

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche scientifique

Université Mouloud Mammeri Tizi-Ouzou

Faculté de Génie Electrique et de l'Informatique

Département d'Electrotechnique



MEMOIRE



**De fin d'études en vue de l'obtention du Diplôme De master académique
En entrainement électrique**

Thème

**Etude et réalisation d'un dispositif de
lévitation magnétique**

Proposé par :

Mr. H.MOHELLEBI

Dirigé par :

Mr. H.MOHELLEBI

Mr. F.HOCINI

Réalisé par :

Mr. L.BELHIMER

Mr. A .GHANEM

Soutenu le : 23/09/2013

Promotion 2013

Remerciements

Nos gracieux remerciements s'adressent à DIEU, notre créateur tout puissant qui nous a donné la volonté, la patience et fourni l'énergie nécessaire pour mener à bien ce travail.

*Nous tenons à exprimer nos vifs remerciements et nos sincères reconnaissances à notre prometteur **M.MOHELLEBI.H**, Professeur à l'UMMTO*

Tout d'abord pour nous avoir fait confiance, en acceptant de nous encadrer et de nous diriger, ensuite pour ses orientations judicieuses. Qu'il trouve ici l'expression de notre gratitude et de notre respect.

*On exprime nos plus vifs remerciements, nos reconnaissances toutes particulières et nos gratitudes, à l'égard de : **Mr F.HOCINI** Maitre de conférences classe B à l'UMMTO, pour son aide, orientation et conseils durant la réalisation de ce modeste travail, qui nous auront certainement pas réussi sans sa large contribution.*

*Que **Monsieur M.HAMEL** trouve ici nos gratitudes et nos profonds remerciements pour son aide et pour le temps qu'il nous a accordé pendant la réalisation de ce travail.*

On remercie tous nos enseignants de la première et de seconde année Master pour leur sens de responsabilité.

Dédicaces

Je dédie ce travail :

A mes très chers parents

A ma chère grande mère

A mes frères et sœurs

*A mon binôme Akli ainsi que sa
famille*

A tous le groupe KAAKJ

A tous mes amis(es)

Lounas

Dédicaces

Je dédie ce travail :

A mes très chers parents

A mes frères et sœurs

*A mon binôme Lounas ainsi que sa
famille*

A tous le groupe KAAKI

A tous mes amis(es)

A ma chère Alwiz

Akli

Sommaire

Sommaire

	Page
Introduction Générale.....	01
Chapitre I : lévitation magnétique : définition et domaines d'application	
I-1) lévitation et champs applicatif.....	02
I-1-1) lévitation par champ magnétique.....	02
I-1-1-a) Théorème d'Eranshaw.....	03
I-1-1-b) Classification des lévitations magnétiques.....	04
I-1-1-b-1) lévitation magnétique active (électromagnétique).....	04
I-1-1-b-2) lévitation supraconductrice.....	05
I-1-1-b-3) lévitation électrodynamique a champ alternatif.....	08
I-1-1-b-4) lévitation pour un corps diamagnétique	09
I-1-1-b-5) lévitation stabilisée par l'effet gyroscopique.....	09
I-1-1-b-6) les suspensions magnétique passive.....	10
I-1-1-b-6-a) les paliers a aimant permanant.....	10
I-1-2) Application des suspensions magnétiques	11
I-1-2-a) le spatial.....	11
I-1-2-b) l'usinage	12
I-1-2-c) les turbocompresseurs.....	12
I-1-2-d) les turbo expenders.....	12
I-1-2-e) les pompes turbo moléculaires	12
I-1-2-f) les centrifugeuses	13
I-1-2-g) les chopper de particules	13
I-1-2-h) les Volants d'inertie	14
I-1-3) Autres applications des suspensions magnétiques.....	14
I-1-3-a) Micromoteur à aimant permanant	15
I-1-3-b) Les micro-actionneurs	15

Sommaire

I-1-3-c) la micro-robotique.....	15
I 1-3-d) lévitation des billes de latex.....	16
conclusion.....	17

Chapitre II : Modèle électromagnétique et méthode de calcul des forces

II) Introduction.....	18
II-1) Equation aux dérivées partielles	18
II-1-1) définition	18
II-1-2) les différents types d'équation aux dérivées partielles	19
II-1-2-a) Equation de type elliptique	19
II-1-2-b) Equation de type parabolique.....	19
II-1-2-c) Equation de type hyperbolique.....	19
II-2) Equation de Maxwell.....	19
II-3) Lois de comportement des milieux.....	20
II-3-1) condition de passage entre deux milieux	21
II.4) Phénomènes électromagnétiques	21
II.4.1) Formulation magnétostatique 2D.....	21
II-5) les conditions aux limites	25
II-5-1) conditions aux limites de types Neumann.....	25
II-5-2) conditions aux limites de types Dirichlet.....	25
II-5-3) conditions aux limites mixtes.....	25
II-5-4) conditions de périodicité et anti périodicité.....	25
II-6) Méthodes de résolution des équations différentielles aux dérivée partielles.....	26
II-6-1) Méthode analytique.....	26
II-6-1-a) Méthode de séparation des variables.....	26

Sommaire

II-6-2) Méthodes des intégrales (semi-analytique).....	26
II-6-2-a) Méthodes des intégrales des frontières.....	26
II-6-2-b) Méthodes des circuits couplés	26
II-6-3) Méthodes numériques	26
II-6-3-a) Méthodes des différences finis	27
II-6-3-b) Méthodes des volumes finis	29
II-6-3-c) Méthodes des éléments finis.....	29
II-6-3-c-1) principe de la méthode	30
II-6-3-c-2) discrétisation du domaine d'étude.....	30
II-7) formulation éléments finis des équations électromagnétiques.....	33
II-7-1) principe de méthode variationnelle	33
II-7-2) méthode des résidus pondérés	35
II-8) méthode de calcul de la force magnétique.....	41
II-8-1) Force de Lorentz.....	41
II-8-2) méthode du tenseur de maxwell.....	42
II-8-3) méthode de variation de la Co énergie et l'énergie magnétique	42
Conclusion.....	44
Chapitre III) Description de logiciel de simulation (FEMM)	
Introduction.....	45
III-1) présentation de logiciel FEMM	45
III-2) les différentes étapes de réalisation d'une structure a l'aide de FEMM	46
III-2-1) choix de l'unité	46
III-2-2) réalisation du schéma de simulation	46
III-2-3) paramètres des matériaux à utiliser	47
III-2-3-1) définition des matériaux et milieux.....	57
III-2-4) choix des différentes régions	48

Sommaire

III-2-5) conditions aux limites.....	49
III-2-6) le maillage.....	49
III-2-6-1) définition.....	49
III-2-6-2) construction du maillage	50
III-2-7) visualisation des lignes de champ	50
III-2-8) Le script de MATLAB.....	50
Conclusion	51
Chapitre IV : Application et résultats	
Introduction	
IV.1.Présentation du dispositif	52
IV.1.1 Cas cartésien	52
IV.1.1.a Le dispositif sans circuit magnétique.....	52
IV.1.1.a.1 Cas de l'induit 1 (aimant_1).....	56
IV.1.1.a.2 Cas de l'induit 2 (aimant_2)	59
IV.1.1.a.3 Comparaison entre les forces et le déplacement des induits du dispositif sans circuit magnétique	61
IV.1.1.b Le dispositif avec circuit magnétique	61
IV.1.1.b.1 Cas de l'induit 1 (aimant_1).....	63
IV.1.1.b.2 Cas de l'induit 2 (aimant_2).....	65
IV.1.1.b.3 Cas de l'induit 3 (aimant_3)	67
IV.1.1.b.4 Comparaison entre les forces des aimants du dispositif ferromagnétique	69
IV.1.2 Cas axisymétrique	70
IV.1.2.a Le dispositif sans circuit magnétique.....	70
IV.1.2.a.1 Cas de l'induit 1 (aimant_1)	70
IV.1.2.a.2 l'induit 2 (aimant_2)	73

Sommaire

IV.1.2.a.3 Comparaison entre les forces du dispositif sans circuit magnétique.....	75
IV.1.2.b Le dispositif avec circuit magnétique	75
IV.1.2.b.1 Cas de l'induit 1 (aimant_1)	75
IV.1.2.b.2 Cas de l'induit 2 (aimant_2)	78
IV.1.2.b.3 Cas de l'induit 3 (aimant_3)	79
IV.1.2.b.4 Comparaison entre les forces de dispositif avec circuit magnétique.....	81
IV.1.2.b.5 Comparaison entre la force du dispositif avec circuit magnétique et sans circuit magnétique.....	81
IV.1.3 Comparaison entre les forces obtenues en axisymétrique et en cartésien	82
IV.1.3.a Cas de l'induit_1.....	82
IV.1.3.a.1 Dispositif sans circuit magnétique	83
IV.1.3.a.2 Dispositif avec circuit magnétique	83
IV.2 Interprétation des résultats.....	83
IV.3 conclusion.....	84

Conclusion générale

Introduction Générale

Introduction générale

Le phénomène de lévitation magnétique, au-delà de son aspect spectaculaire, permet d'illustrer un grand nombre de notions de physique étudiées.

c'est vrai que les lévitations magnétiques sont applicables sous plusieurs manières et que chaque type présente d'énormes intérêts, mais en même temps des inconvénients qui laissent toujours le choix aux réalisateurs de concevoir tels types ou tels autres. Si on considère par exemple le critère de stabilité, la lévitation à base des supraconducteurs est le meilleur exemple à prendre contrairement aux suspensions passives à base d'aimants permanents qui ne sont pas totalement stable.

En milieu industriel, la sustentation magnétique est utilisée notamment pour réaliser des paliers sans frottements sur un arbre en rotation ou pour guider sans contact avec le sol des trains à grande vitesse.

Dans notre travail, nous nous sommes intéressés à l'étude et la réalisation d'un dispositif de lévitation magnétique. Pour cela on organisera notre mémoire en quatre chapitres.

Dans le premier chapitre nous allons parler sur le phénomène de lévitation et les différents domaines d'application.

Le deuxième chapitre sera consacré à la description des équations de Maxwell qui sont les équations fondamentales de l'électromagnétisme, nous présenterons ensuite les différentes méthodes : analytique, semi analytique et numérique pour la résolution des équations aux dérivées partielles. Dans la dernière partie du chapitre nous présenterons les différentes méthodes numériques pour le calcul des forces magnétique.

Dans le troisième chapitre nous aurons à faire une description de la structure du logiciel F.E.M.M afin de ressortir les étapes importantes nécessaires à la résolution d'un problème de calcul du champ en exploitant l'outil numérique Finite Element Methode Magnetics (F.E.M.M).

Dans le quatrième chapitre nous allons présenter le dispositif réalisé et les résultats obtenus lors de simulation.

Enfin, on terminera ce travail par une conclusion générale et des perspectives concernant les travaux futurs.

Chapitre I

Lévitacion magnétique

Fondement et domaine

d'application

I.1 Lévitation : définition et champs applicatifs

Depuis toujours la lévitation a suscité la fascination de l'homme. Elle a même été, durant les siècles derniers, attribuée à des actes de sorcellerie ou de magie. De nos jours, la manifestation de la lévitation sous la plupart de ces formes est bien assimilée. Ceci étant, le terme de lévitation a souvent été utilisé à tort et prêté à confusion. Une définition, n'ayant pas caractère d'exhaustivité, peut être formulée ainsi : « tout objet, quelle que soit sa nature, lévite s'il est suspendu en équilibre stable sous l'action de forces sans qu'il soit en contact direct avec son environnement proche » [1,2].

D'autres décrivent la lévitation comme étant un phénomène qui permet au corps de vaincre ou de dominer la loi de la gravité, de façon à se soulever ou à être élevé au-dessus du sol, et à rester plus ou moins longtemps suspendu dans le vide sans appui [3].

La lévitation peut être réalisée dans différents environnements (air, vide et milieux liquides), mais elle est utilisée cependant plus communément dans l'air. La lévitation peut être de différentes natures selon l'origine des forces mises en jeu pour stabiliser l'objet. Ainsi, la lévitation telle qu'elle a été définie, peut être d'origine magnétique, aérodynamique, électrostatique, acoustique et lumineuse [1,2].

Dans ce qui suit, la lévitation magnétique sera notre principale préoccupation.

I.1.1 Lévitation par champ magnétique

La lévitation fondée sur le phénomène magnétique est probablement le principe de lévitation le plus répandu. Ses atouts restent le faible coût, la facilité de mise en œuvre ou encore la robustesse. De plus, la lévitation magnétique se décline sous plusieurs formes différentes rendant son utilisation d'autant plus attrayante. Par convention, les deux formes dont il est question sont appelées lévitation magnétique et lévitation diamagnétique. Ces deux formes variées sont issues des investigations des chercheurs pour contourner l'impossibilité imposée par le théorème d'Earnshaw [3].

I.1.1.a Théorème d'Earnshaw

Ce théorème a été publié par Earnshaw en 1839, il démontre qu'une particule polarisée plongée dans un champ électrostatique ne peut pas trouver une position d'équilibre stable, ce théorème a été étendu à différents corps magnétiques [4].

➤ Corps a aimantation rigide

Le théorème d'Earnshaw peut aisément être étendu aux matériaux à aimantation rigide (aimant permanent), plongés dans un champ magnétostatique.

➤ Corps a aimantation non rigide

- Si la susceptibilité magnétique χ est positive ($\mu_r > 1$), la redistribution des aimantations s'effectue toujours par une diminution de l'énergie magnétostatique emmagasinée, Globalement, la variation d'énergie est plus faible que si l'aimantation avait été rigide, à l'intensité d'aimantation identique, les forces et les raideurs sont donc inférieures ou égales aux précédentes, la relation entre les raideurs est alors: $K_x + K_y + K_z < 0$, le corps ne peut toujours trouver une position d'équilibre stable puisque il n'y a pas d'instabilité suivant au moins une des trois directions.

- si la susceptibilité magnétique χ est négative (matériau diamagnétique), il est impossible d'aboutir à une conclusion générale de stabilité ou d'instabilité, chaque système étant en cas particulier.

➤ Corps conducteur non magnétique

Un conducteur placé dans un champ magnétodynamique est soumis à des raideurs dont la somme est toujours positive en moyenne, chacune des raideurs peut donc être positive et entraîner la stabilité suivant les trois axes de translation, un conducteur peut donc être stable dans un champ magnétodynamique

➤ Viabilité du théorème d'earnshaw

Bien que ce théorème ait été publié XIX siècle, certains de nos contemporains essaient encore de concevoir des suspensions constituées uniquement des matériaux à aimantations rigides ou des matériaux ferromagnétiques, il paraît ainsi de temps en temps une publication ou un brevet consacré à ce type de système, jusqu'à aujourd'hui, aucun prototype n'a pu valider ces conceptions et mettre en défaut le théorème d'Earnshaw [4].

I.1.1.b Classification des lévitations magnétiques

I.1.1.b.1 Lévitacion magnétique active (ou lévitation électromagnétique)

Les champs magnétiques sont utilisés pour générer des forces dans une grande partie des actionneurs qui nous entourent. Souvent, ces actionneurs ne fonctionnent que suivant un degré de liberté. Dans le cas d'un moteur tournant, par exemple, seuls les efforts magnétiques qui permettent la rotation de l'arbre sont utilisés. Dans le cas d'un objet en lévitation dans un champ magnétique, c'est à dire flottant sans contact, les efforts doivent être générés et contrôlés suivant les six degrés de liberté. Soit trois translations (T_x , T_y , T_z) et trois rotations (R_x , R_y , R_z) [1].

Lorsque l'on rapproche deux électroaimants dont les champs magnétiques sont opposés, on peut obtenir une lévitation si on arrive à régler le problème d'instabilité. Pour cela on est amenés à introduire un dispositif de contrôle (de régulation), de type électronique ou électronique de puissance. C'est à cause de ça que les lévitations utilisant ce principe sont appelées lévitations magnétiques actives, ou plus souvent : paliers magnétiques actifs (PMAs) -active magnetic bearings (AMBs). Ces PMAs utilisent des systèmes de commande pour contrôler le champ magnétique, afin de produire les forces de rappel qui agissent directement sur le corps suspendu[4].

La mise en application de la suspension électromagnétique dans le domaine de transport a été réalisée vers la fin des années soixante (fin 1960- début 1970) et la plus grande réalisation à l'époque, été celle construite par le staff technique de Krauss-Maffei et à l'université de Sussex.



Figure I.1 Véhicule à suspension électromagnétique, réalisé à l'université de Sussex

Après cette réussite, plusieurs universités et pays dans le monde ont dépensé beaucoup d'argent pour faire des recherches exhaustives dans ce qui été un rêve d'autrefois, le domaine des trains en lévitation. Parmi les travaux récents les plus connus, on peut citer le projet Swissmetro, un train en sustentation magnétique dans un tunnel sous vide (Figure I.2.a). Il n'y a pas que le Swissmetro qui utilise le principe de lévitation électromagnétique, le Transrapid aussi en fait partie (Figure I.2.b) [6].

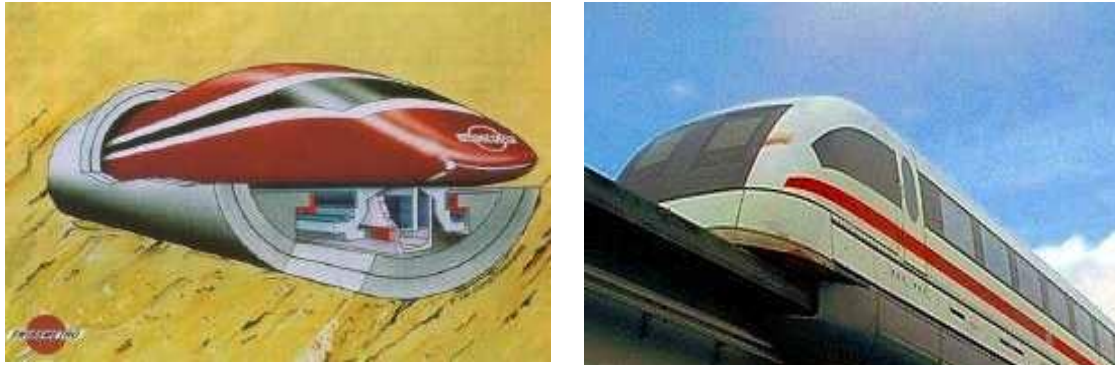


Figure I.2 Trains à suspension magnétique
a) Train suisse
b) Transrapid

I.1.1.b.2 Lévitiation supraconductrice

La supraconductivité se caractérise par deux effets principaux. Au-dessous de la température critique, la résistivité d'un supraconducteur devient nulle tandis qu'un champ magnétique ne peut pénétrer que sur une très faible épaisseur: c'est l'effet Meissner. Le champ magnétique est expulsé de l'intérieur du supraconducteur. Ceci est vrai pour autant que le champ magnétique et le courant ne dépassent pas certaines valeurs limites. Au-dessus d'un courant critique J_C ou d'un champ magnétique H_C , la supraconductivité est détruite. L'effet Meissner entraîne un phénomène physique important: celui de la lévitation magnétique. Un aimant qui est posé au-dessus d'un supraconducteur subit une force de répulsion. Cette force est capable de vaincre la force de gravité et elle peut être visualisée par la lévitation de l'aimant (du supraconducteur). Une simple force de répulsion toutefois donnerait lieu à une position instable de l'objet en lévitation. En réalité, pour observer le phénomène de la lévitation on utilise des supraconducteurs de type II dans lesquels l'état Meissner n'est présent que pour des champs magnétiques très faibles. Un supraconducteur de type II, n'expulse pas totalement les lignes de flux. Il est formé de zones supraconductrices, où circulent les courants, et de zones dans l'état normal dans lesquelles le champ magnétique peut pénétrer. Les zones, où pénètre un flux magnétique, sont appelées des vortex car ce sont les courants supraconducteurs circulant autour d'elles qui

stabilisent le champ magnétique. On dit que le supraconducteur est dans un état "mixte" pour le distinguer de l'état Meissner [5,6].

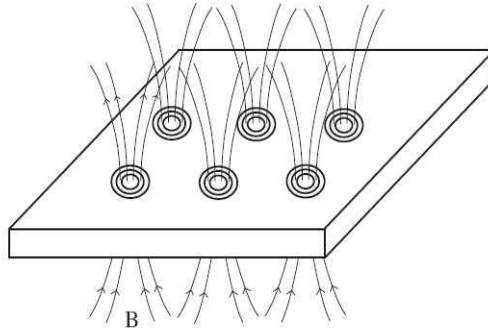


Figure I.3 : Réseau de vortex dans un supraconducteur.

Le champ magnétique peut pénétrer dans les zones "normales" entourées par les courants supraconducteurs.

La figure I.4 illustre un aimant en lévitation au-dessus d'un supraconducteur. Le disque tend à expulser le champ de l'aimant. Pour cela des courants apparaissent dans le supraconducteur qui devient lui-même l'analogue d'un aimant. Cette aimantation est induite et de type diamagnétique ce qui permet en fin de compte de rendre stable l'équilibre.

On peut par ailleurs mettre en mouvement l'aimant et l'on constate que son mouvement est très peu amorti vu l'absence de contact matériel. On voit l'intérêt de tels dispositifs pour réaliser des machines tournantes très rapides.



Figure I.4 - Un aimant en lévitation au-dessus d'un disque supraconducteur

On peut aussi faire léviter un disque supraconducteur au-dessus d'un ensemble d'aimants créant un champ à la fois très intense et non uniforme. Dans ce cas il n'y a pas d'expulsion totale du champ magnétique mais au contraire le champ magnétique pénètre partiellement le supraconducteur sous forme de « filaments » qui peuvent s'accrocher aux défauts de la structure. Il en résulte l'existence d'une infinité de positions d'équilibre stables donnant un peu l'impression que le disque est plongé dans du sable :



Figure I.5- Un disque supraconducteur en lévitation au-dessus d'aimants

Enfin on peut « soulever » un supraconducteur très riche en défauts grâce à un aimant puissant. Les filaments de champ magnétiques qui pénètrent le supraconducteur se fixent aux défauts (de manière imagée c'est l'analogue d'une fourchette plongeant dans un plat de spaghettis...) [6].



Figure I.6– Suspension d'un supraconducteur sous un aimant

I.1.1.b.3 Lévitation électrodynamique à champs alternatifs

Le principe électrodynamique est basé sur la génération des forces répulsives dues aux courants induits (loi de Lenz). Ce type de lévitation électrodynamique est mieux adapté aux supraconducteurs qui sont capables de fournir des champs intenses par rapport aux conducteurs normaux (cuivre, aluminium...). Les procédés de refroidissement et le coût des supraconducteurs eux-mêmes, nous conduisent souvent à chercher des solutions alternatives. Or pour avoir des courants induits dans des objets conducteurs, il suffit de les placer à proximité des bobines en cuivre alimentées par des sources de tension ou de courant variables.

L'inconvénient majeur de cette méthode vient de la puissance importante qu'il est nécessaire de fournir à la bobine. Cette puissance engendre un échauffement important de la partie suspendue et de l'inducteur. L'expérience de Thompson prouve qu'on peut obtenir la lévitation à partir de 60 Hz et un fort courant issu du circuit résonnant (l'inductance est calculée en tenant compte de la présence de la plaque en aluminium (Figure I.7). Pour avoir la lévitation dans cette expérience, on aura approximativement 170 W de puissance dissipée dans le bobinage, cependant, quand la bobine continue à s'échauffer, la puissance dissipée et la résistance augmentent de plus en plus. C'est pour cela que ce test précis ne peut durer que quelques secondes.

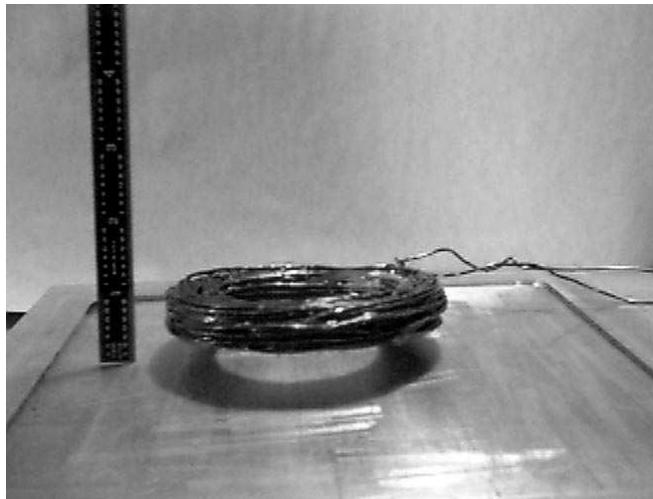


Figure I.7 Expérience de Thompson.
Une bobine suspendue au dessus d'une plaque en aluminium

Pour ces raisons, cette méthode n'est utilisée de manière industrielle que dans des fours à induction. En effet, lorsque le matériau conducteur à chauffer est soumis à des champs variables, il se crée en son sein une force qui a tendance à le repousser loin de l'inducteur. Ceci permet de ne pas avoir de contact entre le métal en fusion et le creuset qui risque de le polluer [1].

I.1.1.b.4 Lévitiation pour corps diamagnétiques

Pour comprendre ce phénomène, il faut rappeler quelques principes. Toute matière réagit à un champ magnétique mais elle le fait différemment selon qu'elle est diamagnétique, paramagnétique ou ferromagnétique. La plupart des substances, et en particulier tous les composés organiques (bois, plastiques, tissus animaux), sont diamagnétiques, c'est-à-dire que, dans un champ magnétique, leur orientation est contraire à celle de ce champ. Les matériaux paramagnétiques sont moins courants : ce sont quelques gaz, dont l'oxygène, quelques métaux, dont le chrome et l'aluminium, ils s'aimantent dans le même sens que le champ, mais de façon beaucoup plus faible. Enfin, les ferromagnétiques sont encore plus rares, ce sont le fer, le nickel le cobalt, et certains alliages dont la réaction à un champ magnétique est très marquée. Ils s'orientent en accord avec le champ.

Avec les matériaux diamagnétiques et paramagnétiques, il faut des champs très intenses pour que les effets soient manifestes.

Le type de lévitation par diamagnétisme est stable (théorème d'Earnshaw), puisque la lévitation est totalement passive, sans apport d'énergie extérieur, contrairement à la sustentation fondée sur le ferromagnétisme (lévitation électromagnétique).

L'inconvénient principal de ce type de lévitation est que la force en question est faible, et il faut un champ intense appliqué à des objets de masse réduite pour que les effets en soient manifestés. De plus, l'intensité du champ diminue beaucoup dès qu'on s'éloigne du centre des bobines, et l'expérience se limite donc à une très petite zone à l'intérieur du tube inducteur.

I.1.1.b.5 Lévitiation stabilisée par l'effet gyroscopique

Il a été démontré récemment, que la suspension dynamiquement stable peut être réalisée en utilisant uniquement des aimants permanents. Cela ne contredit pas le théorème d'Earnshaw qui est valable uniquement pour les systèmes fixes et ne considère pas des effets dynamiques causés par la rotation. La rotation est capable de stabiliser la lévitation, cet effet est connu sous le nom de « l'effet **gyroscopique** ». C'est ainsi que

nous pouvons trouver dans le commerce, des toupies capables de tourner quelques minutes à plusieurs centimètres au-dessus d'un socle magnétique (Fig. I.8)

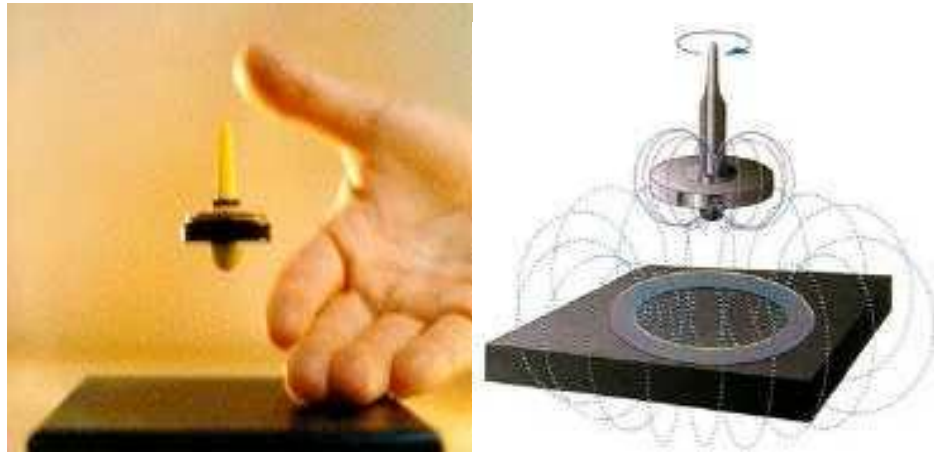


Figure I.8 Toupie
Lévitron

Malheureusement, les suspensions ou les lévitations utilisant ce principe, ont été jugée difficile à mettre en œuvre en pratique, en raison de la faiblesse en rendement et en capacité de charge et aussi, la stabilité est très sensible aux variations de nombreux paramètres incluant le poids du rotor, aimantation rémanente des aimants et, surtout, la vitesse de rotation. La suspension est stable que dans une étroite plage de vitesse [1,6].

I.1.1.b.6 Les suspensions magnétiques passives

Les paliers magnétiques passifs sont les plus simples à réaliser. Ils sont autonomes et leur fonctionnement ne nécessite aucun apport d'énergie venant de l'extérieur (à l'inverse des paliers magnétiques actifs), ni un refroidissement (à l'inverse des paliers supraconducteurs). Néanmoins ils ne peuvent être utilisés seule pour des raisons de stabilité (théorème d'Earnshaw). Les paliers magnétiques passifs doivent donc être associés à un système mécanique (roulement, palier hydrodynamique, butée à aiguille...) ou à un autre type de palier magnétique. Les paliers magnétiques passifs sont de deux types : les paliers à aimants permanents et les paliers à réluctance variable [6].

I.1.1.b.6.a Les paliers à aimants permanents

Ils sont constitués au minimum de deux bagues d'aimants permanents en interaction, l'une des bagues étant fixe tandis que l'autre est solidaire du rotor. En fonction des directions d'aimantation des deux bagues il est possible d'obtenir, avec la même géométrie, soit un centreur, soit une butée [6].

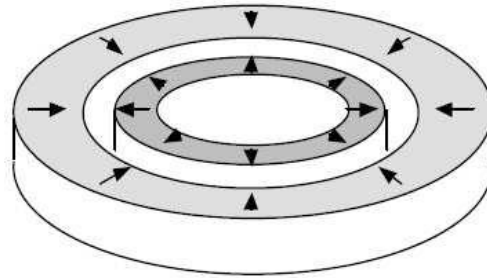


Figure I.9 Centreur à aimant permanent

Dans le cas de la Figure I.9, si la bague intérieure se décale radialement, la bague extérieure la repousse vers le centre, il s'agit donc d'un centreur. Dans le cas de la Figure (I.10), si la bague intérieure se décale axialement, la bague extérieure la rappelle dans son plan de symétrie. Il s'agit donc d'une butée

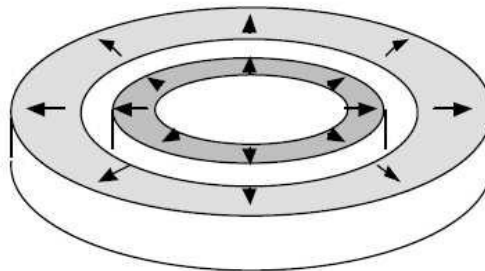


Figure I.10 Butée à aimant permanent

I.1.2 Applications des suspensions magnétiques :

Les suspensions magnétiques sont utilisées dans des domaines très différents. Elles peuvent supporter des pièces d'à peine quelques grammes telles que des disques de compteur électrique jusqu'à des machines de plusieurs tonnes telles que certains compresseurs. Les parties sustentées peuvent être immobiles (télescopes) ou soumises à des vitesses élevées (centrifugeuses, turbines...). Les principales applications sont les suivantes [6,7] :

I.1.2.a Le spatial : Une partie des recherches effectuées dans le domaine des paliers magnétiques a été menée par des entreprises telles que l'Aérospatiale en France ou la NASA aux Etats-Unis. La principale application des suspensions magnétiques dans le spatial concerne la mise en œuvre des volants d'inertie permettant de stabiliser un satellite ou bien

d'emmagasiner de l'énergie. Les paliers magnétiques sont aussi utilisés dans certains dispositifs de prise de vue.

I.1.2.b L'usinage : Les suspensions magnétiques permettent d'équiper des broches d'usinage et de faire tourner des outils de coupe (rectification et fraisage) à des vitesses de rotation difficilement accessibles avec des broches à roulements plus conventionnelles (Figure I.11). De telles broches tournent à des vitesses allant de 15000 à 150000 tr/mn pour des puissances respectives de 50 kW à quelques centaines de Watt. En dehors de leurs performances dans le domaine des vitesses élevées les paliers magnétiques apportent une grande précision en rotation lors de l'usinage



Figure I.11 Fraise sur paliers magnétiques

I.1.2.c Les turbocompresseurs : Ce sont souvent des machines de grande puissance : il existe des gammes de 2 MW à 20000 tr/mn jusqu'à 25 MW à 7000 tr/mn. Ils sont utilisés dans l'industrie du gaz, en production, transport et stockage ainsi qu'en pétrochimie. Les paliers magnétiques actifs apportent une solution aux problèmes de vibration, d'alignement, de joint et de maintenance.

I.1.2.d Les turboexpanders : Ce sont des machines rapides permettant la détente des gaz. Ils sont utilisés dans des opérations de traitement, de refroidissement, de purification, de séparation ou de liquéfaction. Ces machines sont généralement puissantes et rapides : de 10000 à 50000 tr/mn et quelques centaines de KW ou plusieurs MW .

I.1.2.e Les pompes turbo moléculaires : Elles permettent d'obtenir un vide très poussé grâce à une turbine tournant à grande vitesse (Figure I.12). Le vide obtenu peut atteindre 10^{10} mbar. Les paliers magnétiques sont employés dans les pompes turbo moléculaires car ils permettent d'atteindre des vitesses élevées (100000 tr/mn) sans polluer l'atmosphère environnante avec un lubrifiant. La suspension peut être active ou partiellement passive : les deux solutions existent industriellement.

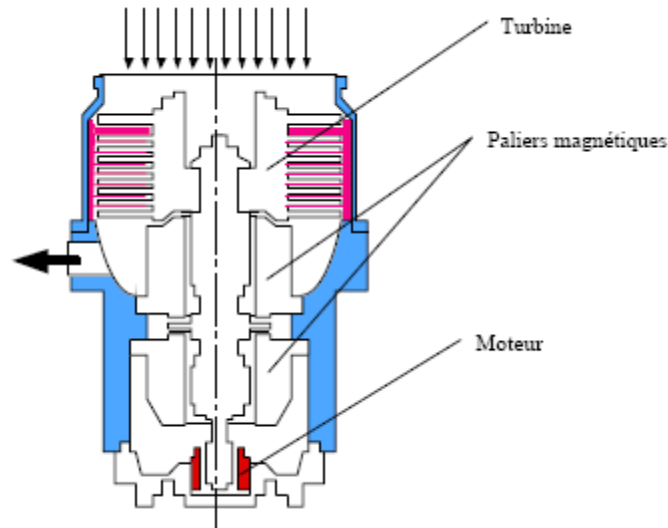


Figure I.12 : Pompe turbo moléculaire sur suspension magnétique (d'après Alcatel DTV)

I.1.2.f Les centrifugeuses : Elles permettent grâce à leur vitesse de rotation extrêmement élevée de séparer des substances de densités différentes. Elles rendent possible l'enrichissement de l'uranium à un taux que peu d'autres méthodes peuvent atteindre. Là encore, l'intérêt du palier magnétique vient du fait qu'il permet d'atteindre des vitesses importantes tout en étant compatible avec le milieu environnant. Ce sont essentiellement des paliers passifs qui sont utilisés pour cette application.

I.1.2.g Les choppers de particules : Ils sont utilisés dans les Laboratoires de Physique pour filtrer des particules d'énergies différentes. Ils sont constitués d'un disque muni de fentes tournant à grande vitesse (Figure I.13). Selon la largeur des fentes l'épaisseur du disque et la vitesse de rotation, le "chopper" ne laisse passer que des particules ayant une énergie donnée. Les particules trop lentes ou trop rapides sont déviées par les bords des fentes ou les autres disques.

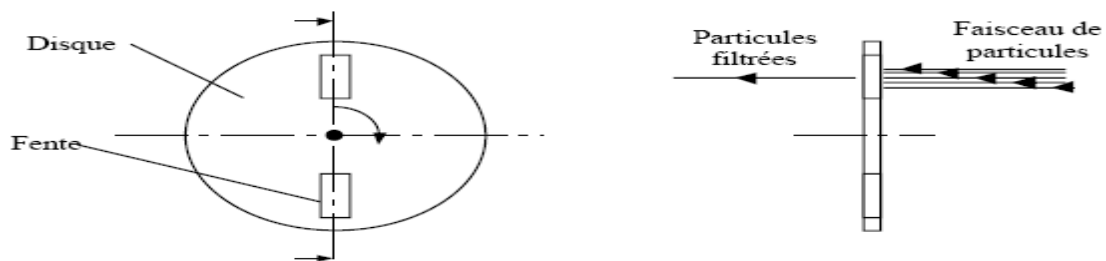


Figure I.13 Chopper de particule

I.1.2.h Les volants d'inertie : Ils permettent de stocker de l'énergie sous forme d'énergie cinétique (Figure I.14). Ils sont constitués d'un rotor à grande inertie, d'un moteur et de paliers permettant la rotation à grande vitesse de l'ensemble. Le moteur permet d'accélérer ou de ralentir le rotor et donc de stocker ou restituer l'énergie. Les paliers doivent permettre la rotation de l'ensemble avec le moins de pertes possible et sans usure prématurée. Des sociétés américaines proposent des systèmes de stockage de ce type. Ce procédé est propre (pas de pollution chimique), à une grande durée de vie (pas d'usure) n'est pas sensible à la température, et permet dans certains cas d'offrir un coût inférieur à celui des batteries [7].



Figure I.14 : Stockage d'énergie par volant d'inertie

I.1.3 Autre application des suspensions magnétiques :

Les microsystemes, tel qu'on l'entend en Europe, sont des systèmes intégrant des capteurs, des actionneurs ainsi que des fonctions de traitement de l'information (l'acronyme MST est aussi quelque fois employé). Le terme 'MEMS' (micro electro mechanical systems) est employé préférentiellement aux Etats-Unis. Les termes 'micro machines' ou mécatroniques sont également employés au Japon [8,9].

La multidisciplinarité est une caractéristique forte des activités du développement des microsystemes. Aujourd'hui, la quasi-totalité des disciplines scientifiques ou techniques est impliquée : électronique, mécanique, science des matériaux, robotique, optique, optoélectronique télécommunication, thermique, fluide, chimie, médecine, biologie....etc.

L'intérêt grandissant pour le microsysteme en termes de recherche et de marché réside dans le fait qu'au-delà de la diminution des tailles et des coûts de fabrication des dispositifs, la miniaturisation permet de multiplier les fonctionnalités intégrées aux systèmes et de répondre à de nouveaux besoins [9].

Les microsystemes offrent donc potentiellement des applications dans des domaines très variés. Cependant ils ne s'imposeront à terme que dans les domaines où leurs caractéristiques sont de réels avantages : dimensions micrométriques (encombrement restreint, sensibilité accrue, fiabilité mécanique, basse consommation...), possibilité de fabrication collective (bas coût, répétitivité des performances ...), intégration avec les circuits intégrés. Les inconvénients actuels des microsystemes sont l'inaccessibilité pour le contrôle pour la réparation, la fiabilité à long terme et les problèmes de mise en boîtier et d'encapsulation. Prenons l'exemple de domaine biomédical, qui est l'un des domaines où l'intérêt pour les microsystemes est maximal du fait de la biocompatibilité de silicium de la taille des microsystemes. Il est envisageable de créer des systèmes de capteurs et d'actionneurs qui seraient implantés à l'intérieur du corps humain et éventuellement interroger à distance [8,9].

I.1.3.a Micromoteur à aimants permanents :

Le moteur fit l'objet d'une étude de modélisation. Finalement, sa suspension lui permet d'opérer en toute position. Malgré les piètres propriétés magnétiques de l'aimant NdFeB utilisé, ce moteur peut développer un couple de 50 JNm , pour un courant maximal de 5 A. Un capteur optique de position se trouve sur la face opposée du rotor. Ce moteur pas à pas ne peut démarrer tout seul. Alimenté par 1,5 A, il atteint 8 000 tr/min [10].

I.1.3.b Les micro-actionneurs :

Les technologies actuelles permettent de fabriquer des micro-aimants et de construire des microsystemes magnétiques. Les déplacements sont alors possibles. Ces micro-actionneurs sont en phase de développement. Bien que des actionneurs basés sur des principes physiques différents existent, les actionneurs magnétiques présentent des avantages tels que des valeurs plus importantes des déplacements [7,10].

I.1.3.c La micro-robotique :

Certaines applications robotiques nécessitent une taille très petite de l'élément à asservir. Actuellement, des études et des projets se font sur la réalisation d'insectes artificiels (la libellule par exemple) pour des buts militaires et d'espionnage, l'élément essentiel pour

réussir cette réalisation est d'asservir la trajectoire d'une (ou plusieurs) petite bille aimantée attachée à des ailes, et en interaction avec des petits électroaimants. Un autre domaine figure dans l'utilisation des paliers magnétiques dans les VADs (Ventricular Assist Devices) pour les cœurs artificiels, c'est une application très intéressante qui utilise la suspension magnétique dans de pompes centrifugeuses pour remplacer totalement le cœur humain dans le cas de défaillance [7].

I.1.3.d Lévitiation de billes de latex :

Une méthode de transport et de micro- positionnement de microparticules sans contact (en lévitation) a été présentée par Yellen. Le dispositif est constitué de patterns de cobalt d'une épaisseur de 70 nm, déposés au-dessus d'un substrat de silicium ou de verre. L'aimantation rémanente de ces patterns de cobalt est d'environ 1 T (Figure I.13). En l'absence du champ magnétique externe, les nanoparticules magnétiques présentes dans le fluide, exercent une force de répulsion sur des billes de latex et les maintiennent ainsi en lévitation au-dessus de la surface du dispositif. Lorsque le champ magnétique externe est activé, les nanoparticules sont attirées vers les positions dans lesquelles les gradients du champ magnétique sont plus intenses appelés « pièges magnétiques ». Les pièges magnétiques peuvent être déplacés dynamiquement en changeant l'orientation du champ magnétique externe par rapport à l'aimantation des micro-aimants du dispositif. Ainsi chaque bille de latex se déplace en suivant son piège magnétique [10].

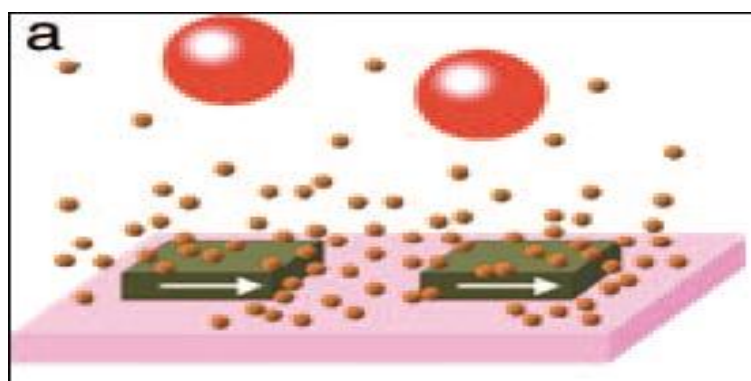


Figure I.15 (a) Lévitiation de billes de latex en l'absence d'un champ magnétique externe

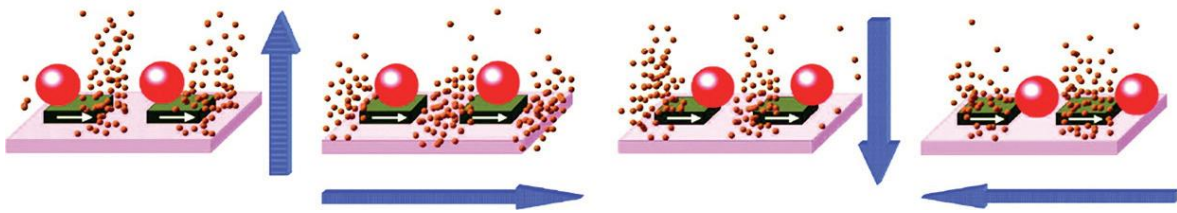
b :

Figure I.15 (b) un modèle de transport des billes de latex par rotation du champ magnétique externe

Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons présenté les différents types des lévitations magnétiques, ainsi que les avantages et les inconvénients de ces derniers. Nous avons ensuite donné leurs domaines d'application privilégiés. Nous avons terminé ce chapitre par une étude de quelques domaines des microsystèmes en lévitation.

Chapitre II

**Méthode de calcul des
forces magnétique**

INTRODUCTION :

L'étude d'un dispositif électromagnétique nécessite la connaissance des champs électromagnétiques dans ce dispositif et donc les valeurs du flux, les forces magnétiques. Le calcul du champ magnétique nécessite une résolution des équations de Maxwell.

Les forces magnétiques jouent un rôle très important dans le fonctionnement de tout système électromécanique en termes de déplacement ou de déformation. Pour cela, il existe de nombreuses méthodes de résolution, en effet, la méthode des différences finies et la méthode des éléments finis sont beaucoup utilisées dans les milieux ferromagnétiques, la méthode analytique ou la méthode d'intégrale de frontière pour les régions linéaires (inducteurs)...sauf que la méthode des éléments finis reste la plus utilisée car elle s'adapte bien à la représentation des géométries complexes et au traitement des comportements non-linéaires des matériaux [11,12].

II.1 Equations aux dérivées partielles :

Les équations aux dérivées partielles (EDP) sont omniprésentes dans toutes les sciences, puisqu'elles apparaissent aussi bien en dynamique des structures, mécanique des fluides que dans les théories de la gravitation ou de l'électromagnétisme (Exemple: les équations de Maxwell). Elles sont primordiales dans des domaines tels que la simulation aéronautique, la synthèse d'images, la prévision météorologique, la démographie, ou les finances. Enfin, les équations les plus importantes de la relativité générale et de la mécanique quantique sont également des EDP. Ce sont des équations indispensables pour la résolution de presque la totalité des problèmes dans ces domaines.

II.1.1 Définition :

Une équation aux dérivées partielles ou équation différentielle partielle (EDP) est une équation dont les solutions sont les fonctions inconnues vérifiant certaines conditions concernant leurs dérivées partielles. C'est une équation mathématique contenant en plus de la variable dépendante des variables indépendantes.

II.1.2 Les différents types d'équations aux dérivées partielles :

Les différentes équations aux dérivées partielles régissant la plupart des phénomènes physiques sont de trois types :

II.1.2.a Equations de type elliptique :

Ce type d'équations traite les problèmes stationnaires (indépendant du temps), en coordonnées cartésiennes, l'équation peut être représentée sous la forme suivante :

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{II.1})$$

$\varphi(x, y, z)$: est la fonction inconnue du phénomène.

II.1.2.b Equations de type parabolique :

Ce type d'équations est lié à l'étude des régimes transitoires comme l'équation de la pénétration des courants induits ou la diffusion de la chaleur en thermique, elles sont présentées en coordonnées cartésiennes sous la forme suivante :

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0 \quad (\text{II.2})$$

II.1.2.c Equations de type hyperbolique : [16]

Ce type d'équations traite les problèmes de propagation d'onde et il est régi par l'équation suivante :

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{II.3})$$

II.2 Equations de Maxwell :

Une étude expérimentale pure, trouver un modèle qui traduit fidèlement un phénomène physique est un préalable à son étude. En ce qui concerne les phénomènes électromagnétiques, James Clark Maxwell les a regroupés, dans quatre équations, en les associant aux équations dites de milieu et de passage. Cela permet de modéliser la majorité des systèmes électromagnétiques [13].

La forme générale des équations de Maxwell utilisées dans tous les phénomènes électromagnétique est comme suit :

$$\diamond \overrightarrow{\text{div}D} = \rho \quad (\text{II.4})$$

$$\diamond \overrightarrow{\text{rot}E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II.5})$$

$$\diamond \overrightarrow{\text{div}B} = 0 \quad (\text{II.6})$$

$$\diamond \overrightarrow{\text{rot}H} = \vec{j}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{II.7})$$

Avec :

\vec{E} : Champ électrique [v/m]

\vec{B} : Induction magnétique [T]

\vec{H} : Champ magnétique [A/m]

\vec{D} : Induction électrique [A.s/m²].

ρ :Densité de charge volumique [c/m³]

\vec{j}_c : la densité du courant de conduction électrique induit ou inducteur.

$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$: Densité de courant de déplacement [A/m²].

II.3 Lois de comportement des milieux :

Les cinq vecteurs précédents sont liés entre eux par leurs milieux (conductivité électrique, perméabilité magnétique,..) à travers les équations exprimant les lois du comportement du milieu.

$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E} \quad (\text{II.8})$$

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \quad (\text{II.9})$$

$$\vec{D} = \epsilon \cdot \vec{E} \quad (\text{II.10})$$

$$\mu = \mu_0 \mu_r \quad (\text{II.11})$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \varepsilon_0 \boldsymbol{\varepsilon}_r \quad (\text{II.12})$$

Avec:

μ_0 : perméabilité du vide

μ_r : Perméabilité relative

ε_0 : Permittivité du vide

ε_r : Permittivité relative

II. 3.1 Conditions de passage entre deux milieux différents :

Chaque deux milieu magnétique de propriétés physiques différentes ont leurs conditions de passage d'un milieu à l'autre, ces conditions sont traduites par les équations.

- La conservation de la composante tangentielle du champ électrique \vec{E}

$$(\vec{E}_2 - \vec{E}_1) \wedge \vec{n} = 0 \quad (\text{II.13})$$

- La conservation de la composante normale de l'induction magnétique \vec{B} .

$$(\vec{B}_2 - \vec{B}_1) \cdot \vec{n} = 0 \quad (\text{II.14})$$

- La discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique \vec{H} due aux courants surfaciques \vec{J}_s , s'ils existent.

$$(\vec{H}_2 - \vec{H}_1) \wedge \vec{n} = \vec{J}_s \quad (\text{II.15})$$

- La discontinuité de la composante normale de l'induction électrique \vec{D} due aux charges surfaciques q_s si elles existent.

$$(\vec{D}_2 - \vec{D}_1) \cdot \vec{n} = \rho_s \quad (\text{II.16})$$

ρ_s : Densité de charge électrique surfacique a l'interface

\vec{n} : Le vecteur normal a la surface.

II.4 Phénomènes électromagnétiques :

II.4.a. Formulation magnétostatique 2D

Dans ce modèle, on suppose que le champ magnétique est produit par des sources indépendantes du temps.

Donc ($\frac{\partial}{\partial t} = 0$)

- Formulation en termes de potentiel vecteur magnétique \vec{A}

On considère Les équations de Maxwell :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad \text{II-17}$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \text{II-18}$$

$$\text{Avec } \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = 0$$

Et la relation de milieu :

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

D'après l'équation (II-17), il existe un potentiel vecteur magnétique \vec{A} tel que :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \Rightarrow \exists \vec{A} / \vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A} \quad \text{II-19}$$

Avec :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \Rightarrow \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu} \quad \text{II-20}$$

Où :

\vec{A} : Potentiel vecteur magnétique [Tm]

On remplace \vec{H} dans l'équation (II-18) on aura :

$$\vec{\nabla} \wedge \frac{\vec{B}}{\mu} = \vec{J} \quad \text{II-21}$$

La combinaison entre les équations suivantes II-9 et II-19 avec (nous donne :

$$\vec{\nabla} \wedge \frac{\vec{\nabla} \wedge \vec{A}}{\mu} = \vec{J} \quad \text{II-22}$$

Avec :

$$\vec{J} = \vec{J}_s + \vec{J}_{ind} \quad \text{II-23}$$

Telles que :

\vec{J}_s : Densité de courant de source.

\vec{J}_{ind} : Densité de courants induits : $\vec{J}_{ind} = -\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = 0$

D'où :

$$\vec{\nabla} \wedge \frac{\vec{B}}{\mu} = \vec{J}_s \quad \text{II-24}$$

a) En coordonnées cartésiennes

Dans le cas des coordonnées cartésiennes, le potentiel vecteur magnétique \vec{A} prend une seule composante.

$$\vec{A} = (0, 0, A_z)$$

$$\vec{J} = (0, 0, J_{sz})$$

En considérant le cas linéaire :

$$\mu = \text{Constante}$$

Donc l'équation II-21 s'écrira :

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{A}) = \mu \vec{J}_{sz} \quad \text{II-25}$$

Sachant que :

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{A}) = -\Delta \vec{A} + \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \quad \text{II-26}$$

Selon la condition de Jauge coulomb :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0 \quad \text{II-27}$$

Donc :

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{A}) = -\Delta \vec{A} \quad \text{II-28}$$

En introduisant l'équation II-25 dans l'équation II-28 on aura :

$$-\Delta A = \mu J_{sz} \quad \text{II-29}$$

L'étude se fait dans le plan [x, y] (2D), ce qui permet d'écrire:

$$\frac{\partial}{\partial z} = 0$$

D'où :

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} = \mu J_{sz} \quad \text{II-30}$$

b) En coordonnées axisymétrique

Considérons un système à symétrie de révolution, donc on peut réduire le plan d'étude sur un plan [r, z], et ça se traduira par la condition :

$$\frac{\partial A}{\partial \varphi} = 0$$

Avec :

$$\vec{A} = (0, A_\varphi, 0)$$

Donc on aura :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{A} = \frac{1}{r} \begin{vmatrix} \vec{U}_r & r\vec{U}_\varphi & \vec{U}_z \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \varphi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & rA_\varphi & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{r} \left[-\frac{\partial r A_\varphi}{\partial z} \vec{U}_r + \frac{\partial r A_\varphi}{\partial r} \vec{U}_z \right]$$

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{A}) = \frac{1}{r} \begin{vmatrix} \vec{U}_r & r\vec{U}_\varphi & \vec{U}_z \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \varphi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ -\frac{1}{r} \frac{\partial_r A_\varphi}{\partial z} & 0 & \frac{1}{r} \frac{\partial_r A_\varphi}{\partial r} \end{vmatrix}$$

On déduit, que l'équation magnétostatique en termes de potentiel vecteur magnétique \vec{A} s'écrit sur la forme suivante :

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{A}) = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial r A_\varphi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial r A_\varphi}{\partial z} \right) \quad \text{II.31}$$

II.5 Les conditions aux limites :

Une condition aux limites est une contrainte sur les valeurs que prennent les solutions des équations aux dérivées ordinaires et des équations aux dérivées partielles sur une frontière.

Il existe un $t \rightarrow +\infty$ grand nombre de conditions aux limites possibles, en fonction de la formulation du problème, du nombre de variables en jeu, et (de manière plus importante) de la nature de l'équation. Les conditions imposées au temps $t=0$ sont appelées *conditions initiales*. On peut aussi imposer des conditions aux limites, par exemple, dans la limite pour.

II.5.1 conditions aux limites de type Neumann :

Cette condition nous renseigne sur la valeur de la composante normale de l'inconnue sur la limite du domaine étudié. Elle apparaît sur les plans de symétrie.

$$\frac{\partial A}{\partial n} = g_0 \tag{II.32}$$

II.5.2 condition aux limites de type Dirichlet :

Cette condition nous renseigne sur la valeur de l'inconnue sur la frontière du domaine de résolution.

$$A = g_0 \tag{II.33}$$

A : la fonction inconnue.

g_0 : Une constante.

II.5.3 condition aux limites Mixte (Neumann-Dirichlet) :

C'est la combinaison de deux types de conditions aux limites, elle s'exprime de la manière suivante :

$$\alpha A + \beta \frac{\partial A}{\partial n} = g \tag{II. 34}$$

g: Valeur de l'inconnue sur la frontière

α, β : Coefficients définit sur le domaine d'étude

A : Fonction inconnue

II.5.4 Condition de périodicité et d'anti-périodicité

$$A|_{\Gamma} = K + A|_{\Gamma+d\Gamma} \tag{II.35}$$

Avec : $d\Gamma$: Période spatiale

K=1 cyclique

K=-1 anticyclique

II.6 Méthodes de résolution des équations différentielles aux dérivées Partielles :

Il existe plusieurs méthodes pour la résolution des équations aux dérivées partielles, ces méthodes sont analytiques, numériques ou mixtes (semi analytiques).

II.6.1 Méthodes Analytique :

Les premiers travaux sont issus des méthodes analytiques basées sur les modèles à une dimension. Dans ces modèles, la charge est supposée axisymétrique et longue et les grandeurs physiques sont exprimées uniquement en fonction de r .

Ces méthodes ont l'avantage de donner un aperçu de la variation radiale des champs dans les zones particulières de la charge. Elles sont par contre incapables de déterminer précisément et dans tout le domaine la variation de toutes les grandeurs physiques. Donc on fait appel à des méthodes de résolution numérique [14].

II.6.1.a Méthode de séparation des variables :

C'est la méthode la plus utilisée pour la résolution des équations aux dérivées partielles, le principe de cette méthode consiste à mettre l'inconnue sous forme d'un produit des fonctions, dont chacune ne dépend que d'une seule variable [4].

II.6.2 Méthodes des intégrales (semi analytique) [4]

II.6.2.a Méthodes des intégrales des frontières :

Cette méthode est basée sur la discrétisation des frontières du domaine, en utilisant pour cela le théorème de GREEN, Elle est limitée à la résolution des systèmes linéaires.

II.6.2.b Méthode des circuits couplés :

La Méthode des Circuits Couplés permet de fournir la solution d'une EDP par une expression intégrale de type BIOT ET SAVART, et elle est peut être couplée à une méthode numérique de discrétisation.

II.6.3 Méthodes numériques : [1 3,15]

Tous les modèles obtenus sont à équations aux dérivées partielles dont la résolution analytique n'est pas souvent évidente, aussi pour s'affranchir de cette difficulté des méthodes numériques ont été développées [13].

L'évolution actuelle de la technologie amène l'ingénieur à réaliser des projets de plus en plus complexes, coûteux et soumis à des contraintes de sécurité de plus en plus sévères et pour dominer ces projets, l'ingénieur a besoin de modèles qui lui permettent de simuler le

comportement de systèmes physiques complexes, il peut ainsi prévoir l'influence de ses décisions au moment de la conception du système [15].

Il arrive aussi d'associer une solution analytique à une méthode numérique pour réduire le temps de calcul et augmenter la précision des résultats. En effet, une solution analytique est plus précise qu'une solution numérique parce que cette dernière est une approximation de la solution réelle [13]

Les méthodes numérique passent toujours par des discrétisation des problèmes analytiques en des problèmes numérique et qu'il existe une infinité des méthodes de discrétisation d'une équation, Nous ne pouvons jamais les énumérer mais les plus couramment utilisées pour la résolution des équations aux dérivées partielles sont:[16]

- La méthode des différences finis,
- La méthode des volumes finis,
- La méthode des éléments finis,

II.6.3.a Méthode des différences finis :

La méthode de différences finis a été rendue très populaire par l'arrivée de l'ordinateur et il consiste à discrétiser le problème posé et à le résoudre au calculateur numérique (ceci a été réalisé vers 1949).

Cette méthode est basée sur la transformation de l'opérateur différentiel en un opérateur aux différences où chaque dérivée est approchée par une différence de valeurs de l'inconnu aux nœuds du domaine de résolution.

Les équations de Laplace et poisson sont des équations aux dérivées partielles de types elliptiques peut se résoudre numériquement par la méthode des différences finis on leur associant des conditions aux limites de types :

- Dirichlet
- Neumann
- Mixtes

On remplace le milieu continu où l'équation définie par un ensemble de points discrets aux quels s'applique l'équation discrétisée

- L'ensemble des points de discrétisation représente le maillage différences finis
- L'équation aux dérivées partielles approchée en tous points permet de construire le système algébrique à résoudre

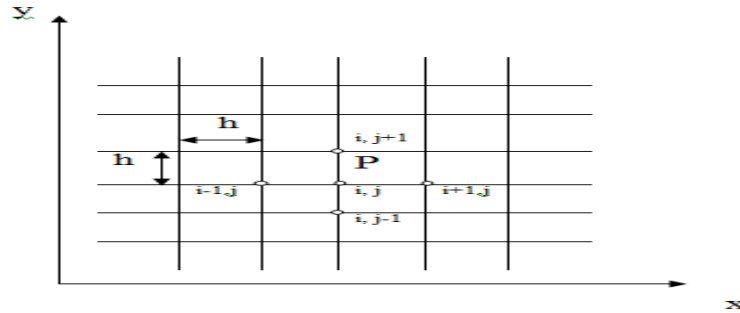


Figure II.1 : domaine de discrétisation par la méthode des différences finis

pour les dérivées d'ordre 1 :

$$\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{A_{i+1,j} - A_{i-1,j}}{2.h} \quad (\text{II.36})$$

$$\left(\frac{\partial A}{\partial y}\right)_{i,j} = \frac{A_{i,j+1} - A_{i,j-1}}{2.h} \quad (\text{II.37})$$

Pour les dérivées d'ordre 2:

$$\left(\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}\right)_{i,j} = \frac{A_{i+1,j} + A_{i-1,j} - 2.A_{i,j}}{h^2} \quad (\text{II.38})$$

$$\left(\frac{\partial^2 A}{\partial y^2}\right)_{i,j} = \frac{A_{i,j+1} + A_{i,j-1} - 2.A_{i,j}}{h^2} \quad (\text{II.39})$$

Ainsi le Laplacien discrétisé s'écrit :

$$(\Delta A)_{i,j} = \left(\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}\right)_{i,j} + \left(\frac{\partial^2 A}{\partial y^2}\right)_{i,j}$$

(II.25) D' où :

$$(\Delta A)_{i,j} = \frac{A_{i+1,j} + A_{i-1,j} + A_{i,j+1} + A_{i,j-1} - 4A_{i,j}}{h^2} \quad (\text{II.40})$$

La forme de cette dernière formule aux différents nœuds du domaine, aboutit au système matriciel suivant :

$$[M][A] = [F] \quad (\text{II.41})$$

Avec :

[M] : Matrice contenant les données du problème.

[A] : Vecteur des inconnues.

[F] : Terme source.

Dans les cas des dispositifs à géométries complexes, Cette méthode s'adapte difficilement, car elle présente des inconvénients relatifs à la définition des valeurs de l'inconnue sur la frontière du domaine d'étude [11].

II.6.3.b Méthode des volumes finis (MVF) [4]

La MVF se déduit à partir de la MDF. Le domaine d'étude est subdivisé en volumes élémentaires de telle manière que chaque volume entoure un nœud du maillage (celui des différences finies).

La forme intégrale de l'EDP est discrétisée dans le domaine d'étude et intégrée sur chacun des volumes élémentaires. Pour calculer l'intégrale dans ce volume élémentaire,

La fonction inconnue est représentée à l'aide d'une fonction d'approximation (linéaire, exponentielle) entre deux nœuds consécutifs.

Grâce à un libre choix de la fonction de liaison entre nœuds consécutifs, la procédure conduite à une solution plus précise que celle fournie par la MDF.

II.6.3.c Méthode des éléments finis :

Introduction :

La méthode des éléments finis est une méthode de résolution des équations aux dérivées partielles et de leurs conditions aux limites. Cette méthode à été utilisé initialement pour la résolution des problèmes dans le domaine de la mécanique de la rupture et calcul de structures (par les "mécaniciens").

La méthode à été utilisée dans le domaine du calcul du champ électromagnétique pour la première fois vers 1970 par deux chercheurs qui sont : P.P SILVESTER et M.V.K CHARI.

Dans la plupart des cas, elle s'intègre à des logiciels C.A.O cette partie constitue un avantage de taille pour le concepteur de systèmes physiques.

Le principe de la méthode des éléments finis consiste à représenter sous forme intégrale une formulation type équation aux dérivées partielles avec des conditions aux limites associé d'un problème physique mathématique [17].

Problème physique \longrightarrow représenté par E.D.P+C.A.L \longrightarrow forme intégrale

Cette forme intégrale soit :

- De type variationnelle.
- De type résidus pondérés.

Cette méthode reste imprécise dans au moins deux situation :

- Domaine d'étude infini.
- Présence de singularité dans le domaine d'étude.

II.6.3.c.1 Principe de la méthode

La résolution d'un problème par la méthode des éléments finis suit le procédé suivant

- Traduire le problème physique sous forme d'un modèle mathématique (équations aux dérivées partielles) avec des conditions aux limites aux bords du domaine d'étude (Ω), nécessaires et suffisantes pour l'unicité de la solution.
- Construire une formulation intégrale du système différentiel à résoudre et de ses conditions aux limites : c'est la formulation intégrale du système.
- Diviser (Ω) en sous domaines (maillage), les sous domaine sont appelés éléments.
- Choisir la famille des champs locaux, c'est-à-dire à la fois la position des nœuds dans les sous domaines et les polynômes qui définissent le champ local en fonction des valeurs aux nœuds, la maille complétée par ces informations est alors appelée élément
- Ramener le problème à un problème discret, c'est la discrétisation.
- On résout le problème discret.
- Construire la solution approchée à partir des valeurs trouvées aux nœuds et en déduire d'autres grandeurs.
- Visualiser et exploiter la solution pour juger sa qualité numérique et de la satisfaction des critères de cahier des charges.

II.6.3.c.2 Discrétisation du domaine d'étude

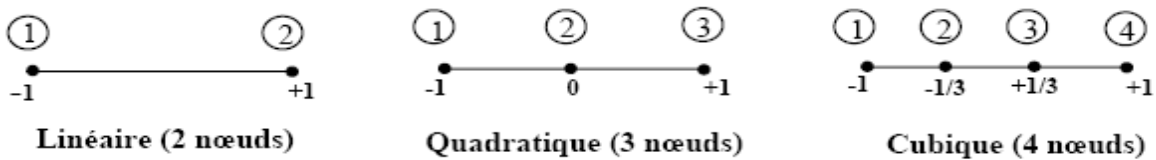
L'approche de base de la méthode des éléments finis est de subdiviser le domaine d'étude en nombre finis de sous domaines appelés éléments [18] [19] [20]. L'approximation de l'inconnue se fait en chaque élément des fonctions d'interpolation. La fonction d'interpolation est aussi

définie en fonction de la géométrie de l'élément qu'on choisit préalablement et coïncide avec les nœuds de cet élément relatifs aux valeurs de l'inconnue. On parle alors d'interpolation nodale.

a) Éléments de références

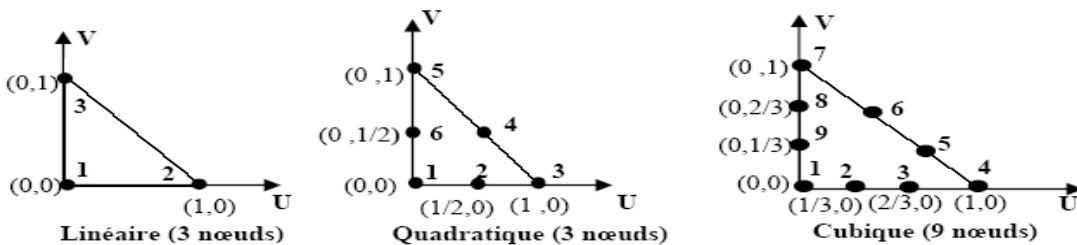
Pour des domaines d'étude à une, deux ou trois dimensions, on utilise des éléments de références simples tels que : le triangle, le rectangle, le tétraèdre ; parallélépipède, auxquels on associe un système de coordonnées normé. Cela permet de définir une fois, pour chaque type d'élément les fonctions d'interpolation. Ces dernières, une fois construites, on obtient les fonctions associées au système réel à l'aide des transformations géométriques.

• **Éléments à une dimension:**

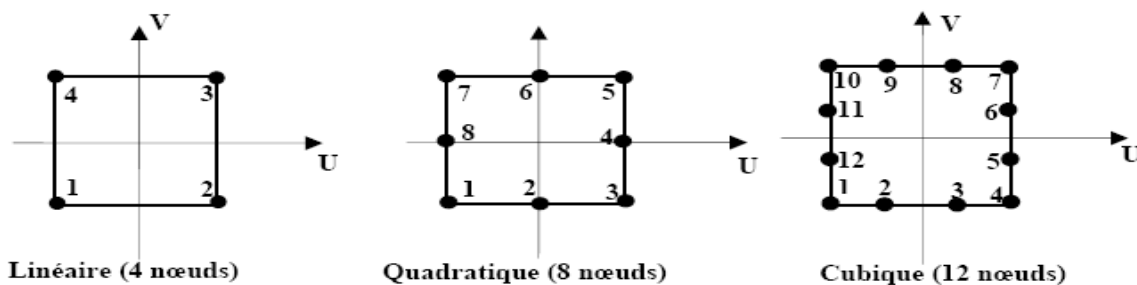


Éléments à deux dimensions :

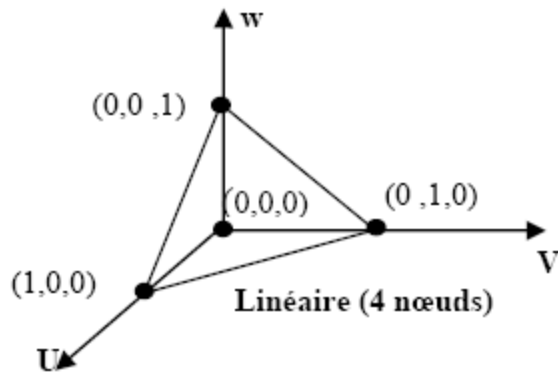
➤ **Élément triangulaire :**



➤ **Élément carré :**



➤ **Éléments à trois dimensions**



b) Fonction d'interpolation

Les fonctions d'interpolations sont obtenues à partir du triangle de pascal [49], donné ci dessous :

$$\begin{array}{cccc}
 & & & 1 \\
 & & U & V \\
 & U^2 & UV & V^2 \\
 U^3 & U^2V & UV^2 & V^3
 \end{array}$$

Triangle de Pascal.

Ces fonctions sont construites de telles sortes à obéir aux conditions suivantes [21] :

b.1) Principe de l'état complet

-La fonction doit contenir un terme constant.

b.2) Principe de compatibilité

Ce principe consacre la continuité de la fonction d'interpolation. On cite un exemple de la fonction d'interpolation dans le cas d'un élément carré

$$F(U, V) = aU + bV + cUV + d \quad \text{(II.42)}$$

$$D'où: F(U, V) = [U \ V \ UV \ 1] \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \quad (\text{II.43})$$

$$\text{La base polynomiale est } P(U, V) = [U \ V \ UV \ 1] \quad (\text{II.44})$$

II.7 Formulation élément finis des équations électromagnétiques

Le principe de la méthode des éléments finis est basé sur la formulation intégrale du problème aux dérivées partielles et de leurs conditions aux limites.

Cette formulation peut être de deux types [18][20][21]:

- variationnelle
- résidus pondérés

II.7.1 Principe de la méthode variationnelle

La méthode variationnelle nécessite la connaissance a priori de la fonctionnelle d'énergie du système à étudier de type intégrale définie par :

$$F = \int_{\Omega} L d\Omega \quad (\text{II.45})$$

L : est la fonction de Lagrange résultant de la coénergie du système de type cinétique et de son énergie potentielle.

Ω : est le domaine d'étude.

Dans le cas d'un phénomène magnétostatique, la fonction L est donnée par

$$L = \int_0^B v b db - JA \quad (\text{II.46})$$

La fonctionnelle d'énergie est donnée alors comme suit :

$$F(A) = \int_{\Omega} \left(\int_0^B v b db - JA \right) d\Omega \quad (\text{II.47})$$

Où :

ν : Est la réductivité magnétique

B : Module de l'induction magnétique.

J : Densité de courant.

A : Potentiel vecteur magnétique.

b : Induction magnétique.

La résolution du problème variationnel ainsi défini, revient à minimiser la fonctionnelle d'énergie $F(A)$. La minimisation est effectuée en utilisant le principe de Rayleigh-Ritz qui consiste à écrire :

$$\frac{\partial F(A)}{\partial A_i} = 0 \tag{II.48}$$

Ou

$$\frac{\partial F(A)}{\partial A_1} = \frac{\partial F(A)}{\partial A_2} = \frac{\partial F(A)}{\partial A_N} \tag{II.49}$$

N : nombre de nœud du domaine.

A_i : l'inconnue au nœud i du domaine.

L'utilisation de la méthode des éléments finis consiste à poser :

$$F(A) = \sum_{e=1}^N F_e(A^e) \tag{II.50}$$

La minimisation de cette équation nous donne :

$$\frac{\partial F(A)}{\partial A_i} = \sum_{e=1}^N \frac{\partial F_e(A^e)}{\partial A_i} \tag{II.51}$$

Cette dernière doit s'écrire pour tous les nœuds i de l'élément e , sachant que :

$$F(A) = \sum_{j=1}^N \alpha_j^e A_j^e \tag{II.52}$$

$F_e(A^e)$: Fonctionnelle d'énergie de l'élément e

A_j^e : Inconnue de l'élément « e » au nœud « j »

α_j^e : Fonction de forme au nœud « j » de l'élément « e »

N : Nombre de sous domaines du domaine (Ω)

A^e : Fonction d'approximation de l'élément e

Donc la résolution du problème consiste à résoudre N systèmes algébriques à N inconnues A_1, A_2, \dots, A_n

II.7.2 Méthode des résidus pondérés

a. Principe de la méthode

La méthode des résidus pondérés est basée sur la détermination du résidu défini par

$$R = L(A) - f_v \quad (\text{II.53})$$

R : Est le résidu d'approximation

$L(A)$: Opérateur différentiel

f_v : Fonction définie sur le domaine d'étude (Ω)

A : Inconnue

A l'aide de fonctions de pondération bien choisies, on impose à l'intégrale du résidu de s'annuler en n points du domaine (Ω)

$$\int_{\Omega} R_i \phi_i d\Omega = 0 \quad (\text{II.54})$$

ϕ : Fonction de pondération ou de projection

Les valeurs de A qui permettent d'annuler l'intégrale, sont solution du système algébrique obtenu. La méthode des résidus pondérés présente un avantage par rapport à la méthode variationnelle, c'est qu'elle ne nécessite pas la connaissance préalable de l'expression énergétique du système [19] [21].

Selon le choix convenable des fonctions de pondérations ϕ_i , on arrive à définir plusieurs méthodes qui découlent de la méthode des résidus pondérés :

-la méthode de collocation par points.

-la méthode des moindres carrés.

-la méthode de GALERKINE.

On s'intéresse beaucoup plus à la méthode projective de GALERKINE car cette méthode ne nécessite pas la connaissance au préalable de l'expression du système et les fonctions de pondération sont identiques aux fonctions de forme (ceci permet d'aboutir à un système matriciel symétrique) [23].

➤ **Equation magnétostatique**

a. **Cas cartésien** : En coordonnées cartésiennes, l'équation magnétostatique exprimée en potentiel vecteur magnétique est donnée par:

$$\vec{\nabla} \wedge \nu (\vec{\nabla} \wedge \vec{A}) = \vec{j}_s \tag{II.55}$$

$$\nu = \frac{1}{\mu} \text{ Réductivité magnétique de milieu}$$

La formulation intégrale de l'équation (II.55) est donnée comme suit :

$$\iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \left(-\frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial A}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial A}{\partial y} \right) \right) + J_s \cdot d_x d_y = 0 \tag{II.56}$$

L'équation (II.56) peut être réécrite sous la forme suivante :

$$\iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \left(-\frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial A}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial A}{\partial y} \right) \right) \cdot d_x d_y = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_s d_x d_y \tag{II.57}$$

L'application du théorème de Green au premier terme de l'expression (II.57), nous permet d'écrire :

$$\left\{ \begin{aligned} \iint_{\Omega} -\alpha_i \cdot \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial A}{\partial y} \right) \right) \cdot d_x d_y &= -\iint_{\Omega} \nu \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial A}{\partial y} \right) \cdot dx dy \\ + \int_{\Gamma} \nu \left(\frac{\partial A}{\partial x} \cos(n, x) + \frac{\partial A}{\partial y} \cos(n, y) \right) \alpha_i d\Gamma \end{aligned} \right. \tag{II.58}$$

Où : $\cos(n, x)$ et $\cos(n, y)$ sont les cosinus directeurs au points considéré de la frontière Γ

L'équation (II.58) peut être écrite alors, comme suit :

$$\iint_{\Omega} \nu \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial A}{\partial y} \right) \cdot dx dy - \int_{\Gamma} \nu \left(\frac{\partial A}{\partial n} \right) \cdot \alpha_i d\Gamma = \iint_{\Omega} \alpha_i J_s dx dy \tag{II.59}$$

Dans le cas de conditions aux limites de type Dirichlet ou Newmann homogène, le terme sur la frontière s'annule, c'est-à-dire :

$$\int_{\Gamma} \nu \frac{\partial A}{\partial n} \cdot \alpha_i \cdot d\Gamma = 0$$

L'expression (II.59) devient alors :

$$\iint_{\Omega} \nu \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i J_z dx dy \quad (\text{II.60})$$

L'équation (II.60) en écriture condensée devient :

$$\iint_{\Omega} \nu \overline{\nabla \alpha_i} \cdot \overline{\nabla A_z} dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i J_z dx dy \quad (\text{II.61})$$

Sachant que :

$$A_z = \sum_{j=1}^N \alpha_j A_j$$

Et en remplaçant dans (II.61), on aboutit à :

$$\sum_{j=1}^N \left[\iint_{\Omega} \nu \overline{\nabla \alpha_i} \cdot \overline{\nabla \alpha_j} dx dy \right] A_j = \iint_{\Omega} \alpha_i J_z dx dy \quad (\text{II.62})$$

Avec : i, j : Entiers naturels, variant de 1 à N.

N : Nombre de nœuds du domaine.

L'écriture de (II.62) pour tous les nœuds du domaine, nous permet d'aboutir au système matriciel suivant :

$$[M] [A] = [K_s]$$

$$M_{i,j} = \iint_{\Omega} \nu \overline{\nabla(\alpha_i)} \cdot \overline{\nabla(\alpha_j)} dx dy$$

$$K_s = \iint_{\Omega} [j_s \alpha_i] dx dy^2$$

[A] : vecteur des inconnues du domaine d'étude.

b. Cas axisymétrique : en coordonnées cylindriques ($A = rA_\phi$), l'équation magnétique est donnée par :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \nu \frac{\partial A}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \nu \frac{\partial A}{\partial z} \right) = -j_s \quad (\text{II.63})$$

La fonction de projection Bi est alors représentée par $\frac{\alpha_i}{r}$, en appliquant la méthode de Galerkin on obtient la forme intégrale suivante :

$$\int_{\Omega} \left(\frac{\alpha_i}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \nu \frac{\partial A}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{z} \nu \frac{\partial A}{\partial z} \right) + j_s \right] \right) d\Omega = 0 \tag{II.64}$$

Avec $d\Omega = 2\pi r dr dz$

La discrétisation de A à l'aide des fonctions d'interpolation $\left[A_{\varphi}(r, z) = \sum_{j=1}^n \alpha_j(r, z) A_j \right]$ conduit à l'équation suivante :

$$\sum_j \left(\int_{\Omega} \nu \overrightarrow{\nabla}(\alpha_i) \cdot \overrightarrow{\nabla}(\alpha_j) A_j \frac{dr dz}{r} \right) = \int_{\Omega} j_s \alpha_i \cdot dr dz \tag{II.65}$$

Avec $i=1 \dots \dots \dots n ; j=1 \dots \dots \dots n$.

n : nombre de nœuds.

L'écriture de (II.65) pour tous les nœuds du domaine, nous permet d'aboutir au système matriciel suivant :

$$[M] [A] = [K_s]$$

$$M_{i,j} = \iint_{\Omega} \nu \overrightarrow{\nabla}(\alpha_i) \cdot \overrightarrow{\nabla}(\alpha_j) \cdot \frac{dr dz}{r}$$

$$K_s = \iint_{\Omega} [j_s \alpha_i] dx dz^2$$

➤ **Equation magnétodynamique**

L'équation obtenue à partir des équations de Maxwell et qui permet de traduire le comportement de tout problème magnétodynamique avec terme source s'écrit :

$$\overrightarrow{\nabla} \wedge (\nu \overrightarrow{\nabla} \wedge \vec{A}) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = j_s \tag{II.66}$$

En adoptant la même démarche que dans le cas magnétostatique, nous aboutissons à la formulation élément finis de l'équation magnétodynamique transitoire.

a. Cas cartésien :

$$\iint_{\Omega} -\nu \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \cdot \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \cdot \frac{\partial A}{\partial z} \right) \cdot \frac{drdz}{r} + \iint_{\Omega} \sigma \alpha_i \frac{\partial A}{\partial t} \cdot drdz = \iint_{\Omega} \alpha_i J_{s\varphi} \cdot \frac{drdz}{r} \quad (\text{II.67})$$

b. Cas axisymétrique :

$$\iint_{\Omega} -\nu \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \cdot \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \cdot \frac{\partial A}{\partial z} \right) \cdot \frac{drdz}{r} + \iint_{\Omega} \sigma \alpha_i \frac{\partial A}{\partial t} \cdot drdz = \iint_{\Omega} \alpha_i J_{s\varphi} \cdot \frac{drdz}{r} \quad (\text{II.68})$$

Et on obtient le système suivant à résoudre :

$$[M][A] + [L] \left[\frac{\partial A}{\partial t} \right] = [F] \quad (\text{II.69})$$

$$M_{ij} = \iint_{\Omega} \nu \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \frac{\partial \alpha_j}{\partial r} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} \right) \frac{drdz}{r} \quad (\text{II.70})$$

$$L_{ij} = \iint_{\Omega} \sigma \alpha_i \alpha_j \frac{drdz}{r} \quad (\text{II.71})$$

$$F_{ij} = \iint_{\Omega} j_{\varphi} \alpha_i drdz \quad (\text{II.72})$$

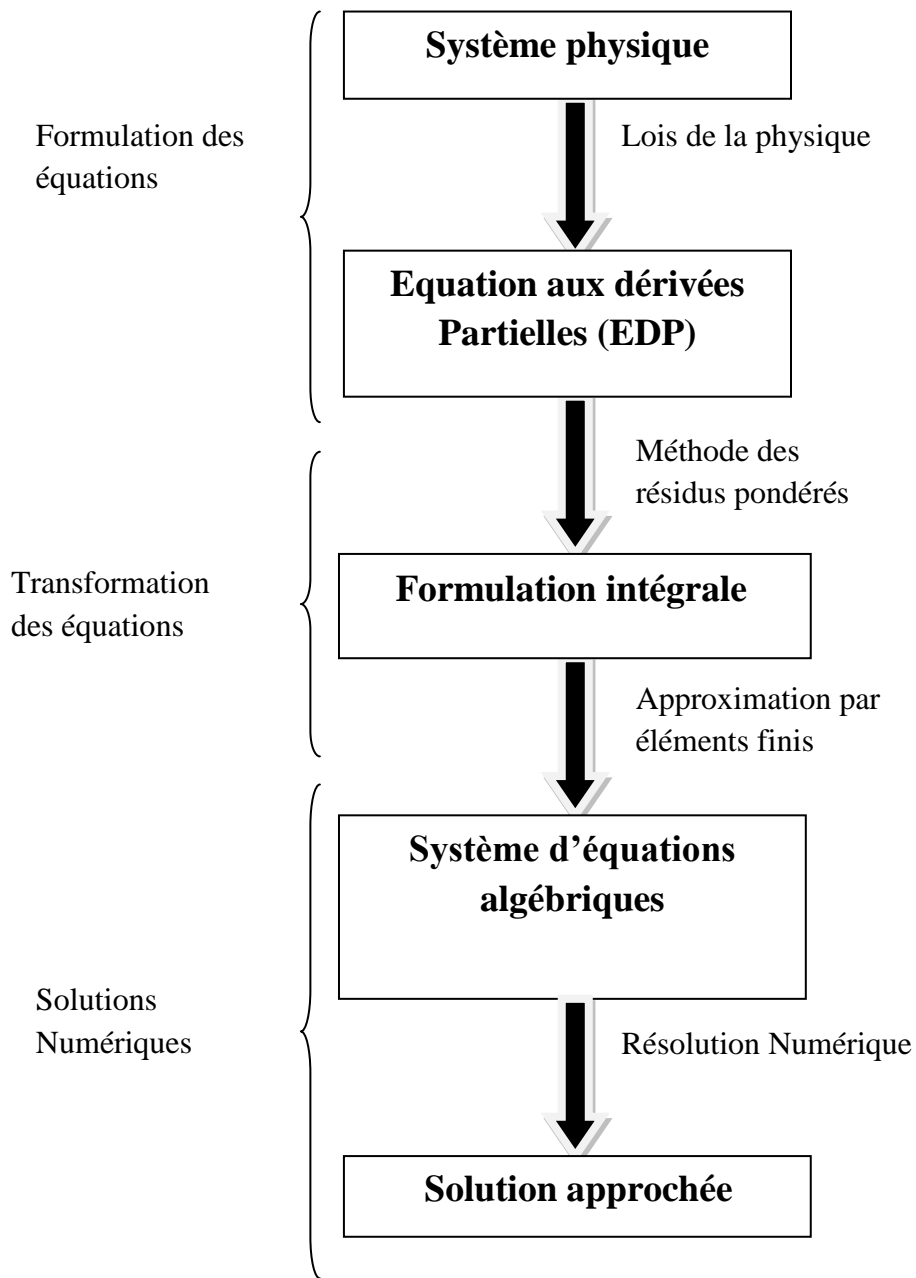


Figure II-1 : étapes de la mise en œuvre de la méthode des éléments finis

II.8 Méthode de calcul de la force magnétique

Après avoir appliqué un champ électromagnétique pour un dispositif électrique comme les machines électriques, des forces seront générées sous forme d'effets mécaniques. Pour étudier ces efforts, plusieurs méthodes sont adaptées pour quantifier les forces responsables du mouvement [22] :

- Force de Lorentz
- Tenseur de Maxwell
- L'énergie magnétique
- La Co-énergie magnétique

II .8.1 Force de Lorentz (N) :

La force électromagnétique de Lorentz, résulte de la coexistence d'une induction magnétique, résultant d'une source d'excitation et d'une densité de courant induite dans un milieu conducteur. L'expression de cette force est donnée par :

$$F = \iiint_v (\vec{j} \wedge \vec{B}) db \quad (\text{II.73})$$

Le terme de $(\vec{j} \wedge \vec{B})$ représente la densité de force magnétique qui est souvent utilisée à la force magnétique.

Les composantes de la force de Lorentz, dans le système axisymétrique 2D, se déduisent à partir de :

$$F_r = 2 \iint_s J_\varphi B_z dr dz \quad (\text{II.74})$$

$$F_z = 2\pi \iint_s J_\varphi B_z dr dz \quad (\text{II.75})$$

Avec pour $\vec{A} = (0, A_\varphi, 0)$

$$B_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial(rA_\varphi)}{\partial z} \quad (\text{II.76})$$

$$J_\varphi = -\frac{\sigma}{r} \frac{\partial(rA_\varphi)}{\partial t} \quad (\text{II.78})$$

$$B_z = \frac{1}{r} \frac{\partial(rA_\varphi)}{\partial r} \quad (\text{II.79})$$

II.8.2 Méthode du tenseur de Maxwell

Dans les milieux non parcourus par des courants, les forces et les couples peuvent être calculés par l'application du tenseur de MAXWELL. Ce dernier définit les forces directement en termes de champ magnétique.

$$\vec{F} = \oiint_s \left[(\vec{B}_r \vec{H}_t) \vec{t} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2\mu_0} - \mu_0 H_t^2 \right) \vec{n} \right] ds \quad (\text{II.80})$$

\vec{B}_r : est la composante normale de l'induction magnétique

\vec{H}_t : La composante tangentielle du champ magnétique

\vec{n} : La normale extérieure à la surface d'intégration

\vec{t} : Le vecteur unitaire tangent à la même surface

S : La surface d'intégration contenant le milieu où la force doit être calculée

II.8.3 Méthode de variation de la Co-énergie et l'énergie magnétique

Dans ce cas la force magnétique est la dérivée de l'énergie magnétique par rapport au déplacement à flux constant ou c'est la dérivée de la Co-énergie à courant constant.

Si F_s représente la composante de la force magnétique totale suivant une direction donnée S.

$$F_s = \frac{\partial \bar{W}}{\partial S} \quad (\text{II.81})$$

I=cste

$$F_s = - \frac{\partial W}{\partial S} \quad (\text{II.82})$$

Φ =cste

$$\bar{W} = \int_{\Omega} \left(\int_0^H B dH \right) \quad (\text{II.83})$$

$$W = \int_{\Omega} \left(\int_0^B H dB \right) \tag{II.84}$$

Ω : Domaine d'étude.

W : L'énergie magnétique.

\bar{W} : La Co-énergie magnétique.

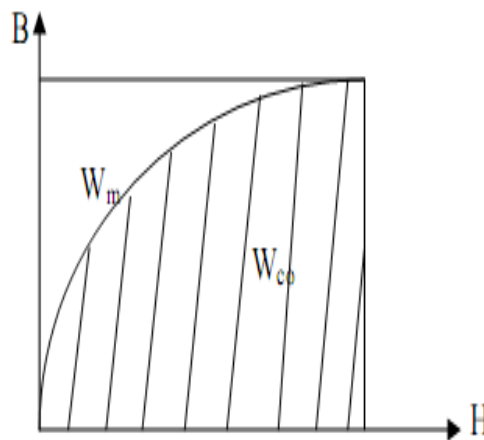


Figure II-2 : courbe d'alimentation montrant la Co-énergie et l'énergie magnétique

Numériquement, Les dérivation peuvent être obtenues par les relations suivantes :

$$F_s = - \frac{(\bar{W}_s - \bar{W}_{s-\Delta s})}{\Delta S} , I=cste \tag{II.85}$$

$$F_s = - \frac{(W_s - W_{s-\Delta s})}{\Delta S} , W=cste \tag{II.86}$$

Avec ΔS représente un incrément de déplacement

II.9 Conclusion :

Nous avons exposé les lois fondamentales du comportement électromagnétique des matériaux, nous avons également présenté le principe de la méthode des éléments finis

Chapitre III

**Description du
logiciel FEMM**

Introduction :

Une programmation efficace de la méthode des éléments finis (MEF) nécessite une bonne expérience à la fois dans le domaine des éléments finis et dans le domaine de l'informatique. Les quantités des données manipulées par un programme des éléments finis peuvent être très importantes où il faut souvent avoir recours à des techniques informatiques peu répandues en calculs scientifiques classiques, la programmation doit être très efficace pour minimiser les coûts de traitement sur l'ordinateur.

En vue de l'importance de la méthode des éléments finis (MEF) dans l'industrie, le critère économique s'impose pour l'ingénieur, la notion de temps minime dans l'étude de la réalisation des projets sont parmi ces critères. Cela a contribué à l'apparition des logiciels (Flux 2D, Flux 3D, PDE-TOOL sous MATLAB, Flux expert...) où on trouve la majorité des programmes utiles pour l'étude et la mise en œuvre de la méthode des éléments finis (MEF). Tout ce fait automatiquement, et l'ingénieur ne perd plus de temps à élaborer des programmes, parmi ces logiciels on peut citer : Finite Element Method Magnetics (FEMM) que nous avons adopté dans notre étude.

III.1. Présentation de logiciel FEMM :

Le logiciel FEMM est une suite de programmes modulaires utilisés pour résoudre les problèmes magnétostatique et électrostatique en deux dimensions (axisymétrique ou plan) basses fréquences, FEMM peut se diviser en trois parties essentielles : [23]

➤ **Preprocessor (femme.exe):** C'est un programme de CAO pour la définition de géométrie du problème à résoudre, et les conditions aux limites. Les fichiers DXF d'Autocad peuvent être importés pour faciliter des géométries.

➤ **Solvr(fkern.exe) :** Le solveur prend en compte les fichiers de données décrivant le problème et résout les équations de Maxwell pour obtenir les valeurs de l'induction magnétique dans le domaine de la résolution.

➤ **Postprocessor (femmview.exe) :** C'est un programme graphique qui affiche les résultats sous forme de champ, de contour et densité. Le programme permet aussi à l'utilisateur d'inspecter le champ aux points arbitraires, et d'évaluer plusieurs différentes intégrales et tracer diverses quantités d'intérêt sur le long des contours définis par l'utilisateur. Deux programmes supplémentaires sont aussi appelés pour exécuter des tâches spécialisées. Ceux-ci sont:[23]

1. **triangle.exe** : le Triangle découpe la région avec un grand nombre de triangles, c'est une partie vitale du procédé d'éléments finis.

2. **femplot.exe** : Ce programme est utilisé pour afficher les diverses solutions en 2D.

III.2. Les différentes étapes de réalisation d'une structure à l'aide de FEMM :

La construction d'une structure à l'aide de logiciel FEMM se fait dans la partie préprocesseur et se compose des étapes suivantes :

III.2.1. Choix de l'unité :

Sélectionner Problem puis millimètre par exemple. Vous trouverez en Figure (III.1) les différents paramètres à configurer.

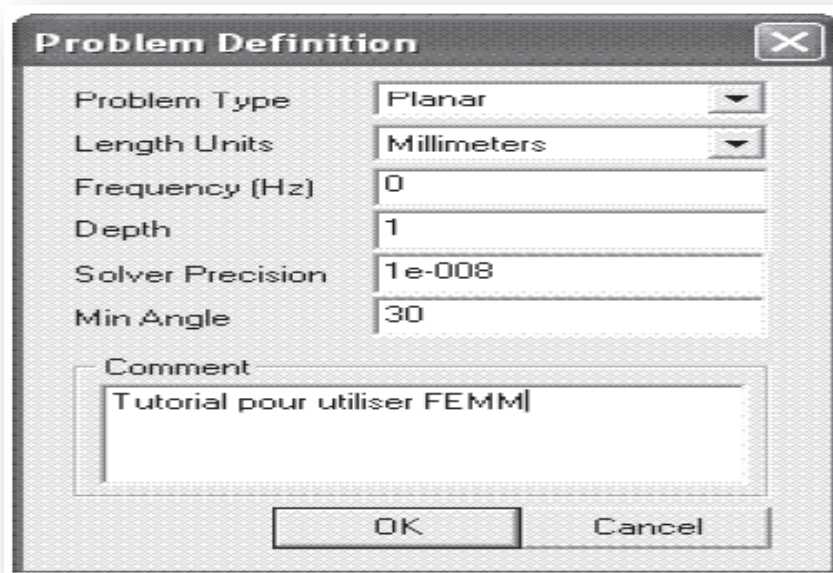


Figure III.1 fenêtre pour le choix de l'unité

III.2.2 Réalisation du schéma de simulation

A fin de placer un nœud aux coordonnées X et Y sélectionner l'icône Nœuds, On peut utiliser le bouton gauche de la souris, ou bien en utilisant la touche Tab. Pour supprimer un nœud on sélectionne celui ci avec le bouton droit de la souris, puis on actionne **Supp** ou **Del** (selon le clavier).

Pour relier les différents nœuds, on sélectionne l'icône Segments puis avec la souris on active le nœud de départ et celui d'arrivée, un segment apparaît alors.

III.2.3 Paramètres des matériaux à utiliser

Après avoir saisi le schéma de simulation, on doit définir les différents matériaux à utiliser.

III.2.3.1 Définition des matériaux et milieux

On Sélectionne le menu **Propriétés** puis **Materials** Library, on repérer dans l'arborescence de gauche le milieu nommé Air par exemple, puis on fait un glissement déposer dans l'arborescence de droite comme indiqué en figure (III.2)

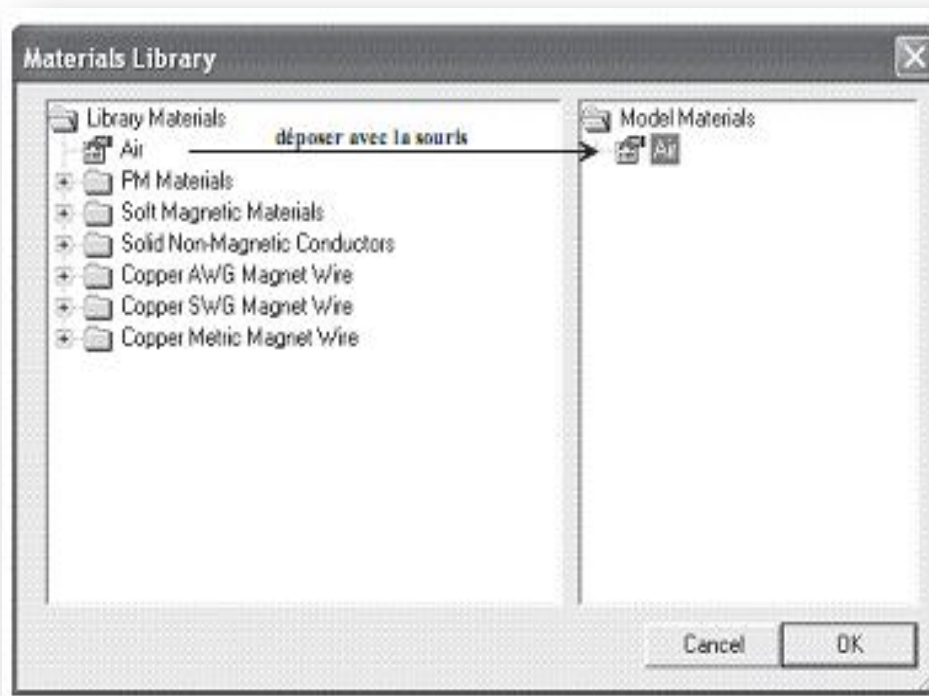


Figure III.2 choix du milieu air par exemple

On effectue un double click sur l'icône du milieu a fin d'éditer ses paramètres magnétiques. Les grandeurs sont celles de la figure (III.3).

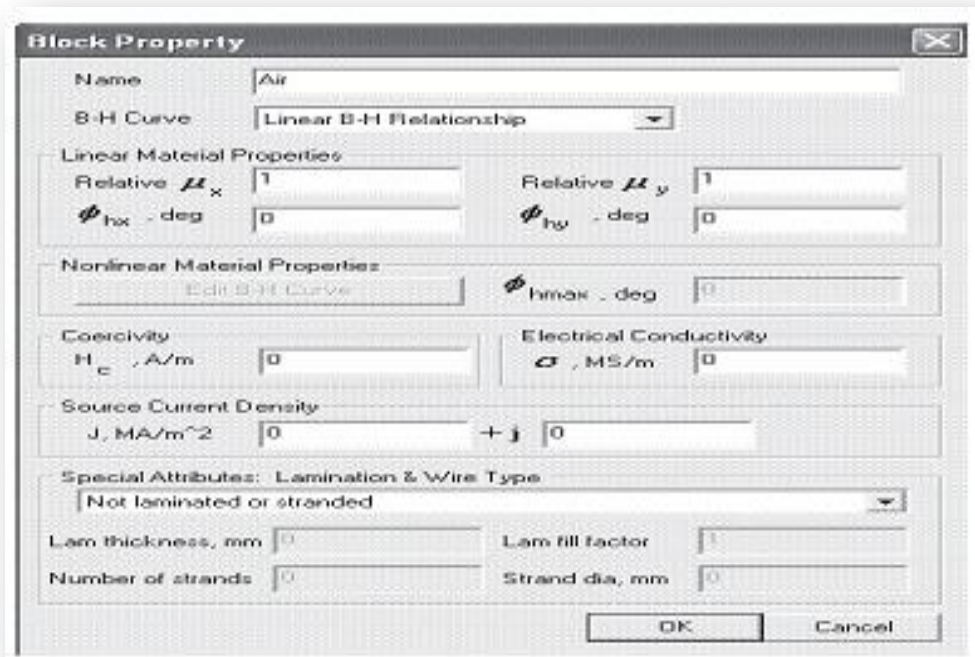


Figure III.3 paramètres à définir pour le milieu air par exemple

On répète les mêmes opérations avec les différents milieux.

III.2.4 Choix des différentes régions

Après avoir dessiné dans un repère 2D la structure magnétique, il reste à caractériser les différentes régions.

On Sélectionne l'icône Matériaux et on place un nœud, avec le bouton gauche de la souris à l'intérieur d'une région afin de caractériser son milieu.

On Sélectionne le nœud avec le bouton droit de la souris puis on actionne la touche d'espace
On choisi le nom du matériau déroulant, comme indiqué dans la figure (III.4)

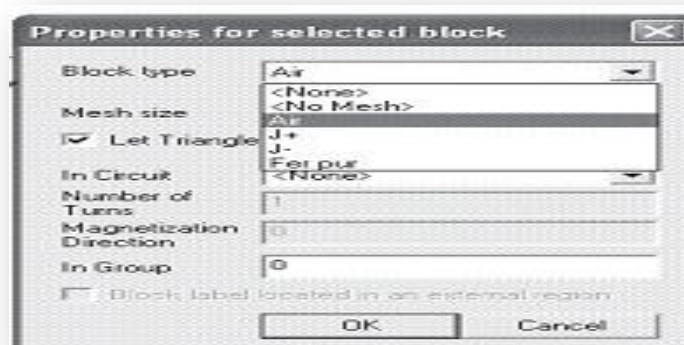


Figure III.4 définition des différents milieux

III.2.5 Conditions aux limites

Est une étape importante pour le calcul, qui consiste à définir pour le contour A, B, C, D une condition aux limites par exemple un champ nul.

On sélectionne le menu Properties puis Boundary et Add Properties, les paramètres à rentrer sont ceux de la figure (III.5).

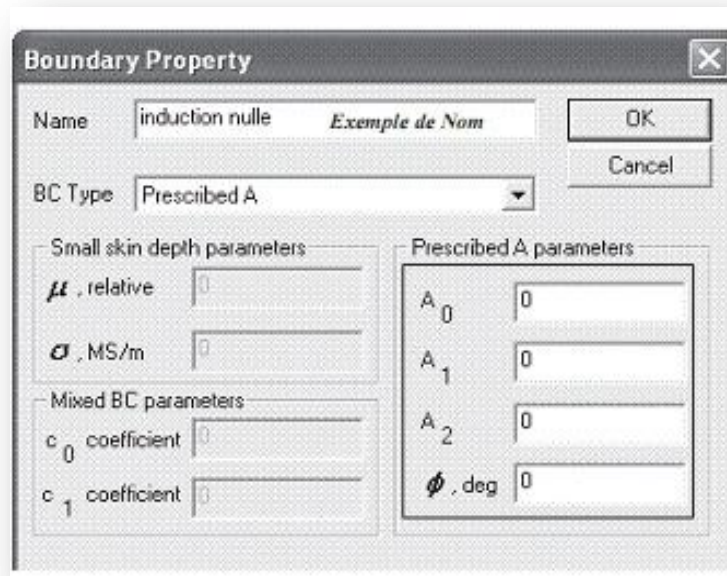


Figure III.5 paramètres pour les conditions aux limites

Dans le schéma de simulation on active l'icone Segments puis avec le bouton droit de la souris on sélectionne les segments AB, BC, CD et DA. On active la touche Espace et on sélectionne la condition aux limites.

La saisie de schéma est achevée, on vérifie qu'il n'y a pas d'erreurs dans la définition des matériaux et des différents milieux. On Sauvegarde le schéma avant de lancer le maillage

III .2.6 Le maillage

III.2.6.1 Définition

Le maillage est l'opération qui consiste à définir un domaine d'étude (Ω), puis à le subdiviser en plusieurs sous-domaines (Ω_e) de forme polygonale simple appelés « éléments ». Ces éléments sont repérés par les coordonnées de leurs sommets qu'on appelle « nœuds ».

L'élément triangulaire est le plus utilisé pour les problèmes 2D, puisqu'il présente des expressions simples à manipuler et puisqu'il s'adapte aux géométries les plus complexes.

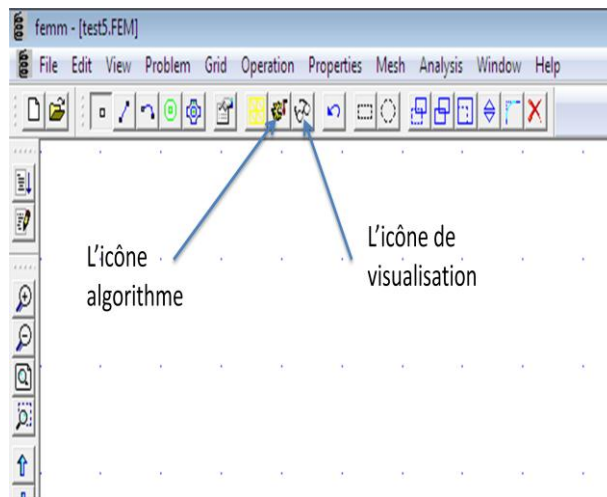
III.2.6.2 Construction de maillage

La phase de maillage est sans doute celle où on passe le plus de temps dans la définition d'un problème. Plus le maillage est fin, plus le calcul est coûteux on doit donc chercher un compromis entre la finesse de la représentation géométrique et le coût de calcul.

Avec le logiciel FEMM, l'opération de maillage est très simple, car elle se fait automatiquement, après avoir enregistré la structure déjà construite dans la partie préprocesseur, on exécute le programme auxiliaire de triangulation Triangle.exe.

III.2.7 Visualisation des lignes de champs

Pour visualiser les lignes de champs on active l'icône Algorithme puis l'icône de Visualisation



III-3) Le script de MATLAB

On peut utiliser le script de MATLAB pour traiter un problème sous FEMM.

En premier lieu on ouvre une nouvelle page « mfile » sur MATLAB puis on suit les instructions se trouvant sur l'octave de FEMM

- **Pour ouvrir FEMM on écrit d'abord l'instruction suivante**

```
addpath('C:\femm42\mfiles')
```

```
openfemm;
```

- **définition de type de problème et le choix de l'unité**

```
mi_probdef(0,'centimeters','planar',1e-8,4.7,30);
```

- **Pour tracer les différents points et segments**

```
mi_addnode(x,y);
```

```
mi_addsegment(x1,y1,x2,y1);
```

- **les conditions aux limites**

```
mi_addboundprop('direct',0,0,0,0,0,0,0,0,0);
```

- **Définition des matériaux et milieux**

```
mi_addmaterial('matname', mu x, mu y, H c, J, Cduct, Lam d, Phi hmax, lam fill,LamType,  
Phi hx, Phi hy, nstr, dwire)
```

- **l'air par exemple**

```
mi_addmaterial('air',1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0);
```

- **Exécution de programme**

```
mi_saveas('test.fem');
```

```
mi_analyze(1);
```

```
mi_loadsolution;
```

```
mi_zoomnatural
```

Conclusion

Dans ce chapitre on a fait une présentation de logiciel FEMM qui a la possibilité de calculer par intégration divers grandeurs magnétique telle que (B, H.....).

La modélisation numérique en 2D a l'aide du logiciel FEMM donne la possibilité de simuler plus de variantes constructives.

Dans ce qui suit on s'intéressera à une construction complète du dispositif de lévitation magnétique en utilisant le logiciel FEMM, puis l'étude graphique de la force, l'induction magnétique et le champ magnétique.

Chapitre IV

**Application et
résultats**

Introduction

Dans ce chapitre on se propose d'étudier un dispositif qui représente un système de lévitation magnétique.

Dans cette application, on s'intéressera à l'étude de déplacement de la charge et son influence sur les grandeurs magnétique dans le cas cartésien.

Les déplacements seront réalisés suivant la dimension verticale.

IV.1.Présentation du dispositif :

Nous avons deux dispositif le premier est en bois (sans circuit magnétique) le deuxième est comporte un circuit magnétique. On a aussi trois types d'induit de différentes masses.

IV.1.1 Cas cartésien :

IV.1.1.a Le dispositif sans circuit magnétique:

- Ses caractéristiques géométriques sont les suivantes :

Inducteur :

Nombre d'encoche : 4 encoches

Largeur d'une encoche : 0.7 cm

Profondeur d'une encoche : 0.7 cm

Distance entre deux encoches : 0.3 cm

Nombre de bobines : 4 bobines

Nombre de spire par bobine : 20 spires

Section d'un fil : 1.06 mm^2

Section d'une bobine : 21.2 mm^2

Resistance total des 4 bobines en série : 0.5Ω

La figure (IV.1) montre la géométrie de l'inducteur



Figure IV.1. La géométrie de l'inducteur

Induit :

On a trois types qui sont en aimant permanent

Premier induit :

Diamètre extérieur : 4.5 cm

Diamètre intérieur : 2.2 cm

Epaisseur : 0.8 cm

Masse : 50 g

L'induit1 est représenté dans la figure (IV-2)



Figure IV.2. La géométrie de l'induit 1

Deuxième induit :

Diamètre extérieur : 6 cm

Diamètre intérieur : 2.5 cm

Epaisseur : 1.3 cm

Masse : 145 g

L'induit 2 est représenté dans la figure (IV-3)



Figure IV .3. La géométrie de l'induit 2

Troisième induit :

Diamètre extérieur : 8 cm

Diamètre intérieur : 4 cm

Epaisseur : 1.4 cm

Masse : 255 g

L'induit 3 est représenté dans la figure (IV-4)



Figure IV.4. La géométrie de l'induit 3

➤ Les caractéristiques physiques des matériaux sont les suivantes :

Air :

Conductivité électrique	$\sigma = 0$
Perméabilité magnétique relatif	$\mu_r = 1$
Densité de courant	$J = 0$
Groupe	1

Inducteur (cuivre1) :

Conductivité électrique	$\sigma = 0$
Perméabilité magnétique relatif	$\mu_r = 1$
Densité de courant	$J = [11.33 \ 63.49]$
Groupe	3

Inducteur (cuivre2) :

Conductivité électrique	$\sigma = 0$
Perméabilité magnétique relatif	$\mu_r = 1$
Densité de courant	$J = -[11.33 \ 63.49]$
Groupe	4

Induit :

Conductivité électrique	$\sigma = 0$
Perméabilité magnétique relatif	$\mu_r = 1$
Densité de courant	$J = 0$
Groupe	2

La figure suivante représente la géométrie et les conditions aux limites du dispositif a étudié :

IV.1.1.a.1 Cas de l'induit 1 (aimant_1) :

- **La géométrie du dispositif et les conditions aux limites**

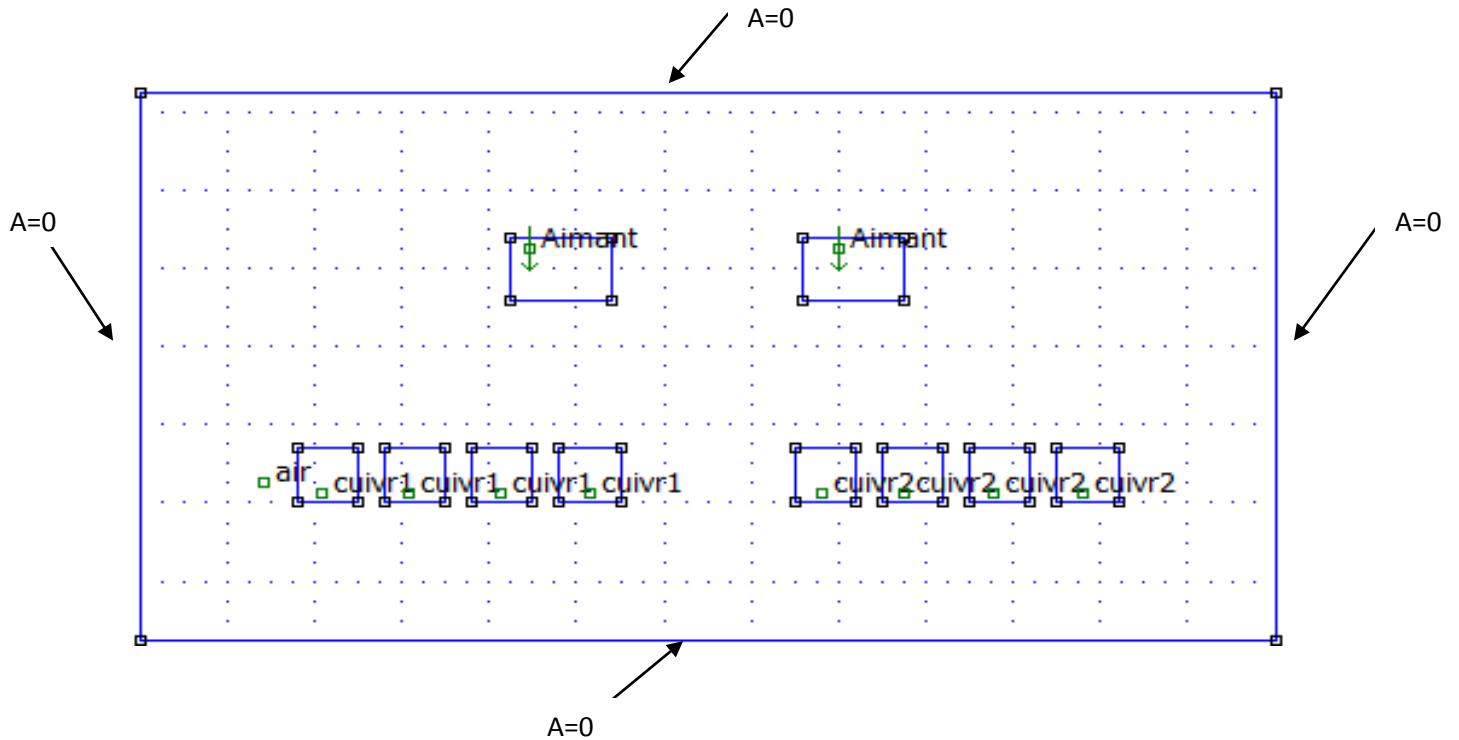


Figure IV.6 : Représentation des conditions aux limites et la géométrie du dispositif

La figure IV.7 représente le maillage par éléments finis

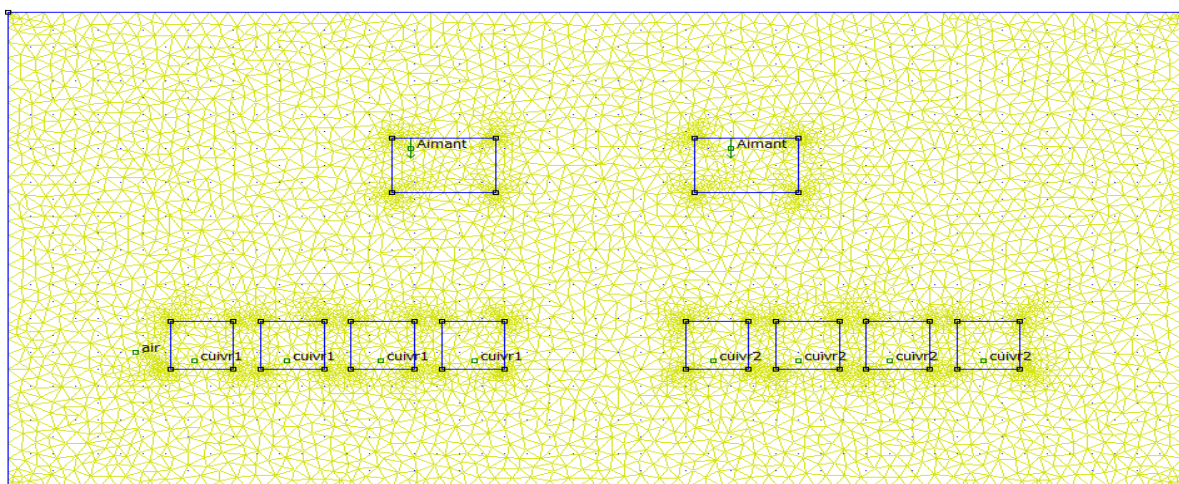


Figure IV.7 : Maillage par éléments finis

Les lignes du champ sont représentées dans la figure suivante

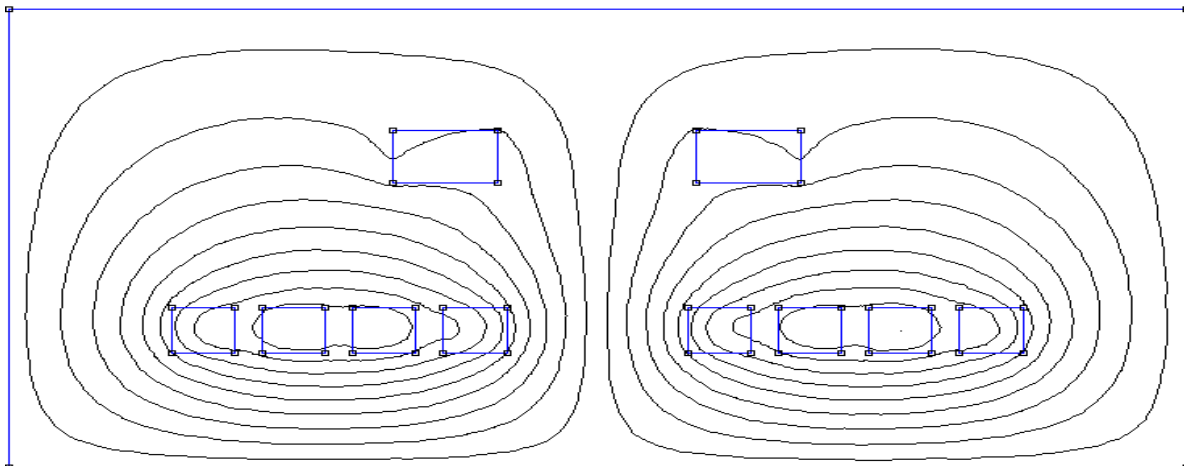


Figure IV.8 : Distribution des lignes du champ magnétique

➤ **Formulation du problème :**

Notre étude concernera un système de lévitation magnétique en hypothèse cartésienne avec pour chaque cas, un déplacement vertical de l'induit. Le dispositif est alimenté en courant continu.

On fait varier le courant jusqu'à obtenir une stabilité de l'induit.

Après avoir alimenté le dispositif avec un courant continu, les résultats relatifs à l'induit 1(aimant_1) sont fournis dans le tableau I suivant :

Tableau I :

I(A)	0	20	30	40	50
J (A/mm²)	0	22.65	34.01	45.35	56.68
e (cm)	0	1.5	1.9	2.3	2.5
F(N)	0 .0020	0. 326	0.417	0.477	0.553

Avec :

J : La densité du courant (A/mm²).

e : Le déplacement de l'induit (cm).

F : La force récupère après simulation (N).

- La courbe de l'induction magnétique :

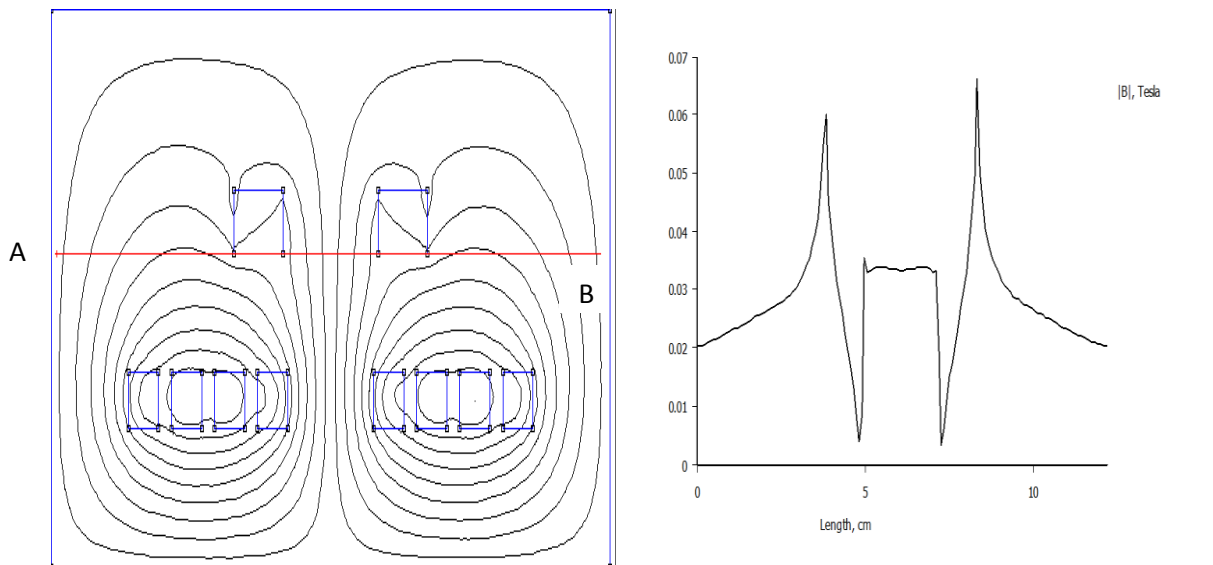


Figure IV.9 : Distribution de l'induction magnétique suivant AB

- La courbe de la variation de la force en fonction de la densité de courant :

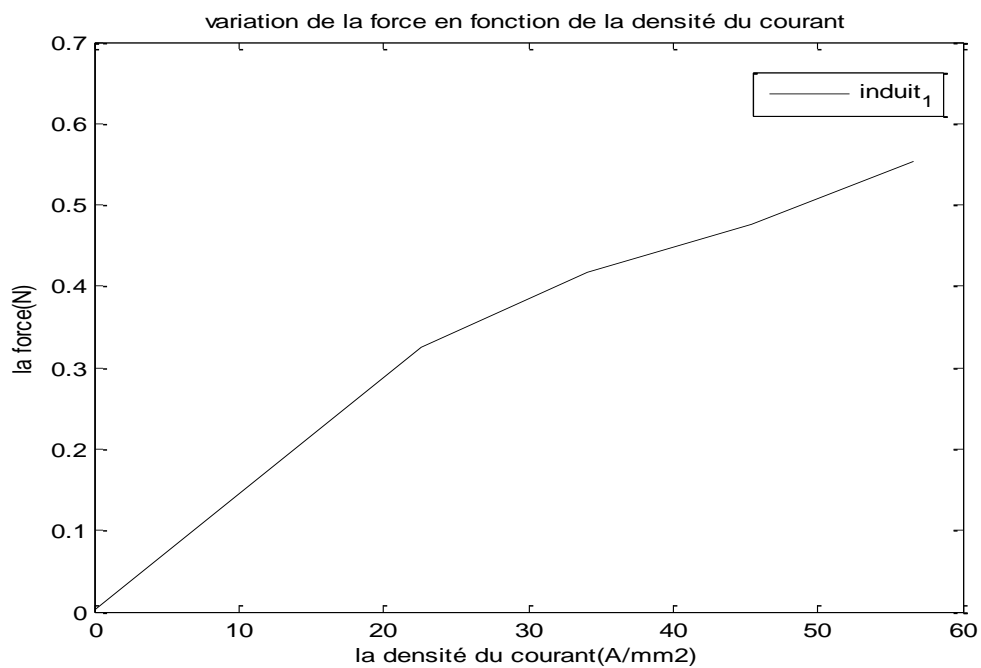


Figure IV.10 : La force en fonction de la densité du courant

IV.1.1.a.2 Cas de l'induit 2 (aimant_2) :

- La géométrie du dispositif et les conditions aux limites

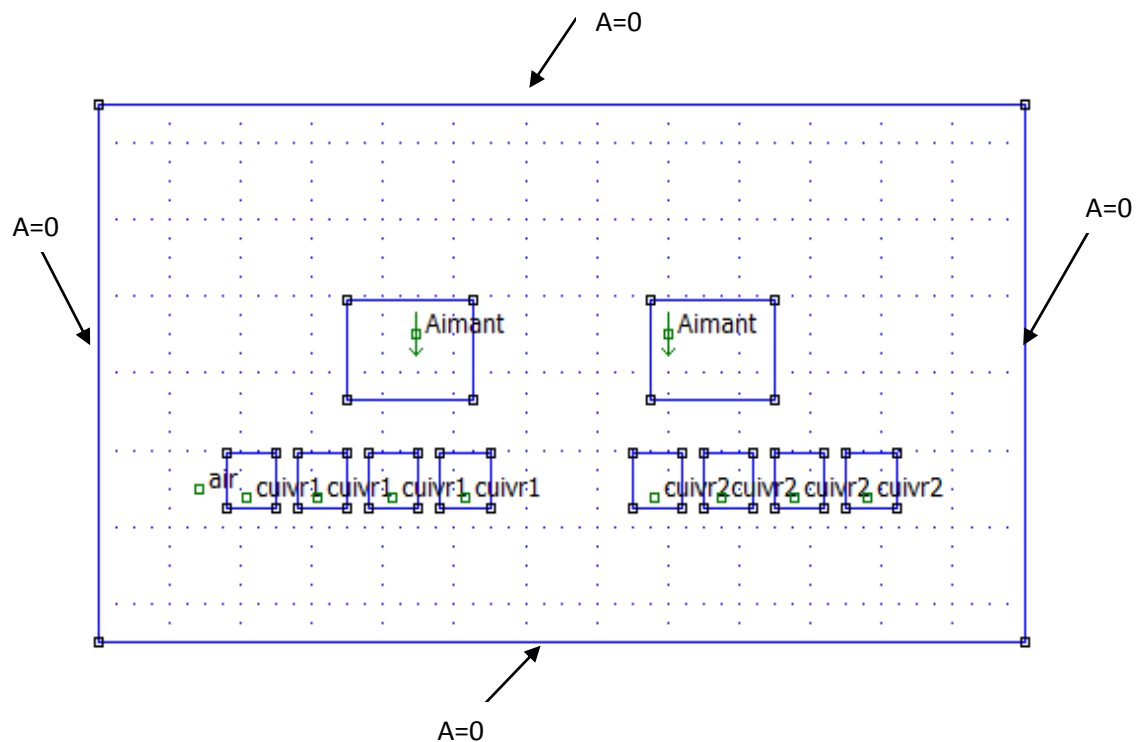


Figure IV.11 : Représentation des conditions aux limites et la géométrie du dispositif

Après avoir alimenté le dispositif avec un courant continu, les résultats relatifs à l'induit 2(aimant_2) sont fournis dans le tableau II suivant :

Tableau II :

I(A)	0	16	20	30	40	50
J (A/mm²)	0	18.14	22.65	34.01	45.35	56.68
e (cm)	0	0.3	0.7	1.2	1.6	2
F(N)	0.0055	0.543	0.663	0.811	0.933	0.997

- La courbe de l'induction magnétique :

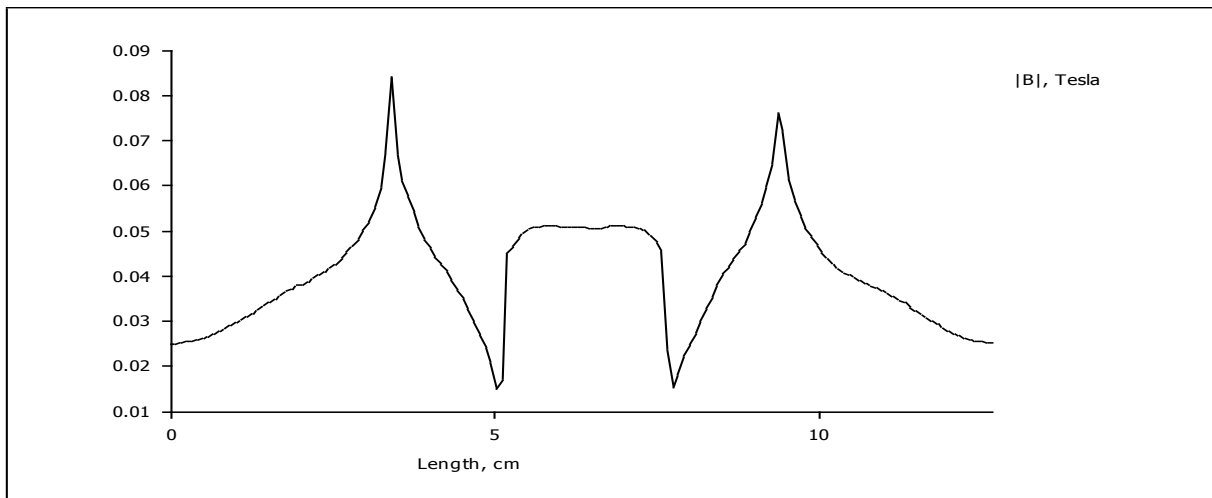


Figure IV.12 : L'induction magnétique

- La courbe de la variation de la force en fonction de la densité de courant :

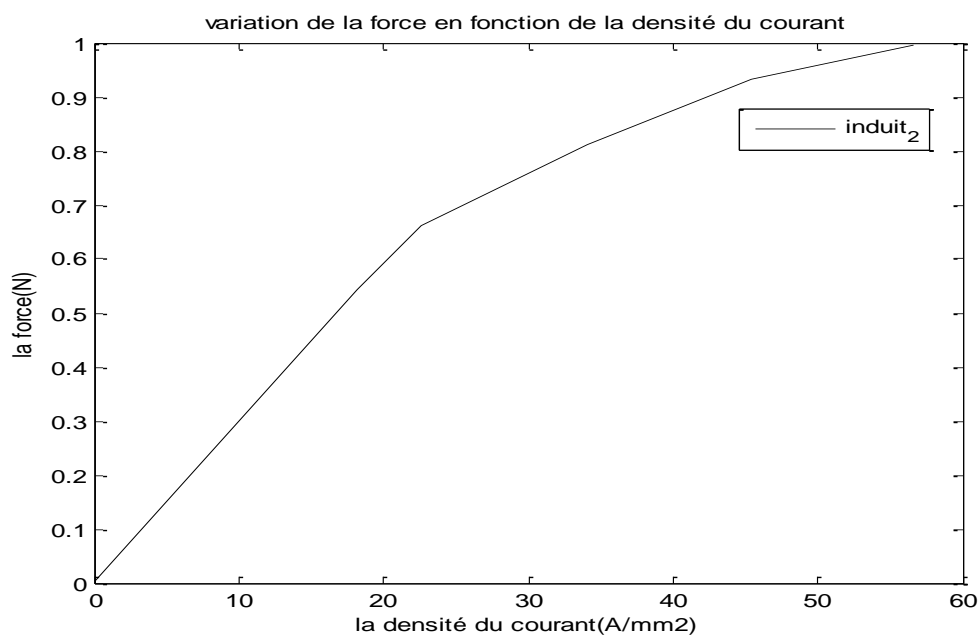


Figure IV.13 : La force en fonction de la densité du courant

IV.1.1.a.3 Comparaison entre les forces et le déplacement des induits du dispositif sans circuit magnétique :

Aimant_1

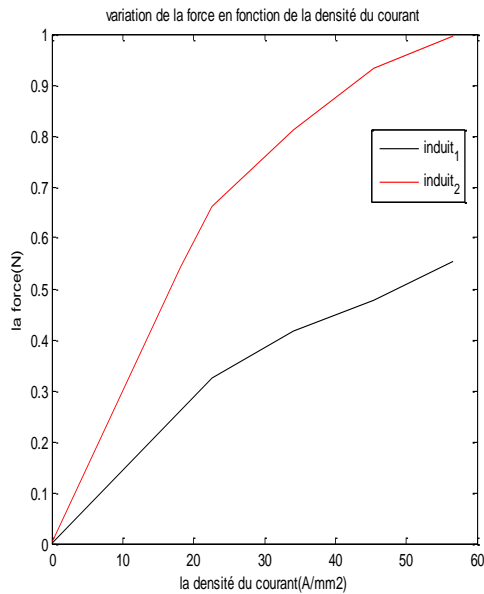


Figure IV.14 : La force en fonction de la densité du courant

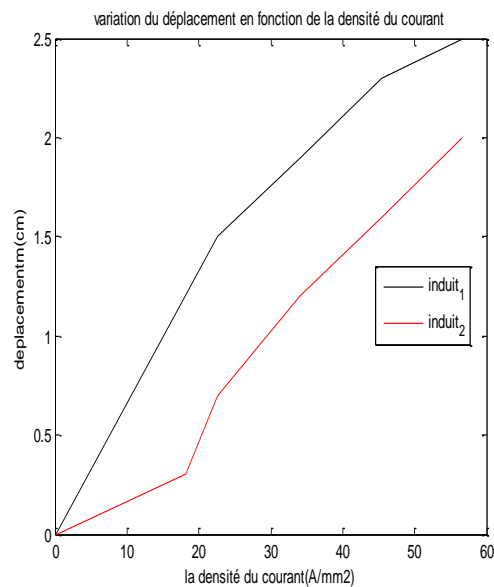


Figure IV.15 : La variation du déplacement en fonction de la densité du courant

IV.1.1.b Le dispositif avec circuit magnétique :

- Ses caractéristiques géométriques sont les suivantes :

Inducteur :

Nombre d'encoche : 6 encoches

Largeur d'une encoche : 0.9 cm

Profondeur d'une encoche : 1.02 cm

Distance entre deux encoches : 0.3 cm

Nombre de bobines : 6 bobines

Nombre de spire par bobine : 60 spires

Section d'un fil : 1.06 mm²

Section d'une bobine : 63.6 mm²

Resistance total des 4 bobines en série : 2.1 Ω

La figure (IV.16) montre la géométrie de l'inducteur avec circuit magnétique



Figure IV.16 La géométrie de l'inducteur avec circuit magnétique magnétique

➤ Les caractéristiques physiques de ferromagnétique sont les suivantes :

Conductivité électrique	$\sigma = 0$
Perméabilité magnétique relatif	$\mu_r = 5500$
Densité de courant	$J = 0$
Groupe	5

IV.1.1.b.1 Cas de l'induit 1 (aimant_1) :

- La géométrie du dispositif et les conditions aux limites

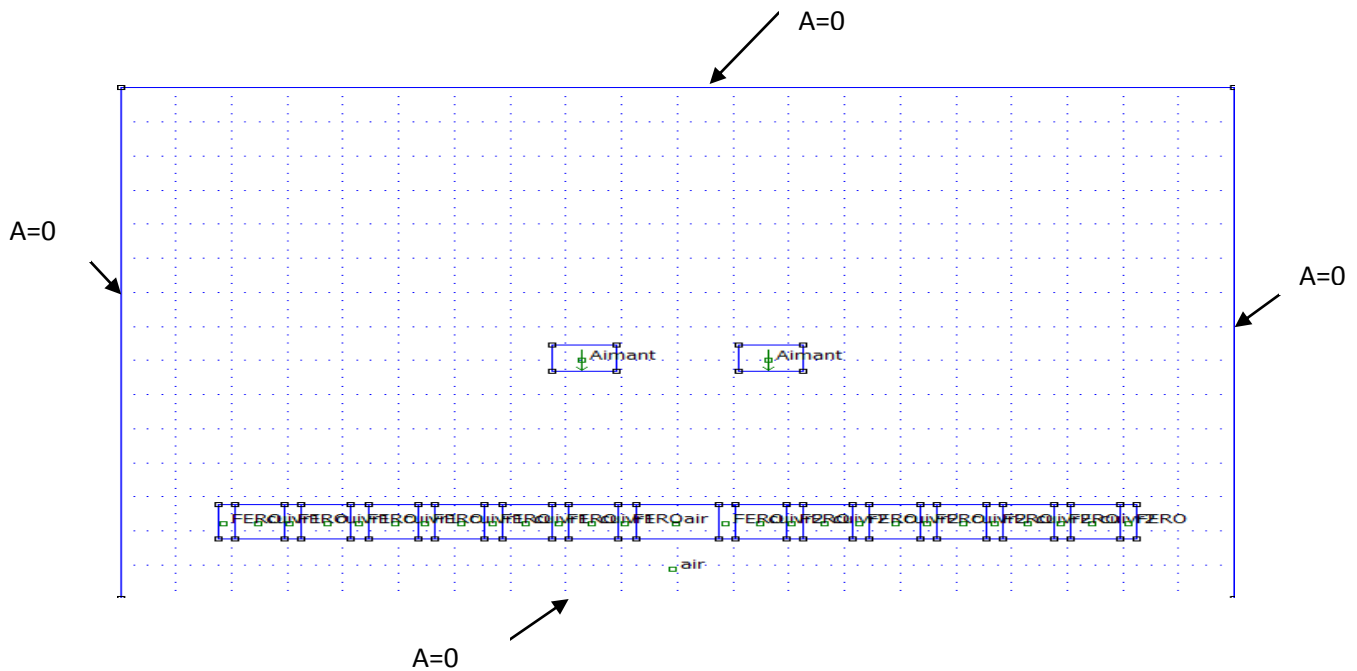


Figure IV.17 : Représentation des conditions aux limites et la géométrie du dispositif

- Le maillage

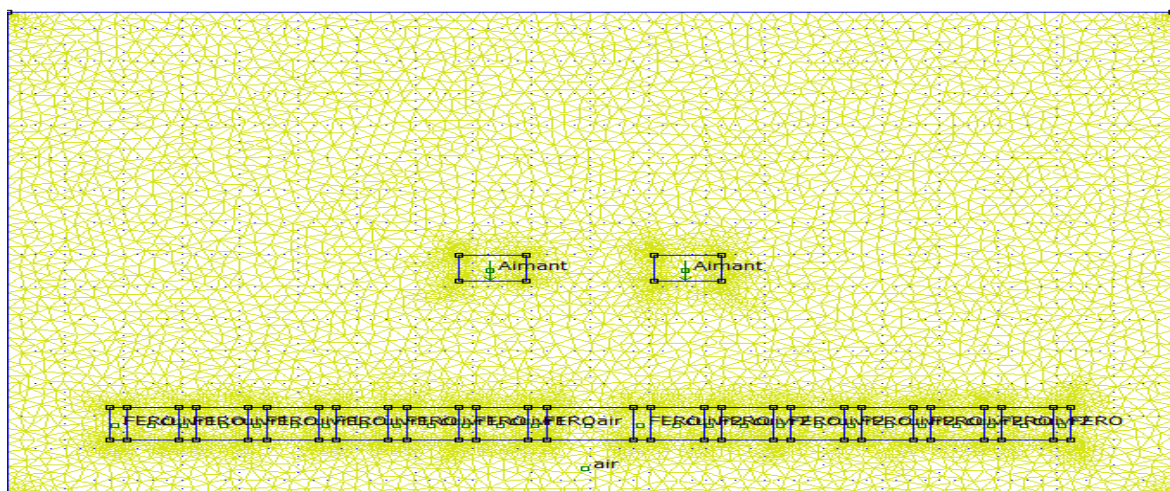


Figure IV.18 : Maillage par éléments finis

▪ Les lignes de champs :

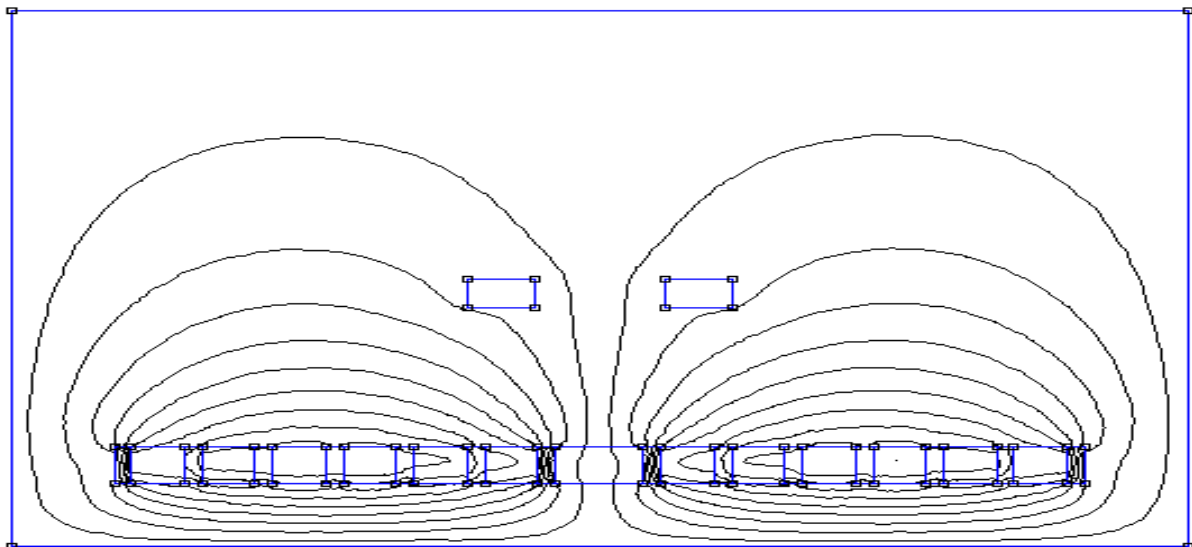


Figure IV.19: Distribution des lignes du champ magnétique

Après avoir alimenté le dispositif avec un courant continu, les résultats relatifs à l'induit 1(aimant_1) sont fournis dans le tableau III suivant :

Tableau III :

I(A)	0	20	30	40	50	56
J(A/mm²)	0	22.67	34.01	45.35	56.58	63.49
e (cm)	0	3.9	5.6	5.7	7.8	7.8
F(N)	-0.405	0.503	0.437	0.567	0.383	0.429

▪ La courbe de l'induction magnétique :

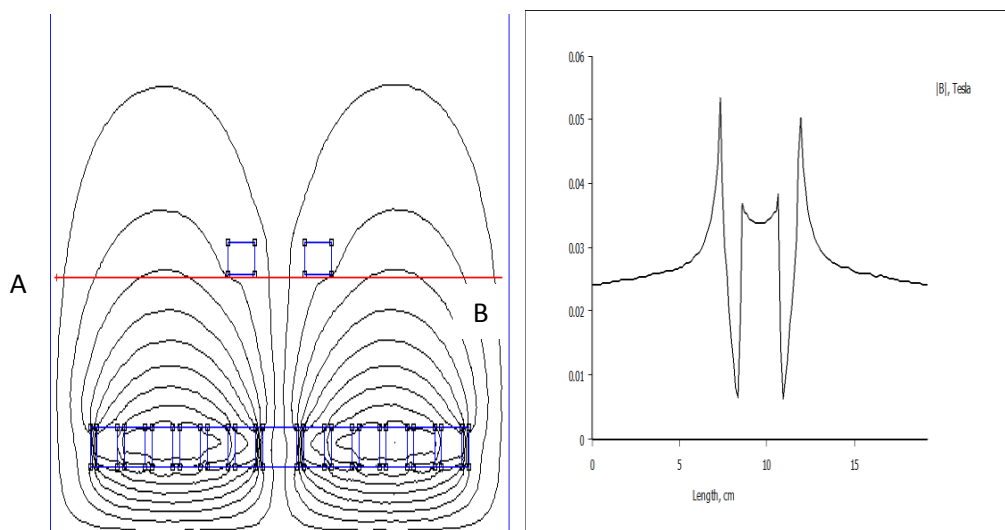


Figure IV.20 : Distribution de l'induction magnétique suivant AB

- La courbe de la variation de la force en fonction de la densité de courant :

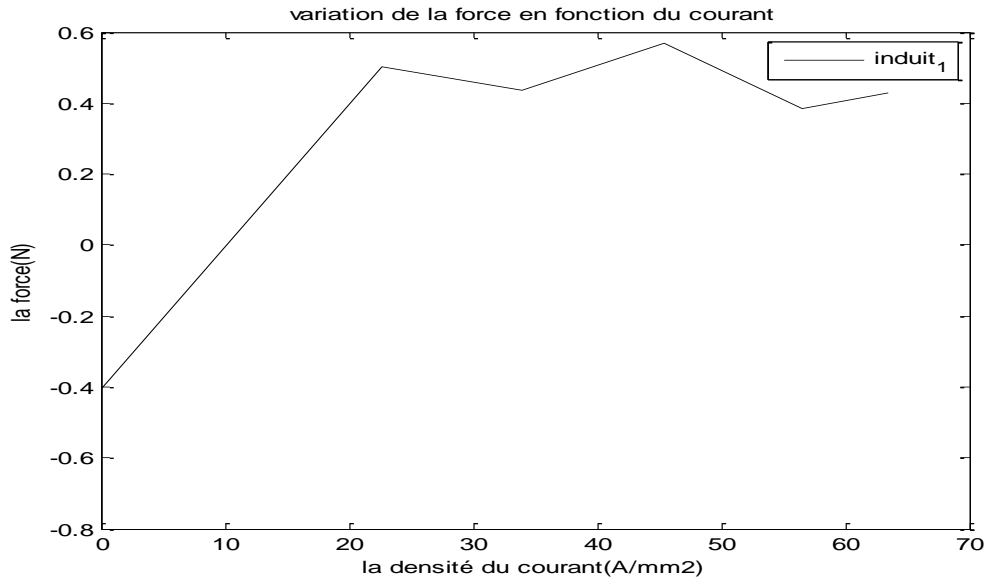


Figure IV.21 : La force en fonction de la densité du courant

IV.1.1.b.2 Cas de l'induit 2 (aimant_2):

- La géométrie du dispositif et les conditions aux limites

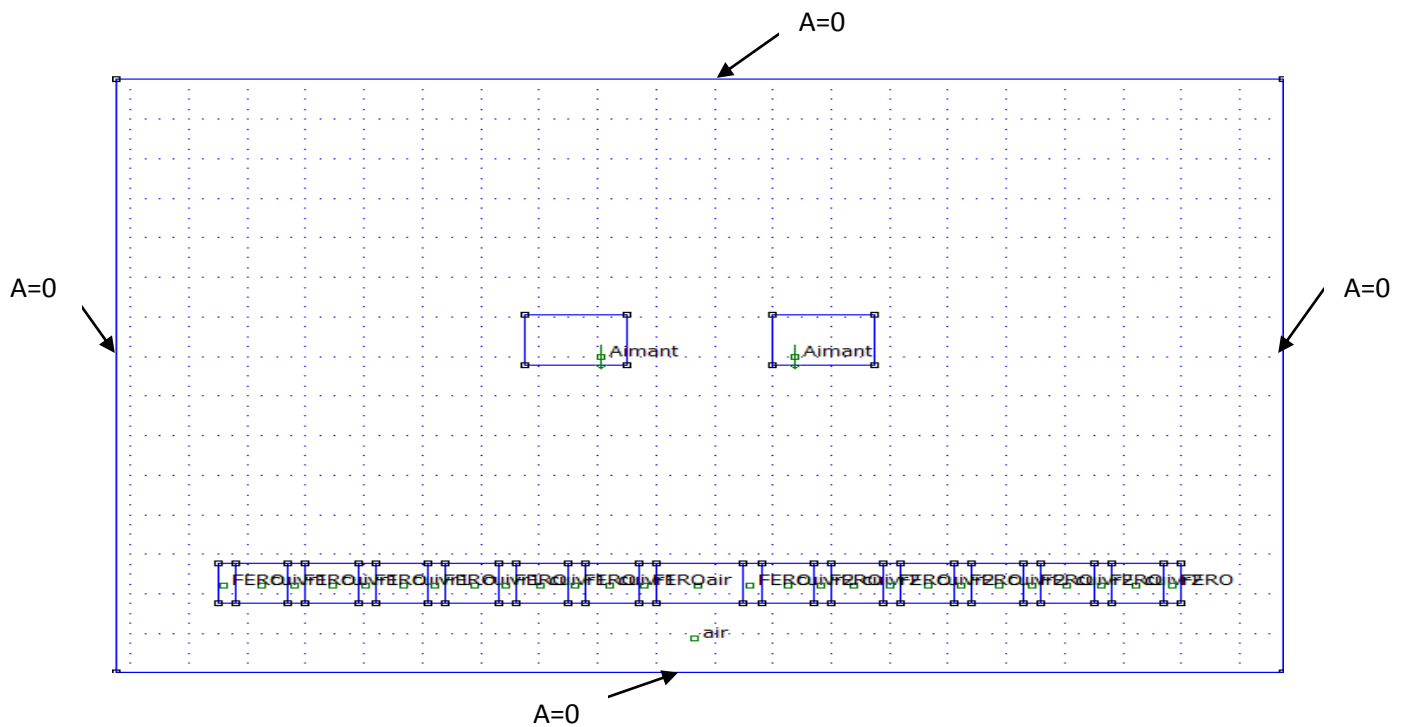


Figure IV.22 : Représentation des conditions aux limites et la géométrie du dispositif

Après avoir alimenté le dispositif avec un courant continu, les résultats relatifs à l'induit 2(aimant_2) sont fournis dans le tableau IV suivant :

Tableau IV:

I(A)	0	24	30	41	50
J (A /mm²)	0	27.21	34.01	46.48	56.68
e (cm)	0	5	8	8.1	8.1
F(N)	-0.456	0.861	0.439	0.591	0.724

- La courbe de l'induction magnétique :

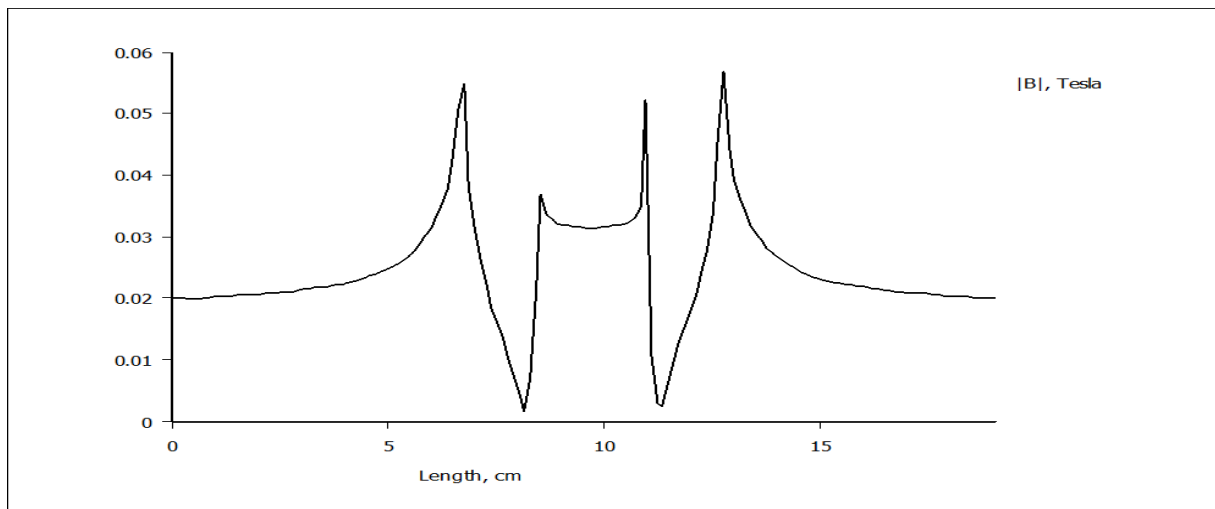


Figure IV.23 : L'induction magnétique

- La courbe de variation de la force en fonction de la densité de courant :

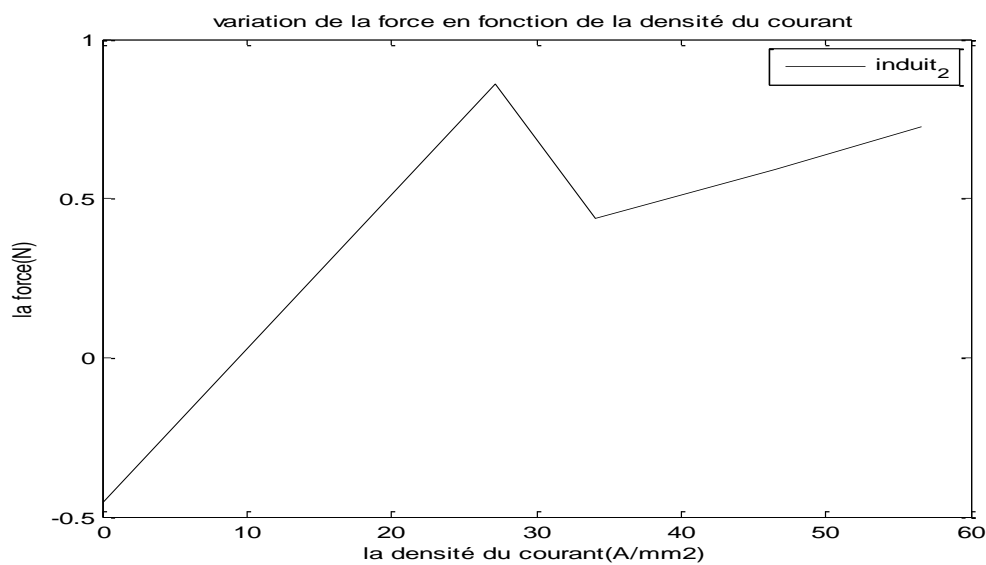


Figure IV.24 : La force en fonction de la densité du courant

IV.1.1.b.3 Cas de l'induit 3 (aimant_3) :

- La géométrie du dispositif et les conditions aux limites

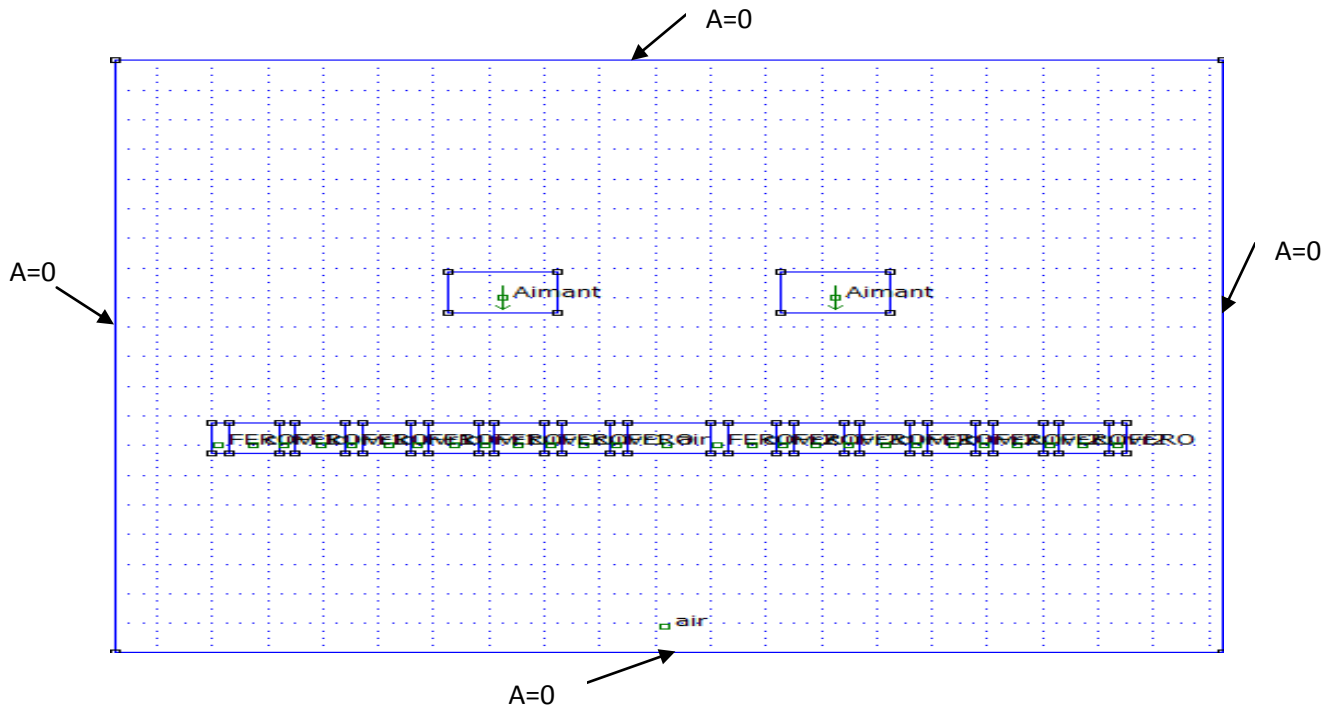


Figure IV.25 : Représentation des conditions aux limites et la géométrie du dispositif

Après avoir alimenté le dispositif avec un courant continu, les résultats relatifs à l'induit 3(aimant_3) sont fournis dans le tableau V suivant :

Tableau V:

I(A)	0	10	22	30	40	50
J (A /mm²)	0	11.33	24.94	34.01	45.35	56.68
e (cm)	0	3.7	6.8	7.7	9.3	9.4
F(N)	-0.814	0.583	0.524	0.556	0.431	0.534

- La courbe de l'induction magnétique :

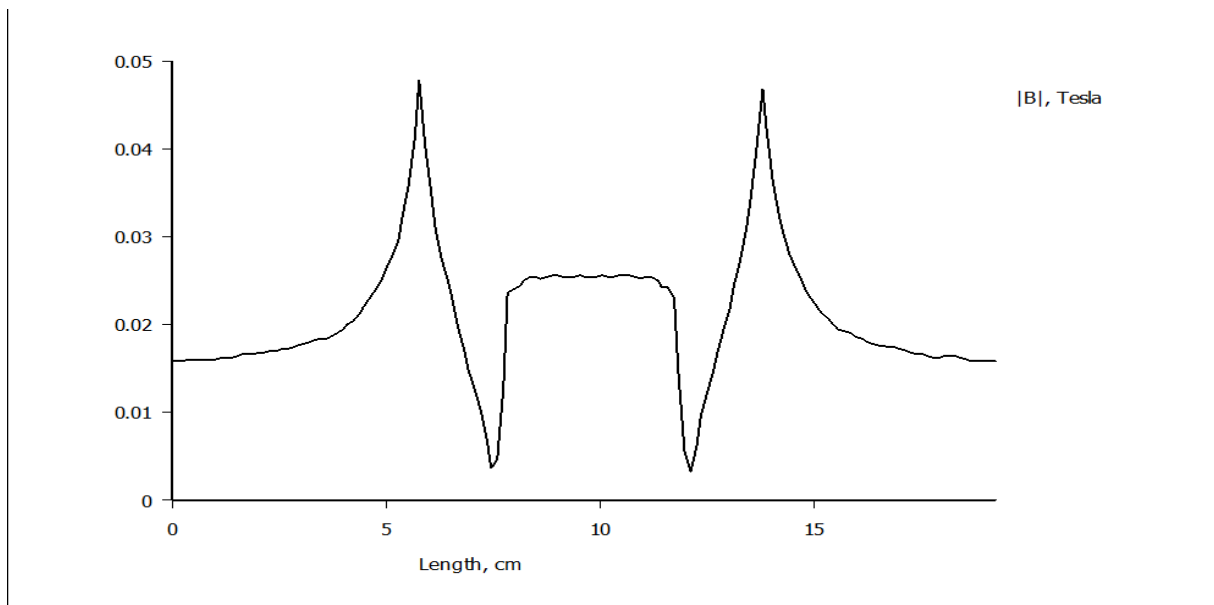


Figure IV.26 : L'induction magnétique

- La courbe de variation de la force en fonction de la densité de courant :

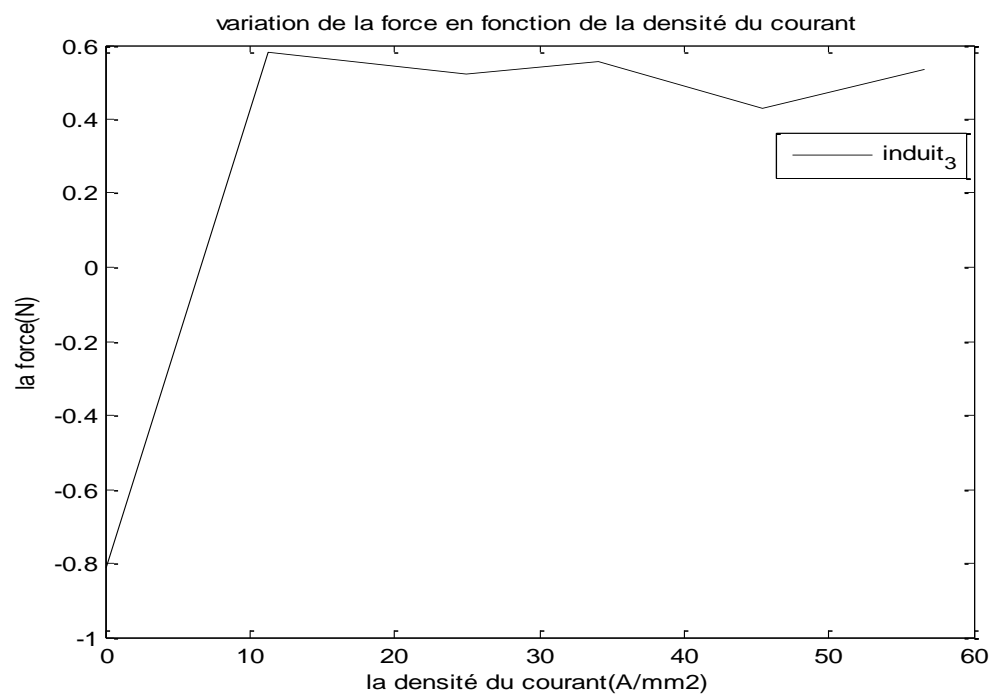


Figure IV.27 : La force en fonction de la densité du courant

IV.1.1.b.4 Comparaison entre les forces des aimants du dispositif avec circuit magnétique :

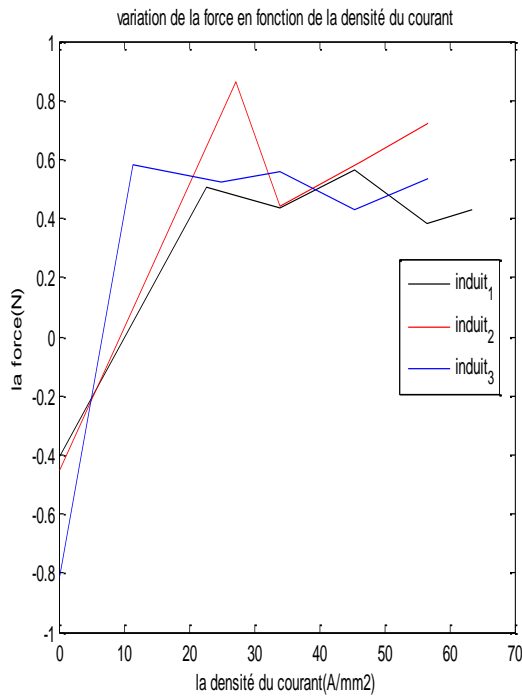


Figure IV.28 : La force en fonction de la densité du courant

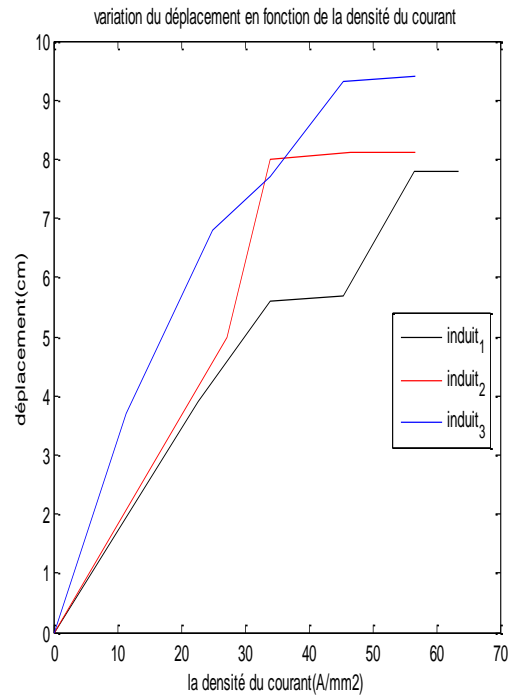


Figure IV.29: La variation du déplacement en fonction de la densité du courant

Comparaison entre les deux dispositifs :

Aimant_1:

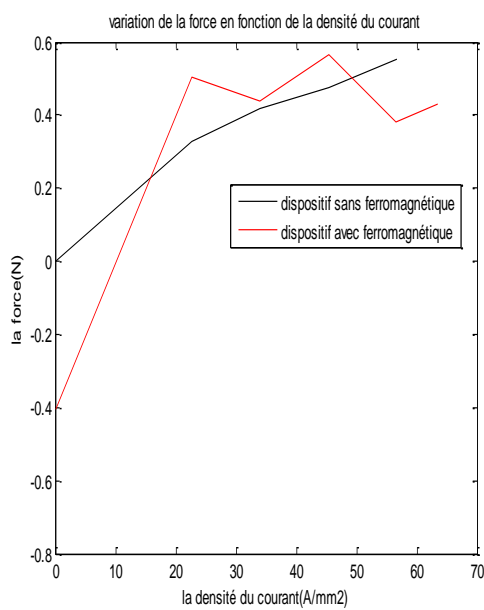


Figure IV.30 : La force en fonction de la densité du courant

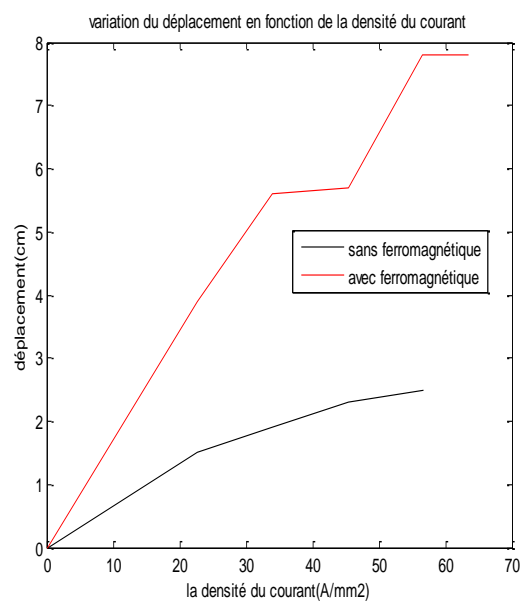


Figure IV.31 : La variation du déplacement en fonction de la densité du courant

Aimant_2:

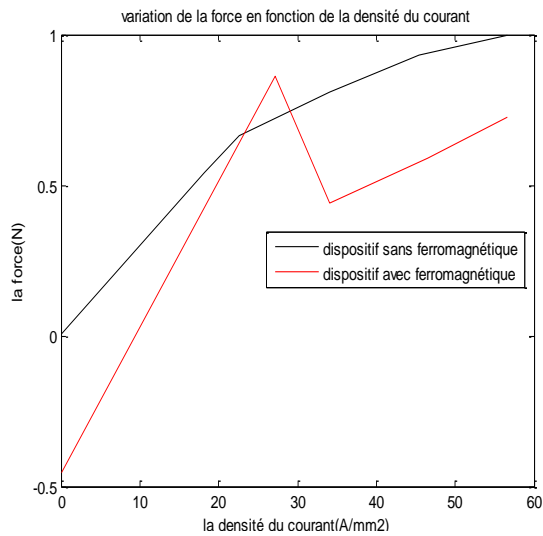


Figure IV.32 : La force en fonction de la densité du courant

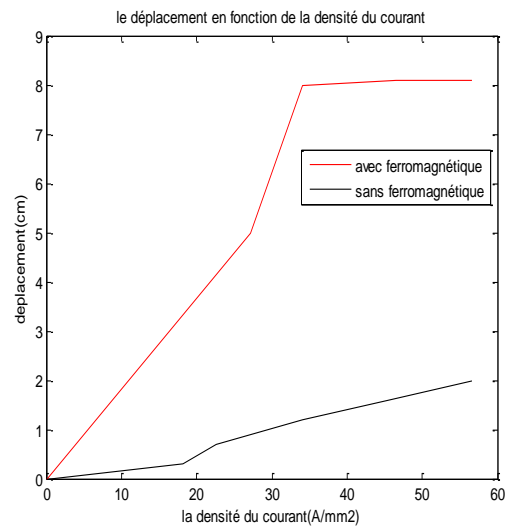


Figure IV.33 : La variation du déplacement en fonction de la densité du courant

IV.1.2 Cas axisymétrique :

IV.1.2.a Le dispositif sans circuit magnétique:

IV.1.2.a.1 Cas de l'induit 1 (aimant_1) :

- **La géométrie du dispositif et les conditions aux limites**

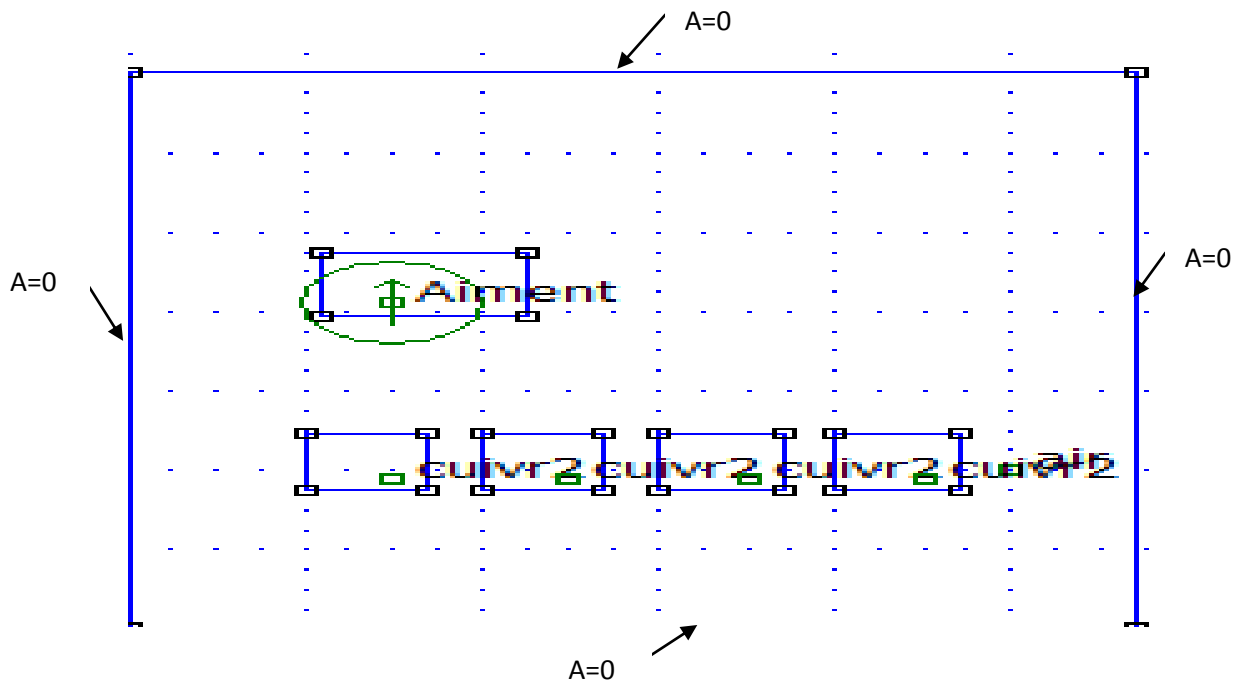


Figure IV.34 : Représentation des conditions aux limites et la géométrie du dispositif

▪ Le maillage

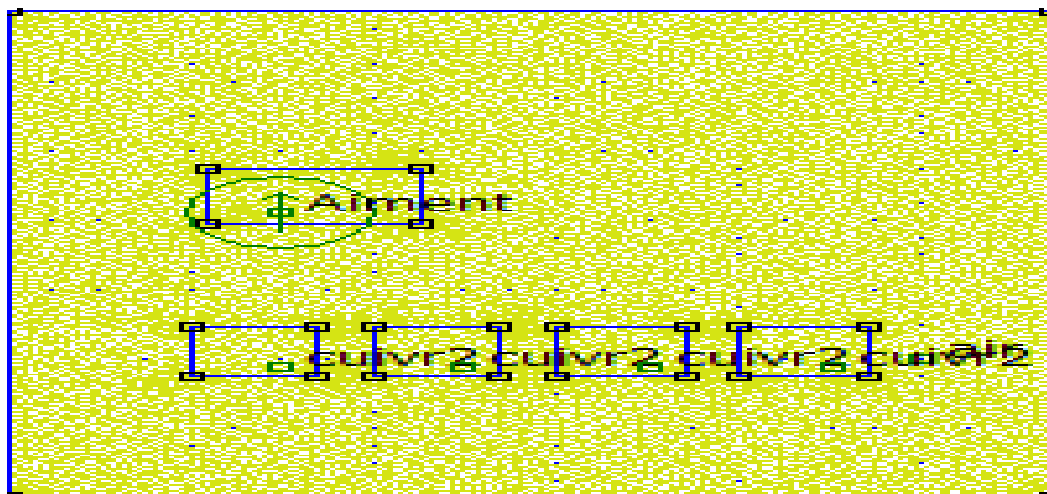


Figure IV.35 : Maillage par éléments finis

▪ Visualisation des lignes du champ magnétique :

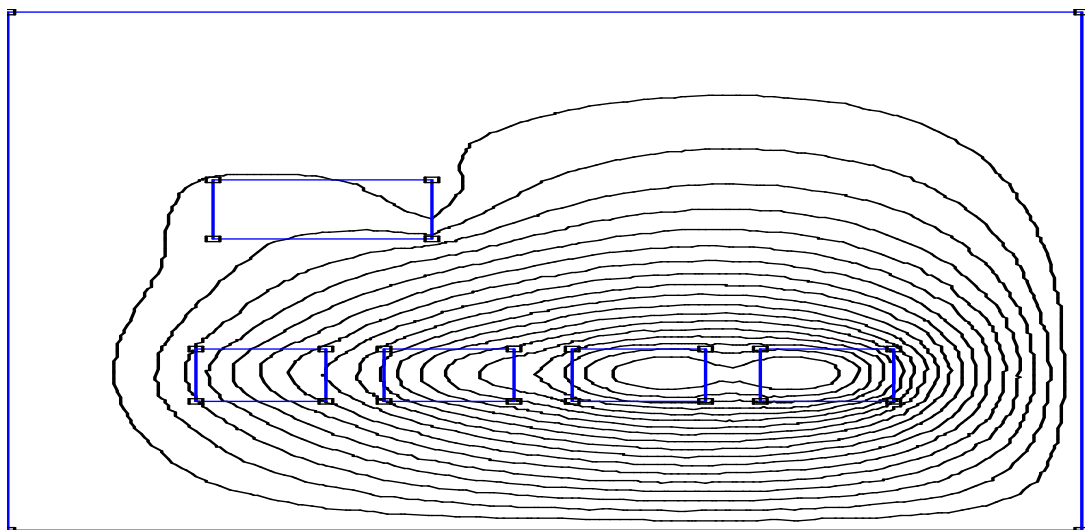


Figure IV.36 : Distribution des lignes du champ magnétique

Après avoir alimenté le dispositif avec le courant continu les résultats du l'induit l (aimant_1) sont dans le tableau VI suivant :

Tableau VI :

I(A)	0	20	30	40	50
J (A/mm²)	0	22.67	34.01	45.35	56.68
e (cm)	0	1.5	1.9	2.3	2.5
F(N)	0.0035	0.662	0.778	0.815	0.910

- La courbe de l'induction magnétique :

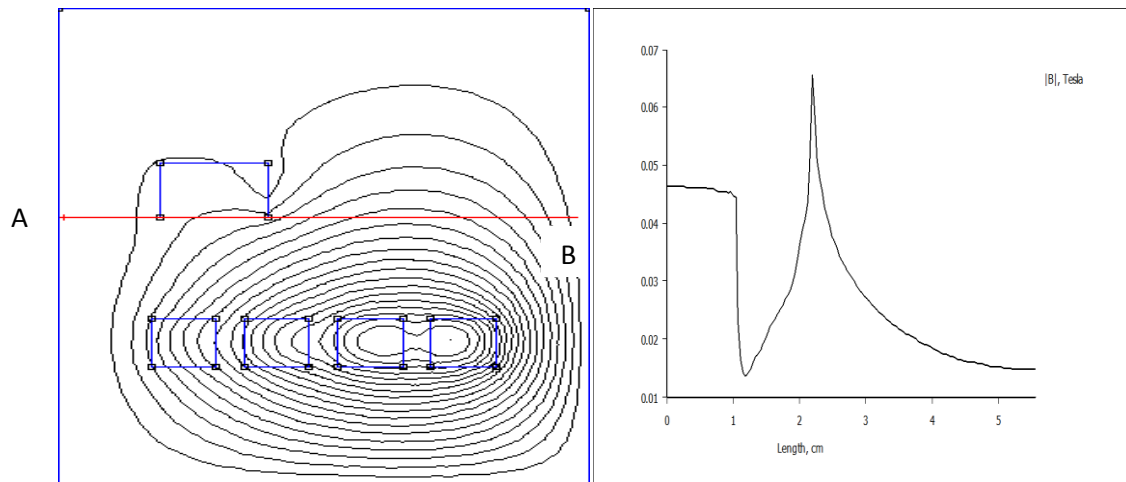


Figure IV.37 : Distribution de l'induction magnétique suivant AB

- La courbe de la force en fonction de la densité du courant :

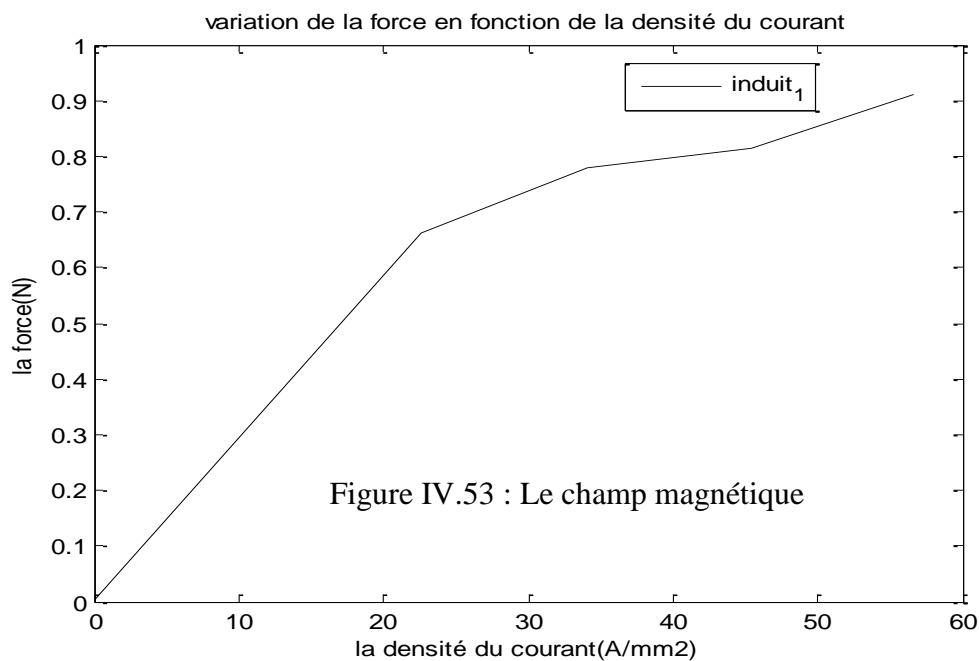


Figure IV.38 : La force en fonction de la densité du courant

IV.1.2.a.2 l'induit 2 (aimant_2) :

- La géométrie du dispositif et les conditions aux limites

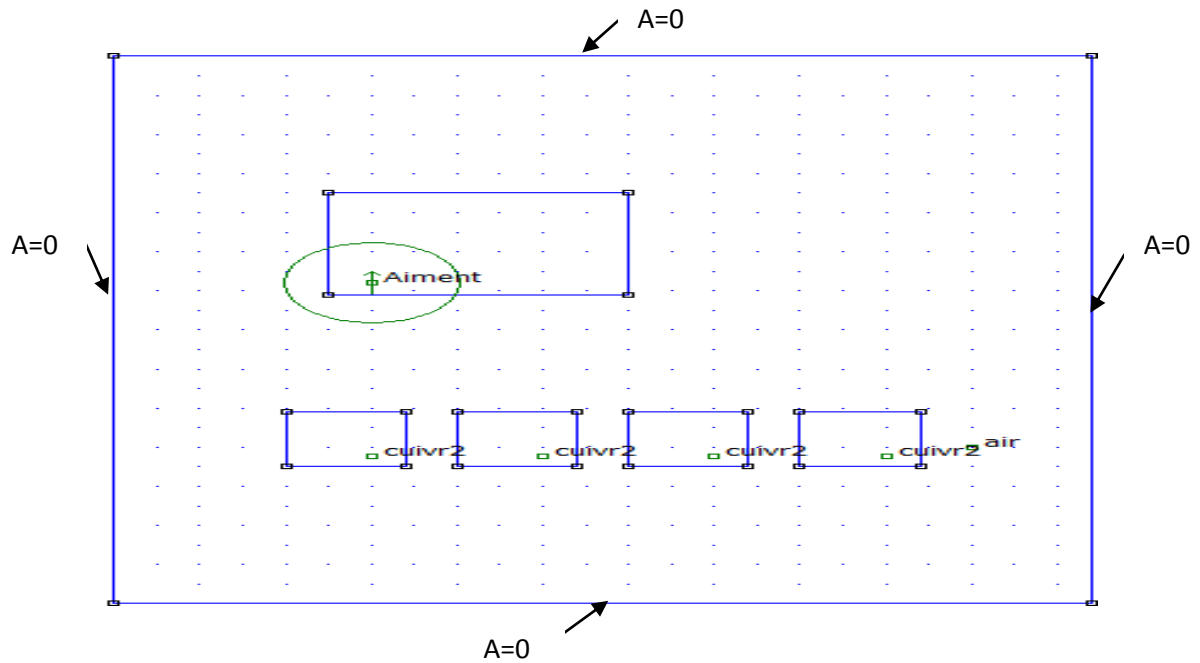


Figure IV.39 : Représentation des conditions aux limites et la géométrie du dispositif

Après avoir alimenté le dispositif avec le courant continu les résultats de l'induit 2 (aimant_2) sont dans le tableau VII suivant :

Tableau VII :

I(A)	0	16	20	30	40	50
J (A/mm²)	0	18.14	22.65	34.01	45.35	56.68
e (cm)	0	0.3	0.7	1.2	1.6	2
F(N)	0.01	2.22	2.20	2.42	2.51	2.44

- La courbe de l'induction magnétique :

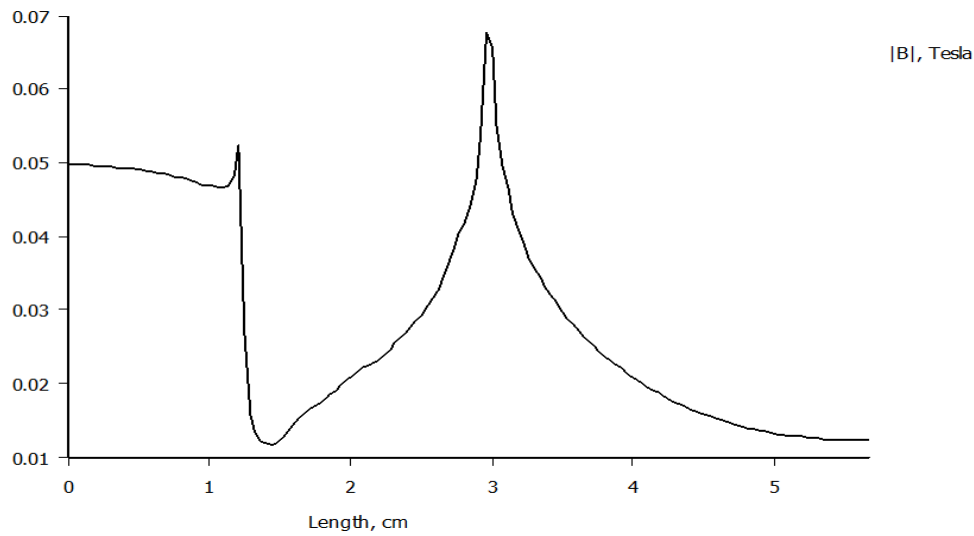


Figure IV.40 : L'induction magnétique

- La courbe de la force en fonction de la densité du courant :

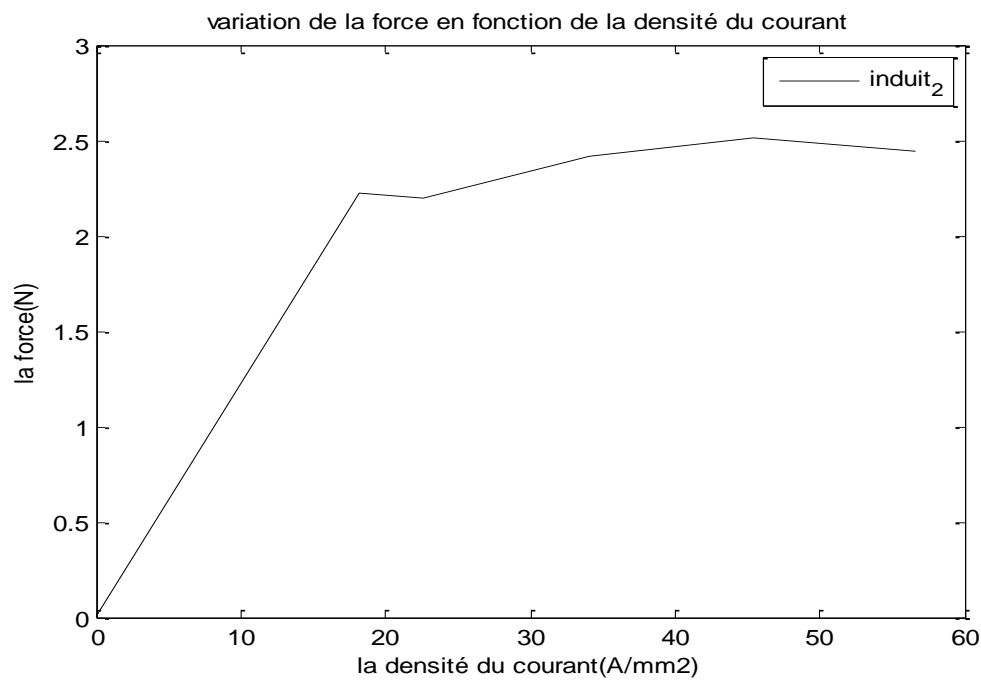


Figure IV.41 : La force en fonction de la densité du courant

IV.1.2.a.3 Comparaison entre les forces du dispositif sans ferromagnétique :

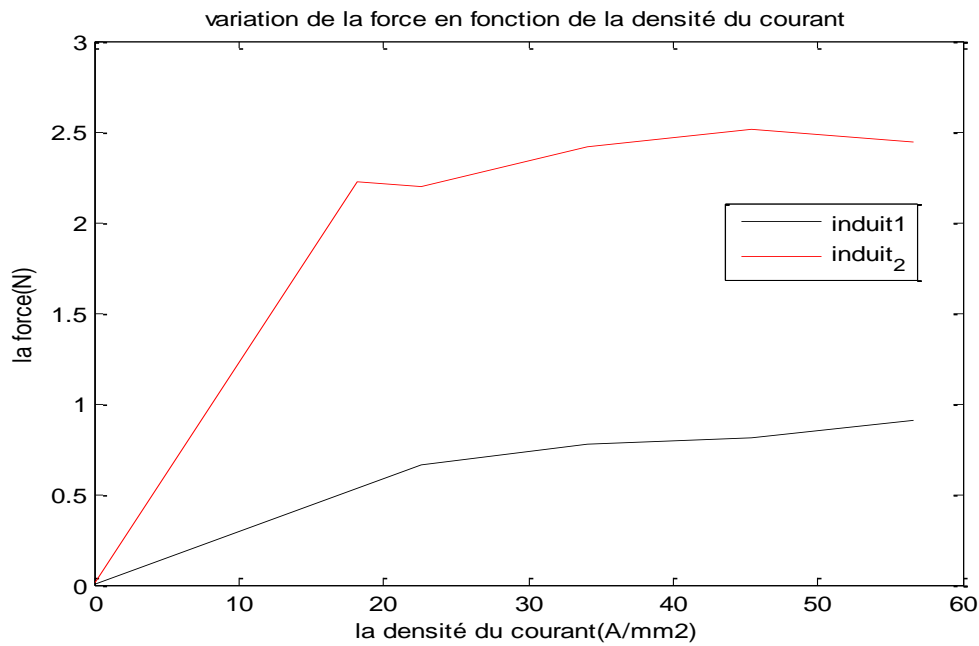


Figure IV.42 : La force en fonction de la densité du courant

IV.1.2.b Le dispositif avec circuit magnétique :

IV.1.2.b.1 Cas de l'induit 1 (aimant_1) :

- La géométrie du dispositif et les conditions aux limites

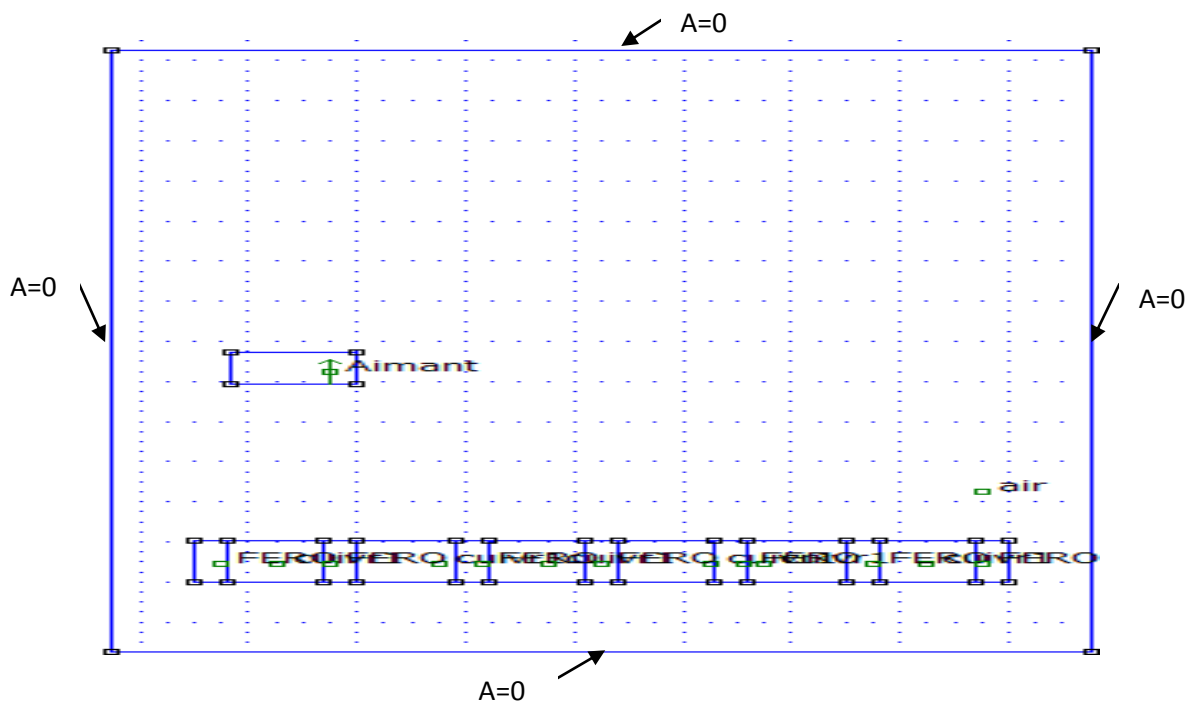


Figure IV.43 : Représentation des conditions aux limites et la géométrie du dispositif

- Le maillage

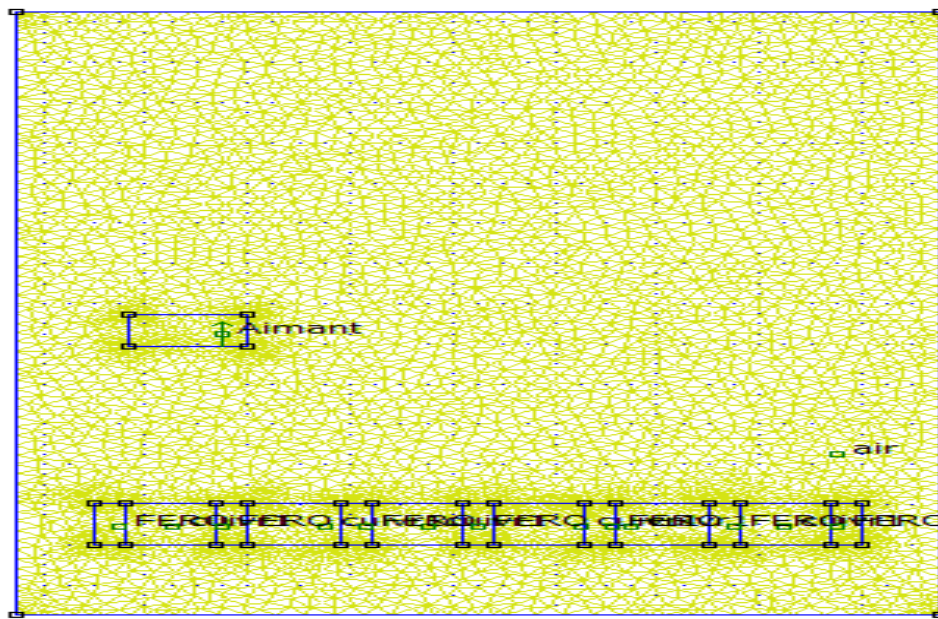


Figure IV.44 : Maillage par éléments finis

- Visualisation des lignes du champ magnétique :

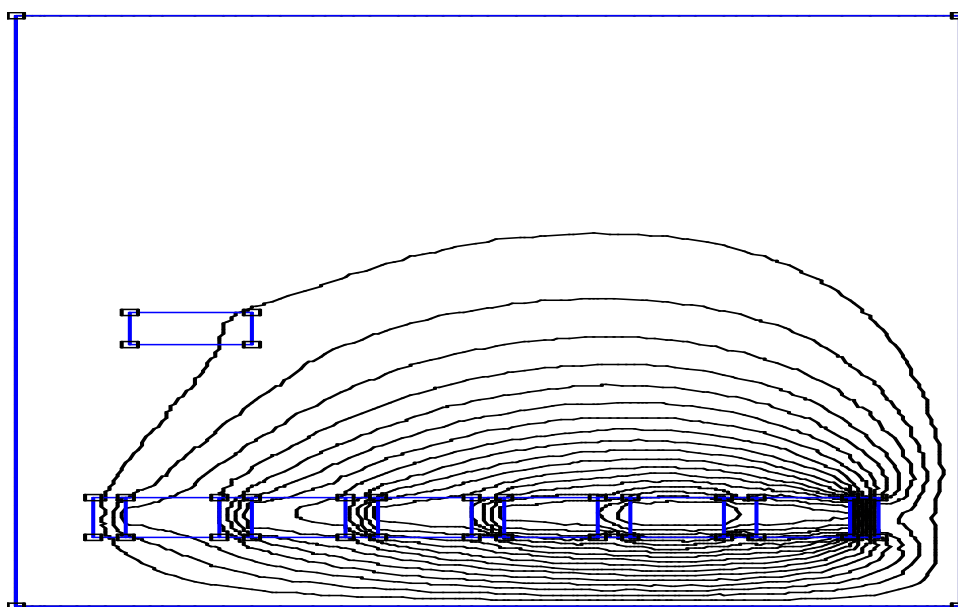


Figure IV.45: Distribution des lignes du champ magnétique

Après avoir alimenté le dispositif avec le courant continu les résultats de l'induit1 (aimant_1) sont dans le tableau VIII suivant :

Tableau VIII :

I(A)	0	20	30	40	50	56
J(A/mm ²)	0	22.67	34.01	45.35	56.58	63.49
e (cm)	0	3.9	5.6	5.7	7.8	7.8
F(N)	-0.302	0.52	0.38	0.49	0.25	0.29

- La courbe de l'induction magnétique :

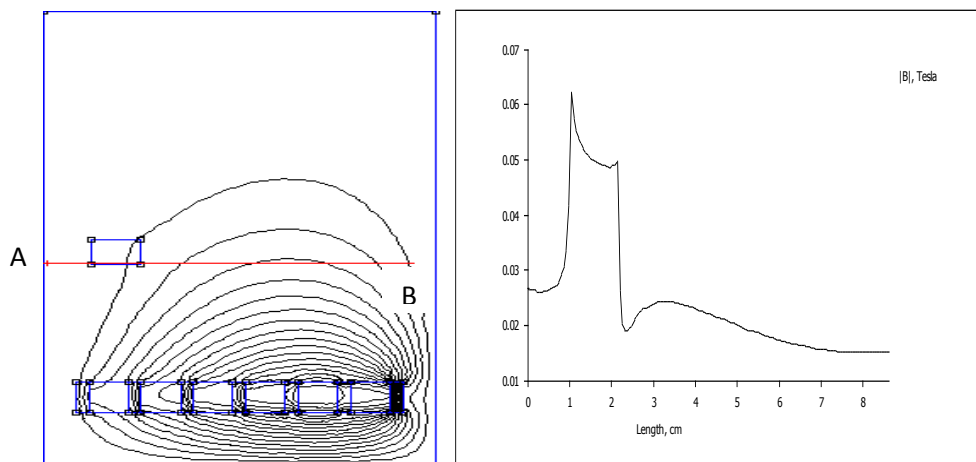


Figure IV.46 : Distribution de l'induction magnétique suivant AB

- La courbe de la force en fonction de la densité de courant :

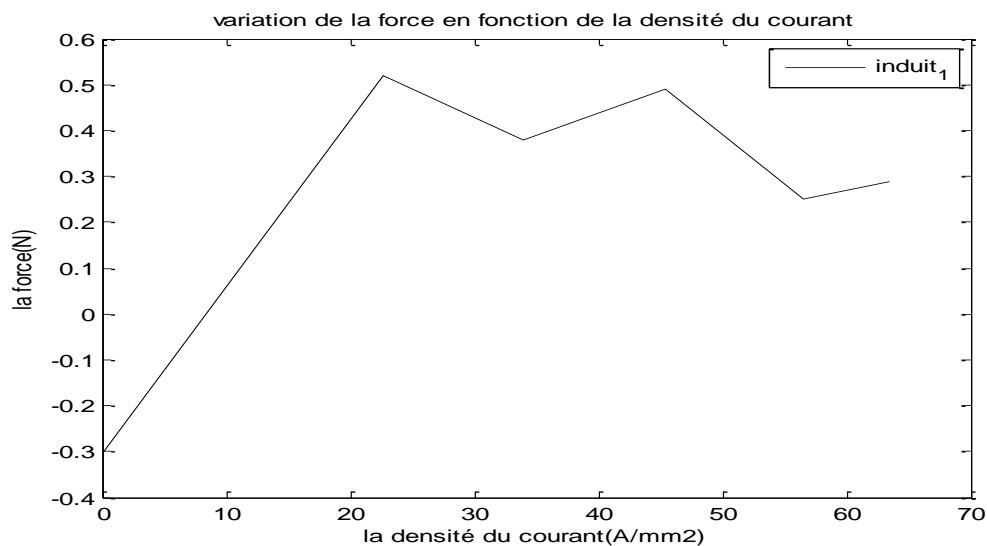


Figure IV.47 : La force en fonction de la densité du courant

IV.1.2.b.2 Cas de l'induit 2 (aimant_2) :

- La géométrie du dispositif et les conditions aux limites

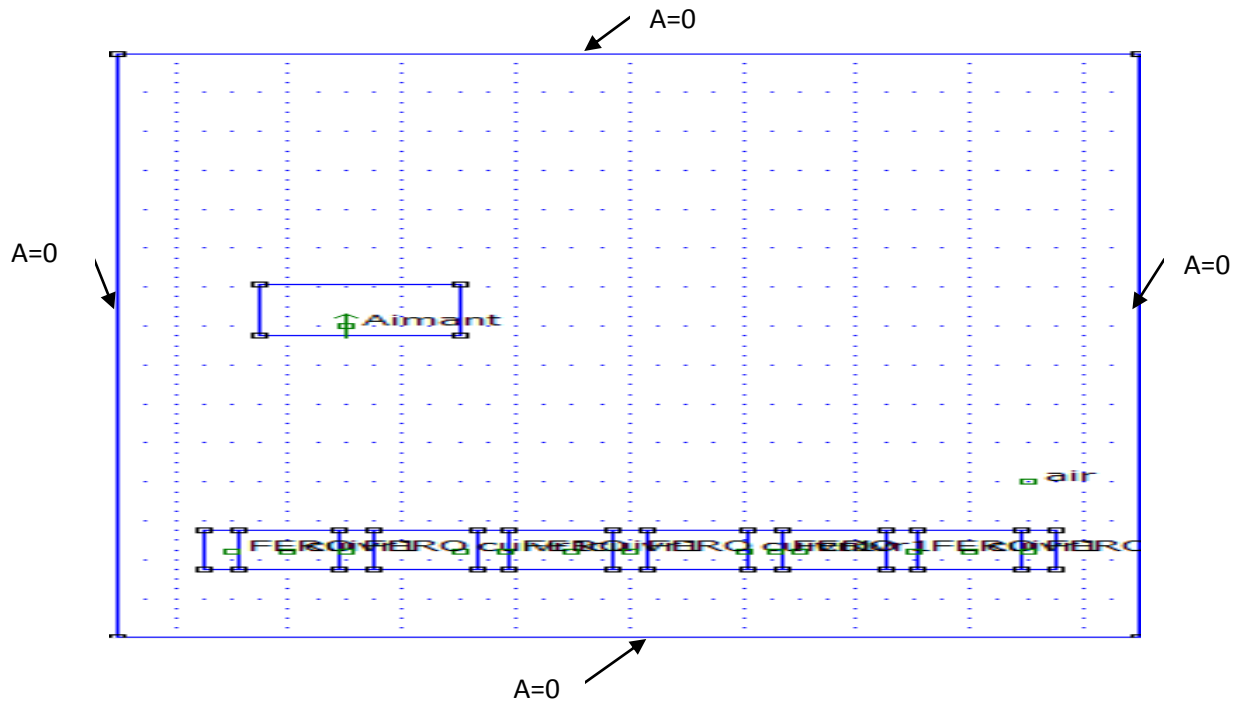


Figure IV.48 : Représentation des conditions aux limites et la géométrie du dispositif

Après avoir alimenté le dispositif avec le courant continu les résultats de l'induit2 (aimant_2) sont dans le tableau IX suivant :

Tableau IX :

I(A)	0	24	30	41	50
J (A /mm²)	0	27.21	34.01	46.48	56.68
e (cm)	0	5	8	8.1	8.1
F(N)	-0.328	1.017	0.355	0.470	0.578

- La courbe de l'induction magnétique :

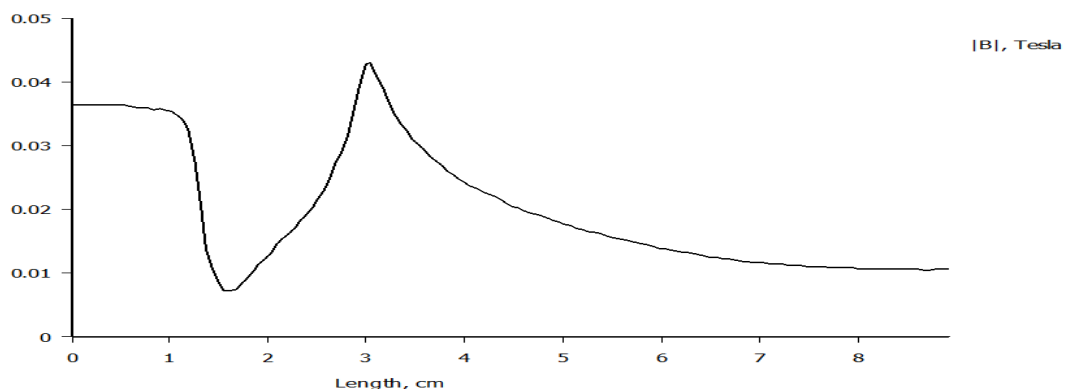


Figure IV.49 : L'induction magnétique

- La courbe de la force en fonction de la densité de courant :

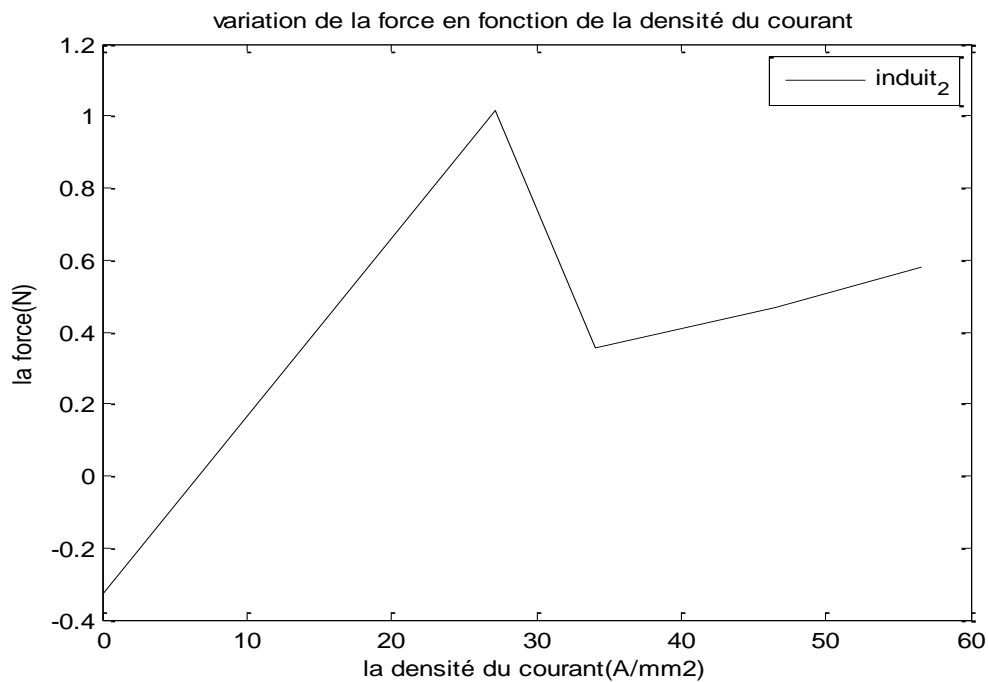


Figure IV.50 : La force en fonction de la densité du courant

IV.1.2.b.3 Cas de l'induit 3 (aimant_3) :

- La géométrie du dispositif et les conditions aux limites

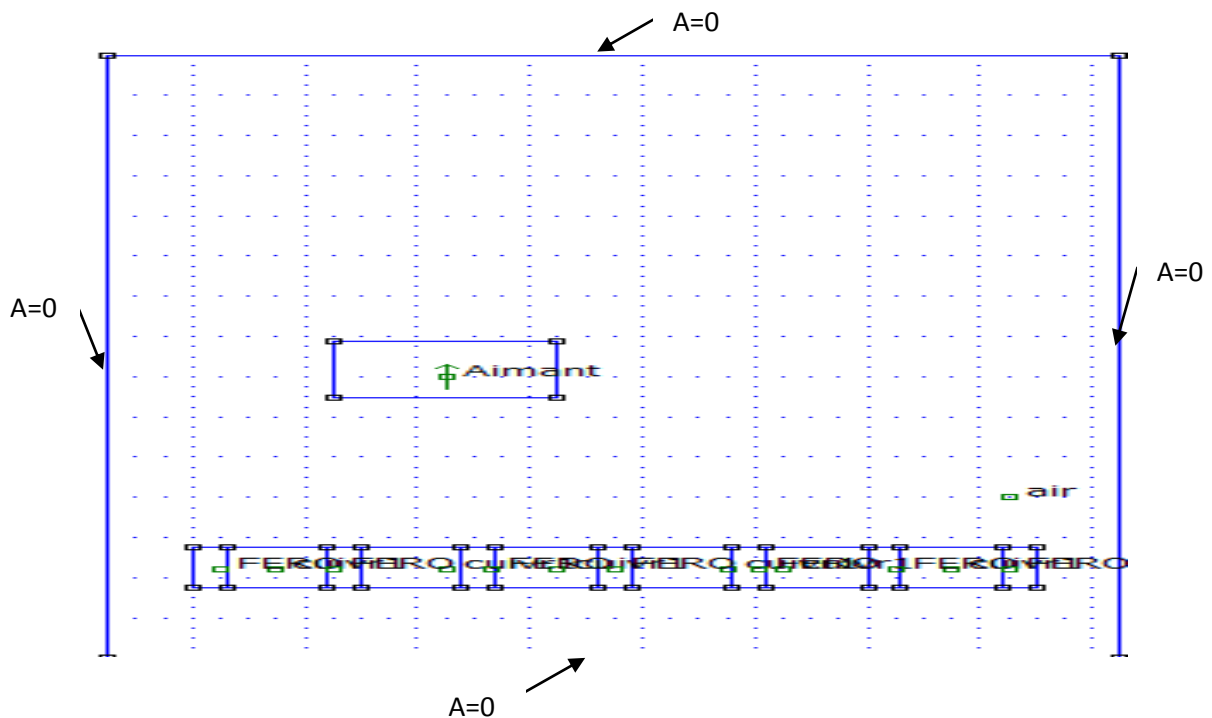


Figure IV.51 : Représentation des conditions aux limites et la géométrie du dispositif

Après avoir alimenté le dispositif avec le courant continu les résultats de l'induit3 (aimant_3) sont dans le tableau X suivant :

Tableau X :

I(A)	0	10	22	30	40	50
J (A /mm²)	0	11.33	24.94	34.01	45.35	56.68
e (cm)	0	3.7	6.8	7.7	9.3	9.4
F(N)	-0.72	0.96	0.57	0.53	0.27	0.38

La courbe de l'induction magnétique :

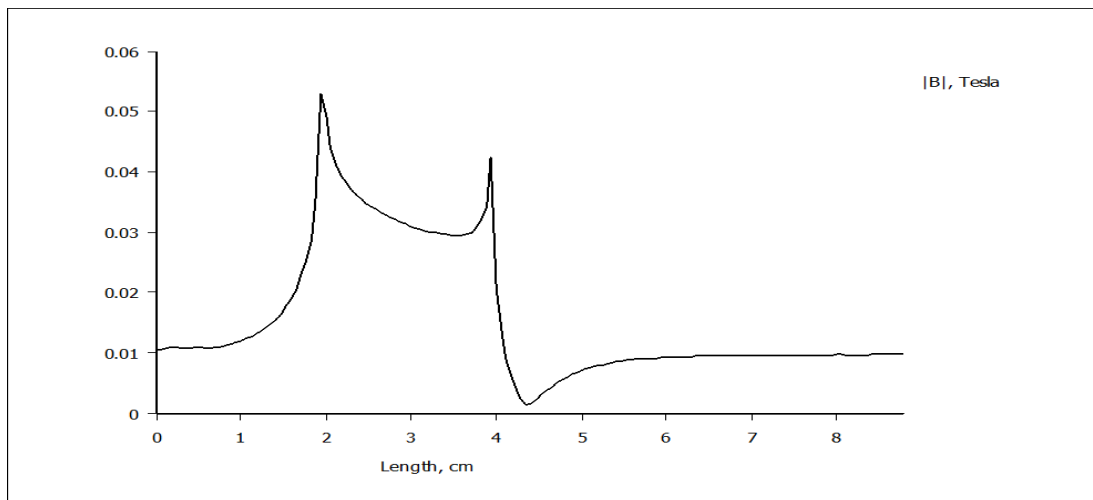


Figure IV.52 : L'induction magnétique

▪ **La courbe de la force en fonction de la densité de courant :**

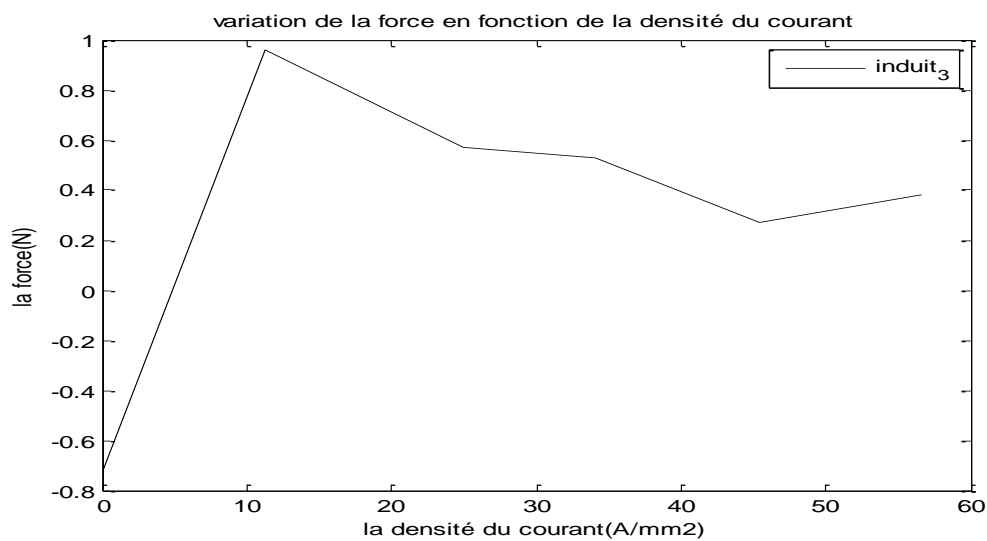


Figure IV.53 : La force en fonction de la densité du courant

IV.1.2.b.4 Comparaison entre les forces de dispositif avec circuit magnétique :

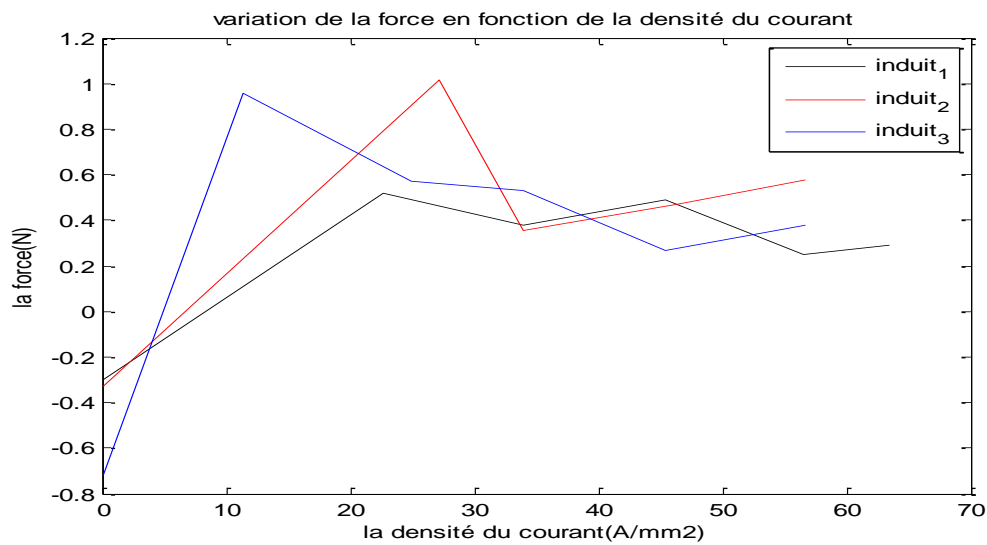


Figure IV.54 : La force en fonction de la densité du courant

IV.1.2.b.5 Comparaison entre la force du dispositif avec circuit magnétique et sans circuit magnétique :

Induit_1:

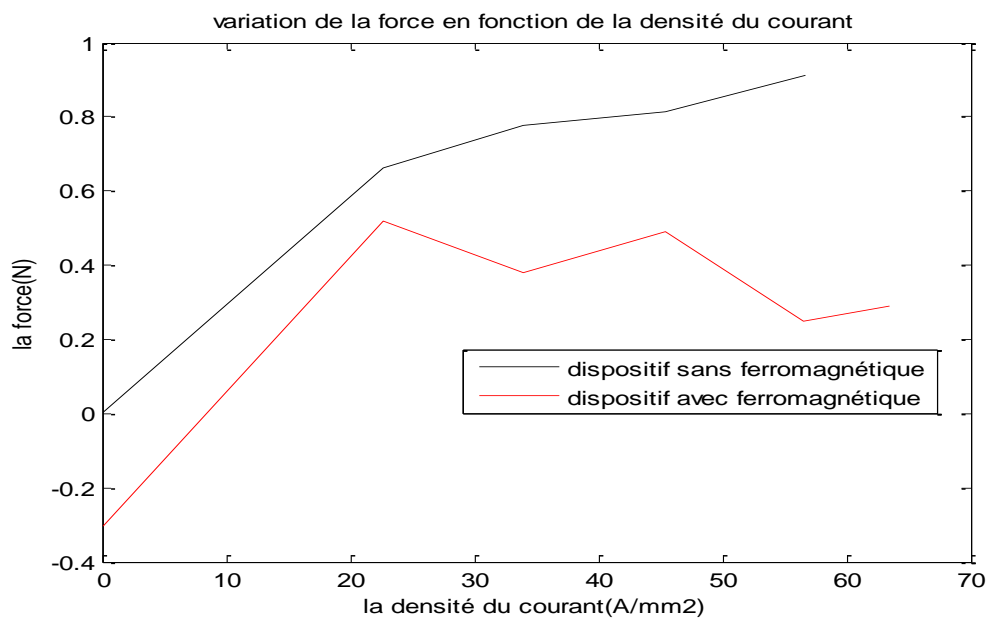


Figure IV.55 : La force en fonction de la densité du courant

Induit_2:

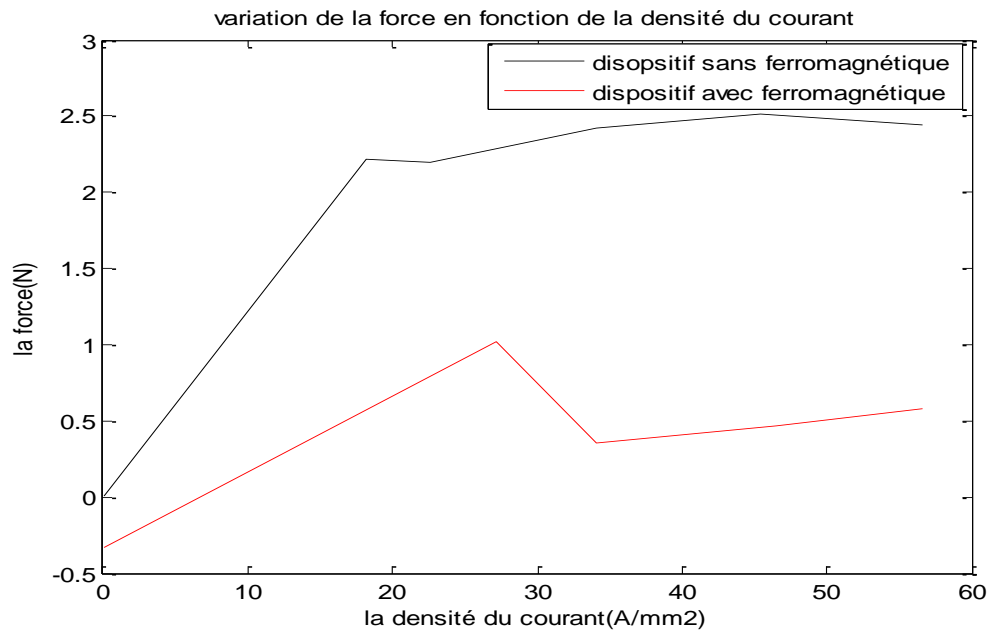


Figure IV.56 : La force en fonction de la densité du courant

IV.1.3 Comparaison entre les forces obtenues en axisymétrique et en cartésien :

IV.1.3.a Cas de l'induit_1

IV.1.3.a.1 Dispositif sans circuit magnétique :

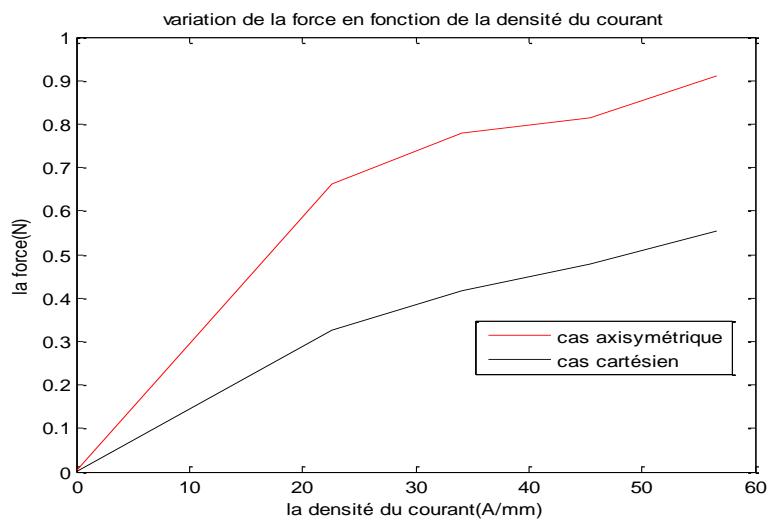


Figure IV.57 : La force en fonction de la densité du courant

IV.1.3.a.2 Dispositif avec circuit magnétique :

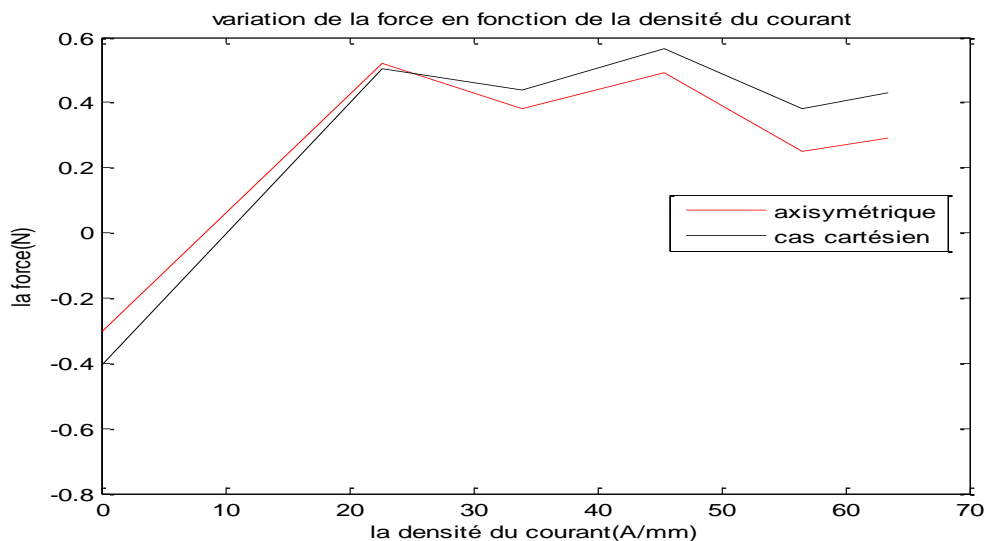


Figure IV.58 : La force en fonction de la densité du courant

IV.2 Interprétation des résultats :

- **Cas cartésien :**
 - **Dispositif sans circuit magnétique :**

La figure (IV.14) représente l'allure de la variation de La force en fonction de la densité du courant pour l'induit_1 et l'induit_2, on remarque qu'elle est proportionnelle à la densité du courant et que la force de l'induit_2 est supérieure à celle de l'induit_1

De la figure (IV.15) qui est une allure qui représente la variation de déplacement en fonction de la densité du courant on constate que la force est inversement proportionnelle au déplacement

- **Dispositif avec circuit magnétique :**

La figure (IV.28) représente l'allure de la variation de La force en fonction de la densité du courant pour l'induit_1, l'induit_2 et l'induit_3, on remarque qu'au point zéro les forces sont de signe négative car elles sont des forces d'attractions et au delà de zéro elles augmentent en augmentant la densité du courant et on remarque que dans certaines distances les forces diminuent même si on augmente la densité du courant.

Des figures (IV.30 _ IV.31 _ IV.32 _ IV.33) on constate que la force récupérée au niveau des induits est plus importante dans le dispositif sans circuit magnétique.

- **Cas axisymétrique :**
 - **Dispositif sans circuit magnétique :**

De la figure(IV.42) on remarque que la force est proportionnelle à la densité du courant et que la force de l'induit_2 est supérieure à celle de l'induit_1, et on constate que même si on augmente la densité du courant la force ne varie pas.

- **Dispositif avec circuit magnétique**

De la figure (IV.54) on remarque que La force crée au niveau de l'induit_1, l'induit_2 et l'induit_3, qu'au point zéro les forces sont de signe négative car elles sont des forces d'attractions avec le circuit magnétique et on remarque que avec l'augmentation de déplacement la force diminue.

De la figure (IV.55) et (IV.56) on remarque que la force au niveau de l'induit est plus importante dans le dispositif sans circuit magnétique, car la distance de la lévitation est moins importante dans ce dernier.

La figure (IV.57) et (IV.58) représentent la comparaison entre les forces obtenues en cartésien et en axisymétrique, d'après ces allures on remarque que pour le dispositif avec circuit magnétique les valeurs de la force est presque les même.

IV.3 Conclusion

Dans notre travail, nous avons étudié l'influence de déplacement et de la masse sur la force de la lévitation.

Conclusion Générale

Conclusion générale

Un des objectifs de ce travail était de calculer la force qui permet de léviter un aimant permanent à l'aide d'un dispositif bobiné, en mettant en œuvre une des méthodes numérique qu'est la méthode des éléments finis.

Pour cela l'utilisation d'un outil CAO est devenue primordiale, ce qui nous a ramenés à choisir l'outil numérique, de résolution des équations aux dérivées partielles traduisant le comportement du champ magnétique, F.E.M.M « Finite Element Method Magnetics » qu'est un logiciel de simulation en 2D (axisymétrique ou cartésien).

un dispositif expérimentale de lévitation a été réalisé au laboratoire Q-ETH du département d'électrotechnique. les essais de mesures des grandeur telles que le courant et la tension nous ont permis d'évaluer la force de sustentation magnétique. Un programme de calcul par éléments finis a été mis en œuvre et implémenter sous environnement F.E.M.M.

La confrontation des résultats de simulation avec ceux fournis par les essais expérimentaux montre une bonne concordance des résultats. Deux types de structure ont été réalisée à savoir une structure axisymétrique et une autre cartésienne. La simulation numérique a concernée les deux types de structures. On a constaté que, afin de maintenir l'aimant en sustentation en une position équilibrée à une distance fixe, il faut modifier à chaque fois l'intensité du courant, ce qui préconise de prévoir un système d'asservissement du dispositif.

Vu les moyens disponibles au niveau du laboratoire Q/ETH d'électrotechnique, on a été contraint d'utiliser un système de guidage pour l'aimant. Ceci peut être évité par utilisation d'un inducteur supraconducteur à la place d'un l'électroaimant.

En fin, nous souhaitons que ce modeste travail constitue une base de travail pour d'éventuelles améliorations à entreprendre par les promotions à venir.

Bibliographie

Bibliographie :

- [1] HICHAM ALLAG « Modèle et calcul des systèmes de suspension magnétique passive Développement et calcul analytique en 2D et 3D des interactions entre les aimants permanents » Thèse doctorat 2010
- [2] MEHDI BOUKALLEL « Etude, conception et réalisation d'un capteur de micro et nano forces »
- [3] JOACHIM BOUFLET « La lévitation »
- [4] NEHAL OUASSILA « Etude et modélisation des paliers planaires » mémoire du magistère 2009
- [5] M .SIMON A .GEIM « diamagnétique et supraconductivité »
- [6] JEROME DELAMAR, FABIEN FAURE « Les paliers magnétique »
- [7] Mohamad EL-ACHKAR « conception d'un micro-actionneur magnétique a grande échelle pour les expériences de commande »
- [8] NAIT OUSLIMANE AHMED « Etude tridimensionnelle d'une structure micro électromécanique (MEMES) en régime dynamique (Thèse du magistère 2008)
- [9] P.MINOTTI A.FERREA « Les micromachines “ Edition Hermès Paris 1998“ »
- [10] Hicham LAMARI CHATOUANI « microsystèmes et micromanipulation a la lévitation diamagnétique, conception, réalisation et application a la micro-fluidique digitale »
- [11] JEAN-CLAUDES ABONNADIÈRE « électromagnétisme et problèmes couplés Hermès science publication. Paris 2002 “ »
- [12] GOURI DHATT, JEAN-LUIS BATOZ « Modélisation des structures par éléments finis »
- [13] OULD OUALI SAMY HASSANI « Intégration de l'hystérésis magnétique dans un calcul éléments finis en vue de l'estimation des pertes dans les tôles des machines électriques »
- [14] FADHILA BOUTOUDJ « Modélisation par éléments finis de phénomène thermomécanique d'une structure de type PBGA » 2012
- [15] GOURI DHATT, GILBERT TOUZOT EMMANUEL LE FRANCOIS « Méthode des éléments finis » Edition LAVOISIER 2005
- [16] Cours AN3 LST-M « Equation aux dérivées partielles, Méthodes des différences finis »
- [17] Cours H.MOHELBI « méthode numérique et calcul du champ 2013 »

[18] D EUVRARD « résolution numérique des équations aux dérivées partielles de la physique mécanique et des sciences de l'ingénieur DF, EF » Edition MASSON 1994

[19] J.PEDRO, A.BASTOS, NELSON.SODOWSKI « electromagnetic modeling by finite element method CRC, 1 Edition AVRIL 2003

[20] O.C ZIEN CHIEWIC, W.L WOOD « the finit element method » Mc GRAW HILL, NEW YORK 1989

[21] F.FOULADYAR « the inverse problem methodology for measurement of permeability of the ferromagnetic material » IEEE transaction on magnetic vol33, N02 MARCH 1997

[22] D.TRICHET « condition à la modélisation a la conception et au développement du chauffage par induction magnétique des matériaux composites conducteurs » Doctorat, université de Nantes, France 2000

[23] User's Manuel (Finite Element Method Magnetics) version 4.2 David Meeker 2010

Résumé

Le phénomène de lévitation magnétique, au-delà de son aspect spectaculaire, permet d'illustrer un grand nombre de notions de physique étudiées. Après avoir donné un panorama des différentes configurations possibles de suspensions magnétiques, le modèle analytique de notre dispositif a été développé.

Le calcul des forces induit a été effectué par une méthode numérique qui est la méthode des éléments finis, et cela on utilisant le logiciel FEMM. Les résultats obtenus sont originaux.

Mots clés : Lévitation magnétique, Eléments finis, Logiciel FEMM, Force magnétique.