

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

UNIVERSITE MOULOUD MAMMERI TIZI-OUZOU

Faculté de Génie de la Construction

Département de Génie Civil

THESE DE DOCTORAT EN SCIENCES

Présentée par

ILLOULI Said

THEME

**ANALYSE PAR ELEMENTS FINIS
DES EFFETS DE COUPLAGE DE CHALEUR ET DE
TRANSFERTS DE MASSE DANS LE BETON A
DES TEMPERATURES ELEVEES**

Devant le jury composé de :

KACI Salah	Professeur	U.M.M.Tizi-Ouzou	Président
SADAOUI Arezki	Professeur	U.M.M.Tizi-Ouzou	Rapporteur
BALI Abderrahim	Professeur	E.N.P. El-Harrach	Examineur
KACHI Mohand-Said	Professeur	U.M.M.Tizi-Ouzou	Examineur
KHENNANE Amar	Senior Lecturer	ADFA-UNSW	Examineur
KADRI Mohamed	Professeur	Univ. Bumerdes	Examineur

Soutenue le mercredi 16septembre 2015

REMERCIEMENT

Il m'est agréable de remercier le professeur Arezki Sadaoui qui a dirigé et supervisé tout au long de la préparation de cette thèse.

Je tiens à lui exprimer ma profonde gratitude et ma sympathie pour ses conseils et son entière disponibilité, et pour tout ce qu'il a pu me transmettre tant au point de vue humain et professionnel.

Je remercie également Mr Amar Khennane, Senior lecturer à ADFA, Cambera, Australia pour son aide précieuse durant l'élaboration de ce travail.

J'adresse mes remerciement à Mr Kaci Salah, Professeur à l'UMM de Tizi Ouzou, d'avoir accepté la présidence de ce jury , Mr Bali, Professeur ENP d'El Harrach, Mr Kadri Mohammed, Professeur à Université de Boumerdes, Mr Kachi Mohand Said, Professeur à l'UMM de Tizi Ouzou d'avoir accepté de juger ce travail en qualité d'examineur.

J'adresse mes remerciement les plus sincères à tous ce qui ont contribue de prés ou de loin à la réalisation de ce travail.

DEDICACES

Je dédie ce travail

A la mémoire de mes parents.

A ma femme Fatmouche

A mes enfants : Sabrina-Lyza-Neyla-Nazim

Summary

The aim of this research is to develop a numerical finite element code for modelling the different facets of the hygro-thermal transfer mechanism that occurs in concrete under thermo-mechanical loads at elevated temperatures. The temperatures range from 20 to 1200 °C, covering fire situations and nuclear accidents conditions. In this temperature range, the microstructure of the concrete is subjected to intense reactions and physico-chemical changes, which strongly influence the hygrothermal and mechanical behaviour of the material.

In its presentation, this work is divided into two separate parts. The first part is dedicated to the simulation of natural fire behaviour of concrete structures by adopting the hypothesis of decoupling of thermo-hydro-mechanical effects. This approach allows the decomposition of the problem into a sequential series of hygro-thermal and thermo-mechanical analysis. The coupling of the temperature and moisture, initially present in the concrete mass, is taken into account by using the concept of the enthalpy of the material, which, neglecting the effects of phase change (liquid $\leftrightarrow$ gaz + air), becomes directly a dependent function of the latent heat caused by the evaporation of the free water. The temperature range for the vaporization of water is estimated to be on average between 100 and 140 ° C. Different examples illustrate how the calculation method is used to get an insight into the behaviour of concrete structural elements in a natural fire environment. The results highlight the significant impact of fire scenarios and thermal restraints on the overall behaviour of a structural element.

The second relates to the simulation of hygro-thermal effects in the concrete considering the coupling between the temperature and the moisture within the material. The mathematical and numerical models describing a multiphase and partially saturated porous media, as well as the main phenomena taking place when it is subjected to high temperatures, are studied in a succinct manner. The phenomena consist essentially of material flow due to capillary effects and pressure gradients/mass concentration, heat flow and the effects caused by phase changes. The incremental differential equilibrium equations of the resulting mathematical model are discretized using the weighted residual methods and a four nodes quadrilateral element. The nodal variables consist of the gas pressure (P_g), the capillary pressure (P_c) and the temperature (T). A computer code, still requiring further development research, is written to solve the incremental equations with the Newton Raphson method. Because of the large number of equations, the frontal technique is used to assemble the equations.

Résumé

L'objectif de cette recherche consiste de développer une méthode de calcul numérique par éléments finis capable de modéliser sous différents aspects le mécanisme de transfert hygrothermique qui se produit dans la masse du béton sous des sollicitations thermo-mécaniques à températures élevées. La gamme des températures concernées est de 20-1200°C, couvrant les situations d'incendie et d'accidents nucléaires. Dans cette gamme de températures, la micro-structure du béton est soumise à des réactions intenses et à des modifications physico-chimiques qui influencent fortement le comportement hygrothermique et mécanique du matériau.

Ce travail est divisé, dans sa présentation, en deux parties distinctes. La première partie est consacrée à la simulation du comportement au feu naturel des structures en béton en adoptant l'hypothèse de découplage des effets thermo-hydro-mécaniques. Ce qui permet de décomposer le problème en une suite séquentielle d'analyse thermo-hydrrique et thermo-mécanique. Le couplage de la température et de l'humidité présente initialement dans la masse du béton est pris en compte en utilisant la notion de l'enthalpie du matériau qui, en négligeant les effets de changement de phase (liquide $\leftrightarrow$ vapeur + air), devient une fonction directement dépendante de la chaleur latente due à l'évaporation de l'eau libre. Le palier d'ébullition ou de vaporisation de l'eau est estimé se produire en moyenne entre les températures 100 et 140°C. Quelques exemples concrets sont illustrés pour montrer la manière dont l'application de la méthode de calcul permet de retirer des enseignements précieux sur le comportement des éléments de structure en béton dans un environnement d'incendie naturel. Les résultats mettent en évidence les effets non négligeables des scénarios de feu et des forces de restrainte thermique sur le comportement global d'un élément structural.

La deuxième partie se rapporte à la simulation des effets hygrothermiques dans le béton en considérant le couplage entre la température et l'humidité contenue dans le matériau. Sont examinés d'une façon succincte les développements mathématique et numérique décrivant un milieu poreux, multiphasique et partiellement saturé en tenant compte des principaux phénomènes qui se produisent dans le matériau lorsque celui-ci est sujet à températures élevées. Il s'agit essentiellement des phénomènes tels que les flux de matière dus aux effets capillaires et des gradients de pression/concentration de masse, le flux de chaleur ainsi que les effets dus aux changements de phase. Les équations différentielles d'équilibre incrémentales du modèle mathématique ainsi obtenu sont discrétisées à travers la méthode classique des résidus pondérés en moyennant un élément fini quadrilatéral à quatre noeuds. Les variables nodales choisis sont la pression des gaz (P_g), la pression capillaire (P_c) et la température (T). Un code de calcul de base encore au stade de développement et de recherche est mise au point où l'algorithme de résolution utilise un procédé incrémental basé sur la méthode de Newton Raphson et emploie comme méthode de résolution la technique frontale en raison de la taille importante du nombre d'équations algébriques à résoudre.

Sommaire

CHAPITRE 1 : INTRODUCTION

1-1 Etat de la problématique des constructions sous des températures élevées	1
1-2 Etat de la question et objectifs fixés	3
1-2-1 Description d'un problème hydro-thermo-mécanique	3
1-2-2 Objectifs fixés dans ce travail	5
1-3 Cheminement du travail suivi	6

PREMIERE PARTIE : DECOUPLAGE DES EFFETS HYDRO-THERMO-MECANQUES

CHAPITRE 2: PHYSIQUE GENERALE DE L'INCENDIE ET ANALYSE DU MO- DELE DE CALCUL AU FEU NATUREL PRECONISE PAR L'EC1

2-1 Généralités	8
2-2 Bases de la dynamique du feu	8
2-2-1 Triangle du feu	8
2-2-2 Phénomène de la combustion	9
2-2-3 Combustion et ses effets	9
2-2-4 Equation stœchiométrique des fuels	11
2-2-5 Mécanismes du développement du feu dans un compartiment incendié	12
2-3 Principaux facteurs influençant l'évolution des températures dans un compartiment	14
2-3-1 Charge incendie	14
2-3-2 Ventilation	15
2-3-3 Caractéristiques thermiques des parois	17
2-4 Actions thermiques : Modèles de représentation de l'incendie	18
2-4-1 Courbes normalisées	18
2-4-2 Modèles de temps équivalent	21
2-5 Courbes paramétriques : scénario de feu naturel et approche de l'EN1991-1-2	22
2-5-1 Approche de base	22
2-5-2 Approche par les équations paramétriques	23
2-5-3 Modèles de zone	30
2-5-4 Modèles CFD	31
2-6 Mécanismes de transfert de chaleur	32
2-6-1 Différents problèmes liés aux mécanismes de transferts de chaleur	32
2-6-2 Rayonnement	32
2-6-3 Convection	35
2-6-4 Conduction	35
2-6-5 Coefficient de transfert de chaleur dans les phénomènes d'incendie	37

CHAPITRE 3: ANALYSE DE LA REPONSE THERMIQUE DES ELEMENTS DE CONSTRUCTION COMPTE TENU DU PHENOMENE MIGRA- TOIRE DE L'EAU CONTENUE DANS LA MASSE DU BETON

3-1 Généralités	39
3-2 Comportement du béton à hautes températures- Partie I de la revue bibliographique	39

3-2-1 Composition et micro-structure du béton	39
3-2-2 Effets des hautes températures sur la micro-structure du béton	42
3-3 Synthèse des différents modèles de prise en compte, sous hautes températures, de l'eau libre contenue dans la masse du béton- Partie II de la revue bibliographique	46
3-3-1 Modèle d'Harmaty [27] en terme de chaleur spécifique et de conductivité Equivalente	46
3-3-2 Modèle d'Harmaty [27] en terme de quantité d'eau vaporisée à chaque instant	47
3-3-3 Modèle de L'EC2,4 [5,32] en terme de chaleur spécifique apparente	47
3-3-4 Modèles de Huang [22] et de Di Capua [33]	51
3-4 Développements mathématiques et implémentation dans HTACFE_version 2013	54
3-4-1 Hypothèses	54
3-4-2 Forme différentielle à résoudre	55
3-4-3 Formulation par éléments finis en régime transitoire (Euler backward)	55
3-4-3 Implémentation numérique_code HTACFE_version 2013	58
3-5 Application et validation du modèle	60
3-5-1 Description de la section	60
3-5-2 Discrétisation et résultats	61

CHAPITRE 4: ANALYSE DE LA REPONSE STRUCTURALE DES STRUCTURES EN BETON DANS UN ENVIRONNEMENT D'INCENDIE NATUREL ET LE CODE STFIRE_VERSION 2013

4-1 Généralités	65
4-2 Etapes de calcul de la réponse au feu des structures	65
4-3 Bases de la méthode de calcul en milieu d'incendie naturel	66
4-4 Algorithme de résolution et le code de calcul STFIRE_version 2013	67
4-5 Implémentation de la loi de comportement des matériaux acier et béton	68
4-6 Adaptation à l'incendie naturel des relations contrainte-déformation du béton selon les recommandations de l'Eurocode 2	71
4-6-1 Relations contrainte-déformation du béton sous feu conventionnel	71
4-6-2 Recommandations de l'Eurocode sous feu naturel	71
4-7 Critères et principes de vérification de la résistance au feu	74
4-7-1 Critères de la résistance au feu	74
4-7-2 Actions mécaniques	75
4-7-3 Principes de vérification au feu	76
4-8 Exemple d'application à une poutre en béton	78
4-8-1 Caractéristiques thermo-mécaniques des matériaux	78
4-8-2 Discrétisation de la poutre	78
4-8-3 Scénarios de feu envisagés	81
4-8-4 Effet du scénario Fire I sur le comportement structural de la poutre	81
4-8-5 Analyse des effets de différents scénarios sur le comportement structural	82
4-8-6 Effets de la rétention axiale	83

DEUXIEME PARTIE : COUPLAGE DES EFFETS HYGRO-THERMIQUES

CHAPITRE 5: FORMULATION MATHEMATIQUE DE BASE D'UN PROBLEME HYGROTHERMIQUE DU BETON SOUS DES TEMPERATURES

ELEVEES

5-1 Généralités	87
5-2 Description d'un problème hygrothermique et hypothèses de base	87
5-3 Rappel de la description cinématique d'un milieu poreux multiphasique	88
5-3-1 Dérivée matérielle d'un vecteur matériel	89
5-3-2 Dérivée matérielle d'une intégrale de volume dans un champ de phase π	90
5-3-3 Ecoulement dans un milieu poreux	91
5-4 Equations d'état des fluides et loi de vaporisation	97
5-4-1 Equation de Clapeyron généralisée et la loi de Kelvin	97
5-4-2 Mélanges de gaz parfaits - Loi de Dalton	99
5-4-3 Pression de vapeur saturante	99
5-4-4 Evolution de la relation $S_w = S_w(P^c)$ en fonction de la température	100
5-4-5 Cinétique de la déshydratation	102
5-5 Modélisation mathématique du modèle	103
5-5-1 Equations de conservation de masse	103
5-5-2 Equation de conservation d'enthalpie	109
5-5-3 Equations de transport d'énergie et de masse	110
5-5-4 Dérivation des équations mathématiques	112

CHAPITRE 6: MODELISATION DU PHENOMENE DE COUPLAGE HYGRO-THERMIQUE DANS LA MASSE DU BETON SOUS HAUTES TEMPERATURES

6-1 Généralités	119
6-2 Forme matricielle des équations différentielles	119
6-3 Formulation variationnelle du modèle	120
6-4 Discrétisation temporelle du modèle	121
6-5 Discrétisation spatiale du modèle	121
6-6 Linéarisation du système	122
6-7 Implémentation et expérimentation numérique	124
6-7-1 Propriétés à 20°C et conditions aux limites	124
6-7-2 Fichier de données : col5x5.inp	126
6-7-3 Fichier de sortie : col5x5.out	128

CHAPITRE 7: CONCLUSIONS GENERALES

7-1 Rétrospective.....	133
6-2 Organisation du travail.....	133
6-3 Résultats obtenus..... ;.....	135
6-4 Recommandations futures.....	137

REFERENCES.....	138
------------------------	------------

CHAPITRE 1

INTRODUCTION

1-1 Etat de la problématique des constructions sous des températures élevées

Les incendies et les accidents nucléaires graves en liaison avec la fusion du réacteur sont deux types de situations accidentelles qui impliquent une forte élévation de température dans les constructions. La manière la plus efficace de lutter contre ceux-ci est d'éviter naturellement leur déclenchement. Cependant, lorsque malgré les mesures de prévention, un incendie ou un accident nucléaire grave survient, il importe que la détection et l'alarme soient aussi rapides que possible. Dans le cas d'un incendie, une extinction automatique du foyer naissant peut être envisagée (systèmes d'arrosage automatique ou sprinkler, extraction de fumées, ...). Dans le cas d'un accident nucléaire, une panoplie de systèmes destinés à enrayer le processus de fusion est enclenchée. Les conséquences néfastes que peuvent représenter ces situations en terme de pertes de vies humaines conduisent le concepteur à envisager le cas où sont dépassées ces trois stades à savoir la prévention, la détection et l'extinction. Lorsqu'une telle éventualité se produit, un système de barrières permet de limiter le développement dans l'espace les conséquences de l'accident. Dans le cas de la protection vis-à-vis de l'incendie des bâtiments courants, un compartimentage adéquat par la disposition rationnelle de portes et de parois coupes feu joue ce rôle de barrière face à la progression du foyer. La conception du bâtiment doit, à ce moment, permettre de limiter les effets dangereux liés au feu, notamment grâce au choix de matériaux ne dégageant pas de fumées nocives ou à la présence d'exutoires pour ces fumées. Bien sur, une évacuation rapide des personnes est absolument essentielle et cruciale. Dans le cas des installations nucléaires, les barrières de protection sont constituées des enceintes de confinement et du radier du bâtiment abritant le réacteur.

Cependant, pour que les mesures de confinement qui concernent aussi bien le compartimentage, la nocivité et l'évacuation des personnes soient efficaces et puissent produire leurs effets, il est nécessaire que l'intégrité de la structure soit maintenue durant un temps suffisant. Bien sur, la majorité des décès survenus aux occupants de bâtiments incendiés sont dus à l'asphyxie voire aux brûlures plutôt qu'à un effondrement de la structure. Néanmoins les personnes qui se sont retrouvées bloquées aux étages supérieurs d'un immeuble-tour dont la base était en flammes, à l'image de l'incident qui a ravagé les tours-jumelles de World Trade Center de la ville de New York en septembre 2011, ont bien compris que leur survie dépendait autant que d'un bon compartimentage et d'une possibilité de fuite mais aussi de la stabilité des étages inférieurs. Les sapeurs pompiers qui, grâce à leur équipement spécial, sont amenés à intervenir dans des bâtiments en proie en flammes, doivent pouvoir compter sur une bonne résistance au feu de la structure. Enfin, même en dehors de toute considération relative aux personnes, on peut avoir intérêt à éviter l'effondrement d'un bâtiment afin de permettre des réparations et ainsi de réduire le coût lié à l'incendie en cas notamment des entrepôts industriels. Par suite, les mesures de sécurité adoptées, si importantes soient-elles, n'éliminent cependant pas la nécessité de concevoir des structures portantes présentant une résistance au feu judicieusement adaptée au type de bâtiment et susceptible de se maintenir dans le temps. Une telle résistance au feu est évidemment

indispensable pour sauvegarder les vies humaines à courte et moyenne échéance, pour minimiser les dégâts occasionnés au bâtiment et limiter ainsi les frais colossaux aux compagnies d'assurances et pour permettre une intervention efficace des sapeurs-pompiers, sans craindre l'arrivée d'un effondrement prématuré de la structure. Par conséquent, une bonne résistance au feu de la structure est une condition non suffisante mais nécessaire pour limiter les effets néfastes et désastreux de l'effet des hautes températures.

Lorsqu'une structure en occurrence en béton armé ou mixte est soumise à de telles situations d'incendie ou d'un accident nucléaire grave, de grands gradients thermiques s'y développent par suite des élévations de températures importantes et qui sont de surcroît très rapides. Les températures atteintes dans telles extrêmes situations peuvent généralement osciller entre 20 et 1200°C. Ce qui donne lieu dans la micro-structure du matériau en particulier béton à des transformations physico-chimiques complexes conduisant au phénomène de l'éclatement ou spalling en anglais, problématique bien connue du matériau béton lorsqu'il est soumis à l'action des températures élevées. La capacité portante de la structure s'en trouve diminuer fortement au fur et à mesure que sa température augmente du fait que les propriétés de résistance et de rigidité des matériaux habituels de construction se détériorent de manière significative avec l'élévation des températures. Si la durée et l'intensité de cet incendie sont trop importantes, la capacité portante de la structure peut décroître jusqu'au niveau des charges appliquées ; il peut alors en résulter une ruine complète ou partielle qui peut se produire en un temps relativement court lorsque la montée en température est rapide. C'est pourquoi parmi les exigences imposées au bâtiment, la résistance au feu des structures a toujours eu une place importante.

La première approche destinée à prévoir la durée de résistance au feu d'une structure sous ces niveaux importants de température fut la réalisation d'essais en vraie grandeur. A l'heure actuelle, celle-ci est encore dans certains cas la seule qui soit admise légalement. Si les tests en vraie grandeur possèdent des avantages irremplaçables, surtout en ce qui concerne l'observation des désordres locaux, ils ont aussi certains inconvénients. Le premier de ceux-ci est lié à la taille des fours d'essais. Le plus souvent, on reste limité à des éléments de structures simples : une poutre, une colonne, une dalle, voire un cadre simple pour les plus grands fours. Des limites physiques existent aussi concernant la capacité portante des ponts levants dans les laboratoires, la grandeur des charges appliquées ou le type de condition d'appui à réaliser. Enfin, des impératifs de délai et de coûts rendent impossible la conduite d'une étude paramétrique par exemple, l'influence de la longueur de flambement sur la charge portante d'une colonne. Les mesures sont aussi délicates à réaliser dans ce type d'ambiance extrêmement sévère. En raison de leurs dimensions, cette approche est donc particulièrement peu adaptée au dimensionnement des structures soumises à l'action des charges thermo-hydro-mécaniques extrêmes. Il s'avère alors indispensable de développer des approches complémentaires théoriques autres que l'expérimentation. Dans ce cadre, les modèles de modélisation numérique offrent une alternative intéressante plus souple et moins coûteuse. La construction d'un modèle fiable nécessite d'une part une bonne connaissance du comportement du béton à hautes températures et d'autre part passe par la confrontation avec l'expérience. Dans la gamme de températures concernée, la microstructure du béton subit des transformations physico-chimiques qui influencent fortement non seulement son comportement thermo-mécanique mais aussi son comportement thermo-hydrique à cause du mouvement migratoire de l'eau évaporable et liée chimiquement contenue initialement dans la masse du béton. La complexité et la simultanéité des phénomènes mis en jeu ne permettent pas la prise en compte de chacun d'eux dans le cadre de l'analyse du comportement de structures par éléments finis nécessitant au préalable une identification des phénomènes

majeurs et des paramètres fondamentaux à prendre en compte pour chaque type de problème à traiter. Mentionnons toutefois, avec l'augmentation des performances informatiques et l'accroissement des connaissances sur le comportement des matériaux aux températures élevées, des approches à fondements plus théoriques basées sur la mécanique structurale et le principe de transfert thermique ont été développées afin d'évaluer la réponse thermo-mécanique des structures dans des conditions d'exposition au feu diverses. Les nombreux travaux de recherches effectués sur le sujet ont permis, grâce aux progrès importants accomplis sur les connaissances du comportement des constructions en béton, la rédaction des règles de calcul relativement élaborées des Eurocodes. Cet ensemble de norme de calcul pour la situation d'incendie a constitué une avancée considérable, contribuant ces dernières années à un développement régulier des constructions en béton. Il existe présentement de nombreux modèles qui simulent le comportement des structures complexes, en acier, béton armé ou mixte acier-béton. Bien que ces modèles conduisent à une détermination plus précise ou moins de la résistance au feu, ils se révèlent en pratique peu appropriés à un dimensionnement au quotidien de l'ingénieur (l'analyse représentant un calcul complexe) et on fait généralement appel à des méthodes de calcul simplifiées, moins exigeantes en matériel informatique. Toutefois, ces méthodes, généralement basées sur les prévisions des modèles numériques, elles-mêmes validées par les résultats d'essais, fournissent une précision satisfaisante mais ne s'appliquent que dans des domaines limités (conditions aux extrémités, conditions de chargements, incendie conventionnel ...). C'est pourquoi l'avenir ne peut être que favorable aux modèles de calcul avancés qui permettent d'analyser les situations les plus diverses que l'on ne peut pas, pour des raisons de coûts, toutes expérimentées en laboratoire.

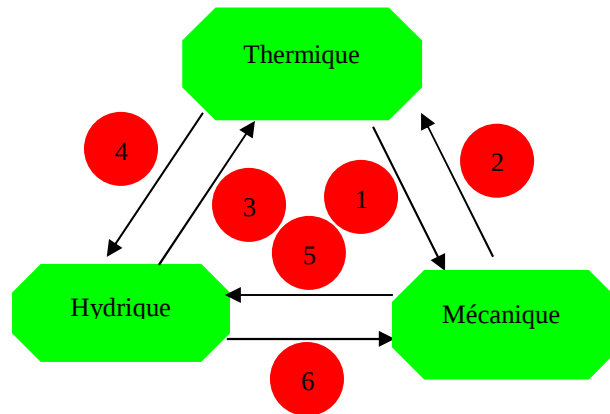
1-2 Etat de la question et objectifs fixés

Le béton est connu depuis longtemps comme un matériau poreux complexe et non saturé composé d'un mélange hétérogène de trois phases : solide, liquide et gaz. La phase solide forme le squelette poreux. La phase liquide formée d'eau pure occupe partiellement les vides du squelette poreux. La phase gazeuse occupe l'espace laissé libre, composée d'air et de vapeur d'eau. Ces types de milieux ont tendance à capter, plus ou moins, l'humidité de l'air ambiant. Cette hygroscopicité se manifeste expérimentalement par l'adsorption d'humidité par les matériaux capillo-poreux placés dans l'air ambiant. Dans ce contexte, le béton peut donc être considéré comme un milieu poreux partiellement saturé comportant plusieurs phases dans le sens de la théorie de la mécanique des milieux poreux [1].

1-2-1 Description d'un problème hydro-thermo-mécanique

En raison de sa micro-structure poreuse, partiellement saturée et multi-phaseuse, lorsque le béton est soumis à une forte et rapide élévation de température, il devient le siège de phénomènes de couplages thermo-hydro-mécaniques eux-mêmes associés à des réactions chimiques très complexes qui se produisent au sein du matériau. Ces phénomènes de couplages sont complexes et sont très difficiles à maîtriser sur le plan expérimental que théorique, et que la plupart d'entre eux ne sont étudiés que depuis une vingtaine d'années environ. De très nombreuses lacunes y subsistent, ce qui amène à effectuer des hypothèses plus ou moins fortes et à limiter certaines descriptions à des considérations purement qualitatives [2,3].

La figure 1-1 résume les différents mécanismes de couplage décrivant les principales interactions entre la température, l'état de contrainte et d'endommagement et l'état hydrique du béton.



- 1- Evolutions des propriétés du béton en fonction de la température
 - Déformation thermique
 - Déformation d'interaction thermo-mécanique
- 2- Evolutions des propriétés thermiques en fonction de l'endommagement du béton
 - Chaleur produite par la dissipation mécanique intrinsèque
- 3- Evolution des propriétés des phases fluides contenues dans les pores en fonction de la température
 - Evolution de la perméabilité et de la porosité
- 4- Convection de chaleur par le fluide
 - Evolutions des propriétés thermiques du béton selon le taux d'humidité
- 5- Effet mécanique de la pression du fluide
 - Evolutions des propriétés mécaniques du béton selon le taux hydrique
- 6- Variation de la perméabilité et de la porosité

Fig. 1-1 Interactions au sein du matériau béton [4]

Les couplages observés les plus importants sont :

- les couplages thermo-mécaniques
- les couplages thermo-hydriques.

Les couplages thermo-mécaniques ne sont pas des couplages énergétiques directs mais plutôt des couplages dits "faibles" qui se manifestent par une évolution des caractéristiques mécaniques ou des caractéristiques de transferts hydriques et thermiques due à une dégradation de la microstructure. Selon plusieurs auteurs, il est raisonnable de considérer que le processus de déformation du béton n'influence pas les mécanismes de transferts thermo-hydriques tant que le niveau d'endommagement reste limité. Ce qui justifie l'adoption généralement de l'hypothèse d'une analyse thermo-mécanique découplée permettant de décomposer le problème en une suite séquentielle d'analyse thermique et mécanique. Les mécanismes de transferts hydriques sont en revanche fortement couplés, en d'autre manière, les effets hydriques ne peuvent être négligés dans le cadre d'une analyse thermique.

1-2-2 Objectifs fixés dans ce travail

L'influence de l'eau libre sur la tenue au feu des éléments en béton est très complexe; à l'absorption de chaleur due à la chaleur spécifique de l'eau liquide et à la chaleur latente de vaporisation, s'ajoute un phénomène de migration en phase liquide et vapeur; migration de la vapeur en sens inverse du flux de chaleur (sous l'effet de pression après vaporisation), migration de la vapeur, dans le sens du flux de chaleur, qui se condense dans les régions les plus froides ; migration d'eau liquide (désorption) vers les couches les plus froides. Ces migrations, qui dépendent de la viscosité de l'eau, de la perméabilité et de la porosité de la pâte de ciment, et de la dimension des pores, modifient de manière sensible le flux thermique interne. Ce qui se traduit généralement, lors des essais, par l'apparition des paliers vers 100°C, correspondant à la vaporisation de l'eau libre incluse dans le béton: ce retard de la montée en température du noyau du béton présente un caractère favorable qu'il importe de prendre en compte dans un programme d'échauffement.

Vu le nombre important des paramètres physiques à intégrer (porosité du béton, état de fissuration du béton, etc.), les transferts de masse sont généralement négligés et on se contente de représenter la vaporisation de l'eau libre contenue dans le béton. Pour obtenir numériquement les paliers de vaporisation, l'eau libre peut être simulée à l'aide de deux modèles différents; le premier raisonne en terme de chaleur spécifique et de conductivité thermique équivalente; Cependant, il convient d'après l'Eurocode 2 [5], de prendre en considération une teneur en eau du béton égale à la teneur en eau d'équilibre. Lorsque cette valeur n'est pas disponible, la teneur en eau ne doit pas excéder 4% de la masse du béton. Le second raisonne en quantité d'eau vaporisée à chaque instant.

Ainsi, le premier objectif consiste de concevoir un code de calcul par éléments finis capable de simuler les évolutions de température dans un milieu aussi hétérogène que le béton soumis à l'action d'un feu réel pouvant tenir compte de la phase de refroidissement. Ce problème du calcul de la répartition de la température dans les éléments nécessite l'étude d'un certain nombre de phénomènes en liaison avec le développement au feu afin de bien comprendre la philosophie liée à l'analyse thermique en milieu d'incendie. Le premier est sans doute le plus délicat, concerne la modélisation de l'environnement créé par un incendie où il est nécessaire d'examiner les différents problèmes liés à la combustion, le dégagement de chaleur qui en résulte, et enfin, la façon dont l'incendie est simulé qui constitue un point de départ de toute simulation concernant la résistance au feu des structures. Il faut aussi connaître les mécanismes de transfert de chaleur pour évaluer les flux de chaleur pénétrant dans les éléments. Les problèmes dépendent d'autres facteurs tels que la dégradation des propriétés thermiques en fonction de l'élévation de la température.

Le deuxième objectif fixé dans ce travail consiste à introduire le phénomène de pressurisation qui se produit au niveau des pores capillaires de la masse du béton et d'étudier ses effets mécaniques possibles, et en particulier d'évaluer le rôle qu'elles peuvent jouer dans le phénomène d'éclatement du béton soumis à de hautes températures. L'une des causes de ce phénomène est le développement des pressions élevées au niveau des pores de gel de la micro-structure du béton. En effet, au cours de l'élévation de température, il se produit à cause de la variation de pression dans les pores capillaires (espace entre les pores de ciment non remplis par les hydrates) et les pores de gels (de CSH et des autres composés hydratés), un transfert hygro-thermique important qu'il s'agit de bien comprendre et de modéliser et par conséquent de traduire les équations mathématiques résultantes dans un programme de calcul. Cette pressurisation des pores de béton se produit

notamment en raison de la vaporisation de l'eau, de l'expansion de l'air occlus et des gaz issus des décompositions chimiques et des transferts d'humidité. Le flux migratoire de l'eau se compose en réalité d'une partie qui s'échappera par les fissures pour aller vers l'ambiance tandis que l'autre migrera vers les zones froides où elle se recondensera. L'analyse de ces phénomènes appelés hygro-thermiques nécessite une approche numérique par éléments finis assez approfondie qui passe par l'évaluation des pressions au niveau des pores capillaires et l'identification de certains paramètres tenant compte de l'aspect du comportement non linéaire du béton.

1-3 Cheminement du travail suivi

Ce travail est divisé, dans sa présentation, en deux parties distinctes. La première partie, composée des chapitres deux, trois et quatre est consacrée à l'exposé de la méthode de calcul développée pour l'évaluation de la résistance au feu des structures en béton dans un environnement d'incendie dans le cadre de l'hypothèse de découplage des effets hydro-thermo-mécaniques dans le béton. La deuxième partie quant à elle, composée des chapitres cinq et six, se rapporte à la modélisation numérique du phénomène de couplage entre la température et l'humidité contenue initialement dans la masse du béton sujette à l'action des températures élevées. Le chapitre un est par contre consacré essentiellement à la description de la nature de la problématique et des objectifs fixés de ce travail où sont rappelées les grandes hypothèses de base liées au découplage d'un problème thermo-hydro-mécanique, permettant de le décomposer en une suite séquentielle d'analyse thermo-hydrrique et thermo-mécanique.

Première partie: Découplage des effets hydro-thermo-mécaniques

Cette partie est organisée en trois chapitres dont le chapitre deux est consacré à la revue de littérature orientée sur la physique générale de l'incendie et sur l'analyse approfondie des principaux modèles de scénarios de feu rencontrés dans la pratique. Plusieurs points sont d'abord abordés dans le but d'encren la problématique et d'en comprendre la philosophie liée à l'analyse thermique en considérant le feu naturel avec phase de refroidissement. Particulièrement y sont traités les bases de la dynamique du feu, les modèles de représentation de l'incendie selon les recommandations de l'Eurocode 1 et enfin les mécanismes de transfert de chaleur qui conduisent à l'équation d'équilibre de la propagation de la chaleur de Fourier.

Le chapitre trois se rapporte à la simulation numérique, sous hautes températures, du phénomène migratoire de l'eau libre contenue dans la masse du béton en utilisant le modèle de Di Capua basé sur la prise en considération de l'énergie supplémentaire apportée par la présence de l'eau dans l'intervalle [100, 140 °C]. Afin de comprendre ce phénomène, une revue bibliographique est effectuée où nous analysons dans un premier temps d'une manière approfondie et commentée les connaissances actuelles sur les propriétés thermiques et physiques du béton pour des températures élevées. Dans un deuxième temps, on présente une analyse des différents modèles utilisés pour la prise en compte de la teneur en eau dans le matériau béton. Le modèle paramétrique proposé par l'EN1991-1-2 qui donne les courbes température-temps des gaz (θ_g) dans un compartiment en feu, est traduit en langage d'ordinateur et implémenté dans le code de base HTACFE_ version 2013. Suit enfin une application numérique dans le but de jauger la fiabilité de la méthode de calcul établie en tenant compte de l'effet hydrique basé sur la notion de l'enthalpie du matériau qui, en négligeant les effets de changement de phase (liquide $\leftrightarrow$ vapeur + air), devient une fonction directement dépendante de la chaleur latente due à l'évaporation de l'eau libre. Le palier

d'ébullition ou de vaporisation de l'eau est estimé se produire en moyenne entre les températures 100 et 140°C.

Le chapitre quatre traite la simulation par éléments finis des structures en béton dans un environnement d'incendie naturel dont l'objectif consiste d'introduire dans le programme de calcul de base STFIRE l'effet de l'incendie naturel avec branche de température décroissante tel que recommandé par les Eurocodes 2 et 4. Les principales modifications se résument à l'adaptation des relations contrainte-déformation du matériau béton adoptées dans les scénarios de feu conventionnels i.e sans branche de température décroissante en considérant le fait que le béton, lorsqu'il est chauffé puis refroidi, ne retrouve pas sa résistance à la compression initiale. En premier lieu, sont rappelées les bases de la méthode de calcul fondées sur la formulation lagrangienne de type corotationnelle ainsi que sur son implémentation directe dans le code STFIRE_version 2013. En deuxième lieu, il est procédé à la validation du modèle où on envisage une poutre en béton armé soumise à l'action de plusieurs scénarios de feu en moyennant les résultats de l'analyse thermique obtenus et commentés dans le chapitre précédent. Les résultats obtenus sont analysés et comparés à des résultats expérimentaux dans le but de jauger la fiabilité du modèle de calcul ainsi mis au point.

Deuxième partie: Couplage des effets hygro-thermiques

Cette partie est organisée en deux chapitres dont le chapitre cinq consiste d'introduire d'une façon succincte les développements mathématiques en vue d'analyser un problème hygrothermique en tenant compte des principaux phénomènes qui se produisent dans le béton lorsque celui-ci est sujet à températures élevées. Il s'agit essentiellement des phénomènes tels que les flux de matière dus aux effets capillaires et des gradients de pression/concentration de masse, le flux de chaleur ainsi que les effets dus aux changements de phase.

Le chapitre six se rapporte à la discrétisation par éléments finis du modèle mathématique ainsi obtenu en associant une forme variationnelle à travers la méthode des résidus pondérés. Les variables principales sont classiquement exprimées à l'aide des fonctions d'interpolation sur les nœuds dont les variables nodales choisies sont la pression des gaz (P_g), la pression capillaire (P_c) et la température (T). Les équations générales d'équilibre incrémentales sont traduites en langage d'ordinateur Fortran 90 dont le programme principal s'intitule HTPROG (**H**igh **t**hermal-hygral **p**rogram analysis) qui enchaîne l'exécution d'un ensemble de sous programmes ayant chacun une fonction spécifique. L'algorithme de résolution utilise un procédé incrémental basé sur la méthode de Newton Raphson et emploie comme méthode de résolution la technique frontale en raison du nombre important d'équations algébriques à résoudre.

CHAPITRE 2

PHYSIQUE GENERALE DE L'INCENDIE ET ANALYSE DU MODELE DE CALCUL AU FEU NATUREL PRECONISE PAR L'EUROCODE 1

2-1 Généralités

Le calcul de la répartition de la température dans les éléments de construction constitue l'un des problèmes fondamentaux à résoudre pour déterminer la résistance au feu des structures sujettes à l'action d'incendie. Ce problème nécessite l'étude d'un certain nombre de phénomènes en liaison avec le développement au feu. Le premier est sans doute le plus délicat, concerne la modélisation de l'environnement créé par un incendie réel. Dans ce but, il est nécessaire d'examiner les différents problèmes liés à la physique de l'incendie dont particulièrement les différents scénarios de feu qui donnent l'évolution en fonction du temps de la température des gaz dans un compartiment en feu. La courbe température- temps constitue le point de départ pour toute simulation concernant la résistance au feu des structures. Ces problèmes dépendent d'autres facteurs qui seront examinés brièvement dans ce chapitre.

2-2 Bases de la dynamique du feu

L'incendie est la manifestation du processus chimique de combustion et se produit essentiellement en phase gazeuse. La combustion est une réaction exothermique où de l'énergie est libérée.

2-2-1 Triangle du feu

Pour qu'un incendie puisse prendre naissance, il faut la présence conjuguée de trois éléments à savoir, l'oxygène, des matériaux combustibles et une source de chaleur. Ces éléments forment ce qu'on appelle le triangle du feu, représenté à la figure 2-1. Les températures minimales d'auto-inflammation et de propagation sont liées à la nature du combustible, à sa forme, à sa surface et à sa porosité. L'oxygène est un élément essentiel du feu et la vitesse de combustion est influencée par l'apport de l'air frais. L'oxygène est partout dans l'air à raison de 25% en volume et les matériaux combustibles existent dans presque tous les bâtiments ; c'est donc la présence d'une source de chaleur qui est la cause même de la naissance d'un incendie.

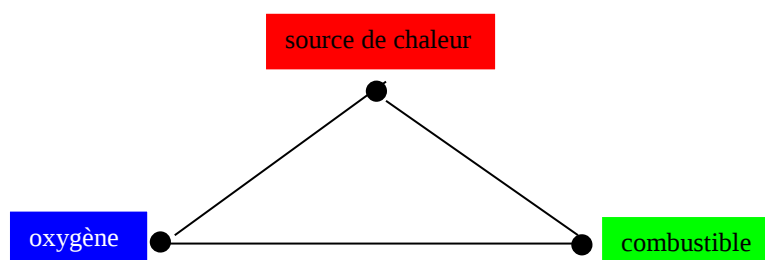


Figure 2-1: Triangle du feu

2-2-2 Phénomène de la combustion

La flamme est la région lumineuse à l'intérieur de laquelle l'oxydation a lieu telle que montrée sur la figure 2-2. Les combustibles en phase liquide et solide doivent se volatiliser avant la combustion, ce qui requiert de l'énergie : pour la plupart des combustibles liquides, il s'agit simplement d'une évaporation ; la plupart des combustibles solides doivent être décomposés chimiquement : ils subissent la pyrolyse à l'exception de quelques rares solides qui subissent le phénomène de sublimation. Le processus est cependant complexe et demande une grande quantité d'énergie (températures de surface du combustible élevées)

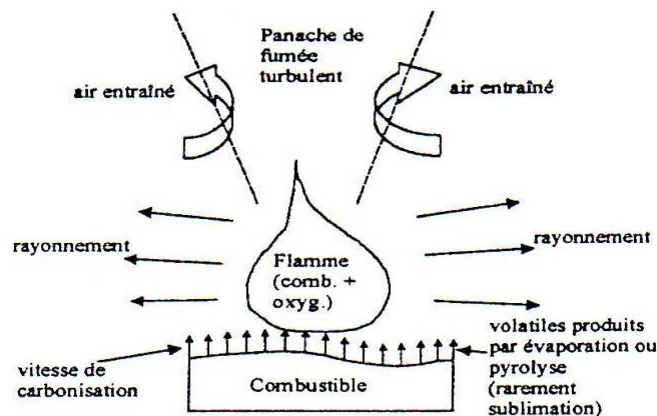


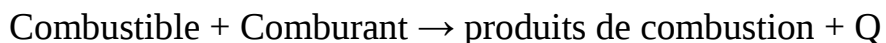
Figure 2-2 : Idéalisation la combustion [4]

2-2-3 Combustion et ses effets

La combustion est due à la réaction de 2 corps à savoir un combustible et un oxydant nommé comburant. Cette réaction ne peut avoir lieu qu'à partir d'une température bien définie variant d'un corps à l'autre.

2-2-3-1 Chimie du feu

En résumé, le feu est une réaction d'oxydation rapide et exothermique qui peut s'écrire de manière tout à fait générale:



où Q est la quantité de chaleur produite par la réaction mettant en œuvre les trois éléments du triangle du feu (fig.2-1) qui sont indispensables à son éclosion et à sa continuité à savoir le combustible, le comburant et la source de chaleur. Chacun des 3 éléments est donc indispensable pour que se déclare un feu; inversement si l'on peut supprimer un d'entre eux le risque disparaît.

- **Combustible** : C'est le produit qui va subir l'oxydation. Tous les corps susceptibles de s'unir avec l'oxygène sont dits 'combustibles'. De nombreux corps ont cette propriété mais tous ne brûlent pas aussi facilement et aussi vite les uns par rapport aux autres. Cela

tient à leur structure et à leur état de division. Ainsi, une bûche de bois sera plus difficile à enflammer et brûlera moins vite que la même masse de copeaux de bois qui elle brûlera très rapidement en dégageant une forte chaleur. Généralement, une combustion est accompagnée d'un changement d'état pour les solides et les liquides. Des matériaux combustibles existent dans presque tous les bâtiments.

- **Comburant** : En pratique, il n'existe qu'un seul comburant : c'est l'oxygène. Mais cet oxygène peut se trouver soit à l'état pur, soit en mélange avec d'autres gaz, soit provenir de la décomposition de certains corps. Dans la plus grande partie des cas que nous rencontrons dans la vie courante, l'oxygène qui alimente la combustion se trouve dans l'air en mélange avec l'azote et d'autres gaz rares. L'air contient 21% d'oxygène et 78% d'azote. Il s'agit d'une composition moyenne. Si la teneur en oxygène est inférieure à 15 %, l'air ne peut plus être considéré comme comburant.
- **Source de chaleur- Energie d'activation** : Ainsi que le rappelle le triangle du feu, la seule présence d'un combustible et d'un comburant n'est pas suffisante pour provoquer le phénomène de la combustion. Un apport d'énergie calorifique dite 'énergie d'activation' est nécessaire pour démarrer ce phénomène, qui s'entretiendra de lui-même par la suite, en raison de la quantité de chaleur (très supérieure à l'énergie d'activation nécessaire) que dégage cette réaction exothermique. Le combustible et le comburant étant naturellement présents dans les bâtiments, c'est donc la présence d'une source de chaleur qui est la cause même de la naissance d'un incendie.

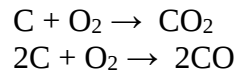
2-2-3-2 Effets de la combustion

Un des effets de la combustion est évidemment le dégagement de chaleur et trop souvent on se contente de craindre les flammes. Or, deux autres conséquences d'un incendie ne sont pas à négliger: les gaz de combustion et les fumées.

- **Quantité de chaleur** : Il est évident que la quantité de chaleur dégagée lors d'un incendie est un danger non négligeable. Elle peut causer des brûlures aux occupants du bâtiment, voire entraîner leur mort. Les dégâts matériels du contenu ou de la structure proviennent eux aussi des conséquences de la chaleur d'un incendie. Pour déterminer la quantité de chaleur dégagée lors d'un incendie, on définit les deux termes suivants :
 - **Pouvoir calorifique** : le pouvoir calorifique d'un combustible est la quantité de chaleur dégagée par la combustion complète de 1 kg de ce combustible.
 - **Potentiel calorifique ou charge d'incendie** : le potentiel calorifique est déterminé par la quantité de matière combustible par unité de surface et par le pouvoir calorifique de ce combustible. Il s'exprime en kcal/m² ou kJ/ m². Par convention, on ramène cette mesure à la chaleur dégagée par 1 kg de bois pour obtenir la charge d'incendie en kg de bois /m².

NB : on pourrait penser que le potentiel calorifique reflète l'analyse d'un risque d'incendie. En fait, il n'en n'est rien, car il faut aussi tenir compte du temps que met le combustible à brûler, des effets de ventilation, le risque d'inflammabilité, etc. D'autant plus qu'il est quasi impossible d'estimer la charge d'incendie dans un bâtiment, surtout quand celui-ci peut au cours de sa vie changer d'affectation et donc de contenu.

- **Les gaz de combustion:** la réaction chimique de la combustion met en combinaison deux corps, à savoir un combustible et l'oxygène. Ces combinaisons forment des gaz. Les plus connus sont les combinaisons du carbone avec l'oxygène de l'air qui donne le dioxyde de carbone ou l'oxyde de carbone suivant les deux équations stœchiométriques:

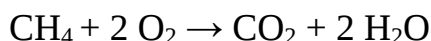


- Le premier n'est pas toxique car il n'engendre pas de réactions irréversibles dans l'organisme. Seulement, il est plus lourd que l'air et stationne donc dans les parties basses des locaux incendiés. Lors d'un incendie, on a tendance à ramper par terre pour éviter les fumées et on risque une asphyxie au CO₂. Le CO quant à lui est très toxique ; à 0.3% dans l'air il est mortel. Il s'agit donc d'un gaz très dangereux et le respirer a souvent des conséquences fatales.
 - A coté des concentrations élevées des gaz de combustion lors d'un incendie, notons qu'il y a aussi une diminution de la teneur en oxygène dans l'air très rapide. En effet, plus la quantité en oxydes de carbone est élevée, plus l'oxygène s'est lié avec le carbone lors de la réaction de combustion et plus la quantité en oxygène dans l'air est faible.
 - Quelques minutes suffisent dans le cas d'un feu mal ventilé pour réduire la concentration en oxygène à moins de 10 %, entraînant les victimes dans un état de syncope, sinon à la mort (O₂ ≤ 6 %).
- **Les fumées :** elles sont constituées par les trois états de la matière suivants:
 - état solide (particules de solides imbrûlées, riche en carbone)
 - état liquide (aérosols et condensations divers, vapeurs d'eau...)
 - état gazeux (gaz de combustion, hydrocarbures...)

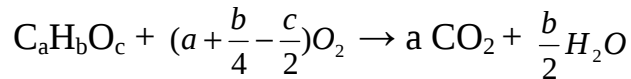
Elles présentent donc tous les dangers des gaz de combustion, mais en plus elles sont opaques à cause des particules dont elles sont chargées. L'opacité rend l'évacuation et l'intervention des services d'incendie difficiles. En plus, leur température est souvent très élevée. Elles peuvent donc être à l'origine de la propagation de l'incendie par transmission de la chaleur à distance. Pour diminuer ces risques, on cherche à évacuer les fumées soit de façon naturelle, soit de façon artificielle. C'est le but du désenfumage qui joue un rôle très important dans les constructions actuelles.

2-2-4 Equation stœchiométrique des fuels

Dans la plupart des cas, le fuel est un hydrocarbure. Lors d'une combustion complète, les principaux produits de la combustion sont CO₂ et H₂O. On considère la combustion stœchiométrique du méthane CH₄, pour laquelle l'air ambiant sec est caractérisé par (O₂ + 3.76 N₂). On a :



L'équation de combustion stœchiométrique généralisée pour les hydrocarbures peut être écrite comme suit :



Dans la plupart des incendies de compartiment, et spécialement dans les incendies à considérer dans le cas des structures, il n'y a, peu de temps après le développement de l'incendie, pas suffisamment d'oxygène disponible dans le compartiment pour permettre à la combustion d'être complète. Le manque d'oxygène conduit à la production de CO au lieu de CO₂.

2-2-5 Mécanismes du développement du feu dans un compartiment incendié

Les gaz chauds dans la flamme sont entourés des gaz plus froids dans le compartiment. La masse la plus chaude, moins dense s'élève alors par suite de la turbulence. Ce flux turbulent, incluant la zone de la flamme, s'appelle panache de fumée (plume). Lorsque l'air chaud s'élève, il entraîne l'air froid latéralement par diffusion. Ceci augmente la masse du panache, diminue la température et dilue les concentrations.

2-2-5-1 Phénomène du Ceiling jet et idéalisation en modèle de zone

Lorsque le panache s'élève, il heurte le plafond. A ce moment, il s'étale de manière radiale, circulaire, en un jet (courant) mu par la quantité de mouvement comme schématisé sur la figure 2-3. Il continue le long du plafond en entraînant de l'air jusqu'au moment où soit il heurte la paroi et continue son chemin vers le bas, soit il perd sa turbulence et sa quantité de mouvement suite au refroidissement du à l'air entraîné. Le 'Ceiling jet' est un phénomène important. C'est lui qui est à la base de l'activation des détecteurs conventionnels de fumée et de chaleur et des systèmes de sprinklage.

En général, le local contient deux couches de gaz distinctes [6]. La couche supérieure, chaude est composée des produits de la combustion et de l'air entraîné. Les propriétés des couches changent avec le temps, mais elles sont supposées constantes sur l'épaisseur d'une couche à chaque intervalle de temps, avec une interface distinct entre les deux. Les panaches continuent à entraîner de l'air et à transporter de la masse jusqu'à la couche supérieure. Il en résulte que la couche supérieure croît en volume et, au fil du temps, se rapproche du plancher. L'hypothèse de couches (ou zones) est à la base des modèles de zone (fig. 2-4).

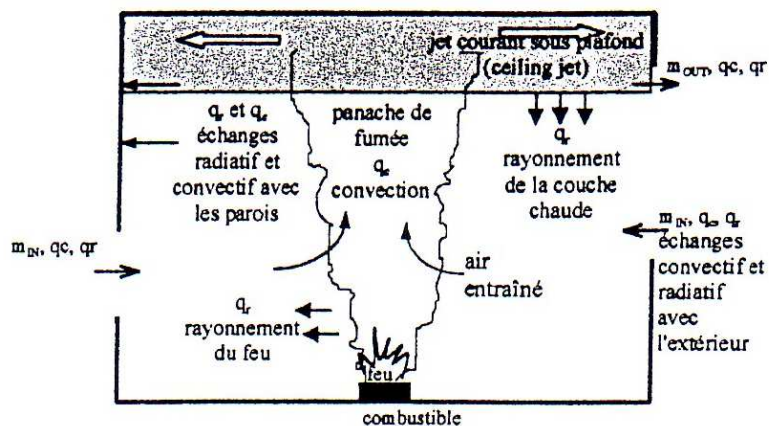


Figure 2-3: Représentation schématique d'un feu de compartiment [4,6]

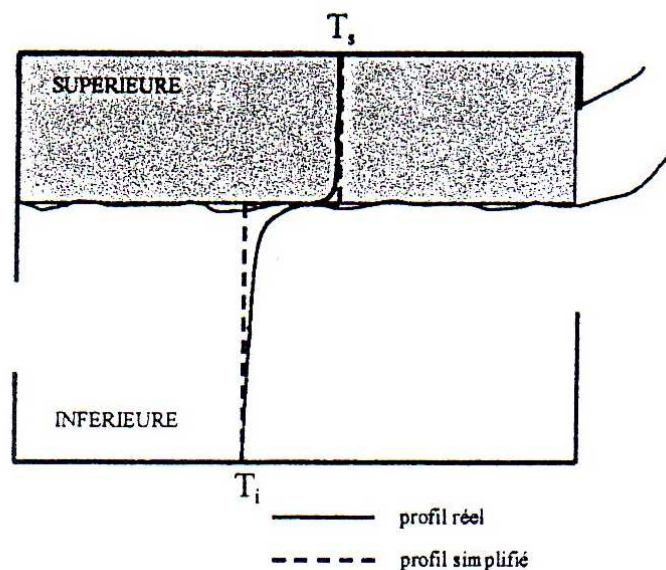


Figure 2-4: Modélisation en couches supérieure et inférieure [4,6]

Lorsque la couche supérieure descend elle est refroidie par l'air entraîné. Elle est aussi chauffée à un taux plus rapide à partir des produits de la combustion où des particules de suie (braises) transmettent de la chaleur par rayonnement vers les surfaces du compartiment, le combustible non brûlé et le feu lui-même ; ce qui accroît la vitesse de combustion. Il peut exister, au cours du développement de l'incendie, un moment où le rayonnement de la couche supérieure est suffisamment intense pour provoquer l'ignition de tout élément combustible dans le compartiment. Ce phénomène s'appelle 'Flashover' ou embrasement généralisé. Il correspond généralement à une température moyenne de la couche supérieure de 550-600°C. En effet, au moment de l'embrasement généralisé, on constate un accroissement très rapide du dégagement de chaleur et des températures dans le compartiment conduisant alors à un incendie post-flashover, dans lequel les couches se mélangent. L'incendie post-flashover est aussi appelé "incendie de pleine intensité" qui peut continuer à se développer pendant plusieurs heures, en fonction de la quantité de matériaux combustibles, et, surtout, de l'air (oxygène) disponible pour la combustion.

2-2-5-2 Etapes du développement d'un incendie

Il y a en principe cinq étapes dans le développement d'un incendie comme indiqué dans la figure 2-5 à savoir l'ignition, le développement ou la propagation, l'embrasement généralisé ou Flashover, la pleine intensité et enfin la phase de la décroissance qui caractérise le refroidissement ou de l'extinction de l'incendie.

Notons que tous les incendies ne passent pas par ces différentes phases ; certains ne se développent pas jusqu'au Flashover, par manque d'oxygène ou de combustible. Dans la phase de développement, l'incendie est dit 'contrôlé par le combustible', car on peut supposer qu'il y a suffisamment d'oxygène disponible pour la combustion. Lors du flashover et lorsque l'incendie se développe avec sa pleine intensité, il devient 'contrôlé par la ventilation', car il n'y a généralement pas suffisamment d'oxygène pour brûler tout le combustible disponible.

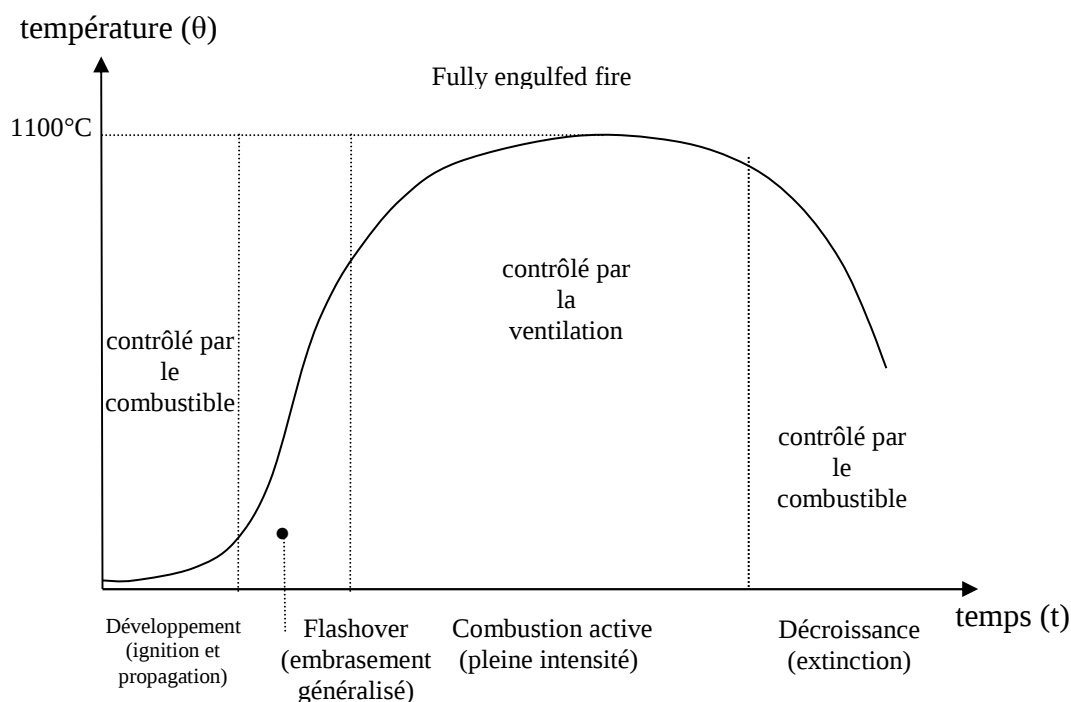


Figure 2-5: Relation température-temps dans un incendie réel

Des fumées riches en combustible quittent alors le compartiment et s'enflamment à nouveau lorsqu'elles sont mélangées à l'oxygène à l'extérieur du local. Ce phénomène produit des flammes s'échappant par les fenêtres et les portes. Lors de la phase d'extinction ou de refroidissement caractérisée par la courbe descendante, l'incendie redevient 'contrôlé par le combustible'.

2-3 Principaux facteurs influençant l'évolution des températures dans un compartiment

Les principaux facteurs qui influencent l'évolution des températures dans un local ou compartiment incendié caractérisant la sévérité de l'incendie résultent de la charge d'incendie, de la ventilation, de la nature des parois et de l'interaction entre ces paramètres.

2-3-1 Charge incendie

La charge incendie ou charge calorifique est en relation avec la puissance destructrice d'un incendie éventuel et représente par définition l'énergie calorifique libérée lors de la combustion complète de la charge constituée par les matériaux combustibles, y compris ceux constituant les éléments de construction, contenus dans le local considéré, et rapportée à l'unité de surface de plancher. Elle s'exprime (en kJ/m^2) de la manière suivante :

$$B_t = \frac{\sum G_i P_{Ci}}{S} \quad (2-1a)$$

où S = surface du plancher du local (en m^2) ; G_i = masse du matériau i (en kg) ;
 P_{Ci} = potentiel calorifique du matériau (en kJ/kg)

2-3-1-1 Charge incendie exprimée en kgbois/m²

Pour des raisons historiques, la charge incendie est parfois encore remplacée par une 'charge équivalente de bois' exprimée en kgbois/m², c'est-à-dire par une masse de bois, qui dégagerait la même quantité d'énergie, dans des conditions normalisées, que la masse des matériaux combustibles. Elle s'exprime comme suit :

$$B_{t,bois} = \frac{\sum G_i P_{ci}}{S \cdot P_{cr}} \quad (2-1b)$$

P_{cr} = potentiel calorifique du matériau bois de référence (= 1600 kJ/kg)

2-3-1-2 Charge incendie effective

En réalité, la valeur de la charge incendie doit être affectée d'un coefficient d'utilisation qui tient compte du fait que la majorité des matériaux ne se consomment pas entièrement et ne libèrent donc pas la totalité de l'énergie qu'ils contiennent. Elle doit aussi tenir compte de la répartition de ces matériaux dans le local, de l'importance de leur surface par rapport à leur masse et de leur aération. La charge incendie effective s'exprime comme suit :

$$B_{tw} = K \cdot B_t \quad (2-1c)$$

où le coefficient K varie entre 0.5 et 0.9, et est souvent voisin de 0.6.

2-3-1-3 Charge incendie industrielle

Elle s'exprime comme suit :

$$B_{ti} = \frac{\sum K_i G_i P_{ci}}{S \cdot h} \quad (2-1d)$$

où : h étant la hauteur du local en m et B_{ti} représente donc l'énergie calorifique libérée par unité de volume et s'exprime donc en kJ/m³.

Pour la charge incendie industrielle, on fait souvent la distinction suivante :

- $B_{batiment}$: charge attribuée au bâtiment lui-même (matériaux de construction)
- $B_{production}$: charge incendie attribuée au processus de production industrielle

Le danger incendie ne peut pas être apprécié uniquement à partir de la charge incendie théorique. Les matériaux combustibles diffèrent entre eux par la facilité avec laquelle ils s'enflamment et par la vitesse à laquelle ils brûlent. La première caractéristique influence la fréquence avec laquelle les incendies apparaissent et la deuxième détermine la sévérité de l'incendie. Lorsque les autres paramètres restent constants, la durée d'incendie est à peu près proportionnelle à la charge incendie. Notons qu'une augmentation de la charge incendie donne normalement lieu à un accroissement de la durée de l'incendie, mais influence beaucoup moins la valeur maximum de la température moyenne dans le local. La liaison entre la charge incendie et la sévérité d'un incendie est très importante à la lumière des exigences

qui doivent être fixées pour les éléments de construction. Il y a cependant d'autres facteurs qui influencent fortement la sévérité d'un incendie.

2-3-2 Ventilation

La ventilation est un des éléments les plus importants qui influence fortement le développement d'un incendie. L'expérience montre que le débit de ventilation D (en kg d'air/s) est donné :

$$D = C^{te} \cdot \frac{A_v}{A_t} \sqrt{h} \quad (2-2)$$

où A_v : la surface des fenêtres en m^2 ; A_t : la surface totale des parois du local ou du compartiment en m^2 ; h la hauteur des fenêtres en m. Le terme $\frac{A_v}{A_t} \sqrt{h}$ s'appelle facteur de ventilation et est exprimé en $m^{1/2}$. La formule est basée sur diverses hypothèses.

Plusieurs types d'incendie peuvent apparaître en fonction de la liaison ventilation-charge incendie. On distingue essentiellement deux régimes de combustion. Pour une charge incendie importante et une ventilation limitée, l'incendie est contrôlé ou conditionné par la ventilation. Dans ce cas, une augmentation de la ventilation provoque une élévation de la température dans le compartiment, une augmentation de la vitesse de combustion et une diminution de la durée d'incendie. Pour une charge incendie faible et une ventilation importante, l'incendie est contrôlé ou conditionné par le combustible, et plus particulièrement par ses caractéristiques de surface. Dans ce cas, une augmentation de la ventilation provoque une baisse de la température, mais n'influence que faiblement sur la vitesse de combustion et la durée d'incendie.

Les températures les plus élevées sont observées dans la zone de transition entre les deux régimes précédents, i.e. aux alentours du rapport stœchiométrique. Pour les autres cas (type 1 ou 2), les températures atteintes dans le local incendié sont moins élevées.

La partie de l'énergie totale libérée, qui est disponible pour l'échauffement des éléments de construction, est fortement influencée par le facteur de ventilation. On peut envisager deux cas extrêmes :

- on considère un compartiment de grande taille avec une production d'énergie assez faible. On obtient une combustion complète à l'intérieur du compartiment. La production totale d'énergie est disponible pour l'échauffement des éléments de construction. Les températures restent cependant assez basses, vu la faible production d'énergie.
- on considère un compartiment de petite taille avec une ventilation assez importante. Une partie importante de la combustion a lieu à l'extérieur des fenêtres et la chaleur produite s'évacue vers l'extérieur. Une faible partie de l'énergie produite est disponible pour l'échauffement des éléments de construction.

Notons par ailleurs que des dispositifs spécifiques ou exutoires pour l'évacuation des fumées sont nécessaires (fig. 2-6). Leur activation se fait généralement d'une manière

automatique par des détecteurs. On favorise ainsi l'apport en air, ce qui a tendance à renforcer l'incendie, mais ces dispositifs ont néanmoins un effet bénéfique pour les raisons suivantes :

- Ils permettent aux pompiers d'intervenir plus rapidement grâce à une meilleure visibilité ;
- Ils empêchent les fumées de s'étendre, ce qui entraîne moins de risques toxiques pour les personnes présentes et moins de dommages.

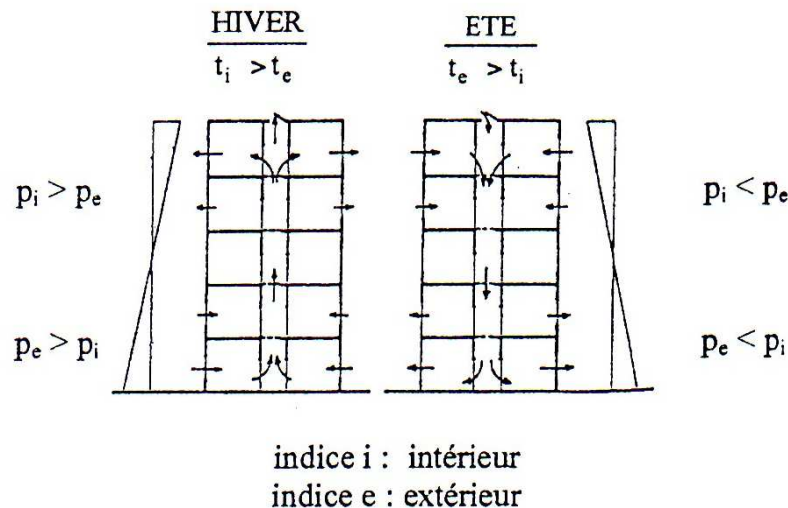


Figure 2-6: Effet cheminée dans un bâtiment élevée avec cage d'escalier

2-3-3 Caractéristiques thermiques des parois

Les caractéristiques influencent le développement de l'incendie, mais dans une moindre mesure que la charge incendie et la ventilation. La chaleur qui est produite au début de l'incendie est en partie transportée vers l'extérieur par la ventilation et en partie absorbée par les planchers, les parois et le plafond.

La température dans le local est déterminée par le bilan thermique entre production et transport de chaleur. Le paramètre déterminant est $\lambda \rho c$, généralement appelé la perméance thermique ($W/m^2.K$), où :

- λ : la conductivité thermique ($W/m.K$)
- ρ : la masse volumique (kg/m^3)
- c : la chaleur massique ($J/kg.K$)

On peut montrer que la quantité d'énergie qui s'écoule vers les parois s'accroît lorsque $\lambda \rho c$ augmente. Il est aussi possible de montrer que le temps après lequel un accroissement déterminé de température est atteint, décroît lorsque $\lambda \rho c$ diminue. Pour les parois et les murs isolants (λ petit, ρ petit), ceci signifie que les températures de surface dans le compartiment s'élèvent plus rapidement, et que moins de chaleur s'écoule vers les parois.

2-4 Actions thermiques : Modèles de représentation de l'incendie

Il y a plusieurs façons de modéliser l'incendie à l'intérieur d'un compartiment. Selon l'Eurocode 1 [7], les modèles utilisés plus couramment, dans un ordre de complexité, sont:

- Courbes normalisées
- Modèle de temps équivalent
- Courbes paramétriques
- Modèles de zone
- Modèles CFD

2-4-1 Courbes normalisées

La façon la plus simple de représenter un incendie est d'utiliser une courbe nominale ou standard, soit une relation donnant l'évolution en fonction du temps de la température des gaz produits dans le compartiment soumis à l'action du feu. Historiquement, elles ont été développées pour tester expérimentalement les éléments de construction, en vue d'en établir un classement. Il était en effet hautement souhaitable que les éléments testés dans différents fours soient soumis à la même action thermique. Pour ce qui est de la modélisation d'un incendie dans un bâtiment, ces courbes fournissent une représentation assez pauvre de la réalité. Cependant, pour des raisons historiques, elles continuent à être, et de loin, la représentation la plus souvent utilisée dans les applications pratiques.

En plus de la courbe normalisée ISO834 [8] correspondant à un scénario de feu conventionnel complètement développé, définit par l'équation logarithmique suivante :

$$\theta_g = \theta_0 + 345 \log_{10}(8t + 1) \quad (2-3)$$

L'Eurocode 1 donne deux autres scénarios de feu normalisés suivants qui sont aussi fréquemment employés dans la pratique :

- Courbe de feu extérieur : elle est définit par l'équation :

$$\theta_g = 20 + 660(1 - 0.686e^{-32t} - 0.313e^{-3.8t}) \quad (2-4)$$

Ce scénario s'applique pour les murs ou éléments extérieurs coupe-feu i.e ayant une fonction séparative où il convient de prendre en compte l'exposition au feu de l'intérieur soit à partir du compartiment en feu correspondant ou de l'extérieur soit à partir d'autres compartiment en feu adjacents. Soulignons que ce scénario de feu ne doit pas être utilisé pour les structures en acier vu qu'il existe un modèle spécifique pour ce genre de structure [9]. Nous pouvons aussi noter par ailleurs que les températures sont plafonnées à 20 + 660 °C c'est-à-dire sont nettement inférieures comparativement aux températures données par la courbe normalisée.

- Courbe de feu hydrocarbure : elle est définit par l'équation :

$$\theta_g = 20 + 1080(1 - 0.325e^{-0.167t} - 0.675e^{-2.5t}) \quad (2-5)$$

Les températures sont ici plafonnées à $20 + 1080$ °C et qu'elles augmentent, notamment durant les premiers instants de chauffage, plus rapidement en comparaison à celles issues de la courbe normalisée ISO834. Ce scénario est utilisé pour représenter les effets de feu engendrés par les hydrocarbures dans les structures par exemple servant de stockage des produits pétroliers et dérivés qui rendent les incendies extrêmement sévères. Notons que dans chacune des deux équations précédentes, θ_g est la température, en °C, des gaz dans le compartiment ou au voisinage de l'élément considéré ; t étant le temps d'exposition au feu en minutes.

Ces courbes nominales sont représentées à la figure 2-7 et elles ont toutes les caractéristiques suivantes :

- la température est uniforme dans le compartiment ;
- le seul paramètre dont elle dépend est le temps ;
- il n'y a pas de refroidissement i.e de branche descendante.

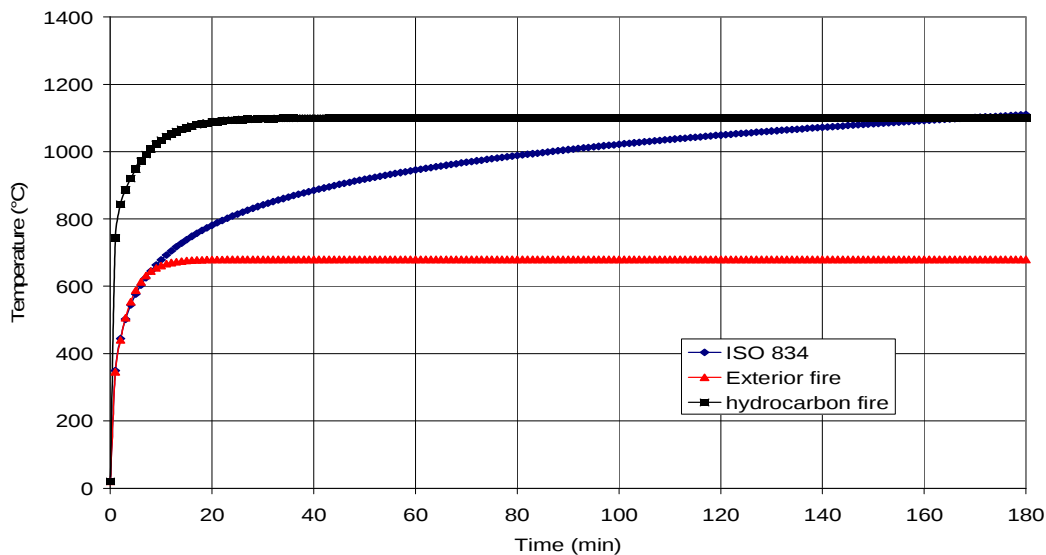


Figure 2-7: Représentation des trois courbes nominales spécifiées dans l'Eurocode 1

Remarque : à la figure 2-8, nous illustrons la courbe température temps adoptée par la normalisation nord américaine dite ASTM E119 [10] en comparaison à la courbe normalisée ISO834. Il est possible de remarquer que les résultats sont quasiment similaires à l'instar d'autres normes existantes telles que British standard BS476 Parts 20-23 [11], Canadian standard CAN ULC-S101-04 [12] et Australian standard AS1530 Part 4 [13].

La courbe ASTM E119 est définie en des points discrets comme indiqués dans le tableau 2-1 avec les températures ISO834 correspondantes. Plusieurs équations approximatives de ASTM E119 sont aussi proposées par Lie [14] dont la plus simple reliant la température T (°C) au temps t (heure) est donnée par l'équation suivante :

$$T = 750 \left[1 - e^{(-3.79553\sqrt{t_h})} \right] + 170.41\sqrt{t_h} + T_0 \quad (2-6)$$

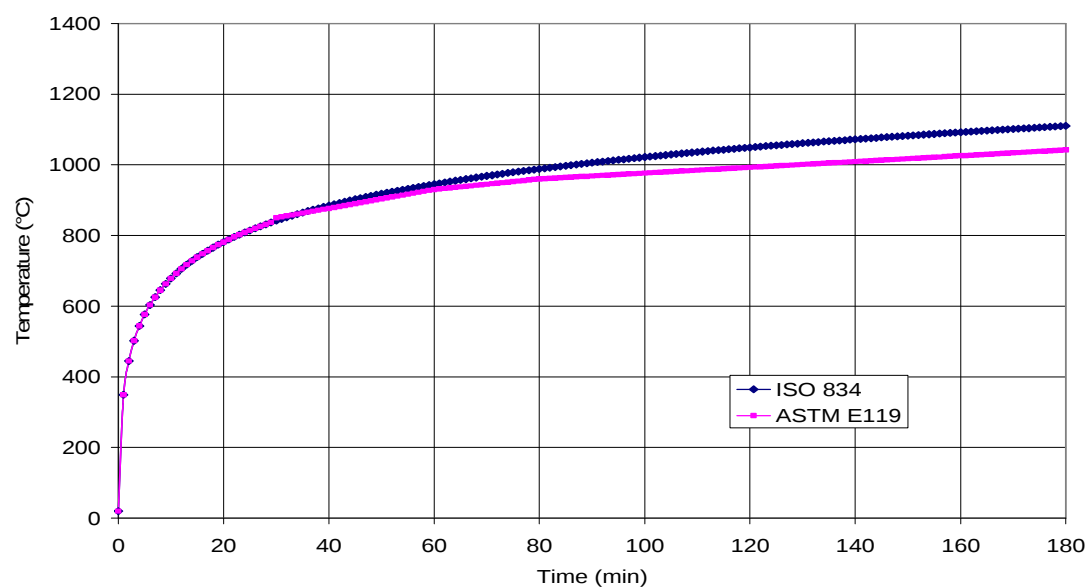


Figure 2-8: Comparaison des courbes ISO834 et ASTME119

Tableau 2-1 Températures des courbes ISO834 et ASTM E119

	ASTM E119 Température (°C)	ISO834 Température (°C)
0	20	20
5	538	576
10	704	678
30	843	842
60	927	945
120	1010	1049
240	1093	1153
480	1260	1257

2-4-2 Modèles de temps équivalent

L'annexe F de l'eurocode 1 contient une méthode donnant un temps équivalent d'exposition au feu qui ramène l'utilisateur à la courbe standard température-temps. Elle est basée sur trois paramètres représentant trois quantités physiques à savoir la densité de charge calorifique, le nombre et le type d'ouverture et les propriétés thermiques des parois du compartiment.

Une équation assez simple, en fonction de ces trois paramètres, donne la durée d'une exposition au feu standard qui aurait le même effet sur la structure qu'un incendie réel se produisant dans des conditions appropriées (fig. 2-9). Cependant, les modèles de temps équivalents sont aujourd'hui considérés quelque peu dépassés [10] vu qu'il existe d'autres plus raffinées exposés ci-après permettant de mieux représenter les conditions de sévérité d'un incendie réel.

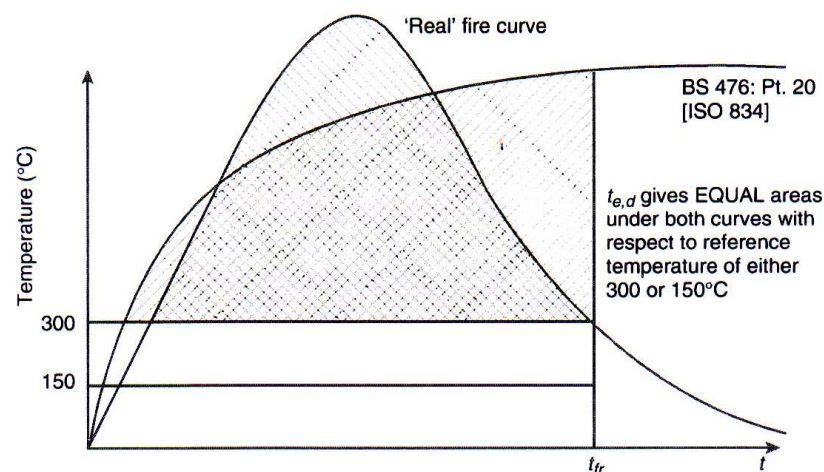


Figure 2-9: Equivalence entre un incendie normalisé et un incendie réel [15]

2-5 Courbes paramétriques : scénario de feu naturel et approche de l'EN1991-1-2

Mentionnons que les premières recherches effectuées dans ce domaine ont été principalement menées, en Suède, par les chercheurs Petterson, Magnusson et Thor. Les travaux forment la base du rapport de l'institut Suédois de l'acier et de la construction [16].

2-5-1 Approche de base

Le traitement théorique est basé sur une relation, qui à chaque instant, donne le bilan entre l'énergie calorifique produite et consommée par unité de temps dans le local incendié. La résolution de l'équation de l'équilibre thermique ainsi obtenue permet de tracer des courbes en terme de l'évolution en fonction du temps des températures des gaz (θ_g) du compartiment. A la figure 2-10, on montre quelques exemples de courbes température-temps obtenues pour différentes valeurs de la charge d'incendie q et du facteur de ventilation $\frac{A_v \sqrt{h}}{A_t}$ et au tableau 2-2, on donne quelques valeurs calorifiques de certains matériaux combustibles usuels

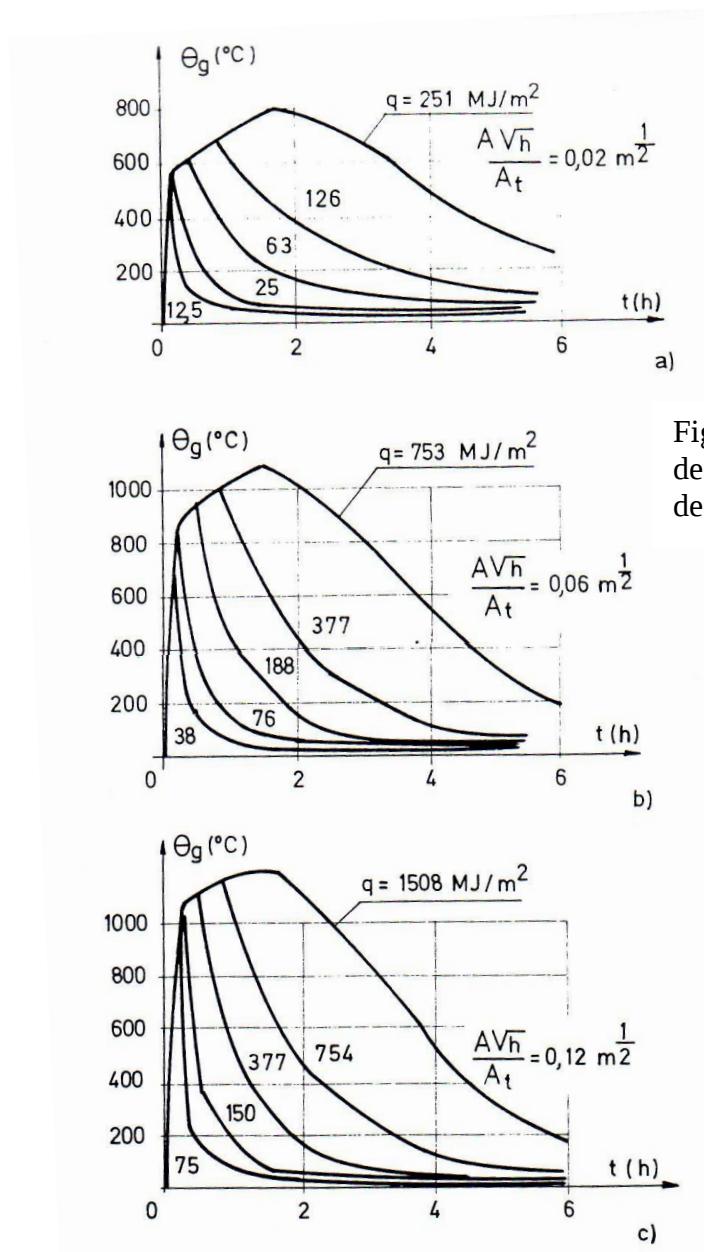


Figure 2-10: Exemple de calcul des courbes température-temps des gaz de combustion [17]

Tableau 2-2 valeurs calorifiques de certains matériaux combustibles usuels

Matériaux	Valeurs de la charge calorifique (MJ/kg)
acétylène	48,2
alcool	27-33
cellulose	15-18
charbon	28-34
gasoil	43-44
grain (de céréale)	16-18
hydrogène	119,7
méthane	50
papier	13-21
polyéthylène	43-44
pvc	16-17
bois	17-20
laine	21-26
pneu en caoutchouc	31-33
paraffine	40-42
celluloïd	17-20

2-5-2 Approche par les équations paramétriques

L'un des désavantages de la formulation de base de Petterson, Magnusson et Thor rapportée par Purkis [17] réside dans la présentation des résultats sous forme tabulaire ou graphique. Elle s'avère en fait peu compliquée dans des implémentations numériques par éléments finis afin de calculer la réponse thermique des éléments structuraux. Dans le but de palier à cette difficulté, plusieurs approches basées sur des équations empiriques ont été développées. Les principales approches sont référencées dans [18] dont l'approche suggérée par l'EN1991-1-2.

Historiquement, l'origine de l'approche de l'EN1991-1-2 remonte aux travaux effectués, en suède, par Petterson, Magnusson et Thelandersson, et reformulée plus tard par Wickstrom [19] en proposant une relation température-temps complètement dépendante du facteur de ventilation sur l'inertie thermique. Elle est fondée essentiellement sur l'hypothèse selon laquelle la courbe normalisée d'un four d'essai standard (ISO834) peut être obtenue en considérant un facteur de ventilation de référence de valeur égale à $0.04 \text{ m}^{0.5}$ et une inertie thermique de référence de valeur $1160 \text{ Ws/m}^2\text{K}$.

Les équations permettant d'obtenir les courbes paramétrées température-temps des gaz (θ_g) dans le compartiment en feu sont données dans l'Annexe A de l'Eurocode 1 [7] et s'expriment en fonction d'un paramètre temps t^* qui est en relation directe avec le temps réel t (en heure). Elles sont valables pour des compartiments au feu ayant une surface de plancher inférieure à 500 m^2 , ne comportant pas d'ouvertures dans le toit et ayant une hauteur maximale de 4 m. Les mêmes équations sont données ci-après de façon un peu logique, i.e. dans l'ordre dans lequel elles doivent être utilisées.

Les données d'entrées sont :

- Les propriétés thermiques du compartiment (murs, plafond et plancher) à savoir la conductivité thermique λ en W/m°K, la chaleur spécifique c en J/kg°K et la densité ρ en kg/m³.
- Les quantités géométriques comme la surface totale (A_t en m²) des murs, du plafond et du plancher en incluant les ouvertures, de la surface totale des ouvertures verticales (A_v en m²) et de la moyenne pondérée des hauteurs des ouvertures de tous les murs (h_{eq} en m).
- La valeur de calcul de la densité de charge calorifique $q_{f,d}$ en MJ/m² rapportée à la surface A_t du compartiment ou bien égale à $q_{f,d} \frac{A_f}{A_t}$; $q_{f,d}$ étant la valeur de calcul de la densité de charge calorifique rapportée à la surface A_f du plancher (MJ/m²).
- Le taux de croissance du feu à savoir faible, moyen ou fort.

Les étapes successives sont :

Evaluer le coefficient des propriétés thermiques du compartiment b donné par la relation en J/m²s^{0.5}°K:

$$b = \sqrt{\lambda \rho c} \quad (2-7a)$$

Pour tenir compte des matériaux différents pour les murs, le plafond et le plancher, il convient d'introduire le coefficient b sous la forme :

$$b = \sum b_j A_{tj} / \sum A_{tj} \quad (2-7b)$$

où A_{tj} est la surface des parois de l'enceinte y compris les ouvertures, ayant la propriété thermique b_j .

i) Evaluer le facteur d'ouverture O par la relation :

$$O = \frac{A_v}{A_t} \sqrt{h_{eq}} \quad (2-8)$$

où h_{eq} est la moyenne pondérée des hauteurs des ouvertures ($\sum A_{vi} h_i / \sum A_{vi}$).

iii) Evaluer le paramètre de l'échelle temps :

$$\Gamma = \frac{\left(\frac{O}{b}\right)^2}{\left(\frac{0.04}{1160}\right)^2} \quad (2-9)$$

iv) Déterminer la durée la plus courte possible (t_{lim} en heure) de la phase d'échauffement d'après le tableau 2-3 selon la nature du taux de croissance du feu.

v) Evaluer la durée de la phase d'échauffement ou de montée en température $t_{\max}$ en heure :

$$t_{\max} = \frac{0.2 \times 10^{-3} q_{t,d}}{O} \quad (2-10)$$

Tableau 2-3 Valeurs de $t_{\lim}$ (selon le tableau E5, EN1991-1-2)

taux de croissance de l'incendie	Occupation	$t_{\lim}$ (min)
faible	transport (espace publique)	25
moyen	habitation ; hôpital (salle) ; hôtel (salle) ; bureau ; salle de classe	20
fort	bibliothèque ; centre de surface d'achat ; théâtre (cinéma)	15

vi) Si $t_{\max} > t_{\lim}$ le feu sera contrôlé par la ventilation (i.e. ventilation controled). Dans ce cas, nous avons avec $t^* = \Gamma t$ (fig. 2-11a):

$$* \theta_g = 20 + 1325(1 - 0.324e^{-0.27t^*} - 0.204e^{-1.77t^*} - 0.472e^{-19t^*}) \quad (2-11)$$

- La température dans la phase de refroidissement est donnée par les équations suivantes :

$$\theta_g = \theta_{\max} - 625(t^* - t_{\max}^*) \quad \text{pour } t_{\max}^* \leq 0.5 \quad (2-12a)$$

$$\theta_g = \theta_{\max} - 250(3 - t_{\max}^*)(t^* - t_{\max}^*) \quad \text{pour } 0.5 < t_{\max}^* < 2 \quad (2-12b)$$

$$\theta_g = \theta_{\max} - 250(t^* - t_{\max}^*) \quad \text{pour } t_{\max}^* \geq 2 \quad (2-12c)$$

où $t_{\max}^* = \Gamma t_{\max}$ et $\theta_{\max}$ est donnée par la relation (2-15) dans laquelle $t^* = t_{\max}^*$.

vii) Si $t_{\max} \leq t_{\lim}$ alors le feu sera contrôlé par le combustible (combustible controled) et les étapes sont les suivantes (fig. 2-11b):

- Evaluer le facteur modifié d'ouverture défini par la relation :

$$O_{\lim} = \frac{0.1 \times 10^{-3} q_{t,d}}{t_{\lim}} \quad (2-13)$$

- Evaluer le paramètre modifié de l'échelle temps définit comme suit :

$$\Gamma_{\lim} = \frac{\left(\frac{O_{\lim}}{0.04}\right)^2}{\left(\frac{b}{1160}\right)^2} \quad (2-14)$$

- Si $O > 0.04$ et $q_{t,d} < 75$ et $b < 1160$, il faudra multiplier $\Gamma_{\lim}$ de la relation 2-18 par un coefficient k défini par l'expression :

$$k = 1 + \left(\frac{O - 0.04}{0.04}\right) \left(\frac{q_{t,d} - 75}{75}\right) \left(\frac{1160 - b}{1160}\right) \quad (2-15)$$

- la température durant la phase d'échauffement ou de montée en température i.e. jusqu'à $t = t_{\lim}$, est donnée par la relation (2-15) dans laquelle $t^* = t\Gamma_{\lim}$.
- la température durant la phase de refroidissement est donnée par les équations suivantes :

$$\theta_g = \theta_{\max} - 625(t^* - t_{\lim}^*) \quad \text{pour } t_{\max}^* \leq 0.5 \quad (2-16a)$$

$$\theta_g = \theta_{\max} - 250(3 - t_{\max}^*)(t^* - t_{\lim}^*) \quad \text{pour } 0.5 \leq t_{\max}^* < 2.0 \quad (2-16b)$$

$$\theta_g = \theta_{\max} - 250(t^* - t_{\lim}^*) \quad \text{pour } t_{\max}^* > 2.0 \quad (2-16c)$$

où $t_{\lim}^* = \Gamma t_{\lim}$ et $t_{\max}^* = \Gamma t_{\max}$; $t_{\max}$ étant donné par la relation (2-12).

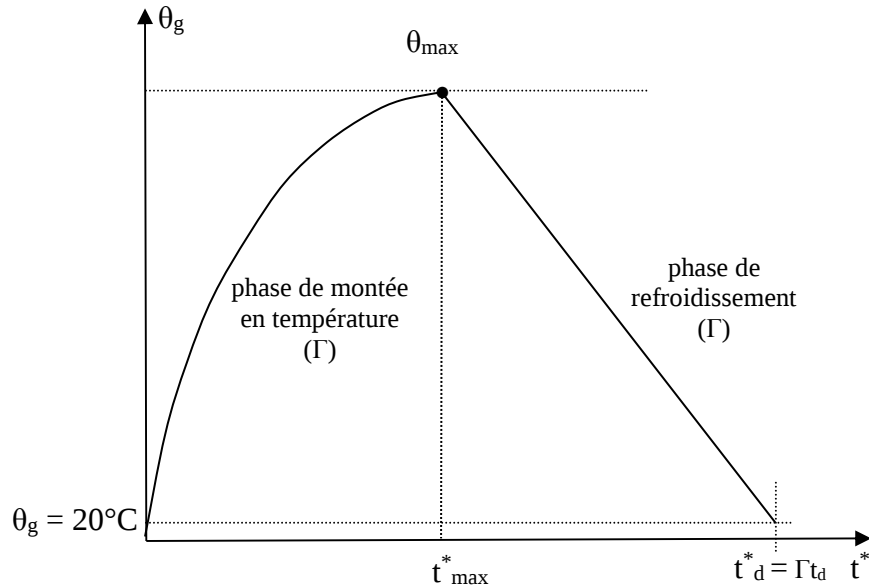


Figure 2-11a: courbe paramétrique de l'EN1991-1-2 (feu contrôlé par la ventilation)

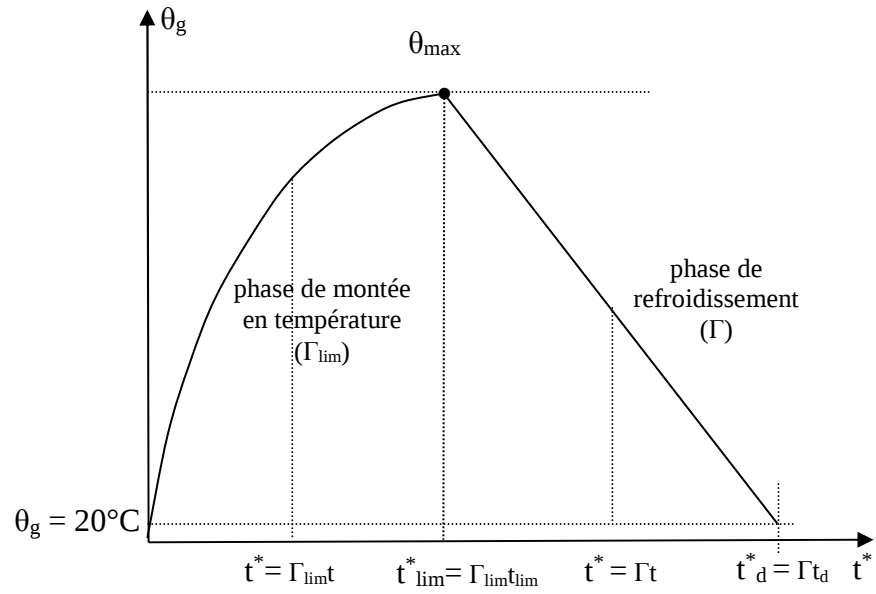


Figure 2-11b: courbe paramétrique de l'EN1991-1-2 (feu contrôlé par le combustible)

Les relations (2-16) et (2-20) peuvent être obtenues de la façon suivante en considérant l'une des figures 2-14 selon que le feu est contrôlé par la ventilation ou par le combustible.

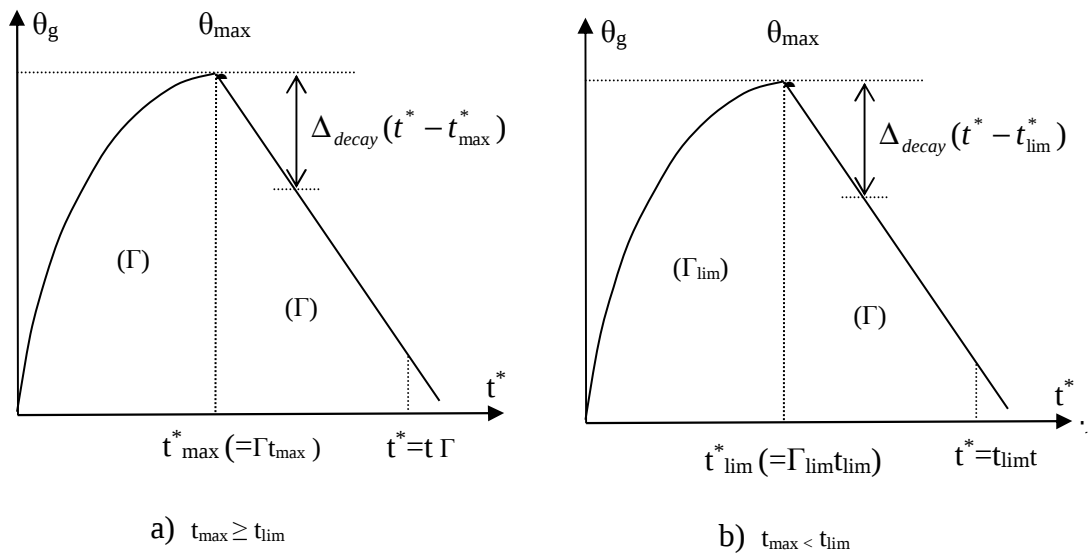


Figure 2-12: Interprétation des relations décrivant la courbe descendante

$$\theta_g = \theta_{\max} - \Delta_{decay}(t^* - t_{\max}^*) \quad \text{si } t_{\max} > t_{\lim} \quad (2-16d)$$

$$\theta_g = \theta_{\max} - \Delta_{decay}(t^* - t_{\lim}^*) \quad \text{si } t_{\max} \leq t_{\lim} \quad (2-16e)$$

où Δ_{decay} représente la pente de la branche descendante que l'Eurocode définit de la manière suivante (fig. 2-13):

$$\Delta_{decay} = 625 \quad \text{si } t_{max}^* \leq 0.5h \quad (2-16f)$$

$$\Delta_{decay} = 250(3 - t_{max}^*) \quad 0.5h < t_{max}^* < 2.0h \quad (2-16g)$$

$$\Delta_{decay} = 250 \quad \text{si } t_{max}^* \geq 2.0h \quad (2-16h)$$

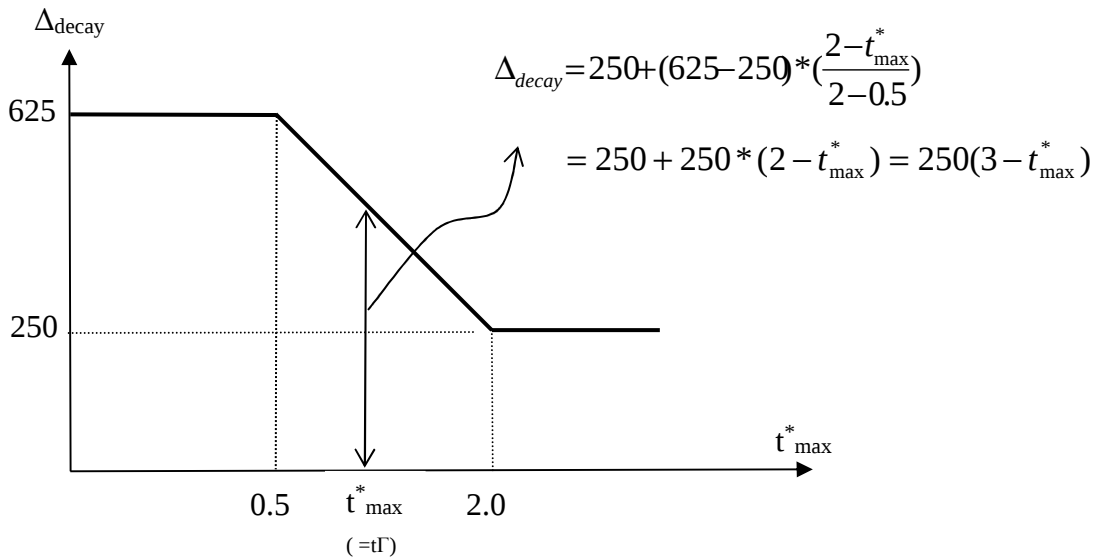


Figure 2-13: détermination de la pente de la branche descendante

Remarques:

- Le concept de la durée minimale du temps de la phase d'échauffement, t_{lim} , et du coefficient k ont été introduit par Franssen [9]. Le temps t_{lim} marque la transition d'un feu contrôlé par le combustible à une situation de feu contrôlé par l'air. Le coefficient k est introduit pour tenir compte des effets de grandes ouvertures.
- Des valeurs différentes sont attribuées au coefficient des équations (2-14) et (2-17) savoir 0.002 et 0.001 contrairement à la valeur unique de 0.0013 contenue dans la prénorme ENV 1991-2-2 [24].
- L'EN1991-1-2 préconise de respecter les limites d'application des équations (2-13) à (2-16). Ces limites sont les suivantes : $0.02 \leq O \leq 0.20 \text{ (m}^{0.5}\text{)}$; $50 \leq q_{t,d} \leq 1000 \text{ (MJ/m}^2\text{)}$; $100 \leq b \leq 2200 \text{ (J/m}^2\text{s}^{0.5}\text{°K)}$.

Envisageons en guise d'exemple, deux scénarios paramétriques différents nous désignons par Fire I et Fire II comme décrits dans le tableau 2-4 pouvant représenter deux situations extrêmes d'incendie susceptibles de rencontrer dans la pratique. Le premier scénario à savoir Fire I porte sur un compartiment constitué par des panneaux faits de gypse ayant les caractéristiques physiques:

- densité du matériau: $\rho = 730 \text{ kg/m}^3$
- conductivité thermique: $\lambda = 0.2 \text{ W/m}^\circ\text{K}$
- chaleur spécifique: $c = 1130 \text{ J/kg}^\circ\text{K}$

Ce qui nous conduit à un coefficient de transmission calorifique $b = b = \sqrt{\lambda \rho c} = 400 \text{ Wh}^{0.5}/\text{m}^2\text{K}$. Le deuxième scénario Fire II se rapporte à un compartiment fait en béton dense où nous avons : $\rho = 2300 \text{ kg/m}^3$, $\lambda = 1.6 \text{ W/m}^\circ\text{K}$ et $c = 980 \text{ J/kg}^\circ\text{K}$ soit $b = 1900 \text{ Wh}^{0.5}/\text{m}^2\text{K}$.

Le compartiment (fig. 2-15) a comme dimensions 6x4 m en plan et 3 m en hauteur qui conduit aux propriétés géométriques suivantes : $A_f = 6 \times 4 = 24 \text{ m}^2$; $A_t = 108 \text{ m}^2$; $A_v = 2.25$ de large x 1.5 de hauteur = 3.375 m^2 pour le scénario Fire I et $A_v = 2.85$ de large x 1.0 de hauteur = 2.85 m^2 pour le scénario Fire II.

Tableau 2-4 Propriétés des scénarios paramétriques

Feu de calcul	Matériau	Coefficient de transmission calorifique b ($\text{Wh}^{0.5}/\text{m}^2\text{K}$)	Dimension des ouvertures (m)	Charge calorifique, qfd (par m^2 du plancher)
Fire I	Panneau de gypse	488	2.25x1.5	1200
Fire II	Béton dense	1900	2.85x1.0	400

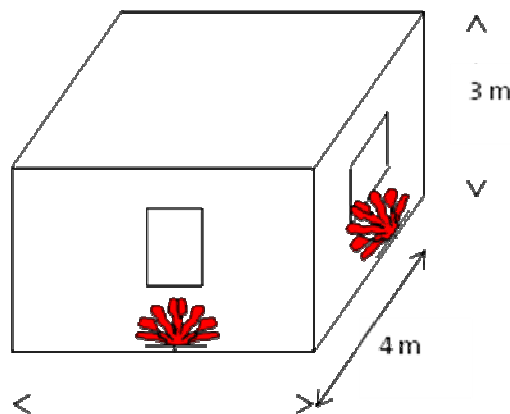


Figure 2-15: Compartiment en feu

Les résultats obtenus sont présentés sur la figure 2-16 en comparaison avec les scénarios conventionnels standard ISO834 et ASTM E119 où nous notons particulièrement :

- Fire I : $\theta_{\max} = 1242.13 \text{ }^\circ\text{C}$; $t_{\max} = 83 \text{ min}$; $t_d = 142 \text{ min}$
- Fire II : $\theta_{\max} = 1621.13 \text{ }^\circ\text{C}$; $t_{\max} = 41 \text{ min}$; $\theta_g = 284.84 \text{ }^\circ\text{C}$ à $t = 240 \text{ min}$
- ISO834: $\theta_g = 1152.82 \text{ }^\circ\text{C}$ à $t = 240 \text{ min}$
- ASTM E119 : $\theta_g = 1090.91 \text{ }^\circ\text{C}$ à $t = 240 \text{ min}$.

Notons que les scénarios Fire I et Fire II sont tous les deux de type à ventilation contrôlée vu que $t_{\max} > t_{\lim}$ ($=5/4$ heure). Notons également que l'une des anomalies de ces approches paramétriques, réside dans le fait que le taux de croissance de la température dans la phase d'échauffement est indépendant de la densité de charge où il n'est pas toujours possible de caractériser complètement la réponse température-temps du compartiment. Toutefois, le modèle paramétrique de l'EN1991-1-2 est assez suffisant pour prédire les données de base telles que la température maximale $\theta_{\max}$, le temps lui correspondant $t_{\max}$ et le temps t_d pour que la température redevienne ambiante.

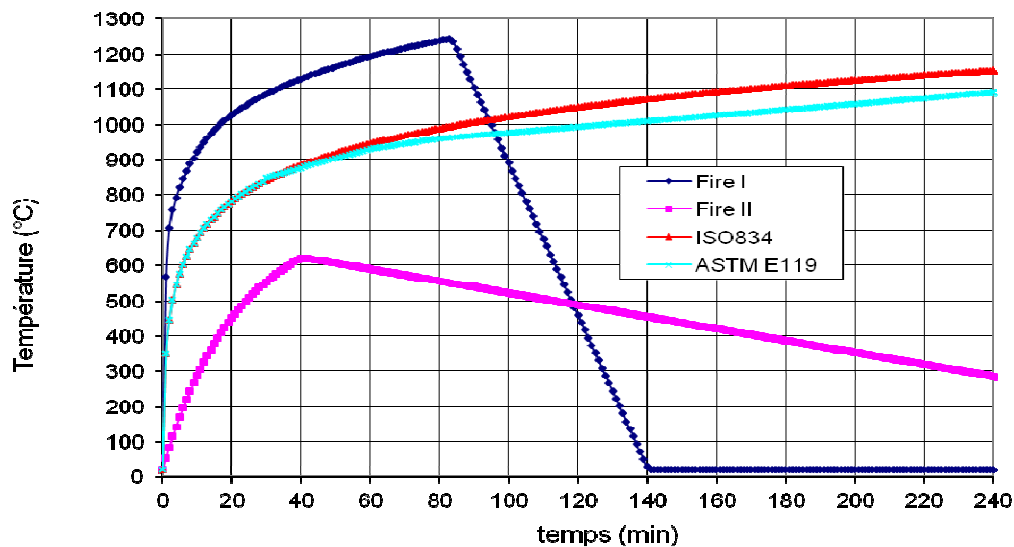


Figure 2-16: Courbes température-temps de Fire I et Fire II en comparaison avec les scénarios conventionnels standard ISO834 et

2-5-3 Modèles de zone

Comme déjà mentionné dans le paragraphe sur la dynamique du feu, l'hypothèse de couche ou zone (supérieure et inférieure) constitue la base des modèles de zone. L'épaisseur de la couche inférieure, qui reste à température assez basse et ne contient pas de produits de combustion, est très importante pour apprécier les conditions de survie des occupants dans le compartiment.

Le modèle à une zone (one-zone model) est basé sur l'hypothèse selon laquelle les températures des gaz sont particulièrement homogènes dans tout le compartiment (Fig.2-17).

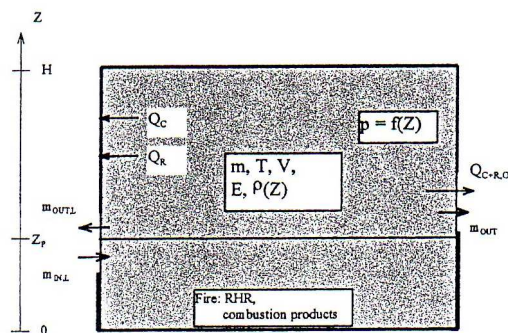


Figure 2-17: Compartiment dans un modèle à une zone [20]

C'est par exemple le cas si l'épaisseur de la couche supérieure s'accroît tellement que celle-ci remplit à peu près tout le compartiment. Un autre cas est celui pour lequel la température de la couche supérieure est suffisamment élevée pour conduire au flashover dans l'ensemble du compartiment, ce qui détruit la notion stratification en couche et qui peut donc produire une situation plus proche de l'hypothèse d'un modèle à une zone.

Il y a lieu cependant de vérifier constamment au cours du processus de l'hypothèse d'une stratification en deux zones. La modélisation d'un compartiment en deux zones (two-zone model) est représentée à la figure 2-18.

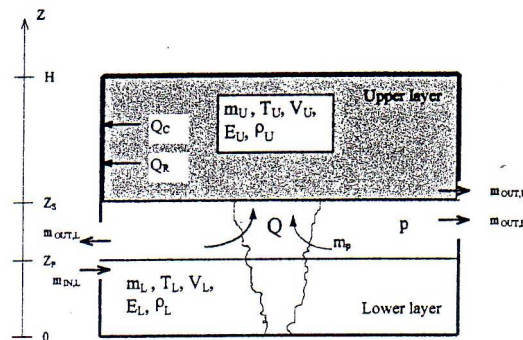


Figure 2-18: Compartiment dans un modèle à deux zones [20]

L'application de tels modèles nécessite l'utilisation des moyens numériques sophistiqués sur ordinateur comme le code OZONE développé à l'université de Liège [21]. Ces types de modèles offrent la possibilité d'analyser des bâtiments plus complexes (fig. 2-19), où le compartiment d'origine échange de la masse et de l'énergie avec l'environnement extérieur, mais aussi avec d'autres compartiments dans le building.

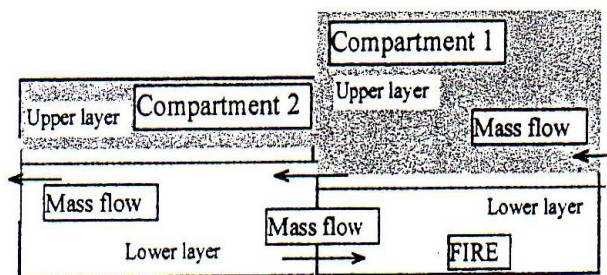


Figure 2-19: Configuration multi-compartiments avec modèle à deux zones [20]

2-5-4 Modèles CFD

Les méthodes Avancées en Dynamique des fluides (**C**omputational **F**luid **d**ynamics, CFD) analysent les systèmes incluant l'écoulement des fluides, les transferts de chaleur et les phénomènes associés en résolvant les équations fondamentales de la mécanique des fluides. Ces équations constituent une représentation mathématique des lois de conservation de la physique.

Dans ces modèles, les équations différentielles de la thermodynamique et de l'aérodynamique sont résolues en un très grand nombre de points du compartiment. Dans beaucoup de modèles, les équations de base sont exprimées en moyenne sur un certain intervalle de temps, ce qui permet d'éviter différents problèmes d'instabilité numériques. La figure suivante (fig. 2-20) illustre la modélisation d'un compartiment dans un modèle CFD [21], mais dans toute application réelle, il faut procéder à une discrétisation beaucoup plus poussée.

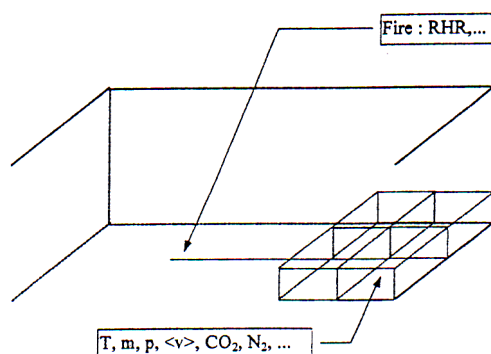


Figure 2-20: Compartiment dans un modèle CFD [20]

2-6 Mécanismes de transfert de chaleur

Les mécanismes de développement et de propagation d'un incendie sont étroitement liés aux problèmes de combustion, mais aussi aux transferts de chaleur qui se produisent par conduction, convection et rayonnement entre le feu et son environnement. Il est donc important, quand on veut aborder le problème de la sécurité des constructions face à l'incendie, de bien connaître les lois fondamentales qui régissent ces trois modes de transmission, afin d'évaluer l'échauffement produit par le feu sur les éléments de la structure proche ou éloignée.

2-6-1 Différents problèmes liés aux mécanismes de transferts de chaleur

Afin de mieux comprendre les différents problèmes liés aux mécanismes de transferts de chaleur, considérons de nouveau un compartiment tel qu'il a été défini précédemment, présentant une ouverture par laquelle pénètre l'air frais (fig. 2-21) et examinons comment se pose le problème de transfert de chaleur.

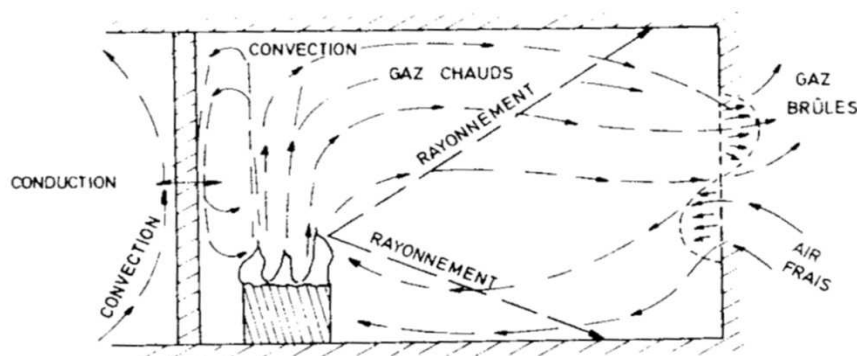


Figure 2-21: Schématisation des transferts de chaleur dans un local incendié [22]

A l'origine, l'incendie a souvent un caractère localisé : une colonne convective s'établit au-dessus du lit du combustible, atteint le plafond du local et sort par la partie supérieure de l'ouverture, alors que l'air frais pénètre par la partie inférieure. Un écoulement d'air s'établit par l'ouverture, la mise en mouvement étant provoqué par la combustion (convection naturelle). Les échanges de chaleur se produisent par convection sur les parois verticales et horizontales, par rayonnement de la flamme et des fumées vers les éléments directement visibles, et par conduction au sein des parois et dans le combustible non brûlé.

Les problèmes à envisager sont de différentes natures :

- Des problèmes de combustion et de problèmes de thermocinétiques, c'est-à-dire de mécanique des fluides et de thermique liés à l'écoulement gazeux que provoque le feu, l'écoulement de l'air frais et surtout, à cause des risques d'asphyxie, celui des gaz brûlés et des fumées ; ceux-ci ont été examinés amplement dans les paragraphes précédents.
- Des problèmes de transfert thermique qui consistent à déterminer la température dans les parois. En effet, il est nécessaire de savoir si une paroi n'a pas atteint une température critique au-delà de laquelle il y a risque d'auto-inflammation, de dégagement de gaz toxique, de ramollissement voir de fusion s'il s'agit de produits plastiques. Dans le cas d'une structure portante, il est nécessaire d'évaluer la pénétration de la chaleur à l'intérieur de l'élément.

Dans les sections subséquentes, nous allons passer en revue les notions fondamentales concernant les transferts de chaleur par rayonnement, convection et conduction en indiquant quelques résultats particuliers directement applicables aux problèmes de propagation des incendies dans les structures.

2-6-2 Rayonnement

Dans ce processus qui joue un rôle important dans la propagation du feu, la chaleur à la surface d'un corps est transformée selon les lois de la thermodynamique en rayonnement thermique. Des modèles servent à représenter la propagation et les effets de ce rayonnement : l'aspect ondulatoire, qui assimile à un rayonnement électromagnétique, et l'aspect quantique, qui en fait un faisceau de photons. Le rayonnement thermique est analogue à la lumière visible, mais de longueur d'onde supérieure (infrarouge). Lorsqu'il tombe à la surface d'un autre milieu, il est en partie réfléchi, en partie transmis si le milieu est partiellement transparent, et en partie absorbé c'est-à-dire dégradé en chaleur. Le résultat équivaut à un transfert de chaleur d'un corps à l'autre. Ce qui se propage n'est cependant pas de la chaleur, mais du rayonnement.

Le phénomène de transformation de chaleur en rayonnement est l'émission, tandis que le phénomène de transformation du rayonnement en chaleur est l'absorption. Ces deux phénomènes sont indépendants l'un de l'autre. La différence entre les énergies quittant la surface d'un corps et y arrivant, donne la chaleur cédée. Le calcul des transferts de chaleur par rayonnement se ramène toujours à ce bilan. Pour l'effectuer, il faut pouvoir caractériser ces phénomènes.

Le flux d'énergie émis dans toutes les directions (émission hémisphérique) est caractérisé par l'émittance énergétique M . Les lois qui régissent, pour un corps

quelconque, la variation de M avec la température sont complexes. On les détermine par référence à celles bien connues d'un corps idéal, dit absorbant parfait, ou corps noir. Ce corps a une émission diffuse et absorbe intégralement toutes les radiations qu'il reçoit. De plus, il a la propriété d'émettre, pour une température donnée, le plus d'énergie.

La loi de Stefan-Boltzmann détermine l'énergie émise par le corps noir dans tout le spectre à une température donnée. Elle s'écrit :

$$M = \sigma_0 T_K^4 \quad (2-17)$$

σ_0 : constante de Stefan-Boltzmann = $5.68.10^{-8} \text{ W/m}^2.\text{K}^4$ et T_K : température absolue

L'énergie croît donc comme la puissance quatrième de la température. Ceci explique la prédominance, à température élevée, des échanges de chaleur par rayonnement sur les échanges par convection ou par conduction. Les corps non noirs émettent, à une température donnée, moins d'énergie que les corps noirs. On écrit que leur émission est égale à celle du corps noir à la même température T_K multipliée par un facteur noté $\varepsilon < 1$, qu'on appelle facteur d'émission.

Le calcul des échanges de chaleur entre corps noirs est complexe et ne peut être effectué de manière analytique que pour des conditions géométriques relativement simples. Dans le cas particulier de deux plans parallèles infinis situés à des températures T_{K1} et T_{K2} , on peut montrer que le flux de chaleur échangé est donné par :

$$q_m = \sigma_0 (T_{K1}^4 - T_{K2}^4) \quad (2-18)$$

Dans le cas de surfaces non noires, les calculs deviennent très complexes, voire impossibles. Cependant, s'il s'agit de surfaces opaques grises à réflexion diffuse, il est encore possible de faire les calculs. Le corps gris est un corps dont le facteur d'émission est inférieur à l'unité, mais constant pour toutes les longueurs d'onde. Il constitue un échelon intermédiaire entre le corps noir et le corps coloré qui sont caractérisés par une absorption sélective dépendant de la longueur d'onde. Cette hypothèse du corps gris à émission diffuse est souvent faite pour les matériaux non conducteurs de l'électricité, mais elle ne s'applique pas aux métaux polis.

Si on appelle ε_1 et ε_2 les facteurs d'émission relatifs aux surfaces 1 et 2, la relation (2-23) devient dans le cas d'un corps gris :

$$q_{rg} = \varepsilon_{12} \sigma_0 (T_{K1}^4 - T_{K2}^4) \quad (2-19)$$

où ε_{12} est un coefficient de rayonnement réciproque défini par :

$$1/\varepsilon_{12} = 1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1 \quad (2-20)$$

On voit que, dans le cas particulier de corps noir ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$), $\varepsilon_{12} = 1$, et on retrouve la relation établie dans ce cas.

Le caractère simple est commode de la relation (2-24) a conduit à l'utilisation d'une formule du même type pour déterminer le flux de chaleur absorbé par une paroi à la

température T_{kp} , lorsque les conditions géométriques sont beaucoup plus complexes. Dans ce cas, les autres surfaces entourant l'élément et les flammes sont désignées sous le terme global « environnement » dont la température de référence vaut T_{ke} est prise égal à la température des gaz dans le local (par exemple la courbe ISO ou paramétrique).

On définit alors l'échange par la formulation approchée suivante :

$$q_r = \varepsilon_{ep} \sigma_0 (T_{ke}^4 - T_{kp}^4) \quad (2-21)$$

où ε_{ep} est un facteur conventionnel représentant l'émissivité relative globale entre l'environnement et la paroi. Ce facteur ne peut évidemment, dans ce cas, être déterminé que de manière semi-empirique.

2-6-3 Convection

Le phénomène de transfert de chaleur par convection apparaît lorsque les particules constitutives du milieu sont libres de se mouvoir (liquides et gaz). Elles emportent avec elles la chaleur qu'elles ont reçue, soit au contact des parties fixes plus chaudes, soit encore en leur sein même, par suite d'une dissipation interne (réaction chimique). Lorsque le mouvement du fluide est due à une action mécanique extérieur (pompe, ventilateur, ...), on dit que la convection est forcée. Lorsque se sont les effets thermiques eux même qui mettent en mouvement le fluide, on dit que la convection est naturelle ou libre. Ce mouvement est provoqué par une différence de masse volumique entre particules fluides chaudes ou froides.

Dans la plupart des problèmes de propagation du feu au sein de locaux plus ou moins clos, ces deux types de convection peuvent coexister (convection naturelle au dessus de la flamme, convection forcée entre paroi horizontal et gaz chaud). Les échanges par convection obéissent à la loi suivante :

$$q_c = h(T_f - T_p) \quad (2-22)$$

où : T_p : température à la paroi du solide, T_f : température du fluide et h : coefficient d'échange par convection.

2-6-4 Conduction

La conduction est le mécanisme de propagation de la chaleur dans un milieu matériel solide non isotherme. Le transfert calorifique par conduction est aussi présent dans les liquides et dans les gaz. Dans ce cas, il est cependant masqué par le phénomène de convection, dans lequel la chaleur est dissipée par un processus engendré par la turbulence.

Le phénomène de conduction résulte de transferts d'énergie entre molécules, atomes et électrons (liés ou libres). Les mouvements submicroscopiques impliqués par de tels échanges ne peuvent être visualisés ni observés directement à l'aide des techniques usuelles. Les déplacements relatifs sont nuls en moyenne au cours du temps.

2-6-4-1 Loi de comportement de Fourier

On sait que la chaleur s'écoule d'une zone à température élevée vers une zone où la température est plus basse. Le flux de chaleur s'obtient par la loi de Fourier qui, dans le cas unidirectionnel, s'écrit :

$$q'_x = -\lambda \frac{dT}{dx} \quad (\text{W/m}) \quad (2-23)$$

où λ est la conductivité thermique ($\text{W/m} \cdot ^\circ\text{K}$) ; $q'_x = (dq_x / dt) / A$, A étant la section, est perpendiculaire à la direction x , à travers laquelle la chaleur est transférée.

2-6-4-2 Equation d'équilibre du champ thermique

Les incendies sont des phénomènes transitoires, et les équations de base de la conduction doivent donc être établies en régime transitoire. La distribution de la température dans un corps solide est régie par une équation qui établit en chaque point du milieu la conservation de l'énergie pour un petit élément de volume centré en ce point. Cette équation s'écrit dans un milieu bidimensionnel:

$$\lambda \nabla^2 T + Q = c\rho \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2-24)$$

où: - c : chaleur massique, ρ : masse volumique, Q : puissance éventuellement dissipée par unité de volume (effet de Joule, réactions chimiques, réactions nucléaires...) et

$$\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (\text{opérateur de la divergence}).$$

NB : i) Si T est indépendant de t et la puissance dissipée par unité de volume égale à 0, l'équation se simplifie encore: $\nabla^2 T = 0$; Dans ce cas, le régime est dit permanent (ou stationnaire) ii) Si $Q = 0$, on obtient : $\nabla^2 T = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t}$ où : $a = \lambda / c \rho$ s'appelle diffusivité

thermique. Cette équation est assortie d'une condition initiale et de diverses conditions aux limites. Il faut noter que, en toute généralité, les variables λ , c , ρ et Q dépendent de la température.

L'équation de conduction de la chaleur ne suffit pas pour représenter les différents phénomènes qui se produisent dans les éléments en béton portés à des températures élevées. En effet, en plus du transfert de chaleur, il se produit des transferts de masse provoqués par la migration de vapeur et d'humidité. Ces deux phénomènes se superposent et sont décrits par un système d'équations différentielles couplées. En pratique, cependant, on n'utilise pas cette formulation, trop complexe, et on se contente de représenter la vaporisation de l'eau libre contenue dans le béton, soit en faisant intervenir le terme Q de l'équation de conduction, soit en augmentant la capacité thermique du matériau aux environs de 100°C .

Les méthodes analytiques ne permettent pas de résoudre l'équation du champ thermique (2-24) dans un cas aussi complexe. Il faut utiliser des méthodes numériques, à savoir la méthode des différences finies ou la méthode des éléments finis ou conjointement comme

nous le verrons au chapitre suivant. Dans la méthode des différences finies, on remplace l'équation différentielle gouvernant le phénomène par une équation aux différences finies. Dans la méthode des éléments finis, on divise le volume en éléments finis connectés en des points appelés nœuds. Dans chacun de ces éléments, une hypothèse est faite sur le champ de températures. En utilisant des considérations théoriques parallèles à celles utilisées en calcul des structures, on aboutit à un système d'équations différentielles non linéaire, dans lequel les températures aux nœuds entre éléments finis sont les inconnues.

2-6-5 Coefficient de transfert de chaleur dans les phénomènes d'incendie

La décomposition de l'échange thermique global en processus élémentaires a pour but de faciliter l'analyse du phénomène. En réalité tous ces processus se manifestent simultanément et ils interagissent les uns avec les autres. La convection est, par exemple, toujours accompagnée d'un échange de rayonnement. D'autre part, l'échange conductif dans un matériau poreux fait intervenir la convection et le rayonnement au sein de l'air qui remplit les pores. Dans les calculs pratiques, il n'est pas toujours nécessaire de décomposer l'échange thermique global en ses phénomènes élémentaires. On peut, dans certains cas, se borner à considérer le processus d'échange principal, quitte à tenir compte des processus secondaires en introduisant des facteurs de correction. Ainsi par exemple, dans un matériau poreux, la chaleur est principalement transmise par conduction. Les échanges convectifs et rayonnants qui se manifestent dans les pores interviennent indirectement dans le calcul par une majoration appropriée du coefficient de conductibilité. Lors d'un échange calorifique au voisinage d'une paroi, la convection et le rayonnement se manifestent souvent simultanément. On admet alors généralement que ces deux contributions sont additives.

Les formules présentées aux paragraphes précédents pour la convection et le rayonnement s'appliquent à des conditions d'échange relativement simples. Dans le cas d'un incendie, les contributions sont beaucoup plus difficiles à déterminer. S'il est possible d'estimer les échanges par convection, il n'en va pas de même pour les échanges par rayonnement, car ceux-ci dépendent du rayonnement des flammes, des fumées et des parois environnantes. Le plus simple est de considérer toujours l'environnement comme un tout conventionnel désigné par l'indice e , tandis que la paroi du spécimen est désignée par l'indice p . Les températures en valeurs absolues T_e et T_p sont celles définies par la courbe température-temps adoptée. La densité de flux de chaleur q traversant la paroi est alors donnée par :

$$q = h(T_e - T_p) + \sigma_0 \varepsilon_{ep} (T_e^4 - T_p^4) \quad (2-25)$$

Dans la relation (2-25), le paramètre critique à déterminer est l'émissivité relative ε_{ep} , de l'environnement et la paroi de l'éprouvette. Le coefficient d'échange par convection (h) a moins d'importance, car vu les températures atteintes lors de l'exposition au feu, l'échange radiatif devient rapidement prépondérant. Ces paramètres varient suivant le type de four considéré. Dans les grands fours d'essais d'éléments de structures, la source de chaleur est constituée par des brûleurs au gaz ou au fuel. Il existe des essais à plus petites dimension, par exemple sur éprouvettes de béton, effectués dans des fours de dimension réduites, où la source de chaleur est généralement constituée par des résistances électriques.

L'environnement créé dans ces deux types de fours n'est pas le même. Dans le premier cas (grands fours), l'environnement est relativement turbulent ; le coefficient d'échange par

convection doit tenir compte de ces mouvements de fluide et on prendra : $h = 20$ à $25 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$. Dans le deuxième cas au contraire (petits fours à résistances), l'environnement est relativement calme et on prendra en conséquence : $h = 5$ à $10 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$.

L'Eurocode 1 suggère de prendre les valeurs suivantes quelque soit la nature du matériau : $h = 25 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$, à l'intérieur des fours d'essais et des compartiments incendiés et $h = 9 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$, pour les faces en contact avec une zone non incendiée. En ce qui concerne les échanges par rayonnement, on exprime parfois l'émissivité relative ε_{ep} par un produit de deux facteurs $\varepsilon_e, \varepsilon_p$ en dissociant ainsi la part prise par l'environnement et la paroi de l'éprouvette. Cette procédure n'est guère correcte, car dans ce cas, le terme ε_e n'est pas très significatif.

Dans le cas du béton ou de l'acier, l'émissivité des parois vaut $\varepsilon_p = 0.8$ ou 0.9 . L'émissivité globale de l'environnement, par contre, est beaucoup plus incertaine : elle dépend de l'émissivité de la source rayonnante et est influencée par les autres surfaces d'échange. Le domaine des valeurs admissibles s'étend de 0.3 à 0.9 , mais les comparaisons que nous avons effectuées montrent que l'on obtient des résultats satisfaisants dans tous les cas en se limitant aux valeurs 0.5 à 0.7 . On considère souvent un coefficient d'échange global par convection et rayonnement. Ce coefficient peut être obtenu à partir de la relation (2-25), en faisant dépendre l'échange calorifique total d'un coefficient qui a la même forme que le coefficient de convection. On peut écrire :

$$\begin{aligned} q &= h(T_e - T_p) + \sigma_0 \varepsilon_{ep} (T_e^4 - T_p^4) \\ &= h(T_e - T_p) + \sigma_0 \varepsilon_{ep} (T_e^3 + T_e^2 T_p + T_e T_p^2 + T_p^3)(T_e - T_p) \\ &= \alpha (T_e - T_p) \end{aligned} \quad (2-26)$$

où α est appelé coefficient d'échange global et s'écrit :

$$\alpha = h + \sigma_0 \varepsilon_{ep} (T_e^3 + T_e^2 T_p + T_e T_p^2 + T_p^3) \quad (2-27)$$

L'Eurocode 1 fixe la valeur de $\varepsilon_p = 0.8$ et $\varepsilon_e = 0.625$ ce qui conduit pour l'acier à la valeur $\varepsilon_{ep} = 0.5$. C'est la valeur réglementaire qui sera adoptée dans les calculs.

CHAPITRE 3

ANALYSE DE LA REPONSE THERMIQUE DES ELEMENTS DE CONSTRUCTION COMPTE TENU DU PHENOMENE MIGRATOIRE DE L'EAU CONTENUE DANS LA MASSE DU BETON

3-1 Généralités

Nous allons présenter dans ce chapitre les fondements de base de la méthode utilisée pour la simulation numérique, sous hautes températures, du phénomène migratoire de l'eau libre contenue initialement dans la masse du béton. Cependant, afin de comprendre ce phénomène, il y a lieu d'effectuer une revue bibliographique où nous étalerons dans un premier temps, d'une manière approfondie et commentée les connaissances actuelles sur le comportement thermique et physique du béton pour des températures élevées. Dans un deuxième temps, seront présentées une synthèse et une analyse des différents modèles rapportés dans la littérature pour la prise en compte de l'humidité dans le but de calculer les évolutions de température dans le béton.

3-2 Comportement du béton à hautes températures- Partie I de la revue bibliographique

Lorsqu'il est soumis à de hautes températures, le béton subit des modifications hydriques et physico-chimiques qui influencent fortement son comportement thermique et mécanique. L'analyse des effets des hautes températures sur sa micro-structure est ainsi une étape absolument nécessaire à la compréhension des phénomènes macroscopiques fortement complexes caractérisant le comportement de ce matériau dans une structure soumise à des sollicitations mécaniques et thermiques à hautes températures combinées. Cette analyse est présentée dans les paragraphes qui suivent en nous limitant à décrire les principaux éléments qui conduisent aux modifications des propriétés et du comportement du béton lorsqu'il est soumis à une forte élévation de température. Cependant, afin de bien comprendre ces mécanismes il y a lieu d'abord de connaître ses composants chimiques et sa structure physique.

3-2-1 Composition et micro-structure du béton

Le béton est un matériau composite constitué essentiellement d'agréats minéraux (60 à 75 % en volume) liés par une matrice cimentaire. La composition chimique et la structure physique de ses composants joue un rôle important sur ses propriétés et l'évolution de celles-ci avec la température. Nous présentons ici les éléments essentiels qui nous permettent de mieux appréhender par la suite l'analyse des effets des hautes températures sur la micro-structure du béton.

3-2-1-1 Composition chimique de la pâte du ciment durcie

La pâte de ciment constitue la matrice reliant les grains de sable et les graviers au sein du béton. Cette pâte résulte de l'hydratation du liant utilisé. Parmi les liants, le plus utilisé dans les bétons courants est le ciment portland anhydre. Celui-ci est essentiellement composé de clinker dont les quatre constituants majeurs sont : Les silicates bicalciques et tricalciques (C_2S

et C_3S), l'aluminate tetracalcique (C_3A) et l'aluminoferrite tetracalcique (C_4AF). Lorsque l'on ajoute de l'eau au ciment Portland anhydre, une réaction d'hydratation se produit entraînant la formation de produits hydratés, et la constitution d'un réseau poreux. Les proportions de chacun des constituants créés ne peuvent être données qu'approximativement puisqu'elles varient avec celles des matières utilisées pour la fabrication du clinker de ciment. On peut retenir que les principaux composés obtenus sont : les silicates de calcium hydratés souvent notés CSH (60 à 70%), la portlandite $Ca(OH)_2$ et d'autres composants tels que les aluminates et sulfoaluminates de calcium.

3-2-1-2 Micro-structure physique du béton

Les mécanismes d'hydratation du ciment créent au sein du béton un espace poreux. La porosité (volume des pores sur le volume total) des bétons courants est généralement supérieure à 10 %. Les pores forment des réseaux de vides plus ou moins complexes. On distingue traditionnellement la porosité ouverte (dont les pores communiquent entre eux) de la porosité fermée (dont les vides se trouvent isolés les uns des autres). Certains auteurs [23] ont montré qu'une pâte extraite du béton est plus poreuse qu'une pâte pure. Ce phénomène est attribué au fait que la pâte située à l'interface des granulats possède une micro-structure différente et plus poreuse. Pour connaître la porosité d'un béton, il n'est donc pas admis de se contenter de la porosité de la pâte pure du ciment utilisé.

Le schéma présenté à la figure 3-1 présente de façon schématique la répartition des dimensions des différentes phases solides et poreuses que l'on rencontre au sein de la matrice cimentaire du béton. La présence en quantité de phase importante des CSH est favorable à l'augmentation de la résistance du béton. Ce qui n'est pas le cas de la portlandite qui n'a que peu d'importance du point de vue de la résistance mécanique en raison de la taille importante de ses cristaux qui sont susceptibles de limiter la résistance en compression du béton. De plus, la portlandite est facilement soluble dans l'eau ce qui diminue la durabilité du béton. Afin d'éliminer partiellement la portlandite, la fumée de silice peut être ajoutée à hauteur d'environ 10 % de la quantité de ciment. La fumée de silice, du fait de la taille de ses grains, inférieure à celle de grains de ciment augmente également la compacité de la matrice. De plus, la fumée de silice par sa réaction pouzzolanique consomme de la portlandite et forme le gel CSH. Ceci permet ainsi d'augmenter les performances (résistance, durabilité...) du béton.

3-2-1-3 Morphologie de structure du gel CSH

La structure de la pâte du ciment durci, composée de plusieurs variétés de silicates de calcium hydratés, est appelée gel de CSH. Les observations microscopiques des particules de CSH ont permis de les classer en quatre types morphologiques :

- Type I : feuillets très minces qui s'enroulent sur eux-mêmes en formant des tubes creux rayonnant autour des grains de ciment ; cette forme est visible pendant les premiers âges de l'hydratation.
- Type II : nids d'abeilles, forme alvéolaire
- Type III : Il apparaît sous forme de petits disques ou de sphères assemblées pour former des particules plus massives
- Type IV : structure dense et amorphe.

Les CSH de type I et II cristallisent au début de la prise, dans l'espace disponible entre les grains anhydres. Les types III et IV sont les hydrates tardifs (appelés les hydrates internes) qui

peuvent occuper la place des grains anhydres d'origine. La figure 3-2 rapportée dans la référence [24] nous montre le modèle pour les CSH de type I qui est fondé sur une structure en lamelle. Chaque lamelle a une forme de 2 à 3 feuillets d'une épaisseur de trois couches moléculaires avec une extension de l'ordre du dix micromètres dans les deux autres directions et dont les pores d'une trentaine d'Angstrom (30×10^{-10} m) contiennent de l'eau en insertion. Chaque feuillet est composé d'une couche centrale d'octaèdres de chaux insérés entre deux couches de tétraèdres de silice. Dans cette structure, l'eau peut apparaître sous trois formes : inter feuillet, inter lamellaire et hydroxylique. L'eau est également adsorbée sur les faces externes des lamelles et se trouve à l'état libre ou quelque peu structurée dans les pores inter lamellaire qui peuvent atteindre quelques dizaines d'Angstroms (environ $20 \text{ \AA}$). La molécule d'eau a une dimension de $2.6 \text{ \AA}$, ce qui implique qu'il ne peut pas y avoir plus de 6 à 7 molécules d'eau remplissant l'espace entre les feuillets. Les particules (les feuillets) sont liées entre eux par des forces superficielles ou parfois par des liaisons ioniques covalentes rigides. Les forces physiques qui s'exercent entre les feuillets de nature hydrophile, séparés par une mince couche, sont les suivantes :

- les force de Van Der Waals (attractives)
- les forces électrostatiques (répulsives)
- les interactions stériques et les forces dues à la structuration de l'eau (répulsives).

Ces liaisons entre les feuillets se renforcent au cours du séchage, mais seraient détruites lors de l'humidification. Ce qui explique que la résistance mécanique du béton à l'état humide soit plus faible que celle du matériau sec.

3-2-1-4 Eau dans la micro-structure du béton

L'eau dans le béton peut être présente sous des formes différentes, comme l'eau libre, capillaire, adsorbée à la surface des constituants solides, chimiquement liée avec les hydrates du ciment, absorbée par les granulats. Tous les vides de la matrice sont plus ou moins remplis d'eau. La présence d'eau dans le matériau, mais surtout son mouvement au cours de la vie de l'ouvrage, est responsable de phénomènes comme : les retraits de dessiccation, gonflement, fissuration du béton lors des cycles gel-dégel, etc. Nous verrons par la suite quel sera son rôle sur le comportement du béton à haute température entraînant son éclatement sous certaines conditions de température et pressions locale dans le matériau. L'eau va donc, jouer un rôle essentiel dans le comportement du matériau durci non seulement du point de vue de son comportement mécanique mais aussi de la durabilité.

Dans le béton presque la moitié de l'eau de gâchage est consommée par les réactions d'hydratation, environ 40% se trouve dans les pores des hydrates, 10% se loge dans les vides présents dans la matrice. L'état hydrique dépend essentiellement de l'humidité relative, du degré d'hydratation, donc de l'âge et du type et de la taille des pores.

A- Eau libre et capillaire

Les fissures et gros pores sont des volumes dans lesquels réside de l'eau libre. L'eau libre n'est pas dans le champ d'influence des forces superficielles. L'eau capillaire est constituée de la phase condensée remplissant le volume poreux, et séparée de la phase gazeuse par les ménisques. Elle obéit donc aux lois de la capillarité. L'évaporation de l'eau libre et capillaire s'effectue entre 30 et 120°C . Mais, si la vitesse de montée en température est élevée, la vapeur n'arrive pas à s'échapper de l'échantillon [25]. Seulement 3% de l'eau s'évapore de

l'échantillon chauffé à une vitesse de montée en température de 1°C/min à 100 °C, tandis qu'avec une vitesse de 0.2 °C/min la quantité d'eau évaporée à cette température atteint 9%.

B- Eau adsorbée et chimiquement liée

L'eau consommée durant les réactions d'hydratation du ciment est combinée avec d'autres composants tels que calcium ou silice. En considérant le modèle lamellaire du gel de CSH, l'eau dans les CSH peut apparaître sous trois formes : interfeuille, interlamellaire et hydroxylique. Il s'agit d'eau adsorbée sur la surface du solide, sous l'action des forces intermoléculaires de Van der Waals et des forces électrostatiques (liaisons d'hydrogène). Ces forces décroissent lorsque l'on s'éloigne de la paroi solide.

- L'eau hydroxylique : les hydroxyles OH liés aux atomes Si et Ca se trouvent sur les faces internes et externes des feuillets. Il y a deux OH par feuillet (l'eau chimiquement liée).
- L'eau interlamellaire : c'est l'eau des micropores, adsorbée à la surface externe des particules (lamelles). L'eau interlamellaire est une eau structurée, soit fixée sur un hydroxyle isolé, soit liée à d'autres molécules d'eau. Les épaisseurs des espaces entre les feuillets du gel sont inférieures à 20 Å. En sachant que l'épaisseur moyenne d'une couche de H₂O est de 2.6 Å, nous pouvons observer que 6 couches d'eau peuvent être adsorbée à la surface des lamelles.
- L'eau interfeuille : c'est une eau moléculaire, de très faible degré de liberté. Les quatre molécules H₂O interfoliaires seraient chacune triplement liées par des ponts d'hydrogènes comme dans la structure de la glace. L'eau interfeuille intervient dans la cohésion intrinsèque de la lamelle. Il semblerait que seul un puissant séchage puisse extraire ces molécules d'eau qui seraient alors enlevées de manière irréversible.

Le squelette de la matrice de béton présenté dans la figure 3-2, présente les molécules d'eau entre les feuillets. A part l'eau inter-feuille (l'eau dans les nanopores) qui s'évapore entre 30 et 120 °C, nous pouvons distinguer l'eau absorbée à l'intérieur ou à l'extérieur des feuillets CSH qui est fortement liée au matériau et peut s'évacuer à des températures beaucoup plus élevées d'environ 120-300 °C. L'augmentation de la température provoque la libération de l'eau chimiquement liée qui se traduit par la déshydratation de la pâte de ciment. Tous les processus d'évacuation de l'eau libre, liée et adsorbée sont difficiles à dissocier ce qui ne facilite pas les observations scientifiques.

3-2-2 Effets des hautes températures sur la micro-structure du béton

Afin de comprendre le comportement complexe du béton à hautes températures, il est nécessaire de connaître les importantes modifications physico-chimiques que subit sa micro-structure durant le chauffage. Le béton est un matériau composite dont les deux composants élémentaires sont la matrice cimentaire et les granulats. Le comportement de ce composite est donc fortement influencé par les modifications subies individuellement par chacun de ses composants mais aussi par les modifications de l'interface entre ceux-ci. Nous allons énumérer dans cette section les éléments essentiels connus qui nous permettent par la suite de mieux appréhender la complexité du comportement macroscopique du béton sous hautes températures.

3-2-2-1 Effets des hautes températures sur la pâte de ciment

Comme indiqué précédemment, l'eau présente dans le béton se trouve sous différentes formes : au sein des pores capillaires et lamellaires et liée chimiquement aux hydrates. Sous l'effet des températures, mêmes inférieures à 105 °C, l'eau libre est rapidement évacuée [26]. Par convention, il est courant de définir l'eau libre comme la quantité d'eau qui quitte le matériau à 105 °C. Schématiquement, au-delà de 105°C, on considère que les hydrates commencent à se décomposer. Il est à noter que la décomposition de certains hydrates a débuté avant. Certains travaux rapportés dans la référence [26] indiquent que la déshydratation des composants de la matrice cimentaire débute dès que l'eau évaporable a été évacuée et que ce processus s'effectue de façon continue de 105 °C jusqu'au-delà de 800°C. Le gel de CSH se décompose essentiellement en silicate de calcium (β -C₂S) tandis que l'hydroxide de calcium CH se décompose en oxyde de calcium.

3-2-2-2 Effets des hautes températures sur les granulats

Les effets des hautes températures sur les granulats se traduisent essentiellement par des transformations et décompositions chimiques des constituants dont ils sont formés. Une analyse thermique différentielle permet de déterminer les températures auxquelles une instabilité peut survenir dans le granulat. Khoury et al. [25] ont rapporté des résultats d'analyses thermiques différentielles réalisés sur des granulats siliceux, calcaires et basaltiques. Des résultats d'analyses thermo-gravimétriques ont également été effectués par Harmaty [27] et Sadaoui [28]. Dans ce type d'essai, les variations de la masse des granulats durant le chauffage sont considérées comme des indicateurs de la progression des réactions de décomposition accompagnées d'une importante absorption de chaleur. La figure 4-3 présente à titre d'exemple les résultats d'analyses thermo-gravimétriques réalisés sur des granulats siliceux et calcaires.

Les informations fournies par l'analyse de ces deux types d'essais indiquent que les granulats courants (basaltiques, siliceux et calcaires) sont relativement stables jusqu'à une température de l'ordre de 500°C. Les granulats siliceux contiennent du quartz (SiO₂) qui est sujet à de nombreuses modifications physiques à température élevées. La plus connue de celles-ci est la transformation cristalline du quartz- α (trigonal) en quartz- β (hexagonal) qui se produit de façon progressive entre 500°C et 650°C avec un pic de la cinétique de transformation à 575°C. Cette modification irréversible et endothermique est accompagnée d'une expansion significative de l'ordre de 1 à 1.4%. La décarbonatation des granulats calcaires ($\text{CaCO}_3 \rightarrow \text{CaO} + \text{CO}_2$) se produit entre 600°C et 900°C. La quantité de gaz carbonique produite par cette réaction est considérable. Il est intéressant de noter que durant le refroidissement, la chaux libre (CaO) formée par cette réaction de décarbonatation peut se combiner avec l'humidité du béton pour former de la chaux hydratée (Ca(OH)₂). Cette réaction fortement expansive (augmentation du volume de l'ordre de 44%) peut engendrer un endommagement important au sein d'une structure en béton durant le refroidissement.

3-2-2-3 Effets des hautes températures sur le béton

Les modifications subies simultanément par la matrice cimentaire et les granulats donnent lieu à une forte dégradation de la micro-structure du béton. Outre les effets directs des modifications de ces deux composants élémentaires, les incompatibilités de comportement de ceux-ci engendrent des dégradations spécifiques au matériau composite béton. Les principales

modifications subies par la micro-structure du béton au cours du chauffage peuvent se résumer par les étapes suivantes [27,29,30] :

- Entre 30 et 120 °C, l'eau libre et une partie de l'eau adsorbée s'échappent du béton. Si la vitesse de chauffage est suffisamment lente, l'eau non liée est complètement éliminée à 120°C, sinon le processus d'évaporation peut se prolonger au-delà de 200°C.
- La déshydratation du gel de ciment s'amorce à 180°C et se poursuit jusqu'à 300°C. L'eau liée chimiquement commence alors à s'échapper du béton
- Entre 450 et 550 °C, la portlandite se décompose en eau et en chaux libre : $\text{Ca(OH)}_2 \rightarrow \text{CaO} + \text{H}_2\text{O}$.
- Autour de 570°C se produit la transformation du quartz- α en quartz- β dans les agrégats quartzitiques et basaltiques.
- Entre 600 et 700 °C se produit la décomposition du CSH. C'est la seconde étape de déshydratation des hydrates de calcium au sein du béton. On a donc une nouvelle phase d'évacuation de l'eau liée chimiquement.
- Entre 700 et 900 °C, le carbonate de calcium, composant principal des granulats calcaires se décompose : $\text{CaCO}_3 \rightarrow \text{CaO} + \text{CO}_2$. Cette réaction est fortement endothermique et libère du gaz carbonique.
- La fusion de la pâte et des agrégats s'amorce à partir de 1100°C.

A la figure 3-3, on montre quelques résultats d'analyse de type thermo-gravimétriques obtenus au TG-DSC/DTA pour un béton géopolymère [28] soumis à des hautes températures allant jusqu'à 1000°C. Il est ainsi possible d'observer globalement les phases de perte de masse correspondant essentiellement à la perte de l'eau libre entre 20°C et 200 °C, la perte de l'eau liée chimiquement entre 200°C et 500°C et les pertes liées aux dégradations chimiques des différents types de granulats au-delà de 500°C. Les hautes températures provoquent donc le départ de l'eau libre contenue dans les pores et de l'eau liée chimiquement. Dans la zone interfaciale, moins riche en CSH, cette déshydratation engendre une détérioration rapide de la liaison entre le mortier et les granulats entraînant une micro-fissuration importante au sein de la micro-structure du béton. En effet, la matrice cimentaire et les granulats subissent généralement, au cours du chauffage des modifications dimensionnelles opposées. Au-delà de 105°C, la matrice cimentaire subit généralement un retrait lors du premier chauffage, tandis que les granulats subissent essentiellement une expansion.

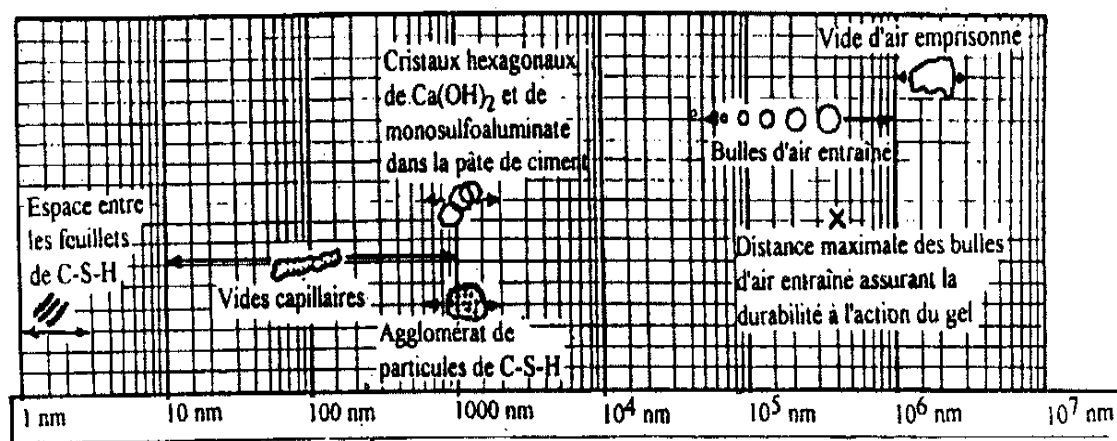


Figure 3-1: Dimensions des pores et phases solides présentes au sein de la matrice cimentaire du béton [24]

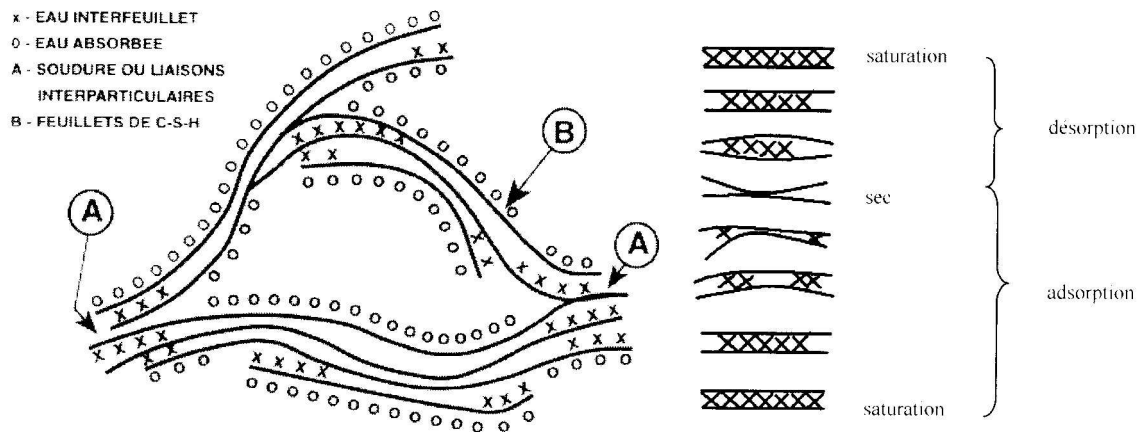


Figure 3-2: Modèle des particules CSH avec des particules d'eau présentes sous forme libre ou absorbée [24]

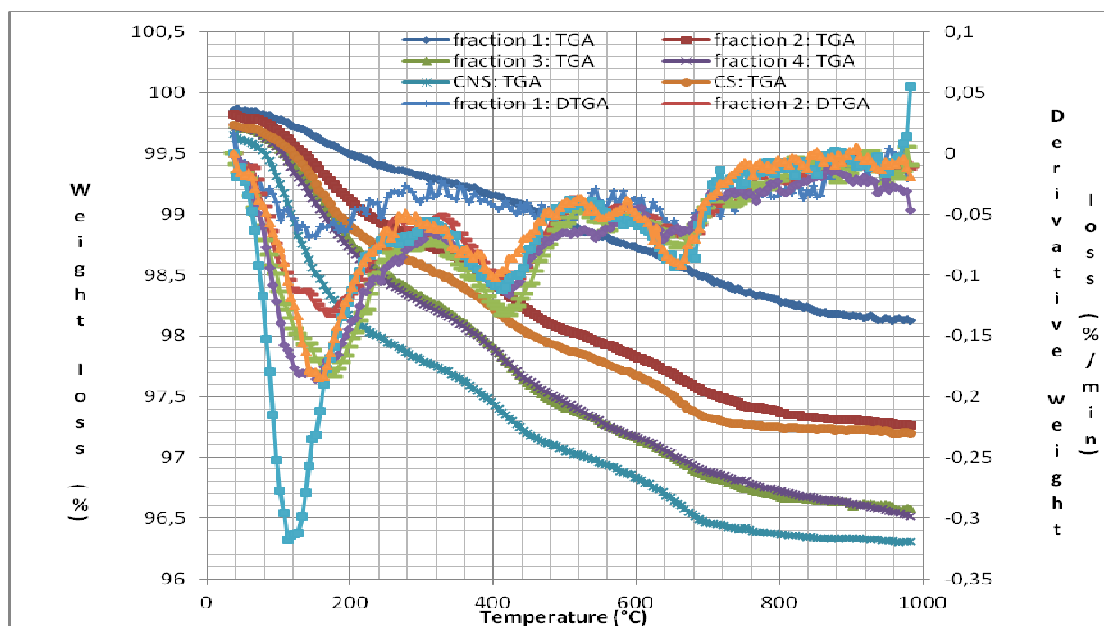


Figure 3-3: Perte de masse et ses dérivées du béton géopolymère [28]

3-3 Synthèse des différents modèles de prise en compte, sous hautes températures, de l'eau libre contenue dans la masse du béton- Partie II de la revue bibliographique

Comme déjà mentionné auparavant, le phénomène migratoire de l'eau contenue dans la masse du béton, observé sous certaines conditions à hautes températures, est complexe et très difficile à résoudre. Il demeure jusqu'à l'heure actuelle un thème d'appoint de recherche vu la grande difficulté à le maîtriser aussi bien sur le plan théorique qu'expérimental. La difficulté principale vient de la nature de la microstructure de ce matériau qui est à l'origine, poreuse, partiellement saturée et multiphaseuse. Il se produit notamment quand celui-ci est soumis à une forte et rapide élévation de température, des transferts de masse non négligeables (liquide $\rightarrow$ vapeur + air). En effet, à l'absorption de chaleur due à la chaleur spécifique de l'eau liquide et à la chaleur latente de vaporisation, s'ajoute un phénomène de migration en phase liquide et vapeur ; migration de la vapeur en sens inverse du flux de chaleur (sous l'effet de pression après vaporisation), migration de la vapeur, dans le sens du flux de chaleur, qui se condense dans les régions les plus froides ; migration d'eau liquide (désorption) vers les couches les plus froides. Ces migrations, qui dépendent entre autres de la viscosité de l'eau, de la perméabilité et de la porosité de la pâte de ciment, et de la dimension des pores, modifient de manière sensible le flux thermique interne. Ce qui se traduit généralement, lors des essais, par l'apparition des paliers vers 100 °C, correspondant à la vaporisation de l'eau libre incluse dans le béton : ce retard de la montée en température du noyau du béton présente un caractère favorable qu'il importe de prendre en compte dans le programme d'échauffement.

Les transferts de masse (liquide $\rightarrow$ vapeur + air) dus à l'augmentation des températures sont généralement négligés en raison du nombre important de paramètres physiques à intégrer (porosité du béton, état de fissuration du béton, etc.). On se contente souvent de représenter la vaporisation de l'eau libre contenue dans le béton. Pour obtenir numériquement les paliers de vaporisation, comme rapportées dans la littérature, l'eau libre peut être simulée par plusieurs approches différentes qu'on peut subdiviser en quatre catégories ou modèles distincts qui seront synthétisés ci-dessous. Le premier modèle raisonne en terme de chaleur spécifique et de conductivité thermique équivalente. Le second raisonne en terme de quantité d'eau vaporisée à chaque instant. Le troisième modèle prend en compte l'effet de l'eau sous la forme de chaleur spécifique en considérant le pic qui se produit dans l'intervalle de température de 100 et 200 C. Le dernier exploite la notion d'enthalpie du matériau dont sera particulièrement dérivé le modèle que nous proposons dans le cadre de ce travail. L'enthalpie est une fonction dépendante de la température et du degré de conversion des réactants en produits. Ces produits sont le résultat des réactions chimiques où se produisent des changements de phase à certaines températures.

3-3-1 Modèle d'Harmaty [27] en terme de chaleur spécifique et de conductivité équivalente

Ce modèle prend uniquement en compte la vaporisation de l'eau et son échauffement avant vaporisation, par modification de ρC entre 0 et 100°C :

$$\rho C = (\rho C)_{\text{sec}} + \left[L_w \frac{\partial \xi_w}{\partial T} \rho_w + \rho_w C_w (1 - \xi_w) \right] \phi \quad (3-1)$$

où L_w est la chaleur latente de l'eau et C_w la chaleur spécifique de l'eau. Le premier terme représente le béton sec, le second terme représente l'eau libre (pic entre 0 et 100°C) : il dépend du taux de vaporisation $\zeta_x(T)$.

3-3-2 Modèle d'Harmaty [27] en terme de quantité d'eau vaporisée à chaque instant

Ce second modèle consiste à introduire sous forme de température équivalente la quantité d'eau vaporisée à chaque instant. Plus précisément on suppose, lorsque un élément infinitésimal $\Delta z \Delta y$ considéré à l'intérieur du béton atteint la température de vaporisation (généralement 100°C), que la chaleur qui lui parvient pendant le temps Δt_1 sert non seulement à chauffer l'élément de béton, ce qui augmenterait la température T_1 , mais également à vaporiser une certaine quantité d'eau (équivalente à la température τ_1) de manière à ce que l'élément de béton soit porté à la température $T'_1 = T_1 - \tau_1$. Si T'_1 est supérieure à la température de vaporisation, cela signifie que toute l'eau contenue dans l'élément de béton $\Delta z \Delta y$ a été évaporée pendant le temps Δt_1 . La montée en température se fait alors normalement à partir de T_1 comme pour le béton sec. Si T'_1 est inférieure à la température de vaporisation, on écrit $T'_1 = 100^\circ\text{C}$. C'est dû au fait que la température ne peut pas descendre en dessous de 100°C et la quantité d'eau vaporisée a alors été $T'_1 - T_1 = \tau_1$ pendant le temps Δt_1 .

Cette approche s'apparente à celle utilisée par Coin [31] qui part du principe que la vapeur issue de l'eau libre migre dans la matière mais pour partir entièrement dans l'ambiance. Notons qu'il est possible de songer à généraliser cette procédure de Coin en supposant que la vapeur qui migre dans la matière peut s'y recondenser en eau libre là où la température devient inférieure à 100°C. Cette condensation s'accompagne alors d'une montée en température résultant de la quantité de chaleur ainsi récupérée. La prise en compte d'une telle éventualité dans le code de calcul développé reste assez facilement abordable. Il suffit pour cela de se fixer un mode de répartition de la vapeur dégagée de l'élément $\Delta z \Delta y$ suivant ses quatre directions cardinales (par exemple en proportionnalité des longueurs des côtés) puis de réajuster après chaque boucle de temps la quantité d'eau des rectangles dont la température est inférieure à 100°C du fait de la migration de vapeur des rectangles de la même ligne ou de la même colonne et dont la température est supérieure ou égale à 100°C. Ce réajustement de quantité d'eau conduit dans les rectangles concernés à un réajustement de température du fait de la chaleur dégagée par la condensation. On passe ensuite à l'intervalle suivant. Par suite, pendant le temps Δt_2 , la température de l'élément ne sera pas T_2 , calculée à partir de T'_1 comme pour le béton sec, mais T'_2 telle que $T'_2 - T_2 = \tau_2$, quantité d'eau vaporisée pendant Δt_2 . On continue ensuite à vaporiser de la même manière jusqu'à ce que toute l'eau, intervenant sous forme de température équivalente $\tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_n$ contenue dans l'élément soit vaporisée. Ainsi, la température équivalente maximale correspond à la concentration d'eau libre α donnée par la relation :

$$\alpha = \varphi \frac{L_w}{C_b^{80^\circ}} \quad (3-2)$$

où φ est la concentration d'eau en poids et $C_b^{80^\circ}$ est la chaleur massique à 80°C.

3-3-3 Modèle de L'EC2,4 [5,32] en terme de chaleur spécifique apparente

Cette approche est suggérée par les Eurocodes 2 et 4 en partant du principe que dans le cas où la teneur en eau n'est pas explicitement prise en compte dans le bilan thermique, la

fonction donnée pour la chaleur spécifique du béton (Art. EC2-A.3.1) peut être complétée par un pic, et situé entre 100 et 200°C. Pour une teneur en eau de 4% de la masse du béton, le pic prend la valeur $C^*_c = 2750 \text{ J/kg}^\circ\text{K}$. Cependant, il convient de prendre en considération une teneur en eau du béton égale à la teneur en eau d'équilibre. Lorsque cette valeur n'est pas disponible, l'EC2 recommande de prendre la teneur en eau ne devant pas excéder 4% de la masse du béton. Cette procédure simplifiée de l'EC2 se distingue particulièrement en raison de sa facilité d'incorporation dans l'algorithme de calcul et sera testée dans le cadre de ce travail.

Pour savoir l'origine de ce modèle, il est nécessaire de comprendre la notion de la capacité du matériau à emmagasiner de la chaleur pendant le chauffage. La capacité d'un matériau à emmagasiner la chaleur ou ce qui, revient au même, la quantité d'énergie pour l'échauffer, est par définition la chaleur volumique, en joule par degré et par mètre cube. La chaleur volumique résulte du produit entre le produit de la chaleur spécifique, en joule par degré et par kilo, et la masse volumique, en kilo par mètre cube. En plus de l'élévation de température au sein des matériaux, il existe d'autres phénomènes qui nécessitent un apport d'énergie : L'évaporation de l'eau libre qui est présente dans le béton et le changement de phase cristallographique dans l'acier. Ce sont les deux exemples les plus rencontrés dans une structure soumise à l'incendie. Ces phénomènes additionnels consommateurs d'énergie peuvent être pris en compte de deux manières différentes lors de l'écriture des équations d'équilibre thermiques.

Soit on les prend en compte explicitement en ajoutant un nouveau terme dans les équations qui s'écrivent, symboliquement, de la manière suivante :

$$\Delta E_T = c\rho\Delta T + \Delta E_{ph} \quad (3-3)$$

avec ΔE_T : la variation totale d'énergie nécessaire pour augmenter la température de ΔT , ΔE_{ph} : la quantité d'énergie consommée par les phénomènes pour augmenter la température de ΔT ; ρ et c étant la densité et la chaleur spécifique du matériau.

Soit on écrit l'équation comme si le phénomène n'existait pas, mais on utilise une valeur de la chaleur spécifique modifiée pour en tenir compte. On écrit alors une équation du type suivant :

$$\Delta E_T = c^*\rho\Delta T \quad (3-4)$$

$$\text{où : } c^* = c + \frac{\Delta E_{ph}}{\rho\Delta T} \quad (3-5)$$

On peut qualifier c^* de chaleur spécifique apparente.

Pour l'acier, on suppose habituellement que la masse volumique a une valeur constante de 7850 kg/m^3 , quelque soit le type d'acier et quelque soit la température. Cette hypothèse est valable lorsque l'analyse thermique est découplée de l'analyse structurale, comme c'est le cas le plus souvent pour l'analyse des bâtiments dans les conditions d'incendie. Cependant, on néglige l'effet local des armatures sur la montée en température des éléments en béton armé. Ce qui est une hypothèse raisonnable pour les sections ayant un pourcentage d'armatures

normal c'est-à-dire inférieur à 5%. Elle se justifie par le fait que l'augmentation de température d'un certain volume d'acier nécessite approximativement 2 fois plus d'énergie que pour échauffer le même volume du béton. L'erreur ainsi commise sur la quantité totale d'énergie nécessaire pour échauffer un élément de poutre est du même ordre de grandeur que le pourcentage d'armatures, compris le plus souvent, entre 1 et 5%.

Pour la masse volumique du béton, on suppose couramment que celle-ci ne varie pas avec la température. C'est une valeur qu'on peut mesurer facilement lorsqu'il s'agit, par exemple, de simuler numériquement un essai de laboratoire. Le plus souvent, lorsqu'on effectue le calcul d'avant-projet d'une structure, la composition détaillée du béton n'est pas connue et on adopte une valeur normale. Par exemple, suivant l'EC4 [32], cette valeur est plus faible que la valeur moyenne de 2500 kg/m³ habituellement rencontrée pour la masse volumique du béton armé car, dans le calcul des températures, on considère le béton et l'acier séparément.

La chaleur spécifique des deux matériaux, quant à elle, a tendance à augmenter avec la température. Dans la littérature, on représente habituellement l'évolution de la chaleur spécifique en fonction de la température sur des graphiques, un par matériau. La figure (3-4) présente ici sur un même graphique l'évolution de la chaleur volumique de l'acier et du béton c'est-à-dire pour chaque température la quantité d'énergie qu'une unité de volume absorbe en s'échauffant de 1°C. La courbe donnée pour le béton et notée béton sec, est valable pour un béton qui aurait été préalablement séché à l'étuve à 105 °C pendant une longue période. La courbe donnée pour l'acier présente un pic autour de 735 °C dont le sommet, à 39.25 J/°Kcm³, n'apparaît pas sur la figure. Ce pic tient compte du caractère endothermique du changement de phase cristallographique qui a lieu vers cette température. La chaleur volumique présentée ici pour l'acier est donc une chaleur volumique apparente, celle qu'on peut calculer à partir de la chaleur spécifique apparente, équation 3-3.

La figure 3-4 montre que, à part vers les 735 °C, il faut approximativement 2 fois plus d'énergie pour élever la température d'un certain volume d'acier que pour échauffer le même volume de béton. Ceci justifie la simplification admise pour les structures en béton et consistant à négliger la présence des armatures dans la détermination des champs thermiques. Dans le cas où on voudrait analyser des effets locaux, il conviendrait cependant de prendre en compte la présence de l'acier pour son propre compte. On songe par exemple à l'effet que pourrait avoir la dilatation thermique différente entre acier et béton, soit sur l'éclatement du béton au voisinage des armatures, soit sur l'adhérence des fils de précontrainte. La nécessité de connaître avec précision le champ local des températures ne permettrait plus de négliger la présence des armatures dans le calcul thermique. La figure 3-5 présente, pour l'acier et le béton, la quantité d'énergie qui est nécessaire pour échauffer les matériaux depuis une température de 20 °C jusqu'à une température donnée. Chaque courbe de la figure 3-5 est en fait l'intégrale de la courbe correspondante de la figure 3-4 recherchée suivant l'équation suivante :

$$E(T) = \int_{20^{\circ}C}^T c^*(u) \rho(u) du \quad (3-6)$$

où : E : enthalpie à la température T donnée sous forme de courbe à la figure 3-5 ; c*ρ : chaleur volumique apparente, donnée sous forme de courbe à la figure 3-4 ; u : une variable d'intégration.

On remarque sur cette figure l'influence non négligeable du changement de phase de l'acier. Pour des éléments en acier peu chargés dont la température avoisine les 800 °C, le

changement de phase peut avoir un effet non négligeable sur la durée de résistance au feu. Dans le béton qui subit un échauffement sans avoir été préalablement étuvé, il reste une certaine quantité d'eau libre qui s'évapore. Cette évaporation a lieu vers les 100 °C en cas d'échauffement lent mais, dans un élément soumis au feu, l'échauffement est plus rapide et des surpressions peuvent apparaître de sorte que l'évaporation s'étale dans la plage de température entre 100 et 200 °C. Même au-delà, le béton continue à perdre une certaine quantité d'eau chimiquement liée. Cet effet est assez marginal et n'est habituellement pas pris en compte explicitement. En fait, il est très difficile d'isoler expérimentalement l'effet de l'évaporation de l'eau chimiquement liée. Il est présent même lorsqu'on chauffe un béton qui a été préalablement séché à l'étuve. En toute rigueur, on peut considérer que la chaleur spécifique mesurée au-delà de 200 °C pour un béton séché intègre automatiquement l'évaporation de l'eau chimiquement liée, et qu'on mesure donc une chaleur spécifique apparente. Il est beaucoup plus simple, et tout aussi exact, d'ignorer ce phénomène et de traiter la chaleur spécifique ainsi mesurée comme une chaleur spécifique réelle même si, en toute rigueur, c'est un peu abusif.

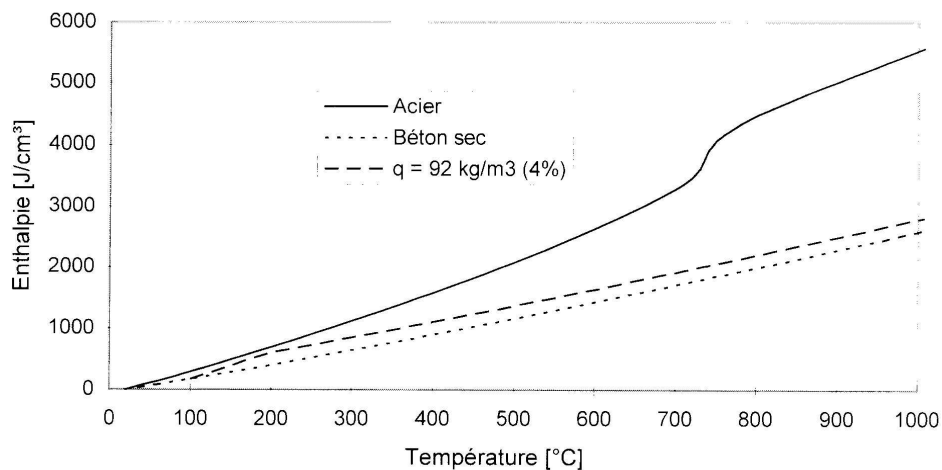


Figure 3-4: Enthalpie du béton et l'acier [19]

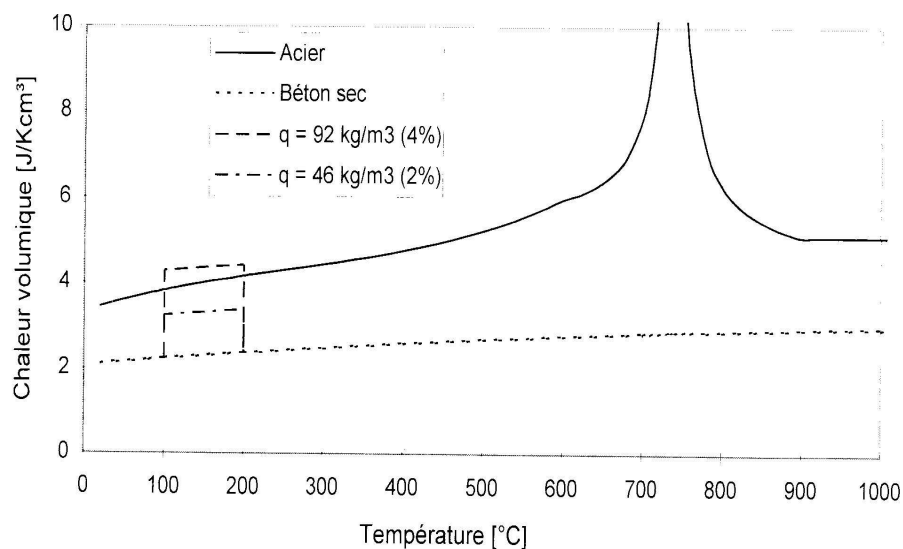


Figure 3-5: Chaleur volumique de l'acier et du béton [19]

3-3-4 Modèles de Huang [22] et de Di Capua [33]

Ce modèle dont sera issu la méthode que nous utiliserons dans ce travail est à l'origine suggéré par Sahato rapporté par Huang qui propose une procédure de calcul plus générale tenant compte des effets de transfert de masse par convection (diffusion, évaporation, condensation...). L'idée est reprise ensuite par Huang [34] et Di Capua [33] en introduisant des hypothèses simplificatrices pour ne retenir finalement que l'effet de l'évaporation de l'eau libre contenue dans la masse du béton.

Soit dans un problème à une dimension, l'équation générale d'équilibre thermique qui peut s'écrire sous la forme suivante [22]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \left\{ \frac{1}{\rho C_p} \frac{\partial k}{\partial x} - C_r \left[u_m + \frac{D(C_{p,v} - C_{p,a})}{C_{p,m}} \frac{\partial w_a}{\partial x} \right] \right\} x \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{1}{\rho C_p} \left[h_{fg} \Gamma_m - \frac{\partial}{\partial t} (\rho_m R_m T) \right] \quad (3-7)$$

3-3-4-1 Approche de Huang

Les hypothèses apportées sont les suivantes :

- Les termes $C_r u_m$ et $C_r \frac{D(C_{p,v} - C_{p,a})}{C_{p,m}} \frac{\partial w_a}{\partial x}$ qui représentent respectivement le transfert d'énergie par convection et de la diffusion de masse, sont $\ll 1$.
- Le terme $\frac{\partial}{\partial t} (\rho_m R_m T)$ qui représente la différence entre l'enthalpie et l'énergie interne générée par le mélange air-vapeur, est de l'ordre $\ll 1$.

En comparaison au terme adimensionnel lié à la conduction qui est presque égal à 1, les trois termes peuvent être négligés. Ce qui revient à postuler qu'il existe localement, quelque soit le temps, un équilibre thermodynamique c'est-à-dire la durée de transfert de chaleur local entre le fluide et la matière solide est très petite. En d'autres termes, la température du fluide et du solide reste identique dans n'importe quel point du milieu poreux considéré. Par suite, l'équation (3-7) peut se réduire à :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{1}{\rho C_p} \frac{\partial k}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{1}{\rho C_p} h_{fg} \Gamma_m \quad (3-8)$$

qui n'est rien d'autre que l'équation usuelle de conduction de chaleur dont le dernier terme est étroitement lié à l'évaporation de l'eau libre.

Notons toutefois qu'elle est applicable si les conditions suivantes sont vérifiées :

- $\rho_m \ll 1$, qui est toujours le cas ;

- $C_r u_m \ll 1$, vrai si u_m n'est pas trop grand ($\ll 100$) dû à l'importance de l'échauffement et si également le milieu poreux est d'un poids léger et d'une faible chaleur spécifique ; c'est la majorité des cas pratiques ;
- $C_r, L_e \ll 1$, aussi vrai si le nombre de Lewis modifié est < 100 et si C_r n'est pas trop grand ($\ll 10^{-3}$).

Pour le calcul thermique, l'équation (3-7) peut être résolue en fonction de T moyennant les conditions initiales et de frontière à condition de connaître le paramètre Γ_m qui représente le taux de vapeur d'eau produite à une température donnée. Les hypothèses suivantes sont effectuées pour évaluer Γ_m :

- 1- Sous conditions réelles physiques, le transfert d'énergie occasionné par le transfert de masse est négligeable en comparaison à la conduction. Cette hypothèse implique une contribution faible due à l'évaporation d'eau tant que la température du point d'ébullition n'est pas amorcée.
- 2- Il faut noter que la température d'ébullition dépend de la pression de saturation qui prévaut à l'intérieur de la masse du béton comme par ailleurs, la température de saturation d'eau est étroitement dépendante de la pression de saturation. En guise d'exemple, l'eau bouille à 100 °C pour une pression normale de 1 atm. Sous une pression de 10 atm, la température d'ébullition de l'eau est de l'ordre de 180 °C. A l'intérieur de la masse du béton, la température d'ébullition serait entre 100 et 140 °C si on admet une évolution linéaire entre la pression et le point d'ébullition ; soit en moyenne autour de 120 °C équivalent à une pression de 2 atm.
- 3- La migration de l'eau liquide est négligée. Ce qui veut dire que la valeur du coefficient de Darcy lié au mouvement de l'eau liquide est insignifiante en comparaison aux gaz. En d'autres termes, l'eau liquide présente dans les pores de gel du béton est supposée non connectée.

A la lumière de ces hypothèses, on considère Γ_m nulle partout sauf à la température $T = 120$ °C qui correspond à la température d'ébullition de l'eau. Par conséquent, l'équation (3-7) peut être utilisée pour évaluer comme suit Γ_m :

$$\Gamma_m = \frac{1}{h_{fg}} \left[k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial k}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} \right] \quad (3-9a)$$

avec $\frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (3-9b)$

Dans un problème à deux dimensions, l'équation (4-10) peut se mettre sous la forme :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + H \quad (3-10)$$

où H représente une chaleur interne générée :

- pour le béton :

$$H = -h_{fg} \Gamma_m \quad (3-11)$$

- pour l'acier :

$$H = 0 \quad (3-12)$$

et

$$\Gamma_m = \frac{1}{h_{fg}} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right] \quad \text{où} \quad \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (3-13)$$

3-3-4-2 Approche de Di Capua

Le principe consiste de prendre en considération, dans l'équation d'équilibre thermique, l'énergie supplémentaire apportée par la présence de l'eau en introduisant dans la définition de l'enthalpie H du béton une fonction L_w dite fonction latente de chaleur due à l'évaporation de l'eau libre contenue dans la masse du béton.

Soit l'équation d'équilibre thermique qu'on écrit sous la forme suivante :

$$\frac{\partial H}{\partial t} - \nabla \cdot k \nabla T = Q \quad (3-14)$$

avec : Q , la chaleur interne générée et k , le coefficient de conduction thermique.

On définit le taux de variation de l'enthalpie par la relation suivante :

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial L_w}{\partial t} \quad (3-15)$$

où :

- ρ : densité du béton
- C_p : capacité spécifique de chaleur du béton à la température T

Afin de décrire la variation de L_w en fonction de la température, on introduit comme indiqué ci-dessous, une fonction f_{wg} (fig. 3-6) caractérisant la fraction de vapeur d'eau :

$$f_{wg}(T) = \begin{cases} 0 & T < T_{e\text{inf}} \\ g_{wg}(T) & T_{e\text{inf}} \leq T \leq T_{e\text{sup}} \\ 1 & T > T_{e\text{sup}} \end{cases} \quad (3-16)$$

La fonction $g_{wg}(T)$ [23], en guise d'approximation peut être admise linéaire. En général, le changement de phase (**liquide** $\rightarrow$ **vapeur + air, vis versa**) n'est pas instantané, mais peut se produire dans un petit intervalle de température $[T_{e\text{inf}}, T_{e\text{sup}}]$ qui représente le début et la fin du processus. Par suite, la fonction latente de chaleur L_w peut être définie par l'expression suivante :

$$L_w(T) = \rho w l_{h20} f_{wg}(T) \quad (3-17)$$

où :

- w : teneur en eau (en %, poids de l'eau libre/poids total)
- l_{h20} : chaleur latente de vaporisation de l'eau à 20 °C.

Sa dérivée par rapport au temps conduirait à :

$$\frac{\partial L_w}{\partial t} = \frac{\partial L_w}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} = \begin{cases} 0 & T < T_{e\text{inf}} = 100^\circ \text{C} \\ \rho w l_{h20} \frac{\partial g_{wg}}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} & T_{e\text{inf}} \leq T \leq T_{e\text{sup}} \\ 0 & T > T_{e\text{sup}} = 140^\circ \text{C} \end{cases} \quad (3-18)$$

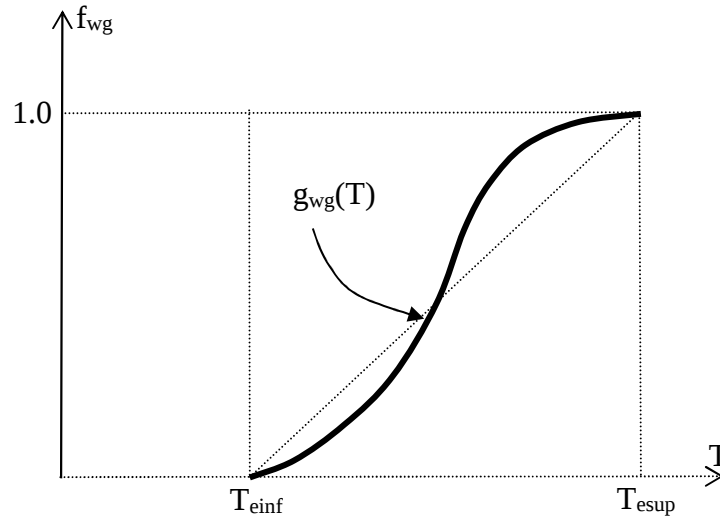


Figure 3-6: Fonction de la fraction de vapeur d'eau

3-4 Développements mathématiques et implémentation dans HTACFE_version 2013

Dans cette section, il s'agit essentiellement de montrer comment intégrer le modèle de Di Capua [33] dans notre code de calcul par éléments finis HTACFE_version 2013 qui sera brièvement décrit dans la section subséquente.

3-4-1 Hypothèses

- 1- Existence d'un équilibre thermodynamique local à n'importe quel instant. Les températures du fluide et du solide sont, d'une autre manière, admises identiques quelque soit le temps et la position dans le milieu poreux considéré.
- 2- Le transfert d'énergie par diffusion de masse est négligeable en comparaison à celui qui pourrait être généré par la conduction. Ce qui rend faible la contribution due à l'évaporation d'eau avant que le point d'ébullition ne soit atteint.
- 3- l'évaporation de l'eau liée chimiquement est négligeable
- 4- L'eau bouille à 120 °C. La variation en fonction de la température du point d'ébullition ou de vaporisation de l'eau contenue dans les pores de gel du béton est supposée linéaire dans l'intervalle [100, 140 °C] qui caractérise le processus de changement de phase (liquide → vapeur + air) et inversement. C'est le résultat d'une part de la température d'ébullition qui est étroitement liée à la pression qui règne

dans les pores capillaires et d'autre part de la température de saturation d'eau qui est une fonction dépendante de la pression de saturation.

3-4-2 Forme différentielle à résoudre

Dans le cadre des hypothèses énumérées ci-dessus, la résolution d'un problème thermique qui régit un milieu poreux dont le transfert d'énergie par diffusion de masse est négligeable, consiste à chercher un champ de température $T(x, y, z, t)$ tel que l'équation différentielle (3-14) soit vérifiée en tout point M du milieu considéré. Bien entendu, Il faut aussi satisfaire les conditions essentielles de frontière et initiale comme décrites dans [36]. En tenant compte des développements effectués dans la section précédente, l'équation différentielle (3-14) peut être reformulée par la façon suivante :

$$(\rho c + \frac{\partial L_w}{\partial T})\dot{T} - \text{div}(\vec{\lambda} \cdot \text{grad} T) - q = 0 \quad (3-19)$$

Le terme lié à la chaleur latente d'évaporation de l'eau est explicité comme suit :

$$\frac{\partial L_w}{\partial T} = \begin{cases} 0 & T < T_{e\text{inf}} = 100^\circ \text{C} \\ \rho w l_{h20} \frac{\partial g_{wg}}{\partial T} & T_{e\text{inf}} \leq T \leq T_{e\text{sup}} \\ 0 & T > T_{e\text{sup}} = 140^\circ \text{C} \end{cases} \quad (3-20)$$

Où en supposant une variation linéaire de la fonction $g_{wg}(T)$, nous aurons d'après la figure 3-6:

$$g_{wg}(T) = \frac{T - T_{e\text{inf}}}{T_{e\text{sup}} - T_{e\text{inf}}} \quad (3-21)$$

dont sa dérivée :

$$\frac{\partial g_{wg}}{\partial T} = \frac{1}{T_{e\text{sup}} - T_{e\text{inf}}} = \text{constante} \quad (3-22)$$

NB : En ce qui concerne la valeur numérique à considérer pour la chaleur latente de vaporisation de l'eau à 20°C , on prend : $l_{h20} = 2500 \text{ kJ/kg}$ [24].

3-4-3 Formulation par éléments finis en régime transitoire (Euler backward)

Les fondements mathématiques de la méthode des éléments finis exposés dans [35,36] seront appliqués dans leur intégralité pour la résolution de l'équation différentielle (3-19).

Elle ne se distingue que par le terme $\frac{\partial L_w}{\partial T}$ lié à la chaleur latente d'évaporation de l'eau.

Tous les autres paramètres, y compris les conditions aux limites, restent donc inchangés.

Par suite, nous obtiendrons :

$$W = \langle \delta T \rangle ([C^*] \{\dot{T}\} + [K] \{T\} - \{F\}) = 0 \quad (3-23)$$

où :

$$[C^*] = [C] + [C^{LW}] \quad (3-24)$$

$$\text{Avec : } [C] = \int_V \rho c \{N\} \langle N \rangle dV \quad (3-21) \quad \text{et} \quad [C^{LW}] = \int_V \frac{\partial L_w}{\partial T} \{N\} \langle N \rangle dV \quad (3-25)$$

$[C]$ est la matrice de capacité thermique à l'état sec [J/K] et $[C^{LW}]$ est la matrice latente d'évaporation d'eau. $[K]$ et $\{F\}$ sont respectivement la matrice de conductivité thermique [W/K] et le vecteur des flux nodaux [W].

En fonction des degrés de liberté connus et inconnus, nous écrivons pour la partition de la matrice $[C^{LW}]$:

$$[C^{LW}] = \begin{bmatrix} [C_{LL}^{LW}] & [C_{LP}^{LW}] \\ [C_{PL}^{LW}] & [C_{PP}^{LW}] \end{bmatrix} \quad (3-26)$$

Sous forme discrétisée, nous obtenons finalement le système d'équations algébriques suivantes :

$$[C_{LL}^*] \{\dot{T}_L\} + [K_{LL}] \{T_L\} = \{F_L\} - [C_{LP}] \{\dot{T}_P\} - [K_{LP}] \{T_P\} \quad (3-27)$$

où :

$$[C_{LL}^*] = [C_{LL}] + [C_{LL}^{LW}] \quad (3-28)$$

Soit pour le régime transitoire, nous aurons dans le cas particulier de l'algorithme d'Euler implicite (type backward), $\alpha = 1$:

$$\begin{cases} [\bar{K}_{LL}^*] \{\Delta T_L\} = \{\bar{F}_L^*(t)\} \\ \{T_L\}_{t+\Delta t} = \{T_L\}_t + \{\Delta T_L\} \end{cases} \quad (3-29)$$

avec :

$$[\bar{K}_{LL}^*] = [C_{LL}] + [C_{LL}^{LW}] + \Delta t [K_{LL}] \quad (3-30)$$

$$\{\bar{F}_L^*(t)\} = \Delta t (\{F_L(t)\} - ([C_{LP}] + [C_{LP}^{LW}]) \{\dot{T}_P(t)\} - [K_{LP}] \{T_P(t)\} - [K_{LL}] \{T_L\}_s) \quad (3-31)$$

Dans le cas d'un problème non linéaire, nous obtenons par le schéma de Newton Raphson à une itération i dans l'intervalle de temps $[t, t + \Delta t]$, le système d'équation linéaire suivant :

$$\left[\frac{\partial \bar{R}}{\partial T} \right]_{T=T_{L,t+\Delta t}^{i-1}} \{ \Delta T_{L,t+\Delta t}^i \} = - \{ \bar{R}(T_{L,t+\Delta t}^{i-1}) \} \quad (3-32)$$

$$\{ T_{L,t+\Delta t}^i \} = \{ T_{L,t+\Delta t}^{i-1} \} + \{ \Delta T_{L,t+\Delta t}^i \} \quad (3-35)$$

Où nous avons pour le vecteur résidu :

$$\{ \bar{R}(T_{L,t+\Delta t}^{i-1}) \} = \{ \bar{F}_{L,t+\Delta t}^{i-1} \} - [\bar{K}_{LL}^* (T_{L,t+\Delta t}^{i-1})] \{ \Delta T_{L,t+\Delta t}^{i-1} \} \quad (3-36)$$

et pour la matrice tangente :

$$\begin{aligned} [K_t(T = T_{L,t+\Delta t}^{i-1})] &= \left[\frac{\partial \bar{R}}{\partial T_L} \right]_{T=T_{L,t+\Delta t}^{i-1}} \\ &= - [\bar{K}_{LL}^* (T_{L,t+\Delta t}^{i-1})] - \left[\frac{\partial \bar{K}_{LL}^*}{\partial T_L} (T_{L,t+\Delta t}^{i-1}) \right] \{ T_{L,t+\Delta t}^{i-1} - T_{L,t} \} + \left[\frac{\partial \bar{F}_L}{\partial T_L} (T_{L,t+\Delta t}^{i-1}) \right] \end{aligned} \quad (3-37)$$

Remarques:

1- pour comprendre la dérivation de la matrice tangente, il y a d'abord d'écrire la fonction résidu en fonction de la variable T_L , soit :

$$\{ \bar{R}(T_L) \} = \{ \bar{F}_L(T_L) \} - [\bar{K}_{LL}^*(T_L)] \{ \Delta T_L(T_L) \} \quad \text{où} \quad \Delta T_L(T_L) = T_L - T_{L,t}$$

La dérivée des termes liés à la matrice peut se faire comme suit en considérant la règle de dérivation des fonctions composées:

$$\frac{\partial}{\partial T_L} (\bar{K}_{LL}^*(T_L) \cdot \Delta T_L(T_L)) = \frac{\partial}{\partial T_L} (\bar{K}_{LL}^*(T_L)) \cdot \Delta T_L(T_L) + \bar{K}_{LL}^*(T_L)$$

avec $\frac{\partial}{\partial T_L} \bar{K}_{LL}^*(T_L) = \frac{\partial C_{LL}}{\partial T_L} + \Delta t \frac{\partial K_{LL}}{\partial T_L}$ puisque le terme $C_{LL}^{LW} \equiv \rho \omega l_{h20} \frac{\partial g_{wg}}{\partial T} = \rho \omega l_{h20} \cdot \frac{1}{T_{e\sup} - T_{e\inf}}$ qui est une valeur constante.

2- Le terme supplémentaire lié à $\frac{\partial L_w}{\partial T}$ n'interviendra pas au niveau des matrices dérivées ni d'ailleurs dans le vecteur $\{ F_L(t) \}$. Il interviendra, en conséquence, dans le vecteur résidu par la matrice $[K_{LL}]$ et dans la matrice tangente par l'intermédiaire de la matrice $[\bar{K}_{LL}^*]$.

3-4-3 Implémentation numérique_code HTACFE_version 2013

La formulation par éléments finis en régime transitoire en tenant compte de la possibilité de la phase d'évaporation de l'eau libre contenue dans le béton, est traduite en langage d'ordinateur dont le programme principal s'intitule **HTACFE_version 2013** (**H** : high, **T** : temperature, **A** : analysis, **C** : code, **F** : finite, **E** : element). L'algorithme d'Euler implicite type backward ($\alpha = 1$) est utilisé pour la discrétisation temporelle.

3-4-3-1 Structure du code HTACFE_version 2013

La structure du programme est synthétisée dans la figure (3-7) où les différents sous-programmes ou sousroutines sont amplement décrits dans [36]. Le langage d'ordinateur employé est le fortran 90 et l'exécution du programme est effectuée avec le compilateur 'Compaq Visual Fortran, version 6.5'. Mentionnons que l'effet de l'incendie naturel i.e comportant la phase de refroidissement est pris en considération en utilisant le modèle paramétrique de l'EC1 décrit dans le paragraphe 2-5-2 qui donne les courbes température-temps des gaz (θ_g) dans un compartiment en feu. Par contre, l'effet du phénomène migratoire de l'eau libre contenue initialement dans la matrice du béton est pris en compte par un modèle simplifié qui utilise la notion de chaleur due à l'évaporation de l'eau dans l'intervalle de $[100, 140^\circ\text{C}]$. Cet intervalle de température correspond au changement de phase (liquide $\rightarrow$ vapeur + air) ou inversement.

Début

- Prédiction initiale : choix du pas de temps : Δt et de la norme admissible : $\|\Delta\|$
- Lecture des données : subroutine **lire**
- Construction des matrices des n° des nœuds et des ddl de tous les éléments :
subroutine **forme_nf**
- Construction de la matrice des coordonnées des nœuds : subroutine **forme_coordg**
- Calcul de quelques variables relatives aux nombres de nœuds, nombre de degrés de liberté et à la demi largeur de bande : subroutine **calcul_niw**
 - Pour chaque section :
 - Pour chaque élément :
 - Initialisation à zéro de $[K_t]^e$: subroutine **null**
 - Initialisation à zéro de $\{f\}^e$: subroutine **nulvec**
 - Construction des vecteurs n° des nœuds et n° degrés de liberté : subroutine **formg**
 - Construction de la matrice coordonnées des nœuds : subroutine **forme_coord**
 - Construction du vecteur $\{T_t\}^e$ aux nœuds : subroutine **forme_T**
- Construction du vecteur $\{T_{t+\Delta t}^{i-1}\}^e$ aux nœuds : subroutine **forme_T**
 - Calcul du vecteur $\{\dot{T}_{t+\Delta t}^{i-1}\}^e$ aux nœuds
- ▼ Pour chaque point de Gauss :
 - Calcul des fonctions d'interpolation et leurs dérivées : subroutine **sfr**
 - Calcul de la matrice Jacobienne $[J]$: subroutine **matmul**
 - Calcul de la matrice inverse $[J]^{-1}$: subroutine **twoby2**
 - Calcul de la matrice $[B]$: subroutine **matmul**
 - Calcul de la matrice $[B]^T$: subroutine **matran**

- Calcul du produit $[B]^T [B]$: subroutine **matmul**
- Calcul de $T_{t+\Delta t}^{i-1}$: subroutine **prosc**
- Calcul des propriétés thermiques : subroutine **matpro**
- Calcul de $[B]^T \lambda [B] \{T_{t+\Delta t}^{i-1}\}^e$: subroutine **mvmult**
- Assemblage dans le vecteur $\{f\}^e$: subroutine **forme_ar**
- Calcul de la matrice $\{N\} < N >$: subroutine **nn_mult**
- Calcul de la matrice $\{T_{t+\Delta t}^{i-1}\}^e < N >$: subroutine **nn_mult**
- Calcul de la matrice $[B]^T [B] \{T_{t+\Delta t}^{i-1}\}^e < N >$: subroutine **matmul**
- Assemblage de la matrice $\lambda' [B]^T [B] \{T_{t+\Delta t}^{i-1}\}^e < N >$ dans $[K_t]^e$:
subroutine **forme_aa**
- ▼ Boucle sur le nombre de points de Gauss
 - Assemblage de $[K_t]^e$ dans $[K_t]$: subroutine **formkb**
 - Assemblage de $\{f\}^e$ dans $\{f\}$: subroutine **formf**
- Boucle sur le nombre d'éléments
- ▣ Boucle sur le nombre de sections
 - ◆ Pour chaque élément dont un côté subit un flux :
 - Construction des vecteurs n° des nœuds et n° degrés de liberté : subroutine **formg**
 - Construction du vecteur $\{T_{t+\Delta t}^{i-1}\}^e$ aux nœuds : subroutine **forme_T**
 - Construction de la matrice des coordonnées des nœuds : subroutine **forme_coord**
 - Calcul du vecteur $\int_{\Gamma} \{N\} q_n d\Gamma$: subroutine **bflux**
 - (qui fait appel à la subroutine **TEMHIS**)
 - Calcul de la matrice dérivée du flux $\int_{\Gamma} \{N\} \frac{\partial q_n}{\partial T} < N > d\Gamma$: subroutine **bflux**
 - Assemblage de $\int_{\Gamma} \{N\} \frac{\partial q_n}{\partial T} < N > d\Gamma$ dans la matrice $[K_t]$: subroutine **formkb**
 - Assemblage du vecteur $\int_{\Gamma} \{N\} q_n d\Gamma$ dans le vecteur $\{f\}$: subroutine **formf**
 - ◆ Boucle sur le nombre d'éléments dont un coté subit un flux
 - Résolution du système d'équations $[K_t(T_{t+\Delta t}^{i-1})] \{\Delta T_{t+\Delta t}^i\} = -\{f(T_{t+\Delta t}^{i-1})\}$:
subroutines **cholin** et **chobac**
 - Calcul de $\{T_{t+\Delta t}^i\} = \{T_{t+\Delta t}^{i-1}\} + \{\Delta T_{t+\Delta t}^i\}$
 - Calcul de la norme de convergence (type relatif des températures): $\|\mathcal{E}\|$
 - Test : $\|\mathcal{E}\| \leq \|\Delta\|$
- ▲ Boucle sur le nombre d'itérations d'équilibre
 - $\{T_{t+\Delta t}^i\} = \{T_{t+\Delta t}^i\}$
 - Impression des résultats : subroutine **print_T**
- Boucle sur le nombre d'intervalles de temps

Figure 3-7: Structure du programme HTACFE_version 2013

3-5 Application et validation du modèle

Dans cette section, il s'agit de jauger la fiabilité de la méthode de calcul établie en tenant compte de l'effet hydrique selon l'approche basée sur l'enthalpie. Dans cette approche, on rappelle que l'effet de l'humidité contenue initialement dans la masse du béton est pris d'une manière explicite dans le bilan thermique en considérant l'énergie supplémentaire apportée par la présence de l'eau. En admettant négligeable l'effet de changement de phase, la fonction de l'enthalpie du matériau devient directement dépendante de la chaleur latente due à l'évaporation de l'eau libre qui se produirait dans le palier d'ébullition ou de vaporisation de l'eau $[T_{einf}, T_{esup}]$. Cet intervalle est estimé, en moyenne, entre les températures 100 et 140°C. Si on suppose constante la masse volumique (ρ) du béton, il est possible de transcrire l'enthalpie en fonction de la chaleur spécifique (c) comme représenté sur la figure 3-8. Ce qui s'apparente au modèle de l'EC2 par le pic qui se produit au niveau du palier de vaporisation de l'eau. A ce propos, l'EC2 suggère de compléter la fonction donnée de la chaleur spécifique du béton par un pic (C^*_c) situé entre 100 et 200°C ; le pic étant variable selon la valeur de la teneur en eau considérée ($w\%$).

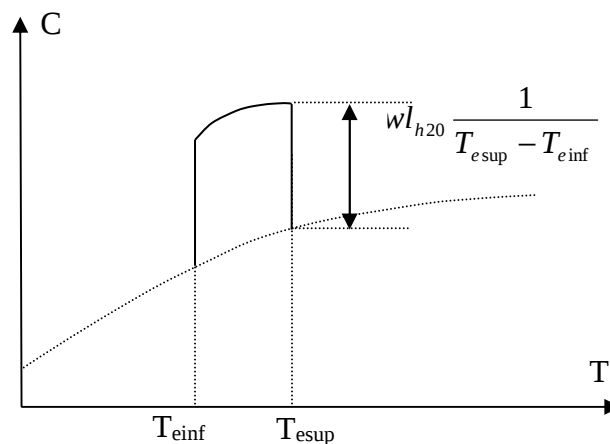


Figure 3-8: Variation brusque de la chaleur spécifique du béton

3-5-1 Description de la section

La géométrie de la section, faite d'un matériau en béton, est représentée sur la figure 3-9. Elle est soumise à un incendie normalisé (ISO834) sur ses trois côtés inférieurs. Le côté supérieur est complètement protégé contre le feu. La température initiale est considérée égale à la température ambiante soit de 20°C. Le béton considéré est du type normal (NC) dont les propriétés thermiques respectent les recommandations données dans l'Eurocode 2 [05]. La masse volumique du béton est prise constante et égale à 2300 Kg/m³. L'échange thermique se fait à la fois par convection et rayonnement. Aucun échange thermique ne se produit sur la face supérieure.

Le coefficient de convection h exprimé en [W/m²K] est égal à :

- 25 W/m²K pour l'ambiance chaude
- 9 W/m²K pour l'ambiance froide

Le coefficient de Stefan-Boltzmann σ est égal à 5,67.10⁻⁸ W/m²K

L'émissivité relative du béton est égal à 0,56 (recommandée par l'Eurocode 2 ou 4)

La chaleur latente de l'eau à 20°C est prise égale à 2500 kJ/kg°K

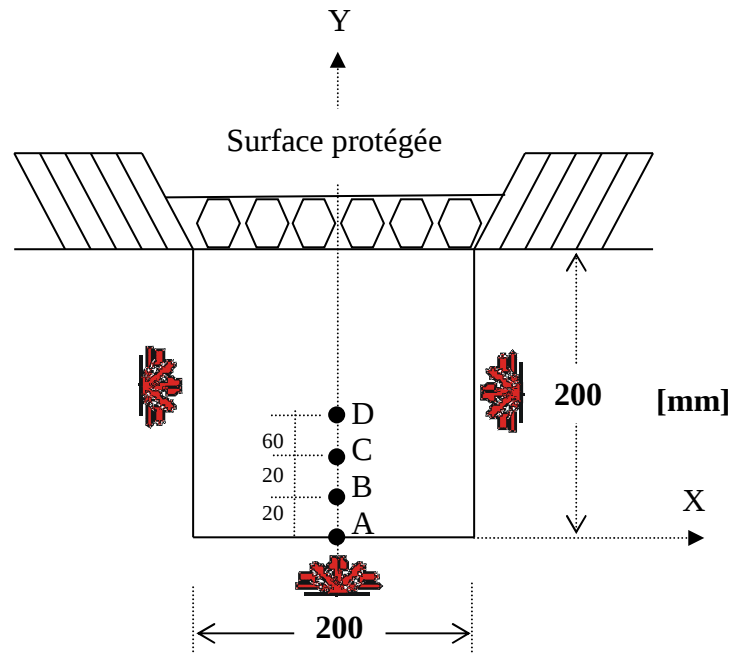


Figure 3-9: Géométrie de la section chauffée à 3 faces

Nous proposons d'analyser, en fonction du temps d'exposition au feu, l'évolution des températures au niveau des points A, B, C et D appartenant tous à l'axe de symétrie de la section (axe Y). Nous effectuons une analyse paramétrique en faisant varier le palier de vaporisation et la teneur en eau. Les résultats obtenus par les deux modèles à savoir celui de l'Eurocode (EC2) et celui basé sur l'enthalpie (Modèle), sont comparés à ceux issus de l'expérience, rapportés dans les références [33,38].

3-5-2 Discrétisation et résultats

A cause de la symétrie, seule une moitié de la section est considérée. Pour la discrétisation, sont utilisés 5 éléments suivant X et 10 suivant Y avec le type d'élément à 8 nœuds. Cependant, en considérant le pic tel que schématisé sur la figure 3-10, cela conduit inévitablement à des divergences et à une instabilité de l'algorithme utilisé. C'est à cause du saut brusque que présente la chaleur spécifique dans le palier de vaporisation. Afin de palier à ces difficultés d'ordre numérique, nous avons procédé comme indiqué sur la figure 3-11 en introduisant une variation progressive mais assez prononcée au niveau du début et la fin du palier ; la valeur ΔT considérée est prise égale à 5°C. Pour des valeurs inférieures, la convergence devient inouïe et longue.

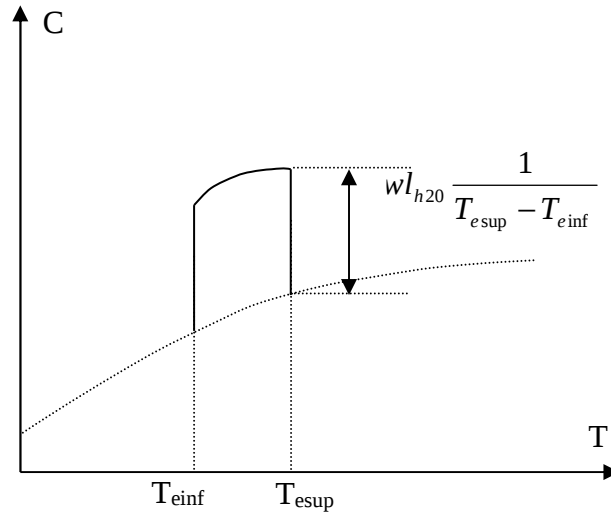


Figure 3-10: Variation brusque de la chaleur spécifique du béton au niveau du palier de vaporisation de l'eau

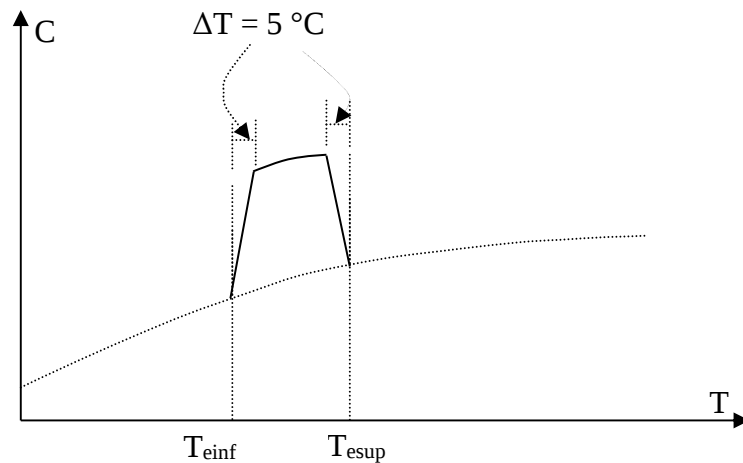


Figure 3-11: Variation progressive de la chaleur spécifique du

Les résultats obtenus, en considérant un palier de vaporisation [100, 140°C] et une teneur en eau de 6% qui correspond à un pic de valeur égale à 3700 J/Kg° sont illustrés sur la figure 3-11. En ce qui concerne en premier lieu les résultats avec le modèle de l'EC2, Nous remarquons, une similitude assez parfaite où l'erreur relative est parfois inférieure à 1%. C'est à l'exception près des points D et C où la différence des températures calculées semble légèrement importante. Ce que nous expliquons par les niveaux de température assez moins élevées lorsqu'on s'éloigne de la zone chauffée et où l'humidité présente dans la masse du béton est importante c'est-à-dire non encore évaporée. En ce qui concerne en second lieu les valeurs expérimentales, les valeurs calculées sont supérieures à celles données par l'expérience mais l'erreur reste tout de même acceptable ($\leq 25\%$) vu la grande hypothèse liée au changement de phase. Ces résultats démontrent d'une part la capacité du modèle à tenir compte de l'humidité d'une manière assez acceptable en considérant un palier moyen de vaporisation de l'eau libre contenue dans le béton. D'autre part, nous confirmons l'état

conservatif de l'Eurocode 2 en affichant des résultats de valeurs supérieures à celles données par l'expérience.

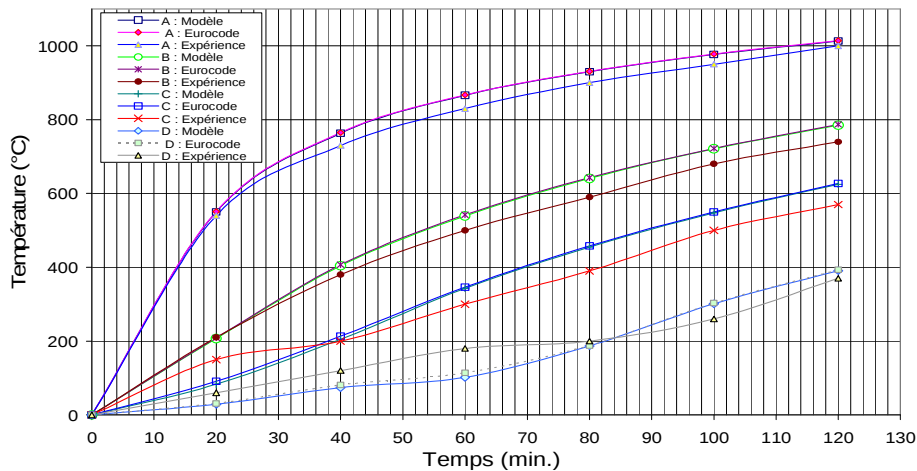


Figure 3-11: Variation des températures en fonction du temps : $w = 6\%$, palier de vaporisation $[100, 140^{\circ}\text{C}]$

Faisons maintenant varier le palier de vaporisation soit en considérant $[110, 130^{\circ}\text{C}]$; les autres paramètres étant inchangés. Les résultats sont donnés sur la figure 3-12. Nous remarquons que l'influence est peu significative. Ce que nous pouvons interpréter par le fait que les points considérés sont très rapprochés au point que la répartition de l'humidité dans la section reste inchangée.

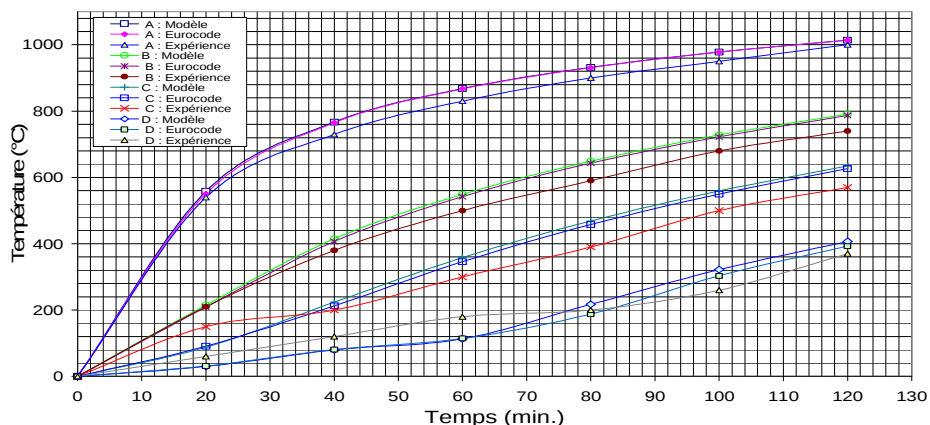


Figure 3-12: Variation des températures en fonction du temps : $w = 6\%$, palier de vaporisation $[110, 130^{\circ}\text{C}]$

Considérons enfin une teneur en eau égale à 0% soit à l'état sec et un palier de vaporisation de $[100, 140^{\circ}\text{C}]$. Les résultats obtenus sont montrés sur la figure 3-13. Nous remarquons clairement l'effet de la teneur eau qui fait ralentir l'augmentation de la température dans la section. Ce qui est plausible vu que plus l'humidité est importante dans la masse du béton plus les températures sont faibles. A l'état sec, $w = 0\%$, nous enregistrons une hausse de température qui se situe, en moyenne, de 6 à 8% comparativement à la teneur eau de 6%.

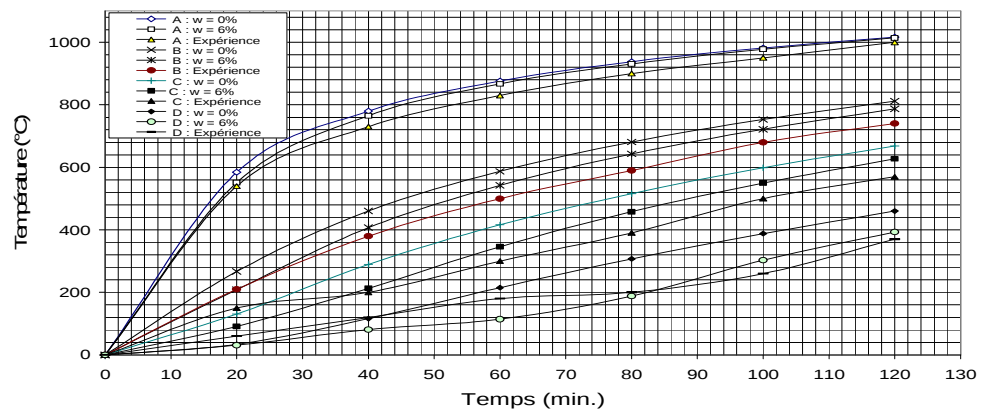


Figure 3-13: Variation en fonction du temps des températures : $w = 0$ et 6%

CHAPITRE 4

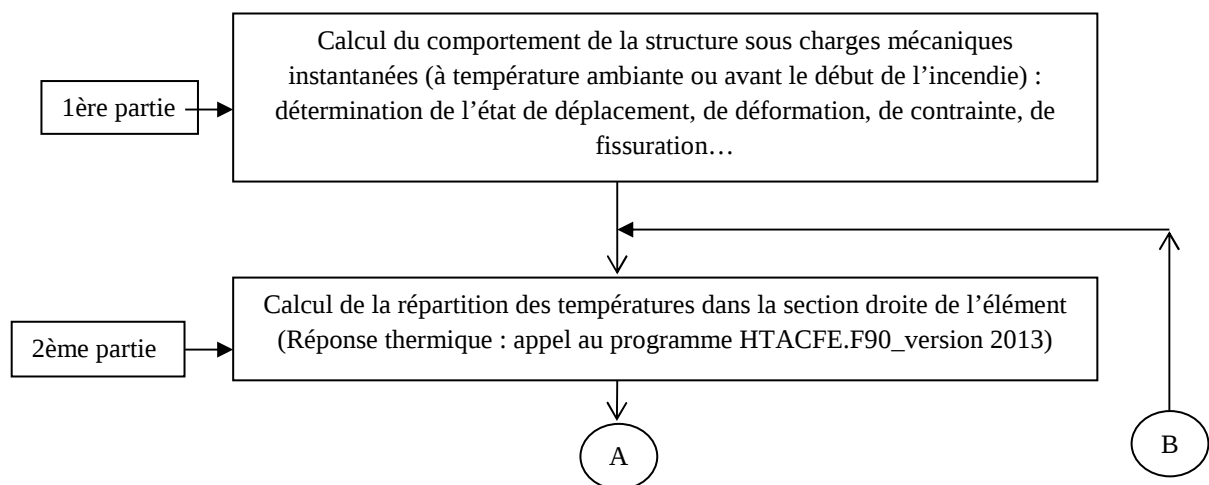
ANALYSE DE LA REPONSE STRUCTURALE DES STRUCTURES EN BETON DANS UN ENVIRONNEMENT D'INCENDIE NATUREL ET CODE STFIRE_VERSION 2013

4-1 Généralités

Dans ce chapitre, seront présentées les fondements de base nécessaires pour simuler dans un environnement d'incendie naturel le comportement des structures en béton formées d'ossatures en poteaux – poutres. Il s'agit essentiellement de montrer comment sont apportées les modifications au code de calcul STFIRE_version 2013 (**S**tructural analysis under standard **FIRE** scenarios afin de tenir compte de l'effet de l'incendie naturel avec branche de température décroissante tel que recommandé par l'EC 2 [5]. Pour de plus amples informations, nous renvoyons directement le lecteur aux travaux rapportés dans les références [36,39,40,41]. Les principales modifications résident dans l'adaptation des relations contrainte-déformation du matériau béton adoptées dans les scénarios de feu conventionnels i.e sans branche de température décroissante en considérant le fait que le béton, lorsqu'il est chauffé puis refroidi, ne retrouve pas sa résistance à la compression initiale.

4-2 Etapes de calcul de la réponse au feu des structures

Dans le cadre de l'hypothèse de découplage des effets thermo-hydrigue, le calcul au feu d'une structure comprend essentiellement 3 parties comme indiquées sur la figure 4-1. La première partie correspond au calcul de la structure à température ambiante c'est-à-dire avant le début de l'incendie ou d'une autre manière sous l'action des charges de service. La deuxième partie concerne la distribution des températures en chaque point des éléments de la structure (réponse thermique). La troisième partie porte sur le calcul de la structure sous l'effet combiné des charges thermique et mécanique (réponse structurale). Ces 2 dernières parties sont exécutées une fois au cours de chaque incrément de temps qui est choisi en fonction d'une résistance au feu estimée de la structure.



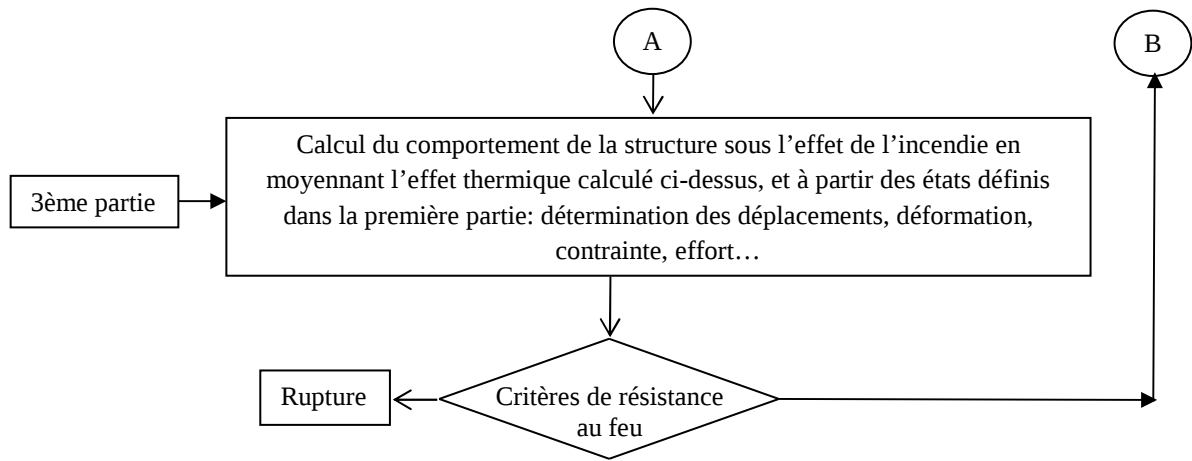


Figure 4-1: Etapes de calcul de la réponse au feu des structures

4-3 Bases de la méthode de calcul en milieu d'incendie naturel

Les équations d'équilibre de la structure en milieu d'incendie sont dérivées selon le principe de la démarche dans un environnement de température ambiante en utilisant un modèle de comportement matériel de type tangentiel standard et sont discrétisées par la méthode des éléments finis. L'élément fini utilisé est de type classique de poutre-colonne où il a été choisi le long de l'élément afin de décrire respectivement pour le déplacement axial une interpolation polynomiale quadratique (type Lagrange, continuité C_0) et pour le déplacement latéral une interpolation cubique (type Hermite, continuité C_1). L'élément est, en outre, de forme prismatique travaillant en flexion plane dans lequel s'exerce un effort normal et de flexion. L'effet de l'effort tranchant est ainsi complètement négligé et les déplacements sont choisis comme inconnus du problème. La méthode de calcul est du type incrémentale où on suit pas-à-pas le comportement de la structure et de ses éléments en tenant compte en tout point et à n'importe qu'elle température des déformations réelles des matériaux. Ajoutons que la description cinématique employée est basée sur la formulation lagrangienne type corotationnelle (en référence à la configuration courante actualisée dans laquelle on ignore le mouvement de corps rigide, fig. 4-2).

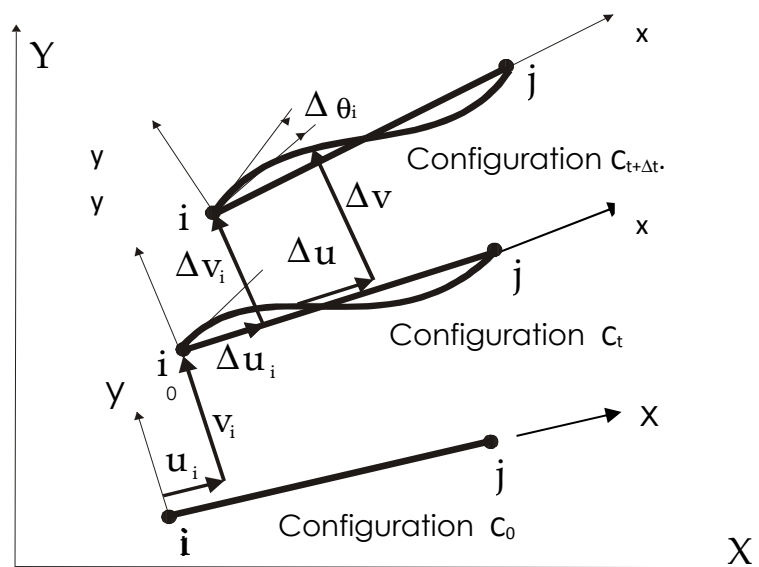


Figure 4-2: Configuration d'équilibre d'un élément structural [40]

4-4 Algorithme de résolution et le code de calcul STFIRE_version 2013

Les équations d'équilibre incrémentales ainsi obtenues [40,41] sont résolues par le schéma itératif de Newton-Raphson afin d'améliorer la solution pendant un intervalle de temps $[t, t + \Delta t]$. Les différentes étapes de calcul effectuées par le programme de STFIRE sont résumées dans l'algorithme de résolution donnée dans la figure 4-3. L'exécution se poursuit jusqu'au moment où on obtient la ruine.

La ruine de la structure est supposée atteinte en appliquant l'un des 4 critères suivants:

- rupture du béton en compression ($\varepsilon_c < -\varepsilon_{ce}$)
- températures dans les barres d'acier n'excèdent pas 593°C
- flèche maximale de la poutre inférieure à $\ell/20$ où ℓ est la longueur de la poutre
- taux de déplacement ne doit pas dépasser $\ell^2/900d$ (mm/min) où ℓ est la longueur de la poutre (mm) et d la hauteur utile de la poutre (mm).

```

• n = 1, ....., m (time step :  $t_{n+1} = t_n + \Delta t$ )
  ▲ i = 1, ... (iterations)
    ■ for each element
      ♦ temperature distribution along the sampling cross sections (Thermal analysis)
      ♦ evaluation of time- temperature dependent material properties of concrete and steel
      ♦ compute element displacement  $\{^{n+1}r_{i-1}\}$  from global displacements  $\{^{n+1}R_{i-1}\}$ 
      ♦ compute element stiffness matrix
        
$$\left[ ^{n+1}k_0^{i-1} \right] = \left[ k_0 \left( ^{n+1}r_{i-1}, ^{n+1}\sigma_{i-1}, ^{n+1}E_{i-1} \right) \right]$$

      ♦ compute out of balance forces
        
$$\left\{ ^{n+1}f_c^{i-1} \right\} = \left\{ f_c \left( ^{n+1}r_{i-1}, ^{n+1}\sigma_{i-1} \right) \right\}$$

      ♦ compute the geometrical stiffness matrix of the element
        
$$\left[ ^{n+1}k_G^{i-1} \right] = \left[ k_G \left( ^{n+1}r_{i-1}, ^{n+1}\sigma_{i-1}, ^{n+1}F_c^{i-1} \right) \right]$$

      ♦ compute non mechanical forces at the start of the increment
        
$$\left\{ ^{n+1}\Delta f_{nm}^i \right\} = \left\{ ^{n+1}\Delta f_{TH}^i \right\} + \left\{ ^{n+1}\Delta f_{TR}^i \right\}$$

        -thermal expansion
        
$$\left\{ ^{n+1}\Delta f_{TH}^i \right\} = \left\{ \Delta f_{TH} \left( ^{n+1}r_{i-1}, ^{n+1}\alpha_{i-1}, ^{n+1}E_{i-1}, ^{n+1}\Delta T_i \right) \right\}$$

        - transitional thermal creep:
        
$$\left\{ ^{n+1}\Delta f_{TR}^i \right\} = \left\{ \Delta f_{TR} \left( ^{n+1}r_{i-1}, ^{n+1}\sigma_{i-1}, ^{n+1}E_{i-1}, ^{n+1}\alpha \Delta T_i \right) \right\}$$

      ♦ Compute the vector of residual forces:
        
$$\left\{ ^{n+1}\Delta f_i \right\} = \left\{ Q \right\} - \left\{ ^{n+1}f_c^{i-1} \right\} + \left\{ ^{n+1}\Delta f_{nm}^i \right\}$$

      ♦ Assemble element stiffness matrices and force vector
    ■ End loop over elements
    ♦ Solve global system of equations:  $\left[ ^{n+1}K_T^{i-1} \right] \left\{ \Delta R_i \right\} = \left\{ ^{n+1}\Delta F_i \right\}$ 
    ♦ update the displacement :  $\left\{ ^{n+1}R_i \right\} = \left\{ ^{n+1}R_{i-1} \right\} + \left\{ \Delta R_i \right\}$ 
    ■ For each element
      ♦ For each sampling point (Gauss and Simpson)

```

- compute total increment of strain: ${}^{n+1}\Delta\epsilon_i$
- compute increment of non mechanical strain: ${}^{n+1}\Delta\epsilon_{nm}^i$
- compute increment of mechanical strain: ${}^{n+1}\Delta\epsilon_m^i = {}^{n+1}\Delta\epsilon_i - {}^{n+1}\Delta\epsilon_{nm}^i$
- compute total strain: ${}^{n+1}\epsilon_i = {}^{n+1}\epsilon_{i-1} + {}^{n+1}\Delta\epsilon_i$
- compute increment of stress: ${}^{n+1}\Delta\sigma_i = {}^{n+1}E_{i-1}({}^{n+1}\Delta\epsilon_m^i)$
- compute total stress: ${}^{n+1}\sigma = {}^{n+1}\sigma_{i-1} + {}^{n+1}\Delta\sigma_i$
- Tests for cracking, plasticity or crushing of concrete and yielding of steel
- ♦ End loop over sampling point

Figure 4-3 : Schéma de l'algorithme de calcul utilisé dans le code STFIRE_version 2013

4-5 Implémentation de la loi de comportement des matériaux acier et béton

Les lois de comportement adoptées pour les matériaux béton et acier sont indiquées sur les figures 4-4 et 4-5 en considérant la possibilité d'une décharge et recharge en traction et compression. La procédure d'implémentation est indiquée sur le schéma de la figure 4-6. Il convient cependant de faire une remarque relative au processus itératif. Dans celui-ci, on suppose que les effets thermiques ou non mécaniques sont appliqués à la structure qu'au début de l'incrément. On examine ensuite les modifications qui en résultent pour le comportement de la structure. Ceci revient à supposer que les effets thermiques sont complètement dissociés du processus de redistribution des efforts internes.

En réalité, tous ces phénomènes se déroulent de manière progressive mais pour les étudier, on est obligé d'avoir recours à une discrétisation à la fois dans l'espace et dans le temps. En effet, les effets thermiques devraient être évalués à partir d'un "état moyen" de la structure pendant l'incrément considéré. Cette évaluation n'a pas été envisagée dans ce travail vu les difficultés sérieuses qu'elle présente. Néanmoins, pour chaque point de calcul, la température de référence utilisée est la température moyenne de la sous-couche ou de la maille correspondante, et ce pour l'incrément considéré. Les exemples pratiques montrent que ce sont essentiellement les fissures additionnelles qui ont tendance à engendrer le processus de redistribution des efforts internes. A partir du moment où plus aucune fissure ne se produit, la convergence devient généralement immédiate.

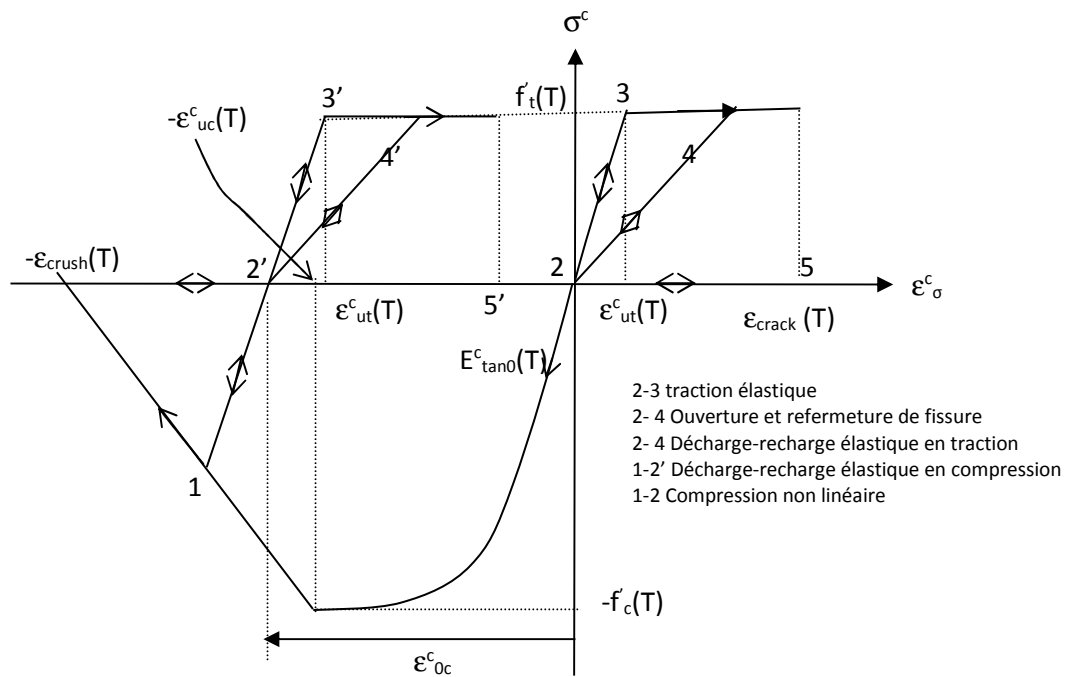


Figure 4-4: Comportement du béton à une température donnée, T

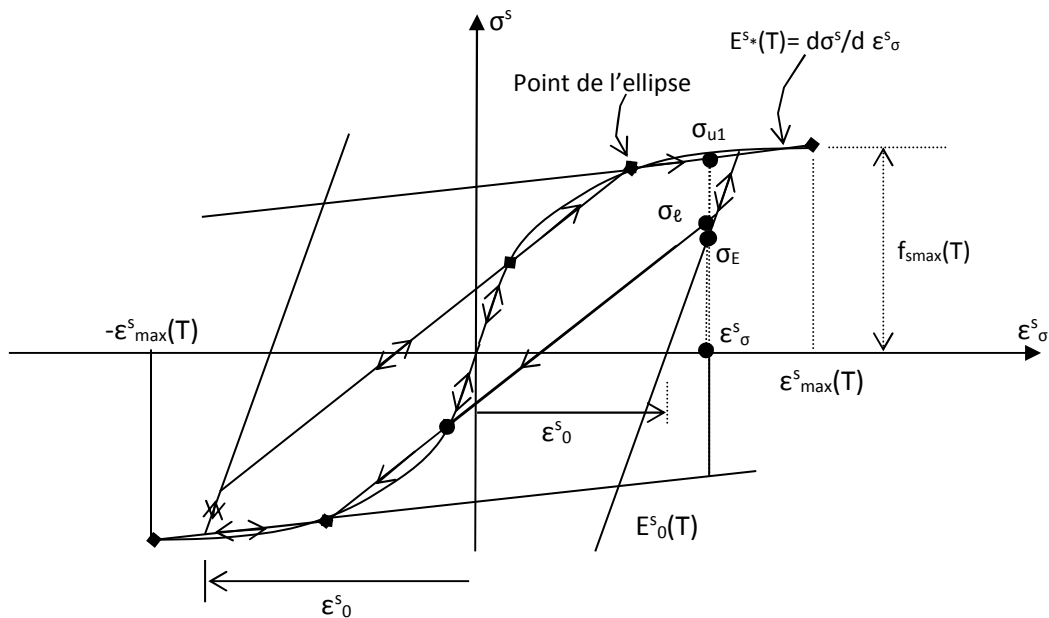


Figure 4-5a : Comportement de l'acier d'armature jusqu'à une déformation $\varepsilon_{\max}^s(T) = 20\text{‰}$ (cas où le nombre de subdivision de la branche elliptique $n = 2$)

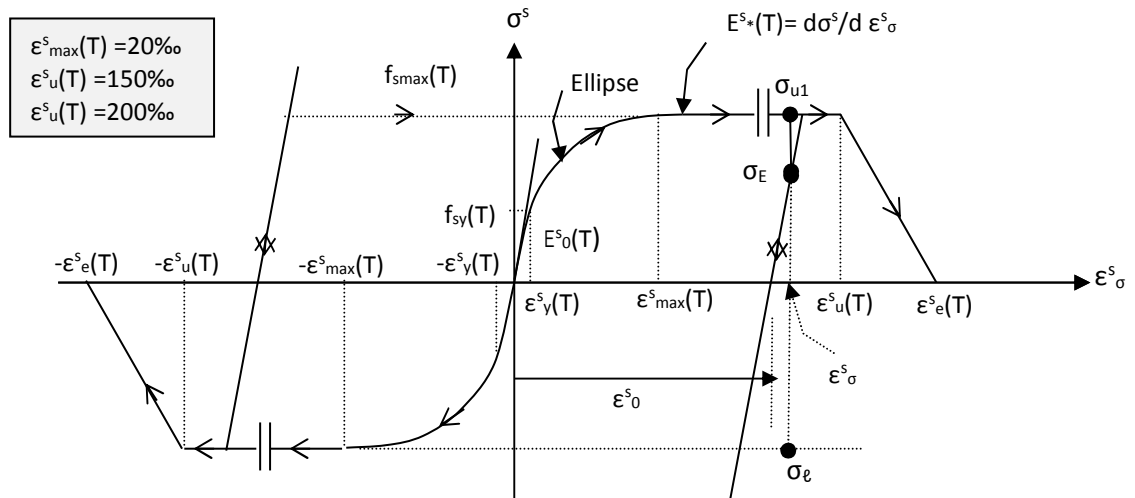


Figure 4-5b : Comportement de l'acier d'armature à une température donnée, T

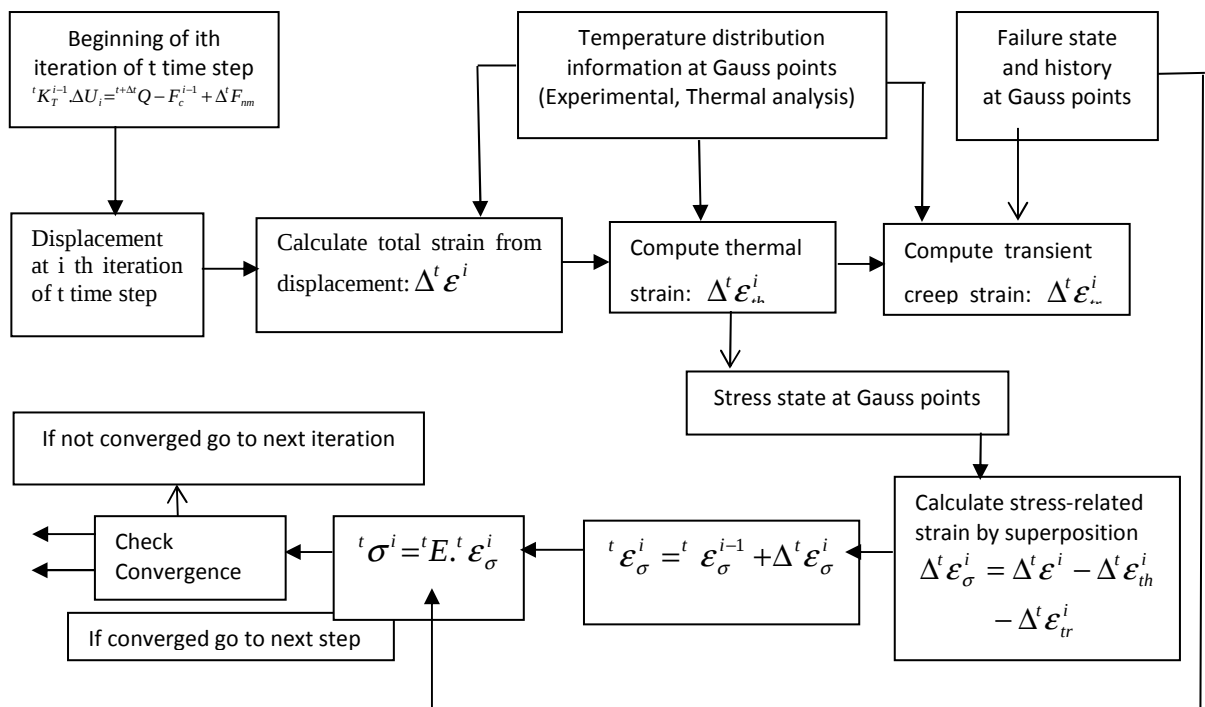


Figure 4-6 : Procédure de calcul de la déformation totale

4-6 Adaptation à l'incendie naturel des relations contrainte-déformation du béton selon les recommandations de l'Eurocode 2

Comme le béton ne retrouve pas sa résistance à la compression initiale lorsqu'il est chauffé puis refroidi, il convient de modifier le modèle mathématique des relations contrainte-déformation du matériau béton adoptées dans les scénarios de feu conventionnels i.e sans branche de température descendante.

4-6-1 Relations contrainte-déformation du béton sous feu conventionnel

Le modèle mathématique de la courbe relations σ - ϵ du béton sous feu conventionnel i.e la courbe des gaz température-temps ne comporte pas de branche descendante est illustré à la figure 4-7. Les valeurs de la résistance à la compression $f_{c,\theta}$ et des déformations ultimes respectives $\epsilon_{cu,\theta}$ et $\epsilon_{ce,\theta}$ sont à choisir selon les valeurs du tableau 4-1.

Tableau 4-1 : Valeurs des trois principaux paramètres des relations σ - ϵ du béton de masse volumique courante (NC) et de béton léger (LC), à haute température

Température du béton θ_c (°C)	$k_{c,\theta} = f_{c,\theta} / f_{c,20^\circ\text{C}}$ (LC)	$k_{c,\theta} = f_{c,\theta} / f_{c,20^\circ\text{C}}$ (NC)	$\epsilon_{cu,\theta} \times 10^3$	$\epsilon_{ce,\theta} \times 10^3$
20	1	1	2.5	20
100	0.95	1	4.0	23.0
200	0.90	1	5.5	26.0
300	0.85	1	7.0	28.5
400	0.75	0.88	10.0	32.5
500	0.60	0.76	15.0	38.0
600	0.45	0.64	25.0	47.5
700	0.30	0.52	25.0	48.5

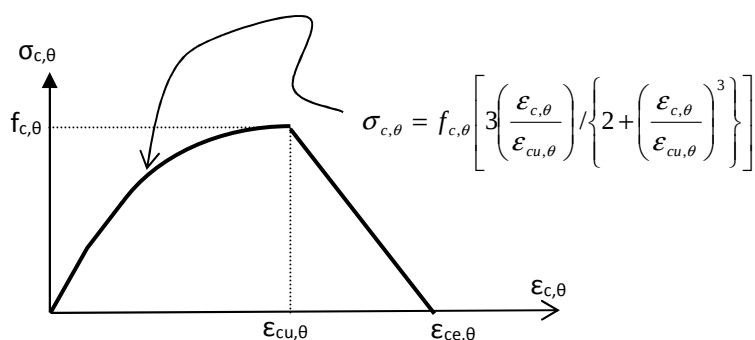


Figure 4-7 : Modèle de la relation contrainte-déformation-température du béton

4-6-2 Recommandations de l'Eurocode sous feu naturel

L'Eurocode 2 dans l'annexe C recommande un certain nombre de propositions afin de tenir compte de l'effet de l'incendie naturel avec branche de température décroissante. Ces propositions qui consistent à apporter des modifications aux relations contrainte-déformation

du béton sont énumérées ci-dessous dans le sens de leur implémentation dans le programme STFIRE_version 2013.

- 1- Le béton, en refroidissant à la température ambiante de 20°C après avoir atteint une température maximale $\theta_{\max}$, ne retrouve pas sa résistance à la compression initiale $f_{c,20^\circ\text{C}}$.
- 2- Quand on considère la branche descendante de la courbe température-temps du béton comme schématisée sur la figure 4-8, la valeur de $\varepsilon_{cu,\theta}$ et de celle de la relation contrainte-déformation à une température θ , restent toutes deux égales aux valeurs correspondant à $\theta_{\max}$.
- 3- La résistance à la compression résiduelle du béton échauffée à une température $\theta_{\max}$, puis refroidi à la température ambiante de 20°C, est définie de la façon suit :

$$f_{c,\theta 20^\circ\text{C}} = \varphi f_{c,20^\circ\text{C}} \quad (4-1a)$$

où :

$$\begin{aligned} \varphi &= k_{c,\theta_{\max}} \quad \text{si } 20^\circ\text{C} \leq \theta_{\max} < 100^\circ\text{C} \\ \varphi &= 0.95 - 0.185(\theta_{\max} - 100)/200 \quad \text{si } 100^\circ\text{C} \leq \theta_{\max} < 300^\circ\text{C} \\ \varphi &= 0.9k_{c,\theta_{\max}} \quad \text{si } \theta_{\max} \geq 300^\circ\text{C} \end{aligned} \quad (4-1b)$$

Le paramètre de réduction $k_{c,\theta_{\max}}$ est défini au tableau 4-1 pour $\theta = \theta_{\max}$.

4- Pendant la phase de refroidissement du béton avec $\theta_{\max} \geq \theta \geq 20^\circ\text{C}$, la résistance à la compression sur cylindre correspondante $f_{c,\theta}$ peut être interpolée linéairement entre $f_{c,\theta_{\max}}$ et $f_{c,\theta 20^\circ\text{C}}$.

Les règles précédentes sont illustrées par la figure 4-8 pour un béton de classe C40/50, comme suit :

$$\begin{aligned} \theta_1 &= 200^\circ\text{C} & f_{c,\theta 1} &= 0.9 f_{c,\theta} = 0.9 \times 40 = 36 \text{ MPa} ; \varepsilon_{cu,\theta 1} = 0.55\% ; \varepsilon_{ce,\theta 1} = 2.6\% \\ \theta_2 &= 400^\circ\text{C} & f_{c,\theta 2} &= 0.75 f_{c,\theta} = 0.75 \times 40 = 30 \text{ MPa} ; \varepsilon_{cu,\theta 2} = 1.0\% ; \varepsilon_{ce,\theta 2} = 3.8\% \end{aligned}$$

Pour une température maximale éventuelle de $\theta_{\max} = 600^\circ\text{C}$: $f_{c,\theta_{\max}} = 0.45 \times 40 = 18 \text{ MPa}$; $\varepsilon_{cu,\theta_{\max}} = 2.5\%$; $\varepsilon_{ce,\theta_{\max}} = 4.75\%$. Pour toute température inférieure θ_3 obtenue pendant la phase de refroidissement, telle que $\theta_3 = 400^\circ\text{C}$, nous aurons :

$$\begin{aligned} f_{c,\theta 20^\circ\text{C}} &= 0.9k_{c,\theta_{\max}} f_{c,20^\circ\text{C}} = 0.9 \times 0.45 \times 40 = 16.2 \text{ MPa} ; & f_{c,\theta 3} &= f_{c,\theta_{\max}} - (f_{c,\theta_{\max}} - f_{c,20^\circ\text{C}}) (\theta_{\max} - \theta_3) / (\theta_{\max} - 20) = 17.4 \text{ MPa} ; \\ \varepsilon_{cu,\theta 3} &= \varepsilon_{cu,\theta_{\max}} = 2.5\% ; & \varepsilon_{ce,\theta 3} &= \varepsilon_{ce,\theta_{\max}} + (\varepsilon_{ce,\theta_{\max}} - \varepsilon_{cu,\theta_{\max}}) f_{c,\theta 3} / f_{c,\theta_{\max}} \\ &= 2.5 + (4.75 - 2.5) \times 17.4 / 18 = \end{aligned}$$

NB : L'expression de la relation de $f_{c,\theta 3}$ peut être obtenue en considérant la figure 4-9.

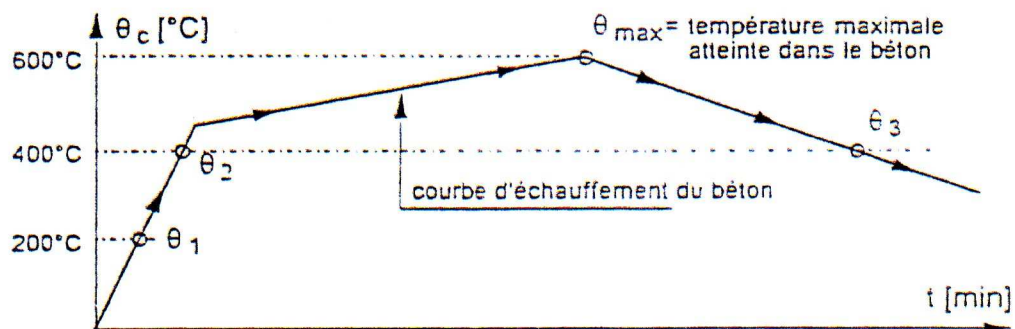


Figure 4-8 : Simulation à l'incendie naturel selon l'Eurocode 2

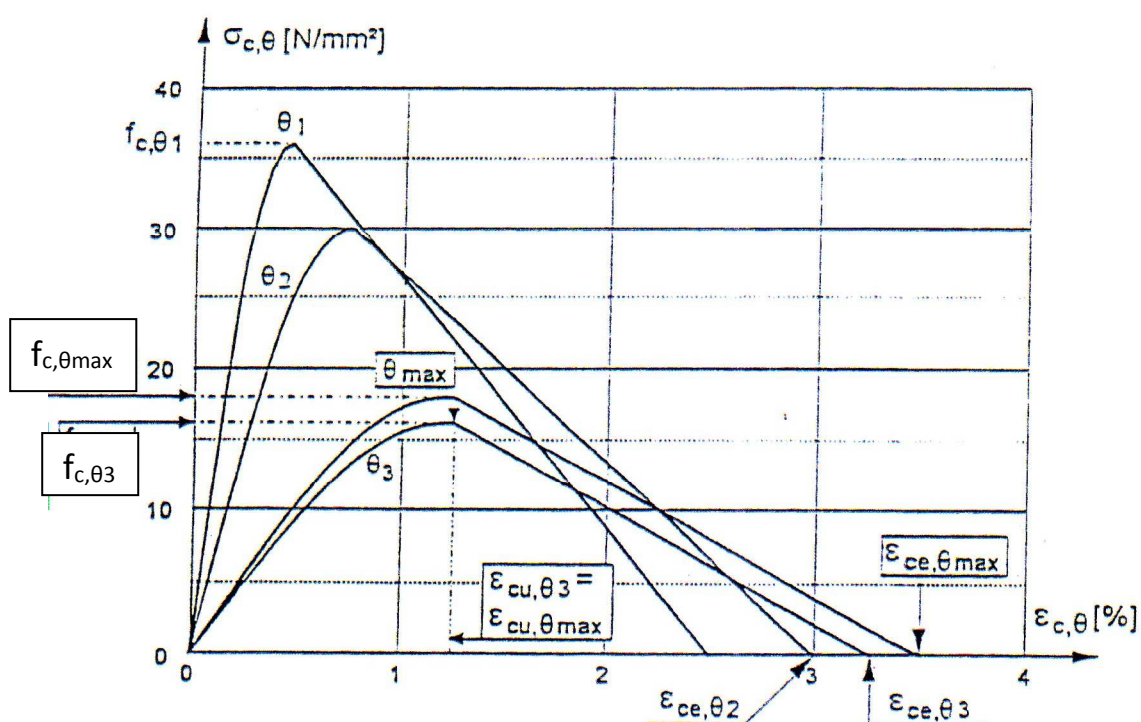


Figure 4-10 : Courbe contrainte-déformation du béton adaptée à l'incendie naturel

4-7 Critères et principes de vérification de la résistance au feu

Les éléments de construction, lorsqu'ils sont soumis à l'action d'un incendie, subissent un accroissement de leur température interne. Etant donné que les propriétés mécaniques (résistance, rigidité...) des matériaux de construction se dégradent au fur et à mesure de l'élévation de température, un élément de structure se déforme et peut même s'effondrer : ce qui entraîne le concept de la durée de résistance au feu.

4-7-1 Critères de la résistance au feu

La résistance au feu d'un élément de construction, d'un ensemble d'éléments ou d'une construction entière, est définie par la durée pendant laquelle cet élément ou cette construction continue à remplir le rôle qui lui est dévolu malgré l'action de l'incendie. On considère à cet égard diverses résistances au feu. Dans l'esprit des Eurocodes, la résistance au feu d'un élément de construction est appréciée en fonction de 3 critères à savoir la résistance mécanique, l'étanchéité aux flammes et l'isolation thermique. Comme illustrés sur la figure 4-11, on peut décrire ces critères de la manière suivante :

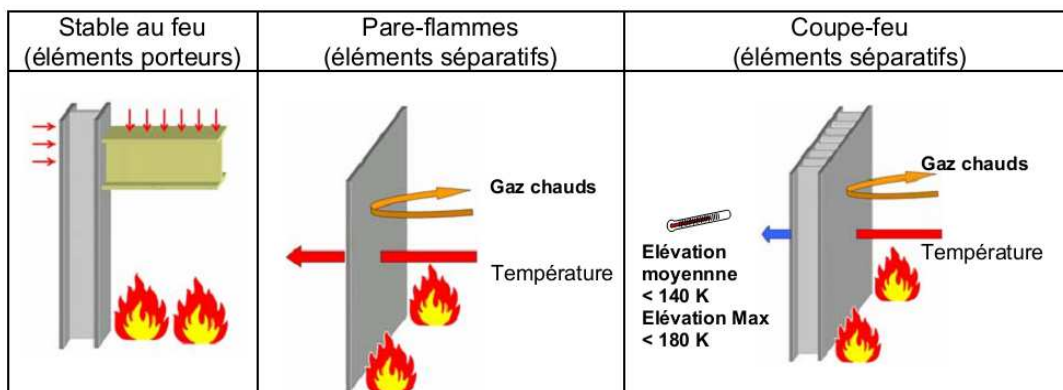


Figure 4-11 : Schéma illustratif des critères de résistance au feu

- Critère de la résistance mécanique notée R correspond à l'état limite ultime. On reconnaît comme étant des états limites ultimes : l'épuisement de la capacité portante, l'atteinte d'un niveau de déformation (flèche) incompatible au maintien de la fonction portante et la perte d'équilibre par instabilité sous charge. Pour des poutres ou planchers testés sur four, l'état limite ultime d'après l'EC2 est associé à une valeur limite de la flèche ($f/l \leq 1/30$). Vu les résultats souvent erronés dans certains cas, ce critère est associé à une valeur limite de la vitesse de déformation.
- Critère d'étanchéité aux gaz chauds ou aux flammes, noté E, concerne principalement des éléments de compartimentage au contact desquels des matériaux combustibles ne sont pas entreposés (poutre, cloison vitrée, couverture ...). Il est demandé que ces éléments ne laissent pas passer de gaz chauds soit d'éviter la propagation directe des flammes à travers des fissures ou ouvertures dans un élément de construction
- Critère d'isolation thermique, noté I, concerne les éléments de compartimentage, qu'ils soient porteurs ou non (plancher, mur, cloison, plafond ...). Outre les qualités

pare-flammes et, pour les éléments porteurs, les qualités de stabilité au feu qui doivent être assurées, l'élévation de température sur la face non exposée à l'incendie doit être en moyenne inférieure à 140°C et ne doit excéder 180°C.

Selon les fonctions remplies par l'élément de construction, un ou plusieurs critères énumérés ci-dessus sont d'application, soit :

- Si l'élément n'a qu'une fonction portante, par exemple un élément d'ossature (poutre ou colonne), c'est uniquement le critère de résistance mécanique qui doit être satisfait.
- Si l'élément n'a qu'une fonction séparante, par exemple une cloison, l'élément doit satisfaire aux critères d'isolation thermique et d'étanchéité aux flammes. Il va de soi qu'un tel élément ne peut s'effondrer prématurément, ce qui signifierait la fin du compartimentage.
- Si l'élément a une fonction portante et une fonction séparante, il doit satisfaire aux 3 critères simultanément.

Pour les éléments de structure n'ayant qu'une fonction porteuse, tels que les poteaux et les poutres, la durée de résistance au feu se définit comme la durée pendant laquelle l'élément, soumis aux conditions de feu conventionnel, est capable de résister à la charge mécanique applicable à la situation d'incendie.

Compte tenu du caractère conventionnel de la courbe thermique normalisée, la durée de résistance au feu est aussi essentiellement une quantité conventionnelle. Elle ne doit pas être interprétée comme le temps disponible pour évacuer un bâtiment, mais comme un moyen pratique, suffisamment représentatif, pour classer les éléments de construction vis-à-vis de leur performance au feu. Les exigences de résistance au feu dépendent des circonstances (comme la hauteur et l'occupation du bâtiment, la charge d'incendie) et diffèrent sensiblement d'un pays à l'autre. Les quatre valeurs les plus couramment utilisées dans la réglementation incendie européenne sont 30, 60, 90 et 120 minutes (R30, R60, R90 et R120), cette dernière représente un maximum pratique.

4-7-2 Actions mécaniques

Pour savoir quelles combinaisons d'action il faut considérer en cas d'incendie, il faut tenir compte de ce qui est dit dans EC1-2, à savoir :

1. Un incendie ... doit être considéré comme une action accidentelle.
2. Il n'est pas nécessaire de prendre en considération la simultanéité avec d'autres actions accidentelles indépendantes. Mais, pour les structures où il existe des risques particuliers d'incendie à la suite d'autres actions accidentelles, il convient de tenir compte de ces risques.

Pour vérifier la stabilité d'un élément ou d'une structure en cas d'un incendie, les combinaisons à prendre en compte répondent à l'équation symbolique suivante :

$$\begin{aligned} \text{Charges} = & \text{poids propre} \\ & + \text{précontrainte} \\ & + \Psi_1 \times \text{l'action variable dominante (valeur permanente)} \\ & + \Psi_2 \times \text{les autres actions variables (valeurs quasi-permanentes)} \end{aligned} \quad (4-2)$$

Pour les bâtiments à usage privé, résidentiel et de bureau, on prend $\Psi_1 = 0.5$ et $\Psi_2 = 0.3$. A titre d'exemple, en ce qui concerne la combinaison entre les charges de vent (ou de séisme) et imposées (d'exploitation ou d'utilisation), on considère souvent la plus défavorable de l'une des deux combinaisons suivantes :

- poids propre + 0.5 x charge imposée + 0.0 x vent
- poids propre + 0.3 x charge imposée + 0.2 x vent

4-7-3 Principes de vérification au feu

Le problème des actions et des résistances ultimes à considérer pour une structure soumise à un incendie n'est qu'un élément, essentiel sans doute, du problème beaucoup plus vaste de la sécurité d'une structure contre les dommages causés par le feu. Une telle sécurité est assurée par la protection active et la protection passive. Alors que la protection active tend à réduire la probabilité d'arrivée d'un incendie, la protection passive a pour but d'assurer un comportement adéquat des différentes composantes et de l'ensemble d'un bâtiment lorsqu'un incendie s'est produit. La sécurité exigée ou le niveau de probabilité de ruine acceptable dépendent du type de la destination, de l'importance du bâtiment, du mode de rupture, des conséquences d'une ruine éventuelle. En pratique, les critères de performance sont vérifiés en comparant directement ou indirectement la durée de résistance au feu imposée à la durée de résistance estimée par calcul ou essai.

La durée de résistance au feu imposée dépend du type et de la destination du bâtiment, de la charge incendie, de l'importance de l'élément pour la stabilité générale de la structure portante. Habituellement, elle est spécifiée par les autorités compétentes qui se basent sur des lois existantes qui tiennent compte des incertitudes inhérentes aux phénomènes en jeu et sont donc évaluées avec une certaine sécurité, inconnue a priori. La résistance au feu imposée est donc plus grande que la résistance au feu strictement nécessaire pour les opérations de secours. Pour estimer la résistance au feu, il faut s'assurer que les modèles utilisés sont choisis avec un certain degré de sécurité. De cette manière, la résistance au feu réelle de l'élément dans la structure sera au moins aussi grande que la valeur estimée. Il importe cependant de ne pas aboutir à des valeurs trop éloignées l'une de l'autre, ce qui signifierait une sécurité exagérée, donc antiéconomique.

Il est possible de prouver l'exigence de résistance au feu de 3 manières différentes, qui sont équivalentes et aussi acceptables l'une que l'autre [42,43,44]. Celles-ci sont illustrées à la figure 4-12 qui est valable pour une structure simple caractérisée par une température θ_d et par une sollicitation $E_{fi,d}$ qui est constante au cours du temps, une barre d'acier en traction par exemple. On a aussi représenté sur le graphe supérieur de la figure la diminution progressive de la résistance $R_{fi,d}$ et sur le graphe inférieur la valeur de la température qui amène à la ruine $\theta_{cr,d}$. La ruine survient après le temps $t_{fi,d}$ au moment où la résistance est égale à la charge appliquée, ce qui se marque aussi par le fait que la température est égale à la température critique. La durée de résistance prescrite est $t_{fi,req}$. La vérification peut se faire :

1. En terme de durée, voir 1 sur la figure :

$$\text{durée de résistance } t_{fi,d} > \text{durée requise } t_{fi,req} \quad (4-3a)$$

2. En terme de résistance, voir 2 sur la figure :

$$\text{résistance } R_{fi,d} > \text{effet des actions } E_{fi,d} \text{ au temps } t = t_{fi,req} \quad (4-3b)$$

3. En terme de température, voir 3 sur la figure :

$$\text{température } \theta_d < \text{température critique } \theta_{cr,d} \text{ au temps } t = t_{fi,req}. \quad (4-3c)$$

Quelque soit le type de vérification envisagé parmi les trois types présentés ci-dessus, la vérification doit se faire à l'état limite ultime. En pratique, la vérification en terme de température ne peut se faire que si la température de l'élément est uniforme, comme pour certains éléments en acier, ou si la ruine est conditionné par le comportement d'un élément que l'on peut caractériser par sa température, comme une poutre ou une dalle en béton dont le comportement est conditionné par la température des armatures inférieures. Cette vérification en terme de température n'est évidemment pas possible si le champ de température est non uniforme, comme dans les éléments mixtes acier-béton par exemple.

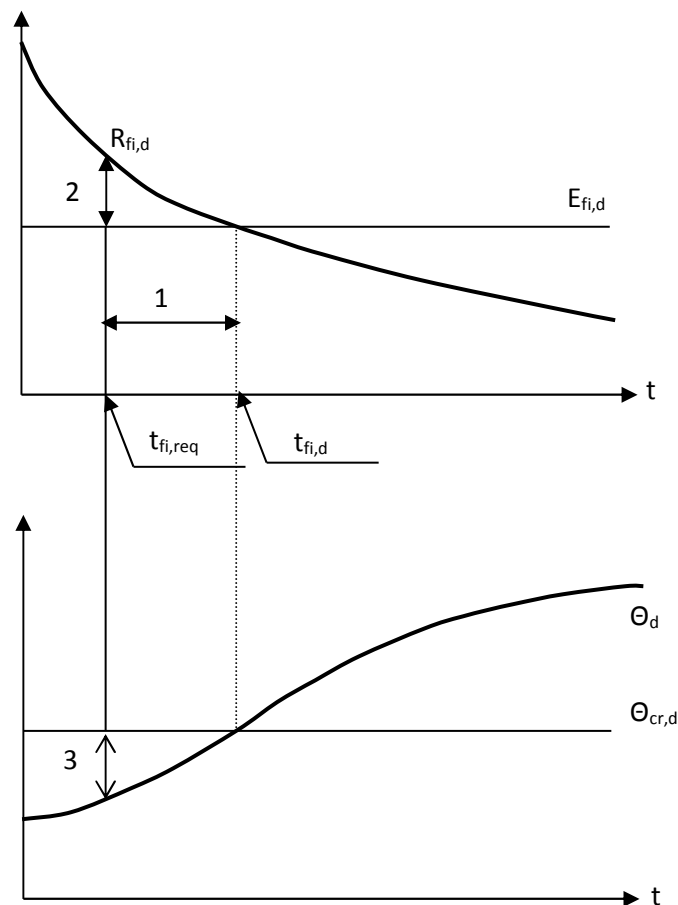


Figure 4-12 Trois vérifications équivalentes de résistance au feu

4-8 Exemple d'application à une poutre en béton

Soit à analyser avec les codes HTACFE_version 2013 et STFIRE_version 2013, le comportement au feu de la poutre montrée sur la figure 1. Les gaz chauds sont appliqués sur les trois côtés inférieurs de la poutre dont les différents scénarios de feu sont donnés sur la figure 4-13. Les faces inférieure et latérale de la dalle sont partiellement protégées contre le feu soit dans un milieu convectif de type protégé et aucun échange thermique n'est supposé se produire sur la face supérieure qui correspond à un milieu convectif de type ambient froid.

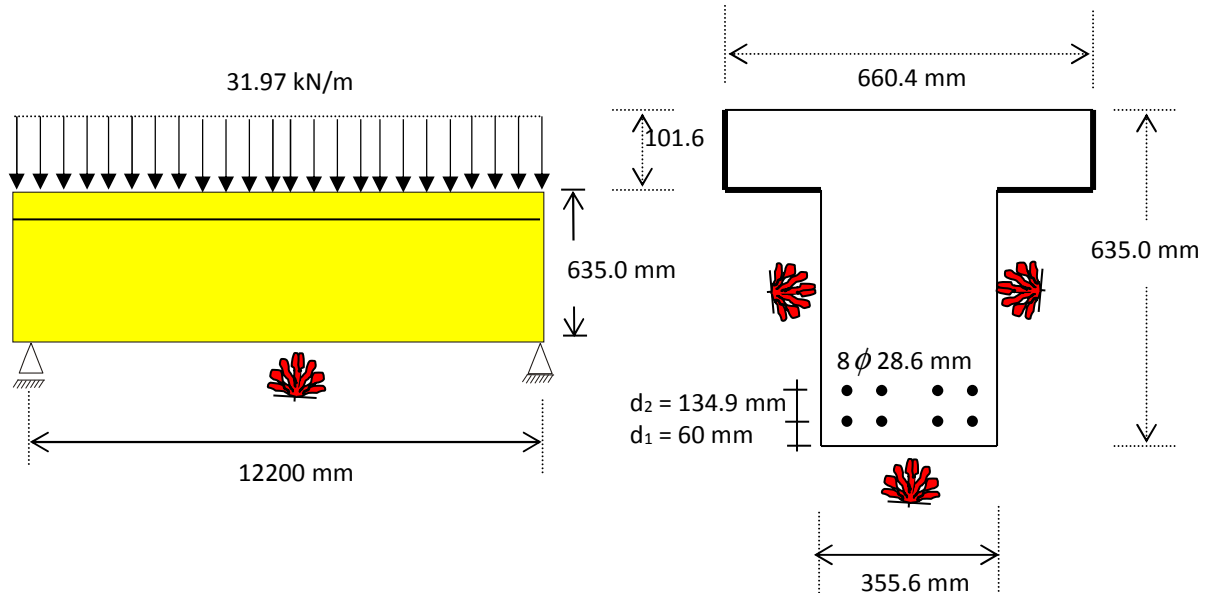


Figure 4-13 : Description géométrique et thermique de la poutre [36]

4-8-1 Caractéristiques thermo-mécaniques des matériaux

L'évolution des propriétés thermo-mécaniques sont conformes aux recommandations de l'EC2. A température ambiante (20 °C), nous avons les valeurs suivantes:

- béton : $f'_c(20^\circ\text{C}) = 407.5 \text{ MPa}$ (résistance à la compression), $f_t(20^\circ\text{C}) = 2.6 \text{ MPa}$ (résistance à la traction) et $E_c(20^\circ\text{C}) = 40750 \text{ MPa}$
- acier : $f_y(20^\circ\text{C}) = 761.37 \text{ MPa}$ (résistance à la compression ou à la traction) et $E_s(20^\circ\text{C}) = 380685 \text{ MPa}$.

4-8-2 Discrétisation de la poutre

La poutre est découpée en éléments comme indiqué sur la figure 4-14 dont seule la moitié de la travée est modélisée à cause de la symétrie ; les charges équivalentes étant calculées aux nœuds. Le nombre d'éléments NELE considéré étant de 13 avec un nombre total de nœuds NNT égale à 14. Chaque nœud possède trois degrés de liberté dont un déplacement de translation horizontale (u_i), un déplacement de translation verticale (v_i) et un déplacement de rotation (θ_i). Mentionnons que l'élément fini utilisé est de type classique de poutre-colonne où est choisie respectivement le long de l'élément une interpolation polynomiale quadratique (type Lagrange, continuité C_0) pour décrire le déplacement axial (u) et une interpolation cubique (type Hermite, continuité C_1) pour décrire le déplacement latéral

(v). La discrétisation de la section de la poutre en vue de l'analyse thermique est montrée sur les figures 4-15, 4-16 et 4-17.

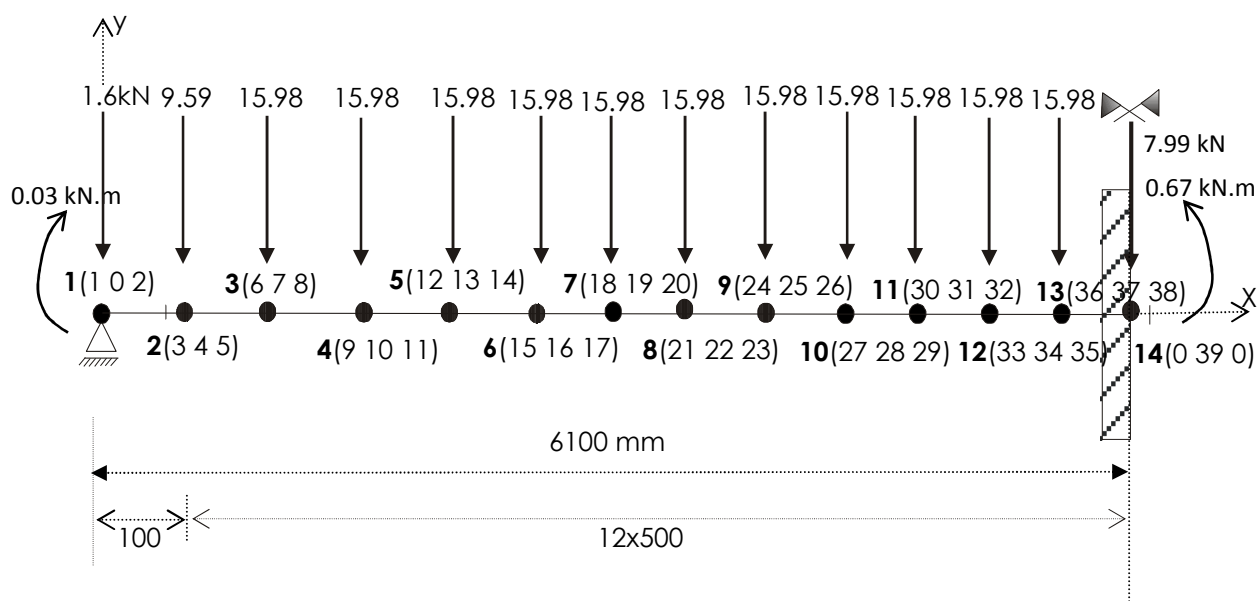


Figure 4-14 : Degrés de liberté actifs et charges équivalentes aux noeuds

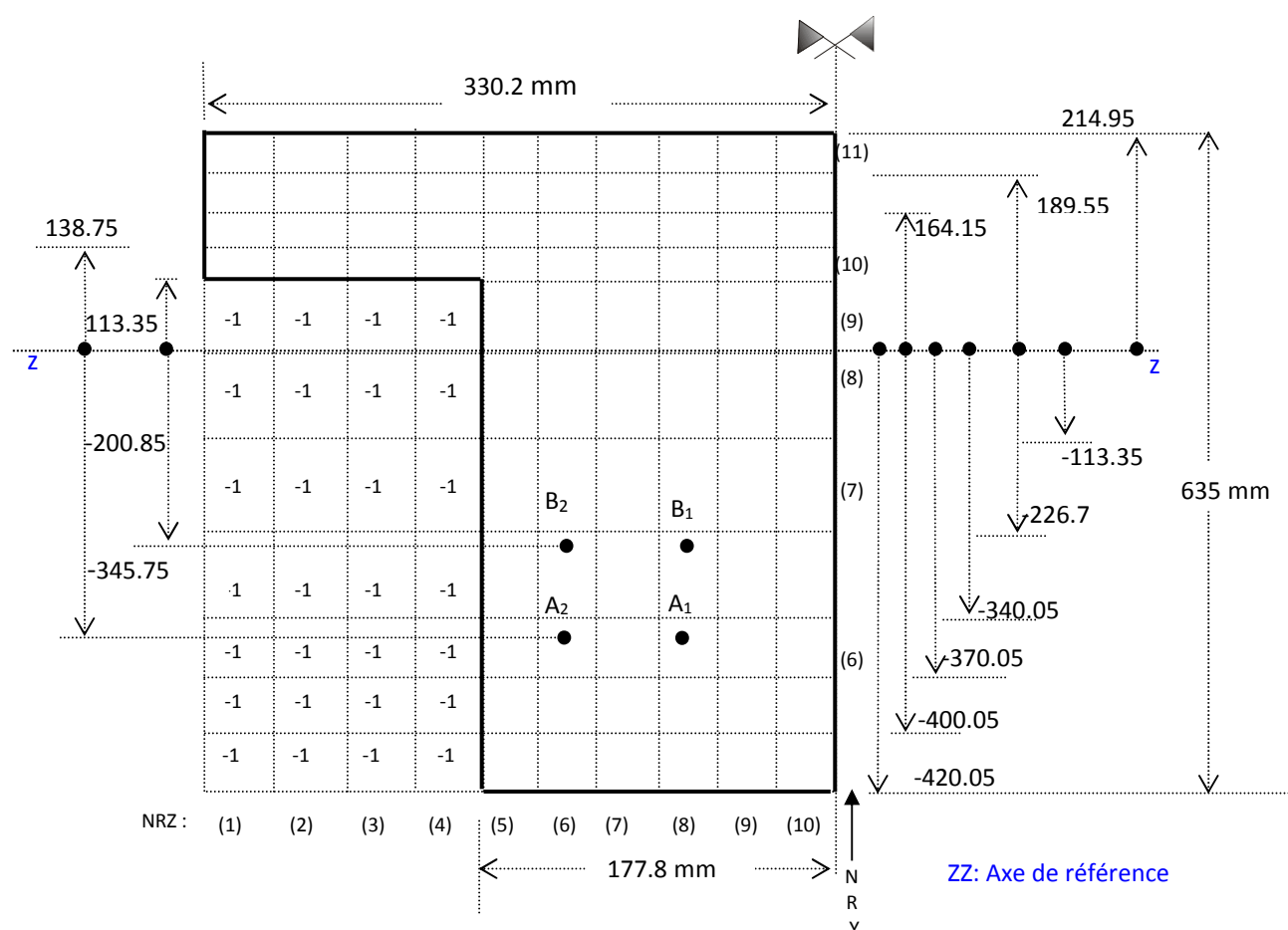


Figure 4-15: Discrétisation de la section en mailles rectangulaires

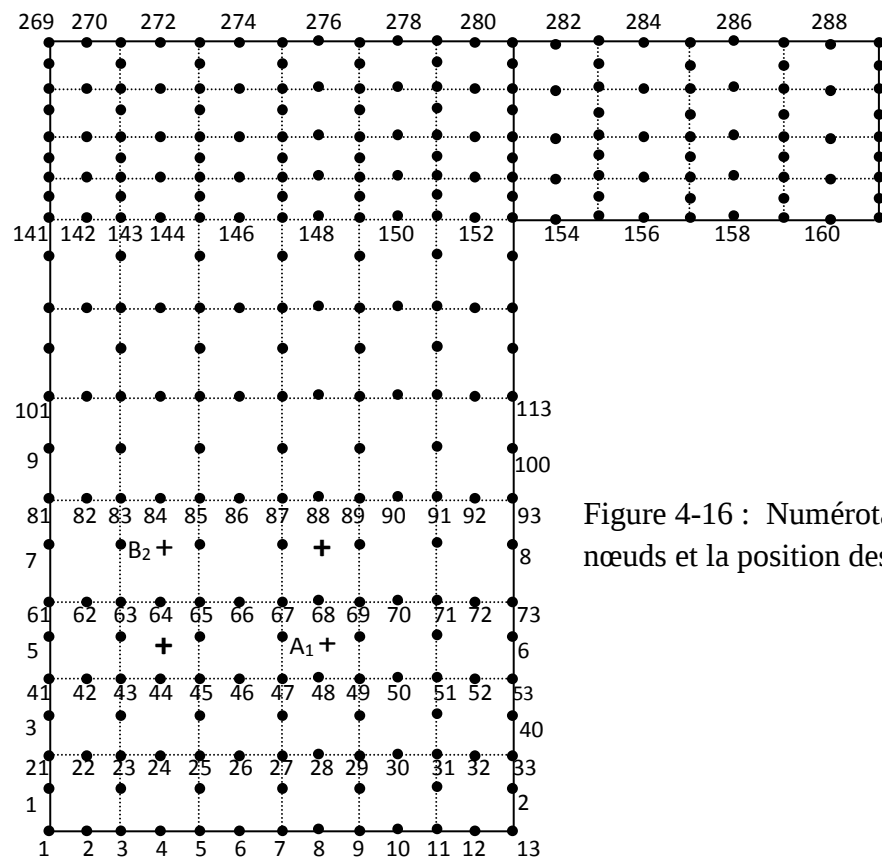


Figure 4-16 : Numérotation des nœuds et la position des armatures

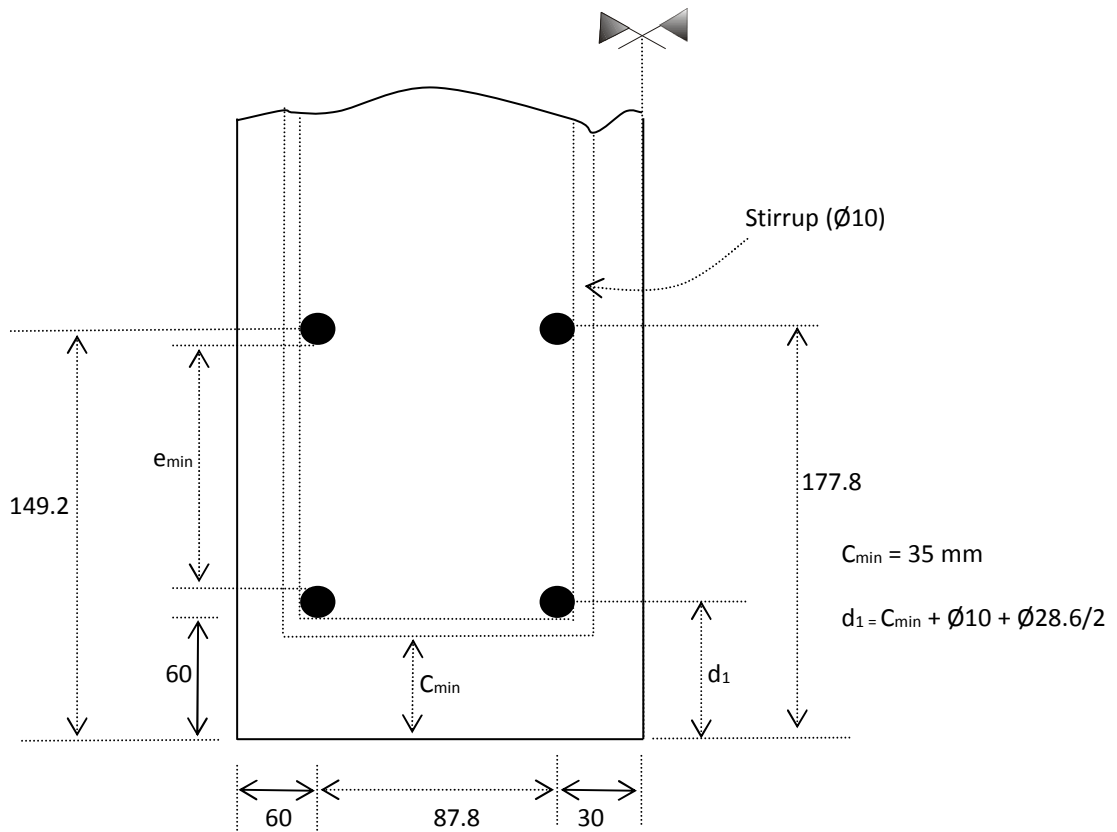


Figure 4-17 : Indication de la position des armatures

4-8-3 Scénarios de feu envisagés

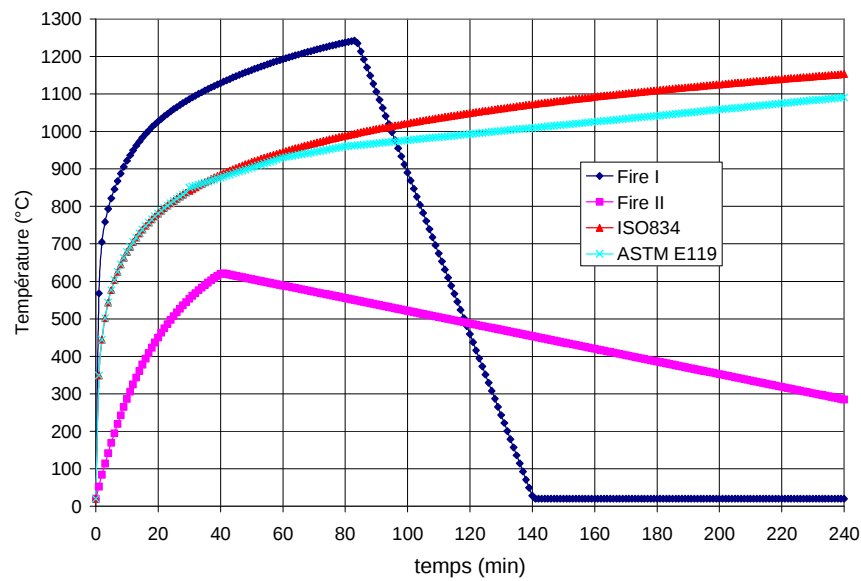


Figure 4-18: Les différents scénarios d'incendie considérés

4-8-4 Effet du scénario Fire I sur le comportement structural de la poutre

A la figure 4-19, nous représentons l'évolution en fonction du temps, des déplacements respectivement axial du nœud 1 (u_1) et vertical de la section médiane (nœuds 14 : v_{14} qui correspond au degré de liberté 39 de la figure 4-14) de la poutre. Nous remarquons d'abord une augmentation croissante et rapide des déplacements jusqu'au pic qui caractérise la fin de la phase d'échauffement de la courbe température-temps qui décrit le scénario Fire I. Les déplacements se décroissent ensuite d'une manière graduelle jusqu'au temps limite alloué à la phase de refroidissement. Nous enregistrons au temps $t = t_{\max} = 80 \text{ min}$ $v_{14} = v_{14,\max} = 179 \text{ mm}$ et $u_1 = 5.03 \text{ mm}$, et à la fin de la phase de refroidissement soit au temps $t_d = 4\text{h}$, $v_{14} = 158 \text{ mm}$ et $u_1 = 4.86 \text{ mm}$.

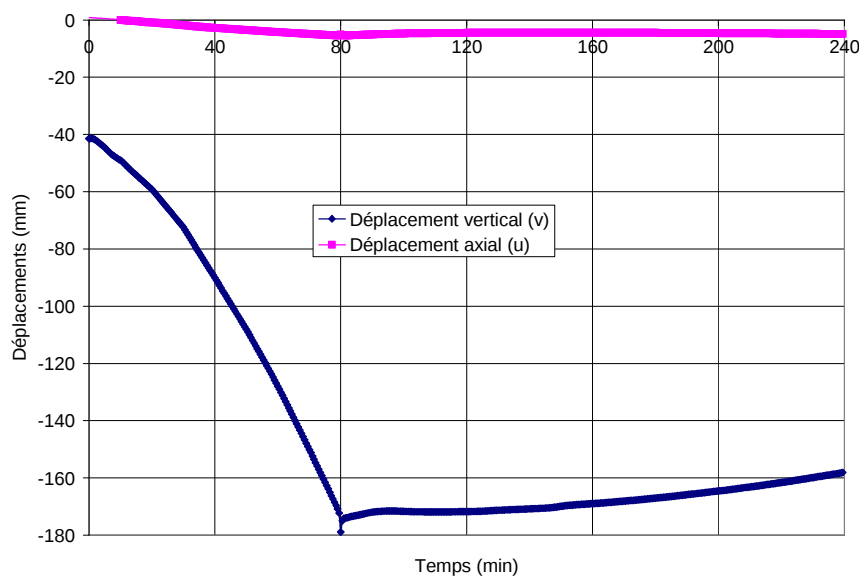


Figure 4-19 : Evolution en fonction du temps des déplacements v_{14} et u_1 sous l'action du scénario Fire I

4-8-5 Analyse des effets de différents scénarios sur le comportement structural

Aux figures 4-20 et 4-21, nous montrons l'évolution en fonction du temps du déplacement axial (u_1) du nœuds 1 et du déplacement vertical (nœuds 14 : v_{14}) du milieu de la poutre sous l'action des scénarios de feu naturel Fire I, Fire II et de feu conventionnel ISO834 et ASTM E119 dont les courbes températures-temps sont définies sur la figure 4-18.

En ce qui concerne d'abord l'influence du feu naturel, il y a lieu de constater que les déplacements dans le cas du scénario Fire II continuent toujours à s'accroître dans la phase de refroidissement i.e au-delà du pic de la courbe température-temps. C'est contrairement au scénario Fire I où la réduction des déplacements (i.e la recouvrance) commence à se manifester juste après le temps correspondant à la fin de la phase d'échauffement c'est-à-dire au début la phase de refroidissement. C'est en raison sans aucun doute de l'allure de la pente descendante qui présente une pente beaucoup plus faible comparativement au scénario Fire I où la chute des températures s'effectue d'une façon très prononcée. Néanmoins, il est aussi possible de constater la zone de recouvrance pour Fire II à condition d'augmenter encore le temps d'exposition au feu au-delà de 4h. Après 5h, la chute des déplacements se fera observée très nettement. En ce qui concerne ensuite les scénarios conventionnels, nous pouvons remarquer que les déplacements obtenus par ISO834 et ASTM E119 sont quasiment confondus en raison de la légère différence entre ces deux modèles. Cependant, l'écart avec les résultats expérimentaux se fait de plus en plus sentir avec l'élévation du temps de chauffage de la poutre où nous enregistrons à $t = 200$ min un écart de l'ordre de 24 %.

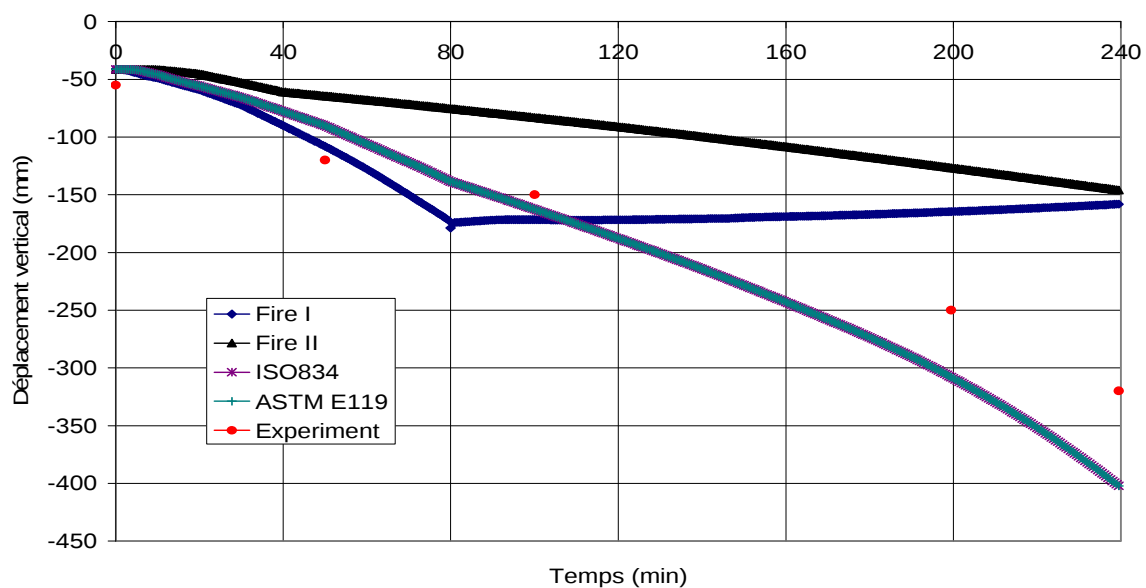


Figure 4-20: Evolution en fonction du temps du déplacement vertical du nœud situé au milieu de la poutre, v_{14} sous l'effet de plusieurs scénarios de feu différents

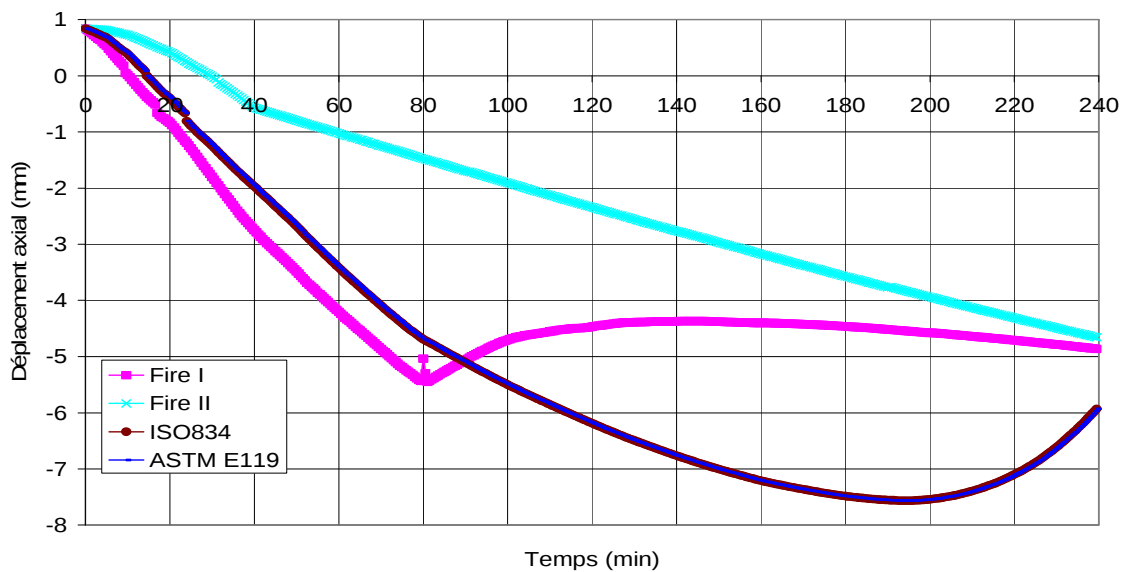


Figure 4-21: Evolution en fonction du temps du déplacement axial du nœud 1 (u_1) sous l'effet de plusieurs scénarios de feu différents

4-8-6 Effets de la rétention axiale

Si les déformations axiales dues à l'expansion thermique sont empêchées, des forces axiales de compression vont se développer naturellement dans la poutre. Ces forces dites de restrainte peuvent être simulées au moyen d'un ressort comme schématisé sur la figure suivante (fig.4-22).

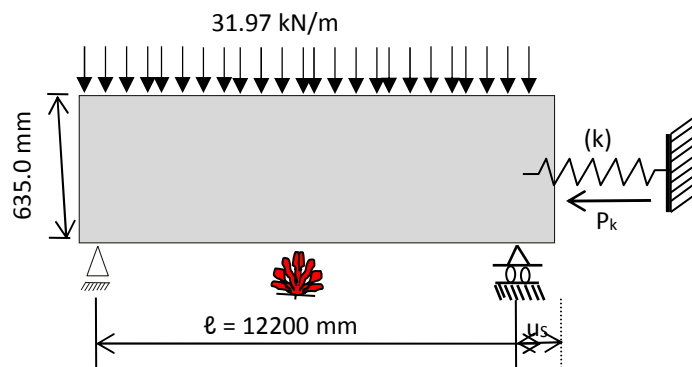


Figure: 4-22 Illustration des forces axiales de restrainte [45]

4-8-6-1 Simulation des forces de restrainte

Dans un élément fini de poutre-colonne à 3 degrés de liberté par nœud, la matrice de rigidité pour un ressort ayant une rigidité axiale K_s peut se mettre sous la forme :

$$\begin{pmatrix} K_s & 0 & 0 & -K_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -K_s & 0 & 0 & K_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4-4)$$

K_s étant le coefficient de rigidité axiale du ressort. Sous forme adimensionnelle, écrivons:

$$k = \frac{K_s}{K_e} \quad (4-5)$$

où $K_e = EA / \ell$; ℓ et A étant respectivement la longueur et l'aire de la section transversale de la poutre. Le coefficient du taux de rigidité axial k peut représenter pratiquement l'ensemble des situations pratiques suivantes :

- $k = 100 \%$: cas où les déformations axiales sont totalement empêchées
- $k=0 \%$: cas où les déformations axiales sont totalement libres de se produire
- $0 < k < 100\%$: autre situations réelles.

La force P_k développée dans le ressort est donnée par la relation :

$$P_k = K_s u_s \quad (4-6)$$

u_s étant le déplacement axial de la poutre comme montré sur la figure 4-22 et calculé à partir des conditions d'équilibre de la poutre.

4-8-6-2 Critère de résistance

La résistance au feu est évaluée sur la base du critère de résistance liée à la capacité portante de la poutre, soit :

$$M_{fi,t,Rd} \leq M_{fi,t,Ed} \quad (4-7)$$

où $M_{fi,t,Rd}$ est le moment de résistance ultime de calcul en situation d'incendie, à l'instant t , calculé selon les recommandations de l'annexe B de l'Eurocode 2 et $M_{fi,t,Ed}$ représente le moment fléchissant maximal sous l'action des charges en situation d'incendie à l'instant t . Pour $k = 50 \%$, nous obtenons les résultats donnés à la figure 4-23.

4-8-6-3 Analyse des effets de restrainte

Nous illustrons dans les figures 4-23 et 4-24, les résultats obtenus pour $k = 50 \%$ exprimés en terme des variations en fonction du temps de la flèche et de la force axiale P_k développée dans la poutre.

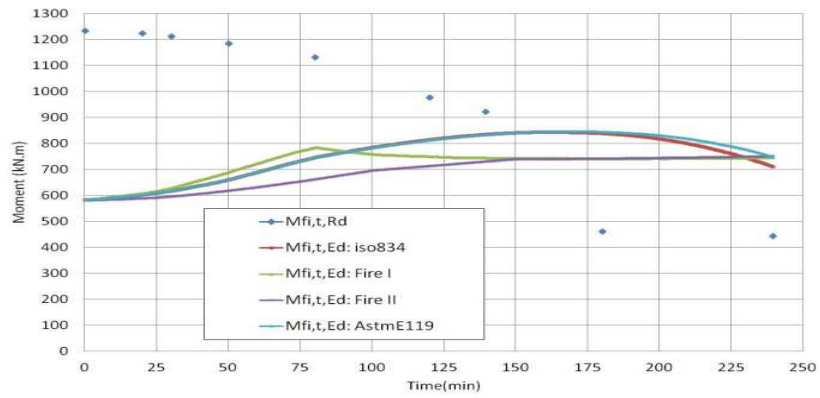


Figure 4-23: Critère de résistance ultime, $k=50\%$

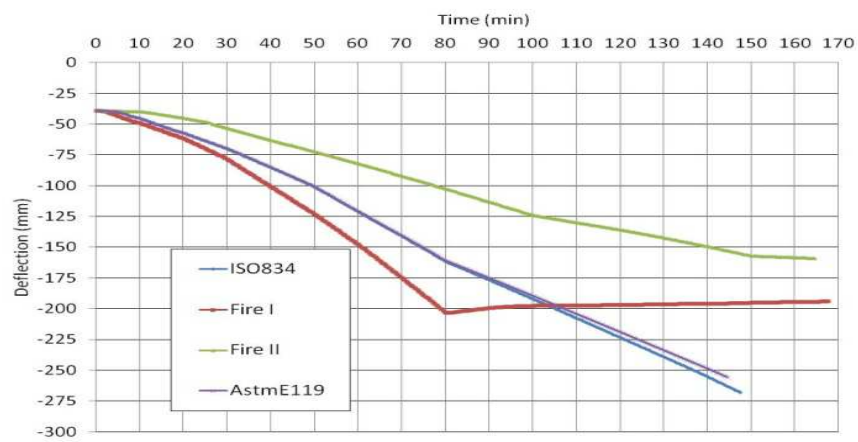


Figure 4-24: Variation de la flèche en fonction du temps sous différents scénarios de feu, $k=50\%$

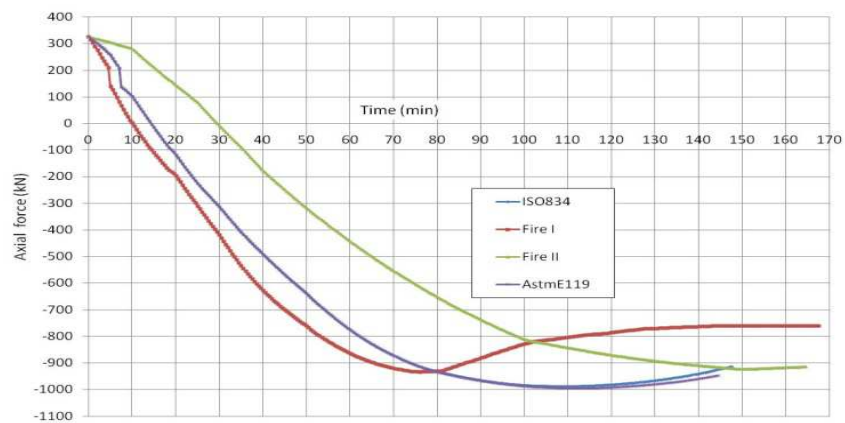


Figure 4-25: Variation de la force axiale en fonction du temps sous différents scénarios de feu, $k=50\%$

Nous pouvons remarquer que la faible résistance au feu ($R_f = 145$ min) est obtenue sous l'effet du scénario conventionnel ASTM E119. Les résistances au feu enregistrées sous les scénarios ISO834 et FIRE I sont respectivement de 148 et 168 min. Soulignons que les températures dans les barres d'armatures ne dépassent guère la température critique de 593°C (Critère d'isolation thermique) au temps $t = 170$ min, et la flèche dépasse $\ell/20$ (critère de flèche) au temps t supérieur à 170 min. L'effet du degré de restrainte est montré sur les figures 4-26 et 4-27 sous ISO834 qui représente le scénario de feu le plus critique. Nous remarquons que le coefficient de rigidité axiale k influence d'une manière significative la flèche, la force axiale de restrainte et par conséquent la résistance au feu (R_f) de la poutre. La flèche et la force de restrainte augmente avec l'accroissement de la valeur du coefficient k conduisant à une résistance au feu plus faible. Ce que nous expliquons par l'élancement assez élevé de la poutre ($\ell/h \approx 20$) qui crée un moment additionnel à cause des effets P- Δ et entraînant des flèches de plus en plus grandes conduisant par conséquent à la ruine de la poutre.

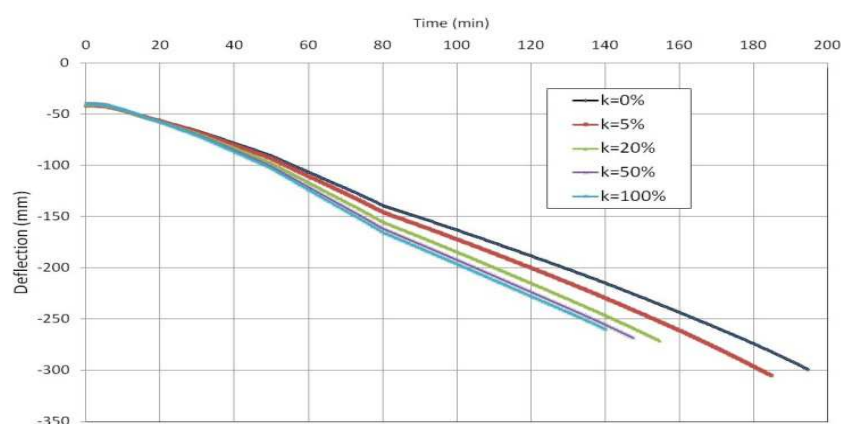


Figure 4-26: Effet du scenario de feu sur la flèche sous le scénario de feu ISO834

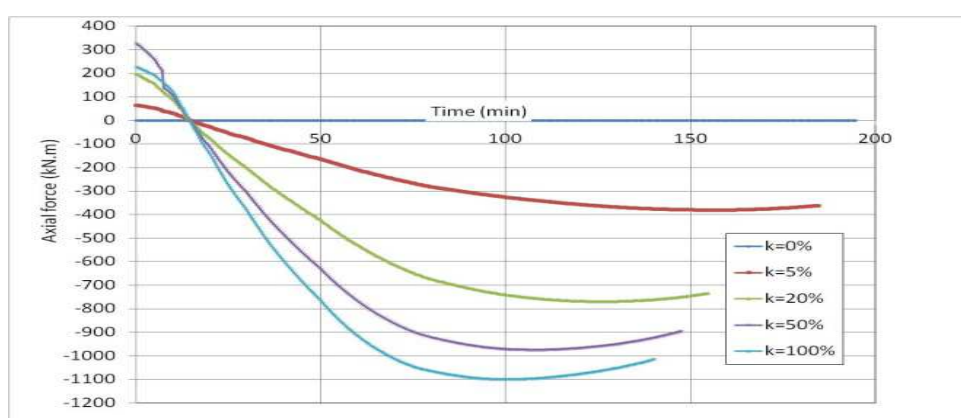


Figure 4-27: Effet du scenario de feu sur la force axiale de restrainte sous le scénario de feu ISO834

CHAPITRE 5

FORMULATION MATHÉMATIQUE DE BASE D'UN PROBLÈME HYGROTHERMIQUE DU BÉTON SOUS DES TEMPÉRATURES ÉLEVÉES

5-1 Généralités

L'élévation de température dans le matériau béton entraîne des phénomènes très compliqués dont la prévision s'avère plutôt difficile à cause de son hétérogénéité. Ainsi, une simple prise en compte des propriétés thermiques (conductivité thermique, chaleur spécifique) n'est pas suffisante pour décrire de manière satisfaisante le comportement du béton [46,47]. Il faut donc nécessairement prendre en charge les écoulements des espèces fluides (air sec, eau liquide, eau vapeur), les transferts d'énergie ainsi que les phénomènes d'hydratation et de déshydratation qui entraînent de forts changements au niveau de la microstructure du béton, changements qui donnent lieu à une modification des propriétés mécaniques et de transport.

Les propriétés de transport dans le béton sont fortement affectées par l'élévation de température. La déshydratation entraîne une destruction chimique de la pâte de ciment, autrement dit les pores dans le béton augmentent de taille i.e. la porosité. En plus à cause des contraintes mécaniques éventuelles, on observe de la fissuration de la pâte de ciment [48]. On obtient alors comme résultats un matériau moins dense, avec une perméabilité plus élevée et donc une modification des propriétés de transport de l'énergie (i.e. de la chaleur) et de la masse. En ce qui concerne les phénomènes de transport de masse, on parle de diffusion. Dans ce cas, les phénomènes sont réglés par la loi de Fick. Avec cette loi, un flux de masse est entraîné par un gradient de concentration unitaire et fait intervenir un coefficient de diffusion relatif. Dès qu'on parle des flux causés par un déséquilibre de pression, on fait intervenir un autre concept, la notion de perméabilité. Dans ce cas, le phénomène est réglé par la loi de Darcy. En ce qui concerne le transport de l'énergie ou de chaleur, il faut prendre en compte le flux de chaleur réglé par la loi de Fourier et, dans la formulation la plus générale, l'enthalpie multiplié par la dérivée de la masse i.e. la quantité de masse qui est échangée entre les phases dans l'unité de temps.

Le but de ce chapitre consiste d'introduire d'une façon succincte les développements mathématique et numérique en vue d'analyser un problème hygrothermique en tenant compte des principaux phénomènes qui se produisent dans le béton lorsque celui-ci est sujet à températures élevées. Il s'agit essentiellement des phénomènes tels que les flux de matière dus aux effets capillaires et des gradients de pression/concentration de masse, le flux de chaleur ainsi que les effets dus aux changements de phase.

5-2 Description d'un problème hygrothermique et hypothèses de base

Le cas qui nous concerne est celui d'un milieu poreux, le matériau cimentaire, partiellement ou totalement saturé en eau, pour lequel on considère les effets dus à un flux de chaleur et de masse du fluide. Nous décrivons le milieu poreux comme étant la juxtaposition de trois phases : solide, liquide et gazeuse. En particulier, la phase gazeuse est constituée d'un mélange d'air sec et de vapeur d'eau. Chacun des constituants des phases liquide et gazeuse peut se mouvoir par diffusion (suite à un gradient de concentration de masse) et par

mouvement darcéen (suite à un gradient de pression). Dans la suite du texte, nous adopterons la notation suivante de ces différentes phases à savoir Solide : s , Eau liquide : w , Eau vapeur : g_w , Air sec : g_a , Gaz : g ($=g_w+g_a$).

Le milieu poreux est considéré formé de trois particules fluides (eau liquide, vapeur d'eau, air sec) et d'un squelette solide. Le squelette comme schématisé sur la figure 5-1 comprend une matrice solide et un espace poreux connecté occupé par les fluides. Dans le cadre de ce modèle, on considère le squelette indéformable c'est-à-dire les effets mécaniques sont négligés. D'autres hypothèses suivantes viennent compléter la modélisation:

- la phase liquide est supposée comme de l'eau pure. Cette hypothèse est nécessaire afin de ne pas prendre en compte les différentes espèces ioniques (issues lors de la réaction d'hydratation du ciment) sur l'équilibre liquide-vapeur de l'eau, la masse volumique de l'eau ou encore sa viscosité.
- la phase liquide est admise incompressible
- à chaque instant, la phase gazeuse est constituée d'un mélange d'air sec et de vapeur d'eau. Ces gaz sont supposés se comporter comme des gaz parfaits et le mélange comme un gaz idéal.
- à chaque instant, on considère les différentes phases en équilibre thermodynamique.
- les forces de gravité sont négligées devant les forces capillaires.

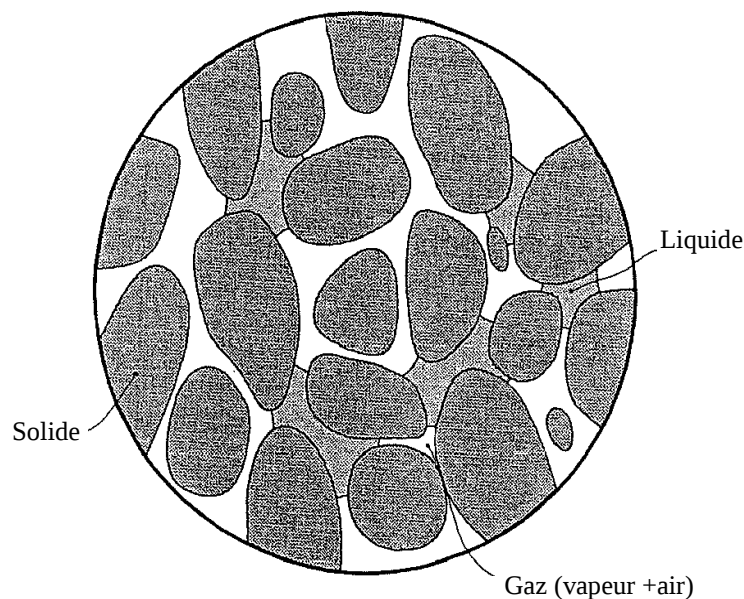


Figure 5-1: Description du milieu poreux avec les trois phases

5-3 Rappel de la description cinématique d'un milieu poreux multiphasique

Comme déjà remarqué, un milieu poreux peut-être vu comme la juxtaposition de toutes les phases π (s, w, g). En particulier, dans une configuration de référence actualisée, chaque point spatial de coordonnées x^π est occupé en même temps par les points matériels X^π de toutes les phases. En décrivant de manière indépendante le mouvement de chaque phase, il est possible de donner une description de la cinématique d'un milieu poreux multiphasique [49,50].

5-3-1 Dérivée matérielle d'un vecteur matériel

Dans le cadre d'une description lagrangienne (ou matérielle), la position de chaque point matérielle x^π au temps t est fonction de sa position par rapport à une configuration de référence X^π , et du temps actuel t :

$$x^\pi = x^\pi(X^\pi, t) \quad (5-1)$$

La correspondance entre les deux configurations doit rester bijective et continue à tout instant signifiant que le jacobien J de la transformation doit être strictement positif et différent 0. Le jacobien est le déterminant du tenseur gradient de déformation F^π . Si les déformations sont infinitésimales, les déplacements du point matériel étant supposés petits, nous aurons en fonction de la dilatation volumique (ε) du matériau:

$$J^\pi = \det F^\pi = (1 + \varepsilon) \quad (5-2)$$

Comme la relation (5-1) est non singulière, on peut écrire l'inverse c'est-à-dire la description eulérienne ou actuelle :

$$X^\pi = X^\pi(x^\pi, t) \quad (5-3)$$

On fait généralement l'hypothèse que les fonctions qui décrivent le mouvement ont des dérivées continues. Si on connaît le parcours de la particule de la phase en d'autre terme on connaît la relation (5-1), on pourra donner la vitesse et l'accélération en description lagrangienne :

$$V^\pi = \frac{\partial x^\pi(X^\pi, t)}{\partial t} \quad (5-4)$$

$$A^\pi = \frac{\partial^2 x^\pi(X^\pi, t)}{\partial t^2} \quad (5-5)$$

L'expression correspondante en coordonnées spatiales, peut être obtenue en introduisant l'équation (5-3) dans les équations (5-4) et (5-5). En se limitant seulement à la description eulérienne de la vitesse, on peut écrire :

$$v^\pi = v^\pi(x^\pi, t) \quad (5-6)$$

Il faut évaluer sa dérivée en introduisant la relation (5-1) dans (5-5) et appliquer les règles de différentiation :

$$a^\pi = \frac{\partial v^\pi}{\partial t} + v^\pi \nabla v^\pi \quad (5-7)$$

Ainsi, la dérivée matérielle de chaque fonction dérivable $f^\pi(x, t)$ donnée en coordonnées spatiales et effectuée par rapport à une particule de la phase π s'écrit :

$$\frac{D^\pi f^\pi}{Dt} = \frac{\partial f^\pi}{\partial t} + v^\pi \nabla f^\pi \quad (5-8)$$

Si on utilise l'exposant α dans l'opérateur $\frac{D}{Dt}$:

$$\frac{D^\alpha f^\pi}{Dt} = \frac{\partial f^\pi}{\partial t} + v^\alpha \nabla f^\pi \quad (5-9)$$

Si à cette dernière équation, on fait retrancher l'équation (5-8), on aura :

$$\frac{D^\alpha f^\pi}{Dt} = \frac{D^\pi f^\pi}{Dt} + v^{\alpha\pi} \nabla f^\pi \quad (5-10)$$

avec :

$$v^{\alpha\pi} = v^\alpha - v^\pi \quad (5-11)$$

i.e. la vitesse de la phase α par rapport à la phase π . Ceci prend le nom de la vitesse de diffusion.

5-3-2 Dérivée matérielle d'une intégrale de volume dans un champ de phase π

Soit f^π est une propriété scalaire par unité de volume relative à la phase π . La dérivée totale par rapport au temps de son intégrale sur un volume V^t peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{V^t} f^\pi dV^t &= \int_{V^t} \frac{d}{dt} (f^\pi dV^t) = \int_{V^t} dV^t \frac{df^\pi}{dt} + f^\pi \frac{d(dV^t)}{dt} \\ &= \int_{V^t} \left(\frac{\partial f^\pi}{\partial t} + v^\pi \nabla f^\pi + f^\pi \nabla v^\pi \right) J dV_0 = \int_{V^t} \left[\frac{\partial f^\pi}{\partial t} + \nabla (f^\pi v^\pi) \right] J dV_0 \end{aligned} \quad (5-12)$$

où V^t et V^0 représentent les volumes du matériau exprimé respectivement par rapport à la configuration actualisée et non déformée.

La vitesse représente ici une quantité moyenne du volume élémentaire dV^t i.e. à l'échelle macroscopique. Ce qui justifie l'emploi de l'exposant 'barre' pour la vitesse afin de la distinguer de la vitesse microscopique v^π soit à l'échelle d'une particule du fluide. Par ailleurs, dans le cadre de la théorie des milieux poreux, l'écoulement des phases fluides est décrit en fonction de vitesse (moyennes par rapport à la masse) relative au squelette solide. Leur mouvement est donc pris en compte par rapport à la configuration actuelle du squelette solide en notant que

$$dV^t = J dV^0 \quad (5-13)$$

On peut enfin introduire dans la relation (5-12) la fraction molaire:

$$\frac{d}{dt} \int_{V^t} n^\pi f^\pi dV^t = \int_{V^t} \left[\frac{\partial n^\pi f^\pi}{\partial t} + \nabla(n^\pi f^\pi v^\pi) \right] J dV_0 \quad (5-14)$$

La fraction molaire n^π est définie comme suit :

- Solide : $\eta^s = 1 - \eta$ avec $\eta = (dV_w^t + dV_g^t) / dV^t$ désigne la porosité du milieu poreux
- Eau : $\eta^w = \eta S_w$ avec $S_w = dV_w^t / (dV_w^t + dV_g^t)$ désigne la saturation en eau liquide.
- Gaz : $\eta^g = \eta S_g$ avec $S_g = dV_g^t / (dV_w^t + dV_g^t)$ désigne la saturation en gaz.

Nous tirons par conséquent :

$$S_w + S_g = 1 \quad (5-15)$$

Il faut noter que la porosité η est de type eulérienne. En fonction de la porosité lagrangienne notée ϕ c'est-à-dire exprimée par rapport à la configuration initiale, on obtient :

$$\phi = J \cdot \eta \quad (5-16)$$

5-3-3 Ecoulement dans un milieu poreux

Il s'agit dans cette section d'introduire, tout d'abord, de manière simplifiée le phénomène d'écoulement dans un milieu poreux. On passera ensuite en revue les lois qui règlent ce phénomène avec une attention particulière à la loi de Darcy, à la loi de Fick et au mode de transport de l'eau adsorbée.

5-3-3-1 Loi de Darcy

Un écoulement est dit darcéen s'il est produit par un gradient de pression. La relation de Darcy (1856) est une application de la loi de Hagen-poiseuille au milieu poreux. A l'origine, elle vise une application à l'écoulement dans un milieu granulaire et est basée sur les hypothèses suivantes :

- Les forces d'écoulement dues à la viscosité prédominent sur les forces d'inertie
- Les écoulements du fluide sont supposés laminaires
- Le fluide d'infiltration est inerte vis-à-vis du milieu poreux i.e. il n'y a aucune interaction chimique ou physique entre le fluide et le matériau.

Dans notre modèle, nous avons une phase liquide et une phase gazeuse. La loi de Darcy peut être écrite pour chaque phase π et fait intervenir un coefficient K^π , qui permet de relier le volume V traversant une unité de surface par unité de temps au gradient de pression. On peut donc écrire dans un système de référence lagrangienne :

$$V = \phi S_g \overline{v^\pi} = -K^\pi \nabla P^\pi \quad (5-17)$$

avec ϕ la porosité lagrangienne, S_g la saturation de la phase π , $\overline{v^\pi}$ (ms^{-1}) la vitesse macroscopique de la phase π (notée $\overline{v^\pi}$ au lieu de la vitesse microscopique v^π) et ∇P^π le

gradient de pression de la phase π (en Pa.m^{-1}). Le coefficient K^π dépend principalement de la microstructure, du niveau de saturation et de la viscosité de la phase que l'on considère.

Si l'on désire tenir compte des forces de gravité, il convient de remplacer dans l'équation (5-17) la pression P^π avec la pression piézométrique $P^{\pi*}$ définie par la relation suivante :

$$P^{\pi*} = P^\pi + \rho^\pi gz \quad (5-18)$$

où ρ^π est la masse volumique de la phase π , z la cote verticale comptée positivement vers le haut et g l'accélération due à la gravité ($=9.81 \text{ ms}^{-2}$). Les forces de gravités sont toutefois négligeables si les mesures de pression se font à des cotes très voisines. Le coefficient K^π est la grandeur qui décrit la pénétration d'un gaz ou d'un liquide à travers le milieu poreux suite à un gradient de pression. Les gaz et les liquides ont bien entendu un comportement différent dans le béton.

L'application de la loi de Darcy est envisagée par la suite en considérant un fluide de percolation liquide, puis gazeux. Dans ce dernier cas, la prise en compte du mouvement de la phase gazeuse en milieu poreux est nécessaire pour la détermination de la perméabilité. On introduit aussi une écriture massique de la loi de Darcy, le vecteur de débit massique noté J^π (kgm^{-1}s) défini de la manière suivante :

$$J^\pi = \rho^\pi V \quad (5-19)$$

5-3-3-2 Loi de Fick

Un autre mécanisme de transport du fluide dans le milieu poreux se produit dans les phases constituées d'un mélange de composants. Les gradients de concentration d'un constituant dans la phase mélange sont les moteurs d'un mouvement relatif d'un constituant par rapport mouvement de la phase. Cet écoulement est dit fickien. Dans le cas qui nous intéresse à savoir celui d'un mélange biphasique, il se produit suite à un gradient de concentration d'air sec ou d'eau vapeur dans le gaz.

Considérons le constituant α entrain de diffuser dans la phase π . On peut définir le flux relatif de diffusion d'un constituant α dans le mélange π :

$$\mathfrak{S}_\pi^\alpha = S_\pi \varphi c^{\alpha,\pi} (\bar{v}^\alpha - \bar{v}^\pi) \quad (5-20)$$

avec $\mathfrak{S}_\pi^\alpha$ (en m.s^{-1}) le flux relatif de diffusion α dans π et $c^{\alpha,\pi}$ la concentration du composant α dans π . La littérature révèle trois définitions (ou dites également unités) équivalentes de la concentration : massique, molaire et volumique. Les plus utilisées sont la concentration type massique et la concentration type molaire que nous exposerons ci-après.

A- Définition de la concentration massique

Si on prend en considération la définition massique de la concentration, on peut écrire les relations suivantes pour la vitesse de la phase π :

$$\bar{v}^\pi = \sum_{\alpha} c^{\alpha,\pi} \bar{v}^\alpha \quad (5-21)$$

et on peut démontrer que :

$$\sum_{\alpha} \mathfrak{Z}_{\pi}^{\alpha} = 0 \quad (5-22)$$

On définit $c^{\alpha,\pi}$ comme :

$$c^{\alpha,\pi} = \frac{c^{\alpha}}{c^{\pi}} = \frac{\rho^{\alpha}}{\rho^{\pi}} \quad (5-23)$$

La relation suivante est valable :

$$\sum_{\alpha} \rho^{\alpha} = \rho^{\pi} \quad (5-24)$$

On donne aussi la définition du flux de diffusion massique J_{π}^{α} (en $\text{kg.m}^{-1}\text{s}^{-1}$) comme :

$$J_{\pi}^{\alpha} = \rho^{\pi} \mathfrak{Z}_{\pi}^{\alpha} \quad (5-25)$$

Généralement, on décrit la diffusion de Fick à travers la loi suivante :

$$\mathfrak{Z}_{\pi}^{\alpha} = -D_{\pi}^{\alpha} \nabla c^{\alpha,\pi} \quad (5-26)$$

avec D_{π}^{α} (en $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$) le coefficient de diffusion du constituant α dans la phase π . On peut réécrire la loi de Fick (équ. 5-25) de la manière suivante, en explicitant les termes de la concentration (équ. 5-23) :

$$J_{\pi}^{\alpha} = -\rho^{\pi} D_{\pi}^{\alpha} \nabla \left(\frac{\rho^{\alpha}}{\rho^{\pi}} \right) \quad (5-27)$$

Dans le cas particulier d'un mélange biphasique gazeux (g), en explicitant l'équation 5-22 pour l'air sec (g_a) et l'eau vapeur (g_w), on obtient les relations suivantes :

$$J_g^{ga} = -\rho^g D_g^{ga} \nabla \left(\frac{\rho^{ga}}{\rho^g} \right) \quad (5-28a)$$

$$J_g^{gw} = -\rho^g D_g^{gw} \nabla \left(\frac{\rho^{gw}}{\rho^g} \right) \quad (5-28b)$$

En écrivant d'après la relation 5-24 :

$$\rho^g = \rho^{ga} + \rho^{gw} \quad (5-29b)$$

On peut écrire :

$$\nabla \left(\frac{\rho^{ga}}{\rho^g} \right) = \nabla \left(\frac{\rho^g - \rho^{gw}}{\rho^g} \right) = -\nabla \left(\frac{\rho^{gw}}{\rho^g} \right) \quad (5-30)$$

Par ailleurs en en tenant compte de la relation (5-22) soit $J_g^{ga} + J_g^{gw} = 0$, on peut déduire :

$$D_g^{gw} = D_g^{ga} = D_g = D_{eff} \quad (5-31)$$

où D_{eff} représente un coefficient de diffusion effectif caractérisant le milieu poreux. Par suite, on peut avoir finalement l'expression suivante du flux en fonction de la concentration (ou de l'unité) massique :

$$J_g^{ga} = -\rho^g D_{eff} \nabla \left(\frac{\rho^{ga}}{\rho^g} \right) = \rho^g D_{eff} \nabla \left(\frac{\rho^{gw}}{\rho^g} \right) = -J_g^{gw} \quad (5-32)$$

B- Définition molaire de la concentration

En notant par :

$c_\alpha = \frac{\rho^\alpha}{M_\alpha}$ la concentration molaire du constituant α ; $c = \frac{\rho}{M}$ la densité molaire du mélange multi-composant ; $X_\alpha = \frac{c^\alpha}{c}$ la fraction molaire du constituant α où M_α et M représentent les poids molaires moléculaires moyens respectivement du constituant α et du mélange, avec :

$$c = \sum_\alpha c^\alpha ; M = \sum_\alpha X^\alpha M^\alpha ; \sum_\alpha X^\alpha = 1 \quad (3-33)$$

Il sera alors possible de transformer les relations des flux de concentration massique (équ. 5-32) en fonction de l'unité de concentration molaire. Dans le cas d'un mélange biphasique gazeux $g = g_w + g_a$, on peut obtenir par exemple pour l'air sec la formule suivante :

$$\nabla \left(\frac{\rho^{ga}}{\rho^g} \right) = \frac{M_a M_w}{M_g^2} \nabla X^{ga} \quad (5-34)$$

où M_a , M_w et M_g sont respectivement les poids molaires de l'air sec, de l'eau vapeur et du mélange gazeux, avec :

$$X^{ga} = \frac{\rho^{ga} M_g}{\rho^g M_a} \quad (5-35)$$

Par ailleurs, en appliquant la loi des gaz parfaits, soit :

$$P^{ga} M_a = \rho^{ga} R \theta \quad ; \quad P^{gw} M_w = \rho^{gw} R \theta : \quad P^g M_g = \rho^g R \theta \quad (5-36)$$

$$\text{avec } M_g = \sum_{\alpha=ga,gw}^g X_{\alpha} M_{\alpha} = X_{ga} M_a + X_{gw} M_w$$

On peut déduire en considérant la relation 5-35, les relations ci-après :

$$\frac{\rho^{ga}}{\rho^g} = \frac{P^{ga} M_a}{P^g M_g} \quad (5-37)$$

$$X^{ga} = \frac{P^{ga}}{P^g} \quad (5-38a)$$

Soit :

$$\nabla X^{ga} = \nabla \left(\frac{P^{ga}}{P^g} \right) \quad (5-38b)$$

Finalement, en substituant les relations 5-34 et 5-38b dans les relations 5-32, nous obtenons la loi de Fick suivante exprimée en fonction de l'unité molaire.

$$J_g^{ga} = -\rho^g \frac{M_a M_w}{M_g^2} D_{eff} \nabla \left(\frac{P^{ga}}{P^g} \right) = \rho^g \frac{M_a M_w}{M_g^2} D_{eff} \nabla \left(\frac{P^{gw}}{P^g} \right) = -J_g^{gw} \quad (5-39)$$

Ce sont les expressions des flux massiques en fonction de l'unité de la concentration molaire.

Remarque : La relation (5-34) peut être obtenue par la manière suivante en partant de la relation :

$$\frac{\rho^{ga}}{\rho^g} = \frac{X^{ga} M_a}{M_g} \quad (5-40)$$

Sa différentiation donne :

$$\nabla \left(\frac{\rho^{ga}}{\rho^g} \right) = \frac{M_a}{M_g} \nabla X^{ga} + X^{ga} \nabla \left(\frac{M_a}{M_g} \right) \quad (5-41)$$

Par ailleurs, en rappelant que :

$$M_g = X_{ga} M_a + X_{gw} M_w \quad (5-42a)$$

$$X^{ga} + X^{gw} = 1 \quad (5-42b)$$

nous pouvons obtenir :

$$\nabla M_g = M_a \nabla X_{ga} + M_w \nabla X_{gw} = -\nabla X_{ga} (M_w - M_a) \quad (5-43)$$

Evaluons maintenant le terme $\nabla(\frac{M_a}{M_g})$. Nous avons : $\nabla(\frac{M_a}{M_g}) = -\frac{M_a}{M_g^2} \nabla M_g$; Il vient en tenant compte de la relation (5-42a) : $\nabla(\frac{M_a}{M_g}) = \frac{M_a}{M_g^2} \nabla X^{ga} (M_w - M_a)$. Par suite, en remplaçant cette dernière relation dans la relation (5-41), nous obtenons :

$\nabla(\frac{\rho^{ga}}{\rho^g}) = \frac{M_a}{M_g^2} \nabla X^{ga} [M_g + X^{ga} (M_w - M_a)]$. En tenant compte une nouvelle fois des relations 5-42, le terme entre crochet sera égale à M_w d'où par conséquent la formule (5-34).

5-3-3-4 Transport de l'eau adsorbée

Il est possible d'identifier un troisième mode de transport dans le milieu. Il s'agit du transport d'eau adsorbée à la surface des couches qui forment le squelette du C-S-H. Ce type d'eau se trouve des couches ; lorsqu'il y a gradient i.e. une variation du nombre de couches déposées le long d'une certaine direction, on peut observer le transport. Le moteur du phénomène est donc lié au gradient du nombre des couches d'eau qui est lié au gradient du niveau de saturation de l'eau adsorbée. On admet généralement que de l'eau adsorbée fait partie de l'eau liquide contenue dans le béton [51]. Ce phénomène de transport devient d'importance dans deux conditions :

- Lorsqu'on atteint un niveau de saturation très faible (inférieure à la saturation irréductible S_{ssp} , de l'ordre de 0.1%) i.e. la seule eau liquide présente dans le béton est l'eau adsorbée.
- Lorsqu'on est proche du point critique de l'eau i.e la quantité d'eau adsorbée est comparable à la quantité d'eau capillaire restante.

Si la saturation en liquide est supérieure à la saturation irréductible ; le transport de l'eau adsorbée devient un phénomène négligeable devant les phénomènes de transport de l'eau capillaire liés aux gradients de pression.

On écrit alors la loi suivante [46] :

$$J_d^{bw} = -\rho^w D_d^{bw} \nabla S_b \quad (5-44)$$

avec J_d^{bw} (en $\text{kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$) le flux massique d'eau adsorbée, D_d^{bw} (en $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$) le coefficient de transport de l'eau dans le squelette et S_b le niveau de saturation de l'eau adsorbée qui peut s'exprimer en fonction du niveau de saturation en liquide S :

$$\begin{aligned} S_b &= S & \text{si } S \leq S_{ssp} \\ S_b &= S_{ssp} & \text{si } S > S_{ssp} \end{aligned} \quad (5-45)$$

On montrera plus loin que le niveau de saturation de l'eau adsorbée est lié à la pression capillaire $S_b(P_c)$. Cette dernière étant variable d'état, on réécrit la formule (5-44) en fonction de la pression capillaire P^c :

$$J_d^{bw} = -\rho^w D_d^{bw} \frac{\partial S_b}{\partial P^c} \nabla P^c \quad (5-46)$$

On a remarqué plus haut qu'au-delà du point critique l'interface eau liquide-vapeur disparaît et il devient donc impossible de distinguer entre l'eau en phase liquide et l'eau en phase vapeur : la pression capillaire P^c perd donc sa signification physique. Il existe une extension de cette théorie en introduisant un potentiel énergétique [47]. L'astuce permet de garder la formulation mathématique avec la pression capillaire même au delà du point critique, mais bien entendu avec une signification différente. L'équation (5-46) peut être donc utilisée.

5-4 Equations d'état des fluides et loi de vaporisation

L'équation d'état générique pour les phases fluides est une équation qui lie les variables température et la pression ; l'enthalpie est une fonction énergétique qui admet ces deux variables comme variables naturelles.

5-4-1 Equation de Clapeyron généralisée et la loi de Kelvin

Vu la difficulté de la détermination des enthalpies, il est nécessaire d'introduire un certain nombre d'hypothèses simplificatrices. Pour le gaz, on admet que son comportement est proche à celui d'un gaz parfait. Dans le cas d'un liquide, on considère généralement valable l'hypothèse d'incompressibilité. Les enthalpies de l'eau vapeur et de l'eau liquide sont alors déterminées à une fonction de la température θ près. Pour la détermination de la loi d'état pour le liquide on prend donc en considération le changement de phase *liquide* $\rightarrow$ *vapeur* (vaporisation) ou *vapeur* $\rightarrow$ *liquide* (condensation) en admettant que ce changement de phase se produit sans dissipation d'énergie. On peut alors établir l'égalité des enthalpies libre de l'eau liquide et de l'eau vapeur. Notons par g^w l'enthalpie libre de l'eau liquide et g^{gw} l'enthalpie libre de l'eau vapeur.

Selon la définition de l'enthalpie, on sait que la dérivée partielle de g^π par rapport à la pression P^π est égal à l'inverse de la masse volumique de la phase π :

$$\frac{\partial}{\partial P^\pi} g^\pi(P^\pi, \theta) = \frac{1}{\rho^\pi} \quad (5-47)$$

Selon les hypothèses que l'on a fait ci-haut, en intégrant, on obtient :

- Selon l'hypothèse du liquide incompressible:

$$g^w(P^w, \theta) = \frac{P^w}{\rho^w} + C_1(\theta) \quad (5-48)$$

- Selon l'hypothèse de gaz parfait :

$$g^{gw}(P^{gw}, \theta) = \frac{R\theta}{M_w} \text{Log}(P^{gw}) + C_2(\theta) \quad (5-49)$$

avec $C_1(\theta)$ et $C_2(\theta)$ deux fonctions de la température.

Sous l'hypothèse d'absence de dissipation pendant le changement de phase, on peut écrire l'égalité des enthalpies libres et on obtient donc la relation suivante :

$$\frac{P^w}{\rho^w} - \frac{R\theta}{M_w} \text{Log}(P^{gw}) + C_1(\theta) - C_2(\theta) = 0 \quad (5-50)$$

Il nous faut donc déterminer les deux fonctions $C_1(\theta)$ et $C_2(\theta)$.

La relation (5-48) est valable dans toutes les situations de coexistence d'eau liquide et vapeur. On peut alors imaginer une situation particulièrement simple i.e. un récipient fermé partiellement rempli d'eau. L'eau vapeur sature complètement le volume non occupé par l'eau liquide et la surface de séparation eau liquide-vapeur est plane. Eau liquide et eau vapeur sont donc à la même pression, i.e. la pression de vapeur saturante du corps pur. On peut alors déduire la relation suivante entre la pression de liquide et la pression de vapeur :

$$P^w = P_{sat}(\theta) + \frac{\rho^w R\theta}{M_w} \text{Log}\left(\frac{P^{gw}}{P_{sat}(\theta)}\right) \quad (5-51)$$

C'est la relation de Clapeyron généralisée qui est valable aussi pour les phénomènes capillaires autant que on considère la vapeur comme un gaz parfait. La relation (5-51) est proche à la relation de Kelvin qui peut être obtenue à partir de l'équation (5-48) en imposant des différentes conditions aux limites. L'état de référence de la loi de Kelvin est celui où la pression du gaz est à la pression atmosphérique : si l'on note P_{sat}^a la pression de vapeur saturante en présence d'air sous la pression de gaz égale à la pression atmosphérique, on obtient la bien connu loi de Kelvin :

$$P^w = P_{atm} + \frac{\rho^w R\theta}{M_w} \text{Log}\left(\frac{P^{gw}}{P_{sat}^a(\theta)}\right) \quad (5-52)$$

On peut donc obtenir facilement le lien entre les deux pressions de vapeur saturante P_{sat} et P_{sat}^a en remplaçant dans la relation de Clapeyron généralisée (4-5) P^w par P_{atm} et P^{gw} par P_{sat}^a :

$$P_{sat}^a(\theta) = P_{sat}(\theta) \times \exp\left[\frac{M_w}{\rho^w R\theta} (P_{atm} - P_{sat}(\theta))\right] \quad (5-53)$$

La relation de Kelvin est souvent écrite en fonction de la pression capillaire P^c ; on peut donc obtenir :

$$P^c = -\frac{\rho^w R\theta}{M_w} \text{Log}\left(\frac{P^{gw}}{P_{sat}^a(\theta)}\right) \quad (5-54)$$

Sous cette forme, la relation de Kelvin n'est valable que si la pression de gaz reste très voisine de la pression atmosphérique (on a en fait écrit $P^c = P^w - 1\text{Atm}$). Ceci n'est pas le cas lorsqu'on parle d'un béton à haute température. De toute manière, selon [04] l'équation de Kelvin est valable jusqu'à la température critique. D'autres auteurs [52] valident cette hypothèse du fait que la différence entre P_{sat} et P_{sat}^a est presque négligeable jusqu'à environ

550 K. Il faut aussi noter que les équations de Clapeyron et de Kelvin ont été calculées sous l'hypothèse d'eau en tant que corps pur ; il est évident que l'eau contenue dans le béton n'est pas pure vu la présence de plusieurs espèces en solution.

5-4-2 Mélanges de gaz parfaits - Loi de Dalton

La description de la vaporisation de l'eau a été faite avec l'hypothèse de gaz parfait. En particulier, l'air humide présent dans les pores du milieu, est généralement considéré comme un mélange parfait de deux gaz idéaux i.e. l'air sec et l'eau vapeur. On considère donc valable la loi des gaz parfaits, qui lie la pression partielle $P^{g\pi}$ des espèces π , la concentration massique $\rho^{g\pi}$ des espèces π et la température absolue θ .

On écrit donc l'équation d'état pour un gaz parfait appliqué à l'air sec (g_a), vapeur (g_w) et l'air humide (g) :

$$P^{ga} = \rho^{ga} \frac{R\theta}{M_{ga}} ; \quad P^{gw} = \rho^{gw} \frac{R\theta}{M_{gw}} \quad (5-55)$$

$$\rho^g = \rho^{ga} + \rho^{gw} ; \quad P^g = P^{ga} + P^{gw} ; \quad \frac{1}{M_g} = \frac{\rho^{ga}}{\rho^g} \frac{1}{M_{ga}} + \frac{\rho^{gw}}{\rho^g} \frac{1}{M_{gw}} \quad (5-56)$$

Avec M^π la masse molaire du constituant π et R la constante universelle des gaz ($R=8.314\text{Jmol}^{-1}\text{K}^{-1}$). La troisième des équations (3-10) représente la loi de Dalton des mélanges parfaits. Cependant, cette approximation d'un gaz à un gaz parfait n'est pas toujours légitime dans le cas où on atteint des hautes températures.

Comme indiqué ci-haut, les hypothèses sont sans doute valables pour des conditions proches des conditions normales ($T=20^\circ\text{C}$ et $P^g = 1\text{Atm}$) ; dans le cas d'un béton à haute température la situation change. Quand la température est proche de la température critique, on constate un incrément de la teneur en eau suite à l'augmentation de volume d'eau. En plus, au-delà de 160°C le comportement de l'eau vapeur commence à s'éloigner du comportement d'un gaz parfait. L'utilisation de la loi des gaz parfaits devient discutable où il faudrait prendre en considération un coefficient correctif. Néanmoins, l'approximation du comportement des gaz comme parfaits est généralement acceptée dans la littérature [53,54] et sera gardée dans le modèle à développer. De toute manière, les équations présentées sont valables jusqu'à la température critique ; au-delà, il faut ajuster la théorie.

5-4-3 Pression de vapeur saturante

La pression de vapeur saturante est généralement obtenue à travers l'équation de Clausius-Clapeyron [55,56] comme fonction seulement de la température :

$$P^{gws} = P^{gws0} \exp \left[-\frac{M_w \Delta H_{gw}}{R} \left(\frac{1}{\theta} - \frac{1}{\theta_0} \right) \right] \quad (5-57)$$

Avec θ_0 la température de référence, P^{gws0} la pression de vapeur saturante à la température de référence et ΔH_{gw} l'enthalpie de d'évaporation ou de vaporisation. Cette loi est généralement acceptée pour décrire l'augmentation de la pression de vapeur saturante avec la

température. Par contre, elle est seulement valable dans une plage de température proche de celle de référence. L'enthalpie de vaporisation n'est pas constante mais est fonction de la température. On trouve alors dans la littérature très souvent la formulation empirique de Hyland-Wexler [56] :

$$P^{gws}(T) = \exp \left[\frac{C_1}{T} + C_2 + C_3\theta + C_4\theta^2 + C_5\theta^3 + C_6 \ln(\theta) \right] \quad (5-58)$$

avec : $C_1 = -5800.2206$, $C_2=1.3914993$, $C_3=-4.8640293 \times 10^{-2}$, $C_4=4.1764768$, $C_5=-1.4452093 \times 10^{-8}$, $C_6=6.5459673$.

L'enthalpie de vaporisation est approchée à travers la loi de Watson [56,48] :

$$\Delta H_{gw} = 2.672 \times 10^5 (\theta_{cr} - \theta)^{0.38} \quad (5-59)$$

avec θ_{cr} la température critique de l'eau.

5-4-4 Evolution de la relation $S_w = S_w(P^c)$ en fonction de la température

Dans le milieu poreux, l'eau est normalement présente sous forme de liquide condensé ainsi que de vapeur. Les deux phases sont bien séparées et sont supposées non-miscibles. On peut donc écrire pour ce système biphasique des équations d'équilibre qui nous permettent d'établir une relation entre la pression du liquide et la pression de vapeur. En particulier, on peut définir la pression capillaire comme la différence de la pression du gaz et la pression de la phase liquide :

$$P^c = P^{gw} + P^{ga} - P^w \quad (5-60)$$

L'équation d'équilibre entre la phase liquide et le gaz est ensuite donnée par l'équation de Laplace bien connue :

$$P^g - P^w = 2\sigma(\theta)\chi \quad (5-61)$$

avec χ la courbure de l'interface eau capillaire-gaz dans les pores. Grâce à la courbure et à la tension superficielle $\sigma(\theta)$ de l'interface, la pression de vapeur d'eau à l'équilibre est différente de la pression d'eau liquide : la relation dans ce cas peut être obtenue grâce à l'équation de Kelvin. En gardant l'hypothèse de phase liquide incompressible et gaz parfait, on peut obtenir l'équation comme fonction de la pression saturante d'eau pure.

$$P^w = P_{sat}(\theta) + \frac{\rho^w R \theta}{M_w} \text{Log} \left(\frac{P^g}{P_{sat}(\theta)} \right) \quad (5-62)$$

La courbure du ménisque est donc dépendante de la teneur en eau i.e. la saturation en liquide. La tension de surface est en plus fonction de la température : lorsqu'on augmente la température, l'équilibre des phases change. Il est donc clair qu'une relation qui va lier la pression capillaire P^c avec la saturation S_w et la température θ , s'avère très importante pour la description de la microstructure du milieu poreux. La courbe capillaire va donc décrire le

comportement hygrothermique du béton. Cette relation est en fait l'équation qui, dans le milieu poreux, va lier la taille du pore le plus grand avec la teneur en eau. En particulier, cette relation est d'origine expérimentale et est obtenue à l'aide des tests de sorption-désorption. Il est aussi clair qu'en augmentant la température, le réseau poreux au sein du béton change et qu'il faut obtenir des relations (P^C - S_w) pour plusieurs paliers de température.

Un exemple de la relation $S_w = S_w (P^C, T)$ peut être obtenue avec une formulation de Bazant [54] :

$$S_w(P^C, T) = \left\{ HR(P^C, \theta) \right\}_{m(\theta)}^{\frac{1}{m(\theta)}} \quad (5-63)$$

où :

- HR représente l'humidité relative définie par :

$$HR(P^C, \theta) = \frac{P^{gw}}{P^{gws}(\theta)} \quad (5-64)$$

avec $P^{gws}(\theta)$ la pression de vapeur saturante en fonction de θ définie dans le relation (5-58).

- m est une fonction de θ obtenue de manière expérimentale :

$$m(T) = 1.04 - \frac{T'}{22.34 + T'}; T' = \left(\frac{T + 10}{T_0 + 10} \right)^2 \quad (5-65)$$

avec T la température en degré Celsius.

La représentation graphique de l'expression (5-63) est donnée en figure 2 comme fonction de la pression capillaire.

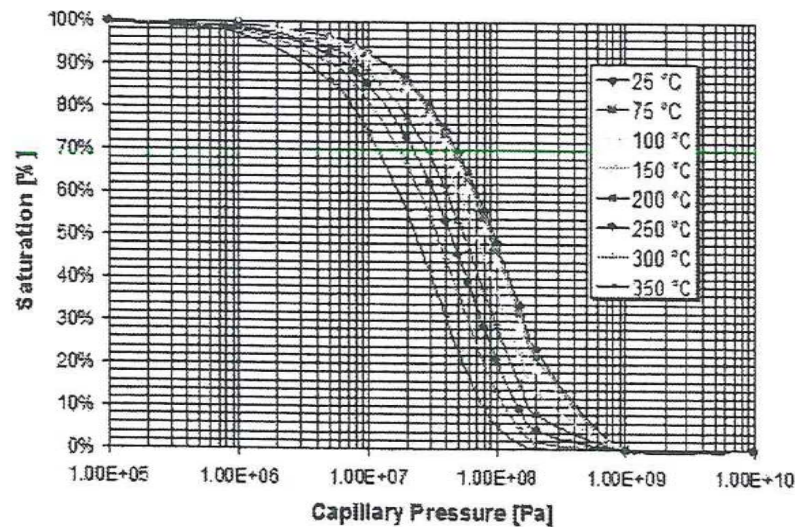


Figure 5-2: Isothermes de Bazant

Notons que le modèle de Bazant ne prend pas en compte les 3 phases distinctes, mais utilise une unique phase liquide. Pour un modèle de ce type, il est donc possible d'oublier le point critique de l'eau tout simplement en gardant une petite quantité d'eau au delà de la température critique. Il est donc évident que dans les isothermes de Bazant, pour une température plus basse que la température critique, l'eau est liquide et que lorsque on dépasse la température critique, l'eau est considérée en phase gazeuse. Cependant, vu que dans un modèle hygrothermique où on ne prend pas en considération les effets mécaniques, l'approche de Bazant peut se révéler satisfaisante.

5-4-5 Cinétique de la déshydratation

Les travaux de Feraille [52] ont permis de mettre en évidence le fait que la déshydratation n'est pas un phénomène instantané et que sa cinétique est à prendre en compte. Ce qui signifie si on maintient un échantillon de pâte de ciment pendant un temps suffisamment long à un palier de température θ donné, la masse d'eau produite atteint une limite que l'on appelle m_{dehyd}^{eq} . Cette valeur est indépendante de la vitesse de montée en température et est considérée comme fonction de la seule température du palier. Si l'on considère une élévation rapide de la température, l'équilibre chimique ne peut pas s'établir et par conséquent $m_{dehyd} \neq m_{dehyd}^{eq}$. Il est donc nécessaire de prendre en compte la cinétique de la réaction chimique c'est-à-dire de déterminer une relation permettant de déterminer l'évolution de la déshydratation en fonction de l'histoire de la température. Dans le cadre de ce travail limité aux effets hygrométriques, la cinétique sera négligée i.e. la déshydratation sera prise en compte comme un phénomène instantané. La relation suivante peut alors être utilisée :

$$\Delta m_{dehyd} = f_s m c f(T) \quad (5-66)$$

avec f_s un facteur stoechiométrique, m un paramètre qui prend en compte l'âge du béton, c teneur en ciment et $f(T)$ une fonction de la température (en Celsius) donnée par la relation suivante :

$$f(T) = \begin{cases} 0 & \text{si } T < 105^\circ\text{C} \\ \frac{[1 + \sin(\pi / 2(1 - 2 \exp(-0.004(T - 105)))))]}{2} & \text{si } T \geq 105^\circ\text{C} \end{cases} \quad (5-67)$$

5-5 Modélisation mathématique du modèle

On définit tout d'abord la masse par unité de volume de squelette solide, en faisant l'hypothèse que le milieu est complètement saturé par les phases fluides. La masse volumique d'une phase sera donc fonction de la porosité et de la saturation de la phase considérée. On obtient alors pour la masse d'eau liquide l'expression suivante :

$$m^w = \rho^w n S_w \quad (5-68)$$

On aura également pour les masses d'eau vapeur et d'air sec :

$$m^{gw} = \rho^{gw} n (1 - S_w) \quad (5-69)$$

$$m^{ga} = \rho^{ga} n (1 - S_w) \quad (5-70)$$

5-5-1 Equations de conservation de masse

On dérive les équations de conservation de masse pour les différentes espèces en exploitant principalement la relation de la dérivée matérielle d'une intégrale de volume (équ. 5-12) en considérant les interactions de phases.

5-5-1-1 Phase solide

Vu que la pâte de ciment est sujette à la désagrégation lorsque le béton atteint de hautes températures, il est évident que la microstructure de ce matériau change. Ce qui entraîne nécessairement le changement de sa densité. Si par $\dot{m}_{dehyd}$, nous désignons le terme d'échange du taux de masse qui prend en compte l'effet de la déshydratation (exprimée par unité de volume non déformée (V^0)), l'équation de conservation pour la phase solide s'écrit :

$$\frac{d}{dt} \int_{V^t} \rho^s (1 - \eta) dV^t = \int_{V^0} (-\dot{m}_{dehyd}) dV_0 \quad (5-71)$$

Le signe négatif employé pour la masse de déshydratation du ciment correspond à la perte de masse du squelette solide où avec les relations (5-13) et (5-16), elle devient :

$$\int_{V^t} \left[\frac{d(J\rho^s - \phi\rho^s)}{dt} + \dot{m}_{dehyd} \right] dV_0 = 0 \quad (5-72)$$

Soit :

$$\frac{d}{dt} [(J - \phi)\rho^s] + \dot{m}_{dehyd} = 0 \quad (5-73)$$

$$\frac{(J - \phi)d\rho^s}{dt} + \rho^s \frac{dJ}{dt} - \rho^s \frac{d\phi}{dt} = -\dot{m}_{dehyd} \quad (5-74)$$

Dans la relation (5-12) avec $f^\pi = (J - \varphi)\rho^s$, on peut avoir :

$$\frac{d[(J - \varphi)d\rho^s]}{dt} + \nabla[(J - \varphi)\rho^s \bar{v}_s] = -\dot{m}_{dehyd} \quad (5-75)$$

où avec :

$$\frac{d[(J - \varphi)d\rho^s]}{dt} = \frac{(J - \varphi)d\rho^s}{dt} + \rho^s \frac{dJ}{dt} - \rho^s \frac{d\varphi}{dt} \quad (5-76)$$

On obtient :

$$\frac{(J - \varphi)d\rho^s}{dt} + \rho^s \frac{dJ}{dt} - \rho^s \frac{d\varphi}{dt} + \nabla[(J - \varphi)\rho^s \bar{v}_s] = -\dot{m}_{dehyd} \quad (5-77)$$

Si on admet que la vitesse d'écoulement du solide est négligeable ($\bar{v}_s = 0$), et de plus $(J - \varphi) \approx 1 - \varphi$ et $\frac{dJ}{dt} = \frac{d\varepsilon}{dt}$, on aura alors la porosité lagrangienne φ l'expression suivante :

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{(1 - \varphi)}{\rho^s} \frac{d\rho_s}{dt} + \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{\dot{m}_{dehyd}}{\rho^s} \quad (5-78)$$

Dans un problème d'analyse thermo-hydrigue, on admet habituellement négligeable les effets mécaniques et la densité $\frac{d\varepsilon}{dt} = 0$ c'est-à-dire en supposant négligeable les effets mécaniques et la densité du squelette solide constante. C'est-à-dire :

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = 0 \quad (5-79a)$$

$$\frac{d\rho_s}{dt} = 0 \quad (5-79b)$$

L'équation (5-78) se réduira alors à :

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{\dot{m}_{dehyd}}{\rho^s} \quad (5-80)$$

C'est pourquoi le signe négatif dans la relation (5-71) signifiant que la déshydratation du béton entraîne une augmentation de la porosité.

5-5-1-2 Phase liquide : eau

L'équation du bilan pour l'eau liquide s'obtient de la même manière que la phase solide. Cependant, en plus de la quantité d'eau libre relâchée dans la masse du béton suite au processus de déshydratation, il faut aussi prendre en considération la quantité appréciable d'eau ($\dot{m}_{v \rightarrow l}$) issue lors du changement de phase évaporation/condensation i.e. de la transformation de l'eau vapeur en eau liquide.

On peut écrire :

$$\frac{d}{dt} \int_{V^t} m^w dV^t = \int_{V^0} (\dot{m}_{v \rightarrow l} + \dot{m}_{dehyd}) dV_0 \quad (5-81)$$

Le terme de gauche donne en considérant les relations (5-13) et de (5-68):

$$\frac{d}{dt} \int_{V^t} m^w dV^t = \int_{V^t} \frac{d(\rho^w n S_w)}{dt} J dV^0 = \int_{V^0} \frac{d(\rho^w \phi S_w)}{dt} dV^0 \quad (5-82)$$

L'équation (5-81) sera alors équivalente à :

$$\frac{d(\rho^w \phi S_w)}{dt} = \dot{m}_{v \rightarrow l} + \dot{m}_{dehyd} \quad (5-83)$$

En considérant la relation (5-12), on obtient ainsi l'équation de la conservation de masse de l'eau liquide donnée sous la forme suivante:

$$\frac{d(\rho^w \phi S_w)}{dt} + \nabla J^w = \dot{m}_{v \rightarrow l} + \dot{m}_{dehyd} \quad (5-84)$$

où :

$$J^w = \rho^w \phi S_w \overline{v^w} \quad (5-85)$$

est le flux massique du fluide liquide traversant une unité de surface du milieu poreux par unité de temps. Ce terme sera défini plus loin par la loi de Darcy en fonction de la pression du liquide (P^w) et du coefficient de perméabilité (K^w) lié au liquide et au milieu traversé par le fluide.

5-5-1-3 Phases gazeuses : air sec et eau vapeur

La phase gazeuse est une phase multi-composante constituée par deux espèces : l'air sec et l'eau vapeur. On peut donc écrire la conservation de masse pour chacune des deux espèces de la manière que précédemment, en négligeant les réactions chimiques entre elles. Les deux espèces sont supposées se mélanger entre elles et ont la même fraction de volume ηS_g . On a donc d'abord pour l'air sec :

$$\frac{d}{dt} \int_{V^t} m^{ga} dV^t = 0 \quad (5-86)$$

En tenant compte des relations (5-12), (3-13), (5-16) et (5-70), on aboutit à l'équation de conservation de l'air sec présentée sous la forme :

$$\frac{\partial(\rho^{ga} \varphi_{\mathcal{S}_g})}{\partial t} + \nabla(\rho^{ga} \varphi_{\mathcal{S}_g} \overline{v^{ga}}) = 0 \quad (3-87)$$

En ce qui concerne l'eau vapeur, il faut prendre en considération la quantité d'eau vapeur ($\dot{m}_{l \rightarrow v}$) issue lors de la vaporisation de l'eau (*liquide* $\rightarrow$ *vapeur*). L'équation de conservation s'écrit:

$$\frac{d}{dt} \int_{V^t} m^{gw} dV^t = \int_{V^0} \dot{m}_{l \rightarrow v} dV_0 \quad (5-88)$$

Comme dans la relation (5-14), on trouve:

$$\frac{d(\rho^{gw} \varphi_{\mathcal{S}_g})}{dt} = \dot{m}_{l \rightarrow v} \quad (5-89)$$

A l'aide de la relation (5-12), on obtient l'équation de conservation de la masse de l'eau vapeur :

$$\frac{\partial(\rho^{gw} \varphi_{\mathcal{S}_g})}{\partial t} + \nabla(\rho^{gw} \varphi_{\mathcal{S}_g} \overline{v^{gw}}) = \dot{m}_{l \rightarrow v} \quad (5-90)$$

On peut également obtenir l'équation de conservation de masse pour la phase gazeuse complète en additionnant les équations (5-87) et (5-89), soit :

$$\frac{\partial(\rho^g \varphi_{\mathcal{S}_g})}{\partial t} + \nabla(\rho^g \varphi_{\mathcal{S}_g} \overline{v^g}) = \dot{m}_{l \rightarrow v} \quad (3-91)$$

où en fonction de l'unité de concentration massique:

$$\rho^g = \rho^{gw} + \rho^{ga} \quad (5-92)$$

$$\overline{v_g} = \frac{1}{\rho_g} (\rho^{ga} \overline{v^{ga}} + \rho^{gw} \overline{v^{gw}}) = c^{ga} \overline{v^{ga}} + c^{gw} \overline{v^{gw}} \quad (3-93)$$

$$c^\pi = \frac{\rho^\pi}{\rho^g} \quad (5-94)$$

La quantité c^π représente la fraction massique du composant π .

Il est possible d'introduire dans les équations (5-87) et (5-89), l'opérateur de la dérivée matérielle D/Dt définie dans la relation (5-9). Les équations (5-89) et (5-90) s'écriront alors:

$$\frac{D^g(\rho^g \varphi \mathcal{S}_g)}{Dt} + \rho^g \varphi \mathcal{S}_g \nabla(\overline{v^g}) = \dot{m}_{l \rightarrow v} \quad (5-95)$$

$$\frac{D(\rho^{gw} \varphi \mathcal{S}_g)}{Dt} + \rho^{gw} \varphi \mathcal{S}_g \nabla(\overline{v^{gw}}) = \dot{m}_{l \rightarrow v} \quad (5-96)$$

En notant que (développement de la divergence):

$$\nabla(\rho^{gw} \varphi \mathcal{S}_g \overline{v^{gw}}) = \rho^{gw} \varphi \mathcal{S}_g \nabla(\overline{v^{gw}}) + \overline{v^{gw}} \nabla(\rho^{gw} \varphi \mathcal{S}_g) \quad (5-97)$$

$$\nabla(\rho^g \varphi \mathcal{S}_g \overline{v^g}) = \rho^g \varphi \mathcal{S}_g \nabla(\overline{v^g}) + \overline{v^g} \nabla(\rho^g \varphi \mathcal{S}_g) \quad (5-98)$$

Si par ailleurs, on introduit la vitesse de diffusion relative u^π comme définie dans la relation (5-11), avec $\pi = ga, gw$:

$$u^\pi = \overline{v^\pi} - \overline{v^g} \quad (5-99)$$

La relation (5-97) conduit à :

$$\frac{D^g(\rho^{gw} \varphi \mathcal{S}_g)}{Dt} + u^{gw} \nabla(\rho^{gw} \varphi \mathcal{S}_g) + \rho^{gw} \varphi \mathcal{S}_g \nabla(\overline{v^{gw}}) = \dot{m}_{l \rightarrow v} \quad (5-100)$$

Soit en tenant compte de la relation (5-97) :

$$\frac{D^g(\rho^{gw} \varphi \mathcal{S}_g)}{Dt} + \nabla(\rho^{gw} \varphi \mathcal{S}_g u^{gw}) + \rho^{gw} \varphi \mathcal{S}_g \nabla(\overline{v^g}) = \dot{m}_{l \rightarrow v} \quad (5-101)$$

Si de plus on considère le flux massique relatif de diffusion du composant gw défini comme suit :

$$J_g^{gw} = \rho^{gw} \varphi \mathcal{S}_g u^{gw} \quad (5-102)$$

On obtient la forme générale suivante de l'équation de conservation de masse de l'eau vapeur :

$$\frac{D^g(\rho^{gw} \varphi \mathcal{S}_g)}{Dt} + \nabla(J_g^{gw}) + \rho^{gw} \varphi \mathcal{S}_g \nabla(\overline{v^g}) = \dot{m}_{l \rightarrow v} \quad (5-103)$$

Si encore on fait introduire le flux massique darcéen du gaz par analogie à la relation (5-85), soit :

$$J^{gw} = \rho^{gw} \varphi \mathcal{S}_g \overline{v^g} \quad (5-104)$$

On aura en omettant l'opérateur de la dérivée matérielle:

$$\frac{d(\rho^{gw} \phi \mathcal{S}_g)}{dt} + \nabla(J^{gw} + J_g^{gw}) = \dot{m}_{l \rightarrow v} \quad (5-105)$$

C'est la forme usuelle de l'équation de conservation de masse de l'eau vapeur.

La démarche pour obtenir l'équation de conservation de masse de l'air sec est la même en faisant la substitution du constituant gw par ga. Ce qui conduit à :

$$\frac{d(\rho^{ga} \phi \mathcal{S}_g)}{dt} + \nabla(J^{ga} + J_g^{ga}) = 0 \quad (5-106)$$

où :

$$J_g^{ga} = \rho^{ga} \phi \mathcal{S}_g u^{ga} \quad (5-107)$$

$$J^{ga} = \rho^{ga} \phi \mathcal{S}_g \bar{v}^{ga} \quad (5-108)$$

$$u^{ga} = \bar{v}^{ga} - \bar{v}^g \quad (5-109)$$

5-5-1-4 Equations de conservation des masses fluides

On regroupe les équations de conservation de masses de l'eau liquide (relation 5-17) et de l'eau vapeur (relation 5-38), soient :

$$\frac{d(\rho^w \phi \mathcal{S}_w)}{dt} + \nabla J^w = \dot{m}_{v \rightarrow l} + \dot{m}_{dehyd} \quad (5-110a)$$

$$\frac{d(\rho^{gw} \phi \mathcal{S}_g)}{dt} + \nabla(J^{gw} + J_g^{gw}) = \dot{m}_{l \rightarrow v} \quad (5-110b)$$

En additionnant ces deux équations et en admettant que $\dot{m}_{v \rightarrow l} = -\dot{m}_{l \rightarrow v}$ (par référence à la phase *liquide* $\rightarrow$ *vapeur*), on obtient l'équation de conservation suivante relative au mélange (eau liquide +vapeur).

$$\frac{d(\rho^{gw} \phi \mathcal{S}_g)}{dt} + \frac{d(\rho^w \phi \mathcal{S}_w)}{dt} + \nabla(J^w + J^{gw} + J_g^{gw}) = \dot{m}_{dehyd} \quad (5-111)$$

Cette équation conjointement avec celle de l'air sec (relation 5-106), c'est-à-dire :

$$\frac{d(\rho^{ga} \phi \mathcal{S}_g)}{dt} + \nabla(J^{ga} + J_g^{ga}) = 0 \quad (5-112)$$

forment les équations de conservation de masses de fluides.

5-5-2 Equation de conservation d'enthalpie

L'équation de conservation d'enthalpie est donnée par l'expression générale suivante :

$$\dot{e} + \nabla(h^g J^g + h^w J^w + q) = 0 \quad (5-113)$$

Où $\dot{e}$ représente le taux de la somme des énergie internes par unité de volume de toutes les phases π (s,l,g) dont est constitué le matériau béton. Il faut ajouter naturellement les énergies requises pour les changements de phase liés à l'évaporation et à la déshydratation.

h^π étant l'enthalpie définie par la manière suivante :

$$h^\pi = e^\pi + \frac{P^\pi}{\rho^\pi} \quad (5-114)$$

Dans le cas particulier d'un modèle thermo-hydrique sous l'action du feu, l'équation (5-113) peut se mettre sous la forme :

$$C_{eff} \dot{T} + (C_p^w J^w + C_p^g J^g) \nabla T - \nabla q = -\Delta H_{vap} \dot{m}_{vap} - \Delta H_{dehyd} \dot{m}_{dehyd} \quad (5-115)$$

On définit les différents termes par la manière suivante :

- $C_{eff} \dot{T}$ est l'énergie accumulée dans le système par unité de volume ; C_{eff} étant la capacité calorifique effective du béton formée par l'ensemble de ses constituants élémentaires, (s,l,g), définie par :

$$C_{eff} = (\rho C_p)_{eff} = (1 - \phi) \rho^s C_p^s + \rho^w \phi C_p^w + \rho^g \phi C_p^g \quad (5-116)$$

Où C_p^s, C_p^w, C_p^g sont des chaleurs spécifiques respectivement du squelette solide, de l'eau liquide et du mélange gazeux (air sec + eau vapeur).

- $(C_p^w J^w + C_p^g J^g) \nabla T$ est l'énergie de transmise par convection en fonction en fonction des flux de massiques de l'eau liquide (J^w) et des gaz (J^g).

- ∇q est l'énergie de diffusion par conduction dépendant du flux de chaleur q .

- $\Delta H_{vap} \dot{m}_{vap}$ est l'énergie requise pour l'évaporation de l'eau liquide ; ΔH_{vap} représente l'enthalpie de vaporisation de l'eau (exprimée par unité de masse).

- $\Delta H_{dehyd} \dot{m}_{dehyd}$ est l'énergie combinée requise pour la libération de l'eau chimiquement liée avec éventuellement son évaporation (sous certaines conditions thermodynamiques) ; ΔH_{dehyd} étant l'enthalpie de déshydratation (exprimée par unité de masse).

5-5-3 Equations de transport d'énergie et de masse

Le transport d'énergie est régi par la loi de Fourier et celui des fluides par la loi de Darcy (suite à un gradient de pression) et de Fick (suite à un gradient de concentration de chaque espèce dans le mélange gazeux).

5-5-3-1 Loi de Fourier

Le flux de chaleur introduit dans l'équation du bilan d'enthalpie (5-48) est déterminé par la loi de Fourier :

$$q = -\lambda_{eff} \nabla T \quad (5-117)$$

où λ_{eff} représente le coefficient de conductivité thermique effectif du béton saturé par les phases fluides, défini par la formule :

$$\lambda_{eff} = \lambda_d(\theta) \left(1 + \frac{4\rho^w \phi \mathcal{S}_w}{(1 - S_w)\rho_s} \right) \quad (5-118)$$

Avec $\lambda_d(\theta)$, la conductivité thermique du matériau sec où l'EC4 suggère de prendre (jusqu'à $\theta = 1473$ °K) :

$$\lambda_d(\theta) = 2 - 0.24 \left(\frac{\theta - 273}{120} \right) + 0.012 \left(\frac{\theta - 273}{120} \right)^2 \quad (5-119)$$

5-5-3-2 Loi de Darcy

Nous écrivons avec $g = 9.81$ m/s² (accélération de la gravité) :

-Eau liquide :

$$J^w = \rho^w \phi \mathcal{S}_w \overline{v^w} = -\rho^w \left[\frac{K_{int} K_{rw}}{\mu_w} \nabla P_w - g \right] \quad (5-120)$$

-Eau vapeur :

$$J^{gw} = \rho^{gw} \phi \mathcal{S}_g \overline{v^g} = -\rho^{gw} \left[\frac{K_{int} K_{rg}}{\mu_g} \nabla P_g \right] \quad (5-121)$$

-Air sec :

$$J^{ga} = \rho^{ga} \phi \mathcal{S}_g \overline{v^g} = \rho^{ga} \frac{J^{gw}}{\rho^{gw}} \quad (5-122)$$

Les différents paramètres sont définis comme suit :

- K_{int} est la perméabilité intrinsèque du matériau, déterminée habituellement par des essais expérimentaux de percolation d'un liquide (ou gaz). Elle est définie par la relation :

$$K_{int} = K_0 \cdot 10^{A_\theta(\theta - \theta_0)} \left(\frac{P_g}{P_0} \right)^{A_p} \quad (5-123a)$$

avec A_θ et A_p sont des constantes qui dépendent du type de béton.

- K_{rw} et K_{rg} sont des perméabilités relatives du milieu saturé respectivement par l'eau liquide et par le mélange (air+vapeur). Les formules suivantes sont couramment utilisées en fonction de la saturation en eau (S_w) :

$$K_{rw}(S_w) = \sqrt{S_w} \left[1 - \left(1 - S_w^{\frac{1}{m}} \right)^m \right]^2 \quad (5-123b)$$

$$K_{rg}(S_w) = \sqrt{1 - S_w} \left(1 - S_w^{\frac{1}{m}} \right)^{2m} \quad (5-123c)$$

m étant un paramètre d'origine expérimentale.

- μ_w et μ_g sont des viscosités dynamiques de l'eau liquide et du gaz données par les formules suivantes de Watson :

$$\mu_w(\theta) = 0.6612(\theta - 229)^{-1.662} \quad (5-124a)$$

$$\mu_g(\theta) = 3.85 \times 10^{-6} \times \theta \quad (5-124b)$$

5-5-3-3 Loi de Fick

Dans le cas de la loi de fick, le moteur de transport est le gradient de concentration du constituant dans le mélange (eau vapeur +air sec). Le flux massique relatif de diffusion de l'eau vapeur (par unité de surface du matériau et par unité de temps) est d'après la relation (5-35), avec $u^{gw} = \bar{v}^{gw} - \bar{v}^g$:

$$J_g^{gw} = \rho^{gw} \phi S_g (\bar{v}^{gw} - \bar{v}^g) \quad (5-125a)$$

On peut alors écrire pour l'eau vapeur en fonction de l'unité de la concentration molaire (relation 5-39) la loi de fick comme suit:

$$J_g^{gw} = -\rho^g D_{eff} \frac{M_a M_w}{M_g^2} \nabla \left(\frac{P^{gw}}{P^g} \right) \quad (5-125b)$$

Le coefficient de diffusion effectif D_{eff} est à déterminer expérimentalement. En particulier, il peut être considéré comme fonction de la température, de la pression du gaz ainsi que de la saturation, et peut être décrit à travers la relation la suivante :

$$D_{eff} = \phi (1 - S_w)^{A_v} D_0 \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^{B_v} \cdot \frac{P_0}{P^{gw}} \quad (5-126a)$$

avec $D_0 = 2.55 \times 10^{-5} m^2 s^{-1}$, $A_v = 1$, $B_v = 1.667$, $\theta_0 = 273^\circ K$, $P_0 = P_{atm} = 101325 Pa$.

Dans un milieu poreux, il faut faire intervenir un autre coefficient dans la loi de Fick. L'espace poreux étant très complexe, il influence fortement le processus de diffusion. La manière la plus simple de prendre en compte cet effet est à travers un coefficient de structure 'f_{ST}'. Il prend en charge le libre parcours moyen des molécules en diffusion qui augmente à cause de la tortuosité. L'expression proposée par Millington rapportée dans la référence [47] est donc reproduite de la manière suivante :

$$f_{ST} = \phi^{\frac{1}{3}} (1 - S_w)^{\frac{7}{3}} \quad (5-126b)$$

Notons qu'un effet structure est aussi présent dans l'équation (5-126a). Le terme $\phi(1 - S_w)^{A_v}$ (si on prend $A_v = 1$) peut être interpréter comme la partie du volume du matériau occupé par le gaz. L'équation (5-59b) peut donc être interprétée comme le seul terme qui prend en charge le parcours tortueux des molécules en diffusion dans l'espace poreux.

En ce qui concerne l'air sec, on peut aussi écrire d'après la relation 5-39:

$$J_g^{ga} = \rho^{ga} \phi S_g (\bar{v}^{ga} - \bar{v}^g) = -\rho^g D_{eff} \frac{M_a M_w}{M_g^2} \nabla \left(\frac{P^{ga}}{P^g} \right) \quad (5-127)$$

où avec :

$$P^g = P^{ga} + P^{gw} \quad (5-128)$$

La relation (5-127) devient :

$$J_g^{ga} = \rho^g D_{eff} \frac{M_a M_w}{M_g^2} \nabla \left(\frac{P^{gw}}{P^g} \right) \quad (5-129)$$

Soit en tenant compte du coefficient de structure, on aura finalement :

$$J_g^{gw} = -\rho^g D_{eff} \frac{M_a M_w}{M_g^2} f_{ST} \nabla \left(\frac{P^{gw}}{P^g} \right) \quad (5-130a)$$

$$J_g^{ga} = \rho^g D_{eff} \frac{M_a M_w}{M_g^2} f_{ST} \nabla \left(\frac{P^{gw}}{P^g} \right) \quad (5-130b)$$

5-5-4 Dérivation des équations mathématiques

Il nous faut maintenant transformer les équations de conservation de masse et d'enthalpie en un système d'équations différentielles afin qu'elles soient faciles à implémenter dans un code de calcul. Les variables d'état que nous choisissons sont la pression des gaz (P_g), la pression capillaire (P_c) et la température (T).

5-5-4-1 Transformation des équations de conservation des fluides

Considérons les équations (5-111) et (5-112) que nous réécrivons comme suit :

$$\frac{d(\rho^{gw} \phi \mathcal{S}_g)}{dt} + \frac{d(\rho^w \phi \mathcal{S}_w)}{dt} + \nabla(J^w + J^{gw} + J_g^{gw}) = \dot{m}_{dehydr} \quad (5-131a)$$

$$\frac{d(\rho^{ga} \phi \mathcal{S}_g)}{dt} + \nabla(J^{ga} + J_g^{ga}) = 0 \quad (5-131b)$$

A- Evaluation des différentielles $\frac{d(\rho^\alpha \phi \mathcal{S}_w)}{dt}$; $\alpha = w, gw, ga$

Les règles de différentiation permettent d'écrire en considérant $S_g = 1 - S_w$ d'après la relation (5-15) :

$$\frac{d(\rho^w \phi \mathcal{S}_w)}{dt} = \rho^w \phi \frac{dS_w}{dt} + \phi \mathcal{S}_w \frac{d\rho^w}{dt} + \rho^w S_w \frac{d\phi}{dt} \quad (5-132a)$$

$$\frac{d(\rho^{gw} \phi \mathcal{S}_g)}{dt} = \phi(1 - S_w) \frac{d\rho^{gw}}{dt} + \rho^{gw}(1 - S_w) \frac{d\phi}{dt} - \rho^{gw} \phi \frac{dS_w}{dt} \quad (5-132b)$$

$$\frac{d(\rho^{ga} \phi \mathcal{S}_g)}{dt} = \phi(1 - S_w) \frac{d\rho^{ga}}{dt} + \rho^{ga}(1 - S_w) \frac{d\phi}{dt} - \rho^{ga} \phi \frac{dS_w}{dt} \quad (5-132c)$$

On suppose que ρ^w est constante ; par suite :

$$\frac{d\rho^w}{dt} = 0 \quad (5-133)$$

On obtient les termes $\frac{d\rho^{gw}}{dt}$ et $\frac{d\rho^{ga}}{dt}$ en admettant l'hypothèse que l'eau vapeur et l'air sec se comportent comme des gaz parfaits ; c'est-à-dire :

$$\rho^{gw} = \frac{M_w P^{gw}}{RT} \quad \text{et} \quad \rho^{ga} = \frac{M_a P^{ga}}{RT} \quad (5-134a)$$

$$\frac{d\rho^{gw}}{dt} = \frac{M_w}{RT} \frac{dP^{gw}}{dt} - \frac{M_w P^{gw}}{RT^2} \frac{dT}{dt} \quad (5-134b)$$

$$\frac{d\rho^{ga}}{dt} = \frac{M_a}{RT} \frac{dP^{ga}}{dt} - \frac{M_a P^{ga}}{RT^2} \frac{dT}{dt} \quad (5-135c)$$

L'expression de la pression de vapeur (P^{gw}), on l'obtient en utilisant les relations (5-58) et (5-60) ainsi que la loi de Kelvin (5-54) ; ce qui entraîne :

$$P^{gw} = P^{gw}(P^c, T) = P^{gws}(T) \exp \left[-\frac{M_w}{\rho^w RT} P^c \right] \quad (5-135)$$

Sa variation en fonction du temps donne :

$$\frac{dP^{gw}}{dt} = \frac{\partial P^{gw}}{\partial P^c} \dot{P}^c + \frac{\partial P^{gw}}{\partial T} \dot{T} \quad (5-136a)$$

où :

$$\frac{\partial P^{gw}}{\partial P^c} = -P^{gws}(T) \frac{M_w}{\rho^w RT} \exp\left[-\frac{M_w}{\rho^w RT} P^c\right] \quad (5-136b)$$

$$\frac{\partial P^{gw}}{\partial T} = \frac{\partial P^{gws}(T)}{\partial T} \exp\left[-\frac{M_w}{\rho^w RT} P^c\right] \quad (5-136c)$$

$$+ P^{gw}(P^c, T) \frac{M_w P^c}{\rho^w RT} \left(\frac{1}{\rho^w} \frac{\partial \rho^w}{\partial T} + \frac{1}{T} \right)$$

En ce qui concerne l'expression de la pression de l'air sec (P^{ga}), on la déduit directement des relations (5-135) et (5-128) ; soit :

$$P^{ga} = P^g - P^{gw}(P^g, P^c, T) \quad (5-137)$$

Sa variation s'écrit :

$$\frac{dP^{ga}}{dt} = \left(1 - \frac{\partial P^{gw}}{\partial P^g}\right) \dot{P}^g - \frac{\partial P^{gw}}{\partial P^c} \dot{P}^c - \frac{\partial P^{gw}}{\partial T} \dot{T} \quad (3-138)$$

Quant à la fonction de saturation S_w , on tire son expression à partir des isothermes de Bazant définies par la relation (5-63). On peut donc déduire :

$$S_w = S_w(P^c, T) \quad (5-139)$$

D'où sa variation :

$$\frac{dS_w}{dt} = \frac{\partial S_w}{\partial P^c} \dot{P}^c + \frac{\partial S_w}{\partial T} \dot{T} \quad (5-140)$$

Enfin, pour la porosité ϕ pour un milieu hygrothermique, sa variation en fonction du temps est donnée par la formule (5-80) soit :

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{d\phi_{dehyd}}{dt} = \frac{\dot{m}_{dehyd}}{\rho^s} \quad (5-141)$$

B-Evaluation des flux de masse des fluides

Les flux massiques d'origine hydriques sont données par les relations (5-121), (5-122) et (5-125b) conduisant à :

$$J^w + J^{gw} + J_g^{gw} = -\rho^w \frac{K_{int} K_{rw}}{\mu_w} \nabla(P^g - P^c) - g\rho^w$$

$$- \rho^{gw} \frac{K_{int} K_{rg}}{\mu_g} \nabla P^g - \rho^g D_g \frac{M_a M_w}{M_g^2} \nabla \left(\frac{P^{gw}}{P^g} \right) \quad (5-142)$$

Le développement du terme $\nabla \left(\frac{P^{gw}}{P^g} \right)$ donne :

$$\nabla \left(\frac{P^{gw}}{P^g} \right) = \frac{1}{(P^g)^2} (P^g \nabla P^{gw} - P^{gw} \nabla P^g) \quad (5-143)$$

A partir de l'équation (5-135), on peut également écrire :

$$\nabla P^{gw} = \frac{\partial P^{gw}}{\partial P^g} \nabla P^g + \frac{\partial P^{gw}}{\partial P^c} \nabla P^c + \frac{\partial P^{gw}}{\partial T} \nabla T \quad (5-144)$$

En substituant cette dernière dans la relation (5-143), on peut avoir :

$$\nabla \left(\frac{P^{gw}}{P^g} \right) = \left(-\frac{P^{gw}}{(P^g)^2} \right) \nabla P^g + \frac{1}{P^g} \frac{\partial P^{gw}}{\partial P^c} \nabla P^c + \frac{1}{P^g} \frac{\partial P^{gw}}{\partial T} \nabla T \quad (5-145)$$

d'où l'expression de la relation des flux hydriques :

$$J^w + J^{gw} + J_g^{gw} = \left[-\rho^w \frac{K_{int} K_{rw}}{\mu_w} - \rho^{gw} \frac{K_{int} K_{rg}}{\mu_g} + \rho^g D_{eff} \left(\frac{P^{gw}}{(P^g)^2} \right) \right] \nabla(P^g)$$

$$+ \left[\rho^w \frac{K_{int} K_{rw}}{\mu_w} - \frac{\rho^g D_{eff}}{P^g} \frac{M_a M_w}{M_g^2} \frac{\partial P^{gw}}{\partial P^c} \right] \nabla(P^c)$$

$$+ \left[-\frac{\rho^g D_{eff}}{P^g} \frac{M_a M_w}{M_g^2} \frac{\partial P^{gw}}{\partial T} \right] \nabla T + \rho^w \frac{K_{int} K_{rw}}{\mu_w} g \quad (5-146)$$

D'une manière similaire, on pourra obtenir pour le flux de l'air sec, l'expression suivante :

$$J^{ga} + J_g^{ga} = \left[-\rho^{ga} \frac{K_{int} K_{rg}}{\mu_g} + \rho^{ga} D_g \left(\frac{1}{P^g} \frac{\partial P^{gw}}{\partial P^g} - \frac{P^{gw}}{(P^g)^2} \right) \right] \nabla(P^g)$$

$$+ \left[-\frac{\rho^g D_g}{P^g} \frac{M_a M_w}{M_g^2} \frac{\partial P^{gw}}{\partial P^c} \right] \nabla(P^c) + \left[\frac{\rho^g D_g}{P^g} \frac{M_a M_w}{M_g^2} \frac{\partial P^{gw}}{\partial T} \right] \nabla T \quad (5-147)$$

Par conséquent, en utilisant les relations (5-131) à (5-147), les équations de conservation de masses des fluides (5-131) et (5-112) peuvent être organisées comme suit :

$$\begin{aligned} & \phi(\rho^w - \rho^{gw}) \left(\frac{\partial S_w}{\partial P^c} \dot{P}^c + \frac{\partial S_w}{\partial T} \dot{T} \right) + \phi(1 - S_w) \frac{M_w}{\rho^w RT} \left[\frac{\partial P^{gw}}{\partial P^g} \dot{P}^g + \frac{\partial P^{gw}}{\partial P^c} \dot{P}^c + \left(\frac{\partial P^{gw}}{\partial T} - \frac{P^{gw}}{T} \right) \dot{T} \right] + \\ & + \nabla(J^w + J^{gw} + J_g^{gw}) = \dot{m}_{dehyd} - [\rho^w S_w + \rho^{gw}(1 - S_w)] \frac{d\phi_{dehyd}}{dt} \end{aligned} \quad (5-148a)$$

$$\begin{aligned} & -\phi\rho^{ga} \left(\frac{\partial S_w}{\partial P^c} \dot{P}^c + \frac{\partial S_w}{\partial T} \dot{T} \right) + \phi(1 - S_w) \frac{M_a}{\rho^w RT} \left[\left(1 - \frac{\partial P^{gw}}{\partial P^g} \right) \dot{P}^g - \frac{\partial P^{gw}}{\partial P^c} \dot{P}^c - \left(\frac{\partial P^{gw}}{\partial T} + \frac{P^{gw}}{T} \right) \dot{T} \right] + \\ & + \nabla J_g^{ga} = -\rho^{ga}(1 - S_w) \frac{d\phi_{dehyd}}{dt} \end{aligned} \quad (5-148b)$$

Sous forme différentielle, nous aurons :

$$C_{cg} \dot{P}^g + C_{cc} \dot{P}^c + C_{cT} \dot{T} - \nabla(K_{cg} \nabla P^g + K_{cc} \nabla P^c + K_{cT} \nabla T) = f_c \quad (5-149a)$$

$$C_{gg} \dot{P}^g + C_{gc} \dot{P}^c + C_{gT} \dot{T} - \nabla(K_{gg} \nabla P^g + K_{gc} \nabla P^c + K_{gT} \nabla T) = f_g \quad (5-149b)$$

où :

$$\begin{aligned} C_{cg} &= \phi(1 - S_w) \frac{M_w}{RT} \frac{\partial P^{gw}}{\partial P^g} ; \quad C_{cc} = \phi(\rho^w - \rho^{gw}) \frac{\partial S_w}{\partial P^c} + \phi(1 - S_w) \frac{M_w}{\rho^w RT} \frac{\partial P^{gw}}{\partial P^c} \\ C_{cT} &= \phi(\rho^w - \rho^{gw}) \frac{\partial S_w}{\partial T} + \phi(1 - S_w) \frac{M_w}{RT} \left(\frac{\partial P^{gw}}{\partial T} - \frac{P^{gw}}{T} \right) \\ K_{cg} &= \rho^w \frac{K_{int} K_{rw}}{\mu_w} + \rho^{gw} \frac{K_{int} K_{rg}}{\mu_g} + \rho^{gw} D_{egw} \left(\frac{1}{P^g} \frac{\partial P^{gw}}{\partial P^g} - \frac{P^{gw}}{(P^g)^2} \right) \\ K_{cc} &= -\rho^w \frac{K_{int} K_{rw}}{\mu_w} + \frac{\rho^{gw} D_{egw}}{P^g} \frac{\partial P^{gw}}{\partial P^c} ; \quad K_{cT} = \frac{\rho^{gw} D_{egw}}{P^g} \frac{\partial P^{gw}}{\partial T} \\ f_c &= \dot{m}_{dehyd} - [\rho^w S_w + \rho^{gw}(1 - S_w)] \frac{d\phi_{dehyd}}{dt} ; \quad C_{gg} = \phi(1 - S_w) \frac{M_a}{RT} \left(1 - \frac{\partial P^{gw}}{\partial P^g} \right) \\ C_{gc} &= -\phi\rho^{ga} \frac{\partial S_w}{\partial P^c} - \phi(1 - S_w) \frac{M_a}{RT} \frac{\partial P^{gw}}{\partial P^c} ; \quad C_{gT} = -\phi\rho^{ga} \frac{\partial S_w}{\partial T} - \phi(1 - S_w) \frac{M_a}{RT} \left(\frac{\partial P^{gw}}{\partial T} + \frac{P^{gw}}{T} \right) \\ K_{gg} &= \rho^{ga} \frac{K_{int} K_{rw}}{\mu_w} - \rho^{ga} D_{ega} \left(\frac{1}{P^g} \frac{\partial P^{gw}}{\partial P^g} - \frac{P^{gw}}{(P^g)^2} \right) ; \quad K_{gc} = -\frac{\rho^{ga} D_{ega}}{P^g} \frac{\partial P^{gw}}{\partial P^c} \\ K_{gT} &= -\frac{\rho^{ga} D_{ega}}{P^g} \frac{\partial P^{gw}}{\partial T} ; \quad f_g = -\rho^{ga}(1 - S_w) \frac{d\phi_{dehyd}}{dt} \end{aligned}$$

5-5-4-2 Transformation des équations de conservation d'enthalpie

On réécrit l'équation du bilan d'enthalpie (5-115) en tenant compte de la loi de Fourier (5-117) :

$$C_{eff} \dot{T} + (C_p^w J^w + C_p^g J^g) \nabla T - \nabla(\lambda_{eff} \nabla T) = -\Delta H_{vap} \dot{m}_{vap} - \Delta H_{dehyd} \dot{m}_{dehyd} \quad (5-150)$$

Le taux de la masse d'eau évaporable ($\dot{m}_{vap}$) est déterminé à partir de la relation (5-110a) avec $\dot{m}_{vap} = \dot{m}_{l \rightarrow v} = -\dot{m}_{v \rightarrow l}$. En considérant les développements du paragraphe précédent, on peut écrire :

$$\begin{aligned} \dot{m}_{vap} = & \rho^w S_w \frac{d\phi_{dehyd}}{dt} + \dot{m}_{dehyd} - \rho^w \phi \left(\frac{\partial S_w}{\partial P^c} \dot{P}^c + \frac{\partial S_w}{\partial T} \dot{T} \right) + \\ & - \nabla \left[\rho^w \frac{K_{int} K_{rw}}{\mu_w} (-\nabla P^g - \nabla P^c + g) \right] \end{aligned} \quad (5-151)$$

La relation (5-150) peut, par la suite, se mettre sous la forme différentielle par la façon donnée ci-après :

$$C_{Tg} \dot{P}^g + C_{Tc} \dot{P}^c + C_{TT} \dot{T} - \nabla (K_{Tg} \nabla P^g + K_{Tc} \nabla P^c + K_{TT} \nabla T) + \sum_{\alpha=l,g} (C_p^\alpha J^\alpha \nabla T) = f_T \quad (5-152)$$

où :

$$\begin{aligned} C_{Tg} &= 0 ; \quad C_{Tc} = -\rho^w \phi \Delta H_{vap} \frac{\partial S_w}{\partial P^c} ; \quad C_{TT} = C_{eff} - \rho^w \phi \Delta H_{vap} \frac{\partial S_w}{\partial T^c} + \Delta H_{dehyd} \frac{\partial m_{dehyd}}{\partial T} \\ K_{Tg} &= -\rho^w \frac{K_{int} K_{rw}}{\mu_w} \Delta H_{vap} = K_{Tc} ; \quad K_{TT} = \lambda_{eff} ; \quad f_T = -\rho^w \frac{K_{int} K_{rw}}{\mu_w} \nabla g \end{aligned}$$

5-5-4-3 Conditions aux limites

Afin de résoudre numériquement le système d'équations différentielles données par les relations (5-149a), (5-149b) et (5-152) qui régissent le comportement thermo-hydrigue du béton sous hautes températures, il est nécessaire de connaître les conditions aux limites imposées dans le domaine étudié. Sur un domaine de volume (Ω) et de frontière (Γ), nous imposons les conditions générales suivantes :

a- Conditions initiales :

$$P^g = P_0^g ; P^c = P_0^c ; T = T_0 \quad \text{sur } (\Omega \cup \Gamma) \quad (5-153a)$$

b- conditions de Dirichlet (sur Γ_δ ; $\delta=g,c,T$) :

$$P^g(t) = \overline{P^g(t)} \quad \text{sur } \Gamma_g ; P^c(t) = \overline{P^c(t)} \quad \text{sur } \Gamma_c ; T(t) = \overline{T(t)} \quad \text{sur } \Gamma_T \quad (5-153b)$$

c- Conditions de Cauchy (sur Γ_δ^q)

$$\begin{aligned} J^\alpha .n &= \overline{q_\alpha} \quad \text{sur } \Gamma_g^q \quad (\text{flux imposé gaz}) \\ (J^w + J^{gw} + J_g^{gw}).n &= \overline{q_{gw}} + \overline{q_w} + \beta_c (\rho^{gw} - \rho_\infty^{gw}) \quad \text{sur } \Gamma_c^q \quad (\text{flux imposé hydrique}) \\ (J^w \Delta H_{vap} - \lambda_{eff} \nabla T).n &= \overline{q_T} + \alpha_c (T - T_\infty) + \gamma \sigma_0 \varepsilon_f (T^4 - T_f^4) \quad \text{sur } \Gamma_T^q \quad (\text{flux imposé thermique}) \end{aligned} \quad (5-154)$$

où : n est le vecteur normal extérieur d'une surface élémentaire d Ω ; $\overline{q_a} + \overline{q_{wg}} + \overline{q_w} + \overline{q_T}$ sont respectivement les flux imposés de l'air sec, de la vapeur, de l'eau liquide et de la température ; ρ^{gw} et T_∞ sont les densités de vapeur et la température du milieu extérieur ; α_c et β_c sont des coefficients d'échange convectifs de chaleur et de masse respectivement ; σ_0 est la constante de Stefan-Boltzmann ; ε_f est un coefficient de l'émissivité de radiation ; γ est un facteur de radiation.

CHAPITRE 6

MODELISATION DU PHENOMENE DE COUPLAGE HYGROTHERMIQUE DANS LA MASSE DU BETON SOUS HAUTES TEMPERATURES

6-1 Généralités

Il s'agit essentiellement de montrer dans ce chapitre comment passer à la discrétisation par éléments finis du modèle mathématique ainsi décrit dans le chapitre précédent par les équations différentielles (5-149a,b) et (5-152) qui caractérisent le phénomène de couplage entre la température et l'humidité contenue initialement dans la masse du béton. Nous utilisons la forme variationnelle à travers la méthode des résidus pondérés nous permettant de passer à l'écriture des équations de forme faible prêtes pour l'application de la méthode des éléments finis. Cette méthode sera appliquée en utilisant la procédure standard de Galerkin pour la discrétisation spatiale dont les variables principales seront classiquement exprimées à l'aide des fonctions d'interpolation sur les nœuds.

6-2 Forme matricielle des équations différentielles

Les équations différentielles d'équilibre (5-149a,b) et (5-152) à l'aide des conditions aux limites (5-153) peuvent se mettre sous la forme matricielle ou condensée suivante :

$$C \dot{X} - \nabla(K \nabla X) + K_v \nabla X - f = 0 \quad (6-1)$$

où :

$$C = \begin{bmatrix} C_{GG} & C_{GC} & C_{GT} \\ C_{CG} & C_{CC} & C_{CT} \\ C_{TG} & C_{TC} & C_{TC} \end{bmatrix}; \quad X = \begin{bmatrix} P^g \\ P^c \\ T \end{bmatrix}; \quad K = \begin{bmatrix} K_{GG} & K_{GC} & K_{GT} \\ K_{CG} & K_{CC} & K_{CT} \\ K_{TG} & K_{TC} & K_{TC} \end{bmatrix};$$

$$\nabla X = \begin{bmatrix} \nabla P^g \\ \nabla P^c \\ \nabla T \end{bmatrix}; \quad f = \begin{bmatrix} f_g \\ f_c \\ f_T \end{bmatrix}; \quad \nabla = \left[\frac{\partial}{\partial X}; \frac{\partial}{\partial Y} \right]^T; \quad K_v = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sum_{\alpha=l,g} C_p^\alpha J_X^\alpha & \sum_{\alpha=l,g} C_p^\alpha J_Y^\alpha \end{bmatrix}$$

Les conditions initiales (5-153) peuvent se reformuler comme suit :

$$X(t=0) = X^0 \quad \text{sur } (\Omega \cup \Gamma) \quad (6-2)$$

$$\text{où : } X^0 = \begin{bmatrix} P_0^g \\ P_0^c \\ T_0 \end{bmatrix}$$

De la même manière, nous reformulons les conditions imposées (5-153a,b,c) :

$$\text{- conditions de Dirichlet : } X(t) = \overline{X}(t) \quad \text{sur } \Gamma_x \quad (6-3)$$

$$\text{- condition de Newman : } \overline{Q_n} = \overline{Q} + Q_\infty \quad \text{sur } \Gamma^q \quad (6-4)$$

où :

$$\overline{X}(t) = \begin{bmatrix} \overline{P^g}(t) \\ \overline{P^c}(t) \\ \overline{T}(t) \end{bmatrix} ; \quad \overline{Q} = \begin{bmatrix} \overline{q^\alpha} \\ \overline{q^{gw}} + \overline{q^w} \\ \overline{q^T} \end{bmatrix} ; \quad Q^n = \begin{bmatrix} J^\alpha . n \\ (J^w + J^{gw} + J_g^{gw}).n \\ (-\lambda_{eff} \nabla T + J^w \Delta H_{vap}).n \end{bmatrix} ;$$

$$Q^\infty = \begin{bmatrix} 0 \\ \beta_c (J^{gw} - \rho_\infty^{gw}) \\ \alpha_c (T - T_\infty) + \gamma \sigma_0 \varepsilon_f (T^4 - T_f^4) \end{bmatrix}$$

6-3 Formulation variationnelle du modèle

On peut donc utiliser une méthode variationnelle pour résoudre le système que l'on vient de réécrire. Cette méthode est celle des résidus pondérées afin d'obtenir la forme faible. Si $t > 0$ les fonctions tests P^g, P^c, T de classe C^1 doivent satisfaire les conditions aux limites (6-3) et (6-4) que l'on vient de réécrire. On introduit alors des fonctions pondérées W^g, W^c, W^T de classe C^1 . Dans la formulation générale, il s'agit des fonctions génériques dont le choix sera limité de telle façon que :

$$W_K = 0, \quad X \in \Gamma_K \quad \text{et} \quad \overline{W_k} = -W_k, \quad X \in \Gamma_k^q \quad \text{avec } k = g, c, T \quad (6-5)$$

Introduisons maintenant la formulation variationnelle en multipliant l'équation (6-1) et (6-4) par $w = \langle w^g, w^c, w^T \rangle$ de telle manière que la condition de Dirichlet sur le contour Γ_x . On obtient :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} W^T C \dot{X} d\Omega - \int_{\Omega} W^T \nabla (K \nabla X) d\Omega + \int_{\Omega} W^T K_v \nabla X d\Omega \\ - \int_{\Omega} W^T f d\Omega + \int_{\Omega} W^T (\overline{Q} + Q_\infty - Q_n) d\Gamma^q \end{aligned} \quad (6-6)$$

Aux termes qui contiennent l'opérateur divergence, on peut appliquer le théorème de Green sous la forme :

$$\int_{\Omega} \phi \nabla^T \psi d\Omega = - \int_{\Omega} (\nabla \phi)^T \psi d\Omega + \int_{\Omega} \phi \psi n d\Gamma \quad (6-7)$$

avec ϕ une fonction scalaire et $\psi = \{\psi_x, \psi_y\}$. L'application de la relation (6-6) introduit des termes supplémentaires liés aux flux Γ_k^q sur la frontière permettant une élimination partielle en introduisant les conditions aux limites.

Dans la formulation variationnelle, la présence de dérivées de deuxième ordre des variables d'état nécessite la continuité d'un ordre supérieur des fonctions d'interpolations. L'introduction du théorème de Green permet de considérer les fonctions de base P^g, P^c, T et les fonctions poids $w = \langle w^g, w^c, w^T \rangle$ de classe C^0 . Ce qui donne ainsi en appliquant la relation (6-6) :

$$\int_{\Omega} W^T \nabla (K \nabla X) d\Omega = \int_{\Gamma^q} W^T K \nabla X d\Gamma^q - \int_{\Omega} \nabla W^T K \nabla X d\Omega \quad (6-7)$$

$$\text{avec } \int_{\Gamma^q} W^T K \nabla X d\Gamma^q = -Q_n \quad (6-8)$$

Si on remplace la relation (6-8) dans (6-6), on obtiendra finalement la forme faible suivante prête pour l'application de la méthode des éléments finis et de la méthode des différences finies:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} W^T C \dot{X} d\Omega + \int_{\Omega} \nabla W^T K \nabla X d\Omega + \int_{\Omega} W^T K_v \nabla X d\Omega \\ = \int_{\Omega} W^T f d\Omega - \int_{\Omega} W^T (\bar{Q} + Q_{\infty}) d\Gamma^q \end{aligned} \quad (6-9)$$

6-4 Discrétisation temporelle du modèle

La discrétisation du modèle dans le temps est faite par la méthode des différences finies qui nous permet d'écrire la formule suivante :

$$\left(\frac{\partial X}{\partial t} \right)_{n+\theta} = \frac{X_{n+1} - X_n}{\Delta t} ; 0 < \theta \leq 1 ; X_{n+\theta} = (1-\theta)X_n + \theta X_{n+1} \quad (6-10)$$

avec Δt le pas de temps, X_n et X_{n+1} les vecteurs des variables d'état au temps t_n et t_{n+1} . On peut bien entendu obtenir différents schémas d'intégration, selon la valeur de θ ($\theta = 1$: schéma implicite ou Euler Backward, $\theta = 0.5$ schéma de Crank-Nicholson, $\theta = 0$: schéma explicite ou Euler forward).

6-5 Discrétisation spatiale du modèle

La discrétisation du modèle en espace s'opère à l'aide de la méthode des éléments finis. Les variables principales sont s'expriment donc en fonctions des fonctions d'interpolations et de leurs valeurs aux nœuds. Soit pour un élément (e) ayant n nœuds:

$$X^{(e)}(t) = \begin{bmatrix} P^g(t) \\ P^c(t) \\ T(t) \end{bmatrix} = N^{(e)} \bar{X}^{(e)}(t) \quad (6-11)$$

$$\text{où } \bar{X}^{(e)}(t) = [P^{g1}(t), P^{c1}(t), T^1(t), P^{g2}(t), P^{c2}(t), T^2(t), \dots, P^{gn}(t), P^{cn}(t), T^n(t)]^T$$

$$N^{(e)} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & \dots & N_n & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & \dots & 0 & N_2 & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & \dots & 0 & 0 & N_n \end{bmatrix}^{(e)}$$

La relation (6-11) est introduite dans les équations du système en remplaçant les fonctions poids $w = \prec w^g, w^c, w^T \succ$ avec les fonctions d'interpolation correspondante N^g, N^c, N^T (méthode de Galerkin). Le vecteur gradient ∇X dans le cas d'un élément (e) s'écrit :

$$\nabla X^{(e)} = \nabla N^{(e)} \bar{X}^{(e)}(t) = B^{(e)} \bar{X}^{(e)}(t) \quad (6-12)$$

$$\text{où } B^{(e)} = [B_1, B_2, \dots, B_n]^{(e)} \quad \text{avec}$$

$$[B_i^{(e)}]^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} & \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{bmatrix}$$

En utilisant la relation (6-10), on peut écrire au temps $t_{n+\theta}$ soit pour $\theta = 1$ (schéma d'Euler Bachward) :

$$\tilde{C}_{n+1} \left(\frac{\bar{X}_{n+1} - \bar{X}_n}{\Delta t} \right) + \tilde{K}_{n+1} \bar{X}_{n+1} = F_{n+1} \quad (6-13)$$

où :

$$\begin{aligned} \tilde{C}_{n+1} &= \int_{\Omega} N^T C_{n+1} N d\Omega ; \quad \tilde{K}_{n+1} = \int_{\Omega} B^T K_{n+1} B d\Omega + \int_{\Omega} N^T K_{v,n+1} B d\Omega \\ F_{n+1} &= \int_{\Omega} N^T f_{n+1} d\Omega - \int_{\Gamma^q} N^T (\bar{Q}_{n+1} + Q_{\infty,n+1}) d\Gamma^q \end{aligned}$$

6-6 Linéarisation du système

Le système d'équations algébriques (6-13) est non linéaire : classiquement, on applique la méthode itérative de Newton-Raphson pour la linéarisation. On écrit ainsi pour le vecteur résidu :

$$R(\overline{X}_{n+1}) = \tilde{C}_{n+1} \left(\frac{\overline{X}_{n+1} - \overline{X}_n}{\Delta t} \right) + \tilde{K}_{n+1} \overline{X}_{n+1} - F_{n+1} \quad (6-14)$$

On construit une suite d'approximations $\overline{X}_{i=0,1,2,\dots}$ telle que :

$$\overline{X}_{n+1}^{i+1} = \overline{X}_{n+1}^i + \Delta \overline{X}_{n+1}^{i+1} \quad (6-15)$$

Le développement du résidu (6-14) en série de Taylor permet d'écrire :

$$R(\overline{X}_{n+1}^{i+1}) = R(\overline{X}_{n+1}^i) + \left[\frac{\partial R}{\partial X} \right]_{\overline{X}_{n+1}^i} \cdot \Delta \overline{X}_{n+1}^{i+1} \approx 0 \quad (6-16)$$

Cette équation représente un système d'équations linéaire qu'on peut écrire sous la forme :

$$\tilde{K}_{n+1}^{T,i} \Delta \overline{X}_{n+1}^{i+1} = -R(\overline{X}_{n+1}^i) \quad (6-17)$$

où la matrice tangente :

$$\tilde{K}_{n+1}^{T,i} = \left[\frac{\partial R}{\partial X} \right]_{\overline{X}_{n+1}^i} = \left[\tilde{C}_{n+1}^i + \frac{\partial \tilde{C}_{n+1}^i}{\partial X} \left(\frac{\overline{X}_{n+1} - \overline{X}_n}{\Delta t} \right) \right] + \left[\tilde{K}_{n+1} + \frac{\partial \tilde{K}_{n+1}}{\partial X} \cdot \overline{X}_{n+1} \right] - \left[\frac{\partial F_{n+1}}{\partial X} \right] \quad (6-18)$$

On définit le critère de convergence, ε étant la norme admissible de convergence, comme suit :

$$\frac{\|R^{Pg}\|}{\|\overline{R}^{Pg}\|} + \frac{\|R^{Pc}\|}{\|\overline{R}^{Pc}\|} + \frac{\|R^T\|}{\|\overline{R}^T\|} < \varepsilon \quad (6-19)$$

où $\|R^{Pg}\|$, $\|R^{Pc}\|$ et $\|R^T\|$ sont les normes des composantes du vecteur résidu R associées aux variables P^g , P^c , T, définies respectivement :

$$\|R^{Pg}\| = \sqrt{\sum_{i=P^{gi}} (R[i])^2} ; \|R^{Pc}\| = \sqrt{\sum_{i=P^{pci}} (R[i])^2} ; \|R^T\| = \sqrt{\sum_{i=T} (R[i])^2} \quad (6-20)$$

$\|\overline{R}^{Pg}\|$, $\|\overline{R}^{Pc}\|$ et $\|\overline{R}^T\|$ sont respectivement la somme de la norme des composantes de flux externes associées aux variables d'état, définies par :

$$\|\overline{R}^{Pg}\| = \sqrt{\sum_{i=P^{gi}} (R[i])^2} + \sqrt{\sum_{i=P^g} (F[i])^2} \quad (6-21a)$$

$$\left\| \overline{R}^{Pc} \right\| = \sqrt{\sum_{\substack{i=P^{ci} \\ \text{avec } P^{ci} \neq P^{cii}}} (R[i])^2} + \sqrt{\sum_{i=P^c} (F[i])^2} \quad (6-21b)$$

$$\left\| \overline{R}^T \right\| = \sqrt{\sum_{\substack{i=T^i \\ \text{avec } T^i \neq T^{\bar{i}}}} (R[i])^2} + \sqrt{\sum_{i=T^i} (F[i])^2} \quad (6-21c)$$

6-7 Implémentation et expérimentation numérique

Les équations générales d'équilibre incrémentales (6-13) sont traduites en langage d'ordinateur Fortran 90 dont le programme principal s'intitule HTPROG (**H**igh **thermal**-hygral **program analysis**) qui enchaîne l'exécution d'un ensemble de sous programmes ayant chacun une fonction spécifique. L'algorithme de résolution utilise un procédé incrémental basé sur la méthode de Newton Raphson et emploie comme méthode de résolution la technique frontale en raison du nombre important d'équations algébriques à résoudre. Ci-dessous, nous illustrons un exemple portant sur l'analyse d'une colonne de 25x25 cm, fait d'un béton de classe C60 et chauffée sur ses quatre faces par un scénario de feu conventionnel ISO834.

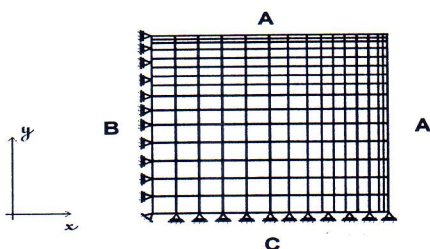
6-7-1 Propriétés à 20°C et conditions aux limites

Les propriétés caractéristiques, à température ambiante, ainsi que les conditions aux limites adoptées sont récapitulées dans les tableaux 6-1 et 6-2. Aux figures 6-1 et 6-2, nous montrons en fonction de saturation l'évolution de la diffusivité de l'eau liée chimiquement et de l'eau adsorbée. Sur les figures 6-3 et 6-4, nous montrons la variation de la porosité et de la perméabilité en fonction de la température.

Tab. 6-1 : Propriétés caractéristiques du béton de classe C60 à 20°C

Parameter	Symbol	Unit	Value
Porosity	ϕ	[-]	0.082
Intrinsic permeability	k	[m ²]	2×10 ⁻¹⁸
Apparent density	ρ	[kg/m ³]	2564
Specific heat	C_p^s	[J/kgK]	855
Thermal conductivity	χ	[W/mK]	1.92
Young's modulus	E	[GPa]	34.52
Poisson's ratio	ν	[-]	0.18
Compressive strength	f_c	[MPa]	60
Tensile strength	f_t	[MPa]	6.0

Tab. 6-2 Conditions aux limites utilisées

		
Side	Variables	Values and coefficients
A	u_x u_y p^g p^c <i>T</i> : Convective <i>T</i> : Radiative	$u_x=0$ $u_y=0$ $p^g=101325$ [Pa] $p^{gw}=1000$ [Pa], $\beta_c=0.18$ [M s ⁻¹] $T=$ ISO-FIRE [K], $\alpha_c=18$ [W m ⁻² K] $\varepsilon\sigma_0=5.1\cdot 10^{-8}$ [W m ⁻² K ⁻¹]
B	u_y p^g p^c <i>T</i>	$u_y=0$ $q^g=0$ $q^{gw}=q^w=0$ $q^T=0$
C	u_y p^g p^c <i>T</i>	$u_y=0$ $q^g=0$ $q^{gw}=q^w=0$ $q^T=0$

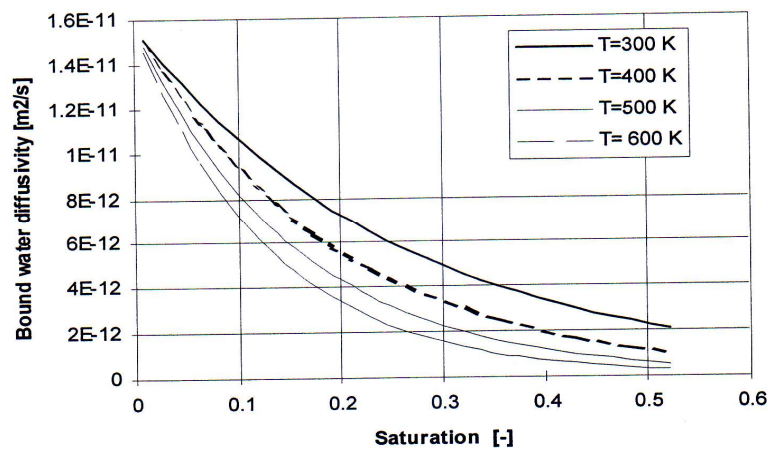


Figure 6-1 : Evolution en fonction de la saturation de la diffusivité de l'eau liée

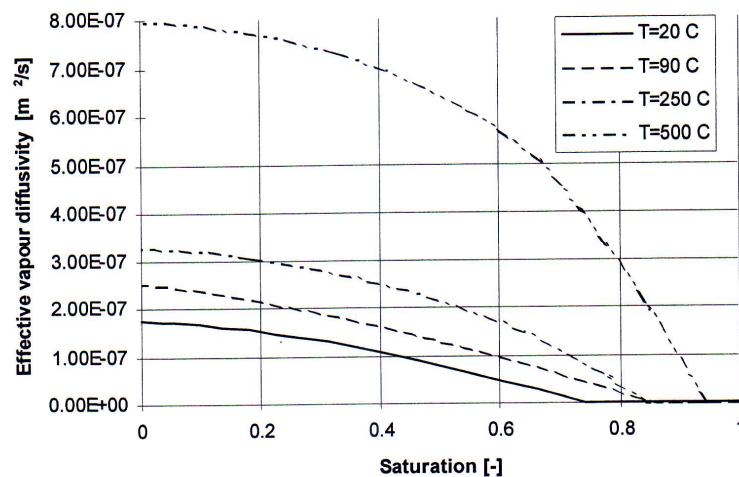


Figure 6-2 : Evolution en fonction de la saturation de la diffusivité de l'eau évaporable

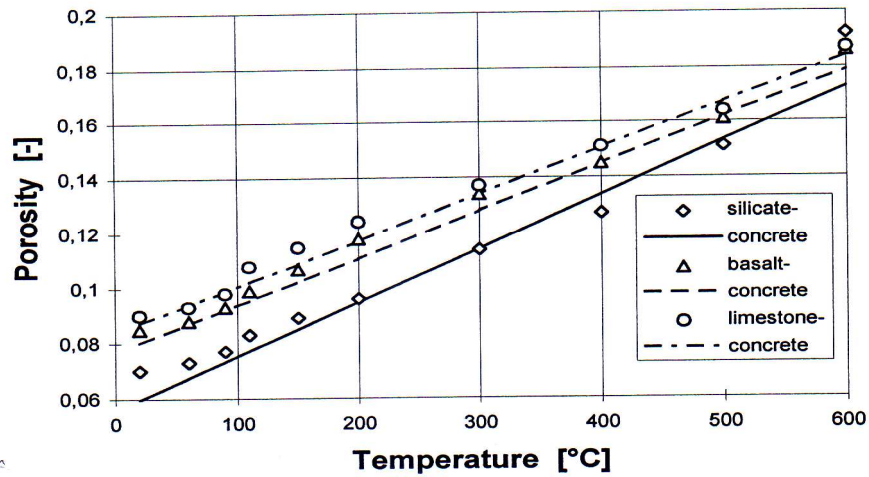


Figure 6-3 : Evolution de la porosité en fonction de la température

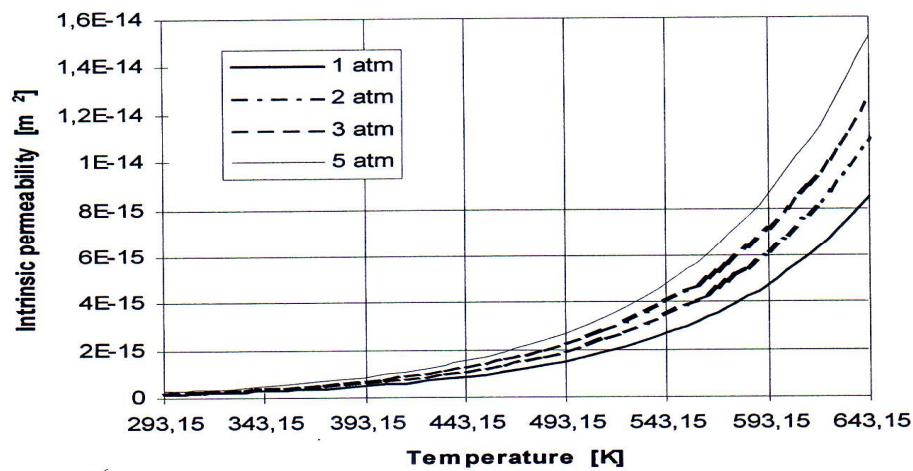


Figure 6-4: Evolution de la perméabilité intrinsèque en fonction de la température

6-7-2 Fichier de données : col5x5.inp

```
! Description of the simulation
COLUMN_5x5
! Restart code , Problem type code
-1,0
! Names of the output file and the binary file to be produced
'col1.BIN'
'col1.PRN'
! Time and number step, number of time steps after which the results are
saved
1.0e-2,36000,1000
! Value of the convergence criterion, maximum number of iterations
1.0e-5,30
! Gravity acceleration, angle between the gravity acceleration and the mesh
0,0
```

```

! Code for the mesh generation, scale factors of the mesh for the x and y axis
1,0.001,0.001
! Nodes, elements, nodes for an element, number of integration points
96, 25, 8,3
! Number of nodes on which one or more boundary conditions are imposed
40
! Number rows and columns of elements, Code for the automatic numeration
of nodes
5,5,0
! x coordinates of the nodes at the corner of elements
0.0,50.,100.,130.,140.,150.
! y coordinates of the nodes at the corner of elements
0.0,50.,100.,130.,140.,150.
! Total number of material
1
! Connectivities for identifier of the element material
1,25,1,2
! Initial conditions
101325,9.3779e7, 293.15, 0, 0
! Boundary conditions
2, 1, 4, 1, 0.0, 0.0, 5, 1, 0.0, 0.0
1, 2, 5, 1, 0.0, 0.0
1, 3, 5, 1, 0.0, 0.0
1, 4, 5, 1, 0.0, 0.0
1, 5, 5, 1, 0.0, 0.0
1, 6, 5, 1, 0.0, 0.0
1, 7, 5, 1, 0.0, 0.0
1, 8, 5, 1, 0.0, 0.0
1, 9, 5, 1, 0.0, 0.0
1, 10, 5, 1, 0.0, 0.0
4, 11, 1, 1, 1.01325E5, 0.0, 2, 3, 0.0, 0.028, 3, 4, 293.15, 7, 5, 1, 0.0, 0.0
1, 12, 4, 1, 0.0, 0.0
3, 17, 1, 1, 1.01325E5, 0.0, 2, 3, 0.0, 0.028, 3, 4, 293.15, 7
1, 18, 4, 1, 0.0, 0.0
3, 28, 1, 1, 1.01325E5, 0.0, 2, 3, 0.0, 0.028, 3, 4, 293.15, 7
1, 29, 4, 1, 0.0, 0.0
3, 34, 1, 1, 1.01325E5, 0.0, 2, 3, 0.0, 0.028, 3, 4, 293.15, 7
1, 35, 4, 1, 0.0, 0.0
3, 45, 1, 1, 1.01325E5, 0.0, 2, 3, 0.0, 0.028, 3, 4, 293.15, 7
1, 46, 4, 1, 0.0, 0.0
3, 51, 1, 1, 1.01325E5, 0.0, 2, 3, 0.0, 0.028, 3, 4, 293.15, 7
1, 52, 4, 1, 0.0, 0.0
3, 62, 1, 1, 1.01325E5, 0.0, 2, 3, 0.0, 0.028, 3, 4, 293.15, 7
1, 63, 4, 1, 0.0, 0.0
3, 68, 1, 1, 1.01325E5, 0.0, 2, 3, 0.0, 0.028, 3, 4, 293.15, 7
1, 69, 4, 1, 0.0, 0.0
3, 79, 1, 1, 1.01325E5, 0.0, 2, 3, 0.0, 0.028, 3, 4, 293.15, 7
1, 80, 4, 1, 0.0, 0.0
3, 85, 1, 1, 1.01325E5, 0.0, 2, 3, 0.0, 0.028, 3, 4, 293.15, 7
4, 86, 1, 1, 1.01325E5, 0.0, 2, 3, 0.0, 0.028, 3, 4, 293.15, 7, 4, 1, 0.0, 0.0
3, 87, 1, 1, 1.01325E5, 0.0, 2, 3, 0.0, 0.028, 3, 4, 293.15, 7
3, 88, 1, 1, 1.01325E5, 0.0, 2, 3, 0.0, 0.028, 3, 4, 293.15, 7
3, 89, 1, 1, 1.01325E5, 0.0, 2, 3, 0.0, 0.028, 3, 4, 293.15, 7
3, 90, 1, 1, 1.01325E5, 0.0, 2, 3, 0.0, 0.028, 3, 4, 293.15, 7
3, 91, 1, 1, 1.01325E5, 0.0, 2, 3, 0.0, 0.028, 3, 4, 293.15, 7
3, 92, 1, 1, 1.01325E5, 0.0, 2, 3, 0.0, 0.028, 3, 4, 293.15, 7
3, 93, 1, 1, 1.01325E5, 0.0, 2, 3, 0.0, 0.028, 3, 4, 293.15, 7
3, 94, 1, 1, 1.01325E5, 0.0, 2, 3, 0.0, 0.028, 3, 4, 293.15, 7
3, 95, 1, 1, 1.01325E5, 0.0, 2, 3, 0.0, 0.028, 3, 4, 293.15, 7
3, 96, 1, 1, 1.01325E5, 0.0, 2, 3, 0.0, 0.028, 3, 4, 293.15, 7
! Stop input data file

```

6-7-3 Fichier de sortie : col5x5.out

```

-----VERSION: 01.00 DATE: 01-09-2013-----
----- HTPROG CODE -----
*****
*****
*****
*****
*****
*
*
*COLUMN_5x5
*
*****

TYPE OF SOLVER           =FRONTAL
NUMBER OF NODES          = 96
NUMBER OF ELEMENTS       = 25
NUMBER OF NODES PER ELEMENT = 8
CODE FOR UPWINDING       = 0
CODE FOR AXIALSIMMETRY   = 0
GRAVITY ACCELERATION     = 0.0000
ALPHA                    = 0.0000
RELAXATION FACTOR        = 0.1000000000E+01
BETA GRAV 1              = 0.0000000000E+00
BETA GRAV 2              = 0.0000000000E+00

TIME INTERVAL (s) 1.000000000000000E-002
NO. OF TIME STEPS 36000

GAUSS POINT INTEGRATION RULE = 3
RESULTS PRINTED OUT AFTER EVERY NSTEPS= 1000
MAXIMUM NO. OF ITERATIONS ALLOWED = 30

IORIZZ = 0
1

MESH DESCRIPTION

0.1500 86 88 90 92 94 96
0.1400 69 71 73 75 77 79
0.1300 52 54 56 58 60 62
0.1000 35 37 39 41 43 45
0.0500 18 20 22 24 26 28
0.0000 1 3 5 7 9 11
0.0000 0.0500 0.1000 0.1300 0.1400 0.1500
ELEMENT NODE NUMBERING
1 1 2 3 13 20 19 18 12
2 3 4 5 14 22 21 20 13
3 5 6 7 15 24 23 22 14
4 7 8 9 16 26 25 24 15
5 9 10 11 17 28 27 26 16
6 18 19 20 30 37 36 35 29
7 20 21 22 31 39 38 37 30
8 22 23 24 32 41 40 39 31

```

PHYSICAL DATA

NODE	X-COORD	Y-COORD	NODE	X-COORD	Y-COORD	NODE	X-COORD	Y-COORD
1	0.0000	0.0000	2	0.0250	0.0000	3	0.0500	0.0000
4	0.0750	0.0000	5	0.1000	0.0000	6	0.1150	0.0000
7	0.1300	0.0000	8	0.1350	0.0000	9	0.1400	0.0000
10	0.1450	0.0000	11	0.1500	0.0000	12	0.0000	0.0250
13	0.0500	0.0250	14	0.1000	0.0250	15	0.1300	0.0250
16	0.1400	0.0250	17	0.1500	0.0250	18	0.0000	0.0500
19	0.0250	0.0500	20	0.0500	0.0500	21	0.0750	0.0500
22	0.1000	0.0500	23	0.1150	0.0500	24	0.1300	0.0500
25	0.1350	0.0500	26	0.1400	0.0500	27	0.1450	0.0500
28	0.1500	0.0500	29	0.0000	0.0750	30	0.0500	0.0750
31	0.1000	0.0750	32	0.1300	0.0750	33	0.1400	0.0750
34	0.1500	0.0750	35	0.0000	0.1000	36	0.0250	0.1000
37	0.0500	0.1000	38	0.0750	0.1000	39	0.1000	0.1000
40	0.1150	0.1000	41	0.1300	0.1000	42	0.1350	0.1000
43	0.1400	0.1000	44	0.1450	0.1000	45	0.1500	0.1000
46	0.0000	0.1150	47	0.0500	0.1150	48	0.1000	0.1150
49	0.1300	0.1150	50	0.1400	0.1150	51	0.1500	0.1150
52	0.0000	0.1300	53	0.0250	0.1300	54	0.0500	0.1300
55	0.0750	0.1300	56	0.1000	0.1300	57	0.1150	0.1300
58	0.1300	0.1300	59	0.1350	0.1300	60	0.1400	0.1300
61	0.1450	0.1300	62	0.1500	0.1300	63	0.0000	0.1350
64	0.0500	0.1350	65	0.1000	0.1350	66	0.1300	0.1350
67	0.1400	0.1350	68	0.1500	0.1350	69	0.0000	0.1400
70	0.0250	0.1400	71	0.0500	0.1400	72	0.0750	0.1400
73	0.1000	0.1400	74	0.1150	0.1400	75	0.1300	0.1400
76	0.1350	0.1400	77	0.1400	0.1400	78	0.1450	0.1400
79	0.1500	0.1400	80	0.0000	0.1450	81	0.0500	0.1450
82	0.1000	0.1450	83	0.1300	0.1450	84	0.1400	0.1450
85	0.1500	0.1450	86	0.0000	0.1500	87	0.0250	0.1500
88	0.0500	0.1500	89	0.0750	0.1500	90	0.1000	0.1500
91	0.1150	0.1500	92	0.1300	0.1500	93	0.1350	0.1500
94	0.1400	0.1500	95	0.1450	0.1500	96	0.1500	0.1500

ACTUAL VARIABLES VALUE (PG-PC-TE-UX-UY-SS-RH)

1	0.10132E+06	0.93779E+08	0.29315E+03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.27340E+00	0.50141E+00
2	0.10132E+06	0.93779E+08	0.29315E+03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.27340E+00	0.50141E+00
3	0.10132E+06	0.93779E+08	0.29315E+03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.27340E+00	0.50141E+00
4	0.10132E+06	0.93779E+08	0.29315E+03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.27340E+00	0.50141E+00
5	0.10132E+06	0.93779E+08	0.29315E+03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.27340E+00	0.50141E+00
6	0.10132E+06	0.93779E+08	0.29315E+03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.27340E+00	0.50141E+00
7	0.10132E+06	0.93779E+08	0.29315E+03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.27340E+00	0.50141E+00

92	0.10132E+06	0.93779E+08	0.29315E+03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.27340E+00	0.50141E+00
93	0.10132E+06	0.93779E+08	0.29315E+03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.27340E+00	0.50141E+00
94	0.10132E+06	0.93779E+08	0.29315E+03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.27340E+00	0.50141E+00
95	0.10132E+06	0.93779E+08	0.29315E+03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.27340E+00	0.50141E+00
96	0.10132E+06	0.93779E+08	0.29315E+03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.27340E+00	0.50141E+00

ACTUAL MECHANICAL DAMAGE

1	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
2	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
3	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
4	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00

ACTUAL MECHANICAL DAMAGE

1	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
2	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
3	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
4	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00

22 0.000E+00 0.000E+00 0.000E+00 0.000E+00 0.000E+00 0.000E+00 0.000E+00 0.000E+00 0.000E+00
 23 0.000E+00 0.000E+00 0.000E+00 0.000E+00 0.000E+00 0.000E+00 0.000E+00 0.000E+00 0.000E+00
 24 0.000E+00 0.000E+00 0.000E+00 0.000E+00 0.000E+00 0.000E+00 0.000E+00 0.000E+00 0.000E+00
 25 0.000E+00 0.000E+00 0.000E+00 0.000E+00 0.000E+00 0.000E+00 0.000E+00 0.000E+00 0.000E+00

PRESCRIBED VALUES

TOTAL NUMBER OF PRESCRIBED B.C. = 40

NODE	D.O.F. 1			D.O.F. 2			D.O.F. 3			D.O.F. 4			D.O.F. 5		
	Id	Value	Coeff	Id	Value	Coeff	Id	Value	Coeff	Id	Value	Coeff	Id	Value	Coeff
1							1	0.0000E+00	0.0000E+00	1	0.0000E+00	0.0000E+00			
2										1	0.0000E+00	0.0000E+00			
3										1	0.0000E+00	0.0000E+00			
4										1	0.0000E+00				

92 1 0.1013E+06 0.0000E+00 3 0.0000E+00 0.2800E-01 4 0.2931E+03 0.7000E+01
 93 1 0.1013E+06 0.0000E+00 3 0.0000E+00 0.2800E-01 4 0.2931E+03 0.7000E+01
 94 1 0.1013E+06 0.0000E+00 3 0.0000E+00 0.2800E-01 4 0.2931E+03 0.7000E+01
 95 1 0.1013E+06 0.0000E+00 3 0.0000E+00 0.2800E-01 4 0.2931E+03 0.7000E+01
 96 1 0.1013E+06 0.0000E+00 3 0.0000E+00 0.2800E-01 4 0.2931E+03 0.7000E+01

STEP : 1 - DTIME : 0.100000E-01 s - TIME : 0.100000E-01 s

ACT. DTIME : 0.100000E-01 s - TIME : 0.100000E-01 s

IT. CRITER.	PG	PC	T	UX	UY	D
001	0.1000E+01	0.1013E+06	0.9883E+08	293.15	0.4949E-03	0.4949E-03 0.0000
002	0.3391E-02	0.1013E+06	0.9912E+08	293.15	0.4949E-03	0.4949E-03 0.0000
003	0.3509E-03	0.1013E+06	0.9906E+08	293.15	0.4949E-03	0.4949E-03 0.0000
004	0.1781E-05	0.1013E+06	0.9906E+08	293.15	0.4949E-03	0.4949E-03 0.0000

STEP : 3 - DTIME : 0.100000E-01 s - TIME : 0.300000E-01 s

ACT. DTIME : 0.100000E-01 s - TIME : 0.300000E-01 s

IT. CRITER.	PG	PC	T	UX	UY	D
001	0.6358E-04	0.1013E+06	0.9909E+08	293.15	0.4949E-03	0.4949E-03 0.0000
002	0.1115E-05	0.1013E+06	0.9909E+08	293.15		

STEP : 1000 - DTIME : 0.100000E-01 s - TIME : 0.100000E+02 s

ACT. DTIME : 0.100000E-01 s - TIME : 0.100000E+02 s

IT. CRITER.	PG	PC	T	UX	UY	D
001	0.5898E-04	0.1013E+06	0.1224E+09	296.16	0.4951E-03	0.4951E-03 0.0000
002	0.1003E-05	0.1013E+06	0.1224E+09	296.16	0.4951E-03	0.4951E-03 0.0000

NODE	GAS PRESS	CAP. PRESS	TEMPERATURE	X-DISPL.	Y-DISPL.	SATURATION	VAP. PRESS	REL. HUM.
------	-----------	------------	-------------	----------	----------	------------	------------	-----------

1	0.96295E+05	0.98856E+08	0.29315E+03	0.00000E+00	0.00000E+00	0.26283E+00	0.11297E+04	0.48301E+00
2	0.96330E+05	0.98837E+08	0.29315E+03	0.82485E-04	0.00000E+00	0.26287E+00	0.11298E+04	0.48308E+00
3	0.96363E+05	0.98825E+08	0.29315E+03	0.16497E-03	0.00000E+00	0.26289E+00	0.11299E+04	0.48312E+00
4	0.96330E+05	0.98835E+08	0.29315E+03	0.24745E-03	0.00000E+00	0.26287E+00	0.11298E+04	0.48309E+00
5	0.96296E+05	0.98876E+08	0.29315E+03	0.32993E-03	0.00000E+00	0.26279E+00	0.11295E+04	0.48294E+00
6	0.96333E+05	0.98814E+08	0.29315E+03	0.37943E-03	0.00000E+00	0.26291E+00	0.11300E+04	0.48316E+00
7	0.96347E+05	0.98987E+08	0.29315E+03	0.42891E-03	0.00000E+00	0.26257E+00	0.11287E+04	0.48255E+00
8	0.96372E+05	0.98575E+08	0.29316E+03	0.44541E-03	0.00000E+00	0.26339E+00	0.11325E+04	0.48402E+00
9	0.96522E+05	0.10077E+09	0.29322E+03	0.46190E-03	0.00000E+00	0.25902E+00	0.11189E+04	0.47632E+00
10	0.96322E+05	0.97213E+08	0.29316E+03	0.47841E-03	0.00000E+00	0.26614E+00	0.11443E+04	0.48890E+00
11	0.10132E+06	0.11008E+09	0.29466E+03	0.49494E-03	0.00000E+00	0.24145E+00	0.11452E+04	0.44628E+00
12	0.96330E+05	0.98837E+08	0.29315E+03	0.00000E+00	0.82485E-04	0.26287E+00	0.11298E+04	0.48308E+00
13	0.96329E+05	0.98840E+08	0.29315E+03	0.16497E-03	0.82487E-04	0.26286E+00	0.11298E+04	0.48307E+00
14	0.96328E+05	0.98858E+08	0.29315E+03	0.32994E-03	0.82489E-04	0.26283E+00	0.11297E+04	0.48301E+00

15	0.96319E+05	0.99002E+08	0.29315E+03	0.42892E-03	0.82488E-04	0.26254E+00	0.11285E+04	0.48249E+00
16	0.96521E+05	0.10075E+09	0.29322E+03	0.46191E-03	0.82487E-04	0.25906E+00	0.11191E+04	0.47639E+00
17	0.10132E+06	0.11010E+09	0.29466E+03	0.49494E-03	0.82490E-04	0.24142E+00	0.11451E+04	0.44622E+00
18	0.96363E+05	0.98825E+08	0.29315E+03	0.00000E+00	0.16497E-03	0.26289E+00	0.11299E+04	0.48312E+00
19	0.96329E+05	0.98840E+08	0.29315E+03	0.82487E-04	0.16497E-03	0.26286E+00	0.11298E+04	0.48307E+00
20	0.96296E+05	0.98861E+08	0.29315E+03	0.16497E-03	0.16497E-03	0.26282E+00	0.11296E+04	0.48299E+00
21	0.96330E+05	0.98837E+08	0.29315E+03	0.24746E-03	0.16498E-03	0.26287E+00	0.11298E+04	0.48308E+00
22	0.96358E+05	0.98845E+08	0.29315E+03	0.32994E-03	0.16498E-03	0.26285E+00	0.11298E+04	0.48305E+00
23	0.96330E+05	0.98817E+08	0.29315E+03	0.37943E-03	0.16498E-03	0.26291E+00	0.11300E+04	0.48315E+00
24	0.96293E+05	0.99023E+08	0.29315E+03	0.42892E-03	0.16498E-03	0.26249E+00	0.11284E+04	0.48242E+00
25	0.96379E+05	0.98578E+08	0.29316E+03	0.44541E-03	0.16498E-03	0.26338E+00	0.11324E+04	0.48401E+00
26	0.96517E+05	0.10074E+09	0.29322E+03	0.46192E-03	0.16498E-03	0.25909E+00	0.11192E+04	0.47644E+00
27	0.96336E+05	0.97215E+08	0.29316E+03	0.47839E-03	0.16498E-03	0.26614E+00	0.11443E+04	0.48890E+00
28	0.10132E+06	0.11013E+09	0.29466E+03	0.49495E-03	0.16498E-03	0.24138E+00	0.11449E+04	0.44613E+00
29	0.96330E+05	0.98835E+08	0.29315E+03	0.00000E+00	0.24745E-03	0.26287E+00	0.11298E+04	0.48309E+00
30	0.96330E+05	0.98837E+08	0.29315E+03	0.16498E-03	0.24746E-03	0.26287E+00	0.11298E+04	0.48308E+00
31	0.96328E+05	0.98855E+08	0.29315E+03	0.32995E-03	0.24747E-03	0.26283E+00	0.11297E+04	0.48302E+00
32	0.96320E+05	0.99000E+08	0.29315E+03	0.42893E-03	0.24747E-03	0.26254E+00	0.11285E+04	0.48250E+00
33	0.96528E+05	0.10075E+09	0.29322E+03	0.46192E-03	0.24747E-03	0.25907E+00	0.11191E+04	0.47640E+00
34	0.10132E+06	0.11010E+09	0.29466E+03	0.49495E-03	0.24746E-03	0.24143E+00	0.11451E+04	0.44623E+00
35	0.96296E+05	0.98876E+08	0.29315E+03	0.00000E+00	0.32993E-03	0.26279E+00	0.11295E+04	0.48294E+00
36	0.96328E+05	0.98858E+08	0.29315E+03	0.82489E-04	0.32994E-03	0.26283E+00	0.11297E+04	0.48301E+00
37	0.96358E+05	0.98845E+08	0.29315E+03	0.16498E-03	0.32994E-03	0.26285E+00	0.11298E+04	0.48305E+00
38	0.96328E+05	0.98855E+08	0.29315E+03	0.24747E-03	0.32995E-03	0.26283E+00	0.11297E+04	0.48302E+00
39	0.96299E+05	0.98897E+08	0.29315E+03	0.32995E-03	0.32995E-03	0.26275E+00	0.11293E+04	0.48287E+00
40	0.96331E+05	0.98835E+08	0.29315E+03	0.37945E-03	0.32996E-03	0.26287E+00	0.11298E+04	0.48309E+00
41	0.96336E+05	0.99008E+08	0.29315E+03	0.42893E-03	0.32996E-03	0.26253E+00	0.11285E+04	0.48247E+00
42	0.96372E+05	0.98595E+08	0.29316E+03	0.44544E-03	0.32996E-03	0.26335E+00	0.11323E+04	0.48395E+00
43	0.96544E+05	0.10079E+09	0.29322E+03	0.46193E-03	0.32996E-03	0.25899E+00	0.11188E+04	0.47625E+00
44	0.96305E+05	0.97236E+08	0.29316E+03	0.47843E-03	0.32996E-03	0.26609E+00	0.11441E+04	0.48882E+00
45	0.10132E+06	0.11010E+09	0.29466E+03	0.49496E-03	0.32996E-03	0.24142E+00	0.11451E+04	0.44622E+00
46	0.96333E+05	0.98814E+08	0.29315E+03	0.00000E+00	0.37943E-03	0.26291E+00	0.11300E+04	0.48316E+00
47	0.96330E+05	0.98817E+08	0.29315E+03	0.16498E-03	0.37943E-03	0.26291E+00	0.11300E+04	0.48315E+00
48	0.96331E+05	0.98835E+08	0.29315E+03	0.32996E-03	0.37945E-03	0.26287E+00	0.11298E+04	0.48309E+00
49	0.96322E+05	0.98980E+08	0.29315E+03	0.42895E-03	0.37946E-03	0.26258E+00	0.11287E+04	0.48257E+00
50	0.96505E+05	0.10073E+09	0.29322E+03	0.46194E-03	0.37946E-03	0.25910E+00	0.11193E+04	0.47646E+00
51	0.10132E+06	0.11008E+09	0.29466E+03	0.49497E-03	0.37946E-03	0.24145E+00	0.11452E+04	0.44628E+00
52	0.96347E+05	0.98987E+08	0.29315E+03	0.00000E+00	0.42891E-03	0.26257E+00	0.11287E+04	0.48255E+00
53	0.96319E+05	0.99002E+08	0.29315E+03	0.82488E-04	0.42892E-03	0.26254E+00	0.11285E+04	0.48249E+00
54	0.96293E+05	0.99023E+08	0.29315E+03	0.16498E-03	0.42892E-03	0.26249E+00	0.11284E+04	0.48242E+00
55	0.96320E+05	0.99000E+08	0.29315E+03	0.24747E-03	0.42893E-03	0.26254E+00	0.11285E+04	0.48250E+00
56	0.96336E+05	0.99008E+08	0.29315E+03	0.32996E-03	0.42893E-03	0.26253E+00	0.11285E+04	0.48247E+00
57	0.96322E+05	0.98980E+08	0.29315E+03	0.37946E-03	0.42895E-03	0.26258E+00	0.11287E+04	0.48257E+00
58	0.96308E+05	0.99185E+08	0.29315E+03	0.42896E-03	0.42896E-03	0.26217E+00	0.11271E+04	0.48185E+00
59	0.96351E+05	0.98738E+08	0.29316E+03	0.44545E-03	0.42896E-03	0.26306E+00	0.11311E+04	0.48344E+00
60	0.96419E+05	0.10090E+09	0.29322E+03	0.46196E-03	0.42896E-03	0.25877E+00	0.11179E+04	0.47586E+00
61	0.96392E+05	0.97377E+08	0.29316E+03	0.47843E-03	0.42896E-03	0.26580E+00	0.11430E+04	0.48831E+00
62	0.10132E+06	0.11032E+09	0.29466E+03	0.49499E-03	0.42896E-03	0.24105E+00	0.11434E+04	0.44550E+00

ACT. DTIME : 0.500000E-02 s - TIME : 0.226385E+03 s

IT.	CRITER.	PG	PC	T	UX	UY	D
001	0.2129E+00	0.4303E+06	0.1960E+10	558.06	0.5609E-03	0.5609E-03	0.0000
002	0.2548E+00	0.4303E+06	0.1754E+10	557.97	0.5609E-03	0.5609E-03	0.0000
003	0.7052E-01	0.4303E+06	0.1811E+10	557.99	0.5609E-03	0.5609E-03	0.0000
004	0.4246E-01	0.4303E+06	0.1776E+10	557.98	0.5609E-03	0.5609E-03	0.0000
005	0.1369E-01	0.4303E+06	0.1788E+10	557.98	0.5609E-03	0.5609E-03	0.0000
006	0.5758E-02	0.4303E+06	0.1783E+10	557.98	0.5609E-03	0.5609E-03	0.0000
007	0.2091E-02	0.4303E+06	0.1785E+10	557.98	0.5609E-03	0.5609E-03	0.0000
008	0.8087E-03	0.4303E+06	0.1784E+10	557.98	0.5609E-03	0.5609E-03	0.0000
009	0.3042E-03	0.4303E+06	0.1784E+10	557.98	0.5609E-03	0.5609E-03	0.0000
010	0.1158E-03	0.4303E+06	0.1784E+10	557.98	0.5609E-03	0.5609E-03	0.0000
011	0.4384E-04	0.4303E+06	0.1784E+10	557.98	0.5609E-03	0.5609E-03	0.0000
012	0.1664E-04	0.4303E+06	0.1784E+10	557.98	0.5609E-03	0.5609E-03	0.0000
013	0.6313E-05	0.4303E+06	0.1784E+10	557.98	0.5609E-03	0.5609E-03	0.0000

ACT. DTIME : 0.500000E-02 s - TIME : 0.226390E+03 s

IT.	CRITER.	PG	PC	T	UX	UY	D
001	0.2129E+00	0.4303E+06	0.1960E+10	558.06	0.5609E-03	0.5609E-03	0.0000
002	0.2549E+00	0.4303E+06	0.1754E+10	557.97	0.5609E-03	0.5609E-03	0.0000
003	0.7058E-01	0.4303E+06	0.1811E+10	558.00	0.5609E-03	0.5609E-03	0.0000
004	0.4251E-01	0.4303E+06	0.1776E+10	557.98	0.5609E-03	0.5609E-03	0.0000
005	0.1371E-01	0.4303E+06	0.1788E+10	557.99	0.5609E-03	0.5609E-03	0.0000
006	0.5768E-02	0.4303E+06	0.1783E+10	557.98	0.5609E-03	0.5609E-03	0.0000
007	0.2096E-02	0.4303E+06	0.1785E+10	557.98	0.5609E-03	0.5609E-03	0.0000
008	0.8107E-03	0.4303E+06	0.1784E+10	557.98	0.5609E-03	0.5609E-03	0.0000
009	0.3051E-03	0.4303E+06	0.1784E+10	557.98	0.5609E-03	0.5609E-03	0.0000
010	0.1161E-03	0.4303E+06	0.1784E+10	557.98	0.5609E-03	0.5609E-03	0.0000
011	0.4400E-04	0.4303E+06	0.1784E+10	557.98	0.5609E-03	0.5609E-03	0.0000
012	0.1671E-04	0.4303E+06	0.1784E+10	557.98	0.5609E-03	0.5609E-03	0.0000
013	0.6339E-05	0.4303E+06	0.1784E+10	557.98	0.5609E-03	0.5609E-03	0.0000

STEP : 22640 - DTIME : 0.100000E-01 s - TIME : 0.226400E+03 s

ACT. DTIME : 0.100000E-01 s - TIME : 0.226400E+03 s

IT.	CRITER.	PG	PC	T	UX	UY	D
001	0.5206E+00	0.4303E+06	0.2274E+10	558.21	0.5609E-03	0.5609E-03	0.0000
002	0.4242E-01	0.4305E+06	0.2227E+10	558.19	0.5609E-03	0.5609E-03	0.0000
003	0.1002E+01	0.2046E+07	0.1820E+12	556.72	0.5609E-03	0.5609E-03	0.0000

Remarque : Les résultats sont affichés après 10 s de chauffage. Néanmoins, des divergences de l'algorithme sont constatées dans certains intervalles de temps. Pour cet exemple, l'instabilité est pressentie à $t = 226.4$ s.

CHAPITRE 7

CONCLUSIONS GENERALES

Les considérations développées dans ce qui suit présentent un caractère assez général. Les conclusions particulières dégagées à la fin de certains chapitres ne sont pas reprises ici en détail. On renvoie pour cela aux différents chapitres traitant les sujets spécifiques.

7-1 Rétrospective

Nous nous sommes intéressés dans ce travail à différents aspects de la modélisation numérique par éléments finis du phénomène migratoire de l'eau contenue dans la masse du béton sous des sollicitations thermo-mécaniques à températures élevées. La gamme des températures concernées est de 20-1200°C, couvrant les situations accidentelles d'incendie et d'accidents nucléaires graves liés à la fusion de réacteurs. Dans ce contexte, la micro-structure du béton est soumise à des réactions intenses et à des modifications physico-chimiques qui influencent considérablement le comportement hygrothermique et mécanique de ce matériau.

Dans sa présentation, le travail est divisé en deux parties distinctes. Dans la première partie, on a présenté une méthode permettant de simuler par voie numérique le comportement au feu naturel des structures en béton en adoptant l'hypothèse liée au découplage des effets thermo-hydro-mécanique. Ce qui permet de décomposer le problème en une suite séquentielle d'analyse thermo-hydrrique et thermo-mécanique permettant de traduire aisément sur ordinateur les équations différentielles d'équilibre résultantes. Cette méthode est performante et permet d'obtenir une image cohérente du comportement réel d'une structure particulièrement dans un environnement d'incendie réel, ainsi qu'une valeur correcte de sa résistance au feu. Nous nous permettons de mettre en évidence le fait qu'il s'agit là du premier programme par éléments finis applicable aux structures en béton, armé ou mixte, soumise à l'incendie naturel ou paramétré et dont les effets de transferts hygrothermiques sont pris en compte d'une manière explicite dans un modèle d'analyse thermique. En plus des possibilités nouvelles introduites, la méthode proposée possède un double avantage par rapport aux méthodes approchées existantes jusqu'à ce jour. D'abord, un certain nombre de phénomènes physiques sont pris en compte alors que les méthodes approchées les négligent : grands déplacements, gradients thermiques, ... Ensuite, et c'est peut-être aussi important, le résultat fourni est beaucoup plus complet. Au lieu d'une simple durée de résistance au feu, la méthode fournit en quelque sorte une photographie de la structure à tout instant d'exposition au feu.

Dans la deuxième partie, on a présenté d'une façon succincte les fondements mathématique et numérique de base permettant d'introduire le phénomène de pressurisation qui se produit au niveau des pores capillaires de la masse du béton sou haute température. Les équations différentielles d'équilibre écrites sous forme incrémentales décrivant le phénomène sont discrétisées par éléments finis et codifiées dans un programme de calcul, quoique dans sa version actuelle, il présente certaines divergences inexplicées après un certain temps d'exposition au feu.

7-2 Organisation du travail

Le travail présenté dans cette thèse a été organisé principalement en six chapitres dont le premier est consacré essentiellement à la nature de la problématique et à la description des objectifs fixés. Les grandes hypothèses de base liées au découplage d'un problème thermo-hydro-mécanique sont amplement revues permettant de le décomposer en une suite séquentielle d'analyse hydro-thermique et thermo-mécanique.

Le deuxième chapitre est consacré à la revue de la physique générale de l'incendie et à l'analyse d'une manière approfondie et détaillée des principaux modèles de scénarios de feu rencontrés dans la pratique. Nous avons d'abord rappelés succinctement les bases de la dynamique du feu qui permettent de mettre en évidence l'origine des approches de modélisation de l'environnement créé par un incendie réel. C'est comme l'exemple du modèle paramétrique sous incendie naturel avec branche de température décroissante préconisé par l'Eurocode 1. Nous avons finalement procédé à l'examen et analyse des différents mécanismes de transfert de chaleur qui conduisent à l'équation d'équilibre de la propagation de la chaleur de Fourier.

Les deux chapitres suivants ont été consacré à l'élaboration d'une méthode de calcul numérique de base capable de simuler le comportement thermo-mécanique des structures en béton sujettes à l'incendie en considérant le découplage des effets de transferts thermiques et hydriques dans le matériau béton. L'effet hydrique est introduit en se basant sur la notion de l'enthalpie du matériau qui, en négligeant les effets de changement de phase (liquide $\leftrightarrow$ vapeur + air), devient une fonction directement dépendante de la chaleur latente due à l'évaporation de l'eau libre. Le palier d'ébullition ou de vaporisation de l'eau est estimé se produire en moyenne entre les températures 100 et 140°C.

En ce qui est de l'analyse thermique, les fondements mathématiques sont basés sur la résolution de l'équation de la propagation de chaleur de Fourier par la méthode des éléments finis et de différences finies en régime non linéaire transitoire. Le programme ainsi établi s'intitule HTACFE_version 2013 (**H**igh **T**emperature **A**nalysis **C**ode in **F**inite **E**lement) qui enchaîne essentiellement l'exécution d'un ensemble de sous programmes dont chacun d'eux comprend une sous-routine qui calcule une fonction bien particulière. L'algorithme de résolution utilise un procédé incrémental basé sur la méthode de Newton-Raphson à cause des non linéarités respectives i) matérielle liée à la variation en fonction de la température de la capacité thermique et de la conductivité du béton ii) aux conditions aux limites liées aux échanges par convection et rayonnement.

En ce qui est de l'analyse structurale, les équations d'équilibre de la structure en milieu d'incendie ont été dérivées selon le principe de la démarche dans un environnement de température ambiant en utilisant un modèle de comportement matériel de type tangentiel standard et sont discrétisées par la méthode des éléments finis. L'élément fini utilisé est de type classique de poutre-colonne (Hermite-Lagrange, continuité C^1). Le programme de calcul établi s'intitule STFIRE (**S**tructural analysis under standard **F**IRE scenarios). L'effet de l'incendie naturel i.e comportant la phase de refroidissement est pris en considération en utilisant les modèles paramétriques proposés par l'Eurocode 1 qui donnent les courbes température-temps des gaz (θ_g) dans un compartiment en feu. Le programme est structuré essentiellement en 3 parties dont la première correspond au calcul de la structure à température ambiante c'est-à-dire avant le début de l'incendie ou d'une autre manière sous

l'action des charges de service. La deuxième partie concerne la distribution des températures en chaque point des éléments de la structure (analyse thermique). La troisième partie porte sur le calcul de la structure sous l'effet combiné des charges thermiques et mécanique (réponse structurale). Ces 2 dernières parties sont exécutées une fois au cours de chaque incrément de temps qui est choisi en fonction d'une résistance au feu estimée de la structure.

Les chapitres 4 et 5 se rapportent à la simulation numérique des effets hygro-thermiques dans le béton soumis à des températures élevées en considérant maintenant le couplage entre la température et l'humidité initialement présente dans le matériau. Les développements mathématique et numérique décrivant un milieu poreux, multiphasique et partiellement saturé sont introduits d'une façon succincte en tenant compte des principaux phénomènes qui se produisent dans le matériau béton lorsque celui-ci est sujet à températures élevées. Il s'agit essentiellement des phénomènes tels que les flux de matière dus aux effets capillaires et des gradients de pression/concentration de masse, le flux de chaleur ainsi que les effets dus aux changements de phase. Le modèle mathématique ainsi obtenu est discrétisé sous une forme variationnelle à travers la méthode des résidus pondérés. Les variables principales sont classiquement exprimées à l'aide des fonctions d'interpolation sur les nœuds dont les variables nodales choisies sont la pression des gaz (P_g), la pression capillaire (P_c) et la température (T). Le programme ainsi établi s'intitule HTPROG (**H**igh **t**hermal **p**rogram **a**nalysis) qui enchaîne l'exécution d'un ensemble de sous programmes ayant chacun une fonction spécifique. L'algorithme de résolution utilise un procédé incrémental basé sur la méthode de Newton Raphson et emploie comme méthode de résolution la technique frontale en raison du nombre important d'équations algébriques à résoudre. Néanmoins, ce programme au stade actuel présente des instabilités numériques dans certains intervalles de temps en raison sans aucun doute à cause du phénomène de fluage transitoire qui demeure à l'heure actuelle un problème encore au stade de recherche aussi bien numériquement qu'expérimentalement.

7-3 Résultats obtenus

L'application pratique à une poutre en béton armé expérimentalement testée démontre d'une manière assez acceptable la fiabilité de la méthode de calcul établie à analyser le comportement thermo-mécanique des structures en béton en tenant compte des conditions de températures élevées avec phase de refroidissement

En ce qui concerne en premier lieu les éléments de validation de la réponse thermique, les résultats obtenus sont confrontés avec succès aux solutions données par le code SAFIR de l'Université de Liège. Les résultats trouvés sont pratiquement identiques en comparaison à ceux de SAFIR corroborant par conséquent la fiabilité du code HTACFE_version 2013. Néanmoins, l'écart de température observé est très important par rapport aux valeurs mesurées pendant le test où nous enregistrons par exemple à $t = 150$ min, un écart exprimé en pourcentage de l'ordre de 44 % et l'erreur s'accroît au fur et à mesure que le temps de chauffage augmente. Les explications plausibles sont les suivantes :

- 1- La faiblesse du modèle utilisé lors de la prise en compte de l'effet de l'eau libre contenue dans la masse du béton qui est en réalité un phénomène complexe. En effet, à l'absorption de chaleur due à la chaleur spécifique de l'eau liquide et à la chaleur latente de vaporisation, s'ajoute un phénomène de migration en phase liquide et vapeur; migration de la vapeur en sens inverse du flux de chaleur (sous l'effet de

pression après vaporisation), migration de la vapeur, dans le sens du flux de chaleur, qui se condense dans les régions les plus froides ; migration d'eau liquide (désorption) vers les couches les plus froides. Ces migrations, qui dépendent de la viscosité de l'eau, de la perméabilité et de la porosité de la pâte de ciment, et de la dimension des pores, modifient de manière sensible le flux thermique interne. La valeur de l'émissivité relative globale (ε_{ep}) prise, comme suggéré par l'Eurocode 2, égale à 0.56 peut être jugée excessive. En effet, cette valeur qui caractérise le milieu environnant gazeux et l'élément testé dépend de plusieurs paramètres tels que les dimensions du four, de sa géométrie, de la nature des parois ou du type de chauffage. Elle est donc très variable d'un four à l'autre. La valeur de $\varepsilon_{ep} = 0.3$ conduit à des résultats plus ou moins satisfaisants.

En ce qui concerne en deuxième lieu la simulation des effets hygrothermiques, le modèle utilisé est basé sur approche simple mais cohérente en considérant, dans l'équation du bilan thermique, l'énergie supplémentaire apportée par la présence de l'eau libre contenue dans la masse du béton. La procédure fait appel à la notion de l'enthalpie du milieu considéré qui dépend notamment de la chaleur latente de vaporisation de l'eau et de la fonction de la fraction de vapeur d'eau durant le processus du changement de phase. Cependant, les hypothèses suivantes doivent être respectées :

- 1- Existence à n'importe quel instant d'un équilibre local thermodynamique. Les températures du fluide et du solide sont, d'une autre manière, admises identiques quelque soit le temps et la position dans le milieu poreux considéré.
- 2- Le transfert d'énergie par diffusion de masse est négligeable en comparaison à celui qui pourrait être généré par la conduction. Ce qui rend faible la contribution due à l'évaporation d'eau avant que le point d'ébullition ne soit atteint.
- 3- l'évaporation de l'eau liée chimiquement est négligeable
- 4- L'eau bouille à 120 °C. La variation en fonction de la température du point d'ébullition de l'eau contenue dans les pores de gel du béton est supposée linéaire dans l'intervalle de vaporisation [100, 140 °C] qui caractérise le processus de changement de phase (liquide $\leftrightarrow$ vapeur + air). C'est le résultat d'une part de la température d'ébullition qui est étroitement liée à la pression qui règne dans les pores capillaires et d'autre part de la température de saturation d'eau qui est une fonction dépendante de la pression de saturation.

En ce qui concerne enfin la simulation de la réponse structurale, les résultats sont comparés à ceux issus de l'expérience. Les conclusions que nous pouvons en dégager sont les suivantes:

- 1- Sous l'action du scénario Fire I qui correspond pratiquement à un incendie fortement sévère où la température maximale dépasse les 1300°C, les déplacements de la poutre augmente rapidement et d'une manière croissante jusqu'au pic qui caractérise la fin de la phase d'échauffement de la courbe température-temps. Les déplacements diminuent ensuite d'une manière graduelle jusqu'au temps limite alloué à la phase de refroidissement. Nous enregistrons au temps $t = t_{\max} = 80 \text{ min}$ $v_{14} = v_{14,\max} = 179 \text{ mm}$ et $u_1 = 5.03 \text{ mm}$, et à la fin de la phase de refroidissement soit au temps $t_d = 4\text{h}$, $v_{14} = 158 \text{ mm}$ et $u_1 = 4.86 \text{ mm}$.

- 2- Sous l'action du scénario Fire II qui correspond pratiquement à un incendie moins sévère où la température maximale est de l'ordre de 600°C, la poutre affiche le même comportement pendant la phase d'échauffement c'est-à-dire les déplacements augmentent continuellement jusqu'au pic où la température maximale. Cependant, juste après le temps correspondant à la fin de la phase d'échauffement c'est-à-dire au début la phase de refroidissement, la recouvrance du comportement de la poutre se fait beaucoup moins sentir. C'est en raison sans aucun doute de l'allure de la pente descendante qui présente une pente beaucoup plus faible comparativement au scénario Fire I où la chute des températures s'effectue d'une façon très prononcée. Néanmoins, il est aussi possible de constater la zone de recouvrance pour Fire II à condition d'augmenter encore le temps d'exposition au feu au-delà de 4h. Après 5h, la chute des déplacements se fait malgré tout observée très nettement.
- 3- Les déplacements obtenus par les scénarios conventionnels ISO834 et ASTM E119 sont quasiment confondus en raison de la légère différence entre ces deux modèles. Cependant, l'écart avec les résultats expérimentaux se fait de plus en plus sentir avec l'élévation du temps de chauffage de la poutre où nous enregistrons à $t = 200$ min un écart de l'ordre de 24 %.

7-4 Recommandations futures

La voie vers laquelle se dirigent de plus en plus actuellement les travaux de recherche liés à l'aspect incendie des structures se rapporte aux phénomènes, peu connus, de **l'éclatement** du béton (en anglais **spalling of concrete**) auxquelles sont sujettes certains éléments des structures en béton. Il est donc souhaitable d'étudier l'influence de ces phénomènes sur le comportement des structures en béton soumises à de hautes températures. Or, les connaissances actuelles à ce propos sont très limitées. Certaines de ces lacunes sont engendrées par le manque de données expérimentales qui nécessiterait l'identification et modélisation des mécanismes d'une part, liant les transferts thermo-hydriques au sein du béton à l'évolution de la porosité, et d'autre part, liant la température, l'état hydrique et la porosité aux caractéristiques mécaniques ainsi qu'au différents paramètres du comportement du béton. Dans le contexte de l'analyse des phénomènes de l'éclatement du béton, la mécanique des milieux poreux peut offrir une perspective théorique pertinente pour l'intégration de l'ensemble de ces éléments dans un modèle permettant l'analyse du comportement du béton sous charges thermo-hydro-mécaniques combinées. La piste du code HTPROG ainsi développé, qu'il faut sans aucun doute encore poursuivre et améliorer, pourrait servir d'une excellente base pour l'implémentation des effets mécaniques et d'endommagement du béton.

Références

- [01] Qian C. Wang H., Sun W. and Guo Z., Stroeven P., Numerical calculations of vapour pressure in concrete exposed to fire. Magazine of Concrete research, 2005, V.57.
- [02] Chung JH. and Consolazio, GR., Numerical modeling of transport phenomena in reinforced concrete exposed to elevated temperatures. Cement and Concrete research, Mar 2005, V. 35.
- [03] Mounajed G. and Obeid W., A new coupling FE model for the simulation of thermal-hydro-mechanical behaviour of concretes at high temperatures. Materials and Structures, Jul 2004, V.37.
- [04] Sadaoui A., Modélisation numérique des phénomènes de transferts thermo-hydriques et contribution à l'analyse des phénomènes d'éclatement à hautes températures de spécimens ou de structures en béton. Axe de recherche CNEPRU, Code J0400520070011, agréé 2008-10.
- [5] Eurocode 2: Design of concrete structures- Part 1-2: general rules- Structural fire design, ENV 1992-1-2, november 1995.
- [6] Dotreppe, J.C. Calcul et conception des structures soumises à l'incendie – Notes complémentaires. Université de Liège, Faculté des sciences appliquées, Octobre 2000.
- [7] Eurocode 1: Actions sur les structures, Partie 1.2 : actions générales- actions sur les structures exposées au feu, Comité Européen de Standardisation, 2003.
- [8] ISO Standard 834: Fire resistance tests- Elements of building construction. International organisation for Standardization, Geneva, 2002.
- [9] Franssen JM, Kodur V and Zaharia R, Design Steel Structures for fire safety. CRC Press, 2009
- [10] ASTM, Standard methods for fire tests of building construction and materials (ASTM standard E119-05), American Society for testing and Materials, 2005, West Conshohocken, PA.
- [11] BS 476: Parts 20-23: 1987 Fire tests on building materials and structures; Part 20 Method for the determination of the fire resistance of elements of construction (general principles), British Standards Institution. .
- [12] Standard methods of fire endurance tests of building construction and materials. CAN ULC-S101-04. Underwriters Laboratories of Canada, Toronto, Ontario, Canada.
- [13] Fire resistance tests of element of structures. AS1530 Part 4, 1990, Standards Association of Australia.
- [14] Lie, TT. Fire temperature-time relations, Chapter 4-8 of ' the SFPE Handbook of fire protection Engineering, 3d edition, Society of fire protection engineers, 2002, USA.
- [15] Bratina S, Planinc I, Saje M, Turk G., "Non-linear fire-resistance analysis of reinforced concrete beams", *Structural Engineering and Mechanics*, Vol. 16, No 6, 2003, pp. 695–712.
- [16] Magnusson, S.E. and Thelandersson, S. (1970) Temperature-Time Curves of Complete Process of Fire Development. A Theoretical Study of Wood Fuel Fires in Enclosed Spaces. Acta Polytechnica Scandinavica, Civil Engineering and Building Construction Series, No. 65, CIB/CTF/72/46, Stockholm.
- [17] Purkis J.A., Fire safety engineering design of structures. 2nd edition, 2007.
- [18] Feasey R, Buchanan A, Post-flashover fires for structural design. Fire safety journal, 2002
- [19] Wickstrom, U. Application of the standard fire curve for expressing natural fires for design purposes, in *Fire Safety: Science and Engineering* (ed. T.Z. Harmathy), STP 882, American Society of Testing and Materials, 1985, pp. 145–59.

- [20] Cadorin, J.F. and Franssen, J.M. (1999) The One Zone Model Ozone- Description and Validation Based on 54 Experimental Fire Tests. Rapport interne SPEC/99_05, Dpt "Mécanique des Matériaux et Structures", University of Liège.
- [21] NIST National Institute of Standards and technology, FDS and Smoke view, Home page <http://www.fire.nist.gov/fds/>.
- [22] Dotreppe J.C. Méthodes numériques pour la simulation du comportement au feu des structures en acier et en béton armé. Thèse d'agrégation de l'Université de Liège, 1980.
- [23] Winslow D., Liu D. The pore structure of paste in concrete. Cement and Concrete Research. 1990, Vol. 20, N°2, p.227-235.
- [24] Sadaoui A. Analyse par éléments finis des ossatures en béton armé sujettes à de hautes températures. Thèse de doctorat d'état, Département de Génie Civil, Université MM de Tizi-Ouzou, mars 2007.
- [25] Khoury GA, Graiger B.N. and Sullivan P.J.E. Transient thermal strain of concrete: literature review, conditions within specimen and behaviour of individual constituents. Magazine of Concrete Research, 1985, Vol.37, p. 131-144.
- [26] Mehta P.K. Concrete, structure, properties and materials. EnglewoodCliff, New Jersey, Prentice Hall, 1986, 600p.
- [27] Harmathy, T.Z. and Allen L.W., Thermal properties of selected masonry unit concretes. Journal of American Concrete Institute, 1973, Vol.70, n°2, p. 132-142.
- [28] Talha J., Khennane A., Kayali O., **Sadaoui A.**, Picard D. and Fafard M., Aspects of the deformational behaviour of alkali activated fly ash concrete at elevated temperatures. Cement and Concrete Research, july 2014, Volume 60, Pages 24-29, Elsevier. <http://authors.elsevier.com/sd/article/S0008884614000647>.
- [29] Bazant, Z.P. and Kaplan, M.F. Concrete at high temperatures: Material properties and mathematical models. Longman Group Limited, England, 1996.
- [30] Anderberg, G.Y. and Thelanderson, S. A Constitutive law for concrete at transient high temperature condition. Lund Institute of Technolgy, Lund, 1978.
- [31] Coin A., Températures dans un solide hétérogène au cours d'un incendie. Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des travaux Publics, Série informatique appliquée, N°28, 1976.
- [32] Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures- Part 1-2, general rules Structural fire design. BS EN 1994-1-2, 2005.
- [33] Di Capua D. and Mari A.R., Nonlinear analysis of reinforced concrete cross-sections exposed to fire. Fire Safety Journal, 42, 2007, 139-149.
- [34] Huang Z., Platten A. and Roberts J., Non linear finite element model to predict temperature histories within reinforced concrete in fires. Building and Environment, Vol. 31, No 2, pp.109-196.
- [35] Gana S., Analyse par éléments finis des évolutions de température dans les éléments structuraux en béton soumis à l'action du feu. Magister option Structure, Département de Génie Civil, Université Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou, juin 2009, mémoire dirigé par A. Sadaoui.
- [36] Hocine S., Calcul dans la phase de refroidissement des évolutions de température dans les milieux aussi hétérogènes que le béton soumis à des conditions de températures élevées. Magister en option modélisation et analyse non linéaire, Département de Génie Civil, Université Mouloud Mammeri, Tizi-ouzu, Septembre 2012, mémoire dirigé par A. Sadaoui.
- [37] Sadaoui A. et Illouli S., Analyse numérique de la réponse thermique du béton soumis à l'action du feu en considérant les effets hydriques. *Journées internationales de la thermique*, JITH, Tlemcen, septembre 2011.

- [38] Di Capua D. Analisis de estructuras hormigon armado expuestas al fuego. Thesis doctoral, Departamento de Resistencia de Materiales y Estructuras en la Ingenieria, Universidad Politcnica de Cataluna, Espana.
- [39] Sadaoui A., Illouli S. and Khennane A., Effect of restraints on the response of RC columns in a parametric fire, FraMCoS-8, 8th International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures', 10-14 mars 2013, Toledo, Spain.
- [40] Sadaoui A. and Illouli S., Non linear analysis of reinforced concrete beams subjected to severe thermomechanical loads, *8èmes journées de mécanique du 10 et 11 avril 2012*, JM'08 EMP, Ecole Militaire Polytechnique, Bordj-El-Bahri, Alger.
- [41] P.N.R., Lien entre la perméabilité, l'endommagement et l'éclatement (ou spalling) des bétons à des gradients de températures élevées. Projet N°: 16/59/2011 du 04/06/2011, dirigé par A Sadaoui.
- [42] Sadaoui A. and Illouli S., Practical fire design of partially encased composite steel-concrete columns according to Eurocode 4, MATEC Web of Conferences, <http://www.matec-conferences.org>, DOI: 10.1051/mateconf/2014 1101029, published by EDP Sciences, 2014, ISSN: 2261236X.
- [43] Sadaoui A., Illouli S. and Lattari K. A simplified approach for predicting fire resistance design of partially encased composite steel-concrete eccentric columns in fire environment, Colloque international, La caractérisation et modélisation des matériaux et structures, CMMS14, Faculté de Génie de la construction, Université Mouloud Mammeri, Tizi-ouzou, 12-13 novembre 2014.
- [44] Sadaoui A., Belkaid O. and Illouli S., Dimensionnement pratique des colonnes mixtes acier-béton partiellement enrobées compte tenu des exigences de résistance au feu de l'Eurocode 4, 1er séminaire international sur les risques et le génie civil, Université de Batna, 25, 26 & 27 novembre 2012.
- [45] Sadaoui A., Khennane A. and Fafard M., Fire resistance analysis of RC elements with restrained thermal elongation in a natural fire, EURO-C 2014 Computational Modelling of Concrete and Concrete Structures, Proceeding of Euro-C 2014, St Anton am Arlberg, Austria March 2014, Volume 2, CRC Press A Belkema Book.
- [46] Gawin D., Pesavento F. and Schrefler B. Modelling of higo-thermal behavior and damage of concrete at temperature above the critical point of water, 2002, Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech, 26, 537-562.
- [47] Hyland R.W. and Wexler A. Formulations for the thermodynamics properties of the saturated phases of H2O from 173.15 K to 473.15 K. ASHRAE Trans, 89 (2A):500-519, 1983.
- [48] Olivella S. and Gens A. Vapor transport in low permeability unsaturated solids with capillary effects, 2000, Transport in Porous Media, 40, 219-241.
- [49] Dal Pont S. and Ehlacher A. Numerical and experimental analysis of chemical dehydration, heat and mass transfer in a concrete hollow cylinder submitted to high temperatures. Int. J. Heat and Mass transfer, 1(147): 135-147, 2004.
- [50] Di Capua D. Analisis de estructuras hormigon armado expuestas al fuego. Tesis doctoral, Departamento de Resistencia de Materiales y Estructuras en la Ingenieria, Universidad Politcnica de Cataluna, Espana.
- [51] Baroghel-Bouny V. and Mainguy M. & Lassabatère T. & Coussy T. Characterization and identification of equilibrium and transfer moisture properties for ordinary and high performance cementitious materials Cement and concrete Research, 1999, 29, 1225-1238.
- [52] Feraille A. Le rôle de l'eau dans le comportement à haute température des bétons. PhD thesis, ENPC, Paris, 2000.
- [53] Bazant Z.P. and Thonguthai W. Pore pressure in heated concrete walls: theoretical prediction. Mag of Concrete Research, 31:67-76, 1979.

- [54] Lumbrozo H. Thermodynamique 100 exercices et problèmes résolus. Ediscience, 1973.
- [55] Pruess K. TOUGH user's guide, Lawrence Berkeley Laboratory, 1987.
- [56] Reid R.C., Praunsnitz J.M. and Bruce E.P. The properties of gases and liquids. McGraw Hill, NY, 1987.