

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique



Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou

Faculté du génie de la construction

Département de génie civil



MEMOIRE DE MASTER ACADEMIQUE

Spécialité : Génie civil

Option : Géotechnique et environnement

Thème

*Analyse fiabiliste de la stabilité au
glissement d'une digue de retenue
collinaire*

Réalisé par :
M^{elle} AMIROUCHE Célia

Dirigé par :
Prof. BOUZELHA Karima

Année : 2014/2015

Remerciements

Mes premiers remerciements s'adressent naturellement à Madame BOUZELHA Karima, Professeur au département de génie civil pour le choix de sujet, et pour avoir accepté de me diriger et de m'avoir bien guidé au cours de ce travail, et pour ses conseils judicieux.

Mes vifs remerciements s'adressent également à Monsieur HAMMOUM Hocine, maître conférence au département de génie civil pour son assistance et pour la disponibilité qu'il a affichée à mon égard afin de mener à bien ce travail.

J'adresse mes remerciements aussi à Mr ALICHE Amar, doctorant au département de génie civil qui m'a beaucoup aidé et qui a toujours répondu présent. Sans oublier Mr BEN ABDERRAHMANE Arezki, mon camarade de promotion.

Je tiens à remercier les membres du jury qui me feront l'honneur d'apprécier mon travail.

Pour finir, j'exprime ma profonde gratitude et mes sincères remerciements à tous ceux qui ont contribué, de près ou de loin, à l'élaboration de ce mémoire de fin d'étude.

Dédicaces

Je dédie ce travail à :

Mes très chers parents, aucune dédicace ne saurait exprimer l'affection et l'amour que j'éprouve envers eux. Je profite de les remercier pour leur encouragement, leur aide, le soutien qu'ils m'ont apporté et le sacrifice qu'ils ont fait pour moi. Que Dieu les protège et les garde près de moi.

Mes très chère frères Idir et Yanis que j'aime beaucoup.

Mes grands parents, mes oncles et tantes.

Mes cousines: Dydia, Tinhinane, Thanina, Sabrina, Mellisa, Lydia, Hassina Et Fatima.

Je dédie aussi ce travail à Mr IHADDADENE Samir ainsi qu'à ma chère copine Kahina et à :Souad, Amel, Nabila, Souhila et Lynda, qui m'ont toujours soutenue et encouragé.

Liste des tableaux

Tableau 2.1 : Classification des zones sismique	25
Tableau 2.2 : Coefficient « A » en fonction du groupe d'usage et de type de zone	25
Tableau 2.3 : Caractéristiques de la digue.....	27
Tableau 2.4 : Tableau de pentes de talus de digues extrait du PNUD	28
Tableau 2.5 : Résultats de calcul des paramètres de la digue	37
Tableau 2.6 : Extrait des résultats du calcul des paramètres déterministes sans séisme.....	38
Tableau 2.7 : Résultats du calcul du coefficient de sécurité F_s sans séisme.....	38
Tableau 2.8 : Extrait des résultats du calcul des paramètres déterministes tenant compte du séisme	39
Tableau 2.9 : Résultats du calcul du coefficient de sécurité F_s compte tenu du séisme	39
Tableau 3.1 : Identification des variables intervenant dans le calcul de la digue	42
Tableau 3.2 : Coefficient accélération sismique A	43
Tableau 3.3 : Résultats obtenus pour le calcul de μ et ξ	45
Tableau 3.4 : Extrait du résultat de génération de la loi log normale de l'accélération "A" sur Microsoft Excel [®]	46
Tableau 3.5.a : Paramètres de génération du coefficient A pour la zone I.....	49
Tableau 3.5.b : Paramètres de génération du coefficient A pour la zone IIa	49
Tableau 3.5.c : Paramètres de génération du coefficient A pour la zone IIb.....	49
Tableau 3.5.d : Paramètres de génération du coefficient A pour la zone III.....	50
Tableau 3.6.a : Extrait des résultats de calcul de la probabilité de ruine dans la zone I.....	50
Tableau 3.6.b : Extrait des résultats obtenus pour la stabilité au glissement dans la zone IIa.....	51
Tableau 3.6.c : Extrait des résultats obtenus pour la stabilité au glissement dans la zone IIb.....	51
Tableau 3.6.d : Extrait des résultats obtenus pour la stabilité au glissement dans la zone III	52
Tableau 3.7: Niveaux de probabilité de défaillance acceptés par secteurs industriels.....	52
Tableau 3.8 : P_f obtenu pour différentes valeurs de "A"	53
Tableau 3.9 : Valeur de beta pour différentes zones sismique.....	54
Tableau 3.10 : Décomposition du prix de revient de la pose du remblai compacté.....	55
Tableau 3.11 : Le déblai de calcul de l'excédent de volume en remblai	56

Liste des figures

Figure 1.1 : Schéma de rupture plane.....	8
Figure 1.2 : Forces agissantes sur une tranche	7
Figure 1.3: Représentation des forces sur une tranche selon la méthode simplifiée de Bishop.....	10
Figure 1.4: Représentation de la force normale sur une tranche	10
Figure 1.5 : Représentation des forces sur une tranche selon la méthode simplifiée de Morgenstern et Price.....	12
Figure 1.6 : Variation du coefficient de sécurité fonction de λ	14
Figure 1.7 : Valeur caractéristique R_k définie comme le fractile à 95% de la distribution (R_k à 95% de chance d'être dépassée).....	15
Figure 2.1 : Schémas descriptif d'un talus d'une digue par la méthode de Fellenius.....	23
Figure 2.2 : Représentation de la force sismique	26
Figure 2.3 : Schéma descriptif de la digue « Chaabat Thrid ».....	27
Figure 2.4 : Représentation graphique de l'angle β	28
Figure 2.3 : Représentation graphique de α_0 et β_0	29
Figure 2.4: Abaque de détermination du cercle de rupture passant par le pied du talus.....	29
Figure 2.5: Représentation graphique de la distance AB	30
Figure 1: Représentation graphique du rayon de rupture R	30
Figure 2.7: Représentation graphique de la longueur L	31
Figure 2.8: Représentation graphique de l'angle γ	31
Figure 2.9 : Représentation graphique de l'angle λ	32
Figure 2.10 : Représentation graphique de X_0 et Y_0	32
Figure 2.11: Représentation graphique de X_c	33
Figure 2.12: Représentation graphique de la tranche i dans le cercle de glissement.....	34
Figure 2.13: Représentation graphique des coordonnées de la tranche i	34
Figure 2.14 : Représentation graphique des coordonnées des tranche tranche (i) et ($i+1$)	34
Figure 2.15: Représentation graphique de dL_i	35
Figure 2.16 : Représentation graphique de H_i	36
Figure 2.17 : Représentation graphique de W_i	37
Figure 3.1 : Illustration de la simulation de Monté Carlo	43
Figure 3.2: Première étape pour générer une loi normale de l'accélération "A" sur Microsoft Excel®.....	45
Figure 3.3 : Deuxième étape pour générer une loi normale de l'accélération "A" sur Microsoft Excel®.....	46

Liste des figures

Figure 3.4 : Courbe de la densité de la loi normale pour différents C_v	48
Figure 3.5 : Courbe de répartition de la loi normale	49
Figure 3.6 : Courbe de l'évolution de P_f en fonction du nombre de tirage pour chaque zone sismique.....	53
Figure 3.7 : Courbe de l'évolution de P_f en fonction des zones sismiques.....	53
Figure 3.8 : Courbe de l'évolution de l'angle β en fonction des zones sismiques	54

Principales Notifications

C : Cohésion interne du sol	[kg/m ³]
Φ : Angle de frottement interne	[°]
Y : Masse volumique du terrain	[kg/m ³]
A : Coefficient de zone	
H : La hauteur de la digue	[m]
AC : La pente de la digue	[m]
AB : Ligne de rupture	[m]
R : Rayon du cercle de rupture.....	[m]
B : Angle beta.....	[m]
L : La projection horizontale de AB	[m]
Xc : Projection horizontale de AC	[m]
α0 : Angle alpha0	[°]
β0 : Angle beta 0	[°]
γ : Angle gamma	[°]
λ : Angle lambda	[°]
b : Prenons des tranches de	[m]
Hi : Hauteur de chaque tranche.....	[m]
Yo : Abscisse du cercle	[m]
Xo : Abscisse du cercle	[m]
X1 : Abscisse du point 1 de chaque tranche.....	[m]
Y1 : Ordonnée du point 1 de chaque tranche	[m]
X2 : Abscisse du point 2 de chaque tranche.....	[m]
Y1 : Ordonnée du point 2 de chaque tranche	[m]

Principales Notifications

X_m : Abscisse du point M de chaque tranche..... [m]

Y_m : Ordonnée du point M de chaque tranche [m]

dL : Longueur de l'arc de chaque tranche [m]

C_v : Coefficient de variation /

σ: Ecart type /

m_a: Moyenne statistique /

P_f : Probabilité de défaillance %

Table des matières

Introduction générale	1
Chapitre 1 : Revue Bibliographique	
Introduction	3
1.1. Historique	3
1.2. La théorie de la fiabilité	5
1.3. Les apports de la théorie de la fiabilité	5
1.4. Notions de performance structurale	6
1.5. Méthodes d'évaluation de la performance structurale	6
1.5.1. Approche déterministe	6
1.5.1.1 Méthodes déterministes de calcul de stabilité des talus	7
1.5.2 Approche semi-probabiliste	14
1.5.3. Approche probabiliste	15
1.6. Variables aléatoires et lois de probabilité.....	16
1.7. Méthodes d'analyse de la fiabilité	19
1.7.1 Méthode de d'approximation FORM/SORM	19
1.7.2 Méthode de surface de réponse	21
1.7.3 Méthodes de Monte-Carlo.....	21
Conclusion.....	22
Chapitre 2 : Analyse de la stabilité d'une digue en terre par une méthode déterministe	
Introduction	23
2.1 Exposé de la méthode FELLENIUS	23
2.1.1 Hypothèse admise par Fellenius	24
2.1.2 Calcul du coefficient de sécurité F_s	24
2.1.3 Calcul du coefficient de sécurité F_s en tenant compte du séisme	25
2.2 Application	27
2.2.1. Présentation de la digue	27
2.2.2. Paramètres de la digue	28
2.3 Calcul déterministe du coefficient de sécurité F_s	33
2.4 Résultats du calcul déterministe	37
2.4.1 Résultats du coefficient de sécurité sans séisme	38
2.4.2 Résultats du coefficient de sécurité tenant compte de l'effet du séisme.....	38
Conclusion.....	40

Chapitre 3 : Analyse de la stabilité d'une digue en terre par une méthode fiabiliste

Introduction	41
3.1. Contexte probabiliste.....	41
3.2. Fonction d'état limite	41
3.3. Identification des variables.....	42
3.3.1 Variables aléatoires "A"	42
3.4 Simulation Monte Carlo classique	43
3.5 Génération de la variable aléatoire	44
3.5.1. Application	45
3.6 Organigramme de calcul	47
3.7 Résultats de l'analyse fiabiliste	48
3.7.1 Génération de la variable aléatoire	48
3.7.2 Stabilité au glissement.....	49
3.7.3. Probabilité de défaillance	52
3.7.4. Optimisation de la pente du talus amont de la digue.....	54
Conclusions	56
Conclusion générale.....	57

Référencés bibliographiques

Annexes

Introduction
Générale

Traditionnellement, l'analyse de la stabilité des digues par rapport au glissement de ces talus amont et aval est effectuée sur la base de calculs déterministes (**Bishop**, **Fellenius** ...etc.). Dans ces approches, les incertitudes et aléas inhérents à chacun des paramètres intervenant dans le calcul ne sont pas pris en compte de manière rigoureuse; un facteur de sécurité global de l'ouvrage basé sur les valeurs moyennes des paramètres de calcul est déterminé. Ainsi, deux ouvrages ayant le même facteur de sécurité peuvent conduire à des risques de ruine très différents selon le degré de l'incertain lié aux paramètres de calcul de chacun des ouvrages étudiés.

Les avancées actuelles au niveau de la quantification des incertitudes liées au comportement des digues ont permis d'utiliser des approches fiabilistes, permettant une meilleure prise en compte des aléas propres aux différents paramètres aléatoires et d'aboutir ainsi à une meilleure évaluation de la sécurité des ouvrages.

La théorie de la fiabilité repose sur une approche probabiliste de la sécurité structurale. Elle vise à évaluer la probabilité de défaillance de la digue connaissant un critère d'état limite de la structure ainsi que la variabilité des paramètres qui interviennent dans ce critère. La probabilité de défaillance est définie comme la probabilité que ce critère soit dépassé. La digue est finalement considérée comme sûre si cette probabilité de défaillance est inférieure à une valeur référence appelée probabilité de défaillance acceptable. L'application des méthodes fiabiliste à la stabilité des digues nous permet d'assurer la sécurité et l'économie au même temps.

Dans cadre de cette recherche, nous nous intéressons à l'analyse de la fiabiliste sismique d'une digue homogène en matériaux locaux. L'originalité de ce travail réside dans la présentation d'une analyse de la stabilité d'une digue par une approche probabiliste, en se basant sur la méthode **Fellenius** simplifiée et en utilisant la simulation de Monte Carlo classique. La variable aléatoire considérée dans cette étude est le coefficient d'accélération de zone sismique A. Pour ce faire, le travail est réparti en trois chapitres.

Dans le premier chapitre intitulée "Revue bibliographique" un bref aperçu est donné sur les différentes approches de calculs d'une structure ; à savoir l'approche déterministe, l'approche semi-probabiliste et l'approche probabiliste. La notion de la fiabilité, l'historique ainsi que les notions de performances structurales sont présentées.

Le second chapitre est consacré à l'analyse de la stabilité du talus amont d'une digue par une approche déterministe, en utilisant la méthode Fellenius. La retenue collinaire « Chaabat Thrid » implanté dans la commune de Moudjebeur, wilaya de Médéa (Zone IIa) fera l'objet d'une application.

Le troisième chapitre est dédié à l'analyse fiabiliste, par la simulation de Monte Carlo classique, de la digue en terre faisant l'objet de notre application. La définition des fonctions d'états limites, l'identification des variables et la génération de la variable aléatoire (accélération sismique) feront l'objet du chapitre ainsi que les résultats obtenus.

Chapitre 1 :
Revue
Bibliographique

Introduction

Dans le domaine de génie civil, la construction des digues en terre pose un certain nombre de problèmes, et l'un de ces problèmes c'est bien la stabilité au glissement de son talus amont ou aval. Cette stabilité est définie par la valeur du coefficient de sécurité qui est généralement calculé par des méthodes déterministes. Cependant, ces méthodes ne prennent pas en compte les incertitudes et aléas inhérents à chacun des paramètres intervenant dans le calcul de la stabilité de la digue. Toutefois, l'utilisation des approches fiabilistes permet la prise en compte de ces incertitudes liées au comportement des digues et aboutissent ainsi à une meilleure évaluation de la sécurité.

La fiabilité d'une digue caractérise la performance de celle-ci à remplir une fonction définie sous des conditions données, pendant une durée fixée et en respectant le niveau de sécurité exigé. Ainsi le dimensionnement des digues est fondé sur une démarche déterministe dans laquelle l'ensemble des paramètres précités prennent une valeur fixe. Précisément, les paramètres incertains sont décrits par une valeur caractéristique défavorable. Associée à des coefficients de sécurité, l'analyse conduit alors à une réponse ("sûreté" ou "défaillance") vis-à-vis d'un critère donné, qui traduit d'une certaine manière la confiance que l'on peut accorder à ce dimensionnement précis.

C'est ainsi que nous consacrons ce premier chapitre à une revue bibliographique sur ces deux méthodes d'analyse de stabilité (déterministe et probabiliste) qui seront utiles à la compréhension de ce travail de thèse.

1.1. Historique (Cremona, 2002)

En 1928, dans le cadre d'un forum international, la notion de coefficient de sécurité fut critiquée car dépourvue de sens réel. Mais cela n'éveilla qu'un faible écho dans le monde de la recherche et de la construction. Quelques scientifiques, menant des études sur l'évaluation de la résistance des matériaux et structures, développèrent notamment les notions de base d'événements aléatoires, marquant ainsi une rupture avec les règles classiques de conception des structures (Mayer, 1926), (Weibull, 1939).

Prot et Levi, dans de nombreuses communications entre 1936 et 1953, ont largement tenté de distinguer les distributions statistiques des résistances et des sollicitations, de définir des règles de combinaison et ainsi déterminer une probabilité de défaillance (Prot, 1936), (Prot & Levi, 1951). (Wierzbicki, 1939) considéra notamment que la probabilité de défaillance doit être comparable entre les structures de génie civil et les activités humaines. Dans le cadre d'un

concours organisé par l'Académie Royale de Suède en 1938, Kjellmann et Wästlund (*Kjellmann, 1940*), (*Wästlund, 1940*) défendirent notamment l'introduction d'une approche probabiliste pour appréhender le problème de la sécurité dans l'évaluation des coûts.

En 1945, Freudenthal créa un institut pour l'étude de la fiabilité et de la fatigue à l'Université de Columbia et favorisa ainsi l'émergence d'une approche probabiliste de la sécurité. Mais, ce n'est vraiment qu'au 3ème congrès de l'AIPC (Liège, 1948) que le vrai procès du mode de penser déterministe fut déclenché par trois français : Marcel Prot, Robert Lévi et Jean Dutheil. Sous leur impulsion, le concept de sécurité probabiliste des structures naissait. Tel fut le tournant à partir duquel les fondements et méthodes de calcul des constructions se trouvèrent ébranlés et remplacés par de nouvelles bases et de nouvelles méthodes. Mais, ce n'est réellement que dans les années 60 que se posa la nécessité de définir scientifiquement des marges de sécurité. Le développement d'outils mathématiques ne changea cependant pas les mentalités. Les ruines d'ouvrages étaient rares et quand tel était le cas, l'erreur humaine l'expliquait. De plus, la théorie de la fiabilité était alors mathématiquement et numériquement complexe. Le peu d'informations statistiques sur les diverses variables ne permettait pas d'avoir des modèles corrects. Aussi, la plupart des ingénieurs considéraient qu'il était préférable d'utiliser une démarche irrationnelle qui fonctionnait, plutôt qu'une approche plus rationnelle et plus compliquée mais de mise en œuvre au total tout aussi irrationnelle. C'est ainsi qu'un effort tout particulier fut mis en œuvre pour aplanir les diverses difficultés.

Plusieurs noms sont attachés à ces développements : Basler en 1961, Cornell en 1967, Hasofer en 1974 (*Hasofer & Lind, 1974*). Cornell sur la base des travaux de Basler (*Cornell, 1967*) introduisit un indice de fiabilité à partir duquel (*Lind, 1973*) montra la possibilité de déduire des coefficients de sécurité. Cette étape favorisa donc l'émergence de la démarche semi-probabiliste de la sécurité des structures. Elle est maintenant présente dans la plupart des règlements de calcul des ouvrages neufs. L'approche probabiliste a donc essentiellement servi au développement de la démarche semi-probabiliste. C'est cependant à l'ingénierie pétrolière nordique, dans la construction de plates-formes, que l'on doit les percées les plus brillantes de l'application directe d'une démarche probabiliste (*Madsen, 1989*), (*Madsen, 1990*). Ceci explique que les noms de nombreux chercheurs ou ingénieurs d'Europe du Nord sont aujourd'hui associés aux développements de la théorie de la fiabilité dans la calibration de règlements, l'évaluation et la gestion d'ouvrages (*Thoft-Christensen & Sorensen, 1984*).

1.2 La théorie de la fiabilité

La théorie de la fiabilité est une notion complexe qui introduit un ensemble de données déterministes et aléatoires, et qui se repose sur une approche probabiliste de la sécurité structurale. Elle vise à évaluer la **probabilité de défaillance** de la structure connaissant un critère d'état limite de la structure ainsi que la variabilité des paramètres qui interviennent dans ce critère. La probabilité de défaillance est définie comme la probabilité que ce critère soit dépassé. La structure est finalement considérée comme sûre si cette probabilité de défaillance est inférieure à une valeur référence appelée **probabilité de défaillance acceptable**.

Ces objectifs peuvent reposer sur (Mathieu, 1983):

- des critères de sécurité qui procurent un niveau de sécurité pour les usagers,
- des critères de fonctionnalité qui assurent un fonctionnement continu de l'ouvrage durant des événements particuliers comme les tremblements de terre,
- des critères de service, économiques ou esthétiques imposés par les autorités.

1.3 Les apports de la théorie de la fiabilité

Un atout essentiel d'une démarche probabiliste réside dans son efficacité à inclure toute information supplémentaire provenant d'inspections ou d'essais. En effet, l'objectif premier des inspections et/ou des essais sur ouvrages est bien d'améliorer la connaissance que l'on peut avoir de la structure. Ceci peut être réalisé directement dans une approche probabiliste. En comparaison, il est impossible de combiner de façon rationnelle des données d'inspection avec une approche de l'évaluation basée sur des coefficients partiels de sécurité. Ceci reviendrait en effet à les recalibrer... et donc à utiliser une approche probabiliste. Un autre avantage d'une démarche probabiliste est qu'il est possible d'estimer le niveau de sécurité au travers de la probabilité de défaillance P_f . Dans une approche réglementaire, la classification de la fiabilité d'un ouvrage se fait de façon binaire : l'ouvrage est sûr ou ne l'est pas. L'évaluation de la fiabilité peut être également menée dans le temps. C'est exactement ce qui est nécessaire à la gestion d'un ouvrage puisque cela permet de sélectionner les interventions plus économiques, comme la prochaine inspection, les réparations, le confortement ou simplement aucune action. Ces actions sont typiquement amorties sur la durée et peuvent être comparées au travers du gain en sécurité dans le temps. Cela rend alors possible et aisé le choix entre diverses alternatives et contribue ainsi à fournir une gestion optimale d'un ouvrage ou d'un parc d'ouvrages.

Il est cependant clair qu'une telle approche est plus onéreuse (en temps de bureau d'études) qu'une démarche qui consisterait à appliquer un règlement de calcul. Mais, les différences sont marginales par rapport aux économies de gestion, notamment si des réparations sont nécessaires (Ballière et al, 2012).

1.4. Notions de performance structurale

On appelle performance structurale la capacité de la structure à remplir les exigences pour lesquelles elle est conçue et exploitée. On répartit ces exigences de performance en trois catégories (Ballière et al, 2012) :

- la sécurité structurale qui assure la résistance de la structure aux actions prévues en situation normale ainsi que sa robustesse en situation exceptionnelle,
- l'aptitude au service qui assure le maintien de l'exploitation de la structure,
- la durabilité qui décrit l'aptitude de la structure à demeurer en état d'accomplir ses performances de sécurité structurale et d'aptitude au service dans des conditions données d'utilisation et de maintenance sur une durée de service définie.

La mesure de la performance structurale vise à quantifier l'écart entre les modes de fonctionnement acceptables de la structure et les modes de fonctionnement à éviter, en fonction des caractéristiques de résistance de la structure et des actions susceptibles de conduire à sa ruine.

1.5 Méthodes d'évaluation de la performance structurale

1.5.1. Approche déterministe

L'approche déterministe est basée sur l'utilisation de valeurs moyennes dans le calcul du potentiel cinématique d'instabilité, ou du facteur de sécurité (analyse à l'équilibre limite). La variabilité et l'incertitude des données ne sont pas considérées dans l'analyse, produisant ainsi des résultats uniques. En effet, pour ce qui est de l'analyse à l'équilibre limite, l'approche déterministe produit un facteur de sécurité moyen unique pour un mode de rupture donné.

- **Notion du coefficient de sécurité**

La première démarche pour définir la sécurité structurale d'une digue est le calcul du coefficient de sécurité pour la stabilité de son talus amont ou aval.

Le principe de sécurité adopté consiste à calculer le rapport de la *force stabilisatrice* **S** sur la *force motrice* **R** :

$$F = \frac{S}{R} \quad (1.1)$$

Où le rapport du moment stabilisant sur le moment moteur :

$$F = \frac{Ms}{Mm} \quad (1.2)$$

1.5.1.1 Méthodes déterministes de calcul de stabilité des talus (Mendjel, 2012)

Les chercheurs géotechniciens proposent plusieurs méthodes d'évaluation et de prédiction des catastrophes naturelles engendrés par les glissements de terrain. Parmi ces méthodes on trouve essentiellement selon (Faure, 2000) les méthodes de calcul à la rupture. Ces méthodes sont des méthodes où l'analyse et le calcul sont locaux, limités sur une ligne ou une surface de rupture, et s'opposent donc aux méthodes volumiques. Elles sont basées sur les hypothèses suivantes : le massif en mouvement peut être décomposé en un ensemble de blocs rigides indéformables qui frottent les uns sur les autres. Le comportement de l'interface est presque toujours défini par la loi de Coulomb.

Ces hypothèses fortes des calculs à l'équilibre limite, distinguent une partie potentiellement mobile, séparée d'une partie fixe du massif, par une courbe de rupture définissant une rupture cinématiquement admissible. Dans ce cas :

- le calcul d'équilibre est fait à la rupture ;
- les équations résolvantes sont des équations de la statique ;
- le coefficient de sécurité F est spatialement bien déterminé (on peut considérer par exemple F constant par tout).

Parmi ces méthodes on distingue :

A- Méthodes des blocs

A1 - Cas statiquement définis (rupture plane d'un talus) :

On écrit l'équilibre de la masse potentiellement instable sur un plan incliné d'un angle α (figure. 1.1), et l'on obtient la formule suivante :

$$F(\alpha) = \frac{c'l + w \cdot \cos \alpha \cdot \tan \varphi'}{w \cdot \sin \alpha} \quad (1.3)$$

Où $(w \cdot \sin \alpha)$ est la force d'entraînement et $(c'l + w \cdot \cos \alpha \cdot \tan \varphi')$ est la force résistante obtenue par la loi de Coulomb appliquée à la réaction normale de la masse en mouvement sur le sol fixe. On retient la ligne de rupture définie par (α) qui minimise F .

Cette formule surestime généralement le coefficient de sécurité. En effet, les simplifications éloignent de la réalité, et on traite un mécanisme plus résistant que le mécanisme réel, qui

correspond à un minimum. Une analyse critique du résultat peut conduire à le rejeter, si par exemple cette surface de rupture est incompatible avec la structure géologique du terrain. Ce principe d'équilibre, illustré par ce cas simple, est à la base de toutes les méthodes de calcul à la rupture. Il est développé avec toutes les hypothèses simplificatrices nécessaires pour modéliser le cas réel et le réduire à une équation que l'on résout.

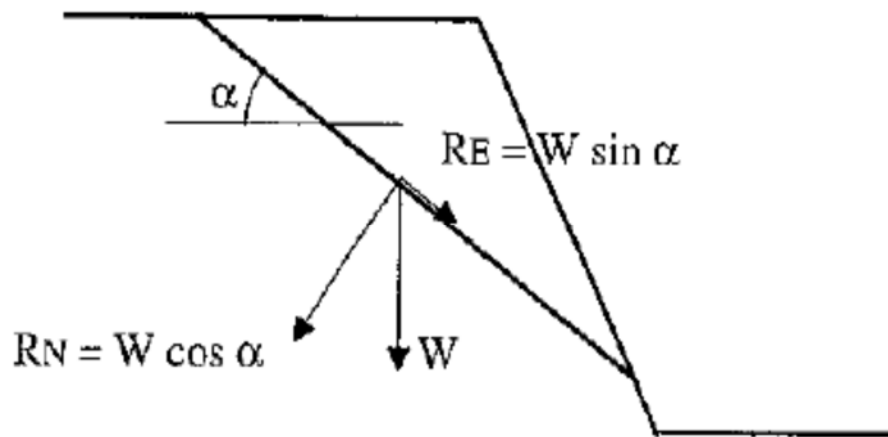


Figure1.1 : Schéma de rupture plan.

➤ **A2- Cas statiquement indéfini (équilibre de plusieurs blocs)**

Une bonne façon d'aborder le problème consiste à faire l'inventaire des inconnues. Parmi les méthodes à multi blocs on rencontre: Sarma 1979; Hoek 1987; Donald and Giam 1989(Mendjel,2012).

B- Méthodes des tranches

Le découpage de la masse en mouvement en tranches verticales (figure. 1.2) permet le développement d'un très grand nombre de méthodes. Trois hypothèses sont ajoutées par rapport à la méthode des blocs : les bords des blocs sont devenus verticaux, le point de passage de la force à la base de la tranche est situé au centre de cette base et le coefficient de sécurité est unique et ne s'applique qu'à la base des tranches.

La technique des tranches s'adressent à un équilibre statique en divisant la masse du sol au-dessus de la surface de glissement supposée en un nombre fini de tranches vertical. Les forces agissant sur une tranche individuelle sont illustrées dans la figure 1.2:

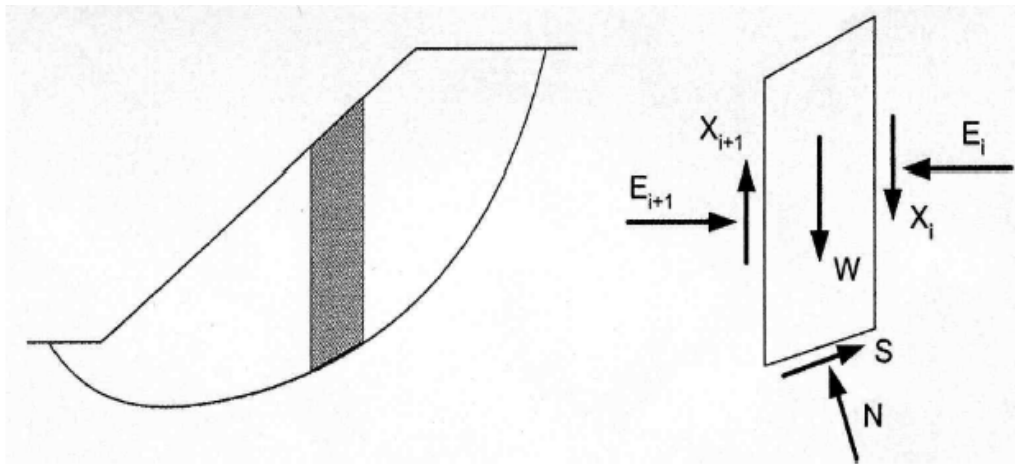


Figure 1.2 : Forces agissantes sur une tranche.

W : Poids de la tranche,

E : Force d'inter tranche normal horizontales des cotes de la tranche,

X : Force d'inter tranche vertical de cisaillement entre les tranches,

N : Force normal sur le fond de la tranche,

S : Force de cisaillement sur le fond de la tranche.

Il existe plusieurs méthodes des tranches, on définit parmi les plus utilisées :

B1- Méthode de Fellenius

Cette méthode néglige les forces qui existent entre les tranches. Elle consiste à admettre que la résultante de E_i et X_i est égale à E_{i+1} et X_{i+1} avec une ligne d'action qui coïncide. Cette résultante parallèle à la base de la tranche. Quand les tranches adjacentes ont différentes inclinaison de la base, cette hypothèse simplificatrice conduit à des erreurs (Abramson et al, 2002). La méthode satisfait l'équilibre des moments, et le coefficient de sécurité a la forme linéaire suivante:

$$F = \frac{\sum(c'l + [w \cdot \cos \alpha - ul] \cdot \tan \phi')}{\sum w \cdot \sin \alpha} \quad (1.4)$$

La méthode de Fellenius fera l'objet du deuxième chapitre.

B2. Méthode de Bishop (1955)

Bishop ne néglige plus les forces horizontales inter-tranches. Dans sa méthode simplifiée, la résultante verticale des forces inter-tranches est nulle, d'où : $X_i = X_{i+1}$ mais $E_i \neq E_{i+1}$ (figure 1.3). Cette méthode satisfait l'équilibre des forces verticales de chaque tranche ainsi que l'équilibre des moments par rapport au centre du cercle de rupture

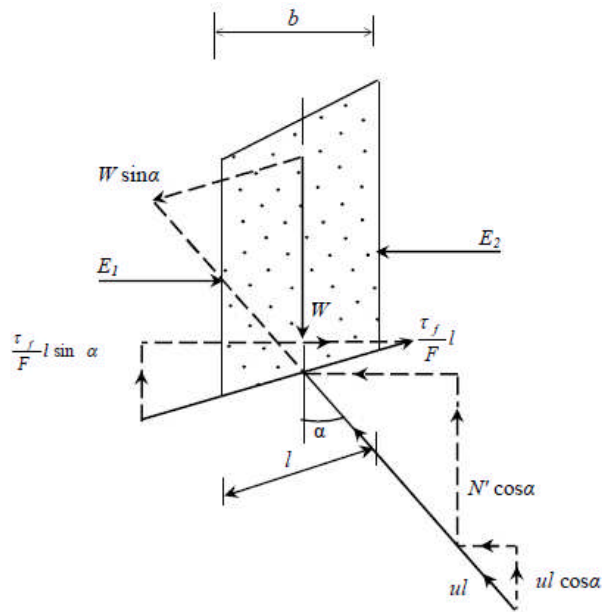


Figure 1.3: Représentation des forces sur une tranche selon la méthode simplifiée de Bishop.

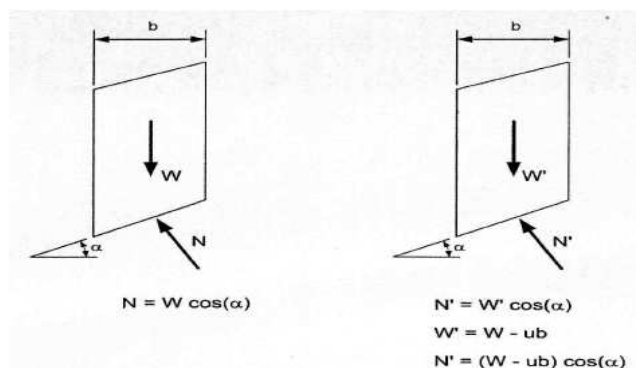
L'équilibre le long de la base de la tranche :

$$w \sin \alpha - \frac{\tau_f}{F} l = w \sin \alpha - \frac{c' l + N' \tan \phi'}{F} = 0 \quad (1.5)$$

L'équilibre dans la direction verticale :

$$w - N' \cos \alpha - ul \cos \alpha - \frac{c'}{F} l \sin \alpha - \frac{N' \tan \phi'}{F} \sin \alpha = 0 \quad (1.6)$$

$$l = b \sec \alpha \quad (1.7)$$



A. Analyse d'effort total sur une tranche tranche

B. Analyse d'effort effectif sur une tranche

Figure 1.4: Représentation de la force normale sur une tranche.

$$N' = (w - ub) \cos \alpha \quad (1.8)$$

Après substitution de, l et N' (tirés de l'équation (1.6)) dans l'équation (1.5), on trouve une équation de coefficient de sécurité non linéaire :

$$F = \frac{1}{\sum w \sin \alpha} \sum \frac{[c'b + (w-ub) \tan \varphi'] \sec \alpha}{1 + \frac{\tan \alpha \tan \varphi'}{F}} \quad (1.9)$$

Ces méthodes non linéaires nécessitent un processus itératif. La programmation à l'aide d'un ordinateur permet de trouver une solution rapide après seulement quelques cycles. En supposant tout d'abord que $F=1$ à droite, et en calculant ensuite la valeur de gauche. Cette dernière valeur de F est comparée à la valeur proposée, s'il n'est pas suffisamment proche, le coefficient F calculé est utilisé dans la prochaine itération et ainsi de suite. Il existe une autre version rigoureuse pour Bishop qui justifiée toutes les équations d'équilibre mais, l'écart entre la version rigoureuse et la version simplifiée n'étant que de 1% (*Bruno et al, 2005*).

B3. Méthode de Morgenstern et Price (1965)

Morgenstern et Price définissent une fonction donnant l'inclinaison des efforts inter-tranches. Cette méthode introduit une fonction mathématique arbitraire pour représenter la variation de la direction des forces entre les tranches :

$$\tan \theta_i = \frac{X}{E} = \lambda \cdot f(x'_i) \quad (1.10)$$

Où : θ_i est l'angle formé par la résultante et l'horizontale, il varie systématiquement d'une tranche à une autre le long de la surface de glissement ;

λ est une constante qui doit être évaluée pour le calcul du facteur de sécurité ;

$f(x'_i)$ est la fonction de variation par rapport à la distance le long de la surface de glissement.

(x'_i) est la normalisation linéaire des coordonnées x_i , avec les valeurs des deux bouts de la surface de rupture égales à zéro et π .

Cette méthode satisfait toutes les conditions d'équilibre statique pour chaque tranche, ainsi que l'équilibre des moments et l'équilibre des forces dans la direction horizontale, pour l'ensemble de la masse qui glisse suivant une surface de rupture circulaire ou non circulaire.

La figure.3.4 représente les forces sur une tranche (*Zolfaghari et al, 2005*).

Selon (*Zolfaghari et al, 2005*), en assurant l'équilibre des forces de chaque tranche, la résultante (Q_i) des forces inter-tranches (Z_i, Z_{i+1}), inclinées d'un angle θ_i par rapport à l'horizontal est :

Q_i

$$= \frac{\frac{c'.b.\sec \alpha}{F} + \frac{\tan \varphi'}{F} (w.\cos \alpha - wa_v \cos \alpha - wa_h \sin \alpha - ub \sec \alpha + q_c . b.\cos \alpha) - w \sin \alpha + wa_v \sin \alpha}{\cos(\alpha - \theta_i) . (1 + \tan(\alpha - \theta_i) \frac{\tan \varphi'}{F}}$$

(1.11)

L'équilibre des moments dans chaque tranche est pris par rapport au point E défini sur la figure, il permet de trouver le point d'application de la résultante :

$$\sum M = Q \cos \theta_i . h_q - wa_h h_g = 0 \quad (1.12)$$

L'ordonnée du point d'application de la résultante Q_i par rapport à l'axe global devient :

$$Y_{qi} = Y_{ei} + h_q \quad (1.13)$$

L'équilibre des forces de toute la masse glissée, donne :

$$\sum(Q_i . \cos \theta_i) = 0 \quad (1.14)$$

$$\sum(Q_i . \sin \theta_i) = 0 \quad (1.15)$$

L'équilibre global des moments par rapport à l'origine ($x=0 ; y=0$) :

$$\sum M = \sum(Q_i \cos \theta_i . Y_{qi} + Q_i \sin \theta_i X_{qi}) = 0 \quad (1.16)$$

Pour trouver les deux inconnues, F et λ , on résout l'équation (1.14) (ou (1.15)) et l'équation (1.16). Et on assure la théorie algébrique suivante :

$$|\sum M| + |\sum(Q_i . \cos \theta_i)| = |\sum(Q_i \cos \theta_i . Y_{qi} + Q_i \sin \theta_i X_{qi})| + |\sum(Q_i . \cos \theta_i)| \quad (1.17)$$

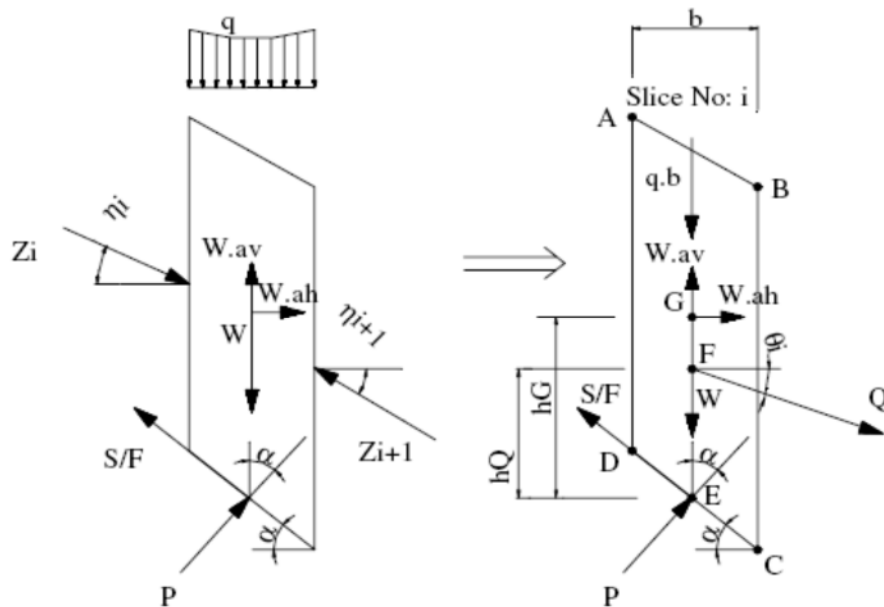


Figure 1.5 : Représentation des forces sur une tranche selon la méthode simplifiée de Morgenstern et Price

En 1977 (*Fredlund et al* , 1977) ont démontré dans une étude comparative des méthodes d'analyse, que le choix de la fonction $f(x)$ dans la méthode de Morgenstern et Price a une faible influence sur la valeur du facteur de sécurité.

B4. Méthode de Spencer (1967)

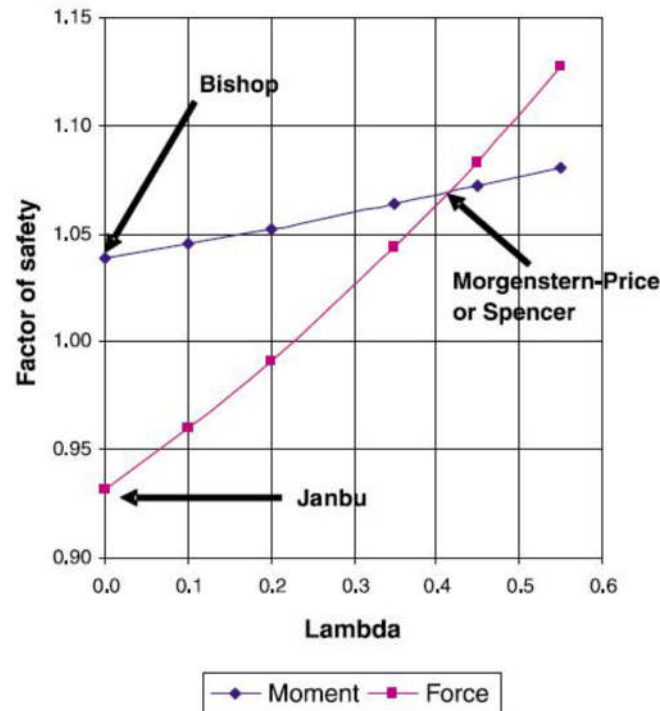
Cette méthode a le même principe de calcul que la méthode de Morgenstern et Price. La différence réside dans la fonction de variation qui est constante ($f(x)=1$), et que l'angle d'inclinaison (θ) est constant dans toutes les tranches. Spencer (*Spencer* ,196) a présenté cette méthode pour une surface de rupture circulaire, (*Wright et a* , 1973) l'a développé pour une surface non circulaire.

B5. Méthode de Janbu simplifiée

Cette méthode a comme hypothèse que les forces inter-tranches sont horizontales ; ce qui sous-estime le coefficient de sécurité. Dans cette méthode, les forces verticales inter-tranches sont supposées nulles. Le facteur de sécurité est calculé à partir d'équilibre des forces horizontales, puis un facteur de correction empirique est multiplié par ce coefficient de sécurité pour pallier au manque de l'effet des forces verticales inter-tranches. L'équilibre des moments n'est pas satisfait. Il existe d'autres méthodes de calcul à la rupture comme : *méthodes globales* (on trouve : méthodes graphiques, méthode des perturbations...), et des méthodes en trois dimensions (éléments finis).

(*Fredlund et al* ,1977) ont entrepris une étude de comparaison en déterminant le facteur de sécurité pour différentes méthodes de calcul. L'exemple d'un talus simple a été traité avec plusieurs combinaisons de la géométrie, des propriétés du sol et des conditions piézométriques. Mis à part la méthode ordinaire de Fellenius (*Fellenius* , 1927), les écarts de calcul du facteur de sécurité, avec un même jeu de données, n'excèdent pas de plus de 4% pour l'ensemble des méthodes utilisées (Bishop simplifiée, Spencer, Janbu simplifiée, Janbu rigoureuse, Morgenstern et Price).

Dans ces cas-là, la différence entre le facteur de sécurité obtenu par la méthode de Bishop simplifiée et celui obtenu par les méthodes de Spencer et Morgenstern-Price (avec λ choisi pour satisfaire les forces et les moments d'équilibre), ne dépasse pas 0.4%.

Fig. 3. A factor of safety versus λ plot.Figure 1.6: Variation du coefficient de sécurité fonction de λ .

Le facteur de sécurité F , déterminé à partir de l'équilibre des forces (comme Janbu simplifiée sans correction (Janbu, 1973), est plus sensible aux hypothèses faites sur les forces de cisaillement inter-tranches que le facteur de sécurité déterminé par les moments d'équilibre, comme illustre la figure 1.6.

Pour cette raison, il est préférable d'utiliser une méthode d'analyse où le moment d'équilibre est satisfait.

1.5.2 Approche semi-probabiliste

On appelle approche semi-probabiliste la méthode reposant sur les notions d'état limite et de coefficients partiels de sécurité. C'est cette méthode que l'on retrouve dans de nombreux règlements, notamment les Eurocodes.

Le mode de fonctionnement de la structure est décrit par un état limite liant résistance des matériaux et sollicitations imposées à la structure.

On distingue deux types d'état limite :

- *état limite ultime*, pour un mode de fonctionnement extrême de la structure ;
- *état limite de service*, si la structure est inapte au service mais réparable.

On évalue la dispersion de certains paramètres à partir d'études statistiques que l'on intègre sous forme de *valeur caractéristique*. On retient généralement comme valeur caractéristique un fractile de la distribution de l'échantillon mesuré, c'est-à-dire une valeur telle qu'une part

donnée de l'échantillon soit supérieure à cette valeur (figure 1.7). Lorsque la dispersion peut être négligée, les valeurs caractéristiques peuvent être évaluées de manière déterministe.

La méthode des coefficients partiels est qualifiée de semi-probabiliste car elle combine, au sein d'un même état limite, des valeurs estimées statistiquement et des valeurs déterministes, tout en adoptant un formalisme déterministe.

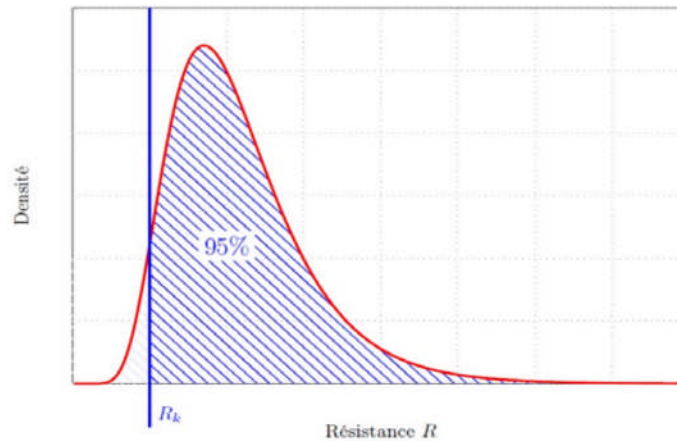


Figure 1.7 : Valeur caractéristique R_k définie comme le fractile à 95% de la distribution (R_k a 95% de chance d'être dépassée).

Cette approche offre un bon compromis entre facilité de mise en œuvre et informations sur la dispersion des données. Néanmoins, les coefficients partiels, établis pour couvrir une large gamme d'incertitudes, peuvent s'avérer peu représentatifs pour certaines structures particulières ou endommagées.

La démarche semi-probabiliste a été introduite dans les règlements français par les Directives Communes au Calcul des Constructions (Circulaire n°71-145 du 13 décembre 1971 puis Circulaire n°79-25 du 13 mars 1979); elle a été reprise dans les règles de calcul BAEL et BPEL puis dans les Eurocodes.

1.5.3 Approche probabiliste

On appelle approche probabiliste la méthode qui s'appuie sur la théorie de la fiabilité pour évaluer la probabilité de défaillance ou l'indice de fiabilité de la structure. Le mode de fonctionnement de la structure est, comme pour l'approche semi probabiliste, décrit par un état limite mais les incertitudes liées aux paramètres d'entrée sont introduites sous forme de loi de probabilité affectée à chaque variable. Ces lois de probabilité sont établies à partir d'études statistiques sur les paramètres concernés.

L'approche probabiliste consiste alors à calculer la probabilité de dépassement du critère d'état limite, appelée probabilité de défaillance P_f , que l'on compare à une probabilité de défaillance acceptable P_f limite .

L'approche probabiliste est séduisante puisqu'elle permet de prendre en compte un très large spectre d'incertitudes. Cependant, elle est limitée par le manque d'études statistiques concernant les différentes variables d'entrée et la complexité des calculs de probabilité.

De plus, les différentes variables d'entrée présentent souvent des corrélations difficiles à détecter et pouvant varier dans de fortes proportions d'un ouvrage à un autre. Le traitement de ces corrélations nécessiterait des calculs complexes et surtout la collecte d'une volumineuse quantité de données pour chaque ouvrage traité. Par ailleurs, l'approche probabiliste nécessite la définition d'une probabilité de défaillance acceptable qui est une notion difficile à apprécier et donc à quantifier.

Nous présentons dans le tableau 1.1 un comparatif des trois approches introduites précédemment détaillant la nature des paramètres, des incertitudes et du calcul dans chacun des cas.

Tableau 1.1 : Comparatif de différentes approches d'évaluation de la performance des structures.

	Déterministe	Semi-Probabiliste	Probabiliste
paramètre	Déterministe	fractile	Variable aléatoire
incertitude	Coefficient global	Coefficients partiels	Loi de probabilité
Calcul	Déterministe	déterministe	Probabiliste

1.6 Variables aléatoires et lois de probabilité

Définis comme aléatoires pour tenir compte des incertitudes qui planent sur leur valeur. On les appelle alors variables aléatoires et on leur affecte une loi de probabilité qui décrit leur variabilité. On caractérise généralement les lois de probabilité par leur valeur moyenne m et leur écart-type σ ou leur coefficient de variation C_v , défini comme le rapport de l'écart-type sur la moyenne.

Dans l'évaluation des structures par la théorie de la fiabilité, on utilise couramment :

- **la loi normale** : ou appelée aussi loi de Gauss, elle apparaît naturellement dans les phénomènes aléatoires dont la base physique est de nature microscopique mais observée à l'échelle macroscopique. En d'autres termes, la distribution gaussienne est la loi de toute variable dont les valeurs résultent de la contribution d'une multitude de facteurs indépendants. Elle traduit généralement bien les erreurs de précision d'implantation et les grandeurs géométriques. La loi normale est enfin souvent adoptée comme approximation d'autres lois. La loi normale est très répandue parmi les lois de probabilité car elle s'applique à de nombreux phénomènes. Une variable

aléatoire X obéit à une loi normale si et seulement si sa fonction, de densité de probabilité est telle que (Dehmous 2007):

$$\forall x \in \mathbb{R}, f_X(x) = \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left[\frac{x-m_X}{\sigma_X}\right]^2\right) \quad (1.18)$$

Avec m_X la moyenne et σ_X l'écart-type de la variable aléatoire X

La fonction de répartition s'écrit quant à elle :

$$x \in \mathbb{R}, F_X(x) = \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{1}{2} \left[\frac{x-m_X}{\sigma_X}\right]^2\right) dx \quad (1.18)$$

- **La loi log normale**

Elle apparaît dans les phénomènes issus du produit d'une multitude de facteurs. Elle est très utilisée dans la modélisation de données hydrologiques, mais également dans la construction de modèle liant l'amplitude des séismes avec leurs intervalles d'occurrence. Elle est parfois utilisée par défaut, pour représenter les caractéristiques physiques des matériaux et certaines sollicitations permanentes ne changeant pas de signe (Dehmous, 2007).

Une variable aléatoire X suit une loi log-normale si et seulement si la variable $Y = \ln X$ obéit elle-même à une loi normale (X étant définie sur $]0, +\infty[$). Ainsi, la densité de probabilité s'exprime par :

$$\forall x \in \mathbb{R}, f_X(x) = \frac{1}{x \sigma_Y \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln x - m_Y}{\sigma_Y}\right)^2\right] \quad (1.19)$$

avec μ_Y la moyenne et σ_Y l'écart-type de Y (on note $Y = \ln X \sim N(\mu_Y, \sigma_Y)$). la fonction de répartition s'écrit :

$$x \in \mathbb{R}, F_X(x) = \frac{1}{x \sigma_Y \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\ln x} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{t - m_Y}{\sigma_Y}\right)^2\right] dt \quad (1.20)$$

- **Loi de Weibull**

Une variable aléatoire X obéit à une loi de Weibull si et seulement si sa fonction de densité de probabilité s'écrit :

$$\forall x \in \mathbb{R}, f_X(x) = \frac{m(x-\gamma)^{m-1}}{\eta^m} \exp \left[- \left(\frac{x-\gamma}{\eta} \right)^m \right] \quad (1.21)$$

La fonction de répartition est la suivante :

$$\forall x \in \mathbb{R}, F_X(x) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{x-\gamma}{\eta} \right)^m \right] \quad (1.22)$$

On note $X \sim W(m, \eta, \gamma)$. Le paramètre de position γ est lié à la valeur minimale prise par la variable X puisqu'en effet $F_X(\gamma) = P(X < \gamma) = 0$. En vue d'une application aux données mécaniques, on considérera donc par la suite que $\gamma = 0$. Le facteur d'échelle η est quant à lui proche de la moyenne de X et le paramètre de forme m (appelé module de Weibull) mesure la dispersion des valeurs. L'allure de la fonction de densité de la loi de Weibull est conditionnée par les valeurs de m et η , et on note en particulier que plus m est grand, i.e. plus la dispersion est faible, plus ce modèle tend vers la loi normale. Cette loi, développée initialement pour modéliser la dispersion expérimentale des contraintes de rupture des matériaux fragiles (théorie du maillon le plus faible, (Weibull, 1939), est maintenant largement généralisé à d'autres phénomènes pour la prédiction de durées de vie.

- **La loi uniforme continue**

En théorie des probabilités et en statistiques, les lois uniformes continues forment une famille de lois de probabilité à densité caractérisées par la propriété suivante : tous les intervalles de même longueur inclus dans le support de la loi ont la même probabilité. Cela se traduit par le fait que la densité de probabilités de ces lois est constante sur leur support.

La loi uniforme continue est une généralisation de la fonction rectangle à cause de la forme de sa fonction densité de probabilité. Elle est paramétrée par les plus petites et plus grandes valeurs peut prendre. Cette loi continue est souvent notée $U(a,b)$.

La densité de probabilité de la loi uniforme est une fonction port sur l'intervalle $[a,b]$:

$$P_U(a; a_1; a_2) = \begin{cases} \frac{1}{a_2 - a_1} & \text{pour } a_1 \leq a \leq a_2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.23)$$

la fonction de répartition est donnée par :

$$F_U(a; a_1; a_2) = \int_{-\infty}^a P_U(a; a_1; a_2) = \begin{cases} 0 & \text{pour } a \leq a_1 \\ \frac{a - a_1}{a_2 - a_1} & \text{pour } a_1 \leq a < a_2 \\ 1 & \text{pour } a \geq a_2 \end{cases} \quad (1.24)$$

1.7 Méthodes d'analyse de la fiabilité

Nous distinguons trois types de méthodes d'analyse de la fiabilité structurelle (Dehmous, 2007) :

- méthode d'approximation FORM/SORM,
- méthode de surface de réponse (méthodes analytique),
- et méthodes de simulation Monte-Carlo.

1.7.1 Méthode d'approximation FORM/SORM (Lemaire, 2005)

La méthode FORM/SORM est une méthode utilisée en fiabilité pour déterminer la probabilité de défaillance d'un système.

- **FORM** est l'acronyme de First Order Reliability Method, méthode de fiabilité du premier ordre ;
- **SORM** est l'acronyme de Second Order Reliability Method, méthode de fiabilité du second ordre.

Il s'agit de trouver le point de conception, c'est-à-dire le cas de défaillance le plus probable, par des méthodes d'optimisation. Une conception « au plus juste » compromis entre le coût de fabrication, le coût de service (maintenance, garantie) et la satisfaction de l'utilisateur (sécurité, disponibilité du système) nécessite d'avoir recours aux statistiques ; c'est le domaine de la fiabilité. On veut connaître la probabilité que la durée de vie T d'un système soit supérieure à une valeur t ,

$R(t) = P(T \geq t)$, ce qui revient à connaître la probabilité de défaillance avant t ,

$$F(t) = P(T \leq t) ; F = 1 - R \quad (1.23)$$

En particulier, on veut garantir que cette probabilité de défaillance est inférieure à une limite α , appelée « risque alpha », souvent prise à 5 ou 10 % :

$$F(t) \leq \alpha, \text{ c'est-à-dire } R(t) \geq 1 - \alpha.$$

On se place en général à la limite $F(t) = \alpha$.

Cette durée de vie dépend de plusieurs facteurs :

- des facteurs de charge, ou contraintes S : c'est ce que subit la machine, sollicitations mécaniques, humidité, température, intensité du courant électrique...
- des facteurs de fabrication, ou résistance R : dimensions des composants, propriétés de la matière, ...

Tous ces facteurs, contraintes ou résistances, peuvent s'exprimer par des grandeurs chiffrées x_i . Ces valeurs sont des réalisations de variables aléatoires X_i : tous les systèmes,

même produits à la chaîne, sont différents les uns des autres, et ils ne subissent pas non plus les mêmes sollicitations.

Dans un certain nombre de cas, on peut définir une fonction de défaillance $g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ pour exprimer la condition sur la durée de vie :

$$F(t) \leq \alpha \Leftrightarrow g(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0 \quad (1.24)$$

L'espace à n dimensions (x_1, x_2, \dots, x_n) est donc coupé en deux demi-espaces :

- ❖ le domaine de défaillance F , vérifiant l'équation $g(x_1, x_2, \dots, x_n) < 0$
- ❖ le domaine de bon fonctionnement, vérifiant l'équation $g(x_1, x_2, \dots, x_n) > 0$.

La frontière entre les deux est une hyper surface d'équation $g(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$ qui définit l'état limite.

Chaque variable aléatoire X_i suit une loi de probabilité dont la fonction de densité de probabilité est notée f_i .

$$y = f_1(x_1) \times f_2(x_2) \times \dots \times f_n(x_n) \quad (1.25)$$

La fonction $y(x_1, x_2, \dots, x_n)$ forme une hyper surface de l'espace (x_1, \dots, x_n, y) . Le maximum de y , le « sommet » de l'hyper surface, est le point le plus probable.

Pour déterminer la probabilité de défaillance P_f du système, il faut intégrer y sur la zone de défaillance F . La valeur de P_f est le « volume » l'hyper volume délimité par les hyper surfaces y et $g = 0$.

La solution analytique de cette intégrale est en général complexe, voire impossible. Une manière d'estimer P_f consiste à utiliser une méthode de Monte-Carlo : on génère un grand nombre de valeurs aléatoires (x_1, x_2, \dots, x_n) suivant les lois statistiques connues, et l'on compte le nombre de cas pour lesquels g est négatif.

Toutefois, la majeure partie de l'information est contenue dans une petite zone de l'espace, dite « zone critique », qui est l'ensemble (x_1, x_2, \dots, x_n) pour lesquels la densité de probabilité de défaillance est importante ; le point où la densité de probabilité de défaillance est maximale est appelée « point de conception » et noté x^* . Or, si la conception est robuste, cette zone critique est loin du sommet de l'hyper surface y , puisque l'on veut que la plupart des situations soient des situations de bon fonctionnement.

Il faut donc un nombre considérable de simulations pour avoir une bonne estimation de P_f .

La méthode FORM-SORM est une méthode d'approximation consistant à trouver le point de conception, et de s'en servir pour déterminer la probabilité de défaillance P_f .

1.7.2 Méthode de surface de réponse

En statistiques, la méthode des surfaces de réponses (MSR) a pour but d'explorer les relations entre les variables dépendantes et indépendantes impliquées dans une expérience. Elle est due aux travaux de (Box et al, 1951). L'idée principale de leur méthode est l'utilisation d'une séquence d'expériences. Box et Wilson suggèrent d'utiliser un modèle à polynôme de second degré, mais concèdent que ce modèle n'est qu'une approximation. Toutefois, ce dernier a l'avantage d'être facile à estimer et à appliquer, même lorsque l'information disponible sur les processus en cours est minime.

1.7.3 Méthodes de Monte-Carlo(Aoues, 2008)

Depuis le milieu des années 80, les méthodes de Monte Carlo sont devenues de plus en plus populaires auprès de géophysiciens pour résoudre des problèmes inverses. Le nom de ces méthodes, qui fait allusion aux jeux de hasard pratiqués à Monte-Carlo, a été inventé en 1947 par Nicholas Metropolis et publié pour la première fois en 1949 dans un article coécrit avec Stanislaw Ulam.

Le véritable développement des méthodes de Monte-Carlo s'est effectué sous l'impulsion de John-von Neumann et Stanislas Ulam notamment, lors de la Seconde Guerre mondiale et des recherches sur la fabrication de la bombe atomique.

Les méthodes de simulation de Monte-Carlo sont par exemple faciles d'utilisation mais exigent un ordinateur puissant pour le type de problèmes rencontrés en calcul des structures. Avec les méthodes de simulation de Monte-Carlo, la fonction de densité de probabilité et les paramètres statistiques associés de la marge de sécurité sont estimés, l'échantillonnage aléatoire (réalisé à l'aide d'un générateur pseudo-aléatoire disponible sur la plupart des ordinateurs) est utilisé pour obtenir des réalisations du vecteur aléatoire. La valeur de la marge de sécurité est alors évaluée pour cet ensemble de valeurs pour établir si la défaillance s'est produite. Ce procédé est répété un grand nombre de fois et la probabilité de défaillance s'est estimée à partir de la fraction des tirages menant à la défaillance divisée par le nombre total de réalisations. Suivant cette approche, la probabilité de défaillance est évaluée directement sans algorithme. Au chapitre 3, cette méthode fera l'objet de notre étude.

Conclusion

Les coefficients de sécurité donnés par les méthodes déterministes ont pour objectif de couvrir les risques mais ils ne permettent pas de s'adapter à la spécificité de chaque cas d'étude. Cependant, ils sont régis par des normes et sont donc difficilement discutables

sans démonstration rigoureuse, c'est pour ça qu'on fait appel aux approches probabilistes qui permettront de donner une meilleure connaissance de la marge de sécurité en tenant compte des incertitudes. Une fois de plus, l'utilisation de l'approche probabiliste peut servir à l'optimisation ou à la création de nouvelles règles.

De manière plus générale, l'approche probabiliste a une importante application dans la prise de décision grâce aux informations qu'elle fournit. C'est notamment le cas pour comparer des solutions de design ou comparer des procédés de fabrication tout en tenant compte, à la fois, des aspects techniques et financiers. On peut, par exemple, calculer un bilan qui associe une probabilité de défaillance à un coût de défaillance et un coût de réparation, pour choisir le meilleur compromis. Elle est aussi profitable pour l'analyse de sensibilité des paramètres de la structure et la détection des éléments critiques. Dans ce cadre, un travail sur la réduction des incertitudes peut être envisagé pour améliorer la fiabilité du système.

Pour les aspects structure et dimensionnement en résistance, l'approche permet de déterminer de nouveaux coefficients de sécurité et d'optimiser la structure sur la base de critères de probabilité.

Chapitre 2

Analyse de la stabilité d'une digue en terre par une méthode déterministe

Introduction

L'étude de la stabilité d'une digue en terre est celle de la stabilité de son talus amont et de son talus aval sur sa fondation. Un talus est stable lorsque les forces qui tendent à produire un mouvement sont inférieures aux forces passives qui sont essentiellement des forces de résistance au cisaillement. Les méthodes déterministes procèdent à la vérification de la stabilité du talus d'une digue en introduisant la notion du coefficient de sécurité. Ainsi, elles cherchent à traduire par un seul nombre de quelle façon le talus est stable. La définition du coefficient de sécurité d'un talus à l'égard de la rupture est une des questions les plus controversées de la mécanique des sols. Pour évaluer la stabilité d'un talus, l'ingénieur doit choisir entre plusieurs définitions du coefficient de sécurité. Ce dernier peut être un rapport des forces ou des moments.

Dans le cadre de ce chapitre, nous appliquons une méthode déterministe, en l'occurrence la méthode FELLENIUS, pour l'analyse de la stabilité d'une digue en terre d'une retenue collinaire.

2.1 Exposé de la méthode FELLENIUS

La méthode de FELLENIUS admet que la rupture d'un talus a lieu suivant une surface en forme circulaire; ce qui est conforme à ce que l'on peut observer sur un glissement de talus. Cette hypothèse étant fondée plusieurs cercles de rupture peuvent être tracés sur une coupe transversale du talus et le cercle le plus critique est recherché. Par ailleurs, le talus est décomposé en tranches verticales de poids W_n et de faible épaisseur juxtaposées.

La figure 2.1 montre le schéma descriptif du talus avec la décomposition en tranches verticales. Pour une tranche n , le poids W_n est décomposé en une force normale N_n et une force tangentielle T_n agissant à la base de la tranche.

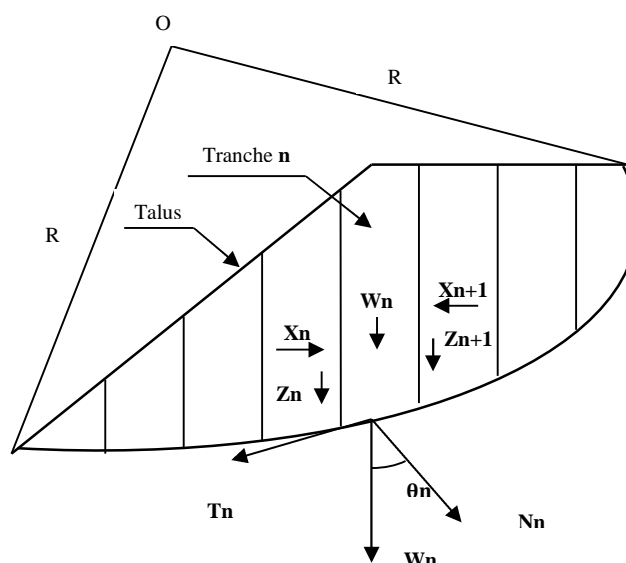


Figure 2.1 : Schémas descriptif d'un talus d'une digue par la méthode de Fellenius.

2.1.1 Hypothèse admise par Fellenius

Pour simplifier le calcul, Fellenius admet les hypothèses suivantes :

- Au niveau de chaque tranche, la résultante \mathbf{X}_n et \mathbf{Z}_n sont égales à \mathbf{X}_{n+1} et \mathbf{Z}_{n+1} avec une ligne d'action qui coïncide (figure 2.1). Ce qui consiste à négliger les forces existantes entre les tranches et éliminer l'interaction.

Nous avons alors :

$$\mathbf{X}_{n+1} - \mathbf{X}_n = 0 \quad (2.1)$$

$$\mathbf{Z}_{n+1} - \mathbf{Z}_n = 0 \quad (2.2)$$

- La composante tangentielle \mathbf{T}_n du poids de toute la matière contenue dans la tranche n est motrice, car elle a tendance à entraîner le glissement. Elle est donnée par la relation suivante :

$$\mathbf{T}_n = W_n \cdot \sin \theta_n \quad (2.3)$$

- La composante normale \mathbf{N}_n est stabilisatrice, car elle mobilise le frottement interne. Elle crée une force résistante au cisaillement $\boldsymbol{\tau}$, qui est donnée par la loi de Coulomb en fonction de la cohésion \mathbf{C} et de l'angle de frottement $\boldsymbol{\varphi}$ comme suite :

$$\tau = C \cdot dL + N_n \cdot \tan \varphi \quad (2.4)$$

$$\text{Avec :} \quad N_n = W_n \cdot \cos \theta_n \quad (2.5)$$

$$\text{Ce qui donne :} \quad \tau = C \cdot dL + (W_n \cdot \cos \theta_n \cdot \tan \varphi) \quad (2.6)$$

2.1.2 Calcul du coefficient de sécurité F_s

Soit \mathbf{R} le rayon du cercle de glissement, comme l'illustre la figure 2.1. Le moment des forces stabilisatrices \mathbf{M}_s est la somme des moments des forces de frottement et celles de la cohésion \mathbf{C} :

$$\mathbf{M}_s = \sum_{i=1}^n [C \cdot dL_i + N_i \cdot \tan \varphi] R \quad (2.7)$$

Avec :

$$N_i = W_i \cdot \cos (\theta_i) \quad (2.8)$$

$$\mathbf{M}_s = \sum_{i=1}^n [C \cdot dL_i + (W_i \cdot \cos \theta_i \cdot \tan \varphi)] R \quad (2.9)$$

Par ailleurs le moment des forces motrices \mathbf{M}_m est donné par :

$$\mathbf{M}_m = R \cdot \sum_{i=1}^n T_i \quad (2.10)$$

$$\text{Avec :} T_i = W_i \cdot \sin \theta_i \quad (2.11)$$

$$\mathbf{M}_m = \left[\sum_{i=1}^n W_i \cdot \sin \theta_i \right] R \quad (2.12)$$

Le coefficient de sécurité F_s est alors donné par :

$$F_s = \frac{M_s}{M_m} \quad (2.13)$$

Ce qui donne :

$$F_s = \frac{\sum_{i=1}^n [C.dL_i + (W_i \cdot \cos\theta_i \cdot \tan\varphi)] R}{[\sum_{i=1}^n W_i \cdot \sin\theta_i] R} \quad (2.13)$$

Après simplification, nous obtenons :

$$F_s = \frac{\sum_{i=1}^n [C.dL_i + (W_i \cdot \cos\theta_i \cdot \tan\varphi)]}{\sum_{i=1}^n W_i \cdot \sin\theta_i} \quad (2.14)$$

2.1.3 Calcul du coefficient de sécurité F_s en tenant compte du séisme

Pour prendre en compte l'effet du séisme dans le calcul du coefficient de sécurité F_s , pour l'analyse de la stabilité de la digue, nous nous référons aux recommandations du (RPA, 2003) selon lesquelles les retenues peuvent être classées dans le groupe d'usage **1B** : ouvrages de grande importance (Ouvrages publics d'intérêt national ou ayant une importance socio-culturelle et économique certaine). Ainsi, pour chaque zone sismique (tableau 2.1), un coefficient d'accélération de zone « A » est défini par le (RPA, 2003) en fonction du groupe d'usage (importance de l'ouvrage), comme l'illustre le tableau 2.2 :

Tableau 2.1 : Classification des zones sismique.

Type de zone	classification
Zone 0	sismicité négligeable
Zone I	sismicité faible
Zones IIa et IIb	sismicité moyenne
Zone III	sismicité élevée

Tableau 2.2: Coefficient « A » en fonction du groupe d'usage et de type de zone.

Groupe D'usage	Type de zone			
	I	IIa	IIb	III
1A	0.15	0.25	0.3	0.4
1B	0.12	0.2	0.25	0.3
2	0.1	0.15	0.2	0.25
3	0.07	0.1	0.14	0.18

➤ **Recommandations du RPA 2003**

1. Les talus et les versants naturels ou artificiels dans leur configuration en fin de projet doivent rester stables sous l'action sismique, compte tenu des charges apportées par les constructions éventuelles.

En absence de sols liquéfiables, la vérification de la stabilité peut être effectuée en première analyse avec un calcul statique équivalent par application à tous les éléments de sol et aux charges supportées de deux coefficients sismiques $k_h = 0.5 A$ (%g) et $k_v = \pm 0,3 k_h$ représentant les forces horizontales contenues dans les

plans verticaux de plus grande pente et dirigées vers l'aval et les forces verticales descendantes ou ascendantes selon les combinaisons (k_h, k_v) et $(k_h, -k_v)$.

Le coefficient A est le coefficient d'accélération de zone (tableau 2.1) du RPA choisi en fonction de la zone sismique et du groupe d'importance de l'ouvrage affecté par le glissement ou menacé par lui.

2. L'équilibre du massif délimité en profondeur par la surface de rupture doit être vérifié compte tenu d'un coefficient de sécurité partiel égal à 1 sur les résistances des sols concernés.

A partir de ces recommandations, nous déduisons l'effort horizontal F_h et l'effort vertical F_v du séisme comme suit :

$$F_h = K_h \cdot W_i = 0,5 \cdot A \cdot W_i \quad (2.15)$$

$$F_v = K_v \cdot W_i = 0,3 \cdot K_h \cdot W_i = 0,3 \cdot F_h \quad (2.16)$$

Par conséquent, la composante normale stabilisatrice N_i devient :

$$N_i = (W_i + F_v) \cos \theta_i - (F_h \sin \theta_i) \quad (2.17)$$

Et la composante tangentielle entraînant le glissement s'écrit :

$$T_i = [W_i + F_v] \sin(\theta_i) - [F_h \cos(\theta_i)] \quad (2.18)$$

En introduisant les relations (2.17) et (2.18) dans le calcul des moments des forces stabilisatrices et des forces motrices nous obtenons :

$$M_s = [C \cdot dL + [(W_i + F_v) \cdot \cos \theta_i - (F_h \sin \theta_i)] \tan \varphi] R \quad (2.19)$$

$$M_m = [(W_i + F_v) \sin \theta_i - (F_h \cos \theta_i)] R \quad (2.20)$$

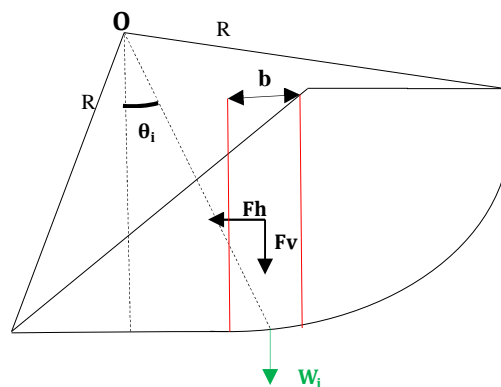


Figure 2.2 : Représentation de la force sismique.

Enfin, le coefficient de sécurité, en tenant compte du séisme, s'écrit :

$$F_s = \frac{\sum_{i=1}^n [C \cdot dL_i + [(W + Fv) \cos \theta_i - (Fh \sin \theta_i)] \tan \varphi_i] \cdot R}{\sum_{i=1}^n [(W_i + Fv) \sin \theta_i - (Fh \cos \theta_i)] R} \quad (2.21)$$

2.2 Application

2.2.1 Présentation de la digue

La retenue collinaire « ChaabatThrid », que nous avons choisies pour notre application, se situe dans la commune de Moudjebour, wilaya de Médéa (Zone IIa). Celle-ci a fait l'objet d'un mémoire de master en constructions hydrauliques et aménagements en 2013 (*Chekhar et al, 2013*). La digue en terre de la retenue est de type homogène, en remblais compactés (figure 2.3). Les caractéristiques de cette digue sont représentées dans le tableau 2.3 suivant (figure 2.3) :

Tableau 2.3: Caractéristiques de la digue.

Symbole	Désignation	valeur	unité
γ	Masse volumique du terrain	1 800,00	kg/m ³
C	Cohésion interne du sol	7 000,00	kg/m ²
φ	Angle de frottement interne	20,00	°
H	la hauteur de la digue	18,00	m
b	Largeur des tranches	0,3	m
/	Zone sismique	IIa	/
A	Coefficient de zone	0,20	/

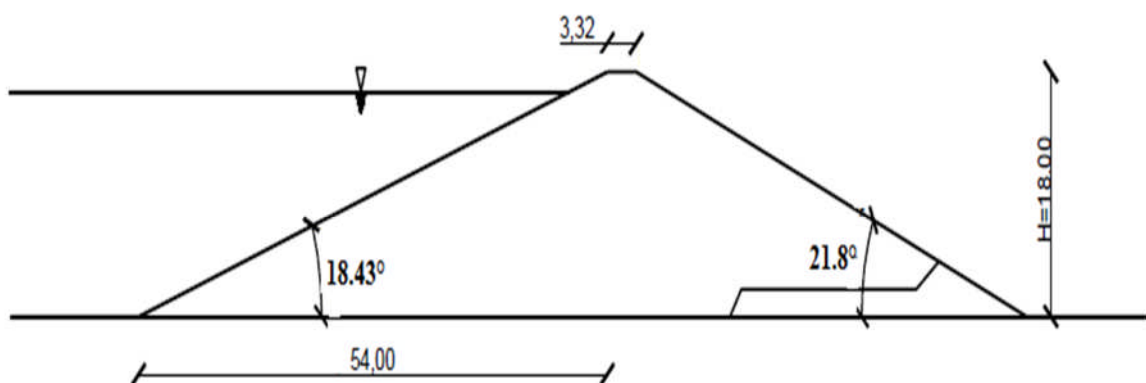


Figure 2.3 : Schéma descriptif de la digue « ChaabatThrid ».

2.2.2 Paramètres de la digue

a. l'angle β

L'angle β caractérise la pente du parement amont de la digue.

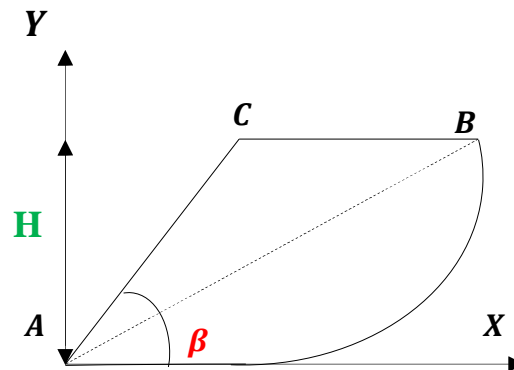


Figure 2.4 : Représentation graphique de l'angle β .

Les ingénieurs se basent en générale sur les règlements comme le PNUD (Programme des Nations unies pour le développement) pour la détermination de cette pente, en fonction de la hauteur et de type de digue (tableau 2.4). Ces valeurs devront être bien sure confirmées par une étude de stabilité.

Tableau 2.4 : Tableau de pentes de talus de digues extrait du PNUD.

HAUTEUR DE LA DIGUE (m)	TYPE DE DIGUE	TALUS	
		EN AMONT	EN AVAL
Jusqu'à 5	Homogène	1: 2,5	1: 2
	Zoné	1: 2	1: 2
5 et 10	Homogène, granulométrie étendu	1: 2	1: 2
	Homogène, avec matrice argileuse	1: 2,5	1: 2
	Zoné.	1: 2,5	1: 2
10 et 20	Homogène, granulométrie étendu	1: 2,5	1: 2,5
	Homogène avec matrice argileuse	1: 3	1: 2,5
	Zoné.	1: 2,5	1: 2,5

Pour le cas de notre digue homogène de hauteur 18 m, la pente de parement amont est de 1/3. L'angle β est donc calculé à partir de l'équation (2.22) :

$$\beta = \tan^{-1} 1/3 \quad (2.22)$$

b. cercle de glissement

Le cercle de glissement critique passant par le pied du talus est défini par les deux angles α_0 et β_0 comme l'indique la figure 2.3 si dessous :

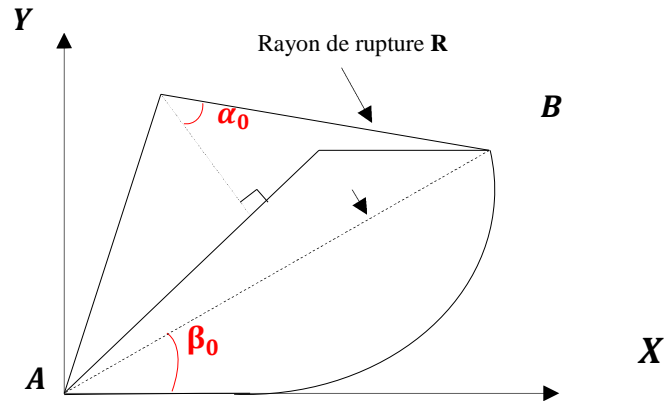


Figure 2.3: Représentation graphique de α_0 et β_0 .

Les angles α_0 et β_0 sont déterminés en fonction de l'angle β et l'angle de frottement interne ϕ par l'abaque de Sanglerat représenté par la figure 2.4 ci-après (J. Costet et G. Sanglerat, 1983):

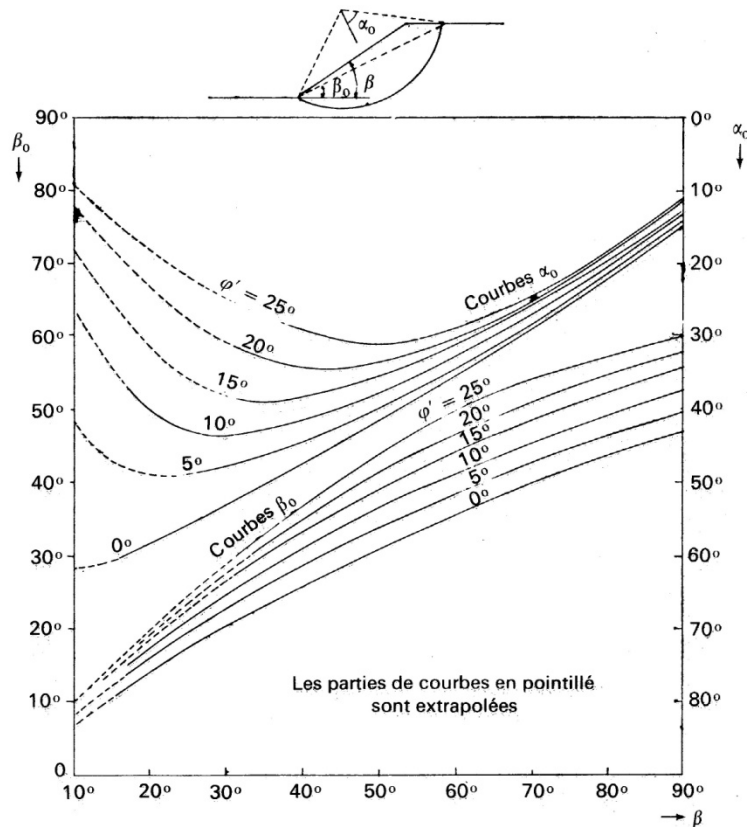


Figure 2.4: Abaque de Sanglerat.

c. Détermination de la distance AB

La distance **AB** définit la ligne de rupture comme l'indique la figure 2.5. elle est calculée par la relation (2.23) qui suit :

$$AB = \frac{H}{\sin \beta_0} \tag{2.23}$$

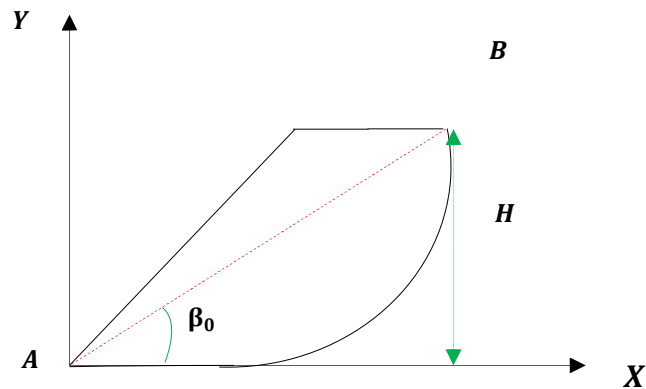


Figure 2.5: Représentation graphique de la distance AB.

d. Détermination du rayon de rupture R

Le rayon **R** qui représente le rayon du cercle de glissement, appelé aussi rayon de rupture, est calculé par la relation (2.24):

$$R = \frac{AB}{2 \cdot \sin \alpha_0} \quad (2.24)$$

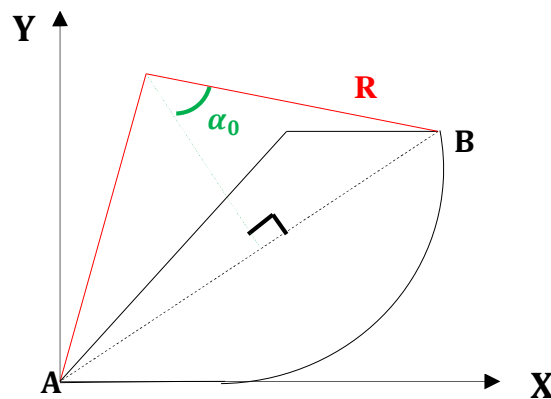


Figure 1: Représentation graphique du rayon de rupture R.

e. Longueur L

La longueur **L** définit la projection horizontale de la ligne de rupture **AB**. Elle a été donnée comme suit :

$$L = \frac{H}{\tan \beta_0} \quad (2.25)$$

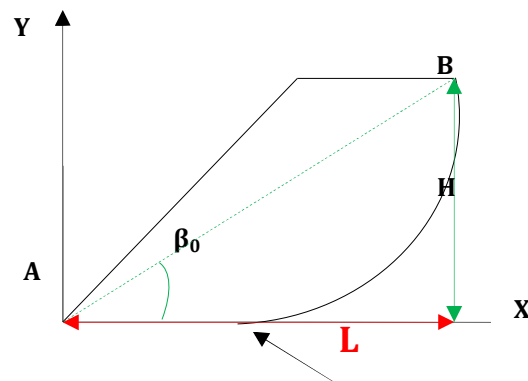


Figure 2.7: Représentation graphique de la longueur L .

f. Angle γ

L'angle γ représenté dans la figure 2.8 définit l'angle entre la ligne de rupture AB et le rayon de rupture R qui donné par la distance AO ou la distance OB .

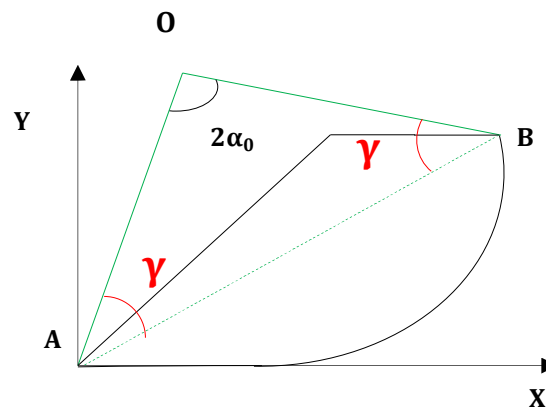


Figure 2.8: Représentation graphique de l'angle γ .

Le triangle AOB est un triangle isocèle, la somme des angles de ce triangle donne un angle de 180° :

$$\gamma + \gamma + 2\alpha_0 = \pi \quad (2.26)$$

L'angle γ est donné par la relation 2.27 :

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \alpha_0 \quad (2.27)$$

g. L'angle λ

L'angle λ est l'angle que fait la ligne de rupture OA avec la verticale comme l'indique la figure 2.9 ci-après :

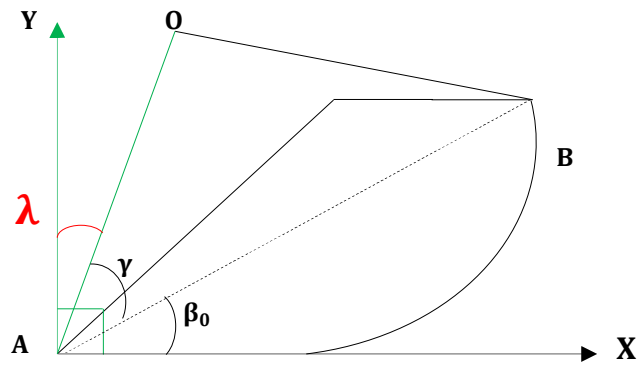


Figure 2.9: Représentation graphique de l'angle λ .

L'angle droit au point A implique :

$$\frac{\pi}{2} = \lambda + \gamma + \beta_0 \quad (2.28)$$

Ce qui donne :

$$\lambda = \frac{\pi}{2} - \gamma - \beta_0 \quad (2.29)$$

h. Coordonnées X_0 et Y_0 du centre de rupture

En considérant le triangle rectangle OAO' (figure 2.10), la distance X_0 est donnée par l'équation 2.30 :

$$X_0 = R * \cos(\gamma + \beta_0) \quad (2.30)$$

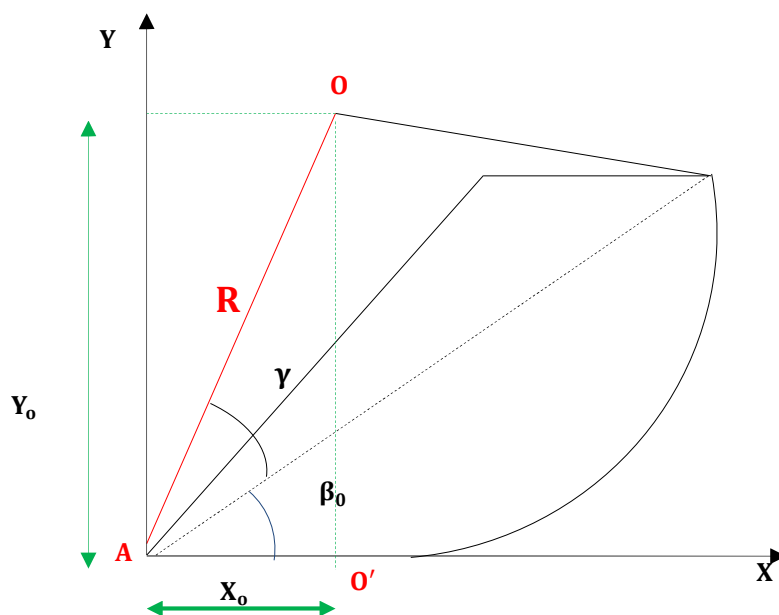


Figure 2.10 : Représentation graphique de X_0 et Y_0 .

Par ailleurs, l'équation du cercle est donnée par l'équation 2.31:

$$R^2 = (X - X_0)^2 + (Y - Y_0)^2 \quad (2.31)$$

Au point A (0,0) cette équation du cercle devient :

$$R^2 = X_0^2 + Y_0^2$$

D'où l'on tire :

$$Y_0^2 = R^2 - X_0^2$$

Enfin,

$$Y_0 = \pm \sqrt{R^2 - X_0^2} \quad (2.32)$$

i. La projection horizontale de AC

X_c désigne la projection horizontale de la longueur AC qui définit la pente du parement amont de la digue, comme l'indique la figure 2.11 :

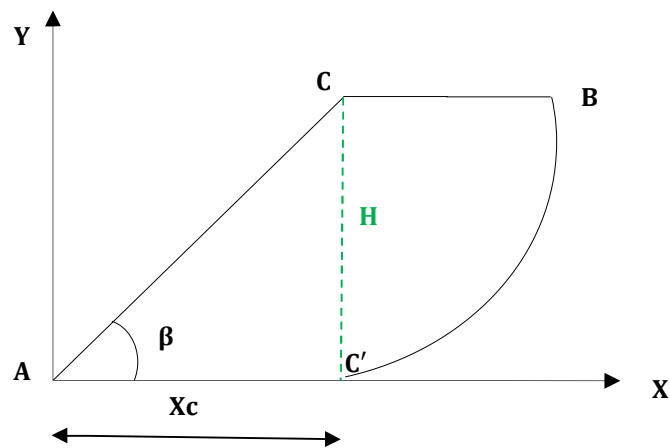


Figure 2.11: Représentation graphique de X_c .

En considérant le triangle rectangle $AC'C$, qui a comme coté opposé à l'angle β la hauteur H et X_c le coté adjacent. La distance X_c est donnée par :

$$X_c = \frac{H}{\tan \beta} \quad (2.33)$$

2.3 Calcul déterministe du coefficient de sécurité F_s

Considérons une tranche verticale du talus de poids W_i et de largeur b (figure 2.12).

X_i et Y_i sont les coordonnées de la tranche i .

Pour le calcul déterministe de F_s nous avons procédé à la décomposition du talus amont de la digue considérée à des tranches de largeur $b = 0.3$ m. Ce qui nous amène à un nombre total de tranches égales à 185 en considérant que la longueur de la digue est égale à 55.66 m.

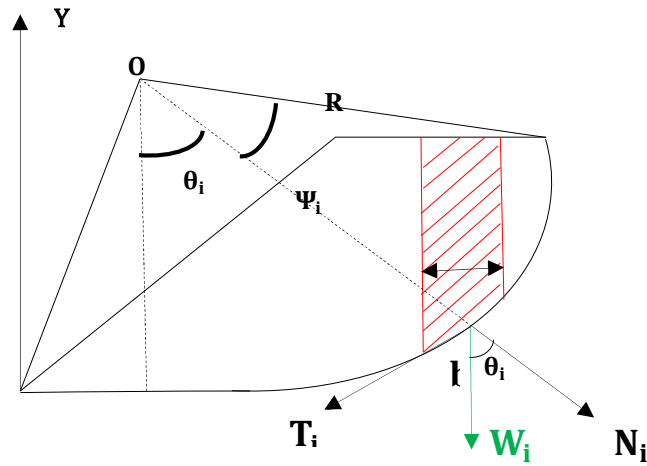


Figure 2.12: Représentation graphique de la tranche i dans le cercle de glissement.

a. Coordonnées de la tranche i

Soient $X_{1,i}, X_{2,i}, X_{m,i}, Y_{1,i}, Y_{2,i}, Y_{m,i}$ les coordonnées de la tranche i (figure 2.13) :

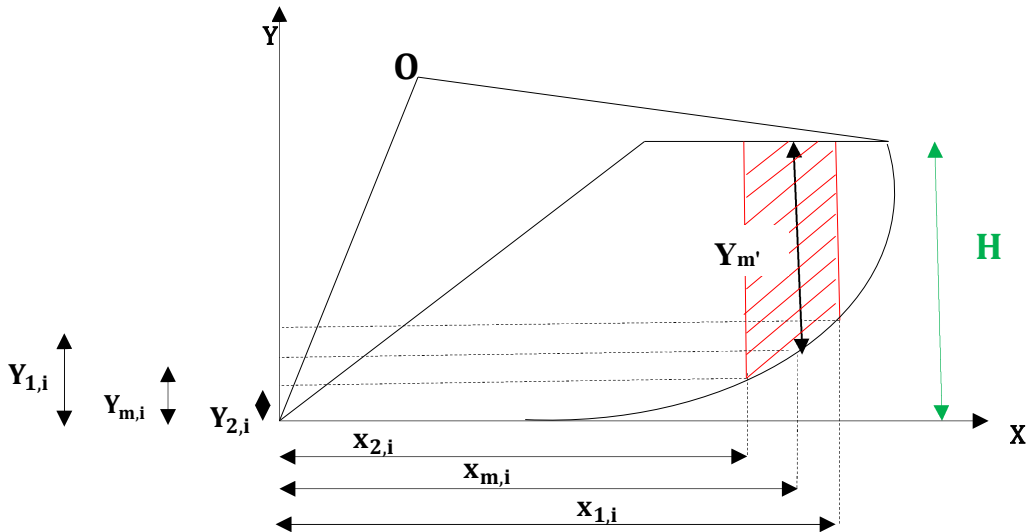


Figure 2.13: Représentation graphique des coordonnées de la tranche i.

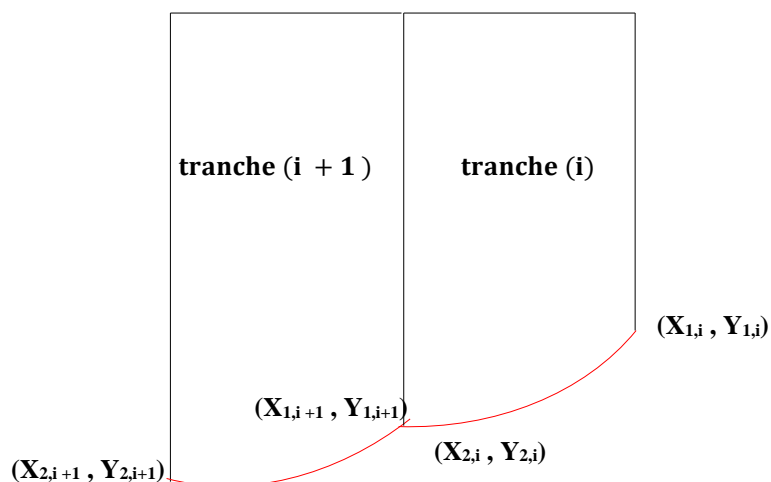


Figure 2.14 : Représentation graphique des coordonnées des tranche tranche (i) et (i+1)

- **Abscisses de la tranche i :**

$$X_{1,i} = L - (i-1)b \quad (2.34)$$

$$X_{2,i} = L - (i-1)b - b \quad (2.35)$$

$$X_{m,i} = \frac{X_{1,i} + X_{2,i}}{2} \quad (2.36)$$

- **Ordonnées de la tranche i :**

Pour la tranche $i=1$:

$$Y_{1,i} = H$$

On utilisant l'équation du cercle, nous avons :

$$R^2 = [(X_{2,i} - X_0)^2 + (Y_{2,i} - Y_0)^2] \quad (2.37)$$

Ce qui donne :

$$(Y_{2,i} - Y_0)^2 = R^2 - (X_{2,i} - X_0)^2$$

$$(Y_{2,i} - Y_0) = \pm \sqrt{R^2 - (X_{2,i} - X_0)^2}$$

Les ordonnées de la tranche i sont les suivantes :

$$Y_{2,i} = Y_0 \pm \sqrt{R^2 - (X_{2,i} - X_0)^2} \quad (2.38)$$

$$Y_{1,(i+1)} = Y_{2,i} \quad (2.39)$$

$$Y_{m,i} = Y_{1,i} - \frac{Y_{1,i} - Y_{2,i}}{2} \quad (2.40)$$

b. calcul de la longueur de l'arc dL de la tranche i

dL est la longueur de l'arc de la tranche comme l'indique la figure (2.15) :

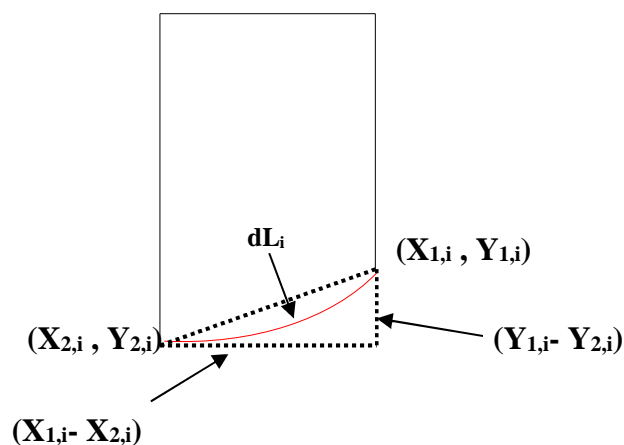


Figure 2.15: Représentation graphique de dL_i .

Le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$dL_i = \sqrt{(X_{1,i} - X_{2,i})^2 + (Y_{1,i} - Y_{2,i})^2} \quad (2.41)$$

c. Détermination du point haut de la tranche i:

$Y_{m',i}$ désigne l'ordonnée du point m' qui est le point haut de la tranche i , comme il est indiqué dans la figure (2.16) :

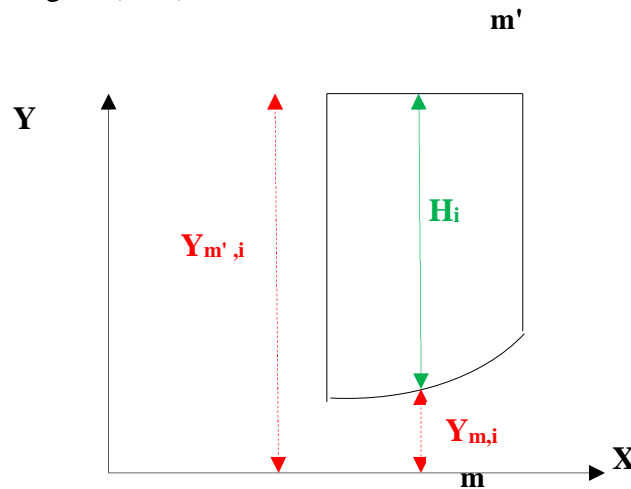


Figure 2.16 : Représentation graphique de H_i .

En tenant compte de la valeur de X_c donnée par l'équation (2.33) et de $X_{m,i}$ calculé par l'équation (2.36), nous avons :

- Pour $X_{m,i} > X_c$

$$Y_{m',i} = H \quad (2.42)$$

- Pour $X_{m,i} < X_c$

$$Y_{m',i} = \tan \beta * X_{m,i} \quad (2.43)$$

d. Détermination de la hauteur H_i de la tranche i

La hauteur H_i de la tranche i (figure 2.16) est calculée par la différence entre le point le plus haut et le point le plus bas au milieu de la tranche i :

$$H_i = Y_{m',i} - Y_{m,i} \quad (2.44)$$

e. Calcul de la hauteur H_i de la tranche i :

$$W_i = H_i * b * \gamma \quad (2.45)$$

γ étant la masse volumique de la tranche qui représente, dans notre cas la densité sèche du remblai (matériaux locaux).

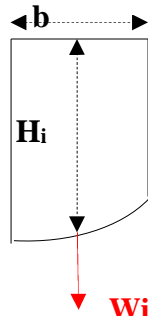


Figure 2.17 : Représentation graphique de W_i .

f. Détermination de l'angle Ψ_i pour la tranche i :

Ψ représente l'angle que fait le rayon R avec la normale N , comme il est apparu dans la figure (2.12). Il est obtenu à partir de la relation 2.46 :

$$\Psi_i = \frac{dL_i}{2R} + (i - 1) \frac{dL_i}{R} \quad (2.46)$$

$$\Psi_{i+1} = \Psi_i + \frac{dL_{(i+1)}}{R} \quad (2.47)$$

g. Détermination de l'angle θ_i

θ est l'angle que fait la normale N avec le poids de la tranche comme l'indique la figure (2.12). Il est calculé par l'équation (2.48) :

$$2\alpha_0 = \Psi_i + \theta_i + \lambda_i \quad (2.48)$$

Ce qui donne :

$$\theta_i = 2\alpha_0 - \Psi_i - \lambda_i \quad (2.53)$$

2.4 Résultats du calcul déterministe

Le tableau 2.5 illustre les résultats de calcul des paramètres de la digue (§ 2.2.2) donnés par les différentes équations 2.22 à 2.33.

Tableau 2.5 : Résultats de calcul des paramètres de la digue.

Symboles	Désignation	valeur	unités	Equation utilisée
β	Angle beta	18,43	°	Eq, 2.22
AB	distance AB	58,50	m	Eq, 2.23
R	Rayon du cercle de rupture =	78,08	m	Eq, 2.24
L	La projection horizontale de $AB = L$	55,66	m	Eq, 2.25
γ	Angle gamma	68,00	°	Eq, 2.27
λ	Angle lamda	4,08	°	Eq, 2.29
X_0	Abscisse X_0 du cercle de rupture	5,56	m	Eq, 2.30
Y_0	Abscisse Y_0 du cercle de rupture	77,88	m	Eq, 2.32
X_c	Projection horizontale de ,AC	54,0155512	m	Eq, 233
α_0	Angle alpha 0	22,00	°	Abaque de Sanglerat
β_0	Angle beta 0	17,92	°	Abaque de Sanglerat

2.4.1 Résultats du coefficient de sécurité sans séisme

Les différents paramètres calculés pour chaque tranche sont présentés dans le tableau 2.6 suivant:

Tableau 2.6 : Extrait des résultats du calcul des paramètres déterministes sans séisme.

symboles	Désignation	Unités	Numéro de la tranche		
			1	2	3
Y_m'	Ordonnés du point haut de chaque tranche	m	18	18	18
X_1	abscisse du point 1 de la tranche	m	55,663	55,363	55,063
Y_1	ordonnée du point 1 de la tranche	m	18,000	17,750	17,503
X_2	abscisse du point 2 de chaque tranche	m	55,363	55,063	54,763
Y_2	ordonnée du point 2 de chaque tranche	m	17,7503	17,503	17,258
X_m	abscisse du point M de la tranche	m	55,513	55,213	54,913
Y_m	ordonnée du point M de la tranche	m	17,875	17,627	17,381
dL	Longueur de l'arc de la tranche	m	0,3903	0,3887	0,3872
H_i	Hauteur de la tranche	m	0,12487	0,37336	0,61933
Ψ_i	Angle PSI de la tranche	°	0,1432	0,1482	0,1532
θ_i	Angle tetade la tranche	°	39,78	39,77	39,77
w_i	Poids de la tranche)	/	67,43	201,61	334,44
/	$(w_i)\cos(\text{teta}) \tan(\text{phi})$	/	18,86	56,40	93,56
/	C.dL	/	2 732,44	2 721,18	2 710,11
M_s	$cdL+ (w_i)\cos(\text{teta}) \tan(\text{phi})$	/	2 751,31	2 777,58	2 803,68
M_m	$(w_i)\sin(\text{teta})$	/	43,14	128,98	213,93

Après avoir étudié chaque tranche et calculé son moment stabilisant et son moment moteur, nous avons procédé à la détermination du coefficient de sécurité F_s à partir de l'équation (2.14). Le résultat obtenu est illustré dans le tableau 2.7 :

Tableau 2.7 : Résultats du calcul du coefficient de sécurité F_s sans séisme.

MS	539 215,75
Mm	272 136,48
Fs	1,98

❖ Remarque

La valeur de F_s sans séisme est supérieure à 1.5. Ce qui montre que le talus de la digue est stable par rapport au glissement. Les détails de ce calcul sont donnés en annexe.

2.4.2 Résultats du coefficient de sécurité tenant compte de l'effet du séisme

Les différents paramètres calculés pour chaque tranche sont présentés dans le tableau 2.8:

Tableau 2.8 : Extrait des résultats du calcul des paramètres déterministes tenant compte du séisme.

Symboles	Désignation	Unités	Numéro de la tranche		
			1	2	3
Y_m'	Ordonnés du point haut de chaque tranche	m	18	18	18
X_1	abscisse du point 1 de la tranche	m	55,663	55,363	55,063
Y_1	ordonnée du point 1 de la tranche	m	18,000	17,750	17,503
X_2	abscisse du point 2 de chaque tranche	m	55,363	55,063	54,763
Y_2	ordonnée du point 2 de chaque tranche	m	17,7503	17,503	17,258
X_m	abscisse du point M de la tranche	m	55,513	55,213	54,913
Y_m	ordonnée du point M de la tranche	m	17,875	17,627	17,381
dL	Longueur de l'arc de la tranche	m	0,3903	0,3887	0,3872
H_i	Hauteur de la tranche	m	0,12487	0,37336	0,61933
ψ_i	Angle PSI de la tranche	°	0,1432	0,1482	0,1532
θ_i	Angle teta de la tranche	°	39,78	39,77	39,77
w_i	Poids de la tranche)	/	67,43	201,61	334,44
/	$(w_i)\cos(\text{teta}) \tan(\text{phi})$	/	18,86	56,40	93,56
/	C.dL	/	2 732,44	2 721,18	2 710,11
/	$cdL+ (w_i)\cos(\text{teta}) \tan(\text{phi})$	/	2 751,31	2 777,58	2 803,68
/	$(w_i)\sin(\text{teta})$	/	43,14	128,98	213,93
/	$0,15(W_i)\cos(\text{teta})\tan(\text{phi})$		2,59	7,75	12,85
/	$0,5(W_i)\sin(\text{teta})\tan(\text{phi})$		7,19	21,49	35,64
/	$0,15(W_i)\cos(\text{teta})\tan(\text{phi}) - 0,5(W_i)\sin(\text{teta})\tan(\text{phi})$		- 4,60	- 13,74	- 22,79
/	$0,15(W_i)\sin(\text{teta})$		6,47	19,35	32,09
/	$0,5(W_i)\cos(\text{teta})$		25,91	77,48	128,53
M_s	$0,15(W_i)\sin(\text{teta})+0,5(W_i)\cos(\text{teta})$		32,38	96,83	160,62
M_m	$0,15(W_i)\cos(\text{teta})\tan(\text{phi})$		2,59	7,75	12,85

Le coefficient de sécurité F_s est obtenu à partir de l'équation 2.2.1 Le tableau 2.9 illustre les résultats de F_s pour chaque zone sismique :

Tableau 2.9 : Résultats du calcul du coefficient de sécurité F_s compte tenu du séisme.

	Zone I	Zone IIa	Zone IIb	Zone III
Coefficient de zone sismique "A"	0,12	0,2	0,25	0,3
M_s	535 762,32	533 460,04	532 021,11	530 582,18
M_m	296 918,03	313 439,06	323 764,71	334 090,35
F_s	1,804411539	1,701957732	1,643233793	1,588139786

Les valeurs de F_s obtenues, en tenant compte du séisme, montrent que la digue est stable quelque soit la zone sismique considérée ($F_s > 1.5$). Ce qui confirme que les règlements et les guides adaptés par les ingénieurs dans le génie civil assurent largement la sécurité. Les détails de ce calcul sont donnés en annexe.

Conclusion

Le calcul déterministe, par la méthode FELLINIUS, du coefficient de sécurité F_s a montré que la digue « ChaabatThrid » est stable quelque soit la zone sismique considéré par le RPA 2003 (F_s est supérieure à 1.5 pour les différentes valeurs de A). Toutefois, pour prendre en considération la variabilité du paramètre aléatoire qui est le coefficient d'accélération de zone sismique « A », nous proposons au troisième chapitre une approche probabiliste de la stabilité de la digue en question.

Chapitre 3

*Analyse de la stabilité d'une digue en
terre par une méthode fiabiliste*

Introduction

L'évaluation de la sécurité structurale commence par la définition du *mode de défaillance* que l'on veut étudier, c'est-à-dire la localisation de l'élément de structure concerné. Pour analyser la fiabilité d'une digue en terre, il existe des approches probabilistes qui permettent d'analyser de nombreux modes de défaillance et implication de plusieurs variables aléatoires explicatives. En effet, à chaque mode de défaillance est associée une fonction d'état limite.

Le présent chapitre se focalise principalement sur une analyse fiabiliste d'une digue en terre, en se basant sur l'une des approches probabilistes qui est la simulation de Monte-Carlo classique. La variable aléatoire considérée est le coefficient d'accélération de zone « A ». La loi de distribution adoptée pour la variable aléatoire est de type log Normal.

3.1 Contexte probabiliste

Le niveau de la fiabilité de la digue en terre vis-à-vis de l'état limite qui caractérise le glissement de son talus est donné par une probabilité de défaillance P_f . Cette probabilité de défaillance correspond à la probabilité d'occurrence de l'évènement $G(\mathbf{X}) < 0$ comme l'indique la relation suivante :

$$P_f = \text{Prob}(G(\mathbf{X}) < 0) \quad (3.1)$$

$G(\mathbf{X})$ désigne la fonction de performance (ou d'état limite), qui est généralement du type

$$G(\mathbf{X}) = R(\mathbf{X}) - S(\mathbf{X}) \quad (3.2)$$

Avec :

R : résistance de la structure vis-à-vis du mode considéré,

S : sollicitation appliquée.

La probabilité de défaillance P_f est exprimée par l'intégrale :

$$P_f = \int f(\mathbf{x})(x_1 \dots x_n) dx_1 \dots dx_n \quad (3.3)$$

$f(\mathbf{x})(x_1 \dots x_n)$ Est la densité de probabilité conjointe du vecteur aléatoire.

La résolution analytique de l'analyse est difficile voire impossible. Pour cela, nous faisons appel à des méthodes de simulation dont Monte Carlo classique.

3.2 Fonction d'état limite

La fonction d'état limite G doit d'être dictée par la cause physique de la défaillance de façon à en obtenir une représentation réaliste (Dehmous, 2007).

Pour le cas de la stabilité d'une digue en terre, la fonction d'état limite est définie pour l'Etat Limite Ultime (ELU) pour caractériser le *glissement*. Elle est donnée par la relation suivante :

$$G(X) = M_S - M_m \quad (3.4)$$

M_S : moment stabilisant donné par la relation (2.19)

M_m : moment renversant, donné par la relation (2.20)

-Pour un état stable : $M_S - M_m > 0$ (3.5)

- Pour un état de défaillance : $M_S - M_m < 0$ (3.6)

3.3 Identification des variables

Beaucoup de variables interviennent dans le calcul de la stabilité d'une digue en terre. Elles sont représentées dans le tableau 3.1 :

Tableau 3.1 : Identification des variables intervenant dans le calcul de la digue

Variable	Unités	Observation
Angle de frottement " φ "	[°]	Déterministe
Cohésion du sol " C "	[kg/m ²]	Déterministe
La hauteur de la digue " H "	[m]	Déterministe
La masse volumique du terrain " γ "	[kg/m ²]	Déterministe
Coefficients d'accélération de zone " A "	/	Aléatoire
Inclinaison du talus avec un angle " β "	[°]	Déterministe

3.3.1 Variables aléatoires " A "

Dans la plupart des phénomènes aléatoires, le résultat d'une épreuve peut se traduire par une «grandeur» mathématique, très souvent représentée par un nombre entier ou un nombre réel. La notion mathématique qui représente efficacement ce genre de situation concrète est celle de variable aléatoire. Dans notre cas, l'enjeu est de préciser les paramètres incertains pouvant jouer un rôle significatif sur la fiabilité de la digue, appelés *variables aléatoires* ou *variables de conception*, et de quantifier leur variabilité (Dahmou, 2007).

La sélection de ces variables aléatoires est une étape cruciale pour le modèle fiabiliste qui nécessite une connaissance fine de la structure considérée (fabrication, actions, comportement mécanique.....etc.).

Pour notre analyse fiabiliste la variable aléatoire considérée est le coefficient d'accélération de zone " A ". Celui-ci est donné par le (RPA, 2003) en fonction du type de zone et du groupe d'usage, comme l'illustre le tableau 3.2. Ce coefficient d'accélération intervient dans le calcul des moments M_S et M_m , et caractérisera la loi de probabilité.

Tableau 3.2 : Coefficient accélération sismique A.

Groupe d'usage	Zone I sismicité faible	Zone IIa Sismicité moyenne	Zone IIb Sismicité moyenne	Zone III Sismicité élevée
1A Ouvrage d'importance vitale	0.15	0.25	0.3	0.4
1B Ouvrage de grande importance	0.12	0.2	0.25	0.3
2 Ouvrage courant ou d'importance moyenne	0.1	0.15	0.2	0.25
3 Ouvrage de faible importance	0.07	0.1	0.14	0.18

3.4 Simulation Monte Carlo classique

La simulation de Monte Carlo est de technique la plus ancienne et la plus intuitive d'évaluation de la probabilité de défaillance. Basée sur l'application de la loi des grands nombres*, elle consiste à déterminer un estimateur P_f par succession de tirages aléatoires indépendants. On réalise ainsi un nombre N_t important de tirages des variables aléatoires en accord avec leur loi de distribution conjointe (loi Log Normal).

En générale la méthode de Monte Carlo consiste à résoudre un problème déterministe de nombreuse fois pour mettre en place une distribution statistique de la sortie (les variables de sortie : déplacements, contraintes,.....).

La figure 3.1 illustre le principe de la méthode de Monte-Carlo.

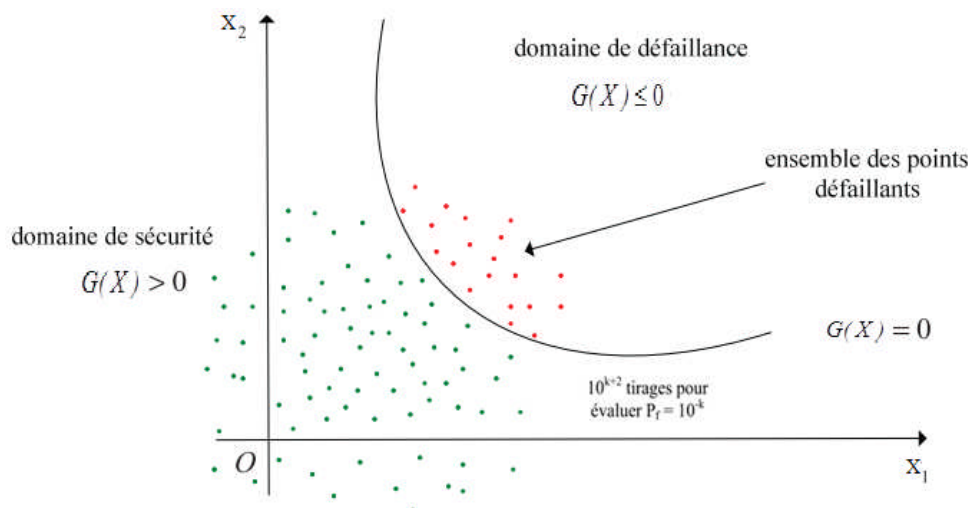


Figure 3.1 : Illustration de la simulation de Monte Carlo.

Les valeurs des variables de base (le vecteur $\{X\}$ qui représente le vecteur $\{A\}$, accélération de zone sismique) sont échantillonnées aléatoirement en fonction des distributions de probabilité de $\{A\}$. Le nombre de tirage N_t tombant dans le domaine de défaillance D_f , c'est-à-

dire le nombre de tirage satisfaisant la condition de $\mathbf{G}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0}$, est identifié. La probabilité de défaillance P_f est alors évaluée par :

$$P_f = \left[\int_{G(x) \leq 0} f_x(x) dx_1 \dots \dots \dots dx_n = \int_{D_f} f_x(x) I_{G(x) \leq 0}(x) dx_1 \dots \dots \dots dx_n \right] \quad (3.7)$$

Où $f_x(\mathbf{x})$ est la densité conjointe de probabilité du vecteur aléatoire \mathbf{X} et D_f le domaine d'intégration. La fonction I_d est une fonction d'indicateur identifiant le domaine de défaillance.

Avec :

$$I_d = \begin{cases} 1 & \text{si } G(x) \leq 0 \\ 0 & \text{si } G(x) > 0 \end{cases} \quad (3.8)$$

Pour N_s simulations des vecteurs aléatoires \mathbf{X} , la probabilité de défaillance P_f est approchée par la moyenne des $p_i = I_{G(x) \leq 0}(x_i)$.

On en déduit alors la probabilité de défaillance par un traitement statistique direct:

$$P_f = \frac{\sum_{i=1}^{N_t} I_d}{N_t} \quad (3.9)$$

N_t : nombre de tirage effectué.

3.5 Génération de la variable aléatoire

Pour ce faire, nous avons procédé, selon l'artifice de programmation suivant sur un classeur Excel^c.

- ✚ Dans un premier temps, nous générons des réalisations \mathbf{Y} de la variable \mathbf{A} obéissant à une loi de distribution normale, en introduisant les paramètres donnés par les relations (3.10) et (3.11) suivantes :

$$m_u = \log(m^2 / \sqrt{(m^2 + \sigma)}) \quad (3.10)$$

$$\xi = \sqrt{\log\left(\frac{\sigma}{m^2} + 1\right)} \quad (3.11)$$

où :

m : désigne la moyenne statistique de l'échantillon,

σ : désigne l'écart type de l'échantillon donné en fonction du coefficient de variation C_v et de l'accélération par la relation (3.12) :

$$\sigma = A \times C_v \quad (3.12)$$

✚ Dans un deuxième temps, nous transformons la relation Y de la distribution de la loi normale vers des réalisations X log normale par le biais de l'équation (3.13) :

$$X = e^Y \quad (3.13)$$

3.5.1 Application

L'application consiste à donner les étapes à suivre pour générer une loi normale sur Microsoft Excel®.

Ainsi, pour différents zones sismique définie par le (RPA, 2003), la variable aléatoire est générée en fonction du coefficient de variation C_v .

Nous donnons ci-après le cas de zone I. Le coefficient d'accélération de zone sismique "A" est égale à **0.12**. Les paramètres μ et ξ sont évalués avec la valeur de $C_v = 0.1$. Les résultats sont illustrés dans le tableau 3.3

Tableau 3.3 : Résultats obtenus pour le calcul de μ et ξ .

Paramètres	Valeurs
Moyenne (valeur de A)	0,12
(Moyenne) ²	0,0144
Ecart type	0,012
Cv	0,1
μ	-2,423331438
Sigma	0,778547239

Etape 1 : Commande sur Excel® → données → Utilitaire d'analyse

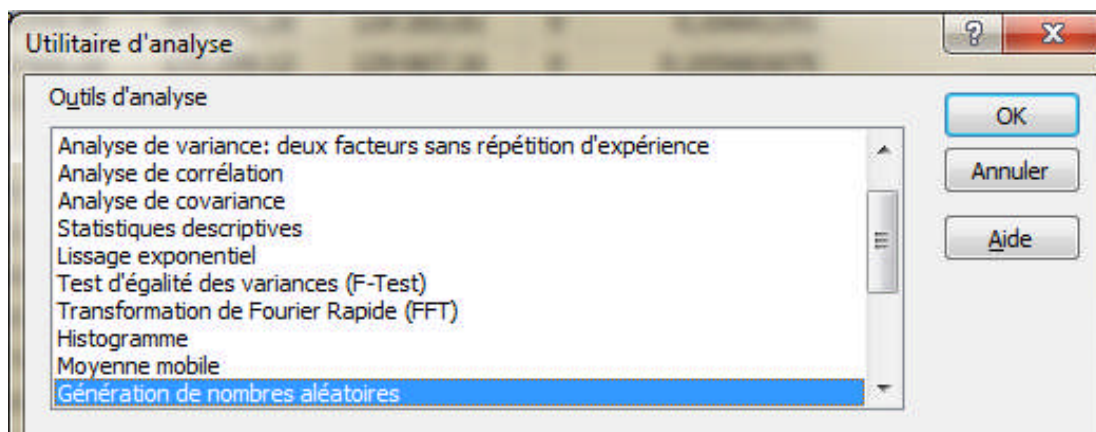


Figure 3.2: Première étape pour générer une loi normal de l'accélération "A" Sur Microsoft Excel®.

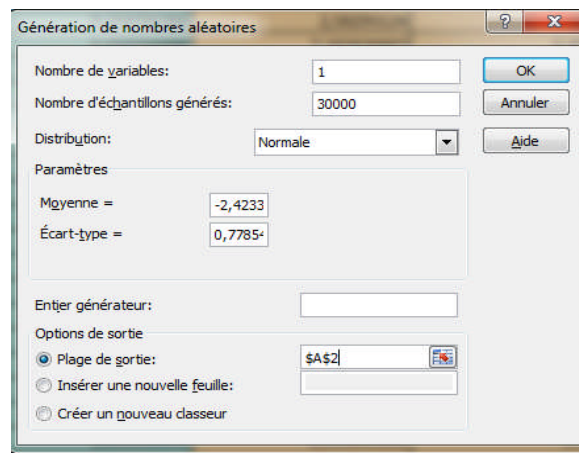
Etape 2 : Introduire les paramètres μ et ξ .

Figure 3.3 : Deuxième étape pour générer une loi normal de l'accélération "A" Sur Microsoft Excel®.

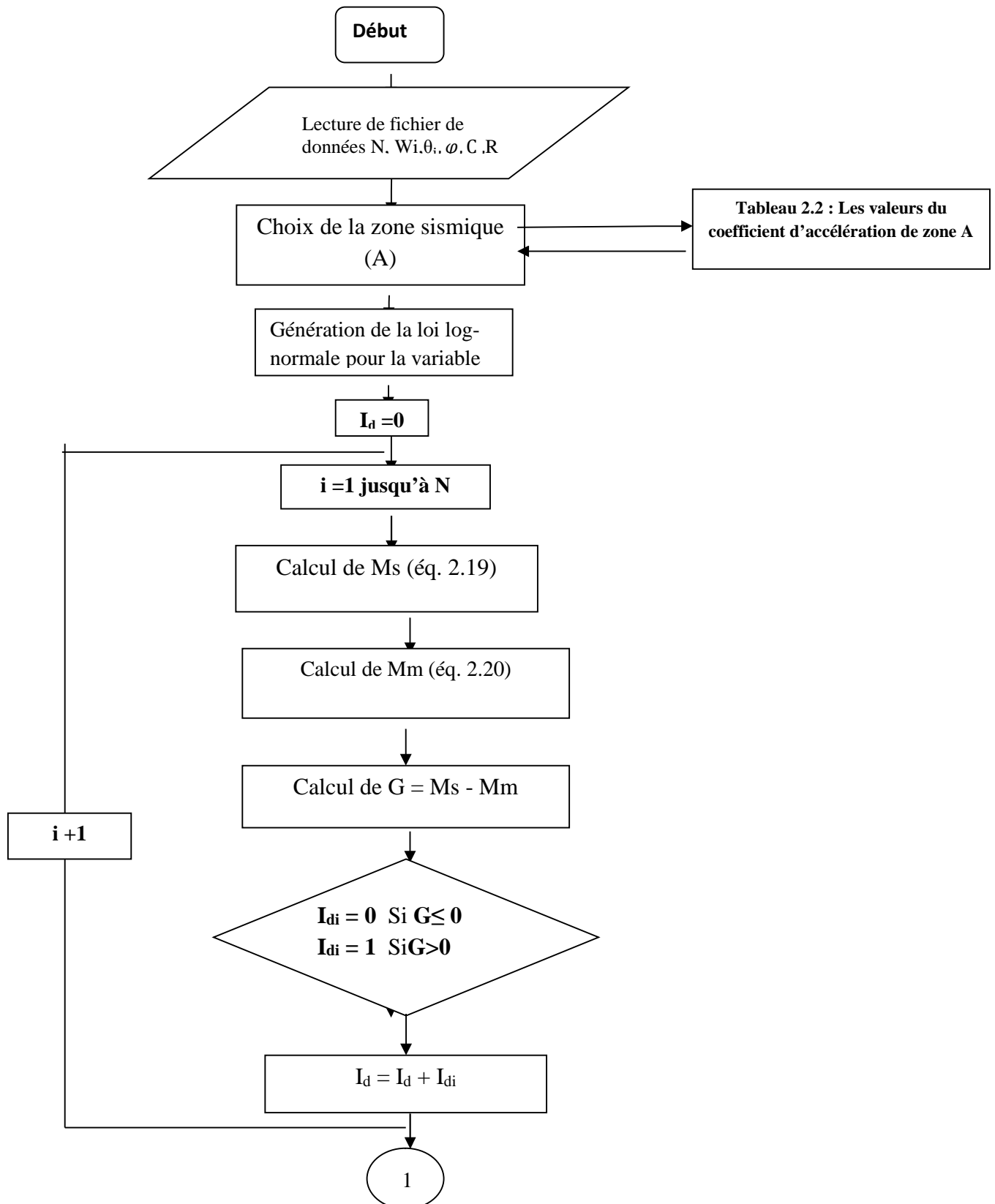
Etape 3 : Les résultats obtenus pour la génération d'une loi normale et sa transformation vers une loi log normal sont donnés dans le tableau 3.4

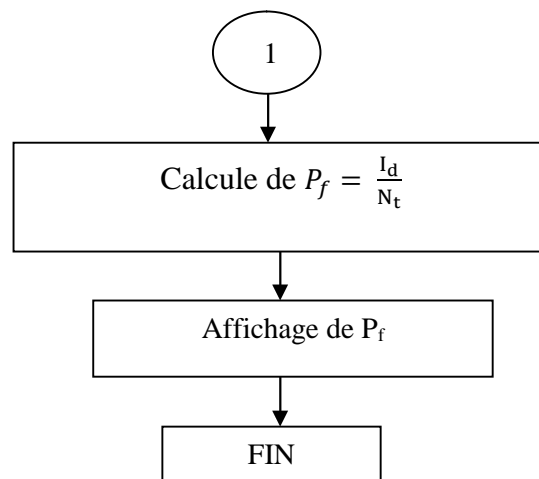
Tableau 3.4 : Extrait du résultat de génération de la loi log normale de l'accélération "A" sur Microsoft Excel®.

A(normal)	A (log normal)
-2,332868321	0,097017071
-2,144500118	0,117126572
-3,015153848	0,04903829
-1,865996288	0,154741966
-3,336576456	0,035558486
-3,517943472	0,02966037
-1,945142443	0,142966857
-1,715997419	0,179784311
-3,652084787	0,025936999
-2,478855891	0,083839092
-2,58155648	0,075656155
-1,905978284	0,148677123
-2,38308214	0,092265763
-2,175843483	0,113512368
-2,506482696	0,081554588
-1,87404721	0,153501152
-2,964244336	0,051599446
-1,915962277	0,147200117
-2,3729999	0,093200714
-2,543789018	0,078568139
-3,399231321	0,033398933
-1,714646747	0,180027305
-2,932026488	0,053288939
-2,324348293	0,097847191
-2,811650337	0,060105716
-3,021774439	0,0487147
-3,411636963	0,032987157
-2,287539401	0,101515945
-2,521773783	0,080317015
-2,175278785	0,113576486

3.6 Organigramme de calcul

L'organigramme ci-après résume les étapes de calcul de la probabilité de défaillance d'une digue en terre de retenue collinaire par la simulation de Monte Carlo classique.





3.6 Résultats de l'analyse fiabiliste

3.6.1 Génération de la variable aléatoire

Comme, il a été déjà souligné, la variable aléatoire A est générée par une loi Log-Normale. La figure 3.4 montre l'évolution de la fonction de densité pour différents coefficients de variation C_v .

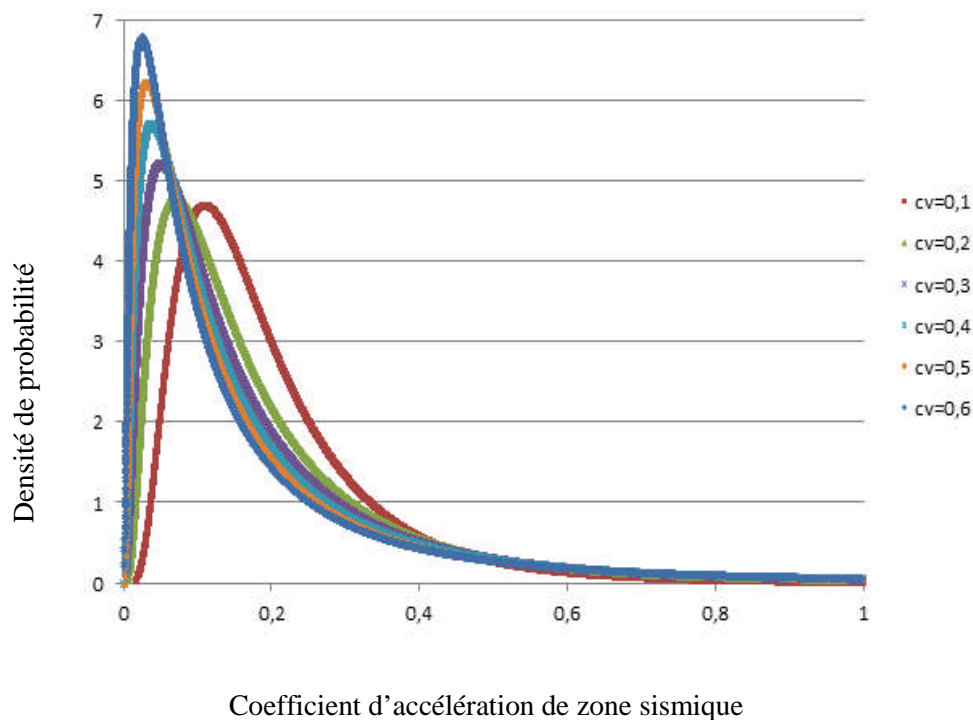


Figure 3.4 : Courbe de la densité de la loi normale pour différents C_v

Il ressort des graphiques que la courbe correspondant à $C_v = 0.6$ est plus ramassée. Ainsi, pour la génération de la variable aléatoire A , nous utiliserons un coefficient de variation $C_v = 0.6$. La figure 3.5 représente la courbe de répartition de la loi log normale pour un coefficient de variation $C_v = 0.6$.

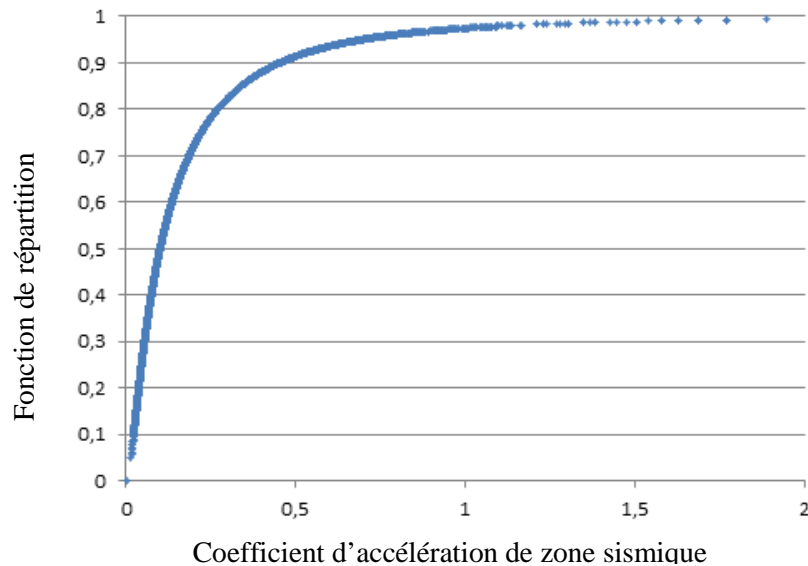


Figure 3.5 : courbe de répartition de la loi normale.

3.6.2 Stabilité au glissement

Nous présentons dans les **tableaux 3.5a, 3.5b, 3.5c et 3.5d** les différents paramètres ayant servis à la génération du coefficient de zone sismique "A" .

Tableau 3.5.a : Paramètres de génération du coefficient A pour la zone I.

Paramètres	valeurs
Moyenne (valeur de "A")	0,12
(Moyenne) ²	0,0144
Ecart type " σ "	0,072
Coefficient de variation "Cv"	0,6
m_u	-3,016143271
Sigma "ξ"	1,338566199

Tableau 3.5.b : Paramètres de génération du coefficient A pour la zoneIIa.

Paramètres	valeurs
Moyenne (valeur de "A")	0,2
(Moyenne) ²	0,04
Ecart type " σ "	0,12
Coefficient de variation "Cv"	0,6
m_u	-2,302585093
Sigma "ξ"	1,177410023

Tableau 3.5.c : Paramètres de génération du coefficient A pour la de zoneIIb.

Paramètres	valeurs
Moyenne (valeur de "A")	0,25
(Moyenne) ²	0,0625
Ecart type " σ "	0,15
Coefficient de variation "Cv"	0,6
m_u	-1,998182077
Sigma "ξ"	1,106243839

Tableau 3.5.d : Paramètres de génération du coefficient Apour la zone III.

Paramètres	valeurs
Moyenne (valeur de "A")	0,3
(Moyenne) ²	0,09
Ecart type " σ "	0,18
Coefficient de variation "Cv"	0,6
m_n	-1,75327895
Sigma "ξ"	1,04814707

Par ailleurs, nous donnons dans les **tableaux 3.6.a, 3.6.b, 3.6c et 3.6d** un extrait des résultats de calcul de la fonction d'état limite G(X) pour le glissement, ainsi que le test sur l'indicateur **I_d**.

Tableau 3.6.a : Extrait des résultats de calcul de la probabilité de ruine dans la zone I.

A(normal)	A (log normal)	loi log normal N(densité)	loi log normal N (répartition)	Ms (moment stabilisant)	Mm (moment moteur)	G=Ms -Mm	Id
-2,332868321	0,097017071	5,246204095	0,999396552	536 423,74	292 171,76	244 251,98	0
-2,144500118	0,117126572	4,103145833	0,999448948	535 845,02	296 324,63	239 520,38	0
-3,015153848	0,04903829	7,827298388	0,999252415	537 804,50	282 263,52	255 540,97	0
-1,865996288	0,154741966	2,56293124	0,999535831	534 762,50	304 092,70	230 669,80	0
-3,336576456	0,035558486	7,242636607	0,999206554	538 192,43	279 479,77	258 712,66	0
-3,517943472	0,02966037	6,429896168	0,999185684	538 362,17	278 261,73	260 100,43	0
-1,945142443	0,142966857	2,968048105	0,999510103	535 101,37	301 660,98	233 440,39	0
-1,715997419	0,179784311	1,886400538	0,999586439	534 041,82	309 264,26	224 777,55	0
-3,652084787	0,025936999	5,686032285	0,99917225	538 469,32	277 492,81	260 976,51	0
-2,478855891	0,083839092	6,09640856	0,99935976	536 802,98	289 450,34	247 352,64	0
-2,58155648	0,075656155	6,634558395	0,999335883	537 038,47	287 760,46	249 278,02	0
-1,905978284	0,148677123	2,763721026	0,99952274	534 937,04	302 840,23	232 096,81	0
-2,38308214	0,092265763	5,546310197	0,999383518	536 560,47	291 190,55	245 369,92	0
-2,175843483	0,113512368	4,291796203	0,999439853	535 949,03	295 578,25	240 370,78	0
-2,506482696	0,081554588	6,247405902	0,999353175	536 868,73	288 978,56	247 890,17	0
-1,87404721	0,153501152	2,602706348	0,99953318	534 798,21	303 836,45	230 961,76	0
-2,964244336	0,051599446	7,801197747	0,999260848	537 730,79	282 792,43	254 938,36	0
-1,915962277	0,147200117	2,815110012	0,999519501	534 979,54	302 535,21	232 444,34	0

Tableau 3.6.b : Extrait des résultats Obtenus pour la stabilité au glissement dans la zone IIa.

A (log normal)	loi log normal N(densité)	loi log normal N (répartition)	Ms (moment stabilisant)	Mm (moment moteur)	Ms -Mm	Id
0,19873361	3,006133892	0,621112952	533 496,48	313 177,54	220 318,95	0
0,389658937	0,632676541	0,913998701	528 001,93	352 606,08	175 395,85	0
0,498629323	0,270282397	0,960203767	524 865,92	375 109,87	149 756,05	0
0,097862638	4,63355126	0,21066956	536 399,40	292 346,38	244 053,02	0
0,117181905	4,667592305	0,301126147	535 843,42	296 336,06	239 507,36	0
0,576261639	0,153021983	0,976164939	522 631,77	391 141,95	131 489,83	0
0,094572949	4,585485114	0,195501725	536 494,08	291 667,02	244 827,06	0
0,058616256	2,929010693	0,053804115	537 528,86	284 241,50	253 287,36	0
0,220361791	2,545061733	0,681051357	532 874,06	317 644,04	215 230,02	0
0,147956168	4,18394897	0,438428782	534 957,78	302 691,34	232 266,44	0
0,039007447	1,281826867	0,012268453	538 093,17	280 192,02	257 901,15	0
0,510304679	0,247631506	0,963225075	524 529,92	377 520,98	147 008,94	0
0,504752479	0,258133417	0,961821242	524 689,70	376 374,38	148 315,32	0
0,118209257	4,659763829	0,305917458	535 813,86	296 548,22	239 265,64	0
0,064323868	3,339750376	0,0717182	537 364,60	285 420,19	251 944,41	0
0,145088458	4,244367003	0,426343334	535 040,31	302 099,12	232 941,19	0
0,259894374	1,847102675	0,767235136	531 736,37	325 808,03	205 928,34	0
0,459295116	0,36486664	0,947813369	525 997,90	366 986,85	159 011,05	0

Tableau 3.6.c : Extrait des résultats Obtenus pour la stabilité au glissement dans la zone IIb.

A (normal)	A (log normal)	loi log normal N(densité)	loi log normal N (répartition)	Ms (moment stabilisant)	Mm (moment moteur)	Ms -Mm	Id
-1,979583165	0,138126801	3,806796184	0,231849121	535 240,66	300 661,45	234 579,21	0
-2,151117819	0,116354022	3,483037886	0,151860063	535 867,25	296 165,09	239 702,16	0
-1,207318478	0,298997975	1,922934648	0,725272541	530 611,02	333 883,42	196 727,60	0
-0,768218093	0,46383885	0,591626652	0,912381268	525 867,14	367 925,19	157 941,95	0
-1,692423724	0,184072841	3,632239013	0,406048573	533 918,40	310 149,90	223 768,50	0
-1,797983917	0,165632481	3,802239426	0,337351492	534 449,09	306 341,73	228 107,36	0
-1,243650461	0,288329758	2,066207024	0,704000852	530 918,04	331 680,30	199 237,74	0
-1,146930915	0,317610047	1,691694862	0,75887316	530 075,39	337 727,06	192 348,34	0
-0,942985393	0,389463397	1,013002717	0,85412146	528 007,56	352 565,70	175 441,86	0
-2,246292923	0,105790673	3,192701989	0,116519727	536 171,25	293 983,62	242 187,62	0
-2,039091015	0,130146959	3,727953944	0,201757659	535 470,31	299 013,51	236 456,80	0
-1,897557582	0,149934375	3,851197104	0,277138764	534 900,85	303 099,87	231 800,99	0
-1,230921672	0,292023304	2,015735986	0,711538995	530 811,74	332 443,06	198 368,68	0
-0,500553445	0,606195071	0,217725114	0,965391957	521 770,33	397 323,59	124 446,75	0
-1,675817342	0,187155147	3,595340574	0,417187885	533 829,69	310 786,44	223 043,26	0
-1,912148671	0,147762552	3,848884686	0,268776711	534 963,36	302 651,36	232 312,00	0
-2,500058909	0,082080163	2,219350352	0,051545843	536 853,60	289 087,10	247 766,50	0

Tableau 3.6.d : Extrait des résultats Obtenus pour la stabilité au glissement dans la zone III.

A (log normal)	loi log normal N (densité)	loi log normal N (répartition)	Ms (moment stabilisant)	Mm (moment moteur)	Ms -Mm	Id
0,145532506	2,850848896	0,139957733	535 027,53	302 190,82	232 836,71	0
0,173457982	3,22892176	0,225653848	534 223,88	307 957,79	226 266,08	0
0,535459183	0,559709516	0,911221744	523 806,01	382 715,71	141 090,30	0
0,3592584	1,724884202	0,727164331	528 876,81	346 327,98	182 548,83	0
0,112643581	1,96142307	0,059602517	535 974,03	295 398,84	240 575,19	0
0,092848616	1,272015166	0,02752803	536 543,70	291 310,92	245 232,78	0
0,415543826	1,219967989	0,809381212	527 257,00	357 951,65	169 305,35	0
0,153248638	2,990350211	0,162511241	534 805,48	303 784,30	231 021,17	0
0,178160172	3,259977131	0,240913235	534 088,56	308 928,86	225 159,70	0
0,223858893	3,19696864	0,390636824	532 773,41	318 366,23	214 407,18	0
0,504125707	0,687442951	0,891751046	524 707,74	376 244,95	148 462,80	0
0,356677488	1,751376679	0,722678429	528 951,09	345 794,99	183 156,10	0
0,156376195	3,039063399	0,171941075	534 715,47	304 430,19	230 285,28	0
0,325851779	2,087898454	0,663594478	529 838,21	339 429,08	190 409,13	0
0,156887744	3,046606486	0,173497639	534 700,75	304 535,83	230 164,92	0
0,33337262	2,002646084	0,678975519	529 621,77	340 982,23	188 639,54	0
0,292649962	2,479760883	0,587816833	530 793,71	332 572,48	198 221,23	0
0,25743583	2,8888247	0,493179018	531 807,12	325 300,30	206 506,81	0

3.6.3. Probabilité de défaillance

La probabilité de défaillance P_f admise pour les structures de génie civil est comprise entre 10^{-8} et 10^{-3} , comme l'illustre le tableau 3.7 donné par (Dahmous, 2007) :

Tableau 3.7: Niveaux de probabilité de défaillance acceptés par secteurs industriels.

Secteur industriel	P_f
Structure marines	$10^{-2} \text{ - } 10^{-4}$
Génie civil	$10^{-3} \text{ - } 10^{-8}$
Aérospatial	$10^{-4} \text{ - } 10^{-10}$
Composant nucléaires	$10^{-6} \text{ - } 10^{-12}$

La probabilité de défaillance P_f est obtenue à partir de la simulation Monté Carlo par l'équation (3.9). Le nombre de tirages est fixé à 30.000 après test de convergence donné par la figure 3.6, qui représente l'évolution de P_f pour chaque zone sismique en fonction du nombre de tirage. Les courbes montrent que P_f devient stable au voisinage du nombre de tirage égal à 30000.

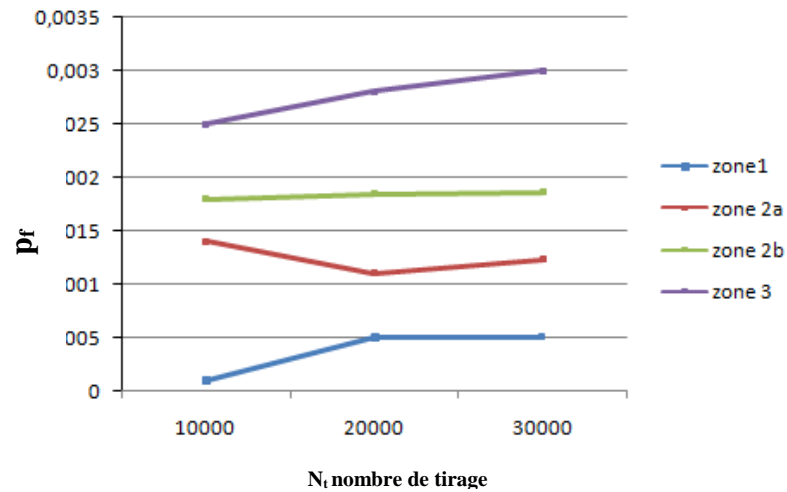


Figure 3.6 : Courbe de l'évolution de P_f en fonction du nombre de tirage pour chaque zone sismique.

Les résultats de l'évolution de la probabilité de défaillance P_f vis-à-vis du mode de ruine "glissement du talus amont" de la digue « ChaabatThrid », faisant l'objet de notre étude, pour les différentes zones sismiques est illustrée dans la figure 3.7 (tableau 3.7)

Tableau 3.8 : P_f obtenu pour différentes valeurs de "A".

Type de zone	Zone I	Zone IIa	Zone IIb	Zone III
"A" Coefficients de zone sismique	0,12	0,2	0,25	0,3
P_f	0,0005	0,0012333	0,001866	0,003

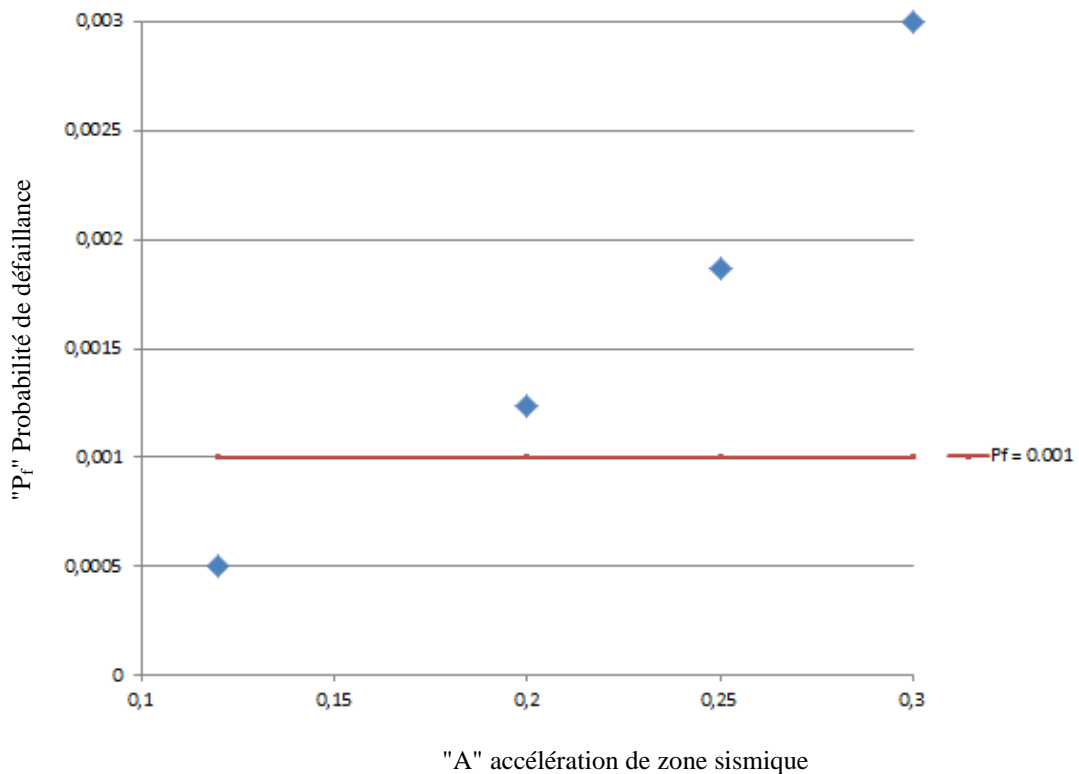
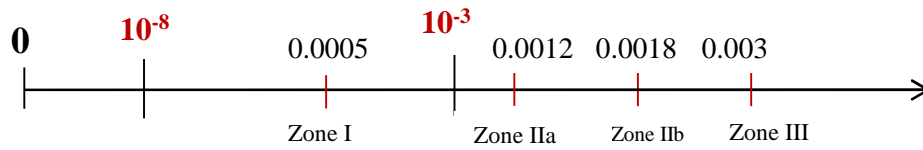


Figure 3.7 : Courbe de l'évolution de P_f en fonction des zones sismiques.

La figure 3.7 montre que P_f augmente avec l'intensité de la zone sismique. Et que pour la zone d'implantation I la digue est stable. Contrairement aux zones II et III (la digue ne sera plus stable), comme c'est illustré dans le schéma ci dessous :



3.6.4. Optimisation de la pente du talus amont de la digue

La pente du talus amont de la digue est défini par l'angle β calculé par l'équation (2.26). En tenant compte des dispositions du guide PNUD, le calcul déterministe a donné une valeur de $\beta = 18.43^\circ$.

Pour une meilleur optimisation, et afin d'assurer une probabilité mine à la limite admise, nous suggérons de fixer P_f cible que nous souhaitons atteindre. Ainsi, pour un $P_f = 10^{-3}$ le but est de trouver l'angle d'inclinaison β du talus amont de la digue dans chaque zone. les résultats de l'analyse sont consignés dans le tableau 3.8.

Tableau 3.9 : Valeur de beta pour differetes zones sismique.

Pour un P_f Max =0,001				
"A"coefficients de zone sismique	0.12	0.2	0.25	0.3
" β "angle beta	19,46	18	17,9	17,57

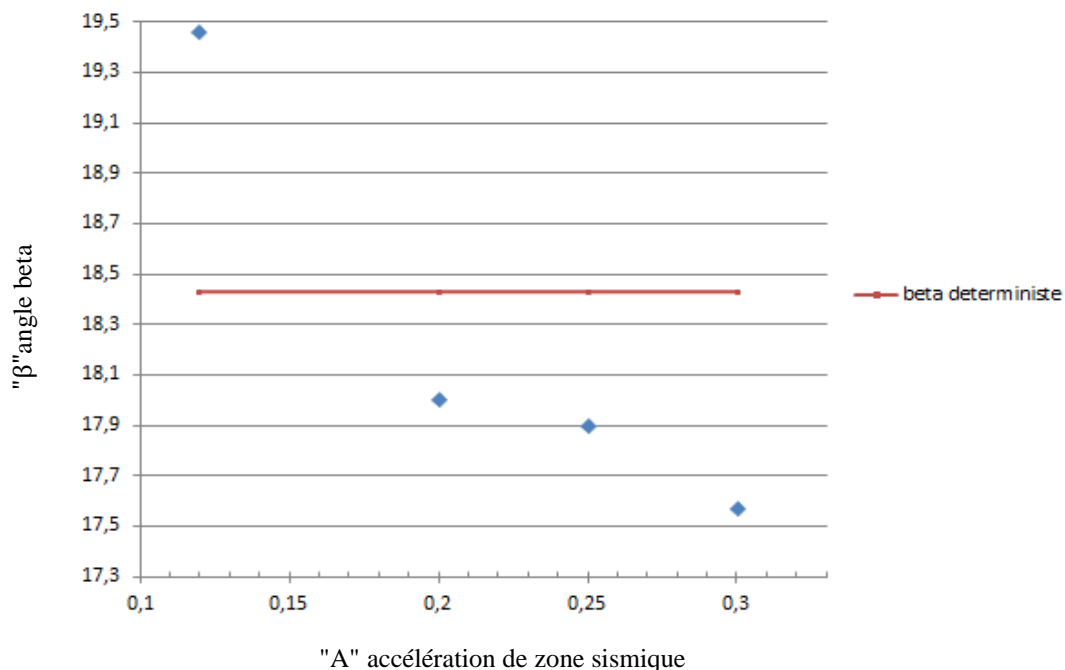


Figure 3.8 : courbe de l'évolution de l'angle β en fonction des zones sismiques.

A partir de la figure 3.8, nous constatons que la pente du parement amont s'adoucit à mesure que l'intensité sismique augmente ; ce qui est logique.

Au vu des résultats présentés au tableau 3.8 et figure 3.8, nous constatons que seul l'angle $\beta=19.46$ correspondant à la zone I (faible sismicité) est supérieur à l'angle adopté dans l'étude déterministe. Cela veut dire que la conception de la digue est convenable pour cette zone car P_f est inférieure à P_f limite 10^{-3} . Les dispositions du PNUD sont convenables pour cette zone.

A l'inverse, pour les zones II et III (moyenne et forte sismicité), nous constatons que les angles correspondant à P_f limite 10^{-3} (probabilité de défaillance acceptable) sont inférieurs à l'angle adopté par l'analyse déterministe, cela veut dire que P_f correspondant à 18.43° est supérieure à P_f admissible 10^{-3} , en d'autres termes, les dispositions du PNUD ne sont pas favorables pour une stabilité de la digue en zone II et III.

Pour une stabilité de ruine confortable en ces zones (II et III), nous devons adopter des angles inférieurs à l'angle optimum de chaque zone, ce qui engendre un excédent en volume de remblai pour assurer la stabilité tel que présenté par la figure 3.9. Le but est de qualifier ce volume excédentaire.

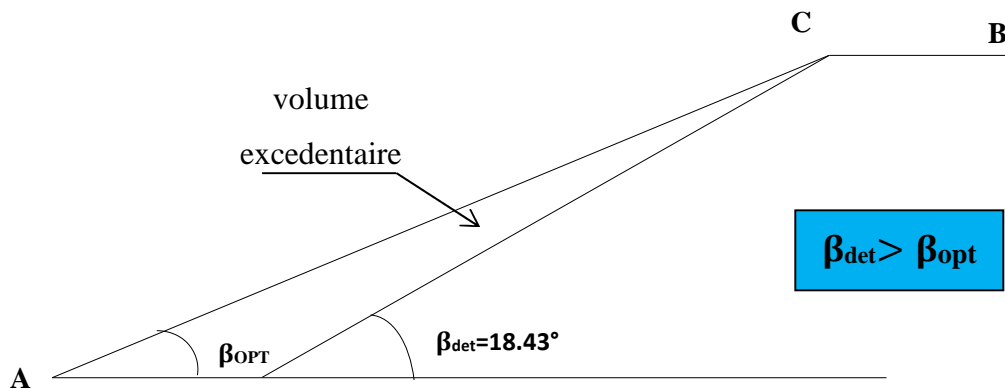


Figure 3.9 : Excédent en volume dans la digue

Nous présentons dans le tableau 3.10 la décomposition du prix de revient de la pose du remblai compacté, qui nous permet d'avoir le prix total pour le calcul du montant du volume excédentaire de la digue.

Tableau 3.10 : Décomposition du prix de revient de la pose du remblai compacté.

N°	Désignation de la tâche	Prix .unité/m ³ (DA)
1	Déblai de l'argile au niveau de la zone d'emprunt	400.00
2	Chargement sur camion	200.00
3	Transport de la zone d'emprunt au site de la digue sur un rayon de 5Km	70.00
4	Étalage, arrosage et compactage de l'argile sur plusieurs passes	2000.00
	Total	2670.00

Nous donnons au tableau 3.11 le détail de calcul de l'excédent de volume en remblai nécessaire pour la stabilité de la digue en zone I, II et III. Nous remarquons qu'une économie de remblai peut être gagnée qu'en zone I ; sans pour autant menacer la stabilité de la digue.

Tableau 3.11 :Le détail de calcul de l'excédent de volume en remblai.

A	β déterministe	Volume déterministe (m ³)	β optimum	Volume optimum (m ³)	ΔV (m ³)	Prix unit	Montant
0.12	18.43	486,139961	19.46	458,490883	27,6490781	2 670,00	73823,03856
0.20	18.43	486,139961	18	498,584733	-12,4447721	2 670,00	-33 227,54
0.25	18.43	486,139961	17.9	501,561653	-15,4216925	2 670,00	- 41 175,92
0.30	18.43	486,139961	17.57	511,618002	-25,4780408	2 670,00	- 68 026,37

Conclusions

Dans la démarche d'analyse fiabiliste d'une digue en terre d'une retenue collinaire, nous avons défini la fonction d'états limite (mode de ruine) pour le glissement de son talus amont. Pour le calcul de la probabilité de défaillance de la structure vis-à-vis de cet état limite nous avons choisi la simulation de Monte Carlo classique.

Nous avons choisi comme variable aléatoire le coefficient de l'accélération de zone sismique « A », représentée par une loi log normal .

La gestion informatique de la méthode a été conduite sur un classeur Excel[®] selon l'organigramme élaboré et un extrait du classeur est donné en Annexe.

Les résultats du calcul de la probabilité de défaillance P_f vis-à-vis du glissement, montre que la digue étudiée est stable pour les zones I contrairement aux zones II et III.

Nous avons démontré que l'angle du parement amont de la digue est fonction de la zone sismique (coefficient de la zone sismique « A », un paramètre important qui n'est pas pris en compte dans les dispositions du PNUD qui ne considère que la hauteur H de la digue .

Le second résultat mis en évidence, pour stabiliser la digue il y'a lieu de réduire l'angle β et par voie de conséquence d'augmenter le volume des matériaux.

*Conclusion
générale*

Le calcul déterministe de la stabilité de la digue homogène de la retenue collinaire « Chaabat Thrid », par son talus amont, en utilisant la méthode de Fellenius a montré que quel que soit la zone sismique le coefficient de sécurité F_s est supérieur à 1.5 et donc la digue est stable. Aussi, cela montre que le pré dimensionnement de la digue adopté par les ingénieurs, sur la base du PNUD, est largement suffisant et conduit à une bonne sécurité.

Pars ailleurs pour une meilleure précision de la marge de sécurité, fixée entre 10^{-3} et 10^{-8} pour les structures en génie civil, l'application d'une approche fiabiliste était nécessaire. Celle-ci a été conduite en tenant compte de la variabilité du coefficient d'accélération de zone sismique « A ». Ainsi, cette variable aléatoire « A » a été générée par une loi probabiliste de type Log normal avec un coefficient de variation $C_v=0.6$. Le nombre de tirage a été arrêté à 30.000, après le test de convergence. La simulation de monte Carlo classique est utilisée pour le calcul de la probabilité de défaillance au glissement du talus amont de la digue Enfin, la gestion informatique de la méthode a été conduite sur un classeur Excel[®].

Les résultats de calcul de la probabilité de défaillance P_f de la digue « Chaabat Thrid », implanté en zone IIa (moyenne sismicité), vis-à-vis du mode de ruine considéré (glissement du talus amont), a donné une valeur de $P_f = 0,0012333$ qui ne vérifié pas la condition de la probabilité ruine max admissible ($0,0012333 > 10^{-3}$). L'influence de la zone sismique sur la probabilité de défaillance a été illustrée par la courbe de fragilité sismique. Celle-ci a montré que pour les zone sismique II et III (moyenne et forte sismicité) les calculs conduisent à des probabilités de ruine supérieure à P_f mine admissible. Pour cette raison, les règlements devraient tenir compte du calcul fiabiliste pour plus de sécurité.

En matière d'ingénierie, la digue est stable quel que soit la zone sismique (F_s est supérieure à 1.5). En terme fiabilité, cela revient à estimer la probabilité de défaillance P_f du risque de ruine en fonction de la probabilité de tolérance, ce qui nous montre que la digue est fiable qu'en zone I et non pas en zones II et III

*Références
bibliographiques*

- **Abramson L W., Lee T S., Sharma S., Boyce G M.,** Slope stability and stabilization methods. 2nd ed., John Wiley & Sons, New York. pp. 374, 2002.
- **Aouas Y.,** Optimisation fiabiliste de la conception et de la maintenance des structures, Thèse de doctorat, à l'Ecole polytechnique d'Alger, 2008.
- **Ballière A., Ben Milad Y., Colas A., Cremona C., Davi D., Humeau J B., Le Quéré C., Marcotte C., Michel J., Orcesi A., Poulin B., Vion B.,** Théorie de la fiabilité , Application à l'évaluation structurale des ouvrages d'art, Collection « Les rapports » – Sétra, février 2012.
- **Bruno W., Louis G J., William L.,** Stabilité des pentes, T.P. Université Libre de Bruxelles (ULB), Faculté des Sciences Appliquées, École Polytechnique, IRCNST-4, 2005.
- **Chekhar M., Aouarhoune D., Ait Yakoub O.,** Etude de faisabilité de la retenue collinaire Chaabet Thrid wilaya de Médéa. UMMTO, Faculté de génie de la construction, 2013.
- **Cornell C.A.,** Some thoughts on maximum probable loads, Structural safety insurance, Memorandum to ASCE Structural Safety Committee, MIT, Cambridge, USA, 1967.
- **Costet J., Sanglerat G.,** Cour pratique de mécanique des sols. Tome 2 calcul des ouvrages, Dunod, 1983 .
- **Cremona C.,** Applications des notions de fiabilité à la gestion des ouvrages existants, Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2002.
- **Davidovici V., Haddadi A.,** calcul pratique de réservoirs en zone sismique. Annales de l'ITBTP N° 409.(étude dynamique), 1982.
- **Dehmous H.,** Fiabilité et micromécanique des matériaux composites Application à la passerelle de Laroin, thèse de Doctorat, à l'Institut National Polytechnique de Toulouse 2007.
- **DTR B-C 2-48.,** règles parasismiques algériennes (RPA 88), CGS, alger, mai 1989.

Références bibliographiques

- **DTR B-C 2-48.**, règles parasismiques algériennes (RPA 99 - addenda 2003), CGS, Alger, juin 2003.
- **Eurocode-8. (2003).**, Design of structures for earthquake resistance—Part 4 (Draft No:2): silos, tanks and pipelines. European Committee for Standardization, 65. (états limite).
- **Faure R M.**, L'évolution des méthodes de calcul en stabilité des pentes. Partie I : Méthodes à la rupture, *Revue Française de Géotechnique*, N°92, 2000.
- **Fellenius W.**, Erdstatische berechnungen mit reibung und kohaesion W. Ernst. 1927.
- **Fredlund D G., and Krahn J.**, "Comparison of Slope Stability Methods of Analysis," *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 14, N° 3, pp 429-439, 1977.
- **Hasofer A.M., Lind C.**, Exact and invariant second-moment code format, *Journal of the Engineering Mechanics division, ASCE*, 100, EM1, 1974.
- **Kjellmann W.**, Säkerhetsproblemet ur principiell och teoretisk synpunkt, *Ingeniörs Vetenskaps Akademien, Handlingar 156*, Stockholm, 1940.
- **Lemaire, M., Chateauneuf, A., & Mitteau, J. C.**, Fiabilité des structures (Lavoisier ed.). France. (état limite, monte carlo, intégrale 2005 .
- **Lind N.C.**, The design of structural design norms, *Journal of Structural Mechanics*, 1, 1973.
- **Madsen H.O.**, Optimal Inspection Planing Fatigue Damage of Offshore Structures, *ICOSSAR89*, 2099-2106, 1989.
- **Madsen H.O.**, Probability Based Optimization of Fatigue Design Inspection and Maintenance, *Symposium IOS, Glasgow*, 1990.
- **Mayer M.**, Die Sicherheit der Bauwerke und ihre Berechnung nach Grenzkraften anstatt nach zulässigen Spannungen, *Verlag von J. Springer, Berlin*, 1926.

- **Microsoft Excel**, 2007
- **Port M, Levi R.**, Conceptions modernes relatives à la sécurité des constructions, Revue Générale des Chemins de Fer, Juin, 1951.
- PNUD/OPE ; « guide maghrébin pour l'exécution des études et travaux de retenues collinaires ». Ressources en eau dans les pays de l'Afrique du Nord (projet RAB/80/011). Algérie, Maroc, Tunisie 1987
- **Prot M.**, Note sur la notion de coefficient de sécurité, Annales des Ponts et Chaussées, 27, 1936.
- **Spencer E.**, A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel interslice forces. *Géotechnique*, Vol. 17, N°1, pp. 11–26, 1967.
- **Thoft-Christensen P., Sorensen J.D.**, Reliability analysis of elasto-plastic structures, Comptes rendus de la conférence IFIP'11, Copenhague, Springer-Verlag, 1984.
- **Wästlund G.**, Säkerhets problemet ur praktisk-konstruktiv synpunkt, Ingeniörs Vetenskaps Akademien, Handlingar 156, Stockholm, 1940.
- **Weibull W.**, A statistical theory of the strength of materials, Compte-rendus de la Société Royale Suédoise des Ingénieurs, 15, 1939.
- **Wierzbicki M.W.**, La sécurité des constructions comme un problème de probabilité, Annales de l'Académie Polonaise de Sciences Techniques, VII, 1939-1945.
- **Wright S G, Kulhawy F G and Duncan J M.**, Accuracy of equilibrium slope stability analysis, ASCE, J. SMFD, S.M., Vol. 99, N°10, pp. 791-793, 1973.
- **Zolfaghari A R., Heath A C., McCombie P F.**, Simple genetic algorithm search for critical non-circular failure surface in slope stability analysis. *Computer and Geotechnics*, Vol. 32, pp. 139–152, 2005.