

REPUBLIQUE ALGÉRIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET
DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ MOULOUD MAMMERI DE TIZI-OUZOU
FACULTÉ DU GÉNIE DE LA CONSTRUCTION
DÉPARTEMENT DE GENIE CIVIL



Polycopie de cours

CALCUL DES ELEMENTS PORTEURS HORIZONTAUX
«LES PLANCHERS »

Présentée par: M^{me} Kheloui née Taouche Fatma

Maitre de conférences Classe B
Département de Génie Civil
Faculté du Génie de la construction
Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou

Master 1 Professionnel
Construction Civile et Industrielle

Année 2015

SOMMAIRE

Introduction Générale

| | |
|--|-----------|
| Qu'est ce que le Génie-Civil ? | 1 |
| Qu'est ce qu'un bâtiment ? | 1 |
| Chapitre I. Généralités sur les planchers..... | 3 |
| I.1. Définition d'un plancher..... | 3 |
| I.2. Rôle des planchers..... | 3 |
| I.3. Différents type de planchers..... | 4 |
| I.3.1.La dalle pleine..... | 4 |
| I.3.2. Dalles coulées au chantier..... | 5 |
| I.3.2. Dalles en béton armé..... | 5 |
| I.3.2.1. Dalle pleine en..... | 5 |
| I.3.2.2. Dalle nervurée..... | 6 |
| I.3.2.3. Dalle à caisson..... | 7 |
| I.3.2.4. Dalle champignon..... | 7 |
| I.3.3. Dalles semi préfabriquées..... | 8 |
| I.3.3.1. Dalle à hourdis et poutrelles..... | 9 |
| I.3.3.2. Dalle à poutrelles seules..... | 10 |
| I.3.3.3. Dalle à corps creux..... | 0 |
| I.3.4. Dalles préfabriquées..... | 11 |
| I.3.5. Plancher en bois..... | 11 |
| I.3.6. Plancher métallique..... | 13 |
| I.3.6.1. Plancher en tôle pliée ou ondulée..... | 13 |
| I.3.6.2. Plancher à hourdis creux et poutrelles en acier..... | 13 |
| I.3.6.3. Plancher à poutrelles en acier et plaques de béton..... | 14 |
| I.4. Les chaînages..... | 15 |
| I.4.1. Chaînages horizontaux..... | 15 |
| I.4.1. Chaînages horizontaux..... | 16 |
| I.4.2. Chaînages verticaux..... | 18 |
| I.4.3. Chainages inclinés..... | 18 |
| Chapitre II. Calcul des planchers | 18 |
| II.1. Généralités..... | 18 |

| | |
|--|-----------|
| II.2. Dimensionnement..... | 18 |
| II.3. Armatures..... | 20 |
| II.3.1. Dalle de compression..... | 20 |
| II.3.2. Poutrelles..... | 20 |
| II.4. Méthode de calcul..... | 21 |
| II.4.1. Domaines d'application des méthodes propres aux Béton Armé..... | 22 |
| II.4.2. Méthode Forfaitaire applicable aux planchers à charge d'exploitation modérée..... | 22 |
| II.4.2.1. Principe de la méthode..... | 22 |
| II.4.2.2. Application de la méthode..... | 25 |
| II.4.3. Méthode de Caquot applicable aux planchers à charges d'exploitation relativement élevée..... | 25 |
| II.4.3.1. Domaine d'application..... | 26 |
| II.4.3.2. Principe de la méthode..... | 31 |
| II.4.3.3. Evaluation des moments..... | 44 |
| II.4.3.4. Efforts tranchants..... | 44 |
| II.5. Conditions d'application de la méthode aux poutres à moments d'inertie variables d'une travée à l'autre et non solidaires des poteaux..... | 44 |
| Exercices d'applications..... | 51 |
| Chapitre III. Plancher à poutres orthogonales..... | 51 |
| Introduction..... | 52 |
| III.1. Principe de calcul..... | 53 |
| III.2. Type de dalles..... | 54 |
| III.2.1. Dalle continue et semi-encastées..... | 59 |
| III.2.1.1. Calcul des moments..... | 60 |
| III.2.1.2. Détermination des armatures..... | 61 |
| III.2.1.3. Effort tranchant..... | 61 |
| III.2.1.4. Règles et déposition construction..... | 62 |
| III.3. Poinçonnement..... | 63 |
| III.4. Etat limite de déformation..... | 64 |
| III.5. Transmission des charges..... | 64 |
| III.5.1. Appuis d'un panneau de dalle..... | 64 |
| III.5.2. Charge sur une poutrelle..... | 65 |

| | |
|--|----|
| III.5.3. Charge sur une poutre..... | 67 |
| III.6. Chargement simplifié..... | 67 |
| III.6.1. Charge triangulaire (sur poutre) | 67 |
| III.6.2. Charge trapézoïdale (sur poutrelle) | 68 |
| III.6.3. Chargement simplifié admis..... | 70 |
| III.6.4. Cas particulier de charge triangulaire..... | 71 |
| III.7. Cas particulier : Dalle sur 03 appuis..... | 74 |
| Exercices d'applications..... | 76 |

BIBLIOGRAPHIE

Introduction Générale

Qu'est ce que le Génie-Civil ?

Le génie civil est un ingénieur qui traite de la conception, la construction et l'entretien de la physique et, naturellement, l'environnement bâti, y compris les ouvrages tels que ponts, routes, canaux, barrages et des bâtiments. Il est traditionnellement divisé en plusieurs sous-disciplines, y compris l'ingénierie environnementale, géotechnique, ingénierie des structures, ingénierie des transports, ou urbain génie municipal, des ressources en eau de génie, le génie des matériaux, génie côtier, d'ingénierie de la construction.

L'ingénieur pion de la cette discipline veille à la sécurité, la santé et le bien-être des populations. Tous les projets de génie civil doivent être conformes aux réglementations et lois en vigueur; les ouvrages devraient être construits économiquement pour fonctionner correctement avec un minimum d'entretien et de réparation tout en résistant à l'usage prévu. Les ingénieurs jouent un rôle majeur dans le développement viable des solutions pour construire, rénover, réparer, entretenir et moderniser les infrastructures. L'infrastructure comprend les routes, les transports en commun, les voies ferrées, ponts, aéroports, bâtiments de stockage, des terminaux, la communication et les tours de contrôle, d'approvisionnement en eau et de traitement, les systèmes de contrôle des eaux pluviales, la collecte des eaux usées, de traitement et d'évacuation, ainsi que la vie et les zones de travail , les bâtiments de loisirs et accessoires pour les structures et civiques aux besoins civils. Sans un bon état et le fonctionnement des infrastructures, la zone urbaine ne peut pas rester en bonne santé, de grandir et de prospérer.

Qu'est ce qu'un bâtiment ?

Un bâtiment au sens commun est une construction immobilière, réalisée par intervention humaine, destinée d'une part à servir d'abri, c'est -à-dire à protéger des intempéries des personnes, des biens et des activités, d'autre part à manifester leur permanence comme fonction sociale, politique ou culturelle.

Les éléments constitutifs du bâtiment sont distingués suivant la fonction qu'ils assurent: les éléments structuraux (murs, planchers...) qui assurent la stabilité et la résistance du bâtiment sous l'effet des charges (gravité, vent, séisme...), les éléments

non structuraux (cheminées, cloisons, éléments de façade, plafonds suspendus...) contribuent de façon négligeable à la reprise des efforts dans la structure, les équipements techniques se caractérisent par des fonctions annexes au clos et couvert, par exemple en assurant des fonctions de confort ou d'exploitation du bâtiment (chauffage, éclairage, distribution d'eau, ascenseurs...).

Le présent polycopié de cours, destiné pour nos étudiants en Master 1, se propose de présenter et d'étudier un des éléments structuraux dans le bâtiment: le plancher. On s'intéressera d'abord à la présentation du plancher sous toutes ses formes conçus avec des matériaux de provenance, de type et autres d'origine différents (dalle pleine, Plancher métallique Plancher en bois,...). On veillera par la suite à présenter de façon détaillée toutes les étapes de calcul de ces éléments de structure avec différentes méthodes telles que la méthode Forfaitaire, méthode de Caquot et méthode de Caquot minorée, en tenant compte de tous les règlements en vigueur destiné à orienter et servir de support pour les ingénieurs et les concepteurs dans le soucis d'assurer sécurité, confort, salubrité etc....pour tous les usagers.

Chapitre I. Généralités sur les planchers

I.1. Définition d'un plancher

Surfaces ou plateaux composites horizontaux limitent les différents étages successifs dans une construction et recueillant les surcharges de fonctionnement du bâtiment, ont aujourd'hui d'autres fonctions très importantes relatives au confort thermique et acoustique, à la sécurité protection incendie et à l'esthétique, sans oublier le rôle technique de support de canalisations et réseaux divers. Ils sont prédominants dans la construction d'un bâtiment autant dans leurs caractéristiques mécaniques que dans leurs rôles porteurs.

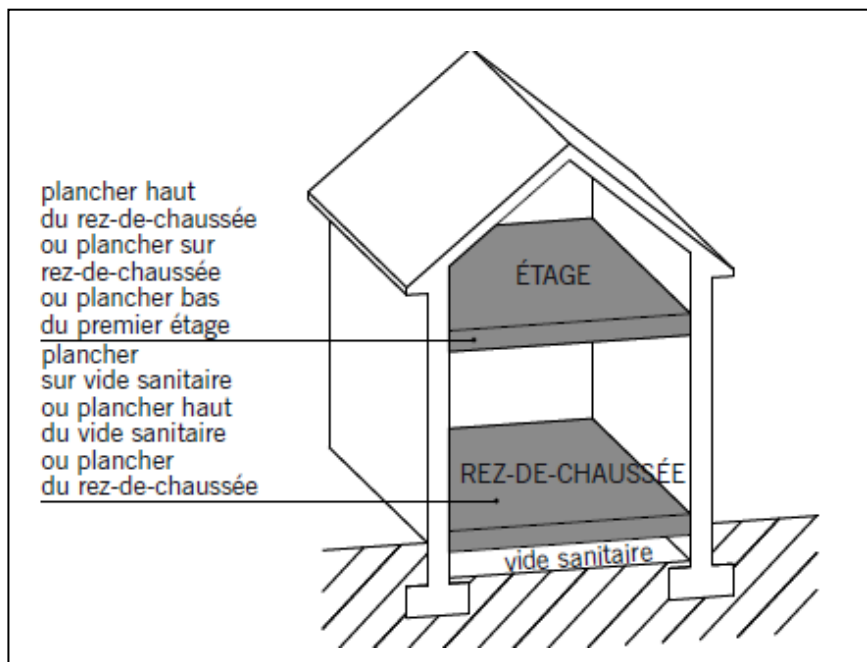


Figure I.1 : Le plancher.

I.2. Rôle des planchers

Un plancher bien que formé par plusieurs parties distinctes ces dernières formeront un bloc unique travaillant de la même manière. On distinguera :

- L'ossature: celle-ci représente la partie portante (solives en bois, fer, Béton armé, poutrelles, nervures en béton armé) et le hourdis de remplissage ou la dalle pleine.
- Le revêtement ou une finition donnant au dallage les qualités de surface désirée: posé sur la partie portante et qui constitue le sol fini.

- Le plafond: enduit plâtre, tôle d'acier, enduit ciment,

Ils doivent répondre aux mêmes critères que les murs porteurs, à savoir:

- Résistance et stabilité: supporter les charges d'utilisation: poids des structures et actions permanentes, actions variables et accidentelles, durabilité
- Étanchéité et protection: à l'air, au feu, aux effractions....
- Isolation thermique et acoustique: bruits d'impacts, ...
- Fonction architecturale: aspect décoratif en sous face
- Fonctions techniques: facilité de mise en œuvre, liaisons avec les porteurs verticaux, passage de gaines (eau, chauffage, électricité, ...)

I.3. Différents type de planchers

En dehors des planchers préfabriqués qui répondent à une technologie industrialisée bien particulière, les planchers rencontrés dans les bâtiments de destinations diverses ou dans les constructions industrielles se classent en plusieurs catégories, dans ce qui on présentera quelques définitions les concernant.

I.3.1.La dalle pleine

Une dalle est un élément structural dont la plus petite dimension dans son plan est supérieure ou égale à 5 fois son épaisseur totale. La structure prend appui :

- soit le long de son contour généralement rectangulaire, de façon continue sur des poutres, voiles ou murs maçonnés;
- soit ponctuellement sur poteaux.

Une dalle est un plancher en béton armé de 15 à 20 cm d'épaisseur coulé sur un coffrage plat. Le diamètre des armatures incorporées et leur nombre varient suivant les dimensions de la dalle et l'importance des charges qu'elle supporte. Ce type de plancher est très utilisé dans l'habitat collectif. Elle est principalement soumise à des charges uniformément réparties peut être considérée comme porteuse dans une seule direction si l'une ou l'autre des conditions ci-après est remplie:

- elle présente deux bords libres (sans appuis) sensiblement parallèles,
- elle correspond à la partie centrale d'une dalle pratiquement rectangulaire appuyée sur quatre côtés et dont le rapport de la plus grande à la plus faible portée est supérieur à 2.

Dans les planchers en béton armé, on distingue trois principaux groupes:



Figure I.2 : Exécution d'une dalle.

I.3.2. Dalles coulées au chantier

I.3.2.1. Dalle pleine en béton armé

La dalle pleine, appelée aussi « dalle massive » est une plaque dont l'épaisseur est petite par rapport à ses autres dimensions. Son épaisseur H varie de $1/10$ à $1/35$ de la grande portée L , dans les bâtiments courants, elle varie entre 12 cm et 18 cm, contrairement dans les bâtiments industriels, cette dernière est souvent plus forte.

La dalle pleine travaille dans les deux sens, ce type de plancher est très courant car, il permet une grande souplesse dans les portées et les formes, en particulier la facilité des divers percements. Ce type de dalle nécessite un coffrage sur toute sa surface, ce qui provoque une consommation importante de bois qui présente un désavantage. Les portées courantes de ces dalles L sont de 6m à 7m, elles portent sur un réseau de poutres secondaires et de poutres principales perpendiculaires au précédentes et leurs transmettent les différentes charges et surcharges.

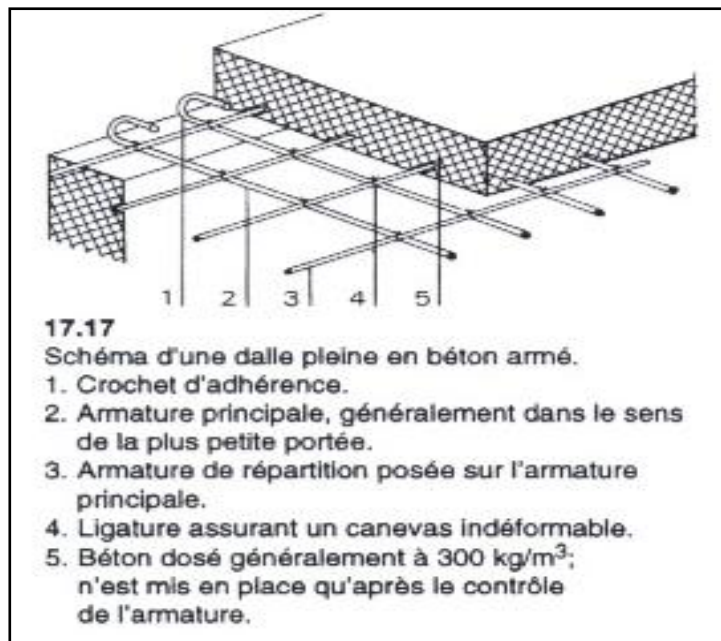


Figure I.3 : Schéma d'une dalle pleine.

I.3.2.2. Dalle nervurée

Il s'agit d'une dalle plus légère que la dalle pleine, constituée par une dalle générale d'épaisseur relativement faible et qui varie entre 4cm et 10cm, et par des poutrelles rapprochées avec L. La hauteur totale H (Nervure + Dalle) varie de 25cm à 35cm. La dalle nervurée est indiquée pour couvrir des locaux de forme allongée, elle porte dans un seul sens. Lorsque la portée L dépasse 4m, il est nécessaire de prévoir une ou plusieurs nervures transversales de raidissement afin de solidariser les autres nervures. Ce type de dalle offre moins de souplesse d'utilisation que la dalle pleine.

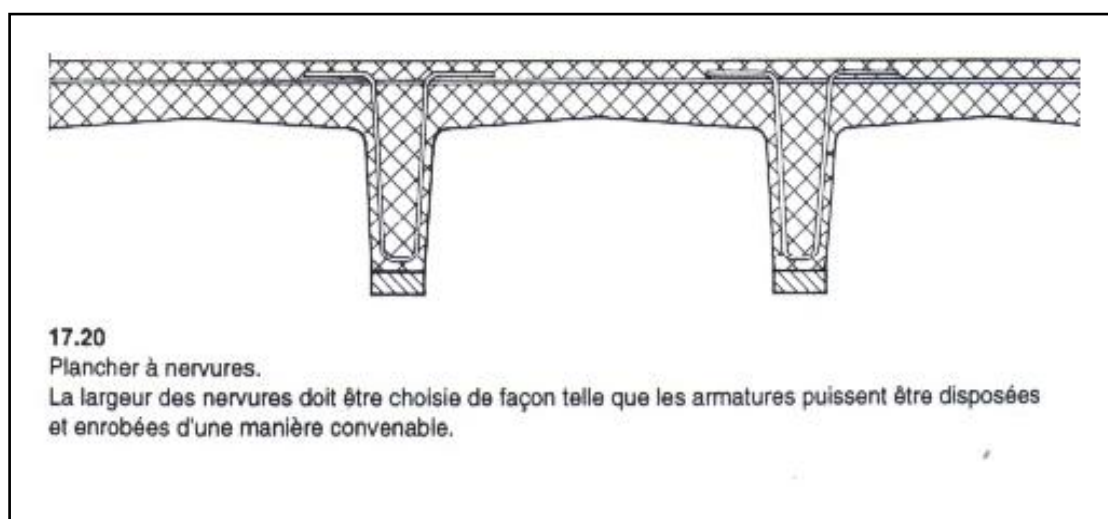


Figure I.4:Plancher à nervures.

I.3.2.3. Dalle à caisson

C'est une dalle à nervures, dont les nervures sont dans les deux sens et se croisent. Elle est indiquée pour couvrir des locaux de forme carrée ou presque carrée.

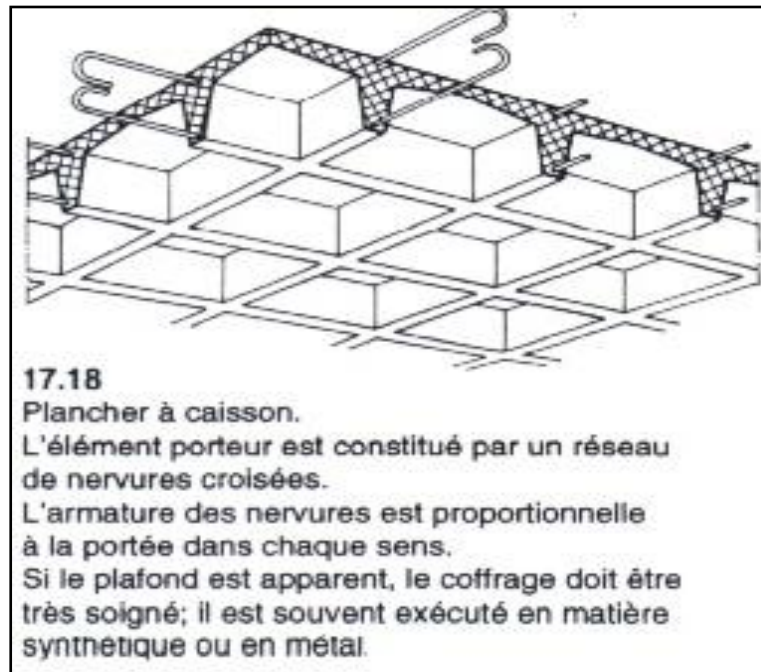


Figure I.5 : Plancher à caisson.

I.3.2.4. Dalle champignon

Les planchers-champignons sont utilisés quand les hauteurs de la construction sont faibles ils ne comportent aucune poutre, sont constitués d'une dalle continue d'épaisseur constante et généralement importante, armée dans les deux sens reposant directement sur des piliers dont la tête est élargie en forme de chapiteaux ou « champignons ». Les poteaux peuvent être carrés, rectangulaires, circulaires, hexagonaux ou orthogonaux, la forme carrée est la plus usuelle et la moins coûteuse. Ces planchers-champignons sont, en principe, réservés aux planchers industriels à forte surcharge.

Il s'agit d'un tronc de pyramide ou d'un tronc de cône apparent sous le plancher. L'écartement des poteaux L varie de 8 à 12m dans chaque sens, dans certaines exécutions, ces écartements sont de 22m à 25m. L'épaisseur de la dalle varie de 15cm à 35 cm.

Ils présentent plusieurs avantages tels que:

- Simplicité des coffrages en dehors de ceux des chapiteaux. L'intérêt

économique résulte de la simplicité du coffrage et de la possibilité de son emploi, car, en général, ces planchers consomment plus de béton et plus d'acier que les planchers avec dalles, poutrelles et poutres apparentes.

- Absence de poutres avec retombée, ce qui facilite dans une certaine mesure l'éclairage des locaux et le passage des canalisations.

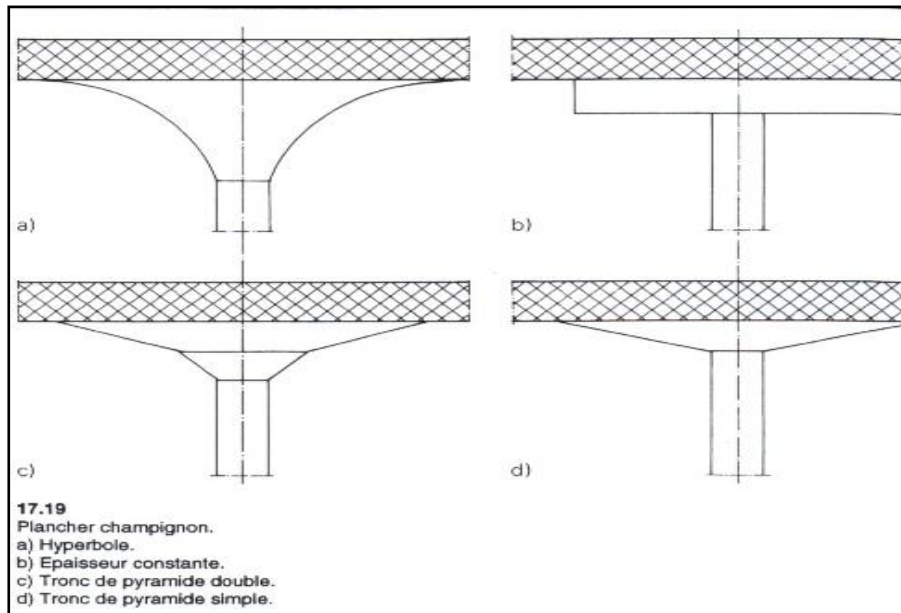


Figure I.6 : Plancher champignon.

I.3.3. Dalles semi préfabriquées

Elles sont composées par deux éléments, généralement préfabriqués en usine ou sur chantier :

- Le système porteur, constitué par des poutrelles en béton armé.
- Remplissage, constitué par des corps creux ou hourdis.
- Le bétonnage sur chantier de la dalle de compression est le point commun entre les dalles semi préfabriquées.

I.3.3.1. Dalle à hourdis et poutrelles

Cette solution, très communément employées dans les bâtiments d'habitation consiste à utiliser des hourdis creux et des poutrelles en béton armé. On pose à intervalles réguliers des poutrelles en béton armé préfabriquées et on remplit l'intervalle avec des hourdis de terre cuite, de béton,...

Les parois latérales est supérieurs des hourdis servent de coffrage aux poutrelles et à la dalle de compression en béton coulé sur toute la surface du plancher. La paroi

inférieure sert de support à l'enduit de plafond en plâtre ou en mortier de ciment. La dalle de compression est armée d'un simple quadrillage d'armatures constitué, en général, par une nappe de treillis soudé d'un espacement de 20 cm x 30 cm au maximum.

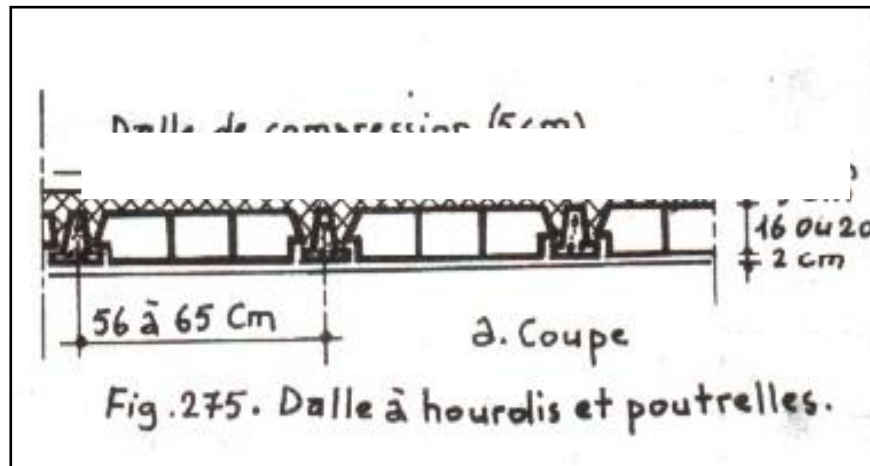


Figure I.7 : Dalle à hourdis et poutrelles.

I.3.3.2. Dalle à poutrelles seules

Dans ce cas, les hourdis sont supprimés. On calcule au préalable du béton dans des corps creux, ouverts vers le haut, réalisant ainsi des poutrelles armées. Ces dernières sont ensuite juxtaposées côte à côte et reçoivent un léger treillis et une chape de 4 à 5 cm.



Figure I.8 : Dalle à poutrelles.

I.3.3.3. Dalle à corps creux

On pose côte à côte des corps creux, généralement en terre cuite. Ils présentent des languettes latérales qui forment un vide entre les rangées parallèles de corps creux. Ce

vide reçoit une armature, puis on le bétonne en recouvrant les corps creux de 4 à 8 cm de béton. Après décoffrage, on obtient une dalle dont la face inférieure sera entièrement en terre cuite ou en aggloméré de béton et bois.

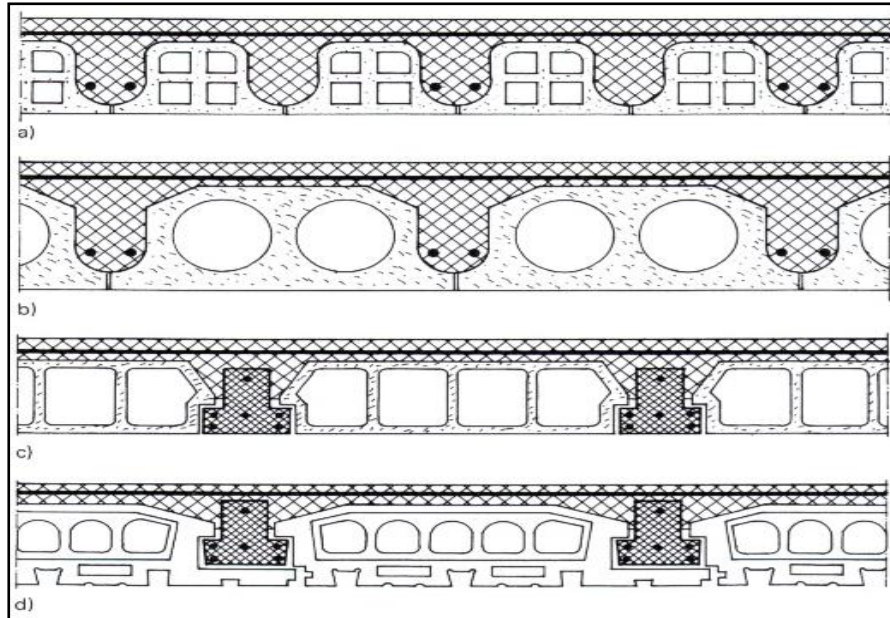


Figure I.9 : Plancher à corps creux.

Tableau I.1 : Portée indicative du plancher en fonction de sa hauteur.

| Hauteur en cm | Portée pour plancher isolé | Portée pour plancher continu |
|---------------|----------------------------|------------------------------|
| 12+4 | 4,30 | 4,70 |
| 16+4 | 5,40 | 5,80 |
| 18+4 | 6,00 | 6,40 |
| 20+4 | 6,50 | 7,00 |
| 25+4 | 7,70 | 8,50 |

I.3.4. Dalles préfabriquées

Plancher dont l'ossature porteuse est constituée d'éléments en béton. Ce type de plancher est couramment employé pour les maisons individuelles car il peut être mis en œuvre avec des moyens de levage limités. Ce plancher est constitué principalement de poutrelles, de hourdis et d'une dalle de compression. Ils sont conçues pour diminuer les opérations sur chantier réalisées sur des tables de coffrage, ces dalles sont immédiatement porteuses après avoir exécuté les jointements et sont réalisés sous

forme de dalle pleine, dalles nervurées, ...etc.

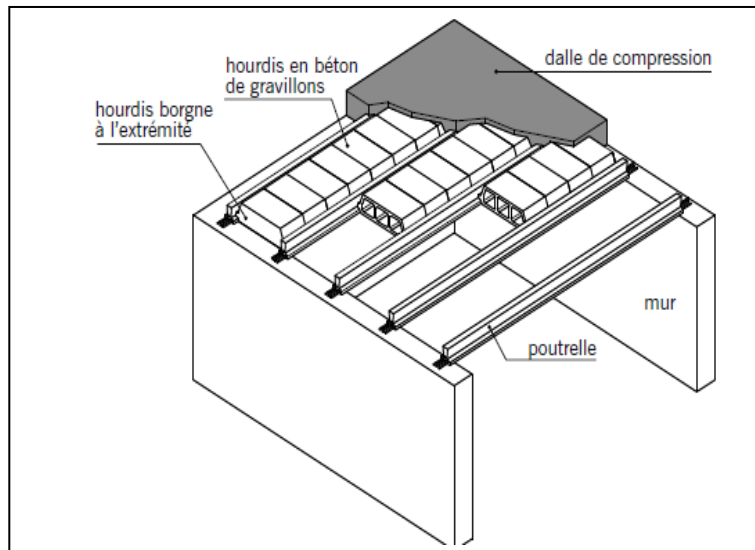


Figure I.10 : Plancher Préfabriqué.

I.3.5. Plancher en bois

Ces planchers sont utilisés pour les maisons individuelles, les constructions rurales ou, pour avoir un effet esthétique avec un plafond à poutres apparentes

Les planchers en bois se composent des éléments suivants :

- Le remplissage entre solive
- Les trémies et chevêtres
- Le sommier
- La solive

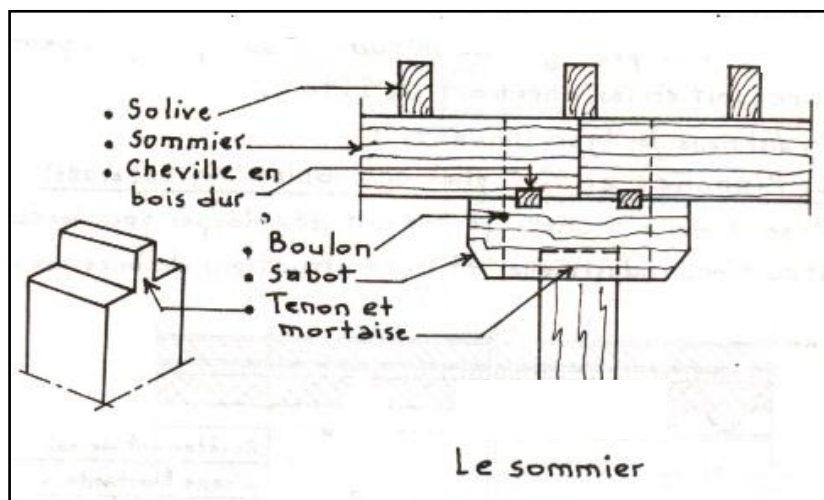


Figure I.11: Le sommier

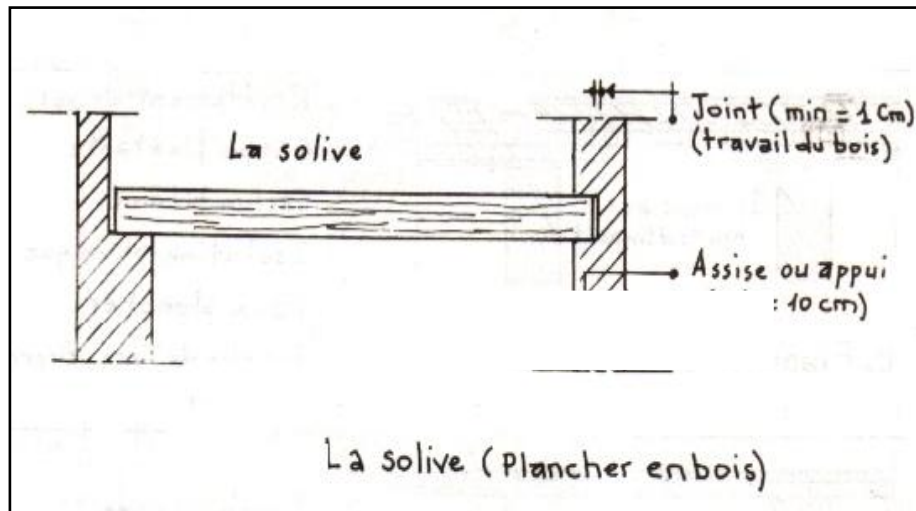


Figure I.12: La solive

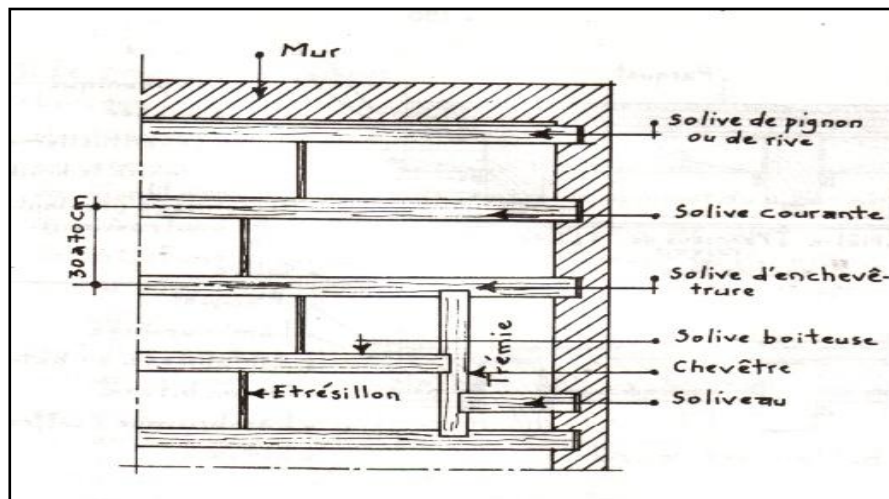


Figure I.13: Les chevêtres

I.3.6. Plancher métallique

Ce type de plancher, sur sous sol et pour les dalles très chargées, disparaissait de plus en plus au profit des dalles en béton armé, Il réapparaît actuellement dans les bâtiments administratifs ou industriels à ossature métallique, mais sous une forme différente. Ce système permet de franchir de grandes portées avec des charges considérables, Son exécution est rapide et précise. Par contre, ce système est coûteux et les aciers doivent être protégés de la rouille soit par de la peinture, soit en les enrobant de béton. On distingue les types suivants:

I.3.6.1. Plancher en tôle pliée ou ondulée

Ce sont des planchers fortement développés pour les constructions de bureaux.

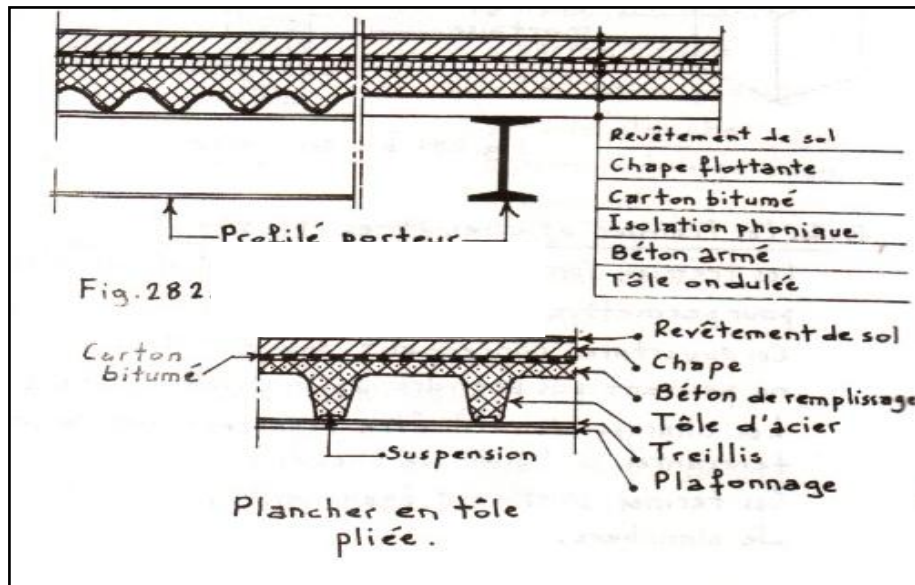


Figure I.14 : Plancher en tôle pliée.

I.3.6.2. Plancher à hourdis creux et poutrelles en acier

Ce sont des planchers appropriés pour les maisons d'habitation et de commerce. Les hourdis peuvent prendre différentes formes et être construits en différents matériaux, terre cuite, béton, etc....

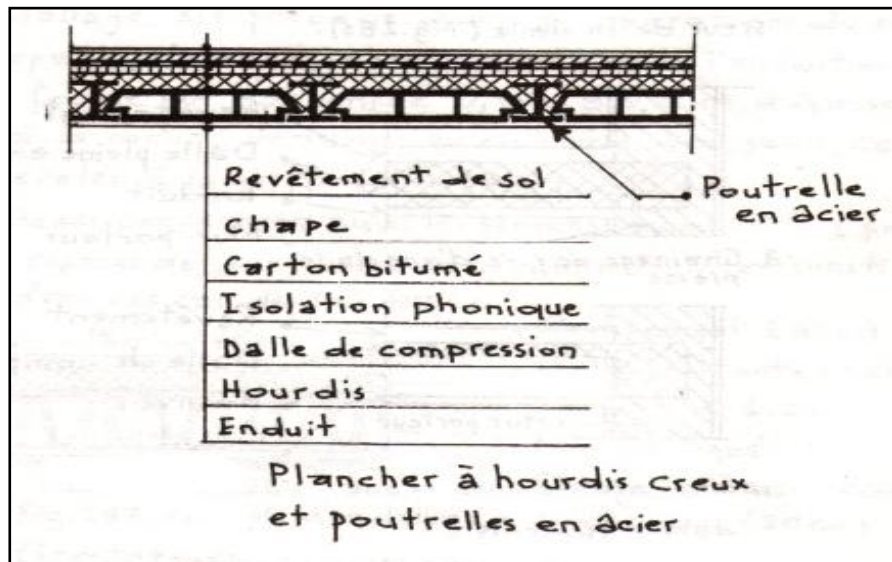


Figure I.15 : Plancher à Hourdis creux et poutrelle en acier.

I.3.6.3. Plancher à poutrelles en acier et plaques de béton

Ce sont des planchers utilisés souvent comme couverture de cave.

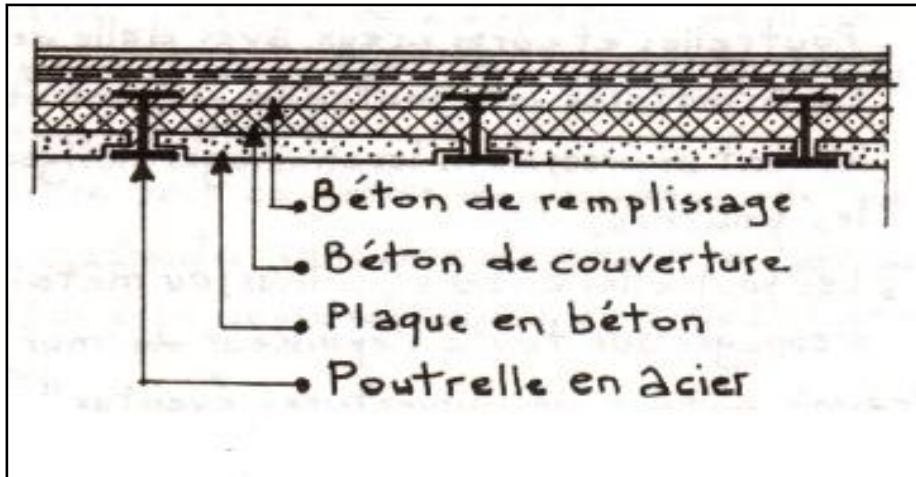


Figure I.16: Plancher à poutrelles en acier et plaques de béton.

I.4. Les chaînages

Les chaînages constituent l'élément essentiel de la stabilité globale d'un ouvrage en maçonnerie en permettant de relier les différents murs constitutifs, assurant ainsi répartition et transmission des efforts.

Ce sont des éléments en béton armé disposés horizontalement, verticalement voire même incliné et ceinturant le bâtiment sur les murs porteurs au niveau des planchers de chaque étage. Ils contribuent à la stabilité du bâtiment et réduisent les risques de fissuration. En général, la hauteur d'un chaînage de façade est la même que celle du plancher qui lui est associée. Dans le cas de planchers autres que les planchers en béton armé (planchers à solivages en bois ou en métal, certains planchers en béton précontraint ne comportant pas d'armatures dépassant en about...), des chaînages plats peuvent être réalisés. Cependant il faut retenir que:

- La section des armatures longitudinales des chaînages ne peut être inférieure à $1,50 \text{ cm}^2$, dans le cas d'acier de nuance FeE500, soit 2 Ø ou 3 Ø 8.
- Dans le cas de planchers-terrasses en béton armé, la section minimale des armatures longitudinales des chaînages est de $3,08 \text{ cm}^2$, dans le cas d'acier de

nuance FeE500, soit 4 Ø 10 (attention ces armatures sont distinctes de celles des voiles d'acrotère ou des corniches).

- Les murs de combles, dont la hauteur est supérieure à 0,60 m doivent se terminer par un chaînage horizontal.

On en distingue deux types :

- Les chaînages horizontaux
- Les chaînages verticaux

I.4.1. Chaînages horizontaux

Les chaînages horizontaux se trouvent au niveau de chaque plancher ainsi qu'en couronnement de la construction. Ils permettent d'assurer une stabilité en ceinturant l'ensemble du bâtiment au niveau de chaque plancher. Ils permettent de plus d'assurer une bonne répartition des contraintes entre les étages supérieurs et l'étage directement inférieur, en reliant les murs de façades entre eux et aux murs de refend. Ainsi, il est primordial d'assurer leur continuité sur l'ensemble du bâtiment.

I.4.2. Chaînages verticaux

L'utilité des chaînages verticaux est double : ils ceinturent la maçonnerie en liaison avec les chaînages horizontaux et s'opposent, par ailleurs, au soulèvement des dalles de planchers en béton armé dans les angles. Ils doivent obligatoirement être réalisés dans les angles saillants et rentrants, au niveau des intersections avec les murs de refend ainsi que de part et d'autre des joints de fractionnement du bâtiment. Contrairement à leurs homologues horizontaux, l'utilisation des chaînages verticaux n'est pas systématique : en effet, en toute rigueur, elle n'est obligatoire que dans le cas où le plancher haut de l'étage considéré est en béton armé ou en béton précontraint. Enfin, il est impératif d'ancrer les chaînages verticaux par des retours d'équerre, afin d'assurer une liaison mécanique avec les chaînages horizontaux.

I.4.3. Chaînages inclinés

Du fait de leur position en couronnement de mur, les pointes de pignon en maçonnerie

devraient normalement comporter, sur leurs rives inclinées, un chaînage en continuité avec les chaînages verticaux et horizontaux du niveau sous-jacent. Ce qui n'est pas le cas en construction non parasismique. Par contre en construction parasismique, le chaînage incliné est obligatoire et la section des aciers doit être égale à la moitié de celle prévue pour le chaînage horizontal. Désormais, les rives inclinées devront comporter un chaînage dès que la hauteur sous pointe de pignon est supérieure à 1,5 mètre. L'armature minimale de ce chaînage sera la même que celle des chaînages verticaux ou horizontaux, soit $2\text{Ø}10$.

Remarque:

Pour la suite de ce cours on présentera tous les détails de conception et de calcul des planchers corps creux et dalle pleine, en tenant compte et en prenant en considération le règlement en vigueur concernant les normes à respecter. Pour ce faire nous avons organisé ce polycopie de cours de cours de telle manière à présenter en chapitre I tous ceux qui concerne le plancher corps creux et par la suite en chapitre II on s'intéressera comme préciser précédemment au calcul des dalles en béton armé

Chapitre II. Calcul des planchers corps creux

II.1. Généralités

Le plancher en corps creux est une solution, très communément employée dans les bâtiments d'habitation. Il s'agit d'éléments de remplissage dont les parois sont en mortier de ciment ou en céramique. Les parois supérieures et latérales servent de coffrage aux nervures et à la dalle en béton coulée sur toute la surface des planchers. La paroi inférieure sert de support à l'enduit de plafond en plâtre ou en mortier de ciment.

Pour avoir une bonne liaison entre le béton et les corps creux, il est essentiel d'humidifier convenablement ces derniers avant le bétonnage.

II.2. Dimensionnement

Pour dimensionner un objet (poutre, dalle, poteau) de sorte qu'il résiste aux efforts qui lui sont appliqués, il importe dans un premier temps de connaître la totalité de ces efforts (les réactions de liaison de l'objet avec son environnement), puis d'en déduire certaines grandeurs particulières (effort normal et tranchant, moment de flexion) qui permettront d'effectuer le dimensionnement.

Pour réaliser ce travail, on effectue une étude statique de l'objet : on écrit qu'il est en équilibre et l'application des équations y correspondantes (si elles sont en nombre suffisant) permet de déterminer les réactions de liaison. Pour cela, on suppose que le corps étudié est indéformable : les déformations sont en général suffisamment petites par rapport aux dimensions du corps pour que leur influence puisse être négligée.

Si le nombre d'équations obtenues est suffisant pour calculer toutes les réactions de liaison, le problème est dit isostatique ; si ce n'est pas le cas, le problème est dit hyperstatique et on introduit des calculs de déformation du corps pour obtenir les équations manquantes.

L'obtention des diagrammes représentant la variation de l'effort tranchant et du moment de flexion le long de la poutre est ainsi indispensable. La méthode utilisée

dans le cas des poutres isostatiques (poutre reposant sur deux appuis simples, poutre à un encastrement total) est valable pour tous les types de matériaux ; ce qui n'est pas le cas des poutres hyperstatiques, dont l'étude dépend du matériau utilisé.

Les distances normalisées entre axes des nervures (qui assurent la fonction de portance) sont 30 et 50 cm pour les hourdis céramiques et 30,50 ou 70 cm pour les hourdis en sable et ciment. En Algérie les entres-axes les plus couramment utilisés sont 56 cm ou 65 cm.

La hauteur des corps creux (utilisé comme coffrage perdu et isolant phonique) est de 11, 15 ou 16, 20 ou 25 cm ; leur longueur de 20, 25 ou 30 cm.

La dalle supérieure a normalement une épaisseur de 4 cm, éventuellement de 5 cm ; elle est armée d'un simple quadrillage d'armatures constitué en général par une nappe de treillis soudé (Les sections minimales et les espacements maximaux sont définis dans les Règles BA) ayant pour but :

- Résister aux charges appliquées sur des surfaces réduites
- Réaliser un effet de répartiteur entre poutrelles voisines des charges localisées notamment celles correspondantes aux cloisons.

On peut se dispenser de donner une justification de la rigidité du plancher lorsque:

$$\frac{h_t}{l} \geq \frac{1}{22,5}$$

h_t : hauteur totale du plancher ;

l : portée libre maximale des poutrelles

Remarque : Les poutrelles sont disposées dans la direction du bâtiment comportant des travées courtes;

II.3. Armatures

II.3.1. Dalle de compression

La dalle de compression doit être armée d'un quadrillage de barres dont les dimensions des mailles ne doivent pas dépasser :

- 20 cm pour les armatures perpendiculaires aux poutrelles
- 33 cm pour les armatures parallèles aux poutrelles

Armatures perpendiculaires aux poutrelles (en cm^2 par mètre de nervure ou poutrelle):

$$A_1 \geq \frac{200}{f_e}; l' \leq 50 \text{ cm} \quad \text{et} \quad A_1 \geq \frac{4l'}{f_e}; 50 \text{ cm} \leq l' \leq 80 \text{ cm}$$

Armatures parallèles aux poutrelles (par mètre linéaire) : $A_2 \geq \frac{A_1}{2}$

l' : Entre-axes des poutrelles, en cm

f_e : Limite d'élasticité en Mpa

II.3.2.Poutrelles

Les poutrelles sont sollicitées par une charge uniformément répartie dont la largeur est déterminée par l'entre-axe de deux poutrelles consécutives. Le calcul des poutrelles se fait généralement en deux étapes : avant et après coulage de la dalle de compression.

Etape 1 : la poutrelle préfabriquée est considérée comme simplement appuyée à ses deux extrémités, de section rectangulaire, soumise à la flexion simple sous les charges tels que le poids propre, le poids du corps creux et celui de l'ouvrier (surcharge) estimé à 100 kg/ml.

Etape 2 : la poutrelle est calculée comme une poutre continue, de section en T, partiellement encastrée à ses deux extrémités. Elle supporte son poids propre, le poids du corps creux et de la dalle de compression ainsi que les charges et surcharges revenant au plancher. Les efforts sont calculés selon les méthodes exposées aux paragraphes précédents.

II.4. Méthode de calcul

II.4.1.Domains d'application des méthodes propres aux Béton Armé

Selon que les quatre conditions suivantes sont vérifiées ou pas, on appliquera différentes méthodes.

a) la méthode s'applique aux constructions courantes, c'est-à-dire lorsque:

$$Q \leq 2G \quad \text{ou} \quad Q \leq 5\text{kN/m}^2.$$

b) les moments d'inertie des sections transversales sont identiques le long de la poutre.

c) les portées successives sont dans un rapport compris entre 0,8 et 1,25.

d) la fissuration non préjudiciable.

Remarques

- Si a, b, c et d sont vérifiées, on appliquera la méthode forfaitaire (Annexe E1 du BAEL).
- Si a n'est pas vérifiée (cas des planchers à charge d'exploitation relativement élevée), on appliquera la méthode de Caquot (Annexe E2 du BAEL).
- Si a est vérifiée mais une ou plus des trois conditions b, c et d ne le sont pas, on appliquera la méthode de Caquot minorée (Annexe E2 du BAEL).

Tableau II.1 : Méthode de calcul

| CONDITIONS A SATISFAIRE | Conditions Satisfaites | Méthode à utiliser | | |
|---|----------------------------|--------------------|------------------|-------------|
| | | Caquot | Caquot minoré | Forfaitaire |
| [1] Charges d'exploitation $\leq 2 \times$ Charges permanentes | toutes | oui | oui | oui |
| [2] Charges d'exploitation $\leq 5 \text{ kN/m}^2$ | toutes sauf [4] [5] [6] | oui | oui | non |
| [3] Charges localisées $\leq \text{Max}\{2 \text{ kN ; } 0.25Q_t\}^*$ | | | | |
| [4] Inertie constante le long de chaque travée. | autres cas | oui | non | non |
| [5] Rapport des portées successives compris entre 0.80 et 1.25 | | | | |
| [6] Fissuration peu préjudiciable | | | | |

II.4.2. Méthode Forfaitaire applicable aux planchers à charge d'exploitation modérée

II.4.2.1.Principe de la méthode

Cette méthode consiste à évaluer les valeurs maximales des moments en travée et des moments sur appuis à des fractions, fixées forfaitairement, de la valeur maximale du moment fléchissant M_0 dans la travée indépendante de même portée libre que la travée considérée et soumise aux mêmes charges.

Méthode forfaitaire s'applique pour un plancher dit à charge d'exploitation modéré si:

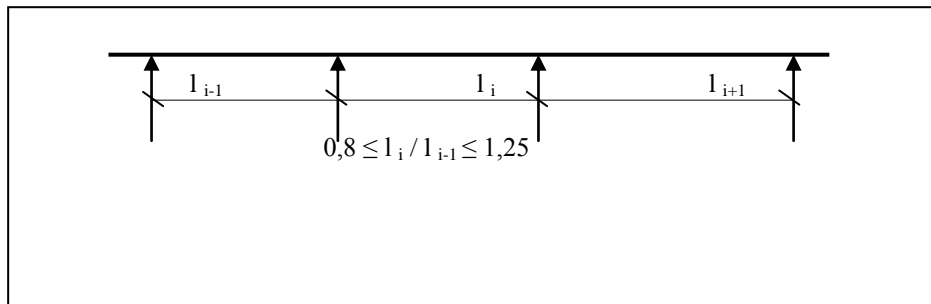
La surcharge $Q \leq \min (2 G ; 5000 \text{ N/m}^2)$

G : Somme des charges permanentes.

Q : Somme des charges variables

Les moments d'inertie sont les mêmes dans les différentes travées,

Les portées successives des travées sont dans un rapport compris entre 0,8 et 1,25,
La fissuration est considérée comme non préjudiciable.



II.4.2.2. Application de la méthode

Soit :

- M_0 : valeur maximale du moment fléchissant dans la travée indépendante, de même portée l que la travée considérée, et soumise aux mêmes charges q :
$$M_0 = \frac{ql^2}{8}.$$
- M_w, M_e, M_t : respectivement les valeurs absolues des moments sur appuis de gauche et de droite ainsi que le moment max en travée de la travée considérée en tenant compte de la continuité.
- α : le rapport des charges d'exploitation à la somme des charges permanentes et des charges d'exploitation ($\alpha = \frac{Q}{G+Q}$)
- Pour $Q = 0 \Rightarrow \alpha=0$
- Pour $Q = 2G \Rightarrow \alpha = 2/3$
- l : la portée de poutre ou dalle.

Les valeurs de M_w, M_e, M_t doivent vérifier les conditions suivantes :

$$1- M_t \geq \text{Max} \{1,05 M_0; (1 + 0,3\alpha) M_0\} - \frac{M_w + M_e}{2}$$

$$2- M_t \geq \frac{1+0,3\alpha}{2} M_0 \quad \text{Travée intermédiaire}$$

$$M_t \geq \frac{1,2+0,3\alpha}{2} M_0 \quad \text{Travée de rive}$$

La valeur absolue de chaque moment sur appui intermédiaires doit être égale à:

0.6 M_0 Poutre à deux travées.

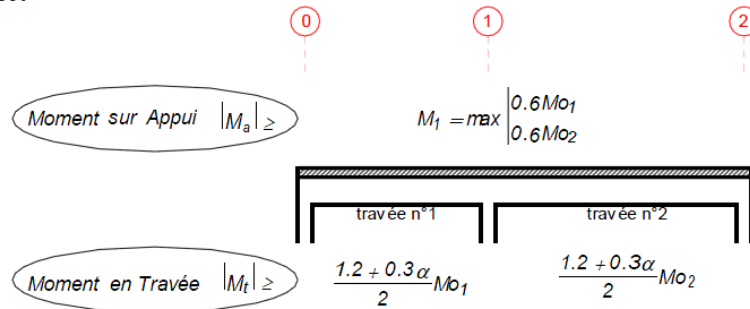
0.5 M_0 Appuis voisins des appuis de rive d'une poutre à plus de deux travées

0.4 M₀ Autres appuis intermédiaires d'une poutre à plus de 3 travées.

Pour la vérification des sections, on retient la plus grande des valeurs absolues des moments évalués à gauche et à droite de l'appui considéré.

Si les calculs font intervenir un moment d'encastrement sur un appui de rive, la résistance de cet appui sous l'effet du moment pris en compte doit être justifiée.

• Poutre à 2 travées



• Poutres à plus de 2 travées

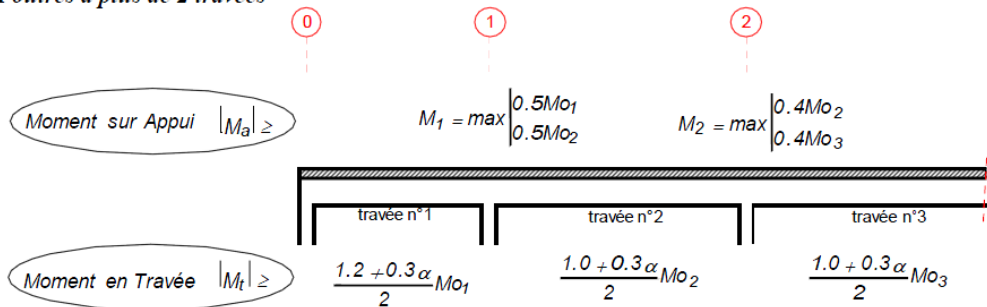


Figure II.2 : Moments en travées.

Remarque : lorsque, sur l'appui de rive, la poutre est solidaire d'un poteau ou d'une poutre, il convient de disposer sur cet appui des aciers supérieurs pour équilibrer $M_a = -0,15M_0$.

➤ Arrêt des barres longitudinales (Forfaitairement)

Dans le cas général, on applique les règles données à l'article B.6.2, 31 « courbes enveloppes » (BAEL99). Les courbes enveloppes des moments permettent de déterminer: les moments maximaux sur appuis et en travées, la longueur des chapeaux sur appuis et les arrêts des barres. Ces courbes enveloppes sont déterminées en envisageant les différents cas de charges pour les diverses combinaisons d'actions

définies par le règlement (BA/BP40 P.182).

On peut se dispenser du tracé des courbes enveloppes et l'arrêt des barres se fera forfaitairement si les conditions suivantes sont réunies :

- Lorsque la charge d'exploitation est au plus égale à la charge permanente et lorsque ces charges peuvent être considérées comme uniformément réparties
- Les valeurs des moments sur appuis sont prises égales aux valeurs minimales indiquées ci-dessus.

On adopte alors les dispositions suivantes :

La longueur des chapeaux, à partir du nu des appuis, est au moins égal à :

- 1/5 de la plus grande portée des deux travées encadrant l'appui considéré s'il s'agit d'un appui n'appartenant pas à une travée de rive ;
- 1/4 de la plus grande portée des deux travées encadrant l'appui considéré s'il s'agit d'un appui intermédiaire voisin d'un appui de rive.

La moitié au moins des armatures inférieures nécessaires en travée est prolongée jusqu'aux appuis et les armatures du second lit sont arrêtées à une distance des appuis au plus égale à 1/10 de la portée.

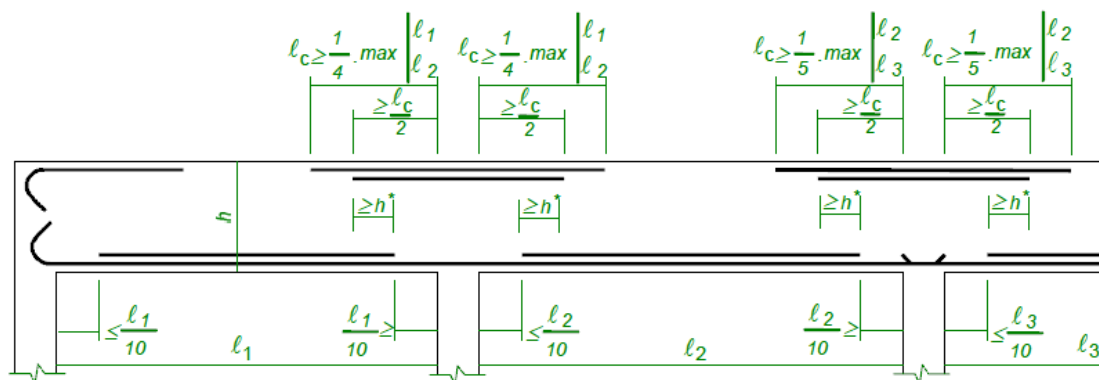


Figure II.3: Arrêt des barres.

II.4.3. Méthode de Caquot applicable aux planchers à charges d'exploitation relativement élevée

II.4.3.1. Domaine d'application

La méthode de Caquot s'applique essentiellement aux poutres - planchers des constructions industrielles, c'est-à-dire pour des charges d'exploitation élevées :

$$Q > 2G \quad \text{ou} \quad Q > 5\text{Kn/m}^2.$$

Elle peut aussi s'appliquer lorsqu'une des trois conditions b, c ou d de la méthode forfaitaire n'est pas validée (Inerties variables; différence de longueur entre les portées supérieure à 25% (fissuration préjudiciable ou très préjudiciable). Dans ce cas, il faut appliquer la méthode de Caquot minorée qu'on présentera dans la suite de ce cours.

II.4.3.2. Principe de la méthode

C'est une méthode de continuité simplifiée, basée sur la théorie générale, des poutres continues. Dans cette méthode on a simplifié la théorie générale puisque les charges éloignées d'une travée produisent sur celle-ci un effet négligeable. La méthode d'Albert Caquot initialement établie pour les poutres non solidaires des poteaux a été étendue au calcul des poutres solidaires des poteaux, elle tient compte:

- De la variation du moment d'inertie des sections transversales de la ligne moyenne due aux variations de la largeur de la table de compression, en réduisant légèrement les moments sur appui et en augmentant proportionnellement ceux en travée.
- De l'amortissement de l'effet des chargements des poutres en BA, en ne considérant que les travées voisines de l'appui pour déterminer le moment sur appui.

II.4.3.3. Évaluation des moments

La méthode approchée pour le calcul des poutres continues solidaires (ou non) des poteaux qui les supportent, sous l'action des charges verticales, due à Caquot, tient compte implicitement des variations d'inertie résultant de la présence des tables de compression en travée et de la réduction des moments sur appuis qui en est la conséquence.

On calcule les moments sur appui déterminé en ne prenant en considération que des travées adjacentes. On admet, de plus, de substituer à la poutre continue la poutre une fois hyperstatique ne comportant plus de deux travées de part et d'autre de l'appui étudié, et on en tiendra compte en remplaçant les portées réelles par des portées fictives l'_w et l'_e avec :

$l' = l$ Pour une travée de rive

$l' = 0,8 l$ Pour une travée intermédiaire.

a. Moments sur appuis

Le moment sur appui quelconque se calcule en ne tenant compte que des charges agissant sur les deux travées fictives encadrant cet appui. Ces deux travées fictives sont simplement appuyées à leur extrémité opposée à l'appui commun:

$l' = l$ Pour une travée simplement posée sur l'autre appui ;

$l' = 0,8 l$ Pour une travée continue au-delà de l'autre appui.

- Cas d'une charge uniformément répartie

L'application de la formule des trois moments s'écrit pour une poutre à deux travées:

$$M_0 l_w' + 2M_1 (l_e' + l_w') + M_2 l_e' = \frac{q_w l_w'^3}{4} + \frac{q_e l_e'^3}{4}$$

Si $M_0 = M_2 = 0$ (appuis simples), nous obtenons en valeur absolue :

$$M_1 = \frac{q_w l_w'^3 + q_e l_e'^3}{8(l_w' + l_e')}$$

Caquot a remplacé le facteur 8 du dénominateur par 8,5 pour tenir compte de la variation de EI le long de la poutre. Dans les poutres continues, le terme EI est en fait plus faible sur appui (et non constant le long de la poutre) ceci a pour effet de réduire dans certaine mesure les moments sur appuis et corrélativement d'accroître le moment en travée.

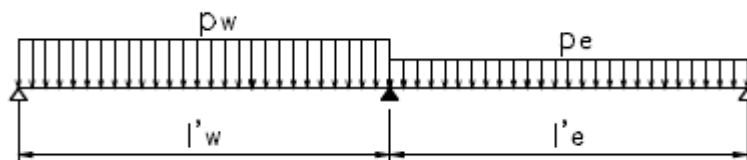


Figure II.4: Notations pour le calcul des moments sur appui cas de charges réparties

Conclusion : une charge uniformément répartie par unité de longueur q_w sur la travée de gauche et q_e sur la travée de droite donne un moment d'appui égal en valeur absolue à :

$$M_1 = \frac{q_w l_w^3 + q_e l_e^3}{8,5(l_w' + l_e')}$$

- Cas d'une charge concentrée

Dans ce cas, l'équation des trois moments s'écrit:

$$M_0 l_w' + 2M_1(l_e' + l_w') + M_2 l_e' = \frac{P_e a_e (l_e' - a_e)(2l_e' - a_e)}{l_e'}$$

Et si $M_0 = M_2 = 0$ (appuis simples), on obtient :

$$M_1 = \frac{P_e a_e (l_e' - a_e)(2l_e' - a_e)}{2l_e'(l_w' + l_e')}$$

Caquot a remplacé le coefficient 2 par 2,125 ;

$$M_1 = \frac{P_e l_e'^2}{l_w' + l_e'} k_e ; k_e = \frac{1}{2,125} \cdot \frac{a_e}{l_e'} \cdot \frac{l_e' - a_e}{l_e'} \cdot \frac{2l_e' - a_e}{l_e'} = \frac{1}{2,125} \cdot \frac{a_e}{l_e'} \left(1 - \frac{a_e}{l_e'}\right) \left(2 - \frac{a_e}{l_e'}\right)$$

Conclusion : une charge concentrée P_w sur la travée de gauche ou P_e sur la travée de droite à la distance a du nu de l'appui donne un moment d'appui égal en valeur absolue à :

$$\frac{k P_w l_w'^2}{l_w' + l_e'} \quad \text{ou} \quad \frac{k P_e l_e'^2}{l_w' + l_e'} \quad ; \quad k = \frac{1}{2,125} \cdot \frac{a}{l'} \left(1 - \frac{a}{l'}\right) \left(2 - \frac{a}{l'}\right)$$

Les valeurs de k sont données par des tableaux en fonction de $\frac{a}{l'}$ (Voir tableau en Annexe).

- Si la poutre comporte des goussets normaux, les valeurs des moments d'appuis s'obtiennent :
 - Pour les charges réparties, par substitution du coefficient 7,7 au coefficient 8,5,
 - Pour les charges concentrées, par substitution au coefficient k du coefficient k^1 donné en fonction de $\frac{a}{l'}$ (Voir tableau en annexe).

$$k^1 = \frac{1}{1,925} \cdot \frac{a}{l'} \left(1 - \frac{a}{l'}\right) \left(2 - \frac{a}{l'}\right)$$

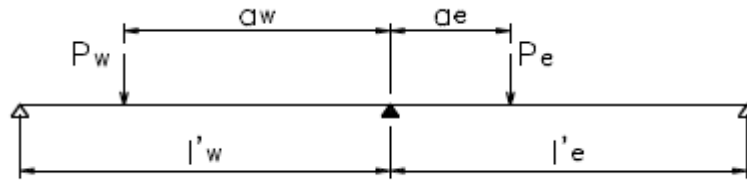


Figure II.5: Notations pour le calcul des moments sur appui cas de charges ponctuelles.

b. Moments en travée

Pour les calculs des moments en travée M_t , on utilise dans le calcul la longueur des portées réelles l , les moments M_i et M_{i+1} sont pris avec leur signe et on doit tenir compte du chargement et déchargement des travées. L'évolution du moment en travée $M(x)$, pour un cas de charge, est donné par la formule ci-dessous:

Moment fléchissant
$$M(x) = \mu(x) + M_i \left(1 - \frac{x}{l_i}\right) + M_{i+1} \frac{x}{l_i}$$

$\mu(x)$: Moment dans la travée isostatique de référence correspondant au cas de charge étudié. La position du moment maximum en travée est obtenue en recherchant l'abscisse où la dérivée de $M(x)$ s'annule, soit dans le cas d'un chargement symétrique sur la travée:

$$x_{M_{tmax}} = \frac{l}{2} - \frac{M_w - M_e}{pl}$$

Le moment total est obtenu comme la somme des moments sur appui des différents chargements.

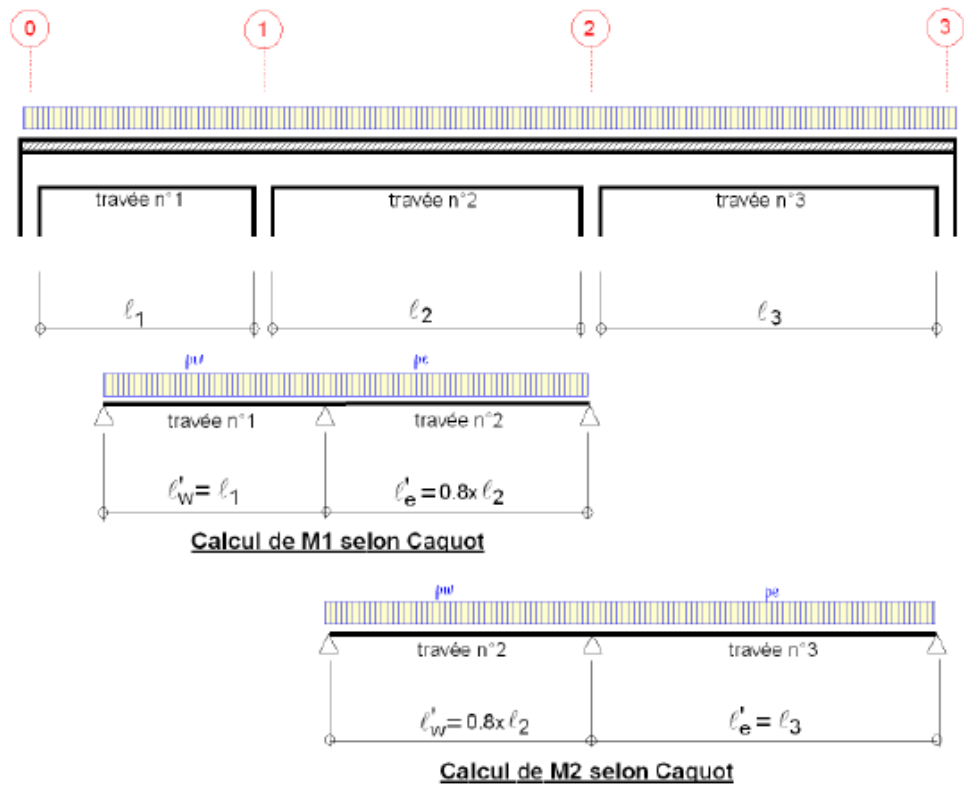


Figure II.6: Calcul des moments: cas de trois travées.

- Cas d'un encastrement à une extrémité

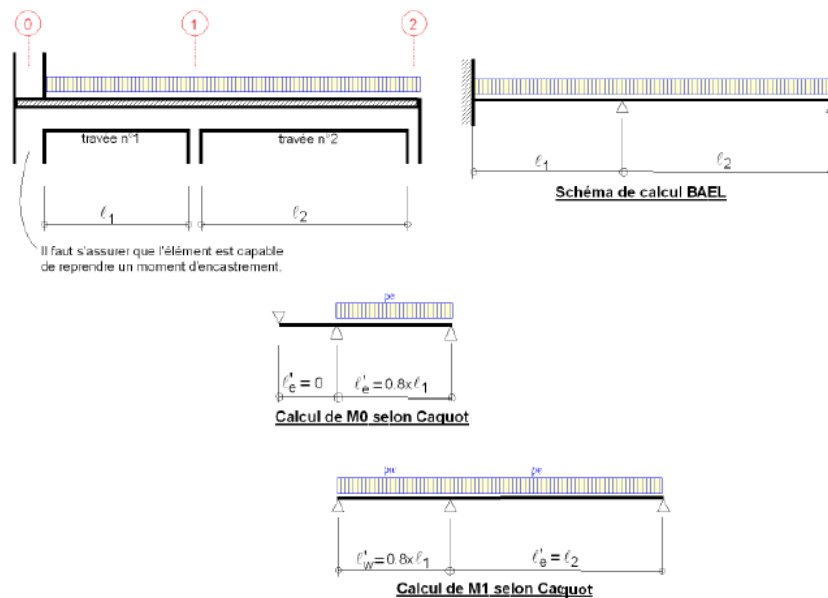


Figure II.7: Calcul des moments: Cas d'un encastrement à une extrémité.

- Cas d'une console

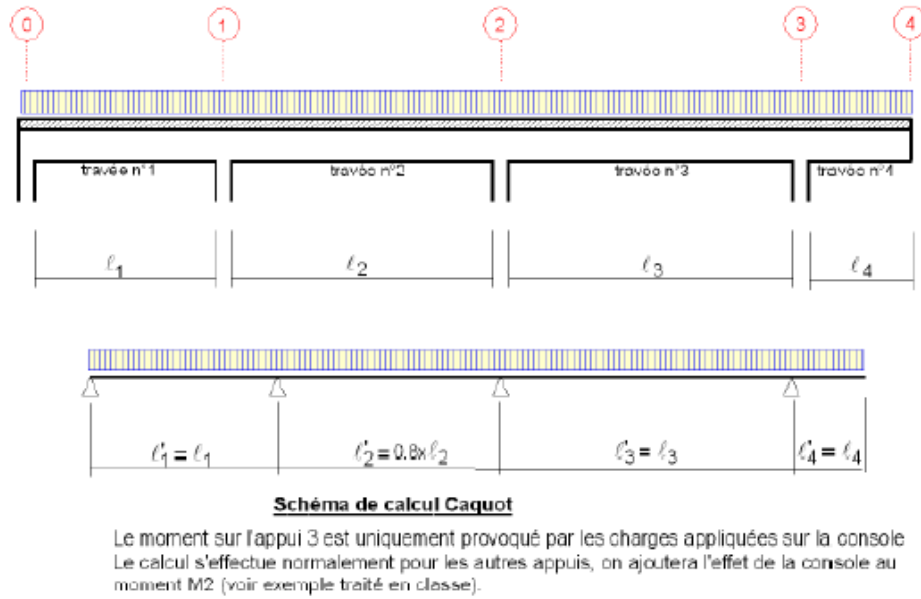


Figure II.8: Calcul des moments: Cas d'une console.

II.4.3.4. Efforts tranchants

L'effort tranchant d'appui, pour un cas de chargement donné, est calculé classiquement comme l'opposé de la dérivée du moment fléchissant de continuité, soit:

Effort tranchant
$$V(x) = \theta(x) + \frac{M_{i+1} - M_i}{l_i}$$

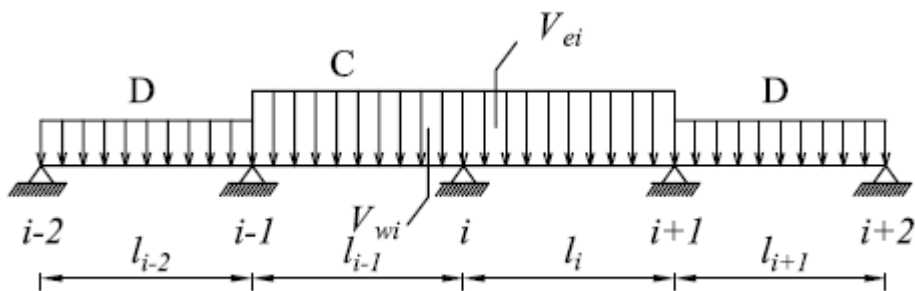


Figure II.9: Cas de charge conduisant à la valeur maximale de l'effort tranchant sur l'appui i.

Remarques

- On revient dans ces relations aux portées réelles
- M_i et M_{i+1} sont à prendre avec leur signe

- Tenir compte du chargement et déchargement des travées. Les charges G et Q sont pondérées à l'état limite considéré.

II.5. Conditions d'application de la méthode aux poutres à moments d'inertie variables d'une travée à l'autre et non solidaires des poteaux

Posons : $\beta = \frac{l'_e I_w}{l'_w I_e}$ avec

I_w : Moment d'inertie de la travée de gauche

I_e : Moment d'inertie de la travée de droite

Les formules précédentes deviennent:

- Une charge uniformément répartie (q_w et q_e) par unité de longueur donne un moment d'appui égal en valeur absolue à :

$$\frac{q_w l_w'^2 + q_e l_e'^2}{8,5(1 + \beta)}$$

- Une charge concentrée P_w ou P_e à la distance 'a' du nu de l'appui donne un moment d'appui égal en valeur absolue à :

$$\frac{k P_w l_w'}{1 + \beta} \quad \text{ou} \quad \frac{k P_e l_e' \beta}{1 + \beta}$$

Les valeurs de k sont les mêmes que précédemment (Voir tableau en annexe).

Remarque :

Cette méthode s'applique aux poutres qui supportent des charges d'exploitation modérées, mais pour lesquelles la méthode forfaitaire n'est pas applicable. La démarche de calcul est identique à celle de Caquot exposée ci-dessus, seule différence réside dans la possibilité de diminuer les moments sur appuis (donc augmenter les moments en travée). Pour cela, on minore les charges permanentes pour les moments sur appuis d'un coefficient compris entre 1 et 1/3.

Les valeurs de k sont les mêmes que précédemment.

Exercices d'applications

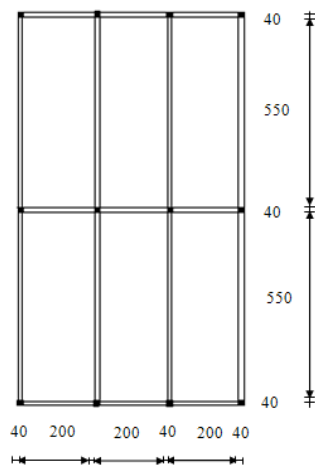
Exercice 1:

Soit un plancher en béton armé, constitué de panneaux de dalles de 16 [cm] d'épaisseur. Les poteaux sont de dimensions 40 [cm] x 40 [cm] et les poutres de dimensions 40 [cm] x 45[cm] (voir figure 2). La valeur des moments d'encastrement partiel au niveau des appuis de rive sont négligeables.

Données :

- Charges permanentes = 7 [KN/m²]
- Charges d'exploitation = 2.5 [KN/m²]
- La fissuration étant considérée comme non préjudiciable.

1. Déterminer à l'ELU, les moments fléchissant aux appuis et en travées dans les panneaux.
2. Tracer à l'ELU, le diagramme du moment fléchissant du plancher en béton armé.
3. Représenter schématiquement la répartition des charges sur les poutres.



Solution

1. Diagramme du moment fléchissant à l'ELU du plancher en béton armé

1.1. Pour tous les panneaux nous avons:

$$\rho = \frac{l_x}{l_y} = \frac{2}{5,5} = 0,363 < 0,4 \quad \longrightarrow \quad \underline{\text{Panneaux de dalle portent suivant une seule direction}}$$

Conclusion : Le calcul se fera en considérant une poutre sur 4 appuis dont la section fait 1[m] de largeur et 0,16[m] d'épaisseur.

Le plancher est à charge d'exploitation modérée puisque :

- Charge d'exploitation $Q = 2.5 \text{ [kN/m}^2\text{]}$
- Charge permanente $G = 7 \text{ [kN/m}^2\text{]}$ ($2 \times G = 14 \text{ [kN/m}^2\text{]}$) Soit :

$$Q \leq \min\{2G, 5[\text{kN/m}^2]\}$$

Domaine de validation de la méthode forfaitaire:

- La fissuration non préjudiciable (énoncé) (condition vérifiée).
- Les moments d'inertie des sections transversales sont les mêmes dans les différentes travées \longrightarrow Condition vérifiée
- Les portées successives des travées sont dans un rapport qui est compris entre 0.8 et 1.25 on a : $(2/2 = 1) \longrightarrow$ Condition vérifiée.
 \triangleright La méthode forfaitaire est applicable.

Charge de calcul à l'ELU

$$G = 7 \times 1\text{m} = 7[\text{kN/m}]$$

$$Q = 2.5 \times 1\text{m} = 2.5 \text{ [kN/m]}$$

$$q_u = 1,35G + 1,5Q = 1,35(7) + 1,5(2.5) = 13,2 \text{ [kN/m]}$$

Calcul de M_0 (moment isostatique)

$$M_0 = \frac{q_u l_x^2}{8} = \frac{13.2(2)^2}{8} = 6.6[\text{kN.m}]$$

Calcul du rapport des charges α : $\alpha = \frac{Q}{Q+G} = \frac{2.5}{2.5+7} = 0.2631$

$$(1 + 0.3\alpha) = 1.079, \quad \left(\frac{1 + 0.3\alpha}{2}\right) = 0.539 \quad \text{et} \quad \left(\frac{1.2 + 0.3\alpha}{2}\right) = 0.639$$

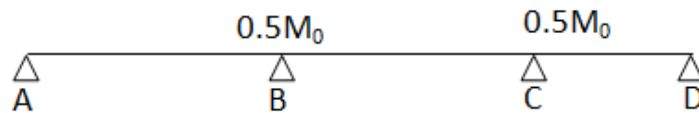
Calcul de M_t , M_w et M_c :

Poutre à 3 travées \longrightarrow les valeurs des moments sur appuis sont:

$0,5M_0$ pour les appuis voisins des appuis de rive.

$M_A = M_D = 0$ (Sur les appuis de rive, les encastremets sont considérés comme négligeables).

$$M_B = M_C = 0.5M_0 = 3.3 \text{ [kN.m]}$$



Étude de la travée de rive AB (travée CD)

- $M_t + \frac{M_w + M_e}{2} \geq (1 + 0.3\alpha)M_0$ et $(1 + 0.3\alpha)M_0 \geq 1.05M_0$

$$M_{tAB} + \frac{M_A + M_B}{2} \geq (1 + 0.3\alpha)M_0$$

$$M_{tAB} + \frac{0.5M_0}{2} \geq 1.079M_0 \rightarrow M_{tAB} \geq 1.079M_0 - \frac{0.5M_0}{2}$$

$$\rightarrow M_{tAB} \geq 0.829 M_0$$

- $M_{tAB} \geq \left(\frac{1.2+0.3\alpha}{2}\right) M_0 = 0.639M_0$

On prendra $M_{tAB} = 0.829M_0 = 5.471[\text{kN.m}] = M_{tCD}$

Étude de la travée intermédiaire BC

- $M_t + \frac{M_w + M_e}{2} \geq (1 + 0.3\alpha)M_0$ et $(1 + 0.3\alpha)M_0 \geq 1.05M_0$

$$M_{tBC} + \frac{M_B + M_C}{2} \geq (1 + 0.3\alpha)M_0$$

$$M_{tBC} + \frac{1M_0}{2} \geq 1.079M_0 \rightarrow M_{tBC} \geq 1.079M_0 - \frac{1M_0}{2}$$

$$\rightarrow M_{tBC} \geq 0.579 M_0$$

- $M_{tBC} \geq \left(\frac{1+0.3\alpha}{2}\right) M_0 = 0.539M_0$

On prendra $M_{tBC} = 0.579M_0 = 3.821[\text{kN.m}]$

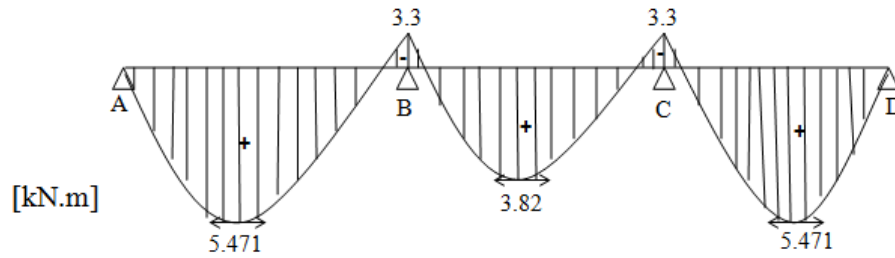
Tracé du diagramme (kN.m)

$$M_A = M_D = 0$$

$$M_B = M_C = 0.5M_0 = 3.3[\text{kN.m}]$$

$$M_{tAB} = 0.829M_0 = 5.471[\text{kN.m}] = M_{tCD}$$

$$M_{tBC} = 0.579M_0 = 3.821[\text{kN.m}]$$



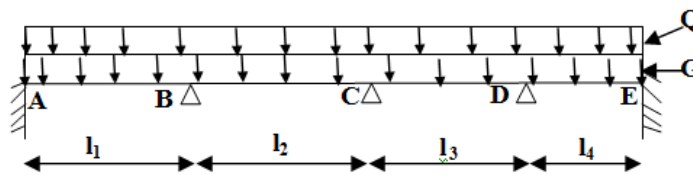
Exercice 2:

Calculer à l'E.L.U. les moments de flexion agissant dans une poutre continue ABCDE, en utilisant la méthode forfaitaire. On admet que les encastremets sur les appuis de rive ont pour valeurs $(-0,2M_0)$. On donne:

La charge permanente : $G= 6,5 \text{ KN/m}$

La charge d'exploitation : $Q= 5,5 \text{ KN/m}$

$l_1 = l_4$; $l_2 = 5\text{m}$ et $l_3=4\text{m}$



Solution

Calcul du rapport des charges α : $\alpha = \frac{Q}{Q+G} = \frac{5.5}{6.5+5.5} = 0.4583$

$$(1 + 0.3\alpha) = 1.1375, \quad \left(\frac{1 + 0.3\alpha}{2}\right) = 0.5687 \quad \text{et} \quad \left(\frac{1.2 + 0.3\alpha}{2}\right) = 0.6687$$

Calcul de la charge à l'ELU

$$q_u = 1,35G + 1,5Q = 1,35(6.5) + 1,5(5.5) = 17.025[\text{kN/m}]$$

Calcul de M_0 (moment isostatique) pour chaque travée :

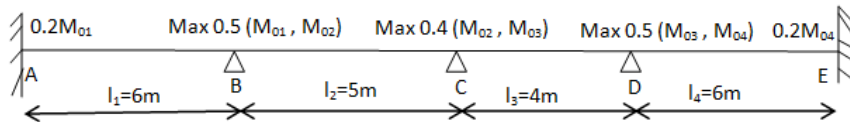
$$M_{01} = \frac{q_u l_1^2}{8} = \frac{17.025(6)^2}{8} = 76.612[\text{kN.m}]$$

$$M_{02} = \frac{q_u l_2^2}{8} = \frac{17.025(5)^2}{8} = 53.203[\text{kN.m}]$$

$$M_{03} = \frac{q_u l_3^2}{8} = \frac{17.025(4)^2}{8} = 34.05[\text{kN.m}]$$

$$M_{04} = \frac{q_u l_4^2}{8} = \frac{17.025(6)^2}{8} = 76.612[\text{kN.m}] = M_{01}$$

Calcul des moments sur appuis



$$M_A = 0.2M_{01} = 0.2(76.612) = 15.322[\text{kN.m}]$$

$$M_B = 0.5M_{01} = 0.5(76.612) = 38.306[\text{kN.m}]$$

$$M_C = 0.4M_{02} = 0.5(53.203) = 21.281[\text{kN.m}]$$

$$M_D = 0.5M_{04} = M_B = 0.5(76.612) = 38.306[\text{kN.m}]$$

$$M_E = 0.2M_{04} = M_A = 0.2(76.612) = 15.322[\text{kN.m}]$$

Calcul des moments en travées

❖ Travée de rive :

Travée AB et DE :

$$\bullet M_t + \frac{M_w + M_e}{2} \geq (1 + 0.3\alpha)M_0 \quad \text{et} \quad (1 + 0.3\alpha)M_0 \geq 1.05M_0$$

$$M_{tAB} + \frac{M_A + M_B}{2} \geq (1 + 0.3\alpha)M_{01} \quad \text{et} \quad (1 + 0.3\alpha)M_{01} \geq 1.05M_{01}$$

$$M_{tAB} + \frac{0.2M_{01} + 0.5M_{01}}{2} \geq 1.1375M_{01} \rightarrow M_{tAB} \geq 1.1375M_{01} - \frac{0.7M_{01}}{2}$$

$$\rightarrow M_{tAB} \geq 0.7875 M_{01}$$

$$\bullet M_{tAB} \geq \left(\frac{1.2+0.3\alpha}{2}\right) M_{01} = 0.6687M_{01}$$

$$\text{On prendra} \quad M_{tAB} = 0.80M_{01} = 0.8(76.612) = 61.290[\text{kN.m}] = M_{tDE}$$

❖ Travée intermédiaire:

Travée BC :

$$\bullet M_t + \frac{M_w + M_e}{2} \geq (1 + 0.3\alpha)M_0 \quad \text{et} \quad (1 + 0.3\alpha)M_0 \geq 1.05M_0$$

$$M_{tBC} + \frac{M_B + M_C}{2} \geq (1 + 0.3\alpha)M_{02} \quad \text{et} \quad (1 + 0.3\alpha)M_{02} \geq 1.05M_{02}$$

$$M_{tBC} + \frac{0.5M_{01} + 0.4M_{02}}{2} \geq 1.1375M_{02} \rightarrow M_{tBC}$$

$$\geq 1.1375M_{02} - \frac{0.5M_{01} + 0.4M_{02}}{2}$$

$$\rightarrow M_{tBC} \geq 1.1375(53.203) - \frac{0.5(76.612) + 0.4(53.203)}{2} = 30.73[\text{kN.m}]$$

$$\rightarrow M_{tBC} \geq 60.52 - \frac{38.306 + 21.281}{2} = 60.52 - 29.79 = 30.73[\text{kN.m}]$$

- $M_{tBC} \geq \left(\frac{1+0.3\alpha}{2}\right) M_{02} = 0.5687M_{02} = 0.579(53.203) = 30.256[\text{kN.m}]$

On prendra $M_{tBC} = 30.73[\text{kN.m}]$

Travée CD :

- $M_t + \frac{M_w + M_e}{2} \geq (1 + 0.3\alpha)M_0$ et $(1 + 0.3\alpha)M_0 \geq 1.05M_0$

$$M_{tCD} + \frac{M_C + M_D}{2} \geq (1 + 0.3\alpha)M_{03} \text{ et } (1 + 0.3\alpha)M_{03} \geq 1.05M_{03}$$

$$M_{tCD} + \frac{0.4M_{02} + 0.5M_{04}}{2} \geq 1.1375M_{03}$$

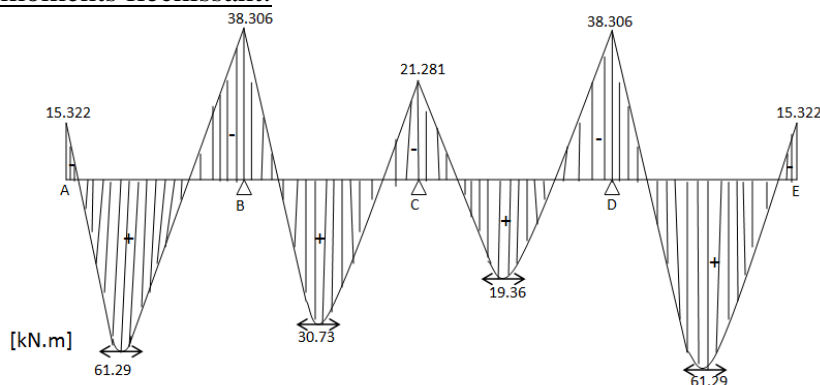
$$\rightarrow M_{tCD} \geq 1.1375M_{03} - \frac{0.4M_{02} + 0.5M_{04}}{2}$$

$$\rightarrow M_{tCD} \geq 1.1375(34.05) - \frac{21.281 + 38.306}{2} = 38.73 - 29.79 = 8.938[\text{kN.m}]$$

- $M_{tCD} \geq \left(\frac{1+0.3\alpha}{2}\right) M_{03} = 0.5687(34.05) = 19.364[\text{kN.m}]$

On prendra $M_{tCD} = 19.364[\text{kN.m}]$

Diagramme des moments necessant:



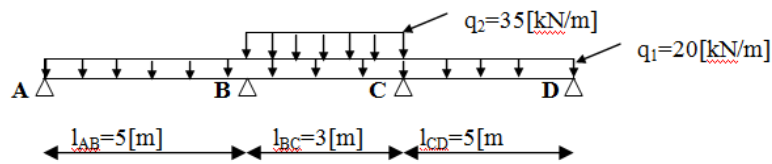
Exercice 3:

Soit une poutre ABCD, de section transversale rectangulaire, est soumise à des charges uniformes pondérée q_1 et q_2 .

1) Sachant que q_1 est une charge permanente et q_2 une surcharge, calculer à

l'E.L.U. les moments min en travées en utilisant la méthode de Caquot.

2) Tracer les diagrammes des moments .Conclure.



Solution :

1) Calcul à l'E.L.U. des moments min en travées:

Rappels :

$$M(x) = \mu(x) + M_i \left(1 - \frac{x}{l}\right) + M_{i+1} \frac{x}{l}$$

$$V(x) = \theta(x) + \frac{M_i - M_{i+1}}{l}$$

$$V(x) = \frac{dM(x)}{dx}$$

$$V(x) = 0 \rightarrow \theta(x) + \frac{M_i - M_{i+1}}{l} = 0$$

Pour des charges uniformément répartie, nous avons :

$$\mu(x) = q \frac{1}{2} x - q \frac{x^2}{2} = q \frac{x}{2} (1 - x)$$

$$\theta(x) = q \frac{1}{2} - qx$$

Donc :

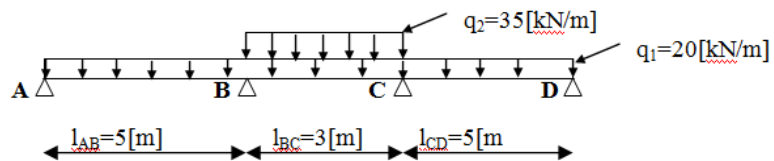
$$V(x) = q \frac{1}{2} - qx + \frac{M_i - M_{i+1}}{l} = 0 \quad \Longrightarrow \quad x = \frac{1}{2} + \frac{M_i - M_{i+1}}{ql}$$

Pour $x = \frac{1}{2} + \frac{M_{i+1} - M_i}{ql} \quad \Longrightarrow \quad$ on trouve M_{\max}

a) Travée AB :

$$M_A = 0$$

$$M_B = \frac{q_w^B l_{wB}^3 + q_e^B l_{eB}^3}{8.5(l'_{wB} + l'_{eB})}$$



$$q_w^B = q_1 = 20 \text{ [kN/m]}$$

$$q_e^B = q_2 + q_1 = 35 + 20 = 55 \text{ [kN/m]}$$

$$l'_{wB} = l_{wB} = 5 \text{ [m]} \quad (\text{BA est simplement appuyée en A})$$

$$l'_{eB} = 0.8 l_{eB} = 2.4 \text{ [m]} \quad (\text{BC est continue au-delà de l'appui C})$$

$$M_B = \frac{20(5^3) + 55(2.4^3)}{8.5(5 + 2.4)} = 51.83[\text{kN.m}]$$

Calcul de x :

$$x = \frac{l_{AB}}{2} + \frac{M_B - M_A}{q_u l_{AB}}$$

$$x = \frac{5}{2} + \frac{(-51.83 - 0)}{20(5)} = 1.98[\text{m}]$$

Calcul du moment en travée :

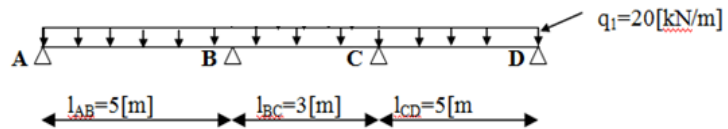
$$M_{tAB} = q_u \frac{x}{2} (l_{AB} - x) + M_A \left(1 - \frac{x}{l_{AB}}\right) + M_B \frac{x}{l_{AB}}$$

$$M_{tAB} = 20 \frac{1.98}{2} (5 - 1.98) + 0 \left(1 - \frac{1.98}{5}\right) + (-51.83) \frac{1.98}{5} = 39.27[\text{kN.m}]$$

b) Travée BC :

$$M_B = \frac{q_w^B l_{wB}^3 + q_e^B l_{eB}^3}{8.5(l_{wB} + l_{eB})}$$

$$q_e^B = q_w^B = q_1 = 20[\text{kN/m}]$$



$$l'_{wB} = l_{wB} = 5[\text{m}] \quad (\text{BA est simplement appuyée en A})$$

$$l'_{eB} = 0.8l_{eB} = 2.4[\text{m}] \quad (\text{BC est continue au-delà de l'appui C})$$

$$M_B = \frac{20(5^3) + 20(2.4^3)}{8.5(5 + 2.4)} = 44.14[\text{kN.m}]$$

$$M_C = \frac{q_w^C l_{wC}^3 + q_e^C l_{eC}^3}{8.5(l_{wC} + l_{eC})}$$

$$q_e^C = q_w^C = q_1 = 20[\text{kN/m}]$$

$$l'_{wC} = 0.8l_{wC} = 2.4[\text{m}] \quad (\text{CB est continu au-delà de l'appui B})$$

$$l'_{eC} = l_{eC} = 5[\text{m}] \quad (\text{CD est simplement appuyée en D})$$

$$M_C = \frac{20(2.4^3) + 20(5^3)}{8.5(2.4 + 5)} = 44.14[\text{kN.m}]$$

Calcul de x :

$$x = \frac{l_{BC}}{2} + \frac{M_C - M_B}{q_u l_{BC}}$$

$$\text{Comme : } M_C = M_B = 44.14[\text{kN.m}] \implies x = \frac{3}{2} = 1.5[\text{m}]$$

Calcul du moment en travée :

$$M_{tBC} = q_u \frac{x}{2} (l_{BC} - x) + M_B \left(1 - \frac{x}{l_{BC}}\right) + M_C \frac{x}{l_{BC}}$$

$$M_{tBC} = 20 \frac{1.5}{2} (3 - 1.5) + (-44.14) \left(1 - \frac{1.5}{3}\right) + (-44.14) \frac{1.5}{3} = -21.64 [\text{kN.m}]$$

Les fibres supérieures sont tendues donc soulèvement de la travée BC.

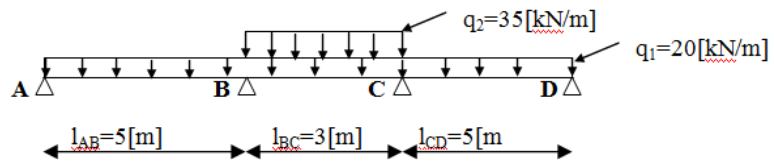
c) Travée CD :

$$M_D = 0$$

$$M_C = \frac{q_w^C l_{wC}^3 + q_e^C l_{eC}^3}{8.5(l_{wC} + l_{eC})}$$

$$q_e^C = q_1 = 20 [\text{kN/m}]$$

$$q_w^C = q_2 + q_1 = 35 + 20 = 55 [\text{kN/m}]$$



$$l_{eC} = l_{eC} = 5 [\text{m}] \quad (\text{CD est simplement appuyée en D})$$

$$l_{wC} = 0.8 l_{wC} = 0.8(3) = 2.4 [\text{m}] \quad (\text{CB est continue au-delà de l'appui B})$$

$$M_C = \frac{55(2.4^3) + 20(5^3)}{8.5(2.4 + 5)} = 51.83 [\text{kN.m}]$$

Calcul de x :

$$x = \frac{l_{CD}}{2} + \frac{M_D - M_C}{q_u l_{CD}}$$

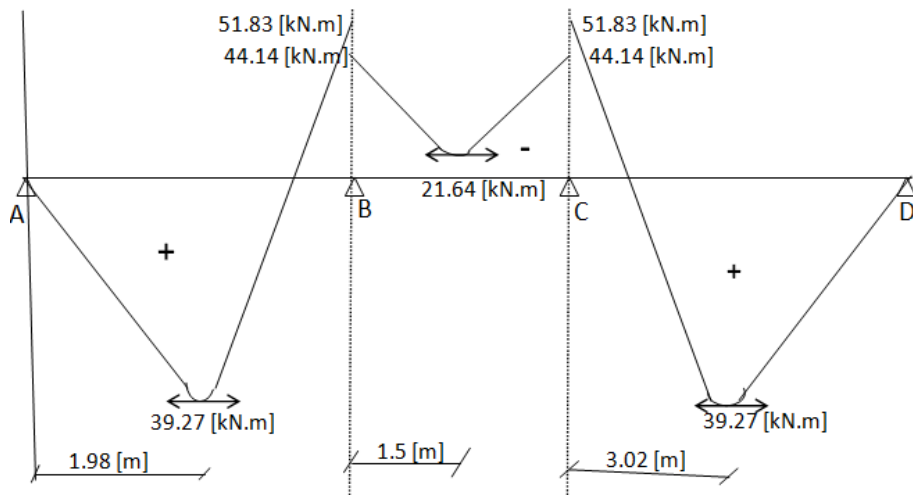
$$x = \frac{5}{2} + \frac{(0 - (-51.83))}{20(5)} = 3.02 [\text{m}]$$

Calcul du moment en travée :

$$M_{tCD} = q_u \frac{x}{2} (l_{CD} - x) + M_C \left(1 - \frac{x}{l_{CD}}\right) + M_D \frac{x}{l_{CD}}$$

$$M_{tCD} = 20 \frac{3.02}{2} (5 - 3.02) + (-51.83) \left(1 - \frac{3.02}{5}\right) + (0) \frac{3.02}{5} = 39.27 [\text{kN.m}]$$

2) Diagramme des moments :



Conclusion :

- Les courbes présentent des discontinuités au niveau des appuis B et C.
- Cette discontinuité découle des schémas statiques différents relatifs au cas de moment min dans les travées AB, BC et CD.

Chapitre III. Plancher à poutres orthogonales

Introduction

Ils sont constitués de dalles minces et planes d'épaisseur constante dont les appuis peuvent être des poutres ou des voiles. Les portés des dalles sont les distances entre nus intérieurs des appuis, on désigne les portés l_x et l_y correspondant respectivement à la plus petite dimension et la plus grande dimension de la dalle. En général, on considère dans l'étude des dalles une tranche de 1m de largeur, c'est à dire que l'on prend $b=100$ cm.

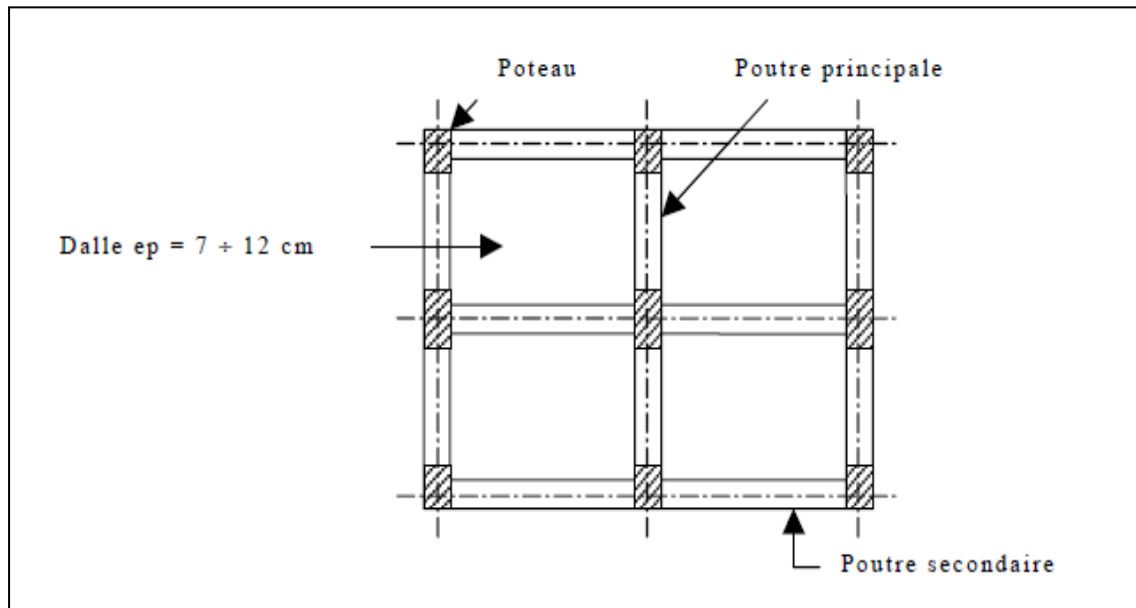


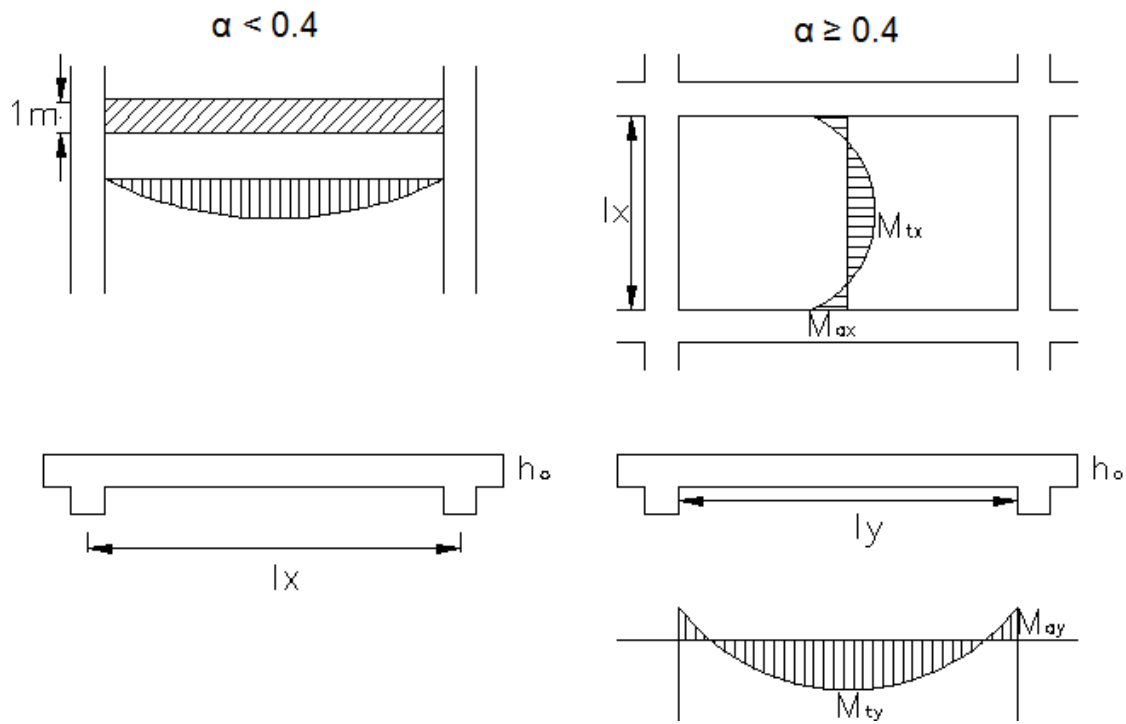
Figure III.1 : Plancher dalle.

III.1. Principe de calcul

Les principes de calculs de résistance d'une dalle de plancher sont basés sur les valeurs

de rapport $\alpha = \frac{l_x}{l_y}$, nous distinguerons deux cas:

- Si $\alpha < 0.4$: on admet que la dalle travaille dans une seule direction du petite portée l_x . La dalle est étudiée comme une poutre de $b = 1$ m et de hauteur h_0 et elle est uniformément chargée.
- Si $\alpha \geq 0.4$: on admet qu'elle travaille dans les deux directions l_x et l_y , la dalle est uniformément chargée.



a. Cas où $\alpha < 0.4$

Les moments fléchissant sont évalués en prenant en compte la flexion uniquement suivant la petite dimension l_x , on dit que la dalle ne porte que dans un seul sens. Le calcul se fait comme pour une poutre de section rectangulaire de largeur $b = 1 \text{ m}$ et de hauteur h_0 et de portée l_x .

Très souvent, lorsqu'une dalle continue peut être considérée comme partiellement encastrée sur ses appuis de rive et, en particulier, lorsqu'il s'agit d'un plancher à charges d'exploitation modérées, on prend pour les moments dans chacune des travées les valeurs suivantes :

$$\text{Moment en travée} = -\frac{pl_x^2}{10} = 0,8M_0$$

$$\text{Moment sur appuis} = \frac{pl_x^2}{16} = 0,5M_0$$

Avec :

P : charge uniforme résultant du poids propre et de la charge d'exploitation;

l_x : portée dans le sens X;

$M_0 = \frac{pl_x^2}{8}$: Moment pour la dalle sur deux appuis libres.

Les valeurs des moments en travée et sur appuis, calculées comme indiquées ci-dessus permettent de déterminer les armatures inférieures et les armatures supérieures parallèles à l_x . Dans le sens parallèle au grand côté, l_y , on dispose à la partie inférieure de la dalle, des armatures dites de répartition, dont la section par unité de largeur est au

moins égale au quart des armatures principales (armatures parallèles au petit côté) par unité de longueur.

En outre si, comme cela se présente généralement, la dalle est bordée le long des petits côté par des appuis dont elle est solidaire, on dispose le long de ces petits côté des chapeaux, c'est à dire des armatures placées dans la partie supérieure de la dalle, dont la section, par unité de longueur, est au moins égales à celle des chapeaux prévus pour les grands côté. La longueur de ces chapeaux est sensiblement égale à celle des chapeaux placés sur les grands côtés.

Lorsque les appuis de rive ne sont pas susceptibles de fournir un encastrement partiel dont il puisse faire état dans les calculs, il est néanmoins nécessaire de prévoir, au droit de ces appuis, des armatures placées à la partie supérieure de la dalle (chapeaux) et capable d'équilibrer un moment au moins égal à $-0,15M_0$ ($M_0 = \frac{pl_x^2}{8}$).

En ce qui concerne les charges transmises par le hourdis aux poutrelles, on peut négliger l'effet de continuité du hourdis, c'est à dire que l'on calcule l'effort tranchant comme si le hourdis reposait à ses deux extrémités sur des appuis simples.

b. Cas où $0,4 < \alpha < 1$

Dans ce cas de figure, on détermine les moments suivant les deux directions l_x et l_y et on calcule les armatures parallèles à ces deux directions en fonction des moments trouvés. En pratique, deux méthodes peuvent être utilisées pour la détermination de M_x et de M_y :

- celle résultant des dispositions indiquées à l'annexe E3 des règles B.A.E.L;
- celle résultant de l'utilisation des abaques de Pigeaud.

Nous commençons par déterminer les moments M_x suivant l_x , et M_y suivant l_y , en supposant que la dalle repose librement sur son pourtour.

L'annexe E3 des règles B.A.E.L. indique que pour une dalle de dimensions l_x et l_y ($l_x \leq l_y$), reposant librement sur son pourtour et soumise à une charge uniformément répartie p couvrant tout le panneau, les moments au centre de la dalle, pour une bande de largeur unité, ont pour valeur:

- Dans le sens de la petite portée : $M_x = \mu_x pl_x^2$
- Dans le sens de la grande portée : $M_y = \mu_y M_x$

Les valeurs des coefficients μ_x et μ_y sont données, en fonction du rapport $\rho = \frac{l_x}{l_y}$ et du coefficient de Poisson ν (Voir tableau en annexe), ce tableau tient compte du fait que le rapport M_y/M_x ne doit jamais être inférieur à 0,25 (Voir art. A.8.2,42). En ce qui concerne le coefficient de Poisson ν , l'article A.2.1,3 précise que:

$\nu=0,20$ pour les états- limites de service (ELS)

$\nu=0$ pour les états-limites ultimes (ELU).

Concernant les abaques de Pigeaud, ce dernier a publié, dans les Annales des ponts et chaussées (janvier-février 1921), des abaques permettant de déterminer les moments maximaux suivant la petite portée et la grande portée pour des plaques rectangulaires, simplement appuyées sur leur pourtour, soumises aux charges suivantes :

- Charge uniformément répartie sur toute la surface de la plaque ;
- Charge uniformément répartie sur un rectangle concentrique à la plaque.

Aussi, nous signalerons les points suivants :

Dans le cas d'une charge uniformément répartie sur toute la surface de la dalle, les moments au centre de la dalle, pour une bande unité, ont pour valeur :

- Dans le sens de la petite portée : $M_x = (M_1 + \eta M_2)P$
- Dans le sens de la grande portée : $M_y = (\eta M_1 + M_2)P$

Dans ces formules:

M_1 est une valeur donnée par l'abaque en fonction de $\rho_1 = \frac{l_x}{l_y}$;

M_2 est une valeur donnée par l'abaque en fonction de $\rho_2 = \frac{l_y}{l_x}$;

P est la charge totale répartie sur la plaque, $P=p l_x l_y$.

η est le coefficient de Poisson (appelé ν dans les règles B.A.E.L.). On prendra donc $\eta=0$, $\eta=0,20$, suivant le cas respectivement à l'état limite ultime et l'état limite de service. On devra aussi également tenir compte du fait que M_y ne peut être inférieur à $0,25 M_x$.

Dans ces conditions, l'abaque relatif à une charge uniformément répartie sur toute la surface de la plaque conduit aux mêmes résultats que le tableau utilisé dans l'annexe E3 des règles B.A.E.L.

Les abaques relatifs à une charge uniformément répartie sur un rectangle concentrique à la plaque permettent d'étudier le cas des charges concentrées. En effet, on admet (Voir art. A.3.2,5) qu'une force appliquée à la surface de la dalle sur une aire s , agit uniformément sur une aire S située dans le plan moyen de la dalle; l'aire S ayant un contour parallèle à celui de s et distant de ce dernier de la demi épaisseur de la dalle.

Si la charge concentrée est appliquée sur un revêtement situé au-dessus de la dalle, on applique la même règle, la distance entre contours parallèles étant augmentée:

- de l'épaisseur du revêtement si ce dernier est constitué de béton ou d'un matériau analogue ;
- de trois quarts de l'épaisseur de ce revêtement si ce dernier est constitué d'un matériau moins résistant que le béton (asphalte, béton bitumineux, enrobés).

Donc si nous appelons a et b les dimensions du rectangle d'impact d'une charge concentrée (a et b peuvent être nuls sous réserve de l'effet de poinçonnement), les dimensions de la surface d'application seront, si h_0 est l'épaisseur de la dalle et h_r celle du revêtement:

u, v : côtés du rectangle sur lequel la charge P s'applique compte tenu de la diffusion à 45° dans le revêtement et le béton. Ils sont déterminés au niveau du feuillet moyen de la dalle.

- Revêtement en béton:

$$U = a + 2h_r + h_0$$

$$V = b + 2h_r + h_0$$

- Revêtement en matériau différent du béton :

$$U = a + 1,5h_r + h_0$$

$$V = b + 1,5h_r + h_0$$

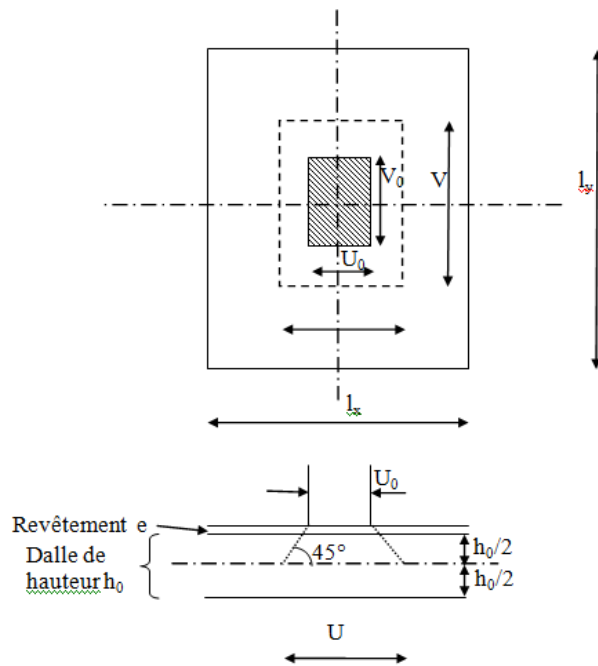


Figure III.2: Diffusion de la charge au niveau du feuillet moyen.

Lorsque le rectangle de répartition de la charge n'est pas concentrique à la plaque, on utilise l'artifice suivant dû à RESAL.

Considérons d'abord le cas où le rectangle ABCD de répartition de la charge possède un axe de symétrie coïncidant avec l'un des axes de la plaque comme représenté sur la figure ci-dessous. Soit $A_1B_1C_1D_1$ le rectangle symétrique de ABCD par rapport à l'autre axe de la plaque. Supposons que le rectangle $A_1B_1C_1D_1$ et le rectangle CC_1D_1D supportent la même charge unitaire p que le rectangle ABCD et considérons les moments au centre de la dalle. Nous avons :

$$M_{ABCD} + M_{A_1B_1C_1D_1} = M_{ABB_1A_1} - M_{CC_1D_1D}$$

Par raison de symétrie, $M_{ABCD} = M_{A_1B_1C_1D_1}$

D'où

$$M_{ABCD} = \frac{M_{ABB_1A_1} - M_{CC_1D_1D}}{2}$$

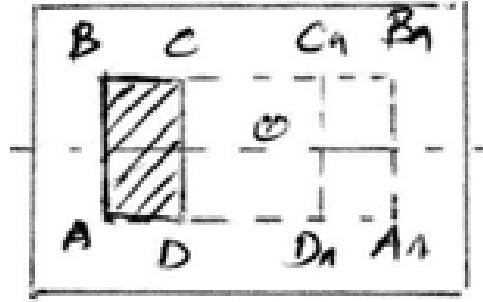


Figure III.3: rectangle de répartition de la charge

Or nous pouvons calculer, à l'aide des abaques de Pigeaud, les moments figurant au deuxième membre de l'équation précédente, puisqu'il s'agit de rectangles concentriques à la plaque.

Considérons maintenant le cas où le rectangle ABCD de répartition de charges, tout en ayant ses côtés parallèles à ceux de la dalle, occupe une position quelconque (voir figure). Par le même raisonnement que ci-dessus, nous pouvons obtenir:

$$M_{ABCD} = \frac{M_{AA_1A_2A_3} - M_{BB_1B_2B_3} - M_{DD_1D_2D_3} + M_{CC_1C_2C_3}}{4}$$

Et au deuxième membre de l'équation ne figurent que des rectangles concentriques à la plaque.

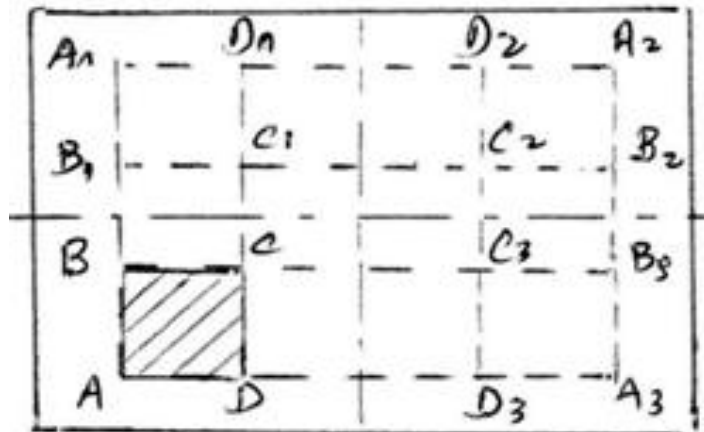


Figure III.4: Position quelconque du rectangle de répartition de la charge

III.2. Type de dalles

III.2.1. Dalle continue et semi-encastées

III.2.1.1. Calcul des moments

Les méthodes examinées ci-dessus permettent de déterminer les moments M_x et M_y ,

suivant l_x et l_y , dans le cas où la dalle est simplement appuyée sur son pourtour.

Lorsque la dalle fait partie d'un hourdis continu ou lorsqu'elle est liée à des appuis permettant de compter sur un encastrement partiel, on réduit les valeurs obtenues pour les moments en travées et on calcule des moments sur appuis.

On adopte souvent les valeurs suivantes pour les planchers et les constructions similaires (Voir Art. A.8.2, 32):

- Si le panneau considéré est continu au-delà de ses appuis :
Moments en travée : $0,75 M_x$ ou $0,75 M_y$
Moments d'encastrement sur les grands côté : $0,50 M_x$

- Si le panneau considéré est un panneau de rive dont l'appui peut assurer un encastrement partiel :
Moments en travée : $0,85 M_x$ ou $0,85 M_y$
Moments d'encastrement sur les grands coté : $0,30 M_x$ (appui de rive)
 $0,50 M_x$ (autre appui)

D'une manière générale on doit toujours vérifier, pour la portée principale l_x ($l_x < l_y$), d'après les prescriptions de l'article A.8.2.32, l'inégalité:

$$M_t + \frac{M_w + M_e}{2} \geq 1,25 M_{0x}$$

Avec :

M_t , moment max considéré en travée ;

$M_w (M_e)$, valeur absolue prises en compte pour les moments sur appuis (de gauche et de droite) ;

M_0 , moment maximal calculé dans l'hypothèse de l'articulation.

Sur les petits côtés, les moments d'encastrement sont pris sensiblement égaux à ceux adoptés pour les grands côtés.

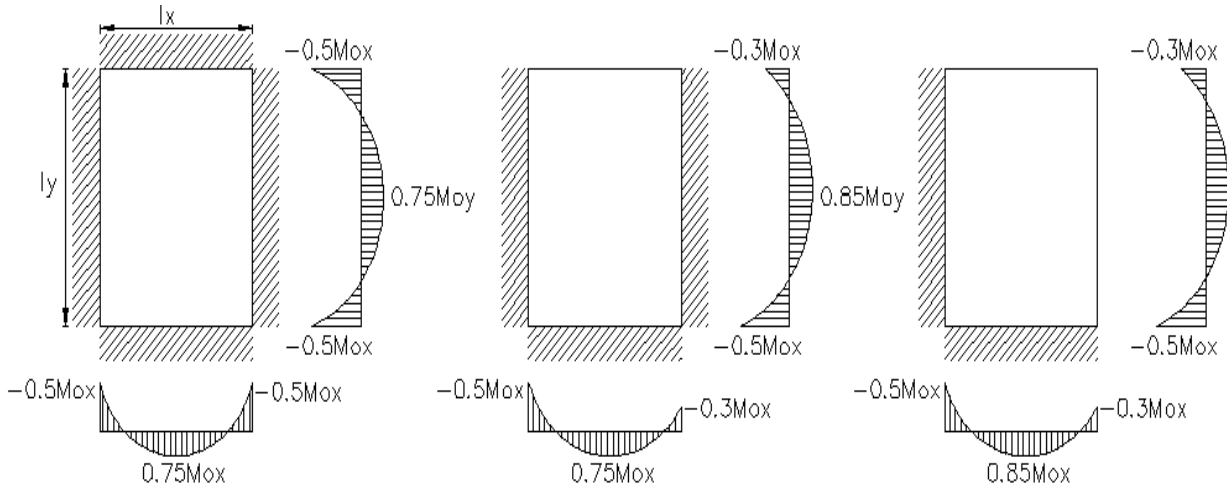


Figure III.5: Moments aux appuis et en travées

III.2.1.2. Détermination des armatures

Les armatures sont déterminées à partir des moments définis ci-dessus et en tenant compte des remarques suivantes:

- Les différents panneaux du plancher sont, en général, calculés isolément en supposant qu'ils sont soumis à la charge $1,35 G + 1,5 Q$ appliquée sur toute la surface du panneau. Sur un appui commun à deux panneaux le moment à retenir est le plus grand, en valeur absolue, de ceux obtenus pour les deux panneaux.

Pour chacune des directions il faut considérer, en travée et aux appuis, la hauteur utile qui lui est propre. On aura donc:

$$d_y = d_x - \frac{\phi_x + \phi_y}{2}$$

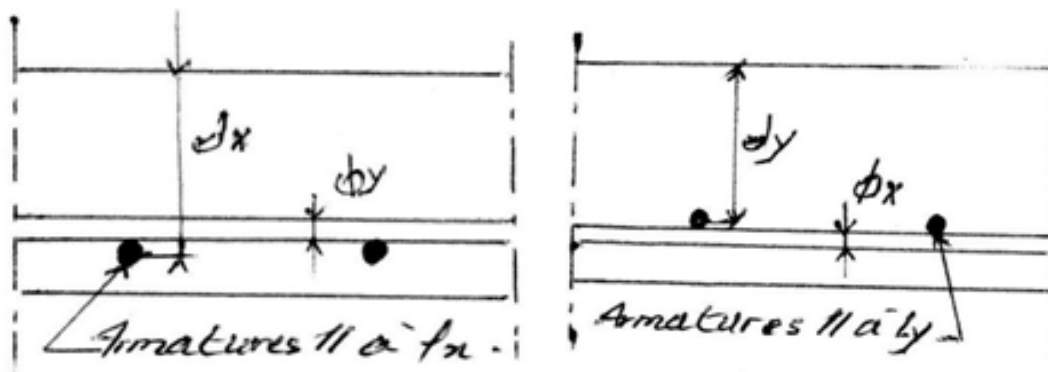


Figure III.6: Hauteur utile des armatures dans les deux directions.

La longueur des chapeaux placés sur les petits côtés doit être voisine de celle des chapeaux placés sur les grands côtés.

Si le panneau est prolongé sur un de ses côtés par une partie en porte-à-faux, la longueur des chapeaux doit être justifiée dans l'hypothèse la plus défavorable qui correspond généralement au cas du porte-à-faux supportant seul la charge d'exploitation.

III.2.1.3. Effort tranchant

Dans les dalles portant sur quatre côtés, l'effort tranchant par unité de longueur est donné par les formules suivantes :

| Charge totale P uniformément répartie sur la surface de la plaque | Charge totale P uniformément répartie sur un rectangle de dimensions u x v, concentrique à la plaque : u=dimension du rectangle parallèle à l _x ; v=dimension du rectangle parallèle à l _y . | | |
|---|--|------------------------|------------------------|
| Au milieu de l _y $T = \frac{P}{2l_y + l_x}$ | Au milieu de u | u > v | u < v |
| Au milieu de l _x $T = \frac{P}{2l_y + l_x}$ | | $T = \frac{P}{2u + v}$ | $T = \frac{P}{3v}$ |
| | Au milieu de v | $T = \frac{P}{3u}$ | $T = \frac{P}{2u + v}$ |

Aucune armature d'effort tranchant n'est requise si les conditions suivantes sont remplies (A.5.2, 2):

- les dispositions constructives générales concernant les dalles sont respectées
- la pièce est réalisée sans reprise de bétonnage sur toute son épaisseur
- la contrainte tangentielle est au plus égale : $\tau_u \leq 0,07 \frac{f_{cj}}{\gamma_b}$ remplacée dans

$$\text{BAEL99 par } \tau_u \leq 0,44 \frac{f_{cj}^{1/2}}{\gamma_b}$$

III.2.1.4. Règles et déposition construction

a. Taux d'armatures

Pour les dalles dont l'épaisseur est comprise entre 12cm-30cm:

Le taux d'armatures dans chaque direction doit être au moins égal à:

- 1,2 ‰ : s'il s'agit des ronds lisses (feE215 ou 235)

- 0,8 ‰ : barres ou fils à haute adhérence des classes feE400 ou treillis soudés à fils lisses de $\varnothing > 6\text{mm}$
- 0,6 ‰ : barres ou fils à haute adhérence des classes feE500 ou treillis soudés à fil lisse de $\varnothing \leq 6\text{mm}$.

Dans le cas des dalles rectangulaires, les armatures parallèles à l_x doivent présenter un pourcentage au moins égal aux valeurs ci-dessus multipliées par le facteur $(3-\alpha)/2$; ce facteur varie de 1 (dalle carrée) à 1,5 (panneau de très grande longueur). Le taux d'armatures est égal au rapport de la section des armatures dans une direction donnée à la section totale du béton ; dans le cas où la dalle est armée sur ses deux faces, la règle s'applique en considérant la section totale d'acier.

b. Rapport des sections d'armature deux direction perpendiculaire

Les sections des aciers armant 02 directions perpendiculaires doivent être en chaque point au moins dans le rapport :

- si les charges appliquées comprennent des charges concentrées: $A_y \geq \frac{A_x}{3}$
- dans le cas contraire : $A_y \geq \frac{A_x}{4}$

Lorsque la dalle est armée sur ses deux faces, la règle s'applique séparément à chacune des faces.

Remarque : Lorsque les nappes sont constituées d'acier n'ayant pas la même limite d'élasticité, les rapports doivent être pris entre les résistances des aciers ($A_s \cdot \sigma_s$) et non plus entre les sections A_s .

c. Espacement des armatures

Les dalles sont toujours armées, à leur partie inférieure, de deux séries d'armatures perpendiculaires entre elles et les mailles du quadrillage ainsi formé ne doivent pas être trop grandes.

➤ *Fissuration non préjudiciable:*

L'écartement des armatures d'une même nappe ne doit pas dépasser les valeurs du tableau suivant:

| Direction | Charges réparties | Charges concentrées |
|--------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| La plus sollicité | $S_t = \min\{3h_0 ; 33\text{cm}\}$ | $S_t = \min\{2h_0 ; 22\text{cm}\}$ |
| La moins sollicité | $S_t = \min\{4h_0 ; 45\text{cm}\}$ | $S_t = \min\{3h_0 ; 33\text{cm}\}$ |

➤ *Fissuration préjudiciable:*

Pour les dalles, la distance entre axes des armatures d'une même nappe

$$S_t \leq \min\{25 \text{ cm}, 2 h_0\}$$

➤ *Fissuration très préjudiciable:*

Dans ce cas cette distance doit être $S_t \leq \min\{20 \text{ cm}, 1,5 h_0\}$

Les arrêts des barres doivent être déterminés compte tenu de l'article A.4.1, 5. Les aciers armant à la flexion la région centrale d'une dalle sont prolongés jusqu'aux appuis:

- Dans leur totalité, si la dalle est soumise à des charges concentrées mobiles d'une valeur $Q > \frac{q l_x l_y}{4}$ (q étant la charge d'exploitation uniforme appliquée sur la surface complète du panneau).
- À raison d'au moins une sur deux si la dalle n'est soumise qu'à des charges uniformes, ou à des charges concentrées mobiles $Q < \frac{q l_x l_y}{4}$. Dans chaque direction une armature sur deux est arrêtée à une distance de l'appui au plus égale à $\frac{l_x}{10}$. La longueur du lit arrêté en travée étant $0,8 l_x$ pour le sens principal et $(l_y - 0,2 l_x)$ pour le sens secondaire.
- Les armatures prolongées jusqu'aux appuis, si elles ne sont pas filantes, sont ancrées au-delà du contour théorique de la dalle.

- Dans le cas d'utilisation de treillis soudés on se reportera pour les ancrages, aux articles A.8.2, 44 et B.7.2, 1. Dans ce cas, cet ancrage peut ne comporter qu'une soudure à condition que la dalle ne soit pas soumise à des charges concentrées mobiles provoquant des effets dynamiques sensibles ou un poinçonnement important.
- En cas d'absence de charges concentrées mobiles, l'ancrage des aciers en barres est considéré comme satisfait si les aciers prolongés sur appuis y sont ancrés par une longueur au moins égale au tiers de leur longueur d'ancrage totale.
- A leur partie supérieure, au voisinage des appuis, les dalles sont armées au moyen d'armatures appelées "chapeau". En outre, lorsque sur un appui, on ne prévoit pas d'encastrement, on prévoit toutefois une section d'armatures correspondant à $0,15 M_0$.
- En général, on associe aux chapeaux des barres qui leur sont perpendiculaires et qui servent de barres de montage. Lorsque les chapeaux n'existent que suivant la direction l_x , ces barres sont alors spécialement prévues ; lorsque les chapeaux existent suivant les directions l_x et l_y ces barres sont le plus souvent constituées par le prolongement d'une partie des chapeaux. Les règles limitant les écartements entre les armatures n'ont pas à être appliquées à ces barres de montage.
- Pour les chapeaux disposés perpendiculairement à l_x ou à l_y , on peut prendre, dans les cas courants, une longueur l_1 , comptée à partir du nu de l'appui, au moins égal à la plus grande des valeurs suivantes:
 - l_s : longueur de scellement droit si la barre est rectiligne, ou une longueur équivalente ($0,6l_s$ ou $0,4l_s$) si la barre est munie de crochets.
 - $0,2 l$: cas d'un appui n'appartenant pas à une travée de rive (l : la plus grande des portées l_x des deux travées encadrant l'appui considéré)
 - $0,25 l$: appui d'une travée de rive.

d. Condition de non-fragilité

Dans une dalle rectangulaire appuyée sur ses quatre côtés, les armatures normales à toute section transversale soumise à la flexion simple ou à la flexion composée, et susceptible d'être tendues, doivent présenter une section minimale correspondant aux taux d'armatures suivants:

- Armatures parallèles l_x : $\omega_x \geq \omega_0 \frac{(3-\rho_x)}{2}$; $\rho_x = l_x/l_y$ et ($l_x \leq l_y$)
- Armatures parallèles l_y : $\omega_y \geq \omega_0$
- ω_0 : taux défini au paragraphe précédent,
- $\omega_x(\omega_y)$: respectivement les taux minimaux d'acier en travée dans le sens « x » et dans le sens « y ».

$$\text{Taux ou pourcentage d'acier} = \frac{\text{section d'acier dans la direction parallèle à } l_x \text{ (} l_y \text{)}}{\text{sectin totale du beton}}$$

On peut se dispenser de la vérification des conditions de non fragilité et de section minimale pour les armatures sur appuis des dalles continues sous réserve que la section d'armatures prévue en travée et respectant ces conditions équilibre le moment relatif au panneau de dalle considéré comme articulé sur son contour ou que la section des aciers en travée majorée de la demi- somme des sections des aciers sur appuis soit au moins égale au double du taux défini ci-dessus.

Ceci n'est pas admis sur les appuis d'équilibrage des porte-à-faux. On associe généralement aux « chapeaux » des aciers perpendiculaires ; ils doivent être considérés comme des aciers de montage et ne sont donc pas justifiables des règles de pourcentage minimal et d'espacement.

On peut se dispenser de l'application des conditions précédentes pour autant que l'on majore de 20% les aciers calculés en flexion (A.8.2, 3) ainsi que les aciers de répartition (A.8.2, 41)

Les schémas ci-dessous présentent un modèle de ferrailage d'une dalle de plancher.

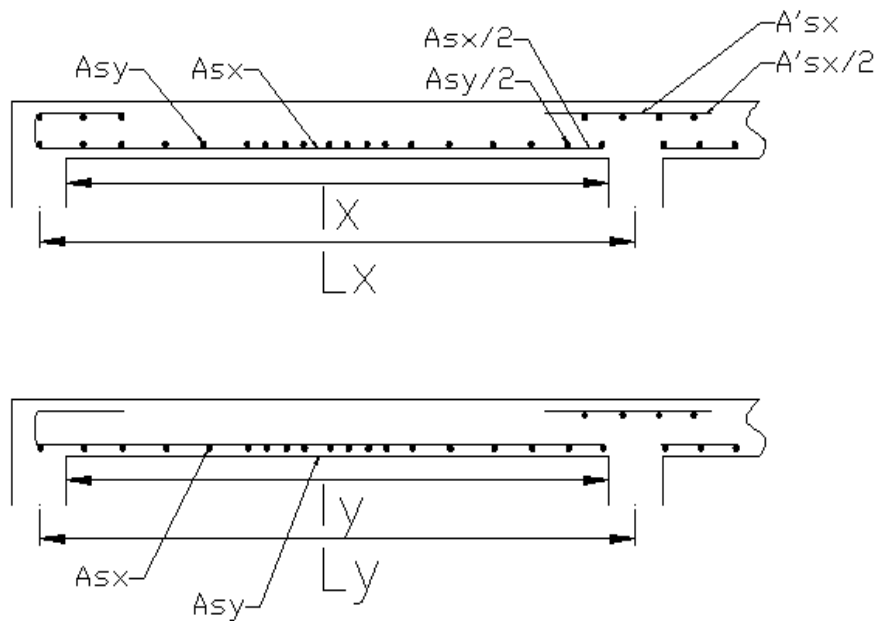
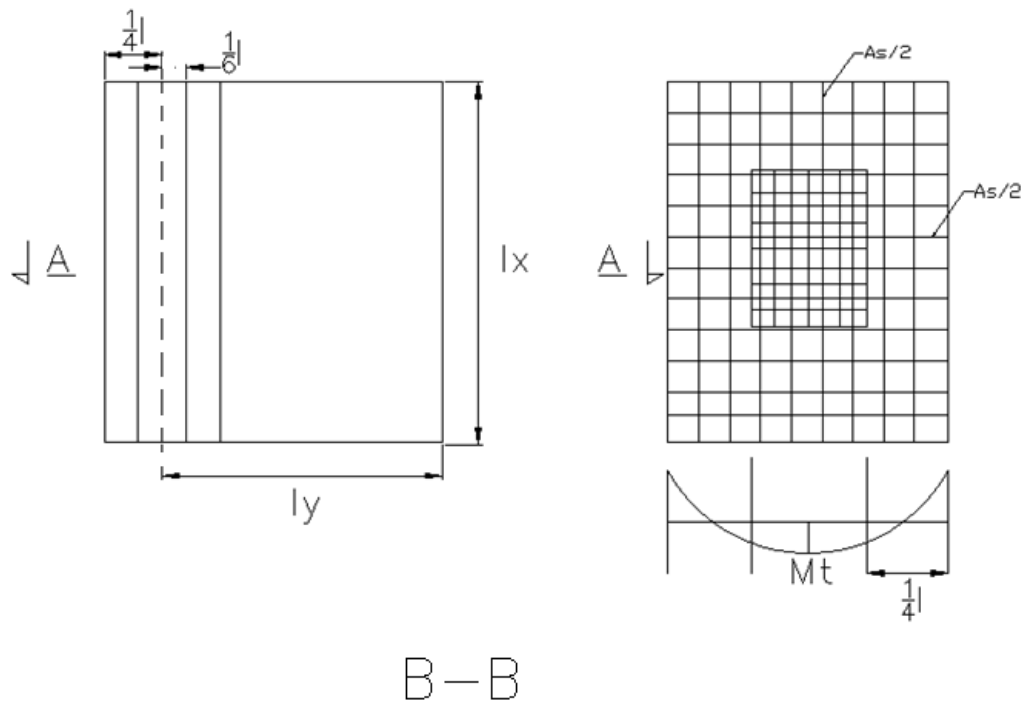


Figure III.7: Ferrailage d'une dalle de plancher

III.3. Poinçonnement

Une force est localisée lorsque les dimensions de son impact sont petites par rapport aux portées de la dalle (A.5.2, 41). Sous l'action des forces localisées, il y a lieu de vérifier la résistance des dalles au poinçonnement par effort tranchant.

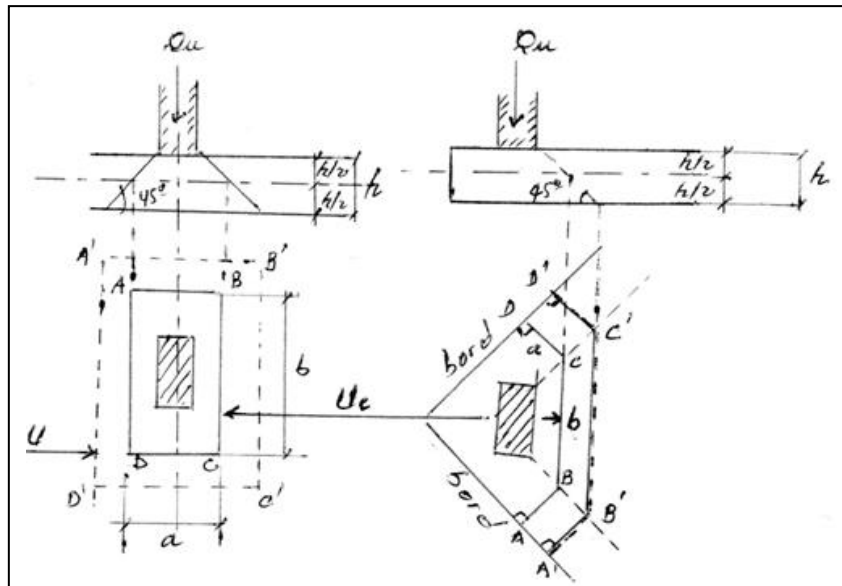


Figure III.8:Dalle soumise au poinçonnement.

Dans le cas d'une charge localisée éloignée des bords de la dalle, on admet qu'aucune armature d'effort tranchant n'est requise, à condition que (A.5.2, 42):

$$Q_u \leq 0,045 \cdot U_c \cdot h \cdot f_{cj} / \gamma_b$$

Remplacée dans BAEL99 par $Q_u \leq \frac{1}{\gamma_b} 0,28 \cdot U_c \cdot h \cdot f_{cj}^{1/2}$

- Q_u : charge de calcul à l'ELU
- h : épaisseur totale de la dalle
- U_c : périmètre du contour de l'aire S sur laquelle agit la charge dans le plan du feuillet moyen (périmètre du contour au niveau du feuillet moyen), indiqué sur les figures précédentes
- f_{cj} : résistance caractéristique du béton à la compression à j jours, soit à 28 jours.

On pose : $\tau_u = Q_u / U_c \cdot d \simeq Q_u / (U_c \times 0,9h)$

Et la condition devient $\tau_u \leq 0,05 \frac{f_{cj}}{\gamma_b}$

III.4. État limite de déformation

Les vérifications relatives aux poutres sont applicables. Toutefois dans le cas des dalles rectangulaires appuyées sur leurs 04 côtés, on peut admettre qu'il n'est pas indispensable de procéder au calcul des flèches si les conditions suivantes sont vérifiées :

$$- \frac{h_t}{l_x} > \frac{M_{tx}}{20 M_{0x}} ; M_t \geq 0,75 M_{0x}$$

M_{tx} : moment unitaire en travée dans le sens l_x compte tenu des effets d'encastrement et de continuité

M_{0x}, M_{0y} : moments maximaux en travée par unité de largeur dans le sens l_x et l_y de la dalle isostatique ($M_{0x} > M_{0y}$) ; M_{tx} ne pouvant être pris inférieur à $0,75M_{0x}$.

$$\frac{A}{bd} \leq \frac{2}{f_e} ; f_e (\text{en MPa})$$

Ou bien $20/f_e ; f_e$ (en bar)

A : section des armatures tendues par bande de largeur b

d : hauteur utile

f_e : limite d'élasticité

b : largeur de la bande

III.5. Transmission des charges

III.5.1. Appuis d'un panneau de dalle

Pour les panneaux reposant sur leurs quatre côtés, on admet généralement que les charges appliquées se transmettent à chaque côté selon le schéma ci-dessous :

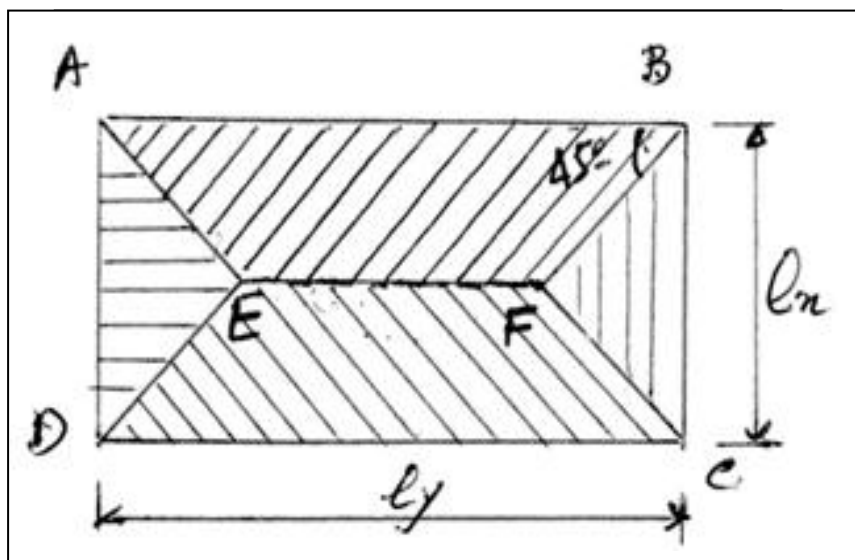


Figure III.9: transmission des charges « panneaux reposant sur leurs quatre côtés ».

- Les petits côtés AD et BC supportent la charge appliquée sur les triangles ADE

et BCF

- Les grands côtés AB et CD supportent la charge appliquée sur les trapèzes ABFE et CDEF
 - Les points E et F étant les intersections des bissectrices (45^0) des angles droits A, B, C, et D.
- Le côté AD supporte : $q \cdot \frac{l_x^2}{4}$
 - Le côté AB supporte : $q \frac{l_x}{2} (l_y - \frac{l_x}{2})$

III.5.2. Charge sur une poutrelle

Un élément de poutrelle de longueur l_y reçoit les charges suivantes, exprimées en charge par unité de longueur :

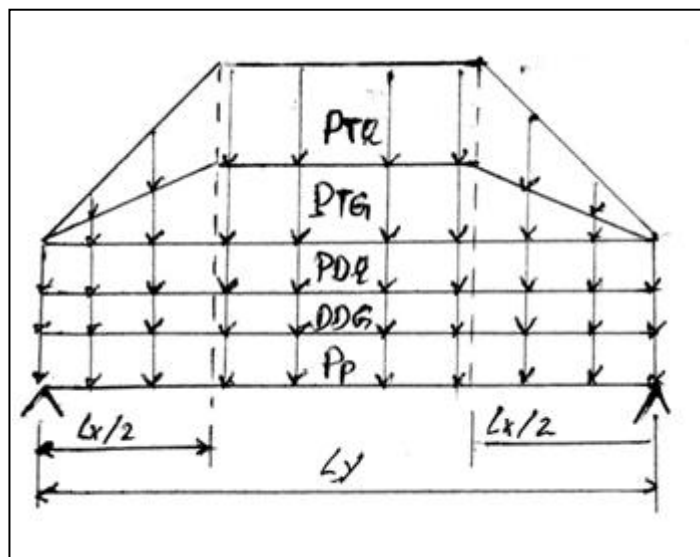


Figure III.10 : Chargement repris par les poutrelles.

- Son poids propre uniformément reparti d'intensité permanente P_p
- La charge de la partie de dalle directement placée au dessus de la poutrelle uniformément répartie, d'intensité permanente P_{DG} et d'exploitation P_{DQ} .
- La charge provenant de deux parties trapézoïdales de la dalle appuyée sur la poutrelle, avec une répartition trapézoïdale d'intensités maximales permanente et d'exploitation P_{TG} et P_{TQ} .

Le moment de flexion au centre de la poutrelle, dû à une charge uniformément répartie

P sur la longueur l_y vaut : $PL_y^2/8$

Le moment de flexion au centre de la poutrelle, dû à une charge répartie trapézoïdalement sur la longueur L_y , la variation linéaire se faisant de chaque côté sur

$$0,5l_x=0,5\rho_x L_y \text{ vaut : } P \frac{l_y^2}{8} \left(1 - \frac{\rho_x^2}{3}\right)$$

III.5.3. Charge sur une poutre

Une poutre supporte:

- Son poids propre et le poids de la dalle située au dessus d'elle, uniformément repartis
- Les triangles de dalle qui l'entourent et s'appuient sur elle
- Les poutrelles qui s'appuient sur elle et lui transmettent leur poids propre, les charges de la dalle situées directement sur elle et des parties trapézoïdales de dalle s'appuyant sur elles (charges concentrées).

Remarque

- Le moment isostatique, au centre, des charges précédentes est égal au moment isostatique qui s'exerçant au centre de la travée si la poutre supportant, de façon uniforme, la totalité des charges du plancher entre les axes de ses appuis et entre les axes à mi-distance avec ses voisins.
- Cette approximation est d'autant plus justifiée si le nombre de poutrelles par travée augmente.

III.6. Chargement simplifié

Pour le calcul des efforts internes, on peut ramener ces types de chargements (triangulaire et trapézoïdal) à des répartitions simplifiées constituées de charges uniformément réparties.

III.6.1. Charge triangulaire (sur poutre)

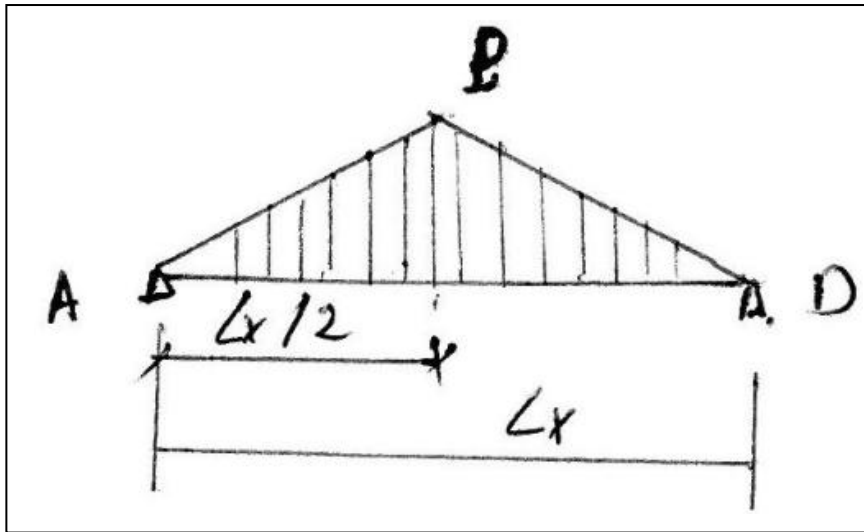


Figure III.11: Cas de charge triangulaire.

Considérons le triangle AED:

P : intensité maximale de la charge triangulaire / mètre de longueur

L'effort tranchant s'écrit:

$$T_A = T_D = \frac{Pl_x}{4} \text{ (en valeur absolue)}$$

Moment max (à mi travée) :

$$M_{max} = \frac{Pl_x^2}{12}$$

Avec $P = \frac{ql_x}{2}$; où q = charge par m^2 de longueur, les relations précédentes deviennent.

$$T_A = T_D = \frac{ql_x^2}{8}$$

$$M_{max} = \frac{ql_x^3}{24}$$

III.6.2. Charge trapézoïdale (sur poutrelle)

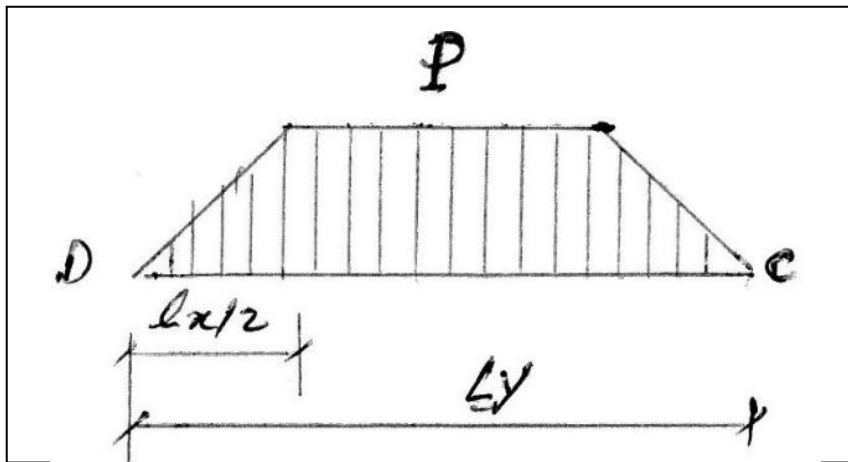


Figure III.12: Cas de charge trapézoïdale.

Dans ce cas de chargement les expressions des efforts tranchants et moments s'écrivent comme suit:

P : intensité max de la charge trapézoïdale

$$T_C = T_D = \frac{Pl_x}{4} + P \left[\frac{l_y}{2} - \frac{l_x}{2} \right] = \frac{P}{2} \left[l_y - \frac{l_x}{2} \right]$$

$$M_{max} = \frac{P}{24} (3l_y^2 - l_x^2)$$

En remplaçant P par q, les relations précédentes deviennent

$$T_C = T_D = \frac{ql_x}{8} [2l_y - l_x]$$

$$M_{max} = \frac{ql_x^2}{48} (3l_y^2 - l_x^2)$$

III.6.3. Chargement simplifié admis

Cela consiste à calculer la largeur de la dalle correspondant à un diagramme rectangulaire qui donnerait le même moment (largeur l_m) et le même effort tranchant (largeur l_t) que le diagramme trapézoïdal, les résultats devenant alors classiques (charges uniformément réparties).

$$M_{\max} = (ql_m) \frac{l_y^2}{8}$$

$$T_C = T_D = (ql_t) \frac{l_y}{2}$$

l_m s'obtient en égalisant les deux expressions des moments cités ci-dessus d'où:

$$l_m = (0,5 - \frac{\rho_x^2}{6})l_x \quad \text{avec} \quad \rho_x = \frac{l_x}{l_y}$$

l_t s'obtient en égalisant les expressions des efforts tranchants d'où :

$$l_t = (0,5 - \frac{\rho_x}{4})l_x$$

III.6.4. Cas particulier de charge triangulaire

On a $EF=0$ soit $l_x=l_y$ et $\rho=1$; d'où les expressions de l_t et l_m deviennent:

$$l_m = \frac{1}{3}l_x = 0,333l_x \quad l_t = 0,25 l_x$$

Remarque : Les charges considérées ci avant (triangulaire et trapézoïdale) représente le chargement d'un seul côté de la poutrelle ou de la poutre uniquement, il y a lieu de considérer le chargement de l'autre côté éventuellement.

III.7. Cas particulier : Dalle sur 03 appuis

Dès qu'on sort du domaine des dalles sur 04 appuis avec ou sans continuité, le recours le plus logique fait appel à la théorie de rupture, il en est ainsi pour les dalles sur 03 appuis.

La théorie du calcul des plaques chargées transversalement et dont les déformations restent petites conduit à la résolution de l'équation aux dérivées partielle. La résolution de ce problème est généralement laborieuse et on utilise en pratique des méthodes approchées et des résultats fournis sous forme d'abaques ou de tableaux, ces configurations sont d'une étude complexe : elles sont abordées dans des ouvrages spécialisés.

Exercices d'applications

Exercice 1:

Soit un plancher en béton armé, constitué de panneaux de dalles, schématisé sur la figure 1.

Données :

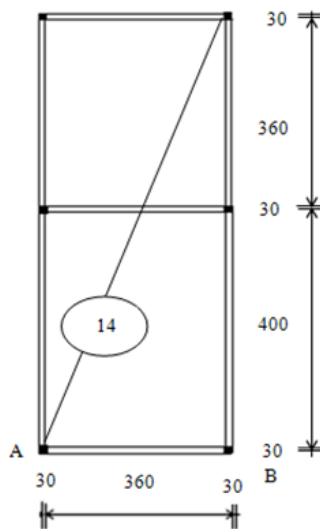
- Masse volumique du béton armé : 25 [KN/m³].
- Poids propre des revêtements sur les dalles : 1.2 [KN/m²].
- Surcharge d'exploitation: 1.5 [KN/m²].

1. Déterminer à l'ELU, les moments fléchissant aux appuis et en travées dans les panneaux.

2. Tracer à l'ELU, le diagramme du moment fléchissant du plancher en béton armé.

3. Représenter schématiquement la répartition des charges sur les poutres.

Calculer pour la poutre AB le chargement simplifié admis et représenter le schéma statique en vue du calcul des efforts internes à l'ELU.



Solution

1. Calcul à l'ELU, des moments fléchissant aux appuis et en travées dans les panneaux

1.a- Calcul des moments fléchissant à l'ELU, en considérant les panneaux simplement appuyés sur leurs pourtours

- Panneau 1

Mode de fonctionnement du panneau 1

$$l_x = 3,60[\text{m}], \quad l_y = 3,60[\text{m}],$$

$$\rho_x = l_x/l_y = 3,60/3,60 = 1 \longrightarrow 0,4 \leq \rho_x \leq 1 \longrightarrow \text{Panneau travaille suivant les 02 sens.}$$

(On considère au milieu de chaque portée une bande d'un mètre de largeur)

Le tableau ($v = 0$ (ELU)), les valeurs de μ_x et μ_y : $\mu_x = 0,0368$ et $\mu_y = 1$

Charge de calcul à l'ELU

$$G = \rho \times h_t \times 1\text{m} + \text{revtm} \times 1\text{m} = 25 \times 0.14 \times 1 + 1.2 \times 1 = 4.7[\text{kN/m}]$$

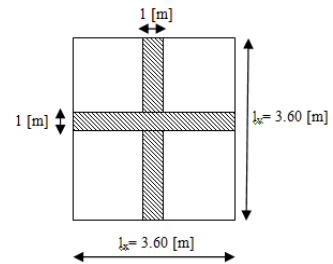
$$Q = 1.5 \times 1\text{m} = 1.5 [\text{kN/m}]$$

$$q_u = 1.35G + 1.5Q = 1.35(4.7) + 1.5(1.5) = 8.60[\text{kN/m}]$$

Calcul des moments M_x et M_y en considérant le panneau simplement appuyé sur son pourtour (panneau indépendant):

$$M_{x1} = \mu_x q_u l_x^2 = 0.0368 \times 8.60 \times (3.6)^2 = 4.10 [\text{kN.m}].$$

$$M_{y1} = \mu_y M_{x1} = 1.00 \times 4.10 = 4.10 [\text{kN.m}].$$



- Panneau 2

Mode de fonctionnement du panneau 2

$$l_x = 3.60[\text{m}], l_y = 4.00[\text{m}],$$

$$\rho_x = l_x/l_y = 3.60/4 = 0.9 \longrightarrow 0.4 \leq \rho_x \leq 1 \longrightarrow \text{Panneau travaille suivant les deux sens.}$$

(On considère au milieu de chaque portée une bande d'un mètre de largeur)

Le tableau ($\nu = 0$ (ELU)), les valeurs de μ_x et μ_y : $\mu_x = 0.0458$ et $\mu_y = 0.778$

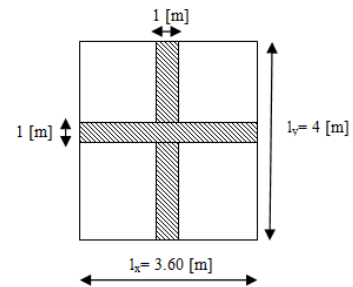
Charge de calcul à l'ELU :

$$q_u = 8.60[\text{kN/m}]$$

Calcul des moments M_x et M_y , en considérant le panneau simplement appuyé sur son pourtour (panneau indépendant) :

$$M_{x2} = \mu_x q_u l_x^2 = 0.0458 \times 8.60 \times (3.6)^2 = 5.104 [\text{kN.m}].$$

$$M_{y2} = \mu_y M_{x2} = 0.778 \times 5.104 = 3.97 [\text{kN.m}].$$

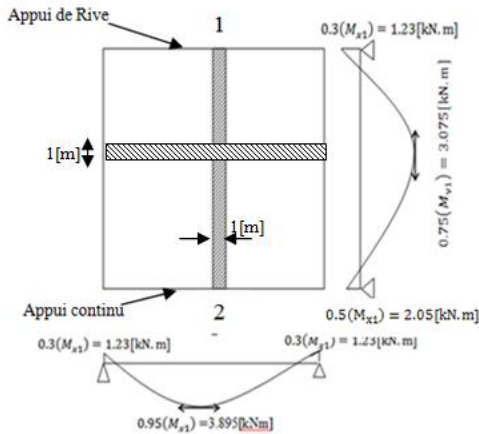


1.b-Calcul des moments fléchissant à l'ELU, en tenant compte des considérations de continuité.

Le choix des coefficients de pondération à adopter pour les différents moments doit impérativement aboutir à la vérification suivant **le sens porteur** de l'expression:

$$M_t + \frac{M_w + M_e}{2} \geq 1.25M_0$$

- Panneau 1



$$M_{x1} = M_{y1} = 4.10 \text{ [kN.m].}$$

$$M_{tx1} = 0.95(M_{x1}) = 0.95(4.10) = 3.895 \text{ [kN.m].}$$

$$M_{ax1} = 0.3(M_{x1}) = 0.3(4.10) = 1.23 \text{ [kN.m]}$$

$$M_{ty1} = 0.75(M_{y1}) = 0.75(4.10) = 3.075 \text{ [kN.m]}$$

$$M_{ay1}^1 = 0.3(M_{x1}) = 0.3(4.10) = 1.23 \text{ [kN.m]}$$

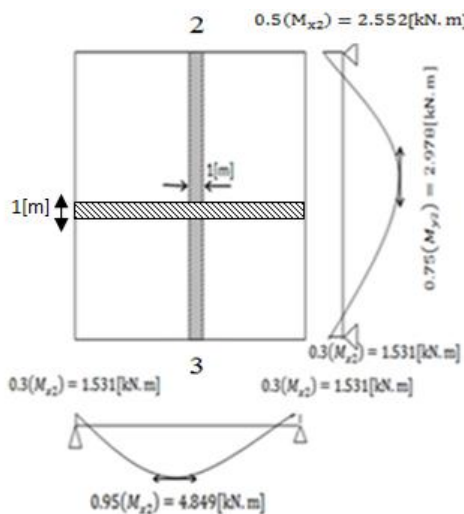
$$M_{ay1}^2 = 0.5(M_{x1}) = 0.5(4.10) = 2.05 \text{ [kN.m]}$$

$$M_t + \frac{M_w + M_e}{2} \geq 1.25M_0$$

$$M_{tx1} + \frac{M_{ax1} + M_{ax1}}{2} \geq 1.25M_0$$

$$0.95(M_{x1}) + \frac{0.3(M_{x1}) + 0.3(M_{x1})}{2} = 1.25M_{x1} \longrightarrow \text{OK}$$

- Panneau 2



$$M_{x2} = 5.104 \text{ [kN.m].} \quad M_{y2} = 3.97 \text{ [kN.m].}$$

$$M_{tx2} = 0.95(M_{x2}) = 0.95(5.104) = 4.849 \text{ [kN.m].}$$

$$M_{ax2} = 0.3(M_{x2}) = 0.3(5.104) = 1.53 \text{ [kN.m]}$$

$$M_{ty2} = 0.75(M_{y2}) = 0.75(3.97) = 2.97 \text{ [kN.m]}$$

$$M_{ay2}^2 = 0.5(M_{x2}) = 0.5(5.104) = 2.552 \text{ [kN.m]}$$

$$M_{ay2}^3 = 0.3(M_{x2}) = 0.3(5.104) = 1.53 \text{ [kN.m]}$$

$$M_t + \frac{M_w + M_e}{2} \geq 1.25M_0$$

$$M_{tx2} + \frac{M_{ax2} + M_{ax2}}{2} \geq 1.25M_0$$

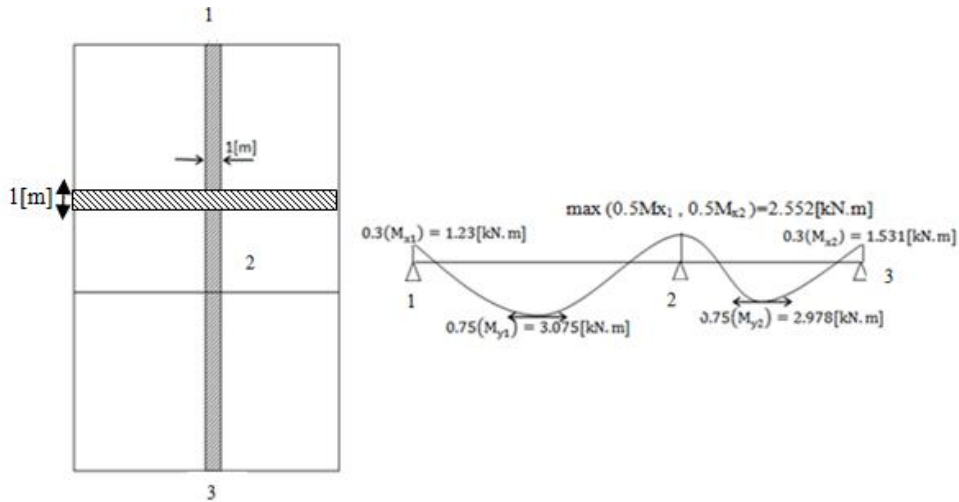
$$0.95(M_{x2}) + \frac{0.3(M_{x2}) + 0.3(M_{x2})}{2} = 1.25M_{x2} \longrightarrow \text{OK}$$

2. Diagramme des moments fléchissants du plancher en Béton armé

En considérant la continuité des panneaux suivants le sens y, on prendra une poutre sur 03 appuis dont la section transversale est de 1[m] de largeur et 0.14 [m] de hauteur (voir schéma

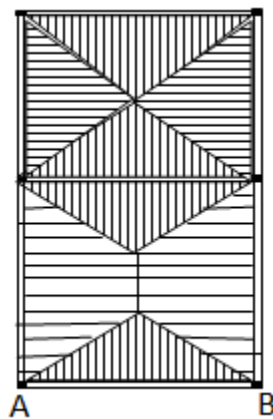
ci-dessous).

Suivant le sens x, les schémas et les valeurs numériques trouvées dans la question précédente restent valables.



3. Répartition des charges sur les poutres

La représentation schématique de la répartition des charges sur les différentes poutres est illustrée sur le schéma ci-dessous.



Calcul du chargement simplifié admis sur la poutre AB

Le schéma statique réel de la poutre AB est représenté par la figure suivante (la charge étant triangulaire):



Chargement simplifié admis pour l'effort tranchant: $l_t = 0.25l_x = 0.25 \times 3.6 = 0.9$ [m]

$$q^t = q_u \times l_t = 8.60 \text{ [kN/m}^2] \times 0.9 \text{ [m]} \longrightarrow q^t = 7.74 \text{ [kN/m]}$$

Chargement simplifié admis pour le moment fléchissant : $l_m = 0.333l_x = 0.333 \times 3.6$

$$l_m = 1.19 \text{ [m]}, \text{ et } q^m = q_u \times l_m = 8.60 \text{ [kN/m}^2] \times 1.19 \text{ [m]} \longrightarrow q^m = 10.23 \text{ [kN/m]}$$

Schéma statique pour l'effort tranchant

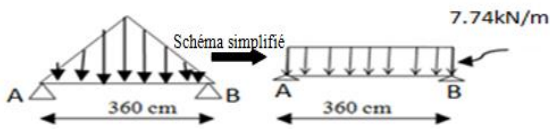
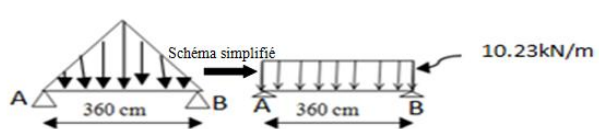


Schéma statique pour le moment fléchissant



Exercice 2 :

Calculer à l'E.L.U. les sections d'armatures longitudinales d'un panneau de dalle intermédiaire en béton armé, de dimension $(3,5 \times 5,0) \text{ m}^2$. On donne:

Charge due au revêtement : $0,6 \text{ KN/m}^2$

Charge d'exploitation : $3,5 \text{ KN/m}^2$

Épaisseur de la dalle : 12 cm

$f_{c28} = 25 \text{ Mpa}$; acier FeE 400 ; fissuration peu nuisible.

Solution :

1. Calcul à l'ELU, des efforts internes aux appuis et en travées du panneau.

1.a-Calcul des efforts internes à l'ELU, en considérant le panneau simplement appuyé sur son pourtour (panneau indépendant):

- **Moments fléchissant pour des bandes de largeur égale à 1[m] suivant les deux directions:**

Calcul de la charge à l'ELU:

$$\text{Charge permanente : } G = (0,12 \times 25) + 0,6 = 3,6 \text{ [kN/m}^2\text{]}$$

$$q_u = 1,35G + 1,5Q = 1,35(3,6) + 1,5(3,5) = 10,11 \text{ [kN/m}^2\text{]}$$

Mode de fonctionnement du panneau :

$$l_x = 3,5 \text{ [m]}, \quad l_y = 5 \text{ [m]},$$

$$\rho_x = l_x / l_y = 3,5 / 5 = 0,7 \quad \text{---} \quad 0,4 \leq \rho_x \leq 1 \quad \text{---} \quad \text{Panneau travaille suivant les 02 sens.}$$

(On considère au milieu de chaque portée une bande d'un mètre de largeur)

Le tableau ($\nu = 0$ (ELU)), les valeurs de μ_x et μ_y : $\mu_x = 0,0683$ et $\mu_y = 0,436$

D'où les moments :

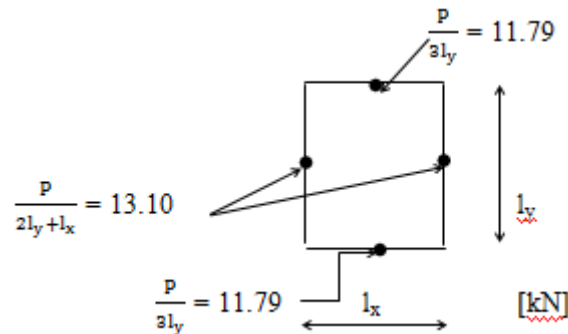
$$M_x = \mu_x q_u l_x^2 = 0,0683 \times 10,11 \times (3,5)^2 = 8,46 \text{ [kN.m].}$$

$$M_y = \mu_y M_x = 0,436 \times 8,46 = 3,69 \text{ [kN.m].}$$

- **Calcul des efforts tranchants max pour des bandes de largeur égale à 1[m] suivant les deux directions:**

- Au milieu de l_y : $T = \frac{P}{2l_y + l_x} = \frac{10.11(3.5)(5)}{2(5) + (3.5)} = 13.10 \text{ kN}$

- Au milieu de l_x : $T = \frac{P}{3l_y} = \frac{10.11(3.5)(5)}{3(5)} = 11.79 \text{ kN}$



Vérification au cisaillement:

$$\tau = \frac{T}{bd} = \frac{T}{b(0.9h_t)} = \frac{13.10 \times 10^3}{10^3 \times 0.9 \times 120} = 12 \text{ MPa}$$

$$\tau_{adm} = 0.07 \frac{f_{c28}}{\gamma_b} = 0.07 \frac{25}{1.5} = 1.167 \text{ MPa}$$

$\tau < \tau_{adm} \longrightarrow$ Les armatures transversales ne sont pas nécessaires.

1.b-Calcul des moments fléchissant à l'ELU, en considérant que le panneau de dalle est intermédiaire (Voir énoncé):

Moments en travées:

$$M_{tx} = 0.75M_x = 0.75(8.46) = 6.345 [\text{kN.m}]$$

$$M_{ty} = 0.75M_y = 0.75(3.69) = 2.77 [\text{kN.m}]$$

Moments aux appuis:

$$M_x^a = M_y^a = 0.5M_x = 0.5(8.46) = 4.23 [\text{kN.m}]$$

2. Calcul du ferrailage à l'ELU:

2.a-Section minimale d'armatures:

- Sens de la petite portée l_x :

$$W_x = \frac{A_x}{bh} \geq W_0 \left(\frac{3 - \rho_x}{2} \right)$$

Acier FeE400 \longrightarrow $W_0 = 0.8(10^{-3})$

$$W_x = \frac{A_x}{bh} \geq 0.8(10^{-3}) \left(\frac{3 - 0.7}{2} \right)$$

$$A_x \geq 0.8(10^{-3}) \left(\frac{3 - 0.7}{2} \right) (100)(12) = 1.1 [\text{cm}^2]$$

Soit: $A_x^{\min} = 1.1 [\text{cm}^2]$

- Sens de la grande portée l_y :

$$W_y = \frac{A_y}{bh} \geq W_0 \quad A_y \geq W_0 bh$$

$$\longrightarrow A_y \geq 0.8(10^{-3})(100)(12) = 0.96[\text{cm}^2]$$

$$\text{Soit } A_y^{\min} = 0.96[\text{cm}^2]$$

2.b-Ferraillage en travée:

- Sens de la petite portée l_x :

$$\mu = \frac{M_{tx}}{b d_x^2 \sigma_b} = \frac{6.35 \times 10^6}{10^3 \times 100^2 \times 14.2} = 0.045 < \mu_l = 0.392$$

$$\mu = 0.045 < \mu_l = 0.392 \quad \longrightarrow \quad \text{Section simplement armée.}$$

Tableau

$$\mu = 0.045 \quad \longrightarrow \quad \beta = 0.978$$

$$A_x = \frac{M_{tx}}{\beta d_x \sigma_s} = \frac{6.35 \times 10^6}{0.978 \times 100 \times 348} = 186.58 [\text{mm}^2] = 1.87 [\text{cm}^2]$$

$$A_x = 1.87[\text{cm}^2] > A_x^{\min} = 1.1[\text{cm}^2]$$

Soient : 4HA8 = 2.01 [cm²] avec un espacement de 25[cm]

$$e = 25[\text{cm}] < \min \left[3h ; 33 [\text{cm}] \right] = 33[\text{cm}] \quad (\text{Fissuration peu nuisible: énoncé})$$

- Sens de la grande portée l_y :

$$\mu = \frac{M_{ty}}{b d_y^2 \sigma_b} \text{ avec } d_y = d_x - \frac{(\phi_x + \phi_y)}{2} = 100 - \frac{(\phi_8 + \phi_8)}{2} = 100 - 8 = 92[\text{cm}]$$

(On prend le même diamètre des barres dans les deux sens)

$$\mu = \frac{2.77 \times 10^6}{10^3 \times 92^2 \times 14.2} = 0.023$$

$$\mu = 0.023 < \mu_l = 0.392 \quad \longrightarrow \quad \text{Section simplement armée.}$$

Tableau

$$\mu = 0.023 \quad \longrightarrow \quad \beta = 0.989$$

$$A_y = \frac{M_{ty}}{\beta d_y \sigma_s} = \frac{2.77 \times 10^6}{0.989 \times 92 \times 348} = 87.5 [\text{mm}^2] = 0.88 [\text{cm}^2]$$

$$A_y = 0.88[\text{cm}^2] < A_y^{\min} = 0.96[\text{cm}^2]$$

Par conséquent on prend $A_y = A_y^{\min} = 0.96[\text{cm}^2]$,

Soient : 3HA8 = 1.51 [cm²], avec un espacement de 33 [cm].

$$e = 33[\text{cm}] < \min \left[4h ; 45 [\text{cm}] \right] = 45[\text{cm}] \quad (\text{Fissuration peu nuisible: énoncé})$$

2.c-Ferraillage aux appuis:

$$M_x^a = M_y^a = 0.5M_x = 0.5(8.46) = 4.23[\text{kN.m}]$$

$$\mu = \frac{M_x^a}{b d^2 \bar{\sigma}_b} = \frac{4.23 \times 10^6}{10^3 \times 100^2 \times 14.2} = 0.03$$

$$\mu = 0.03 < \mu_1 = 0.392 \longrightarrow \text{Section simplement armée.}$$

Tableau

$$\mu = 0.03$$

$$\longrightarrow \beta = 0.985$$

$$A_x^a = \frac{M_x^a}{\beta d \sigma_s} = \frac{4.23 \times 10^6}{0.985 \times 100 \times 348} = 123.40[\text{mm}^2] = 1.23[\text{cm}^2]$$

$$A_x^a = A_y^a = 1.23[\text{cm}^2]$$

Soient: $3\text{HA}8 = 1.51 [\text{cm}^2]$ avec un espacement de $33[\text{cm}]$

$e = 33[\text{cm}] < \min\{3h, 33\text{cm}\} = 33[\text{cm}]$ (Fissuration peu nuisible: énoncé)

2.d-Vérification du rapport des sections d'armatures:

$$A_y = 1.51[\text{cm}^2] > \frac{A_x}{4} = \frac{2.01}{4} = 0.5 [\text{cm}^2] \longrightarrow \text{Ok}$$

3. Représentation schématique du ferraillage du panneau

3.a-Arrêt des armatures:

Longueur de scellement:

$$\left. \begin{array}{l} f_{c28} = 25[\text{MPa}] \\ \text{FeE400} \end{array} \right\} \longrightarrow \frac{l_s}{\varnothing} = 35.3 \quad l_s = 35.3(8) = 282.4[\text{mm}] \cong 28[\text{cm}]$$

3.a1- Arrêt des armatures en travées:

- Sens de la petite portée l_x :

La longueur du lit arrêté est de $0.8l_x = 0.8(3.5) = 2.8[\text{m}]$

- Sens de la grande portée l_y :

La longueur du lit arrêté est de $l_y - 0.2l_x = 5 - 0.2(3.5) = 4.3[\text{m}]$

Les armatures sont arrêtées une sur deux dans chaque direction, les barres filantes sont ancrées au-delà des appuis.

3.a2- Arrêt des armatures aux appuis:

Les armatures au niveau des appuis (les chapeaux), ont pour longueurs à partir du nu des appuis égales à (voir schéma):

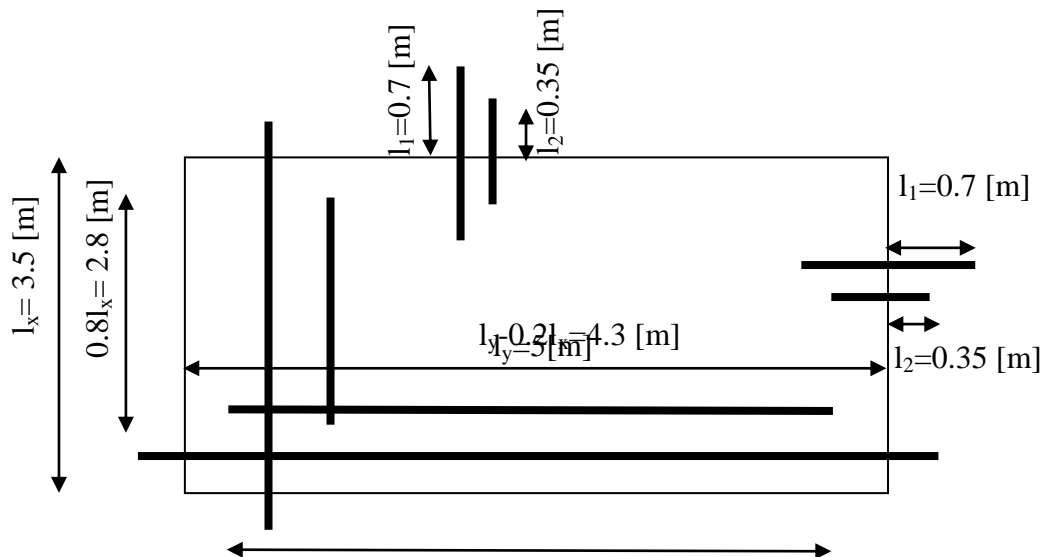
$$l_1 = \max \left\{ \begin{matrix} l_s \\ \lambda l_x \end{matrix} \right\}$$

$$\text{Avec: } \lambda = 0.05 + 0.3 \frac{M_x^a}{M_x} = 0.05 + 0.3 \frac{0.5M_x}{M_x} = 0.05 + 0.15 = 0.20$$

$$l_1 = \max \left\{ \begin{matrix} l_s = 0.28 \text{ [m]} \\ \lambda l_x = 0.20(3.5) = 0.7 \text{ [m]} \end{matrix} \right\} = 0.7 \text{ [m]}$$

$$l_2 = \max \left\{ \begin{matrix} l_s \\ \frac{l_1}{2} \end{matrix} \right\} = \max \left\{ \begin{matrix} 0.28 \\ 0.35 \end{matrix} \right\} = 0.35 \text{ [m]}$$

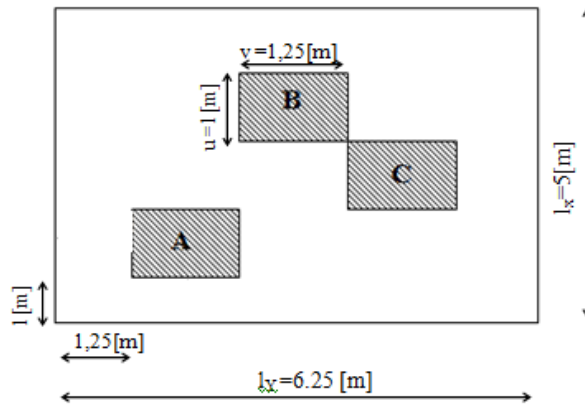
3.b- schématisation du ferrailage



Exercice 4 :

Calculer à l'E.L.U. les moments fléchissant au centre du panneau isostatique en béton armé, de dimension $l_x \times l_y$ pour les trois charges localisées A, B et C; agissant sur des rectangles identiques de dimensions $u \times v$, diffusées au niveau du feuillet moyen de la dalle, d'intensité égale à P (A étant une charge Permanente ; B et C étant des surcharges). On donne :

$u = 1,0 \text{ m}$ $v = 1,25 \text{ m}$ $v = (5/4) u$



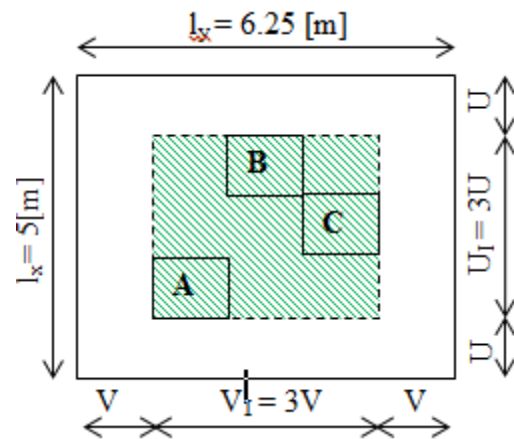
Solution :

1. Calcul de l'élanement géométrique :

$\rho = \frac{l_x}{l_y} = \frac{5}{6.25} = 0.8$

2. Recherche du rectangle global :

Le rectangle global doit contenir les charges concentrées de départ, tout en étant concentrique au panneau. Il est représenté sur la figure ci-contre par un rectangle hachuré de dimensions $U_I \times V_I$.

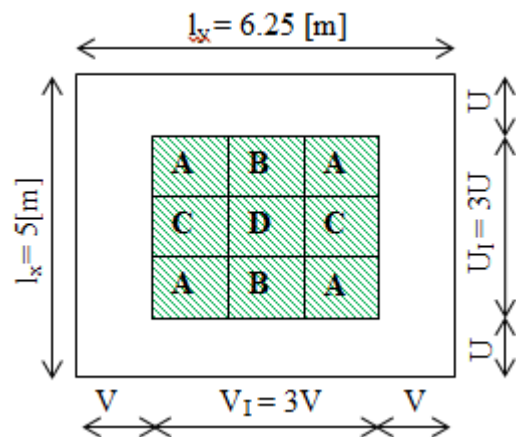


Rectangle global

3. Recherche de charges symétriques dans le rectangle global:

On recherche dans le rectangle global les charges symétriques. Cette procédure aboutit à la division du rectangle global en neuf (09) charges :

- 04 charges symétriques A
- 02 charges symétriques B
- 02 charges symétriques C



01 charge concentrique D

Le rectangle global est symbolisé par le cas de charge $I \equiv 4A + 2B + 2C + D$

Cas de charge $I \equiv 4A + 2B + 2C + D$

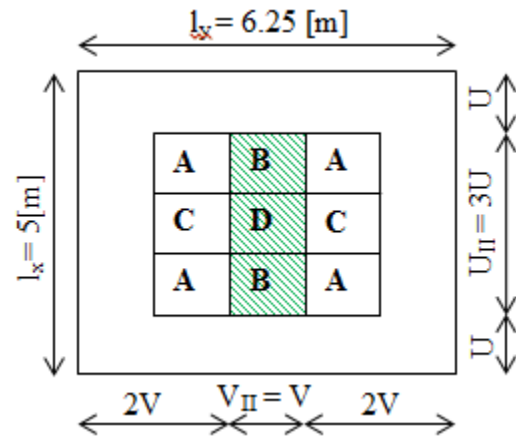
Calcul de la charge P_I , relative au cas de charge I

$$\left. \begin{array}{l} U_I = 3U \\ V_I = 3V \end{array} \right\} \longrightarrow P_I = P \frac{U_I V_I}{UV} = P \frac{(3U)(3V)}{(U)(V)} = 9P$$

4. Recherche d'autres rectangles concentriques au panneau :

• Cas de charge II :

La bande centrale verticale est concentrique. Elle se compose de : deux(02) charges B et une (01) charge D



Cas de charge $II \equiv 2B + D$

Calcul de la charge P_{II} , relative au cas de charge II

$$\left. \begin{array}{l} U_{II} = 3U \\ V_{II} = V \end{array} \right\} \longrightarrow P_{II} = P \frac{U_{II} V_{II}}{UV} = P \frac{(3U)(V)}{(U)(V)} = 3P$$

• Cas de charge III:

La bande centrale horizontale est concentrique. Elle se compose de : deux(02) charges C et une (01) charge D.

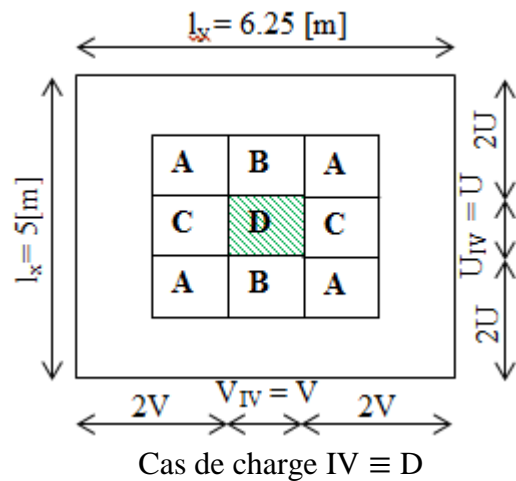
Cas de charge $III \equiv 2C + D$

Calcul de la charge P_{III} , relative au cas de charge III

$$\left. \begin{array}{l} U_{III} = U \\ V_{III} = 3V \end{array} \right\} \longrightarrow P_{III} = P \frac{U_{III} V_{III}}{UV} = P \frac{(U)(3V)}{(U)(V)} = 3P$$

• **Cas de charge IV:**

La charge centrale D est concentrique



Calcul de la charge P_{IV} , relative au cas de charge IV

$$\left. \begin{array}{l} U_{IV} = U \\ V_{IV} = V \end{array} \right\} \longrightarrow P_{IV} = P \frac{U_{IV} V_{IV}}{UV} = P \frac{(U)(V)}{(U)(V)} = P$$

5. Calcul à l'ELU des moments (M_x et M_y) au centre du panneau, dus aux différents cas de charges concentriques:

5.1. Cas de charge I :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{U_I}{l_x} = \frac{3U}{5U} = 0.6 \\ \frac{V_I}{l_y} = \frac{3V}{5V} = 0.6 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Tableau } (\rho = 0.8)} \left\{ \begin{array}{l} M_1 = 0.089 \\ M_2 = 0.058 \end{array} \right\}$$

$$M_x^I = P_I (M_1 + \nu M_2) = P_I (M_1 + 0(M_2)) = P_I M_1 = 0.801 P$$

$$M_y^I = P_I (M_2 + \nu M_1) = P_I (M_2 + 0(M_1)) = P_I M_2 = 0.522 P$$

5.2. Cas de charge II

$$\left. \begin{array}{l} \frac{U_{II}}{l_x} = \frac{3U}{5U} = 0.6 \\ \frac{V_{II}}{l_y} = \frac{V}{5V} = 0.2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Tableau } (\rho = 0.8)} \left\{ \begin{array}{l} M_1 = 0.108 \\ M_2 = 0.103 \end{array} \right\}$$

$$M_x^{II} = P_{II} (M_1 + \nu M_2) = P_{II} (M_1 + 0(M_2)) = P_{II} M_1 = 0.324 P$$

$$M_y^{II} = P_{II} (M_2 + \nu M_1) = P_{II} (M_2 + 0(M_1)) = P_{II} M_2 = 0.309 P$$

5.3. Cas de charge III :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{U_{III}}{l_x} = \frac{U}{5U} = 0.2 \\ \frac{V_{III}}{l_y} = \frac{3V}{5V} = 0.6 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Tableau } (\rho = 0.8)} \left\{ \begin{array}{l} M_1 = 0.135 \\ M_2 = 0.073 \end{array} \right\}$$

$$M_x^{III} = P_{III} (M_1 + vM_2) = P_{III} (M_1 + 0(M_2)) = P_{III}M_1 = 0.405P$$

$$M_y^{III} = P_{III} (M_2 + vM_1) = P_{III} (M_2 + 0(M_1)) = P_{III}M_2 = 0.219P$$

5.4. Cas de charge IV :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{U_{IV}}{l_x} = \frac{U}{5U} = 0.2 \\ \frac{V_{IV}}{l_y} = \frac{V}{5V} = 0.2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Tableau } (\rho = 0.8)} \left\{ \begin{array}{l} M_1 = 0.184 \\ M_2 = 0.139 \end{array} \right\}$$

$$M_x^{IV} = P_{IV} (M_1 + vM_2) = P_{IV} (M_1 + 0(M_2)) = P_{IV}M_1 = 0.184P$$

$$M_y^{IV} = P_{IV} (M_2 + vM_1) = P_{IV} (M_2 + 0(M_1)) = P_{IV}M_2 = 0.139P$$

6. Calcul des moments au centre du panneau dus aux charges non concentriques A, B et C:

Les moments produits par les rectangles concentriques fictifs (charges I, II, III, et IV) étant calculés à la question précédente, on déduit les effets de chaque charge non concentrique A, B, ou C, par superposition (artifice de Resal).

6.1. Cas de charge non concentrique A (Charge Permanente):

$$M_x^A = 1.35 \left(\frac{M_x^I - M_x^{II} - M_x^{III} + M_x^{IV}}{4} \right) = 1.35 \left(\frac{0.801 P - 0.324 P - 0.405 P + 0.184 P}{4} \right) = 0.0864P$$

$$M_y^A = 1.35 \left(\frac{M_y^I - M_y^{II} - M_y^{III} + M_y^{IV}}{4} \right) = 1.35 \left(\frac{0.522 P - 0.309 P - 0.219 P + 0.139 P}{4} \right) = 0.0449P$$

6.2. Charge non concentrique B (Charge d'exploitation):

$$M_x^B = 1.5 \left(\frac{M_x^{II} - M_x^{IV}}{2} \right) = 1.5 \left(\frac{0.324 P - 0.184 P}{2} \right) = 0.105P$$

$$M_y^B = 1.5 \left(\frac{M_y^{II} - M_y^{IV}}{2} \right) = 1.5 \left(\frac{0.309 P - 0.139 P}{2} \right) = 0.1275P$$

6.3. Charge non concentrique C (Charge d'exploitation):

$$M_x^C = 1.5 \left(\frac{M_x^{III} - M_x^{IV}}{2} \right) = 1.5 \left(\frac{0.405 P - 0.184 P}{2} \right) = 0.1658P$$

$$M_y^C = 1.5 \left(\frac{M_y^{III} - M_y^{IV}}{2} \right) = 1.5 \left(\frac{0.219P - 0.139P}{2} \right) = 0.06P$$

7. Calcul des moments au centre du panneau dus aux trois charges non concentriques A, B et C:

Le calcul est mené en superposant les effets des charges non concentriques A, B, et C, suivant chaque sens.

$$M_x = M_x^A + M_x^B + M_x^C = 0.0864P + 0.105P + 0.1658P = 0.357P$$

$$M_y = M_y^A + M_y^B + M_y^C = 0.0449P + 0.1275P + 0.06P = 0.232P$$

Titres des ouvrages disponibles à la bibliothèque.

| AUTEUR | TITRE | COTE |
|---|--|---------------------|
| BETON (Code BA/BP) | | |
| CHARON | Calcul des ouvrages en béton armé suivant les règles BAEL 83. | BA/BP 35 |
| CHARON | Exercices de béton armé selon les règles BAEL 83. | BA/BP 34 |
| PERCHAT | Maîtrise du BAEL 91. | BA/BP 43 |
| MOUGIN | Béton armé. BAEL 91 et DTU associés. | BA/BP 80 |
| MOUGIN | Cours de béton armé. | BA/BP 40 |
| REGLES | Règles BAEL 91. | BA/BP 46 |
| RENAUD | Précis de calcul béton armé. | BA/BP 49 |
| MOUGIN | Béton armé aux états limites selon l'additif du BAEL 91. | BA/BP 103 |
| DAVIDOVICI | Formulaire de béton armé. Tome 1. | BA/BP 53/I |
| LE COVEC | Mémento d'emploi du BAEL 80. | BA/BP 52 |
| THONIER | Le projet de béton armé. | BA/BP 81 |
| LACROIX | Traité de béton armé. | BA/BP 16 |
| WALTHER | Traité de génie civil, volume 7. Structures en béton (Règlement suisse). | BA/BP 48/VII |
| SAMIKIAN | Béton armé. Calcul aux états limites. (Règlement canadien). | BA/BP 41 |
| GUILLEMONT | Ouvrages en béton armé. Aide mémoire. | BA/BP 83 |
| PARK /PAULAY | Reinforced concrete structures. (ouvrage en anglais). | BA/BP 87 |
| Voir également : BA/BP 13, 14, 64, 67. | | |

