

**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEURET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MOULOUD MAMMERIDE TIZI-OUZOU
FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET DE L'INFORMATIQUE
DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE**



Mémoire de fin d'études

*En vue d'obtention du diplôme d'ingénieur d'Etat en ELECTRONIQUE
Option : COMMUNICATION*

Thème

Détection de contours par les ondelettes

Dirigé par :

M^{me}. TABTI .D

Présenté par :

M^r. IDIR Aghilas

M^r. KACIMI Brahim

Promotion : **2010-2011.**

Remerciements

A travers ce modeste travail, nous tenons à remercier vivement notre promotrice M^{me} TABTI-D pour l'intéressante documentation qu'elle a mis à notre disposition, pour ses conseils précieux et pour toutes les commodités et aisances qu'elle nous a apportées durant notre étude et réalisation de ce projet.

Nos remerciements les plus vifs s'adressent aussi aux messieurs le président et les membres de jury d'avoir accepté d'examiner et d'évaluer notre travail.

Nous exprimons également notre gratitude à tous les professeurs et enseignants qui ont collaboré à notre formation depuis notre premier cycle d'étude jusqu'à la fin de notre cycle universitaire.

Sans omettre bien sur de remercier profondément tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à réalisation du présent travail.

Et enfin, que nos chers parents et familles, et bien avant tout, trouvent ici l'expression de nos remerciements les plus sincères et les plus profonds en reconnaissance de leurs sacrifices, aides, soutien et encouragement afin de nous assurer cette formation d'ingénieur dans les meilleures conditions.

Dédicaces

Je dédie ce travail :

+ A mes très chers parents qui m'ont guidé durant les moments les plus pénibles de ce long chemin, ma mère qui a été à mes côtés et ma soutenu durant toute ma vie, et mon père qui a sacrifié toute sa vie afin de me voir devenir ce que je suis, merci mes parents.

+ A mes très chers frères, Moussa et Amrane

+ A ma sœur Samia

+ A ma grand mère

+ A mes amis : Rafik, Aziz, Lounes et leurs familles et à ceux avec qui j'ai partagés les beaux moments.

Aghilas



Dédicaces



Je dédie ce travail à:

*Ma très chère mère et mon très cher père pour leurs sacrifices
et encouragement.*

*Mes très chères sœurs et leurs maris et enfants aux quels je souhaite tous la
réussite et le bonheur.*

Mes tantes, oncles, cousin et toute la famille sans exception.

*Mes amis(es), tous ceux que j'aime, tous ceux qui m'aiment tous ceux qui me sont
chers (es).*

Que dieu nous protège et nous préserve la sante et le bonheur.

Je dédie avec ma profonde affection, ce modeste travail.

Brahim



Sommaire

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE.....	01
----------------------------	----

CHAPITRE I Notion générales sur le traitement d'images

I.1.Introduction.....	03
I.2. Historique.....	03
I.3.Définition d'une image.....	04
I.4.La numérisation d'une image.....	04
I.5.Type d'image.....	05
I.5.1. Image vectorielle.....	05
I.5.2. Image bitmap.....	05
I.6. Caractéristiques d'une image numérique.....	05
I.6.1. Pixel.....	05
I.6.2. Représentation de la couleur.....	06
I.6.2.1. Niveau de gris.....	06
I.6.2.2. Codage RGB.....	06
I.6.2.3. Codage YUV.....	06
I.6.2.4. Codage CMY.....	06
I.6.3. Résolution d'une image.....	07
I.6.4. Transparence.....	08
I.6.5. Luminance.....	08
I.6.6. Chrominance.....	08
I.6.7. Contraste.....	08
I.6.8. Histogramme.....	08
I.6.9. Texture.....	11
I.6.10. Bruit.....	11
I.7. Seuillage.....	11
I.7.1. Seuillage simple.....	11
I.7.2. Seuillage par Hystérésis.....	12
I.8. Le filtrage.....	12
I.8.1. Types de filtre.....	13
I.8.1.1. Filtre linéaire.....	13
I.8.1.2 Filtre non linéaire.....	14
I.9. Système de traitement d'images.....	14
I.9.1. Acquisition.....	15
I.9.2.Traitement numérique d'image: Pré-traitement.....	15
I.10.But de traitement d'images.....	17
I.11. Domain d'application.....	17

I.12. Conclusion.....	18
-----------------------	----

CHAPITRE II Méthodes de détection des contours

II.1.Introduction.....	19
II.2. La segmentation.....	19
II.3. Différentes approches de la segmentation.....	19
II.3.1 Approche région.....	19
II.3.2 Approche frontière.....	20
II.4. Les techniques de segmentation.....	20
II.4.1. Le seuillage.....	20
II.4.2. Croissance de régions.....	21
II.4.3. Détection de contours.....	21
II.4.3.1. Approche gradient.....	22
II.4.3.2. Approche Laplacien.....	29
II.5. Les filtres optimaux.....	31
II.5.1. Critère Canny.....	31
II.5.2 .Deriche.....	35
II.5.3 Shen et Castan.....	35
II.6. Approches par modèle surfacique.....	36
II.6.1 Hueckel.....	36
II.6.2 Haralick.....	37
II.6.3. Huertas et Medioni.....	37
II.7. Conclusion.....	38

CHAPITRE III La transformée en ondelettes

III.1 Introduction.....	39
III.2. La Transformée en ondelettes.....	39
III.2.1. Définition.....	41
III.2.2. Formule.....	42
III.2.3. Inversion de la transformée en ondelette.....	44
III.2.4. Différent types d'ondelettes.....	44
III.2.5. Les ondelettes et décomposition discrètes.....	45
III.3. Analyse Multirésolution.....	46
III.3.1. Définition.....	47
III.3.2. Décomposition en ondelettes (Algorithme de MALLAT).....	48
III.3.3. Reconstruction.....	50
III.4. Ondelettes à deux dimensions.....	51
III.5. Ondelettes à deux dimensions directionnelles.....	51
III.6. Les ondelettes et l'analyse multirésolution biorthogonales.....	52
III.7. Analyse multirésolution à deux dimensions.....	54
III.8. Algorithme de décomposition séparable et de reconstruction.....	56
III.9. Recherche de la meilleure décomposition.....	59
III.10. Algorithme par convolution en cascade B-Spline.....	60

III.10.1. Définition de la B-spline monodimensionnelle.....	60
III.10.2. B-Spline Discrète.....	60
III.10.3. Algorithme de convolution.....	60
III.11.Conclusion.....	61

CHAPITRE IV tests et résultats

IV.1.Préambule.....	62
IV.2. Description de l'algorithme.....	62
IV.2.1. Conversion de l'image en matrice.....	62
IV.2.2. Convolution en cascade de l'image par un masque B-spline θ	62
IV.2.3. Dérivation.....	63
IV.2.4. Calcul du module et de l'orientation du gradient de l'image à partir des Coefficients d'ondelettes horizontaux et verticaux.....	63
a-calcul du module.....	63
b-calcul de l'orientation.....	64
IV.2.5. Recherche des maxima locaux.....	64
IV.2.6. Chainage des maxima locaux et détection de points de contours.....	64
IV.3.Représentation des données.....	64
IV.4.Résultats obtenus après l'application de l'algorithme sur des images test.....	65
IV.4.1.Application à l'image cameraman.....	65
IV.4. 2.Application à l'image circuit.....	69
IV.4.3Application a une image IRM du cerveau.....	73
IV.5.Interprétation des résultats.....	77
IV.6.Conclusion.....	77

CONCLUSION GENERALE.....	78
---------------------------------	-----------

BIBLIOGRAPHIE

Liste des figures

Liste des figures

Figure .I.1 : Image original.....	5
Figure. I.2: Image numérisée.....	5
Figure. I.3 : Exemple d'image numérisée avec différentes résolutions.....	7
Figure. I.4 : Exemple d'un histogramme.....	9
Figure. I.5 : Histogramme uni modal.....	9
Figure. I.6 : Histogramme bimodal.....	10
Figure. I.7 : Histogramme multimodal.....	10
Figure. I.8 : Image originale.....	12
Figure. I.9 : Image souillée (seuil=70).....	13
Figure. I.10 : Image souillée (seuil=100).....	12
Figure. I.11 : Schéma de système de traitement d'images.....	15
Figure. I.12 : Les différentes étapes de traitement d'image numérique.....	15
Figure. II.1: les différents modèles de contours.....	21
Figure. II.2 : Image original.....	23
Figure. II.3 : opérateur de Robert (seuil=0,1).....	23
Figure. II.4 : Image original.....	24
Figure. II.5 : opérateur Prewitt (seuil=0,1).....	24
Figure. II.6 : Opérateur MDIF.....	27
Figure. II.7 : Domaines de Nagao.....	28
Figure. II.8 : Opérateur de NAGDIF.....	29
Figure. II.9 : Les différents masques de Laplacien.....	30
Figure.II .10 : résultats de la détection des contours avec l'opérateur Laplacien.....	31
Figure. III .1 : L'influence de la fenêtre de Gabor sur un signal $f(s)$	41
Figure.III.2.: Exemple de transformée en ondelette.....	43

Figure. III.3 : Différents types d'ondelettes.....	45
Figure. III.4 : Algorithme de MALLAT (analyse).....	49
Figure. III.5 : L'approximation et le détail.....	49
Figure. III.6 : Décomposition en ondelette.....	50
Figure. III.7 : Algorithme de synthèse.....	51
Figure. III.8 : Schéma de Décomposition en 2D.....	57
Figure. III.9 : Schéma de reconstruction en 2D.....	57
Figure. III.10 : Décomposition en Ondelette d'une image 2D.....	58
Figure. III.11 : Arbre de la décomposition d'une image sur une base d'ondelettes	58
Figure. III.12. algorithme de convolution en cascade B-spline	60

Image test 1 cameraman

Figure IV.1. Image originale.....	65
Figure IV.2. image lissée en plusieurs échelles.....	65
Figure IV.3. singularités verticale en plusieurs échelles.....	66
Figure IV.4. singularités horizontales.....	66
Figure IV.5. Carte des orientations du gradient.....	67
Figure IV.6. Les modules du gradient.....	67
Figure IV.7. Les maxima locaux.....	68
Figure IV.8. Résultat après chainages.....	68

Image test 2 circuit

Figure IV.9. Image originale.....	69
Figure IV.10. Image lissée.....	69
Figure IV.11. Singularités verticale.....	70
Figure IV.12. Singularités horizontales.....	70
Figure IV.13. Carte des modules de gradient.....	71
Figure IV.14. Orientations du gradient.....	71

Figure IV.15. Les maximas locaux.....	72
Figure IV.16. Résultat après chainage.....	72
Image teste 3 cerveaux	
Figure IV.17. Cerveau sain.....	73
Figure IV.18. Cerveau atteint d'une tumeur	73
Figure IV.19. Image lissée	73
Figure IV.20. Singularités verticale.....	74
Figure IV.21. Singularités horizontales.....	74
Figure IV.22. Carte des modules de gradient.....	75
Figure IV.23. Orientations du gradient.....	75
Figure IV.24. Les maximas locaux.....	76
Figure IV.25. Résultat après chainage.....	76

Introduction Générale ?

Introduction Générale

Introduction générale

Le traitement d'images a débuté dans les années 1920 dans la transmission des données par câble mais ne connaît de vrai essor que dans les années 1960 avec le développement des ordinateurs. Au départ, les techniques de traitement d'images sont essentiellement des méthodes de restauration et de compression d'images. Puis se développent avec les progrès de l'informatique, des techniques de détection de primitives (contours, point d'intérêt, lignes d'intérêt ...) et de nombreux autres traitements dans les domaines aussi variés que le médical, la télévision, l'imagerie satellitaire, le multimédia. C'est dans les années 2000 que le traitement d'images devient omniprésent dans plusieurs domaines tels que l'internet, la télévision, sur les téléphones, dans le domaine médical. Aujourd'hui il ne s'agit plus uniquement de traiter les images pour les améliorer mais aussi de les comprendre et de les interpréter. C'est dans ce contexte que la reconnaissance des formes dans les images devient un sujet de recherche important.

Toutes les études qui ont porté sur la reconnaissance des formes ont avant tout démontré à quel point il est difficile de s'approcher des performances du système de perception humain. Détecter, localiser et reconnaître un objet dans une image est une opération relativement subjective qui peut différer d'une personne à une autre. Et pour reconnaître des objets afin d'interpréter les images, il faut souvent au préalable les segmenter, c'est-à-dire séparer les objets d'intérêt du fond de l'image et d'extraire les contours.

La détection de contours dans les images a débuté par des opérateurs locaux qui estimaient un gradient où convoluaient l'image par des masques caractéristiques des contours. D'autres approches plus systématiques ont été mises en place pour obtenir des contours plus significatifs. Ces approches ont abouti à une bonne compréhension de ce qu'il faut faire pour détecter les contours, mais la définition même des contours demeure très vague, ce qui rend ces techniques encore peu efficaces sur un problème concret.

C'est dans ce contexte que se positionne notre travail. Notre problématique a débouché finalement sur la détection des contours en utilisant la transformée en ondelettes.

Le présent mémoire est articulé en quatre chapitres.

Le premier chapitre est dédié aux généralités sur le traitement d'image. Nous commençons par la définition de traitement d'images. Par la suite, des notions générales sur l'image sont données.

Dans le deuxième chapitre, nous allons d'abord introduire la définition de la segmentation d'images par la suite nous allons aborder les méthodes de détection de contours avec ces deux approches : Gradient et Laplacien.

La méthode de traitement d'images fera l'objet de notre troisième chapitre. Cette méthode est basée sur la transformée en ondelettes. Dans un premier lieu, nous introduirons les limites de la transformée de Fourier. Par la suite les principes de la transformée en ondelettes seront donnés.

Quant aux tests et résultats ainsi que leurs discussions, ils seront exposés dans le quatrième chapitre.

Et en fin une conclusion générale de ce mémoire rappellera les différentes étapes du travail.

Chapitre I

Généralités sur le traitement d'images

I.1.Introduction :

Avec la parole, l'image constitue l'un des moyens les plus importants qu'utilise l'homme pour communiquer avec autrui. C'est un moyen de communication universel dont la richesse du contenu permet aux êtres humains de tout âge et de toute culture de se comprendre, chacun peut analyser l'image à sa façon.

De ce fait, le traitement d'images désigne l'ensemble des traitements qui permettent, à partir d'images numérisées, de produire d'autres images numériques ou d'en extraire de l'information. Il s'agit donc d'un sous-ensemble du traitement du signal dédié aux images et aux données dérivées comme la vidéo. Dans le contexte de la vision artificielle, le traitement d'images se place après les étapes d'acquisition et de numérisation, assurant les transformations d'images et la partie de calcul permettant d'en extraire des informations jugées utiles.

I.2. Historique

Le traitement d'images a commencé à être étudié dans les années 1920 pour la transmission d'images par le câble sous-marin allant de New York à Londres.

Harry G. Bartholomew et Maynard D. McFarlane effectuèrent la première numérisation d'image avec compression de données pour envoyer des fax de Londres à New York. Le temps de transfert passa ainsi de plus d'une semaine à moins de trois heures. Il n'y a pas vraiment eu d'évolution par la suite jusqu'à la période d'après-guerre avec le développement des techniques du traitement de signal.

Le véritable essor du traitement d'images n'a lieu que dans les années 1960 quand les ordinateurs commencèrent à être suffisamment puissants pour travailler sur des images. Peu après, la redécouverte de la transformée de Fourier rapide (FFT Fast Fourier transform) révolutionne le domaine, en rendant possible les manipulations du contenu fréquentiel des signaux sur ordinateur. Depuis des recherches ont été menées, pour l'amélioration des techniques du traitement d'images utilisées afin qu'elles puissent répondre aux besoins croissants en cette matière.

Les applications du traitement d'images s'étendent aujourd'hui dans tous les secteurs de l'industrie, de l'image spatiale, à la vision robotique, en passant par les technologies biomédicales. La compréhension du traitement d'images commence par la compréhension de ce qu'est une image, ses propriétés physiques,...etc. Nous allons présenter dans cette partie quelques notions sur l'image ainsi que les traitements qu'elle peut subir.

I.3. Définition d'une image :

L'image est définie comme étant la reproduction exacte ou la reproduction analogique d'une scène réelle qui a été captée soit par un appareil photographique, soit par un satellite,etc.

Une image en tant que terme informatique est un ensemble structuré d'informations qui après affichage a une signification pour l'œil humain.

L'une des nombreuses définitions de l'image, suivant ce principe, est qu'elle peut être décrite sous forme d'une fonction $I(x, y)$ de brillance analogique continue définie dans un domaine borné tel que x et y sont les coordonnées spatiales d'un point de l'image, et I est une fonction d'intensité lumineuse et de couleur. Dans ce cas une étape préalable s'impose pour la rendre exploitable sur l'ordinateur qui ne connaît que le langage binaire, c'est la numérisation d'image [GW].

I.4. La numérisation d'une image

La numérisation des images est une technique qui consiste à diviser la surface de l'image en éléments de taille fixe appelés **cellules** ou **pixels**, ayant chacun une valeur numérique et comme caractéristiques un niveau de gris ou de couleur prélevé à l'emplacement correspondant dans l'image réelle.

La numérisation donc est la transformation de l'image de son mode analogique (distribution continue d'intensités lumineuses), en une image numérique représentée par une matrice bidimensionnelle de valeurs numérique $I(x, y)$ où :

x, y : coordonnées cartésiennes d'un point de l'image
 $I(x, y)$: code de la couleur en ce point.

La numérisation de l'image se fait suivant deux procédés :

- Ø **l'échantillonnage** : est le procédé de discrétisation d'une image consistant à associer à chaque pixel à une valeur unique ;
- Ø **la quantification** : désigne la discrétisation totale correspondant à la limitation du nombre de valeurs différentes que peut prendre chaque pixel. L'image numérique est donc une image échantillonnée et quantifiée.

La taille de l'image est donnée par le produit entre le nombre de lignes et celui des colonnes exemple $[16*16, 128*128, \dots 512*512]$.

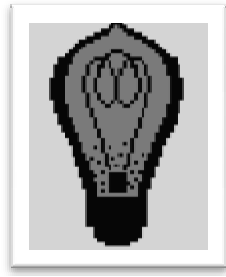


Figure. I.1 : Image originale

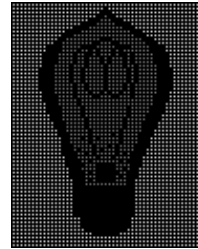


Figure. I.2 : Image numérisée

I.5.Type d'image

On peut distinguer deux types d'image numérique selon sa représentation:

I.5.1. Image vectorielle :

L'image vectorielle est une représentation d'entités géométriques telles qu'un cercle, un rectangle ou un segment qui seront représentés par des formules mathématiques (un rectangle est représenté par deux points, un cercle par un rayon et un centre). C'est au processeur de traduire ces formes en informations interprétables. L'intérêt des images vectorielles, est qu'elles peuvent être redimensionnées sans perte de qualité.

I.5.2. Image bitmap:

Appelée aussi image (matricielle, *raster*), ces images sont stockées en mémoire sous forme de matrices de valeurs numériques. L'atout de ce mode est la simplicité de stockage en mémoire, puisqu'il suffit de coder la succession des valeurs de la matrice ; grande facilité de traitement par des algorithmes élémentaires. L'inconvénient de ce type est l'espace mémoire, important, occupé pour gérer de grandes images ou des images de bonne qualité.

I.6. Caractéristiques d'une image numérique :

I.6.1. Pixel :

Le mot pixel est une abréviation de l'expression anglaise « picture element » ce qui signifie «élément d'image », il représente l'unité de base qui constitue l'image, c'est une entité calculable qui peut recevoir une structure et une quantification. Le bit est la plus petite unité d'information que peut traiter un ordinateur, le pixel est le plus petit élément que peuvent manipuler les matériels et logiciels d'affichage ou de compression. La quantité d'information que véhicule chaque pixel donne des nuances entre images monochromes et images couleurs.

I.6.2. Représentation de la couleur :

Les types de codage les plus utilisés pour représenter l'image sont :

I.6.2.1. Niveau de gris :

C'est la valeur numérique qui reflète l'intensité de la luminosité d'un point de la scène observée. Si on a 256 niveaux (nuances) de gris compris entre 0 et 255, chaque pixel est codé sur 1 octet et ces niveaux sont obtenus après dégradation de la couleur noire. Le niveau de gris 0 représente le noir et le niveau de gris 255 correspond au blanc [BEN 06].

I.6.2.2. Codage RGB :

Ce type de codage permet de représenter la valeur d'intensité lumineuse du pixel par un entier comportant les composantes rouge (Red), vert (Green) et le bleu (Blue), chacune codée sur un octet, c'est-à-dire au total 24 bits ce qui donne 16 millions de couleurs possibles.

I.6.2.3. Codage YUV :

Le codage YUV (appelé aussi CCIR) est un codage de représentation de la couleur dédié à la vidéo analogique. Il est généralement utilisé dans le système PAL (Phase Alternation Line) et SECAM (avec Mémoire Séquentiel Couleur) pour la télévision. Le paramètre Y représente la luminance (c'est-à-dire l'information en noir et blanc), tandis que U et V permettent de représenter la chrominance, c'est-à-dire l'information sur la couleur.

I.6.2.4. Codage CMY :

Le codage CMY (Cyan, Magenta, Yellow, ou Cyan, Magenta, Jaune en français, soit CMJ) est à la synthèse soustractive, ce que le codage RGB est à la synthèse additive. Ce modèle consiste à décomposer une couleur en valeurs de Cyan, de Magenta et de Jaune. Il existe d'autres types de codages, comme HSL, le codage CMTK, YIQ,

I.6.3. Résolution d'une image :

- **Définition:** c'est le nombre de pixels qui constitue l'image, elle est généralement notée par (**nbr_pixel_col x nbr_pixel_lig**) on l'appelle aussi la « dimension informatique » de l'image.

Exemple : une image possède 640 pixels en colonne et 480 pixels en ligne aura une définition notée par 640x480.

- **Résolution:** terme souvent confondu avec la définition, elle détermine le nombre de pixels par unité de surface exprimé en points par puce (ppp, ou en anglais DPI pour Dots Per Inch), un pouce représentant 2.54cm.

La définition est tributaire de la résolution mais également de la taille d'image souhaitée en sortie.

Exemple :

Si l'on veut obtenir en sortie une image de 27 x 18 cm, numérisée avec une résolution de **300 dpi** (égale à 300 pixels par pouce), la définition de l'image obtenue sera égale à $(300 \times 27/2,54) \times (300 \times 18/2,54) \gg 3190 \times 2125$ pixels.



512x512



128x128



64x64

Figure. I.3 : Exemple d'Image numérisé avec différentes résolutions

I.6.4. Transparence :

La transparence est une caractéristique permettant de définir le niveau d'opacité des éléments d'une image, c'est-à-dire la possibilité de voir à travers l'image des éléments graphiques située derrière celle-ci.

I.6.5. Luminance :

C'est le degré de luminosité des points de l'image. Elle est définie aussi comme étant le quotient de l'intensité lumineuse d'une surface par l'aire apparente de cette surface, pour un observateur lointain, le mot luminance est substitué au mot brillance, qui correspond à l'éclat d'un objet. Une bonne luminance se caractérise par : Des images brillantes.

Un bon contraste : il faut éviter les images où la gamme de contraste tend vers le blanc ou le noir; ces images entraînent des pertes de détails dans les zones sombres ou lumineuses [TAB 96].

I.6.6. Chrominance:

C'est le signal qui transporte les informations sur la couleur. Il est composé de la teinte et de la saturation.

Dans la représentation YUV : Le U représente la chrominance rouge.

Le V représente la chrominance bleue.

I.6.7. Contraste :

On définit le contraste comme étant la différence qu'il y a entre les valeurs des niveaux de gris appartenant à l'extérieur et à l'intérieur d'un contour; c'est la variation entre le niveau de gris local et le niveau de gris représentatif d'un voisinage plus global. Le plus souvent, cela se traduit par un ratio entre un niveau de gris en un point et le niveau moyen sur une fenêtre centrée sur le point [HAM 00].

I.6.8. Histogramme :

Histogramme est un graphique statistique permettant de représenter la distribution des intensités des pixels d'une image, c'est-à-dire le nombre de pixels pour chaque couleur. On représente par convention le nombre de pixels dans le plan (OY) et les niveaux des intensités(256) dans le plan (OX) [MK].

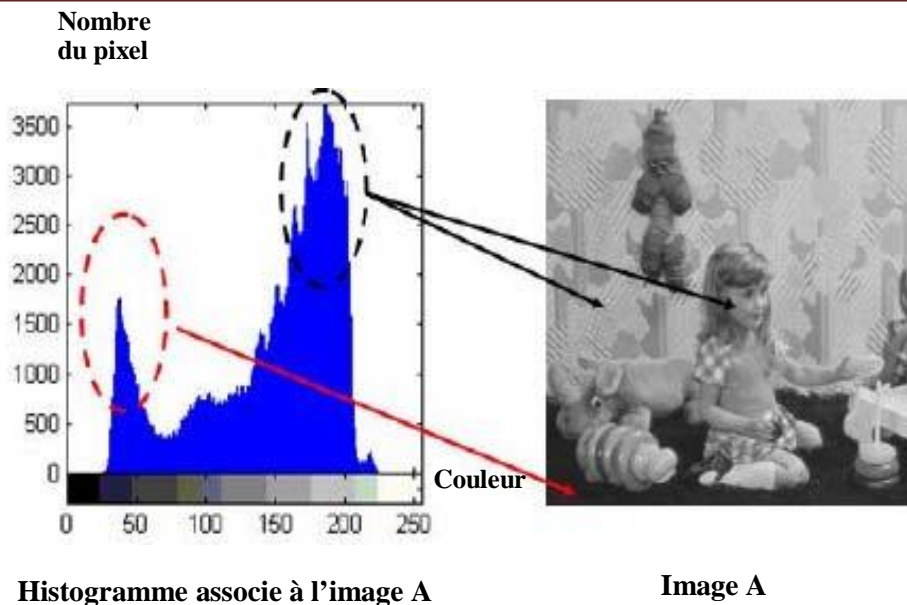


Figure I.4 : Exemple d'un histogramme

Il peut être utilisé pour diminuer l'erreur de quantification, Pour comparer deux images obtenues sous des éclairages différents ou encore pour mesurer certaines propriétés sur l'image, on modifie souvent l'histogramme correspondant.

Dans la figure1 deux principaux pics de population de pixels correspondent au sol. (Partie la plus foncée) et à l'arrière plan de l'image (partie la plus claire).

On peut distinguer trois types d'histogrammes d'images :

Ø Histogramme unimodal :

Ce type d'histogramme n'a qu'un seul pic, il représente soit un objet, soit un fond.

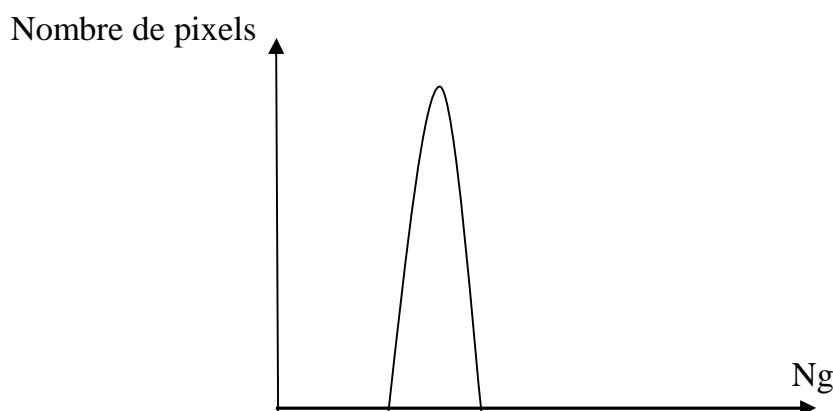


Figure.I.5 : Histogramme unimodal

Ø Histogramme bimodale :

Deux pics séparés par une vallée et l'on déduit qu'il existe un objet sur un fond

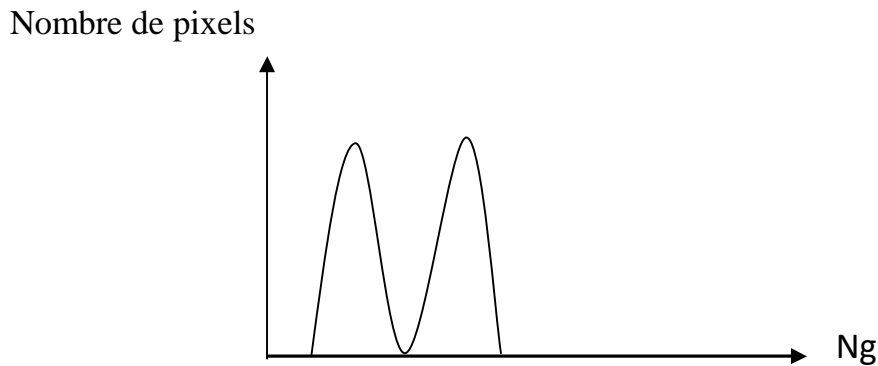


Figure I.6 : Histogramme bimodal

Ø Histogramme multimodale :

Forme de plusieurs modes séparés (plusieurs pics séparés par plusieurs vallées) qui nous renseigne sur la présence de plusieurs objets.

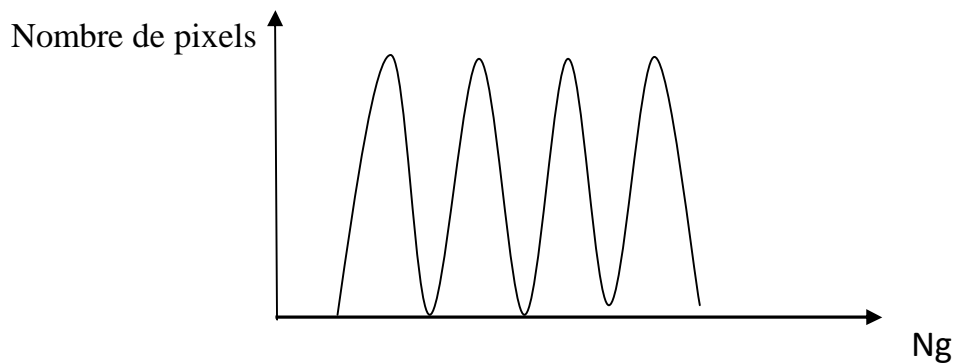


Figure I.7 : Histogramme multimodale

I.6.9. Texture :

La texture est une représentation spatiale d'un motif caractérisant un objet dans l'image. Elle désigne le type (la structure) de remplissage des objets appartenant à l'image.

Une image est constituée d'un certain nombre d'objets, chacun de ces derniers est constituée d'un ensemble de pixels connexes possédant des propriétés communes. Cet ensemble est par définition entouré d'un contour fermé ou non.

I.6.10. Bruit :

Un système d'enregistrement d'images ne restitue pas l'image de manière parfaite. Des informations parasites s'ajoutent de manière aléatoire aux détails de la scène d'origine constituant le bruit. Le bruit n'a pas les mêmes origines, mais provoque des effets assez semblables comme la perte de netteté sur les détails ou l'apparition de grains.

Le bruit est d'autant plus présent que l'intensité du signal baisse, il se distingue mieux sur les zones sombres. C'est pour cette raison que l'on mesure l'effet du bruit par le rapport signal/bruit . Quand cette valeur augmente, cela signifie que la proportion du signal parasite dans le signal d'origine diminue. Pour parvenir à un bon résultat, il faut donc soit augmenter le signal, soit baisser le bruit. Pour baisser le bruit dans l'image, on procède par filtrage de l'image bruitée.

I.7. Seuillage :

Le seuillage transforme l'image initiale en une image contenant deux niveaux de gris : le noir et le blanc (Fig. I.9 et Fig. I.10). Pour cela, il suffit de fixer un seuil ou plus selon lequel ou lesquels, on affecte au pixel encours la couleur noire ou blanche. On définit en conséquence deux types de seuillage :

I.7.1. Seuillage simple :

On se fixe un seuil entre 0 et 255, on décide d'affecter la couleur noire ou blanche à un pixel de l'image selon que le niveau de gris est inférieur ou supérieur au seuil.



Figure. I.8 : Image Originale



Figure. I.9 : Image Seuillée (Seuil=70)



Figure. I.10 : Image Seuillée (seuil =100)

I.7.2. Seuillage par Hystérésis :

On choisit deux seuils A et B, tels que $A < B$. En parcourant l'image initiale, on crée une nouvelle en affectant la couleur noire au pixel dont le niveau de gris est soit inférieur à A soit supérieur à B et la couleur blanche ailleurs. Ce type de seuillage permet de mettre en évidence un ensemble précis de pixels où leur niveau de gris est entre A et B. Pour notre application, on a opté pour un seuillage simple qui est suffisant pour traiter les images. Cette image est composée d'objets foncés dans une scène claire. Ainsi, on a deux classes de niveaux de gris pouvant être séparées par un seul seuil, ce qui permet de mettre en évidence l'objet dans la scène.

I.8. Le filtrage :

Le filtrage d'images a pour but d'améliorer la qualité d'une image numérique. Le terme qualité peut prendre plusieurs sens suivant la raison qui nécessite d'effectuer cette amélioration. Par exemple, on parle de qualité visuelle lorsqu'on cherche à avoir un meilleur aspect de l'image ou de qualité du signal lorsqu'on cherche à atténuer les distorsions liées aux techniques de numérisation.

Le filtrage manipule uniquement les données de l'image numérisée. On ne fait aucune supposition sur ce que représente l'image. Le résultat obtenu suite à un filtrage dépend donc énormément de la qualité du signal de l'image d'origine. Si le signal est très détérioré, le filtrage seul sera très peu efficace. Dans ce genre de situation le filtrage est juste une première étape dans un traitement plus complexe qui fera intervenir des informations sémantiques sur l'image.

Chaque filtre cherche à atténuer un type de défaut bien précis. Il n'y a pas de filtre universel capable de corriger tous les défauts. Il faut choisir les bons filtres suivant les défauts que vous désirez corriger. Donc le filtrage est une opération fondamentale en traitement d'images. Il permet d'améliorer la perception de certains détails et de réduire le bruit. Il existe plusieurs types de filtres.

I.8.1. Types de filtre :

On distingue deux types de filtres, linéaires et non linéaires.

I.8.1.1. Filtre linéaire :

On désigne par filtrage linéaire l'opération qui consiste à remplacer la valeur du pixel ciblé par une combinaison linéaire des valeurs des pixels voisins. Parmi ces filtres on trouve les filtres passe bas et les filtres passe haut.

Filtre passe bas :

Une application typique du filtrage est la réduction de bruit. Le bruit est souvent haute-fréquence et il est donc possible de le réduire grâce à un filtrage passe-bas de l'image. Bien entendu, ce filtrage passe-bas va également réduire les hautes fréquences qui étaient naturellement présentes dans l'image, et il résultera un adoucissement des contours.

Ø Filtre passe haut :

Les filtres passe-haut accentuent le contraste (ainsi que le bruit de fond), en mettant en évidence les contours. Ils permettent aussi d'augmenter ou d'améliorer la netteté de l'image.

I.8.1.2 Filtre non linéaire :

Dans ce type de filtrage, la valeur du pixel ciblé n'est pas une combinaison linéaire, cependant les résultats obtenus avec ces filtres sont souvent de meilleure qualité.

Ø Filtre médian :

C'est un filtre non linéaire utilisé pour éliminer les bruits impulsionnels tout en préservant l'information contour. Le classement des pixels de la fenêtre de voisinage s'effectue selon un ordre croissant, puis on prend la valeur médiane sur ce voisinage.

Exemple

Soit la fenêtre suivante

$$I = \begin{bmatrix} 2 & 12 & 60 \\ 2 & 13 & 12 \\ 2 & 2 & 12 \end{bmatrix}$$

Dans cette fenêtre l'ordre croissant est : (2, 2, 2, 2, 12, 12, 12, 13, 60) et la valeur du point centré est 13. Pour appliquer le filtre médian:

- § La valeur du point centré qui était 13 prend la nouvelle valeur 12 ;
- § Préserve l'information de contour;
- § Élimine les contours très fins.

Ø Filtre de position :

Pour ce filtrage, on utilise des fenêtres de voisinages (NxN). On choisit un sous voisinage le plus homogène, puis on affecte sa valeur médiane au voisinage (NxN).

I.9. Système de traitement d'images :

Un système de traitement d'image est constitué de plusieurs étapes, c'est un ensemble de fonctions et d'opérations liées effectuant des changements et transformations sur l'image physique, pour pouvoir extraire les informations pertinentes afin de les mieux interpréter.

Un système de traitement d'images se compose des éléments suivants :

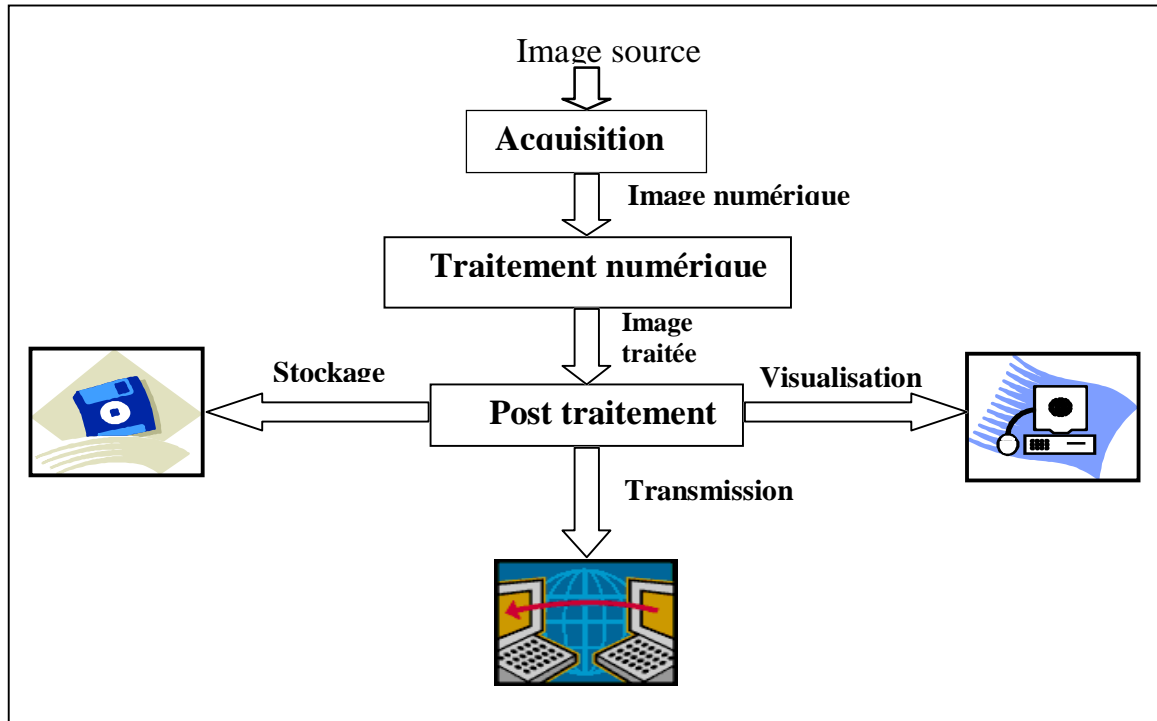


Figure. I.11 : Schéma de système de traitement d'image

I.9.1. Acquisition :

Le rôle d'un système d'acquisition est de transformer l'image de son état analogique en état numérique. Les dispositifs utilisés pour l'acquisition des images sont : les appareils photo numérique, scanners, caméras et les cartes d'acquisition qui utilisent un capteur CCD (Charge Coupled Device).

I.9.2. Traitement numérique d'image:

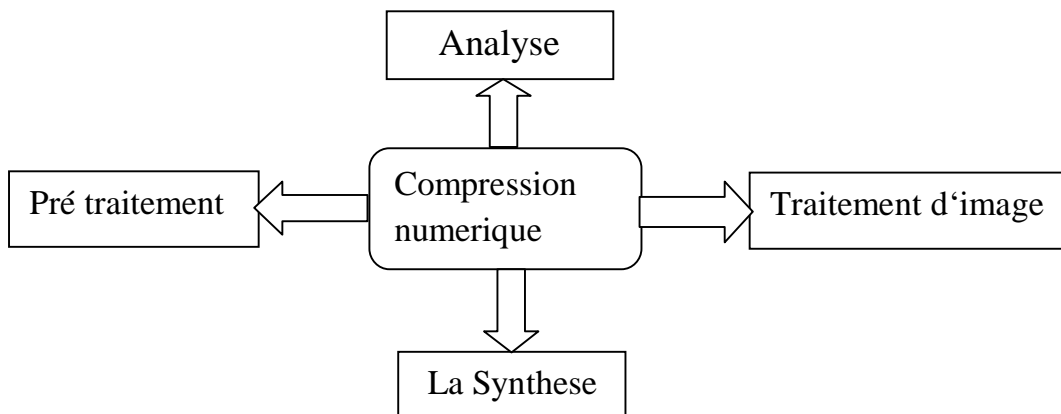


Figure. I.12 : Les différentes étapes de traitement d'image numérique

On a quatre types du traitement d'images numériques, qui sont les suivantes:

Ø Pré-traitement :

Opération très utile, son objectif principal est l'amélioration de l'image de façon à ce que le résultat soit convenable aux traitements

Ø Analyse d'images:

L'analyse de l'image représente un aspect majeur du traitement d'image, car elle cherche à extraire les informations contenues dans les divers objets de la scène (contours, texture, ...).

Ø La synthèse d'images :

Le but est de reconstruire une image qui ressemble à l'image de la scène simulée, à partir d'une description de la scène, des objets qui la composent, des caractéristiques de l'éclairement (incidence, intensité, ...), et enfin, du dispositif de prise de vue (caméra CCD, CMOS, ...).

Ø Codage et compression d'images :

Pour stocker par exemple une simple image monochrome (en niveaux de gris), il faut mémoriser typiquement 512×512 pixels (soit 256 000 pixels) et 8 bits par pixel pour obtenir une bonne résolution (8 bits pour coder un pixel, ce qui donne par pixel un nombre de $2^8 = 256$ valeurs possibles). Pour des images couleurs de haute résolution, et pour des images animées le nombre de bits nécessaires devient vite très important pour mémoriser ou transmettre.

Le codage et la compression d'une image ont donc pour but d'obtenir de cette dernière, une représentation qui ne nécessite qu'un nombre très réduit de bits afin de gagner en vitesse lors de la transmission, et en capacité de stockage tout en dégradant le moins possible les images considérées.

Ø Post-traitement :

Cette étape est appliquée sur les images codées (résultat du traitement numérique) pour visualiser directement l'image, la stocker ou bien la transmettre via un réseau puis la visualiser.

I.10. But de traitement d'images :

- Améliorer la qualité de l'image en réduisant les bruits ou les parasites introduits lors de son acquisition (corriger les erreurs liées à l'acquisition) dont le but est de se rapprocher au mieux de l'image originale ;
- Résoudre le problème de la détection de présence de certaines formes, certains contours ou certaines textures du modèle connu, sans vouloir préciser les autres informations contenues dans l'image ;
- Comprimer l'image pour gagner en vitesse lors de la transmission, et en capacité de stockage.

Le traitement d'images est donc très utile et peut être utilisé dans plusieurs domaines d'applications.

I.11. Domain d'application :

Le domaine d'application du traitement d'images est très vaste, quotidiennement nous rencontrons des images de toutes sortes dans notre environnement: La Météorologie, Biologie, Géologie, application militaires, Publicité, en plus on peut compter :

- Le domaine de la télécommunication (TV, vidéo) ;
- Photographie aérienne ou spatiale (astronomie, géologie, agriculture).
- Application industrielle (Robotique, surveillance de qualité, sécurité...)
- La médecine (Radiographies, Scanner, Tomographies, ...).
- Physique (spectroscopie, physique des plasmas, ...).

De nos jours il est possible d'effectuer des créations graphiques, artistiques, publicitaires ou divertissantes.

I.12. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons décrit quelques notions fondamentales sur le traitement d'images, dont nous aurons besoin pour la connaissance et la compréhension des différentes caractéristiques d'une image permettant ainsi d'augmenter la qualité de celle-ci avec les méthodes de prétraitements appropriées sans perdre ou modifier son information utile. Par la suite nous allons nous étaler sur les différentes méthodes de détection des formes dans une image et en particulier les contours.

Chapitre II

Méthodes de détection de contours

II.1.Introduction :

Une image est généralement composée de plusieurs zones de niveau de gris différents correspondants aux différents objets. Pour repérer ces objets dans l'image, deux grandes approches peuvent être envisagées à savoir, l'approche région qui consiste à rechercher des zones de niveaux de gris homogènes et l'approche contour basée sur la recherche des discontinuités entre les différentes régions de la scène. Et comme la segmentation est la base de nombreuses applications en traitement d'images, nous avons choisi de commencer ce chapitre par sa définition ensuite nous exposerons les différentes méthodes de détection de contours.

II.2. La segmentation :

La segmentation est un traitement bas niveau qui effectue une partition de l'image f en un certain nombre de régions disjointes dont les points partagent des propriétés communes (intensité, texture...). De nombreux travaux ont été réalisés sur ce sujet, dans des domaines aussi variés que le domaine médical ou militaire. C'est toujours un sujet d'actualité et un problème qui reste ouvert.

La segmentation d'image se divise en deux approches comprenant chacune plusieurs techniques et méthodes : l'approche frontière (détection de contours) et l'approche région. Ces deux approches sont duales car une région définit une ligne sur son contour et une ligne fermée définit une région intérieure.

II.3. Différentes approches de la segmentation :

II.3.1 Approche région :

Les méthodes appartenant à cette famille manipulent directement des régions. Ces dernières seront construites par des points connexes ayant des propriétés similaires (attributs): intensité de gris, couleur, texture ...etc. Pour aboutir à cette partition, plusieurs méthodes sont utilisées. Les plus fréquentes partent de quelques régions, qui sont amenées à croître par incorporation de pixels jusqu'à ce que toute l'image soit couverte ; on parle alors de méthodes par croissance de régions. Les autres partent d'une première partition de l'image, qui est ensuite modifiée en divisant ou regroupant des régions et on parle dans ce cas de méthodes de type division/fusion (ou *split and merge* en Anglais). Des méthodes fondées sur la modélisation statistique conjointe de la régularité des régions et des niveaux de gris de chaque région existent également. Finalement, il convient de signaler que les méthodes utilisées dans cette approche nécessitent un temps de calcul considérable [js .00] .

II.3.2 Approche frontière :

Cette approche, au contraire, est une technique qui ignore les relations pouvant exister entre les régions de l'image. En effet, le traitement effectué consiste à chercher les transitions détectables entre deux régions connexes.

Elle comprend les techniques de détection de contours, mais le résultat obtenu ne conduit pas toujours directement à la partition recherchée définie précédemment. En effet, les contours obtenus sont rarement connexes, il faut donc procéder à une fermeture des contours si l'on souhaite une partition complète de l'image.

L'intérêt principal des méthodes de segmentation selon l'approche frontière est de minimiser le nombre d'opérations nécessaires en cas d'itération du processus sur des séries d'images peu différentes les unes des autres (cas des images vidéo notamment).

II.4. Les techniques de segmentation :

Comme évoqué précédemment la segmentation d'image présente de nombreuses techniques appartenant à l'une ou l'autre des deux approches précédentes. En effet, on peut distinguer les techniques de seuillage, les classifications itératives de pixels, la segmentation basée sur la surface, la segmentation d'images couleurs, la détection de contours, les méthodes basées sur la théorie de la logique floue.

Nous allons maintenant examiner quelques techniques comme : le seuillage, la croissance de régions, et la détection de contours. Une attention particulière sera accordée aux méthodes dérivées du fait qu'elles sont en liaison étroite avec notre projet.

II.4.1. Le seuillage :

Le seuillage est une technique simple, globale, qui repose sur une mesure quantitative d'une grandeur. Il permet de classer les pixels en deux catégories, ceux dont la mesure est inférieure au seuil et ceux dont la mesure excède ou égale le seuil. Cette transformation produit une image binaire. Les techniques de seuillage présentent de nombreuses variantes. Ainsi, le seuillage peut être double, adaptatif ou optimal.

II.4.2. Croissance de régions :

La croissance de régions est une technique contextuelle ; elle prend en considération les attributs locaux des pixels. C'est une technique essentiellement ascendante. Les algorithmes utilisés dans cette technique partent d'un premier ensemble de régions, qui peut être calculé automatiquement (par exemple, les minima de l'image),

ou fourni par un utilisateur de manière interactive. Les régions grandissent ensuite par incorporation des pixels les plus similaires suivant un critère donné, tel que la différence entre le niveau de gris du pixel considéré et le niveau de gris moyen de la région. Les algorithmes de segmentation par ligne de partage des eaux, développés dans le cadre de la morphologie mathématique, appartiennent à cette catégorie.

II.4.3. Détection de contours :

La détection de contour est une étape préliminaire à de nombreuses applications de l'analyse d'images. Les contours constituent en effet des indices riches, au même titre que les points d'intérêts, pour toute interprétation ultérieure de l'image. Les contours dans une image proviennent des :

- Ø Discontinuités de la fonction de réflectance (texture, ombre).
- Ø Discontinuités de profondeur (bords de l'objet), et sont caractérisés par des discontinuités de la fonction d'intensité dans les images.

Le principe de la détection de contours repose donc sur l'étude des dérivées de la fonction d'intensité dans l'image : les extrema locaux du gradient de la fonction d'intensité et les passages par zéro du laplacien. La difficulté réside dans la présence de bruit dans les images.

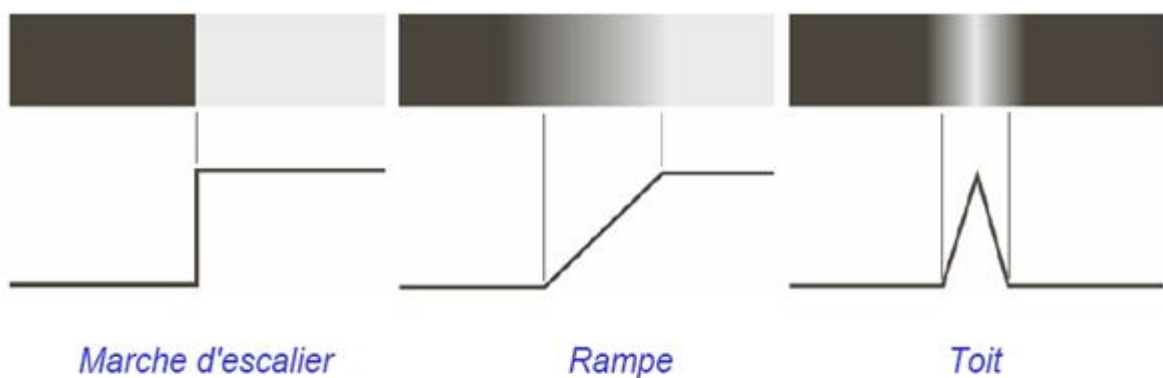


Figure. II.1. les différents modèles de contours

Il existe deux approches :

- Approche gradient : détermination des extrema locaux dans la direction du gradient.
- Approche laplacien : détermination des passages par zéro du laplacien.

Ces approches reposent sur le fait que les contours correspondent des discontinuités d'ordre zéro de la fonction d'intensité.

Le calcul de dérivée nécessite un pré-filtrage des images. Filtrage linéaire pour les bruits de moyenne nulle (par exemple bruit blanc Gaussien, filtre Gaussien). Filtrage non-linéaire pour les bruits impulsionnels (filtre médian par exemple).

II.4.3.1. Approche gradient :

La première approche possible pour détecter les variations locales de la fonction $f(x, y)$ représentant l'intensité est d'utiliser une transformation du type gradient. Un contour d'orientation θ au point (x, y) est détectée par un maximum de la dérivée directionnelle, dans la direction f du gradient $\vec{\nabla}f(x, y)$, c'est à dire par le maximum de la fonction.

$$g(f) = \vec{\nabla}f(x, y) \cdot \vec{n} \quad (\text{II.1})$$

Où \vec{n} représente le vecteur unitaire dans la direction du gradient :

$$\vec{n} = \begin{cases} \cos(f) \\ \sin(f) \end{cases} \quad (\text{II.2})$$

On a donc :

$$g(f) = \cos(f) \frac{\partial f}{\partial x} + \sin(f) \frac{\partial f}{\partial y} \quad (\text{II.3})$$

En dérivant $g(f)$ et en annulant l'expression (II.3), on trouve la relation suivante pour l'orientation du gradient f et l'orientation du contour q :

$$f = \arctan\left(\frac{\frac{\partial f}{\partial y}}{\frac{\partial f}{\partial x}}\right) \quad (\text{II.4})$$

$$q = \frac{p}{2} + f \quad (\text{II.5})$$

Dans le cas discret, on approxime les dérivées directionnelles de la fonction image notée $f(i, j)$ par de simple différences. Ceci donne les deux opérateurs anisotropes suivant :

$$\frac{\partial f}{\partial x} \approx \Delta_x f(i, j) = f(i+1, j) - f(i, j) \quad (\text{II.16})$$

Et

$$\frac{\partial f}{\partial y} \approx \Delta_y f(i, j) = f(i, j+1) - f(i, j) \quad (\text{II.7})$$

L'opérateur norme du gradient $\|\nabla f\|$ est alors donné par :

$$\begin{aligned} \|\nabla f\| &= \sqrt{\Delta_x f^2 + \Delta_y f^2} \quad \text{Où} \quad (\text{II.8}) \\ \|\nabla f\| &= \max(|\Delta_x f|, |\Delta_y f|) \end{aligned}$$

Ø Operateur de Robert

Roberts approxime les dérivées directionnelles suivant les axes orientés à 45 degrés à l'aide d'une convolution de l'image $f(.,.)$ avec les masques 2×2 suivant:

$$H_0 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad H_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Soient $f_x = f * H_0$ et $f_y = f * H_1$ les images obtenues par convolution de l'image originale f avec les deux masques de H_0 et H_1 . l'image avec les contours accentués f_a est alors obtenue comme étant l'image approximant la norme du gradient :

$$f_a = \|\nabla f\| = \sqrt{f_x^2(x, y) + f_y^2(x, y)} \quad (\text{II.9})$$

La direction du contour est alors donnée dans ce cas par :

$$q = \frac{p}{4} + \arctan \left(\frac{\frac{\partial f}{\partial y}}{\frac{\partial f}{\partial x}} \right) \quad (\text{II.10})$$



Figure. II.2 : Image originale



Figure. II.3: Operateur de Robert (seuil=0.1)

Operateurs de Prewitt et Sobel[MHE.92] :

Prewitt et Sobel approximent les dérivées directionnelles suivant les axes O_x et O_y à l'aide d'une convolution de l'image $f(.,.)$ avec les masques 3×3 suivant:

$$h_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ c & 0 & -c \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad h_y = \begin{bmatrix} -1 & -c & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & c & 1 \end{bmatrix}$$

Pour $c=1$, on a les masques de Prewitt et pour $c=2$ les masques de Sobel.

On peut remarquer que les 2 masques de Prewitt et Sobel correspondent en fait à l'application d'une opération de lissage par l'opérateur $[1, c, 1]$ suivi de l'application d'une opération de dérivation par l'opérateur $[1, 0, -1]$ dans la direction orthogonale.

$$h_x = \begin{bmatrix} 1 \\ c \\ 1 \end{bmatrix} [1 \ 0 \ -1] \quad , \quad h_y = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} [1 \ c \ 1]$$

Soient $f_x = f * H_x$ et $f_y = f * H_y$ les images obtenues par convolution de l'image originale f avec les deux masques de H_x et H_y , l'image accentuée est alors obtenue comme étant l'image approximant la norme du gradient :

$$I_a = \|\nabla f\| \quad (\text{II.11})$$

L'image orientation du contour I_q est donnée par :

$$I_q = \arctan \frac{f_y}{f_x} \quad (\text{II.12})$$

Cette orientation ne constitue malheureusement qu'une approximation. Une autre approche pour la détermination de cette information extrêmement importante est alors d'utiliser des filtres directionnels adaptés à certaines orientations prédéfinies.



Figure. II.4 : Image originale



Figure. II.5 : Operateurs de Prewitt

Ø Opérateurs gradients directionnels : Kirsch, 3 et 5 niveaux [JS.92]:

L'opérateur de Kirsch est un opérateur à huit masques correspondant chacun à une direction préférentielle et obtenue par rotation de $\pi/8$ de l'opérateur de base H_0 :

$$H_0 = \begin{bmatrix} 5 & 5 & 5 \\ -3 & 0 & 3 \\ -3 & -3 & -3 \end{bmatrix} \quad H_1 = \begin{bmatrix} -3 & 5 & 5 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & -3 & -3 \end{bmatrix}$$

Le gradient retenu sera celui correspondant à la valeur maximum donné par :

$$\max_{i=1,8} |H_i * f| \quad (\text{II.13})$$

L'orientation retenue pour le contour sera celle correspondante au masque ayant permis d'obtenir le gradient maximum. Dans la catégorie des opérateurs gradients directionnels, on peut aussi noter les opérateurs dits 3 et 5 niveaux

$$H_0 = \begin{bmatrix} 1 & c & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -c & -1 \end{bmatrix} \quad H_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & c \\ -1 & 0 & 1 \\ -c & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

On a $c=1$ pour l'approche dite 3 niveaux et $c=2$ pour l'approche dite 5 niveaux.

Ø Opérateur de Robinson :

$$h_1 = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad h_2 = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$h_3 = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad h_4 = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Ø Opérateur MDIF :

Il s'agit de la combinaison d'un filtre moyenneur du noyau m et d'un dérivateur utilisant les masques directionnels de Prewitt h_i et h_j :

$$m = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, h_i = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}, h_j = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Les approximations des composantes du gradient peuvent être calculées après le lissage ou directement en appliquant les masques suivants de taille 5x5

$$m_j = m * h_j = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & -2 & -1 \\ 1 & 3 & 0 & -3 & -1 \\ 1 & 2 & 0 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}, m_i = m * h_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -3 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Tel que :

$$A_i = A * m_i$$

$$A_j = A * m_j$$

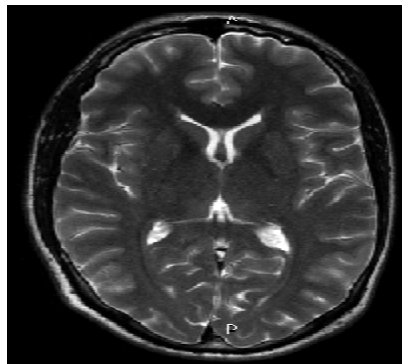
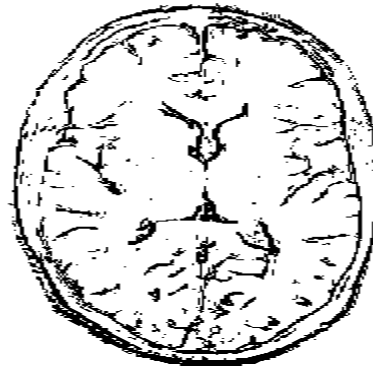
Exemple :

Image originale



Opérateur MDIF

Figure. II.6 : Opérateur MDIF**Ø Opérateur NAGDIF [JCS .95]:**

L'opérateur NAGDIF est la combinaison d'un lissage non linéaire de Nagao suivi d'une opération de dérivation. Le filtrage de Nagao est un filtrage par fractionnement de la fenêtre d'analyse. En effet, la sélection des pixels intervenant dans le calcul de la sortie du filtre est faite en prenant en compte des contraintes géométriques.

L'opérateur de Nagao travaille sur un voisinage 5x5 centré sur le pixel courant. Dans ce voisinage, 9 domaines sont définis. Pour chaque domaine Di , la moyenne i et la variance $var(Di)$ sont calculées. L'intensité du pixel courant est remplacée par la moyenne du domaine qui présente la plus faible variance.

$$\begin{bmatrix} * & * & * & * & * \\ * & * & * & 1 & 1 \\ * & * & 1 & 1 & 1 \\ * & * & * & 1 & 1 \\ * & * & * & * & * \end{bmatrix}$$

Domaines D1, D2 et D4 sont obtenus par rotation $\frac{p}{2}$

$$\begin{bmatrix} * & * & * & 1 & 1 \\ * & * & 1 & 1 & 1 \\ * & * & 1 & 1 & 1 \\ * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * \end{bmatrix}$$

Domaines D5, D6 et D8 sont obtenus par rotation de $\frac{P}{2}$

$$\begin{bmatrix} * & * & * & * & * \\ * & 1 & 1 & 1 & * \\ * & 1 & 1 & 1 & * \\ * & 1 & 1 & 1 & * \\ * & * & * & * & * \end{bmatrix}$$

DomaineD9

Figure. II.7: Domaines de Nagao.

Remarque: les * sont des pixels qui ne sont pas pris en compte.

Cet opérateur étend une technique fondée sur un lissage non linéaire avec des domaines carrés. Il présente l'avantage de réduire le bruit tout en renforçant les contrastes par diminution de la largeur de la zone de transition. Le domaine $D9$ peut être ignoré sans altérer notablement les performances.

La dérivation pour l'opérateur du NAGDIF est effectuée par l'opérateur suivant:

$$\max\{|B[i, j] - B[i - e_1, j - e_2]|\} > \text{seuil} \quad (\text{II.14})$$

Où e_1 et e_2 sont des valeurs entières de l'intervalle $[-1, 1]$, B étant l'image lissée par le filtre de Nagao et la valeur de seuil est déterminée expérimentalement.

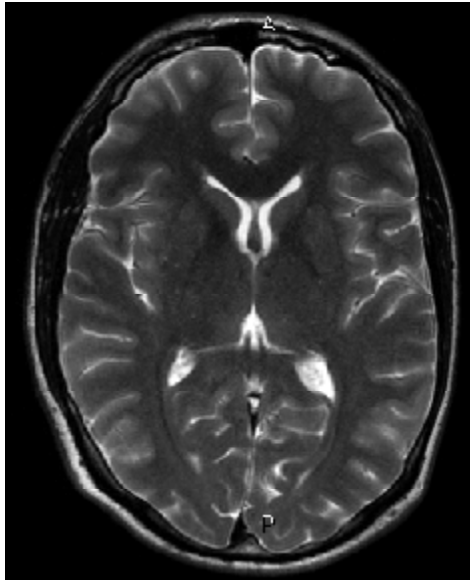
Exemple :

Image originale

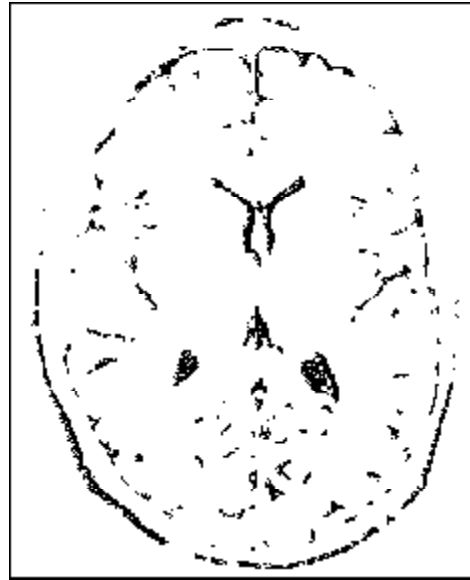


Image traitée par l'opérateur NAGDIF

Figure. II.8: Operateur de NAGDIF.

Les contours détectés sont minces du fait que les transitions dans l'image originale ont de petites largeurs.

II.4.3.2. Approche Laplacien :

Le Laplacien est un opérateur de dérivée seconde, il permet de détecter les brusques variations d'intensité dans les images en sélectionnant les points dont la dérivée première présente une brusque variation d'intensité. Il permet de réduire les erreurs de fausse alarmes en rejetant les gradients de faible intensité. Les points de contours qui correspondent à un maximum local, correspondent à des passages par zéro pour la dérivée seconde. Celui-ci peut être estimé à une convolution avec les masques représentés sur la figure ci-dessous :

0	1	0
1	-4	1
0	1	0

-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

1	-2	1
-2	1	-2
1	-2	1

Figure. II.9: Les différents masques de Laplacien

L'inconvénient des méthodes dérivatives est lié à leur forte sensibilité au bruit et aux contours mal définis.

Le Laplacien d'une image d'intensité est donné par:

$$\nabla^2 I(x, y) = \frac{\partial^2 I(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 I(x, y)}{\partial y^2} \quad (\text{II.15})$$

Dans le cas discret, l'opérateur $\frac{\partial^2 I(x, y)}{\partial y^2}$ est approximé par :

$$\Delta^2 x = I[i+1, j] - 2.I[i, j] + I[i-1, j] \quad (\text{II.16})$$

De même pour l'opérateur $\frac{\partial^2 I(x, y)}{\partial x^2}$ donné par :

$$\Delta^2 y = I[i, j+1] - 2.I[i, j] + I[i, j-1] \quad (\text{II.17})$$

L'opérateur Laplacien donne une approximation directe de la somme des dérivées secondes. Il est invariant aux rotations de l'image. Cependant, la sensibilité au bruit est accrue par rapport au gradient.

L'extraction de ces passages par zéro s'effectue classiquement en deux étapes :

Ø Détection des passages par zéro :

On calcule une image I_z des passages par zéro tel que :

$$\Delta^2 y = I[i, j+1] - 2I[i, j] + I[i, j-1] \quad (\text{II.18})$$

$$I_z(M) = 0 \text{ sinon.}$$

Ø Seuillage des passages par zéro:

L'élimination des passages par zéro des faibles normes de gradient peut s'effectuer par un algorithme de seuillage par hystérésis.



Image originale



Opérateur Laplacien

Figure. II.10: Résultats de la détection des contours avec l'opérateur Laplacien

II.5. Les filtres optimaux :

Un contour est modélisé par un échelon d'amplitude (A) noyé dans un bruit blanc. Il s'agit alors de calculer le filtre optimal pour détecter et localiser la transition.

II.5.1. Critère Canny [LC.06]:

Parmi les approches par optimisation, celle développée par Canny semble être la plus intéressante et mérite incontestablement une présentation plus en détail.

Soit $I(x)$ un signal monodimensionnel représentant un saut d'amplitude A, noyé dans un bruit Gaussien $n(x)$ de moyenne nulle et de variance σ_n^2 :

$$I(x) = A u_1(x) + n(x) \quad (\text{II.19})$$

Où : u_1 désigne la fonction de Heaviside.

Soit $\theta(x_0)$, la sortie au point x_0 de la convolution du signal $I(x)$ avec un opérateur de détection $f(x)$:

$$q(x_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} I(x) f(x_0 - x) dx \quad (\text{II.20})$$

Le problème posé est de trouver $f(x)$ tel que $\theta(x_0)$ soit maximum sous les 3 contraintes suivantes :

Ø Bonne détection :

Ce critère revient à chercher $f(x)$ antisymétrique et tel que le rapport signal sur bruit soit maximum:

$$\Sigma = \text{RSB} = \frac{A \int_{-\infty}^0 f(x) dx}{n_0 \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} f^2(x) dx}} \quad (\text{II.21})$$

Ø Bonne localisation :

Ce critère correspond à la minimisation de la variance σ^2 de la position des passages par zéro et revient à maximiser la localisation définie comme l'inverse de σ^2 .

$$L = \frac{A |f(0)|}{n_0 \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} f^2(x) dx}} \quad (\text{II.22})$$

Ø Réponse unique :

Ce critère correspond à la limitation du nombre de maxima locaux détectés en réponse à un seul contour. La distance moyenne entre les maxima locaux, notée

x_{\max} est alors contrainte à l'égalité suivante :

$$x_{\max} = 2p \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} f^2(x) dx}{f'^2(x) dx}} \quad (\text{II.23})$$

Trouver $f(x)$ qui maximise le produit L sous la contrainte que le 3ème critère soit fixé à une constante k revient alors à trouver la solution de l'équation différentielle suivante :

$$2f(x) - 2I_1 f''(x) + 2I_2 f'''(x) + I_3 = 0 \quad (\text{II.24})$$

Qui admet comme solution générale :

$$f(x) = a_1 e^{a.x} \sin(w.x) + a_2 e^{a.x} \cos(w.x) + a_3 e^{-a.x} \sin(w.x) + a_4 e^{-a.x} \cos(w.x) \quad (\text{II.25})$$

Cherchant l'opérateur $f(x)$ sous forme de filtre à réponse impulsionnelle finie (RIF) définie sur l'intervalle $[-W, +W]$ et présentant une pente S à l'origine, Canny a imposé les conditions aux limites suivantes :

$$f(0)=0 \quad f(w)=0 \quad f'(0)=S \quad f'(w)=0 \quad (\text{II.26})$$

Ces 4 conditions aux limites permettent alors aux coefficients a_1 à a_4 d'être déterminés. $F(x)$ étant impaire, la solution est étendue aux x négatifs avec $f(x) = -f(-x)$. Utilisant une optimisation numérique sous contrainte, Canny trouva que l'opérateur le plus performant correspondait à un indice de performance $\sum L = 1.12$.

L'opérateur ne présentant pas de simplicité au niveau de sa mise en œuvre, Il l'approxima au vu de sa forme par l'opérateur première dérivée d'une Gaussienne qui présente un indice de performance $\sum L = .92$ et $k = .51$ dégradée de 20%.

Ø L'algorithme de détection de contour basé sur l'approche de canny

L'algorithme de détection de contour par l'approche de canny est basé sur les étapes suivantes :

Lissage de l'image à l'aide d'un filtre gaussien.

Calcul du module et l'orientation du gradient pour chaque pixel.

Suppression du non-maxima pour le module du gradient.

Utilisation de l'algorithme de double seuil pour détection et lier les arêtes.

- **Le filtrage gaussien :**

La fonction gaussienne a la forme :

$$G(x, y) = \frac{1}{2\pi s^2} e^{-\frac{x^2 + y^2}{2s^2}} \quad (\text{II.27})$$

Approximation discrète à la fonction gaussienne et sa distribution avec $s=1$

L'opérateur lissé gaussien peut être effectué en utilisant des méthodes standards de convolution.

- **Déterminer la magnitude du gradient et la direction du gradient**

Après avoir lissé l'image et éliminer le bruit, l'étape suivante est de calculer la magnitude du gradient et la direction du gradient.

$$G(m, n) = \sqrt{G_x(x, y)^2 + G_y(x, y)^2} \quad (\text{II.28})$$

$$q(m, n) = \arctan\left(\frac{G_y}{G_x}\right) \quad (\text{II.29})$$

- **Suppression de non-maxima [CAD.04] :**

Pour identifier les contours, il faut combiner les pixels dans l'image d'amplitude du gradient à un seul pixel. Pour le faire, seulement des pixels qui ont de plus grandes variations locales sont choisis pour déterminer les contours. la sélection des maxima locaux dépend de l'orientation du gradient.

Le pixel (x, y) à 8 voisins, les pixels qui l'entourent ; on conviendra que son voisin dans la direction q est :

$$\begin{array}{ll}
(x+1, y) & \text{si } q \in \left[-\frac{p}{8}, \frac{p}{8}\right[\\
(x, y+1) & \text{si } q \in \left[\frac{3p}{8}, \frac{5p}{8}\right[\\
(x-1, y) & \text{si } q \in \left[\frac{7p}{8}, \frac{7p}{8}\right[\\
(x, y-1) & \text{si } q \in \left[-\frac{5p}{8}, -\frac{3p}{8}\right[
\end{array}
\quad
\begin{array}{ll}
(x+1, y+1) & \text{si } q \in \left[\frac{p}{8}, \frac{3p}{8}\right[\\
(x-1, y+1) & \text{si } q \in \left[\frac{5p}{8}, \frac{7p}{8}\right[\\
(x-1, y-1) & \text{si } q \in \left[-\frac{7p}{8}, -\frac{5p}{8}\right[\\
(x+1, y-1) & \text{si } q \in \left[-\frac{3p}{8}, -\frac{p}{8}\right[
\end{array}$$

Pour chaque point de l'image gradient, nous le comparons avec ses voisinage est supprimée s'il est le plus petit que ses deux voisinage.

La dernière étape, c'est de réduire les faux contours. Pour le faire, des techniques de seuillage sont appliquées.

Avec le détecteur de canny, nous obtenons des contours a une seule échelle, et ce n'est pas suffisant pour la détection de contours, nous allons donc utiliser les ondelettes pour palier a ce problème .la caractéristique de la transformée par ondelettes est d'ajouter les échelles comme paramètre de détection.

II.5.2 .Deriche

L'approche développée par Deriche a consisté en la recherche de l'opérateur optimal sous forme de filtre à réponse impulsionnelle infinie (RII). Il en résulte une équation différentielle admettant comme solution l'opérateur suivant :

$$f(x) = \frac{S}{W} e^{-a|x|} \sin(wx) \quad (\text{II.30})$$

II.5.3 Shen et Castan :

L'approche développée par Shen et Castan à consiste en l'élaboration d'un filtre passe bas optimal pour la détection des contours. Le formalisme mathématique développé s'inspire fortement de celui de Canny. Un modèle de saut d'amplitude bruité est considéré et un critère à optimiser est alors dérivé. Il en ressort de cet étude que le filtre linéaire optimal de lissage recherché est le filtre exponentiel symétrique :

$$f_q''(r, c) = \frac{\partial^2 f(r, c)}{\partial r^2} \cos^2(q) + 2 \frac{\partial f(r, c)}{\partial r \partial c} \sin(q) \cos(q) + \frac{\partial^2 f(r, c)}{\partial c^2} \sin^2(q)$$

(II.31)

Qu'ils proposent de mettre en œuvre comme suit :

$$y_1(n) = x(n-1) + e^{-a} y_1(n-1) \text{ pour } n=1, \dots, M$$

$$y(n) = y_1(n+1) + e^{-a} y(n+1) \text{ pour } n=M, \dots, 1$$
(II.32)

Etant donnée une image I, elle est d'abord filtrée par l'opérateur de lissage exponentiel. Le résultat est alors soustrait de l'image originale pour approximer le Laplacien. Une image binaire est alors produite en mettant à 1 les valeurs positives et à 0 le reste des données. Les frontières des zones positives et négatives forment alors les points de contours candidats. Une suppression des points isolés ainsi que de toutes les taches ayant une surface inférieure à un seuil donné est alors effectuée. Pour distinguer les vrais points de contours de ceux correspondant à du bruit, un seuillage sur le gradient est ensuite effectué. Le calcul du gradient se fait suivant une technique adaptative.

On calcule pour chaque passage par zéro et à partir de la fenêtre correspondante dans l'image origine les moyennes de niveaux de gris correspondant aux zones 1 et 0 de l'image binaire. Le gradient adaptatif est alors égal à la différence entre ces deux moyennes.

II.6. Approches par modèle surfacique :

Les deux approches présentées dans ce qui suit opèrent par une approximation polynomiale sur l'image intensité ou l'image Laplacien. Une détection de manière analytique est alors effectuée sur la fonction approximante. L'avantage principal étant de pouvoir disposer de contours extraits à une résolution subpixelique (précision inférieure au pixel).

En considérant la fonction d'intensité d'une image comme une surface. Le contour est maintenant considéré comme une courbure dans un espace à deux dimensions.

II.6.1. Hueckel :

Le principe de l'approche proposée par Hueckel est de se donner un modèle idéal de ce qu'est un contour et d'ajuster convenablement les paramètres du modèle de façon à

ce qu'elles correspondent au mieux aux données image à l'intérieur d'un disque circulaire D défini par :

$$\text{Edge}(x,y,q,r,b,h) = \begin{cases} b & \text{si } x \cos q + y \sin q < r \\ b+h & \text{si } x \cos q + y \sin q > r \end{cases} \quad (\text{II.33})$$

Soit $I(x, y)$ l'intensité en niveau de gris. Le principe est alors de localiser sur un voisinage circulaire représenté par un disque D de rayon r autour de chaque pixel un contour correspondant au mieux suivant un critère au modèle donné. Le critère à minimiser est l'écart quadratique entre le modèle $\text{Edge}(x, y, \theta, r, b, h)$ et les données images $I(x,y)$ à l'intérieur du disque de Hueckel.

$$e^2(r_0, q_0, b, h) = \iint_{x^2 + y^2 \leq r^2} (\text{Edge}(x,y,q,r,b,h) - I(x,y))^2 dx dy \quad (\text{II.34})$$

Pour réaliser cette minimisation, Hueckel décompose Edge et I sur une base de fonctions orthogonales définies dans le domaine de Fourier (H_i). Afin de diminuer le temps de calcul requis par cette technique assez lourde, la présence ou l'absence de contour dans le disque de recherche est d'abord testée par un opérateur de type gradient. Si un contour potentiel est détecté alors l'algorithme de Hueckel est mis en œuvre sur une base limitée à seulement huit termes. Une étape finale met alors en œuvre un opérateur de décision basé sur des techniques de seuillage afin de choisir les éléments de contour valables.

II.6.2. Haralick :

L'approche de Haralick se distingue par la procédure d'approximation qui est appliquée directement sur l'image intensité $I(r, c)$ à l'aide d'un polynôme cubique :

$$I(r,c) = k_1 + k_2 r + k_3 c + k_4 r^2 + k_5 rc + k_6 c^2 + k_7 r^3 + k_8 r^2 c + k_9 rc^2 + k_{10} c^3 \quad (\text{II.35})$$

On définit le vecteur unitaire gradient \vec{n} au point (r, c) :

$$\vec{n} = \begin{cases} \frac{\partial I(r,c)}{\partial r}(r,c) \\ \frac{\partial I(r,c)}{\partial c}(r,c) \end{cases} \quad (\text{II.36})$$

L'orientation θ du gradient est alors donnée par l'expression suivante pour le point central(0,0) :

$$\cos(q) = \frac{k_2}{\sqrt{k_2^2 + k_3^2}} \quad \sin(q) = \frac{k_3}{\sqrt{k_2^2 + k_3^2}} \quad (\text{II.37})$$

Les dérivées directionnelles première et seconde de $I(r, c)$ dans la direction du vecteur unitaire gradient \hat{n} sont alors données par :

$$f'_q(r, c) = \frac{\partial f(r, c)}{\partial r} \cos(q) + \frac{\partial f(r, c)}{\partial c} \sin(q) \quad (\text{II.38})$$

$$f''_q(r, c) = \frac{\partial^2 f(r, c)}{\partial r^2} \cos^2(q) + 2 \frac{\partial^2 f(r, c)}{\partial r \partial c} \sin(q) \cos(q) + \frac{\partial^2 f(r, c)}{\partial c^2} \sin^2(q) \quad (\text{II.39})$$

Cette méthode donne une position de contour d'une manière plus précise que les méthodes de filtrage. Néanmoins elle demande trop de calculs. Pour cette raison, Haralick a proposé une composition de la fonction $p(x, y)$ par une base de polynômes orthogonaux discrets, ce qui permet de calculer les paramètres du modèle avec des masques spécifiques.

II.6.3. Huertas et Medioni [NL.00]:

L'approche de Huertas et Medioni permet l'extraction de contours avec une localisation subpixelique à l'aide d'un modèle surfacique sur l'image Laplacien d'une Gaussienne. L'hypothèse de base est qu'au voisinage d'un passage par zéro, l'image Laplacien peut être approximée à l'aide d'un polynôme de degré 3 sur les lignes et les colonnes. Les passages par zéro identifiant les contours sont alors détectés de manière analytique à l'aide du polynôme approximant et non plus sur l'image Laplacien.

II.13. Conclusion :

Le thème de ce chapitre a été d'aborder le problème de détection des contours. Nous avons présenté les approches de bases les plus utilisées gradient et Laplacien. nous avons constaté que les méthodes dérivatives font appel au produit de convolution, alors que les méthodes surfaciques utilisent les propriétés géométriques des contours. Comparant en fonction de leurs résultats : les premières permettent d'obtenir des contours fermes, peu brutes et des lignes fines et les secondes conduisent à des contours moins précis en faisant un choix en fonction des critères topologiques pour définir des contours dans une image. L'extraction des contours doit naturellement être précise et fiable, pour cela nous avons choisi les ondelettes pour atteindre ce critère. Dans le prochain chapitre, nous étudierons de façon détaillée la théorie des ondelettes.

Chapitre III

La Transformée en ondelettes

*Si les faits sont correctement observés,
il doit y avoir des moyens de les expliquer
et de les coordonner entre eux.*

Bullard, 1965

III.1 Introduction

Dans un dispositif de traitement d'image, le traitement des informations disponibles, notamment celles issues des capteurs ont naturellement recours aux techniques du traitement du signal pour extraire de l'information importante et pour l'étudier. Parmi ces techniques, on peut citer le filtrage des signaux, l'analyse spectrale, l'analyse temps fréquence. L'analyse spectrale est l'outil majeur pour l'étude des signaux, bon nombre de problèmes liés à la détection peuvent être résolus par l'analyse de Fourier. Néanmoins, il existe des cas où l'analyse de Fourier s'avère inefficace; nous faisons principalement allusion aux cas des signaux comportant des non stationnarités. La transformée de Fourier n'est pas adaptée à de telles situations car il est difficile de mettre en évidence les non-stationnarités qui sont généralement très brèves. Pour mieux rendre compte des transitoires ou des non stationnarités en général, l'analyse temps-fréquence et la théorie des ondelettes fournissent des solutions plus appropriées.

Historiquement, les premières ondelettes introduites par Haar dans les années 1930, ces ondelettes présentent la particularité de ne pas être dérivables. Au début des années 1980, La transformée en ondelette est apparue en géophysique pour l'analyse des signaux sismiques par Jean Morlet et a été formalisée plus tard par Grossmann (1984). Des nouvelles fonctions ondelettes ont été introduites qui constituent également une base de fonctions orthogonales, et qui, de plus, sont dérivables. Ces ondelettes ne peuvent s'exprimer sous une forme analytique simple. Les structures obliques ont été introduites par J. Morlet dans le but de trouver des bases de fonctions pour représenter des signaux. Ces structures obliques ont été ensuite l'objet des travaux d'Ingrid Daubechies qui a développé un support théorique. Des avancées significatives ont notamment été faites par Mallat, (1989) et Meyer (1992).

Ce chapitre est destiné à nous familiariser avec l'analyse en ondelettes. Nous commençons par présenter les limites de la transformation de Fourier. Nous poursuivons par le formalisme des ondelettes continues et discrètes, on insistera plus particulièrement sur cette dernière et l'analyse multi-résolution. Nous verrons par la suite l'analyse en ondelettes à deux dimensions qui fait l'objet de notre travail, et nous terminerons par le choix d'ondelette pour la détection des contours.

III.2. La Transformée en ondelettes

Pour bien comprendre la transformée en ondelettes continue, on revient de considérer la transformation de Fourier. La transformation de Fourier permet d'explorer la composition fréquentielle du signal et par ces propriétés de lui appliquer facilement les opérations du filtrage. Lors de cette transformation le signal est

décomposé sur un ensemble des signaux de bases qui sont les cosinus et sinus ou l'exponentielle imaginaire [TRU.98]

Si $f(t)$ est une fonction du temps t , absolument intégrable sur $]-\infty, +\infty[$ la transformée de Fourier de $f(t)$ notée $F(w)$ est donnée par :

$$F(w) = TF[f(t)] = \int_R f(t) e^{-j\omega t} dt \dots\dots\dots (III.1)$$

Comme le montre l'équation (III.1), la transformée de Fourier résulte d'une intégration en temps de $]-\infty, +\infty[$, et elle oscille sur tout l'axe avec la même amplitude; donc l'analyse propose est une approche globale du signal et toute notion de localisation temporelle disparaît dans l'espace de Fourier [CAD.04].

Lorsqu'on s'intéresse aux variations, au cours du temps, des caractéristiques fréquentielles d'un signal, la transformée de Fourier ne peut pas fournir, d'une manière simple les informations recherchées, Il faut donc trouver une transformation qui renseigne sur le contenu fréquentiel tout en préservant la localisation afin d'obtenir une représentation temps/fréquence du signal [TRU.98].

La première solution qui vient à l'esprit est d'appliquer la transformation de Fourier à des portions du signal [VIA.05]. L'analyse de Fourier est alors restreinte à une portion du signal délimitée par une fenêtre, bien localisée autour de l'instant $t=0$, qu'on fait glisser au long de l'axe temporel.

La transformation obtenue s'exprime par :

$$F(w) = \int_R f(s) g(s-t) e^{-j\omega s} ds \dots\dots\dots (III.2)$$

Ou : $f(s)$: signale à traiter

t : Paramètre de translation de la fenêtre

$g(s-t)$: Fonction introduisant la notion de fenêtre de Gabor

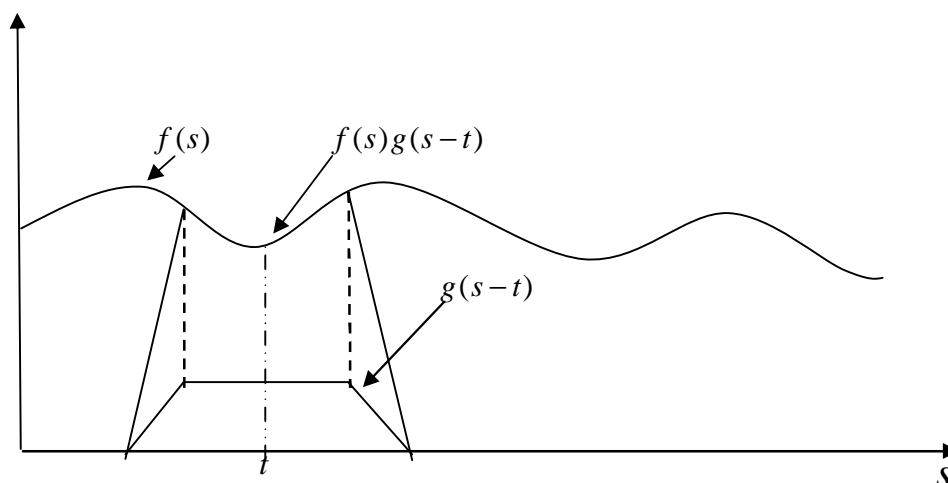


Fig. III .1 : L'influence de la fenêtre de Gabor sur un signal $f(s)$

Cette transformée permet une détection en fréquence infiniment bonne mais elle présente aussi un inconvénient important, perdre la notion de la localisation temporelle [CAD.04] ; c'est-à-dire le fait de restreindre la durée de l'observation à Δt , crée la perte « dans le spectre de Fourier » des composantes fréquentielles du signal qu'on cherche à analyser.

Le principe d'Heisenberg stipule qu'on ne peut obtenir à la fois une résolution infiniment bonne en temps et en fréquence : il y a un compromis à réaliser entre les deux. Plus une fonction $f(t)$ est bien localisée en temps, c'est-à-dire qu'elle a de bonnes propriétés de décroissance quand $|t|$ tend vers l'infini, moins sa transformée de Fourier sera bien localisée en fréquence [CDA.04]. Donc si on cherche à établir une représentation temps-fréquence d'un signal, il est très souhaitable qu'une résolution en temps élevée (Δt petit) pour les hautes fréquences, et une résolution en temps faible (Δt grand) pour les basses fréquences. Cette exigence n'est pas facile à satisfaire pour la transformée de Fourier par fenêtres glissantes. C'est une des raisons pour lesquelles la transformée en ondelettes s'est rapidement imposée comme outil pour les représentations temps-fréquence [VIA.05].

III.2.1. Définition

Depuis le milieu des années 1980, un nouvel outil mathématique, appelé « transformée en ondelettes » a vu le jour. Le premier à avoir utilisé la méthode et le premier à avoir proposé le nom ondelettes fut Jean Morlet (1983). Cette transformée consiste à décomposer un signal en composantes fréquentielles suivant une résolution

adaptée à l'échelle [TRU.98]. Ou d'une autre manière la transformée en ondelettes consiste à analyser le signal f à l'aide d'une fonction bien localisée, ψ , de moyenne nulle, qu'on appelle ondelette [CAD.04]. On peut désigner comme ondelette une fonction de R dans R dont la transformée de Fourier vérifie certaines conditions de régularité et de localisation.

III.2.2. Formule

Pour que la fonction $\psi(t)$ soit une ondelette, elle doit satisfaire la condition d'admissibilité, qui garantit la conservation de l'énergie lors de la transformation.

Cette condition s'exprime en fonction de la transformée de Fourier [BER.00] :

$$C_y = \int_R \frac{|\hat{\Psi}(w)|^2}{w} dw < +\infty \quad \dots\dots\dots (III.3)$$

On appelle la transformée en ondelette, la transformation intégrale qui à toute fonction f appartenant à $L^2(R)$ fait correspondre la fonction $W_f(a, b)$ définie par [ELG.05] :

$$W_f(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_R f(t) \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad \dots\dots\dots (III.4)$$

b est le paramètre de translation, **a** est le paramètre d'échelle et décide de la finesse de l'analyse; plus **a** est grand, plus l'analyse se fait sur une large zone de f (Voir la figure III.1), et il joue un rôle de l'inverse de la fréquence : plus **a** est petit moins l'ondelette est étendue temporellement, donc plus la fréquence centrale de son spectre est élevée.

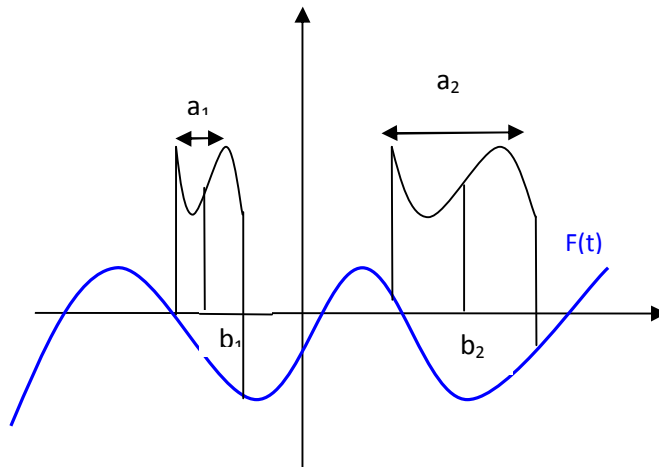


Fig.III.2.: Exemple de transformée en ondelette

$$\frac{1}{\sqrt{a_1}} \psi\left(\frac{t-b_1}{a_1}\right) \quad \text{et} \quad \frac{1}{\sqrt{a_2}} \psi\left(\frac{t-b_2}{a_2}\right)$$

La transformée en ondelettes utilise des translations (b) et des dilatations (a) d'une fonction fixe, ondelette mère, pour pouvoir analyser le signal sur toute la gamme de fréquences et sur toute sa durée. A partir de l'ondelette mère, on construit toute une famille d'ondelettes obtenues par dilatation (coefficient a) et translation (coefficient b) de ψ . On désignera chaque élément de cette famille par :

$$\Psi_{a,b} = \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \dots\dots\dots (\text{III.5})$$

On peut également interpréter l'expression (III.4) comme une projection du signal sur une famille de fonction analysantes $\Psi_{a,b}$ construite à partir d'une fonction «mère». Donc la transformée en ondelette peut alors être définie par le produit scalaire suivant :

$$W_f(a,b) = \langle \Psi_{a,b}, f \rangle \dots\dots\dots (\text{III.6})$$

III.2.3. Inversion de la transformée en ondelette

Considérons une ondelette réelle de $L^2(\mathbb{R})$ alors on a, pour tout f de $L^2(\mathbb{R})$ [CAD.04] :

- Une formule de conservation d'énergie :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt = \frac{1}{C_\Psi} \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |Wf(a,b)|^2 db \frac{da}{a^2} \dots\dots\dots (III.7)$$

- Une formule de reconstruction de f :

$$f(t) = \frac{1}{C_\Psi} \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} Wf(a,b) \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) db \frac{da}{a^2} \dots\dots\dots (III.8)$$

Cette possibilité reste théorique car le calcul n'est pas possible que numériquement et sa convergence peut être lente [TRU.98].

L'équation (III.8) permet d'exprimer $f(t)$ en fonction des ondelettes. Cette représentation intégrale fait intervenir les ondelettes correspondant à toutes les localisations temporelles et à tous les facteurs d'échelles, ce qui la rend difficile à mettre en œuvre. À cet égard, il serait plus commode de disposer d'un développement du signal sur un ensemble dénombrable d'ondelettes. Nous allons voir que cela est possible si l'on fait varier le facteur d'échelle de façon dyadique, en choisissant $a = 2^{-j}$, $j \in \mathbb{Z}$, et si l'on prend $b = N2^{-j}$, $N \in \mathbb{Z}$. Nous allons pour cela revenir sur la notion d'analyse à plusieurs échelles ou multirésolution.

III.2.4. Différents types d'ondelettes

De nombreuses bases d'ondelettes existent. Ce sont toutes des fonctions oscillantes, bien localisées à la fois en temps et en fréquence. Même si les ondelettes ont des propriétés communes, comme la régularité, l'oscillation et la localisation et satisfont une condition d'admissibilité. Chacune d'elles conduit à une décomposition unique du

signal ou de l'image [RAN.05]. Parmi les choix usuels pour la fonction ondelette mère on trouve : L'ondelette de Haar, les dérivées de gaussienne, l'ondelette de Morlet.

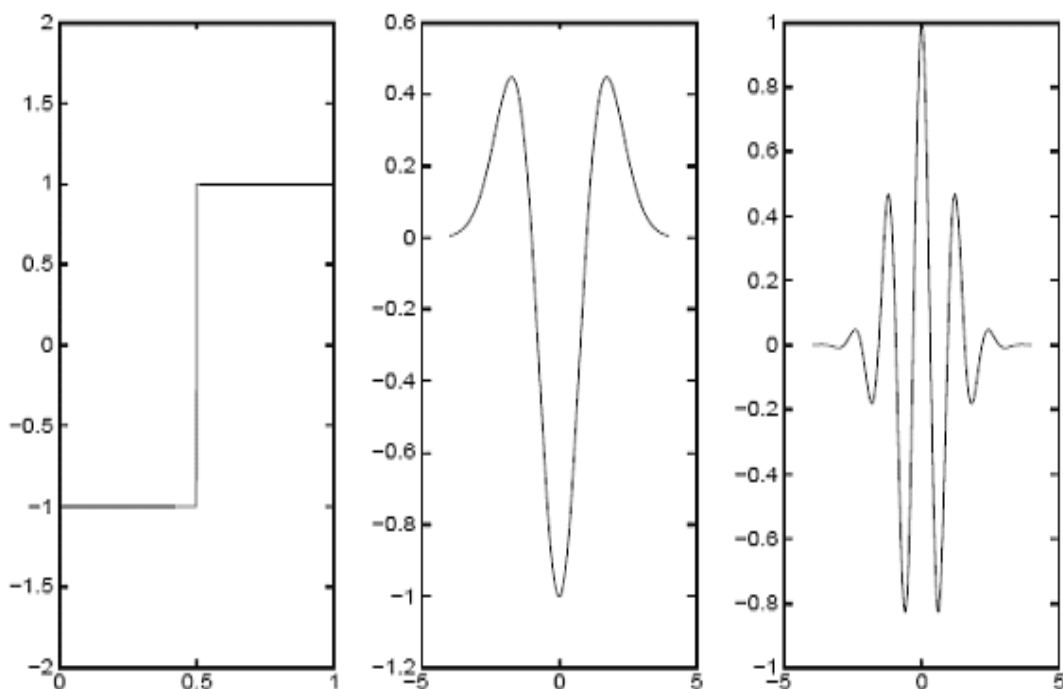


Fig. III.3 : Différents types d'ondelettes : ondelette de Haar, Dérivée seconde de Gaussienne, Ondelette de Morlet

III.2.5. Les ondelettes et décomposition discrètes

La transformée continue en ondelettes, définie par l'équation (III.4), est fondée sur une décomposition du signal par des ondelettes dont les paramètres de dilatation et de translation varient continûment. Bien entendu, dans la pratique numérique, ces pas sont discrétisés. En conséquence l'intégrale de l'équation (III.7) exprimant la conservation de l'énergie est elle aussi discrétisée, ce qui pose la question des conditions dans lesquelles l'approximation de cette intégrale sera applicable.

Les pas de variation des paramètres de translation et dilatation dépendent l'un de l'autre, et ils sont définis par [TRU.98]:

$$a = a_0^m \text{ et } b = nb_0 a_0^m \text{ avec } a_0, b_0 \in \mathbb{Z} \dots\dots\dots (III.9)$$

D'où l'expression de la transformée en ondelettes discrète :

$$T^{ond} f(m, n) = a_0^{-\frac{m}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \Psi(a_0^{-m} t - n b_0) dt \dots\dots\dots (III.10)$$

- décomposition discrète dyadique: $a_0=2$ et $b_0=1$. La transformée en ondelette discrète est la plus parcimonieuse, mais n'est envisageable qu'à la condition que les ondelettes soient orthogonales :

$$\langle \Psi_{m,n}, \Psi_{i,k} \rangle = 0 \quad \text{Si } m \neq i \text{ ou } n \neq k \dots\dots\dots (III.11)$$

Où ψ est une fonction d'ondelette, i et m sont des dilatations, k et n sont des translations en temps. Utiliser des échelles dyadiques rend la transformée en ondelettes beaucoup plus compacte et plus économique du point de vue de temps de calcul nécessaires.

La transformée en ondelettes dyadique garde le même nombre de points de discrétisation à chaque échelle [CAD.04].

L'analyse multirésolution vient de compléter l'analyse en ondelettes, on introduit une nouvelle fonction nommée fonction d'échelle. Cette fonction nous permettra d'extraire les composantes basses fréquences du signal, alors que l'ondelette extraira les composantes hautes fréquences. Pour un changement brusque dans le signal l'approximation contient le changement lent du signal, tandis que la haute fréquence principalement le bruit change les composants de détails. La section suivante est consacrée à l'analyse multi-résolution.

III.3. Analyse Multirésolution

Lorsqu'un cameraman effectue un « zoom », il part d'une vision globale des choses, que nous qualifierons d'approximation grossière, pour se focaliser sur une zone d'intérêt, en faisant apparaître plus de détails par rapport à la première image [PES]. Nous allons ici donner la définition, d'une analyse multirésolution de $L^2(R)$.

III.3.1. Définition

Une analyse multirésolution de $L^2(\mathbb{R})$ consiste en une suite de sous espaces fermés emboîtés vérifiant les propriétés suivantes [CAD.04] :

$$1) \forall j \in \mathbb{Z}, V_j \subset V_{j+1}$$

$$2) \forall j \in \mathbb{Z}, f(t) \in V_j \Leftrightarrow f(2t) \in V_{j+1}$$

$$3) \forall k \in \mathbb{Z}, f(t) \in V_0 \Leftrightarrow f(t - k) \in V_0$$

$$4) \lim_{j \rightarrow -\infty} V_j = \bigcap_{j=-\infty}^{+\infty} V_j = \{0\}$$

$$5) \lim_{j \rightarrow +\infty} V_j = \bigcup_{j=-\infty}^{+\infty} V_j = L^2(\mathbb{R})$$

6) Il existe une fonction $g(x) \in V_0$ telle que $g(x - k)_{k \in \mathbb{Z}}$ soit une base de Riesz de V_0 .

L'analyse multi résolution d'un signal $f(t)$ consiste à réaliser des projections successives du signal sur les espaces V_j , ce qui conduit à des approximations de plus en plus grossières de f au fur et à mesure que j croît (j s'appelle la résolution et représente le niveau d'analyse de la fonction f). La différence entre deux approximations consécutives, représente l'information de « détail », qui existait à l'échelle 2^{j-1} et qui est perdue à l'échelle 2^j . Afin de compléter cette analyse, on définit pour chaque espace d'approximation V_j son complément orthogonal W_j dans l'espace dans lequel il est directement emboîté V_{j+1} :

$$V_{j+1} = V_j \oplus W_j \dots\dots\dots (III.12)$$

III.3.2. Décomposition en ondelettes (Algorithme de MALLAT)

Cet algorithme est construit à partir de la projection de la fonction f à étudier sur les sous-espaces d'approximation V_j et de détails W_j . En traitement du signal, on ne connaît pas l'expression de f , mais une approximation de f à l'échelle est donnée. L'objectif de cet algorithme est de calculer à partir de cette approximation les détails et les approximations aux résolutions inférieures.

Soit ϕ la fonction d'échelle qui, par dilatation et translation, engendre une base orthonormée de V_j et ψ est la fonction ondelette associée qui engendre de la même manière une base orthonormée W_j

Par construction, $\phi(x)$ est une fonction de V_0 . Comme $V_0 \subset V_{-1}$, il est possible de projeter $\phi(x)$ sur V_{-1} . Les coefficients de la projection donnent une suite numérique $h[n]$ assimilable à la réponse impulsionnelle d'un filtre numérique.

De la même manière, $\psi(x)$ est une fonction de W_0 et comme $W_0 \subset V_{-1}$, il est possible de projeter $\psi(x)$ sur V_{-1} . Les coefficients de la projection donnent une suite numérique $g[n]$ assimilable à la réponse impulsionnelle d'un filtre numérique.

Notant a_n^j les coefficients de la projection de f sur les sous espaces d'approximation et d_n^j la projection de f sur les sous espaces de détails. L'algorithme de MALLAT démontre que :

$$a_n^j = \sum_l \tilde{h}[2n-l] a_l^{j-1} \text{ avec } \tilde{h}[n] = h[-n] \dots \dots \dots (III.13)$$

$$d_n^j = \sum_l \tilde{g}[2n-l] a_l^{j-1} \text{ avec } \tilde{g}[n] = g[-n] \dots \dots \dots (III.14)$$

Ces relations récursives permettent d'établir l'algorithme d'analyse de MALLAT comme le montre le schéma de la figure III.4.

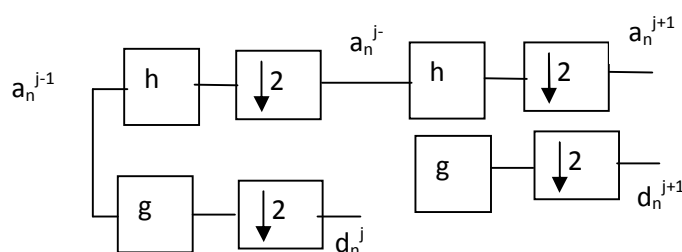


Fig. III.4 : Algorithme de MALLAT (analyse)

Dans la transformée en ondelette, on dit souvent *l'approximation* et *le détail*. L'approximation est en haute échelle, des composants de basse fréquence du signal. Les détails sont en basses échelles, des composants de hautes fréquences. Le processus de filtrage est: Le signal original, f , traverse deux filtres (figure III.5), h est un filtre passe-bas, qui va lisser les données en gardant les basses fréquences, g est un filtre passe-haut, qui va sélectionner les détails des hautes fréquences du signal.

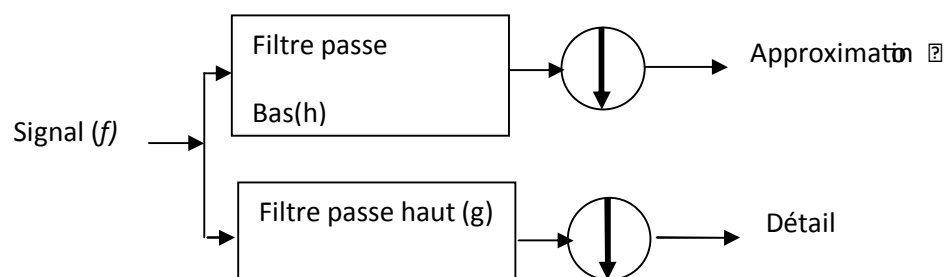


Fig. III.5 : L'approximation et le détail

La décomposition de Mallat représente le signal par un ensemble de sous bandes dont l'un est l'approximation (basses fréquences) et les autres constituent les détails (hautes fréquences). Donc l'application de cette Algorithme conduit à une décomposition d'un signal f en son approximation $A1$ et son détail $D1$ (figure III.6). Pour avoir plusieurs choix de résolution, on décompose à nouveau les coefficients d'ondelettes obtenus en appliquant à ceux-ci les mêmes filtres (on décompose la partie basse fréquence du signal). On répète l'opération de décomposition en prenant pour signal $A1$, puis $A2$ On s'arrête quand on atteint la résolution souhaitée ou quand la décomposition n'est plus possible. À l'issue de la décomposition, on obtient les coefficients d'approximations et les coefficients de détails du signal au différent niveau de résolution.

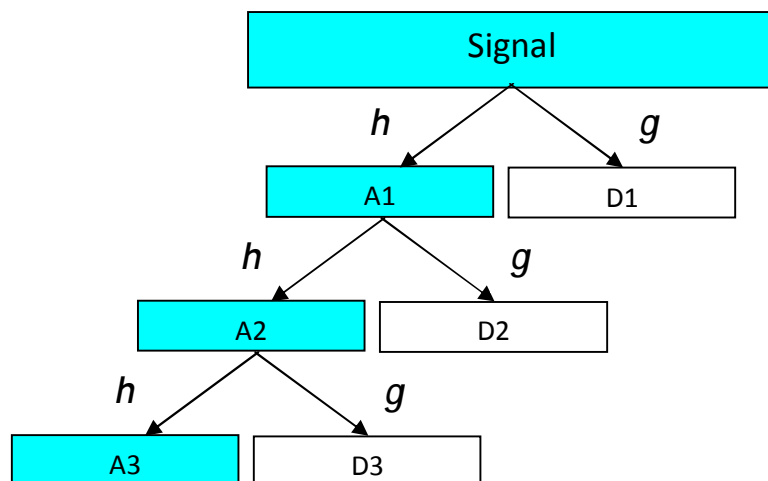


Fig. III.6 : Décomposition en ondelette : Le signal se décompose en coefficients A par l'application d'un filtre passe bas h , et coefficients D par l'application d'un filtre passe haut g .

Les décompositions en ondelettes reposent sur l'emploi itératif des filtres agissant toujours sur les coefficients d'approximation. Au fur et à mesure que le niveau de résolution augmente, l'analyse du signal se focalise sur des bandes de fréquences de plus en plus basses. Donc, le signal est cassé en plusieurs composants de basse résolution. C'est l'arbre de décomposition d'ondelettes.

III.3.3. Reconstruction

L'analyse étant réversible, on peut reconstruire à partir de tous les coefficients de détail et de tous les coefficients d'approximation, le signal original. Dans ce cas, l'algorithme de reconstruction est appelé algorithme de synthèse (Figure III.7). Les détails correspondent à la différence d'information entre deux niveaux de résolution successifs. Il est nécessaire de reconstruire les approximations et les détails avant de les combiner (Parce que les coefficients d'approximation et de détails ont été produits par sous-échantillonnage et sont seulement moitié de la longueur du signal original, donc, il ne peut pas directement être combiné pour reproduire le signal).

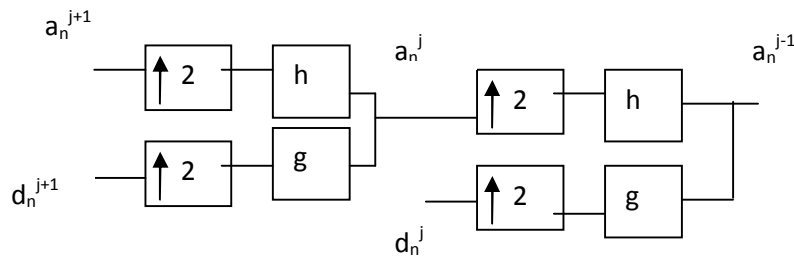


Fig. III.7 : Algorithme de synthèse

Le signal $f(t)$ reconstruit à partir de ces coefficients [LOU.03]:

$$f(t) = a_j + \sum_{j \leq J} d_j \dots\dots\dots (III.15)$$

III.4. Ondelettes à deux dimensions :

On appelle Ψ transformée en ondelette 2D, toute fonction $\Psi \in L^2(\mathbb{R}^2)$ et qui remplit la condition d'admissibilité suivante [CAD.04] :

$$c_\Psi = \iint_{\mathbb{R}^2} \frac{|\hat{\Psi}(k)|^2}{\|k\|^2} dk \mathbf{p}^\infty \dots\dots\dots (III.16)$$

III.5. Ondelettes à deux dimensions directionnelles :

Soit Ψ une Ondelette 2D, La transformée en ondelettes directionnelle d'une fonction $f \in L^2(\mathbb{R}^2)$ est définie, pour $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2, a \neq 0, q \in [0, 2p]$ par [CAD.04] :

$$Wf(\mathbf{x}, a, q) = \left\langle f, (\Psi \circ R^{-q})_{\mathbf{x}, a} \right\rangle = \iint_{\mathbb{R}^2} f(\mathbf{t}) \frac{1}{a} \overline{\Psi \left(R^{-q} \left(\frac{\mathbf{t} - \mathbf{x}}{a} \right) \right)} d\mathbf{t}, \dots (III.17)$$

où R^q désigne la matrice de rotation :

$$R^q = \begin{pmatrix} \cos q & -\sin q \\ \sin q & \cos q \end{pmatrix}$$

III.6. Les ondelettes et l'analyse multirésolution biorthogonales :

Pour les applications en traitement d'image, il est important que les filtres associés aux fonctions échelle et ondelette soient à reconstruction exacte et à phase linéaire ou nulle pour préserver les contours de l'image et éviter les effets de bords. Ces filtres doivent être aussi à supports court pour diminuer le nombre d'opérations à effectuer lors de calcul et permettre une exécution rapide des traitements. Cependant ces critères ne peuvent pas être satisfait simultanément dans le cadre des bases orthogonales, les seuls filtres RIF orthogonaux, symétriques et à reconstruction exacte sont ceux correspondant à la base de Haar, tous les autres filtres RIF orthogonaux à reconstruction exacte sont à phase non linéaire comme le filtre de Daubechies.

Les bases d'ondelettes biorthogonales sont une généralisation des bases orthogonales qui permettent d'obtenir des bases d'ondelettes symétriques, de forte régularité et à support fini dont les filtres associés sont à phase linéaire et à reconstruction exacte [SSR.03][NDL.05][ML.07].

Une analyse multirésolution biorthogonales de $L^2(\mathbb{R})$ est définie par deux suites de sous espaces $\{V_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$ et $\{\tilde{V}_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$ ayant les propriétés suivantes :

- $\bigcap_{j \in \mathbb{Z}} V_j = \{0\}$ et $\bigcap_{j \in \mathbb{Z}} \tilde{V}_j = \{0\}$
- $\bigcup_{j \in \mathbb{Z}} V_j = L^2(\mathbb{R}^n)$ et $\bigcup_{j \in \mathbb{Z}} \tilde{V}_j = L^2(\mathbb{R}^n)$
- $V_j \subset V_{j+1}$ et $\tilde{V}_j \subset \tilde{V}_{j+1}$

Et de deux fonctions $\phi(x)$ et $\tilde{\phi}(x)$ de norme 1 dans $L^2(\mathbb{R})$ engendrant des bases non orthogonale de V_j et \tilde{V}_j respectivement, telle que le système : $(\phi_{j,k}, \tilde{\phi}_{j,l})$ soit biorthogonales :

$$\langle \phi_{j,k}, \tilde{\phi}_{j,l} \rangle = \delta_{k,l}$$

On peut définir alors deux suites de $L^2(\mathbb{R})$ h_k et \tilde{h}_k telle que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi(x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(k) \phi(2x - k) \dots\dots\dots (III.18) \\ \tilde{\phi}(x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \tilde{h}(k) \tilde{\phi}(2x - k) \dots\dots\dots (III.19) \end{array} \right.$$

On introduit deux fonctions d'ondelettes ψ et $\tilde{\psi}$ définies par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi(x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g(k) \phi(2x - k) \dots\dots\dots (III.20) \\ \tilde{\psi}(x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \tilde{g}(k) \tilde{\phi}(2x - k) \dots\dots\dots (III.21) \end{array} \right.$$

Le système $(\psi_{j,k}, \tilde{\psi}_{j,k})$ est une base biorthogonale de $L^2(\mathbb{R})$.

Les algorithmes de décomposition et de la reconstruction utilisant les ondelettes biorthogonales ne diffèrent de ceux définies dans le cadre des ondelettes orthogonales que par l'introduction des filtres \tilde{h} et \tilde{g} utilisés à la reconstruction au lieu de h et g respectivement.

La décomposition s'exprime par les formules suivantes :

$$f_j(k) = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} h(l) f_{j+1}(l + 2k) \dots\dots\dots (III.22)$$

$$d_j(k) = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} g(l) f_{j+1}(l + 2k) \dots\dots\dots (III.23)$$

Et pour la reconstruction (synthèse) on aura :

$$f_{j+1}(k) = 2 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \tilde{h}(k - 2n) f_j(n) + 2 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \tilde{g}(k - 2n) d_j(n). \dots\dots\dots (III.24)$$

Les ondelettes biorthogonales permettent d'avoir des ordres de régularité plus grand que ceux des ondelettes orthogonales pour des longueurs de filtres équivalentes. Elles permettent aussi d'avoir un grand nombre de moments nuls pour un support réduit. Ces qualités sont très appréciées dans diverses applications est notamment en compression d'image. Les ondelettes biorthogonales sont largement utilisées pour débruitage des signaux et des images, la reconnaissance d'empreinte digitale et même pour la résolution de certain problème mathématique (calcul matriciel et différentiel).

III.7. Analyse multirésolution à deux dimensions [SSR.03] :

Nous allons voir dans cette partie comment les principes de l'analyse multirésolution monodimensionnelle présentés précédemment peuvent être étendus aux signaux multidimensionnels. Nous nous intéresserons plus spécialement au cas des signaux à deux dimensions. Etant donnée une analyse multirésolution $(V_j)_{j \in \mathbb{Z}}$ de $L^2(\mathbb{R})$, on définit la famille de sous espaces $\{V_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$ de $L^2(\mathbb{R}^2)$ comme étant le produit tensoriel suivant :

$$V_j^{(2)} = V_j \otimes V_j \dots\dots\dots (III.25)$$

Soit : $\{V_j^{(2)}\}_{j \in \mathbb{Z}}$, une analyse multirésolution, est \emptyset la fonction associée tel que,

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, \quad \emptyset(x, y) = \emptyset(x) \cdot \emptyset(y) \dots\dots\dots (III.26)$$

$W_j^{(2)}$ les espaces de détails, est le complément orthogonal de $V_j^{(2)}$ dans $V_{j+1}^{(2)}$, alors $W_j^{(2)}$ s'écrit :

$$W_j^{(2)} = W_j^1 \oplus W_j^2 \oplus W_j^3 \dots\dots\dots (III.27)$$

$$\text{Avec : } W_j^1 = V_j \otimes W_j$$

$$W_j^2 = W_j \otimes V_j$$

$$W_j^3 = W_j \otimes W_j$$

$$\text{D'où} \quad V_{j+1}^{(2)} = V_j^{(2)} \oplus W_j^{(2)}$$

$$\begin{aligned}
 V_{j+1}^{(2)} &= V_{j+1} \otimes V_{j+1} = (V_j \oplus W_j) \otimes (V_j \oplus W_j) \\
 &= V_j \otimes V_j \oplus \underbrace{[V_j \otimes W_j \oplus (W_j \otimes V_j) \oplus (W_j \otimes W_j)]}_{W_j^{(2)}} \dots \dots \dots (III.28) \\
 &\quad \underbrace{V_j^{(2)}}
 \end{aligned}$$

On voit que chaque espace de détail est en effet composé de trois espaces de détails. Chacun de ces trois espaces W_j correspondra à une ondelette mère ψ^k

On constate que la base du sous espace de détail (ondelette) sera constituée par familles d'ondelettes : [SSR.03]

$$\begin{cases}
 \psi^1(x, y) = \psi^h(x, y) = \emptyset(x) \psi(y) \\
 \psi^2(x, y) = \psi^v(x, y) = \psi(x) \emptyset(y) \dots \dots \dots (III.29) \\
 \psi^3(x, y) = \psi^d(x, y) = \psi(x) \psi(y)
 \end{cases}$$

Avec $\{\psi_{jkl}^1, \psi_{jkl}^2, \psi_{jkl}^3\}_{(k, l) \in \mathbb{Z}^2}$ une base orthonormée de $W_j^{(2)}$

et $\{\psi_{jkl}^1, \psi_{jkl}^2, \psi_{jkl}^3\}_{(j, k, l) \in \mathbb{Z}^3}$ une base orthonormée de $L^2(\mathbb{R}^2)$

$$\begin{cases}
 \emptyset_{jkl}(x, y) = 2^j \emptyset(2^j x - k) \emptyset(2^j x - l) \\
 \psi_{jkl}^1(x, y) = 2^j \emptyset(2^j x - k) \psi(2^j x - l) \dots \dots \dots (III. 30) \\
 \psi_{jkl}^2(x, y) = 2^j \psi(2^j x - k) \emptyset(2^j x - l) \\
 \psi_{jkl}^3(x, y) = 2^j \psi(2^j x - k) \psi(2^j x - l)
 \end{cases}$$

III.8. Algorithme de décomposition séparable et de reconstruction:

La décomposition d'une image discrète $f(u, v)$ est considérée comme l'approximation de départ le signal f_{j+1} fournit à chaque étape quatre imagelettes, l'une correspond à l'approximation inférieure f_j et les trois autres sont constituées des coefficients de la décomposition en ondelettes et contiennent les détails perdus lors de passage d'une résolution à la suivante (voir figure III.10). Ces détails sont, suivant l'imagelette, orientés horizontalement d_h^j (correspond à $\psi^h(x, y)$), verticalement d_v^j (correspond à $\psi^v(x, y)$) et en diagonal d_d^j (correspond à $\psi^d(x, y)$) (voir figure III.8).

$$\begin{aligned} f_{jkl} &= \langle f, \phi_{jkl} \rangle = 2^j \langle f(u, v), \phi(2^j u - k, 2^j v - l) \rangle \\ &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} h(2k - n) h(2l - m) f_{j+1 nm} \dots\dots(III.31) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d_{jkl}^h &= \langle f, \psi_{jkl}^h \rangle = 2^j \langle f(u, v), \psi^h(2^j u - k, 2^j v - l) \rangle \\ &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} h(2k - n) g(2l - m) f_{j+1 nm} \dots\dots(III.32) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d_{jkl}^v &= \langle f, \psi_{jkl}^v \rangle = 2^j \langle f(u, v), \psi^v(2^j u - k, 2^j v - l) \rangle \\ &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} g(2k - n) h(2l - m) f_{j+1 nm} \dots\dots(III.33) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d_{jkl}^d &= \langle f, \psi_{jkl}^d \rangle = 2^j \langle f(u, v), \psi^d(2^j u - k, 2^j v - l) \rangle \\ &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} g(2k - n) g(2l - m) f_{j+1 nm} \dots\dots(III.34) \end{aligned}$$

Le mot « séparable » est venu de fait que le filtrage bidimensionnel effectué sur une image est une application de filtrage monodimensionnel et le sous-échantillonnage de manière indépendante : sur les lignes et puis sur les colonnes.

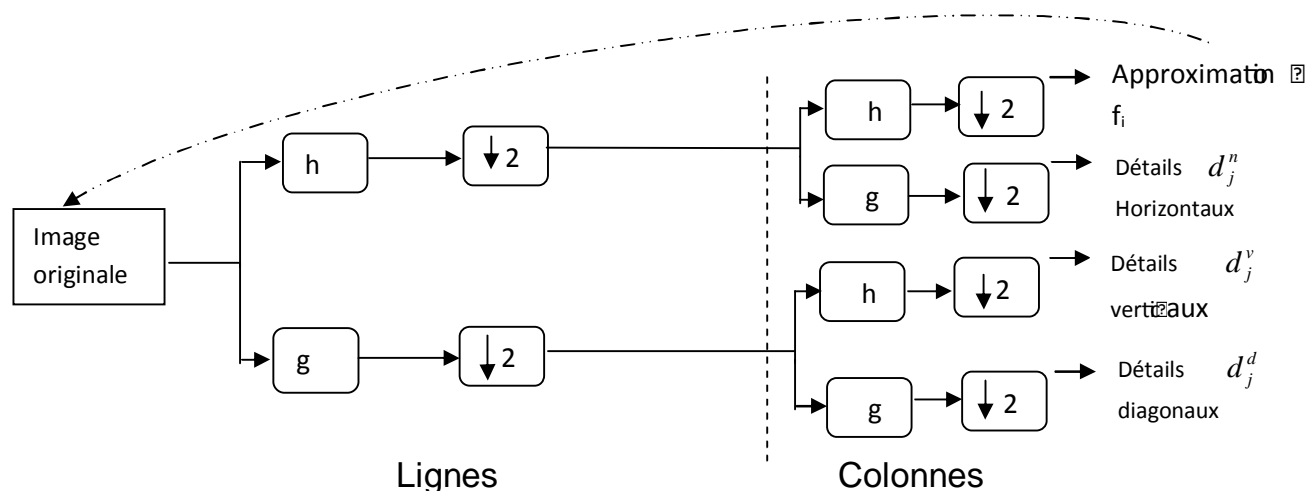


Fig. III.8 : Schéma de Décomposition en 2D

La reconstruction de l'image est réalisée en utilisant la formule suivante :

$$f_{j+1} = \sum_n \sum_m [\tilde{h}(k-2a)\tilde{h}(l-2m)f_{jnm} + \tilde{h}(k-2n)\tilde{h}(l-2m)d_{jnm}^h + \tilde{g}(k-2n)\tilde{h}(l-2m)d_{jnm}^v + \tilde{g}(k-2n)\tilde{g}(l-2m)d_{jnm}^d] \dots\dots\dots(\text{III.35})$$

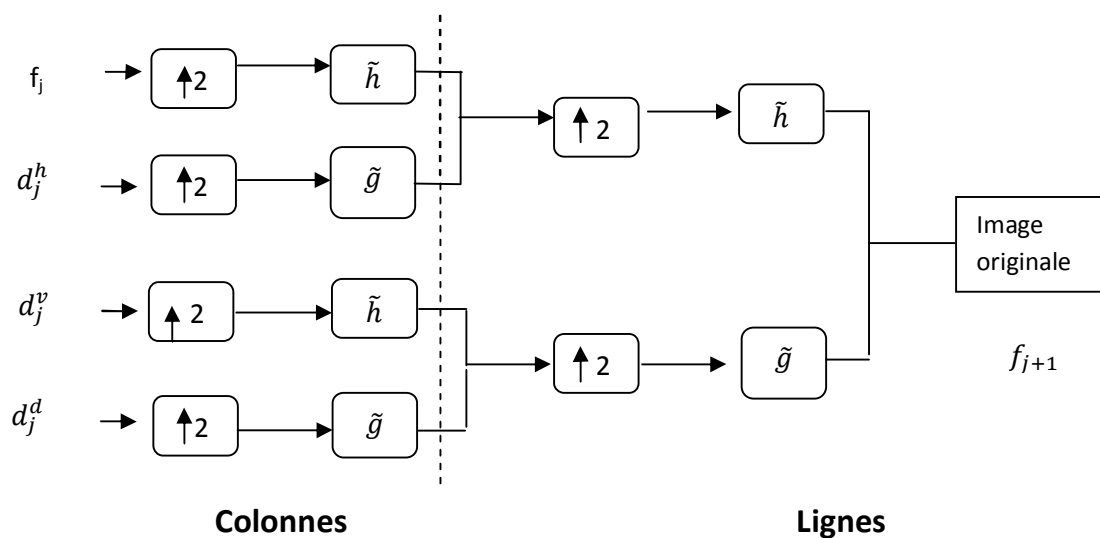


Fig. III.9 : Schéma de reconstruction en 2D

Une représentation simple et bien adaptée pour ce type de décomposition peut être faite sous la forme d'arbre (figure III.11). Chaque nœud porte un numéro, indiquant le sens de la décomposition (**1** : pour la décomposition selon les lignes, **2** : pour la décomposition selon les colonnes), et deux branches, correspondant aux deux sous-bandes résultantes de la décomposition.

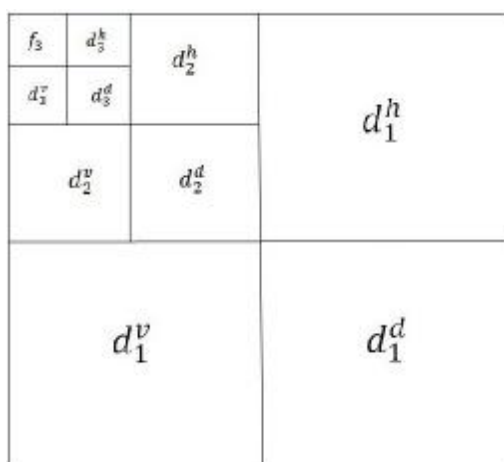


Fig. III.10 : Décomposition en Ondelette d'une image

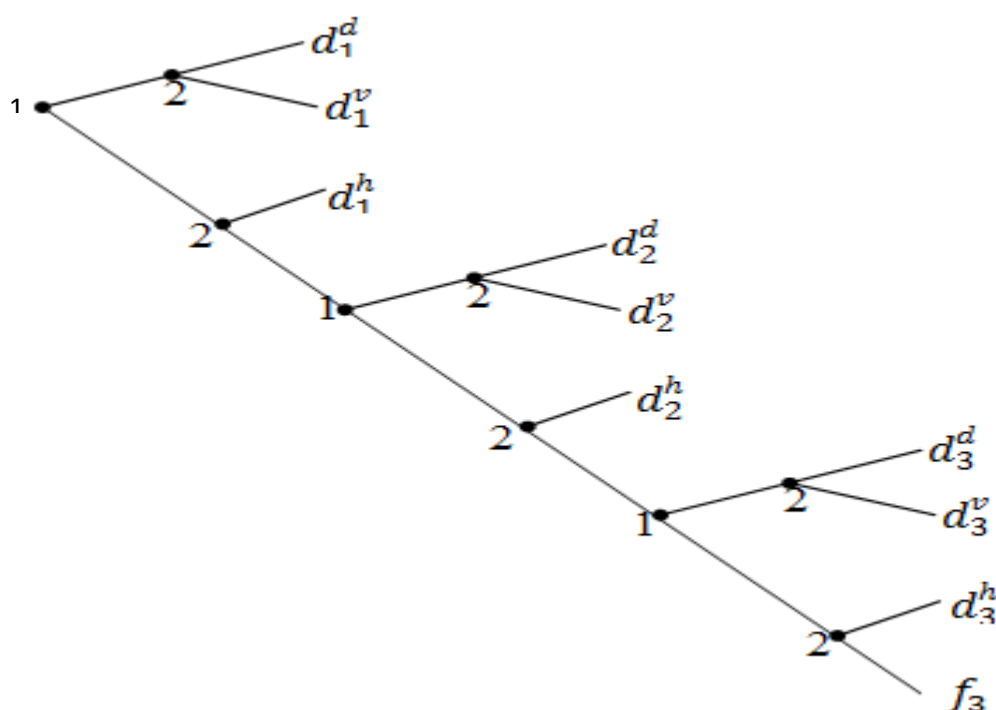


Fig. III.11 : Arbre de la décomposition d'une image sur une base d'ondelettes

III.9. Recherche de la meilleure décomposition

Nous discutons ici le problème du choix de la représentation en ondelettes dans l'optique du problème que nous cherchons à résoudre. Rappelons que l'objectif de notre travail est la détection des contours au niveau des images. Le choix de l'ondelette mère est très important dans l'optique d'utilisation des coefficients d'ondelette comme des détecteurs. Pour atteindre l'objectif, il est nécessaire de trouver une décomposition satisfaisant deux critères :

- Le nombre des coefficients produit par la transformée en ondelettes est le plus petit Possible ;
- Le résultat contient le plus d'informations possibles, et renseigne le mieux possible sur la localisation, dans le temps, des événements fréquentiels.

Un algorithme de décomposition en ondelettes reçoit en entrée le vecteur des coefficients à une échelle fine, et le transforme dans un vecteur contenant les coefficients à une échelle moins fine ainsi que les détails entre les deux niveaux. La principale difficulté est alors de calculer les coefficients à l'échelle fine, qui sont des produits scalaires entre f , la fonction à décomposer, et les fonctions d'échelle du niveau fin. Les coefficients de détails $d_{j,k}$ d'une fonction $f \in L^2$ sont très petits dans les régions où la fonction est régulière. Leur valeur devient non négligeable dans le voisinage des points de discontinuité ou des points critiques de f , ce qui permet la détection de ces points [MAX.03]. L'un des principaux atouts de l'analyse par ondelettes tient de sa capacité de produire des coefficients forts là où le signal est irrégulier et des coefficients très faibles dans les zones plus lisses.

L'hypothèse de la compacité du support des fonctions d'échelle est la clé pour une implémentation efficace des algorithmes à base d'ondelettes. Un autre paramètre important pour une ondelette est son nombre de moments nuls. Le choix de l'ondelette résulte d'un compromis entre son support et son nombre de moments nuls ; plus son support est petit, moins nombreux seront les gros coefficients affectés par une irrégularité d'un signal [KAC.09]. D'un autre côté, prendre une ondelette avec beaucoup de moments nuls permet d'avoir des coefficients de petites échelles sur les parties régulières du signal.

III.10. Algorithme par convolution en cascade B-Spline [cad.04] :

III.10.1. Définition de la B-spline monodimensionnelle

La B-spline de degré 0 est la fonction $\beta^0(X)$ qui vaut 1 pour $X \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ et 0 ailleurs

la B-spline de degré n est obtenu par convolution de $n+1$ fonction $\beta^0(X)$ ce qui correspond a n convolutions

III.10.2. B-Spline Discrète

La B-spline discrète est donnée par l'équation :

$$\Theta = 1/4 [1 \ 2 \ 1] * 1/4 [1 \ 2 \ 1]$$

$$\Theta = 1/16 \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

III.10.3. Algorithme de convolution

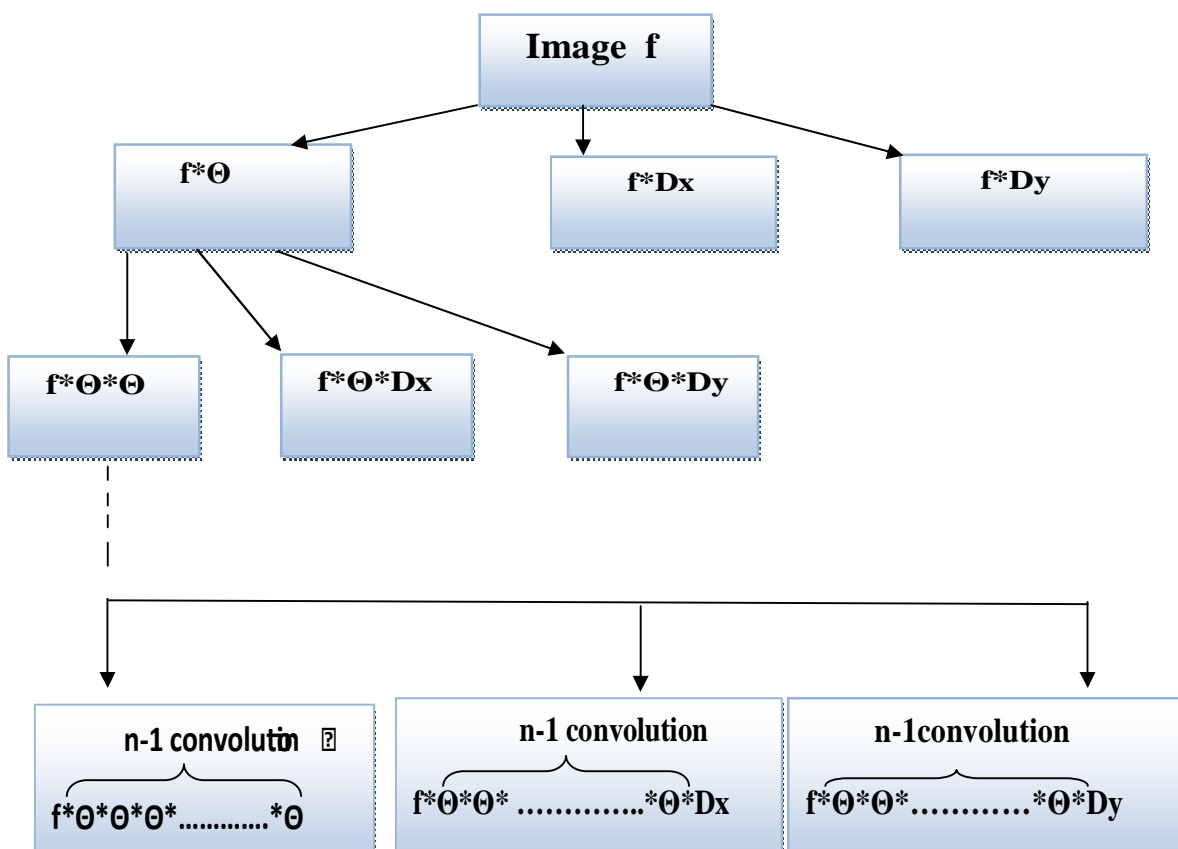


Fig. III.12.algorithme de convolution en cascade B-spline

III.11.Conclusion

Nous avons vu dans ce chapitre les limites de la transformation de Fourier et la définition de la transformée en ondelettes. Les ondelettes sont l'un des outils les plus efficaces dans le traitement des signaux, elles décrivent l'information dans une nouvelle représentation dont l'intérêt est la conservation de la notion de la localisation des événements fréquentiels. Par la suite, nous avons exposé les principes de l'analyse multi-résolution et l'algorithme de Mallat qui a pour le but de décomposer le signal par un ensemble de sous bandes dont les un sont les approximations et les autres constituent les détails. Par la suite nous avons exposé l'analyse multi-résolution en deux dimensions. Et enfin nous avons choisi une ondelette mère pour notre étude qui est la B.Spline .

Chapitre IV

Tests et résultats

IV.1.Introduction

Après avoir donné les différentes approche de détection de contours et la théorie des ondelettes dans les chapitres précédents, nous allons présenter dans ce chapitre l'application sur des images. Afin d'évaluer les performances de l'algorithme de détection, des tests ont été réalisées sur des images IRM d'un cerveau atteint d'une tumeur et des images « cameraman et circuit ». Les programmes sont réalisés sous Matlab 7.7. Pour montre l'efficacité de la méthode, une application multi-échelles sera réalisée.

IV.2. Description de l'algorithme

IV.2.1. Conversion de l'image en matrice

L'image est convertie en un tableau de flottant : elle sera notée $f(i; j)$, où $1 \leq i < width$ et $1 \leq j < height$. (width est largeur de l'image et height sa hauteur).

IV.2.2. Convolution en cascade de l'image par un masque B-spline 0

Cette étape consiste à convoluer itérativement f par le masque B-spline

$$q = \frac{1}{4} [1 \ 2 \ 1] * \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (IV.1)$$

On effectue donc la convolution par $\frac{1}{4} [1 \ 2 \ 1]$ d'abord sur les lignes, ensuite sur les colonnes de l'image. A l'aide de cette convolution on obtient $f_1 = f * q$ on

Recommence ensuite avec f_1 , et ce autant de fois que l'on désire acquérir d'échelles. Au bout de n-1 convolutions, on obtient donc la matrice :

$$f_n = f * \overbrace{q * q * \dots * q}^{n-1 \text{ convolutions}} \quad (IV.2)$$

De même taille que l'image initiale.

IV.2.3. Dérivation :

Ø Convolution par Dx

Pour chaque n, on dérive f lissée par $q * q * \dots * q$ en convoluant f_n par Dx (dérivation horizontale). avec $D_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$.

On obtient à l'issue de cette étape les coefficients d'ondelettes

$$w^1 f(.,., n) = f * \overbrace{q * q * \dots * q}^{n-1 \text{ convolutions}} * D_x \quad (\text{IV.3})$$

Le résultat est une matrice de la même taille que l'image.

Si on affiche cette matrice comme une image on remarque très bien les points de singularité horizontale.

Ø Convolution par Dy

Pour chaque n, on dérive f lissée par $q * q * \dots * q$ en convoluant f_n par Dy (dérivation verticale). avec

$$D_y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

On obtient à l'issue de cette étape les coefficients d'ondelettes

$$w^2 f(.,., n) = f * \overbrace{q * q * \dots * q}^{n-1 \text{ convolutions}} * D_y \quad (\text{IV.4})$$

Le résultat est une matrice de la même taille que l'image

Si on affiche cette matrice comme une image on remarque très bien les points de singularité verticale.

IV.2.4. Calcul du module et de l'orientation du gradient de l'image à partir des coefficients d'ondelette horizontaux et verticaux.

a-calcul du module.

Le module est calculé suivant la formule :

$$wf(u, v, a) = \sqrt{|w^1 f(u, v, a)|^2 + |w^2 f(u, v, a)|^2} \quad (\text{IV.5})$$

b-calcul de l'orientation :

L'orientation est calculée suivant la formule :

$$Af(u, v, a) = \tan^{-1} \left(\frac{w^2 f(u, v, a)}{w^1 f(u, v, a)} \right) \quad \text{Si } w^1 f(u, v, a) \geq 0 \quad (\text{IV.6})$$

$$= p - \tan^{-1} \left(\frac{w^2 f(u, v, a)}{w^1 f(u, v, a)} \right) \quad \text{Si } w^1 f(u, v, a) < 0 \quad (\text{IV.7})$$

IV.2.5. Recherche des maxima locaux :

Nous avons fait seuillage sur les coefficients d'ondelettes de façon à ce que soient éliminés ceux dont le module est faible, qui correspond ou pas à une arête peu visible.

IV.2.6. Chainage des maxima locaux et détection de point de contours

Détection à chaque échelle n , des maxima locaux de $Mf(:, :, n)$. On met à zéro les coefficients qui ne sont pas des maxima locaux. Nous chainons à travers les échelles n , à l'aide de l'orientation $Af(:, :, n)$, les maxima correspondant à un même point de l'image initiale. Le sommet (à l'échelle 1) d'une chaîne est considéré comme un point de contour.

IV.3.Représentation des données

Nous avons choisi comme images test, des images qui sont composées des zones uniformes distinctes, elle comporte des zones de changements graduels de l'intensité. Toutes ces régions sont délimitées par des contours nets qui sont facilement détectables.

- ✓ **Image test 1 Cameraman** de 256 niveaux de gris et de 256*256 de résolution.
- ✓ **Image test2 Circuit** de 256 niveaux de gris et de 280*272 de résolution.
- ✓ **Image test 3 une IRM d'un cerveau atteint d'une tumeur** a la même composition que le cerveau sain mais présentant un méningiome. C'est une image de taille : 273*200*3 bits.

IV.4.Résultats obtenus après l'application de l'algorithme sur des images test

IV.4.1.Application sur l'image cameramen



Figure IV.1. Image originale

Ø Lissage de l'image

Résultats obtenus après lissage de l'image son donnée par la figure IV 2



Figure IV.2.image lissée en plusieurs échelles

A : image lissée a l'échelle 1.

B : image lissée a l'échelle 5.

C : image lissée a l'échelle 10.

Ø Singularités verticales

Résultats obtenus après convoluton de l'irame à un fitre sont données par lafigure V.3

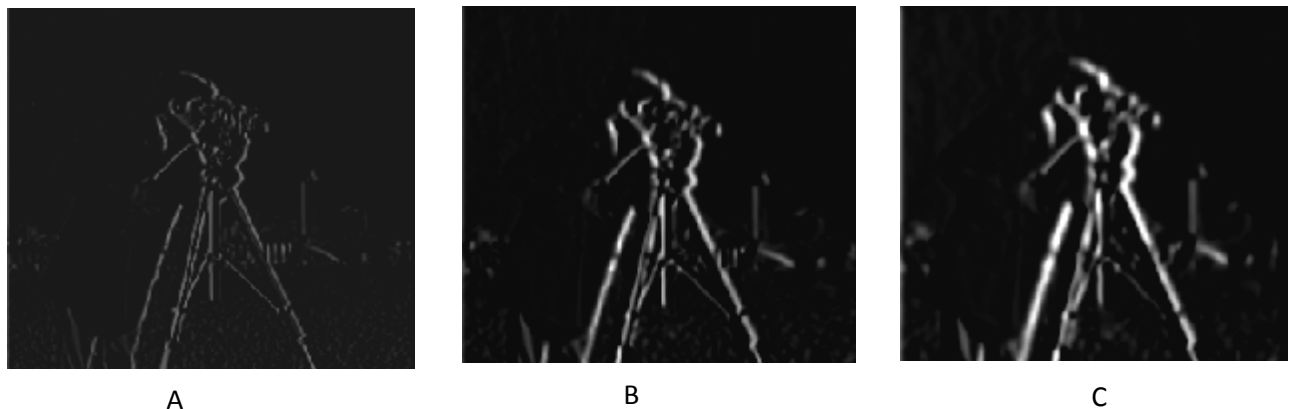


Figure IV.3.Singularités verticales en plusieurs échelles

A : singularités verticale à l'échelle 1. B : singularités verticale à l'échelle 5.

C : singularités verticale à l'échelle 10.

Singularités horizontales

Résultats obtenus après convoluton de l'irame à un fitre

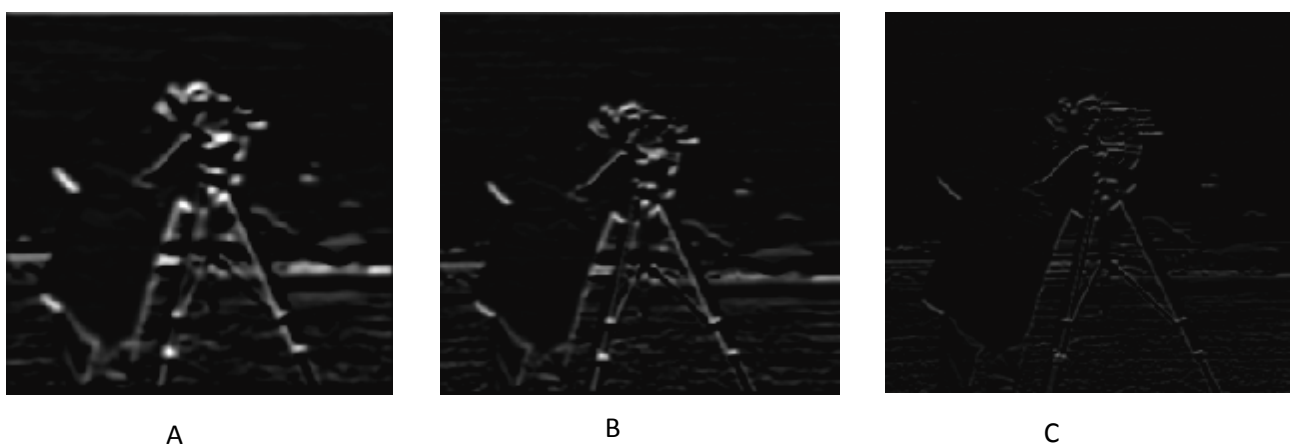


Figure IV.4.Singularités horizontales

A : singularités horizontales à l'échelle 1. B : singularités horizontales à l'échelle 5.

C : singularités horizontale à l'échelle 10.

Ø Orientations du gradient de l'image

Les cartes des orientations du gradient sont données par la figure IV.5

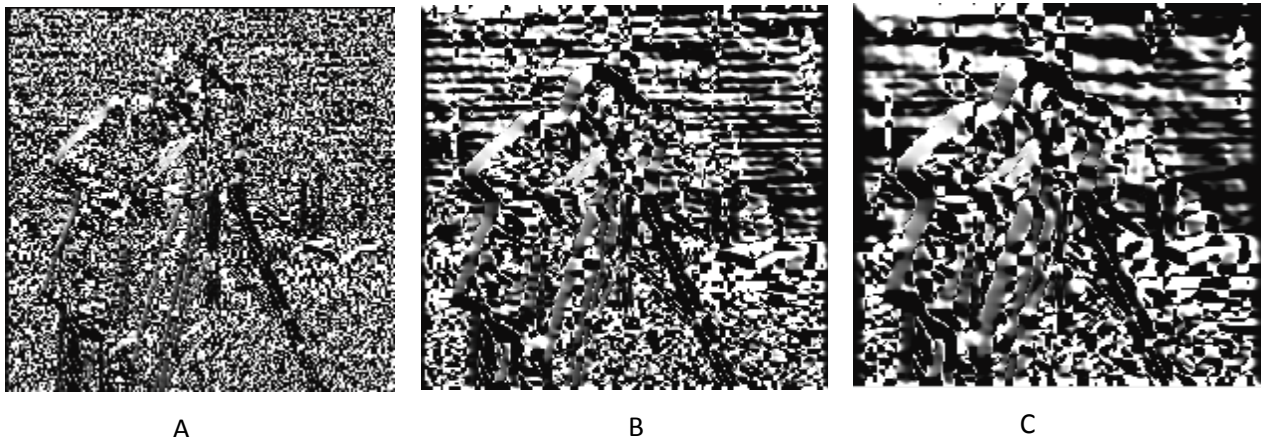


Figure IV.5. Carte des orientations du gradient

A : cartes des orientations de gradient à l'échelle 1.

B : cartes des orientations de gradient à l'échelle 5.

C : cartes des orientations de gradient à l'échelle 10.

Ø Module de gradient

Les modules du gradient sont donnés par la figure IV.6

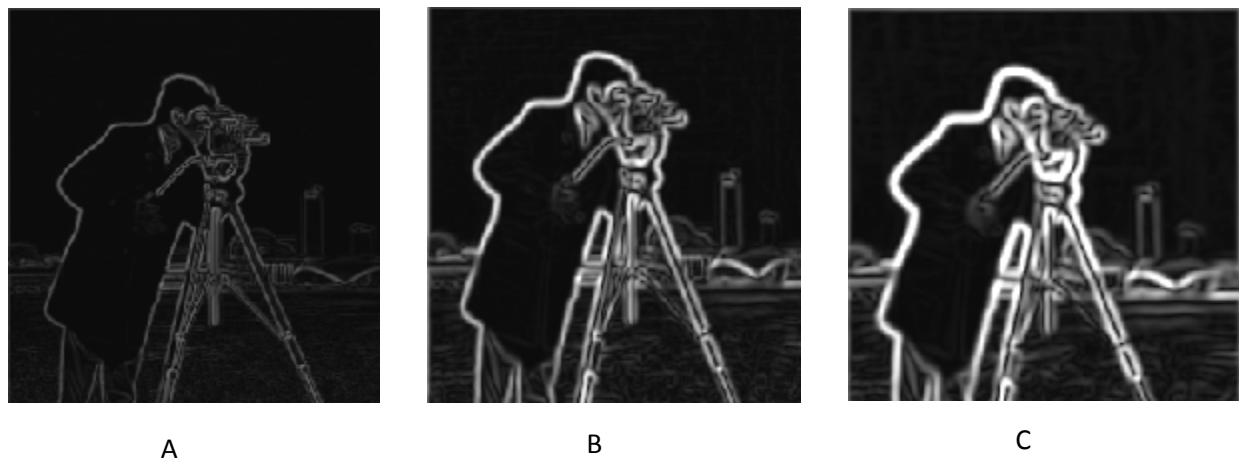


Figure IV.6. Les modules du gradient

A : module de gradient à l'échelle 1. B : module de gradient à l'échelle 5.

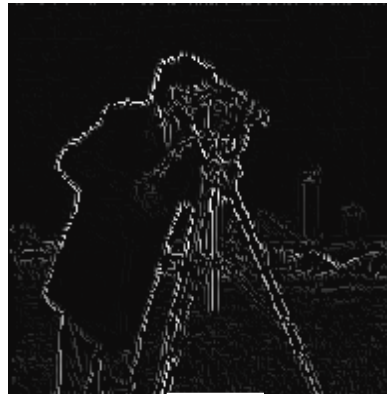
C : module de gradient à l'échelle 10.

Ø Maxima locaux

Les maxima locaux sont donnés par la figure IV.7



A



B



C

Figure IV.7. Les maxima locaux

A : maxima locaux à l'échelle 1. B : maxima locaux à l'échelle 5.

C: maxima locaux à l'échelle 10.

Ø Résultat après chainage :

Après chainage des points des maxima locaux on obtiens le résultat de la figure IV.8



Figure IV.8. Résultat après chainage

IV.4. 2.Application à l'image circuit

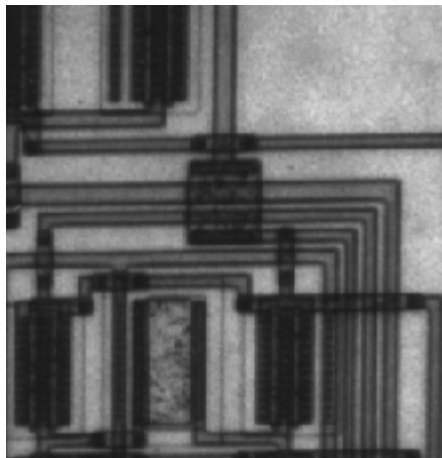
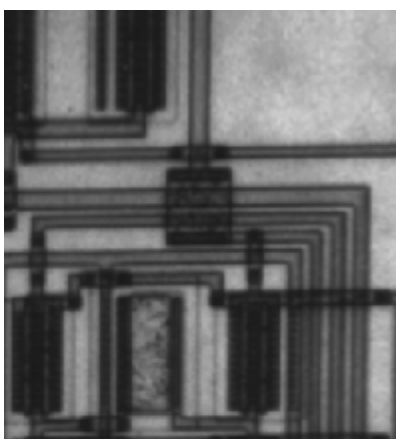


Figure IV.9. Image originale

Ø IMAGES lissées

Résultats obtenus après lissage de l'image sont donnés par la figure IV 10. ?



A



B



C

Figure IV.10. Images lissées (circuit)

A : image lissée à l'échelle 1.

B : image lissée à l'échelle 5.

C : image lissée à l'échelle 10.

Ø Singularités verticales

Résultats obtenus après convolution de l'image à un filtre vertical sont donnés par la figure IV.11.

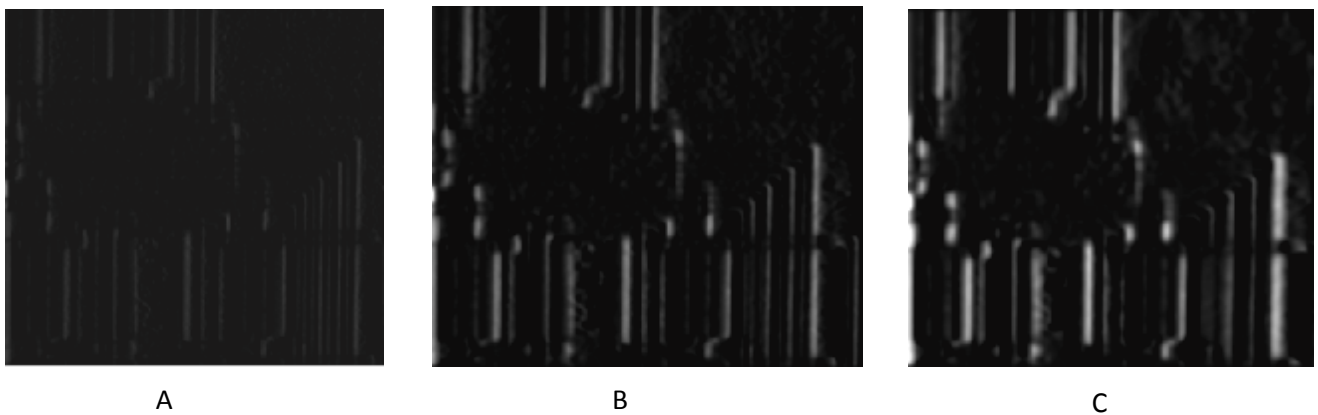


Figure IV.11. Singularités verticales

A : singularités verticales à l'échelle 1. B : singularités verticales à l'échelle 5.

C : singularités verticales à l'échelle 10.

Ø Singularités horizontales

Résultats obtenus après convolution de l'image à un filtre horizontal.

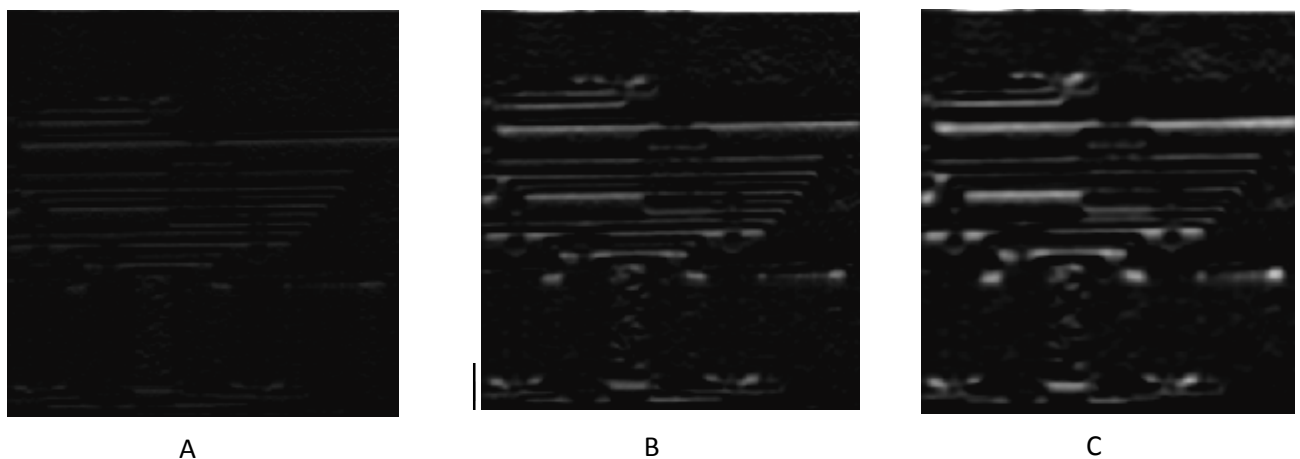


Figure IV.12. Singularités horizontales

A : singularités horizontales à l'échelle 1. B : singularités horizontales à l'échelle 5.

C : singularités horizontales à l'échelle 10.

Ø Module de gradient

Les modules du gradient sont donnés par la figure IV.13.

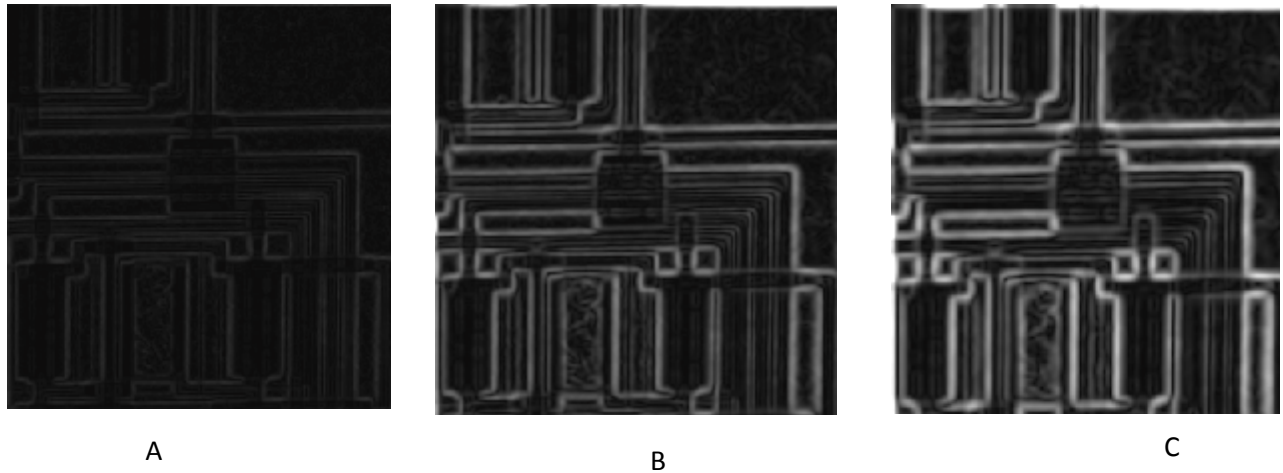


Figure IV.13. Cartes des modules de gradient

A : module de gradient à l'échelle 1. B : module de gradient à l'échelle 5.

C : module de gradient à l'échelle 10.

Ø Orientations du gradient de l'image

Les orientations du gradient de l'image sont données par la figure IV.14.

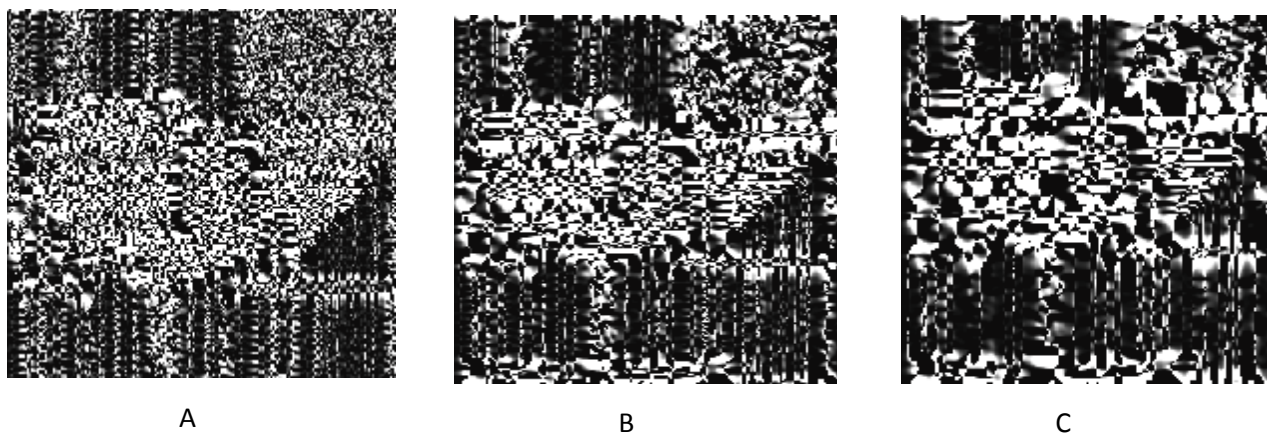


Figure IV.14. Orientations du gradient

A : cartes des orientations de gradient à l'échelle 1.

B : cartes des orientations de gradient à l'échelle 5.

C : cartes des orientations de gradient à l'échelle 10.

Ø Maxima locaux

Les maxima locaux sont donnés par la figure IV.15.



A



B



C

Figure IV.15. Les maxima locaux

A : maxima locaux à l'échelle 1.

B : maxima locaux à l'échelle 5.

C : maxima locaux à l'échelle 10.

Ø Résultat après chainage :

Après chainage des points des maxima locaux on obtient le résultat de la figure IV.16

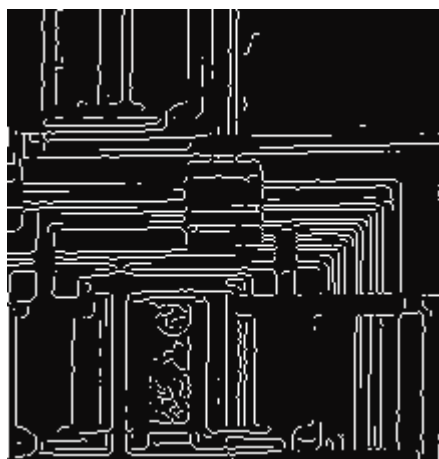


Figure IV.16. Résultat après chainage

IV.4.3 Application a une image IRM du cerveau

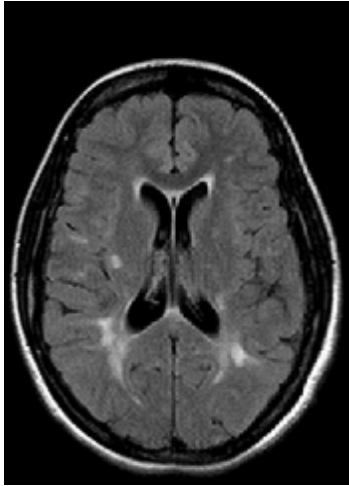


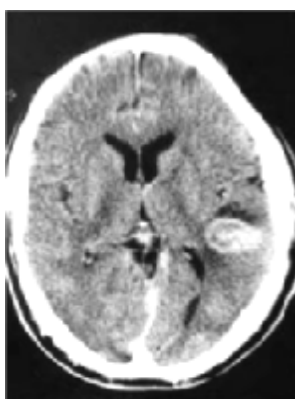
Figure IV.17. Cerveau sain



Figure IV.18. Cerveau atteint d'une tumeur

Ø IMAGES LISSEES

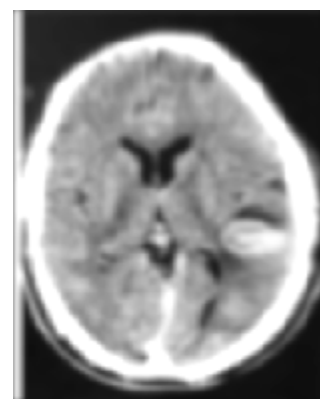
Résultats obtenus après lissage de l'image sont donnés par la figure IV.19.



A



B



C

Figure IV.19. Images lissées

A : image lissée à l'échelle 1. B : image lissée à l'échelle 5.

C : image lissée à l'échelle 10.

Ø Singularités verticales

Résultats obtenus après convolution de l'image à un filtre vertical sort donnés par la figure IV.20.

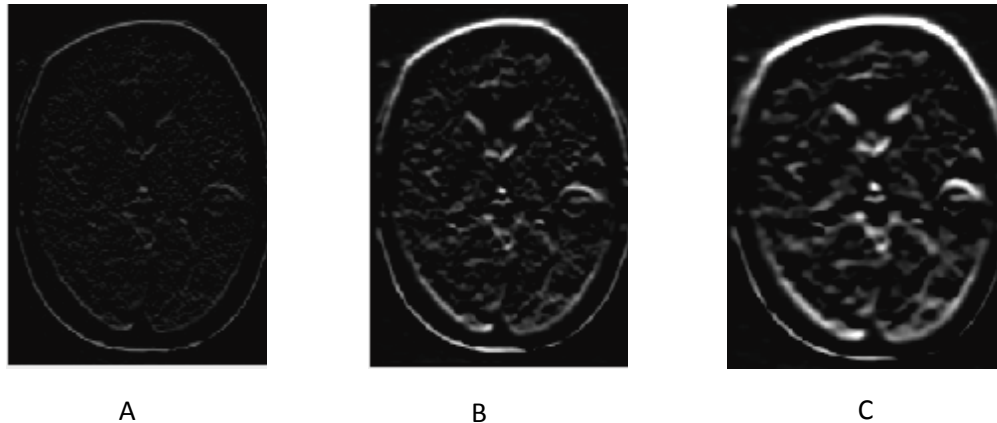


Figure IV.20. Singularités verticales

A : singularités verticales à l'échelle 1. B : singularités verticales à l'échelle 5.

C : singularités verticales à l'échelle 10.

Ø Singularités horizontales

Résultats obtenus après convolution de l'image à un filtre horizontal.

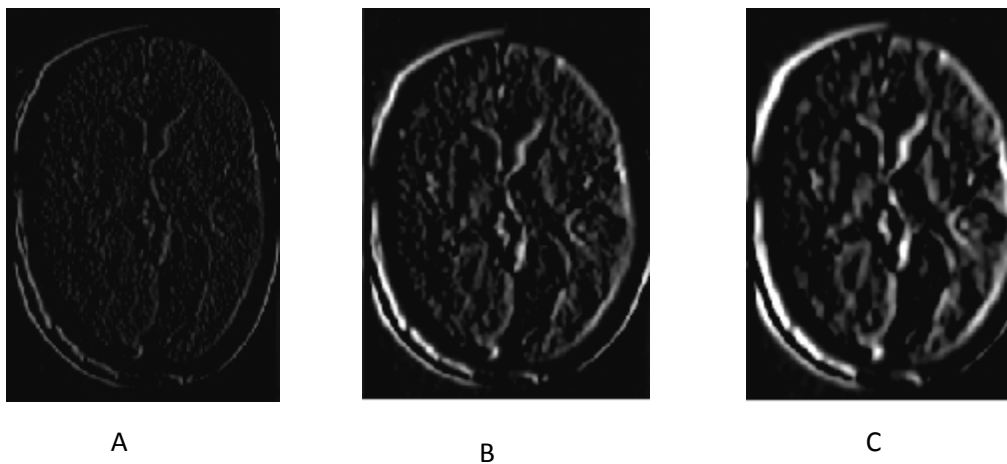


Figure IV.21. Singularités horizontales

A : singularités horizontales à l'échelle 1. B : singularités horizontales à l'échelle 5.

C : singularités horizontales à l'échelle 10.

Ø Module de gradient

Les modules du gradient sont donnés par la figure IV.21

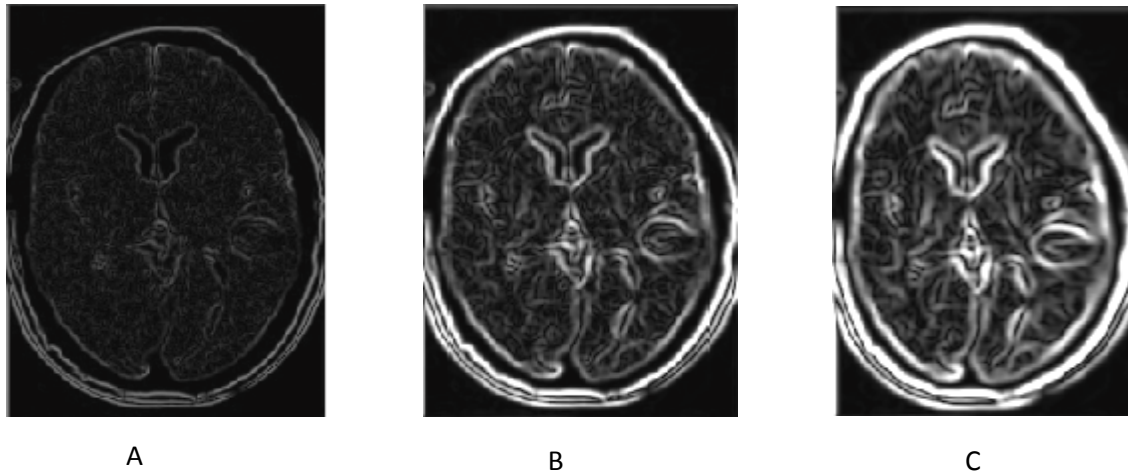


Figure IV.22. Cartes des modules de gradient

A : module de gradient à l'échelle 1. B : module de gradient à l'échelle 5.

C : module de gradient à l'échelle 10.

Ø Orientations du gradient de l'image

Les orientations du gradient de l'image sont données par la figure IV.22.

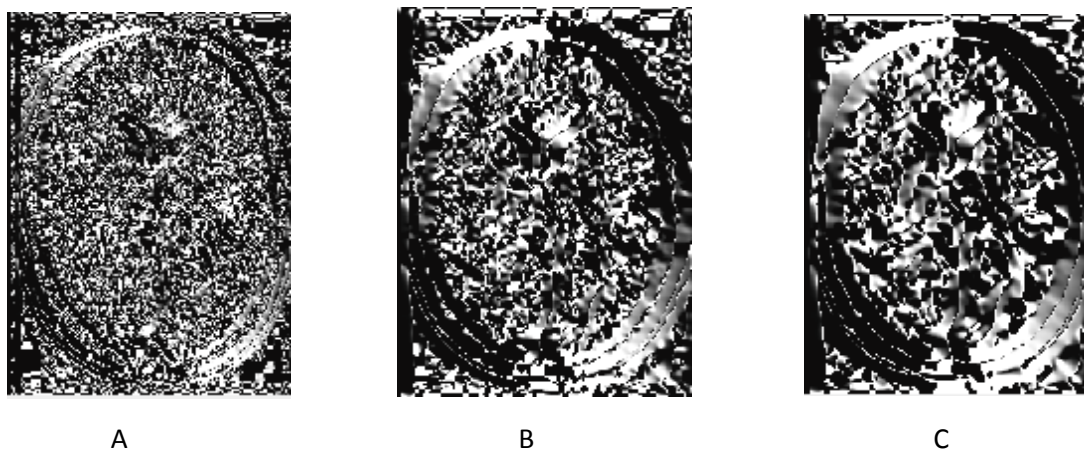


Figure IV.23. Orientations du gradient

A : cartes des orientations de gradient à l'échelle 1.

B : cartes des orientations de gradient à l'échelle 5.

C : cartes des orientations de gradient à l'échelle 10.

Ø Maxima locaux

Les maxima locaux sont donnés par la figure IV.23.

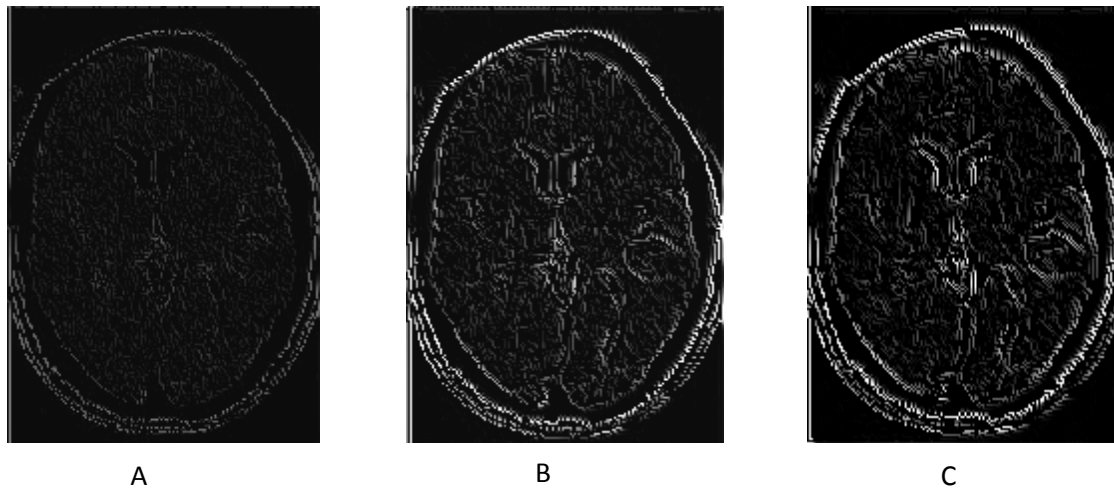


Figure IV.24. Les maximas locaux

A : maxima locaux à l'échelle 1.

B : maxima locaux à l'échelle 5.

C : maxima locaux à l'échelle 10.

Ø Résultat après chainage :

Après chainage des points des maxima locaux on obtient le résultat de la figure IV.25



Figure IV.25. Résultat après chainage

IV.5.Interprétation des résultats :

Les figures montrent que lorsque nous partons des petites échelles vers les échelles grossières nous remarquons que la qualité des images diminue ce qui est dû au flou induit par l'opération de lissage.

Les singularités horizontales et verticales sont bien détectées et sont bien visible dans toutes les figures en particulier les figures(IV.11) et (IV.12).

A partir des singularités horizontales et verticales, nous obtenons les cartes des modules du gradient. L'analyse de ces dernières montre qu'aux échelles fines nous arrivons à détecter tous les détails de l'image (les détails les plus fins), et en allant vers les échelles grossières, seuls les détails importants sont présents.

En combinant les cartes des orientations et celles des modules du gradient on obtient les maxima locaux. Nous constatons alors que sur les échelles fines des maxima locaux nous ne pouvons pas distinguer les différents composants ou détails de l'image, ce qui est dû à la détection des pics du bruit. Sur les échelles intermédiaires nous remarquons que seuls les contours significatifs et frontières entre les détails sont détectées à partir des échelles grossières les détails disparaissent.

Après chainage nous retrouvons les contours les plus communs entre les échelles, par conséquent les contours les plus significatifs, ainsi que les frontières entre les détails des images.

IV.6.Conclusion

Dans ce chapitre nous avons décrit l'algorithme d'application en calculant le module et l'orientation du gradient de l'image après avoir convolué et filtré cette dernière, et pour détecter le contour on chaîne les maxima locaux. Par suite nous avons présenté les différents résultats obtenus après les tests réalisés sur des images suivant l'algorithme décrit ci-dessus avec des différentes échelles pour distinguer la différence.

Conclusion générale

Conclusion générale

Une image contient une grande quantité d'information ,dont la diversité se perçoit au nombre de façons dont on dispose pour la décrire :on pourrait en donner un aperçu a l'aide de l'orientation de ses contours principaux ,ou bien en faisant la liste des objets qu'elle contient ,classés selon leur netteté, ou encore en la découpant en régions dont on décrit la couleur ou la texture.....Pour notre part ,nous nous sommes fixés pour objectif ,dans ce travail d'en extraire les contours.

Pour aborder le travail nous avons commencée par la définition des notions de base sur l'image ainsi que les traitements qu'elle peut subir car la compréhension de ce domaine commence par la compréhension de ce qu'est une image et ses propriétés physiques.

Par la suite, nous nous sommes intéressés aux méthodes de détection de contours à savoir les types : gradient qui correspond au maxima locaux et le Laplacien représenté par les passages par zéro, ces approches sont basées sur l'analyse des fortes variations de l'intensité lumineuse. Nous souhaitons également caractériser les contours : dans ce but, nous avons utilisé la théorie des ondelettes qui a fait l'objet de troisième chapitre.

Dans le dernier chapitre nous avons appliqué l'algorithme de détection de contours sur des images, avec des échelles différentes afin d'extraire les contours. Cette méthode est basée sur le calcul des maxima locaux qui sont obtenus par combinaison du module et de l'orientation du gradient de l'image leur chainage permet de retrouver les contours significatifs.

Plusieurs idées de développement futur pourront faire suite à ce travail. En tant que perspectif, il serait intéressant d'étendre le travail présenté dans ce manuscrit avec d'autres ondelettes et de comparer les résultats.

Ce travail nous a permis d'acquérir des nouvelles connaissances dans le domaine de traitement d'images en générale et de détection de contours avec ondelettes en particulier. Nous espérons avoir apporté notre modeste contribution par ce travail sur le plan pédagogique aux étudiants de notre faculté.

Bibliographie

Bibliographie

[CAD.04] Olivier le Cadet « Méthodes d'ondelettes pour la segmentation d'images. Applications à l'imagerie médicale et au tatouage d'images » THESE de doctorat l'Institut National Polytechnique de Grenoble 2004

[TRU.98] Frédéric Truchetet « ondelettes pour le signale numérique » EDITIONS Hermes Paris 1998

[VIA.05] François Benoît Vialatte « Modélisation en bosses pour l'analyse des motifs oscillatoires reproductibles dans l'activité de populations neuronales : applications à l'apprentissage olfactif chez l'animal et à la détection précoce de la maladie d'Alzheimer » THESE de Doctorat à l'Université Paris 6. 2005

[BER.00] Christophe Bernard « Ondelettes et problèmes mal posés : la mesure du flot optique et l'interpolation irrégulière » Thèse de doctorat

[PES] Béatrice pesquet popescu, Jean-christophe pesquet « Ondelettes et application » Technique de l'ingénieur TE 5 215.

[RAN.05] Thierry Ranchin « Fusion de données et modélisa tion de l'environnement » Mémoire d'habilitation à dirigés les recherches Université de Nice Sophia Antipolis 2005

[LOU.03] Xinsheng Lou, Kenneth A.Loparo « Bearing fault diagnosis based on wavelet transform and fuzzy inference» Elsevier Ltd 2003

[MAX.03] Voichita Maxim « Restauration de signaux bruités observés sur des plans d'expérience aléatoires » Thèse de doctorat l'Université Joseph Fourier Grenoble I 2003

[SSR.03] : S.BELAMIRI, T.SAIDI, R.MEDDANE « Compression d'image par paquet d'ondelette » thèse d'ingénieur en électronique, UMMTO, 2003.

[NDL.05] :N.HAMRENE, D.IDIR, L.HAMOUDI « codages d'images en sous bande par fractales appliqués aux images médicales » thèse d'ingénieur en électronique, UMMTO, 2005

[ML.07] : M.LAHDIR «Nouvelle approche de compression d'images basée sur les ondelettes et les fractales : application aux images météoat » thèse doctorat, UMMTO, 2007

[BEN 06]: BENHAMIDA Fatima et YOUSFI Mohamed Azzeddine « Compression sans perte d'images vidéos» Mémoire d'ingénieur, INI 2006

[TAB 96] K.TABARI ET S.TAGMA « Compression d'images animées à très faible débit par géométrie des fractale»
PFE, USTHB 1996

[HAM 00] HAMEIDI Farid et METHIA Mohamed Amine
« Recherche d'un algorithme de compression d'image reposant sur la Théorie des ondelettes avec des propriétés relatives à la reconnaissance de forme »
Mémoire d'ingénieur, INI 2000

[GW] GONZALEZ, R.C, WINTZ« Digital Image Processing »ADDISON-WESLEY1977.

[BEN 06] BENHAMIDA Fatima et YOUSFI Mohamed Azzeddine« Compression sans perte d'images vidéos »Mémoire d'ingénieur, INI 2006.

[MK] Murat KUNT, Goesta GRANLUND, Michel KOCHER «Traitement numérique des images »Presses PLYCHNIQUES et universitaires ROMANDES 1993.

[HAM 00] HAMEIDI Farid et METHIA Mohamed Amine« Recherche d'un algorithme de compression d'image reposant sur la théorie des ondelettes avec des propriétés relatives à la reconnaissance de forme ».

[JS.92] J.M. Salotti, "Gestion des informations dans les premières étapes de la vision par ordinateur", Thèse de doctorat de l'institut national polytechnique de Grenoble, spécialité informatique, mars 1992.

[JCSP.95] J.P Cocquerez et S. Philipp, "Analyse d'images: filtrage et segmentation", Edition Masson, 1995.

[MHE.92] M.E. Hyche and Ezquerra, "Spatiotemporal detection of arterial structure using active contours", Proceedings of SPIE, Vol. 1808, pp. 52-62, 1992.

[LC.06] L. Cuvillon, "Compensation du battement cardiaque en chirurgie robotisée: Asservissement visuel d'un robot médical avec flexibilité", Thèse de doctorat, l'Université Louis Pasteur Strasbourg I, décembre 2006.

[NL.OO] N. Lassouaoui, "Segmentation des images biomédicales par des approches fractales, Conception d'un logiciel de traitement et de segmentation des images", Thèse de Magister, Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, 2000.

[JS.00] I. Pitas , “*Digital Image Processing : Algorithms and Applications* ” John Wiley & Sons Inc. ISBN 0-471-37739-2, 2000.

[KAC.09] N.KACIMI,M..KIDOUCHE "Détection et la localisation des défauts par l'analyse en ondelettes et les réseaux de neurones artificiels "Mémoire de Magister, université M'hamed Bougara Boumerdes 2009