République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE MOULOUD MAMMERI DE TIZI-OUZOU

FACULTE DU GENIE ELECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE
DEPARTEMENT D'AUTOMATIQUE

Mémoire de Fin d'Etudes
MASTER ACADEMIQUE

Domaine : **Sciences et Technologies**
Filière : **Génie électrique**
Spécialité : **Commande des systèmes**

Présenté par

Hocine DIF
Malika BRAHIMI

Thème

Synthèse d'observateurs et de contrôleurs pour les systèmes non linéaires représentés par des modèles Takagi-Sugeno

Mémoire soutenu publiquement le 25 / 09 / 2016 devant le jury composé de :

M Mohamed ALI BEY
Grade, Lieu d'exercice, Président

Mlle Zedjiga YACINE
Grade, Lieu d'exercice, Encadreur

M Said DJENNOUNE
Grade, Lieu d'exercice, Examinateur

M Mohand Achour TOUAT
Grade, Lieu d'exercice, Examinateur

REMERCIMENTS

C'est avec humilité et gratitude que nous reconnaissons ce que nous devons :

Nous commencerons par remercier le rendre grâce à Dieu tout puissant pour nous avoir donnée le courage et la volonté de mener à bon terme ce travail.

Nos remerciements vont en particulier à Melle YACINE Zedjiga, notre promotrice, qui nous a dirigé et beaucoup aidé afin de mener à bien ce travail

Que tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail, trouvent ici nos sincères reconnaissances

Nos derniers remerciements vont aux membres de jury qui ferons l'honneur d'examiner notre travail

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail :

- ***A mes très chers parents qui ont su être toujours présent à mes côtés, tout au long de mes études.***
- ***A mes très chers frères Mohamed, Sid Ali et Amine.***
- ***A ma petite sœur Ouissam.***
- ***A tout ma famille.***
- ***A mes amis que j'admire beaucoup.***
- ***Et à tous ceux qui se reconnaîtront en ce mot « Ami » ...***
- ***A mon binôme et sa famille***

Malika

Dédicaces

Je dédie ce travail :

- ***A la mémoire de mon père que Dieu l'accueille dans Son Vaste Paradis.***
- ***A ma très chère mère pour son amour et son soutien.***
- ***A mes frères et sœurs.***
- ***A ma grande famille paternelle et maternelle***
- ***A mes amis du cœur : Djamel, Lahna, Fateh, Ghani, Zahir, Karim, Karima, Lylia, Hocine, Idir, …etc.***
- ***A la promotion 2015/2016***
- ***A mes enseignants qui ont contribués à ma formation depuis mon jeune âge.***
- ***A mon très cher binôme et sa famille.***

Hocine.

SOMMAIRE

Chapitre 2 : Observations et estimations d'état

Chapitre 3: contrôleur basé observateur

Liste des figures

NOTATIONS

ACRONYMES

- LMI : Linear Matrix Inequality
- LTI : linear Time Invariant (linéaire à temps invariant)
- TS : Takagi-sugeno
- TS à VDNM : Takagi-sugino à Variables de Décision Non Mesurables
- TS à VDN : Takagi-sugino à Variables de Décision Mesurables
- ISS : Input to State Stability
- PDC : Parallel Distributed Compensation

MATRICES

- $P > 0$ ($P < 0$) : Matrice définie positive (resp. négative)
- P^T : Matrice transposée
- P^{-1} : Matrice inverse
- $\lambda_{max}(P)\big(\lambda_{min}(P)\big)$: Valeur propre maximale (resp. minimale)

VARIABLES LIEES AU VEHICULE

- m : masse de véhicule
- I_z : Moment de lacet
- l_f : Distance du centre de gravité à l'essieux avant
- l_r : distance du centre de gravité à l'ésieux arrière
- $v(t)$: vitesse longitudinale
- $u(t)$: vitesse latérale
- $\psi(t)$: angle de lacet
- $\dot{\psi}(t)$: vitesse de lacet
- $\beta(t)$: angle de glisemment au centre de gravité
- $F_{yf}(t)$: effort de contact pneumatique-chausée avant
- $F_{yr}(t)$: effort de contact pneumatique-chausée arrière
- $\delta_f(t)$ *: angle de brakage des roues avant*

Introduction générale

Introduction générale

Au cours des deux dernières décennies, les véhicules sont devenus de plus en plus indispensables au quotidien de l'homme. Par conséquent, le parc automobile n'a cessé de croître. Malheureusement, cette croissance est suivie par celle du risque d'exposition à un accident de la route. Afin d'y faire face, les critères en terme de sécurité et de confort sont à développer.

Afin de satisfaire ces critères, des études et analyses sont nécessaires. Cela passe par une modélisation du système véhicule visant à obtenir une représentation mathématique permettant de décrire son comportement. La modélisation linéaire du système véhicule permet d'élaborer simplement un modèle approximatif son comportement. Ce type de modèles a été largement étudié dans différents contextes : contexte de contrôle [1], la commande et le diagnostic, l'estimation et l'identification des paramètres d'état [2], élaborations des systèmes d'aide à la conduite [3]…etc. Cependant, cette représentation linéaire d'un système initialement non linéaire et complexe qu'est le véhicule n'est qu'une approximation valide au tour d'un point de fonctionnement donné.

Pour mieux représenter les systèmes réels tels que le véhicule, il est impératif de prendre en considération les non-linéarités dans la phase de modélisation. Cela permet de décrire son comportement sur une large plage de fonctionnement avec une meilleure précision comparée à celle obtenu avec le modèle linéaire. L'inconvénient principal des modèles non linéaires est la complexité de leurs structures d'un point de vue mathématique, ce qui les rend difficilement exploitables.

Dans de nombreux travaux sur l'analyse, le contrôle et l'élaboration des systèmes d'aide à la conduite, le vecteur d'état est supposé accessible à la mesure. Or, sur le plan pratique, une telle hypothèse n'est pas toujours vérifiée, soit pour des raisons techniques et/ou économiques, d'où la nécessité d'estimer ces dernières. Dès lors, la conception d'observateurs devient nécessaire avant toute procédure de contrôle et de synthèses de systèmes d'aide à la conduite.

La conception d'observateurs pour les systèmes linéaires bénéficie d'une abondante littérature. Beaucoup de travaux y ont été dédiés [4]. Néanmoins, les modèles sur lesquels se basent ces observateurs sont linéaires constituant ainsi une restriction conséquente qui se répercute sur la qualité des estimations obtenues. De plus, l'extension directe des méthodes développées dans le contexte des modèles linéaires au cas des modèles non linéaires quelconques est délicate [5], [6]. Cependant, ces techniques sont parfois difficiles à appliquer à cause des contraintes imposées.

Nous proposons dans ce mémoire d'estimer les variables d'état liées à la dynamique latérale du véhicule d'un point de vue non linéaire à travers une modélisation qui tient compte des non-linéarités du système. Cela est réalisé via le formalisme des multi-modèles Takagi-Sugeno (TS) [7], [8]. Celle-ci s'appuie sur l'utilisation d'un ensemble de sous-modèles de structures simples, chaque sous-modèle décrivant le comportement du système dans une zone de fonctionnement particulière. Ces sous-modèles servent alors à la description du comportement dynamique global du système en utilisant des fonctions d'activation non linéaires (fonctions de pondération) définissant la contribution de chaque sous-modèle.

L'objectif du présente mémoire est dans un premier temps de représenter la dynamique latérale du véhicule d'un point de vue non linéaire en tenant compte des non linéarités la caractérisant et cela via le formalisme Takagi-Sugeno. Dans un second temps, le modèle T-S obtenu est exploité pour la synthèse d'observateurs d'état et de contrôleur.

Nous avons organisé notre travail en trois chapitres. Dans le premier chapitre nous présentons la dynamique latérale du véhicule dont l'objectif est établir un modèle du véhicule qui représente de façon réaliste sa dynamique latérale. Au chapitre 2, la stratégie pour l'estimation de la dynamique latérale du véhicule est proposée à partir de l'observateur de Luenberger. L'analyse de la convergence des estimations est effectuée au moyen de fonction de Lyapunov, formalisé moyennant l'outil des inégalités linéaires matricielles (LMIs). Des résultats de simulations sont établis pour valider les approches d'estimation proposées. Au chapitre 3, une rétroaction d'état estimée pour la dynamique latérale du véhicule est proposée. Une procédure pour construire simultanément le contrôleur et l'observateur est présentée. Le problème est résolu à l'aide des outils consacrés à ce but. Des simulations sont effectuées pour valider l'approche. Nous terminons notre travail par une conclusion générale.

Chapitre 1 :

Représentation de la dynamique du véhicule

1.1. Introduction

Ce chapitre est regroupé en deux thématiques. Dans la première, nous présentons la dynamique latérale du véhicule. Dans un premier temps, nous présentons les différents mouvements et repères nécessaires pour modéliser le véhicule. Dans un second temps, les lois fondamentales de la dynamique du véhicule seront identifiées, quelques simplifications permettent de retenir les seuls mouvements de lacet et dérive. (Le modèle bicyclette où le modèle ne comporte que deux roues). Puis, nous exprimons les équations des efforts et moments extérieurs agissant sur le véhicule à présenter de manière linéaire et puis non linéaire.

Dans la seconde thématique, nous présentons le formalisme TS pour la transformation exacte des modèles non linéaires, notamment pour le modèle bicyclette non linéaire du véhicule.

Pour finir, on établit une comparaison entre les modèles linéaire et non linéaire et le modèle TS.

1.2. Dynamique du véhicule

1.2.1. Les mouvements du véhicule

Le mouvement du véhicule se décompose traditionnellement en deux types de mouvements de translation et de rotation, décrits en figure.1.1.

Les mouvements de translations s'effectuent selon trois axes :

1. un axe longitudinal, parallèle à l'axe de symétrie de la caisse, l'axe *OX*.
2. un axe transversal, perpendiculaire à l'axe de symétrie de la caisse, l'axe *OY*.
3. un axe orthogonal aux deux axes précédents, l'axe *OZ*.

Les mouvements de rotation s'effectuent selon les axes mentionnés précédemment et sont définis comme suit :

1. une rotation autour de l'axe longitudinal *OX*, caractérisée par l'angle de roulis ϕ, appelée mouvement de roulis.
2. une rotation autour de l'axe transversal *OY*, caractérisée par l'angle de tangage θ, appelée mouvement de tangage.
3. une rotation autour de l'axe vertical *OZ*, caractérisée par l'angle de lacet ψ, appelée mouvement de lacet.

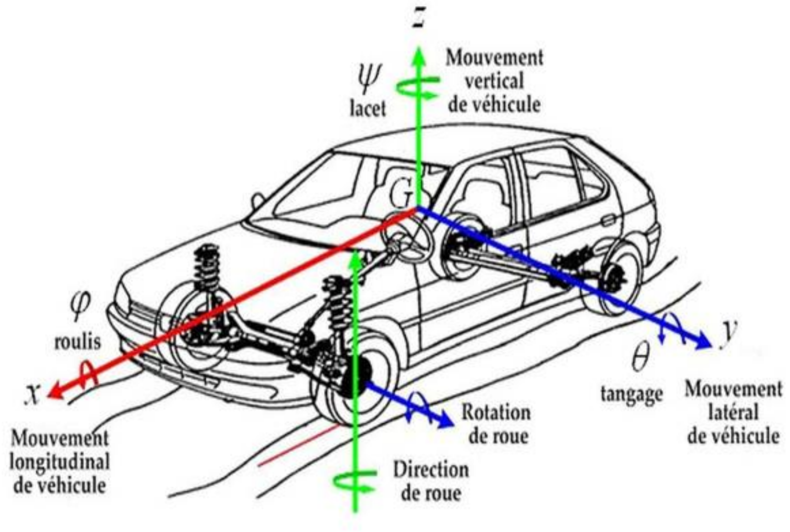

Figure.1.1 – Les différents mouvements du véhicule.

1.2.2. Définition des repères

Dans toute étude mécanique, le choix des repères de travail est fondamental, afin de pouvoir appliquer les théorèmes de la mécanique classique.

Pour représenter la dynamique du véhicule, plusieurs repères sont utilisés. Il sera fait usage ici de deux repères particuliers : un repère absolu, supposé galiléen noter R^a et un repère lié à la caisse du véhicule, noté R^c. Pour des raisons de simplicités, les équations de la dynamique du véhicule seront exprimées dans le repère lié à la caisse. Le passage entre ces deux repères utilisera deux repères intermédiaires : un repère dit véhicule R^v et un repère dit intermédiaire R^i.

Pour décrire la position et l'orientation du véhicule par rapport à ces repères, il est nécessaire de tenir compte des translations et rotations effectuées. Pour cela, nous considérons un point dans l'espace dont nous calculons les coordonnées du repère absolu noté $\left((x_p)^a, (x_p)^a, (x_p)^a\right)^T$ vers les autres repères R^v, R^i et R^c ou le vecteur $(O_aP)^a$ sera projeté dans chacun des repères considérés dont le principe consiste à définir des matrices de passage entre ces repères. Ces matrices de passage sont simplement obtenues en écrivant l'expression des vecteurs de la base du repère d'arrivée en fonction des vecteurs de la base du repère de départ en tenant compte des translations et des rotations effectuées. Le passage entre les différents repères s'effectue de la manière suivante :

– Le repère véhicule R^v subit une translation O_aO_v et une rotation de lacet d'angle ψ autour de l'axe O_aZ_a par rapport au repère absolu R^a (voir figure.1. 2 (a)).
La matrice de passage est la suivante :

$$R_\psi = \begin{pmatrix} cos\psi & sin\psi & 0 \\ -sin\psi & cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

– Le repère intermédiaire R^i subit une rotation de tangage d'angle θ autour de l'axe O_vY_v par rapport au repère véhicule R^v (voir figure.2. 2 (b)).
La matrice de passage est la suivante :

$$R_\theta = \begin{pmatrix} cos\theta & 0 & -sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ sin\theta & 0 & cos\theta \end{pmatrix}$$

– Le repère caisse R^c a une rotation de roulis d'angle ϕ autour de l'axe O_iX_i par rapport au repère intermédiaire R^i (voir figure.2. 2 (c)).
La matrice de passage est comme suit :

$$R_\phi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos\phi & sin\phi \\ 0 & -sin\phi & cos\phi \end{pmatrix}$$

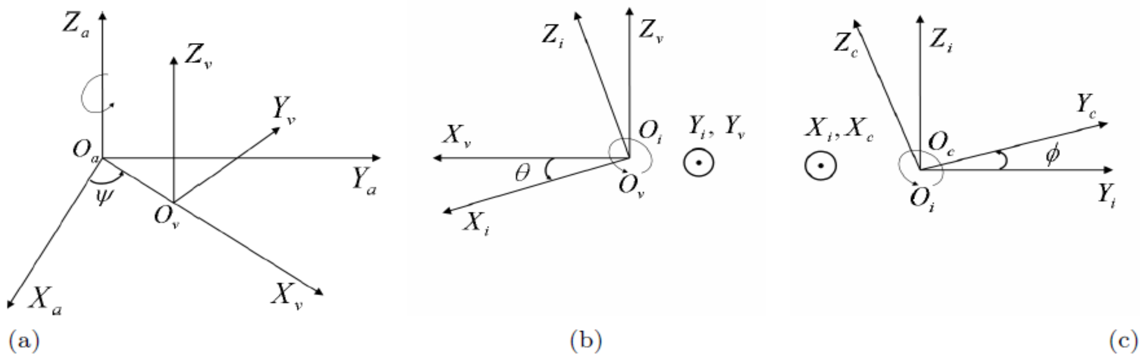

Figure.1.2 – (a) Repère absolu-repère véhicule. (b) Repère véhicule-repère intermédiaire. (c) Repère intermédiaire-repère caisse.

Delà, la matrice de passage du repère absolu R^a vers le repère caisse R^c est la suivante :

$$R_p = \begin{pmatrix} cos\psi\ cos\theta & sin\psi\ cos\theta & -sin\theta \\ cos\psi\ sin\theta\ sin\phi - sin\psi\ cos\phi & sin\psi\ sin\theta\ sin\phi + cos\theta\ cos\phi & cos\theta\ sin\phi \\ cos\psi\ sin\theta\ cos\phi + sin\psi\ sin\phi & sin\psi\ sin\theta\ cos\phi - cos\psi\ sin\phi & cos\theta\ cos\phi \end{pmatrix}$$

Avec : $R_p = R_\psi\ R_\theta\ R_\phi$.

Pour décrire les équations de la dynamique du véhicule sous forme d'équations différentielles linéaires ou non-linéaires, nous appliquons les principes fondamentaux de la mécanique des corps solides (Principes de Newton) à un point G fixe du repère véhicule.

Le premier principe concerne l'équilibre des forces extérieures agissant sur le véhicule où la somme des forces extérieures appliquées à un corps solide en mouvement dans une direction donnée égale au produit de la masse m du corps par son accélération $\vec{\Gamma}$.

$$\sum\overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{\Gamma} \qquad (1.1)$$

Le second principe établit l'équilibre des moments dynamiques du véhicule par rapport aux moments extérieurs ou la somme des moments extérieurs appliqués au point O d'un corps solide en mouvement est égale au moment dynamique $\overrightarrow{M_o}$ de ce corps exprimé en ce point O.

$$\sum\overrightarrow{M_{ext}} = \overrightarrow{M_o} \qquad (1.2)$$

Afin d'établir le modèle mathématique décrivant la dynamique latérale du véhicule, les mouvements de tangage et de roulis sont négligés. Le modèle lacet-dérive est alors obtenu et est décrit par le système d'équations suivant:

$$\begin{cases} m(\dot{v} - \dot{\psi}u) = \sum(F_{ext})_x^c \\ m(\dot{u} + \dot{\psi}v) = \sum(F_{ext})_y^c \\ I_z\ddot{\psi} = \sum(M_{ext})_z^c \end{cases} \qquad (1.3)$$

Avec :

m : Masse de véhicule.

v : Vitesse longitudinale de véhicule.

u : vitesse latéral de véhicule.

I_z : L'inertie de lacet.

$\dot{\psi}$: Vitesse de rotation.

1.2.3. Modèle de lacet-dérive (bicyclette)

Afin d'étudier le comportement de véhicule, plusieurs types de modèles existent dans la littérature [10]. Dans ce paragraphe, nous présentons le modèle le plus simple: un modèle bicyclette qui représente seulement la dynamique latérale du véhicule [12], [9], [11]. Et comme son nom l'indique, le modèle représente les deux roues avant et les deux roues arrière du véhicule par une seule roue (voir Figure.1.3) au milieu de chaque essieu, comme le vélo. La roue résultante à l'avant sera notée R_f et à l'arrière R_r. Pour aboutir à ce modèle, certaines hypothèses sont considérées :

- La vitesse longitudinale est constante *($v = cst$).*
- Les mouvements de tangage, roulis et pompage sont négligés.

Delà, le modèle bicyclette établit est comme suivant :

$$\begin{cases} m(\dot{u} + v\dot{\psi}) = \sum(F_{ext})_y^c \\ I_z\ddot{\psi} \ \ = \sum(M_{ext})_z^c \end{cases} \tag{1.4}$$

Le modèle bicyclette est commandée par l'angle de braquage de la roue virtuelle avant δ_f. Il permet de décrire les mouvements de lacet par $\dot{\psi}$ ainsi que la direction de la vitesse du centre de gravité du véhicule représentée par la dérive (angle de glissement) β en considérant l'approximation ($\beta \backsimeq \frac{u}{v}$). Il s'écrit à partir de principe fondamental de la dynamique en considérant les efforts latéraux avant F_{yf} et arrière F_{yr} (figure.1.3). Le modèle lacet-dérive est décrit par le système d'équations suivant:

$$\begin{cases} \dot{\beta} = \frac{1}{mv}\left(F_{yf} + F_{yr}\right) - \dot{\psi} \\ \ddot{\psi} \ = \frac{1}{I_z}\left(l_f F_{yf} - l_r F_{yr}\right) \end{cases} \tag{1.5}$$

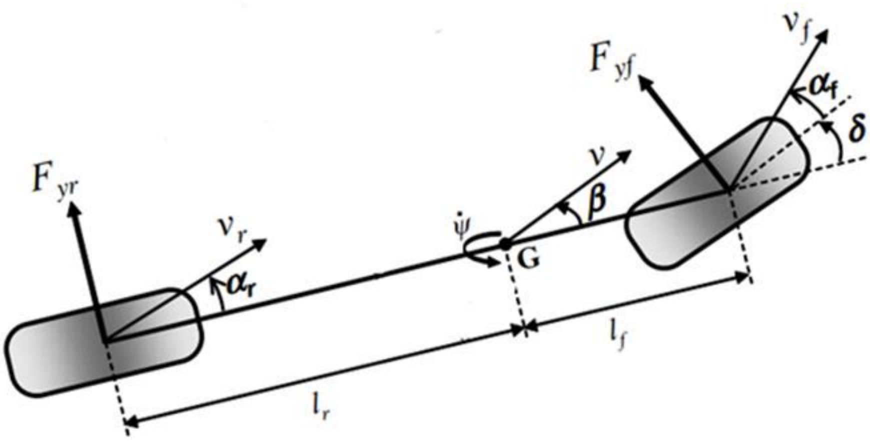

Figure .1.3 – Modèle « bicyclette » du véhicule**.**

1.3. Etude des Forces et Moments du contact pneumatique chaussé

Un pneumatique (figure 1.4) est la seule interface entre le véhicule et la chaussée qui se réalise au niveau de ses quatre roues. Il permet principalement de supporter la charge verticale du véhicule (F_z), de développer les forces longitudinales en cas d'accélération ou de freinage (F_x) et de développer les forces latérales dans un virage (F_y).

Les actions et les réactions qui s'exercent entre le sol et le véhicule dépendent de la nature du contact pneumatique-chaussée qui résulte de l'état et du type des deux surfaces qui interagissent : le sol et l'enveloppe de la roue. L'état du sol n'est pas généralement connu avec exactitude. De même, l'enveloppe a un comportement difficile à décrire de manière analytique, qui dépend de sa composition, de sa structure, de ses déformations mais aussi de son état d'usure.

Le modèle des forces de contact pneumatique/chaussée a un impact important sur les performances des modèles de véhicule. Le choix de ce modèle est donc une étape importante dans la modélisation de la dynamique d'un véhicule. La modélisation du contact pneumatique-chaussée revient à déterminer la relation liant les forces de contact au glissement longitudinal λ et à l'angle de dérive α.

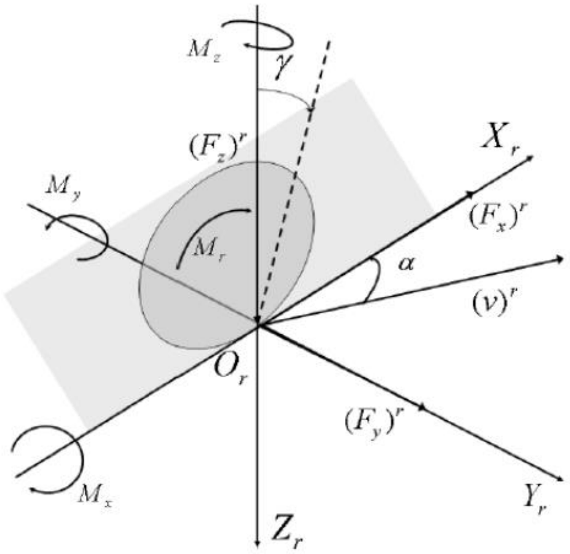

Figure 1.4 – Forces et moments s'exerçant sur la roue.

Le point d'application des forces de contact longitudinale et transversale ne coïncide pas avec la projection du centre de la roue sur la bande de roulement. Il est généralement en retrait d'une distance appelée chasse géométrique.

Ce déplacement du point d'application est dû aux différentes déformations de la roue pendant le roulement et le braquage (voir figure 1.5).

1.3.1. Les angles de dérive des roues.

Pour de transmettre les forces latérales, le pneu doit se déformer latéralement. Cela signifie que la direction du mouvement du pneumatique dévie du plan de la roue. La dérive est donc la variation de la trajectoire du véhicule due à la déformation transversale que subissent les pneumatiques quand ils sont soumis à l'action d'une force latérale. L'angle entre le vecteur de la vitesse de la roue et le plan de la roue s'appelle "angle de dérive du pneumatique" (voir figure 1.6). Les angles de dérives dépendent de ce fait de la vitesse de rotation en lacet pour les roues directrices de l'angle de braquage δ_f. Cet angle de braquage sera supposé identique pour les deux roues avant du véhicule.

Les roues du véhicule étant respectivement, dans le sens horaire R_1, R_2, R_3, R_4 , le calcul sera développé pour la roue avant gauche, notée R_1 (voir figure. 1.6).

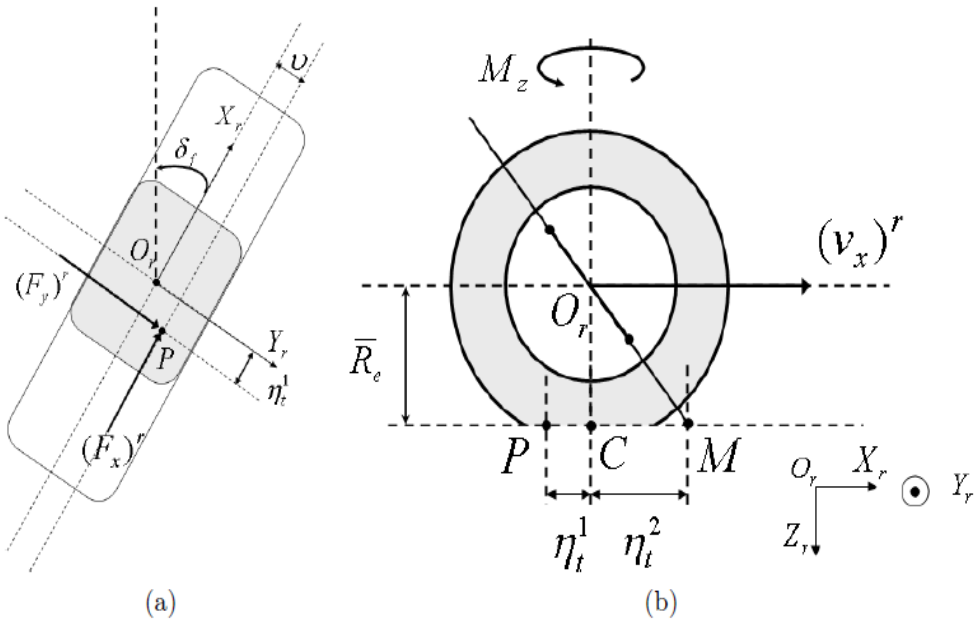

Figure.1.5 – (a) La chasse géométrique due à la déformation du pneumatique. (b) La chasse géométrique due à l'axe de rotation de la roue.

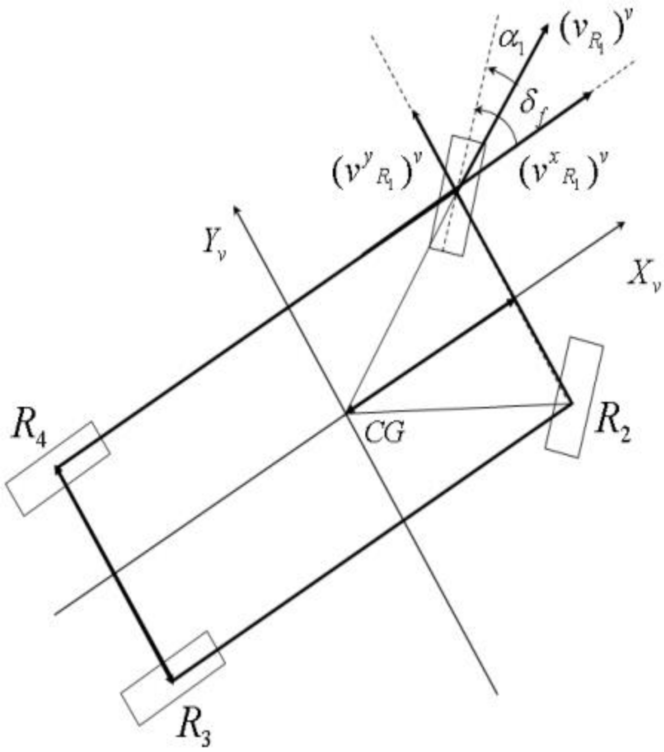

Figure.1.6 – Angle de dérive de la roue avant gauche.

De la figure.1.6, nous obtenons l'expression suivante **:**

$$\tan\left(\delta_f - \alpha_1\right) = \frac{\left(v_{R1}^{y}\right)^{v}}{\left(v_{R1}^{x}\right)^{v}} = \frac{v\beta + rl_f}{v - \frac{a}{2}\dot{\psi}} \qquad (1.6)$$

Delà, l'expression de l'angle de dérive α_1 de la roue avant gauche est :

$$\alpha_1 = \delta_f - arc\tan\frac{\left(v_{R1}^{y}\right)^{v}}{\left(v_{R1}^{x}\right)^{v}} = \delta_f - arc\tan\frac{v\beta + rl_f}{v - \frac{a}{2}\dot{\psi}} \qquad (1.7)$$

Les angles de dérive des trois autres rouesR_2, R_3, R_4 s'obtiennent de la même manière:

$$\begin{cases} \alpha_2 = \delta_f - \arctan\frac{v\beta + rl_f}{v + \frac{a}{2}\dot{\psi}} \\ \alpha_3 = -\arctan\frac{v\beta - rl_r}{v + \frac{a}{2}\dot{\psi}} \\ \alpha_4 = -\arctan\frac{v\beta - rl_r}{v - \frac{a}{2}r\dot{\psi}} \end{cases} \qquad (1.8)$$

Avec :

$\left(v_{R1}^{y}\right)^{v}$: La vitesse latérale de la roue R_1 par rapport au repère de vehicule.

$(v_{R1}^{x})^{v}$: La vitesse longitudinale de la roue R_1 par rapport au repère de vehicule.

a : Longueur des essieux.

$\alpha_1; \alpha_2; \alpha_3; \alpha_4$: Angles de dérive.

β : L'angle de dérive au centre de gravité du véhicule.

$\dot{\psi}$: Vitesse de lacet.

l_f: Distance du centre de gravité à l'essieu avant.

l_r: Distance du centre de gravité à l'essieu arrière.

Ces expressions se simplifient et deviennent linéaires quand les rapports $\frac{\left(v_{R1}^{y}\right)^{v}}{\left(v_{R1}^{x}\right)^{v}}$, $\frac{\left(v_{R2}^{y}\right)^{v}}{\left(v_{R2}^{x}\right)^{v}}$, $\frac{\left(v_{R3}^{y}\right)^{v}}{\left(v_{R4}^{x}\right)^{v}}$ et $\frac{\left(v_{R4}^{y}\right)^{v}}{\left(v_{R4}^{x}\right)^{v}}$, sont très faible et que$\left|\frac{a}{2}r\right| \ll v$:

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_f = \delta_f - \beta - \frac{l_f}{v}\dot{\psi}$$
$$\alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_r = -\beta - \frac{l_r}{v}\dot{\psi} \tag{1.9}$$

1.3.2. Forces latérale du contact pneumatique-chaussée:

La force latérale F_y est la force appliquée entre le pneu et la chaussée suivant l'axe OY. Elle est essentiellement décrite en fonction de l'angle de dérive α défini précédemment. La figure.1.7 montre l'évolution de la force latérale F_y en fonction de l'angle de dérive pour une chaussée sèche.

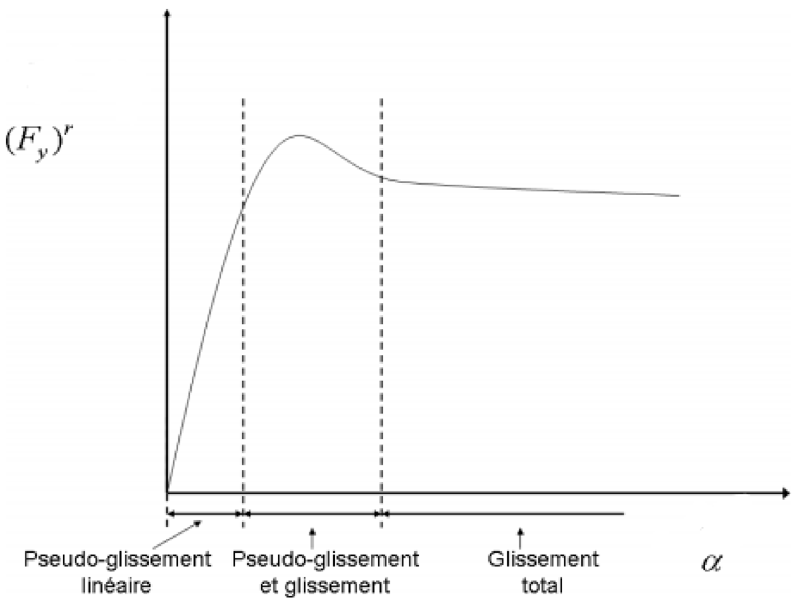

Figure.1.7. évolution de l'effort latérale en fonction de l'angle de dérive.

La courbe appelle les remarques suivantes:

- La force est quasi-linéaire et croissante pour de faibles sollicitations (zone pseudo-glissement linéaire). Elle peut être approchée par la tangente à l'origine de la courbe de F_y :

$$F_y = \left(\frac{\partial(F_y)}{\partial\alpha}\right)_{\alpha=0} .\alpha \ = C_y\alpha \tag{1.10}$$

Où : C_y est le coefficient de raideurs du pneumatique.

- Elle est non linéaire avec une tendance à la saturation pour des sollicitations à la limite de l'adhérence dans laquelle le véhicule reste toujours contrôlable (zone de pseudo-glissement et glissement).
- Elle reprenne une forme quasi-linéaire, décroissante une fois la saturation dépassée et qu'on atteint la zone de glissement sans roulement.

1.3.3 Modèles des forces pneumatiques

La modélisation des efforts interagissant entre le pneumatique et la chassées est complexe car de nombreux phénomènes physiques interférent selon une multitude de caractéristiques environnementales et paramètres de pneumatique (nature de la chassée, température, pression,…). Plusieurs modèles décrivant le comportement dynamique de pneumatique / chassée existant dans la littérature. Nous pouvons par exemple de cité les travaux de [13], [14], [15],[16]. Durant notre travail, nous nous somme limité à utilisation de l'un des modèles les plus évolués aujourd'hui en termes de représentativité. Il s'agit de modèle de Pacejka appelé également « formule magiques ». Ce modèle permet d'extraire les efforts générés en régime établit avec des formules empiriques dont les coefficients ont de même une signification physique.

1.3.3.1. Modèle de Pacejka

Le modèle de Pacejka est appelé formule magique. Il s'agit d'un modèle empirique dont les coefficients sot identifier à partir des relevés expérimentaux. Cette formule est la plus connu et certainement la plus utilisée des modélisations des efforts de contact entre le pneumatique et la chassée. Ce modèle quasi-statique non-linéaire permet de calculer les forces longitudinales et latérales, le moment d'auto-alignement ; ainsi que le couplage entre les efforts longitudinaux et latéraux.

La formule de Pacejka est donnée par l'expression non linéaire suivante:

$$F_{yi} = D_i \sin\left(C_i tan^{-1}\left(B_i(1-E_i)\alpha_i + E_i tan^{-1}(B_i\alpha_i)\right)\right) \qquad (1.11)$$

Avec

D_i : Valeur maximale de la courbe.

C_i : Facteur de forme (elle fixe le type de la courbe).

B_i : Coefficient de raideur (contrôle la pente à l'origine).

E_i : Courbure (agit en courbant localement la fonction. Il contrôle l'abscisse de glissement à laquelle la valeur maximale est atteinte).

1.4. Modèle bicyclette du véhicule

1.4.1. Modèle bicyclette linéaire

Nous considérons le modèle bicyclette présenté précédemment dans (1.5), qui représente sa dynamique latérale.

Dans cette section nous utilisons le modèle linéaire des forces latérales de contact pneumatique chaussée présenté précédemment.

En utilisant l'équation (1.10), les forces latérales $F_{yf}\ et\ F_{yf}$ sont décrites par les équations linéaires suivantes:

$$\begin{cases} F_{yf} = 2C_f\alpha_f \\ F_{yr} = 2C_r\alpha_r \end{cases} \tag{1.12}$$

Où :

C_f: Coefficient de raideur de la roue avant.

C_r: Coefficient de raideur de la roue arrière.

En remplaçant les angles de dérive (1. 9) par leurs expressions respectives, nous obtenons :

$$\begin{cases} F_{yf} = 2C_f\left(\delta_f - \beta - \dfrac{l_f}{v}\dot{\psi}\right) \\ F_{yr} = 2C_r\left(-\beta + \dfrac{l_r}{v}\dot{\psi}\right) \end{cases} \tag{1.13}$$

Delà. La représentation d'état du modèle bicyclette linéaire comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\beta} = \dfrac{1}{mv}\left(2C_f\left(\delta_f - \beta - \dfrac{l_f}{v}\dot{\psi}\right) + 2C_r\left(-\beta + \dfrac{l_r}{v}\dot{\psi}\right)\right) - \dot{\psi} \\ \ddot{\psi} = \dfrac{1}{I_z}\left(2C_f\left(\delta_f - \beta - \dfrac{l_r}{v}\dot{\psi}\right)l_f - 2C_r\left(-\beta + \dfrac{l_r}{v}\dot{\psi}\right)l_r\right) \end{cases} \quad (1.14)$$

Une fois développée, nous obtenons le système d'équation suivant :

$$\begin{pmatrix} \dot{\beta} \\ \ddot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\dfrac{2(C_f + C_r)}{mv} & \left(\dfrac{2(-C_f l_f + l_r C_r)}{mv^2} - 1\right) \\ \dfrac{2(-C_f l_f + l_r C_r)}{I_z} & -\dfrac{2(C_f l_f^2 + C_r l_r^2)}{I_z v} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dfrac{2C_f}{mv} \\ \dfrac{2C_f l_f}{I_z} \end{pmatrix} \delta_f \quad (1.15)$$

Posant $x = (\beta \quad \dot{\psi})^T$, le système se réécrira sous la forme : $\dot{x} = A\,x + B\,u$

Où u=δ_f est la commande.

$$A = \begin{pmatrix} -\dfrac{2(C_f + C_r)}{mv} & \left(\dfrac{2(-C_f l_f + l_r C_r)}{mv^2} - 1\right) \\ \dfrac{2(-C_f l_f + l_r C_r)}{I_z} & -\dfrac{2(C_f l_f^2 + C_r l_r^2)}{I_z v} \end{pmatrix} \quad et\ B = \begin{bmatrix} \dfrac{2C_f}{mv} \\ \dfrac{2C_f l_f}{I_z} \end{bmatrix}.$$

1.4.2. Modèle bicyclette non linéaire

Nous proposons dans cette section de prendre les non linéarités des efforts de contact à intégrer dans les équations du modèle bicyclette décrivant la dynamique latérale du véhicule. Pour cela, les efforts de contact seront représentés par la formulation non linéaire de Pacejka.

Le modèle bicyclette non linéaire est décrite par le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} \dot{\beta} = \dfrac{1}{mv}\left(F_{yf} + F_{yr}\right) - \dot{\psi} \\ \ddot{\psi} = \dfrac{1}{I_z}\left(l_f F_{yf} - l_r F_{yr}\right) \end{cases} \quad (1.16)$$

Où les forces latérale sont exprimées par :

$$F_{yi} = D_i \sin\left(C_i tan^{-1}\left(B_i(1-E_i)\alpha_i + E_i tan^{-1}(B_i\alpha_i)\right)\right) \qquad (1.17)$$

Avec : $i = \{f, r\}$ désignant la roue avant et la roue arrière respectivement.

Il est clair que, d'une part, les systèmes linéaires bénéficient d'une abondance d'outils d'analyse et de synthèse au détriment de la précision de représentation, et d'autre part les systèmes non linéaire sont complexe mais plus précis. Afin d'exploiter l'avantage caractérisent les systèmes linéaires et au même temps la qualité de représentation des systèmes non linéaires, le formalisme Takagi-Sugeno (TS) est utilisé.

1.5. Modèle de Takagi-Sugeno

Dans cette section, nous nous intéressons à la représentation TS des systèmes non linéaires, les différentes méthodes d'obtentions des modèles TS seront définie où nous nous intéressons à la transformation par secteurs non linéaires qui permet d'obtenir de manière systématique un modèle TS à partir d'un système non linéaire. Ensuite, nous allons appliquer cette méthode au modèle bicyclette non linéaire du véhicule. A la fin de ce chapitre, on établit une comparaison entre ce modèle, le modèle non linéaire, le modèle linéaire.

Le modèle de Takagi-Sugeno est composé d'un ensemble de modèles linéaires interconnectés par des fonctions non linéaires vérifiant la propriété de somme convexe. Ces fonctions non linéaires dépendent des variables dites de prémisse ou de décision. Ces variables peuvent être mesurables (entrée sortie du système) et non mesurable (état du système).

Le modèle TS permet de réécrire un système non linéaire (1.16) quelle que soit sa complexité d'une manière facile, précise et plus exploitable. L'intérêt de réaliser une décomposition du système en utilisant ce type de modèles est que, grâce à la propriété de la somme convexe, l'étude de la stabilité, synthèse de contrôleurs et l'observateur qui ont été largement étudiés dans le cas linéaire peuvent s'étendre au cas non linéaire avec des outils similaires.

Un système non linéaire peut être représenté sous la forme générale suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = h(x(t), u(t)) \end{cases} \qquad (1.18)$$

La formule mathématique du modèle TS est donnée par les équations suivantes:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} \mu_i(\xi(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^{r} \mu_i(\xi(t))(C_i x(t)) \end{cases} \quad (1.19)$$

$$\begin{cases} 0 \leq \mu_i\big(\xi(t)\big) \leq 1, \;\; i = 1, \dots \dots, r \\ \sum_{i=1}^{r} \mu_i\big(\xi(t)\big) = 1 \end{cases} , \;\; \forall t \quad (1.20)$$

$x(t)\epsilon\mathbb{R}^n$ Représente le vecteur d'état du modèle, $u(t)\epsilon\mathbb{R}^m$ est le vecteur d'entrées et $y(t)\epsilon\mathbb{R}^p$ c'est le vecteur des sorties.

Les matrices $A_i\epsilon\mathbb{R}^{n\times n}$, $B_i\epsilon\mathbb{R}^{n\times m}$, $B_i\epsilon\mathbb{R}^{n\times m}$; $i \in \{1, \dots \dots r\}$ représente un ensemble de r modèles linéaires. $\mu_i\xi(t)$ Représentent les fonctions de pondérations, $\xi(t)\,\epsilon\mathbb{R}^z$ appelé vecteur des variables de prémisses ou de décision.

1.6. Méthodes d'obtention de modèle TS

Les modèles TS représentent les systèmes non linéaires sous forme d'une interpolation de modèles linéaires locaux. Chaque modèle local est un système dynamique LTI valide autour d'un point de fonctionnement.

La représentation d'un système non linéaire (1.18) sous forme de modèle TS (1.19) est obtenue par trois approches largement développées dans la littérature :

- La première approche repose sur l'identification à partir des données entrées/sorties, où l'on peut identifier les paramètres du modèle local correspondant aux différents points de fonctionnement.
- La deuxième approche est basée sur la linéarisation du modèle non linéaire autour de différents points de fonctionnements. Où les techniques d'optimisation sont utilisées pour minimiser l'erreur quadratique de sortie.
- La troisième approche, est la méthode des secteurs non linéaire. Elle permet d'obtenir d'une manière systématique un modèle TS à partir d'un modèle non linéaire. Il ne s'agit pas d'une approximation (comme c'est le cas de la linéarisation autour de points de fonctionnement). le modèle TS obtenu est identique au modèle non linéaire dans un compact de l'espace d'état.

1.6.1. Approche par secteurs non linéaires

Cette méthode a été initiée par [17] et étendue par [8]. Le principe de celle-ci est basé sur une transformation polytopique convexe des non linéaires d'un système dynamique. autrement dit, cette méthode consiste à trouver un secteur tel que $a_1 x \leq f(x(t), u(t)) \leq a_2 x$ avec $\dot{x}(t) = f(x(t), u(t))$ représente un système non linéaire. Cette méthode garantit la construction d'un modèle TS représentant exactement un modèle non linéaire sur un espace compact des variables d'état.

Dans ce chapitre, l'intérêt est porté sur l'approche par secteurs non linéaire, puisqu'elle présente des avantages du point de vue précision et connaissance des fonctions d'appartenance assurant l'interconnexion des modèles locaux LTI. En effet, l'approche par secteur non linéaire par rapport à l'approche par linéarisation permet, d'une part, de minimiser l'erreur lors du passage du modèle analytique non linéaire au modèle TS, d'autre part d'optimiser le nombre de modèles locaux. Il convient de souligner qu'il peut s'avérer difficile de trouver un secteur global pour un système non linéaire quelconque. Dans ce cas, il est nécessaire de considérer un secteur non linéaire local. Les figures 1.8 et 1.9 représentent respectivement les secteurs non linéaires globaux et locaux [18]

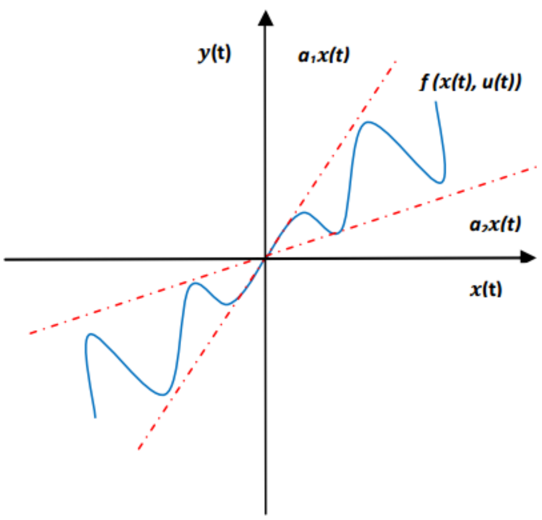

Figure 1.8. Secteur non-linéaire globale

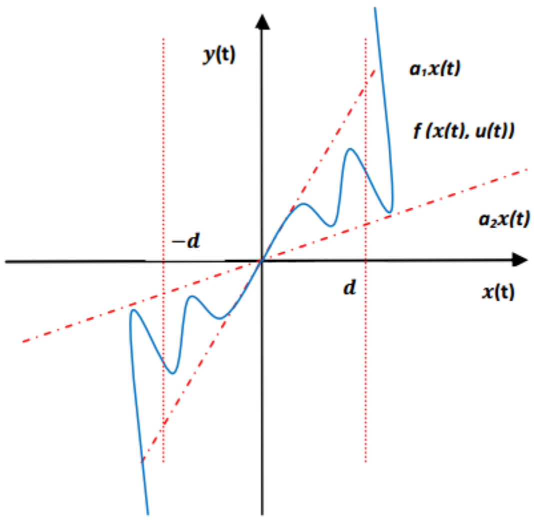

Figure 1.9. Secteur non-linéaire local

L'obtention d'un modèle TS par l'application des secteurs non linéaires conduit souvent à inclure l'état dans les variables de décision. Elle fournit un modèle TS représentant de manière exacte le modèle non linéaire initial dans un compacte de l'espace d'état.

Pour plus de détails, considérons le modèle non linéaire suivant:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f\big(x(t), u(t)\big) \\ y(t) = h\big(x(t), u(t)\big) \end{cases} \tag{1.21}$$

En supposant qu'il existe un compact des variables de prémisse $\xi(t) = [x(t)^T u(t)^T]$ sur lequel les non linéaires sont bornés. Soient

$$f_i \in [f_{min}^i, \quad f_{max}^i], \qquad i = 1 \dots . k$$

Avec : k est le nombre de fonctions non linéaires du système (1.22).

Ces fonctions non linéarités peuvent alors s'écrire de la manière suivante :

$$f_i\big(\xi(t)\big) = f_{min}^i w_1^i\big(\xi(t)\big) + f_{max}^i w_2^i\big(\xi(t)\big) \tag{1.22}$$

Avec :

$$\begin{cases} w_1^i = \frac{f_{max}^i - f_i(\xi(t))}{f_{max}^i - f_{min}^i} \\ w_2^i = \frac{f_i(\xi(t)) - f_{min}^i}{f_{max}^i - f_{min}^i} \end{cases} \tag{1.23}$$

Les fonctions d'activation $\mu_i\big(\xi(t)\big),\ i = 1, \dots\dots, r$ sont obtenues à partir des $w_1^i\ et\ w_2^i$ par :

$$\mu_{i+i_0+i_1\times 2+\cdots+i_k\times 2^{k-1}}\big(\xi(t)\big) = \prod_{j=1}^{k} w_{ij}^j\big(\xi(t)\big) \tag{1.24}$$

- Le nombre de sous-modèle r est égale à 2^k.

Finalement, nous obtenons le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r=2^k} \mu_i(\xi(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^{r=2^k} \mu_i(\xi(t))(C_i x(t) + D_i u(t)) \end{cases} \tag{1.25}$$

Exemple

Soit le système non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = x_1^2(t) + x_2^2(t) + u(t) \end{cases} \tag{1.26}$$

Pour simplifier nous posons les deux fonctions x_1 et x_2 sont des fonctions non linéaires continues et bornées avec: $x_1 \in [0.5, \quad 3,5]$ et $x_2 \in [-1, \quad 4]$.

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ x_1 & x_2 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u(t) \tag{1.27}$$

Nous considérons comme variable de prémisse $\xi^T(t) = [x_1(t) \quad x_2(t)]$. Les non linéarités s'écrivent :

$$\begin{cases} f_1(\xi(t)) = 0.5w_1^1(\xi(t)) + 3.5w_2^1(\xi(t)) \\ f_2(\xi(t)) = -1w_1^2(\xi(t)) + 4w_2^2(\xi(t)) \end{cases} \tag{1.28}$$

Avec :

$$\begin{cases} w_1^1 = \dfrac{3.5 - x_1(t)}{3} \\ w_2^1 = \dfrac{x_1(t) - 0.5}{3} \end{cases} \tag{1.29}$$

$$\begin{cases} w_1^2 = \dfrac{4 - x_2(t)}{3} \\ w_2^2 = \dfrac{x_2(t) + 1}{3} \end{cases} \tag{1.30}$$

En utilisant (1.24), nous obtenons :

$$\begin{cases} \mu_1(\xi(t)) = w_1^1\big(x_1(t)\big).\, w_1^2\big(x_2(t)\big) \\ \mu_2(\xi(t)) = w_2^1\big(x_1(t)\big).\, w_1^2\big(x_2(t)\big) \\ \mu_3(\xi(t)) = w_1^1\big(x_1(t)\big).\, w_2^2\big(x_2(t)\big) \\ \mu_4(\xi(t)\text{à} = w_2^1\big(x_1(t)\big).\, w_2^2\big(x_2(t)\big) \end{cases} \tag{1.31}$$

Le modèle TS s'écrit alors :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{4} \mu_i(\xi(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \tag{1.32}$$

Avec :

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3.5 & 4 \end{bmatrix};\ A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3.5 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0.5 & 4 \end{bmatrix};\ A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0.5 & -1 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = B_2 = B_3 = B_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Remarque :

Le nombre de modèles linéaires augmente exponentiellement avec le nombre k de fonctions non-linéaires distinctes du modèle non-linéaire. Il est de 2^k.

1.7. Application au modèle bicyclette non linéaire du véhicule:

Nous allons maintenant appliquer la transformation par secteur non-linéaire au modèles bicyclette non linéaire obtenu précédemment dans ce chapitre.

$$\begin{cases} \dot{\beta} = \dfrac{1}{mv}\big(F_{yf} + F_{yr}\big) - \dot{\psi} \\ \ddot{\psi} \;\; = I_z\big(l_f F_{yf} - l_r F_{yr}\big) \end{cases}$$

La formulation de Pacejka citée précédemment pour représenter l'effort latéral de contact pneumatique-chaussée est donné par l'expression non linéaire suivante :

$$F_{yi} = D_i \sin\left(C_i tan^{-1}\left(B_i(1-E_i)\alpha_i + E_i tan^{-1}(B_i\alpha_i)\right)\right) \quad (1.33)$$

Afin de réécrire l'expression (1.16) sous la forme $F_{yi} = f(\alpha_i)\alpha_i$ pour isoler les non linéarités, nous posons les changements de variables suivants :

$$\begin{aligned} S_{i1} &= B_i\alpha_i \\ S_{i2} &= B_i(1-E_i)\alpha_i + E_i tan^{-1}(S_{i1}) \\ S_{i3} &= C_i tan^{-1}(S_{i2}) \end{aligned} \quad (1.34)$$

$$F_{yi} = \left(B_iC_iD_i(1-E_i)\frac{\sin(S_{i3})}{S_{i3}}\frac{tan^{-1}(S_{i2})}{S_{i2}} + B_iC_iD_iE_i\frac{\sin(S_{i3})}{S_{i3}}\frac{tan^{-1}(S_{i2})}{S_{i2}}\frac{tan^{-1}(S_{i3})}{S_{i3}}\right)\alpha_i \quad (1.35)$$

(1.) peut se réécrire comme suite :

$$F_{yi} = \left(f(\alpha_i)\right)\alpha_i \quad (1.36)$$

Où:

$$f(\alpha_i) = \left(B_iC_iD_i(1-E_i)\frac{\sin(S_{i3})}{S_{i3}}\frac{tan^{-1}(S_{i2})}{S_{i2}} + B_iC_iD_iE_i\frac{\sin(S_{i3})}{S_{i3}}\frac{tan^{-1}(S_{i2})}{S_{i2}}\frac{tan^{-1}(S_{i3})}{S_{i3}}\right) \quad (1.37)$$

Delà, les forces latérales F_{yr} et F_{yr} se réécrire comme suite :

$$F_{yi} = \begin{cases} F_{yr} = f(\alpha_r)\alpha_r \\ F_{yf} = f\left(\alpha_f\right)\alpha_f \end{cases} \quad (1.38)$$

Les fonctions $f\left(\alpha_f\right)$ et $f(\alpha_r)$ sont non linéaires continue et bornées pour touts α_f respectivement α_r par $10^3 \leq f\left(\alpha_f\right) \leq 10^5$, respectivement $10^3 \leq f(\alpha_r) \leq 10^5$

Les non linéarités sont réécrits comme suit :

$$\begin{cases} f_r(\alpha_r) = w_1^r(\alpha_r)M_1^r + w_2^r(\alpha_r)M_2^r \\ f_f\left(\alpha_f\right) = w_1^f(\alpha_f)M_1^f + w_2^f(\alpha_f)M_2^f \end{cases} \quad (1.39)$$

Avec :

$$M_1^f = f_f^{max} \text{ et } M_2^f = f_f^{min}$$
$$M_1^r = f_r^{max} \text{ et } M_2^r = f_r^{min}$$

Les fonctions de pondération sont définie par :

$$\begin{cases} w_1^r(\alpha_r) = \dfrac{f_r(\alpha_r) - 10^3}{10^5 - 10^3} \\ w_2^r(\alpha_r) = \dfrac{10^5 - f_r(\alpha_r)}{10^5 - 10^3} \end{cases} \tag{1.40}$$

$$\begin{cases} w_1^f(\alpha_f) = \dfrac{f_f(\alpha_f) - 10^3}{10^5 - 10^3} \\ w_2^f(\alpha_i) = \dfrac{10^5 - f_f(\alpha_f)}{10^5 - 10^3} \end{cases} \tag{1.41}$$

Les nouvelles expressions des forces sont définies par les formulations suivantes qui sont les représentations TS des efforts :

$$\begin{cases} F_{yf} = \displaystyle\sum_{i=1}^{2} w_i^f(\alpha_f) M_i^f \alpha_f \\ F_{yr} = \displaystyle\sum_{i=1}^{2} w_i^r(\alpha_r) M_i^r \alpha_r \end{cases} \tag{1.42}$$

Rappelons les formules des angles de dérive α_f et α_r données par :

$$\begin{cases} \alpha_f = \delta_f - \beta - \frac{l_f}{v_x}\dot{\psi} \\ \alpha_r = -\beta + \frac{l_r}{v_x}\dot{\psi} \end{cases} \tag{1.43}$$

Nous remplaçons les expressions des forces et les formules des angles de dérives dans le modèle bicyclette :

$$\begin{cases} \dot{\beta} = \dfrac{1}{mv}\left[\left(\displaystyle\sum_{i=1}^{2} w_i^f M_i^f \left(\delta_f - \beta - \frac{l_f}{v}\dot{\psi}\right)\right) + \left(\displaystyle\sum_{j=1}^{2} w_j^r M_j^r \left(-\beta + \frac{l_r}{v}\dot{\psi}\right)\right)\right] - \dot{\psi} \\ \ddot{\psi} = \dfrac{1}{I_z}\left[\left(\left(\displaystyle\sum_{i=1}^{2} w_i^f M_i^f \left(\delta_f - \beta - \frac{l_f}{v}\dot{\psi}\right)\right) l_f\right) + \left(\left(\displaystyle\sum_{j=1}^{2} w_j^r M_i^r \left(-\beta + \frac{l_r}{v}\dot{\psi}\right)\right) l_r\right)\right] \end{cases} \tag{1.44}$$

Après développement, nous obtenons les modèles TS :

$$\begin{cases} \dot{\beta} = \displaystyle\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2} w_i^f w_j^r \left[\left(-\frac{M_i^f}{mv} - \frac{M_j^r}{mv}\right)\beta + \left(-\frac{M_i^f l_f}{mv^2} + \frac{M_j^r l_r}{mv^2} - 1\right)\dot{\psi} + \left(\frac{M_i^f}{mv}\right)\delta_f\right] \\ \ddot{\psi} = \displaystyle\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2} w_i^f w_j^r \left[\left(-\frac{M_i^f l_f}{I_z} - \frac{M_j^r l_r}{I_z}\right)\beta + \left(-\frac{M_i^f {l_f}^2}{vI_z} + \frac{M_j^r {l_r}^2}{vI_z}\right)\dot{\psi} + \left(\frac{M_i^f l_f}{I_z}\right)\delta_f\right] \end{cases} \tag{1.45}$$

On trouve le modèle d'état suivant :

$$\begin{pmatrix}\dot{\beta}\\ \ddot{\psi}\end{pmatrix} = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2} w_i^f w_j^r \begin{pmatrix} \dfrac{-M_i^f - M_j^r}{mv} & \dfrac{-M_i^f l_f}{mv^2} + \dfrac{M_j^r l_r}{mv^2} - 1 \\ \dfrac{-M_i^f l_f}{I_z} - \dfrac{M_j^r l_r}{I_z} & \dfrac{-M_i^f {l_f}^2}{I_z v} + \dfrac{M_j^r {l_r}^2}{I_z v} \end{pmatrix}\begin{pmatrix}\beta\\ \dot{\psi}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\dfrac{M_i^f}{mv}\\ \dfrac{M_i^f l_f}{I_z}\end{pmatrix}\delta_f \tag{1.46}$$

La représentation finale de modèle d'état est comme suit :

$$\begin{pmatrix}\dot{\beta}\\ \ddot{\psi}\end{pmatrix} = \sum_{i=1}^{4} \mu_i \begin{pmatrix} \dfrac{-M_i^f - M_i^r}{mv} & \dfrac{-M_i^f l_f}{mv^2} + \dfrac{M_i^r l_r}{mv^2} - 1 \\ \dfrac{-M_i^f l_f}{I_z} - \dfrac{M_i^r l_r}{I_z} & \dfrac{-M_i^f {l_f}^2}{I_z v} + \dfrac{M_i^r {l_r}^2}{I_z v} \end{pmatrix}\begin{pmatrix}\beta\\ \dot{\psi}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\dfrac{M_i^f}{mv}\\ \dfrac{M_i^f l_f}{I_z}\end{pmatrix}\delta_f \tag{1.47}$$

Si nous posons $x = (\beta \quad \dot{\psi})^T$ la représentation de modèle sera sous la forme :

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^{4} \mu_i(x)\left(A_i x + B_i \delta_f\right)$$

Avec :

$$A_1 = \begin{pmatrix} \dfrac{-M_1^f - M_1^r}{mv} & \dfrac{-M_1^f l_f}{mv^2} + \dfrac{M_1^r l_r}{mv^2} - 1 \\ \dfrac{-M_1^f l_f}{I_z} - \dfrac{M_1^r l_r}{I_z} & \dfrac{-M_1^f {l_f}^2}{I_z v} + \dfrac{M_1^r {l_r}^2}{I_z v} \end{pmatrix}$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} \dfrac{-M_2^f - M_1^r}{mv} & \dfrac{-M_2^f l_f}{mv^2} + \dfrac{M_1^r l_r}{mv^2} - 1 \\ \dfrac{-M_2^f l_f}{I_z} - \dfrac{M_1^r l_r}{I_z} & \dfrac{-M_2^f {l_f}^2}{I_z v} + \dfrac{M_1^r {l_r}^2}{I_z v} \end{pmatrix}$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} \dfrac{-M_1^f - M_2^r}{mv} & \dfrac{-M_1^f l_f}{mv^2} + \dfrac{M_2^r l_r}{mv^2} - 1 \\ \dfrac{-M_1^f l_f}{I_z} - \dfrac{M_2^r l_r}{I_z} & \dfrac{-M_1^f {l_f}^2}{I_z v} + \dfrac{M_2^r {l_r}^2}{I_z v} \end{pmatrix}$$

$$A_4 = \begin{pmatrix} \dfrac{-M_2^f - M_2^r}{mv} & \dfrac{-M_2^f l_f}{mv^2} + \dfrac{M_2^r l_r}{mv^2} - 1 \\ \dfrac{-M_2^f l_f}{I_z} - \dfrac{M_2^r l_r}{I_z} & \dfrac{-M_2^f {l_f}^2}{I_z v} + \dfrac{M_2^r {l_r}^2}{I_z v} \end{pmatrix}$$

$$B_1 = B_3 = \begin{pmatrix} \dfrac{M_1^f}{mv} \\ \dfrac{M_1^f l_f}{I_z} \end{pmatrix} \;\; et \;\; B_2 = B_4 = \begin{pmatrix} \dfrac{M_2^f}{mv} \\ \dfrac{M_2^f l_f}{I_z} \end{pmatrix}$$

Avec : $\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2} w_i^f w_j^r = \sum_{i=1}^{4}\mu_i$, où : $\mu_1 = w_1^f w_1^r$

$$\mu_2 = w_2^f w_1^r$$

$$\mu_3 = w_1^f w_2^r$$

$$\mu_4 = w_2^f w_2^r$$

1.7.1. Simulation

Afin de valider le modèle TS obtenu, nous avons effectué quelques tests de simulation. Pour cela, nous avons utilisé une entrée en angle de braquage $\delta(t)$ représenté en figure (1.10) avec une vitesse longitudinale constante $v = 30m / s$. La figure (1.11) montre les états du système non linéaire du modèle bicyclette (1.16) comparés aux états du modèle T-S développé (1.47) et ceux du modèle bicyclette linéaire (1.15).

La correspondance entre les courbes des modèles non linéaires et TS démontre que la transformation des efforts latéraux en utilisant l'approche des secteurs non linéaires garantit une représentation exacte du système non linéaire par le modèle TS. La représentation linéaire reflète quant à elle un manque de précision dû au caractère essentiellement local de sa validité, correspondant à de faibles valeurs des angles de dérive et de l'angle de braquage.

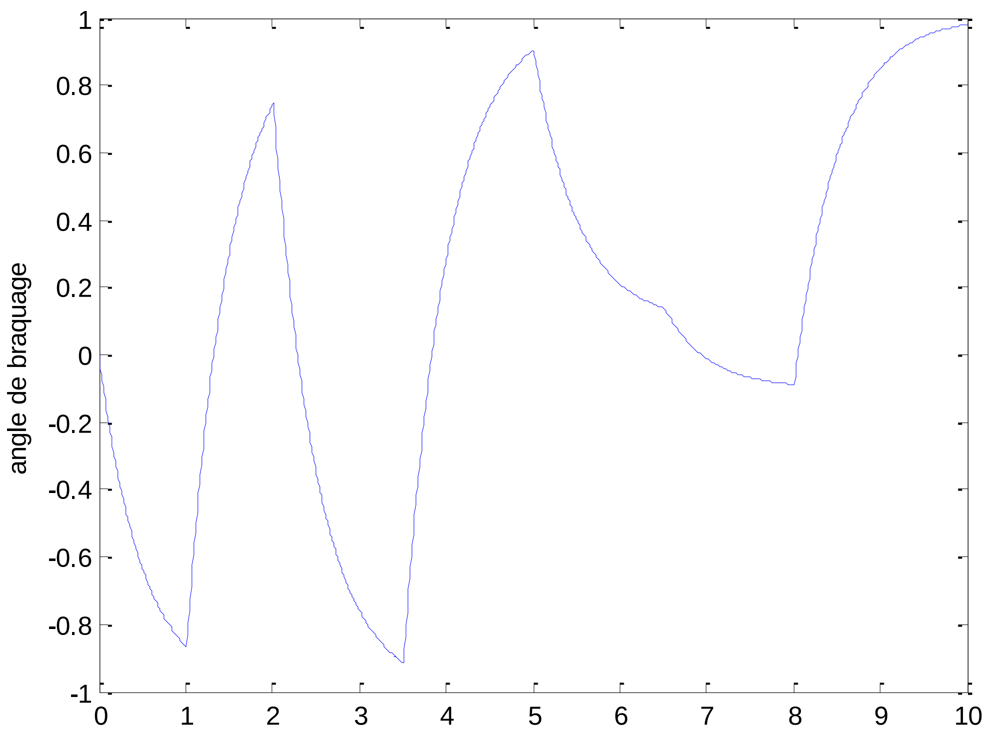

Figure 1.10. Angle de braquage utilisé.

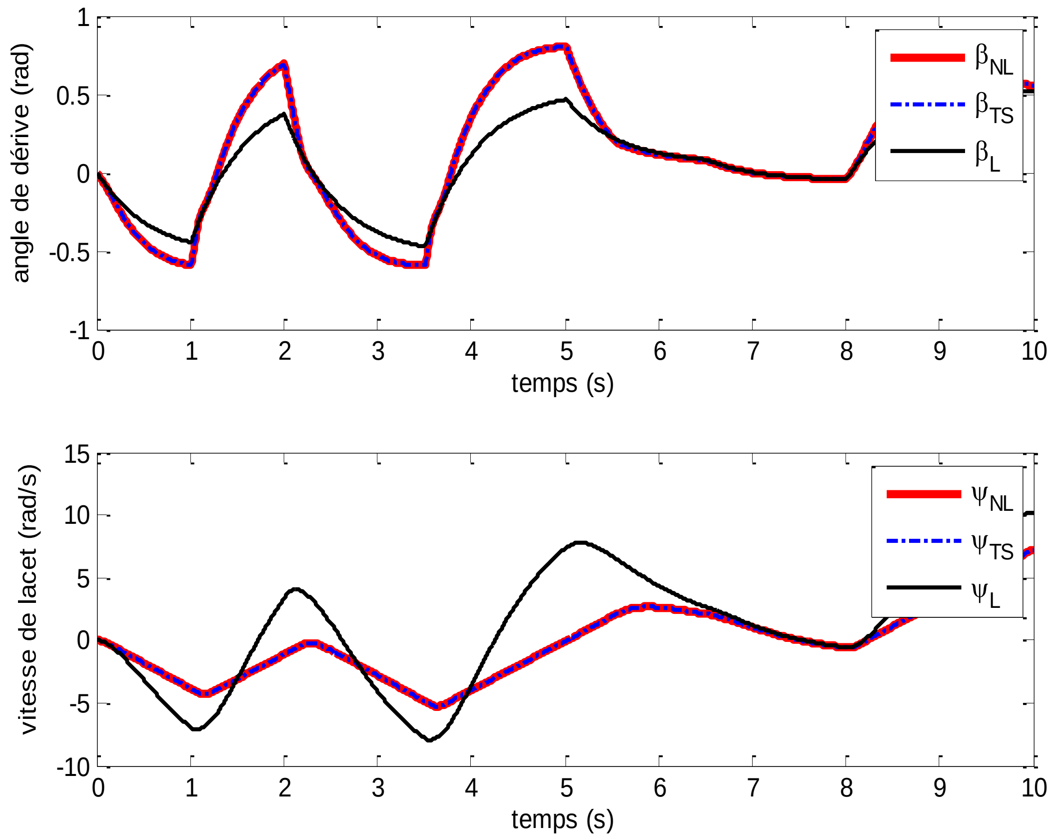

Figure 1.11. Comparaison entre le modèle L, NL et TS de véhicule.

1.8. Conclusion :

Ce chapitre est consacré à la représentation de la dynamique latérale du véhicule. Pour ce faire, dans un premier temps, une étude est suivie pour établir le modèle mathématique traduisant la dynamique latérale du véhicule. Le modèle bicyclette communément utilisé dans la littérature pour l'étude de la dynamique latérale est obtenu mais est envisagé d'un point de vue non linéaire, car les efforts de contact latéraux intervenant y sont considérés non linéaires pour mieux appréhender le comportement réel du véhicule, le modèle obtenu étant non linéaire, une forme plus exploitable est dans un second temps développé en utilisant la formulation Takagi-Sugeno, une transformation TS exacte des efforts latéraux non linéaires.

Chapitre 2 :

Observation et estimation d'états

2.1. Introduction

Le comportement dynamique d'un système réel peut être décrit par un modèle mathématique formé d'équations différentielles liant les variables internes d'état. L'évolution dans le temps de ces variables exprime l'évolution du système réel. Cette représentation d'état est très bien adaptée à la synthèse des lois de commande, dont la mise en œuvre demande la connaissance des variables d'état. Comme l'état complet du système peut s'avérer difficile voire impossible à mesurer, pour des raisons techniques et/ou économiques, les variables d'état non disponibles doivent être estimés. Cette reconstruction d'état se fait habituellement par le biais d'un capteur logiciel, souvent appelé observateur. La reconstruction d'état dont le principe est présentée à la figure 3.1. se propose de fournir des estimations des variables d'état en utilisant des grandeurs connues, comme les entrées et les sorties du système. La structure de l'observateur est réalisée en se basant sur un modèle du système réel.

2.2. Principe d'observation

Soit un système dynamique décrit par les équations d'état et de sortie suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f\big(x(t), u(t)\big) \\ y(t) = h\big(x(t), u(t)\big) \end{cases} \tag{2.1}$$

Avec $x \in \mathbb{R}^n$ représente l'état du système, $u(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$ est l'entrée et $y(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$ est la sortie, f et h sont des fonctions non linéaire.

Un observateur est un système dynamique qui reconstruit l'état de système à partir des entrées et des sorties du système réel. Les entrées d'un observateur sont donc les entrées $u(t)$ et les sorties $y(t)$ du système originale et la sortie d'un observateur est l'état estimé $\hat{x}(t)$.

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = g\big(z(t), x(t), u(t)\big) \\ \hat{x}(t) = \zeta\big(z(t), x(t), u(t)\big) \end{cases} \tag{2.2}$$

Tel que l'erreur d'estimation d'état $e(t) = x(t) - x(t)$ tende asymptotiquement vers zéro :

$$\|e(t)\| = \|x(t) - \hat{x}(t)\| \rightarrow 0 \text{ quand } t \rightarrow \infty$$

L'objectif d'un observateur est de déterminer les fonctions $g\big(z(t), x(t), u(t)\big)$ et $\zeta\big(z(t), x(t), u(t)\big)$ pour assurer la convergence de l'erreur d'estimation vers zéro.

Avant d'entamer la procédure de conception d'un observateur pour un système dynamique, il est important et nécessaire de vérifier que l'état $x(t)$ peut-être estimé à partir des entrées et sorties du système. En d'autres termes, s'assurer que le système est observable.

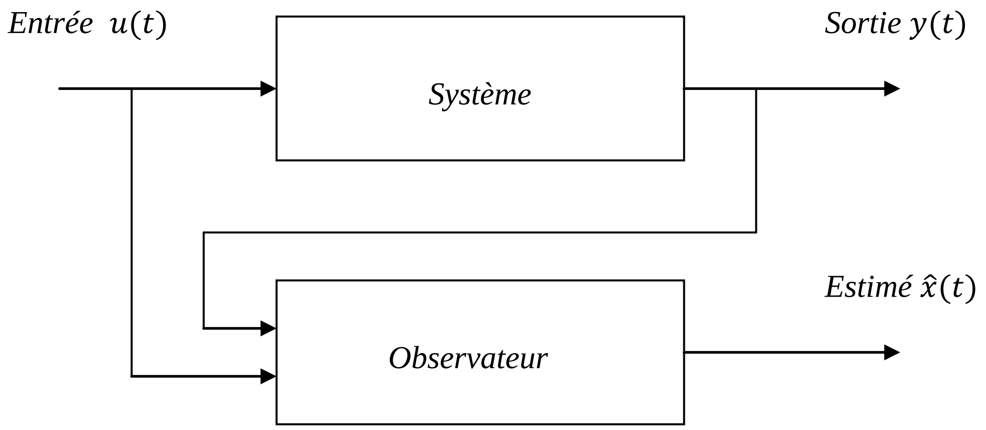

Figure.2.1 : Ensemble système - observateur

2.3. Observabilité et observateurs des systèmes dynamiques.

Avant toute synthèse d'observateur, on doit garantir la possibilité de sa conception. La notion de l'observabilité et certaines propriétés des entrées appliquées au système fournissent les conditions nécessaire à la conception de l'observateur. L'observabilité d'un système dynamique est la propriété qui permet de dire si l'état du système peut être déterminé en fonction des entrées et des sorties.

Cette section représente une introduction au problème d'observateur de l'état des systèmes linéaires et non linéaires. Nous rappelons quelques définitions sur la notion d'observabilité.

2.3.1. Observabilité des systèmes linéaires

Dans le cas des systèmes linéaires, le critère le plus utilisé pour vérifier l'observabilité est la condition de rang de la matrice d'observabilité indépendante de l'entrée $u(t)$. Cette condition est suffisante et une fois vérifiée, cela permet de garantir l'existence d'un observateur qui converge de manière exponentiel arbitrairement rapide.

Soit (2.3) un système linéaire décrit par sa représentation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A\,x(t) + B\,u(t) \\ y(t) = C\,x(t) \end{cases} \tag{2.3}$$

Où :

$x(t) \in R^n$: représente le vecteur d'état.

$u(t) \in R^n$: est le vecteur d'entrée.

$y(t) \in R^n$: représente le vecteur de la sortie.

Les matrices A, B et C ont des dimensions appropriées tel que : $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n\times m}$, $C \in \mathbb{R}^{p\times n}$

Définition 2.1 : Condition du rang [4]

Le système (2.3) est observable si et seulement si le rang de la matrice d'observabilité θ est égale à la dimension de la matrice d'état du système n.la paire (C, A) est alors observable.

Autrement dit, le système (2.3) est observable si :

$$rang\begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} = n \tag{2.4}$$

La matrice d'observabilité est définie par :

$$\theta = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} \tag{2.5}$$

2.3.2. Observateurs pour les systèmes linéaires

La synthèse d'observateurs des systèmes linéaires a fait l'objet de beaucoup de travaux. Il existe deux principaux types d'observateurs pour les systèmes linéaires, observateur de

Luenberger pour les systèmes linéaires invariant dans le temps, et l'observateur de Kalman pour les systèmes variant dans le temps.

Observateur de Luenberger [19]

Luenberger a proposé une nouvelle théorie de l'observation dit observateur de Luenberger. Son idée est d'ajouter au modèle un terme de correction entre la sortie et la sortie estimée

L'observateur de Luenberger associé est de la forme suivante:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \tag{2.6}$$

Où $\hat{x}(t)$ est l'état estimé et L le gain de l'observateur.

L'erreur d'estimation d'état est définie par l'équation suivante :

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t),$$

L'équation de la dynamique de l'errer d'observation est donnée comme suit :

$$\dot{e} = (A - LC)e(t) \tag{2.7}$$

La théorie de l'observation de Luenberger repose essentiellement sur des techniques de placement de pôles et la stabilité de l'observateur est obtenue en choisissant les valeurs propres de($A - LC$)dans la partie gauche du plan complexe (parties réel négative). La convergence de l'erreur d'estimation de l'observateur est alors exponentielle et sa vitesse dépend du choix du gain L.

Filtre de Kalman [5]

Kalman-Bucy ont introduit ce qui est actuellement connu sous l'appellation de filtre de Kalman pour la reconstruction d'état d'un système stochastique également utilisé pour des systèmes déterministes. Cette classe d'observateur convient aux systèmes linéaires variant.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f\big(x(t), u(t)\big) \\ y(t) = h\big(x(t), u(t)\big) \end{cases}$$

Où $A(t)$ et $B(t)$ sont des matrice connue à chaque instant.

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + k(y(t) - C\hat{x}(t)) \qquad (2.8)$$

La particularité de cet observateur est son gain variant donné par la résolution de l'équation algébrique de Ricatti suivante :

$$AP + PA - PC^T R^{-1} CP + LQL^T = 0$$

Où P est solution de l'équation de Ricatti.

2.3.3. Observabilité des systèmes non linéaires

Pour les systèmes non linéaires, contrairement aux systèmes linéaires, il n'existe pas de définition universelle pour l'observabilité. L'étude d'observabilité reste un sujet de recherche en cours de développement. En générale, l'observabilité des systèmes non linéaires dépend des entrées appliquées. Pour vérifier, on peut utiliser les dérivés de Lie.

Soit (2.9) un système non linéaire décrit par sa représentation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f\big(x(t), u(t)\big) \\ y(t) = h\big(x(t), u(t)\big) \end{cases} \qquad (2.9)$$

On dit que le système (2.9) est observable si la condition de rang d'observabilité est vérifiée, c.-à-d. que la matrice d'observabilité définie ci-dessous est de rang n.

$$rang \begin{pmatrix} dh(x,u) \\ dL_f h(x,u) \\ \vdots \\ d{L_f}^{(n-1)} h(x,u) \end{pmatrix} = n \qquad (2.10)$$

Avec :

$$\begin{cases} dh(x,u) = \left(\frac{\partial h}{\partial x_1} \frac{\partial h}{\partial x_2} \dots \frac{\partial h}{\partial x_n}\right) \\ L_f h(x,u) = \frac{\partial h}{\partial x} f(x,u) \end{cases} \qquad (2.11)$$

Où $L_f h(x,u)$ est la dérivée de lie. Cela veut dire que l'état $x(t)$ peut s'écrire en fonction de la sortie $y(t)$ et l'entrée$u(t)$ ainsi que de leurs dérivées successives (observabilité différentielle).En effet, nous avons :

$$\begin{pmatrix} y \\ \dot{y} \\ \vdots \\ y^{(n-1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h(x,u) \\ L_f h(x,u) \\ \vdots \\ L_f{}^{(n-1)} h(x,n) \end{pmatrix} = \psi x \qquad (2.12)$$

Le théorème des fonctions inverses permet localement d'inverser l'équation ci-dessus et obtenir :

$$x = \psi^{-1}(y \quad \dot{y} \quad \dots \quad y^{(n-1)}) \qquad (2.13)$$

2.3.4. Observateurs des systèmes non linéaires

Dans le cas des systèmes non linéaires, l'observation d'état est un peu plus délicate et il n'existe pas de définition universelle pour la synthèse d'observateurs. Les approches envisageables sont soit une extension des algorithmes linéaires, soit des algorithmes non linéaires spécifiques.

Dans la littérature, de nombreux travaux concernant le développement d'observateurs pour tous types de systèmes ont été réalisés depuis les travaux fondateurs de Luenberger. La synthèse d'observateurs d'état des systèmes non linéaires est plus difficile que celles des systèmes linéaires. En général, il y a plusieurs approches pour la synthèse des observateurs:

Filtre de Kalman étendu [31]

Le filtre de Kalman étendu est l'une des techniques d'estimation les plus populaires et largement étudiées dans le domaine d'estimation de l'état des systèmes dynamiques non linéaires. Ce filtre étendu consiste à utiliser les équations du filtre de Kalman standard au modèle non linéaire linéariser par la formule de Taylor au premier ordre.

Cette technique (filtre étendu) a été appliquée avec succès sur différents types de procédés non linéaires. Malheureusement, les preuves de stabilité et de convergence établies dans le cas des systèmes non linéaires, ne peuvent pas être étendues de manière générale au cas des systèmes stochastiques non linéaire. Dans un environnement déterministe, une preuve de la convergence du filtre de Kalman étendu a été établie dans [20] et [21] pour la classe des systèmes non linéaire à temps discret. L'analyse de la convergence de cet estimateur reste un problème ouvert.

Observateur de Luenberger étendu [22]

L'observateur de Luenberger étendu intervient, soit au niveau du système original avec un gain constant, ou soit par un changement de coordonnées avec un gain dépendant de l'état à estimer. Dans le premier cas, un modèle linéaire est nécessaire, et le gain de l'observateur est calculé par le placement de pôles. Ce type d'observateur ne peut être utilisé que lorsqu'on est sûr que l'état restera au voisinage de l'état d'équilibre. Pour cette raison, l'utilisation de cet observateur peut être comprise par les instabilités qui peuvent se révéler si l'on s'éloigne du point de fonctionnement. Dans le deuxième cas, les méthodes de changement de coordonnées ne concernent qu'une classe restreinte de systèmes non linéaire. En effet beaucoup d'approches utilisant les changements de coordonnées nécessitent l'intégration d'un ensemble d'équations aux dérivées partielles non linéaires, ce qui est souvent très délicat à réaliser. De ce fait, l'utilisation de solutions approchées est envisageable.

Observateur à grand gain [23]

Les observateurs à grand gain sont des observateurs basés sur les conditions de stabilité de Lyapunov. Ce type d'observateurs est utilisé en général pour les systèmes de forme lipchitziennes, l'appellation (grand gain) est dû au fait que le gain de l'observateur est suffisamment grand pour compenser la non-linéarité du système. Le problème majeur de cette technique réside dans la sensibilité aux bruits de mesure quand les gains obtenus sont importants.

Les observateurs à grand gain prennent en compte la structure non linéaire du système non linéaire du système et ils assurent une convergence et une stabilité avec une vitesse de convergence réglable. Comme inconvénients la synthèse de ces observateurs est complexe.

La conception d'observateurs pour les systèmes non linéaires est un problème ouvert et difficile à résoudre de façon générale. Vue des approches existant dans la littérature [34] Néanmoins, les modèles sur lesquels se basent ces observateurs sont linéaires constituant ainsi une restriction conséquente qui se répercute sur la qualité des estimations obtenues. De plus, l'extension directe des méthodes développées dans le contexte des modèles linéaires au cas des modèles non linéaires quelconques est délicate. Cependant, ces techniques sont parfois difficiles à appliquer à cause des contraintes imposées.

Les modèles TS par leur propriété d'approximations universelles et leur structure particulière permettent l'extension de certains outils d'analyse des systèmes linéaires au cas non linéaires tout en préservant une certaine précision. Dans ce qui suit, nous présentons la synthèse d'observateurs pour le système non linéaire du véhicule représenté par le modèle TS.

2.4. Observateurs TS

Un observateur est destiné à reconstruire entièrement ou partiellement le vecteur d'´état d'un système à partir des entrées connues, des sorties et du modèle dynamique de celui-ci. Comme les systèmes physiques présentent souvent des dynamiques complexes et non linéaires. Dans un contexte de diagnostic, il est nécessaire de réaliser l'estimation d'état à partir d'un modèle permettant de représenter le système sur une large plage de fonctionnement. Dans ce cas, l'utilisation des modèles non linéaires est conseillée. L'estimation d'état des systèmes représentés par des modèles non linéaires est un problème difficile à résoudre dans un cadre général.

L'obtention d'un modèle TS par l'application de la méthode des secteurs non linéaires conduit souvent à inclure l'état dans les variables de décision. Outre les avantages offerts par le modèle TS, le modèle à variables de décision non mesurables permet d'avoir une représentation exacte d'un modèle non linéaire exprimé sous une forme générale, la possibilité de représenter une classe plus large de systèmes non linéaires, et d'utiliser un seul modèle pour la conception d'un système de diagnostic (localisation des défauts de capteurs et d'actionneurs) en s'appuyant sur des bancs d'observateurs.

Dans le cas des systèmes non linéaires représenter par un modèles TS (ou bien multi-modèles), la conception d'un observateur TS (ou bien multi-observateur) suppose que les modèles locaux sont localement observables, c'est-à-dire que toutes les paires $(A_i\,, C)$ sont observables. Et pour cela nous considérons un système dynamique non linéaire représenté par un multi-modèles composé de n modèles locaux dont la sortie est linéaire par rapport à l'état, décrit par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} \mu_i\big(\xi(t)\big)\big(A_i x(t) + B_i u(t)\big) \\ \qquad y(t) = C\, x(t) \end{cases} \tag{2.14}$$

Où $x(t) \in \mathbb{R}^n$est le vecteur d'état, $u(t) \in \mathbb{R}^m$est le vecteur d'entrées et $y(t) \in \mathbb{R}^p$ représente le vecteur de sorties. Les matrices A_i, B_i et C sont de dimensions appropriées. $\mu_i(t)$ Sont les fonctions d'activation des sous modèles et $\xi(t)$représente le vecteur de variables de décision.

La structure d'observateur basé sur la structure multi-modèle là plus utilisé dans la littérature est une extension de celle de Luenberger proposé pour les systèmes linéaire [4]. Ce choix s'avère naturel sachant que la structure multi-modèles est une combinaison linéaire de sous-modèle linéaire, l'observateur proposé est définit par les équations suivant:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^{r} \mu_i\left(\hat{\xi}(t)\right)\left(A_i\hat{x}(t) + B_iu(t) + L_i\big(y(t) - \hat{y}(t)\big)\right) \\ y(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad (2.15)$$

Où $\hat{x}(t)$représente le vecteur d'état estimé par le observateur TS, $\hat{y}(t)$est le vecteur de sortie estimé et L_i sont les gains de l'observateur à calculer. Afin de déterminer les gains L_i de l'observateur (2.15), la stabilité du système générant l'erreur d'estimation d'état est étudiée, cette dernière étant définie par :

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (2.16)$$

Sa dynamique est régie par une équation différentielle qui dépend de variables de décision $\xi(t)$ intervenant dans les fonctions d'activation $\mu_i(\xi(t))$. On définit alors deux cas selon que les variables de décision soient mesurables ou non mesurables.

La dynamique de l'erreur d'estimation s'explicite :

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) \quad (2.17)$$

2.4.1. Variables de décision mesurable (VDM)

La majeure partie des travaux de conception d'observateurs d'état pour les systèmes TS s'appuie sur l'hypothèse de disponibilité des variables de décision. De ce fait, l'observateur utilise les mêmes variables de décision que le modèle du système ce qui permet une factorisation par les fonctions d'activation lors de l'évaluation de la dynamique de l'erreur d'estimation d'état. Plus précisément, cette dernière s'écrit comme suite:

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^{r} \mu_i(\xi(t))(A_i - L_iC)\, e(t) \tag{2.18}$$

Afin de déterminer les gains L_i de l'observateur, une simple analyse de stabilité du système (2.18) est nécessaire via fonction quadratique Lyapunov de la forme $V(e(t)) = e^T(t)\, P\, e(t)$. permis l'obtention des conditions LMIs pour la synthèse de l'observateur :

Théorème 2.1 [24] :*l'erreur d'estimation d'état* (2.18) *converge asymptotiquement vers zéro s'il existe une matrice* $P = P^T > 0 \in \mathbb{R}^{n\times n}$ *et des matrices* $K_i \in \mathbb{R}^{n\times ny}$ *telles que les conditions suivant soient satisfaites :*

$$PA_i + A_i^T P - K_iC - C^T K_i^T < 0 \tag{2.19}$$

$$i = 1, \dots \dots., r$$

Les gains de l'observateur sont obtenus à partir de l'équation.

$$L_i = P^{-1}K_i$$

Preuve de convergence:

Dans le cadre des modèles TS, une simple analyse de stabilité du système (2.18) permet de trouver les gains L_i recherchés. Elle s'appuie sur l'étude de la stabilité par la théorie de Lyapunov en utilisant une fonction de Lyapunov quadratique. L'importante propriété de somme convexe des fonctions d'activation a permis l'obtention de conditions suffisantes de stabilité du système (2.18) générant l'erreur d'estimation d'état. Afin d'obtenir des inégalités linéaires, le changement de variable est utilisé.

La dérivée de $V(e(t))$ par rapport au temps est :

$$\dot{V}(e(t)) = \dot{e}^T(t)\, P\, e(t) + e^T(t)\, P\, \dot{e}(t) < 0 \tag{2.20}$$

En remplaçant $\dot{e}(t)$ par son expression (2.18) nous obtenons :

$$\dot{V}(x) = \sum_{i=1}^{r} \mu_i(\xi(t))\big((A_i - L_iC)e(t)\big)^T P\, e(t)$$

$$+ e^T(t)\, P \left(\sum_{i=1}^{r} \mu_i(\xi(t))(A_i - L_iC)\, e(t)\right) < 0 \tag{2.21}$$

$$\dot{V}(t) = e^T(t)\left(\sum_{i=1}^{r} \mu_i\big(\xi(t)\big)\big((A_i - L_iC)^T P + P\,(A_i - L_iC)\big)\right)e(t) < 0 \qquad (2.22)$$

Puisque : $\begin{cases} e(t) > 0 \\ e(t)^T > 0 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \dot{V}(t)$< 0 si et seulement si :

$$\sum_{i=1}^{r} \mu_i\big(\xi(t)\big)\big((A_i - L_iC)^T P + P\,(A_i - L_iC)\big) < 0 \qquad (2.23)$$

$$\sum_{i=1}^{r} \mu_i\big(\xi(t)\big)\big(A_i{}^T P - C^T L_i{}^T P + PA_i - PL_iC\,\big) < 0 \qquad (2.24)$$

Nous posons : $L_i = P^{-1}K_i$, nous obtenons :

$$\sum_{i=1}^{r} \mu_i\big(\xi(t)\big)\left(A_i{}^T P - C^T K_i{}^T P^{-1^T} P + PA_i - PP^{-1}K_iC\,\right) < 0 \qquad (2.25)$$

$$\textstyle\sum_{i=1}^{n} \mu_i\big(\xi(t)\big)\big(A_i{}^T P + PA_i - C^T K_i{}^T P^{-1} - C^T K_i^T\,\big) < 0 \qquad (2.26)$$

En utilisant la théorie de la somme convexe $\sum_{i=1}^{r} \mu_i\big(\xi(t)\big) = 1$, nous obtenons les expressions des LMIs suivantes en fonction de$X$, L_i:

$$PA_i + A_i^T P - K_iC - C^T K_i^T < 0 \qquad (2.27)$$

Remarque :

Il est clair que le nombre de modèles locaux est un des facteurs importants du conservatisme des résultats issus de la condition (2.19). Pour réduire d’avantage le conservatisme introduit par le choix d’une fonction de Lyapunov quadratique, de nombreux travaux ont proposé des méthodes utilisant des fonctions de Lyapunov non quadratique, comme par exemple les fonctions de Lyapunov quadratiques par morceaux proposées dans [29]. D'autres travaux proposent également des fonctions de Lyapunov non quadratiques, dites polyquadratiques, de la forme $V(e(t)) = e^T(t)\sum_{i=1}^{n} \mu_i(\xi(t))P_i\, e(t)$ [25], [26].

2.4.2. Variables de décision non mesurables (VDNM)

Dans la pratique, les variables de décisions des modèle TS ne sont pas toujours mesurables, dont une partie ou la totalité du vecteur de décision ne soit pas disponible à la mesure, le modèle TS est dit à VDNM. En effet, la construction de modèle TS par la méthode des secteurs non linéaires mène souvent à un modèle TS avec des variables de décision non mesurables dépendant de l'‘état du système.

Dans le cas où les variables de décision ne sont pas connues, leur factorisation n'est plus possible et la dynamique de l'erreur d'estimation d'état s'écrit alors sous la forme:

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^{r} \mu_i(\xi(t))(A_i x(t) + B_i u(t))$$

$$-\sum_{i=1}^{r} \mu_i\left(\hat{\xi}(t)\right)\left(A_i\hat{x}(t) + B_i u(t)\right) + L_i(y(t) - \hat{y}(t)) \tag{2.28}$$

En analysant la forme de l'équation d'état (2.28), on conclut que les résultats obtenus dans le cas des systèmes TS à VDM ne sont pas applicables pour la détermination des gains L_i de l'observateur. Peu de travaux ont été menés pour résoudre ce problème. Néanmoins, certains résultats proposant des conditions de convergence de l'erreur d'estimation d'état vers zéro dans [27] et [28].

La synthèse d'observateurs dans le cas des modèle T-S à VDNM reste très peu exploitée en raison de la complexité d'analyse qui en découle, néanmoins, quelques travaux ont été entrepris dans [34]. Des résultats plus élaboré sont été développés dans le cadre des observateurs T-S à VDNM dans [34].D'autre part, les incertitudes de modélisation ainsi que les entrées inconnue sont été prises en considération via les approches lipchitziennes et $\mathcal{L}_2$.

2.5. Approches $\mathcal{L}_2$

La présence de variables de décision non mesurables empêche d'écrire simplement la dynamique de l'erreur d'estimation d'état. Une des solutions proposées consiste à réécrire le système TS à VDNM sous forme d'un système TS incertain où les incertitudes sont bornées. Les gains de l'observateur sont alors déterminés de manière à assurer la stabilité du système générant l'erreur d'estimation d'état, tout en assurant une atténuation $\mathcal{L}_2$ du transfert de l'influence des incertitudes vers l'erreur d'estimation d'état.

2.5.1. Observateurs $\mathcal{L}_2$ pour l'estimation de la dynamique latérale véhicule

Soit (3.29) le modèle bicyclette non linéaire du véhicule qui représente sa dynamique latérale :

$$\begin{cases} \dot{\beta} = \frac{1}{mv}\left(F_{yf} + F_{yr}\right) - \dot{\psi} \\ \ddot{\psi} \ = I_z\left(l_f F_{yf} - l_r F_{yr}\right) \end{cases} \tag{2.29}$$

Les non linéarités sont contenues dans les efforts de contacte F_{yf} et F_{yr} exprimées par la formule magique de Pacejka (1.16). En utilisant l'approche des secteurs non linéaires afin de transformer les efforts sous forme TS, le modèle obtenu correspond au modèle bicyclette est comme suit:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{4} \mu_i(\xi(t))\left(A_i x(t) + B_i u(t)\right) \\ \qquad y(t) = C\, x(t) \end{cases} \tag{2.30}$$

Le principe de la synthèse d'un observateur par approche $\mathcal{L}_2$ est de réécrire le système TS du véhicule à VDNM sous la forme d'un système perturbé, où les perturbations sont bornées.

Soit le système TS à VDNM en (2.30) est réécrit comme suit:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{4} \mu_i\left(\hat{\xi}(t)\right)\left(A_i x(t) + B_i u(t)\right) + \Delta(t) \\ y(t) = C\, x(t) \end{cases} \tag{2.31}$$

Le système (2.31) est à VDM où la pseudo-perturbation $\Delta(t)$ due au non disponibilité à la mesure des variables de décision qui est consisté en une différence variable dans le temps entre les valeurs réelles et estimées. Elle est exprimé par:

$$\Delta(t) = \sum_{i=1}^{4}\left(\mu_i \xi(t) - \mu_i(\hat{\xi}(t)\right)\left(A_i x(t) + B_i u(t)\right) \tag{2.32}$$

L'observateur de Luenberger proposé est sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^{4} \mu_i\left(\hat{\xi}(t)\right)\left(A_i \hat{x}(t) + B_i u(t)\right) + L_i\left(y(t) - \hat{y}(t)\right) \\ y(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \tag{2.33}$$

La dynamique de l'erreur d'estimation d'état s'écrit alors sous la forme:

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^{4} \mu_i\left(\hat{\xi}(t)\right)(A_i - L_i C)\, e(t) + \Delta(t) \tag{2.34}$$

La pseudo-perturbation $\Delta(t)$ est bornée. En effet, le fait que les fonctions de pondération soient bornées implique que $\Delta(t)$ le soit également.

La dynamique de l'‘erreur d'estimation a pour expression (2.34) si les hypothèses suivantes doivent être vérifiées :

- L'état $x(t)$ est borné.
- L'entré $u(t)$ soit bornée.
- $\Delta(t)$ soit bornée.
- Les paires (A_i, C) sont observables.

A partir de ces hypothèses, des conditions de stabilité de (2.34) sont formulées via les techniques $\mathcal{L}_2$ pour estimer les états tout en minimisant l'effet de la pseudo-perturbation sur l'erreur d'estimation.

Dans la pratique, les systèmes dynamiques sont souvent soumis à des perturbations bornées (perturbation sur la commande par exemple ou des erreurs sur les mesures), on ne considère plus la stabilité de point de vue asymptotique, car l'état ne convergera plus vers l'origine, mais vers un ensemble invariant. Plus cet ensemble est petit, plus l'effet de la perturbation est faible sur le système. On fait alors appel à la notion de stabilité au sens entrée-état (ISS).

L'objectif de la synthèse d'observateur se pose dans les termes suivants : trouver les gains de l'observateur (2.39) pour :

✓ Assurer la convergence de l'erreur d'estimation d'état vers zéro en absence de perturbations.

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = 0 \qquad avec \quad \Delta(t) = 0 \tag{2.35}$$

✓ Atténuer l'influence de la perturbation sur l'erreur d'estimation d'état.

$$\|e(t)\|_2 \le \gamma \|\Delta(t)\|_2 \quad avec \quad \Delta(t) \neq 0 \tag{2.36}$$

(2.36) assure la précision de la reconstruction en présence d'une perturbation $\Delta(t)$ sur le système. En effet, γ est un scalaire positif à déterminer qui indique le niveau d'atténuation entre $\Delta(t)$ et l'erreur $e(t)$. Le but est de minimiser la norme $\mathcal{L}_2$ entre la perturbation $\Delta(t)$ et l'erreur $e(t)$. La précision de l'estimation étant ainsi fixée au moyen de la valeur de γ qui doit être minimisée.

Définition 2.2.: la stabilité en ISS au sens de Lyapunov [33]

Soit le système $\dot{x}(t) = f(x,u,w)$, il est dit ISS par rapport à une perturbation bornée w, si les conditions suivantes sont satisfaites :

- *$f(x,u,w) \in \chi$ pour tout $x \in \chi$ et $w \in W$.*
- *il existe des fonctions de classe K_∞ , $\alpha_1(.), \alpha_2(.)$ et $\alpha_3(.)$, $\delta(.)$ de classe K et $V : \chi \to R^+$ pour tout $x \in \chi$, tels que nous ayant :*

$$\alpha_1(\|x\|) \leq V(t,x) \leq \alpha_2(\|x\|) \quad (2.37)$$

$$\dot{V}(t,x) \leq -\alpha_3(\|x\|) \quad (2.38)$$

Cela garantit que pour toute perturbation bornée $w \in W$, la solution du système satisfait :

$$\|x(t,u,w)\| \leq \emptyset(\|x\|,t) + \gamma\|w\|_\infty \quad (2.39)$$

Quand $t \rightarrow \infty$, la fonction $\emptyset(\|x_0\|,t)$ tend vers zéro et l'état reste dans un volume du rayon $\gamma\|w\|_\infty$.

Le théorème suivant présente les conditions exprimées sous forme de LMIs pour la synthèse des gains L_i de l'observateur (2.33) assurant la stabilité (2.34) et la minimisation de l'effet de la perturbation $\Delta(t)$ sur l'erreur d'estimation sous conditions que les hypothèses précédentes soient vérifiés. Ces objectifs sont atteints s'il existe une fonction de Lyapunov $V(t)$ telle que $\dot{V}(t) + e^T(t)e(t) - \gamma^2\Delta^T\Delta(t) < 0$. En choisissant $V(t) = e^T(t)\,P\,e(t)$ avec $P = P^T > 0$

Théorème 2.2. [33] *S'il existe une matrice symétrique positive définies P, des matrices gains K_i ainsi qu'un scalaire positif $\bar{\gamma}$ solution au problème d'optimisation suivant :*

$$\min_{P,K_i,\bar{\gamma}} \bar{\gamma}$$
$$\begin{pmatrix} A_i^T\,P + P\,A_i - K_i - C^T K_i^T + I & P \\ P & -\bar{\gamma}\,I \end{pmatrix} < 0 \quad (2.40)$$
$$i = 1, \dots \dots, 4$$

L'erreur d'estimation (3.34) est alors ISS par rapport à $\Delta(t)$ et satisfait l'inégalité suivante :

$$\|e(t)\| \leq \; e^{-\frac{(t-t_0)}{2\lambda max(P)}}\; e(t_0) + \gamma\|\Delta(t)\|_2 \quad (2.41)$$

Les gains de l'observateur sont données par $L_i = P^{-1}K_i$ et que et le taux d'atténuation du transfert de *e(t)* vers $\Delta(t)$ est $\gamma = \sqrt{\bar{\gamma}}$.

Analyse de la convergence :

Supposons que les LMIs du **théorème 2.2** soient vérifiées. En multipliant (2.41) à gauche et à droite par le vecteur $T = (e^T(t) \quad \Delta^T(t))$ et T^T respectivement, l'expression obtenue est la suivante :

$$e^T(t)\left(\phi_i^T(t)P + P\phi_i(t)\right)e(t) + e^T(t)P\Delta(t)$$

$$+\Delta^T(t)Pe(t) + e^T(t)e(t) - \gamma^2\Delta^T(t)\Delta(t) < 0 \qquad (2.42)$$

Avec : $\phi_i = (A_i - L_iC)$

En multipliant (2.42) par $\sum_{i=1}^{4}\mu_i(\xi(t))$, nous obtenons alors:

$$\sum_{i=1}^{4}\mu_i\left(\hat{\xi}(t)\right)\left(e^T(t)\left(\phi_i^T(t)\,P + P\,\phi_i(t)\right)e(t)\right)$$

$$+e^T(t)\,P\,\Delta(t) + \Delta^{\mathrm{T}}(t)P\,e(t) < -e^T(t)e(t) + \gamma^2\Delta^T(t)\Delta(t) \qquad (2.43)$$

Cette inégalité est équivalente à :

$$\dot{V}(t) < -e^T(t)e(t) + \gamma^2\Delta^T(t)\Delta(t) \qquad (2.44)$$

Avec : $V(t) = e^T(t)\,P\,e(t)$ et $P = P^T > 0$.

Soit (2.40) est vérifiée. $\gamma^2 > 0$. Nous pouvons écrire :

$$\lambda_{min}(P)\|e(t)\|^2 \le V(t) \le \lambda_{max}(P)\|e(t)\|^2, \forall e(t) \in R^2 \qquad (2.45)$$

En conséquence, (2.45) peut être bornée comme suit :

$$\dot{V}(t) < -\frac{1}{\lambda_{max}(P)}V(t) + \gamma^2\|\Delta(t)\|^2 \qquad (2.46)$$

En utilisant le lemme de Gronwall [30], il s'en suit que :

$$V(t) \leq V(t_0)e^{-\frac{(t-t_0)}{\lambda max(P)}} + \gamma^2 \int_{t_0}^{t} e^{-\frac{(t-t_0)}{2\lambda max(P)}} \|\Delta(\tau)\| \, d\tau$$

$$V(t) \leq V(t_0)e^{-\frac{(t-t_0)}{\lambda max(P)}} + \gamma^2 \|\Delta(t)\|_2^2 \tag{2.47}$$

En utilisant (2.45) avec la racine carrée, on obtient l'expression suivante majorant l'erreur d'estimation:

$$\|e(t)\| \leq \ e^{-\frac{(t-t_0)}{2\lambda max(P)}} \ e(t_0) + \gamma\|\Delta(t)\|_2 \tag{2.48}$$

La stabilité d'Entrée-à-État (ISS) est prouvée avec l'inégalité (2.41).

De cette équation, nous concluons que si$\|\Delta(t)\|_2 = 0$ alors $\|e(t)\| \to 0$ quand $t \to \infty$. De plus, en présence de la perturbation $\Delta(t)$, l'erreur d'estimation $e(t)$est bornée par $\gamma\|\Delta(t)\|_2$.

2.5.2. Simulation

Un observateur par atténuation de perturbation pour l'estimation de la dynamique latérale de véhicule est construit en suivant l'approche présentée précédemment (approche $\mathcal{L}_2$) et les gains de l'observateur sont calculés après la solution du problème d'optimisation donné dans le théorème 2.2, par le solveur sedumi YALMIP. Avec une vitesse longitudinale $v = 30m / s$, et un angle de braquage $\delta(t)$ représenté en figure (2.2) comme entrée du système afin d'examiner le comportement de convergence de l'observateur, des conditions initiales sont choisies différentes pour le système et l'observateur. Les conditions initiales du système sont $x(0) = (0 \quad 0)^T$.et celle de l'observateur sont $\hat{x}(0) = (0.15 \quad 0.2)^T$.

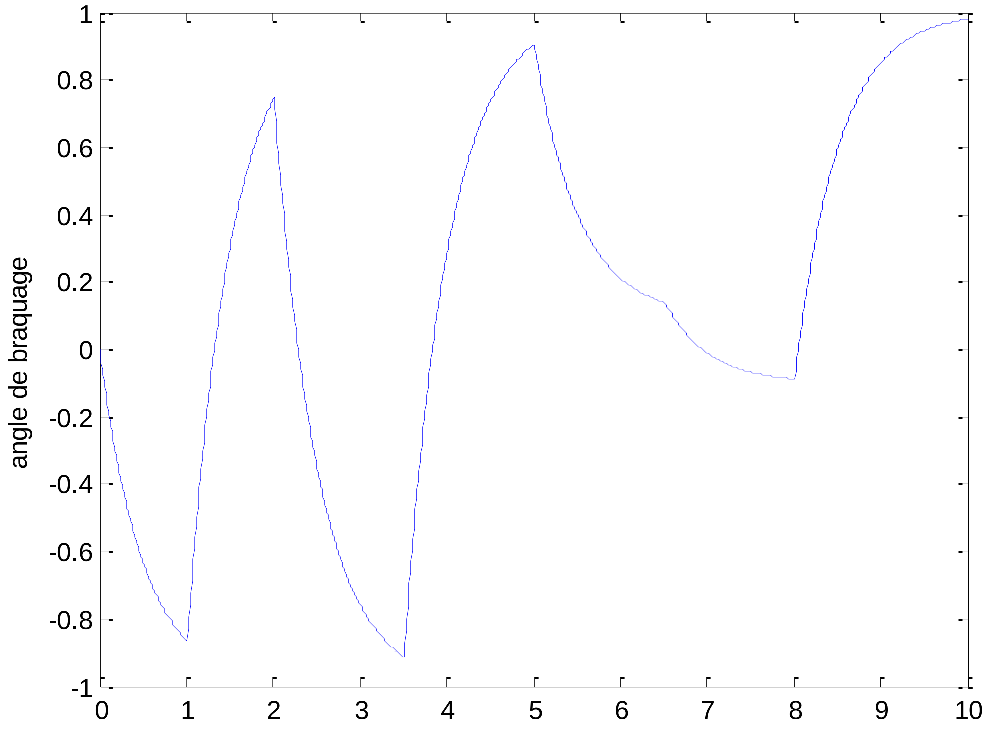

Figure 2.2..Angle de braquage utilisé.

La matrice P et les gains obtenus sont :

$$P = \begin{pmatrix} 0.0267 & -0.0001 \\ -0.0001 & 0.0637 \end{pmatrix}$$

$$L_1 = \begin{pmatrix} 25.8601 \\ 113.2831 \end{pmatrix} \qquad L_2 = \begin{pmatrix} 114.3171 \\ 114.80 \end{pmatrix}$$

$$L_3 = \begin{pmatrix} -93.8123 \\ 115.3960 \end{pmatrix} \qquad L_4 = \begin{pmatrix} -0.5844 \\ 116.3357 \end{pmatrix}$$

Pour un taux d'atténuation du transfert de la perturbation $\Delta(t)$ vers $e(t)$ de $\gamma = 0.0267$. la borne d'erreur obtenue au régime établi est de $\gamma\|\Delta(t)\| = 2.6 \times 10^{-4}$.

En comparant les estimations de l'observateur aux états du modèle bicyclette non linéaire de véhicule, le résultat de simulation est donné en figure 2.3 et figure 2.4.

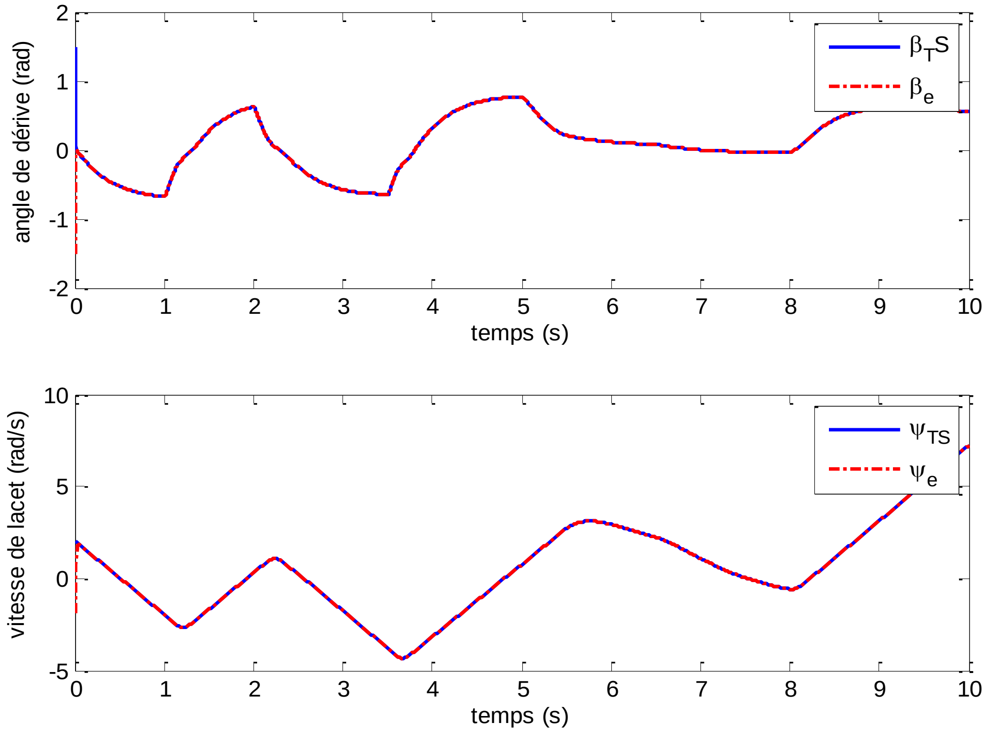

Figure 2.3. Comparaison entre les états TS et estimés obtenues par l'‘observateur $\mathcal{L}_2$.

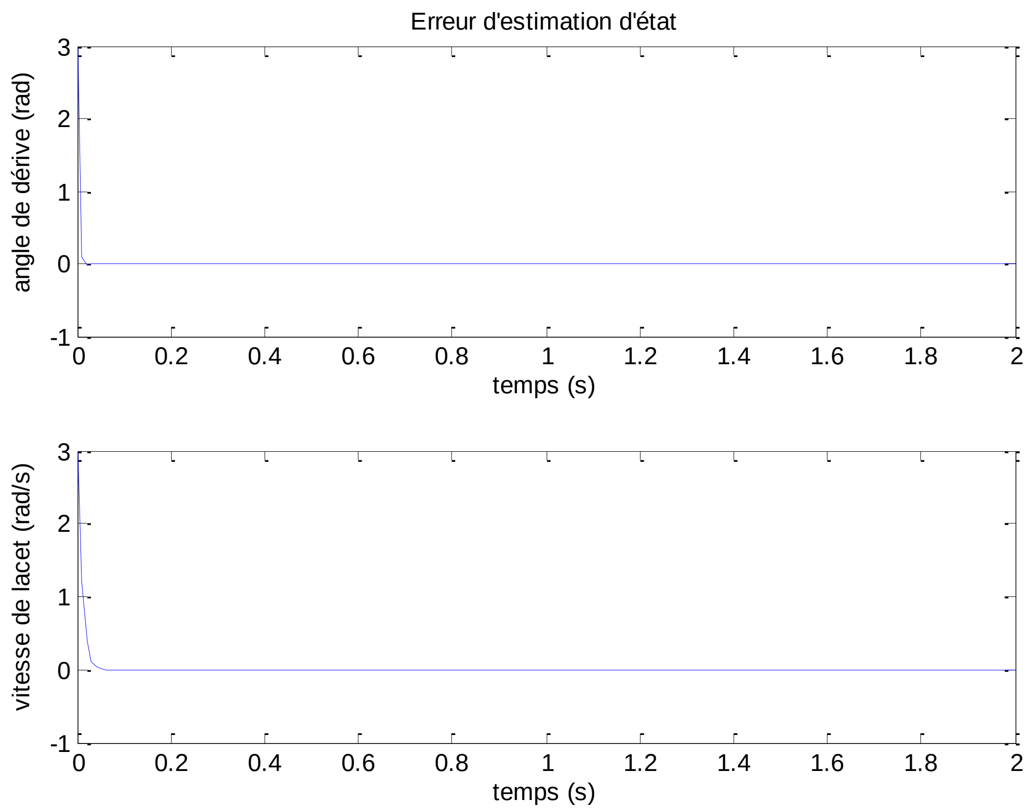

Figure 2.4. Erreur d'estimation d'état.

A partir des résultats de simulation, nous remarquons que les estimations correspondent bien aux états TS de a dynamique latérale du véhicule ce qui est appuyé par la borne d‘erreur d’estimation qui est inférieur à 2.67×10^{-4}. Ces résultats sont dû au fait que l‘observateur construit soit basé sur un modèle TS qui représente exactement le modèle non linéaire de véhicule.

2.6. Conclusion

Dans ce chapitre, un observateur pour estimer la dynamique latérale d'un véhicule est traité. D'abord, nous avons fait un petit rappel sur les observateurs linéaires et non linéaires en citant les différentes approches disponibles dans la littérature. Deuxièmement, un observateur TS est synthétisé. La stabilité ISS et la théorie de Lyapunov sont alors employées pour prouver la convergence de l'observateur proposé. Les conditions obtenues sont exprimées comme un problème d'optimisation sujet à des contraintes sous forme de LMI. A la fin de chapitre, un observateur par atténuation de perturbations avec l‘approche $\mathcal{L}_2$ proposé est appliqué sur le système non-linéaire du véhicule transformé en modèle de TS à VDNM pour estimer le vecteur d'état.

Chapitre 3 :

Contrôleur basé observateur

3.1. Introduction

L'élaboration des systèmes d'aide à la conduite est un secteur bien établi de nos jours. Ils ont prouvé leur efficacité dans beaucoup de situations de conduite critiques. Pour élaborer de tels systèmes, beaucoup de paramètres et données variables sont exigés mais ne sont pas cependant disponibles à la mesure. Dans beaucoup de cas, cette condition est trop restrictive. Les procédures d'estimations sont cependant une solution alternative au manque de mesures au sujet de quelques données du véhicule.

Certains systèmes d’aides à la conduite visent à stabiliser le système du véhicule, en utilisant toujours des données nécessaires pour cet objectif. La solution alternatives est de synthétiser les gains d'observateur simultanément avec ceux de contrôleur, de sorte que l'erreur d'estimation converge à zéro et le système de boucle fermée soit asymptotiquement stable, qui est meilleure connue sous le nom de la conception du contrôleur basé observateur.

Dans notre travail, nous considérons le modèle non-linéaire du véhicule représenté par le modèle T-S obtenue par l'approche des secteurs non linéaires. Le contrôleur est synthétisé simultanément avec l'observateur. Le problème est exprimé sous la formulation de LMIs pour vérifier la stabilisation asymptotique du système de boucle fermée et de la convergence de l'erreur d'estimation. Plusieurs techniques pour élaborer des lois de commande existent dans la littérature. La plupart reposent sur l’approche de Lyapunov quadratique [32], [25]. Il s’agit de chercher une matrice symétrique définie positive et donc sa fonction de Lyapunov quadratique associée garantissant certaines conditions sous forme de LMI. L’avantage de cette approche est sa facilité de mettre en œuvre. Son inconvénient est qu’elle conduit à des conditions de stabilité souvent conservatives

Dans cette section nous proposons synthétiser un contrôleur basé-observateur qui permet de stabiliser l'état du système.

3.2. Contrôleur basé observateur des systèmes TS à VDM.

Soit le modèle TS à VDM suivant correspond au modèle bicyclette non linéaire du véhicule présenté précédemment dans (1.5) qui représente sa dynamique latérale :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{4} \mu_i\big(x(t)\big)\big(A_i x(t) + B_i u(t)\big) \tag{3.1}$$

$$y(t) = C\, x(t) \tag{3.2}$$

Pour stabiliser le modèle TS (3.1), (3.2), la loi de commande $u(t)$ de type PDC souvent utilisé correspond à un retour d'état non linéaire qui prend en compte les mêmes fonctions de pondération μ_j que celle de modèle (3.1) et des gains constants K_j données par l'équation suivante :

$$u(t) = -\sum_{j=1}^{4} \mu_j\big(\hat{x}(t)\big)K_j\hat{x}(t) \tag{3.3}$$

En remplaçant l'expression la loi de commande (4.3) dans le modèle (3.1), en définissant l'erreur d'estimation $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ d'où $\hat{x}(t) = x(t) - e(t)$, nous obtenons la dynamique du système en boucle fermé:

$$\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4} \mu_i\big(x(t)\big)\mu_j\big(\hat{x}(t)\big)\,\big(A_i - B_iK_j\big)x(t) + B_iK_je(t) \tag{3.4}$$

La dynamique de l'observateur de Luenberger proposé s'explicite:

$$\dot{\hat{x}}\,(t) = \sum_{i=1}^{r} \mu_i(\hat{\xi}(t))\big(A_i\hat{x}\,(t) + B_iu(t)\big) + L_i\,\big(y(t) - \hat{y}(t)\big) \tag{3.5}$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}\,(t) \tag{3.6}$$

La dynamique de l'erreur d'estimation s'explicite :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^{4} \mu_i\big(\hat{x}(t)\big)(A_i - L_iC)\, e(t) \tag{3.7}$$

Nous définissons maintenant le vecteur d'état augmenté $\tilde{x} = [x(t) \quad e(t)]^T$. Le système à état augmenté est alors définit comme suit:

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \sum_{i=1}^{4} \tilde{A}_i \, \tilde{x}(t) \tag{3.8}$$

Avec : $\tilde{A}_i = \begin{bmatrix} A_i - B_i K_j & B_i K_j \\ 0 & A_i - L_i C \end{bmatrix}$.

Afin de déterminer les gains K_i et L_i , nous procédons à l'étude de stabilité avec l'approche de Lyapunov, Pour cela nous choisissons une fonction quadratique : $V(\tilde{x}(t) = \left(\tilde{x}(t)^T \; P \; \tilde{x}(t)\right)$ où

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix} .$$

La dérivé de l'équation de Lyapunov considérée est :

$$\dot{V}\big(\tilde{x}(t)\big) = \dot{\tilde{x}}^T(t) P \, \tilde{x}(t) + \tilde{x}(t)^T \, P \, \dot{\tilde{x}}(t) \tag{3.9}$$

Donc :

$$\dot{V}\big(\tilde{x}(t)\big) = \tilde{x}^T(t) A^T \, P \, \tilde{x}(t) + \tilde{x}(t)^T \, P \, A \, \tilde{x}(t) \tag{3.10}$$

Avec $(A \, \tilde{x}(t))^T = \tilde{x}^T(t) A^T$

A la fin on obtient l'expression suivante :

$$\dot{V}\big(\tilde{x}(t)\big) = \tilde{x}^T(t)\big(\tilde{A}_i^T \, P + P \, \tilde{A}_i \,\big) \, \tilde{x}(t) \tag{3.11}$$

L'équation (3.11) est négative si et seulement si :

$$\left(\tilde{A}_i^{\,T} \, P + P \, \tilde{A}_i\right) < 0 \tag{3.12}$$

De là, en remplaçant $\tilde{A}$ par son expression, nous obtenons le LMI suivant décrivant la condition de stabilité de (3.7) :

$$\tilde{A}_i^T\, P + P\, \tilde{A}_i = \begin{bmatrix} \left(A_i - B_iK_j\right)^T P_1 + P_1\left(A_i - B_iK_j\right) & P_1B_iK_j \\ K_j^T B_i^T P_1 & (A_i - L_iC)^T\, P_2 + P_2(A_i - L_iC) \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Nous posons et multiplions à gauche et à droit par $X = diag(P^{-1}, P^{-1})$, nous obtenons :

$$\begin{bmatrix} P_i^{-1}\left(A_i - B_iK_j\right)^T + \left(A_i - B_iK_j\right)P_i^{-1} & B_iK_jP_i^{-1} \\ P_i^{-1}K_j^T B_i^T & P_i^{-1}(A_i - L_iC)^T\, P_2 + P_2(A_i - L_iC)P_i^{-1} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

En utilisant les lemmes ci-dessous pour pouvoir réécrire la LMI (3.8) :

Lemme 1. *Donnons* X , Y *et* $F = F^T$ *avec des dimensions appropriées, les inégalités suivantes se tiennent :*

$$X^TY + Y^TX \leq X^TFX + Y^TF^{-1} \quad (3.15)$$

Lemme 2. *Considérons* $\Pi < 0$, *matrice X et μ un scalaire, les inégalités suivantes se tient :*

$$(X + \mu\, \Pi^{-1})^T\, \Pi(X + \mu\, \Pi^{-1}) \leq X^T\Pi X \leq \mu(X^T + X) - \mu^2\Pi^{-1} \quad (3.16)$$

Considérons le changement de variables :$F = KQ$, $Q = P_A^{-1}$ et $R = P_2L$ et en employant le lemme de Schur, ceci peuvent mener à la condition citée dans le théorème ci-dessous :

Théorème 3.1 : *Le système dans la boucle fermé avec une commande estimé par retour d'état est asymptotiquement stable s'il existe deux matrices Q et P2 défini positif, assure F et R et un μ scalaire tels que :*

$$\begin{bmatrix} QA^T + AQ - F^TB^T - BF & -BF & 0 \\ -F^TB^T & -2\mu Q & \mu I \\ 0 & \mu I & (A^TP_2 + P_3A - RC - C^TR^T) \end{bmatrix} < 0 \quad (3.17)$$

Avec : $K = FQ^{-1}$ et $L = P_2^{-1}$.

3.3. Simulation

Dans cette section, quelques simulations sont effectuées pour faire l'effet du procédé développé en cet article dans le cas de la vitesse longitudinale est considérés la constante. L'outil de simulation utilisé est la boîte à outils de YALMIP.

Le modèle TS développé est employé pour synthétiser un contrôleur basé observateur pour stabiliser et estimer dans le même temps la dynamique latérale du système de véhicule. Résolvant le problème d'optimisation cité dans le théorème au-dessus pour une vitesse longitudinale $= 30m / s$.

Les résultats de simulation montrent l'effet de la commande par retour d’état estimée synthétisée. Première figure montre que l'instabilité se produise quand le véhicule est laisser sans commande stabilisante. La seconde, expositions la stabilisation.

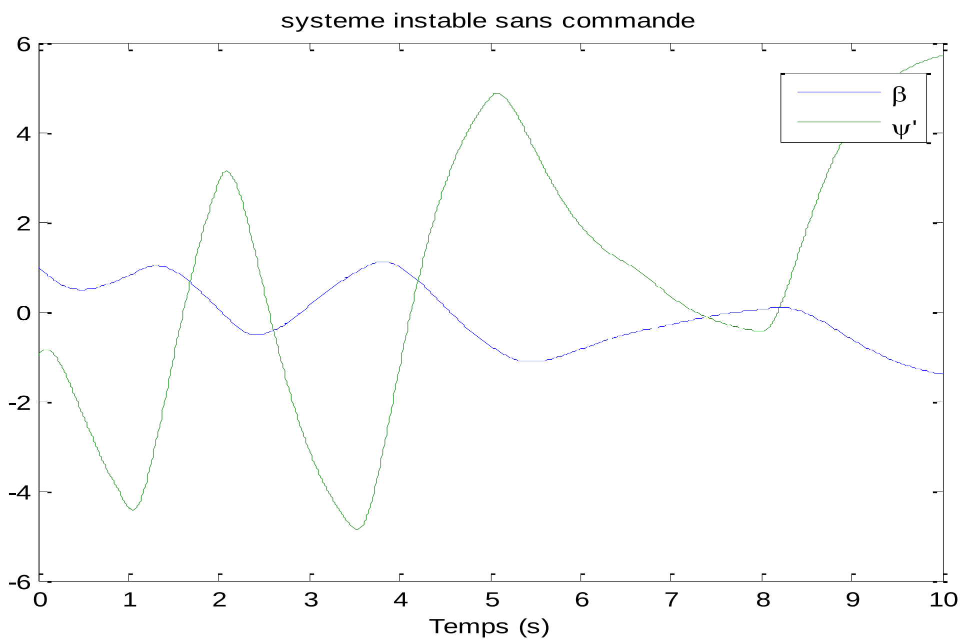

Figure 3.1. Les états estimes sans commande stabilisant.

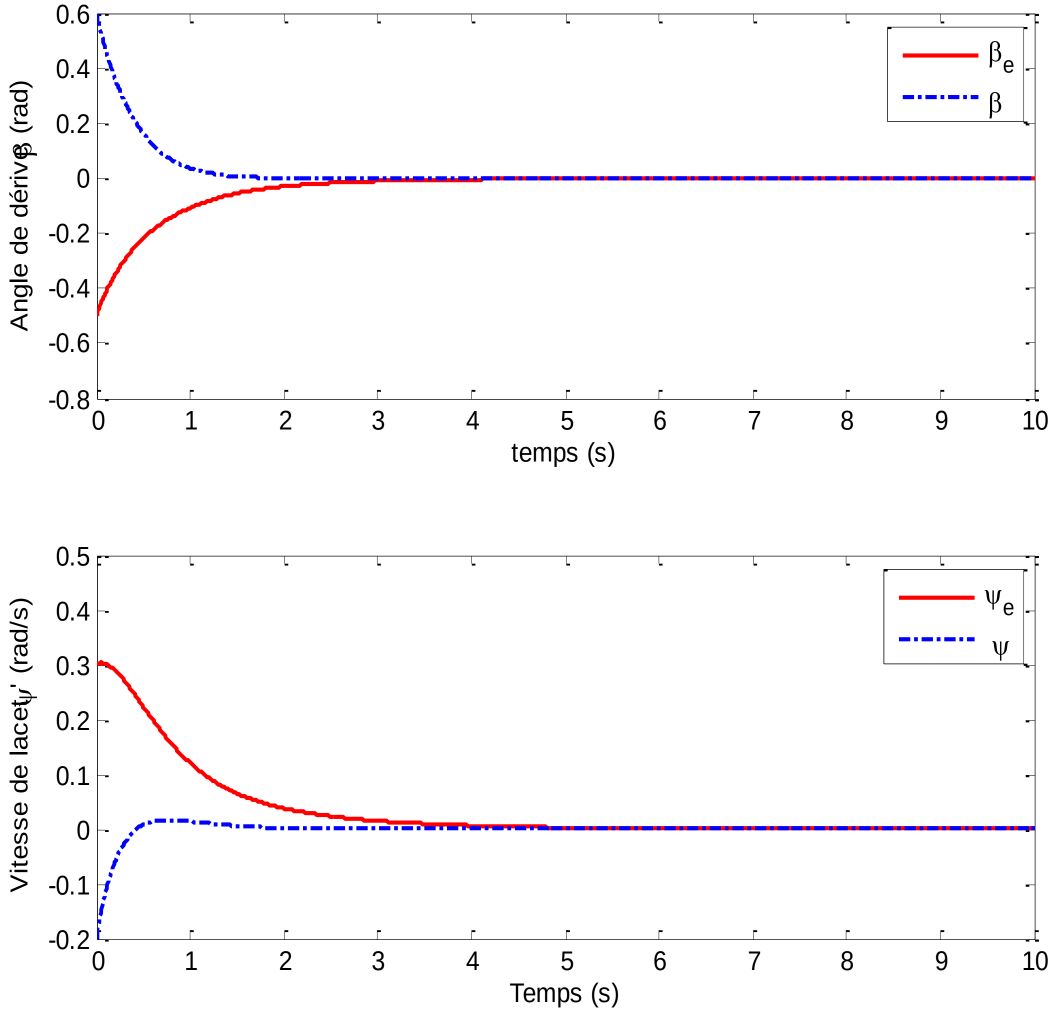

Figure 3.2. Les états estimés stabilisés.

3.4. Conclusion :

En ce chapitre, un retour d'état estimé proposer pour la dynamique latérale du véhicule. Un modèle TS à VDM est développé en utilisant l'approche des secteurs non-linéaire, qui assure la représentation exacte du modèle non linéaire d'initiale. Puis, une procédure pour construire simultanément le contrôleur et les gains d'observateur est conçue. Les simulations sont effectuées pour le cas de la vitesse longitudinale constante.

Conclusion Générale

Conclusion générale

L’objectif visé dans ce mémoire est de proposer un observateur pour l’estimation des variables non disponibles à la mesure pour le système véhicule en tenant compte de son comportement fortement non linéaire.

La première étape a été établir le modèle représentant la dynamique latérale du véhicule. Pour cela, nous avons proposé de tenir compte des non linéarités induites par les efforts de contact latéraux entre les pneumatiques et la chaussée.

Afin d’exploiter la précision de la représentation non linéaire, une forme plus maniable est proposée en utilisant le formalisme Takagi-Sugeno (TS) via les transformations par secteurs non linéaires.

Les non linéarités étant principalement dans les expressions des efforts, une transformation de ces dernières est effectuée. L modèle TS construit est à variables de décision non mesurables, décrit par une somme pondérée de modèle linéaire, interpolés par des fonctions de pondérations, vérifiant la propriété de somme convexe.

Le modèle obtenu assure une représentation exacte du modèle véhicule initial, ce qui est validé par des tests de simulation.

La deuxième étape est consacrée à la synthèse d’observateurs. Basés sur le modèle TS établi. L’observateur $\mathcal{L}_2$ par atténuation de perturbation à été synthétisé pour la reconstruction et l’estimation des états non disponibles à la mesure.

L’observateur ainsi synthétisé assure la stabilité Entrée-état (ISS), concernant la convergence du système générant l’erreur d’estimation.

Le contrôleur basé observateur est synthétisé assure la convergence et la stabilisation de l’état du système véhicule.

Bibliographie

[1] L. Nouvelière. *Commandes robustes appliquées au contrôle assisté d'un véhicule à basse vitesse*. PhD thesis. Versailles Saint Quentin en Yvelines, 2002.

[2] S.Varrier. *Détection de situation critiques et commande robuste tolérante aux défauts pour l'automobile*. PhD thesis. Grenoble, 2013.

[3] C. Sentouh. *Analyse de risque et détection de situation limites Application au développement des systèmes d'alerte au conducteur.* PhD thesis. Université d'Evry Val d'Essonne, 2007.

[4] D. G. Luenberger. *An introduction to observers.* IEEE Transactions on Automatic control, 16: 596-602, 1971.

[5] Kalman ,1960. A new approach to linear filtering and predication problems. Transactions of the *ASME-Journal of Basic Engineering, 82:35-45.*

[6] Chen, J. et Patton, R. (1999a). *Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems*. Kluwer Academic publisher.

[7] Takagi, T. et Sugeno, M. (1985). Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 15 :116–132.

[8] Tanaka, K. et Wang, H. (2001). Fuzzy Control Systems Design and Analysis : A Linear Matrix Inequality Approach. *John Wiley and Sons* .

[9] D. Koenig and S. Mammar. *Design of proportional-integral observer for unknown input descriptor systems*. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 47, no. 12, pages 2057-2062, 2002.

[10] Xavier Moreau 1995. *La dérivation non entière en isolation vibratoire et son application dans le domaine de l'automobile*. *La suspension CRONE : du concept à la réalisation*. Doctorat de l'université bordeaux, l'Université Bordeaux I, Février 1995.

[11] J.Wu, H.Tang, L.Shaoyuan, et W.Fang. Improvement of vehicle handling and stability by integrated control of four wheel steering and direct yaw moment. *Chinese Control Conference*, pages 730–735, 2007.

[12] H. S. Tan et M. Tomizuka. Discret-time controller design for robust vehicle traction. *IEEE Contr. Syst. Mag*, 10 :107–113, 1990.

[13] E. Bakker, H.B. Pacejka, et L. Linder. A new tire model with an application in vehicle dynamics studies. *SAE Transaction*, 98(6) :101–113, 1989.

[14] G. Gim et P.E. Nikravesh. An analytical model of pneumatic tyres for vehicle dynamic simulations part2 : Comprehensive slips. Int. J. *Vehicle Design*, 12(1) :19–38, 1991.

[15] A. El Hadri. Modélisation de véhicule, observation d'état et estimation des forces pneumatiques : Application au contrôle longitudinal. Thèse de doctorat, Université Versailles Saint Quentin en Yvelines, Paris-France, 2001.

[16] H.B. Pacejka. The tyre as a vehicle component. *In Proceeding of the 26th FISITA congress'96 : Engineering challenge human friendly vehicles*, 1996.

[17] S. Kawamoto, K. Tada, A. Ishigame et T. Taniguchi, An approach to stability analysis of second order fuzzy system. *IEEE International Conference* on *Fuzzy Systems*: 1427–1434. 1992.

[18] T. Bouarar. Contribution à la synthèse de lois de commande pour les descripteurs de type Takagi-Sugeno incertains et perturbés. *PhD thesis,* Université de Reims Champagne Ardenne, Reims, France. 2009.

[19] D.G. Luenberger. Observing the state of linear system. IEEE, Trans. Mil. Electron, 6:74-80, 1964

[20] A.H. JAZWINSKI. Stochastic processes and filtering theory. New York Academic.

[21] G. CHEN. Approximate Kalman filtering. World Scientific Scientific Series in Approximation and Decompositions, 1993.

[22] J. Birk and M. Zeit. Extended Luenberger for nonlinear multivariable systems. International Jornal of Control, Vol. 47, N. 6, P. 1823-1835, 1988.

[23] J. P. Gauthier and G. Bonard. Observation for any $u(t)$ of a claase of nonlinear systems. IEEE transaction on Automatic control, 1994.

[24] Patton, R., Chen, J., et Lopez-Toribio, C.(1998). Fuzzy observers for nonlinear dynamic systems fault diagnosis. In 37th IEEE conference on Decision and control. Tampa, Florida. USA.

[25] M. Chadli, D. Maquin, et J. Ragot. Non quadratic stability analysis of Takagi-Sugeno systems. In IEEE Conference on Decision and Control. CDC 2002. Las Vegas, Nevada, USA, 2002.

[26] T-M. Guerra, L. Vermeiren. *LMI-based relaxed non-quadratic stabilization conditions for nonlinear systems in Takagi-Sugeno's form,* Automatica, Vol. 40(5), pp823-829. 2004.

[25] Bergsten, P. et Palm, R. (2000). Thau-Luenberger observers for TS fuzzy systems. In *9th IEEE International Conference on Fuzzy Systems, FUZZ IEEE*, San Antonio, TX, USA.

[28] Thau, F. (1973). Observing the state of non-linear dynamic systems. *International Journal of Control*, 18 :471–479.

[29] M. Chadli. On the stability analysis of uncertain fuzzy models. International Journal of Fuzzy Systems, 8, 2006.

[30] J.A. Oguntuase. On an inequality of gronwall. Journal of Inequalities in Pure and Applied Mathematics, Vol. 2, Issue 1,2001.

[31] M.I Rideiro. Kalman and Extended Kalman Filters: Concept, Derivation and Properties Institute for Systems and Robotics. Lisboa, Portugal, 2004.

[32] H. O. Wang, K. Tanaka, et M. Griffin. An approach to fuzzy control of nonlinear systems : stability and design issues. IEEE Trans. Fuzzy Systems, 4, 1996.

[33] Z. Yacine. Observateur pour l'Estimation de la Dynamique Latérale du Véhicule et Application à la Détection de Situation critique. Thèse de Doctorat. Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou

[34] D. Ichalal, Estimation et diagnostic de systèmes non linéaires d'écrits par un modèle de Takagi-Sugeno. Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine Spécialité Automatique, Traitement du Signal et des Images, Génie Informatique