

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITÉ MOULOUD MAMMERI DE TIZI-OUZOU

Faculté de Génie Électrique et d'Informatique
Département d'Automatique



Mémoire de fin d'études de Master Académique

Spécialité : AUTOMATIQUE ET INFORMATIQUE INDUSTRIELLE

Présenté par :

Lyes SADOOR

et

Koussaïla MOULOUEL

Thème

**Implémentation d'algorithmes d'identification et de
commande des systèmes linéaires
sur un banc d'essai**

Mémoire soutenu publiquement le 30 Juin 2018

DEVANT LE JURY

Président	M. Mohand Achour TOUAT	<i>Maître de Conférence B, Université de Tizi-Ouzou</i>
Encadrant	M. Ahcene TRIKI	<i>Maître Assistant A, Université de Tizi-Ouzou</i>
Examineurs	M. Hocine OUBABAS	<i>Maître Assistant A, Université de Tizi-Ouzou</i>
	M. Mohamed ALIBEY	<i>Maître de Conférence B, Université de Tizi-Ouzou</i>

Remerciements

Nous exprimons nos profondes gratitude à l'égard de notre promoteur, M. A. TRIKI.

Nous remercions les membres du jury qui ont acceptés de juger ce travail.

Nous remercions également M. A. Dirami pour nous avoir porter aide pendant la réalisation de ce présent mémoire.

Enfin, nous rendons grâce à toutes les personnes qui nous ont aidés notamment nos enseignants, familles et amis.

.....

Table des matières

Table des figures	VI
Liste des tableaux	VII
Abréviations et symboles	VIII
Introduction générale	1
1 Généralités sur les systèmes de commandes	3
1.1 Introduction.....	3
1.2 Définition d'un système	3
1.3 Représentation des systèmes	5
1.3.1 Représentation par schéma physique.....	5
1.3.2 Représentation par des équations différentielles / équations aux dif- férences	5
1.3.3 Représentation par fonction de transfert	6
1.3.4 Représentation par schéma fonctionnel	7
1.4 Système de commande	7
1.4.1 Types de système de commande.....	7
1.4.1.1 Système de commande en boucle ouverte	8
1.4.1.2 Système de commande en boucle fermée.....	8
1.5 Fonctions d'un système de commande en boucle fermée	9
1.5.1 Fonction de poursuite	9
1.5.2 Fonction de régulation	9
1.6 Schéma fonctionnel d'un système de commande en boucle fermée.....	9
1.7 Performance des systèmes de commandes.....	10
1.7.1 Régime transitoire et régime permanent	10
1.7.2 Performance d'un système de commande.....	10
1.7.2.1 Stabilité	11
1.7.2.2 Précision	11
1.7.2.3 Rapidité.....	11
1.8 Objectifs d'une commande en boucle fermée	11

1.9	Étapes de synthèse d'un système de commande.....	11
1.10	Conclusion.....	12
2	Description, modélisation et identification du banc d'essai	13
2.1	Introduction.....	13
2.2	Description du banc d'essai.....	13
2.2.1	Dispositif de commande.....	14
2.2.2	Procédé à commander.....	16
2.3	Modélisation du procédé à commander.....	16
2.3.1	Modélisation d'une cellule RC.....	16
2.3.2	Modélisation d'une cellule suiveur.....	18
2.3.3	Modélisation d'une cellule sommateur.....	19
2.3.4	Modélisation de deux cellules RC séparées par une cellule suiveur.....	20
2.3.5	Modélisation de trois cellules RC.....	21
2.3.6	Modélisation de quatre cellules RC.....	22
2.4	Identification.....	22
2.4.1	Méthode de Broïda.....	23
2.4.2	Méthode de Strejc.....	24
2.4.3	Application de la méthode de Broïda pour un système de premier ordre.....	26
2.4.4	Application de la méthode de Strejc.....	27
2.4.4.1	Système de deuxième ordre.....	27
2.4.4.2	Système de troisième ordre.....	29
2.4.4.3	Système de quatrième ordre.....	30
2.5	Conclusion.....	32
3	Synthèse et implémentation de commandes continues	33
3.1	Introduction.....	33
3.2	Synthèse d'un PID par la méthode de Ziegler-Nichols.....	33
3.2.1	Méthode de Ziegler-Nichols en boucle fermée.....	34
3.2.2	Applications.....	35
3.2.2.1	Système de premier ordre.....	36
3.2.2.2	Système de deuxième ordre.....	37
3.2.2.3	Système de troisième ordre.....	39
3.3	Commande par modèle interne.....	42
3.3.1	Applications.....	45
3.3.1.1	Système de premier ordre.....	45
3.3.1.2	Système de deuxième ordre.....	47
3.3.1.3	Système de troisième ordre.....	49
3.3.1.4	Système de quatrième ordre.....	51
3.3.2	Conclusion.....	53

Table des matières

4 Synthèse et implémentation de commandes numériques	54
4.1 Introduction.....	54
4.1.1 Structure d'un asservissement numérique	55
4.1.1.1 Fonction de transfert de la boucle de commande numérique :	56
4.1.1.2 Choix de la période d'échantillonnage.....	56
4.2 Synthèse d'un correcteur PID numérique.....	57
4.2.1 Applications.....	58
4.2.1.1 Système de premier ordre	58
4.2.1.2 Système de deuxième ordre.....	61
4.3 Synthèse d'un correcteur sous forme RST numérique.....	64
4.3.1 Principe de la commande RST	65
4.3.2 Synthèse d'une commande RST	66
4.3.3 Équations aux différences	68
4.3.4 Application de la commande RST	69
4.3.4.1 Système de premier ordre	69
4.3.4.2 Système de deuxième ordre.....	71
4.4 Conclusion.....	74
Conclusion générale	75
Bibliographie	77

Table des matières

Table des figures

1.1	Système mécanique (Masse+Ressort).....	3
1.2	Représentation symbolique d'un système.....	4
1.3	Circuit électrique RC.....	5
1.4	Schéma fonctionnel d'un système asservi.	7
1.5	Système de commande en boucle ouverte.....	8
1.6	Système de commande en boucle fermée.	8
1.7	Schéma fonctionnel d'un système de commande.	9
1.8	Régime transitoire et régime permanent.....	10
2.1	Schéma synoptique du banc d'essai.....	14
2.2	Représentation extérieure du banc d'essai.....	14
2.3	Schéma bloc d'implémentation d'un PID.....	15
2.4	Schéma électrique du procédé à commander.....	16
2.5	Circuit d'une cellule RC.....	17
2.6	Amplificateur opérationnel en mode suiveur.....	18
2.7	Schéma d'un amplificateur opérationnel en mode sommateur.....	19
2.8	Deux cellules RC séparées par un amplificateur opérationnel.....	20
2.9	Trois cellules RC séparées par amplificateurs opérationnels.....	21
2.10	Quatre cellules RC séparées par amplificateurs opérationnels.....	22
2.11	Courbe représentative d'une identification par la méthode de Broïda.....	24
2.12	Courbe représentative d'une identification par la méthode de Strejc.....	25
2.13	Identification d'une cellule RC par la méthode de Broïda.....	27
2.14	Identification de deux cellules RC par la méthode de Strejc.....	28
2.15	Identification de trois cellules RC par la méthode de Strejc.....	30
2.16	Identification de quatre cellules RC par la méthode de Strejc.....	31
3.1	Schéma synoptique de la méthode de Ziegler-Nichols en boucle fermée.....	34
3.2	Méthode de Ziegler-Nichols en boucle fermée.....	35
3.3	Schéma bloc d'implémentation de correcteurs calculés par la méthode de Ziegler-Nichols en boucle fermée.....	36

3.4	Implémentation d'un PI pour un système de premier ordre issu de la méthode de Ziegler-Nichols en boucle fermée.	37
3.5	Implémentation d'un PID pour un système de deuxième ordre issu de la méthode de Ziegler-Nichols en boucle fermée.....	39
3.6	Implémentation d'un PID pour un système de troisième ordre issu de la méthode de Ziegler-Nichols en boucle fermée.....	40
3.7	Schéma d'une structure de commande à modèle interne.	42
3.8	Schéma d'implémentation de la commande IMC.....	45
3.9	Implémentation de la commande par modèle interne à un système de premier ordre, perturbé avec un échelon de 0.2 à t=5s.....	47
3.10	Implémentation de la commande à modèle interne par un système de deuxième ordre, perturbé avec un échelon de 0.2 à t=17s.....	49
3.11	Implémentation de la commande par modèle interne à un système de troisième ordre, perturbé avec un échelon de 0.2 à t=20s.....	51
3.12	Implémentation de la commande par modèle interne à un système de quatrième ordre, perturbé avec un échelon de 0.2 à t=35s.....	53
4.1	Structure d'un asservissement numérique.	55
4.2	Structure d'une boucle de commande numérique.	56
4.3	Implémentation d'un PI numérique pour un système de premier ordre.....	61
4.4	Implémentation d'un PID numérique pour un système de deuxième ordre.....	64
4.5	Schéma d'une structure de commande RST.	65
4.6	Schéma bloc d'implémentation de la commande RST sur le banc d'essai.....	69
4.7	Implémentation d'un RST numérique pour un système de premier ordre.....	71
4.8	Implémentation d'un RST numérique pour un système de deuxième ordre.	74

Liste des tableaux

- 2.1 Tableau pour estimer l'ordre, la constante du temps et le retard du modèle de Strejc..... 25
- 3.1 Réglage de Ziegler-Nichols basés sur le pompage limite. 34
- 3.2 Réglage de Ziegler-Nichols en boucle fermée pour un système de premier ordre. 36
- 3.3 Réglage de Ziegler-Nichols en boucle fermée pour un système de deuxième ordre. 38
- 3.4 Réglage de Ziegler-Nichols en boucle fermée pour un système de troisième ordre. 40
- 4.1 Réglage de l'ordre q par classe de perturbations..... 66

Abréviations et symboles

- $e(t)$, signaux d'entrées.
- $s(t)$, signaux de sorties.
- $p(t)$, perturbation.
- s , variable de *Laplace*.
- $G(s)$, fonction de transfert.
- $Y(s)$, sortie du système.
- $U(s)$, commande du système.
- $u(t)$, signal de commande.
- $y_c(t)$, consigne.
- *PWM*, Pulse Width Modulation (MLI - Modulation de la Largeur d'Impulsion)
- τ , constante de temps.
- K , gain.
- T , retard.
- *PID*, correcteur proportionnel, intégrateur et dérivateur.
- K_p , gain proportionnel.
- T_i , constante d'intégration.
- T_d , constante de dérivée.
- K_{cr} , gain critique.
- T_{cr} , période d'oscillation.
- *IMC*, Internal Model Control.
- $C_{IMC}(s)$, correcteur issu de la commande à modèle interne.
- $G_m(s)$, fonction de transfert du modèle.
- $D(s)$, perturbation.
- $Y_m(s)$, sortie du modèle.
- $E(s)$, erreur.
- $Y_d(s)$, consigne désirée.
- $G_m^+(s)$, partie non inversible de $G_m(s)$.
- $G_m^-(s)$, partie inversible de $G_m(s)$.
- $F(s)$, fonction de transfert du filtre.
- τ_f , constante de temps du filtre.

- *BOZ*, bloqueur d'Ordre Zéro.
- *CNA*, Convertisseur Numérique Analogique.
- *CAN*, Convertisseur Analogique Numérique.
- *B(s)*, fonction de transfert du bloqueur d'ordre zéro.
- *T_e*, période d'échantillonnage.
- *TZ*, transformée en *z*.
- *T(z⁻¹)*, polynôme de la structure *RST*.
- *S(z⁻¹)*, polynôme de la structure *RST*.
- *R(z⁻¹)*, polynôme de la structure *RST*.

Introduction générale

L'automatique est la discipline qui traite de la commande des systèmes. Elle prend donc un caractère très important dans le domaine industriel auquel elle apporte à la fois des solutions, des méthodes d'étude ainsi que des démarches systématiques d'analyse.

L'automatique s'est introduite dans quasiment tous les domaines de l'industrie, ainsi, elle peut être définie comme une science qui traite de la modélisation, de l'analyse, de l'identification et de la commande des systèmes. Cette discipline aura pour objectif de réaliser un système qui sera capable de fonctionner sans l'intervention de l'Homme. Aussi, cette réalisation a pour fondements théoriques des mathématiques, du signal et de l'informatique.

Ce mémoire traite l'étude et l'implémentation pratique de certains algorithmes d'identification et de commandes de systèmes linéaires. L'implémentation est réalisée sur un banc d'essai de commande de systèmes linéaires que nous avons conçu et réalisé. Grâce à ce banc, on peut implémenter et tester pratiquement plusieurs types de commandes de systèmes de premier, deuxième, troisième et quatrième ordre. Pour la partie identification, nous nous sommes intéressés aux méthodes de Broïda et de Strejc en leurs présentations, aussi elles ont été appliquées pour identifier pratiquement les paramètres des modèles du premier, deuxième, troisième et quatrième ordre. Pour ce qui concerne la partie commande, les méthodes étudiées et implémentées sont scindées en deux catégories, les méthodes de commandes continues et les méthodes de commandes numériques. La première catégorie comprend la commande par PID synthétisé par la méthode de Ziegler-Nichols et la méthode de commande par modèle interne. Quant à la deuxième catégorie, elle comprend la méthode de commande par PID numérique et la méthode de commande par RST numérique.

Ainsi, ce mémoire est structuré comme suit :

Le premier chapitre est consacré à des généralités sur les systèmes de commandes. Ces généralités portent essentiellement sur la définition d'un système, les types, les représentations et fonctions d'un système, ainsi que sur les fonctions et les performances d'un système de commande.

Le deuxième chapitre est destiné à la description, à la modélisation et à l'identification du banc d'essai. La description aura pour objet de présenter les différents composants du même banc d'essai. La modélisation portera sur la détermination de modèles des différents procédés à commander du banc d'essai. Quant à l'identification, nous allons appliquer les deux méthodes d'identification précédemment citées pour identifier les paramètres de modèles de circuits physiques linéaires.

Dans le troisième chapitre, on présentera la synthèse de deux méthodes de commandes continues ainsi que leurs implémentations et tests sur le banc d'essai. Les commandes en question sont, un PID continue synthétisé par la méthode Ziegler-Nichols et la commande à modèle interne.

Dans le quatrième chapitre, on présentera la synthèse de deux commandes numériques ainsi que leurs implémentations sur le banc d'essai. La première commande est un PID numérique. La deuxième commande est un régulateur RST numérique. Pour chacune des deux commandes, l'implémentation est réalisée à base d'équations aux différences.

Le présent travail se résume brièvement à travers une conclusion générale là où un balisage des points essentiels concernant les méthodes d'identifications ainsi que la synthèse et l'implémentation d'algorithmes de commande continues et numériques, tout en parlant d'une éventuelle perspective d'implémentation d'autre algorithmes d'identifications comme les moindres carrés, aussi les algorithmes de commande avancée, adaptative et prédictive.

Chapitre 1

Généralités sur les systèmes de commandes

1.1 Introduction

Ce chapitre est destiné principalement pour présenter des notions sur les systèmes de commandes. Ces notions portent essentiellement sur la définition, les types, les représentations et fonctions d'un système, ainsi que sur les fonctions et les performances d'un système de commande.

1.2 Définition d'un système

Un système est un dispositif physique constitué d'un ensemble d'éléments interconnectés de telle manière à réaliser une fonction donnée.

Exemple : Système mécanique (Masse + Ressort), comme indiqué dans la figure (1.1) suivante :

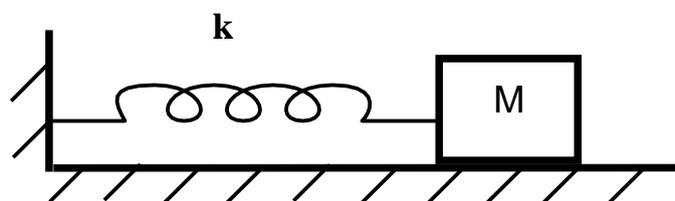


FIGURE 1.1 - Système mécanique (Masse+Ressort).

- Le système est composé de deux éléments : la masse et le ressort.

- La fonction du système est de déplacer la masse.

Le fonctionnement d'un système est régi par les lois physiques du milieu dans lequel il évolue.

Deux types de signaux sont définis pour chaque système : les signaux d'entrées (entrées) et les signaux de sorties (sorties) :

1. Les signaux d'entrées sont des signaux externes s'exerçant sur le système. On distingue :
 - (a) Les signaux d'entrées principaux : ils représentent les signaux qu'on peut contrôler.
 - (b) Les signaux d'entrées secondaires appelés aussi perturbations : ils représentent les signaux qu'on ne peut pas contrôler. Ils sont indésirables.
2. Les signaux de sorties sont des signaux produits par le système. Ils sont utilisés pour caractériser son fonctionnement.

La représentation symbolique d'un système est donnée dans la figure (1.2) :

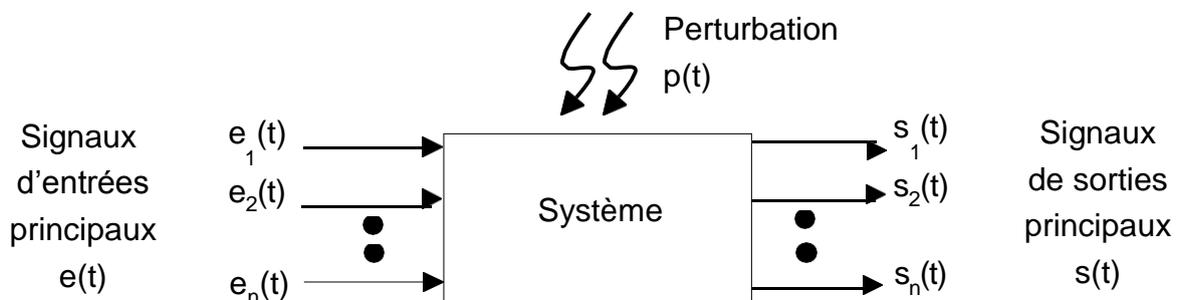


FIGURE 1.2 - Représentation symbolique d'un système.

- Si, un système possède uniquement une seule entrée et une seule sortie alors le système est dit mono-variable. Sinon, il est multi-variable.
- Si, les signaux $e(t)$, $p(t)$ et $s(t)$ sont des fonctions du temps, le système est dynamique.
- Lorsque les signaux $e(t)$, $p(t)$ et $s(t)$ sont des fonctions en temps continu alors le système est continu.

- Lorsque les signaux $e(t)$, $p(t)$ et $s(t)$ sont des fonctions en temps discret alors le système est discret (échantillonné).
- Un système est linéaire, s'il satisfait le principe de superposition. C'est-à-dire, si sa sortie lorsqu'il est soumis à une entrée $e(t) = e_1(t) + e_2(t)$ est : $s(t) = s_1(t) + s_2(t)$.

Avec :

- $s_1(t)$, est sa sortie lorsqu'il est soumis à l'entrée $e_1(t)$.
- $s_2(t)$, est sa sortie lorsqu'il est soumis à l'entrée $e_2(t)$.

1.3 Représentation des systèmes

1.3.1 Représentation par schéma physique

Une des représentation qui va permettre d'étudier un système est le schéma physique (schéma électrique, mécanique, électronique, ...) [1].

Exemple : Le schéma (1.3) électrique suivant représente un circuit RC.

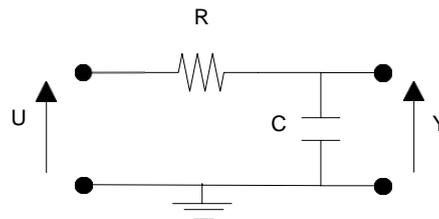


FIGURE 1.3 - Circuit électrique RC.

1.3.2 Représentation par des équations différentielles / équations aux différences

Un système dynamique linéaire peut être représenté soit par une équation différentielle liant les grandeurs d'entrées et de sorties dans le cas des systèmes continus, soit par une équation aux différences dans le cas des systèmes en temps discrets [1].

L'équation différentielle générale d'un système linéaire est donnée par :

$$\begin{aligned}
 a_n \frac{dy^n(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{dy^{n-1}(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = \\
 b_m \frac{du^m(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{du^{m-1}(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{du(t)}{dt} + b_0 u(t)
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

1.3.3 Représentation par fonction de transfert

La fonction de transfert, notée $G(s)$ donne la relation entre l'entrée et la sortie du système dans le domaine de *Laplace* [1].

Elle est donnée, par :

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} \quad (1.2)$$

La représentation d'un système dynamique linéaire à temps invariant par une fonction de transfert constitue une représentation externe du système.

On suppose que les conditions initiales sont nulles. Les transformées de *Laplace* respectives de l'entrée et de la sortie, sont :

$$L [u(t)] = U(s) \quad (1.3)$$

$$L [y(t)] = Y(s) \quad (1.4)$$

Pour un système défini par l'équation différentielle (1.1), la fonction de transfert peut être obtenue en appliquant la transformée de *Laplace* à ses deux membres, on obtient :

$$a_n s^n Y(s) + a_{n-1} s^{n-1} Y(s) + \dots + a_0 Y(s) = b_m s^m U(s) + b_{m-1} s^{m-1} U(s) + \dots + b_0 U(s) \quad (1.5)$$

$$\Rightarrow \sum a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0 Y(s) = \sum b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0 U(s) \quad (1.6)$$

Ce qui nous donne :

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0} \quad (1.7)$$

Avec : $G(s)$, la fonction de transfert ou transmittance du système.

La fonction de transfert caractérise la dynamique du système, elle ne dépend que de ses caractéristiques physiques. Elle est largement utilisée dans la théorie des systèmes linéaires continus et invariants.

Pour les systèmes réels, le degré du dénominateur est supérieur ou égal au degré du

numérateur ($n \geq m$).

1.3.4 Représentation par schéma fonctionnel

Un schéma fonctionnel est une représentation graphique simplifiée d'un processus relativement complexe, mettant en évidence les différentes fonctions mise en œuvre entre les organes d'un système de commande.

Le bloc ou élément est représenté par un rectangle avec son action (par exemple : $\frac{d}{dt}$, $G(s)$, $H(s)$, ...).

La représentation par le schéma fonctionnel, appelée aussi diagramme fonctionnel, permet de représenter de manière graphique un système physique. C'est un moyen à la fois utile et commode pour présenter les relations fonctionnelles entre les différents organes d'un système de commande.

La figure (1.4) montre un schéma fonctionnel d'un système asservi.

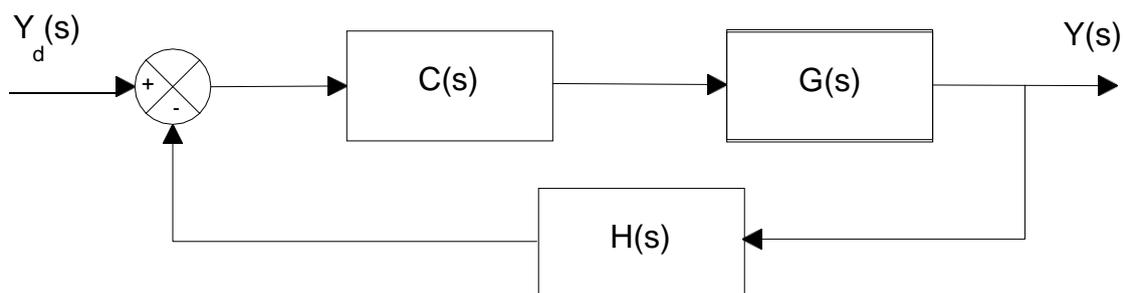


FIGURE 1.4 - Schéma fonctionnel d'un système asservi.

1.4 Système de commande

Un système de commande est composé du système ou bien du procédé à commander et d'un dispositif de commande. Le rôle de ce dernier est d'appliquer une action sur le procédé à commander afin que le fonctionnement de ce procédé soit le plus proche possible d'un fonctionnement désiré (spécifié dans un cahier de charge).

1.4.1 Types de système de commande

On distingue deux types de systèmes de commande, système en boucle ouverte et système en boucle fermée.

1.4.1.1 Système de commande en boucle ouverte

Dans un système en boucle ouverte, l'action générée par le dispositif de commande et qui agit sur le système à commander ne dépend d'aucune manière de la grandeur à commander $y(t)$. L'objet est d'avoir $y(t) \approx y_d(t)$.

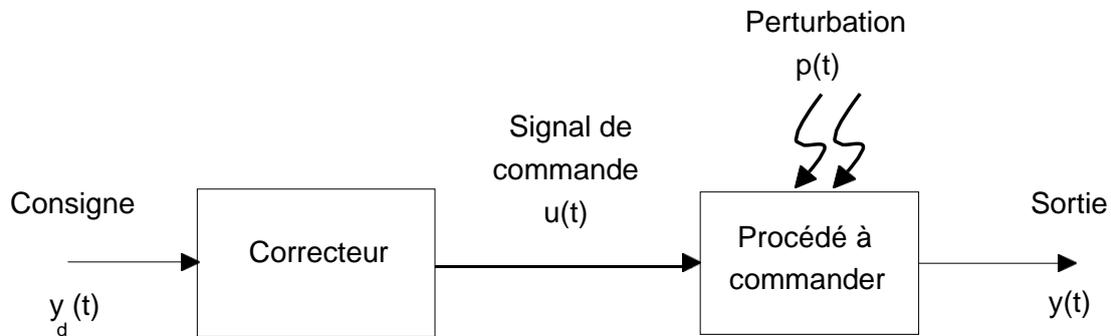


FIGURE 1.5 – Système de commande en boucle ouverte.

La figure (1.5) donne une structure de commande en boucle ouverte, cette structure présente les inconvénients suivants :

- Correction impossible : n'ayant aucune information sur les sorties, l'opérateur ne peut élaborer aucune stratégie d'ajustement pour obtenir la sortie désirée.
- Sensibilité aux perturbations : en admettant que la sortie soit conforme à la consigne. La perturbation peut, à un moment donné, affecter la sortie.

1.4.1.2 Système de commande en boucle fermée

Un système de commande en boucle fermée, comme représenté dans la figure (1.6), est un système de commande dont le signal de commande dépend de la grandeur $y(t)$ à commander grâce à un retour d'information sur la sortie (rétroaction).

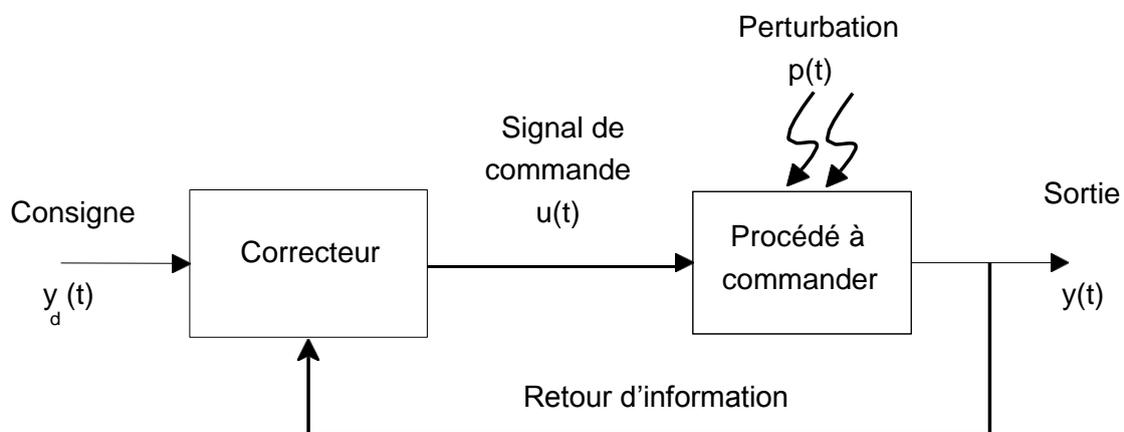


FIGURE 1.6 – Système de commande en boucle fermée.

1.5 Fonctions d'un système de commande en boucle fermée

1.5.1 Fonction de poursuite

Un système suiveur ou système asservi est un système de commande travaillant à consigne variable en fonction de temps, destiné à maintenir une erreur nulle (égalité de la sortie à l'entrée) quelques soient les variations de l'entrée en fonction du temps [2].

1.5.2 Fonction de régulation

Un système régulé est un système de commande travaillant à consigne constante, destinée à maintenir la sortie constante quelque soit les perturbations [2].

1.6 Schéma fonctionnel d'un système de commande en boucle fermée

La structure générale d'un système de commande est donnée par la figure (1.7) :

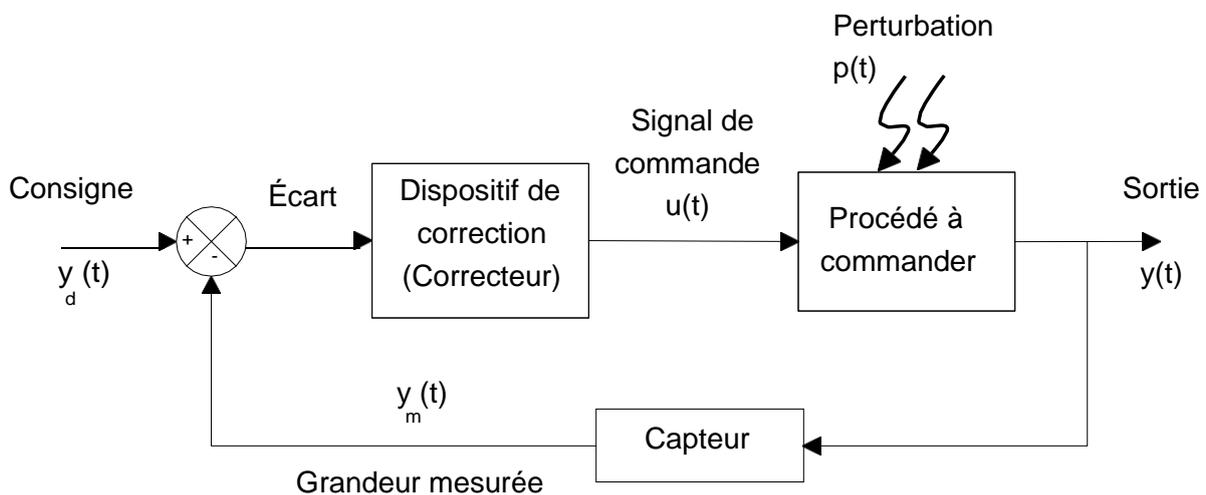


FIGURE 1.7 – Schéma fonctionnel d'un système de commande.

Comme l'indique le schéma, la commande d'un système fait appel à une diversité de composants qui sont :

- Correcteur : élabore le signal de commande $u(t)$ à partir de la consigne d'entrée $y_d(t)$ et de la mesure $y_m(t)$. C'est l'organe "intelligent".
- Capteur : délivre à partir de la sortie une grandeur caractérisant l'observation. Organe de transformation d'une grandeur physique à une grandeur de type électrique (capteur de température, de position, de vitesse, ...).
- Procédé à commander : évolue suivant des lois qui lui sont propres. Sa sortie peut fluctuer en fonctions des perturbations extérieures, en général imprévisibles.
- Perturbation : grandeur physique modifiant la sortie indépendamment de l'entrée.

La chaîne faisant passer de la consigne à la sortie est appelé chaîne d'action, la chaîne de retour permettent d'aller de la sortie au comparateur s'appelle chaîne de retour ou boucle de retour.

1.7 Performance des systèmes de commandes

1.7.1 Régime transitoire et régime permanent

Lorsque le système est sollicité par une entrée, la réponse de ce système évolue puis à un certain moment et sous certaines conditions présente une allure semblable à celle de l'entrée. Dans cette évolution nous distinguons deux (2) régimes, le régime transitoire et le régime permanent. Comme montré dans la figure (1.8).

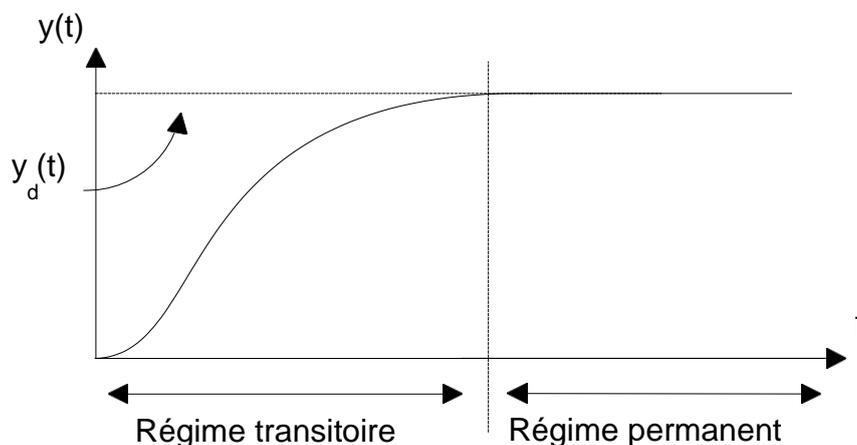


FIGURE 1.8 - Régime transitoire et régime permanent.

1.7.2 Performance d'un système de commande

On juge les performances d'un système de commande par la qualité de son régime transitoire et du régime permanent. Cependant ceci n'est possible que si le système vérifie la propriété fondamentale qu'est la stabilité.

1.7.2.1 Stabilité

Un système est stable si à une variation bornée du signal d'entrée correspond à une variation bornée du signal de sortie. Une variation d'un signal est dite bornée lorsqu'elle est constante en régime permanent.

1.7.2.2 Précision

La précision est caractérisée par un écart statique nul dans le régime permanent de la réponse de la grandeur réglée suite à un échelon de consigne ou de perturbation.

1.7.2.3 Rapidité

Le critère standard utilisé est le temps de réponse à 5% de la sortie lorsque le système est soumis à une entrée échelon et caractérisée par les pôles de la fonction de transfert.

1.8 Objectifs d'une commande en boucle fermée

Les objectifs assignés à une structure de commande en boucle fermée, sont :

- Amélioration de la précision.
- Stabilisation du procédé.
- Poursuite des consignes désirées.
- Amélioration du rejet de la perturbation.
- Robustesse du système vis-à-vis des variations paramétriques.

Toute fois la structure de commande à contre-réaction souffre de défauts qui rendent son utilisation parfois délicate :

- Possibilité pour un système en boucle fermée de devenir instable, en effet, un système stable en boucle ouverte peut devenir instable en boucle fermée si l'action correctrice est mal choisie.
- Bruit de mesure qui s'ajoute au signal mesuré par les capteurs entraînant des pertes de précision.

En général, une structure de commande doit répondre aux exigences du cahier de charges d'une manière à assurer, lors de la synthèse, un compromis entre les performances désirées et les contraintes à respecter.

1.9 Étapes de synthèse d'un système de commande

L'asservissement d'un système quelconque se divise en quatre étapes :

- Modéliser et/ou identifier le système à commander ;
- Synthétiser une loi de commande à partir du modèle obtenu de telle manière à respecter les contraintes spécifiées dans le cahier de charges ;
- Simuler et valider la loi de commande synthétisée ;
- Appliquer pratiquement la loi de commande synthétisée sur le système physique.

1.10 Conclusion

Ce chapitre nous a permis de présenter d'une part, des notions sur les systèmes portant essentiellement sur ses représentations ainsi que ses structures. D'une autre part, la définition, les fonctions, les performances, et les objectifs d'un système de commande afin de s'initier à l'identification aussi à la commande des systèmes.

Dans le chapitre qui suit, on aura à décrire le banc d'essai ainsi que de faire une modélisation et identification des différents procédés à commander de ce banc.

Chapitre 2

Description, modélisation et identification du banc d'essai

2.1 Introduction

Dans de nombreux domaines, il est nécessaire de faire appel à une modélisation du système physique étudié. Cette modélisation est réalisable théoriquement en faisant exclusivement appel à des modèles de type boîte blanche basés sur les équations de la physique gérant le fonctionnement du procédé. Cette procédure demande à l'utilisateur d'avoir des connaissances dans de nombreux domaines. L'identification ou la modélisation expérimentale est une solution intéressante pour modéliser les systèmes physiques dont on ne dispose pas assez d'informations sur les équations physiques régissant son fonctionnement. Elle permet de combiner des informations à priori liées aux connaissances de l'utilisateur à des résultats expérimentaux directement obtenu sur le système à identifier. Le modèle qui en découle est souvent qualifié de boîte grise. C'est à l'estimation d'un modèle comportemental que s'intéresse cette étude.

Dans ce chapitre, nous aborderons la description du banc d'essai de commande des systèmes linéaires, puis nous présenterons la modélisation des différents procédés à commander constituant le banc d'essai. Enfin, nous appliquerons deux méthodes d'identification pour déterminer les paramètres des modèles des procédés à commander du banc d'essai.

2.2 Description du banc d'essai

Le banc d'essai réalisé pour implémentation et test d'algorithmes d'identification et de commandes des systèmes linéaires peut être subdivisé en deux parties distinctes, comme représenté dans la figure (2.1), aussi la figure (2.2) :

- Dispositif de commande ;
- Procédé à commander.

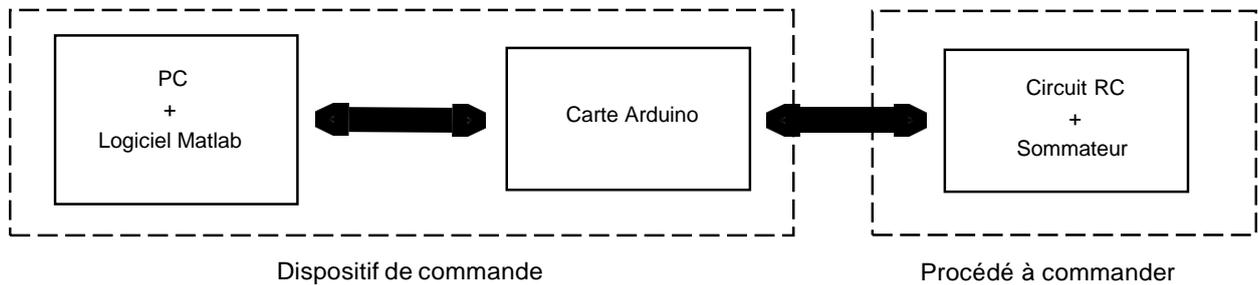


FIGURE 2.1 - Schéma synoptique du banc d'essai.



FIGURE 2.2 - Représentation extérieure du banc d'essai.

2.2.1 Dispositif de commande

Il est composé d'une carte à microcontrôleur ainsi que d'un micro-ordinateur.

- Le micro-ordinateur est utilisé pour élaborer les signaux de commandes à envoyer au procédé à commander (sous le logiciel "Matlab").
- La carte à microcontrôleur, est une carte "Arduino Uno". Elle est utilisée comme une interface d'entrées/sorties entre l'ordinateur et le procédé à commander ou pour implémenter des algorithmes de commandes numériques.

Le logiciel "Matlab" et la carte Arduino sont liés par une bibliothèque appelée "Arduino IO Library", qui est primordial pour piloter la carte Arduino sous Matlab.

La figure (2.3), représente le schéma bloc sous "Simulink" qui est utilisé pour implémenter une commande d'un système dont l'entrée de commande est reliée à l'entrée analogique (A_0) et la sortie commandée est reliée à la sortie PWM ($3 \sim$) de la carte Adruino.

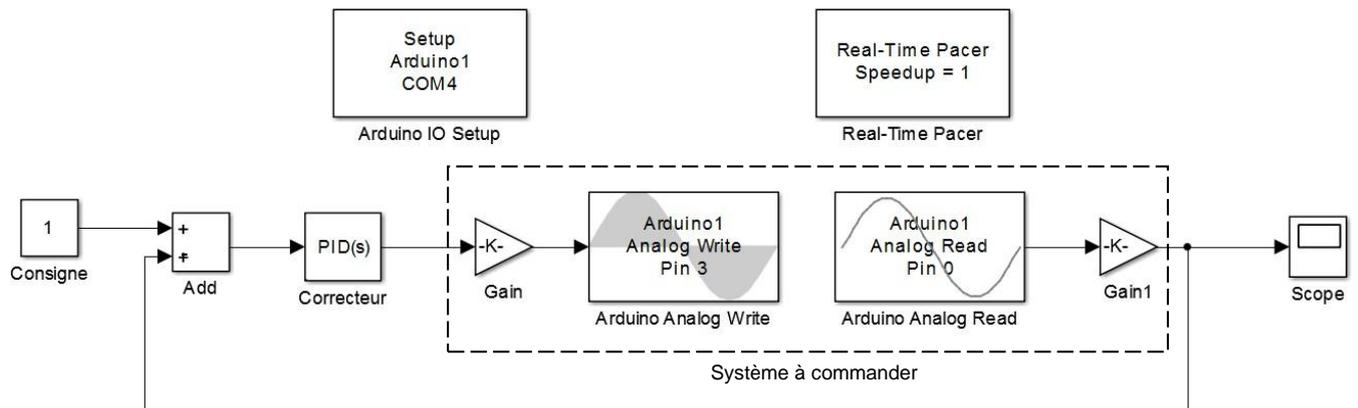


FIGURE 2.3 – Schéma bloc d'implémentation d'un PID.

Avec :

- Le bloc "Arduino IO Setup", est utilisé pour définir le port la carte Arduino.
- Le bloc "Real-Time Pacer", est utilisé pour fixer le rapport entre le temps de simulation (base de temps de "Matlab") et le temps d'exécution réel.
- Le bloc "Arduino Analog Write", représente une sortie PWM de la carte Arduino qui est connectée au système à commander (utilisée pour envoyer un signal au système à commander).
- Le bloc "Arduino Analog Read", représente une entrée analogique de la carte Arduino, qui est connectée à la sortie du système à commander (utilisée pour mesurer le signal de la sortie commandée).

Il est à noter que la carte Arduino utilisée ne dispose pas de véritables sorties analogiques, c'est pour cette raison que nous avons choisi d'utiliser la technique PWM, pour générer et appliquer les signaux de commande analogiques pour le procédé à commander à travers les sorties PWM de la carte Arduino. Ce choix est justifié par le rapport entre la période des signaux PWM de la carte Arduino qui est de l'ordre de quelques millisecondes et la dynamique du procédé à commander qui est de l'ordre de quelques secondes.

2.2.2 Procédé à commander

Le procédé à commander est composé de quatre cellules RC séparées par un amplificateur opérationnel en mode suiveur (cellule suiveur), comme illustré par la figure (2.4). Ainsi que d'une cellule sommateur qui est réalisée par un amplificateur opérationnel en mode sommateur, comme illustré par la figure (2.7).

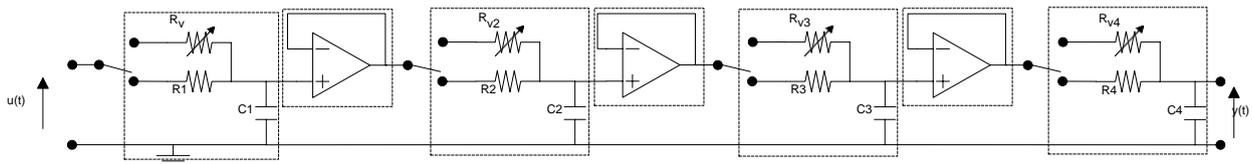


FIGURE 2.4 - Schéma électrique du procédé à commander.

- Chaque cellule RC est utilisée pour reproduire le comportement d'un système linéaire du premier ordre.
- Les cellules suiveurs sont utilisées pour séparer les cellules RC.
- La cellule sommateur est utilisée pour pouvoir injecter un signal de perturbation à la sortie du système à commander.

2.3 Modélisation du procédé à commander

En fonction des liaisons qu'on peut réaliser entre les différentes cellules du procédé à commander, ce dernier peut être réduit à :

1. Une cellule RC (système de premier ordre) ;
2. Deux cellules RC, séparées par une cellule suiveur (système de deuxième ordre) ;
3. Trois cellules RC, séparées par deux cellules suiveurs (système de troisième ordre) ;
4. Quatre cellules RC, séparées par trois cellules suiveurs (système de quatrième ordre).

Et, pour chacun des cas précédents, on peut connecter en sortie la cellule sommateur pour pouvoir injecter un signal de perturbation en sortie.

2.3.1 Modélisation d'une cellule RC

Comme représenté dans la figure (2.5) chaque cellule RC est composée d'un condensateur de $220\ \mu F$, une résistance de $10\ k\Omega$, une résistance variable de $50\ k\Omega$ et d'un interrupteur permettant de sélectionner la résistance à utiliser.

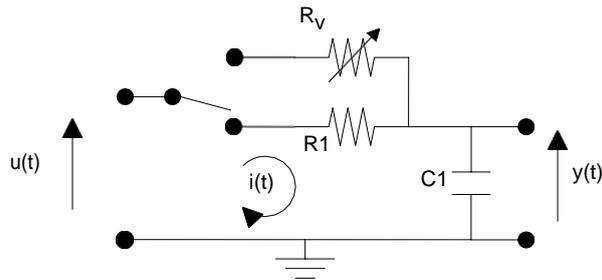


FIGURE 2.5 - Circuit d'une cellule RC.

Les équations électriques régissant la dynamique du circuit RC permettent d'écrire :

$$\begin{aligned} & \square \\ & \square u(t) = Ri(t) + y(t) \\ & \square i(t) = C \frac{dy(t)}{dt} \end{aligned} \quad (2.1)$$

D'où, l'équation différentielle reliant la grandeur de sortie $y(t)$ à la grandeur d'entrée $u(t)$, est la suivante :

$$RC \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = u(t) \quad (2.2)$$

En utilisant la transformée de *Laplace*, on obtient la fonction de transfert suivante :

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{\tau s + 1} \quad (2.3)$$

Avec :

$$\begin{aligned} & \square \\ & \square K = 1 \\ & \square \tau = RC \end{aligned}$$

- Pour, $R = 10000\Omega$

On aura :

$$G(s) = \frac{1}{2.2s + 1} \quad (2.4)$$

- Pour, $R_v = [0; 50000] \Omega$

On aura :

$$G(s) = \frac{1}{\tau s + 1} \quad (2.5)$$

Avec, τ varie entre 0 et 11.

2.3.2 Modélisation d'une cellule suiveur

L'amplificateur opérationnel en mode suiveur qui est représenté dans la figure (2.6)[3, 4].

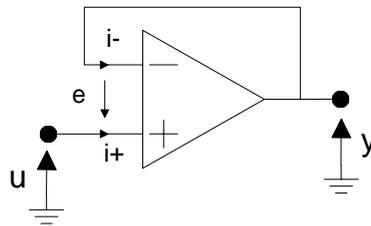


FIGURE 2.6 - Amplificateur opérationnel en mode suiveur.

Pour ce circuit, on a :

$$\begin{aligned} & \square \\ & \square y(t) = e_- \\ & \square u(t) = e_+ \end{aligned} \quad (2.6)$$

Et :

$$e = e_+ - e_- = 0 \quad (2.7)$$

D'où :

$$y(t) = u(t) \quad (2.8)$$

En appliquant la transformée de Laplace, on aura la fonction de transfert suivante :

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = 1 \quad (2.9)$$

Du moment qu'on obtient une fonction de transfert (2.9) de gain unité, on conclue que l'amplificateur opérationnel en mode suiveur n'influe pas sur la sortie d'une cellule RC.

Ce circuit nous permet d'avoir, la fonction de transfert de deux cellules RC en série similaire au produit des fonctions de transferts des deux cellules RC.

2.3.3 Modélisation d'une cellule sommateur

L'amplificateur opérationnel en mode sommateur est utilisé pour pouvoir injecter des signaux de perturbations à la sortie du procédé à commander. Son schéma est représenté par la figure (2.7) [3, 4].

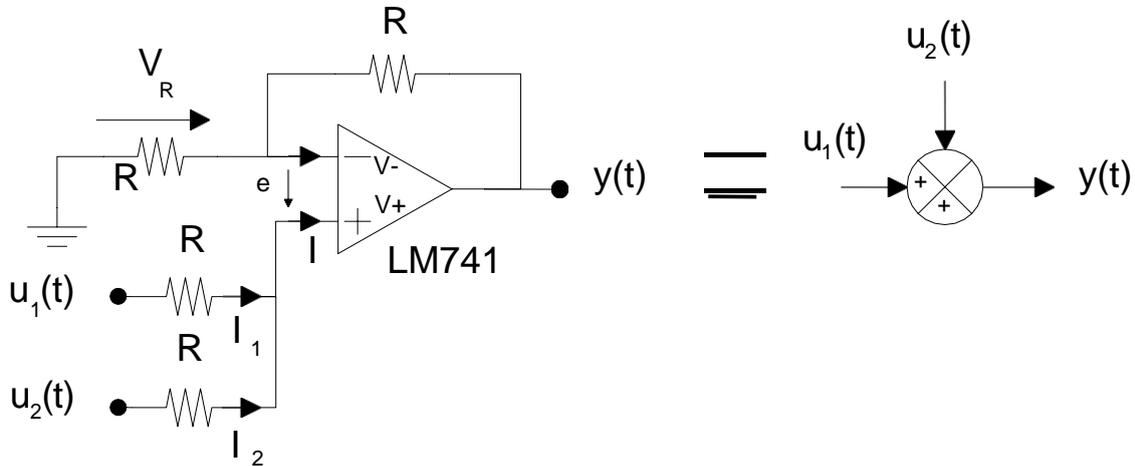


FIGURE 2.7 - Schéma d'un amplificateur opérationnel en mode sommateur.

Pour ce circuit, on peut écrire les équations suivantes :

De la loi des mailles :

$$\begin{aligned} \square V_R &= \frac{R}{R+R} y(t) = V^- \\ \square V_+ &= V^- \end{aligned} \quad (2.10)$$

De la loi des nœuds :

$$I = I_1 + I_2 \quad (2.11)$$

Avec :

$$\begin{aligned} &= \frac{u_1(t)}{R} \\ \square \frac{I_1}{I_2} &= \frac{u_2(t)}{R} \end{aligned} \quad (2.12)$$

D'où :

$$V_+ = I \cdot R_{eq} = (I_1 + I_2) \cdot \frac{R \cdot R}{R + R} = \left(\frac{u_1(t)}{R} + \frac{u_2(t)}{R} \right) \cdot \frac{R}{2} = \frac{u_1(t) + u_2(t)}{2} \quad (2.13)$$

De l'équation (2.10) :

$$\frac{R}{R+R}y(t) = \frac{u_1(t) + u_2(t)}{2} \quad (2.14)$$

D'où :

$$y(t) = \frac{R+R}{2.R} \cdot (u_1(t) + u_2(t)) \quad (2.15)$$

L'équation (2.15), devient :

$$y(t) = u_1(t) + u_2(t) \quad (2.16)$$

2.3.4 Modélisation de deux cellules RC séparées par une cellule suiveur

Dans ce circuit schématisé par la figure (2.8), on a mis un amplificateur opérationnel en mode suiveur pour séparer les deux cellules.

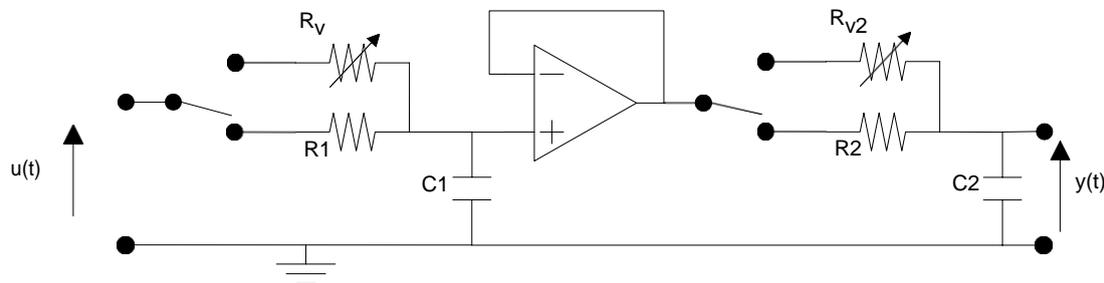


FIGURE 2.8 - Deux cellules RC séparées par un amplificateur opérationnel.

Compte tenu des fonctions de transferts (2.4) et (2.9) obtenues pour les cellules RC ainsi que celle de la cellule suiveur, la fonction de transfert qui régit la dynamique de ce montage, est donnée par :

$$G(s) = G_1(s) G_2(s) = \frac{K}{1 + \tau s} \frac{K}{1 + \tau s} = \frac{K^2}{\tau^2 s^2 + 2\tau s + 1} \quad (2.17)$$

Dans notre cas, $R = 10000\Omega$
 $C = 220\mu F$

$$G(s) = \frac{1}{(1 + 2.2s)(1 + 2.2s)} = \frac{1}{4.84s^2 + 4.4s + 1} \quad (2.18)$$

2.3.5 Modélisation de trois cellules RC

Dans ce circuit schématisé dans la figure (2.9), représente trois cellules en série séparées par deux cellules suiveurs.

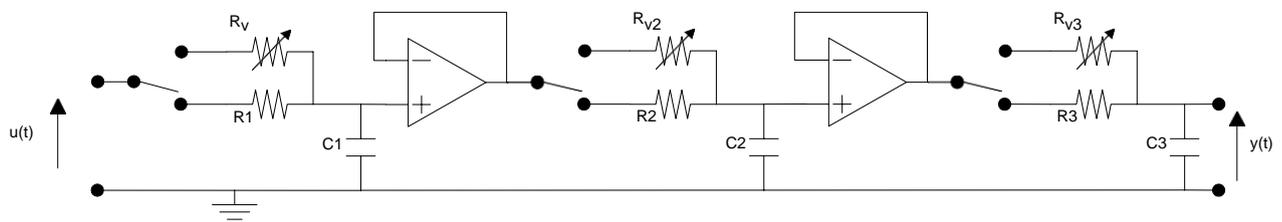


FIGURE 2.9 - Trois cellules RC séparées par amplificateurs opérationnels.

Ainsi, la fonction de transfert correspondante, est :

$$\begin{aligned}
 G(s) = G_1(s) G_2(s) G_3(s) &= \frac{K}{1 + \tau s} \frac{K}{1 + \tau s} \frac{K}{1 + \tau s} \\
 &= \frac{K^3}{\tau^3 s^3 + 3\tau^2 s^2 + 3\tau s + 1}
 \end{aligned} \quad (2.19)$$

Dans notre cas, $R = 10000\Omega$
 $C = 220\mu F$

On aura :

$$G(s) = \frac{1}{1 + 2.2s} \frac{1}{1 + 2.2s} \frac{1}{1 + 2.2s} = \frac{1}{10.65s^3 + 14.52s^2 + 6.6s + 1} \quad (2.20)$$

2.3.6 Modélisation de quatre cellules RC

La figure (2.10) représente quatre cellules RC en série séparées par des amplificateurs opérationnels en mode suiveur.

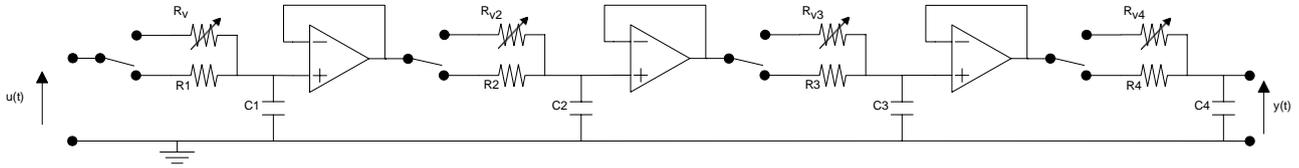


FIGURE 2.10 - Quatre cellules RC séparées par amplificateurs opérationnels.

Ainsi, la fonction de transfert correspondante, est :

$$G(s) = G_1(s) G_2(s) G_3(s) G_4(s) = \frac{K}{1 + \tau s} \frac{K}{1 + \tau s} \frac{K}{1 + \tau s} \frac{K}{1 + \tau s} \quad (2.21)$$

$$= \frac{K^4}{\tau^4 s^4 + 4\tau^3 s^3 + 6\tau^2 s^2 + 4\tau s + 1}$$

Dans notre cas, $R = 10000\Omega$
 $C = 220\mu F$

On aura :

$$G(s) = \frac{1}{1 + 2.2s} \frac{1}{1 + 2.2s} \frac{1}{1 + 2.2s} \frac{1}{1 + 2.2s} = \frac{1}{23.42s^4 + 42.59s^3 + 29.04s^2 + 8.8s + 1} \quad (2.22)$$

2.4 Identification

Dans cette section, on présentera d'une part deux méthodes d'identification des paramètres des modèles, et d'une autre part l'application de ces méthodes pour identifier les paramètres des fonctions de transferts précédentes.

2.4.1 Méthode de Broïda

Cette méthode propose de représenter le système à modéliser par une fonction de transfert du premier ordre avec un retard pur, qui est donnée par :

$$G(s) = \frac{K e^{-T.s}}{1 + \tau s} \quad (2.23)$$

Pour déterminer les valeurs des paramètres k , T et τ , on visualise une réponse du système à un échelon (réponse indicielle) puis on mesure sur cette dernière les instants T_1 et T_2 auxquels la réponse atteint respectivement 28% et 40% de sa valeur finale. La sortie obtenue est représentée dans la figure (2.11)[5, 6].

La constante de temps τ et le retard T sont alors obtenus par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} \tau &= 2.8 T_{28\%} - 1.8 T_{40\%} \\ T &= 5.5 (T_{40\%} - T_{28\%}) \end{aligned} \quad (2.24)$$

Et :

$$K = \frac{y(\infty) - y(0)}{u(\infty) - u(0)} \quad (2.25)$$

Avec, $u(t)$ et $y(t)$ sont les signaux d'entrée et de sortie lors de l'essai indiciel.

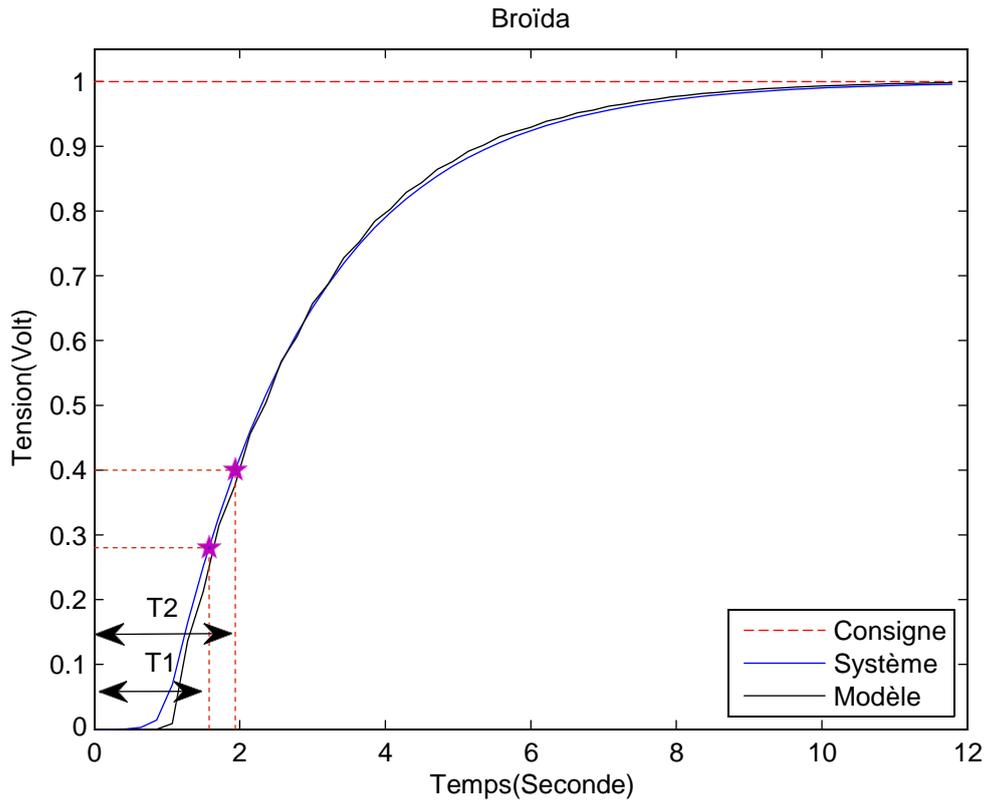


FIGURE 2.11 - Courbe représentative d'une identification par la méthode de Broïda.

Il est à noter que τ et T sont en seconde (s).

2.4.2 Méthode de Strejc

Cette méthode s'applique aux systèmes dont la réponse indicielle ne présente pas de dépassement (apériodique). Elle caractérise le modèle à identifier par une fonction de transfert de la forme [5, 6] :

$$G(s) = \frac{K e^{-T.s}}{(1 + \tau s)^n} \quad (2.26)$$

Pour déterminer les paramètres K , T , τ et n , on réalise les étapes suivantes :

- Calculer le gain statique à partir de la valeur finale de la sortie.
- Tracer la tangente au point d'inflexion I , puis relever T_1 et T_2 .
- Calculer le rapport $\frac{T_1}{T_2}$ et en déduire l'ordre n en utilisant le tableau (2.1). Entre deux lignes du tableau, on choisit la valeur de n la plus petite.
- Déterminer la constante de temps τ à partir de la colonne de $\frac{T_2}{T}$ du tableau (2.1).

- Déterminer le retard T quand il existe à partir de la différence entre la valeur de T_1 mesurée et celle donnée par la colonne $\frac{T_1}{T}$ du tableau (2.1).

n	$\frac{T_1}{T}$	$\frac{T_2}{T}$	$\frac{T_1}{T_2}$
1	0	1	0
2	0.28	2.72	0.1
3	0.8	3.7	0.22
4	1.42	4.46	0.32
5	2.10	5.12	0.41
6	2.81	5.70	0.49

TABLE 2.1 - Tableau pour estimer l'ordre, la constante du temps et le retard du modèle de Strejc.

La figure (2.12) montre une courbe représentative de la méthode de Strejc.

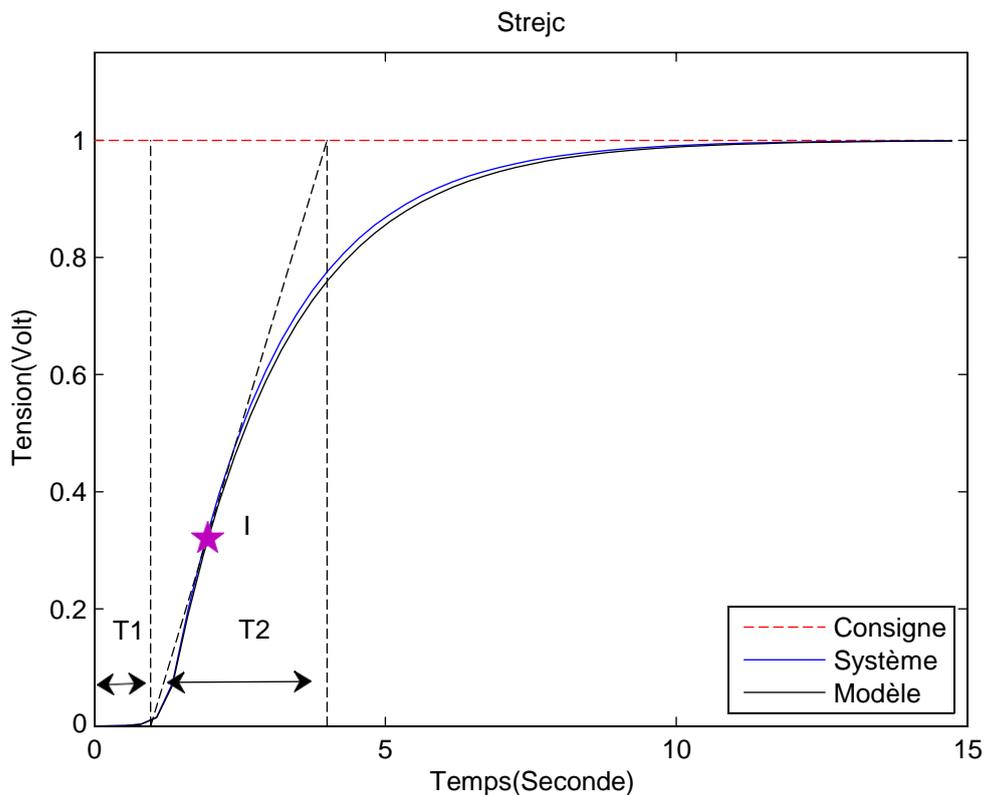


FIGURE 2.12 - Courbe représentative d'une identification par la méthode de Strejc.

Il est à noter que τ et T sont en seconde (s).

2.4.3 Application de la méthode de Broïda pour un système de premier ordre

Dans cette application, nous appliquons la méthode de Broïda pour identifier le modèle d'une cellule RC dont la fonction de transfert obtenue par modélisation théorique est donnée par la fonction de transfert (2.4).

Après réalisation d'un test indiciel avec un échelon unitaire $u(t)$ nous avons mesuré sur la réponse obtenue les instants T_1 et T_2 auxquels la réponse atteint respectivement 28% et 40% de sa valeur finale, comme suit :

$$\begin{aligned} \square T_1 &= 0.765 \\ \square T &= 1.181 \end{aligned} \quad (2.27)$$

En appliquant les équations (2.24) et (2.25), on obtient :

$$\begin{aligned} \square \\ \square T &= 0.08 \\ \square \tau &= 2.28 \end{aligned} \quad (2.28)$$

Ainsi que :

$$K = \frac{y(\infty) - y(0)}{u(\infty) - u(0)} = 1 \quad (2.29)$$

On obtient la fonction de transfert suivante :

$$G(s) = \frac{1}{2.28s + 1} \cdot e^{-0.08s} \quad (2.30)$$

La figure (2.13) représente la sortie indicielle mesurée ainsi que celle du modèle identifié.

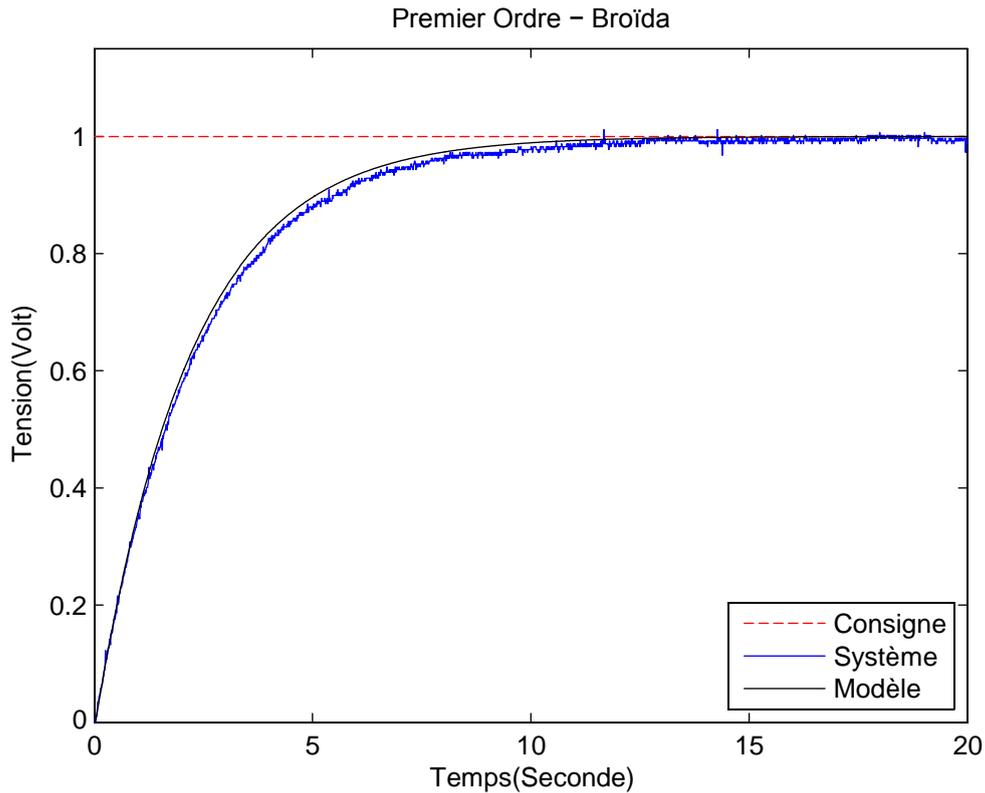


FIGURE 2.13 - Identification d'une cellule RC par la méthode de Broïda.

Les résultats représentés dans la figure (2.13) sont, que la réponse indicielle du modèle approché est parfaitement superposée à celle du système physique.

2.4.4 Application de la méthode de Strejc

2.4.4.1 Système de deuxième ordre

Dans cette application, nous appliquons la méthode de Strejc pour identifier le modèle de cellules RC séparées par une cellule suiveur, dont la fonction de transfert obtenue par modélisation théorique est donnée par la fonction de transfert (2.18).

Après réalisation d'un test indiciel avec un échelon unitaire $u(t)$ nous avons mesuré sur la réponse obtenue les instants T_1 et T_2 , comme suit :

$$\begin{aligned} & \square \\ & \square T_1 = 0.67 \\ & \square T_2 = 5.95 \end{aligned} \tag{2.31}$$

En appliquant les étapes de la méthode de Strejc, on obtient :

$$\begin{aligned} &\square \\ &\square T = 0.05 \\ &\square \tau = 2.192 \end{aligned} \tag{2.32}$$

Ainsi que :

$$K = \frac{y(\infty) - y(0)}{u(\infty) - u(0)} = 1 \tag{2.33}$$

Avec :

$$n = 2 \tag{2.34}$$

On obtient le modèle suivant :

$$G(s) = \frac{1}{4.785s^2 + 4.375s + 1} \cdot e^{-0.05s} \tag{2.35}$$

La figure (2.14) représente la sortie indicielle mesurée ainsi que celle du modèle identifié.

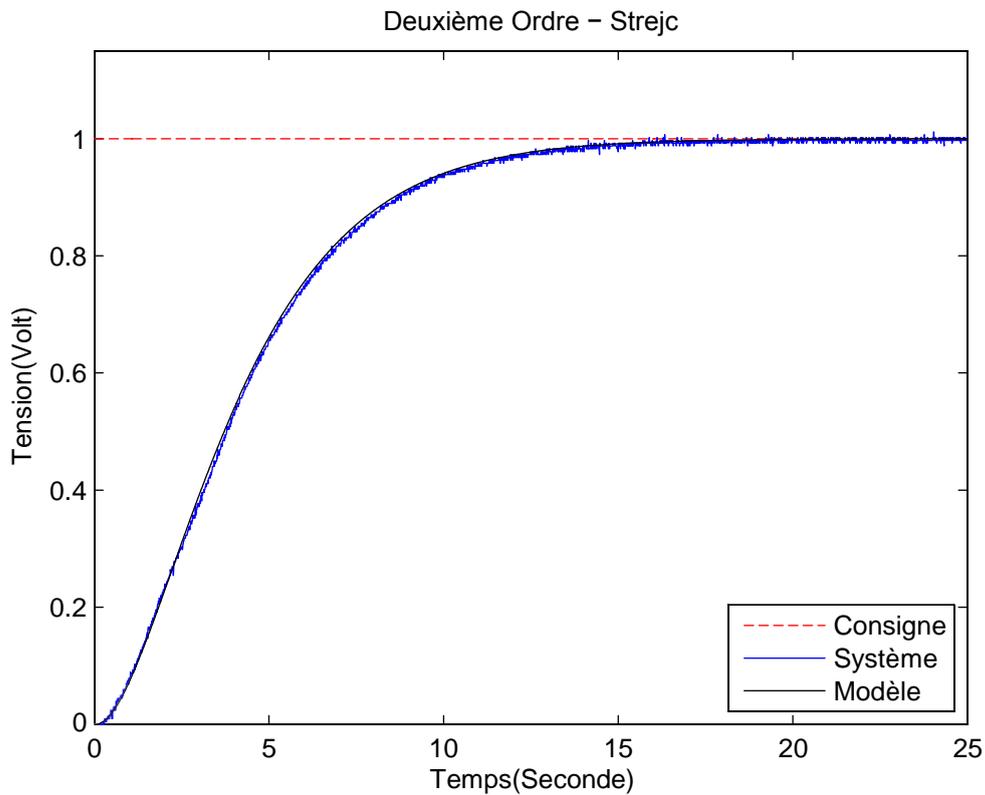


FIGURE 2.14 - Identification de deux cellules RC par la méthode de Strejc.

Les résultats représentés dans la figure (2.14) sont, que la réponse indiciale du modèle approché est parfaitement superposée à celle du système physique.

2.4.4.2 Système de troisième ordre

Dans cette application, nous appliquons la méthode de Strejc pour identifier le modèle de trois cellules RC séparées par deux cellules suiveurs, dont la fonction de transfert obtenue par modélisation théorique est donnée par la fonction de transfert (2.20).

Après réalisation d'un test indiciel avec un échelon unitaire $u(t)$ nous avons mesuré sur la réponse obtenue les instants T_1 et T_2 , comme suit :

$$\begin{aligned} & \square \\ & \square T_1 = 1.67 \\ & \square T_2 = 8.10 \end{aligned} \tag{2.36}$$

En appliquant les étapes de la méthode de Strejc, on obtient :

$$\begin{aligned} & \square \\ & \square T = 0.008 \\ & \square \tau = 2.18 \end{aligned} \tag{2.37}$$

Ainsi que :

$$K = \frac{y(\infty) - y(0)}{u(\infty) - u(0)} = 1 \tag{2.38}$$

Avec :

$$n = 3 \tag{2.39}$$

On obtient le modèle suivant :

$$G(s) = \frac{1}{10.9s^3 + 14.39s^2 + 6.65s + 1} \cdot e^{-0.008s} \tag{2.40}$$

La figure (2.15) représente la sortie indiciale mesurée ainsi que celle du modèle identifié.

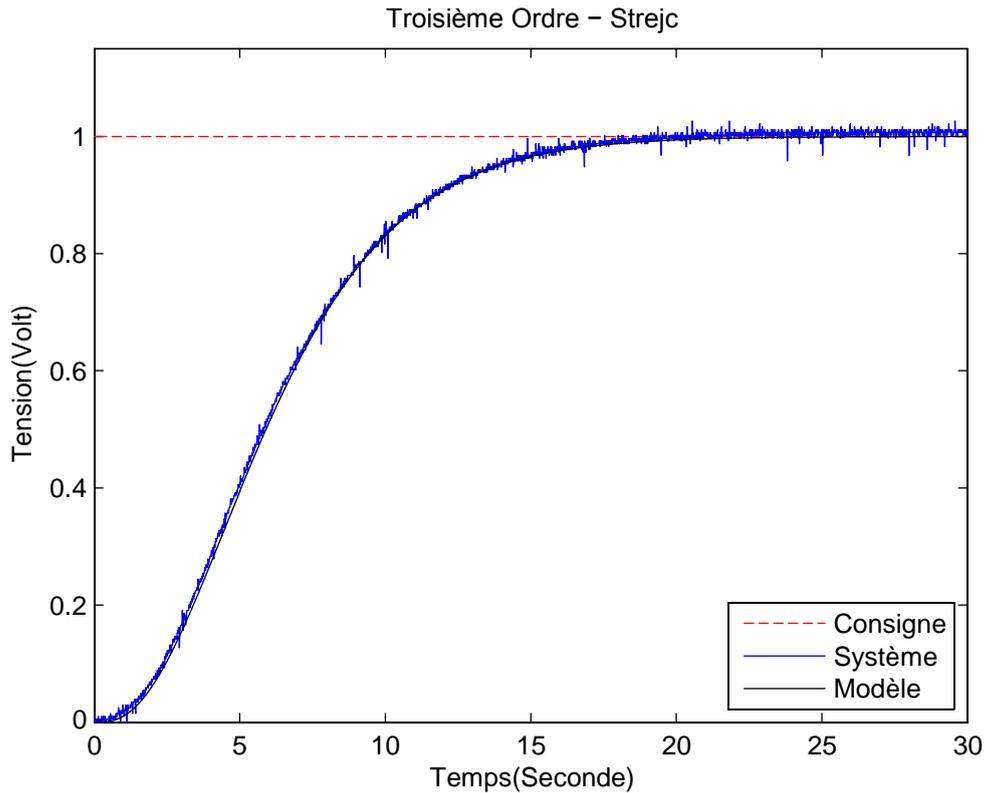


FIGURE 2.15 - Identification de trois cellules RC par la méthode de Strejc.

Les résultats représentés dans la figure (2.15) sont, que la réponse indicielle du modèle approché est parfaitement superposée à celle du système physique.

2.4.4.3 Système de quatrième ordre

Dans cette application nous appliquons la méthode de Strejc pour identifier le modèle de quatre cellules RC séparées par trois cellules suiveurs, dont la fonction de transfert obtenue par modélisation théorique est donnée par la fonction de transfert (2.22).

Après réalisation d'un test indiciel avec un échelon unitaire $u(t)$ nous avons mesuré sur la réponse obtenue les instants T_1 et T_2 , comme suit :

$$\begin{aligned} &\square \\ &\square T_1 = 3.2 \\ &\square T_2 = 9.85 \end{aligned} \tag{2.41}$$

En appliquant les étapes de la méthode de Strejc, on obtient

$$\begin{aligned} & \square \\ & \square T = 0.08 \\ & \square \tau = 2.21 \end{aligned} \tag{2.42}$$

Ainsi que :

$$K = \frac{y(\infty) - y(0)}{u(\infty) - u(0)} = 1 \tag{2.43}$$

Avec :

$$n = 4 \tag{2.44}$$

On obtient le modèle suivant :

$$G(s) = \frac{1}{23.85s^4 + 43.18s^3 + 29.3s^2 + 8.85s + 1} e^{-0.08s} \tag{2.45}$$

La figure (2.16) représente la sortie indicielle mesurée ainsi que celle du modèle identifié.

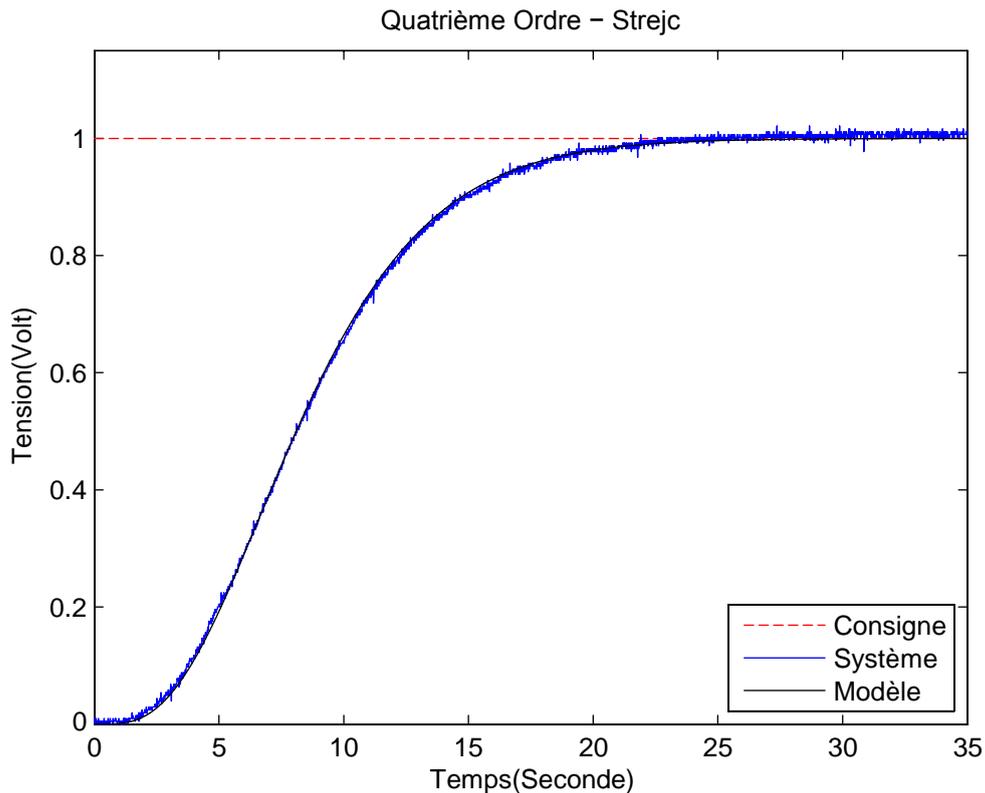


FIGURE 2.16 - Identification de quatre cellules RC par la méthode de Strejc.

Les résultats représentés dans la figure (2.16) sont, que la réponse indicielle du modèle approché est parfaitement superposée à celle du système physique.

2.5 Conclusion

Ce chapitre nous a permis d'une part d'expliciter le banc d'essai, ainsi que de modéliser les systèmes qui composent ce dernier. Et d'une autre part, de faire des manipulations d'identification en relevant la réponse indicielle de chaque système et aussi en utilisant la méthode adéquate afin de déterminer les paramètres constituant leur fonction de transfert respective.

Une fois que les systèmes du banc d'essai soient identifiés et modélisés, on passera à l'élaboration de commandes de ces derniers. La commande de ces systèmes fera objet des chapitres suivants.

Chapitre 3

Synthèse et implémentation de commandes continues

3.1 Introduction

L'étape de commande d'un système qui consiste à déterminer les signaux optimaux à appliquer pour réaliser un comportement désiré représente une étape importante pour la mise en œuvre des systèmes physiques ou industriels. Nous aborderons dans ce chapitre la synthèse et l'implémentation sur le banc d'essai présenté dans le chapitre précédent, deux types de lois de commandes continues à savoir la commande par PID et la commande par modèle interne.

3.2 Synthèse d'un PID par la méthode de Ziegler-Nichols

La synthèse de commande d'un PID par la méthode de Ziegler-Nichols ne nécessite pas la connaissance du modèle du procédé à commander. Les paramètres du régulateur PID seront calculés à partir d'observations expérimentales sur le procédé (relevé de la réponse indicielle). L'intérêt majeur de cette méthode réside dans sa simplicité.

Ziegler-Nichols ont proposé deux approches expérimentales destinées à fixer rapidement les paramètres des correcteurs P, PI et PID. La première appelée méthode de Ziegler-Nichols en boucle ouverte nécessite l'enregistrement de la réponse indicielle du système à régler. La seconde appelée méthode de Ziegler-Nichols en boucle fermée exige de mettre le système en boucle fermée avec un régulateur proportionnel, et d'amener le système en boucle fermée à sa limite de stabilité. Dans notre travail, on s'intéresse qu'à la deuxième méthode[6].

3.2.1 Méthode de Ziegler-Nichols en boucle fermée

La méthode de Ziegler-Nichols basée sur un essai en boucle fermée, est la plus connue des méthodes pratiques qui permettent de calculer les paramètres des régulateurs P, PI et PID, elle s'applique sur tous les systèmes qui soient possible de les mettre en régime de pompage, c'est-à-dire d'amener le système en boucle fermée à sa limite de stabilité avec un régulateur proportionnel (P). L'avantage de cette méthode est de ne pas avoir besoin de connaître le modèle du procédé et que le réglage se fait directement sur la boucle fermée.

Afin d'appliquer cette méthode, on procède comme suit :

Initialement, on met le système en boucle fermée avec un régulateur proportionnel comme représente dans la figure (3.1),

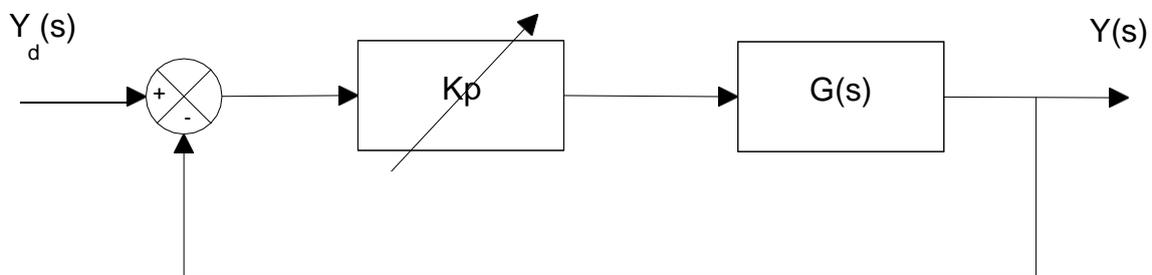


FIGURE 3.1 - Schéma synoptique de la méthode de Ziegler-Nichols en boucle fermée.

puis on augmente le gain K_p du correcteur proportionnel progressivement jusqu'à l'obtention du pompage (oscillation entretenue), le gain critique K_{cr} du correcteur est le gain qui permet d'atteindre le pompage, et la période des oscillations T_{cr} est mesurée sur l'enregistrement de la réponse représentée par la figure (3.2), puis on détermine les paramètres du régulateur en utilisant la table (3.1)[6].

Type de régulateur	K_p	$\frac{1}{T_i}$	T_d
P	$0.5K_{cr}$	—	—
PI	$0.45K_{cr}$	$\frac{T_{cr}}{1.2}$	—
PID	$0.6K_{cr}$	$\frac{T_{cr}}{2}$	$\frac{T_{cr}}{8}$

TABLE 3.1 - Réglage de Ziegler-Nichols basés sur le pompage limite.

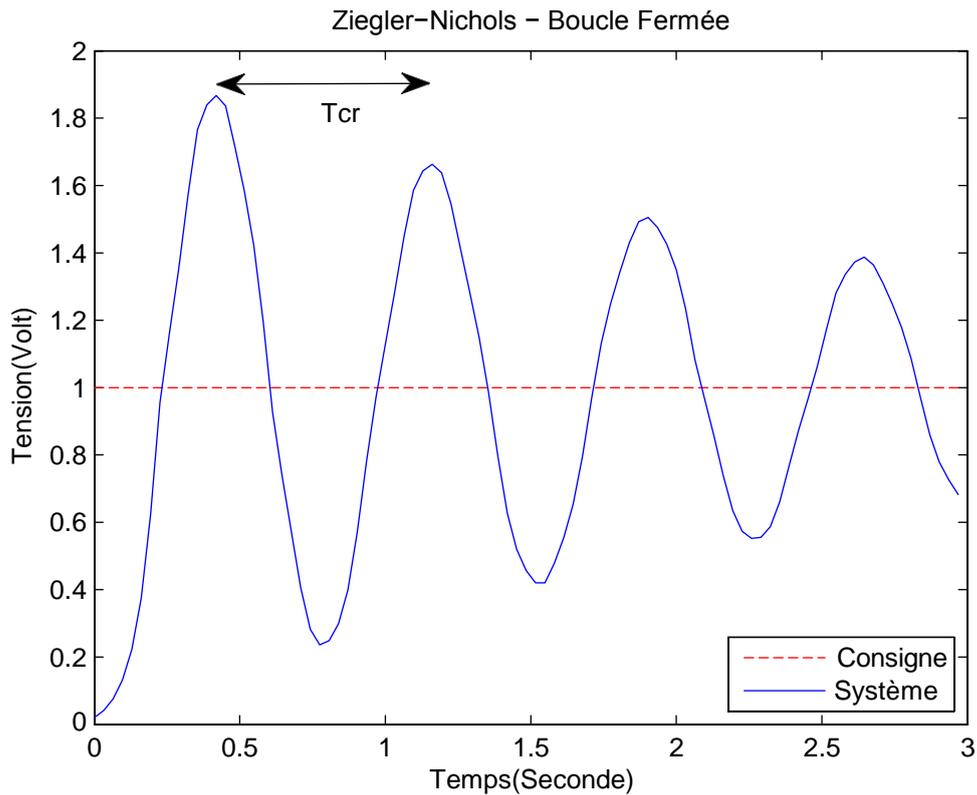


FIGURE 3.2 - Méthode de Ziegler-Nichols en boucle fermée.

3.2.2 Applications

Pour chacune des applications suivantes, en premier lieu nous avons appliqué la méthode de Ziegler-Nichols pour calculer par simulation les paramètres du correcteur PI ou PID. Et, en second lieu, nous avons implémenté le régulateur obtenu sur le banc d'essai.

Le schéma d'implémentation réalisé sur Simulink est représenté par la figure (3.3).

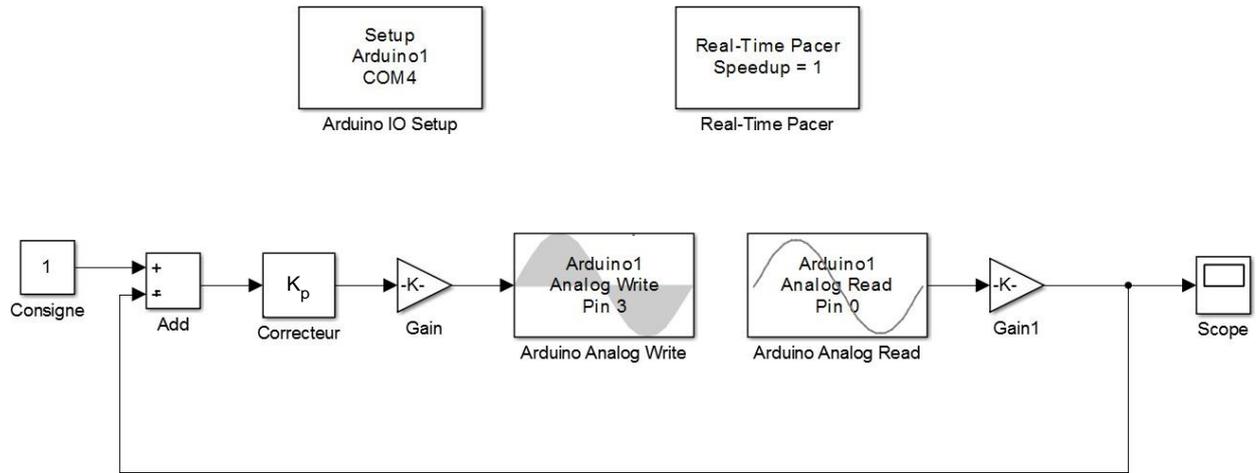


FIGURE 3.3 – Schéma bloc d’implémentation de correcteurs calculés par la méthode de Ziegler-Nichols en boucle fermée.

3.2.2.1 Système de premier ordre

Soit la fonction de transfert d’un système de premier ordre suivante :

$$G(s) = \frac{1}{2.2s + 1} \quad (3.1)$$

- En appliquant la méthode de Ziegler-Nichols, on a eu :

$$\begin{aligned} & \square \\ & \square K_{cr} = 10 \\ & \square T_{cr} = 7 \end{aligned} \quad (3.2)$$

En utilisant la table (3.1), on obtient les paramètres les régulateurs P , PI et PID donnés dans le tableau suivant :

Type de régulateur	K_p	$\frac{1}{T_i}$	T_d
P	5	–	–
PI	4.5	5.833	–
PID	6	3.5	0.875

TABLE 3.2 – Réglage de Ziegler-Nichols en boucle fermée pour un système de premier ordre.

Du moment que la fonction de transfert du système est du premier ordre, un régulateur PI suffit.

La figure (3.4) représente d'une part, le résultat de simulation de la commande du modèle de la fonction de transfert (3.1) par le correcteur PI du tableau (3.2), d'une autre part, le résultat de l'implémentation pratique du même PI pour la commande d'une seule cellule RC du banc d'essai.

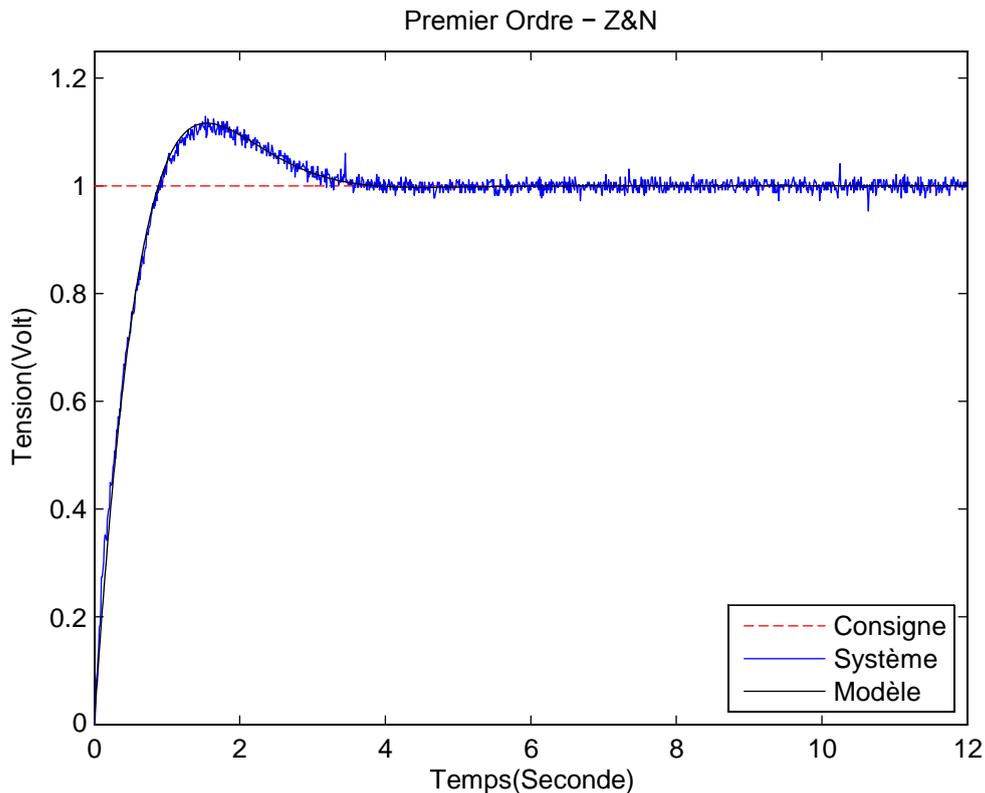


FIGURE 3.4 - Implémentation d'un PI pour un système de premier ordre issu de la méthode de Ziegler-Nichols en boucle fermée.

Les résultats représentés dans la figure (3.4) sont, que la réponse du modèle approché ainsi que celle du système sont parfaitement superposées.

3.2.2.2 Système de deuxième ordre

Soit la fonction de transfert d'un système de deuxième ordre suivante :

$$G(s) = \frac{1}{4.84s^2 + 4.4s + 1} \quad (3.3)$$

- En appliquant la méthode de Ziegler-Nichols, on a eu :

$$\begin{aligned} & \square \\ & \square K_{cr} = 5 \\ & \square T_{cr} = 3 \end{aligned} \tag{3.4}$$

En appliquant les résultats obtenus dans la table (3.1), on trouve les régulateurs suivants :

Type de régulateur	K_p	$\frac{1}{T_i}$	T_d
P	2.5	–	–
PI	2.25	2.5	–
PID	3	1.5	0.375

TABLE 3.3 – Réglage de Ziegler-Nichols en boucle fermée pour un système de deuxième ordre.

La figure (3.5) représente d'une part, le résultat de simulation de la commande du modèle de la fonction de transfert (3.3) par le correcteur PID du tableau (3.3), d'une autre part, le résultat de l'implémentation pratique du même PID pour la commande de deux cellules RC en série du banc d'essai.

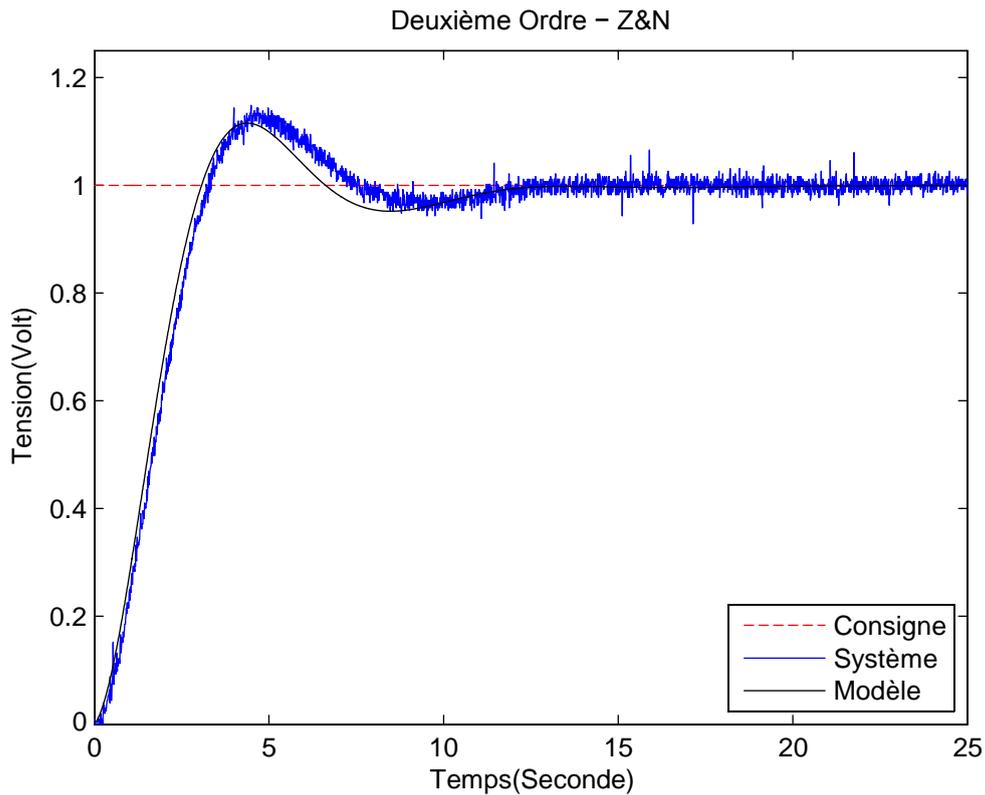


FIGURE 3.5 - Implémentation d'un PID pour un système de deuxième ordre issu de la méthode de Ziegler-Nichols en boucle fermée.

Les résultats représentés dans la figure (3.5) sont, que la réponse du modèle approché ainsi que celle du système sont parfaitement superposées.

3.2.2.3 Système de troisième ordre

Soit la fonction de transfert d'un système de troisième ordre suivante :

$$G(s) = \frac{1}{10.65s^3 + 14.52s^2 + 6.6s + 1} \quad (3.5)$$

- En appliquant la méthode de Ziegler-Nichols, on a eu :

$$\begin{aligned} &\square \\ &\square K_{cr} = 2.7 \\ &\square T_{cr} = 7 \end{aligned} \quad (3.6)$$

En appliquant les résultats obtenus dans la table (3.1), on trouve les régulateurs suivants :

Type de régulateur	K_p	$\frac{1}{T_i}$	T_d
P	1.35	–	–
PI	1.215	5.833	–
PID	1.62	3.5	0.87

TABLE 3.4 – Réglage de Ziegler-Nichols en boucle fermée pour un système de troisième ordre.

La figure (3.6) représente d’une part, le résultat de simulation de la commande du modèle de la fonction de transfert (3.5) par le correcteur PID du tableau (3.4), d’une autre part, le résultat de l’implémentation pratique du même PID pour la commande de trois cellules RC en série du banc d’essai.

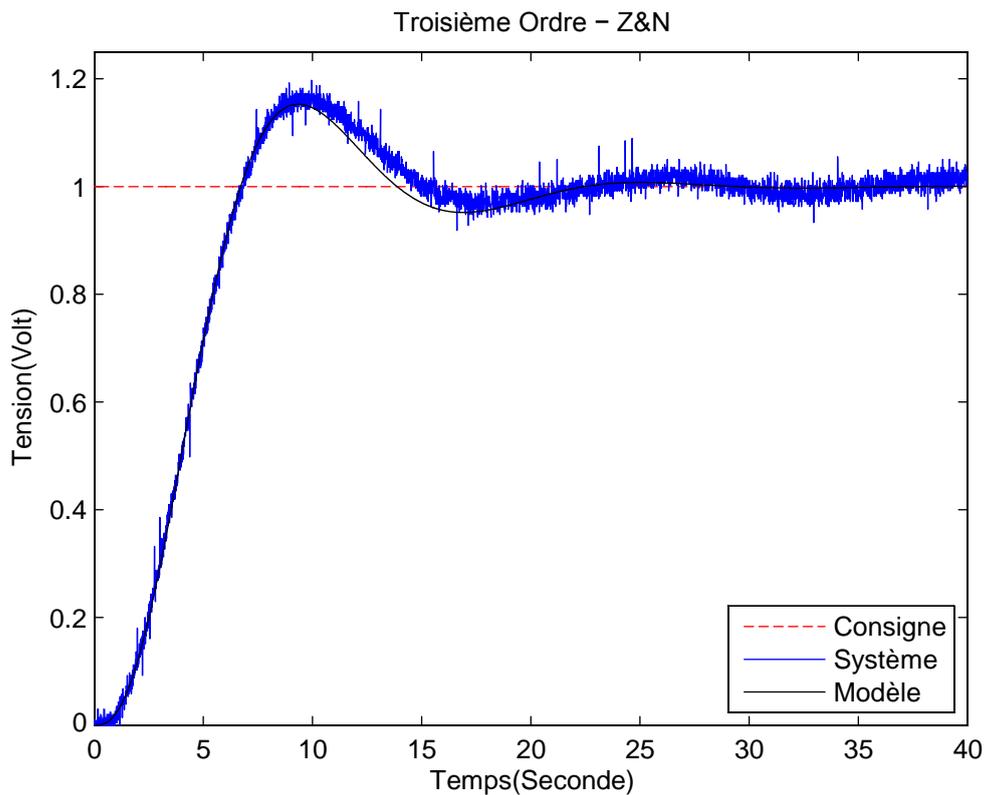


FIGURE 3.6 – Implémentation d’un PID pour un système de troisième ordre issu de la méthode de Ziegler-Nichols en boucle fermée.

Les résultats représentés dans la figure (3.6) sont, que la réponse du modèle approché ainsi que celle du système sont parfaitement superposées.

3.3 Commande par modèle interne

La méthode de commande par modèle interne ou commande IMC "*Internal Model Control*" a été développée par Garcia et Morari en 1982.

Elle est basée sur la connaissance d'un modèle approché du procédé à commander (obtenu par identification ou par simplification du modèle complet par exemple), et l'incertitude du modèle est directement prise en compte par une robustesse du système de commande à des modifications du procédé ou des erreurs de modélisation [6, 7].

La figure (3.7) suivante, représente le schéma d'une structure de commande à modèle interne :

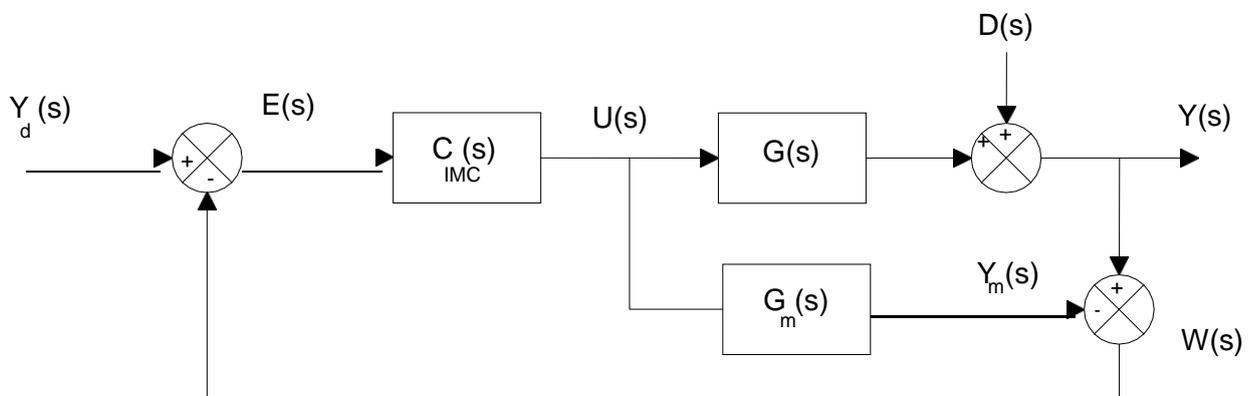


FIGURE 3.7 - Schéma d'une structure de commande à modèle interne.

Dans ce schéma bloc :

- $G(s)$ représente la fonction de transfert du procédé à commander ;
- $G_m(s)$ représente la fonction de transfert approchée du procédé ;
- $C_{IMC}(s)$ représente le correcteur à concevoir.

En général, $G_m(s)$ et $G(s)$ sont différentes de plus les perturbations $D(s)$ influençant $Y(s)$ sont inconnues, donc, $Y_m(s)$ est différent de $Y(s)$.

En considérant le schéma de la structure de commande à modèle interne précédent, comme montré dans la figure (3.7).

L'expression de la sortie, est :

$$Y(s) = D(s) + G(s) \cdot C_{IMC}(s) \cdot E(s) \quad (3.7)$$

L'écart entre la consigne et la sortie est donnée par :

$$E(s) = Y_d(s) - Y(s) + Y_m(s) \quad (3.8)$$

Avec :

$$Y_m(s) = G_m(s) \cdot C_{IMC}(s) \cdot E(s) \quad (3.9)$$

En remplaçant les équations (3.7) et (3.9) dans l'équation (3.8), on obtient :

$$E(s) = \frac{1}{1 + \frac{G_m(s) \cdot C_{IMC}(s)}{G(s) \cdot C_{IMC}(s)}} \cdot (Y_d(s) - D(s)) \quad (3.10)$$

Et, en remplaçant l'équation (3.10) dans l'équation (3.7), on aura :

$$Y(s) = \frac{1 - \frac{G_m(s) \cdot C_{IMC}(s)}{G(s) \cdot C_{IMC}(s)}}{1 + \frac{G_m(s) \cdot C_{IMC}(s)}{G(s) \cdot C_{IMC}(s)}} \cdot D(s) + \frac{\frac{G(s) \cdot C_{IMC}(s)}{G(s) \cdot C_{IMC}(s)}}{1 + \frac{G_m(s) \cdot C_{IMC}(s)}{G(s) \cdot C_{IMC}(s)}} \cdot Y_d(s) \quad (3.11)$$

Deux performances sont généralement exigées pour le concepteur :

- Une poursuite de consigne parfaite ($Y(s) = Y_d(s)$) lorsqu'on ne tient pas compte de perturbations ($D(s) = 0$) ;
- Un rejet maximal de perturbation, donc une influence de $D(s)$ minimale, lorsqu'on se trouve en régulation $Y_d(s) = 0$.

De l'équation (3.11), on constate que lorsque $D(s) = 0$ ainsi que pour avoir $Y(s) = Y_d(s)$ (poursuite de consigne), il faut avoir :

$$\frac{G(s) \cdot C_{IMC}(s)}{1 + G(s) \cdot C_{IMC}(s) - G_m(s) \cdot C_{IMC}(s)} = 1 \quad (3.12)$$

Ce qui donne :

$$1 - G_m(s) \cdot C_{IMC}(s) = 0 \quad (3.13)$$

D'où :

$$C_{IMC}(s) = \frac{1}{G_m(s)} \quad (3.14)$$

De la même relation (3.11), on constate que pour avoir un rejet de perturbation en régime de régulation ($Y_d(s) = 0$), il faut avoir :

$$\frac{1 - G_m(s).C_{IMC}(s)}{1 + G(s).C_{IMC}(s) - G_m(s).C_{IMC}(s)} = 0 \quad (3.15)$$

Ce qui donne aussi :

$$1 - G_m(s).C_{IMC}(s) = 0 \quad (3.16)$$

Et :

$$C_{IMC}(s) = \frac{1}{G_m(s)} \quad (3.17)$$

Mais un tel correcteur est irréalisable physiquement, lorsque le degré du dénominateur de $G_m(s)$ est strictement supérieur au degré de son numérateur. De plus, les zéros positifs ou à partie réelle positive de transmission et les retards présents dans la fonction de transfert du procédé posent une difficulté : les zéros positifs ou à partie réelle positive de transmission du procédé seraient des pôles pour le correcteur et le rendraient instable. Les retards purs du procédé fourniraient des avances pures du correcteur, donc celui-ci serait irréalisable physiquement [7].

Pour cette raison, la conception du modèle interne se fait en deux étapes :

Étape n°1 : On décompose le modèle $G_m(s)$ du procédé sous la forme d'un produit de deux facteurs, le premier $G_m^+(s)$ (dont le gain sera égal à 1) contenant les retards purs et les zéros positifs ou à partie réelle positive :

$$G_m(s) = G_m^+(s).G_m^-(s) \quad (3.18)$$

Étape n°2 : On retient seulement $G_m^-(s)$ (pour écarter les retards purs et les zéros positifs ou à partie réelle positive) et on filtre l'inverse de $G_m^-(s)$ (pour rendre le correcteur réalisable physiquement). La fonction de transfert du correcteur réel est alors donnée par :

$$C_{IMC}(s) = \frac{1}{G_m^-(s)}.F(s) \quad (3.19)$$

Où :

- $F(s)$, filtre passe bas, qui a la forme :

$$F(s) = \frac{1}{(1 + \tau_f \cdot s)^n} \quad (3.20)$$

Avec :

- n , l'ordre du filtre qui est choisi de sorte que le contrôleur soit causal.
- τ_f , constante de temps que l'on souhaite imposer à la boucle fermée, elle est déterminée par la performance désirée du système. Un τ_f plus petit peut fournir une réponse en boucle fermée plus rapide, tandis qu'un τ_f plus grand augmente la constante de temps en boucle fermée, c'est-à-dire ralentit la rapidité de la réponse[7].

3.3.1 Applications

Pour les applications suivantes, nous calculons le régulateur IMC comme décrit précédemment puis l'implémenter par l'exécution du schéma bloc de la figure (3.8).

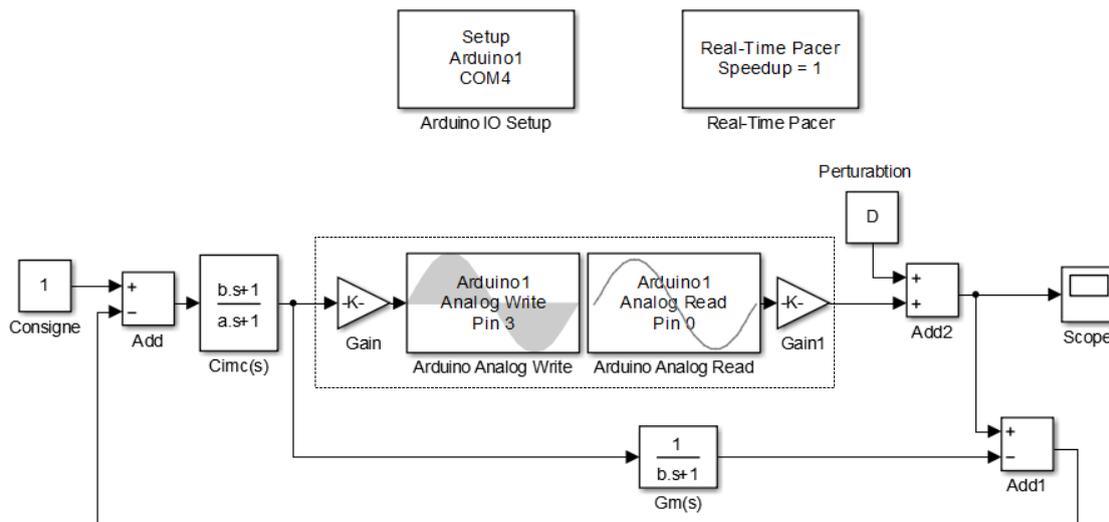


FIGURE 3.8 – Schéma d'implémentation de la commande IMC.

3.3.1.1 Système de premier ordre

Après identification du système composé d'une seule cellule RC comme calculé dans le chapitre (2), on a obtenu le modèle suivant :

$$G_m(s) = \frac{1}{1 + 2.28s} \cdot e^{-0.08s} \quad (3.21)$$

La fonction de transfert $G_m(s)$ du système admet un retard, pour cela :

$$G_m(s) = G_m^+(s) \cdot G_m^-(s) \quad (3.22)$$

Où :

- $G_m^-(s) = \frac{1}{1+2.28s}$, est la partie inversible de $G_m(s)$.

- $G_m^+(s) = e^{-0.08s}$, est la partie non-inversible de $G_m(s)$.

Du moment qu'on a un système de premier ordre, la fonction de transfert du filtre est choisie comme suit :

$$F(s) = \frac{1}{(1 + \tau_f \cdot s)^n} \quad (3.23)$$

Avec :

- $\tau_f = 0.2$
- $n = 1$

τ_f , est choisi de sorte à avoir une dynamique satisfaisante.

En utilisant l'équation (3.19), on a obtenu :

$$C_{IMC}(s) = \frac{2.28s + 1}{0.2s + 1} \quad (3.24)$$

En l'appliquant sur le système physique, on a obtenu la figure (3.9) qui représente la sortie du système physique :

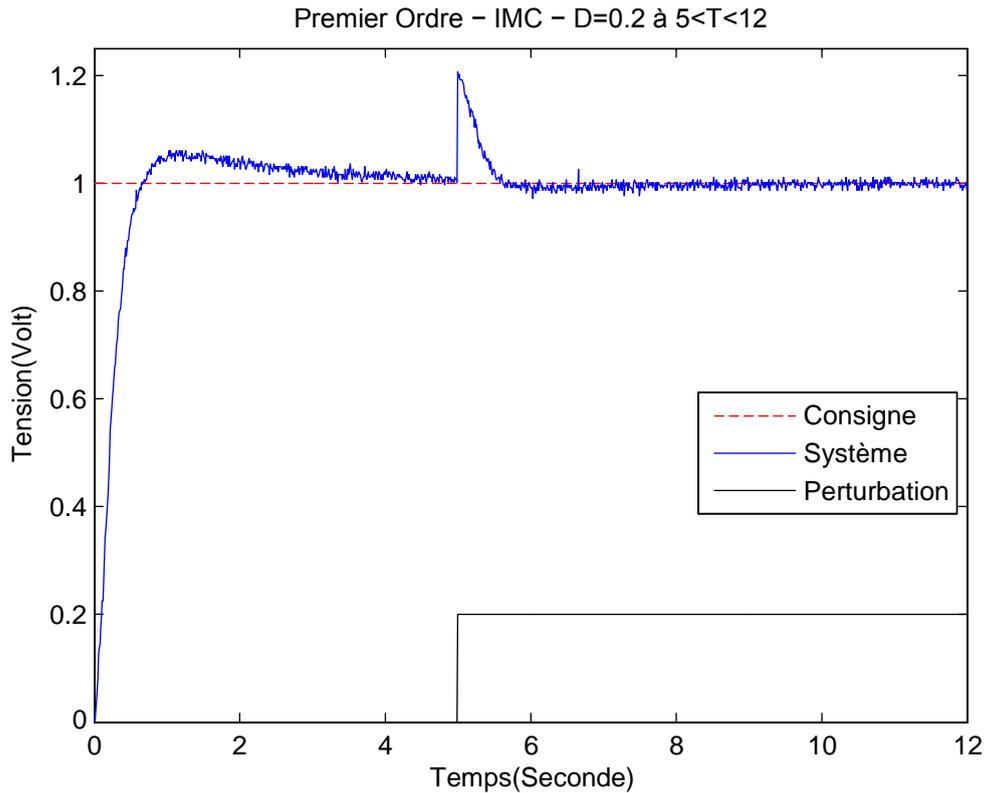


FIGURE 3.9 – Implémentation de la commande par modèle interne à un système de premier ordre, perturbé avec un échelon de 0.2 à $t=5s$.

Le résultat représenté dans la figure (3.9) est, que la perturbation est rejeté par le correcteur $C_{IMC}(s)$.

3.3.1.2 Système de deuxième ordre

Après identification du système composé de deux cellules RC séparées par une cellule suiveur, on a obtenu le modèle suivant :

$$G_m(s) = \frac{1}{4.785s^2 + 4.375s + 1} \cdot e^{-0.05s} \quad (3.25)$$

La fonction de transfert $G_m(s)$ du système admet un retard, pour cela :

$$G_m(s) = G_m^+(s) \cdot G_m^-(s) \quad (3.26)$$

Où :

- $G_m^-(s) = \frac{1}{4.785s^2 + 4.375s + 1}$, est la partie inversible de $G_m(s)$.
- $G_m^+(s) = e^{-0.05s}$, est la partie non-inversible de $G_m(s)$.

Du moment qu'on a un système de deuxième ordre, la fonction de transfert du filtre, est :

$$F(s) = \frac{1}{(1 + \tau_f \cdot s)^n} \quad (3.27)$$

Avec :

- $\tau_f = 0.24$
- $n = 2$

τ_f , est choisi de sorte à avoir une dynamique satisfaisante.

Donc :

$$F(s) = \frac{1}{0.06s^2 + 0.48s + 1} \quad (3.28)$$

En utilisant l'équation (3.19), on a obtenu :

$$C_{IMC}(s) = \frac{4.785s^2 + 4.375s + 1}{0.06s^2 + 0.48s + 1} \quad (3.29)$$

En l'appliquant sur le système physique, on a obtenu la figure (3.10) qui représente la sortie du système physique :

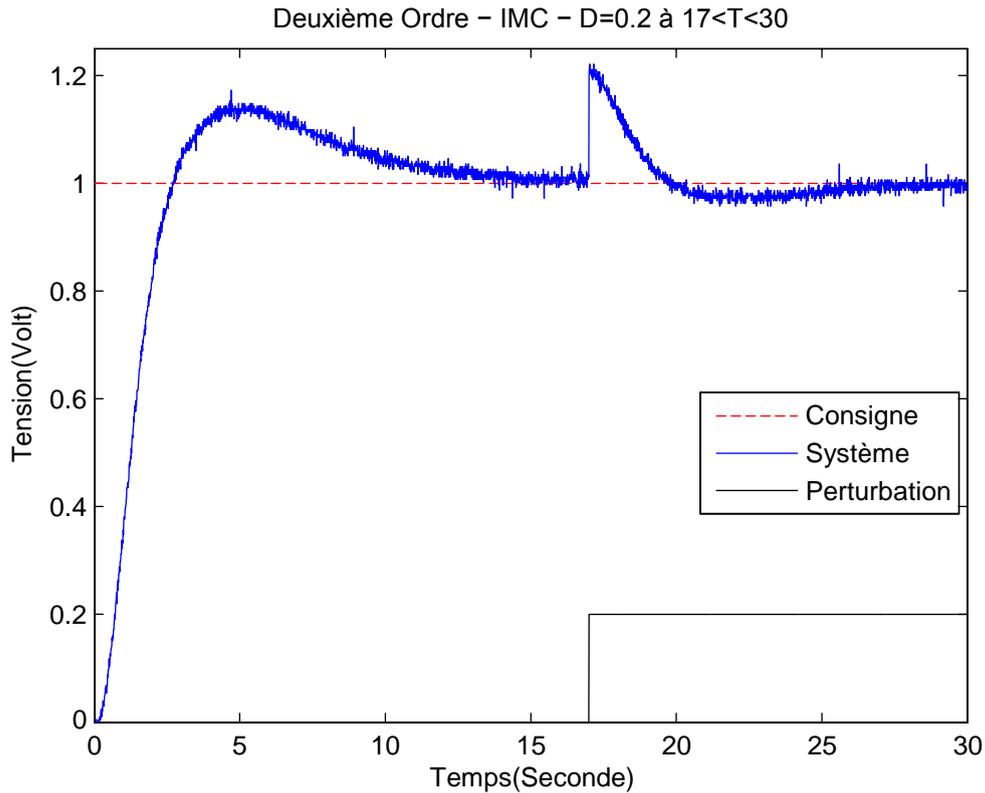


FIGURE 3.10 - Implémentation de la commande à modèle interne par un système de deuxième ordre, perturbé avec un échelon de 0.2 à $t=17s$.

Le résultat représenté dans la figure (3.10) est, que la perturbation est rejeté par le correcteur $C_{IMC}(s)$.

3.3.1.3 Système de troisième ordre

Après identification du système composé de trois cellules RC séparées par deux cellules suiveurs, on a obtenu le modèle suivant :

$$G_m(s) = \frac{1}{10.9s^3 + 14.39s^2 + 6.65s + 1} \cdot e^{-0.08s} \quad (3.30)$$

La fonction de transfert $G_m(s)$ du système admet un retard, pour cela :

$$G_m(s) = G_m^+(s) \cdot G_m^-(s) \quad (3.31)$$

Où :

- $G_m^-(s) = \frac{1}{10.9s^3 + 14.39s^2 + 6.65s + 1}$, est la partie inversible de $G_m(s)$.

- $G_m^+(s) = e^{-0.08s}$, est la partie non-inversible de $G_m(s)$.

Du moment qu'on a un système de troisième ordre, la fonction de transfert du filtre, est :

$$F(s) = \frac{1}{(1 + \tau_f \cdot s)^n} \quad (3.32)$$

Avec :

- $\tau_f = 1.1$
- $n = 3$

τ_f , est choisi de sorte à avoir une dynamique satisfaisante.

Donc :

$$F(s) = \frac{1}{1.331s^3 + 3.63s^2 + 3.3s + 1} \quad (3.33)$$

En utilisant l'équation (3.19), on a obtenu :

$$C_{IMC}(s) = \frac{10.9s^3 + 14.39s^2 + 6.65s + 1}{1.331s^3 + 3.63s^2 + 3.3s + 1} \quad (3.34)$$

En l'appliquant sur le système physique, on a obtenu la figure (3.11) qui représente la sortie du système physique :

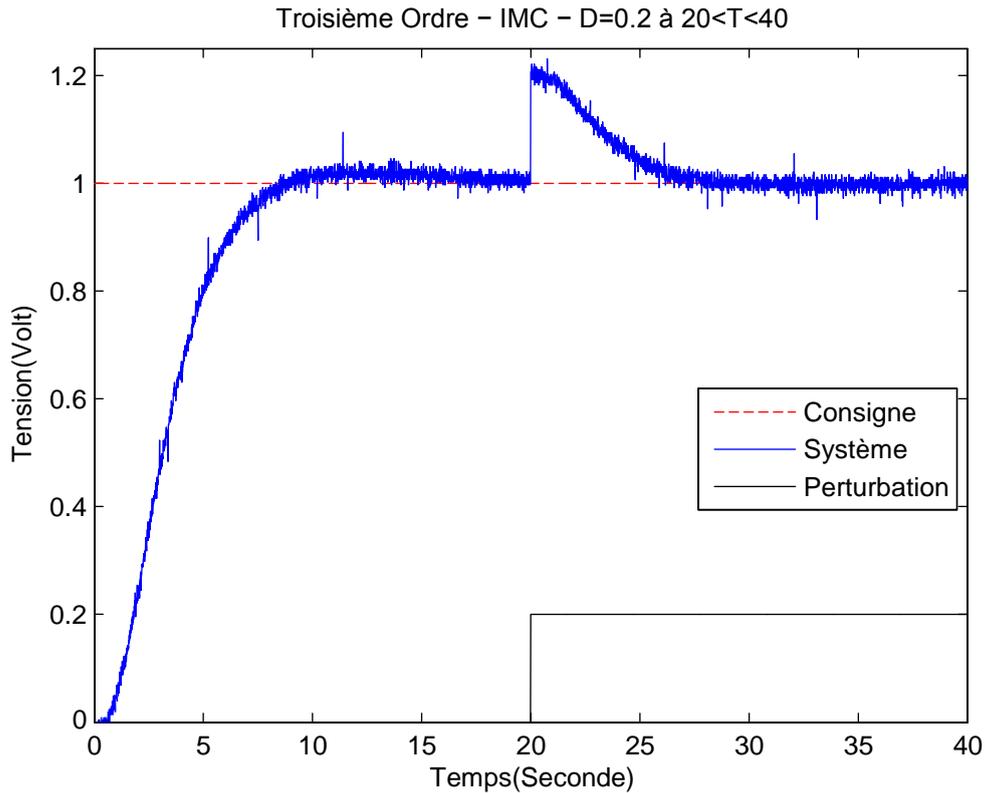


FIGURE 3.11 – Implémentation de la commande par modèle interne à un système de troisième ordre, perturbé avec un échelon de 0.2 à $t=20s$.

Le résultat représenté dans la figure (3.11) est, que la perturbation est rejeté par le correcteur $C_{IMC}(s)$.

3.3.1.4 Système de quatrième ordre

Après identification du système composé de quatre cellules RC séparées par trois cellules suiveurs, on a obtenu le modèle suivant :

$$G_m(s) = \frac{1}{23.85s^4 + 43.18s^3 + 29.3s^2 + 8.85s + 1} \cdot e^{-0.008s} \quad (3.35)$$

La fonction de transfert $G_m(s)$ du système admet un retard, pour cela :

$$G_m(s) = G_m^+(s) \cdot G_m^-(s) \quad (3.36)$$

Où :

- $G_m^-(s) = \frac{1}{23.85s^4 + 43.18s^3 + 29.3s^2 + 8.85s + 1}$, est la partie inversible de $G_m(s)$.

- $G_m^+(s) = e^{-0.008s}$, est la partie non-inversible de $G_m(s)$.

Du moment qu'on a un système de troisième ordre, la fonction de transfert du filtre, est :

$$F(s) = \frac{1}{(1 + \tau_f \cdot s)^n} \quad (3.37)$$

Avec :

- $\tau_f = 1.3$
- $n = 4$

τ_f , est choisi de sorte à avoir une dynamique satisfaisante.

Donc :

$$F(s) = \frac{1}{2.85s^4 + 8.78s^3 + 10.14s^2 + 5.2s + 1} \quad (3.38)$$

En utilisant l'équation (3.19), on a obtenu :

$$C_{IMC}(s) = \frac{23.85s^4 + 43.18s^3 + 29.3s^2 + 8.85s + 1}{2.85s^4 + 8.78s^3 + 10.14s^2 + 5.2s + 1} \quad (3.39)$$

En l'appliquant sur le système physique, on a obtenu la figure (3.12) qui représente la sortie du système physique :

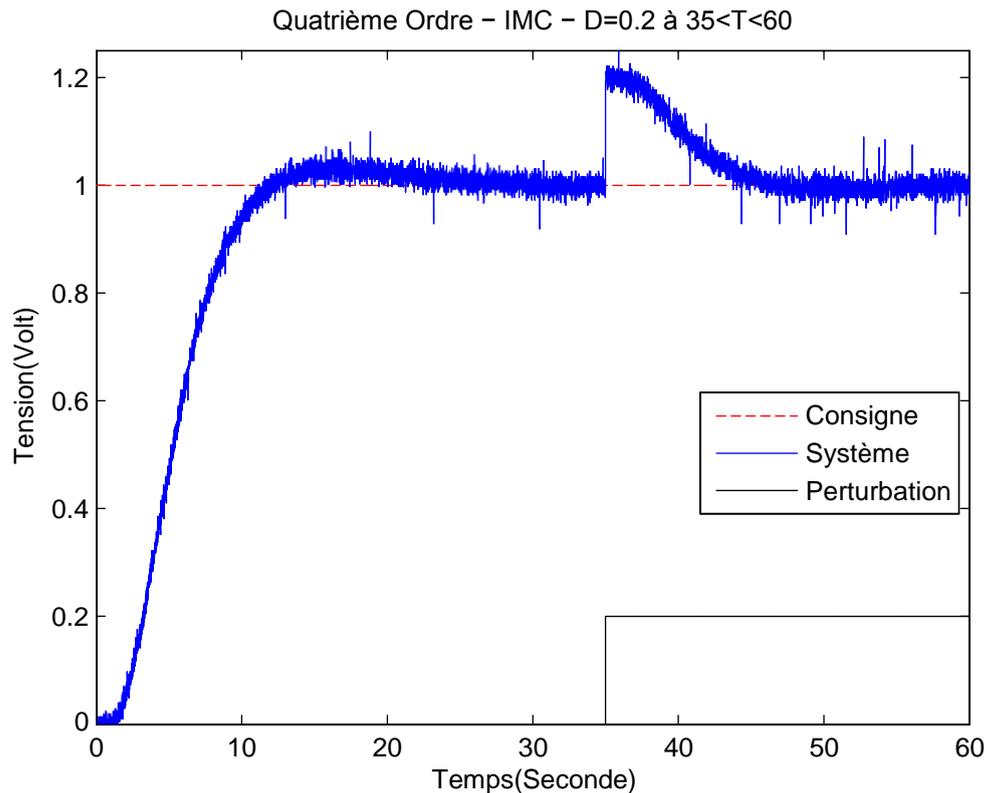


FIGURE 3.12 – Implémentation de la commande par modèle interne à un système de quatrième ordre, perturbé avec un échelon de 0.2 à $t=35$ s.

Le résultat représenté dans la figure (3.12) est, que la perturbation est rejeté par le correcteur $C_{IMC}(s)$.

3.3.2 Conclusion

Ce chapitre, nous a permis de synthétiser et aussi d'implémenter pratiquement deux types de lois de commandes continues sur le banc d'essai.

Les commandes continues étudiées sont, le régulateur PID synthétisé par la méthode de Ziegler-Nichols en boucle fermée, et la commande à modèle interne.

La méthode de Ziegler-Nichols ne nécessite pas la connaissance du modèle du procédé à commander et elle est simple à appliquer. Les régulateurs obtenus ont données des performances acceptables en simulation et en implémentation.

Pour ce qui concerne la commande à modèle interne, elle nous a permis d'élaborer des correcteurs robustes aux perturbations. Cette méthode a été appliquée pour la commande de systèmes du premier, deuxième, troisième et quatrième ordre. Les résultats obtenus après implémentation ont montré les bonnes performances de cette méthode de commande quant au rejet de perturbation.

Chapitre 4

Synthèse et implémentation de commandes numériques

4.1 Introduction

L'usage de systèmes informatiques comme organes de contrôle (correcteurs) dans les systèmes de commandes permet de bénéficier des avancés de l'électronique numérique et de l'informatique. C'est le cas par exemple des ordinateurs ou des microcontrôleurs qui peuvent, entre autre, assumer des fonctions de correcteurs numériques.

Les problèmes à résoudre pour le contrôle numérique des processus continus concernent les points suivants :

- L'échantillonnage d'un signal continu et sa conversion en un signal numérique : cette opération est assurée par un convertisseur analogique-numérique (CAN). Le choix de la période est déterminant.
- La conversion d'un signal numérique en un signal analogique : cette opération consiste à transformer le signal numérique issu du calculateur à l'instant d'échantillonnage (on parle de signal numérique de commande), en signal analogique de commande. Cette opération est assurée par un convertisseur numérique-analogique (CNA). Cette opération est rythmée à la même cadence que celle de l'acquisition.
- La synthèse de la loi de commande : il s'agit d'élaborer une loi d'évolution du signal de commande en fonction des signaux de mesure et de référence, afin de permettre au système asservi de satisfaire un cahier de charges. Cette fonction est appelée "correction numérique" ou encore "élaboration de la loi de commande numérique". Elle a pour objectif de déterminer la valeur du signal numérique de commande à chaque instant d'échantillonnage, à partir des valeurs antérieurs des signaux numériques de commande, de mesure et de référence. Concrètement, la loi de commande numérique s'exprime comme une relation de récurrence qui permet aisément son

implémentation dans un ordinateur numérique.

4.1.1 Structure d'un asservissement numérique

La figure (4.1) suivante représente la structure d'un asservissement numérique dans laquelle est inséré un ordinateur numérique réalisant les tâches d'un algorithme de commande. Un tel ordinateur peut être par exemple, un microcontrôleur [8].

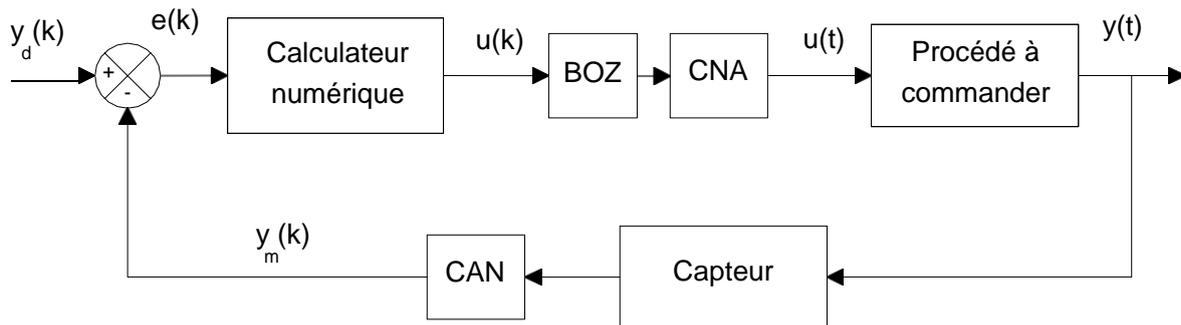


FIGURE 4.1 – Structure d'un asservissement numérique.

Dans ce schéma bloc :

- *BOZ*, permet de maintenir la commande $u(k)$ constante entre les instants $k T_e$ et $(k + 1) T_e$, où T_e est la période d'échantillonnage.
- *CAN*, permet de convertir les signaux analogiques issus du capteur en un signal numérique acceptable par le calculateur numérique.
- *CNA*, permet de convertir les signaux numériques générés par le calculateur numérique pour commander le procédé qui est analogique.

Les signaux $y_d(k)$, $e(k)$, $u(k)$ et $y(k)$ sont des signaux numériques. Ils sont reliés entre eux par des équations récurrentes. La transposition fréquentielle se fera par la transformée en z .

Lors de l'étude, la fonction de transfert en z , va se substituer à la fonction de transfert en s issue de la transformée de *Laplace*.

Le programme à implémenter dans le calculateur numérique va être tiré de $C(z)$ qui est la fonction de transfert du correcteur numérique à calculer.

4.1.1.1 Fonction de transfert de la boucle de commande numérique :

La structure fonctionnelle de la boucle de commande précédente est représentée dans le domaine fréquentiel par la figure (4.2) suivante[9] :

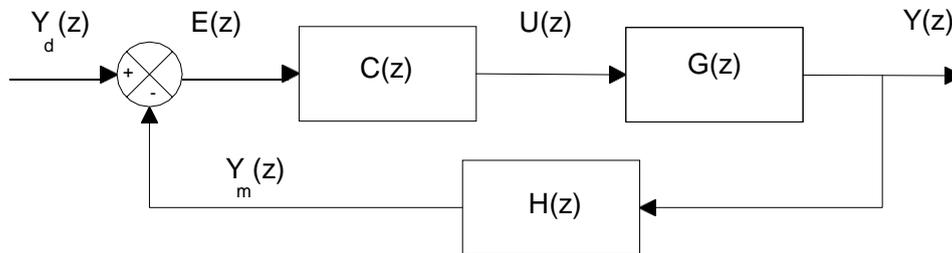


FIGURE 4.2 - Structure d'une boucle de commande numérique.

Où :

- $Y_d(z)$, $\varepsilon(z)$, $u(z)$, $Y_m(z)$ et $Y(z)$ sont les transformées en z des signaux $Y_d(k)$, $\varepsilon(k)$, $u(k)$, $Y_m(k)$ et $Y(k)$ respectivement.
- $C(z)$, la fonction de transfert du correcteur numérique.
- $G(z)$, la fonction de transfert de l'ensemble BOZ et procédé à commander.
- $H(z)$, la fonction de transfert de l'ensemble capteur et FAR.

La fonction de transfert en boucle fermée, est :

$$F(z) = \frac{Y(z)}{Y_d(z)} = \frac{C(z).G(z)}{1 + C(z).G(z)} \quad (4.1)$$

Avec :

$$G(z) = (1 - z^{-1}).TZ \sum \frac{G(s)}{s} \sum \quad (4.2)$$

Où :

- $G(s)$, la fonction de transfert analogique du procédé à commander.
- $TZ \sum \frac{G(s)}{s}$, est la transformée en z de $\frac{G(s)}{s}$ [13, 15].

4.1.1.2 Choix de la période d'échantillonnage

Il dépend de la dynamique du système, que nous réduirons à la connaissance de la constante de temps principale " τ " du système à commander (temps de réponse).

Le processus n'est observé (sa sortie) et commandé (son entrée) que de temps à autre (période) avec une fréquence $F_e = \frac{1}{T_e}$.

T_e , est donc un paramètre qu'on doit choisir en premier lieu, ce choix doit se faire de telle manière à ce que :

- T_e ne doit pas être trop petit, sinon le calculateur numérique consacrerait inutilement trop de temps au système qu'il pilote ;
- T_e ne doit pas être trop grand, sinon le calculateur ne recevra pas certaines informations nécessaires à la réalisation d'une bonne commande du système à corriger [9, 10].

Pour notre cas, nous avons réalisé plusieurs tests pour choisir une bonne période d'échantillonnage qui satisfait ces deux conditions et à l'issue de ces tests, nous avons choisi :

- $T_e = 0.01$, pour le système de premier ordre.
- $T_e = 0.7$, pour le système de deuxième ordre.

4.2 Synthèse d'un correcteur PID numérique

Pour la synthèse de ce correcteur numérique, on utilisera la méthode de la transposition des correcteurs continus.

Pour ce faire, il faut concevoir d'abord un correcteur analogique satisfaisant dans le domaine continu les spécifications d'un cahier de charges et d'effectuer ensuite une transformation de la variable "s" à la variable "z".

Cette transformation se fera nécessairement à l'aide d'approximations car la relation reliant "s" à "z", à savoir $z = e^{s \cdot T_e}$ ne conduit pas à une fraction polynomiale en "z" en partant d'une fraction polynomiale en "s" [10].

Il existe différentes méthodes d'approximation, qui sont la méthode d'Euler (1), (2) et la méthode de Tustin.

Méthode d'Euler (1) : (Différence avant) [7, 11]

$$s = \frac{z - 1}{T_e} \quad (4.3)$$

Méthode d'Euler (2) : (Différence arrière) [7, 11]

$$s = \frac{z - 1}{T_e \cdot z} \quad (4.4)$$

Méthode de Tustin [7, 11]

$$s = \frac{2z - 1}{T_e z + 1} \quad (4.5)$$

4.2.1 Applications

Pour les applications ci-dessous, nous implémentons directement l'équation aux différences du correcteur numérique sur la carte Arduino. C'est-à-dire, dans ce cas le dispositif de commande se réduit seulement à la carte Arduino (sans PC).

4.2.1.1 Système de premier ordre

La fonction de transfert du système de premier ordre, est :

$$G(s) = \frac{1}{2.2s + 1} \quad (4.6)$$

- Pour une première partie, il faut chercher la fonction de transfert discrète du système de la fonction (4.6), cela avec un bloqueur d'ordre zéro (BOZ) de fonction de transfert :

$$B(s) = \frac{1 - e^{-T_e s}}{s} \quad (4.7)$$

Avec : $T_e = 0.01$, qui est la période d'échantillonnage.

Ce qui donne :

$$G(z) = TZ(B(s).G(s)) \quad (4.8)$$

La fonction de transfert discrète, est :

$$G(z) = \frac{0.004535}{z - 0.9955} \quad (4.9)$$

- Pour une deuxième partie, il s'agit de transformer le correcteur continu en un correcteur numérique. Un correcteur PI suffit, qui a pour fonction de transfert :

$$C(s) = K_p + \frac{1}{T_i s} \quad (4.10)$$

Pour cela, il faut une approximation pour passer de "s" à "z".

En utilisant la méthode de Tustin, la fonction de transfert représentée par l'équation (4.10) devient :

$$C(z) = K_p + \frac{1}{T_i} \cdot \frac{T_e}{2} \cdot \frac{z+1}{z-1} = \frac{U(z)}{\varepsilon(z)} \quad (4.11)$$

En réduisant au même dénominateur, on obtient :

$$C(z) = \frac{c \cdot z + d}{a \cdot z + b} = \frac{U(z)}{\varepsilon(z)} \quad (4.12)$$

Où,

- $a = (2 \cdot T_i \cdot T_e)$
- $b = (-2 \cdot T_i \cdot T_e)$
- $c = (T_e + 2 \cdot K_p \cdot T_i)$
- $d = (T_e - 2 \cdot K_p \cdot T_i)$

En multipliant le numérateur et le dénominateur par z^{-1} , on obtient :

$$C(z) = \frac{d \cdot z^{-1} + c}{b \cdot z^{-1} + a} = \frac{U(z)}{\varepsilon(z)} \quad (4.13)$$

D'où :

$$(b \cdot z^{-1} + a) \cdot U(z) = (d \cdot z^{-1} + c) \cdot \varepsilon(z) \quad (4.14)$$

Donc :

$$a \cdot u(k) + b \cdot u(k-1) = c \cdot \varepsilon(k) + d \cdot \varepsilon(k-1) \quad (4.15)$$

L'équation de récurrence obtenue, est :

$$u(k) = -\frac{b}{a} \cdot u(k-1) + \frac{c}{a} \cdot \varepsilon(k) + \frac{d}{a} \cdot \varepsilon(k-1) \quad (4.16)$$

- Pour la dernière partie, on aura à implémenter l'équation aux différences (4.16) en utilisant l'algorithme suivant :

Si instant d'échantillonnage

alors

<acquisition de $y(k)$ > <acquisition de $y_d(k)$ >

$\varepsilon(k) = y_d(k) - y(k)$

$u(k) = (((-b/a) * u(k-1)) + ((c/a) * \varepsilon(k)) + ((d/a) * \varepsilon(k-1)))$

$u(k-1) \leftarrow u(k)$

$\varepsilon(k-1) \leftarrow \varepsilon(k)$

<application de la commande $u(k)$ >

Répéter

Les paramètres du correcteur utilisés, sont :

$$\begin{aligned} & \square \\ & \square K_p = 4.40 \\ & \square T_i = 0.48 \end{aligned} \tag{4.17}$$

La figure (4.3) représente le résultat de la sortie du système physique pour un PI numérique.

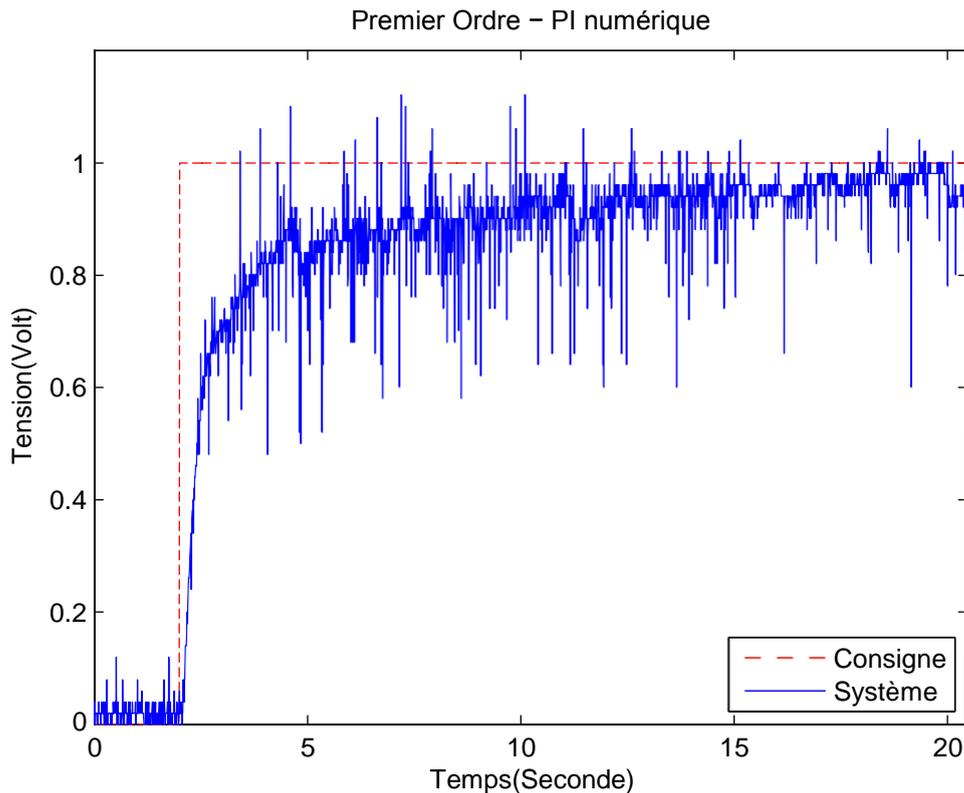


FIGURE 4.3 – Implémentation d'un PI numérique pour un système de premier ordre.

Le résultat représenté dans la figure (4.3) est, que l'équation aux différences implémentée sur la carte Arduino nous permet d'avoir une réponse satisfaisante.

4.2.1.2 Système de deuxième ordre

La fonction de transfert du système de deuxième ordre, est :

$$G(s) = \frac{1}{4.84s^2 + 4.4s + 1} \quad (4.18)$$

- Pour une première partie, il faut chercher la fonction de transfert discrète du système de la fonction (4.18), cela avec un bloqueur d'ordre zéro (BOZ) de fonction de transfert :

$$B(s) = \frac{1 - e^{-T_e \cdot s}}{s} \quad (4.19)$$

Avec : $T_e = 0.7$, qui est la période d'échantillonnage.

Ce qui donne :

$$G(z) = TZ(B(s).G(s)) \quad (4.20)$$

La fonction de transfert discrète, est :

$$G(z) = \frac{0.04106.z + 0.03321}{z^2 - 1.455z + 0.5292} \quad (4.21)$$

- Pour une deuxième partie, il s'agit de transformer le correcteur continu en un correcteur numérique. Un correcteur PID sera utilisé, qui a pour fonction de transfert :

$$C(s) = K_p + \frac{1}{T_i.s} + T_d.s \quad (4.22)$$

Pour cela, il faut une approximation pour passer de "s" à "z".

En utilisant la méthode de Tustin, la fonction de transfert représentée par l'équation (4.22) devient :

$$C(z) = K_p + \frac{1}{T_i} \cdot \frac{T_e}{2} \cdot \frac{z+1}{z-1} + T_d \frac{2z-1}{T_e z+1} \quad (4.23)$$

En réduisant au même dénominateur, on obtient :

$$C(z) = \frac{c.z^2 + d.z + e}{a.z^2 + b} = \frac{U(z)}{\varepsilon(z)} \quad (4.24)$$

Où,

- $a = (2.T_i.T_e)$
- $b = (-2.T_i.T_e)$
- $c = (2.K_p.T_i.T_e + T_e^2 + 2.T_i.T_d)$
- $d = (2.T_e^2 - 8.T_i.T_d)$
- $e = (2.T_e^2 - 2.K_p.T_i.T_e - 4.T_i.T_d)$

En multipliant le numérateur et le dénominateur de l'équation (4.24) par z^{-2} , on obtient :

$$C(z) = \frac{e.z^{-2} + d.z^{-1} + c}{b.z^{-2} + a} = \frac{U(z)}{\varepsilon(z)} \quad (4.25)$$

D'où :

$$(b.z^{-2} + a).U(z) = (e.z^{-2} + d.z^{-1} + c).E(z) \quad (4.26)$$

Donc :

$$a.u(k) + b.u(k - 2) = c.\varepsilon(k) + d.\varepsilon(k - 1) + e.\varepsilon(k - 2) \quad (4.27)$$

L'équation de récurrence obtenue, est :

$$u(k) = -\frac{b}{a}.u(k - 2) + \frac{c}{a}.\varepsilon(k) + \frac{d}{a}.\varepsilon(k - 1) + \frac{e}{a}.\varepsilon(k - 2) \quad (4.28)$$

- Pour la dernière partie, on aura à implémenter l'équation aux différences (4.28) en utilisant l'algorithme suivant :

Si instant d'échantillonnage

alors

<acquisition de $y(k)$ > <acquisition de $y_d(k)$ >

$\varepsilon(k) = y_d(k) - y(k)$

$U(k) = (((-b)/a) * U(k-2)) + ((c/a) * E(k)) + ((d/a) * E(k-1)) + ((e/a) * E(k-2))$

$u(k-1) \leftarrow u(k)$

$\varepsilon(k-2) \leftarrow \varepsilon(k-1)$

$\varepsilon(k-1) \leftarrow \varepsilon(k)$

<application de la commande $u(k)$ >

Répéter

Les paramètres du correcteur utilisés, sont :

$$\begin{aligned} & \square K_p = 0.28 \\ & \square T_i = 6.29 \\ & \square T_d = 0.12 \end{aligned} \quad (4.29)$$

La figure (4.4) représente le résultat de la sortie du système physique pour un PID numérique.

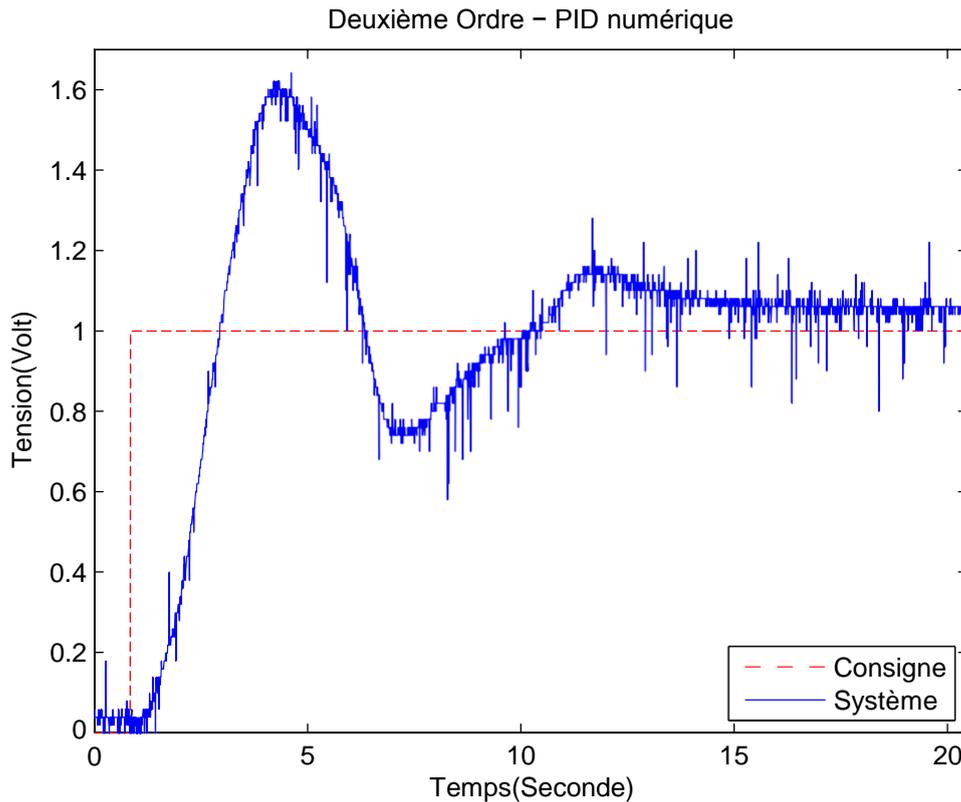


FIGURE 4.4 - Implémentation d'un PID numérique pour un système de deuxième ordre.

Le résultat représenté dans la figure (4.4) est, que l'équation aux différences implémentée sur la carte Arduino nous permet d'avoir une réponse satisfaisante malgré le dépassement.

4.3 Synthèse d'un correcteur sous forme RST numérique

L'objectif de l'asservissement est de garantir le suivi d'une grandeur de sortie avec un signal d'entrée servant de référence au système malgré la présence de perturbations. Le rejet de perturbations est une propriété de robustesse très recherchée en asservissement. À cet effet, nous allons introduire une nouvelle structure de correction, le "correcteur RST", plus intéressante vis-à-vis de cette propriété que la correction série classique vue dans le chapitre (3).

Dans cette section, on aura à définir le principe de cette commande et la méthode de synthèse de cette dernière ainsi que son implémentation sur un microcontrôleur[10].

4.3.1 Principe de la commande RST

Le schéma bloc général pour la synthèse d'un régulateur RST est représenté par la figure(4.5) :

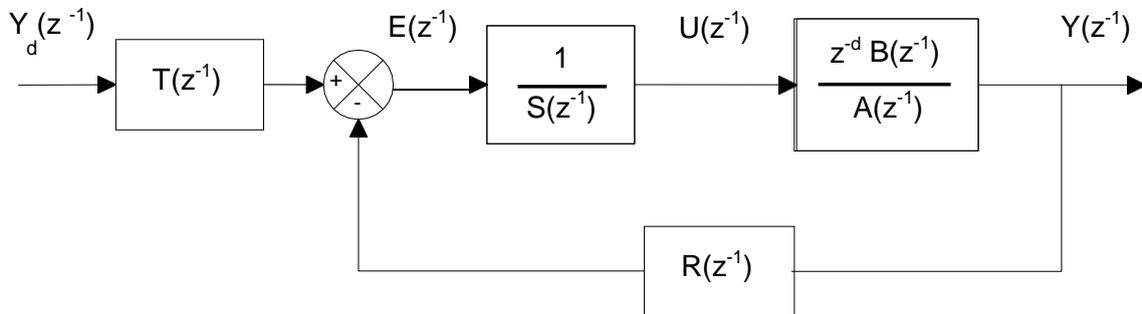


FIGURE 4.5 - Schéma d'une structure de commande RST.

Du schéma bloc :

- La fonction de transfert du système à commander est exprimée par :

$$G(z^{-1}) = \frac{z^{-d} \cdot B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{z^{-d} \cdot (b_1 + b_2 z^{-1} + \dots + b_n \cdot z^{-n_B})}{(1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n \cdot z^{-n_A})} \quad (4.30)$$

Avec : n_A , n_B et d l'ordre de la fonction de transfert $G(z^{-1})$.

- Ainsi que, R , S et T sont des polynômes en la variable z^{-1} .

La commande RST est fondée sur une décomposition suivant ces trois polynômes. Ces derniers sont calculés à partir d'une stratégie de placement de pôles, en imposant une fonction de transfert dont la dynamique est satisfaisante.

L'idée directrice guidant la synthèse de régulateur consiste à découpler les comportements dynamiques vis-à-vis de la consigne et des perturbations éventuelles. Cette approche peut être envisagée pour les deux types de modélisation, à temps continu et numérique.

La fonction de transfert en boucle fermée s'écrit :

$$W(z^{-1}) = \frac{z^{-d} \cdot B(z^{-1}) \cdot T(z^{-1})}{A(z^{-1}) \cdot S(z^{-1}) + z^{-d} \cdot B(z^{-1}) \cdot R(z^{-1})} = \frac{z^{-d} \cdot B(z^{-1}) \cdot T(z^{-1})}{P(z^{-1})} \quad (4.31)$$

Avec,

- Le polynôme $P(z^{-1})$ définit les pôles du système imposé en boucle fermée.
- Le polynôme $T(z^{-1})$ introduit un degré de liberté supplémentaire qui va permettre de faire une poursuite.

Les polynômes $R(z^{-1})$, $S(z^{-1})$ et $T(z^{-1})$ sont définis par :

$$\begin{aligned} \square S(z^{-1}) &= (1 - z^{-1})^q (1 + s_1 z^{-1} + \dots + s_{n_S} z^{-n_S}) \\ \square R(z^{-1}) &= \overline{(r_0 + r_1 z^{-1} + \dots + r_{n_R} z^{-n_R})} \\ \square T(z^{-1}) &= \frac{P(1)}{B(1)} \end{aligned} \quad (4.32)$$

Avec : n_S et n_R sont les ordres des polynômes R et S .

Le polynôme $S(z^{-1})$, admet une partie fixe $(1 - z^{-1})^q$ qui est nécessaire pour le rejet de perturbations. Tel que, l'ordre q peut être déterminé selon le tableau (4.1) suivant :

Perturbations	q	Partie fixe
Impulsion	0	1
Échelon	1	$(1 - z^{-1})^1$
Rampe	2	$(1 - z^{-1})^2$

TABLE 4.1 - Réglage de l'ordre q par classe de perturbations.

4.3.2 Synthèse d'une commande RST

Pour synthétiser une commande RST, d'une part il faut trouver la fonction de transfert discrète du système à commander en choisissant convenablement la période d'échantillonnage adéquate comme déterminé dans la section "Synthèse d'un correcteur PID numérique".

D'une autre part, dimensionner le polynôme caractéristique de la fonction de transfert désirée, ainsi que les polynômes $R(z^{-1})$, $S(z^{-1})$ et $T(z^{-1})$. Cela en résolvant l'équation Diophantienne [12, 14, 15] (4.33), qui est :

$$\begin{aligned} \square n_P &= n_A + n_B + q + d - 1 \\ \square n_S &= n_B + d - 1 \\ \square n_R &= n_A + q - 1 \end{aligned} \quad (4.33)$$

Une fois que le choix des degrés des polynômes étant fait, on résout l'équation (4.34) afin de trouver les paramètres r_0, r_1, \dots, r_{n_R} ainsi que s_0, s_1, \dots, s_{n_S} , qui était notre objectif.

Pour ce faire, on met l'égalité du polynôme caractéristique de la fonction de transfert (4.31) avec celui de la fonction de transfert imposée, qui est dans notre cas $P(z^{-1})$.

D'où :

$$A(z^{-1}).S(z^{-1}) + z^{-d}.B(z^{-1}).R(z^{-1}) = P(z^{-1}) \quad (4.34)$$

Avec :

$$A(z^{-1}) = (1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{n_A} .z^{-n_A}) \quad (4.35)$$

$$B(z^{-1}) = z^d.(b_1 + b_2 z^{-2} + \dots + b_{n_B} .z^{-n_B}) \quad (4.36)$$

$$S(z^{-1}) = (1 - z^{-1})^q.(1 + s_1 z^{-1} + \dots + s_{n_S} .z^{-n_S}) \quad (4.37)$$

$$R(z^{-1}) = r_0 + r_1 z^{-1} + \dots + r_{n_R} .z^{-n_R} \quad (4.38)$$

$$P(z^{-1}) = 1 + p_1 z^{-1} + \dots + p_{n_P} .z^{-n_P} \quad (4.39)$$

Afin de résoudre l'équation (4.34), on utilise les équations (4.35,4.36,4.37,4.38,4.39) misent sous la forme matricielle (4.40) suivante :

$$\begin{bmatrix}
 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
 a_1 - 1 & a_1 - 1 & \ddots & 1 & b_1 & 0 & \ddots & \vdots \\
 \vdots & a_2 - a_1 & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\
 a_{n_A} - a_{n_A-1} & \vdots & \ddots & a_2 - 1 & b_{n_B} & b_2 & \ddots & \vdots \\
 -a_{n_A} & a_{n_A} - a_{n_A-1} & \ddots & a_{n_A} - a_{n_A-1} & 0 & b_0 & \ddots & b_1 \\
 0 & -a_{n_A} & \dots & -a_{n_A} & 0 & 0 & \ddots & b_2 \\
 & & & & & & & \vdots \\
 & & & & & & & b_{n_B} \\
 & & & & & & & \vdots \\
 & & & & & & & r_{n_R}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 1 \\
 s_1 \\
 s_2 \\
 \vdots \\
 s_{n_S} \\
 r_0 \\
 r_1 \\
 \vdots \\
 r_{n_R}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 1 \\
 p_1 \\
 p_2 \\
 \vdots \\
 p_{n_P} \\
 0 \\
 0 \\
 \vdots \\
 0
 \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

La matrice (4.40) obtenue peut être écrite sous la forme : $D.E = F$,

Avec :

- F , représente les paramètres du polynôme caractéristique désirés (pôles).
- E , représente les paramètres des polynômes $R(z^{-1})$ et $S(z^{-1})$.
- D , représente les paramètres de la fonction de transfert du système.

Pour trouver le vecteur E , il suffit de mettre $E = D^{-1}F$. Tel que les polynômes $A(z^{-1})$ et $B(z^{-1})$ soient premiers entre eux pour que la matrice D soit inversible.

4.3.3 Équations aux différences

On a :

$$U(z^{-1}) = \frac{1}{S(z^{-1})} \cdot E(z^{-1}) \quad (4.41)$$

Aussi :

$$E(z^{-1}) = T(z^{-1}) \cdot Y_d(z^{-1}) - R(z^{-1}) \cdot Y(z^{-1}) \quad (4.42)$$

Ce qui donne :

$$U(z^{-1}) = \frac{1}{S(z^{-1})} \cdot (T(z^{-1}) \cdot Y_d(z^{-1}) - R(z^{-1}) \cdot Y(z^{-1})) \quad (4.43)$$

Donc :

$$U(z^{-1}) \cdot S(z^{-1}) = T(z^{-1}) \cdot Y_d(z^{-1}) - R(z^{-1}) \cdot Y(z^{-1}) \quad (4.44)$$

D'où :

$$U(z^{-1}) \cdot (1 - z^{-1}) \cdot (1 + s_1 z^{-1} + \dots + s_{n_S} z^{-n_S}) = T(z^{-1}) \cdot Y_d(z^{-1}) - (r_0 + r_1 z^{-1} + \dots + r_{n_R} z^{-n_R}) \cdot Y(z^{-1}) \quad (4.45)$$

En utilisant la transformée en z inverse, on obtient :

$$\begin{aligned} u(k) = & (1 - s_1) \cdot u(k - 1) + (s_1 - s_2) \cdot u(k - 2) + \dots + (s_{n_S-1} - s_{n_S}) \cdot u(k - n_S) \\ & + s_{n_S} \cdot u(k - n_S + 1) + T(k) \cdot y_d(k) - r_0 \cdot y(k) - r_1 \cdot y(k - 1) - \dots - r_{n_R} \cdot y(k - n_R) \end{aligned} \quad (4.46)$$

Cette équation aux différences est à implémentée directement sur une carte à micro-contrôleur.

4.3.4 Application de la commande RST

Afin d'appliquer la commande RST sur le banc d'essai, on a utilisé le schéma bloc Simulink suivant :

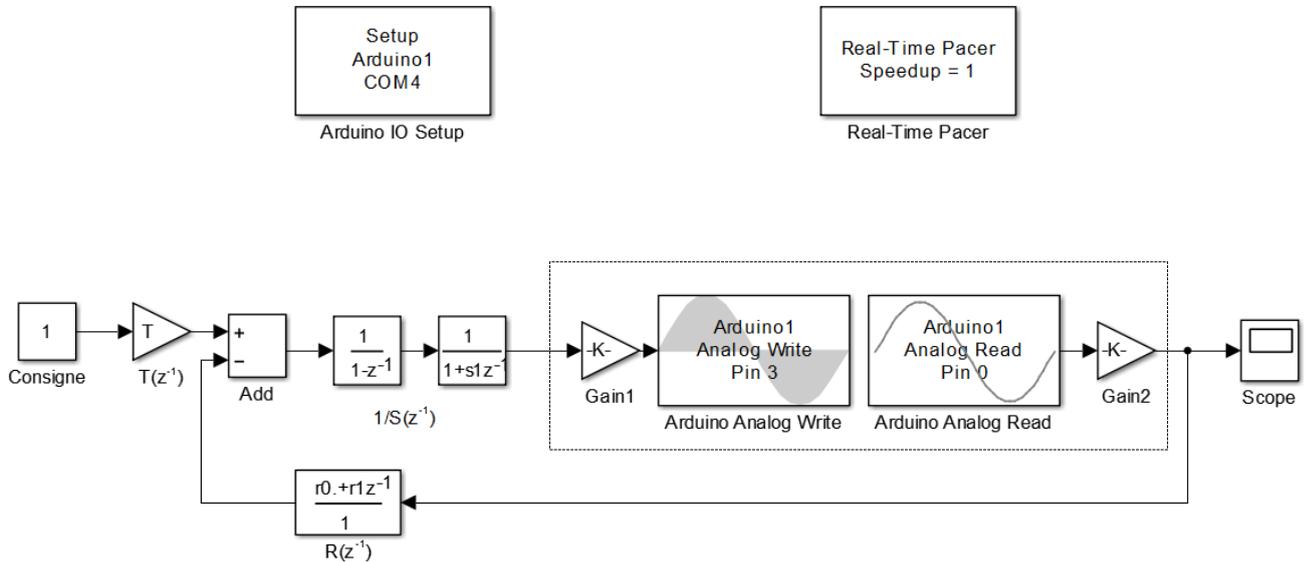


FIGURE 4.6 - Schéma bloc d'implémentation de la commande RST sur le banc d'essai.

4.3.4.1 Système de premier ordre

La fonction de transfert d'un système de premier ordre à commander, est :

$$G(s) = \frac{1}{2.2s + 1} \quad (4.47)$$

Après discrétisation de la fonction de transfert (4.47) comme déjà calculer dans la section "Synthèse d'un PID numérique" :

$$G(z) = \frac{0.004535}{z - 0.9955} = \frac{z^{-1}0.004535}{1 - 0.9955z^{-1}} \quad (4.48)$$

- En premier lieu, résolution de l'équation Diophantienne afin d'avoir les dimensions des polynômes $R(z^{-1})$, $S(z^{-1})$ et $P(z^{-1})$.

$$\begin{aligned} \square n_P + n_A + n_B + q + d - 1 &= 1 + 0 + 1 + 1 - 1 = 2 \\ \square n_S &= n_B + d - 1 = 0 + 1 - 1 = 0 \\ \square n_R &= n_A + q - 1 = 1 + 1 - 1 = 1 \end{aligned} \quad (4.49)$$

Pour ce qui concerne la partie fixe du polynôme $S(z^{-1})$, on a pris l'ordre $q = 1$ tel que la perturbation soit un échelon.

Ce qui fait :

$$S(z^{-1}) = (1 - z^{-1}) \quad (4.50)$$

$$R(z^{-1}) = r_0 + r_1 z^{-1} \quad (4.51)$$

$$P(z^{-1}) = 1 + p_1 z^{-1} \quad (4.52)$$

Du moment qu'on a un système de premier ordre et qu'on a obtenu $n_P = 2$, on choisit un polynôme caractéristique composé d'un seul pôle.

La fonction de transfert du système désiré, est :

$$G_d(s) = \frac{1}{0.8s + 1} \quad (4.53)$$

D'où son équivalent discret :

$$G_d(z) = \frac{0.01236}{z - 0.9876} = \frac{z^{-1} 0.01236}{1 - 0.9876 z^{-1}} \quad (4.54)$$

- En second lieu, on déterminera les paramètres r_0 et r_1 .

À partir de l'équation matricielle (4.40), on obtient :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a_1 & 1 & 1 \\ b_1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_0 \\ r_1 \\ p_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.55)$$

Ce qui donne :

$$\begin{aligned} r_0 &= 223.26 \\ r_1 &= -220.58 \end{aligned} \quad (4.56)$$

Pour ce qui concerne le polynôme $T(z^{-1})$:

On a :

$$T(z^{-1}) = \frac{P(1)}{B(1)} = \frac{A(1).S(1) + z^{-1}.R(1).B(1)}{B(1)} = \frac{R(1).B(1)}{B(1)} = R(1) = r_0 + r_1 \quad (4.57)$$

L'équation aux différences obtenue à partir de l'équation (4.46), est :

$$u(k) = u(k-1) + T(k).y_d(k) - r_0.y(k) - r_1.y(k-1) \quad (4.58)$$

La figure (4.7) représente la sortie du système commandé par un RST numérique obtenue après implémentation pratique de l'équation aux différences 4.58.

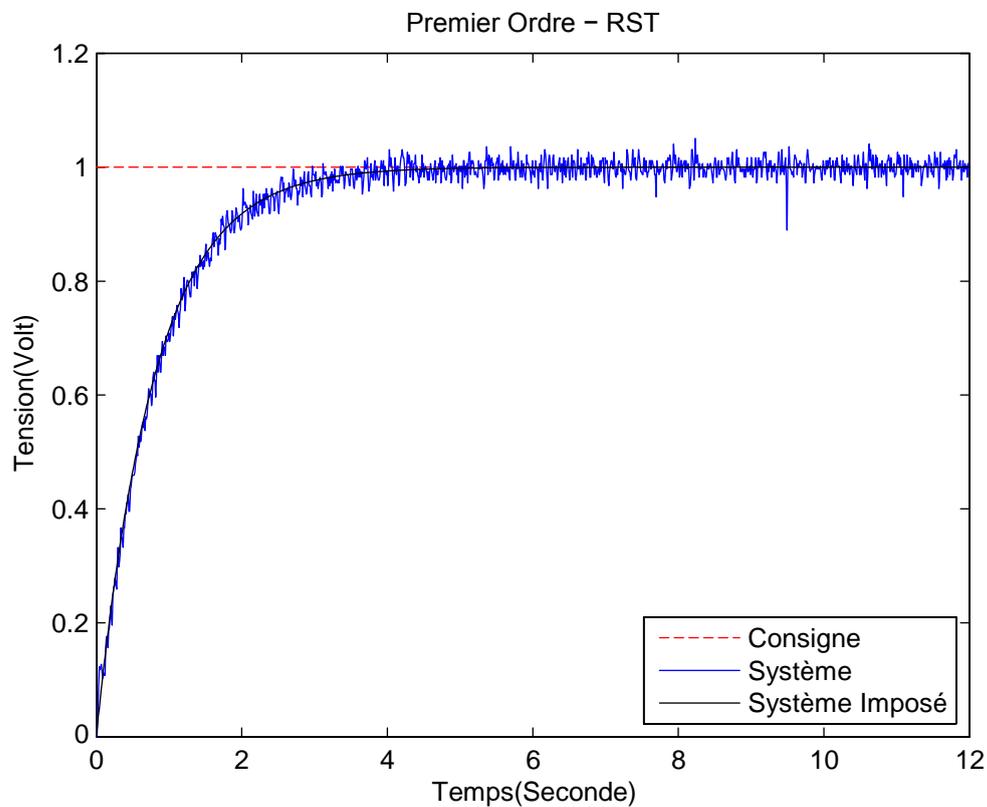


FIGURE 4.7 - Implémentation d'un RST numérique pour un système de premier ordre.

Les résultats représentés dans la figure (4.7) sont, que la réponse du système est parfaitement superposée à celle du système imposé.

4.3.4.2 Système de deuxième ordre

La fonction de transfert d'un système de deuxième ordre à commander, est :

$$G(s) = \frac{1}{4.84s^2 + 4.4s + 1} \quad (4.59)$$

Après discrétisation de la fonction de transfert (4.59), on obtient :

$$G(z) = \frac{0.04106z + 0.03321}{z^2 - 1.455z + 0.5292} = \frac{z^{-1}(0.04106 + 0.03321z^{-1})}{1 - 1.455z^{-1} + 0.5292z^{-2}} \quad (4.60)$$

- En premier lieu, résolution de l'équation Diophantienne afin d'avoir les dimensions des polynômes $R(z^{-1})$, $S(z^{-1})$ et $P(z^{-1})$.

$$\begin{aligned} \square n_P \text{ }^{\text{TM}} n_A + n_B + q + d - 1 &= 2 + 1 + 1 + 1 - 1 = 4 \\ n_S &= n_B + d - 1 = 1 + 1 - 1 = 1 \\ \square n_R &= n_A + q - 1 = 2 + 1 - 1 = 2 \end{aligned} \quad (4.61)$$

Pour ce qui concerne la partie fixe du polynôme $S(z^{-1})$, on a pris l'ordre $q = 1$ tel que la perturbation soit un échelon.

Ce qui fait :

$$S(z^{-1}) = (1 - z^{-1}).(1 + s_1z^{-1}) \quad (4.62)$$

$$R(z^{-1}) = r_0 + r_1z^{-1} + r_2z^{-2} \quad (4.63)$$

$$P(z^{-1}) = 1 + P_1z^{-1} + P_2z^{-2} \quad (4.64)$$

Du moment qu'on a un système de deuxième ordre et qu'on a obtenu $n_P \text{ }^{\text{TM}} 4$, on choisit un polynôme caractéristique composé de deux pôles.

La fonction de transfert du système désiré, est :

$$G_d(s) = \frac{1}{0.64s^2 + 1.6s + 1} \quad (4.65)$$

D'où son équivalent discret :

$$G_d(z) = \frac{0.2184z + 0.1217}{z^2 - 0.8337z + 0.1738} = \frac{z^{-1}(0.2184 + 0.1217z^{-1})}{1 - 0.8337z^{-1} + 0.1738z^{-2}} \quad (4.66)$$

- En second lieu, on déterminera les paramètres s_1, r_0, r_1 et r_2 .

À partir de l'équation matricielle (4.40), on obtient :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 - 1 & 1 & b_1 & 0 & 0 \\ a_2 - a_1 & a_1 - 1 & b_2 & b_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ r_0 \\ p_1 \\ p_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.67)$$

Ce qui donne :

$$\begin{aligned} s_1 &= 0.5786 \\ r_0 &= 25.3982 \\ r_1 &= -30.0352 \\ r_2 &= 9.2202 \end{aligned} \quad (4.68)$$

Pour ce qui concerne le polynôme $T(z^{-1})$:

On a :

$$T(z^{-1}) = \frac{P(1)}{B(1)} = \frac{A(1) \cdot S(1) + z^{-1} \cdot R(1) \cdot B(1)}{B(1)} = \frac{R(1) \cdot B(1)}{B(1)} = R(1) = r_0 + r_1 + r_2 \quad (4.69)$$

L'équation aux différences obtenue à partir de l'équation (4.46), est :

$$u(k) = (1 - s_1)u(k - 1) + s_1 \cdot u(k - 2) + T(k) \cdot y_d(k) - r_0 \cdot y(k) - r_1 \cdot y(k - 1) - r_2 \cdot y(k - 2) \quad (4.70)$$

La figure (4.8) représente la sortie du système commandé par un RST numérique obtenue après implémentation pratique de l'équation aux différences 4.58.

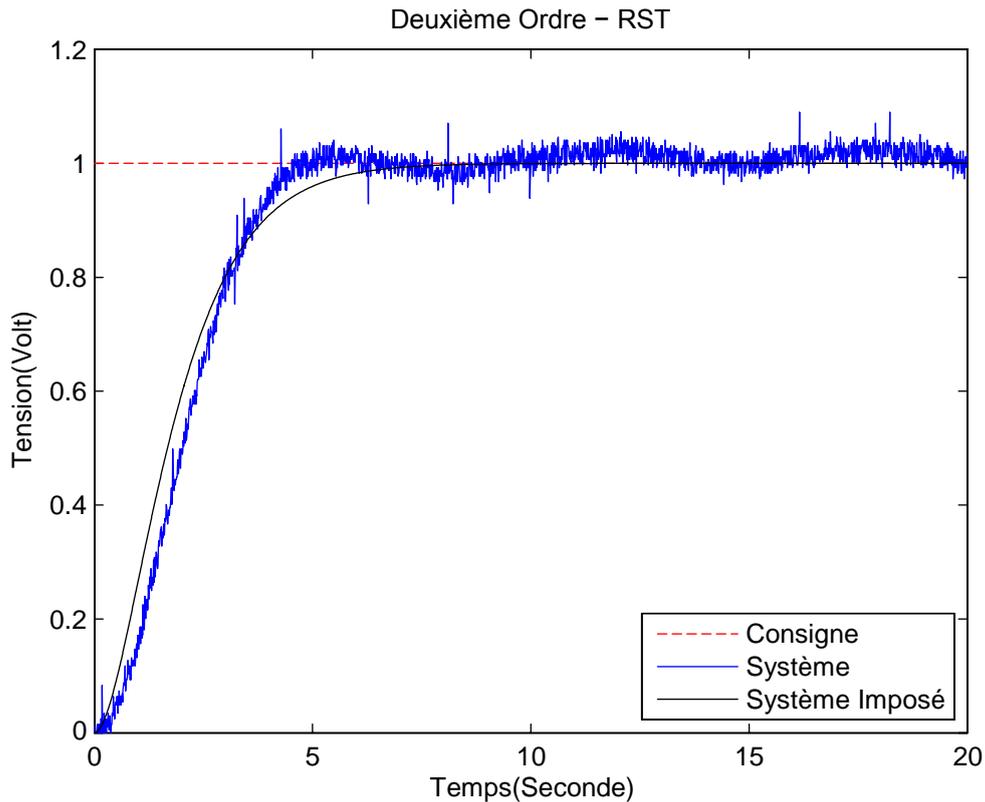


FIGURE 4.8 - Implémentation d'un RST numérique pour un système de deuxième ordre.

Les résultats représentés dans la figure (4.8) sont, que la réponse du système est parfaitement superposée à celle du système imposé.

4.4 Conclusion

Ce chapitre nous a permis d'approfondir nos connaissances sur la commande numérique, cela en élaborant des commandes sous formes d'équations aux différences adéquates pour chaque système à partir de la fonction de transfert du PID continu dans la première section. Les résultats représentés dans les figures précédentes après l'implémentation de cette méthode, est que la réponse admet des perturbations qui sont dû à l'oscilloscope utilisé.

Pour la deuxième section, on a élaboré une commande RST, en déterminant les polynômes qui la compose, puis les implémenter. Aussi, les résultats obtenus dans les figures sont satisfaisante à l'égard du système imposé en boucle fermée.

Conclusion générale

Le travail présenté dans ce mémoire porte sur l'implémentation d'algorithmes d'identifications ainsi que de commandes pour des systèmes linéaires sur un banc d'essai. Ce dernier, est constitué de deux parties :

- Dispositif de commande : permettant de calculer et générer les signaux de commande. Il est composé d'un ordinateur et d'une carte Arduino.
- Procédé à commander : comportant plusieurs systèmes physiques sur lesquels on a pu expérimenter des méthodes d'identification et de commande des systèmes linéaires.

L'objectif de notre travail, était de mettre en œuvre pratiquement des notions théoriques que nous avons acquies pendant notre formation. Ces notions portent sur l'identification et la commande des systèmes linéaires.

Pour l'identification, cette mise en œuvre pratique est caractérisée par l'utilisation de deux méthodes d'identification (méthode de Broïda et Strejc) pour déterminer les modèles de systèmes physiques à partir du relevé expérimental de la réponse indicielle.

Pour la commande des systèmes linéaires, les méthodes concernées sont de deux types :

- Méthodes de commande continues, par PID ainsi qu'une commande par modèle interne ;
- Méthodes de commande numérique, par PID numérique et commande RST numérique.

Afin de mettre en œuvre pratiquement chacune des méthodes de commande continue, en premier lieu, la fonction de transfert du régulateur est calculée à partir du modèle du procédé à commander. En second lieu, un schéma bloc d'implémentation du correcteur est réalisé sous Matlab/Simulink. En dernier, l'exécution du schéma bloc, les signaux de commande ont été calculés et transmis à travers la carte Arduino au procédé à commander.

Afin de mettre en œuvre pratiquement chacune des deux méthodes de commande numériques, on procède par le calcul de la fonction de transfert en "z". En deuxième lieu, l'équation aux différences correspondantes est déterminée. Et en dernier lieu, cette équation aux différences est implémentée directement sur la carte Arduino. Ainsi, dans ce cas les signaux de commande ont été calculés dans la carte Arduino sans l'utilisation de l'ordinateur.

En perspective, il sera intéressant d'utiliser le banc d'essai pour implémenter des méthodes d'identification et de commande plus complexes. Parmi ces méthodes, on peut citer :

- Méthode des moindres carrés,
- Méthode de commande adaptative,
- Méthode de commande prédictive,
- Méthode de commande floue.

Bibliographie

- [1] <http://www.specialautom.net/representation-des-systemes.htm>. Représentation des systèmes. Dernière date de consultation Juin 2018.
- [2] A. SI AMOUR. "Asservissement linéaire". Cours de deuxième année licence Automatique. Université de Mouloud Mammeri de Tizi Ouzou, 2014/2015.
- [3] Ahmed DIRAMI. Cours électronique fondamentale, deuxième année, 2014/2015.
- [4] J. BOUTIGNY. Circuits électroniques et amplificateur opérationnel. Vuibert, Paris, 1985.
- [5] D.YACINE. Cours "Modélisation et Identification", deuxième année, 2014/2015.
- [6] Jean-Marie FLAUS. Régulation Industrielle. Hermès, Paris, 1994.
- [7] Jean-Pierre CORRIOU. Commande des Procédés. Hermès, Paris, 2003.
- [8] P. BORNE / G. DAUPHIN-TANGUY / J.-P. RICHARD / F. ROTTELA / I. ZAMBETTAKIS. Analyse et régulation des procédés industriels, Tome 2 - Régulation numérique. Technip, Paris, 1993.
- [9] Maurice RIVOIRE / Jean-Louis FERRIER. Commande par ordinateur, identification, Tome 3. Eyrolles, 1995.
- [10] Landau Ioan DORÉ. Identification et commandes des systèmes. Hermès, Paris, 1993.
- [11] A.MAÏDI. Cours "Automatique Avancée", Master II, 2017/2018.
- [12] https://homepages.laas.fr/fgouaisb/donnees/slides_RSTv2.pdf. Document "RST Numérique";
- [13] Pascal CLERC. Automatique continue et échantillonnée. Masson, Paris, 1996.
- [14] C.SERMONDADE / A. TOUSSAINT. Correcteurs spécifiques, régulations en temps discret. Nathan, Paris, 1998.
- [15] Jean-Marie RETIF. Synthèse d'une commande robuste : correcteurs échantillonnés, commande par PID, par modèle interne et polynômiale RST. Ellipses, Paris, 2011.