couche poreuse verticale a été étudiée numériquement pour une source de chaleur isotherme par **Lai et al. [20]**. Il a été trouvé qu'en convection mixte assistée, l'écoulement principal se détache de la paroi froide et il y a apparition d'un écoulement secondaire de recirculation dans la région loin de la source de chaleur. Cependant, quand l'écoulement principal s'oppose à la force de poussée, la séparation apparaît sur la paroi chaude et l'écoulement secondaire se produit sur le segment chauffé. L'augmentation du taux de transfert de chaleur avec la vitesse de l'écoulement, en régime assisté, est toutefois négligeable aux faibles valeurs du nombre de Peclet.

Le problème de convections naturelle et mixte pour des couches poreuses horizontales chauffées par des sources de chaleur discrètes et isothermes a été abordé par **Lai et al. [21]**. En convection mixte, le nombre de Nusselt global augmente avec le nombre des sources et le nombre de Rayleigh. Des champs dynamique et thermique instables et oscillatoires ont été observés pour des nombres de Rayleigh supérieurs à 50.

Pour un modèle d'écoulement non Darcien, **Kou et Lu [22]** ont pu trouver des solutions exactes pour les profils de vitesse et de température dans le cas de la convection mixte laminaire pleinement développée dans un canal vertical immergé dans un milieu poreux. Des zones paramétriques pour l'apparition d'un écoulement de retour ont été présentées, et une solution numérique a été aussi fournie pour renforcer les résultats déjà obtenus.

Hadim et Chen [23] ont mené une étude numérique de la convection mixte assistée dans un canal vertical totalement poreux muni de sources de chaleur discrètes localisées au niveau des parois. Leurs résultats montrent que le transfert de chaleur augmente avec la réduction du nombre de Darcy et que l'effet de la perméabilité du milieu poreux est plus prononcé sur la première source de chaleur et dans le régime non-Darcien.

Le but du travail de **Chang et Chang [24]** était l'analyse de la convection mixte développée dans un canal à plaques parallèles vertical partiellement poreux. Ils ont montré que le nombre de Nusselt local augmente avec la diminution de l'épaisseur R_s du milieu poreux et l'accroissement des nombres de Darcy et Grashoff, et que la chute de pression varie dans le même sens que R_s mais à l'opposé de Da . La longueur d'entrée dynamique est de plus en plus faible que R_s augmente, et elle est de plus en plus grande que les valeurs de Da et Gr croissent. Quant à la longueur d'établissement thermique, elle augmente avec Da et R_s et diminue quand Gr augmente.

Une solution analytique a été développée par **Kou et Huang [25]** afin d'obtenir les profils de vitesse et de température, le débit massique, le coefficient de frottement pariétal et le flux de chaleur transporté par le fluide. L'étude a été effectuée dans une conduite annulaire verticale immergée dans un milieu poreux.

Une simulation numérique de la convection mixte (assistée ou opposée) pleinement développée dans un canal vertical poreux avec chauffage pariétal uniforme en utilisant la méthode de Galerkin a été performée par **Chen et al. [26]**. Il a été montré que la force de poussée pouvait affecter significativement le taux de transfert thermique aux grandes valeurs des nombres de Rayleigh et de Darcy et/ou faibles valeurs du coefficient Forchheimer.

Bae et al. [27] ont traité le problème de la convection mixte dans un canal muni de blocs poreux chauffés localement. Le flux de chaleur au niveau du premier bloc varie sinusoïdalement, alors que les autres sont chauffés à flux constant. Afin de justifier l'utilisation de modulation thermique, le gain en transfert l'avantage est opposé à l'augmentation du coefficient de frottement.

Une étude numérique, en convection mixte laminaire dans un canal vertical muni de blocs poreux chauffés, a été menée par **Huang et al. [28]**. Les résultats indiquent que la taille et l'intensité de l'écoulement en recirculation, provoqué par la présence des blocs poreux, apportent des changements significatifs au refroidissement des éléments de chauffage.

Umavathi et al. [29] ont traité le problème de la convection mixte laminaire dans un canal vertical poreux en tenant compte de la dissipation visqueuse. Différentes combinaisons de conditions aux limites pariétales ont été considérées : les deux parois sont maintenues soit à températures constantes égales ou différentes, soit à flux et température uniformes. Il a été trouvé que l'accroissement des valeurs du nombre de Darcy et du coefficient inertiel réduit l'écoulement dans le canal dans le cas de températures pariétales différentes avec apparition d'un écoulement de retour près des parois. La dissipation visqueuse favorise l'inversion du sens du mouvement du fluide dans le cas d'un écoulement vers le bas, tandis qu'elle s'oppose à cet effet dans le cas d'un écoulement vers le haut.

Cimpean et al. [30] ont utilisé le modèle de Darcy pour traiter le problème de convection mixte opposée, en écoulement pleinement développé, entre des plaques parallèles inclinées remplies d'un milieu poreux.

Le travail de **Jaballah et al. [31]** est une simulation numérique de la convection mixte dans un canal irrégulièrement chauffé et partiellement rempli de milieu poreux. Ils ont déterminé particulièrement la courbe de stabilité et les valeurs optimales des nombre de Rayleigh, Reynolds et Darcy menant à un maximum de transfert chaleur et une chute de pression acceptable dans le canal.

Un travail expérimental a été entrepris par **Kurtbas et Celik [32]** dans le but de caractériser l'amélioration du transfert de chaleur, en convection mixte assistée, dans un canal horizontal rempli d'une mousse métallique en aluminium. Les effets de certains paramètres tels que les nombres de Reynolds et de Richardson, du rapport d'aspect du canal, ainsi que la porosité du milieu poreux ont été considérés. A partir des données expérimentales, de nouvelles corrélations empiriques pour le nombre de Nusselt ont été construites.

Une étude analytique de la convection mixte dans une couche poreuse saturée d'eau froide, en régime Darcien et en tenant compte de la dissipation visqueuse, a été entreprise par **Storeletten et Barletta [33]**. Les instabilités convectives causées par la dissipation visqueuse, induisent une distribution de température de base qui décroît dans la direction ascendante. Des perturbations sous forme de rouleaux obliques ont été analysées, et il a été montré que les rouleaux transversaux sont préférés à la naissance de la convection.

Cimpean et al. [34] ont résolu analytiquement le problème de convection mixte pleinement développée entre des plaques parallèles inclinées remplies d'un milieu poreux. Les profils de vitesse et de température sont obtenus en termes du paramètre de convection mixte, du nombre de Peclet et de l'angle d'inclinaison des plaques, ainsi que pour le cas de canaux horizontaux.

Hirata et Ouarzazi [35] ont étudié la nature des perturbations tridimensionnelles instables de convection d'un fluide viscoélastique dans un milieu poreux avec des gradients de température horizontal et vertical.

Le transfert de chaleur par convection mixte d'un nanofluide dans un canal vertical partiellement poreux a été étudié par **Hajipour et Dehkordi [36]** en tenant compte de la dissipation visqueuse. Le modèle utilisé pour le nanofluide incorpore les effets du mouvement Brownien et de thermophorèse. Les profils de vitesse et de température, ainsi que des expressions du nombre de Nusselt ont été obtenus analytiquement pour un écoulement pleinement développé. Une analyse numérique a été conduite en parallèle afin de comparer les différents résultats obtenus. Finalement, une étude paramétrique a été menée pour examiner l'influence de divers paramètres sur la structure de l'écoulement du fluide et la performance du transfert de chaleur. Les résultats indiquent clairement que la présence de nanoparticules dans le fluide de base améliore significativement le processus de transfert de chaleur.

II.2 Utilisation de nanofluides

Les progrès importants en chimie ont permis dès la fin des années 90 de synthétiser des particules de dimensions extrêmement faibles, de l'ordre de la dizaine de nanomètres, qui dispersées dans un liquide porteur, constituent des nanofluides ; leur

synthèse répondait au besoin d'améliorer la diffusivité thermique des liquides de refroidissement en y ajoutant une phase solide de meilleure conductivité thermique et qui ne sédimente pas. L'augmentation annoncée de la conductivité thermique de ces suspensions a atteint des niveaux inexplicables et à l'opposé de ceux prévus par les modèles classiques. Ce sujet a donc suscité un grand intérêt ces dernières années car il conjugue des aspects fondamentaux (échanges thermiques aux interfaces à petite échelle) et appliqués (miniaturisation des échangeurs, amélioration des échanges thermiques). Nous allons présenter dans ce qui suit quelques travaux de recherche utilisant les nanofluides en absence et en présence de milieux poreux.

II.2.1 Sans milieu poreux

Xuan et Li [37] ont utilisé le nanofluide (eau + Cu) pour mesurer le coefficient d'échange en convection forcée pour des nombres de Reynolds variant de 10^4 à 2.5×10^4 . Ils ont trouvé que l'ajout des nanoparticules améliore grandement le transfert convectif. Ainsi pour une fraction volumique des nanoparticules de 2%, le nombre de Nusselt du nanofluide croit de 39% comparé à celui dans l'eau. Ce nombre de Nusselt augmente quand on augmente ϕ ou quand on augmente le nombre de Reynolds. L'inconvénient du recours aux nanofluides dans ce cas est lié à l'augmentation de la viscosité du nanofluide. Il faudrait alors rechercher un compromis pour augmenter le coefficient d'échange convectif en augmentant ϕ et ne pas trop augmenter la viscosité du nanofluide pour pouvoir le mettre plus facilement en mouvement.

La convection naturelle périodique dans une enceinte contenant un nanofluide a été examinée par **Ghasemi et Aminossadati [38]**. Une source de chaleur chauffée à flux oscillatoire est placée sur la paroi gauche de la cavité, la paroi de gauche est maintenue à une température relativement basse alors que le reste de la cavité est thermiquement isolé. Un comportement périodique est retrouvé pour les champs dynamique et thermique en raison du flux de chaleur oscillatoire. L'utilisation de nanoparticules améliore le transfert de chaleur en particulier aux faibles nombres de Rayleigh. D'autre part, la période d'oscillation du flux affecte la température maximale de fonctionnement de la source. Il est aussi intéressant d'observer que la position optimale de la source de chaleur sur la paroi gauche de la cavité est une fonction du nombre de Rayleigh. Les auteurs estiment que les résultats de cette étude pourront fournir des informations utiles pour l'industrie électronique afin d'aider à maintenir les composants électroniques, générant des flux de chaleur oscillatoires, sous des conditions opérationnelles efficaces et sûres.

Shafahi et al. [39] ont étudié les performances thermiques d'un caloduc cylindrique en utilisant 3 types de nanofluide : Al_2O_3 , CuO et TiO_2 . La vitesse, la pression, la température et la limite maximale du transfert de chaleur ont été obtenues pour différentes concentrations et tailles des nanoparticules. Il a été obtenu une réduction de la résistance thermique du caloduc avec l'augmentation de la concentration ou la diminution du diamètre des nanoparticules.

Une analyse numérique en convection forcée laminaire d'un nanofluide eau- Al_2O_3 s'écoulant dans un micro-canal horizontal a été réalisée par **Aminossadati et al. [40]**. La section centrale du micro-canal chauffé à flux constant est soumise à un champ magnétique d'intensité uniforme caractérisée par le nombre de Hartmann. Les résultats montrent que les meilleures performances thermiques du micro-canal sont obtenues aux grands nombres de Reynolds et d'Hartmann. Le taux d'accroissement du nombre de Nusselt avec la concentration en nanoparticules est plus important aux grandes valeurs du nombre de Reynolds et aux faibles valeurs du nombre de Hartmann.

Sourtiji et al. [41] ont traité numériquement l'écoulement et les caractéristiques du transfert de chaleur en convection mixte périodique d'un nanofluide eau- Al_2O_3 dans une cavité carrée. Les résultats montrent que le transfert de chaleur est amélioré pour toutes les valeurs considérées des nombres de Strouhal (fréquence adimensionnelle de la vitesse oscillatoire à l'entrée de la cavité) et Richardson (intensité des forces de poussées) en ajoutant des nanoparticules au fluide de base. Le taux d'amélioration est plus faible aux grandes valeurs de Ri . Il a été aussi obtenu un accroissement de la chute de pression dans la cavité dû à une plus grande viscosité du nanofluide.

Dans leur papier **Moraveji et al. [42]** ont simulé, par utilisation d'un logiciel CFD, le transfert convectif dans la zone développée d'un tube horizontal chauffé à flux constant et contenant des solutions aqueuses de Xanthane et un nanofluide non Newtonien de Al_2O_3 . Les résultats révèlent que les échanges convectifs sont améliorés avec l'accroissement de la concentration volumique en nanoparticules et le nombre de Reynolds. Par utilisation des résultats de la simulation, une corrélation pour le nombre de Nusselt a été établie.

II.2.2 Avec milieu poreux

Ghazvini et Shokouhmand [43] ont réalisé une étude analytique et numérique sur l'utilisation d'un nanofluide eau-CuO comme liquide de refroidissement d'un dissipateur de chaleur à micro-canaux. Deux approches d'analyse courantes sont utilisées : le modèle à ailettes basé sur l'hypothèse d'une température du fluide uniforme dans la direction normale à l'écoulement du fluide, et l'approche milieu poreux où l'équation de Darcy modifiée pour le fluide et le modèle à deux équations pour le transfert de chaleur entre les sections fluides et solides sont employés. Pour le nanofluide, les auteurs ont utilisé un modèle basé sur le mouvement Brownien des nanoparticules qui permet d'évaluer la conductivité thermique du nanofluide en tenant compte de la résistance thermique aux frontières, du diamètre des nanoparticules, de la fraction volumique ainsi que de la température du fluide. Les effets du nombre Reynolds Brownien, de la concentration en nanoparticules, du rapport d'aspect des micro-canaux et de la porosité sur la distribution de température et le coefficient d'échange global sont analysés. Parmi les principaux résultats obtenus l'existence d'un rapport d'aspect optimal qui minimise le coefficient de frottement pour différents nombres de Reynolds.

Le problème de convection mixte en écoulement de couche limite le long d'une plaque plane verticale noyée dans un milieu poreux saturé par des nanofluides a été étudié par **Ahmad et Pop [44]** en utilisant différents types de nanoparticules : Cu, Al₂O₃ et TiO₂. Les équations aux dérivées partielles de base sont réduites en des équations différentielles simples qui sont résolues numériquement pour certaines valeurs de la fraction volumique et des paramètres de convection mixte.

Cimpean et Pop [45] ont étudié la convection mixte en régime établi dans un canal incliné dont les parois sont maintenues à flux de chaleur uniforme, totalement poreux et contenant un nanofluide (Cu-eau, Al₂O₃-eau ou TiO₂-eau). Les équations gouvernantes adimensionnelles ont fait apparaître certains groupements pertinents au problème considéré tels que le paramètre de convection mixte, le nombre de Peclet, l'angle d'inclinaison du canal ainsi que la fraction volumique des nanoparticules. Ils ont conclu que les nanofluides augmentent considérablement le taux de transfert de chaleur même pour de faibles additions de nanoparticules dans le fluide de base.

Le transfert de chaleur par convection mixte d'un nanofluide dans un canal vertical partiellement poreux a été étudié par **Hajipour et Dehkordi [46]** en tenant compte de la

dissipation visqueuse. Le modèle utilisé pour le nanofluide incorpore les effets du mouvement Brownien et de thermophorèse. Les profils de vitesse et de température, ainsi et des expressions du nombre de Nusselt ont été obtenus analytiquement pour un écoulement pleinement développé. Une analyse numérique a été conduite en parallèle afin de comparer les différents résultats obtenus. Finalement, une étude paramétrique a été menée pour examiner l'influence de divers paramètres sur la structure de l'écoulement du fluide et la performance du transfert de chaleur. Les résultats indiquent clairement que la présence de nanoparticules dans le fluide de base améliore significativement le processus de transfert de chaleur.

Le transfert de chaleur couplé convection naturelle – conduction dans un domaine carré composé d'une cavité poreuse saturée d'un nanofluide (Cu-eau, Al_2O_3 -eau et TiO_2 -eau) et chauffée par une paroi solide triangulaire est traité par **Chamkha et Ismael [47]**. Il a été trouvé que le transfert de chaleur est amélioré ou réduit avec l'accroissement de la fraction volumique selon les valeurs du nombre de Rayleigh et de l'épaisseur de la paroi triangulaire pour laquelle il existe une valeur optimale menant à un maximum de nombre de Nusselt moyen.

Conclusion

A travers cette synthèse bibliographique, il apparaît que les nombreux travaux réalisés sur l'introduction des nanofluides en milieux poreux ont touché à divers aspects du problème soit en variant les conditions aux limites à la paroi (flux constant ou température uniforme), soit en changeant la géométrie, ou le type d'analyse c'est-à-dire chercher des solutions exactes par diverses méthodes analytiques ou des solutions numériques. Ce domaine de recherche étant en plein extension, alors le présent travail est une contribution aux études précédentes et il s'agira plus précisément d'étudier de la convection mixte d'un nanofluide dans un canal muni de blocs poreux. Nous passerons dans le prochain chapitre à la description du domaine d'études et la formulation mathématique.

Chapitre -III-

Formulation Mathématique

Chapitre -III-

Formulation Mathématique

Introduction

Dans ce chapitre, nous décrivons le problème physique sous forme d'équations mathématiques, nous poserons quelques hypothèses simplificatrices ensuite nous passerons à la fin à l'adimensionnement des équations gouvernantes ainsi que les conditions aux limites associées

III.1 Domaine physique

Le domaine d'étude représenté sur la figure **III.1** est un canal incliné constitué de deux plaques planes parallèles, de longueur ℓ incliné d'un angle α sur l'horizontal et séparées d'une distance H ; la plaque supérieure est thermiquement isolée alors que sur la plaque inférieure sont montés des blocs poreux ayant chacun une largeur " w ", une hauteur " h_p " et espacés d'une distance " s ". Des sources de chaleur localisées sont placées sur la plaque inférieure au niveau des blocs. Le premier bloc a été placé à une distance " ℓ_e " de l'entrée du canal afin d'éviter les effets d'entrée alors que la longueur " ℓ_s " derrière le dernier bloc a été choisie suffisamment grande de façon à satisfaire la condition d'un écoulement pleinement développé à la sortie du canal. Un nanofluide rentre dans le canal à une température constante T_e et une vitesse uniforme U_e .

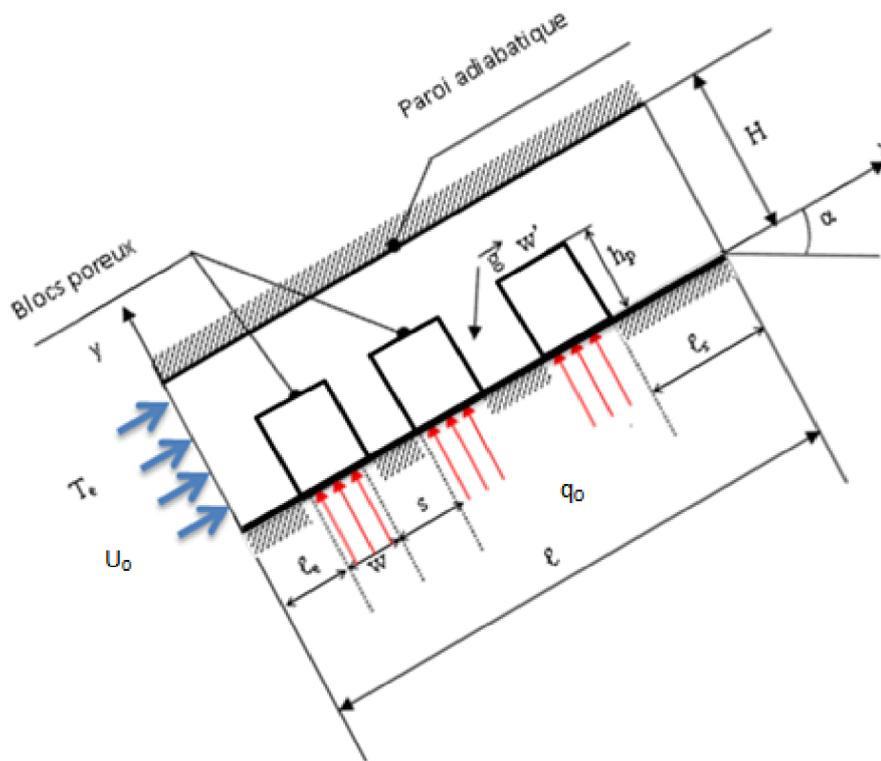


Figure III.1 : Domaine physique étudié.

III.2 Hypothèses

Le processus de convection mixte dans un canal incliné est gouverné par un ensemble d'équations ; pour la résolution ces équations nécessitent un certain nombre d'hypothèses simplificatrices :

- Ecoulement bidimensionnel
- Régime d'écoulement stationnaire et laminaire
- Fluide incompressible et newtonien Approximation de Boussinesq applicable ρg (terme déposé) $\rho_{nf} = \rho_{nf}(1 - \beta_{nf}(T - T_e))$
- Dissipation visqueuse négligeable et pas de source interne de chaleur
- Propriétés thermo-physiques du fluide constantes
- Milieu poreux isotrope, homogène et saturé par un seul fluide en équilibre

III.3 Equations gouvernantes

Les différentes équations de conservation en équilibre continuité, la quantité de mouvement et énergie vont être écrites en se basant sur le modèle général de Darcy-Brinkman- Forchheimer ; basent sur les hypothèses ci-dessus

III.3.1 Equation de continuité

Pour les deux milieux (fluide et poreux) l'équation de continuité après simplifications s'écrit de la manière suivante :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 \quad (\text{III.1})$$

Soit :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{III.2})$$

III.3.2 Equations de conservation de la quantité de mouvement

❖ Région fluide

L'écoulement dans la région fluide est régi par les équations de Navier-Stokes :

$$\rho_{nfe} \vec{V} \cdot \nabla \vec{V} = -\vec{\nabla} p + \mu_{nf} \nabla^2 \vec{V} + \rho_{nf} \vec{g} \quad (\text{III.3})$$

* Projection suivant la direction axiale (x)

$$\rho_{nfe} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P_m}{\partial x} + \mu_{nf} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \rho_{nfe} g \beta_{nf} (T - T_e) \sin \alpha \quad (\text{III.4})$$

* Projection suivant la direction transversale (y)

$$\rho_{nfe} \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P_m}{\partial y} + \mu_{nf} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \rho_{nfe} g \beta_{nf} (T - T_e) \cos \alpha \quad (\text{III.5})$$

Où : $P_m = P + \rho_{nf} g \sin \alpha x + \rho_{nf} g \cos \alpha y$ est la pression modifiée

❖ Région poreuse

L'écoulement dans la région poreuse est régi par le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer :

$$\frac{\rho_{nfe}}{\varepsilon^2} \vec{V} \cdot \nabla \vec{V} = -\vec{\nabla} p + \mu_{eff} \nabla^2 \vec{V} - \frac{\mu_{nf}}{K} \vec{V} - \frac{\rho_{nf} \varepsilon F}{\sqrt{K}} |\vec{V}| \vec{V} + \rho_{nf} \vec{g} \quad (III.6)$$

Où : $|\vec{V}| = \sqrt{u^2 + v^2}$

✱ Projection suivant la direction axiale (x)

$$\begin{aligned} \frac{\rho_{nfe}}{\varepsilon^2} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P_m}{\partial x} + \mu_{eff} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \\ - \frac{\mu_{nf}}{K} u - \frac{\rho_{nf} F \varepsilon}{\sqrt{K}} |\vec{V}| u + \rho_{nf} g \beta_{nf} (T - T_e) \sin \alpha \end{aligned} \quad (III.7)$$

✱ Projection suivant la direction transversale (y)

$$\begin{aligned} \frac{\rho_{nfe}}{\varepsilon^2} \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P_m}{\partial y} + \mu_{eff} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \\ - \frac{\mu_{nf}}{K} v - \frac{\rho_{nf} F \varepsilon}{\sqrt{K}} |\vec{V}| v + \rho_{nf} g \beta_{nf} (T - T_e) \cos \alpha \end{aligned} \quad (III.8)$$

III.3.3 Equation d'énergie

❖ Région fluide

L'équation d'énergie dans la région fluide s'écrit en tenant compte des hypothèses simplificatrices comme suit :

$$(\rho_{nf} C p_{nf})_e (\vec{V} \cdot \nabla T) = k_{nf} \nabla^2 T \quad (III.9)$$

Soit :

$$(\rho_{nfe} C p_{nf})_e \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k_{nf} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (III.10)$$

❖ Région poreuse

La conservation d'énergie dans la région poreuse est régie par l'équation :

$$(\rho_{nf} C_{p_{nf}})_e \vec{V} \cdot \vec{\nabla} T = k_{eff} \nabla^2 T \quad (III.11)$$

Soit :

$$(\rho_{nf} C_{p_{nf}})_e \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k_{eff} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (III.12)$$

III.4 Conditions aux limites

Pour la résolution du problème physique, nous avons besoin d'associer aux équations précédentes régissant le phénomène physique un certain nombre de conditions aux limites.

III.4.1 Conditions aux limites dynamiques

✱ Conditions à l'entrée

$$x = 0; 0 < y < H; u = U_e; v = 0$$

✱ Conditions d'adhérence à la paroi inférieure

$$0 < x < l; y = 0; u = v = 0$$

✱ Conditions d'adhérence à la paroi supérieure

$$0 < x < l; y = H; u = v = 0$$

✱ Conditions à la sortie (établissement)

$$x = l; 0 < y < H; \frac{\partial u}{\partial x} = 0; v = 0$$

✱ Conditions à l'interface fluide – poreux

- Egalité des vitesses

$$u_{nf} = u_p; v_{nf} = v_p$$

- Egalité des contraintes

$$\mu_{nf} \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{nf} = \mu_{eff} \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_p ; \mu_{nf} \frac{\partial v}{\partial y} \Big|_{nf} = \mu_{eff} \frac{\partial v}{\partial y} \Big|_p$$

$$\mu_{nf} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \Big|_{nf} = \mu_{eff} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \Big|_p$$

III.4.2 Conditions aux limites thermiques

- * Condition à l'entrée

$$x = 0 ; 0 < y < H ; T = T_e$$

- * Conditions à la paroi inférieure

$$0 < x < l ; y = 0 ; \begin{cases} \frac{\partial T}{\partial y} = -\frac{q_0}{k_{eff}} & \rightarrow \text{zones chauffées} \\ \frac{\partial T}{\partial y} = 0 & \rightarrow \text{ailleurs} \end{cases}$$

- * Condition à la paroi supérieure (adiabatique)

$$0 < x < l ; y = H ; \frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

- * Condition à la sortie

$$x = l ; 0 < y < H ; \frac{\partial T}{\partial x} = 0$$

- * Conditions à l'interface fluide – poreux

- Egalité des températures

$$T_{nf} = T_p$$

- L'égalité des densités de flux de chaleur

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{nf} = -k_{eff} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_p ; -k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{nf} = -k_{eff} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_p$$

III.5 Analyse dimensionnelle

III.5.1 Grandeurs adimensionnelles

Les équations précédentes sont mises sous forme réduite en utilisant les grandeurs adimensionnelles suivantes :

$$X = \frac{x}{H}; \quad Y = \frac{y}{H}; \quad U = \frac{u}{U_0}; \quad V = \frac{v}{U_0}; \quad P_m = \frac{P_m}{\rho_{nf} U_0^2}; \quad \text{et } \theta = \frac{T - T_0}{q_0 \left(\frac{H}{k_f} \right)}$$

Les paramètres adimensionnels apparus dans les équations précédentes, sont définis comme suit :

$$\text{Re} = \frac{\rho_f U_0 H}{\mu_f}; \quad \text{Da} = \frac{K}{H^2}; \quad \text{Ri} = \frac{Gr}{\text{Re}^2}; \quad \text{Gr} = \frac{\rho_f^2 g \beta_f \Delta T H^3}{\mu_f^2}; \quad \text{Pr} = \frac{\mu_f C_{pf}}{k_f}; \quad R_\mu = \frac{\mu_{eff}}{\mu_{nf}};$$

$$R_k = \frac{k_{eff}}{k_{nf}}; \quad R_{\mu_{nf}} = \frac{\mu_{nf}}{\mu_f}; \quad R_{k_{nf}} = \frac{k_{nf}}{k_f}; \quad R_{\rho_{nf}} = \frac{\rho_{nf}}{\rho_f}; \quad R_{(\rho_{cp})_{nf}} = \frac{(\rho_{cp})_{nf}}{(\rho_{cp})_f}$$

$$\text{Avec : } \Delta T = \frac{qH}{k}$$

III.5.2 Equations adimensionnelles

III.5.2.1 Equation de continuité

Dans le milieu fluide et le milieu poreux l'équation de continuité adimensionnelle s'écrit de la manière suivante :

$$\left(\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} \right) = 0 \quad (\text{III.13})$$

III.5.2.2 Equations de conservation de la quantité de mouvement

❖ Région fluide

* Suivant la direction axiale (X)

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = - \frac{\partial P_m}{\partial X} + \frac{R_{\mu_{nf}}}{\text{Re} R_{\rho_{nf}}} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) + \text{Ri} \theta \sin \alpha \quad (\text{III.14})$$

* Suivant la direction transversale (Y)

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P_m}{\partial Y} + \frac{R_{\mu nf}}{\text{Re} R_{\rho nf}} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + Ri \theta \cos \alpha \quad (\text{III.15})$$

❖ *Région poreuse*

* Suivant la direction axiale (X)

$$\left(U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \right) = -\frac{\partial P_m}{\partial X} + \frac{R_\mu R_{\mu nf}}{R_{\rho nf} \text{Re}} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) - \frac{\varepsilon R_{\mu nf}}{\text{Re} Da R_{\rho nf}} U - \frac{\varepsilon^2 C}{\sqrt{Da}} |\vec{V}| U + Ri \theta \sin \alpha \quad (\text{III.16})$$

* Suivant la direction transversale (Y)

$$\left(U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} \right) = -\frac{\partial P_m}{\partial Y} + \frac{R_\mu R_{\mu nf}}{R_{\rho nf} \text{Re}} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) - \frac{\varepsilon R_{\mu nf}}{\text{Re} Da R_{\rho nf}} V - \frac{\varepsilon^2 C}{\sqrt{Da}} |\vec{V}| V + Ri \theta \cos \alpha \quad (\text{III.17})$$

Avec : $C = F \varepsilon$

III.5.2.3 Equation d'énergie

❖ *Région fluide :*

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{R_{k nf}}{\text{Re} \text{Pr} R_{(\rho cp) nf}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (\text{III.18})$$

❖ *Région poreuse*

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{R_k R_{k nf}}{\text{Re} \text{Pr} R_{(\rho cp) nf}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (\text{III.19})$$

III.5.3 Conditions aux limites adimensionnelles

III.5.3.1 Conditions aux limites dynamiques

* *Conditions à l'entrée*

$$X = 0; 0 < Y < H; U(0, Y) = 1; V(0, Y) = 0$$

Conditions d'adhérence à la paroi inférieure

$$0 < X < L; Y = 0 ; U = V = 0$$

* *Conditions d'adhérence à la paroi supérieure*

$$0 < X < L; Y = 1 ; U(X,1) = 0 ; V(X,1) = 0$$

* *Conditions à la sortie*

$$X = L ; 0 < Y < 1 ; \frac{\partial U}{\partial X} = 0 ; V = 0$$

* *Conditions à l'interface fluide – poreux*

- Egalité des vitesses

$$U_{nf} = U_p ; V_{nf} = V_p$$

- Egalité des contraintes

$$\frac{\partial U}{\partial X} \Big|_{nf} = R_\mu \frac{\partial U}{\partial X} \Big|_p ; \frac{\partial V}{\partial Y} \Big|_{nf} = R_\mu \frac{\partial V}{\partial Y} \Big|_p$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right) \Big|_{nf} = R_\mu \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right) \Big|_p$$

III.5.3.2 Conditions aux limites thermiques

* *Conditions à l'entrée*

$$X = 0 ; 0 < Y < 1 ; \theta(0,Y) = 0$$

* *Conditions à la paroi inférieure*

$$0 < X < L ; Y = 0 ; \begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial Y} = -\frac{1}{R_k R_{k,nf}} \rightarrow \text{zones chauffées} \\ \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \rightarrow \text{ailleurs} \end{cases}$$

* *Condition à la paroi supérieure*

$$0 < X < L ; Y = 1 ; \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0$$

* Condition à la sortie

$$X = L ; 0 < Y < 1 ; \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0$$

* Conditions à l'interface fluide – poreux

- Egalité des températures :

$$\theta_{nf} = \theta_p$$

Egalité des densités de flux de chaleur

- $$\frac{\partial \theta}{\partial X} \Big|_{nf} = R_k \frac{\partial \theta}{\partial X} \Big|_p ; \frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_{nf} = R_k \frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_p$$

III.6 Coefficient de frottement

L'expression du coefficient de frottement local est donné par :

$$f = \left(- \frac{d\bar{p}}{dx} \right) \frac{D_H}{2\rho_{nf} \bar{u}^2} \quad (\text{III.20})$$

Avec :

\bar{p} : Pression moyenne suivant une section donnée.

\bar{u} : Vitesse moyenne suivant une section donnée.

D_H : Diamètre hydraulique ($D_H = 2H$).

En utilisant les variables adimensionnelles, on obtient :

- Zone fluide :
$$f = \left(- \frac{d\bar{P}}{dX} \right) \frac{R_{\rho nf}}{\bar{U}^2} \quad (\text{III.21a})$$

- Zone poreuse :
$$f = \left(- \frac{d\bar{P}}{dX} \right) \frac{R_{\rho nf}}{\varepsilon^2 \bar{U}^2} \quad (\text{III.21b})$$

On introduit aussi le coefficient de frottement moyen le long du canal ayant pour expression :

$$f_{moy} = \frac{1}{L} \int_0^L f dX \quad (\text{III.22})$$

III.7 Température moyenne

L'expression de la température moyenne suivant une section est donnée par :

$$T_{moy} = \frac{\int_0^H |u| T \, dy}{\int_0^H |u| \, dy} \quad (\text{III.23})$$

Avec les variables adimensionnelles, nous obtenons :

$$\theta_{moy} = \frac{\int_0^1 |U| \theta \, dY}{\int_0^1 |U| \, dY} \quad (\text{III.24})$$

III.8 Nombre de Nusselt

Le nombre de Nusselt est essentiellement utilisé pour traduire les échanges de chaleur ayant lieu entre une paroi et un fluide. On définit le nombre de Nusselt local par :

$$Nu = \frac{h H}{k_f} \quad (\text{III.25})$$

Où h est le coefficient d'échange convectif donné par :

$$h = \frac{q_0}{T_{paroi} - T_{moy}} \quad (\text{III.26})$$

Soit :

$$Nu = \frac{q_0 H / k_f}{T_{paroi} - T_{moy}} \quad (\text{III.27})$$

Avec les variables adimensionnelles, nous obtenons :

$$Nu = \frac{1}{\theta_{paroi} - \theta_{moy}} \quad (\text{III.28})$$

Le nombre de Nusselt moyen au niveau de chaque bloc est calculé comme suit :

$$Nu_{moyi} = \frac{1}{W_p} \int_{X_i}^{X_i+W_p} Nu dX \quad (III.29)$$

Où X_i est la position du bloc "i" par rapport à l'entrée du canal.

Le nombre de Nusselt global est défini par :

$$Nu_g = \frac{\sum_{i=1}^{i=N_b} Nu_{moyi}}{N_b} \quad (III.30)$$

Conclusion

Dans ce chapitre ; nous avons démontré les équations gouvernantes du phénomène physique étudié avec les conditions aux limites ainsi que leur mise sous forme adimensionnelle et les expressions du coefficient de frottement et du nombre de Nusselt, nous allons passer à la modélisation numérique dans le chapitre suivant.

Chapitre - IV - Modélisation Numérique

Chapitre - IV - Modélisation Numérique

Introduction

La résolution des équations aux dérivées partielles décrivant les phénomènes physique liés à l'écoulement du fluide et définies dans le chapitre précédent ne peut pas toujours se faire analytiquement. Par conséquent, l'approche numérique qui consiste à transformer ces équations sous forme d'un système algébrique est indispensable. La validité des résultats découlant de cette technique dépend de la quantité de la méthode discrétisation utilisée. Parmi ces méthodes on peut citer la méthode des différences finis, des éléments finis et des volumes finis. La procédure repose globalement sur trois étapes :

- ❖ Maillage du domaine
- ❖ Discrétisation des équations gouvernantes
- ❖ Résolution du système obtenu

IV.1 Maillage

La construction du maillage consiste à diviser le domaine d'étude en des petits volumes appelés « mailles » où « volumes de contrôles » sur lesquels les différentes équations de l'écoulement sont résolues comme indiqué sur la figure IV.1. Le maillage est l'une des étapes les plus importantes de la modélisation numérique, il existe plusieurs types de maillage dont le plus utilisé est le maillage uniforme. Dans la présente étude nous avons adopté ce dernier suivant la direction axiale et la direction transversale.

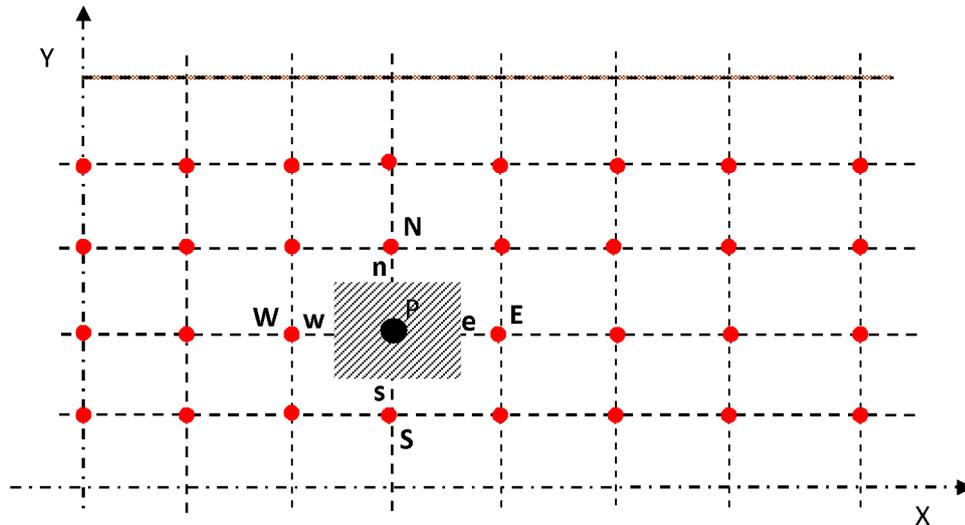


Figure IV.1 : Subdivision du domaine d'étude en volumes de contrôle

Il existe plusieurs types de maillage dont le plus utilisé est le maillage uniforme. Dans la présente étude nous avons adopté suivant la direction axiale et la direction transversale un maillage non uniforme, consistant à la division du domaine d'étude en plusieurs zones et dans chacune d'elle on applique un maillage uniforme (figure IV.2).

Pour cela, trois zones ont été considérées dans la direction axiale :

- Une zone constituant l'entrée et la sortie du canal.
- Une zone contenant les blocs poreux où un maillage très raffiné a été appliqué afin de bien limiter les interfaces fluide – poreux.
- Une zone en amont du premier bloc et en aval du dernier bloc, où un maillage moins serré que le précédent a été adopté.

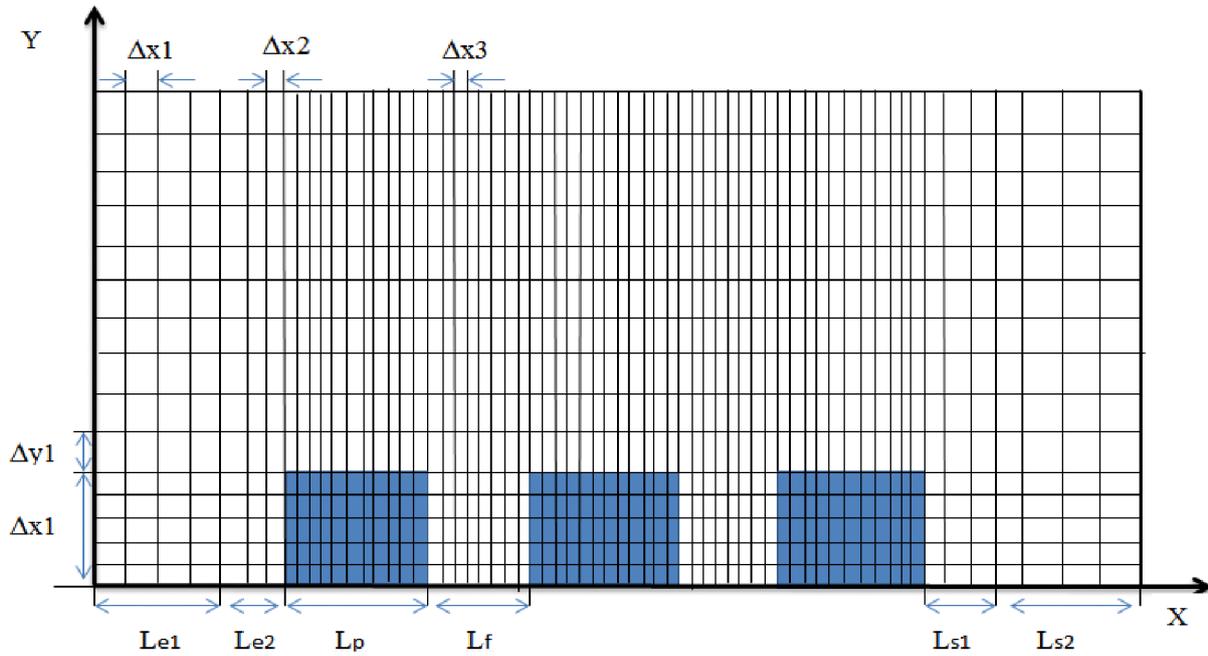


Figure IV.2 : Maillage appliqué à notre domaine d'étude

IV.2 Discrétisation des équations gouvernantes

On peut exprimer toutes les équations gouvernantes établies dans le chapitre précédent (continuité, mouvement, énergie) par l'équation différentielle généralisée qui à la forme suivante :

$$\vec{\nabla}(\rho \vec{V} \Phi) = \vec{\nabla}(\Gamma \vec{V} \Phi) + S \quad (\text{IV.1})$$

Avec :

$\vec{\nabla}(\rho \vec{V} \Phi)$: Terme convectif

$\vec{\nabla}(\Gamma \vec{V} \Phi)$: Terme diffusif

Φ : Variable dépendante généralisée (vitesse, température, concentration, etc.)

S : Terme source

Γ : Coefficient de diffusion

IV.2.1 Discrétisation des équations de conservation

Les équations de conservation peuvent être mises sous la forme générale suivante :

$$\frac{\partial}{\partial X_i} (U_i \phi) = \frac{\partial}{\partial X_i} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X_i} \right) + S \quad (\text{IV.2})$$

En introduisant l'équation de continuité :

$$\frac{\partial}{\partial X_i} (U_i) = 0 \quad (\text{IV.3})$$

L'équation gouvernante sera simplifiée comme suit :

$$U_i \frac{\partial \phi}{\partial X_i} = \frac{\partial}{\partial X_i} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X_i} \right) + S \quad (\text{IV.4})$$

L'équation différentielle peut s'écrire aussi de la manière suivante :

$$\frac{\partial(J_x)}{\partial X} + \frac{\partial(J_y)}{\partial Y} = S \quad (\text{IV.5})$$

Avec:

J_x : Flux dans la direction axiale X

J_y : Flux dans la direction transversale Y

$$J_x = \left[U\Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right]$$

$$J_y = \left[V\Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \right]$$

Après avoir mis toutes les équations de conservation sous la forme de l'équation (IV.5) on reporte les différents termes pour les deux régions (fluide et poreuse) dans les tableaux IV.1 et IV.2.

EQUATION	Φ	Γ	S
CONTINUITE	1	0	0
MOUVEMENT (X)	U	$\frac{R_{\mu nf}}{\text{Re } R_{\rho nf}}$	$-\frac{\partial P_m}{\partial X} + Ri \theta \sin \alpha$
MOUVEMENT (Y)	V	$\frac{R_{\mu nf}}{\text{Re } R_{\rho nf}}$	$-\frac{\partial P_m}{\partial Y} + Ri \theta \cos \alpha$
ENERGIE	θ	$\frac{R_{k nf}}{\text{Re Pr } R_{(\rho cp) nf}}$	0

Tableau IV.1 : Différents termes des équations de conservation dans la région fluide.

EQUATION	Φ	Γ	S
CONTINUITE	1	0	0
MOUVEMENT (X)	U	$\frac{R_{\mu} R_{\mu nf}}{R_{\rho nf} \text{ Re}}$	$-\frac{\partial P_m}{\partial X} - \frac{\varepsilon R_{\mu nf}}{\text{Re } R_{\rho nf} Da} U - \frac{\varepsilon^2 C}{\sqrt{Da}} \vec{V} U + Ri \theta \sin \alpha$
MOUVEMENT (Y)	V	$\frac{R_{\mu} R_{\mu nf}}{R_{\rho nf} \text{ Re}}$	$-\frac{\partial P_m}{\partial Y} - \frac{\varepsilon R_{\mu nf}}{\text{Re } R_{\rho nf} Da} V - \frac{\varepsilon^2 C}{\sqrt{Da}} \vec{V} V + Ri \theta \cos \alpha$
ENERGIE	θ	$\frac{R_k R_{k nf}}{\text{Re Pr } R_{(\rho cp) nf}}$	0

Tableau IV.2 : Différents termes des équations de conservation dans la région poreuse.

Intégrons l'équation (IV.5) sur le volume de contrôle de la figure (IV.3)

$$\iint_{w s}^{\varepsilon n} \frac{\partial J_x}{\partial X} dX dY + \iint_{w s}^{\varepsilon n} \frac{\partial J_y}{\partial Y} dX dY = \iint_{w s}^{\varepsilon n} S dX dY \tag{IV.6}$$

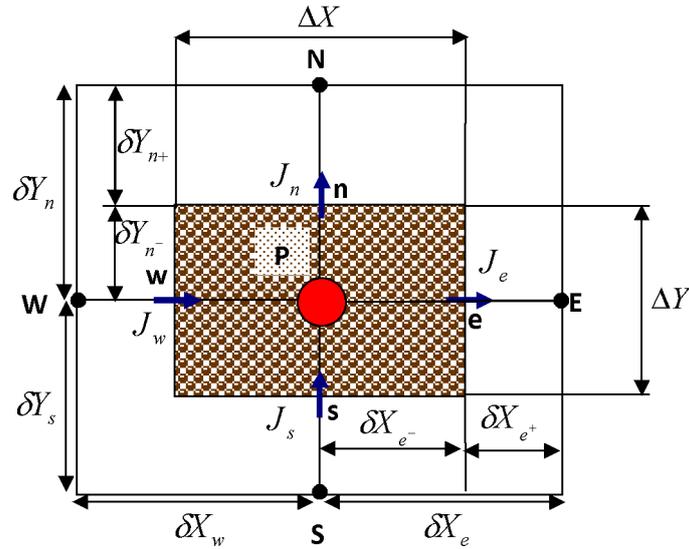


Figure IV.3 : Volume de contrôle représentatif.

En utilisant un schéma totalement implicite, on obtient :

$$[J_e - J_w] + [J_n - J_s] = \bar{S} \Delta X \Delta Y \tag{IV.7}$$

Où

\bar{S} : Moyenne des termes sources calculée sur la base du volume de contrôle.

$$J_e = \int_s^n (J_X)_e dY = \left[U\Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right]_e \Delta Y$$

$$J_w = \int_s^n (J_X)_w dY = \left[U\Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right]_w \Delta Y$$

$$J_n = \int_w^e (J_Y)_n dX = \left[V\Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \right]_n \Delta X$$

$$J_s = \int_w^e (J_Y)_s dX = \left[V\Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \right]_s \Delta X$$

Après linéarisation du terme source, l'équation (IV.7) devient :

$$[J_e - J_w] + [J_n - J_s] = (S_C + S_P \phi_P) \Delta X \Delta Y \tag{IV.8}$$

On intègre aussi l'équation de continuité sur le même volume de contrôle, on aura :

$$\int_s^e \int_w^n \frac{\partial U}{\partial X} dX dY + \int_w^n \int_s^e \frac{\partial V}{\partial Y} dY dX = 0 \quad (IV.9)$$

Soit:

$$[U_e - U_w] \Delta Y + [V_n - V_s] \Delta X = 0 \quad (IV.10)$$

L'équation (IV.10) devient :

$$(F_e - F_w) + (F_n - F_s) = 0 \quad (IV.11)$$

Avec :

$$F_e = U_e \Delta Y ; F_w = U_w \Delta Y ; F_n = V_n \Delta X ; F_s = V_s \Delta X$$

Multiplions l'équation (IV.11) par Φ_p , on aura :

$$F_e \Phi_p - F_w \Phi_p + F_n \Phi_p - F_s \Phi_p = 0 \quad (IV.12)$$

Soustrayons l'équation (IV.8) et (IV.12), nous obtenons :

$$[(J_e - F_e \Phi_p) - (J_w - F_w \Phi_p)] + [(J_n - F_n \Phi_p) - (J_s - F_s \Phi_p)] = (S_C + S_P \Phi_p) \Delta X \Delta Y \quad (IV.13)$$

En utilisant les expressions de **Patankar [48]** :

$$J_e - F_e \Phi_p = a_E (\Phi_P - \Phi_E)$$

$$J_w - F_w \Phi_p = a_W (\Phi_W - \Phi_P)$$

$$J_n - F_n \Phi_p = a_N (\Phi_P - \Phi_N)$$

$$J_s - F_s \Phi_p = a_S (\Phi_S - \Phi_P)$$

On obtient L'équation discrétisée qui s'écrit comme suit :

$$a_P \Phi_P = a_E \Phi_E + a_W \Phi_W + a_N \Phi_N + a_S \Phi_S + b \quad (IV.14)$$

Avec :

$$a_E = D_e A(P_e) + [-F_e, 0]$$

$$a_W = D_w A(P_w) + [F_w, 0]$$

$$a_N = D_n A(P_n) + [-F_n, 0]$$

$$a_S = D_s A(P_s) + [F_s, 0]$$

$$b = S_C \Delta X \Delta Y$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S - S_p \Delta X \Delta Y$$

Le symbole [a, b] représente le maximum entre a et b et $A(P_i)$ la fonction d'interpolation qui diffère d'un schéma à un autre.

$$D_e = \frac{\Gamma_e \Delta Y}{\delta X_e} \quad F_e = (\rho U)_e \Delta Y \quad P_e = \frac{F_e}{D_e}$$

$$D_w = \frac{\Gamma_w \Delta Y}{\delta X_w} \quad F_w = (\rho U)_w \Delta Y \quad P_w = \frac{F_w}{D_w}$$

$$D_n = \frac{\Gamma_n \Delta X}{\delta Y_n} \quad F_n = (\rho V)_n \Delta X \quad P_n = \frac{F_n}{D_n}$$

$$D_s = \frac{\Gamma_s \Delta X}{\delta Y_s} \quad F_s = (\rho V)_s \Delta X \quad P_s = \frac{F_s}{D_s}$$

D_i , F_i et P_i représentent respectivement la diffusion, le débit volumique et le rapport du transfert par convection au transfert par diffusion.

L'équation (IV.14) peut se mettre sous la forme générale suivante :

$$a_p \Phi_p = \sum a_{nb} \Phi_{nb} + b \tag{IV.15}$$

Où « nb » désigne les nœuds voisins au nœud principal « P ».

Dans la littérature, plusieurs expressions existent pour la fonction d'interpolation utilisée pour l'évaluation de la variable dépendante Φ à une interface du volume de contrôle. Quelques schémas sont récapitulés dans le tableau IV.3 :

Schéma	$A(P)$
Différence centrée (Central)	$1 - 0.5 P $
Décentré amont (Upwind)	1
Hybride	$[0, 1 - 0.5 P]$
Loi de puissance (Power-Law)	$[0, (1 - 0.1 P)^5]$
Exponentiel (Exact)	$\frac{ P }{\exp P - 1}$

Tableau IV.3 : Quelques schémas d'interpolation existants.

➤ Dans notre travail nous avons utilisé le schéma Power -Law.

IV.2.2 Linéarisation du terme source

Afin de rendre les équations algébriques linéaires, le terme source S de l'équation (IV.2) est linéarisé sous la forme :

$$\bar{S} = S_C + S_P \Phi_P \quad (\text{IV.16})$$

Avec $S_P \leq 0$.

Par la méthode de la tangente, on peut écrire :

$$\bar{S} = \bar{S}^* + \left(\frac{d\bar{S}}{d\Phi} \right)^* (\Phi_p - \Phi_p^*) \quad (IV.17)$$

Après développement de l'équation (IV.17), nous obtenons :

$$S_C = \bar{S}^* - \left(\frac{\partial \bar{S}}{\partial \Phi} \right)^* \Phi_p^* \quad (IV.17a)$$

$$S_P = \left(\frac{d\bar{S}}{d\Phi} \right)^* \quad (IV.17b)$$

Où \bar{S}^* et Φ_p^* sont les valeurs de \bar{S} et Φ_p à l'itération précédente.

Le tableau IV.4 résume les valeurs de S_C et S_P pour nos différentes équations de conservation dans la région poreuse.

EQUATION	Φ	S_C	S_P
CONTINUITE	1	0	0
MOUVEMENT (X)	U	$Ri\theta \sin \alpha + \frac{CU^{*3}}{\sqrt{Da} \vec{V}^* }$	$-\frac{\varepsilon}{R_{\rho f} Da Re} - \frac{\varepsilon^2 C}{\sqrt{Da}} \left(\vec{V}^* + \frac{U^{*2}}{ \vec{V}^* } \right)$
MOUVEMENT (Y)	V	$Ri\theta \cos \alpha + \frac{CV^{*3}}{\sqrt{Da} \vec{V}^* }$	$-\frac{\varepsilon}{R_{\rho f} Da Re} - \frac{\varepsilon^2 C}{\sqrt{Da}} \left(\vec{V}^* + \frac{V^{*2}}{ \vec{V}^* } \right)$
ENERGIE	θ	0	0

Tableau IV.4 : Expressions des termes sources linéarisés pour les différentes équations dans la région poreuse

IV.2.3 Evaluation des propriétés thermo-physiques aux interfaces

Pour assurer une continuité des flux aux interfaces (figure IV.4), il est nécessaire d'évaluer le coefficient de diffusion par une moyenne harmonique (**Patankar [48]**). On le définit comme suit :

$$\Gamma_e = \frac{\Gamma_P \Gamma_E}{f_e \Gamma_P + (1 - f_e) \Gamma_E} \quad (\text{IV.18})$$

Avec : $f_e = \frac{\delta X_{e^+}}{\delta X_e}$

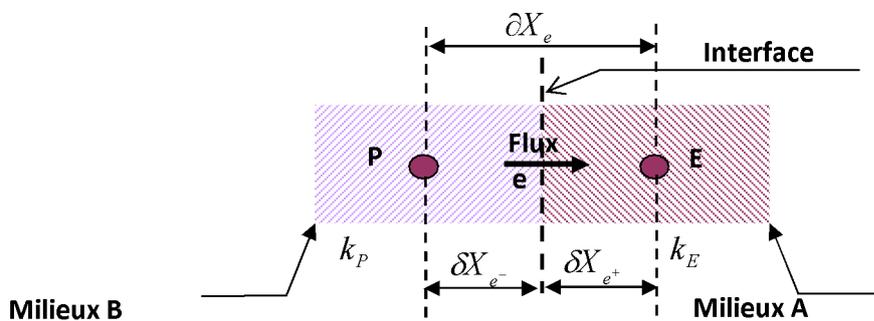


Figure IV.4 : Position de l'interface.

IV.2.4 Discrétisation des équations de quantité de mouvement

L'étude du champ dynamique, qui fait intervenir toutes les composantes de la vitesse est délicate. La première difficulté se situe dans le champ de pression qui est inconnu et l'apparition du gradient de pression comme terme source dans les équations de quantité de mouvement, alors que la seconde difficulté est la localisation de toutes les variables au même point. Le remède est d'utiliser un maillage décalé comme proposé par **Patankar [48]**. Il s'agit d'évaluer le champ de vitesse aux interfaces des volumes de contrôle alors que les autres variables, y compris la pression, sont évaluées aux nœuds principaux comme il apparaît sur les figures IV. 5 à IV.7.

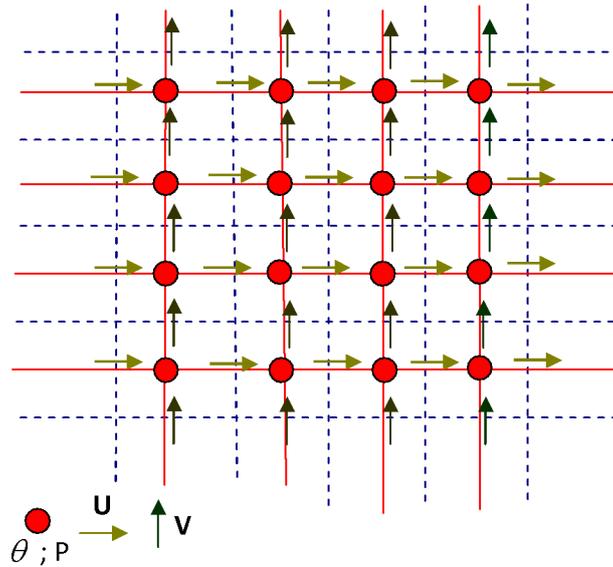


Figure IV.5 : Représentation d'un maillage décalé.

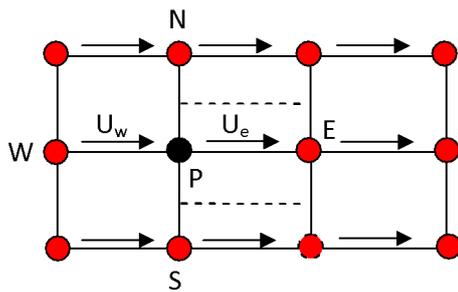


Figure IV.6 : Volume de contrôle lié à U.

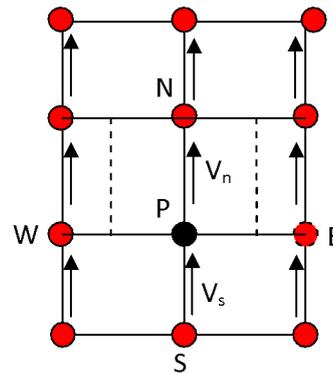


Figure IV.7 : Volume de contrôle lié à V.

Intégrons l'équation de quantité de mouvement suivant les directions X et Y, nous obtenons :

$$\begin{cases} a_e U_e = \sum_{nb} a_{nb} U_{nb} + b + (P_P - P_E) A_e \\ a_n V_n = \sum_{nb} a_{nb} V_{nb} + b + (P_P - P_N) A_n \end{cases} \quad (IV.19)$$

Avec :

A_e, A_n : les surfaces sur lesquelles agissent les forces de pression

$(p_P - p_E), (p_P - p_N)$: les forces de pression agissant sur les deux faces verticale

et horizontal respectivement

Le champ de vitesse ne satisfera l'équation de continuité que si la pression est correcte, pour cela il faut faire un choix initial P^* auquel correspond la solution U^* et V^* . Nous obtenons :

$$\begin{cases} a_e U_e^* = \sum_{nb} a_{nb} U_{nb}^* + b + (P_P^* - P_E^*) A_e \\ a_n V_n^* = \sum_{nb} a_{nb} V_{nb}^* + b + (P_{P_p}^* - P_N^*) A_n \end{cases} \quad (IV.20)$$

❖ Correction des composantes de la vitesse

La pression estimée P^* est corrigée de façon que les vitesses obtenues U^* et V^* s'approchent progressivement des valeurs qui satisfassent l'équation de continuité.

Soit P' , U' et V' les corrections de pression et des composantes de vitesse. Les champs de pression et de vitesse corrigés s'écrivent alors comme suit :

$$P = P^* + P' \quad ; \quad U = U^* + U' \quad ; \quad V = V^* + V'$$

Nous avons :

$$a_e U_e = \sum_{nb} a_{nb} U_{nb} + b + (P_P - P_E) A_e \quad (IV.21a)$$

$$a_e U_e^* = \sum_{nb} a_{nb} U_{nb}^* + b + (P_P^* - P_E^*) A_e \quad (IV.21b)$$

Faisons la soustraction entre les deux équations précédentes, on obtient :

$$a_e U_e' = \sum_{nb} a_{nb} U_{nb}' + (P_P' - P_E') A_e \quad (IV.22)$$

Introduisons une des hypothèses simplificatrices introduites par **Patankar [48]** qui est de supposer que le terme $\left(\sum_{nb} a_{nb} U_{nb}' \right)$ est négligeable. Cela a pour but de construire une matrice tridiagonale pour l'équation de correction de pression. On aboutit alors à :

$$a_e U_e' = (P_P' - P_E') A_e \quad (IV.23)$$

D'ou :

$$U_e' = (P_P' - P_E') d_e \quad (IV.24)$$

Avec : $d_e = \frac{A_e}{a_e}$

On écrira donc :

$$U_e = U_e^* + (P'_P - P'_E)d_e \tag{IV.25}$$

De la même manière, on peut écrire :

$$V_n = V_n^* + (P'_P - P'_N)d_n \tag{IV.26}$$

Avec : $d_n = \frac{A_n}{a_n}$

❖ **Equation de correction de la pression**

L'équation de continuité :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \tag{IV.27}$$

Intégrée sur un volume de contrôle autour de P (figure IV.8) donne :

$$[U_e - U_w]\Delta Y + [V_n - V_s]\Delta X = 0 \tag{IV.28}$$

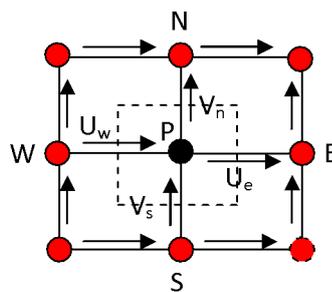


Figure IV.8 : Volume de contrôle lié à P.

Substituons les vitesses par : $U = U^* + U'$ et $V = V^* + V'$

Où: $U_i = U_i^* + (P'_P - P'_i)d_i$

On obtient l'équation de correction de pression :

$$a_P P'_P = a_E P'_E + a_W P'_W + a_N P'_N + a_S P'_S + b \quad (\text{IV.29})$$

Avec :

$$a_E = d_e \Delta Y$$

$$a_W = d_w \Delta Y$$

$$a_N = d_n \Delta X$$

$$a_S = d_s \Delta X$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S$$

$$b = (U_w^* - U_e^*) \Delta Y + (V_s^* - V_n^*) \Delta X$$

Le terme b devrait tendre vers zéro à la convergence.

IV.2.5 Algorithme SIMPLE

Pour résoudre les équations de conservation, l'algorithme **SIMPLE** (Semi Implicit Method for Pressure Linked Equation) a été utilisé. Il consiste à corriger itérativement la pression et les composantes de la vitesse jusqu'à ce que l'équation de continuité soit vérifiée. Ces différentes étapes peuvent se résumer comme suit :

1. Choix du champ de pression P^*
2. Résolution des équations du mouvement discrétisées pour obtenir les vitesses U^* et V^*
3. Résolution de l'équation de correction de pression pour obtenir P'
4. Correction de la pression ($P = P^* + P'$)
5. Correction des vitesses ($U = U^* + U'$; $V = V^* + V'$)
6. Résolution de l'équation discrétisée de l'énergie
7. Si le critère de convergence est satisfait, arrêt, sinon prendre P comme nouvelle valeur de P^* ($P^* = P$) et retourner à l'étape 2

IV.3 Méthode de Résolution

Pour la résolution des équations algébriques, il existe deux méthodes :

❖ **Méthode directe** : on peut citer l'Algorithme de Thomas qui est non applicable aux cas bidimensionnels (système non tri diagonal), et non approprié pour les systèmes non linéaires.

❖ **Méthode itérative**: convient mieux aux systèmes non linéaires, on peut citer la méthode de Gauss-Seidel (point par point).

Dans notre étude nous avons utilisé la méthode ligne par ligne, qui consiste à combiner entre la méthode directe (**TDMA** : **Tri-Diagonal Matrix Algorithm**) dans une direction et la méthode itérative (Gauss-Seidel) dans l'autre direction.

La forme générale de l'équation algébrique est :

$$a_{Pi,j} \Phi_{i,j} = a_{Ei,j} \Phi_{i+1,j} + a_{Wi,j} \Phi_{i-1,j} + a_{Ni,j} \Phi_{i,j+1} + a_{Si,j} \Phi_{i,j-1} + b_{i,j} \quad (\text{IV.30})$$

Après utilisation de la méthode ligne par ligne l'équation (IV.30) va s'écrire comme suit :

$$a_{Pi,j} \Phi_{i,j} = a_{Ei,j} \Phi_{i+1,j} + a_{Wi,j} \Phi_{i-1,j} + a_{Ni,j} \Phi_{i,j+1}^* + a_{Si,j} \Phi_{i,j-1}^* + b_{i,j} \quad (\text{IV.31})$$

Où l'exposant (*) indique la valeur de la variable Φ à l'itération précédente. On aura :

$$A_{i,j} \Phi_{i,j} = B_{i,j} \Phi_{i+1,j} + C_{i,j} \Phi_{i-1,j} + D_{i,j} \quad (\text{IV.32})$$

Avec :

$$A_{i,j} = a_{Pi,j}$$

$$B_{i,j} = a_{Ei,j}$$

$$C_{i,j} = a_{Wi,j}$$

$$D_{i,j} = a_{Ni,j} \Phi_{i,j+1} + a_{Si,j} \Phi_{i,j-1} + b_{i,j}$$

On forme une formule de récurrence telle que :

$$\Phi_{i,j} = P_{i,j} \Phi_{i+1,j} + Q_{i,j} \quad (\text{IV.33})$$

On peut aussi écrire :

$$\Phi_{i-1,j} = P_{i-1,j} \Phi_{i,j} + Q_{i-1,j} \quad (\text{IV.34})$$

L'équation (IV.32) devient :

$$A_{i,j} \Phi_{i,j} = B_{i,j} \Phi_{i+1,j} + C_{i,j} (P_{i-1,j} \Phi_{i,j} + Q_{i-1,j}) + D_{i,j} \quad (\text{IV.35})$$

On obtient :

$$\Phi_{i,j} = \left(\frac{B_{i,j}}{A_{i,j} - C_{i,j} P_{i-1,j}} \right) \Phi_{i+1,j} + \left(\frac{C_{i,j} Q_{i-1,j} + D_{i,j}}{A_{i,j} - C_{i,j} P_{i-1,j}} \right) \quad (\text{IV.36})$$

D'où :

$$P_{i,j} = \frac{B_{i,j}}{A_{i,j} - C_{i,j} P_{i-1,j}} \quad \text{et} \quad Q_{i,j} = \frac{C_{i,j} Q_{i-1,j} + D_{i,j}}{A_{i,j} - C_{i,j} P_{i-1,j}} \quad (\text{IV.37})$$

L'algorithme TDMA est le suivant :

➤ Calculer de $P_{1,j}$ et $Q_{1,j}$ par la condition imposée à la frontière d'indice $i = 1$:

$$P_{1,j} = \frac{B_{1,j}}{A_{1,j}} \quad \text{et} \quad Q_{1,j} = \frac{D_{1,j}}{A_{1,j}}$$

➤ Calculer $P_{i,j}$ et $Q_{i,j}$ par la relation (IV.37)

➤ Calculer $Q_{n,j}$ par la condition à la frontière $i = n$

➤ Utiliser l'équation (IV.36) pour le calcul de $\Phi_{i,j}$ de $i = n-1$ à $i = 1$

IV.4 Méthode de relaxation

Souvent avec des méthodes itératives et la présence de non linéarités, on veut accélérer ou ralentir les variations des variables au cours des itérations. La sous-relaxation est utilisée pour éviter la divergence des problèmes fortement non linéaires.

Toutes les équations de conservation sont écrites après discrétisation sous la forme générale suivante :

$$a_p \Phi_p = \sum_{nb} a_{nb} \Phi_{nb} + b \quad (\text{IV.38})$$

En introduisant la variable Φ_p^* , correspondant à la valeur de Φ_p à l'itération précédente, on peut écrire :

$$\Phi_p = \Phi_p^* + \left[\frac{\sum_{nb} a_{nb} \Phi_{nb} + b}{a_p} - \Phi_p^* \right] \quad (\text{IV.39})$$

La sous relaxation consiste à introduire un facteur α_ϕ pour amortir le changement survenu à Φ_p pendant une itération. L'équation (IV.39) devient :

$$\Phi_p = \Phi_p^* + \alpha_\phi \left[\frac{\sum_{nb} a_{nb} \Phi_{nb} + b}{a_p} - \Phi_p^* \right] \quad (\text{IV.40})$$

- ↗ Tous les facteurs de sous relaxation doivent être compris entre 0 et 1. Plus ils sont faibles, plus la sous relaxation est forte et la convergence lente. Mais plus ils sont élevés, plus la sous relaxation est faible avec des risques d'instabilités et divergence du processus itératif.
- ↗ Il n'existe pas de règles générales pour choisir le facteur de sous relaxation optimal, cela dépend de plusieurs paramètres : la nature du problème, le nombre de noeuds, le pas du maillage et la méthode itérative utilisée.
- ↗ Le facteur α_ϕ peut prendre des valeurs différentes d'une itération à une autre.

IV.5 Critères de convergence

On dit qu'un processus itératif a atteint la convergence lorsque les itérations ultérieures ne produisent aucun changement significatif sur les variables dépendantes Φ . Pratiquement, on exprime cette convergence par un test d'arrêt du processus itératif appelé critère de convergence qui dépend de la nature du problème et des objectifs du calcul.

Pour notre cas, nous avons utilisé deux critères de convergence. Le premier porte sur le résidu de l'équation de continuité défini comme suit :

$$R_{P'} = \sum_{nb} a_{nb} P'_{nb+b} - a_P P'_{P'} \quad (\text{IV.41})$$

Lorsque l'équation de continuité est satisfaite, $R_{P'}$ tend vers zéro.

Mathématiquement, cela se traduit par :

$$\max \left[\sum R_{P'}, \max |R_{P'}| \right] \leq 10^{-6} \quad (\text{IV.42})$$

Le second critère porte sur le maximum des erreurs relatives sur Φ et qui s'écrit pour chaque variable :

$$\max \left| \frac{\Phi_{i,j} - \Phi_{i,j}^*}{\Phi_{i,j}^*} \right| \leq 10^{-5}, \quad \Phi = U, V \text{ ou } \theta \quad (\text{IV.43})$$

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté la procédure numérique choisie pour la détermination des champs dynamique et thermique. Pour cela, nous avons utilisé la méthode des volumes finis et l'algorithme SIMPLE pour la résolution des équations algébriques obtenues. Ce code de calcul sera validé, et les résultats obtenus seront présentés et discutés dans le prochain chapitre.

Chapitre -V-

Résultats et Discussions

Chapitre -V- Résultats et Discussions

Introduction

Nous allons consacrer ce chapitre à la présentation et l'analyse des différents résultats obtenus en étudiant l'influence des caractéristiques liées aux nanofluides (concentration volumique et type des nanoparticules), à la convection mixte (nombre de Richardson), et au milieu poreux (perméabilité traduite par le nombre de Darcy) et l'angle d'inclinaison du canal sur le coefficient de frottement moyen et le nombre de Nusselt global.

V.1 Sensibilité du maillage

C'est l'étape à réaliser avant de procéder à l'étude paramétrique est le choix d'un nombre de nœuds adéquat, Pour cela, nous avons fait des tests avec plusieurs maillages (X-Y) en variant les différents paramètres du problème (ϕ , Ri , α et Da) ainsi que le type de nanofluide. Un cas typique est représenté sur le tableau V.1 où il apparait qu'à partir d'une grille de 480×70 , la solution numérique devient très peu sensible au maillage (erreur relative sur le nombre de Nusselt global et le coefficient de frottement moyens entre les maillages 480×70 et 480×80 inférieure à 0.1%). Ainsi pour assurer à la fois la précision des résultats et le temps de calcul, un maillage de 480×70 est adopté pour cette étude.

X × Y	240 × 50	320 × 50	400 × 60	480 × 60	480 × 70	480 × 80
Nug	3,7919	3,8233	3,8885	3,8679	3,8653	3,8635
Err %	---	0,82	1,67	0,53	0,06	0,012
Fm	2,34695	2,3644	2,4119	2,4074	2,4142	2,4192
Err %	---	0,74	1,969	0,18	0,28	0,2

Tableau V.1 : Sensibilité du maillage pour des nanoparticules de type Cu :

$$Ri = 50, \text{ et } Da = 10^{-6}, Hp=0.6, \alpha = -90^0$$

V.2 Validation du code de calcul

Afin de tester la fiabilité du code de calcul que nous avons adopté à notre problème, nous avons comparé nos résultats avec quelques travaux. Les résultats obtenus par le code de calcul utilisé et ceux des études [5] et [23] sont représentés sur les figures V.1, V.2 où en remarque des faibles écarts, ce qui est une bonne justification de la fiabilité du code de calcul adopté à la présente étude.

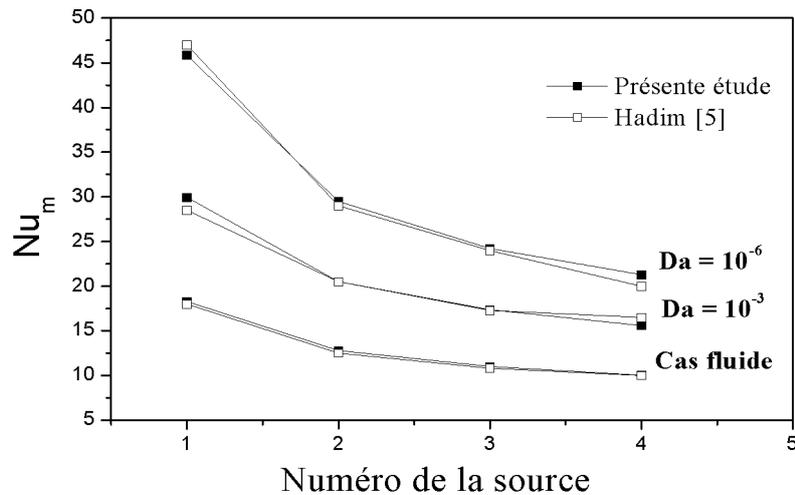
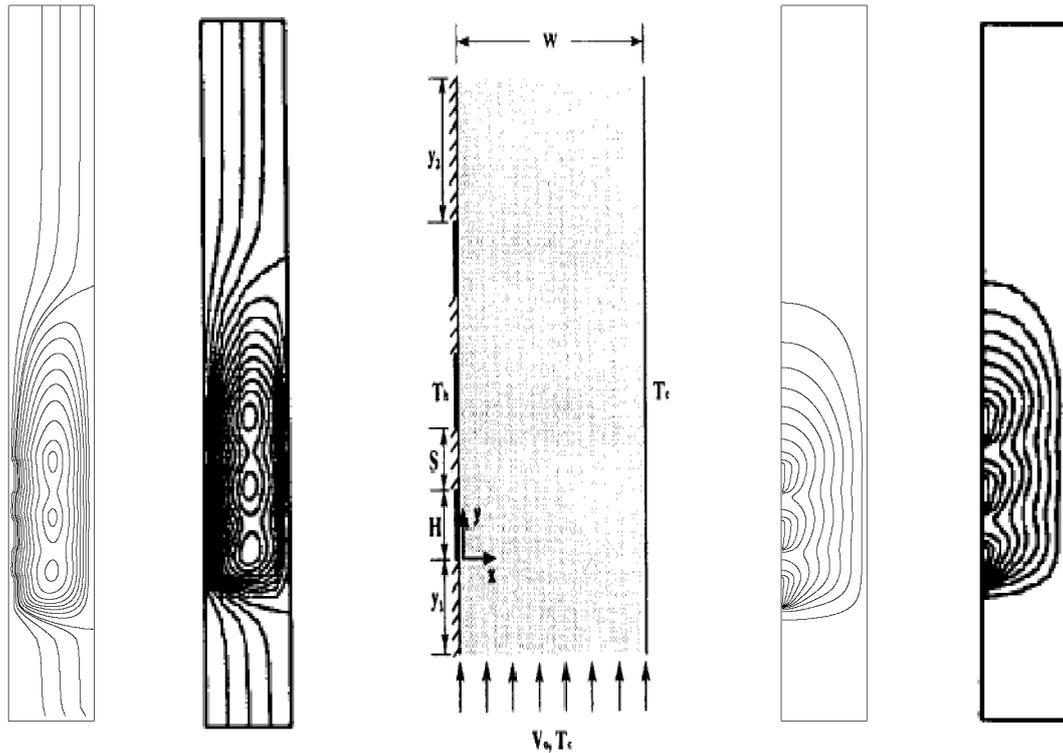


Figure V.1 : Evolution du nombre de Nusselt moyen avec le numéro de la source pour différents nombres de Darcy : $Re = 100$ et $Ri = 0$.



Présente étude Hadim et Chen
[23]

Présente étude Hadim et Chen
[23]

Figure V.2 : Lignes de courant et isothermes pour $\varepsilon = 0.6$, $C = 0.55$, $Pr = 0.7$, $Re = 1.43$,
 $Da = 10^{-2}$, $Ri = 2450$ et $\alpha = 90^\circ$.

V.3 Résultats

V.3.1 Paramètres considérés

Le problème étudié est gouverné par de nombreux paramètres de contrôle, il est alors nécessaire de fixer certains pour bien mettre en évidence les paramètres pertinents à notre étude. Pour cela, nous avons fixé le fluide de base (eau, $Pr = 7$), le nombre de Reynolds ($Re = 100$), la porosité ($\varepsilon = 0.97$), le rapport des conductivités thermiques ($R_k = 1$), le rapport des viscosités ($R_\mu = 1$), ainsi que le coefficient inertiel ($C = 0.1$). D'autre part, nous avons fait varier la fraction volumique des nanoparticules ($0 \leq \phi \leq 0.1$), le type de nanofluide (eau-Ag, eau-Cu, eau- Al_2O_3 et eau- TiO_2), le nombre de Richardson ($0 \leq Ri \leq 40$) et les propriétés du milieu poreux (la perméabilité : $Da = 10^{-3}$ et 10^{-6}). Le tableau (V.2) résume les propriétés thermophysiques du fluide de base et des différentes nanoparticules considérées.

	Eau	Cuivre Cu	Argent Ag	Alumine Al₂O₃	Oxyde deTitane TiO₂
ρ (kg/m³)	997	8933	10500	3970	4250
C_p (J / kg K)	4179	385	235	765	686
k (W/ m K)	0.6	401	429	40	9
β (K⁻¹)	21×10^{-5}	1.7×10^{-5}	1.9×10^{-5}	0.8×10^{-5}	0.9×10^{-5}

Tableau V.2 : Propriétés thermophysiques du fluide de base et des différentes nanoparticules utilisées.

V.3.2 Effet du type des nanoparticules

La Figure V.3 représente l'évolution du nombre de Nusselt global en fonction de la fraction volumique des nanoparticules pour les différents types de nanofluides étudiés. Que le milieu poreux soit faiblement ou fortement perméable, le Nombre de Nusselt global augmente avec la concentration volumique des nanoparticules suite à l'augmentation de la conductivité thermique du mélange par ajout de nanoparticules métalliques largement plus conductrices de chaleur que le fluide de base (voir tableau V.2).

Il est à noter aussi que le taux de transfert de chaleur est beaucoup plus sensible à la concentration volumique qu'à la nature des nanoparticules avec toutefois le meilleur taux obtenu pour la composition eau-Ag et le plus faible taux pour le mélange eau-TiO₂ qui possède la plus faible conductivité thermique en comparaison aux autres.

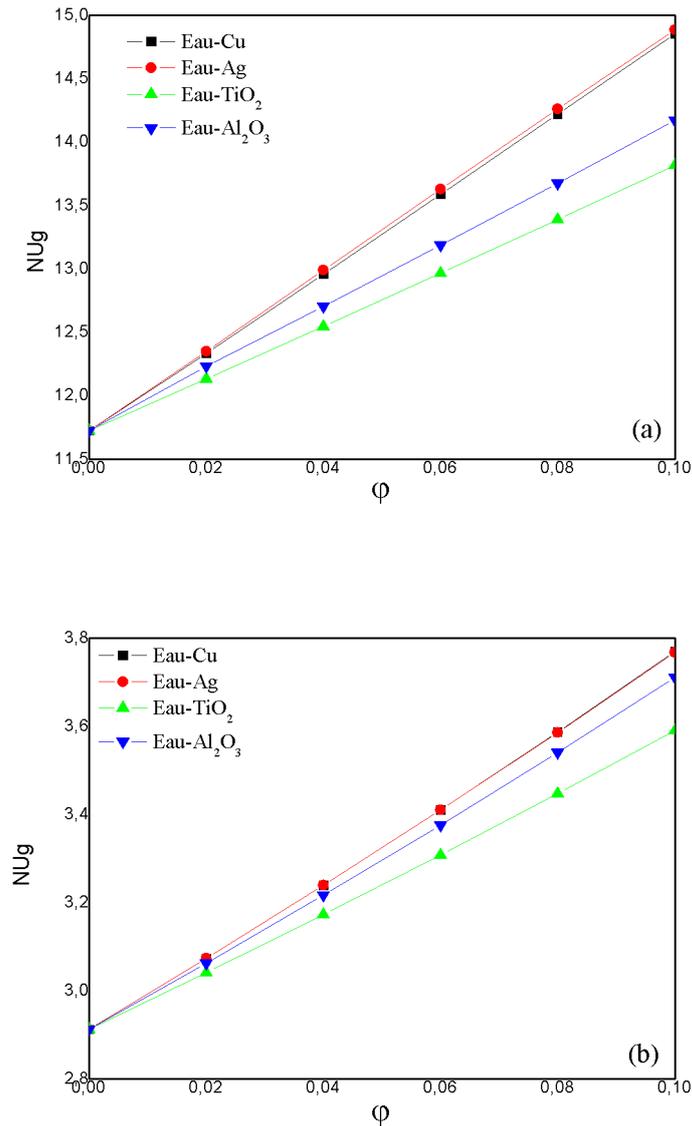


Figure V.3 : Variation du nombre de Nusselt global avec la concentration volumique des nanoparticules pour $Ri = 10$ et $\alpha = 0^\circ$: (a) $Da=10^{-3}$; (b) $Da=10^{-6}$.

Afin de mettre en évidence l'intérêt d'ajout de nanoparticules au fluide de base, nous avons introduit un paramètre noté η qui représente le rapport des nombres de Nusselt global avec ($\phi \neq 0$) et sans ($\phi = 0$) nanoparticules. En examinant les courbes de la figure V.4 nous pouvons affirmer que la présence des nanoparticules dans le fluide de base est bénéfique puisque le rapport η_{Nug} est toujours supérieur à l'unité et augmente avec la concentration volumique des nanoparticules ϕ .

Le plus grand taux amélioration, de l'ordre de 26 %, est obtenu pour les nanoparticules de Ag à $Da = 10^{-3}$ alors qu'à $Da=10^{-6}$ il est de 29 %, le plus faible taux est retrouvé dans TiO_2 qui est autour de 18 % à $Da=10^{-3}$ pour $\varphi = 0.1$.

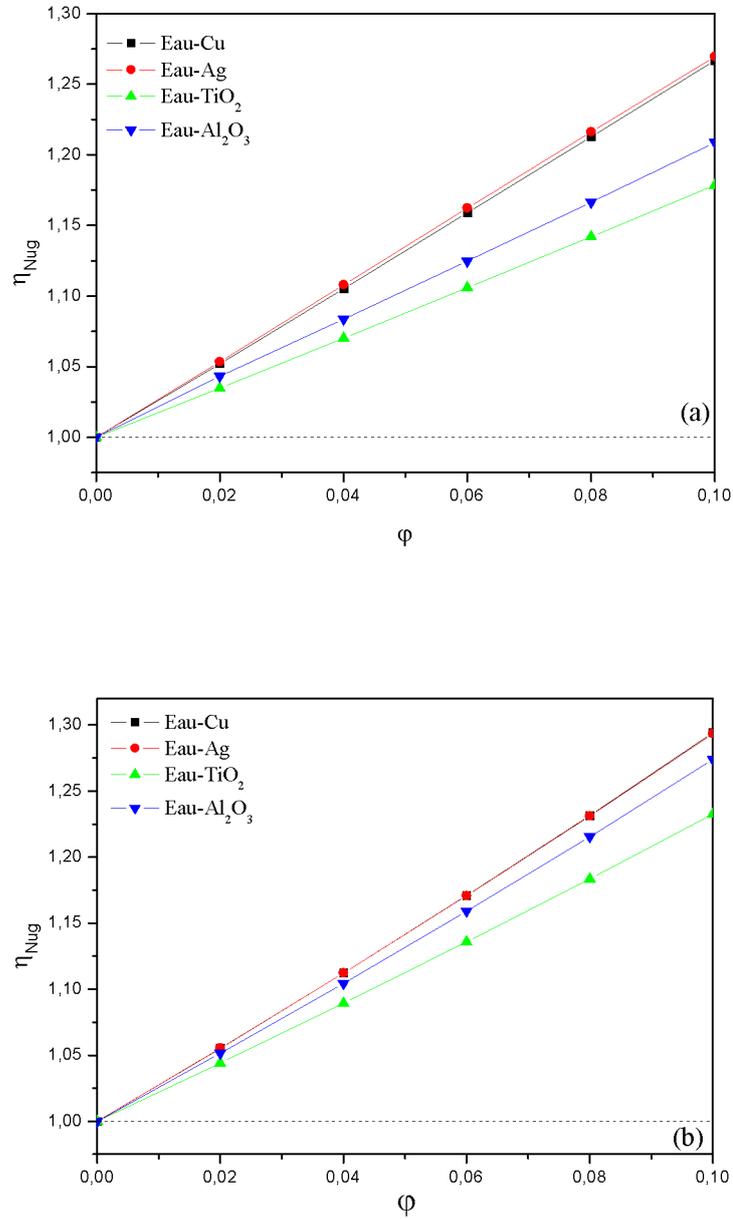
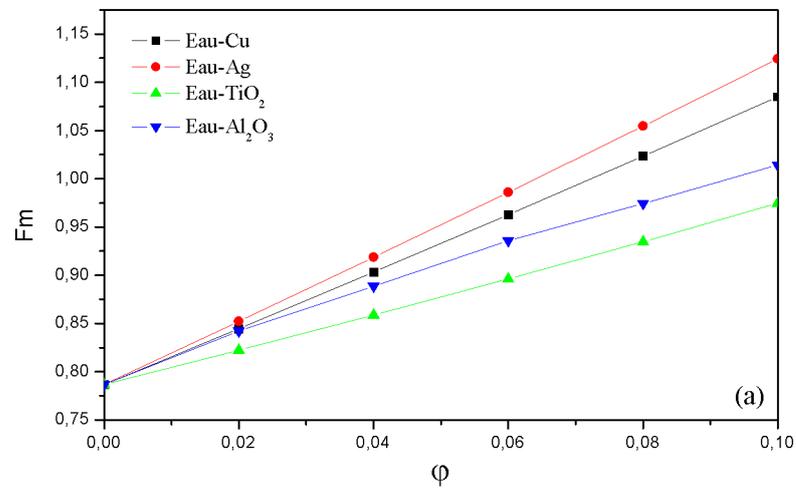


Figure V.4 : Variation du rapport η_{Nug} avec la concentration volumique des nanoparticules pour $Ri = 10$ et $\alpha = 0^\circ$:(a) $Da=10^{-3}$; (b) $Da=10^{-6}$.

L'amélioration du transfert de chaleur observé sur les figures V.3 et V.4 est malheureusement accompagné d'une augmentation du coefficient de frottement comme il apparaît sur la figure V.5 suite à l'accroissement de la résistance à l'écoulement par l'ajout des nanoparticules. Les plus grandes valeurs du coefficient de frottement sont obtenues avec les nanoparticules de l'argent pour $Da = 10^{-3}$ et $Da = 10^{-6}$, alors que les plus faibles valeurs sont retrouvées quand on ajoute de l'alumine à l'eau. A $Da = 10^{-6}$, du fait de la très faible perméabilité du milieu poreux les frottements sont très importants et l'effet du milieu poreux l'emporte sur la nature des nanoparticules.



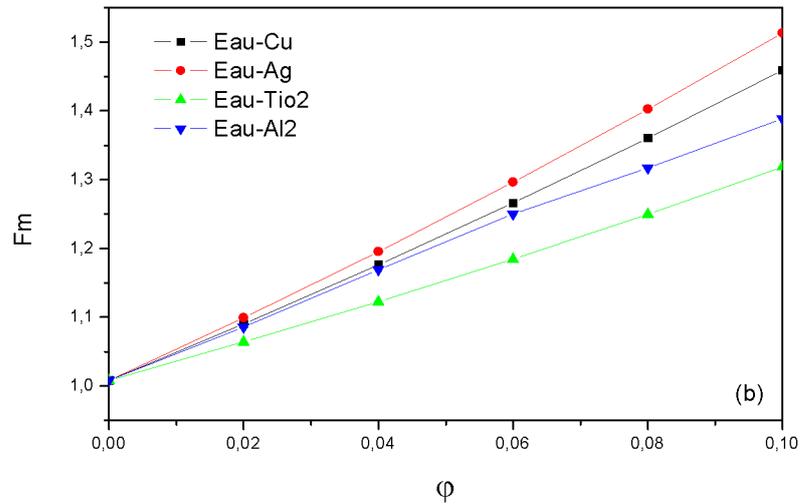


Figure V.5: Variation du coefficient de frottement moyen avec la concentration volumique des nanoparticules pour nanoparticules pour $Ri = 10$ et $\alpha = 0^\circ$: (a) $Da=10^{-3}$; (b) $Da=10^{-6}$.

Figure V.6 montre l'évolution du taux d'augmentation du coefficient de frottement η_{fm} par rapport au cas de base avec la concentration volumique en nanoparticules. L'accroissement en frottement varie entre 90 % et 30 % en variant η , la nature des nanoparticules et la perméabilité du milieu poreux. La nanoparticule de l'argent amené aux plus grandes valeurs de η_{Nug} à donné les valeurs les plus élevées de η_{fm} et inversement pour les nanoparticules de TiO_2 et de Al_2O_3

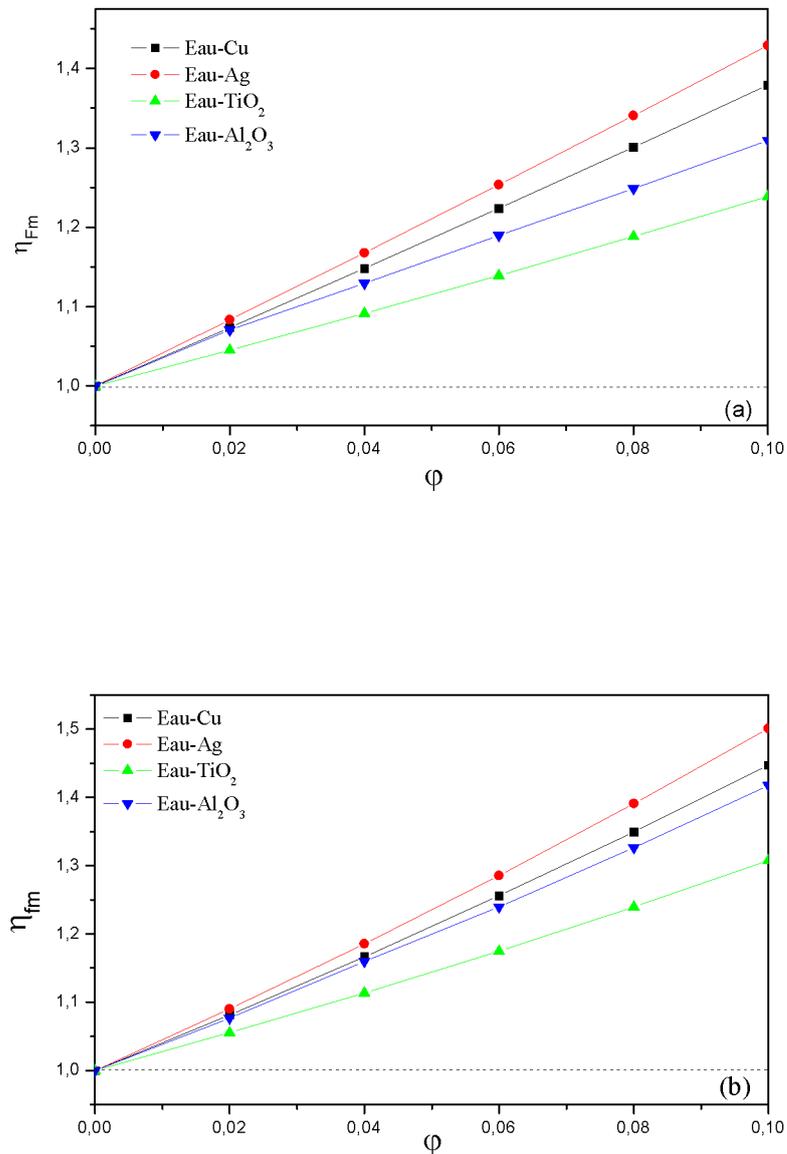


Figure V.6 : Variation du rapport η_{fm} avec la concentration volumique des nanoparticules pour $Ri = 10$ et $\alpha = 0^\circ$: (a) $Da=10^{-3}$; (b) $Da=10^{-6}$.

Afin de comparer le gain en énergie à la chute de pression occasionnée par l'utilisation de nanoparticules, on représente sur la figure V.7 la variation de η_{Nug} en fonction de η_{fm} pour différents types de nanoparticules et concentrations volumiques. Comme discuter précédemment l'amélioration en transfert de chaleur est accompagnée d'une plus grande augmentation en coefficient de frottement. Le nanofluide eau-Ag a donné les plus grandes

valeurs de η_{Nug} et η_{fm} et inversement pour eau-TiO₂ ; il faut alors trouver un compromis pour choisir le meilleur nanofluide. A notre avis le cas de Al₂O₃ paraît le plus intéressant.

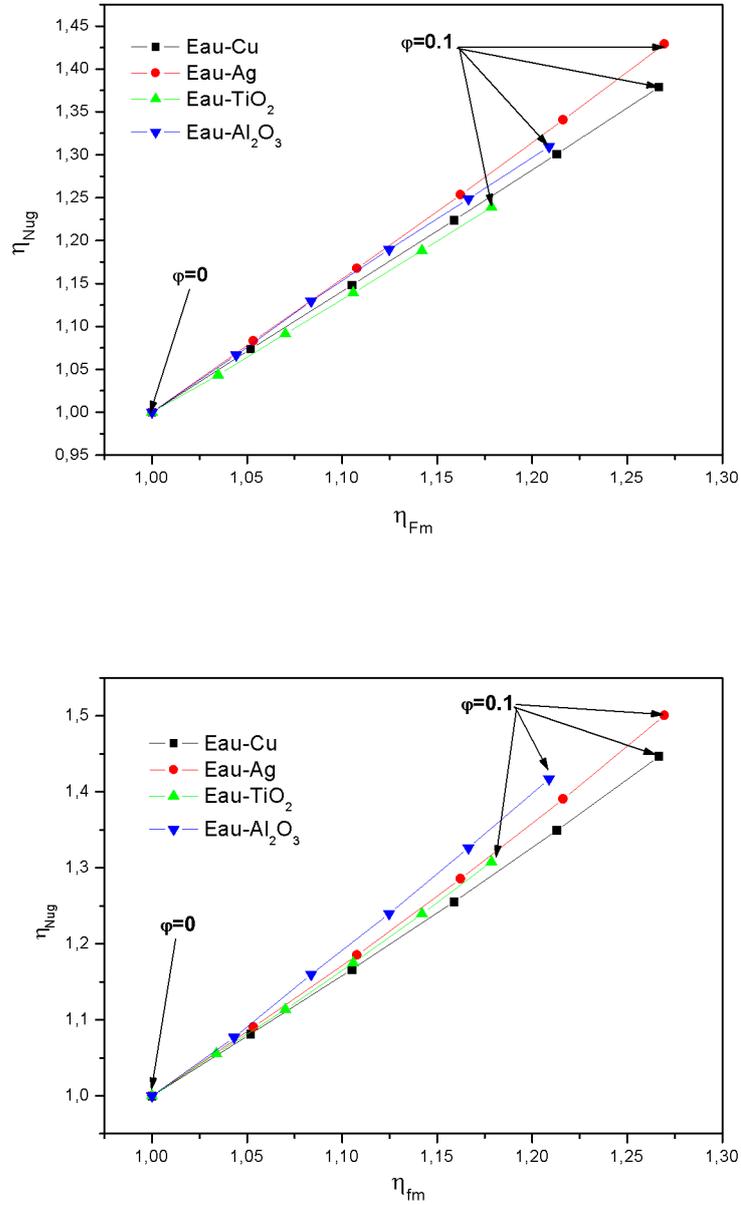


Figure V.7: η_{Nug} fonction de η_{fm} pour différentes concentrations volumiques et divers types de nanoparticules pour $Ri = 10$ et $\alpha = 0^\circ$: (a) $Da=10^{-3}$; (b) $Da=10^{-6}$.

V.3.3 Effet du nombre de Richardson

Etant donné que la présente étude traite du problème de la convection mixte il est alors intéressant de voir l'effet de l'intensité de la force de poussée donnée par le nombre de Richardson sur le transfert de chaleur et la chute de pression. L'évolution du nombre de Nusselt global avec le nombre de Richardson pour différentes valeurs de concentration volumique des nanoparticules est illustrée sur la figure V.8, on note que le transfert de chaleur est important aux grandes valeurs de Ri quelque soit la concentration volumique. On remarque aussi que le N_{ug} augmente avec φ .

En examinant les courbes de la figure V.9 nous pouvons affirmer que la présence des nanoparticules dans le fluide de base est bénéfique puisque le rapport η_{Nug} est toujours supérieur à l'unité et augmente avec l'accroissement de φ , sauf pour le cas où $\varphi = 0$ le η_{Nug} est inférieur à 1 quelque soit la valeur du nombre de Richardson.

Il apparaît que les chutes de pression augmentent avec Ri et φ et le rapport η_{fm} est toujours supérieur à l'unité.

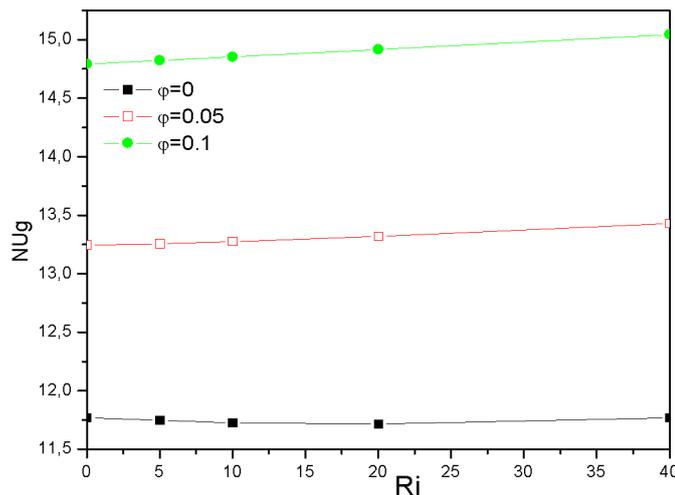


Figure V.8 : Variation du nombre de Nusselt global avec le nombre de Richardson pour différentes valeurs de concentration volumique des nanoparticules de type Cu : $Da = 10^{-3}$ et $\alpha = 0^\circ$.

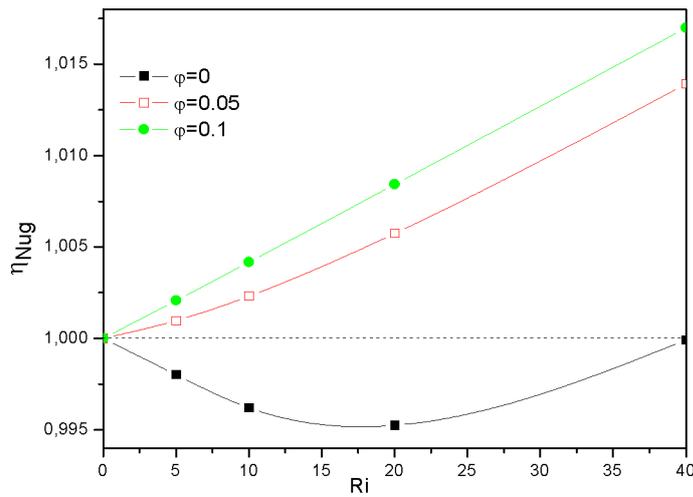


Figure V.9 : Variation du rapport η_{Nug} avec le nombre de Richardson pour différentes valeurs de concentration volumique des nanoparticules de type Cu : $Da = 10^{-3}$ et $\alpha = 0^\circ$.

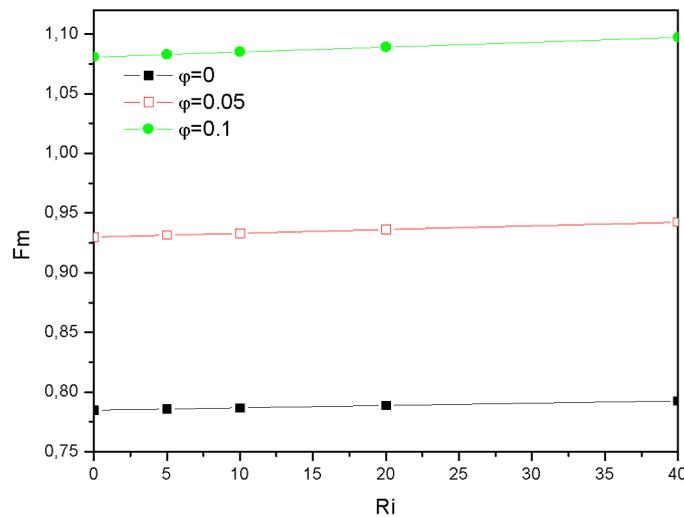


Figure V.10: Variation du coefficient de frottement moyen avec le nombre de Richardson pour différentes valeurs de concentration volumique des nanoparticules de type Cu : $Da = 10^{-3}$ et $\alpha = 0^\circ$.

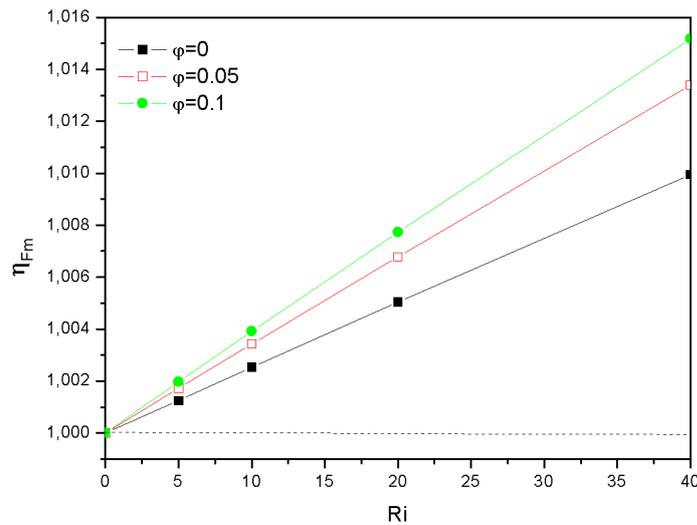


Figure V.11: Variation du rapport η_{fm} avec le nombre de Richardson pour différentes valeurs de concentration volumique des nanoparticules de type Cu : $Da = 10^{-3}$ et $\alpha = 0^\circ$.

V.3.4 Effet de l'angle d'inclinaison

La variation du nombre de Nusselt global, avec l'angle d'inclinaison α pour différentes valeurs de ϕ et $Da = 10^{-3}$ est illustrée sur la figure V.12a. Nous commençons par analyser l'effet de l'angle d'inclinaison du canal avant la discussion de l'influence de la concentration volumique des nanoparticules. On peut observer que l'effet de l'angle d'inclinaison α devient important aux grands valeurs de ϕ pour les valeurs positifs de α , tandis que son influence est négligeable pour les angles d'inclinaison négatifs. Pour $\alpha = 90^\circ$, la variation du Nu_g en comparaison avec le cas horizontal est d'environ 32% pour $\phi = 0.1$ et autour de 4% pour $\phi = 0$. Cette figure révèle aussi que l'influence de l'angle d'inclinaison est négligeable aux faibles valeurs de ϕ et devient important pour $\phi > 0$.

Concernant la variation de Nu_g avec la concentration volumique des nanoparticules, il apparait d'après la figure V.12a que le transfert de chaleur est important quand ϕ augmente.

Aux faibles perméabilités $Da = 10^{-6}$ (figure V.12b), on observe que le Nu_g augmente légèrement avec α et atteint une valeur maximale au voisinage de $\alpha = -30^\circ$ avec une variation inférieure à 1% en comparaison à la valeur obtenue pour le cas horizontale. Au-delà de cet

extremum, le nombre de Nusselt global diminue avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison pour atteindre le taux de transfert de chaleur plus faible pour le cas de la convection mixte assistée ($\alpha = 90^\circ$). On peut aussi remarquer que l'augmentation de la concentration volumique des nanoparticules mène globalement à un meilleur taux de transfert de chaleur.

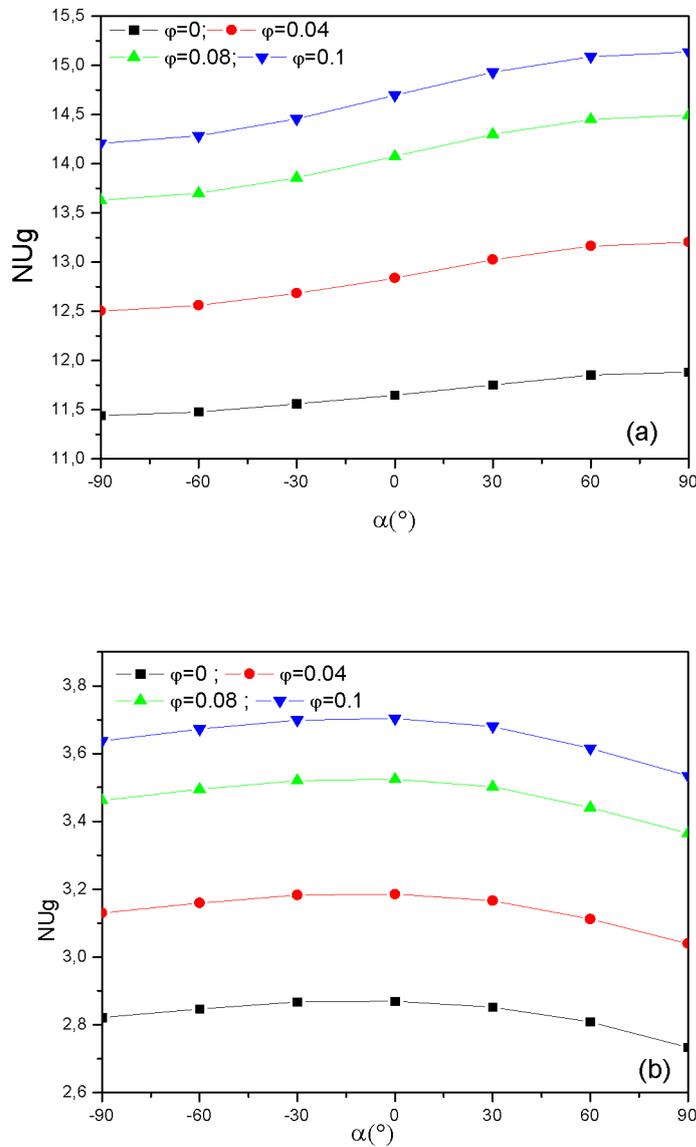


Figure V.12: Evolution du nombre de Nusselt global avec l'angle d'inclinaison du canal pour différents concentrations volumique des nanoparticules de type Cu et $H_p = 0.6$: (a) $Da = 10^{-3}$; (b) $Da = 10^{-6}$.

L'examen des courbes de la figure (V.13 et V.14) montre que pour $Da = 10^{-3}$ et pour le cas de nanoparticule de type Cuivre, les plus grands taux de transfert de chaleur accompagnés des plus faibles chutes de pression sont obtenus pour les angles d'inclinaison positifs quelle que soit la concentration volumique des nanoparticules.

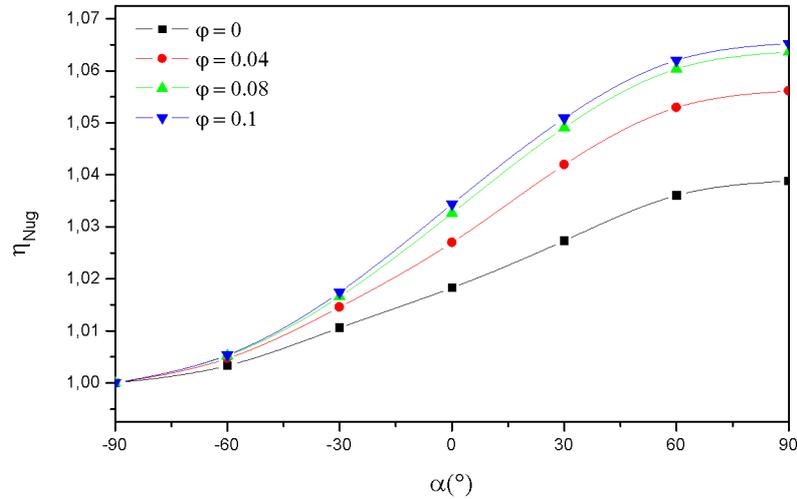


Figure V.13 : Evolution du nombre de Nusselt global avec l'angle d'inclinaison du canal pour différents concentrations volumique des nanoparticules de type Cu : $H_p=0.6$ et $Da = 10^{-3}$.

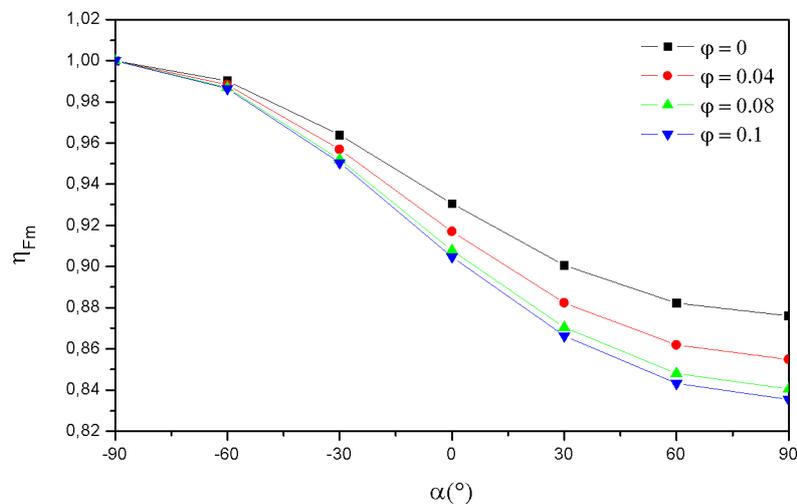


Figure V.14 : Evolution du rapport η_{fm} avec l'angle d'inclinaison du canal pour différents concentrations volumique des nanoparticules de type Cu : $H_p=0.6$ et $Da = 10^{-3}$.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté et discuté les différents résultats obtenus en convection mixte d'un nanofluide dans un canal partiellement poreux. Le résultat le plus important de cette étude est que l'ajout de nanoparticules métalliques, même en faible volume, améliore le transfert de chaleur par rapport au cas de base.

Conclusion générale

Conclusion générale

Le travail présenté dans ce mémoire est une simulation numérique de la convection mixte dans un canal incliné muni des blocs poreux en présence d'un nanofluide. La plaque supérieure est thermiquement isolée alors que sur la plaque inférieure sont montés des blocs poreux. Des sources de chaleur localisées sont placées sur la plaque inférieure au niveau des blocs. L'écoulement est décrit par le modèle général de Darcy-Brinkman-Forchheimer en utilisant des hypothèses simplificatrices, et le système d'équations obtenu avec les conditions aux limites associées est résolu par la méthode des volumes finis. Pour la résolution des équations algébriques retrouvées après discrétisation des équations gouvernantes en utilisant la méthode des volumes finis, un code de calcul basé sur l'algorithme SIMPLE est adapté au problème considéré puis validé. Les résultats sont exploités en mettant en évidence l'influence de certains paramètres pertinents liés à la nature et à la concentration volumique des nanoparticules ajoutées au fluide de base, à la convection mixte (nombre de Richardson), au milieu poreux (perméabilité traduite par le nombre de Darcy) et l'angle d'inclinaison du canal.

Cette étude a permis de faire ressortir les points suivants :

- L'utilisation des nanofluides à la place de fluides conventionnels, l'augmentation de l'intensité de la force de poussée, la réduction de la perméabilité et la variation de l'angle d'inclinaison font augmenter le transfert de chaleur.

- On pourra dire que ce gain en transfert est aussi beaucoup plus lié à la concentration volumique des nanoparticules qu'à leur nature

- L'augmentation en transfert de chaleur suit à un ralentissement de l'écoulement dans le canal et une augmentation du coefficient de frottement dont les valeurs les plus élevées sont obtenues pour les nanofluides eau-Cu ou eau-Ag selon la perméabilité du milieu poreux.

- Une analyse de performance opposant le gain en transfert à la perte en pression, nous a permis de trouver un cas optimal correspondant au nanofluide eau- Al_2O_3 .

- L'analyse du transfert thermique en fonction de l'angle d'inclinaison montre que l'effet de l'angle d'inclinaison α devient important aux grands valeurs de ϕ pour les valeurs positifs de α , tandis que son influence est négligeable pour les angles d'inclinaison négatifs. Aux faibles perméabilités $Da = 10^{-6}$, on observe que le Nu_g augmente légèrement avec α et

atteint une valeur maximale au voisinage de $\alpha = -30^\circ$ avec une variation inférieure à 1% en comparaison à la valeur obtenue pour le cas horizontale.

Pour conclure, nous pouvons dire que l'utilisation simultanée d'un milieu poreux et d'un nanofluide pour l'amélioration des performances de certains systèmes industriels a donné des résultats satisfaisants surtout du point de vue thermique. Cette technique semble alors prometteuse mais il faudra faire un choix judicieux des paramètres considérés afin de maximiser le transfert de chaleur tout en minimisant la chute de pression.

Références Bibliographiques

- [1] F.A.L. Dullien, “Porous Media, fluid and pore structure”, Academic Press, 2nd Edition 1992.
- [2] E. Scheidegger, “The physics of flow through porous media”, University of Toronto Press, 3rd Edition 1974.
- [3] M. Kaviany, “Principles of heat transfer in porous media”, Springer-Verlag, 2nd Edition New York 1995.
- [4] S.U.S. Choi, “Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles”, *Developments and Applications of Non-Newtonian Flows*, D.A. Siginer and H.P. Wang (Eds.), 1995, FED-vol. 231/MD-vol. 66, ASME, New York, pp. 99-105.
- [5] A. Hadim, “Forced convection in a porous channel with localized heat sources”, *J. Heat Transfer*, 1994, Vol. 116, pp. 465-471.
- [6] P.C. Huang and K. Vafai, “Analysis of forced convection enhancement in a parallel-plate channel using porous blocks”, *AIAA J. Thermophysics Heat Transfer*, 1994, Vol. 18, pp. 563-573.
- [7] H.J. Sung, S.Y. Kim and J.M. Hyun, “Forced convection from an isolated heat source in a channel with porous medium”, *Int. J. Heat Fluid Flow*, 1995, Vol. 16, pp. 527-535.
- [8] W.S. Fu, H.C. Huang and W.Y. Liou, “Thermal enhancement in laminar channel flow with a porous block”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 1996, Vol.
- [9] W.S. Fu, H.C. Huang and W.Y. Liou, “Thermal enhancement in laminar channel flow with a porous block”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 1996, Vol. 39, pp. 2165-2175.

- [10] S. Chikh, A. Boumediene, K. Bouhadeef and G. Lauriat, "Analysis of fluid flow and heat transfer in channel with intermittent heated porous blocks", *Heat Mass Transfer*, 1998, Vol. 33, pp. 405-413.
- [11] O.N. Sara, T. Pekdemir, S. Yapici and H. Ersahan, "Thermal performance analysis for solid and perforated blocks attached on a flat surface in duct flow", *Energy Convers. Management*, 2000, Vol. 41, pp. 1019-1028.
- [12] C. Cui, X.Y. Huang and C.Y. Liu, "Forced convection in a porous channel with discrete heat sources", *Trans. ASME J. Heat Transfer*, 2001, Vol. 123, pp. 404-407.
- [13] D. Angirasa, "Experimental investigation of convective heat transfer augmentation with metallic fibrous materials", *Int. J. Heat Mass Transfer*, 2002, Vol. 45, pp. 919-922.
- [14] K.S. Chiem and Y. Zhao, "Numerical study of steady/unsteady flow and heat transfer in porous media using a characteristics-based matrix-free implicit FV method on unstructured grids", *Int. J. Heat Fluid Flow*, 2004, Vol. 25, pp. 1015-33.
- [15] S.Z. Shuja, B.S. Yilbas and S.M.A. Khan, "Flow subjected to porous blocks in the cavity: Consideration of block aspect ratio and porosity", *Chem. Eng. Journal*, 2008, Vol. 139, pp. 84-92.
- [16] S.Z. Shuja, B.S. Yilbas and M. Kassas, "Flow over porous blocks in a square cavity: Influence of heat flux and porosity on heat transfer rates", *Int. J. Therm. Sciences*, 2009, Vol. 48, pp. 1564-1573.
- [17] H.Y. Li, K.C. Leong, L.W. Jin and J.C. Chai, "Analysis of fluid flow and heat transfer in a channel with staggered porous blocks", *Int. J. Therm. Sciences*, 2010, Vol. 49, pp. 950-962.
- [18] R. Nebbali and K. Bouhadeef, "Non-Newtonian fluid flow in plane channels: heat transfer enhancement using porous blocks", *Int. J. Therm. Sciences*, 2011, Vol. 50, pp. 1984-1995.

- [19] M.L. Hwang and Y.T. Yang, "Numerical simulation of turbulent fluid flow and heat transfer characteristics in metallic porous block subjected to a confined slot jet", *Int. J. Therm. Sciences*, 2012, Vol. 55, pp. 31-39.
- [20] F.C. Lai, V. Prasad and F.A. Kulacki, "Aiding and opposing mixed convection in a vertical porous layer with a finite wall heat source", *Int. J. Heat Mass Transfer*, 1988, Vol. 31, pp. 1049-1061.
- [21] F.C. Lai, F.A. Kulacki and C.Y. Choi, "Free and mixed convection in horizontal porous layers with multiple heat sources", *J. Thermophysics*, 1990, Vol. 4, pp. 221-227.
- [22] H.S. Kou and K.T. Lu, "Combined boundary and inertia effect for fully developed mixed convection in a vertical channel embedded in porous media", *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 1993, Vol. 20, pp. 333-345.
- [23] A. Hadim and G. Chen, "Non-Darcy mixed convection in a vertical porous channel with discrete heat sources at the walls", *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 1994, Vol. 21, pp. 377-387.
- [24] W.J. Chang and W.L. Chang, "Mixed convection in a vertical parallel-plate channel partially filled with porous media of high permeability", *Int. J. Heat Mass Transfer*, 1996, Vol. 39, pp. 1331-1342.
- [25] H.S. Kou and D.K. Huang, "Fully developed laminar mixed convection through a vertical annular duct filled with porous media", *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 1997, Vol. 24, pp. 99-110.
- [26] Y.C. Chen, J.N. Chung, C.S. Wu and Y.F. Lue, "Non-Darcy mixed convection in a vertical channel filled with a porous medium", *Int. J. Heat Mass Transfer*, 2000, Vol. 43, pp. 2421-2428.
- [27] J.H. Bae, J.M. Hyun and J.W. Kim, "Mixed convection in a channel with porous multiblocks under imposed thermal modulation", *Num. Heat Transfer, Part A: Applications*, 2004, Vol. 46, pp. 891-908.

- [28] P.C. Huang, C.F. Yang and S.Y. Chang, "Mixed convection cooling of heat sources mounted with porous blocks", *J. Thermophysics Heat Transfer*, 2004, Vol. 18, pp. 464-475.
- [29] J.C. Umavathi, J.P. Kumar, A.J. Chamkha and I. Pop, "Mixed convection in a vertical porous channel", *Transp. Porous Media*, 2005, Vol. 61, pp. 315-335.
- [30] D. Cimpean, I. Pop, D.B. Ingham, D. Lesnic and J.H. Merkin, "Fully developed opposing mixed convection flow between inclined parallel plates filled with a porous medium", *In: Proceedings of 3rd International Conference on Applications of Porous Media, Marrakech-Morocco*, 2006.
- [31] S. Jaballah, R. Bennacer, H. Sammouda and A. Belghith, "Numerical simulation of mixed convection in a channel irregularly heated and partially fitted with a porous medium", *J. Porous Media*, 2008, Vol. 11, pp. 247-257.
- [32] I. Kurtbas and N. Celik, "Experimental investigation of forced and mixed convection heat transfer in a foam-filled horizontal rectangular channel", *Int. J. Heat Mass Transfer*, 2009, Vol. 52, pp. 1313-1325.
- [33] L. Storesletten and A. Barletta, "Linear instability of mixed convection of cold water in a porous layer induced by viscous dissipation", *Int. J. Therm. Sciences*, 2009, Vol. 48, pp. 655-664.
- [34] D. Cimpean, I. Pop, D.B. Ingham and J.H. Merkin, "Fully developed mixed convection flow between inclined parallel plates filled with a porous medium", *Transp. Porous Media*, 2009, Vol. 77, pp. 87-102.
- [35] S.C. Hirata and M.N. Ouarzazi, "Three-dimensional absolute and convective instabilities in mixed convection of a viscoelastic fluid through a porous medium", *Physics Letters A*, 2010, Vol. 374, pp. 2661-2666.

- [36] M. Hajipour and A.M. Dehkordi, "Analysis of nanofluid heat transfer in parallel-plate vertical channels partially filled with porous medium", *Int. J. Therm. Sciences*, 2012, Vol. 55, pp. 103-113.
- [37] Y. Xuan and Q. Li, "Heat transfer enhancement of nanofluids", *Int. J. Heat Fluid Flow*, 2000, Vol. 21, pp. 58-64.
- [38] B. Ghasemi and S.M. Aminossadati, "Periodic natural convection in a nanofluid-filled enclosure with oscillating heat flux", *Int. J. Therm. Sciences*, 2010, Vol. 49, pp. 1-9.
- [39] M. Shafahi, V. Bianco and K. Vafai, "An investigation of the thermal performance of cylindrical heat pipes using nanofluids", *Int. J. Heat Mass Transfer*, 2010, Vol. 53, pp. 376-383.
- [40] S.M. Aminossadati, A. Raisi and B. Ghasemi, "Effects of magnetic field on nanofluid forced convection in a partially heated microchannel", *Int. J. Non-Linear Mech.*, 2011, Vol. 46, pp. 1373-1382.
- [41] E. Sourtiji, S.F. Hosseinizadeh, M. Gorji-Bandpy and D.D. Ganji, "Effect of water-based Al_2O_3 nanofluids on heat transfer and pressure drop in periodic mixed convection inside a square ventilated cavity", *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 2011, Vol. 38, pp. 1125-1134.
- [42] M.K. Moraveji, S.M.H. Haddad and M. Darabi, "Modeling of forced convective heat transfer of a non-Newtonian nanofluid in the horizontal tube under constant heat flux with computational fluid dynamics", *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 2012, Vol. 39, pp. 995-999.
- [43] M. Ghazvini and H. Shokouhmand, "Investigation of a nano-cooled microchannel heat sink using fin and porous media approaches", *Energy Conv. management*, 2009, Vol. 50, pp. 2373-2380

- [44] S. Ahmad and I. Pop, "Mixed convection boundary layer flow from a vertical flat plate embedded in a porous medium filled with nanofluids", *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 2010, Vol. 37, pp. 987-991.
- [45] D. S. Cimpean and I. Pop, "Fully developed mixed convection flow of a nanofluid through an inclined channel filled with a porous medium", *Int. J. Heat Mass Transfer*, 2012, Vol. 55, pp. 907-914.
- [46] M. Hajipour and A.M. Dehkordi, "Analysis of nanofluid heat transfer in parallel-plate vertical channels partially filled with porous medium", *Int. J. Therm. Sciences*, 2012, Vol. 55, pp. 103-113.
- [47] A. J. Chamkha and M. A. Ismael, "Conjugate heat transfer in a porous cavity filled with nanofluids and heated by a triangular thick wall", *Int. J. Therm. Sciences*, 2013, Vol. 67, pp. 135-151.
- [48] S.V. Patankar, "Numerical Heat transfer and Fluid Flow", Mc Graw Hill, New York 1980.