

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVESITE MOULOU D MAMMERI DE TIZI-OUZOU
FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET DE L'INFORMATIQUE
DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE



Mémoire de Magister

Spécialité : Electrotechnique

Option : Entraînements électriques

Présenté par :

HAMEL Meziane

Thème

Etude et réalisation d'un dispositif de détection de défauts par méthodes électromagnétiques

Devant le jury composé de :

CHAIBI Rachid, Professeur, Université de Tizi-Ouzou, Président

MOHELLEBI Hassane, Professeur, Université de Tizi-Ouzou, Rapporteur

NEDJAR Mohammed, Professeur, Université de Tizi-Ouzou, Examineur

OULD OUALI Samy Hassani, Maitre de conférences B, université de Tizi-Ouzou, Examineur

Soutenu le : 18/10/2012

Remerciements

Le travail présenté a été effectué au sein du laboratoire de génie électrique (**LGE**) de l'université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou (**UMMTO**).

Je remercie tout d'abord Monsieur Rachid CHAIBI, Professeur à l'UMMTO, directeur du LGE de m'avoir accueilli dans le laboratoire et m'avoir fait l'honneur de présider mon jury de soutenance.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude et ma reconnaissance envers mon directeur de mémoire, Monsieur Hassane MOHELLEBI, Professeur à l'UMMTO, aussi bien pour son aide précieuse que pour ses qualités humaines. Malgré les nombreuses sollicitations, il m'a toujours consacré le temps nécessaire pour être guidé efficacement. Avec sa grande rigueur scientifique et ses remarques toujours utiles, j'ai beaucoup appris en travaillant avec lui.

J'adresse mes vifs remerciements à Monsieur Mohammed NEDJAR, Professeur à l'UMMTO, pour avoir accepté de participer à ce jury.

Je souhaite exprimer ma reconnaissance envers Messieurs Samy Hassani OULD OUALI, Maître de conférences et Farid HOCINI, enseignant doctorant à l'UMMTO, pour leur aide durant la préparation de ce travail. Je les remercie également pour tous les conseils qu'ils m'ont apportés et pour tous les encouragements qu'ils n'ont cessé de me prodiguer.

Mes remerciements s'adressent aussi à Messieurs Ahcène MEGULAT et Samir SADOUDI, enseignants à l'UMMTO pour avoir réalisé les pièces métalliques et aussi pour leurs qualités humaines.

Je remercie également Messieurs Arezki BENFDILA, Professeur et Achène LAKHLEF Maître de conférences à l'UMMTO de m'avoir accueilli dans leur laboratoire et mis à ma disposition le matériel nécessaire.

J'exprime également mes sincères remerciements au personnel de la bibliothèque de la faculté du génie électrique et de l'informatique de l'UMMTO pour leur serviabilité.

Je voudrais aussi souligner l'importance de l'environnement dans lequel j'ai eu le plaisir de travailler et remercier vivement mes amis, Ali BOUHEDDA, Ahmed NAIT OUSLIAMNE, Said BELHADJ, Farid NAMANI, mes camarades, O. KANA, Z. LARABI, Z. AIT SAADI, F. BOUALI et G. YOUSFI qui m'ont aidé, soutenu ou conseillé à diverses occasions. Je remercie les secrétaires du LGE autant pour leur soutien logistique que pour leur gentillesse.

A mes très chers parents

A mes frères et sœurs

A mon cousin Aomar

Et à tous mes amis(es)

Résumé

Le travail présenté dans ce mémoire est lié au développement de modèles directs explicitant les caractéristiques géométriques et électromagnétiques des dispositifs de contrôle non destructif par courants de Foucault « CND-CF », en vue de traiter la modélisation inverse en temps réel. Notre contribution consiste à proposer une méthodologie générale et précise de calcul en magnétodynamique des systèmes de « CND-CF », et l'établissement d'expressions d'impédances explicitant les caractéristiques du dispositif ; ce qui conduit à une identification directe de la pièce à caractériser et à promouvoir l'inversion. Avant de traiter la modélisation, nous avons, à travers une recherche bibliographique, synthétisé des techniques de CND en mettant en évidence les paramètres caractéristiques des dispositifs à courant de Foucault tant du point de vue physique et technologique que modélisation. Partant de la source d'excitation, à travers le capteur et le matériau à examiner, nous arrivons à la mesure de la variation de l'impédance complexe aux bornes du capteur. Cette grandeur, résultante de la topologie des courants de Foucault, nous informe sur l'état dimensionnel, physique et de santé du matériau à contrôler. Pour le contrôle et l'évaluation non destructive des caractéristiques électromagnétiques et géométriques d'un matériau conducteur amagnétique et de forme plane, nous avons orienté le modèle général de Maxwell vers la modélisation des courants de Foucault et le calcul de l'impédance qui en découle. Après avoir réduit les équations de Maxwell en deux équations couplées, nous présentons les orientations retenues pour la construction du modèle numérique; et cela à travers le recensement des techniques de calcul de l'impédance, des modèles bidimensionnels existants et des méthodes de résolution. La modélisation d'une configuration réelle de CND par CF ne peut généralement pas être obtenue analytiquement et fait appel à des méthodes numériques. Parmi celles-ci, la méthode des éléments finis (MEF) qui permet de prendre en compte des géométries complexes de sondes et de pièces, est l'une des plus utilisée. Elle s'est en effet imposée comme un outil efficace pour résoudre numériquement les problèmes électromagnétiques. L'application concerne les capteurs absolus pour l'inspection de pièces de forme planes. La simulation du contrôle est faite en déplaçant le capteur à proximité de la pièce inspectée. Les différents résultats obtenus ont été validés par comparaison à des données expérimentales.

Mots clés

Contrôle Non destructif, Evaluation Non destructive, Courants de Foucault, Capteur absolu, Méthodes des éléments finis, Impédance d'un capteur.

Introduction générale.....	1
----------------------------	---

Chapitre I : Généralités sur le CND

I.1. Introduction.....	3
I.2. Historique.....	4
I.3. Principe de détection d'un défaut	5
I.4. Les techniques du CND	6
I.4.1. Examen visuel	7
I.4.2. Ressuage.....	7
I.4.3. Magnétoscopie	8
I.4.4. Radiographie	8
I.4.5. Thermographie	10
I.4.6. Ultrasons	10
I.4.7. CND par courants de Foucault.....	11
I.4.7.1. Nature du contrôle non destructif par courant de Foucault	12
I.4.7.2. Schéma synoptique du dispositif.....	13
I.4.7.3. Modes d'excitation	13
I.4.7.4. Gammes de fréquences.....	15
I.4.7.5. Fonctions du capteur	16
I.4.7.6. Mode de contrôle.....	17
I.4.7.7. Matériau à inspecter	19
I.4.7.8. Epaisseur de peau	19
I.4.7.9. Caractéristiques électromagnétiques du matériau à contrôler.....	20
I.4.7.10. Caractéristiques géométriques du matériau à contrôler	21
I.4.7.11. Eléments perturbateurs	21
I.4.7.12. Impédance normalisée.....	22
I.4.7.13. Avantages du CND par courants de Foucault	23
I.4.7.14. Limites du CND par courants de Foucault.....	23
I.5. Conclusion	24

Chapitre II : Analyse physico-mathématique des équations de l'électromagnétisme

II.1. Introduction	25
II.2. Equations de base de l'électromagnétisme	25
II.2.1. Historique.....	25
II.2.2. Equations de Maxwell	25
II.2.3. Lois de comportement des milieux	26
II.2.4. Equation de continuité	27
II.2.5. Relations de passages.....	27
II.2.6. Conditions aux limites	28
II.3. Electromagnétisme en régime quasi-stationnaire	29
II.3.1. Hypothèses simplificatrices	29

II.4. Equations électromagnétiques couplées	29
II.5. Equations des différentes régions d'un système électromagnétique	30
II.6. Techniques de calcul d'impédance	30
II.6.1. Hypothèses	30
II.6.2. Impédance à travers les énergies électromagnétiques	31
II.6.3. Impédance à travers la théorie des circuits	32
II.6.4. Impédance à travers l'induction ou le flux magnétique.....	33
II.7. Conclusion	34

Chapitre III : Méthodes de résolution des équations électromagnétiques et modèles numériques

III.1. Introduction	35
III.2. Méthodes analytiques	35
III.3. Méthodes numériques	36
III.3.1. Méthode des éléments finis	36
III.3.1.1. Etapes de résolution par la MEF.....	36
III.3.1.2. Principe de la méthode variationnelle.....	36
III.3.1.3. Méthode des résidus pondérés	37
III.3.1.4. La discrétisation	38
III.3.2. Formulation éléments finis des équations électromagnétiques	42
III.3.2.1. équation magnétostatique	42
III.3.2.2. Equation magnétodynamique	45
III.6. Conclusion.....	47

Chapitre IV : Applications et validation

IV.1. Introduction	48
Partie I : Simulation du système.....	48
IV.I.1. Description du dispositif d'étude	48
IV.I.2. Caractéristiques géométriques et électromagnétiques du système	49
IV.I.3. Organigramme de calcul.....	50
IV.I.4. Formulation électromagnétique du problème	51
IV.I.5. Domaine d'étude et conditions aux limites	52
IV.I.6. Maillage du domaine	52
IV.I.7. Résultats et interprétations.....	53
IV.I.7.1. Plaque sans défaut.....	53
IV.I.7.2. Plaque avec défaut	55
IV.I.7.3. Application avec variation de la longueur du défaut	56
IV.I.7.4. Application avec variation de la profondeur du défaut	57
IV.I.7.5. Application avec variation de la fréquence d'alimentation du capteur	58
IV.I.7.6. Application avec variation du lift-off	58
Partie II : Partie expérimentale.....	60
IV.II.1. Système expérimental.....	60

IV.II.2. Résultats et interprétations	62
IV.2. Conclusion	65
Conclusion générale	66
Bibliographie	68

Introduction générale

Depuis les démineurs durant et après les guerres, des chercheurs d'objets métalliques dangereux ou coûteux dans les plages jusqu'à l'identification des caractéristiques géométriques et physiques d'une pièce et son contrôle pendant sa mise en œuvre et au cours de son utilisation, les moyens de mesure et de contrôle suivent toutes les découvertes des lois physiques et les technologies apparentées. Les anciennes méthodes de mesure et de détection des défauts sont basées sur un prélèvement statistique ou la mise d'un échantillon sous des essais destructifs. Les techniques modernes permettent l'extraction des informations dans une structure sans porter atteinte à son intégrité. On les appelle Contrôle Non Destructif « CND ». Les techniques utilisées sont diverses. Elles dépendent des caractéristiques du matériau constituant la pièce, de la détection envisagée et de la nature de la mesure [1].

L'augmentation de la productivité, la fabrication des produits de qualité et la méfiance de l'insécurité sont des préoccupations de tous. Ces préoccupations associées à la complexité croissante des pièces à contrôler obligent les techniques de CND à évoluer. Cette évolution est faite et elle se poursuit grâce au développement des moyens électroniques et informatiques. Les systèmes électromagnétiques n'échappent pas à cette évolution. Parmi ces systèmes, nous nous intéressons au contrôle non destructif par courants de Foucault « CND-CF ». Dans ces dispositifs, l'élément principal est le capteur. Ce dernier est une bobine ou un ensemble de bobines situées à proximité du produit à identifier ou à contrôler. La grandeur électromagnétique essentiellement exploitée est l'impédance mesurée aux bornes du capteur [2].

Ce procédé est employé dans tous les types d'industries utilisant des pièces en matériau conducteur d'électricité, particulièrement la métallurgie, le nucléaire, la pétrochimie, l'aéronautique, l'aérospatiale, l'armement, l'industrie navale, automobile et ferroviaire. La méthode des courants de Foucault peut opérer sur une chaîne de production, dans une installation en fonctionnement et dans des opérations de maintenance. Cette popularité et cette diversité sont dues aux caractéristiques techniques incluant la simplicité, la mise en œuvre sur des structures complexes avec des capteurs adaptables, les appareillages transportables, la sensibilité élevée, la non nécessité de contact avec la cible, la réponse en temps réel, la possibilité d'automatiser les essais de test et l'analyse des résultats.

Dans ce contexte, les outils de simulation permettent d'étudier les interactions sonde-pièce et jouent un rôle croissant pour concevoir les systèmes de contrôle et démontrer leurs performances. La modélisation électromagnétique permet de simuler l'interaction sonde-pièce

testée et de définir une structure de sonde adaptée à un problème donné. Ainsi il est possible de prévoir les conséquences de différents choix (configuration géométrique, choix de matériaux...) tout en limitant le nombre de prototype à réaliser. Dans le domaine du CND par CF, la modélisation est ainsi devenue, grâce à la performance du matériel informatique, une actrice importante dans la conception de sondes.

La modélisation d'une configuration réelle de CND par CF ne peut généralement pas être obtenue analytiquement et fait appel à des méthodes numériques. Parmi celles-ci, la méthode des éléments finis (MEF) qui permet de prendre en compte des géométries complexes de sondes et de pièces, est l'une des plus utilisée. Elle s'est en effet imposée comme un outil efficace pour résoudre numériquement les problèmes électromagnétiques [3][4].

Ce mémoire est ainsi organisé comme suit :

Le premier chapitre présente des généralités sur le CND. Les principales méthodes de CND sont rappelées. Le contrôle basé sur les courants de Foucault est particulièrement détaillé.

Etant familiarisé avec la technique du contrôle par courants de Foucault et ayant cerné les éléments électromagnétiques essentiels intervenant dans son fonctionnement, le deuxième chapitre traitera brièvement les équations électromagnétiques de base qui décrivent la création et le comportement des courants de Foucault. Il est consacré, d'une part, à un rappel de la simplification de ces équations aux configurations géométriques imposées et aux matériaux conducteurs linéaires, et d'autre part, à l'exposé des différentes formulations de l'impédance.

Le troisième chapitre est consacré aux différentes méthodes analytiques et numériques de résolution des équations électromagnétiques, la méthode que nous avons retenue dans notre travail est la méthode des éléments finis. Elle est présentée plus en détail dans ce chapitre.

Le quatrième chapitre est dédié à l'application et à la validation du modèle proposé. Il comporte deux parties : la première concerne la simulation du système par la méthode des éléments finis. Quant à la deuxième elle est consacrée au banc d'essai expérimental, avec une description globale des différents éléments qui le composent, ainsi qu'aux résultats obtenus et leurs interprétations.

Nous terminons par une conclusion générale.

I.1. Introduction

Le contrôle non destructif a pour objectif, comme son nom l'indique, de contrôler l'état des pièces industrielles sans pour autant que les examens correspondants ne puissent nuire à leur utilisation future. Celui-ci correspond à la détection et la caractérisation des différents défauts et imperfections qui menacent la sécurité de fonctionnement des Systèmes soumis à des contraintes mécaniques, thermiques ou chimiques. Aujourd'hui, on assiste à une demande très importante et généralisée, émanant de tous les secteurs industriels comme l'industrie automobile, aéronautique, pétrolière, navale et nucléaire. La qualité est devenue une nécessité vitale pour les entreprises confrontées à la concurrence internationale et à une clientèle exigeante. Cette étape du processus industriel est destinée à garantir la sécurité d'utilisation des pièces contrôlées. Elle joue un rôle économique non négligeable, dans le sens où elle permet une gestion optimisée de la maintenance [5].

Le CND constitue un secteur spécifique d'activité scientifique et industrielle possédant ses propres structures professionnelles qui regroupent des industriels fabricants et des organismes d'étude et de recherche. Vu l'étendu du champ d'application du CND, de nombreuses techniques ont été développées et étudiées pour l'inspection et la détection des défauts pour différentes applications industrielles [6][7][8].

Cette procédure de contrôle se produit souvent soit en cours de fabrication ou au cours de la vie d'une pièce et doit satisfaire au mieux les critères suivants [9] :

- la reproductibilité : une même pièce contrôlée plusieurs fois doit toujours donner le même résultat.
- la fiabilité : le contrôle doit remplir son cahier de charges, il doit détecter tous les défauts qu'il est censé être capable de détecter.
- la possibilité d'inspection globale et locale : il s'agit de la manière dont l'inspection est réalisée. Soit la technique permet l'inspection de l'ensemble de la pièce à la fois, on parle d'une inspection globale, ou juste d'une partie de celle-ci, ce sera alors une inspection locale.
- la sensibilité : il s'agit du rapport entre la variation de la mesure et la grandeur que l'on veut mesurer. Plus la sensibilité est grande, plus les petites variations de la grandeur mesurée sont détectables, comme par exemple les défauts de faibles dimensions.
- la rapidité d'exécution : il faut que le contrôle soit rapide pour qu'il ne soit pas trop pénalisant au niveau des coûts et qu'il puisse s'intégrer dans un cycle de production.

- le coût : le contrôle qualité représente sur les pièces complexes un coût non négligeable qui doit être minimisé dans la mesure du possible.
- la résolution : la résolution est la plus petite variation du signal pouvant être détectée, par exemple la dimension du plus petit défaut. Le pouvoir de résolution est fort si cette dimension est petite.

I.2. Historique

Comme l'instrumentation scientifique, le contrôle non destructif constitue un champ d'application privilégié des découvertes de la physique. Ce n'est toutefois qu'à partir de la seconde guerre mondiale que les techniques du CND ont pris leur essor dans l'industrie, en particulier dans la métallurgie : contrôle des aciers, radiographie des soudures. Une vigoureuse accélération du progrès et du développement des CND s'est manifestée ensuite vers les années 1960/1970 avec le développement rapide de secteurs très demandeurs tels que l'industrie automobile, l'aéronautique civile et le génie des centrales électriques nucléaires. Les dernières décennies enfin, voient l'émergence des techniques de CND qui ne pouvaient pas être mises en œuvre sans l'apport d'une électronique intégrée et d'une informatique puissante ; on assiste ainsi au développement rapide dans contrôles entièrement automatiques et à l'essor des techniques gourmandes en traitement informatique [5][6].

Globalement, en tant qu'outil majeur de la politique de qualité d'une entreprise, les techniques de CND continueront à élargir leur champ d'application vers de nouveaux secteurs d'activité économique. On constate aussi que l'objectif du contrôle non destructif évolue, il ne suffit plus aujourd'hui de détecter un défaut, il faut aussi le localiser et le caractériser. Il faut aussi imaginer des techniques et procédés non destructifs aptes à mettre en évidence des hétérogénéités physiques complexes ou irrégularités de propriétés telles que, par exemple, des variations de microstructure dans les composites, des variations de texture ou de rugosité sur une surface, des variations de propriétés électromagnétiques sur une bande. Ces objectifs sont souvent difficiles à atteindre car les lois de la physique sont ce quelles sont et aussi, dans ce domaine, les progrès sont lents. Il n'en va pas de même l'automatisation des CND qui bénéficie pleinement des progrès de l'informatique ; il en résulte l'arrivée sur le marché, d'année en année, d'appareillages plus performants, plus fiables et surtout plus faciles à utiliser dans le cadre du respect de procédures de contrôles très strictes. L'évolution des CND doit prendre toutefois en compte l'aspect coût, ce dernier pouvant freiner l'essor de nouvelles techniques très performantes [5].

I.3. Principe de détection d'un défaut

Les méthodes de contrôle non destructif sont fondées sur la déformation du champ d'une grandeur physique par une discontinuité. On exploite donc un phénomène physique pour détecter une hétérogénéité dans un matériau.

Les phénomènes physiques comme l'atténuation ou diffraction des rayons X, réflexion ou diffraction des ultrasons, perturbation des courants de Foucault ; sont à la base des essais non destructifs où ils peuvent servir à caractériser les matériaux (présence de fissures...). En effet, par CND on sous entend toujours qu'il ne s'agit non pas d'une simple mesure d'une grandeur physique, mais d'un contrôle d'homogénéité.

Les techniques CND diffèrent généralement par l'énergie employée : énergie mécanique (ultrasons, ressuage), électromagnétique (magnétoscopie, courants de Foucault) ou thermique (thermographie infrarouge). Cependant, quelle que soit la méthode employée, un processus de détection de défauts est généralement mis en place. Il est constitué de deux étapes principales : la détection et la localisation des défauts (décider que le système est en défaut ou non et déterminer quelle partie du système est affectée) et l'identification (estimer l'ampleur et le types des défauts) [10].

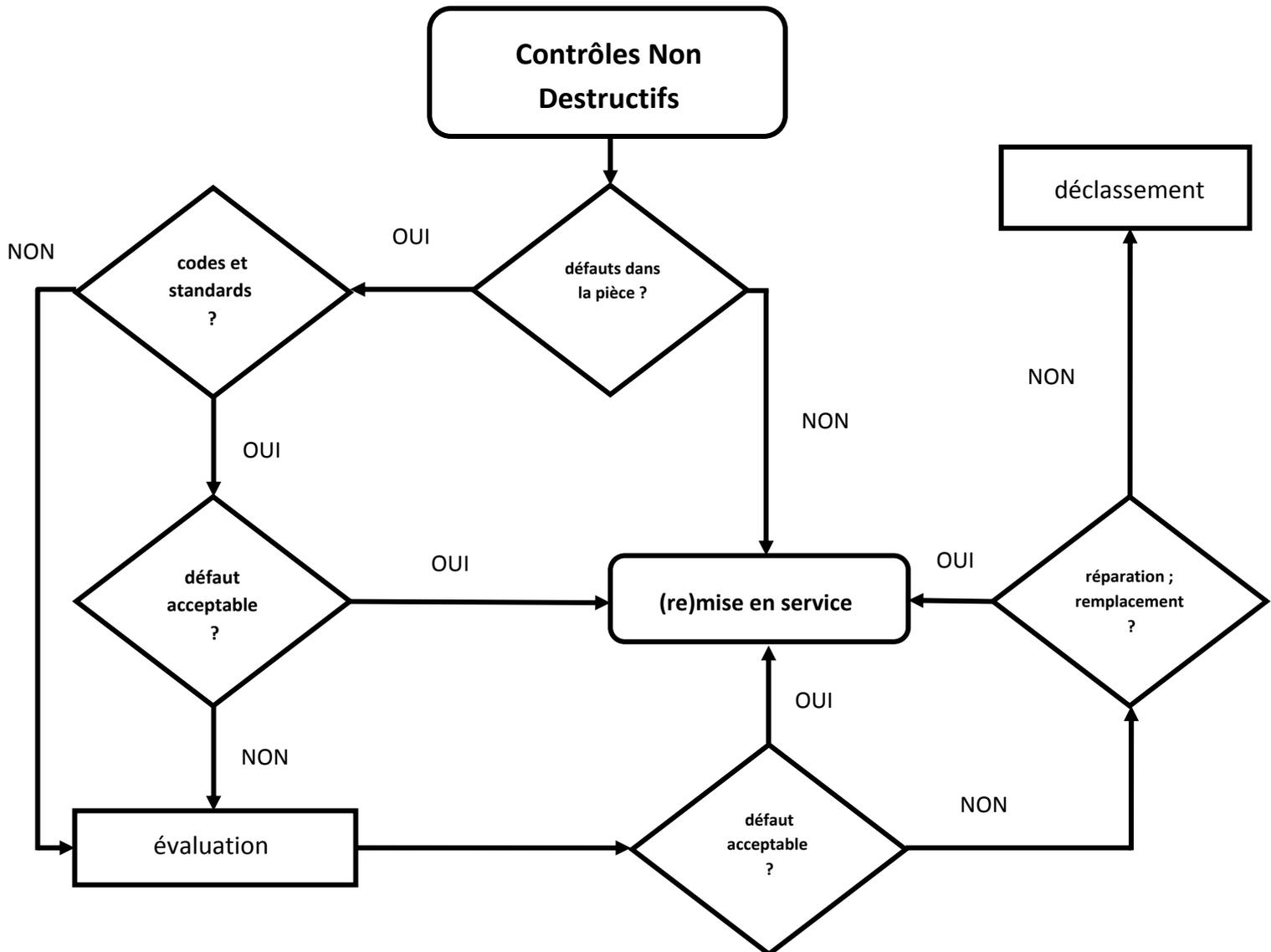


Figure I.1 : Processus de détection et traitement des défauts

I.4. Les techniques du CND

Du fait que les origines et les types des défauts sont multiples, plusieurs techniques du CND ont été développées pour répondre aux différentes problématiques rencontrées. Le choix d'une méthode du CND dépend d'un grand nombre de facteurs tels que la nature des matériaux constituant les pièces à contrôler, la nature de l'information recherchée (détection ou mesure, position ou forme de défaut...), le type du contrôle à effectuer (contrôle en ligne sur pièce mobile, possibilité de contact ou non avec la pièce...) et les problèmes économiques. Dans la section suivante, nous allons donner un aperçu global des techniques les plus répondu dans l'industrie [5][11][12].

I.4.1. Examen visuel

C'est le contrôle le plus élémentaire et le plus ancien des contrôles non destructifs. Il peut être aidé, par un éclairage laser ou classique. Il reste cependant sujet aux inconvénients liés à l'œil humain, c'est-à-dire une faible productivité et une certaine subjectivité, entraînant un manque de fiabilité [13] [14].

I.4.2. Ressuage

Cette méthode complète l'examen visuel en faisant apparaître des défauts de surface dans un contraste coloré ou fluorescent. Son principe est relativement simple et se déroule en plusieurs étapes. La première consiste à bien nettoyer la pièce à contrôler. Un liquide coloré ou fluorescent dit "pénétrant" est ensuite appliqué sur la surface à contrôler. Il va s'infiltrer à l'intérieur des anomalies (fissures, porosités...).

L'excès de pénétrant est ensuite éliminé par un lavage adapté. La surface est alors recouverte d'une fine couche de "révélateur" qui absorbe le pénétrant contenu dans les anomalies et donne une tache colorée en surface plus large que l'anomalie, permettant ainsi de la localiser. On dit alors que le révélateur fait "ressuer" le pénétrant. Ces indications sont alors visibles à l'œil nu. Dans certaines industries, on utilise un pénétrant fluorescent qui est révélé par un éclairage sous UV.

Le champ d'application du ressuage est très vaste car le procédé est simple d'emploi et permet de détecter la plupart des défauts débouchants en surface sur les matériaux métalliques non poreux, ainsi que sur d'autres matériaux, à condition toutefois qu'ils ne réagissent pas chimiquement avec le pénétrant.

Les limitations du contrôle par ressuage sont liées au matériau lui-même : trop forte rugosité de surface, impossibilité d'employer les produits classiques qui endommageraient sa surface. Les défauts non débouchants ne peuvent être vus, de même que les fissures renfermant des corps susceptibles d'interdire l'entrée du pénétrant tels que peintures, oxydes. Le procédé lui-même est relativement lent, coûteux en temps. Il faut enfin prendre en compte, dans le coût du contrôle, la consommation des produits de ressuage dont l'utilisation peut nuire à l'environnement [15].

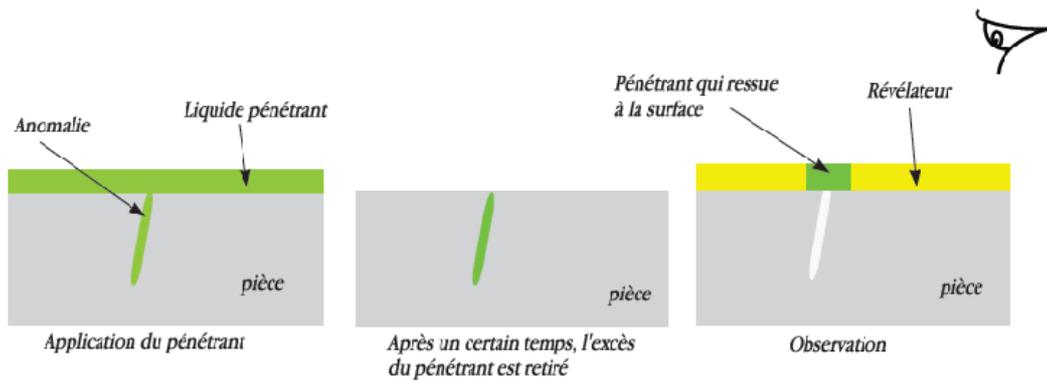


Figure I.2 : Principe du ressuage

I.4.3. Magnétoscopie

C'est une technique qui révèle les défauts débouchants ou sous-cutanés. Toutefois, elle ne s'applique qu'aux matériaux et alliages ferromagnétiques (fer, acier, fonte...).

L'examen par magnétoscopie consiste à soumettre la pièce à un champ magnétique de valeur définie en fonction de la pièce. Une poudre magnétique est ensuite projetée à la surface et se répartit de façon homogène si la pièce est saine. Les discontinuités superficielles provoquent à leur endroit des fuites magnétiques. Lorsqu'un défaut est présent dans la pièce au voisinage de la surface, l'orientation du flux de l'induction magnétique est modifiée localement et son intensité augmente en surface. Il apparaît alors une concentration de particules magnétiques qui révèle la présence du défaut comme l'illustre la figure (I.3) [5][16].

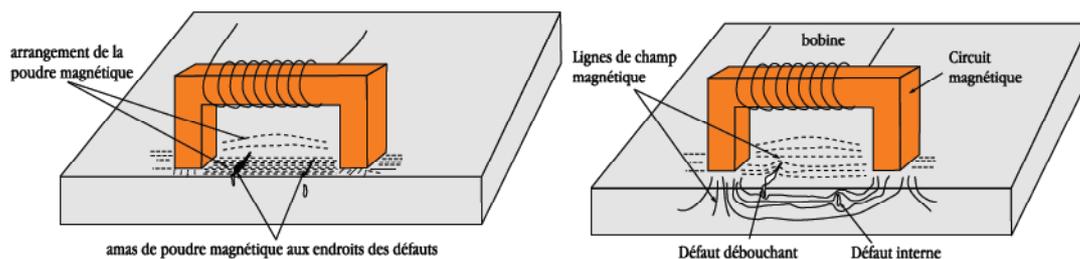


Figure I.3 : Principe de la magnétoscopie

I.4.4. Radiographie

Le principe de la radiographie est le même que pour le domaine médical. La méthode met à profit l'absorption par la matière des rayonnements électromagnétiques ionisants [5]. L'examen de la structure ou de l'état interne d'un objet par radiographie consiste à le faire traverser par un rayonnement électromagnétique de très courte longueur d'onde (rayon X, ou

γ) et à recueillir le rayonnement résiduel non absorbé sur un récepteur approprié, un film dans la plupart des cas, comme l'illustre la figure (I.4).

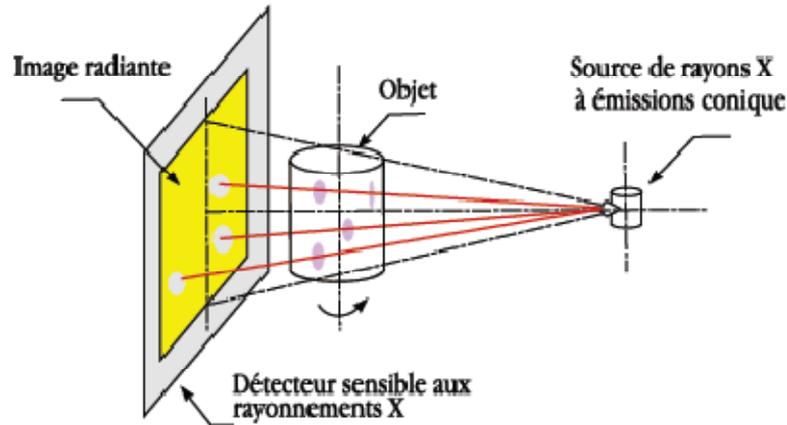


Figure I.4 : Principe de la radiographie

De par son principe, la radiographie ne permet pas d'avoir d'information sur la localisation du défaut en profondeur dans la pièce examinée. Il faut pour cela réaliser plusieurs clichés sous des angles de tir différents, ce qui n'est pas toujours possible. Un autre moyen est la tomographie industrielle. Elle a le même principe que le scanner médical. Elle consiste à reconstruire une coupe de la pièce par des algorithmes complexes [17] [18] à partir d'une succession d'acquisitions suivant des angles différents. La répétition de ce processus selon différentes hauteurs de tir permet d'obtenir une image 3D virtuelle complète de l'objet.

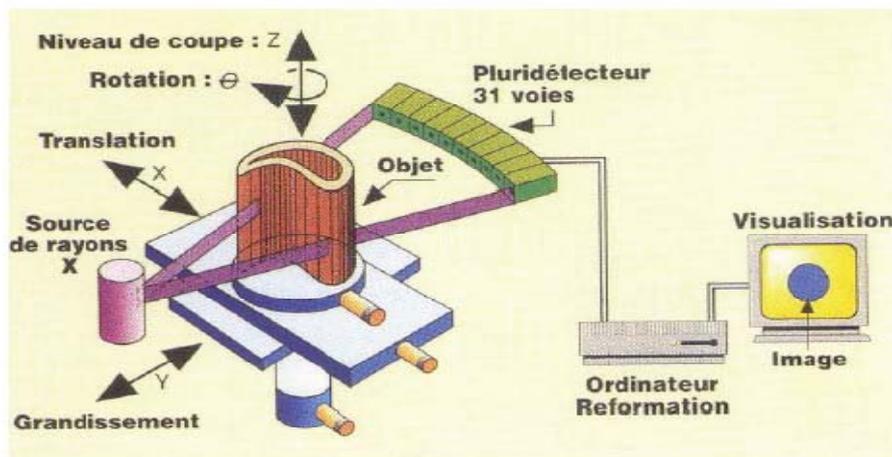


Figure I.5 : Principe de la tomographie X

L'essor de cette méthode est essentiellement dû aux progrès de l'informatique et à l'augmentation des capacités de traitement, que ce soit dans le domaine médical ou industriel.

Le champ d'application de la radiographie est très vaste ; c'est en effet la technique retenue lorsqu'il s'agit de mettre clairement en évidence et de dimensionner des hétérogénéités à l'intérieur des objets de toute nature, aussi bien au stade de la fabrication qu'à celui des contrôles de maintenance.

Les inconvénients principaux de cette technique sont :

- Coût de mise en œuvre des dispositifs et procédures de protection du personnel;
- Réglementation souvent très contraignante (transport et stockage des sources radioactives,...)

I.4.5. Thermographie

La thermographie repose sur l'étude de la diffusion de la chaleur dans la cible à contrôler. Une quantité de chaleur est une quantité d'énergie stockée dans la matière et la température en est un indicateur mesurable. La thermographie consiste en l'interprétation des cartes thermiques (thermogrammes) des surfaces observées.

Une distinction est faite entre la thermographie passive qui résulte de la simple observation des gradients thermiques sur une pièce, et la thermographie active lorsqu'une perturbation thermique a été volontairement générée pour le contrôle (par une source laser par exemple). Les discontinuités dans la pièce se traduisent par des différences de température sur l'image. L'acquisition des images thermiques s'obtient alors à l'aide d'une caméra thermographique [19][20].

I.4.6. Ultrasons

Les ultrasons sont des vibrations mécaniques qui se propagent dans la matière. Le principe consiste à émettre une onde ultrasonore (par un transducteur) qui se propage dans la pièce à contrôler et se réfléchit, à la manière d'un écho, sur les obstacles qu'elle rencontre (défauts, limites de la pièce). Les échos sont analysés sur un écran ou traités dans une chaîne de mesure. Le signal est maximal lorsque le défaut est perpendiculaire aux ondes émises [5].

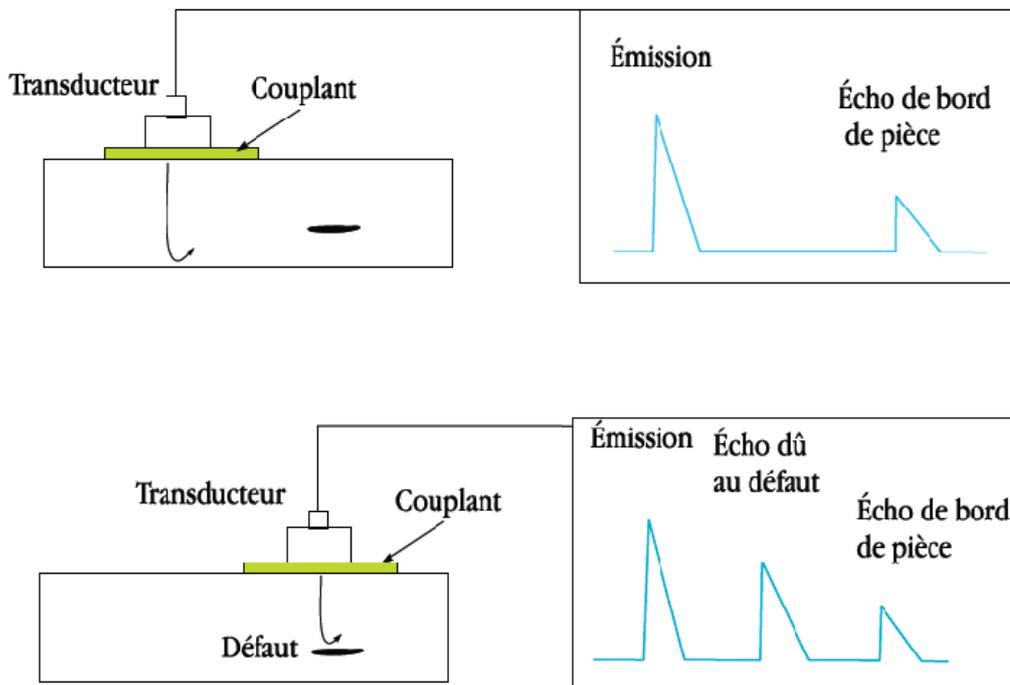


Figure I.6 : Principe des ultrasons

Le contact entre le transducteur et la cible n'est jamais parfait ; il existe une couche d'air les séparant. La quasi-totalité de l'énergie émise par le transducteur à l'interface air-matériau ne pénètre pas à l'intérieur du matériau. Il y a ainsi nécessité de déposer un couplant (eau, huile par exemple) entre le transducteur et le matériau [21].

I.4.7. CND par courants de Foucault

Le CND par courants de Foucault [5][11][22] n'est applicable que sur les pièces réalisées, du point de vue électrique, en matériaux conducteurs. L'élément essentiel est le capteur. Celui-ci est une bobine ou formé d'un ensemble de bobines. Ces dernières sont parcourues par un courant d'excitation variable dans le temps. Le capteur génère un champ magnétique d'excitation variable qui dépend de la géométrie et des caractéristiques électromagnétiques de son entourage. Si un matériau conducteur d'électricité baigne dans ce champ, il sera le siège des courants de Foucault.

Ces courants induits créent à leur tour un champ magnétique de réaction négative. Le champ résultant donnera l'image de la répartition et de la valeur des courants induits. La mesure de ce champ ou des courants induits n'est pas directement accessible à l'expérience. On passe par la mesure d'une grandeur dérivée : l'impédance aux bornes du capteur. Cette grandeur nous permettra de caractériser le matériau en ce qui concerne sa conductivité, sa

perméabilité, sa géométrie et son état de santé. Suivant ces caractéristiques et les fréquences utilisées, les variations des champs créés par ces courants permettent d'examiner le matériau en surface ou en profondeur.

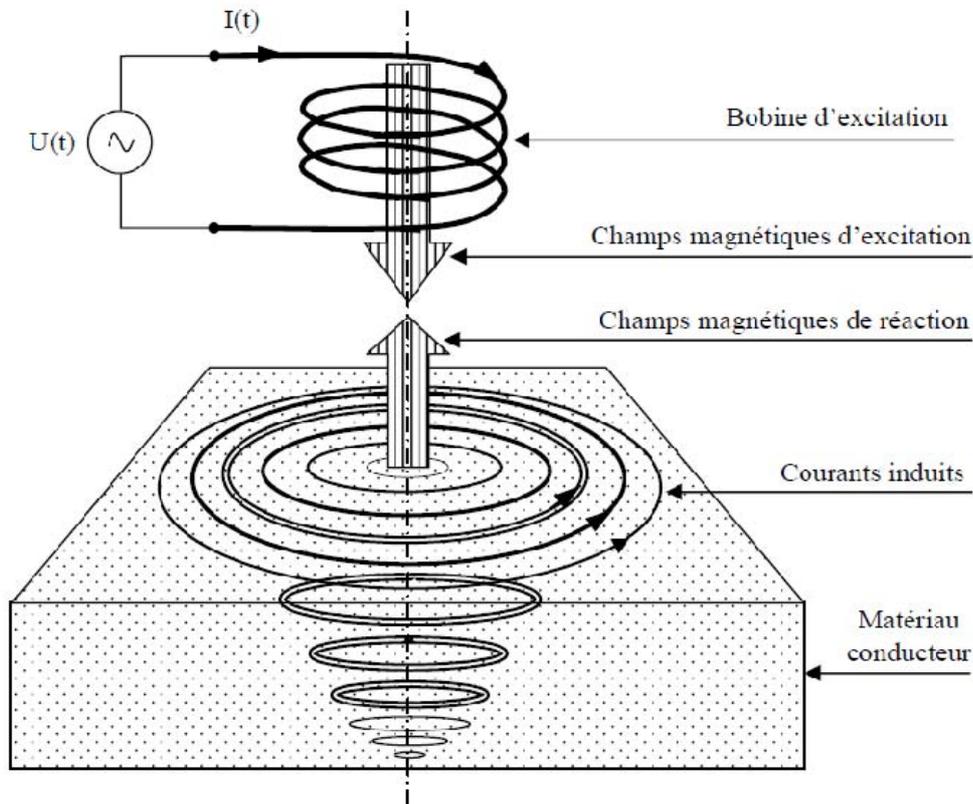


Figure I.7 : Schéma de principe du CND par courants de Foucault

I.4.7.1. Nature du contrôle non destructif par courant de Foucault

La répartition et l'intensité des courants de Foucault dépendent de la conductivité électrique σ , de la perméabilité magnétique μ , de la fréquence de travail f , de la géométrie du matériau à contrôler, du couplage entre le capteur et le matériau et d'éventuels défauts dont la présence se manifeste à travers une combinaison complexe des paramètres précédents. Le procédé de contrôle par courants de Foucault permet donc d'effectuer des contrôles dimensionnels, des contrôles de l'état de santé et de réaliser des caractérisations métallographiques [1].

Le contrôle dimensionnel s'applique à des mesures d'épaisseur de revêtement (ex : peinture, dépôt électrolytique) et la détermination des caractéristiques géométriques du matériau (ex : l'épaisseur de petits tubes ou de plaque). Le contrôle de santé recherche la présence de défauts (fissures, inclusions,...). Le contrôle métallographique est destiné à

discriminer les matériaux, de dureté, de composition chimique ou de structure métallographique différente.

I.4.7.2. Schéma synoptique du dispositif

La chaîne de contrôle non destructif par courant de Foucault comprend essentiellement un générateur alimentant le capteur, le capteur lui-même, le produit à contrôler dont éventuellement la présence de défauts et enfin le système d'observation qui visualise une grandeur dérivée des courants de Foucault. Les paragraphes suivants décrivent chaque élément de cette installation [23].

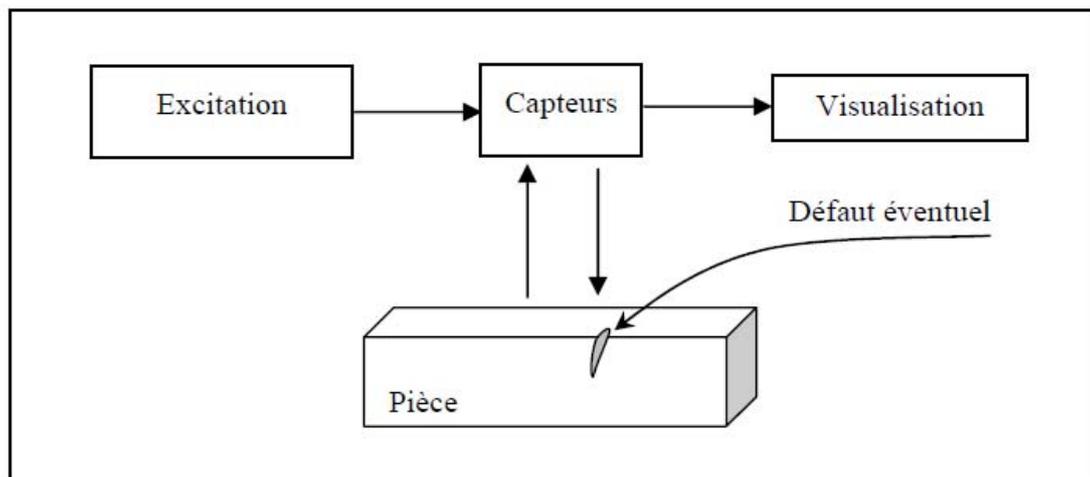


Figure I.8 : Schéma synoptique de la chaîne de contrôle

I.4.7.3. Modes d'excitation

La sensibilité de la méthode dépend de la fréquence du courant d'excitation. Celle-ci conditionne en effet, la profondeur de pénétration des courants induits dans le matériau à inspecter, ce qui destine la technique au contrôle surfacique (pièces minces) et volumique (pièces de grande épaisseur).

L'excitation est réalisée par un générateur délivrant un signal variable dans le temps ou périodique dans une gamme de fréquences déterminées.

Les mesures peuvent être faussées par une mauvaise définition de la forme de l'onde fournie ou par une variation de la fréquence. Par conséquent, le générateur doit impérativement délivrer un signal asservi en fréquence de manière à assurer une grande stabilité d'excitation et à réduire le bruit de fond et les dérives lentes.

- **Excitation mono fréquence**

Le courant d'excitation est une onde sinusoïdale de fréquence fixe qui peut-être fournie par un générateur ayant une ou quelques fréquences fixes commutables. Le choix de la fréquence dépend essentiellement de l'application visée et de la sensibilité aux paramètres recherchés. La fréquence intervient sur la profondeur de pénétration et sur la séparation en phase des réponses de divers défauts.

Il n'y a pas cependant des critères simples et uniques de choix de la fréquence. Pratiquement, le choix de la fréquence de sondage doit se faire après des essais sur échantillons de façon à mettre en évidence les paramètres perturbateurs. Ce mode d'excitation est limité en utilisation car il ne délivre pas une caractérisation fine des contrôles et il n'élimine pas l'influence de l'ensemble des paramètres perturbateurs.

- **Excitation multi fréquences**

Le contrôle multi fréquences a été développé en particulier pour le contrôle des tubes des générateurs de vapeur [24][25][26] et des rails ferroviaires [27] [28]. Ces environnements présentent en particulier des parties droites, des coudes et des éléments de fixation. Le contrôle dans certaines zones est rendu très délicat par l'apparition de signaux parasites de fortes amplitudes pouvant se superposer au signal du défaut. La méthode pratiquée consiste à neutraliser les signaux parasites en procédant à leur soustraction pour deux fréquences différentes injectées dans le capteur.

L'origine de la technique multi fréquence est encore liée au développement des programmes électronucléaires. Il semble que le problème se soit posé pour la première fois lors du contrôle des tubes formant l'échangeur de chaleur dans les générateurs de vapeur [24]. Ces tubes en Inconel sont assemblés en faisceau. Chaque tube est cintré en épingle à cheveux. Il repose sur une plaque tubulaire et traverse des plaques servant d'entretoises. Lors du passage de la sonde de contrôle à l'intérieur du tube, un signal dit «signal plaque» apparaît au niveau de celles-ci. Un tel signal, relativement grand, est susceptible de masquer un éventuel défaut réel.

De même, si lors d'un contrôle, deux défauts se trouvent sur une même zone de la pièce à examiner, le signal est difficilement interprétable car le signal électrique contient des informations relatives à chacun d'eux. L'opérateur doit alors rechercher les conditions optimales de réglage du matériel. Le développement de matériels multi fréquences répond au besoin impératif de séparer puis d'éliminer ce signal perturbateur.

Dans ce mode particulier d'utilisation des courants de Foucault, les générateurs excitent la bobine simultanément sur plusieurs fréquences. Le signal reçu est ensuite filtré par

des passes bandes à forte pente. En ayant plus d'information, il est possible d'éloigner les signaux perturbateurs du signal recherché. Pour beaucoup d'informations, il faut faire des mesures à plusieurs fréquences d'excitation.

En effet, l'utilisation de n fréquences engendre $2n$ informations et peut permettre l'élimination de $2n-1$ perturbations [29] [30].

La technique de mesure peut être réalisée en fréquences séquentielles ou en fréquences simultanées. La mesure en séquence excite le capteur par mono fréquence successive. Cette technique met un temps d'exécution et d'acquisition des données important. La mesure en fréquences simultanées consiste à injecter au capteur simultanément plusieurs signaux de fréquences différentes. En pratique, on utilise un système d'excitation en double fréquence (10kHz et 100kHz) pour le contrôle des rails ferroviaires [27] et à trois fréquences simultanées (100kHz, 240kHz, 500kHz) pour les tubes de vapeur [24].

- **Excitation pulsée**

Elle consiste à émettre un champ magnétique à large bande de fréquence. Le courant d'excitation n'est pas une onde sinusoïdale mais variable dans le temps. C'est une excitation impulsionnelle de formes rectangulaires, triangulaires ou autres. Toute fois, on préfère utiliser une forme semi sinusoïdale en raison de sa simplicité de mise en œuvre.

La décomposition en série de Fourier de l'onde engendre des signaux de fréquences multiples. Cette méthode représente donc une alternative à l'excitation multi fréquence. On utilise l'évolution temporelle des signaux pour extraire des informations. Une telle technique est plus riche en informations qu'en mono fréquence ou en multi fréquences.

Cette technique a été utilisée pour évaluer l'épaisseur de revêtements [31] et les dépôts sur les pièces métalliques [32], pour la détection des défauts profonds [33] et dans le domaine de l'inversion du phénomène [29].

I.4.7.4. Gammes de fréquences

- **Gamme basse fréquence [1Hz :1kHz]**

Les courants de Foucault à basse fréquence [34] permettent de déterminer l'état global d'une pièce en la mettant au centre de la bobine. Cette technique convient pour le contrôle de produits de forte épaisseur ou le contrôle de qualité (tri de matériaux selon leur nuance à cœur) et les défauts volumiques et profonds [35] [36]. Elle est utilisée préférentiellement pour les produits ferromagnétiques en raison des problèmes liés à la profondeur de pénétration [37] [38]. C'est une technique très répandue dans l'industrie. Elle est relativement simple à mettre en œuvre, très peu coûteuses, très sensibles aux manques de matières et une résolution spatiale

réduite. Néanmoins, si la fréquence est trop basse, l'amplitude des courants de Foucault sera faible et la mesure ne sera pas précise à cause du bruit [29].

- **Gamme moyenne fréquence [1kHz :1MHz]**

C'est le domaine le plus employé en mesure de faibles épaisseurs [39] [40] [41], telles que les plaques ou barres co-filées. Ce domaine fréquentiel couvre également le contrôle de santé (détection hétérogénéité du type fissures débouchantes, inclusions, occlusion, ...) [24] [25] [26] ainsi que le contrôle de caractéristiques métallurgiques (traitements superficiels, conductivité, ...).

- **Gamme haute fréquence : >1MHz**

Les fréquences supérieures à 1MHz sont très peu utilisées. Elles peuvent engendrer des capacités parasites entre les spires du capteur et entre le capteur et le matériau. Son utilisation se limite essentiellement à des mesures d'entrefer, la détection de micro fissure de surface et la modélisation de micro-bobines utilisées dans le domaine de la télécommunication et de la résonance magnétique nucléaire [29] [42].

I.4.7.5. Fonctions du capteur

Le fait qu'un bobinage peut être inducteur ou induit donne la possibilité au capteur de jouer le rôle de l'émetteur ou de récepteur ou les deux fonctions simultanées [27].

- **Les capteurs à double fonction**

C'est le cas dans lequel les fonctions d'excitation et de réception sont assurées par la ou les même (s) bobines.

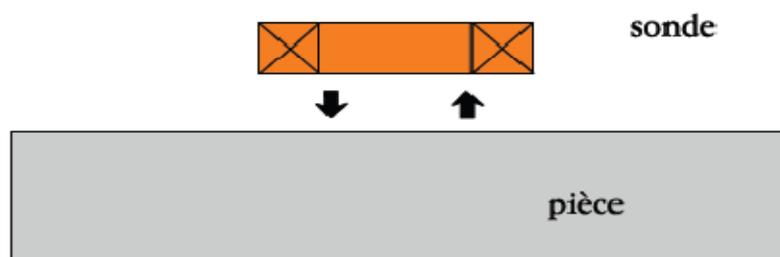


Figure I.9 : Sonde à double fonction

L'extraction des informations se fait par la mesure de l'impédance équivalente ou de la variation de l'impédance due à la présence du matériau au voisinage du capteur ou due à la présence d'un défaut dans ce matériau. Ce type de capteur favorise la mesure de grandeurs à évolution lentes tels que l'épaisseur de revêtement, l'entrefer (lift-off) et la conductivité.

- **Les capteurs à fonctions séparées**

Ces capteurs possèdent un enroulement dédié à l'excitation et un autre à la mesure. Cette conception est souvent utilisée pour la détection de défaut de grande taille ou profond.

Le principe de la détection est basé sur la traversée du champ d'une zone à une autre. La détection de ce genre de défaut nécessite l'augmentation des dimensions de la bobine d'excitation. Cette augmentation de la taille du capteur se fait au détriment de sa résolution spatiale lors de la réception. C'est alors qu'on associe la réception à une autre bobine de taille souvent plus petite que celle de l'émetteur. Les enroulements peuvent être alors enchevêtrés ou séparés.

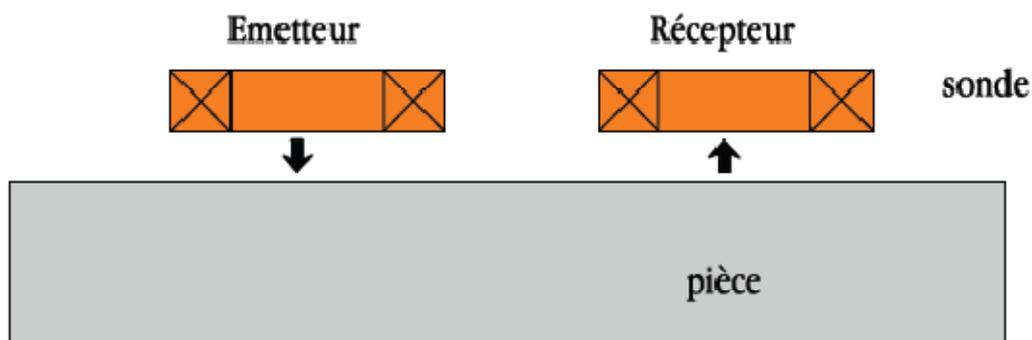


Figure I.10 : Sonde à fonctions séparées

I.4.7.6. Mode de contrôle

En fonction de l'intensité du champ, qui dépend des caractéristiques électromagnétiques de la pièce à identifier ou à contrôler et des perturbations éventuelles, on compte trois modes de mesure :

- Mode de contrôle absolu
- Mode de contrôle compensé
- Mode de contrôle différentiel

- **Mode de contrôle absolu**

Un capteur absolu est destiné à mesurer la valeur effective des caractéristiques du produit à examiner par rapport à une référence fixe. Le signal récupéré par la bobine est très faible en comparaison au signal émis. C'est pourquoi on utilise, en contrôle par courants de Foucault, une mesure comparative. La méthode absolue utilise un capteur à double fonction et la mesure se fait par comparaison du signal reçu à une référence artificielle électronique. Ce mode de mesure permet d'accéder simultanément aux grandeurs utiles et perturbatrices (par

exemple la température qui fait varier la perméabilité magnétique et la conductivité électrique du matériau à tester).

Ce type de contrôle est préférentiellement utilisé dans le domaine de la caractérisation électromagnétique et géométrique [43][44][45].

- **Mode de contrôle compensé**

Pour s'affranchir des grandeurs perturbatrices, on réalise le mode absolu compensé. Dans ce mode de contrôle on utilise deux bobines.

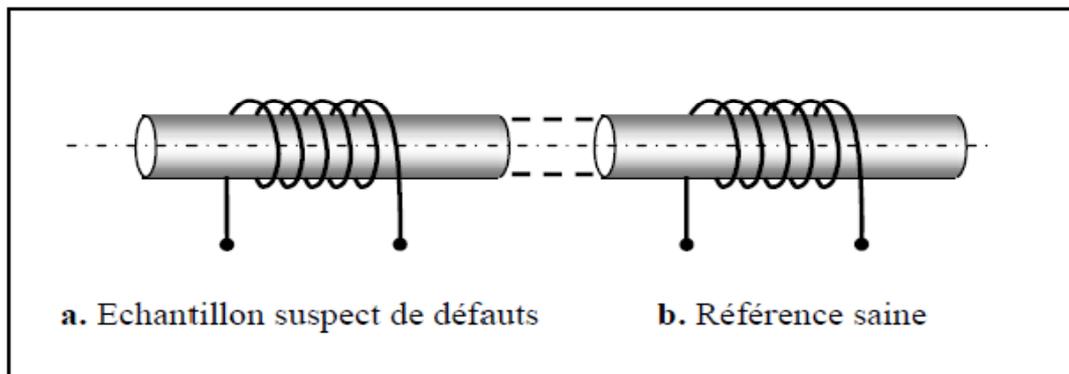


Figure I.11 : Mesure absolue compensée

L'une est positionnée à proximité d'une surface d'une pièce à contrôler et l'autre à proximité d'une autre surface saine du même matériau, comme le montre la figure I.11. La première capte les grandeurs utiles et perturbatrices alors que l'autre ne capte que les signaux perturbateurs. Une mesure comparative permet d'extraire seulement les signaux utiles.

- **Mode de contrôle différentiel**

Cette technique utilise deux capteurs absolus écartés, montés en tête-bêche parcourus par le même courant mais de signe opposé comme le montre la figure I.12. La mesure différentielle est équivalente à la comparaison permanente de deux mesures effectuées simultanément en deux emplacements voisins. Dans le cas de pièce saine, l'impédance du capteur différentiel est nulle. La réponse est sensible seulement aux variations brusques de la géométrie de la pièce à contrôler.

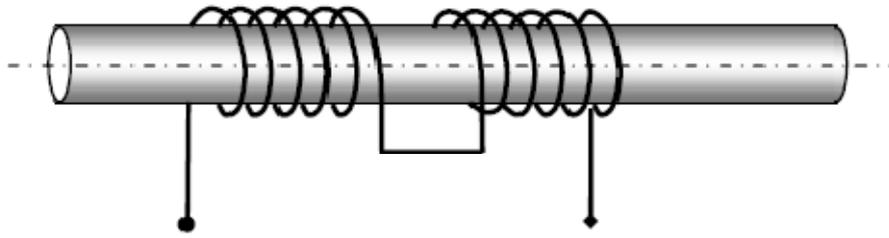


Figure I.12 : Mesure différentielle

Cette méthode est essentiellement utilisée en contrôle de santé [24][25][26]. Elle permet de mettre en évidence des défauts métallurgiques (anisotropie) et les variations dimensionnelles brutales telles que des fissures. Les défauts ponctuels sont bien détectés.

L'avantage de ce mode de mesure réside dans la suppression de tout signal dû à des variations lentes telles que les variations dimensionnelles ou les fluctuations de température ou de conductivité.

I.4.7.7. Matériau à inspecter

Au cours des ans, la technologie des capteurs et le traitement des données ont continuellement progressé et aujourd'hui la technique par courants de Foucault est reconnue comme étant rapide, simple et précise. C'est la raison pour laquelle elle est utilisée largement dans les industries de production et d'utilisation de produits métalliques pour la détection en surface ou en volume et la caractérisation physique des matériaux comme l'aluminium, l'acier inoxydable, le cuivre, le titane, le laiton, l'Inconel et même l'acier au carbone, le matériau à inspecter étant le siège des courants de Foucault [23].

I.4.7.8. Epaisseur de peau

Les courants de Foucault sont très sensibles à différents paramètres géométriques (la présence de défauts, la distance entre la bobine et la pièce, l'épaisseur de la pièce), électromagnétiques (la conductivité, la perméabilité) et thermiques. Le paramètre perturbateur est la température car elle modifie localement ou totalement la perméabilité ou la conductivité du matériau et donc l'impédance de la bobine réceptrice.

Quant on s'intéresse à une caractéristique électromagnétique ou géométrique, les autres sont par conséquent des paramètres perturbateurs. Cependant, si un contrôle cherche à mettre en évidence une caractéristique, il faut déterminer les paramètres de réglages optimaux (points de fonctionnement) et minimiser au maximum leurs variations. Par conséquent, la connaissance de l'influence de ces différents paramètres est nécessaire [23].

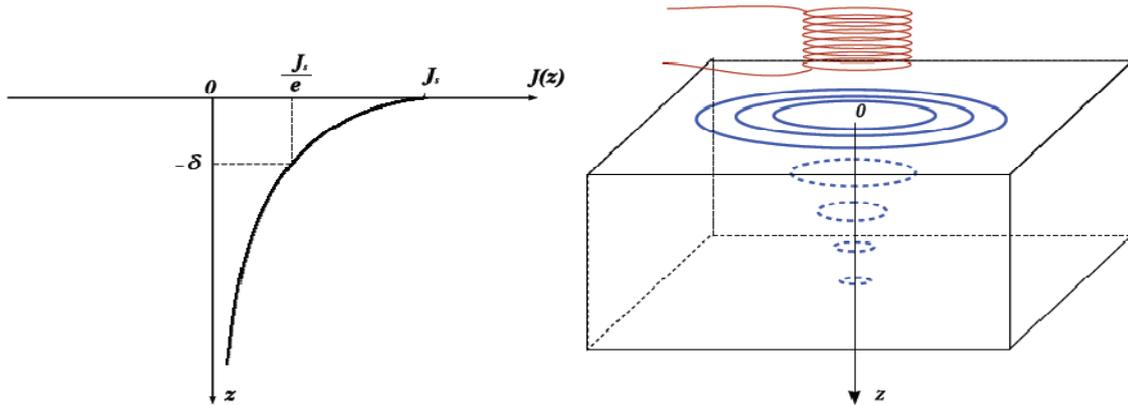


Figure I.13 : Répartition des courants de Foucault dans une pièce

La fréquence de travail, la conductivité et la perméabilité apparaissent dans l'épaisseur de peau électromagnétique telle que :

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{\pi \mu \sigma f}} \quad (\text{I.1})$$

Ce phénomène engendre une décroissance exponentielle de la densité de courant de Foucault, soit :

$$J(z) = J_0 e^{-z/\delta} \quad (\text{I.2})$$

I.4.7.9. Caractéristiques électromagnétiques du matériau à contrôler

Les faibles variations de la composition chimique d'un matériau (exemple de l'acier) influent sur l'amplitude et la phase du signal. Ces variations de composition agissent surtout sur la dureté qui, à son tour, par l'intermédiaire de la conductivité et de la perméabilité, modifie l'amplitude du signal fondamental et de ses harmoniques.

L'induction magnétique est directement proportionnelle à la perméabilité d'un matériau. L'inductance résultante d'une bobine avec un noyau ferromagnétique augmente donc d'un facteur μ_r ; ce qui rend l'épaisseur de peau très faible.

La conductivité est directement liée à la densité de courant inducteur et induite. Dans ce contexte, on cite un exemple élaboré en où les auteurs étudient la sensibilité à la variation de conductivité d'un capteur en fonction de la fréquence. Cette sensibilité est définie par la dérivée de la variation d'impédance par rapport à la conductivité.

Si la conductivité et la perméabilité sont considérées comme étant des éléments perturbateurs dans la détection des défauts et dans la caractérisation géométrique, il n'en est pas de même quand on s'intéresse à leurs évaluations. C'est la caractérisation électromagnétique des matériaux. Dans cette application, plusieurs travaux ont été réalisés

[40][41]. Entre autres, l'identification des différents matériaux dans une pièce en multicouches [46][47].

I.4.7.10. Caractéristiques géométriques du matériau à contrôler

Pour réaliser le contrôle complet d'une pièce, il faut déplacer, à une vitesse qui peut atteindre quelques mètres par seconde, la bobine à la surface de celle-ci et décoder les variations d'impédance qui traduisent la présence d'une anomalie à l'intérieur de la pièce. Ce déplacement provoque des variations de position du capteur par rapport à la surface de la pièce (coefficient de remplissage) et engendre ainsi des fluctuations d'impédance dites lift-off (Figure I.14). Ces fluctuations peuvent prendre une amplitude telle qu'elles masqueront des indications sur les caractéristiques des défauts. Il est donc essentiel d'en connaître l'influence et de maîtriser au mieux ce paramètre expérimental.

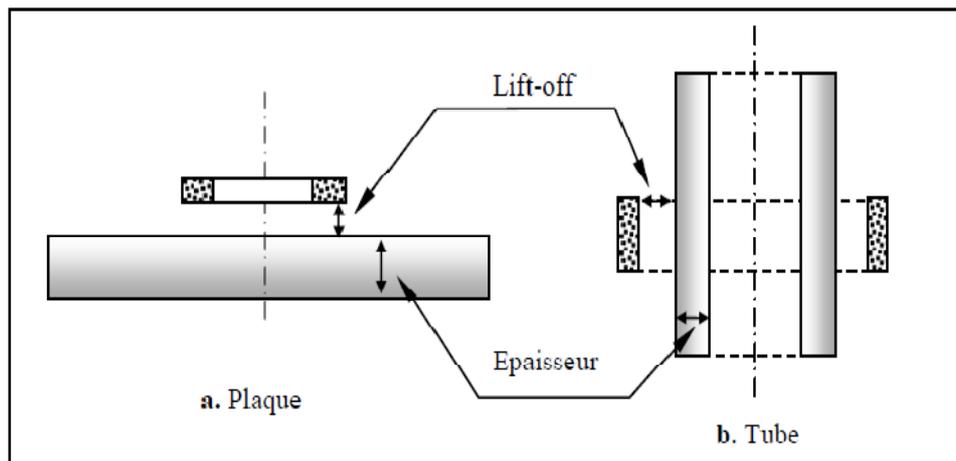


Figure I.14 : Définition des paramètres géométriques

Une des utilisations de la technique du contrôle par courants de Foucault est l'évaluation dimensionnelle des couches constitutives de la pièce [39][40][42][43][44]. Cela revient à mesurer l'épaisseur des différentes couches isolante et conductrice. La détection dimensionnelle des couches isolantes, du point de vue électromagnétique, est équivalente à la mesure de l'entrefer entre le capteur et la partie conductrice. C'est le lift-off. Dans ce cas, ce paramètre n'est plus perturbateur.

I.4.7.11. Éléments perturbateurs

Dans tous les traitements de problèmes à plusieurs variables, quand on s'intéresse à une grandeur, les autres des paramètres doivent être maîtrisés. Dans les descriptions précédentes nous avons précisé, pour chaque nature de détection, les perturbations qui peuvent surgir lors de la pratique du contrôle. Pour la maîtrise des paramètres, on conçoit

généralement des capteurs spécifiques (capteur différentiel) et des excitations en multi fréquences (double et triple fréquence) [27].

Dans le domaine de contrôle et d'évaluation non destructifs par courant de Foucault, la température est le seul élément purement perturbateur. La perméabilité magnétique et la conductivité électrique du matériau varient avec la température. Toute variation thermique devient très gênante pour les appareils qui assurent une mesure absolue tels que ceux destinés à des mesures d'épaisseur ou de détection d'anomalies.

I.4.7.12. Impédance normalisée

L'inspection des matériaux consiste à mesurer les variations d'impédance de la bobine. En général, on utilise une méthode comparative, dont l'objet est de mesurer la différence entre l'impédance Z de la bobine en présence de la pièce à inspecter et l'impédance Z_0 de la bobine dans l'air. En absence du matériau à contrôler, l'impédance complexe Z_0 du capteur est [1] :

$$\bar{Z}_0 = R_0 + jX_0 \quad (\text{I.3})$$

R_0 et X_0 sont respectivement la résistance et la réactance à vide de la bobine du capteur.

En présence du matériau à contrôler, le champ réactif provoque une modification de l'impédance du capteur. L'impédance complexe en charge \bar{Z} est :

$$\bar{Z} = R + jX \quad (\text{I.4})$$

R est la composante résistive qui englobe les pertes internes du bobinage d'excitation et les pertes par courants de Foucault dues à la pénétration du champ dans le matériau. X est la composante inductive qui représente la réactance du bobinage d'excitation, liée à la topologie des lignes de champ magnétique émises par le capteur.

Pour éliminer les composantes de l'impédance à vide R_0 et X_0 (pertes à vide, l'inductance propre du capteur) et garder uniquement la géométrie du capteur, sa position relative au matériau (lift-off) et les caractéristiques géométriques et physiques du matériau, on procède à la normalisation de l'impédance complexe du capteur en présence du matériau. Cette normalisation est donnée par :

$$\bar{Z}_n = \frac{\bar{Z} - R_0}{X_0} = R_n + jX_n \quad (\text{I.5})$$

$$R_n = \frac{R - R_0}{X_0} \quad (\text{I.6})$$

$$X_n = \frac{X}{X_0} \quad (\text{I.7})$$

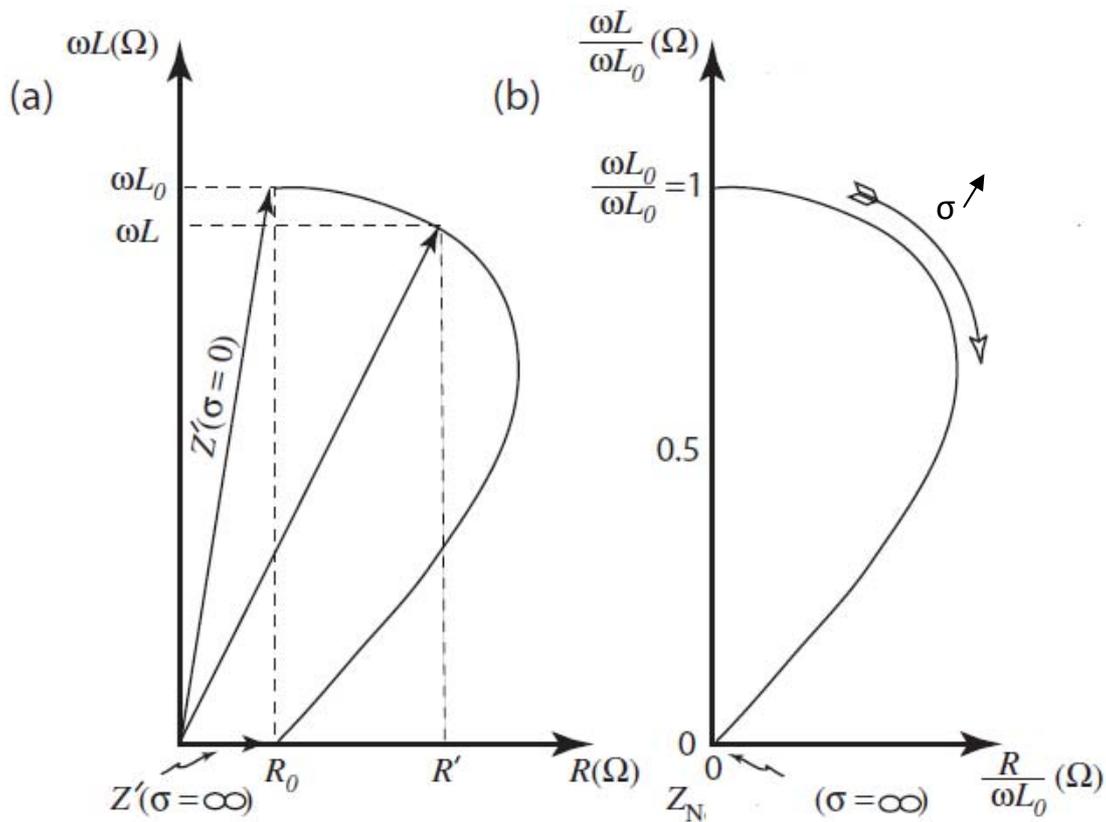


Figure I.15 : (a) Plan d'impédance non-normalisée ; (b) Plan d'impédance normalisée

I.4.7.13. Avantages du CND par courants de Foucault

Le CND par CF [48]:

- Permet la détection des défauts débouchants ou faiblement enfouis (quelques millimètres) dans tout matériau conducteur.
- Ne nécessite pas l'utilisation de produits couplants. Ceci en facilite par conséquent l'utilisation. De même, aucune nuisance ou pollution n'est engendrée ni pour l'utilisateur ni pour l'environnement, contrairement, par exemple au ressuage, largement utilisé, qui nécessite l'application de produits chimiques nocifs.
- Transportabilité : le CND par CF ne nécessite pas de dispositif encombrant, et peut donc être effectué à des endroits difficilement accessibles moyennant un équipement portable. De même les contrôles à température élevées sont possibles.

I.4.7.14. Limites du CND par courants de Foucault

- Il ne s'applique qu'à des matériaux électriquement conducteurs
- Il n'est pas adapté pour détecter des défauts à forte profondeur.
- L'interprétation des signaux est souvent complexe.

I.5. Conclusion

Une recherche bibliographique approfondie sur le contrôle non destructif par courants de Foucault a été réalisée. Elle est cependant limitée aux éléments intervenant dans le phénomène électromagnétique. Partant de la source d'excitation, à travers le capteur et le matériau à examiner, nous arrivons à la mesure de l'impédance complexe aux bornes du capteur. Cette grandeur, résultante de la topologie des courants de Foucault, nous informera sur l'état dimensionnel, physique et de santé du matériau à contrôler. De ce fait, nous ne nous intéressons qu'au calcul des courants de Foucault et de la variation d'impédance qui en résulte. Pour ce faire, on aborde d'abord la présentation du modèle général de Maxwell qui fera l'objet du chapitre suivant.

II.1. Introduction

L'objectif de ce chapitre est de résumer les équations mathématiques de base qui décrivent les phénomènes électromagnétiques intervenant dans le contrôle non destructif par courants de Foucault. Nous présentons la simplification de ces équations aux cas de régime quasi-stationnaire ainsi que leurs formulations à des configurations géométriques spécifiques. Nous établissons différentes formulations de l'impédance et cela en fonction de la grandeur d'état, selon laquelle les équations simplifiées de Maxwell sont résolues.

II.2. Equations de base de l'électromagnétisme

II.2.1. Historique

Tout au début, les phénomènes électriques et magnétiques ont été étudiés séparément. Les interactions entre ces deux phénomènes ont été mises en évidence pour la première fois par : Ampère (1775-1836), qui a prouvé que la source du magnétisme est le courant électrique, Gauss (1777-1855), qui a démontré que la source du champ électrique est la charge électrique statique, et Faraday (1791-1867) qui relie la création de l'un des champs électrique et magnétique par l'autre et vis versa. Le couplage des deux phénomènes qu'on regroupe en un mot «Electromagnétisme », on le doit à James Clerk Maxwell (1831-1879). Ce génie a exploité les découvertes des précédents, pour donner une formulation la plus complète de l'électromagnétisme liant les grandeurs électriques et magnétiques [49][50][51].

II.2.2. Equations de Maxwell

Les équations de Maxwell spécifient que toute variation spatiale ou temporelle d'un champ électromagnétique en un point de l'espace entraîne ou est due à l'existence d'un autre champ au même point. Ces équations sont donc locales et sont valables dans n'importe quel système d'axes. Ainsi, dans tous les problèmes nécessitant le calcul du champ électromagnétique qui règne dans un système matériel, on utilise les quatre équations fondamentales aux dérivées partielles de MAXWELL, qui sous leurs formes la plus générale s'écrivent :

$$\text{Maxwell-Gauss:} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \quad (\text{II.1})$$

$$\text{Maxwell-Faraday:} \quad \vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II.2})$$

$$\text{Conservation du flux:} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{II.3})$$

$$\text{Maxwell-Ampère:} \quad \vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{II.4})$$

\vec{E} [V/m] et \vec{H} [A/m] : Champ électrique et magnétique.

\vec{D} [C/m²] et \vec{B} [T] : Induction électrique et magnétique.

\vec{J}_c [A/m²] et ρ [C/m³] : Densité de courants de conduction et de charge électrique.

L'équation (II.4) est une généralisation du théorème d'Ampère. Elle permet d'établir la relation entre le champ électromagnétique et les courants électriques. Elle traduit la création d'un champ magnétique par les courants électriques de conduction et de déplacement.

L'équation (II.2) correspond à la loi d'induction de Faraday, qui établit le lien entre un champ électrique et un flux magnétique. Cette loi traduit le phénomène inductif qui se produit dans un conducteur soumis à un champ magnétique variable ou dans un conducteur en mouvement soumis à un champ magnétique constant.

Ces deux équations (II.4) et (II.2) définissent la relation entre les champs et leurs sources.

Les équations (II.1) et (II.3) traduisent respectivement la conservation de la charge électrique et du champ magnétique.

II.2.3. Lois de comportement des milieux

Les grandeurs et les liaisons des cinq champs vectoriels précédents dépendent des caractéristiques électromagnétiques du milieu où ils règnent. Ainsi, pour définir complètement le phénomène électromagnétique à l'intérieur d'un milieu isotrope et homogène, on rajoute aux équations précédentes les lois de comportement de ce milieu :

- **Relations du milieu**

$$\vec{B} = \mu(\vec{H}).\vec{H} \quad (\text{II.5})$$

$$\vec{D} = \varepsilon(\vec{E}).\vec{E} \quad (\text{II.6})$$

Dans le cas linéaire nous avons :

$$\mu = \mu_0 \mu_r = C^{te} \quad (\text{II.7})$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r = C^{te} \quad (\text{II.8})$$

μ : Perméabilité magnétique [H/m].

$\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$: Perméabilité magnétique du vide [H/m].

μ_r : Perméabilité magnétique relative du milieu considéré.

ε : Permittivité électrique [F/m].

ε_0 : Permittivité électrique du vide $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} 10^{-9}$ [F/m].

ε_r : Permittivité relative du milieu considéré.

- **Loi d'Ohm**

Elle exprime la relation liant la densité du courant \vec{j} au champ électrique \vec{E} à travers la conductivité σ , elle est donnée par :

$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E} \quad (\text{II.9})$$

σ : Conductivité électrique $[(\Omega \cdot \text{m})^{-1}]$.

II.2.4. Equation de continuité

L'équation de continuité appelée aussi équation de la conservation de la charge électrique est donnée par :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (\text{II.10})$$

II.2.5. Relations de passages

A l'interface entre deux milieux différents respectivement (1) et (2), les champs de vecteurs doivent vérifier certaines conditions dites relations de passages. Elles s'énoncent comme suit [52][53]:

- **Discontinuité de la composante normale de l'induction électrique**

$$(\vec{D}_{n1} - \vec{D}_{n2}) \cdot \vec{n} = \sigma_s \quad (\text{II.11})$$

\vec{D}_{n1} : La composante normale de l'induction électrique dans le milieu 1.

\vec{D}_{n2} : La composante normale de l'induction électrique dans le milieu 2.

σ_s : Densité de charge électrique portée par la surface de séparation.

\vec{n} : Vecteur unité suivant la normale de l'interface.

- **Conservation de la composante tangentielle du champ électrique**

$$(\vec{E}_{t1} - \vec{E}_{t2}) \wedge \vec{n} = 0 \quad (\text{II.12})$$

\vec{E}_{t1} : La composante tangentielle du champ électrique dans le milieu 1.

\vec{E}_{t2} : La composante tangentielle du champ électrique dans le milieu 2.

- **Conservation de la composante normale de l'induction magnétique**

$$(\vec{B}_{n1} - \vec{B}_{n2}) \cdot \vec{n} = 0 \quad (\text{II.13})$$

\vec{B}_{n1} : La composante normale de l'induction magnétique dans le milieu 1.

\vec{B}_{n2} : La composante normale de l'induction magnétique dans le milieu 2.

- **Discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique**

$$(\vec{H}_{t1} - \vec{H}_{t2}) \wedge \vec{n} = k \quad (\text{II.14})$$

\vec{H}_{t1} : La composante tangentielle du champ magnétique dans le milieu 1.

\vec{H}_{t2} : La composante tangentielle du champ magnétique dans le milieu 2.

K : Densité de courant porté par la surface de séparation.

II.2.6. Conditions aux limites

- **Condition type Dirichlet**

Cette condition nous informe sur la valeur exacte de l'inconnue sur la frontière du domaine d'étude.

Elle est sous forme :

$$A = A_0 \quad (\text{II.15})$$

A : La fonction inconnue.

A_0 : Constante.

- **Condition type Neumann**

Elle est appliquée sur la frontière lorsque la valeur de la grandeur calculée n'est pas connue à la frontière du domaine d'étude.

$$\frac{\partial A}{\partial n} = A_0 \quad (\text{II.16})$$

- **Condition mixte**

C'est la combinaison des deux types précédents, elle s'exprime de la manière suivante :

$$\alpha A + \beta \frac{\partial A}{\partial n} = \gamma \quad (\text{II.17})$$

Où : α , β et γ sont des constantes.

- **Condition de périodicité et d'anti-périodicité**

Cette périodicité du champ peut être utilisée pour définir un autre type de conditions aux limites pour réduire la taille du modèle numérique. On parle alors de condition de périodicité. La condition de l'anti-périodicité est appliquée lorsque nous avons les mêmes contraintes en module mais de polarité inverse.

Elle s'exprime comme suit :

$$A|_{\Gamma} = K.A|_{\Gamma+d\Gamma} \quad (\text{II.18})$$

A : Fonction inconnue.

$d\Gamma$: Période spatiale suivant le contour Γ .

Si : $K=1$, condition périodique.

Si : $K=-1$, condition anti-périodique.

II.3. Electromagnétisme en régime quasi-stationnaire

II.3.1. Hypothèses simplificatrices

Les équations qui précèdent décrivent globalement les phénomènes électromagnétiques et s'appliquent à des états quelconques [47][49]. Dans la pratique, en fonction du domaine d'utilisation, on simplifie ces équations. Ces dernières se découpent alors en donnant naissance à des modèles plus simples [50].

Dans le cas d'une excitation sinusoïdale les courants de conduction et de déplacement sont définis respectivement comme suit :

$$\vec{J}_c = \sigma \cdot \vec{E} \quad (\text{II.19})$$

$$\vec{J}_D = j2\pi f \epsilon \vec{E} \quad (\text{II.20})$$

Dans le domaine de l'électrotechnique, la fréquence utilisée est au maximum de l'ordre de 1MHZ.

Les distances de la région où on observe les phénomènes sont faibles devant la longueur d'onde du champ électromagnétique.

Les matériaux utilisés dans le contrôle non destructif par courants de Foucault sont suffisamment conducteurs pour considérer que le rapport (ϵ/σ) très faible.

De ces trois hypothèses, on conclut que l'approximation des régimes quasi-stationnaires est valable. En terme de courant, cela revient à négliger le courant de déplacement $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ devant le courant de conduction \vec{J}_c .

II.4. Equations électromagnétiques couplées

Les approximations précédentes ont pour rôle de réduire le phénomène électromagnétique à un phénomène d'induction.

En introduisant le potentiel magnétique vecteur, dont l'induction magnétique dérive dans l'espace, et le potentiel scalaire électrique où le champ électrique dérive de celui-ci, le problème se résume à résoudre les deux équations couplées suivantes :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \vec{A} = -\mu \vec{J} \quad (\text{II.21})$$

$$\vec{j} = -\sigma \overline{\nabla V} - \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (\text{II.22})$$

Où \vec{A} [T.m] est le potentiel vecteur magnétique et V [V] est le potentiel scalaire électrique.

II.5. Equations des différentes régions d'un système électromagnétique

II.5.1. Equation dans le vide

Les régions non-conductrices sont caractérisées par une conductivité nulle l'équation en terme de \vec{A} est donnée par :

$$\overline{\nabla} \cdot \overline{\nabla} \vec{A} = 0 \quad (\text{II.23})$$

II.5.2. Equation dans l'inducteur

L'inducteur est caractérisé par une perméabilité magnétique égale à celle du vide. Lorsque celui-ci est alimenté par un générateur de tension, l'équation en terme de \vec{A} devient :

$$\overline{\nabla} \cdot \overline{\nabla} \vec{A} = -\mu J_s \quad (\text{II.24})$$

Dans ce cas, le potentiel scalaire V doit être relié à la tension du générateur alimentant l'inducteur, le courant de celui-ci étant inconnu.

II.5.3. Equation dans la charge (l'induit)

Dans ce cas le courant n'est créé que par la variation temporelle du potentiel vecteur magnétique par conséquent on a :

$$\overline{\nabla} \cdot \overline{\nabla} \vec{A} = -\mu J_i \quad (\text{II.25})$$

Avec :

$$\vec{j}_i = -j\omega\sigma A \quad (\text{II.26})$$

II.6. Techniques de calcul d'impédance

II.6.1. Hypothèses

Considérant une bobine de section Ω et formée de N spires jointives disposées en séries. La densité de courant est de répartition uniforme. La spire élémentaire à la bobine est soumise à une tension du et parcourue par une l'intensité du courant I.

$$I = \iint_{\Omega} \vec{j} \cdot d\vec{\Omega} \quad (\text{II.27})$$

$$I = \frac{J\Omega}{N} \quad (\text{II.28})$$

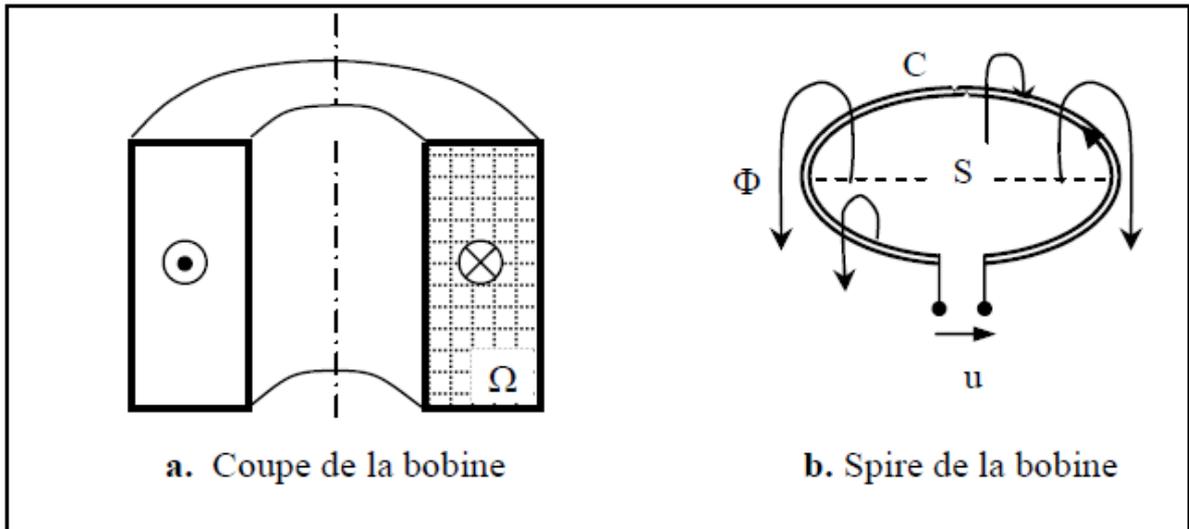


Figure II.1: Bobine à N spires jointives

La tension totale est la somme des tensions élémentaires de chaque spire car les spires sont disposées en série, soit :

$$U = \frac{1}{\Omega} \iint_{\Omega} u d\Omega \quad (\text{II.29})$$

Différents types de formulation de l'impédance sont possibles. Ces formulations se différencient dans la variable d'état utilisée. Le choix de la variable d'état est relatif aux configurations du problème et à la solution issue de la résolution des équations de Maxwell.

II.6.2. Impédance à travers les énergies électromagnétiques

Le comportement électromagnétique de l'ensemble bobine - matériau à contrôler peut-être étudié au moyen d'une analogie électrique : un circuit constitué de deux bobines couplées de manière inductive est équivalent à un seul circuit dont les paramètres sont ramenés à la bobine source. D'après cette équivalence, l'énergie magnétique du système (capteur - pièce) est égale à l'énergie magnétique du circuit équivalent. Il en est de même pour l'énergie dissipée par effet Joule [29] [49].

La résistance R vue par le capteur peut-être évaluée à travers le calcul de la puissance perdue par effet Joule, soit :

$$P_J = \iiint_v \frac{J^2}{\sigma} dv \quad (\text{II.30})$$

$$P_J = RI^2 \quad (\text{II.31})$$

D'où :

$$R = \frac{N^2}{S^2 J^2} P_J \quad (\text{II.32})$$

De même l'énergie magnétique emmagasinée nous permet de déduire l'inductance du système.

$$W_m = \frac{1}{2} \iiint_v \frac{B^2}{\mu} dv \quad (\text{II.33})$$

$$W_m = \frac{1}{2} LI^2 \quad (\text{II.34})$$

D'où :

$$L = \frac{2N^2}{S^2 J^2} W_m \quad (\text{II.35})$$

Cette méthode permet de calculer la résistance et l'inductance (réactance) d'une bobine de manière extrêmement simple et rapide même si cette bobine est en présence d'un matériau réactif. Néanmoins, cette méthode est applicable uniquement aux capteurs double fonctions, c'est-à-dire aux capteurs faisant office en même temps d'émetteur et de récepteur. Nous devons donc nous tourner vers d'autres types de méthodes pour les capteurs à fonctions séparées.

II.6.3. Impédance à travers la théorie des circuits

La théorie des circuits est généralisée par les équations (II.1) et (II.4) de Maxwell. L'équation (II.1) traduit la continuité électrique (loi des nœuds en théorie des circuits). L'équation (II.4) de Maxwell - Ampère généralise la deuxième loi de Kirchhoff (loi des mailles). Cette équation écrite en fonction du potentiel vecteur magnétique et du potentiel scalaire électrique est donnée par l'équation (II.13) ; réécrite en fonction du champ électrique et en notation complexe, elle devient [43][55]:

$$\vec{E} = -j\omega\vec{A} - \nabla V \quad (\text{II.36})$$

Après intégration sur le contour d'une spire élémentaire cette équation devient :

$$-\iint_c \nabla V \cdot \vec{dl} = \int_c \vec{E} \cdot \vec{dl} + j\omega \int_c \vec{A} \cdot \vec{dl} = 0 \quad (\text{II.37})$$

Elle exprime que la somme algébrique de toutes les tensions le long d'un contour C ou d'une maille est nulle. Autrement dit, la tension appliquée aux bornes d'un contour ou d'un circuit est égale à la somme des chutes de tensions résistive et inductive le long de celui-ci.

Notant que du est la tension appliquée à ce contour, soit :

$$u = -\iint_c \nabla V \cdot \vec{dl} \quad (\text{II.38})$$

Ainsi l'équation (II.36) devient :

$$u = \int_c \vec{E} \cdot \vec{dl} + j\omega \int_c \vec{A} \cdot \vec{dl} \quad (\text{II.39})$$

La combinaison de (II.14) et (II.25) aboutit à l'expression de la tension totale en fonction des champs.

$$U = \frac{1}{\Omega} \iint_{\Omega} \left(\int_c \vec{E} \cdot \vec{dl} \right) d\Omega + j \frac{\omega}{\Omega} \iint_{\Omega} \left(\int_c \vec{A} \cdot \vec{dl} \right) d\Omega \quad (\text{II.40})$$

Faisant intervenir le courant total traversant la section du contour, l'impédance n'est autre que :

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{N U}{\Omega J} = R + jX \quad (\text{II.41})$$

$$Z = \frac{1}{\Omega I} \left[\iint_{\Omega} \left(\int_c \vec{E} \cdot \vec{dl} \right) d\Omega + j\omega \iint_{\Omega} \left(\int_c \vec{A} \cdot \vec{dl} \right) d\Omega \right] \quad (\text{II.42})$$

Si dans l'entourage de la bobine se trouve un matériau qui provoque une réaction sur celle-ci, le potentiel vecteur magnétique ne sera plus réel et sera composé d'une partie réelle et d'une partie imaginaire. Ainsi, le potentiel magnétique vecteur peut-être écrit sous la forme complexe suivante :

$$\vec{A} = A e^{j\omega t} = \text{Re}(\vec{A}) - j \text{Im}(\vec{A}) \quad (\text{II.43})$$

En injectant cette forme complexe du potentiel (II.29) dans l'expression de la tension totale (II.26), cette dernière devient :

$$U = \iint_{\Omega} \left(\int_c \vec{E} \cdot \vec{dl} \right) d\Omega - \omega \iint_{\Omega} \text{Im} \left(\int_c \vec{A} \cdot \vec{dl} \right) d\Omega + j\omega \iint_{\Omega} \text{Re} \left(\int_c \vec{A} \cdot \vec{dl} \right) d\Omega \quad (\text{II.44})$$

Appliquant la relation (II.27) de l'impédance en fonction de la tension et du courant, nous arrivons à la forme générale de l'impédance.

$$R = \frac{1}{I} \iint_{\Omega} \left(\int_c \vec{E} \cdot \vec{dl} \right) d\Omega - \frac{\omega}{I} \iint_{\Omega} \text{Im} \left(\int_c \vec{A} \cdot \vec{dl} \right) d\Omega \quad (\text{II.45})$$

$$X = j \frac{\omega}{I} \iint_{\Omega} \text{Re} \left(\int_c \vec{A} \cdot \vec{dl} \right) d\Omega \quad (\text{II.46})$$

Ces expressions des paramètres de l'impédance s'appliquent que ce soit à une bobine seule ou en présence d'un matériau conducteur.

II.6.4. Impédance à travers l'induction ou le flux magnétique

En configuration double fonction ou fonctions séparées, L'impédance du bobinage peut-être calculée à l'aide d'une méthode générale reposant sur le calcul du flux de l'induction magnétique [2] [50].

Partant de l'équation de Maxwell – Faraday (II.2), après intégration sur la surface S enveloppée par le contour C de la bobine (Figure II.3) et application du théorème de Stokes [49], nous arrivons à :

$$\int_c \vec{E} \cdot \vec{dl} = -j\omega \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad (\text{II.47})$$

Pour obtenir la tension aux bornes de la bobine, nous faisons la somme de toutes les tensions élémentaires des spires. Ainsi, l'équation (II.17) appliquée à l'ensemble des spires formant la bobine devient :

$$\iint_{\Omega} \left(\int_c \vec{E} \cdot \vec{dl} \right) d\Omega = -j\omega \iint_{\Omega} \left(\iint_S \vec{B} d\vec{S} \right) d\Omega = -j\omega \iint_{\Omega} \Phi d\Omega \quad (\text{II.48})$$

Sachant que l'impédance électrique peut être évaluée à partir de :

$$Z = R + jX = \frac{1}{I} \iint_{\Omega} \left(\int_c \vec{E} \cdot \vec{dl} \right) d\Omega \quad (\text{II.49})$$

Et en introduisant la forme complexe du flux magnétique, la combinaison des équations (II.18) et (II.19) donne :

$$Z = \frac{\omega}{I} \left(\iint_{\Omega} \text{Im}(\Phi) d\Omega - j \iint_{\Omega} \text{Re}(\Phi) d\Omega \right) \quad (\text{II.50})$$

Les paramètres de l'impédance sont alors :

$$R = \frac{\omega}{I} \iint_{\Omega} \text{Im}(\Phi) d\Omega \quad (\text{II.51})$$

$$X = -j \iint_{\Omega} \text{Re}(\Phi) d\Omega \quad (\text{II.52})$$

Ou :

$$R = \frac{\omega}{I} \iint_{\Omega} \left(\iint_S \text{Im}(\vec{B} d\vec{S}) \right) d\Omega \quad (\text{II.53})$$

$$X = -j \frac{\omega}{I} \iint_{\Omega} \left(\iint_S \text{Re}(\vec{B} d\vec{S}) \right) d\Omega \quad (\text{II.54})$$

L'expression de l'impédance ainsi établie peut s'appliquer indifféremment aux capteurs à double fonction ou à fonctions séparées. Cependant, la majorité des méthodes de résolution utilisent une variable d'état autre que l'induction ou le flux magnétique. Par conséquent, il est préférable de formuler l'impédance en fonction du potentiel vecteur magnétique.

En introduisant le potentiel vecteur magnétique, les équations (II.53) et (II.54) deviennent comme suit:

$$\text{Re}(Z) = \frac{N^2}{J.S^2} \omega \cdot \iint_S 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \text{Im}(A) \cdot dS \quad (\text{II.55})$$

$$\text{Im}(Z) = \frac{N^2}{J.S^2} \omega \cdot \iint_S 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \text{Re}(A) \cdot dS \quad (\text{II.56})$$

Avec :

r : Rayon de la bobine.

II.7. Conclusion

En se limitant aux configurations cartésiennes et aux caractéristiques électromagnétiques linéaires et en utilisant l'approximation quasi-stationnaire, nous avons réduit les équations de Maxwell à deux équations exprimant le couplage entre le potentiel vecteur magnétique et la densité de courant électrique. Les grandeurs électromagnétiques peuvent être réduites à une variable d'état. Cette variable peut ainsi être soit le potentiel vecteur magnétique, le flux magnétique, l'induction magnétique ou le courant électrique. A chaque variable d'état correspond une formulation du calcul d'impédance.

III.1. Introduction

La simulation consiste à reproduire par le calcul le fonctionnement d'un système. Elle s'appuie sur une modélisation et fait appel à des méthodes mathématiques et informatiques spécifiques. En chaque point du système considéré, plusieurs grandeurs physiques (vitesse, température, champ électromagnétique...) décrivent son état. Ces grandeurs physiques ne sont pas indépendantes, mais liées par des équations, généralement aux dérivées partielles. Ces équations constituent la traduction mathématique des lois de la physique qui régissent le comportement du système. Modéliser, c'est pouvoir déterminer l'état du système pour une source donnée.

Dans le domaine du CND par CF la compréhension des phénomènes physiques mis en jeu permet d'élaborer un modèle mathématique qui pourra prédire la réponse de la sonde en fonction des paramètres de la cible, qui doivent être connus. Ce modèle est basé sur la résolution des équations de Maxwell. Selon la complexité de la configuration cette résolution peut être analytique ou numérique.

III.2. Méthodes analytiques

La résolution analytique des équations de Maxwell permet d'obtenir une solution mathématique exacte du problème, néanmoins elle reste limitée à des configurations simples. À titre d'exemple on peut citer les travaux de Dodd et al qui ont procédé à des solutions directes des équations différentielles par la méthode de séparation des variables. Parmi ces travaux on retrouve :

- Une bobine à air axisymétrique de section rectangulaire située au-dessus de deux couches métalliques parallèles de matériaux différents [56].
- Une bobine de section rectangulaire encerclant deux cylindres métalliques concentriques [57].

Des développements plus récents permettent notamment de considérer le cas d'une bobine avec noyau magnétique sur une pièce plane [58] ou le cas d'une bobine à air inclinée sur une pièce plane [59]. Cependant, la complexité des configurations de CND par CF fait qu'une solution analytique est souvent soit impossible à obtenir, soit très complexe et très coûteuse en ressources de calcul. Une alternative est alors de mettre en œuvre des méthodes numériques.

Parmi ces méthodes on cite la méthode de séparation des variables, le noyau de Green, loi de Biot et Savart et le théorème de réciprocité de Lorentz.

III.3. Méthodes numériques

Les méthodes numériques permettent d'étudier des configurations sonde-pièce plus variées. L'essor de l'informatique, dans les années 50, a permis de mettre au point plusieurs méthodes numériques dans le domaine de l'électromagnétisme [60]. Celles-ci sont d'autant plus utilisées que les configurations à traiter sont complexes que ce soit du côté géométrie ou phénoménologiquement hétérogène et non linéaire.

Parmi ces méthodes, on pourra citer la méthode des différences finies, la méthode des éléments de frontières, la méthode des intégrales de volume et la méthode des éléments finis (MEF).

III.3.1. Méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis [61] [62] est basée sur la transformation des équations aux dérivées partielles en un système d'équations algébriques. Elle s'adapte très bien aux milieux hétérogènes et aux domaines de formes complexes.

C'est cette méthode que nous avons retenue. Elle est présentée plus en détail dans la suite de ce chapitre.

III.3.1.1. Etapes de résolution par la MEF

D'une façon générale, la résolution par la MEF inclut les étapes suivantes :

- Obtention de la formulation variationnelle du problème et définition des espaces fonctionnels de solutions admissibles.
- Réalisation d'un maillage, correspondant à la discrétisation du domaine d'étude en éléments (triangles, tétraèdres, hexaèdres...) sur lesquels les champs sont écrits en termes d'un nombre fini de degrés de liberté et de fonctions de base à support local
- Calcul des matrices élémentaires qui, après assemblage, génèrent un système matriciel creux.
- Résolution du système algébrique pour l'obtention d'une solution approchée du problème.

III.3.1.2. Principe de la méthode variationnelle

La méthode variationnelle nécessite la connaissance a priori de la fonctionnelle d'énergie du système à étudier. Celle ci est déterminée a partir du principe de l'action Hamiltonienne qui stipule l'existence d'une fonctionnelle type intégrale définie par :

$$F(A) = \int_{\Omega} L. d\Omega \quad (\text{III.1})$$

Avec :

Ω : Domaine d'étude.

L : Fonction de Lagrange déduite de la différence entre l'énergie cinétique et l'énergie potentielle du système.

Dans le Cas d'un phénomène magnétostatique, la fonction L est donnée par :

$$L = \int_0^B v \cdot b db - JA \quad (III.2)$$

La fonctionnelle d'énergie est donnée alors comme suit :

$$F(A) = \int_{\Omega} \left[\int_0^B v \cdot b db - JA \right] \cdot d\Omega \quad (III.3)$$

Où :

L : Fonction de Lagrange.

A : Potentiel vecteur magnétique [T. m].

J : Densité de courant [A/m^2]

v : Réductivité magnétique [H/m]⁻¹

B : Induction magnétique [T].

La résolution du problème variationnel ainsi défini, revient à minimiser la fonctionnel d'énergie F(A). La minimisation est effectuée en utilisant le principe de Rayleigh-Ritz qui consiste à écrire :

$$\frac{\partial F(A)}{\partial A_i} = 0 \quad (III.4)$$

Ou :

$$\frac{\partial F(A)}{\partial A_1} = \frac{\partial F(A)}{\partial A_2} = \dots = \frac{\partial F(A)}{\partial A_N} = 0 \quad (III.5)$$

N : Nombre de nœuds du domaine d'étude.

A_i : Est l'inconnu aux nœuds i du domaine.

III.3.1.3. Méthode des résidus pondérés

a) Principe de la méthode

La méthode des résidus pondérés est basée sur la détermination du résidu par :

$$R = L(A) - f_V \quad (III.6)$$

Avec :

R : représente le résidu de l'approximation.

L(A) : Opérateur différentiel.

f_V : Fonction définie sur le domaine d'étude Ω

A : L'inconnue du problème.

A l'aide de fonctions de pondération bien choisies, on impose à l'intégrale du résidu de s'annuler en n points du domaine Ω :

$$\int_{\Omega} R_i \cdot \phi_i \cdot d\Omega = 0 \quad (\text{III.7})$$

ϕ_i : Fonction de projection

Les valeurs de A qui permettent d'annuler l'intégrale, sont solution du système algébrique obtenu.

b) Différentes méthodes déduites des résidus pondérés

Le choix des fonctions de pondération appelées aussi fonctions de projection, conduit a plusieurs méthodes. Parmi celles-ci nous citerons :

- La méthode de collocation par point.
- La méthode des moindres carrés.
- La méthode de Galerkin.

La méthode de collocation par point utilise les fonctions de Dirac comme fonction de pondération, la méthode des moindres carrés est basée sur la minimisation de la norme quadratique de l'erreur sur l'équation et les conditions aux limites. La méthode de Galerkin consiste a choisir des fonctions de projection identiques aux fonctions d'approximation.

Contrairement à la méthode variationnelle. La méthode des résidus pondérés ne nécessite pas la connaissance au préalable, de la fonctionnelle d'énergie du système.

Dans le cas de l'utilisation de la méthode de Galerkin, on obtient un système algébrique symétrique facile a résoudre

On se limitera dans ce qui suit, à la méthode projective de Galerkin qui est utilisée dans le cadre de ce travail.

III.3.1.4. La discrétisation

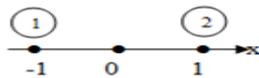
L'approche de base de la méthode des éléments finis est de subdiviser le domaine d'étude en un nombre finis de sous domaines appelés éléments. L'approximation de l'inconnue se fait en chaque élément à l'aide des fonctions d'interpolation. La fonction d'interpolation est aussi définie en fonction de la géométrie de l'élément qu'on choisit préalablement et coïncide avec les nœuds de cet élément relatifs aux valeurs de l'inconnue. On parle alors d'interpolation nodale.

a) Éléments finis réels

Pour des domaines d'étude à une, deux ou trois dimensions, des éléments classiques peuvent être définis selon le degré de la courbe d'interpolation qui lui est associés. On rencontre généralement, des éléments linéaires, quadratiques ou cubiques.

Nous présentons dans ce qui suit quelques éléments :

- **Éléments à une dimension**



Linéaire (4 nœuds)



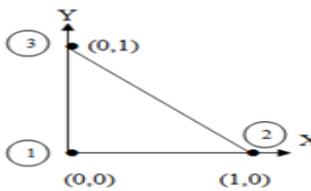
Quadratique (3 nœuds)



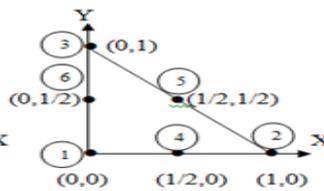
Cubique (4 nœuds)

- **Éléments à deux dimensions**

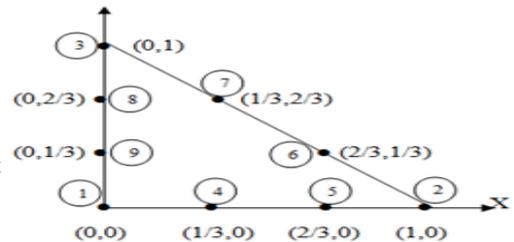
- **Éléments triangulaires**



Linéaire (3 nœuds)

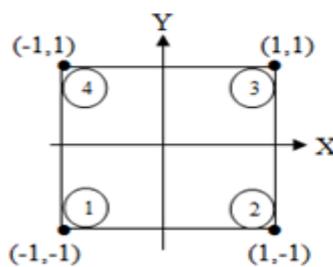


Quadratique (6 nœuds)

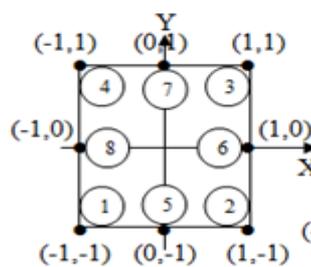


Cubique (9 nœuds)

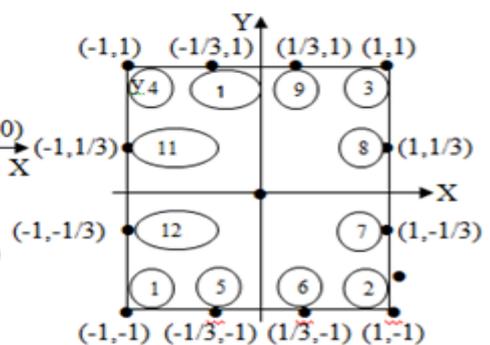
- **Éléments carrés**



Linéaire (4 nœuds)

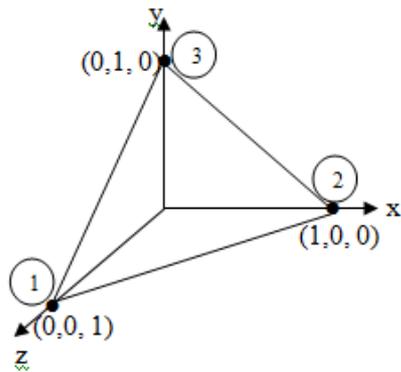


Quadratique (8 nœuds)

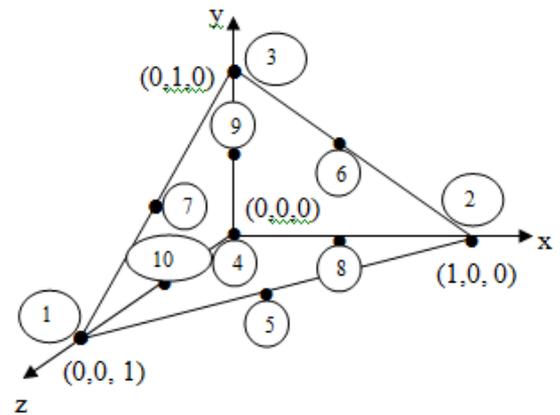


Cubique (12 nœuds)

- Éléments à trois dimensions



Linéaire (4 nœuds)



Quadratique (10 nœuds)

Etant donné que le logiciel de simulation utilisé (MATLAB) fait appel à l'élément triangulaire linéaire, on ne s'intéressera dans la suite qu'à celui-ci.

b) Fonction d'interpolation

Les fonctions d'interpolation sont obtenues à partir du triangle de Pascal, donné ci-dessous :

1	—	ordre 0
$U \quad V$	—	ordre 1
$U^2 \quad UV \quad V^2$	—	ordre 2
$U^3 \quad U^2V \quad UV^2 \quad V^3$	—	ordre 3

Figure III.1 : Triangle de Pascal

Ces fonctions sont construites de telle sorte à obéir à deux principes.

1) Principe de l'état complet

- Le nombre de termes de la fonction doit être égal au nombre de nœuds de l'élément.
- La fonction doit contenir un terme constant

2) Principe de comptabilité

Celui-ci est explicité par la continuité de la fonction.

Dans le cas d'un élément triangulaire linéaire, la fonction d'interpolation est donnée par :

$$u(x, y) = a \cdot x + b \cdot y + c \quad (\text{III.8})$$

c) Fonction d'interpolation sur l'élément

Dans le cas d'un élément triangulaire linéaire, l'approximation d'une fonction $u(x, y)$ de valeurs u_1, u_2 et u_3 respectivement aux sommets 1, 2 et 3, est de la forme suivante :

$$u(x, y) = [N_1(x, y) \ N_2(x, y) \ N_3(x, y)] \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad (\text{III.9})$$

Avec :

$$N_1(x, y) = \frac{1}{2 \cdot T} \cdot [(y_3 - y_2) \cdot (x_2 - x) - (x_3 - x_2) \cdot (y_2 - y)]$$

$$N_2(x, y) = \frac{1}{2 \cdot T} \cdot [(y_1 - y_3) \cdot (x_3 - x) - (x_1 - x_3) \cdot (y_3 - y)]$$

$$N_3(x, y) = \frac{1}{2 \cdot T} \cdot [(y_2 - y_1) \cdot (x_1 - x) - (x_2 - x_1) \cdot (y_1 - y)]$$

Où : T est la surface du triangle décrit par les sommets (1), (2) et (3). On remarque que :

$$N_1(x_1, y_1) = 1$$

$$N_2(x_2, y_2) = 0$$

$$N_3(x_3, y_3) = 0$$

d) Fonction d'approximation sur le domaine

Dans le domaine global contenant N nœuds, l'inconnu s'exprime alors :

$$A = \sum_{j=1}^N \alpha_j A_j \quad (\text{III.10})$$

N : Nombre de nœuds

A_j : Valeur de l'inconnue au nœud j

α_j : Fonction d'interpolation au nœud j

III.3.2. Formulation éléments finis des équations électromagnétiques

III.3.2.1. équation magnétostatique

a) cas cartésien

L'équation magnétostatique dans ce cas, est donnée par l'expression suivante :

$$-\left(\frac{\partial}{\partial x}\left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y}\right)\right) = J_z \quad (\text{III.11})$$

La formulation intégrale de l'équation (III.11) est donnée comme suit :

$$\iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \left(\left(\frac{\partial}{\partial x}\left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y}\right) \right) + J_z \right) \cdot dx \, dy = 0 \quad (\text{III.12})$$

L'équation (III.12) peut être réécrite sous la forme suivante :

$$\iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \left(-\frac{\partial}{\partial x}\left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y}\right) \right) \cdot dx \, dy = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_z \cdot dx \, dy \quad (\text{III.13})$$

L'application du théorème de Green au premier terme de l'équation (III.13) nous permet d'écrire :

$$\left\{ \begin{aligned} & \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \left(\frac{\partial}{\partial x}\left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y}\right) \right) \cdot dx \, dy \\ & = - \iint_{\Omega} v \cdot \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \cdot dx \, dy + \int_{\Gamma} v \cdot \left(\frac{\partial A_z}{\partial x} \cdot \cos(n, x) + \frac{\partial A_z}{\partial y} \cdot \cos(n, y) \right) \alpha_i \cdot d\Gamma \end{aligned} \right. \quad (\text{III.14})$$

Où $\cos(n, x)$ et $\cos(n, y)$ sont les cosinus directeurs au point considéré de la frontière Γ .

L'équation (III.14) peut être écrite comme suit :

$$\iint_{\Omega} v \cdot \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \cdot dx \, dy - \int_{\Gamma} v \frac{\partial A_z}{\partial n} \cdot \alpha_i \cdot d\Gamma = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_z \cdot dx \, dy \quad (\text{III.15})$$

Dans le cas de conditions aux limites type Dirichlet ou Neumann homogène le terme sur la frontière s'annule, c'est-à-dire :

$$\int_{\Gamma} v \frac{\partial A_z}{\partial n} \cdot \alpha_i \cdot d\Gamma = 0 \quad (\text{III.16})$$

L'expression (III.15) devient alors :

$$\iint_{\Omega} v \cdot \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \cdot dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_z \cdot dx dy \quad (\text{III.17})$$

L'équation (III.17) en écriture condensée devient :

$$\iint_{\Omega} v \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_i} \cdot \overrightarrow{\nabla A_z} dx dy \quad (\text{III.18})$$

Sachant que :

$$A_z = \sum_{j=1}^N \alpha_j A_j$$

Et en remplaçant dans (III.18) on aboutit à :

$$\sum_{j=1}^N \left[\iint_{\Omega} v \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_i} \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_j} dx dy \right] \cdot A_j = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_z \cdot dx dy \quad (\text{III.19})$$

Avec :

i, j : Entiers naturels variant de 1 à N.

N : Nombre de nœuds du domaine.

L'écriture de (III.19) pour tous les nœuds du domaine nous permet d'aboutir au système matriciel suivant :

$$[M] \cdot [A] = [K] \quad (\text{III.20})$$

Avec :

$$M_{ij} = \iint_{\Omega} v \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_i} \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_j} dx dy$$

$$K_i = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_z \cdot dx dy$$

[A] Vecteur des inconnues du domaine d'étude.

b) cas axisymétrique

Dans ce cas l'équation magnétostatique est donnée par :

$$\left(-\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial(r \cdot A_{\varphi})}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial(r \cdot A_{\varphi})}{\partial z} \right) \right) = J_{\varphi} \quad (\text{III.21})$$

En considérant comme inconnu le potentiel vecteur modifié donné par $A = r \cdot A_{\varphi}$ l'équation (III.21) devient :

$$\left(-\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial(A)}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial(A)}{\partial z} \right) \right) = J_{\varphi} \quad (\text{III.22})$$

La formulation intégrale de l'expression (III.22) est donnée comme suit :

$$\iint_{\Omega} \alpha_i \left(\left(-\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial(A)}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial(A)}{\partial z} \right) \right) - J_{\varphi} \right) dr dz = 0 \quad (III.23)$$

L'équation (III.23) peut être écrite comme suit ;

$$\iint_{\Omega} \alpha_i \left(-\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial(A)}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial(A)}{\partial z} \right) \right) \cdot dr dz = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_{\varphi} \cdot dr dz \quad (III.24)$$

L'application du théorème de Green au premier terme de (III.24) nous permet d'écrire :

$$\left\{ \begin{aligned} & \iint_{\Omega} \alpha_i \left(-\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial(A)}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial(A)}{\partial z} \right) \right) \cdot dr dz \\ & \iint_{\Omega} \frac{v}{r} \cdot \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \cdot \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \cdot \frac{\partial A}{\partial z} \right) \cdot dr dz + \int_{\Gamma} \frac{v}{r} \cdot \left(\frac{\partial A}{\partial r} \alpha_i \cdot \cos(n, r) + \frac{\partial A}{\partial z} \alpha_i \cdot \cos(n, z) \right) \cdot d\Gamma \end{aligned} \right. \quad (III.25)$$

En remplaçant (III.24) dans (III.25), on obtient :

$$\iint_{\Omega} \frac{v}{r} \cdot \vec{\nabla} \alpha_i \cdot \vec{\nabla} A \cdot dr dz - \int_{\Gamma} \frac{v}{r} \cdot \frac{\partial A}{\partial n} \cdot \alpha_i \cdot d\Gamma = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_{\varphi} \cdot dr dz \quad (III.26)$$

Dans le cas de conditions aux limites type Dirichlet ou Neumann homogène le terme sur la frontière s'annule, ce qui revient à écrire :

$$\int_{\Gamma} \frac{v}{r} \cdot \frac{\partial A}{\partial n} \cdot \alpha_i \cdot d\Gamma = 0$$

L'équation (III.26) devient :

$$\iint_{\Omega} \frac{v}{r} \cdot \vec{\nabla} \alpha_i \cdot \vec{\nabla} A \cdot dr dz = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_{\varphi} \cdot dr dz \quad (III.27)$$

Sachant que :

$$A = \sum_{j=1}^N \alpha_j A_j$$

Et en remplaçant dans (III.27) on obtient alors :

$$\sum_{j=1}^N \left[\iint_{\Omega} \frac{v}{r} \cdot \vec{\nabla} \alpha_i \cdot \vec{\nabla} \alpha_j \cdot dr dz \right] \cdot A_j = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_{\varphi} \cdot dr dz \quad (III.28)$$

L'écriture de (III.28) pour tous les nœuds du domaine nous permet d'aboutir au système matriciel suivant :

$$[M]. [A] = [K] \quad (III.29)$$

Avec :

$$M_{ij} = \iint_{\Omega} \frac{v}{r} \cdot \vec{\nabla} \alpha_i \cdot \vec{\nabla} \alpha_j \, dr \, dz$$

$$K_i = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_{\phi} \, dr \, dz$$

III.3.2.2. Equation magnétodynamique

a) cas cartésien

L'équation magnétodynamique dans le cas comportant une source est donnée par :

$$\vec{\nabla} \wedge v \vec{\nabla} \wedge \vec{A} + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{J}_z \quad (III.30)$$

En considérant le régime harmonique, l'équation (III.42) s'écrit :

$$\vec{\nabla} \wedge v \vec{\nabla} \wedge \vec{A} + j\omega\sigma\vec{A} = \vec{J}_z \quad (III.31)$$

Après transformation (III.31) l'équation devient :

$$-\left(\frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right) + j\omega\sigma A_z = J_z \quad (III.32)$$

La formulation intégrale de l'équation (III.32) est donnée par :

$$\iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \left(-\left(\frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right) + j\omega\sigma A_z - J_z \right) \cdot dx \, dy = 0 \quad (III.33)$$

L'équation (III.33) peut être réécrite comme suit :

$$\iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \left(-\frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right) \cdot dx \, dy + j\omega \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \sigma \cdot A_z \cdot dx \, dy = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_z \cdot dx \, dy \quad (III.34)$$

L'application du théorème de Green, nous permet d'écrire :

$$\left\{ \begin{aligned} & \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right) \cdot dx dy \\ & = - \iint_{\Omega} v \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \cdot dx dy + \int_{\Gamma} v \cdot \left(\frac{\partial A_z}{\partial x} \cdot \alpha_i \cdot \cos(n, x) + \frac{\partial A_z}{\partial y} \cdot \alpha_i \cdot \cos(n, y) \right) \cdot d\Gamma \\ & = \iint_{\Omega} v \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_i} \cdot \overrightarrow{\nabla A_z} dx dy + \int_{\Gamma} v \cdot \alpha_i \frac{\partial A_z}{\partial n} \cdot d\Gamma \end{aligned} \right. \quad (\text{III.35})$$

En remplaçant (III.34) dans (III.35) on obtient :

$$\iint_{\Omega} v \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_i} \cdot \overrightarrow{\nabla A_z} dx dy - \int_{\Gamma} v \cdot \alpha_i \frac{\partial A_z}{\partial n} \cdot d\Gamma + j\omega \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \sigma \cdot A_z \cdot dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_z \cdot dx dy \quad (\text{III.36})$$

Dans le cas de conditions aux limites type Dirichlet ou Neumann homogène le terme sur la frontière s'annule, ce qui revient à écrire :

$$\int_{\Gamma} v \cdot \alpha_i \frac{\partial A_z}{\partial n} \cdot d\Gamma = 0$$

L'expression (III.34) devient alors :

$$\iint_{\Omega} v \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_i} \cdot \overrightarrow{\nabla A_z} dx dy + j\omega \iint_{\Omega} v \cdot \alpha_i \cdot A_z \cdot dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_z \cdot dx dy \quad (\text{III.37})$$

Sachant que :

$$A = \sum_{j=1}^N \alpha_j A_j$$

Et en remplaçant dans (III.37) on obtient alors :

$$\sum_{j=1}^N \left[\iint_{\Omega} v \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_i} \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_j} dx dy \right] \cdot A_j + j\omega \cdot \sum_{j=1}^N \left[\iint_{\Omega} \sigma \cdot \alpha_i \cdot \alpha_j \cdot dx dy \right] \cdot A_j = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_z \cdot dx dy \quad (\text{III.38})$$

L'écriture de (III.38) pour tous les nœuds du domaine nous permet d'aboutir au système matriciel suivant :

$$[M] \cdot [A] + j\omega \cdot [L] \cdot [A] = [K] \quad (\text{III.39})$$

Avec :

$$M_{ij} = \iint_{\Omega} v \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_i} \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_j} dx dy$$

$$L_{ij} = \iint_{\Omega} \sigma \cdot \alpha_i \cdot \alpha_j \cdot dx dy$$

$$K_i = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_z \cdot dx \, dy$$

$$\bar{A} = A_r + jA_i$$

b) cas axisymétrique

En considérant comme précédemment le régime harmonique ; la formulation intégrale dans ce cas est donnée par l'expression suivante :

$$- \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial A}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial A}{\partial z} \right) \right) \cdot dr \, dz + j\omega \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \sigma \cdot A_z \cdot \frac{dr \, dz}{r} = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_{\phi} \cdot dr \, dz \quad (\text{III.40})$$

L'application du théorème de Green, nous permet d'écrire :

$$\iint_{\Omega} \frac{v}{r} \cdot \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \cdot \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \cdot \frac{\partial A}{\partial z} \right) \cdot dr \, dz + - \int_{\Gamma} \frac{v}{r} \cdot \alpha_i \cdot \frac{\partial A}{\partial n} \cdot d\Gamma + j\omega \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \sigma \cdot A \cdot \frac{dr \, dz}{r} = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_{\phi} \cdot dr \, dz \quad (\text{III.41})$$

Dans le cas de conditions aux limites type Dirichlet ou Neumann homogène le terme sur la frontière s'annule, ce qui revient à écrire :

$$\sum_{j=1}^N \left[\iint_{\Omega} \frac{v}{r} \cdot \vec{\nabla} \alpha_i \cdot \vec{\nabla} \alpha_j \, dr \, dz \right] \cdot A_j + j\omega \sum_{j=1}^N \left[\iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \sigma \cdot A \cdot \frac{dr \, dz}{r} \right] \cdot A_j = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_{\phi} \cdot dr \, dz \quad (\text{III.42})$$

L'écriture de (III.42) pour tous les nœuds du domaine nous permet d'aboutir au système matriciel suivant :

$$[M] \cdot [A] + j\omega \cdot [L] \cdot [A] = [K] \quad (\text{III.43})$$

Avec :

$$M_{ij} = \iint_{\Omega} \frac{v}{r} \cdot \vec{\nabla} \alpha_i \cdot \vec{\nabla} \alpha_j \, dr \, dz$$

$$L_{ij} = \iint_{\Omega} \sigma \cdot \alpha_i \cdot \alpha_j \cdot \frac{dr \, dz}{r}$$

$$K_i = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_z \cdot dr \, dz$$

$$\bar{A} = A_r + jA_i$$

III.4. Conclusion

Les méthodes de résolutions des équations électromagnétiques ont été présentées au cours de ce chapitre. La méthode des éléments finis ayant été retenue pour notre travail ; elle a été vue dans le détail.

IV.1. Introduction

Les défauts de type fissure sont fréquemment rencontrés en CND, leur géométrie est caractérisée par le fait qu'une des dimensions est très petite par rapport aux deux autres [25] [36][63]. C'est ce type de défauts que nous allons considérer dans ce chapitre.

L'objectif de cette section est d'évaluer le modèle de calcul d'impédance du capteur basé sur les équations de Maxwell, en comparant les résultats obtenus par simulation, avec les résultats expérimentaux.

Un code de calcul éléments finis a été élaboré sous l'environnement Matlab.

Partie I : Simulation du système

IV.1.1. Description du dispositif d'étude

Il s'agit d'une bobine à air qui se déplace au dessus d'une plaque électriquement conductrice comportant une fissure orientée selon l'axe Ox . Les différents paramètres sont listés ci-après.

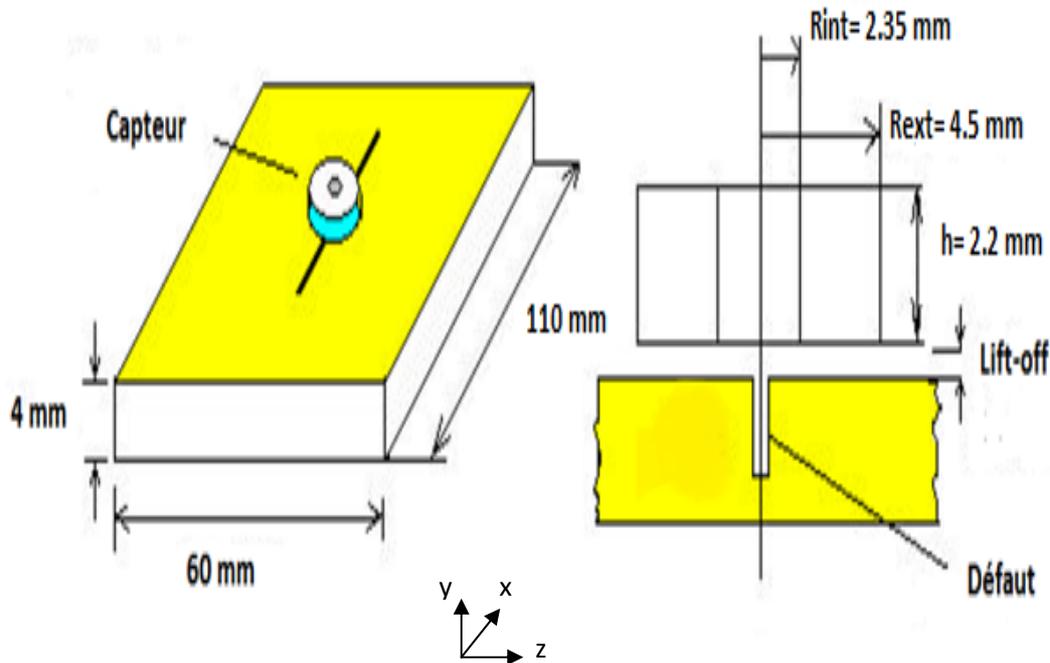


Figure IV.1 : Dimensions géométriques du système

IV.I.2. Caractéristiques géométriques et électromagnétiques du système**• Le capteur**

- Nombre de spires : 170
- Rayon intérieur : 2.35 *mm*
- Rayon extérieur : 4.5 *mm*
- Hauteur : 2.2 *mm*
- Conductivité électrique : $5.81 \cdot 10^7 [\Omega \cdot m]^{-1}$
- Perméabilité magnétique : $4\pi \cdot 10^{-7} [H/m]$

• La charge

- Longueur hauteur : 110 *mm*
- Largeur : 60 *mm*
- Epaisseur : 4 *mm*
- Conductivité électrique : $5.81 \cdot 10^7 [\Omega \cdot m]^{-1}$
- Perméabilité magnétique : $4\pi \cdot 10^{-7} [H/m]$

• L'air

- Conductivité électrique : $0 [\Omega \cdot m]^{-1}$
- Perméabilité magnétique : $4\pi \cdot 10^{-7} [H/m]$

IV.I.3. Organigramme de calcul

L'organigramme du code de calcul éléments finis est donné comme suit :

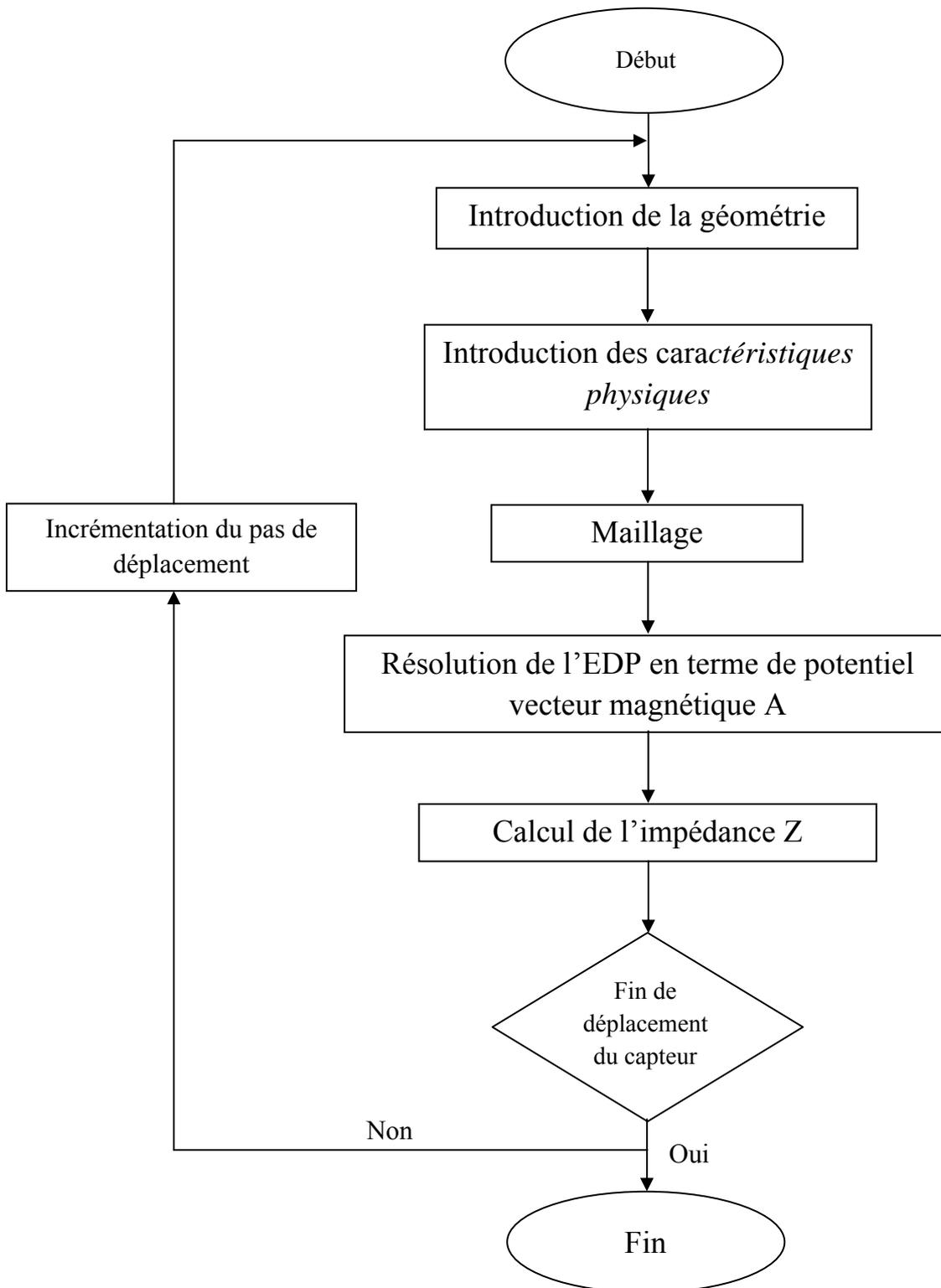


Figure IV.2 : Organigramme de calcul

IV.I.4. Formulation électromagnétique du problème

Nous avons considéré un problème magnétodynamique en régime harmonique et dont l'équation en terme de potentiel magnétique vecteur est donnée comme suit :

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial y} \right) + j\sigma\omega A = J_{sz} \quad (\text{IV-1})$$

L'adaptation de l'équation (IV-1) pour les différentes régions du système donne :

Dans le capteur (l'inducteur)

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial y} \right) = J_{sz} \quad (\text{IV-2})$$

Dans la charge (l'induit)

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial y} \right) + j\sigma\omega A = 0 \quad (\text{IV-3})$$

Dans l'air

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial y} \right) = 0 \quad (\text{IV-4})$$

IV.I.5. Domaine d'étude et conditions aux limites

Le domaine de résolution et les conditions aux limites sont représentés dans la figure IV.3.

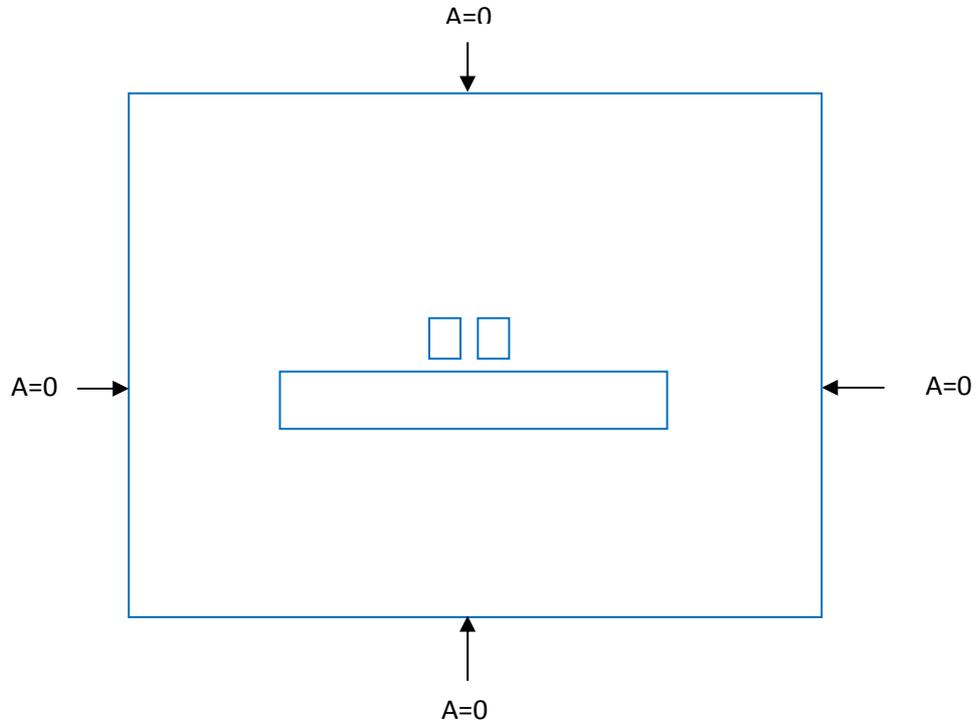


Figure IV.3 : Domaine de résolution et conditions aux limites

IV.I.6. Maillage du domaine

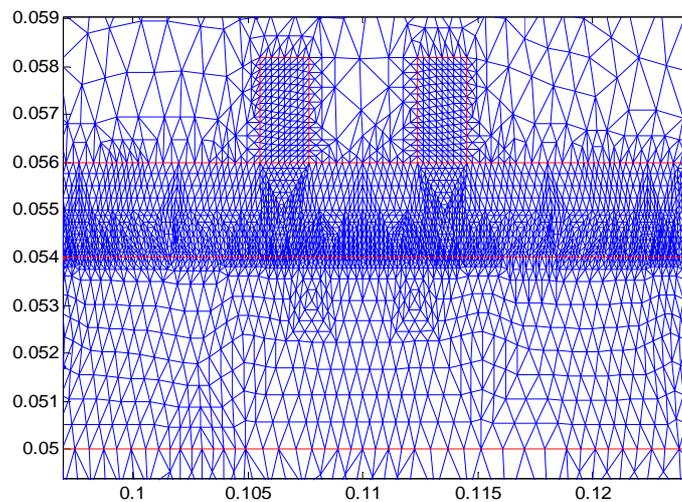


Figure IV.4 : Maillage du domaine

IV.I.7. Résultats et interprétations

IV.I.7.1. Plaque sans défaut

Dans cette application on considère une plaque sans défaut. Le capteur est alimenté avec une fréquence de 50 kHz.

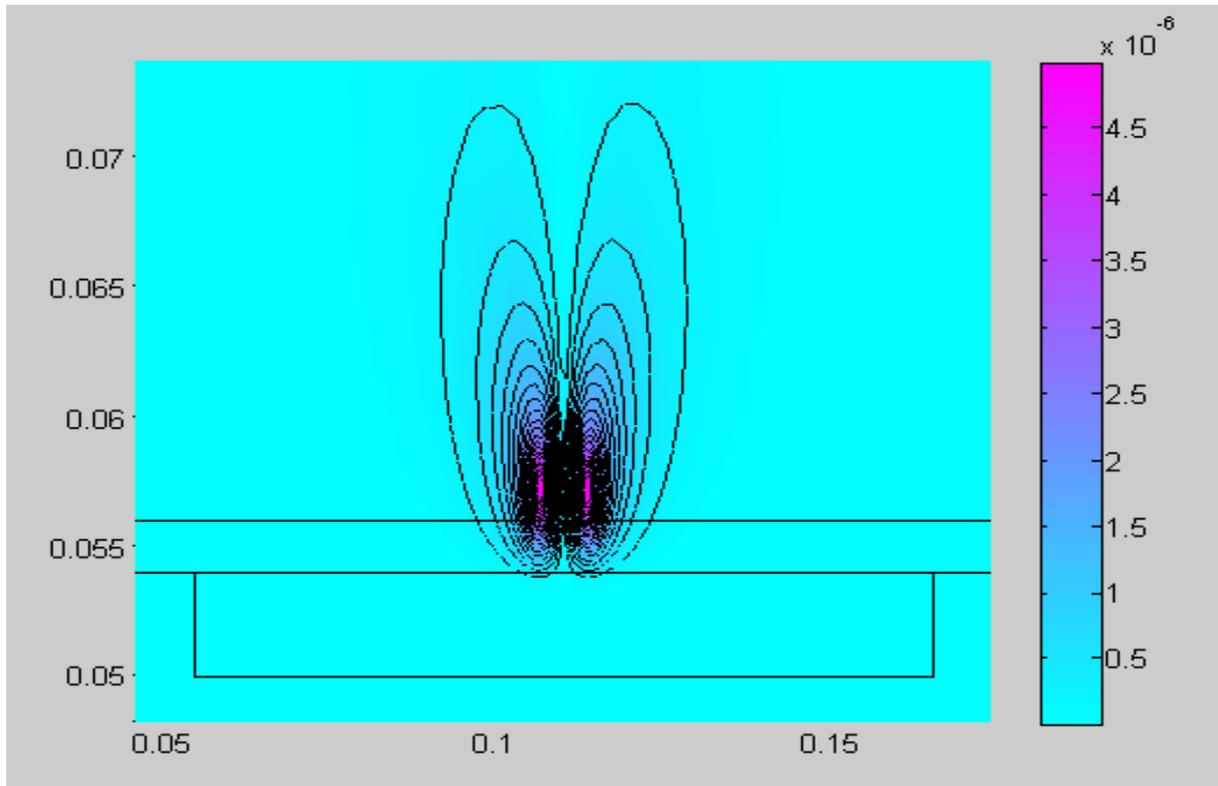


Figure IV.5 : Topologie des lignes du potentiel vecteur magnétique

- Impédance du capteur à 50 kHz : $Z = 38.1808 \text{ Ohm}$

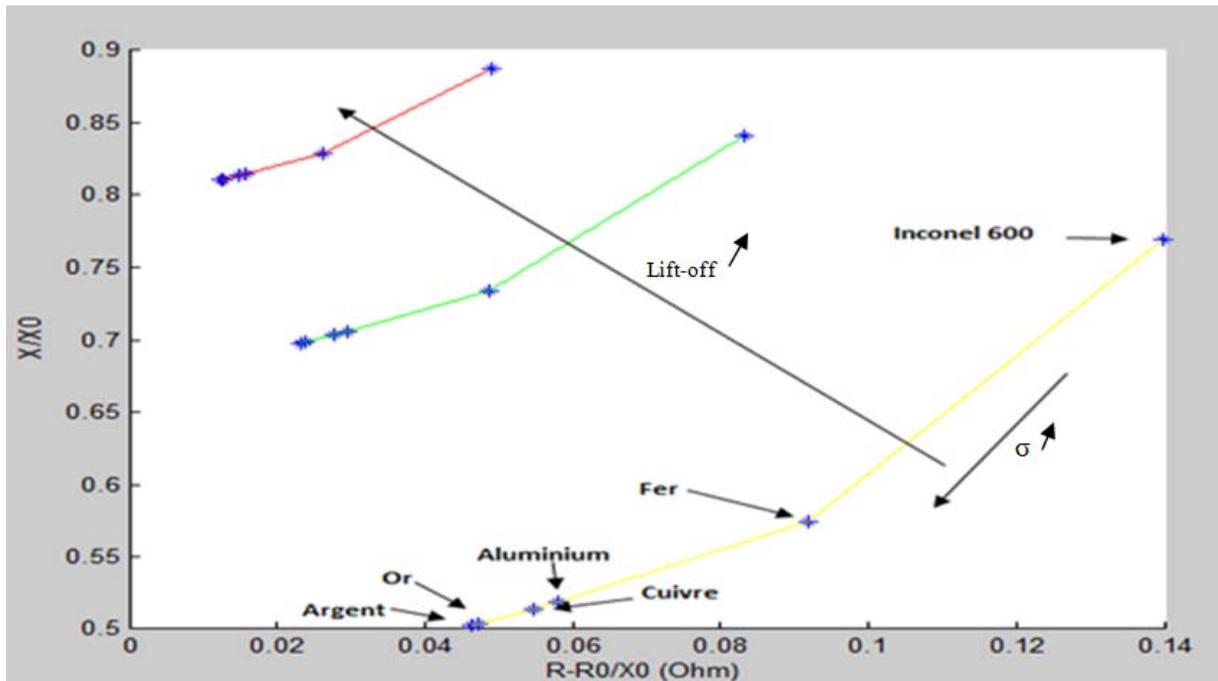


Figure IV.6 : Plan d'impédance normalisée

Dans la figure IV.6 nous avons représenté le plan d'impédance normalisée, tenant compte de la variation de la conductivité de la plaque (σ) et la distance capteur-plaque (lift-off).

L'impédance du capteur change avec la variation du flux magnétique réfléchi, de la plaque. Ce flux émanant des courants de Foucault induits dans cette dernière est fonction de ses propriétés électromagnétiques, sa géométrie et sa position relative par rapport au capteur.

Lorsqu'on augmente la conductivité de la plaque les courants de Foucault deviennent plus importants, ce qui augmente le flux réfléchi par conséquent on aura une diminution dans la réactance du capteur.

Les pertes joules dans la plaque diminuent en augmentant sa conductivité ce qui se traduit par une décroissance dans la résistance du capteur.

IV.I.7.2. Plaque avec défaut

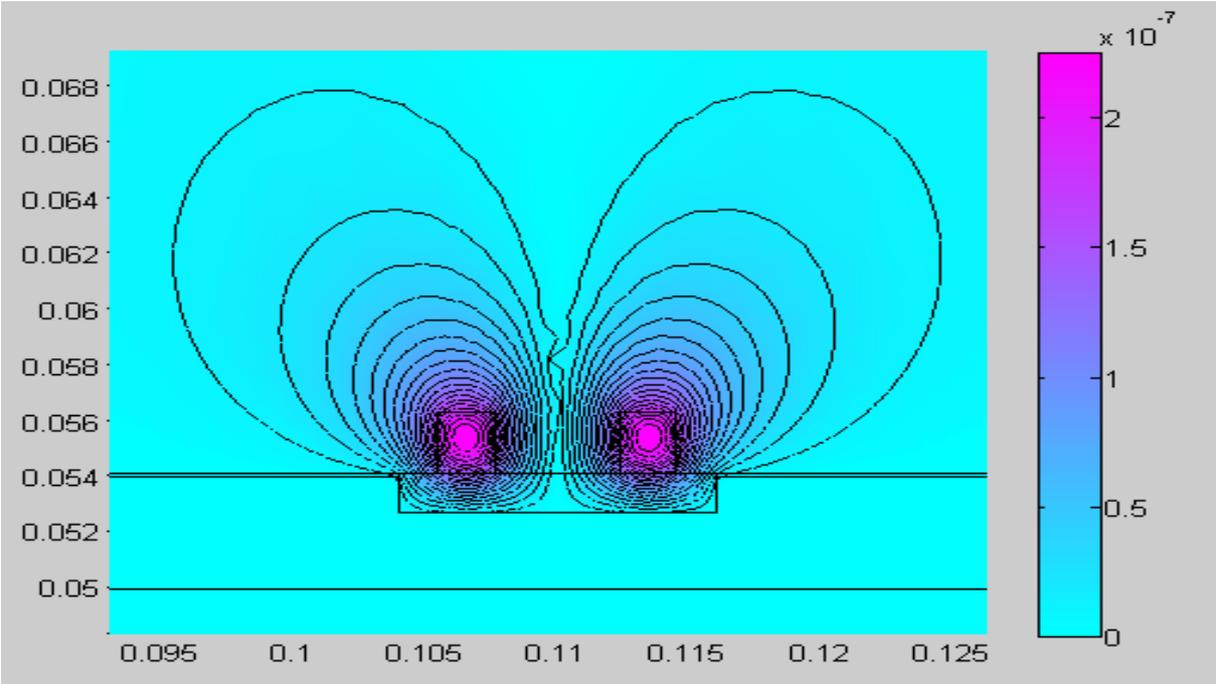


Figure IV.7 : Topologie des lignes du potentiel vecteur magnétique

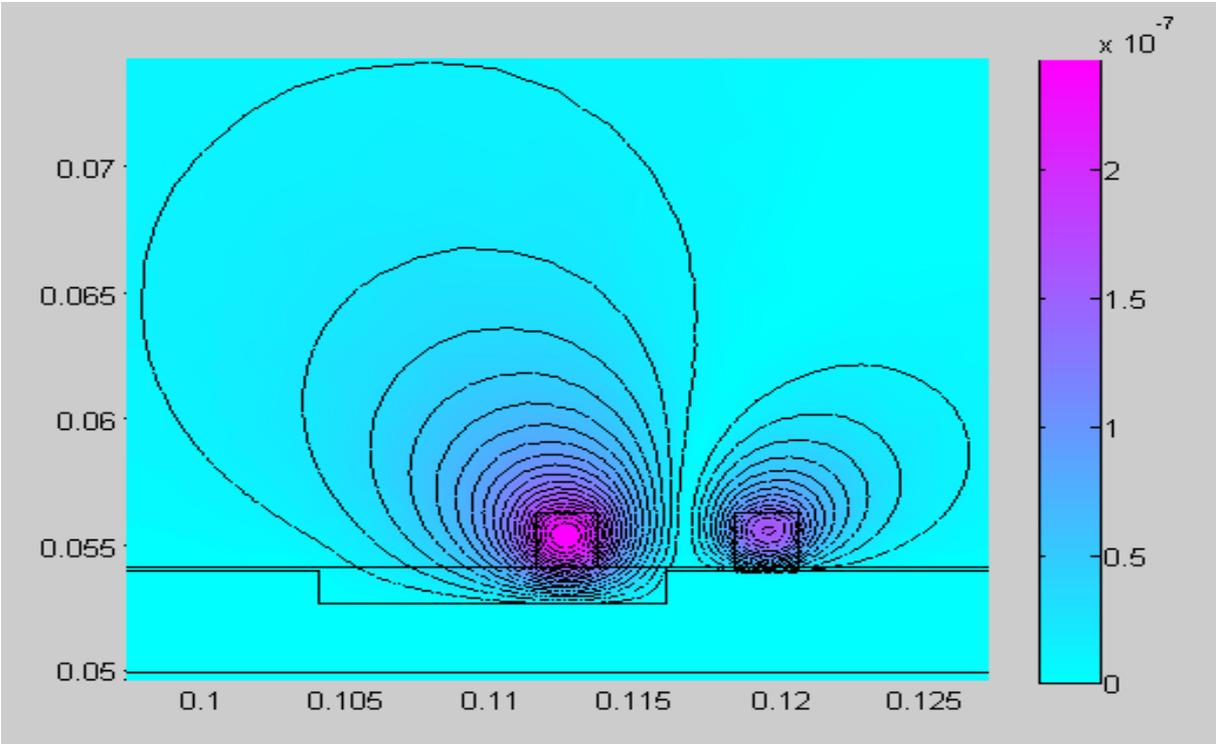


Figure IV.8 : Topologie des lignes du potentiel vecteur magnétique

IV.I.7.3. Application avec variation de la longueur du défaut

La figure IV.9 montre la variation de l'impédance du capteur en fonction de la position pour des longueurs du défaut allant de 2mm à 12mm. Le capteur est alimenté avec une fréquence de 50 kHz et distant de la plaque d'un lift-off égal à 0.13 mm. Le déplacement du capteur s'effectue le long du défaut à partir de son centre.

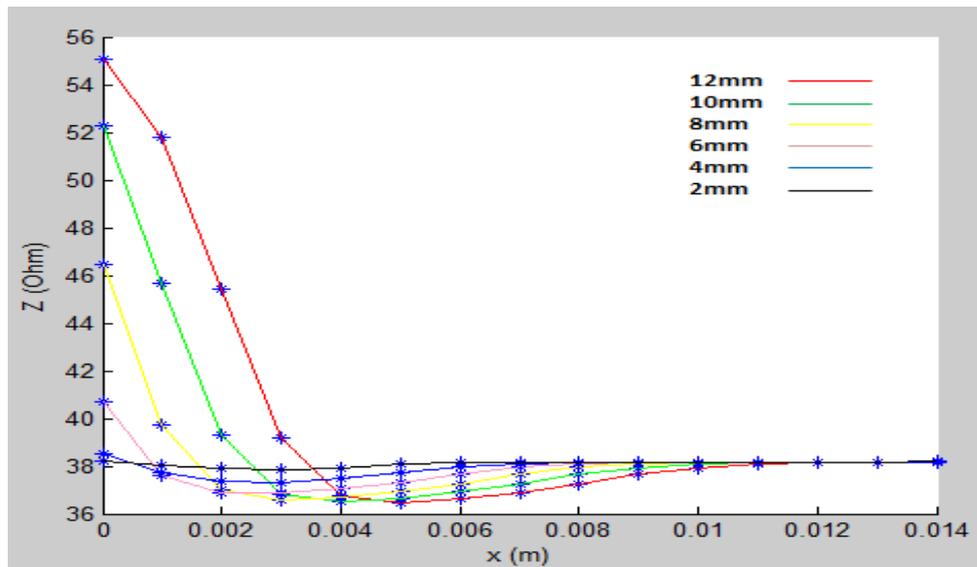


Figure IV.9 : Variation de l'impédance en fonction de la position du capteur pour différentes longueurs du défaut

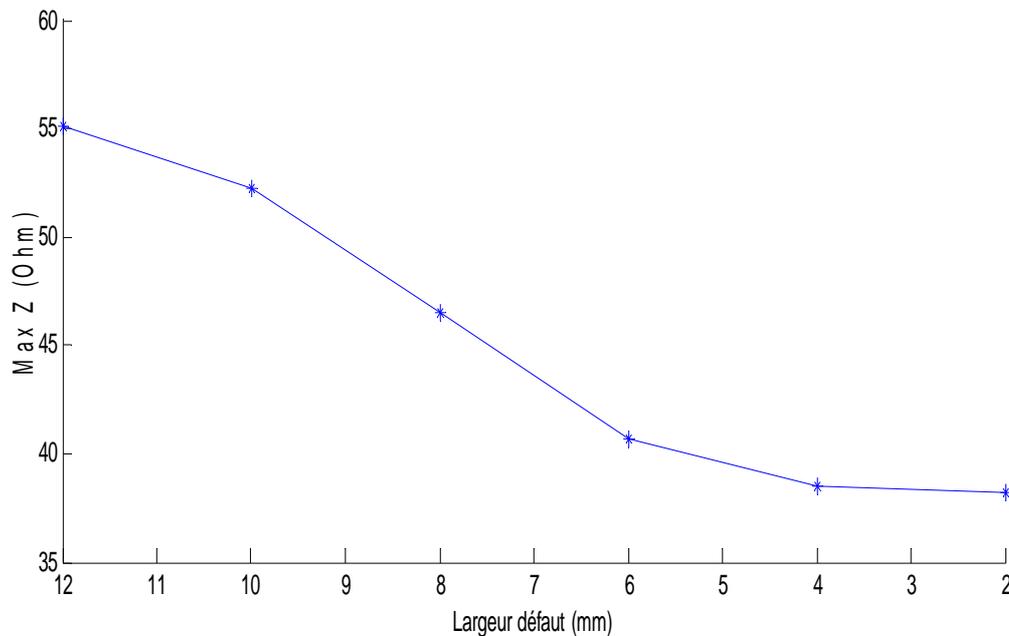


Figure IV.10 : Evolution de la valeur maximale de l'impédance en fonction de la longueur du défaut

IV.I.7.4. Application avec variation de la profondeur du défaut

Dans ce qui suit la profondeur du défaut a été variée de 0.2mm à 2 mm. Les résultats de la variation de l'impédance sont représentés dans la figure ci-dessous. Le capteur est alimenté avec une fréquence de 50 kHz et distant de la plaque d'un lift-off égal à 0.13 mm.

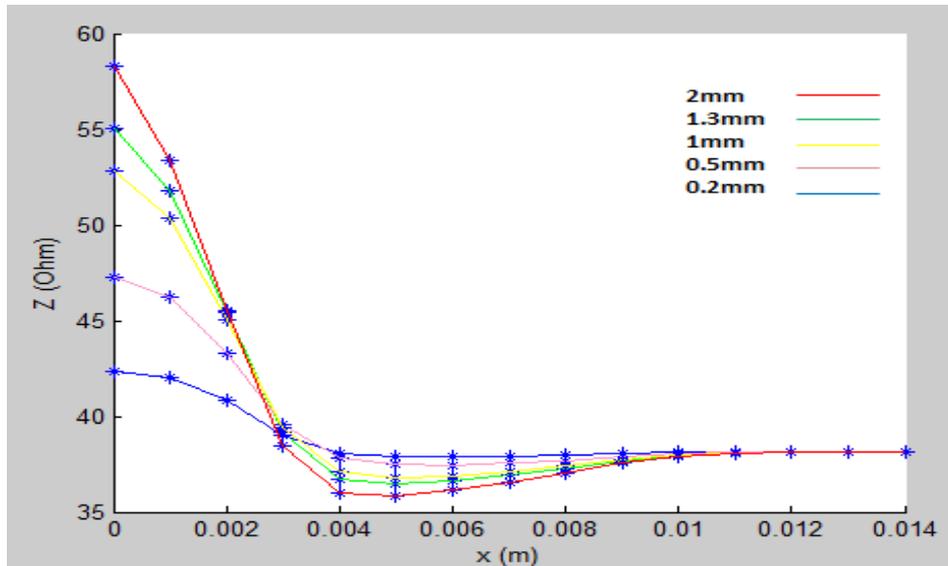


Figure IV.11: Variation de l'impédance en fonction de la position du capteur pour différentes profondeurs du défaut

La distribution des courants de Foucault dans la charge dépend de la géométrie de la bobine excitatrice; dans les sondes destinées à l'inspection des surfaces planes, la sensibilité au défaut est liée au diamètre de la sonde. Comme une règle générale le diamètre de la sonde doit être égal ou inférieur à la longueur du défaut [1][64][65].

Plus la profondeur du défaut est importante, plus sa détection est meilleure.

IV.I.7.5. Application avec variation de la fréquence d'alimentation du capteur

Dans cette application on a fait varier la fréquence d'alimentation du capteur, les résultats obtenus sont représentés dans la figure IV.12.

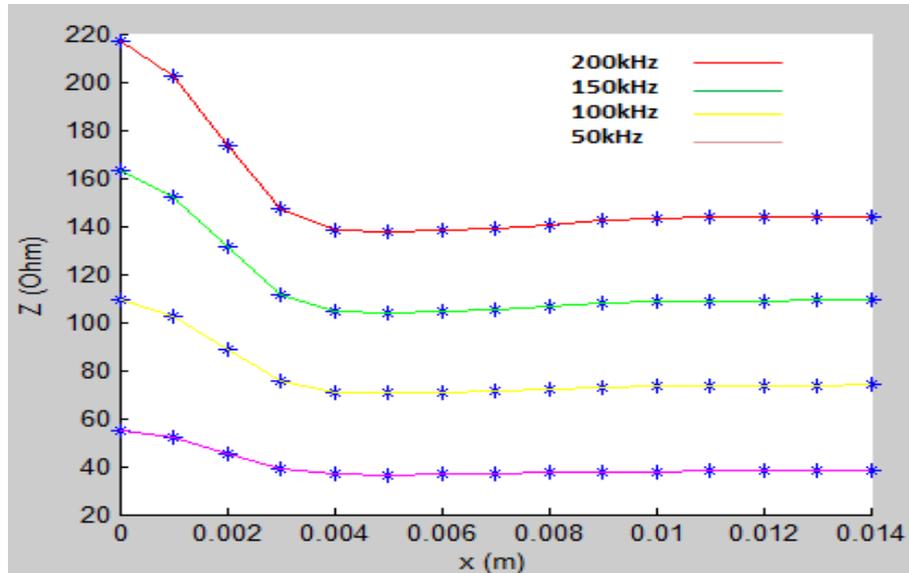


Figure IV.12 : Variation de l'impédance en fonction de la position du capteur pour différentes fréquences d'alimentation du capteur

IV.I.7.6. Application avec variation du lift-off

Les variations de l'impédance pour différents lift-off sont représentées dans la figure IV.13. Le capteur est alimenté avec une fréquence de 50 kHz.

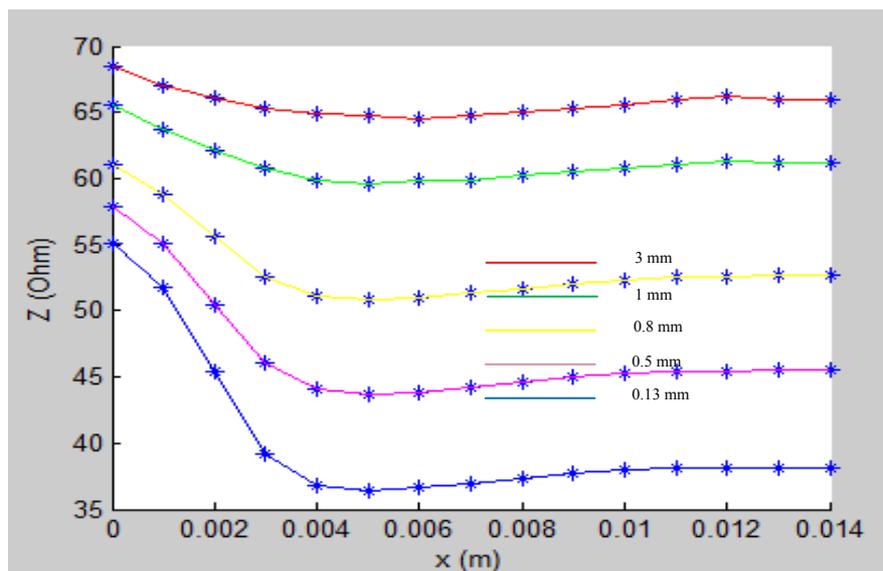


Figure IV.13 : Variation de l'impédance en fonction de la position du capteur pour différents lift-off

La variation de l'impédance du capteur est plus importante lorsqu'on augmente la fréquence d'alimentation.

Le lift-off décrit la distance entre le capteur et la plaque, en faisant augmenter le lift-off le couplage magnétique entre le capteur et la plaque diminue, et l'influence de la plaque sur le capteur devient moins importante, par voie de conséquence l'impédance du capteur approche son impédance à vide [66][67].

Partie II : Partie expérimentale

IV.II.1. Système expérimental

Des acquisitions ont été effectuées au sein du laboratoire du génie électrique **LGE** de l'UMMTO sur une cible en cuivre dans laquelle on a réalisé un défaut, le système utilisé comprend :

- La sonde à noyau d'air précédemment décrite.
- Un LCR mètre 8101-G (Gw INSTRON) fonctionnant sur une gamme de fréquence 20 Hz -1 MHz.
- Deux plaques en cuivre avec défaut dont les dimensions sont les suivantes : longueur= 12mm et 8mm ; largeur= 2mm, profondeur= 1.3 mm.

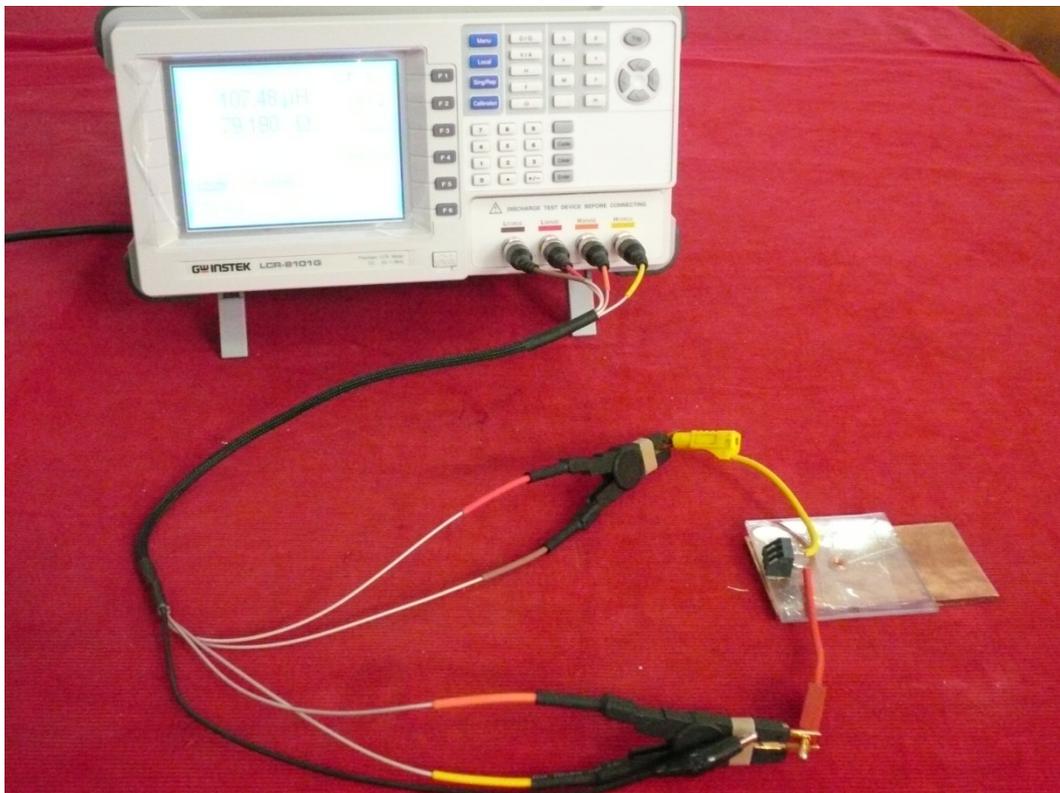


Figure IV.14 : système expérimental



Figure IV.15 : LCR mètre 8101-G (Gw INSTEK)



Figure IV.16 : Plaque en cuivre avec défaut

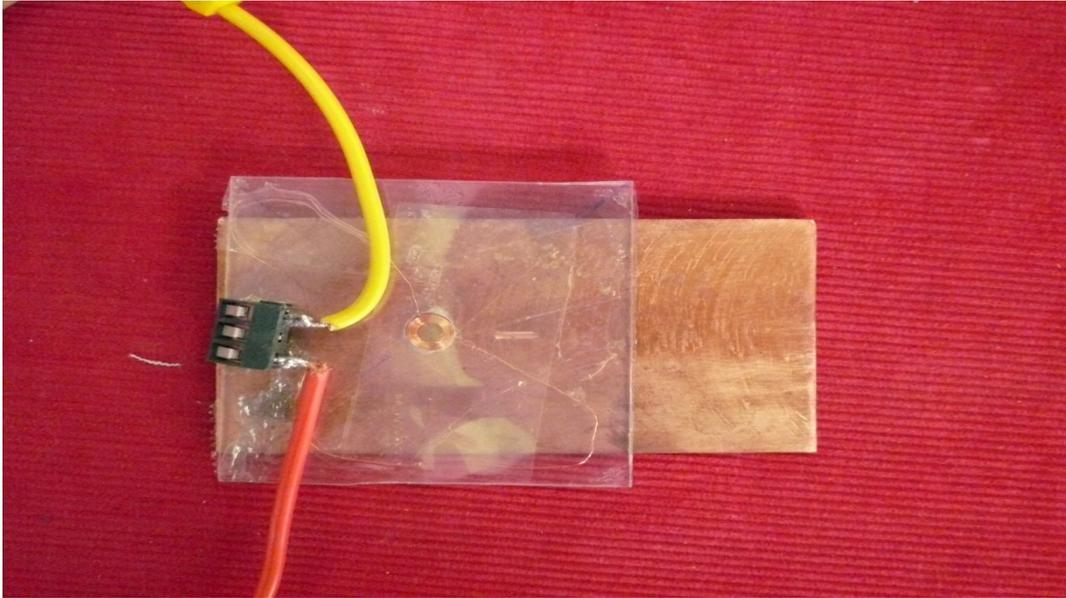


Figure IV.17 : Bobine de détection avec la plaque en cuivre

IV.II.2. Résultats et interprétations

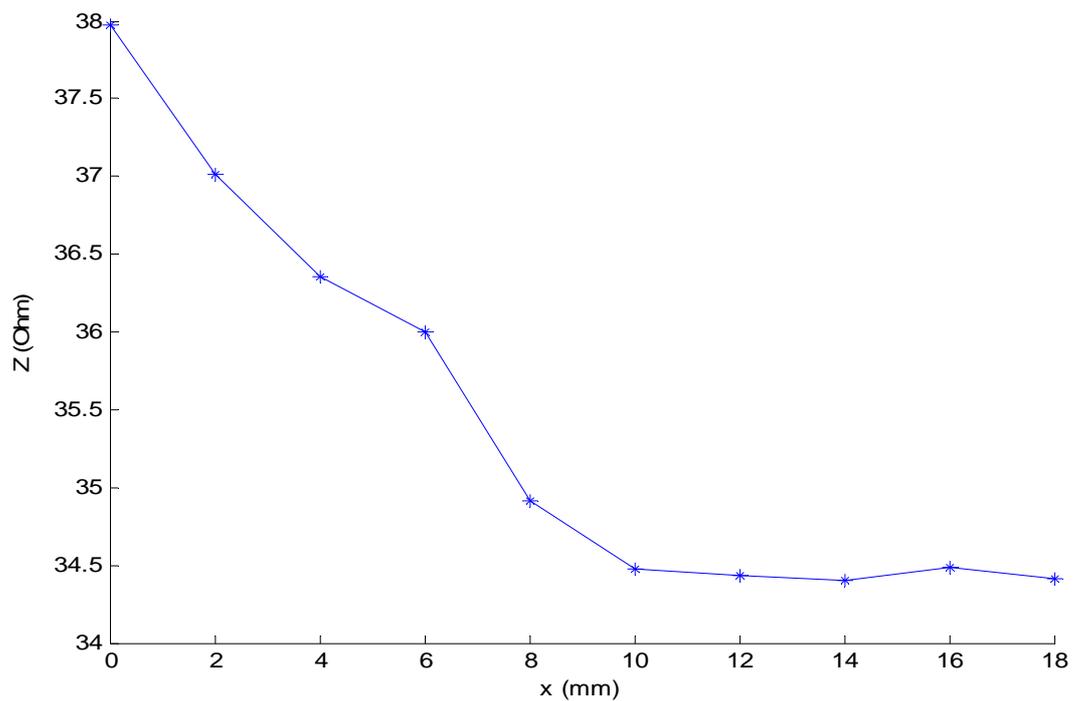


Figure IV.18 : Variation de l'impédance en fonction de la position du capteur

La figure IV.18 montre les résultats de la variation de l'impédance du capteur en fonction du déplacement de ce dernier pour une fréquence d'alimentation de 50 kHz et une fissure de 12 mm de longueur.

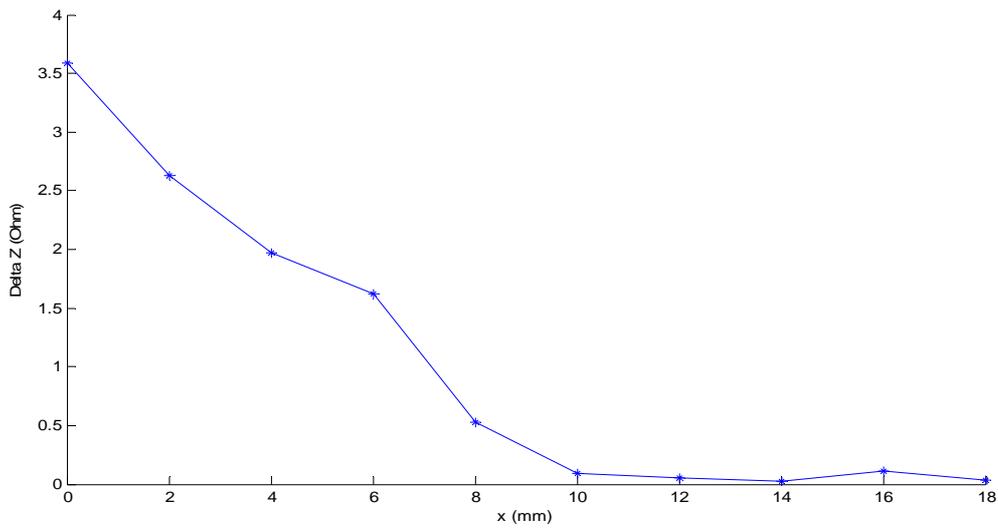


Figure IV.19 : la variation absolue de l'impédance en fonction de la position du capteur

La figure IV.19 représente la variation absolue de l'impédance du capteur, donnée par la formule suivante :

$$\Delta Z = ||Z - Z_0||$$

Où Z, Z₀ représentent respectivement l'impédance du capteur en présence et en absence de la fissure.

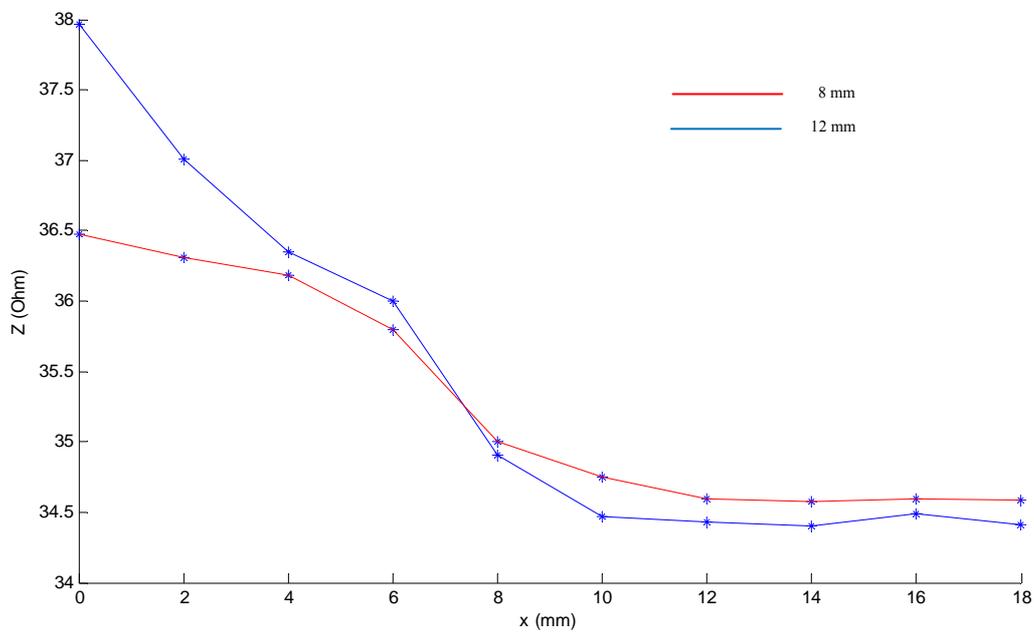


Figure IV.20 : Variation de l'impédance en fonction de la position du capteur pour différentes longueurs du défaut

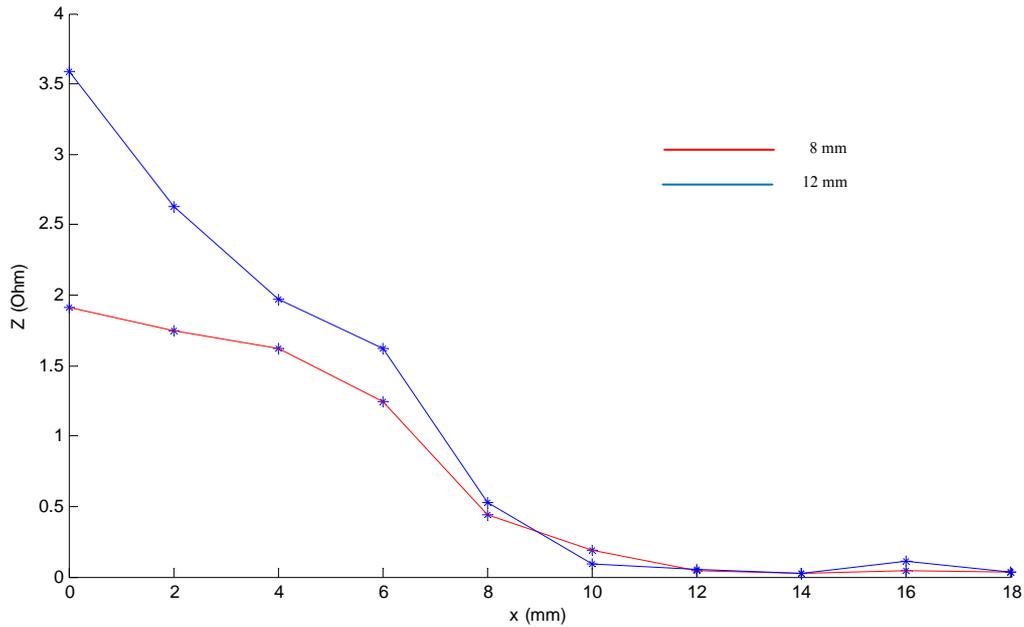


Figure IV.21 : la variation absolue de l'impédance en fonction de la position du capteur pour deux longueurs du défaut

Les figures IV.20 et IV.21 montrent la variation de l'impédance du capteur pour deux longueurs de la fissure (12 mm et 8 mm) en fonction de sa position. On remarque que cette variation est plus importante dans le cas de la fissure de 12 mm.

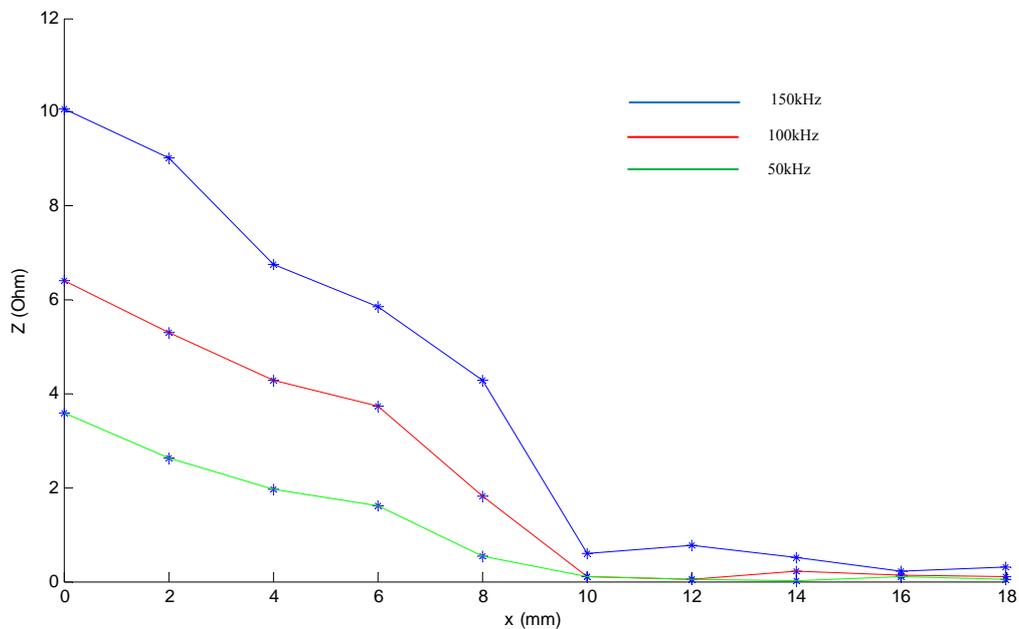


Figure IV.22 : Variation absolue de l'impédance en fonction de la position du capteur pour différentes fréquences d'alimentation du capteur

La figure IV.22 représente la variation absolue de l'impédance du capteur pour différentes fréquences d'alimentations. En montant en fréquence la détection du défaut devient meilleure.

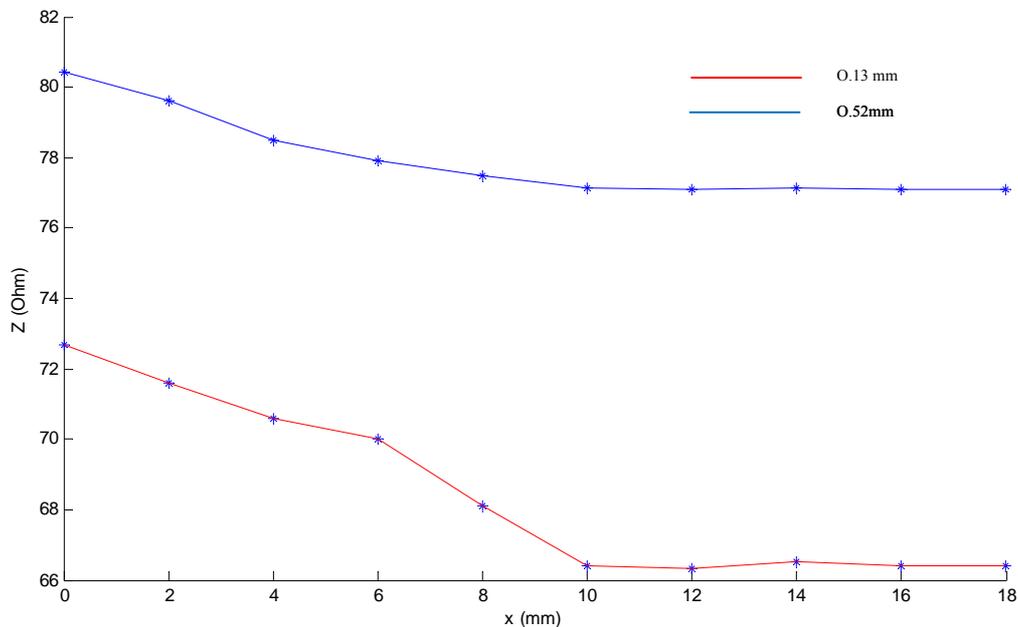


Figure IV.23 : Variation de l'impédance en fonction de la position du capteur pour différents lift-off.

La figure IV.23 représente la variation de l'impédance du capteur en fonction de sa position pour deux valeurs du lift-off. La détection du défaut est très sensible à ce paramètre car une petite variation de ce dernier diminue sensiblement la qualité du signal.

IV.2. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons testé notre code de calcul éléments finis pour plusieurs paramètres influents sur les performances du capteur, des essais expérimentaux ont été effectués dans le but de valider les résultats obtenus. L'écart entre les résultats de la simulation et ceux obtenus de la pratique peut être amélioré par une simulation 3D.

Conclusion générale

Les exigences croissantes en termes de sûreté de fonctionnement d'un produit industriel ainsi que la volonté d'optimisation de la durée de vie des pièces qui le constituent, conduisent à mettre en place des contrôles qualités de plus en plus poussés. L'utilisation des courants de Foucault permet un contrôle non destructif fiable, rapide et peu coûteux des milieux conducteurs. La simplicité de ce contrôle et sa robustesse d'utilisation en font une technique très utilisée industriellement depuis plusieurs décennies.

Avant d'aborder les objectifs de cette étude, nous avons jugé utile, à travers une recherche bibliographique, de rappeler et de synthétiser les éléments constituant les dispositifs du CND-CF, et les grandeurs électriques mesurables. De même, un bref rappel est consacré aux équations de Maxwell, leurs simplifications relatives aux données géométriques et électromagnétiques, ainsi que les différentes techniques de calcul d'impédance. A travers cette recherche et en fonction des objectifs à atteindre, nous avons sélectionné : pour les capteurs ; la forme circulaire, la fonction double et le type absolu. Pour la cible, elle est de type plan. L'impédance électrique constitue l'élément qui traduit la détection. La technique de son calcul est celle à travers le flux magnétique.

Ce mémoire traite de la modélisation par la méthode des éléments finis de configurations de contrôle non destructif par courants de Foucault. Un code de calcul sous MATLAB, s'appuyant sur la discrétisation en deux dimensions des équations de Maxwell en régime harmonique par la méthode des éléments finis a été développé.

Le travail présenté dans ce mémoire aborde un cas précis mais de grande importance parmi les applications du CND par CF. Il s'agit des défauts de faible ouverture (fissures), qui sont fréquemment rencontrés en CND. Leur détection permet de prévenir la destruction des pièces en fonctionnement et d'augmenter la fiabilité des produits industriels. C'est dans ce contexte qu'un modèle a été développé pour faciliter la modélisation de ce type de défauts.

L'effet des différents paramètres géométriques et électromagnétiques sur les performances du capteur a été abordé dans l'application.

La validation du modèle a été effectuée en comparant les résultats obtenus par simulation avec les résultats expérimentaux.

Le modèle développé des défauts de faible ouverture a été validé sur des cas tests où le défaut est une entaille rectangulaire. Il serait intéressant de confronter le modèle par une simulation 3D et l'étendre à des défauts réels : défauts non rectangulaires, défauts de forme non planaire...

En fin, les critères développés ont été appliqués à des configurations avec une sonde à double fonction. La suite logique de ces développements est l'application de ces critères à d'autres types de sondes : sonde différentielle et sonde à fonctions séparées.

Bibliographie

- [1] P.J. Shull, « Nondestructive evaluation theory, Techniques, and Applications », édition Marcel Dekker, New York, 2002.
- [2] L. Hyang-Beom, K. Dong-Hun, « Impedance calculation for a plate with crack in eddy current NDT using 3D indirect BIEM », IEEE Transaction on Magnetic, Vol.36, 2000.
- [3] M. Tanaka, « Finite element model of natural crack in eddy current testing problem », IEEE Transaction on Magnetic, Vol.37, 2001.
- [4] A. Bermudez, C. Lopez, R. Rodriguez, P. Salgado, « A finite element method for the eddy current problem in terms of the current density. Application to nondestructive testing (CND) », IEEE, International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications, 2007.
- [5] J. Dumont-Fillon, « Contrôle non destructif (CND) », Techniques de l'ingénieur, R 1400, Mesures mécaniques et dimensionnelles, 1996.
- [6] H. Maftooli, H.R. Karami, S.H.H. Sadeghi, R. Moini, « Output Signal Prediction of an Open-Ended Coaxial Probe When Scanning Arbitrary-Shape Surface Cracks in Metals », IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 61, 2012.
- [7] Mc. G. Warren, « Essais non destructifs, métaux et matériaux », édition Eyrolles, Paris, 1967.
- [8] Mc. G. Warren, « Non destructive evaluation and quality control »; Vol 17, American society for metals; 1989.
- [9] C. Ravat, « Conception de multicapteurs à courants de Foucault et inversion des signaux associés pour le contrôle non destructif », thèse de doctorat, Paris, 2008.
- [10] B. Ramdane, « Contribution à la modélisation tridimensionnelles de la technique thermo-inductive de contrôle non destructif : Développement d'un outil de conception, d'analyse et d'aide à la décision », thèse de doctorat, Saint Nazaire, 2009.
- [11] J. Blitz, « Electrical and Magnetic Methods of Nondestructive Testing », Adam Hilger, Bristol, UK, 1991.
- [12] J. Dumont-Fillon, « Contrôle non destructif ». Technique de l'ingénieur. Traité, Mesure et contrôle, 1992.
- [13] D. Stifter, M. Wurn, K. Wiesauer, K. Nagel, M. Pircher, E. Gotzinger, C. Hitzenberger. « Spectral domain optical coherence tomography: A novel and fast tool for NDT », NDT in progress, Prague, 2007.
- [14] Y.Y. Hunga, H.P. Hob, « Shearography: An optical measurement technique and applications », Materials science and engineering, 2005.

- [15] H. Berg, K. Alward, K. Lessmann, «Penetrant testing of standard parts, practical examples of process optimization», 9 th European conference on NDT, Berlin, 2006.
- [16] F.I. Al-Naemi, J.P. Hall, A.J. Moses, «Fem modeling techniques of magnetic flux leakage-type NDT for ferromagnetic plate inspection», Journal of magnetism and magnetic materials, 2006.
- [17] G. Ruibin, Z. Yiliang, X. Xuedong, S. Liang, Y. Yong, «Residual stress measurement of new and in-service X70 pipelines by X-ray diffraction method», NDT&E International, Vol 44, 2011.
- [18] E. Lindgren, H. Wirdelius, «X-ray modeling of realistic synthetic radiographs of thin titanium welds », NDT&E International, Vol 51, 2012.
- [19] X. Maldague, «Theory and practice of infrared thermography for NDT», John Wiley and Sons, London, 2001.
- [20] Z. Liu, M. Genest, D. Kryszewski «Processing thermography images for pitting corrosion quantification on small diameter ductile iron pipe », NDT&E International, Vol 47, 2012.
- [21] S.J. Lee, W.S. Park, J.H. Lee, J.H. Byun, «A study on non-contact ultrasonic technique for online inspection of cfrp», Asia Pacific conference on NDT, 2006.
- [22] P.L. Vuillermoz, «Les courants de Foucault, Principes, mesure et contrôle», AFNOR, 1994.
- [23] B. Maouche, « Elaboration de modèles couplés basés sur la méthode des moments pour la modélisation de structures électromagnétiques : Application à l'étude du Contrôle Non Destructif par Induction », thèse de doctorat, Setif.
- [24] R. LA, « Modélisation phénoménologique des signaux courants de Foucault en vue de la caractérisation des défauts des tubes de générateurs de vapeur ». Thèse de doctorat, France, 1997.
- [25] Y. Le Bihan, J. Pávó, C. Marchand, «Characterization of small cracks in eddy current testing », The European Physical Journal Applied Physics, Vol.43, 2008.
- [26] R. La, B. Benoist, B de Barmon, R. Langellé, P. Gaillard, J. Reuchet, «An Eddy Current Model Based on Parametric Description of Induced Current Loops ». Review of Progress in Quantitative Non Destructive Evaluation, Vol. 16, New York, 1997.
- [27] L. Oukhellou. « Paramétrisation et classification de signaux en contrôle non destructif : Application à la reconnaissance des défauts de rails par courant de Foucault ». Thèse de doctorat, Paris, 1997.

- [28] P. Aknin, M. Bentoumi, F. Fessant, F. Raux « Chaîne d'instrumentation embarquée pour la détection temps réel de défauts de rails débouchant », Colloque interdisciplinaire instrumentation, Paris, 2001.
- [29] M. Bensetti « Etude et modélisation de capteur destinés au contrôle non destructif par courant de Foucault. Mise en œuvre de méthodes d'inversion », Thèse de Doctorat, Paris, 2004.
- [30] P. Weber. « Application des courants de Foucault pulsés au contrôle non destructif : Approches expérimentales et théorique ». Thèse de doctorat, Lyon, 1990.
- [31] S. Young-Kil, C. Dong-Myung, K. Young-Joo, L. Seung-Seok, «Signal characteristics of differential-pulsed eddy current sensors in the evaluation of plate thickness », NDT&E International, Vol 42, 2009.
- [32] M. Bensetti, Y. Le Bihan, C Marchand, J. Pavo, « Deposit characterisation by eddy current non destructif evaluation ». International Journal of Applied Electromagnetic and Mechanics, Vol 19, 2004.
- [33] T. Theodoulidis, H. Wang, G. Y. Tian, «Extension of a model for eddy current inspection of cracks to pulsed excitations », NDT&E International, Vol 47, 2012.
- [34] N. Harfield, Y. Yoshida, and J. R. Bowler, «Low-frequency perturbation theory in eddy-current non-destructive evaluation ». Journal of Applied Physics, 1996.
- [35] J.R. Bowler, S.A. Jenkins, L.D. Sabbagh, H.A Sabbagh, « Eddy Current Probe Impedance due to a Volumetric Flaw », Journal of Applied Physics, 1991.
- [36] X. Peng, K. Shida, «Eddy current sensor with a novel probe for crack position detection», IEEE International Conference on Industrial Technology, 2008.
- [37] Lê M. Q. Placko D. « Nouvelle structure de capteur à courants de Foucault et algorithme associé pour la mesure des propriétés électriques et magnétiques d'un métal » Journal de Physique III, 1995.
- [38] J.C. Moulder, C. C. Tai, B. F. Larson, H. Rose «Inductance of a coil on a thick ferromagneticmetal plate », IEEE Transaction on Magnetics, Vol.34, 1998.
- [39] Y. Le Bihan, « Conception et caractérisation d'un dispositif à courants de Foucault pour l'évaluation non destructif de l'épaisseur de paroi d'aube de turbines creuses », thèse de doctorat, Cachan, 2000.
- [40] W. Yin, A.J. Peyton, «Thickness measurement of non-magnetic plates using multi-frequency eddy current sensors », NDT&E International, Vol 40, 2007.

- [41] C. Weiyang, I. Komura, «Simulation of Transient Eddy-Current Measurement for the Characterization of Depth and Conductivity of a Conductive Plate », », IEEE Transaction on Magnetism, Vol.44, 2008.
- [42] M. Bensetti, Y. Biham, C. Marchand, C. Tassiti, G. Lissorgues, E. Dufour, J.P Gilles, «A hybrid Finite-Element Method for the modeling of Microcoils », IEEE Transaction on magnetism, Vol. 41, 2005.
- [43] B. Maouche, M. Feliachi, N. Khenfer, «A half-analytical formulation for the impedance variation in axisymmetrical modelling of eddy current non destructive testing», European Physical Journal Applied Physics, Vol. 33, 2006.
- [44] B. Maouche, M. Feliachi, «Calcul d'impédance par les potentiels magnétiques couplés d'un système de caractérisation par courants de Foucault», Colloque sur les Matériaux du Génie Electrique, Lyon, 2005.
- [45] B. Maouche, M. Feliachi, N. Khenfer, «A coupled magnetic vector potentials method for impedance calculation: application to eddy current non destructive testing» 8th International Conference on Modelling and Simulation of Electric Machines, Converters and Systems, Tunisia, 2005.
- [46] J.W. Luquire, W.E. Deeds, C.V. Dodd, «Alternating Current Distribution Between Planar Conductors», Journal of Applied Physics, Vol. 41, 1970.
- [47] C. C. Cheng, C.V. Dodd, W.E. Deeds, «General Analysis of Probe Coils Near Stratified Conductors», International Journal of Nondestructive Testing, Vol. 3, 1971.
- [48] Y.Choua, « Application de la méthode des éléments finis pour la modélisation de configurations de contrôle non destructif par courants de Foucault » ; thèse doctorat, Paris, 2009.
- [49] E. Durand, «Magnétostatique », Université de Paris -VI, (1969).
- [50] P. Lorrain, D.P. Corson, F. Lorrain, «Electromagnetic fields and Waves», W.H. Freeman and Co. New York, 1988.
- [51] R. Petit, «Ondes électromagnétiques», Masson, Paris, 1989.
- [52] E. Amzallag, N. Picolli, «Electromagnétisme», Tome 3, édition Ediscience, Paris, 1996.
- [53] B. Thidé, «Electromagnetic field theory», edition Epsilon, Uppsala, 2001.
- [54] E.Boridy, « Electromagnétique théorie et application », Presses de l'Université du Québec, 1992.
- [55] B. Maouche, M. Feliachi, « Analyse de l'effet des courants induits sur l'impédance d'un système électromagnétique alimenté en tension BF ou HF. Utilisation de la méthode des circuits couplés», Journal de Physique III, 1997.

- [56] J.W. Luquire, W.E. Deeds, C.V. Dodd, «Alternating current distribution between planar conductors», *Journal of Applied Physics*, Vol. 41, 1970.
- [57] C.V. Dodd et W.E. Deeds, «Analytical solutions to eddy-current probe-coil problems», *Journal of Applied Physics*, Vol. 39, 1968.
- [58] T.P. Theodoulidis, «Model of ferrite-cored probe for eddy current nondestructive evaluation», *Journal of Applied Physics*, Vol. 93, 2003.
- [59] T.P. Theodoulidis, «Analytical Model for Tilted Coils in Eddy-Current Nondestructive inspection», *IEEE Transactions on Magnetism*, Vol. 41, 2005.
- [60] N. O. Matthew, P.D. Sadiku, «Numerical techniques in electromagnetics », Presse CRC, New York, 2001.
- [61] G. Dhatt, G. Touzot, E. Lefrançois, «Une présentation de la méthode des éléments finis», Presses Université Laval, 1981.
- [62] J. Pedro, A. Bastos, N. Sadowski, «Electromagnetic modeling by finite element methods», édition Marcel Dekker, Basel, 2003.
- [63] E. Cardelli, A. Faba, R. Specogna, A. Tamburrino, «Analysis methodologies and experimental benchmarks for eddy current testing », *IEEE Transaction on Magnetism*, Vol.41, 2005.
- [64] X. Gao, Z. Zhu, W. Zhang, «Study on Structure Optimization of Eddy Current Probe», *Chinese Journal of NDT*, Vol. 28, 2004.
- [65] Y. Yating, D. Pingan, «Optimization of an Eddy Current Sensor Using Finite Element Method», *International Conference on Mechatronics and Automation*, 2007.
- [66] P. Mengchun, L. Feilu, T. Guiyun, «Reduction of lift-off effects in pulsed eddy current for defect classification», *IEEE Transactions on Magnetism*, Vol. 47, 2011.
- [67] A.M. Yadegari R. Moini, S.H.H. Sadeghi F. Mazlumi, «Output signal prediction of an open-ended rectangular waveguide probe when scanning cracks at a non-zero lift-off», *NDT&E International*, Vol 43, 2010.