

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITE MOULoud MAMMERI DE TIZI-OUZOU



FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE  
DEPARTEMENT D'AUTOMATIQUE

## **THESE DE DOCTORAT**

SPECIALITE : AUTOMATIQUE

Présentée par :

**Melle. DJEGHALI Nadia**

Thème :

# **Observation, Diagnostic et Commande de la Machine Asynchrone**

Devant le jury d'examen composé de :

M. BENFDILA Arezki	Professeur	U.M.M.T.O	Président
M. DJENNOUNE Saïd	Professeur	U.M.M.T.O	Rapporteur
M. HADDAD Salah	Professeur	U.M.M.T.O	Examineur
M. BOUCHERIT Mohamed Seghir	Professeur	ENP d'Alger	Examineur
M. MENDIL Boubekour	Professeur	Université de Béjaïa	Examineur
M. BARBOT Jean-Pierre	Professeur	ENSEA, Cergy-Pontoise	Examineur
M. GHANES Malek	Dr, HDR	ENSEA, Cergy-Pontoise	Invité

Date : 28/10/2013

Thèse préparée au Laboratoire de Conduite et Conception des Systèmes de Production (L2CSP), Université Mouloud MAMMERI de Tizi-Ouzou en collaboration avec le Laboratoire ECS-Lab, à l'Ecole Nationale Supérieure de l'Electronique et de ses Applications (ENSEA), Cergy-Pontoise.  
Directeur de thèse : Pr. DJENNOUNE Saïd, UMMTO.  
Co-Directeurs : Dr, HDR. GHANES Malek et Pr. BARBOT Jean-Pierre, ENSEA.

## *Remerciements*

Ce travail de thèse a été réalisé au Laboratoire de Conception et Conduite des Systèmes de Production (L2CSP) de l'Université Mouloud MAMMERI de Tizi-Ouzou (UMMTO), au sein de l'équipe Commande des Systèmes Continus, en collaboration avec le Laboratoire ECS-Lab, de l'Ecole Nationale Supérieure de l'Electronique et de ses Applications (ENSEA), Cergy-Pontoise, France.

Si cette thèse a abouti c'est avant tout grâce à mes encadreurs, Monsieur Saïd DJENNOUNE, Professeur à l'UMMTO, Monsieur Malek GHANES, Maître de Conférences, HDR à l'ENSEA et Monsieur Jean-Pierre BARBOT, Professeur et Directeur de l'ECS, ENSEA. Je pense n'avoir jamais de mots assez forts pour traduire le plaisir que j'ai eu à travailler avec eux et la reconnaissance que je leur dois à tous les trois. Je tiens à les remercier très chaleureusement pour leur rigueur scientifique, leur disponibilité sans faille, leurs encouragements, leurs orientations fructueuses, leur aide précieuse et leur soutien scientifique sans relâche tout au long de cette thèse. Qu'ils trouvent, à travers cette thèse, l'expression de ma profonde gratitude.

Je remercie également Messieurs Mohamed TADJINE, Professeur à l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger et Maamar BETTAYEB, Professeur à l'université de Sharjah (Emirats Arabes Unis), pour leur disponibilité et leur aide à chaque fois que je les sollicite, notamment pour toute la documentation qu'ils m'ont remise et qui a été d'un support précieux à l'avancement de mes travaux.

La partie expérimentale de cette thèse a été réalisée au Laboratoire (IRCCyN) de Nantes grâce au concours de Monsieur Robert BOISLIVEAU que je remercie vivement pour sa gentillesse, son aide précieuse et sa disponibilité malgré ses nombreuses occupations.

Mes remerciements les plus chaleureux vont également à l'équipe du Laboratoire ECS de l'ENSEA et à l'équipe du laboratoire MIPS de Mulhouse, en particulier au Professeur Jean-Philippe URBAN, responsable de l'équipe TROP, pour l'accueil chaleureux et leur gentillesse pendant les mois de stage qui m'ont permis de mener à bien mon travail de recherche dans un milieu enthousiaste et dynamique.

Je remercie Monsieur Arezki BENFDILA, Professeur de l'Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, de m'avoir fait l'honneur d'accepter la présidence du jury de ma soutenance.

Je remercie de même Messieurs Salah HADDAD, Professeur de l'Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, Mohamed Seghir BOUCHERIT, Professeur à l'Ecole Nationale

Polytechnique d'Alger, Boubekeur MENDIL, Professeur à l'Université de Bejaïa, Jean-Pierre BARBOT, Professeur à l'Ecole Nationale Supérieure de l'Électronique et ses Applications (ENSEA) de Cergy-Pontoise (France) et Malek GHANES, Maître de Conférences HDR pour l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant d'examiner mon manuscrit de thèse.

Je dédie cette thèse à mes chers parents qui tiennent une place immense dans mon cœur. Ils m'ont encouragée, soutenue et aidée tout au long de mes études. Ils ont su me donner toutes les chances pour réussir. C'est grâce à leur lourd sacrifice que j'ai pu arriver à soutenir mon doctorat. Je ne pourrais les remercier assez. Qu'ils trouvent, dans la réalisation de ce travail, l'aboutissement de leurs efforts ainsi que l'expression de ma plus affectueuse gratitude. Je dédie cette thèse également à tous les membres de ma famille et en particulier mes frères et mes sœurs et leurs familles pour leur soutien et leurs encouragements quotidiens.

J'adresse aussi mes remerciements à mes amies Nadia LARDJANE et Hakima KEHRI pour leur sympathie, leur amitié, leurs conseils, leur soutien et encouragements.

# Table des matières

Notations	4
Introduction générale	7
<b>1 Rappels sur les méthodes de diagnostic et de commande tolérante aux défauts</b>	<b>12</b>
1.1 Introduction	12
1.2 Définitions de base	13
1.2.1 Les différentes anomalies de fonctionnement	13
1.2.2 Définition du diagnostic	15
1.3 Modélisation des systèmes en présence de défauts	16
1.4 Méthodes de diagnostic de défaut	18
1.4.1 Méthodes sans modèle mathématique du système	18
1.4.2 Méthodes avec modèle mathématique du système	19
1.5 Diagnostic par observateurs	20
1.5.1 Observateur à grand gain	20
1.5.2 Diagnostic par observateur à entrées inconnues	23
1.5.3 Observateurs à modes glissants d'ordre un	25
1.6 Commande tolérante aux défauts	30
1.6.1 Commande tolérante aux défauts passive	30
1.6.2 Commande tolérante aux défauts active	30
1.6.3 Commande active par la méthode de pseudo-inverse	33
1.7 Conclusion	34
<b>2 Modélisation de la machine asynchrone sans et avec défauts</b>	<b>35</b>
2.1 Introduction	35
2.2 Modélisation de la machine asynchrone en absence de défauts	36

2.2.1	Description de la machine asynchrone . . . . .	36
2.2.2	Modélisation dans le repère fixe triphasé $(a, b, c)$ . . . . .	37
2.2.3	Modélisation dans le repère diphasé tournant $(d, q)$ . . . . .	38
2.2.4	Modélisation dans le repère fixe $(\alpha, \beta)$ . . . . .	40
2.2.5	Modélisation dans le repère tournant $(d, q)$ lié au flux rotorique . .	41
2.3	Les défauts de la machine asynchrone . . . . .	41
2.4	Modélisation de la machine asynchrone en présence de défauts . . . . .	42
2.4.1	Modèle en présence de défauts statoriques et rotoriques . . . . .	42
2.4.2	Modèle en présence de défauts rotoriques de type cassure de barres	44
2.5	Méthodes de diagnostic de la machine asynchrone . . . . .	45
2.5.1	Méthodes avec modèle . . . . .	45
2.5.2	Méthodes sans modèle . . . . .	45
2.6	Conclusion . . . . .	47
<b>3</b>	<b>Observation et diagnostic de la machine asynchrone</b>	<b>48</b>
3.1	Introduction . . . . .	48
3.2	Synthèse d'observateur à modes glissants d'ordre deux en vue de la com- mande de la MAS . . . . .	50
3.2.1	Synthèse de l'observateur à modes glissants . . . . .	52
3.2.2	Résultats de simulation . . . . .	53
3.3	Diagnostic à base d'observateur à modes glissants d'ordre un pour la MAS	55
3.3.1	Synthèse de l'observateur . . . . .	55
3.3.2	Résultats de simulation . . . . .	57
3.4	Conclusion . . . . .	59
<b>4</b>	<b>Commandes tolérantes aux défauts de la machine asynchrone</b>	<b>60</b>
4.1	Introduction . . . . .	60
4.2	Commande active tolérante aux défauts de la MAS . . . . .	62
4.2.1	Modèle avec défauts . . . . .	62
4.2.2	Objectif de la commande . . . . .	63
4.2.3	Synthèse de la loi de commande . . . . .	63
4.2.4	Résultats de simulation . . . . .	69
4.3	Commande passive tolérante aux défauts sans capteur mécanique de la MAS	73
4.3.1	Modèle avec défauts . . . . .	73
4.3.2	Objectifs de la commande . . . . .	74

4.3.3 Synthèse de la commande robuste par la technique du backstepping	75
4.3.4 Analyse de la stabilité en boucle fermée . . . . .	80
4.3.5 Résultats de simulation et d'expérimentation . . . . .	83
4.4 Conclusion . . . . .	90
<b>Conclusion générale</b>	<b>92</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>96</b>
<b>Annexe A</b>	<b>113</b>
<b>Annexe B</b>	<b>127</b>
<b>Annexe C</b>	<b>144</b>
<b>Annexe D</b>	<b>154</b>

# Notations

$V_s = [V_{as}, V_{bs}, V_{cs}]^T$  : tensions statoriques triphasées ;

$V_r = [V_{ar}, V_{br}, V_{cr}]^T$  : tensions rotoriques triphasées ;

$i_s = [i_{as}, i_{bs}, i_{cs}]^T$  : courants statoriques triphasés ;

$i_r = [i_{ar}, i_{br}, i_{cr}]^T$  : courants rotoriques triphasés ;

$\phi_s = [\phi_{as}, \phi_{bs}, \phi_{cs}]^T$  : flux magnétiques au stator ;

$\phi_r = [\phi_{ar}, \phi_{br}, \phi_{cr}]^T$  : flux magnétiques au rotor ;

$V_{\alpha,\beta s} = [V_{\alpha s}, V_{\beta s}]^T$  : tensions statoriques diphasées dans le repère fixe  $(\alpha, \beta)$  ;

$V_{\alpha,\beta r} = [V_{\alpha r}, V_{\beta r}]^T$  : tensions rotoriques diphasées dans le repère fixe  $(\alpha, \beta)$  ;

$i_{\alpha,\beta s} = [i_{\alpha s}, i_{\beta s}]^T$  : courants statoriques diphasés dans le repère fixe  $(\alpha, \beta)$  ;

$i_{\alpha,\beta r} = [i_{\alpha r}, i_{\beta r}]^T$  : courants rotoriques diphasés dans le repère fixe  $(\alpha, \beta)$  ;

$\phi_{\alpha,\beta s} = [\phi_{\alpha s}, \phi_{\beta s}]^T$  : flux statoriques diphasés dans le repère fixe  $(\alpha, \beta)$  ;

$\phi_{\alpha,\beta r} = [\phi_{\alpha r}, \phi_{\beta r}]^T$  : flux rotoriques diphasés dans le repère fixe  $(\alpha, \beta)$  ;

$V_{d,q s} = [V_{ds}, V_{qs}]^T$  : tensions statoriques diphasées dans le repère tournant  $(d, q)$  ;

$i_{d,qs} = [i_{ds}, i_{qs}]^T$  : courants statoriques diphasés dans le repère tournant  $(d, q)$  ;

$\phi_{d,qs} = [\phi_{ds}, \phi_{qs}]^T$  : flux statoriques diphasés dans le repère tournant  $(d, q)$  ;

$\phi_{d,qr} = [\phi_{dr}, \phi_{qr}]^T$  : flux rotoriques diphasés dans le repère tournant  $(d, q)$  ;

$l_s, l_r$  : inductances propres statoriques et rotoriques ;

$M_s$  : inductance mutuelle entre deux phases statoriques ;

$M_r$  : inductance mutuelle entre deux phases rotoriques ;

$R_s, R_r$  : résistances statorique et rotorique ;

$L_s = l_s - M_s$  : inductance propre cyclique statorique ;

$L_r = l_r - M_r$  : inductance propre cyclique rotorique ;

$M_{sr}$  : inductance mutuelle maximale stator et rotor ;

$L_m = \frac{3}{2}M_{sr}$  : inductance mutuelle cyclique stator et rotor ;

$J$  : moment d'inertie (moteur asynchrone+charge) ;

$f_v$  : coefficient de frottements visqueux ;

$T$  : couple de charge ;

$P$  : nombre de paires de pôles ;

$\Omega$  : vitesse mécanique de rotation du rotor ;

$P\Omega$  : pulsation électrique correspondant à la vitesse de rotation  $\Omega$  ;

$\omega_r$  : pulsation des grandeurs électriques rotoriques ou pulsation de glissement ;

$\omega_s = \omega_r + P\Omega$  : pulsation des grandeurs électriques statoriques ;

$\sigma$  : coefficient de dispersion ou de Blondel ;

# Introduction générale

## Contexte et motivations

Depuis l'industrialisation, le problème de détection de défauts dans un procédé industriel en fonctionnement s'est posé de manière cruciale en raison des enjeux économiques importants. Les premières solutions qui ont été apportées afin d'améliorer la fiabilité du procédé consistaient principalement en la redondance matérielle. Les éléments jugés critiques pour la sûreté de fonctionnement ou bien fragiles sont doublés voire même triplés. De nos jours, certes l'utilisation de nouvelles technologies dans l'industrie améliore la productivité, cependant elle engendre une complexité du système industriel. Cette complexité le rend vulnérable aux défauts, ce qui nécessite d'importantes dépenses en termes de sûreté, de fiabilité et de disponibilité. Le problème de diagnostic de défauts ainsi que la recherche des solutions qui permettent d'intervenir afin de garantir certaines performances de fonctionnement en cas d'apparition de défauts demeurent des questions majeures et d'actualité et constituent un enjeu important tant sur le plan économique que scientifique [1]-[43].

La machine asynchrone est présente dans la plupart des applications industrielles comme dans les pompes, les convoyeurs, les machines-outils, les machines centrifuges, les presses, les ascenseurs et les équipements d'emballage, etc. Cette machine est souvent l'élément central dans les installations industrielles. L'utilisation massive des machines asynchrones dans les installations industrielles est due à leur faible coût de fabrication, leur rendement relativement élevé et à leur robustesse nécessitant peu d'entretien. En outre, la large gamme de puissance des moteurs à induction permet de répondre au besoin de la production de la plupart des procédés industriels.

Toutefois, les moteurs à induction sont sensibles à de nombreux types de défauts

dans les applications industrielles. A cause de nombreuses contraintes de différentes natures (thermiques, mécaniques, environnementales, etc), la machine asynchrone est soumise aux différents défauts [44],[45]. Ceux-ci peuvent être de nature mécanique ou électrique. La présence des défauts peut conduire à la dégradation des performances ou à l'arrêt irrémédiable de la machine, ce qui entraîne des coûts de réparation non négligeables pour l'entreprise, sans oublier les pertes humaines et de production causées. Il est donc nécessaire d'associer aux installations industrielles des systèmes de diagnostic.

Un système de diagnostic réalise trois tâches consécutives : la détection, l'isolation et l'identification de défauts. La détection consiste à indiquer si le système fonctionne correctement ou si un défaut est survenu. L'isolation vise à déterminer la partie défectueuse du système. L'identification consiste en la détermination de l'ampleur du défaut afin de mettre en œuvre des systèmes de commande tolérants aux défauts. Il existe plusieurs méthodes de diagnostic. On distingue celles sans modèle et celles avec modèle. Parmi les méthodes sans modèle, il y a celles utilisant les techniques de traitement du signal [1]-[4], les techniques de l'intelligence artificielle comme les réseaux de neurones, les systèmes experts, la logique floue [6]-[13], etc. Dans les méthodes avec modèle, on trouve celles à base d'observateurs [14]-[22], celles utilisant l'identification ou l'estimation paramétrique [23],[24] et celles utilisant l'espace de parité [25]-[29].

Les systèmes de commande tolérants aux défauts sont des systèmes de commande capables de maintenir la stabilité du système ainsi que des performances acceptables en dépit de la présence d'un défaut. Les techniques de commande tolérante aux défauts sont divisées en deux classes distinctes : la classe de commande tolérante aux défauts active (AFTC : Active Fault Tolerant Control) et la classe de commande tolérante aux défauts passive (PFTC : Passive Fault Tolerant Control)[30],[31].

L'implémentation des lois de commande et de diagnostic nécessitent la connaissance des variables d'état qui décrivent de manière complète l'état du système. Afin d'obtenir les informations sur ces variables d'état, on peut imaginer ajouter des capteurs en plus de ceux utilisés pour mesurer les grandeurs de sorties. Cette solution triviale est fastidieuse pour plusieurs raisons. L'ajout de capteurs n'est pas toujours technologiquement possible (le cas du flux de la machine qui n'est pas mesurable) et même lorsque cela est possible (le cas de la vitesse qui est mesurable), le coût supplémentaire engendré est important. De

plus, l'ajout de matériels sur un système complexifie sa modélisation et diminue sa fiabilité.

Le recours à une méthode d'observation revêt donc d'une grande importance dans le diagnostic et la commande des systèmes. L'observation consiste en l'estimation de l'état du système à partir des grandeurs mesurées. L'une des techniques d'observation est celle utilisant les observateurs d'état. Un observateur d'état est un système dynamique qui, à partir des entrées et des sorties mesurées du processus, permet de délivrer les estimées des variables d'état. L'observateur remplit donc le rôle des capteurs de variables d'état. Implémenté sur un ordinateur, il devient un capteur logiciel [46]-[62].

Un observateur d'état peut donc être utilisé dans un but de commande ou bien dans un but de diagnostic de défauts où les variables d'état estimées délivrées par l'observateur sont envoyées vers le module de détection, d'isolation et d'estimation de défauts.

Le diagnostic de défauts dans la machine asynchrone a reçu une attention considérable. Beaucoup de techniques ont été développées. Nous distinguons : les techniques basées sur le modèle utilisant l'identification des paramètres [63]-[64], les techniques utilisant les observateurs [65]-[79], les techniques sans modèle telles que les techniques de traitement du signal [80]-[106] et de l'intelligence artificielle [107]-[112].

## Objectifs de la thèse

Dans le cadre de cette thèse, nous développons des nouvelles techniques de diagnostic et de commandes tolérantes aux défauts actives et passives pour la machine asynchrone à base d'observateurs.

Nous utilisons les observateurs pour satisfaire deux objectifs différents. Le premier objectif consiste à utiliser les observateurs pour estimer et détecter les défauts dans la machine afin de réaliser une commande tolérante aux défauts active. Le deuxième objectif consiste à utiliser les observateurs pour reconstruire la vitesse de la machine afin d'éviter l'utilisation de capteur mécanique de vitesse et pour estimer le flux qui est non mesurable. Cela permettra de réaliser une commande tolérante aux défauts sans capteur mécanique. Enfin, l'autre objectif de la thèse est de valider expérimentalement les techniques de commande tolérante aux défauts proposées.

## Organisation de la thèse

Le premier chapitre de cette thèse rappelle les notions de base concernant le diagnostic et la commande tolérante aux défauts des systèmes. Nous commençons par l'exposé des définitions de base concernant le diagnostic des systèmes ainsi que les différentes méthodes de diagnostic existantes qui se résument dans les méthodes sans et avec modèle. L'approche par modèle utilisant les observateurs est détaillée. Nous terminons le chapitre par l'exposé des définitions de base concernant la commande tolérante aux défauts ainsi que ses différentes approches.

Le deuxième chapitre de ce mémoire est consacré à la modélisation de la machine asynchrone avec et sans défauts. Nous rappelons dans un premier temps, les éléments constitutifs de la machine, ainsi que les différents modèles d'état de la machine en absence de défauts. Dans un deuxième temps, nous rappelons, les défauts les plus fréquents dans la machine, leurs effets et leurs causes. Ensuite, nous élaborons les modèles de la machine en présence de défauts. Deux modèles de défauts sont élaborés : le premier tient compte de défauts rotoriques de type cassure de barres qui engendrent la variation de la résistance rotorique et le deuxième tient compte de défauts statoriques et rotoriques induisant des harmoniques dans les courants statoriques de la machine. En fin de chapitre, nous exposons les différentes méthodes de diagnostic existantes appliquées à la machine.

Le troisième et le quatrième chapitre constituent les contributions de cette thèse. Le troisième chapitre porte sur la synthèse d'observateurs à modes glissants dédiés soit à la commande soit au diagnostic. Deux observateurs sont synthétisés : le premier est d'ordre deux, sert à estimer le flux et la vitesse de la machine. Ces grandeurs estimées seront ensuite utilisées pour réaliser une commande passive tolérante aux défauts sans capteur mécanique. Le deuxième observateur est d'ordre un, il sert à détecter et estimer les défauts dans la machine asynchrone. Les défauts estimés seront ensuite utilisés pour réaliser une commande tolérante aux défauts active. Les approches proposées pour la synthèse des observateurs sont illustrées par des résultats de simulation.

Le quatrième chapitre est consacré à la synthèse d'une commande tolérante aux défauts active d'une part et à la synthèse d'une commande tolérante aux défauts passive sans capteur mécanique, d'autre part. La commande active est synthétisée en présence de défauts

rotoriques et statoriques. Elle est basée sur la commande par backstepping robuste afin de forcer le flux et la vitesse à suivre leurs références, et sur un observateur à modes glissants d'ordre un pour estimer les défauts. Les estimés des défauts sont injectés dans la commande afin de les compenser. Le schéma de commande proposé est validé par des simulations. La commande passive sert à compenser les défauts rotoriques induisant la variation de la résistance rotorique. La commande est basée sur la technique robuste par backstepping afin de forcer le flux et la vitesse à suivre leurs références tout en compensant l'effet de couple de charge et de défauts. La commande est associée à un observateur à modes glissants d'ordre deux qui sert à estimer la vitesse et le flux. Ainsi, on réalise une commande sans capteur de vitesse. Le schéma de commande proposé est validé par des simulations et par des résultats expérimentaux obtenus sur un banc d'essai.

Nous terminons cette thèse par une conclusion générale portant sur les travaux effectués et quelques perspectives pouvant être envisagées.

# Chapitre 1

## Rappels sur les méthodes de diagnostic et de commande tolérante aux défauts

### 1.1 Introduction

La présence d'un défaut dans un procédé industriel conduit à la dégradation des performances du procédé et à son instabilité. Ceci peut entraîner des conséquences lourdes sur la production industrielle ainsi que sur l'homme et l'environnement. Il est donc nécessaire de mettre en œuvre des systèmes de diagnostic afin de détecter, localiser et éventuellement identifier les défauts affectant le système.

Le problème de la détection et de la localisation de défauts dans les procédés industriels a suscité ces dernières années un intérêt particulier en raison de ses retombées économiques d'une part et d'autre part, du fait qu'il a engendré une curiosité de recherche qui a été source d'activités florissantes dans de nombreux laboratoires de recherche à travers le monde. Plusieurs méthodes de diagnostic ont été développées. Elles sont divisées en deux grandes catégories : les méthodes basées sur un modèle mathématique du procédé et celles sans modèle [1]-[29],[113]-[117].

La détection et la localisation d'un défaut ne sont pas suffisantes pour garantir la sûreté de fonctionnement du système. En effet, il est indispensable d'implémenter des lois de commande capables de maintenir la stabilité du système et de garantir ainsi un fonctionnement acceptable même dégradé en dépit de la présence d'un défaut. Une telle commande est dénommée **commande tolérante aux défauts ou aux fautes** (en anglais Fault

Tolerant Control, FTC). Son objectif est de réagir aux défauts dès leur apparition, afin de maintenir le bon fonctionnement du système en présence de défauts, de telle sorte qu'un faible défaut affectant un sous système n'évolue pas en défaut critique au niveau du système global.

Le problème de la commande tolérante aux défauts a fait l'objet d'un nombre important de travaux. Différentes approches ont été proposées [30]-[43]. Ces approches peuvent être divisées en deux classes : la classe des commandes actives et la classe des commandes passives. Les commandes actives nécessitent la présence du module de détection et d'isolation de défauts (FDI). Elles exploitent les informations fournies par ce module afin de modifier soit la structure du contrôleur soit les paramètres de la loi de commande [30],[31]. Les commandes passives communément désignées par commandes robustes sont élaborées en ignorant a priori la présence de défauts mais les lois de commande et leurs paramètres sont judicieusement choisis de telle manière que la commande anticipe sur d'éventuels défauts [30],[31].

Dans ce chapitre, nous introduisons dans un premier temps quelques définitions de base concernant le diagnostic ainsi que ses différentes étapes, nous citons aussi les différentes méthodes de diagnostic existantes. Ensuite, nous développons le problème de diagnostic à base des observateurs dans le cas des systèmes non linéaires. Enfin, nous abordons en dernière partie la commande tolérante aux défauts, nous décrivons son principe ainsi que les différentes stratégies existantes.

## 1.2 Définitions de base

### 1.2.1 Les différentes anomalies de fonctionnement

Les définitions usuelles données dans la littérature sont rappelées ci-dessous [113],[71].

**Définition 1.1.** Défaut

Un défaut est une déviation non permise d'au moins une propriété caractéristique ou d'un paramètre du système par rapport à son comportement usuel, nominal ou acceptable.

**Définition 1.2.** Défaillance

Une défaillance est une altération ou cessation de l'aptitude d'un système à accomplir

correctement sa (ses) fonction(s) requise(s) en garantissant les performances définies dans des spécifications techniques.

**Définition 1.3.** Panne

Une panne est une interruption permanente d'une ou de plusieurs des capacité(s) du système à exécuter une (des) fonction(s) requise(s) dans des conditions de fonctionnement spécifiées.

**Définition 1.4.** Perturbation

Une perturbation est une entrée inconnue et non commandée qui agit sur un système. Contrairement au défaut qui est interne au système, une perturbation est une entrée exogène au système.

**Définition 1.5.** Résidu

Un résidu est un indicateur de défaut. Dans le cas idéal, cet indicateur doit être nul dans le cas de bon fonctionnement du système (absence de défaut) et non nul en présence de défaut.

Les défauts peuvent être classés selon leurs évolutions temporelles comme suit :

**Défaut brusque** : ce type de défaut apparaît à un instant  $t_d$  et est d'une amplitude constante non nulle. Un défaut de ce type représente des pannes brutales.

**Défaut intermittent** : ce type de défaut est un cas particulier de défaut brusque. Il est imprévisible. Le caractère aléatoire de ce défaut le rend difficile à détecter. Il peut représenter des défauts de connexion, d'alimentation ou de faux contact.

**Défaut graduel** : ce type de défaut apparaît à un instant  $t_d$ , son amplitude augmente proportionnellement avec le temps. Ce type de défaut caractérise généralement des défauts d'usure.

La figure 1.1 suivante résume la classification de défauts selon leurs évolutions temporelles.

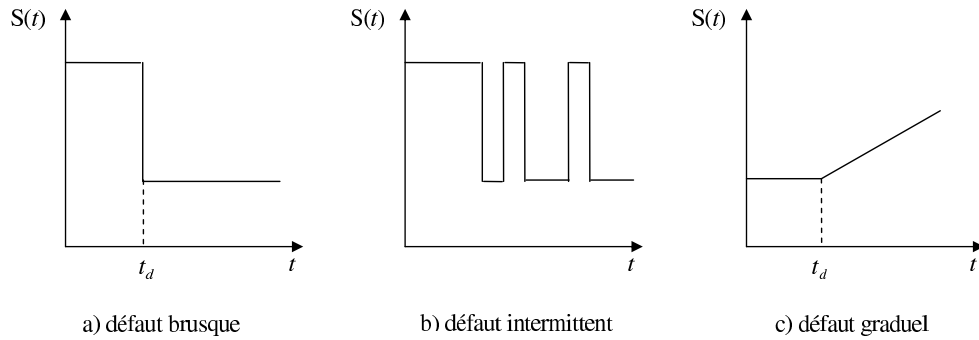


FIG. 1.1 – Différents types de défauts

### 1.2.2 Définition du diagnostic

Le **diagnostic de défaut** consiste en la détermination du type, de l'amplitude, de la localisation et de l'instant d'occurrence  $t_d$  d'un défaut. Il comprend trois étapes successives :

- la détection du défaut,
- l'isolation du défaut,
- l'identification du défaut.

#### Détection de défaut ( Fault Detection, FD)

La fonction de détection a pour objectif de déterminer la présence ou non d'un défaut ainsi que son instant d'occurrence. Pour parvenir à cet objectif, un signal indiquant l'occurrence d'un défaut est généré. Ce signal est appelé **résidu** ou **indicateur de défaut**. Une fois les résidus sont générés, ces derniers doivent être évalués afin de prendre une décision sur la présence ou non d'un défaut. Idéalement, un résidu doit être nul en absence de défauts et non nul en présence de défauts.

Dans la pratique, les résidus ne sont plus parfaitement nuls en l'absence de défauts, ceci est du à la présence de bruits de mesures, de perturbations et d'erreurs de modélisation. Afin de réduire le taux de fausses alarmes et de non détection, les résidus doivent être optimisés, c'est à dire rendus le plus sensibles possible aux défauts et le moins possible aux perturbations ou aux erreurs de modélisation. L'une des solutions utilisée consiste à comparer la valeur du résidu à un seuil prédéfini  $\epsilon$ , qui est en fonction des erreurs de

modélisation. D'autres solutions utilisées consistent à utiliser les méthodes de découplage qui proposent de découpler les perturbations des résidus [7], [26],[114], [115].

**Isolation ou localisation de défaut** (Fault Isolation, FI)

L'étape d'isolation intervient après la détection du défaut. Elle consiste à déterminer le composant défectueux (capteur, actionneur, etc). L'idée est de construire des résidus sensibles à certains défauts et insensibles aux autres défauts. On distingue dans la littérature deux types de résidus : **résidus structurés** et **résidus directionnels** [116],[117].

**Identification ou estimation de défaut** (Fault identification ou Fault estimation)

Cette étape est la dernière phase de la procédure de diagnostic. Elle consiste à estimer l'amplitude et l'évolution temporelle du défaut. L'obtention d'une estimation du défaut permet de mettre en œuvre des systèmes de commande tolérants aux défauts, afin de compenser l'effet des défauts.

**Remarque 1.1.** Beaucoup de systèmes de diagnostic ne réalisent que les deux premières tâches (détection et isolation de défauts). L'identification de défauts n'est réalisée que lorsqu'une action de reconfiguration de la commande est envisagée. Lorsqu'un algorithme de diagnostic ne comporte que les deux tâches, il est qualifié d'algorithme de FDI (Fault Detection and Isolation).

### 1.3 Modélisation des systèmes en présence de défauts

Un système industriel est composé de trois parties : les actionneurs, le procédé et les capteurs. Ainsi, les défauts peuvent survenir sur chacune de ces trois parties (figure 1.2).

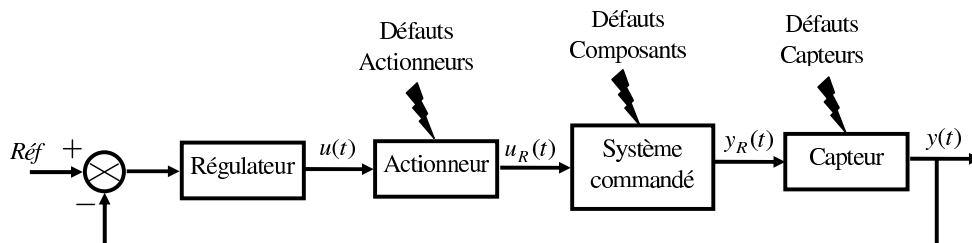


FIG. 1.2 – Différents types de défauts

Dans ce paragraphe, nous présentons la modélisation d'un système en présence de défauts de capteurs, d'actionneurs et de système ou de composants. Pour des raisons de simplicité, nous supposons que le système est décrit par un modèle linéaire. Dans le cas des systèmes non linéaires, la représentation mathématique des défauts reste identique.

Supposons que le système de la figure 1.2 est décrit par le modèle d'état linéaire suivant :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu_R(t) \\ y_R(t) &= Cx(t) + Du_R(t) \end{aligned} \tag{1.1}$$

où  $x \in R^n$  est le vecteur d'état,  $u_R(t) \in R^m$  est le vecteur d'entrées,  $u(t) \in R^m$  est le vecteur de commandes générées par le contrôleur,  $y_R(t) \in R^p$  est le vecteur des sorties,  $y(t) \in R^p$  est le vecteur des mesures délivrées par les capteurs,  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  sont des matrices connues avec les dimensions appropriées.

En présence de défaut, la dynamique du système (1.1) change comme suit :

**a. Défaut d'actionneurs**

Dans le cas de défauts d'actionneurs et en négligeant la dynamique des actionneurs, la commande du système (1.1) s'écrit :

$$u_R(t) = u(t) + f_a(t) \tag{1.2}$$

où  $f_a \in R^m$  est le vecteur des défauts d'actionneurs.

**b. Défaut de capteurs**

Dans le cas de défauts de capteur et en négligeant la dynamique des capteur, la sortie du système (1.1) s'écrit :

$$y(t) = y_R(t) + f_c(t) \tag{1.3}$$

où  $f_c \in R^p$  est le vecteur des défauts de capteurs.

**c. Défauts de système (ou de composants)**

En présence de défauts de système, l'état du système (1.1) devient :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu_R(t) + f_s(t) \quad (1.4)$$

où  $f_s \in R^n$  est le vecteur des défauts de système.

Lorsque le système est soumis aux défauts de composants, d'actionneurs et de capteurs, le modèle (1.1) devient :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Bf_a(t) + f_s(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) + D(t)f_a(t) + f_c(t) \end{aligned} \quad (1.5)$$

Le système (1.5) peut être écrit sous la forme générale suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + R_1f(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) + R_2f(t) \end{aligned} \quad (1.6)$$

où  $f \in R^r$  est le vecteur des défauts,  $R_1$  et  $R_2$  sont les matrices de distribution des défauts.

## 1.4 Méthodes de diagnostic de défaut

Les nombreuses méthodes de diagnostic proposées peuvent être classées selon qu'elles sont basées ou non sur la connaissance du modèle mathématique du procédé.

### 1.4.1 Méthodes sans modèle mathématique du système

#### a. Méthodes de traitement du signal

Ces techniques consistent à analyser les propriétés spécifiques des différents signaux de mesure. Ces signaux de mesure ont des propriétés typiques ou particulières sous les conditions de fonctionnement normales. Toute déviation de celles-ci est une indication d'anomalie. Parmi ces méthodes nous citons : l'analyse spectrale, la vérification de seuils atteints, les tests statistiques [1]-[4], etc.

#### b. La redondance matérielle

La redondance matérielle consiste à utiliser plusieurs capteurs et actionneurs pour mesurer

et/ou contrôler la même grandeur. Ainsi, un défaut de capteur et/ou d'actionneur peut être détecté et localisé en comparant les sorties des différents capteurs et des différents actionneurs [5].

Cette méthode de diagnostic s'avère fiable et simple à implémenter mais elle entraîne un coût important en instrumentation. Elle est mise en œuvre essentiellement sur des systèmes à hauts risques tels que les centrales nucléaires ou en aéronautique .

### **c. Méthodes de l'intelligence artificielle**

Ces méthodes reposent sur le savoir-faire et l'expérience de l'opérateur humain. Elles incluent la reconnaissance de forme (classification), les réseaux de neurones, les systèmes experts et la logique floue [6]-[13].

## **1.4.2 Méthodes avec modèle mathématique du système**

Les méthodes basées sur le modèle reposent sur le concept de la redondance analytique. La redondance analytique consiste à combiner les mesures avec le modèle mathématique du système. Les plus importantes approches de diagnostic utilisant les modèles mathématiques sont : l'espace de parité [25]-[29], l'identification ou l'estimation paramétrique [23],[24] et les observateurs d'état [14]-[22].

### **a. Identification paramétrique :**

L'approche d'estimation paramétrique est basée sur l'hypothèse que l'apparition d'un défaut conduit à la variation des paramètres du système. Les valeurs nominales des paramètres sont au préalable estimées par des mesures d'entrées-sorties effectuées sur le système en fonctionnement saint (sans défauts). Puis les paramètres sont estimés en temps réel de façon continue en utilisant les mesures d'entrées-sorties. Les valeurs réelles des paramètres sont alors comparées aux valeurs nominales. Toute déviation vis-à-vis d'un seuil jugée importante permettra de détecter un défaut [23],[24].

### **c. Espace de parité**

Cette approche consiste à tester la cohérence des mesures par rapport à leur estimées données par le modèle. Cette cohérence est appelée consistence des mesures ou parité.

Dans un cadre général, l'approche consiste à réaliser une redondance analytique (en mode temporel ou fréquentiel) entre les entrées et les sorties du système et cela indépendamment des états du système [25]-[29].

### **b. Observateurs d'état**

Cette approche consiste à estimer les états et les sorties du système à partir des entrées et des sorties et l'erreur d'estimation de sortie permet de détecter les défauts. L'estimation d'état peut être effectuée à l'aide des observateurs dans le cas déterministe ou de filtres dans le cas stochastique.

Dans le cadre de cette thèse, le diagnostic de défauts à base d'observateurs est particulièrement privilégié. Ci-dessous, nous développons quelques méthodes de diagnostic de défauts à base d'observateurs dans le cadre général des systèmes non linéaires.

## **1.5 Diagnostic par observateurs**

Le diagnostic par observateur a fait l'objet de nombreux travaux [14]-[22]. Cette technique consiste à estimer les états du système à partir des entrées et des sorties mesurées. Ensuite, l'erreur d'estimation de la sortie est utilisée comme résidu qui servira à la détection de défaut. Différents observateurs ont été proposés dans la littérature : observateur de Luenberger, observateurs à grand gain, observateur à entrées inconnues par découplage, observateur à modes glissants, observateurs adaptatifs, etc.

La synthèse d'un observateur pour un système non linéaire est généralement basée sur la transformation du système de départ en une forme canonique pour laquelle la synthèse d'un observateur est relativement aisée.

### **1.5.1 Observateur à grand gain**

Considérons le système non linéaire suivant :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x, u) + I_n w(t) \\ y(t) &= h(x, u) \end{aligned} \tag{1.7}$$

où  $x(t) \in R^n$  est le vecteur d'état,  $u(t) \in R^m$  est le vecteur d'entrées,  $y(t) \in R$  est la sortie. La fonction inconnue  $w(t)$  représente le défaut.  $f$  et  $h$  sont des fonctions de classe

$C^\infty$ ,  $I_n$  est une matrice identité d'ordre  $n$ . L'objectif est la synthèse d'un observateur à grand gain qui permet d'une part d'estimer les variables d'état  $x$ , et d'autre part de détecter le défaut  $w(t)$ . La détection sera assurée par la génération d'un résidu  $r(t)$  qui vérifie les conditions suivantes :

Si  $w(t) = 0$  alors  $\lim_{t \rightarrow \infty} r(t) = 0$ , c'est à dire en absence de défaut le résidu converge vers zéro asymptotiquement.

Si  $w(t) \neq 0$  pour  $t \geq t_0$  alors  $r(t) \neq 0$  pour  $t \geq t_0$ .

Nous supposons qu'il existe un changement de coordonnées  $z = \Phi(x)$  tel que  $\Phi^{-1}$  existe qui transforme le système (1.7) en la forme canonique suivante :

$$\begin{aligned} \dot{z} &= Az + \varphi(z, u) + W(t) \\ y(t) &= Cz \end{aligned} \tag{1.8}$$

où  $z(t) \in R^n$ .

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}; \quad C = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0];$$

$W(t) = [0 \quad \dots \quad 0 \quad w(t)]^T$  représente le vecteur contenant le défaut. Cette transformation permet de restreindre l'affectation du défaut uniquement à la dernière variable d'état  $z_n(t)$ .

Un observateur à grand gain pour le système (1.8) est alors donné par [18] :

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}} = A\hat{z} + \varphi(\hat{z}, u) + S_\theta^{-1}C^T(y - \hat{y}) \\ \hat{y} = C\hat{z} \\ r = y - \hat{y} \end{cases} \tag{1.9}$$

où  $\hat{z} \in R^n$  est l'estimé de  $z$ ,  $r$  est la valeur du résidu. La matrice  $S_\theta$  est solution de l'équation

$$A^T S_\theta + S_\theta A + \theta S_\theta = -C^T C \tag{1.10}$$

où  $\theta > 0$  est un paramètre suffisamment grand qui permet d'ajuster la convergence de l'observateur.

L'estimé  $\hat{x}(t)$  du vecteur d'état original  $x(t)$  est  $\hat{x}(t) = \Phi^{-1}(\hat{z}(t))$ .

### Analyse de la stabilité de l'observateur

A partir de (1.8) et (1.9), la dynamique de l'erreur d'estimation  $e = z - \hat{z}$  est donnée par :

$$\begin{aligned}\dot{e} &= A_\theta e + \phi(e, u) + W(t) \\ r &= Ce\end{aligned}\tag{1.11}$$

avec  $A_\theta = A - S_\theta^{-1}CC^T$ ,  $\phi(e, u) = \varphi(z, u) - \varphi(\hat{z}, u)$

Soit la fonction de Lyapunov suivante :

$$V(t) = e^T S_\theta e\tag{1.12}$$

En calculant la dérivée temporelle de  $V(t)$  on obtient :

$$\begin{aligned}\dot{V}(t) &= \dot{e}^T S_\theta e + e^T S_\theta \dot{e} \\ &= -\theta e^T S_\theta e - e^T C^T C e + 2e^T S_\theta \phi(e, u) + 2e^T S_\theta W\end{aligned}\tag{1.13}$$

Notons  $e^T S_\theta e = \|e\|_{S_\theta}^2$  et supposons que  $\|\phi(e, u)\| \leq \gamma \|e\|_{S_\theta}$ ,  $\gamma > 0$ ,  $\|W\|_{S_\theta} \leq \Gamma$ ,  $\Gamma > 0$  et comme  $e^T C^T C e > 0$ , alors  $\dot{V}(t)$  est majorée comme suit :

$$\dot{V}(t) \leq -\theta \|e\|_{S_\theta}^2 + 2\gamma \|e\|_{S_\theta}^2 + 2\Gamma \|e\|_{S_\theta}\tag{1.14}$$

### Analyse de la convergence en absence de défaut ( $W = 0$ )

En absence de défaut ( $W = 0$ ), (1.14) devient :

$$\dot{V}(t) \leq -\theta \|e\|_{S_\theta}^2 + 2\gamma \|e\|_{S_\theta}^2 = -(\theta - 2\gamma) \|e\|_{S_\theta}^2\tag{1.15}$$

L'inégalité (1.15) montre qu'en absence de défaut, l'erreur d'estimation  $e$  converge exponentiellement vers zéro pour  $\theta > 2\gamma$ .

### Analyse de la convergence en présence de défaut ( $W \neq 0$ )

En présence de défaut, (1.14) s'écrit :

$$\dot{V}(t) \leq -\theta \|e\|_{S_\theta}^2 + 2\gamma \|e\|_{S_\theta}^2 + 2\Gamma \|e\|_{S_\theta}\tag{1.16}$$

En utilisant l'inégalité de Rayleigh-Ritz suivante :

$$\lambda_{min}(S_\theta) \|e\|^2 \leq \|e\|_{S_\theta}^2 \leq \lambda_{max}(S_\theta) \|e\|^2 \quad (1.17)$$

alors,

$$\dot{V}(t) \leq -(\theta - 2\gamma)\lambda_{min}(S_\theta) \|e\|^2 + 2\Gamma\sqrt{\lambda_{max}(S_\theta)} \|e\| \quad (1.18)$$

Ceci signifie que  $e$  est uniformément bornée et converge vers une boule de rayon  $b > 0$ , avec

$$b = \sqrt{\frac{\lambda_{max}(S_\theta)}{\lambda_{min}(S_\theta)}} \left( \frac{2\Gamma\sqrt{\lambda_{max}(S_\theta)}}{(\theta - 2\gamma)\lambda_{min}(S_\theta)} \right) > 0$$

L'erreur d'estimation  $e$  ne s'annule donc jamais en présence de défauts, donc le résidu  $r$  ne s'annule pas aussi, ce qui garantit la détection des défauts. De plus le rayon  $b$  de la boule dépend de la borne de défaut  $\Gamma$ . En effet, plus le défaut est important, plus le rayon de la boule sera grand.

### 1.5.2 Diagnostic par observateur à entrées inconnues

Ce type d'observateur permet de générer des résidus sensibles aux défauts et insensibles aux entrées inconnues par découplage de l'influence de ces dernières sur la valeur du résidu [21]. Les entrées inconnues peuvent être des perturbations, des bruits de mesure, des erreurs de modélisation, etc.

Considérons la classe des systèmes nonlinéaires décrits par le modèle suivant :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B(y, u) + Ed + K(x, u)f \\ y(t) &= Cx + K_s(x, u)f_s \end{aligned} \quad (1.19)$$

où  $d$  représente le vecteur d'entrées inconnues,  $f$  et  $f_s$  représentent les vecteurs des défauts à détecter,  $E$  représente la matrice de distribution des entrées inconnues.

Un observateur à entrées inconnues pour le système (1.19) est défini comme suit [21] :

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= Fz(t) + J(y, u) + Gy \\ r &= L_1z + L_2y \end{aligned} \quad (1.20)$$

Soit  $e = Tx - z$ , alors :

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= Fe(t) + (TA - FT - GC)x + TB(y, u) + TE d \\ &\quad - J(y, u) - GK(x, u)f + TK_s(x, u)f_s \\ r &= L_1 e + (L_1 T + L_2 C)x + L_2 K_s(x, u)f_s \end{aligned} \quad (1.21)$$

La grandeur  $e(t)$  ne représente pas directement l'erreur d'estimation. Cette grandeur sert à générer le résidu. Afin de rendre le résidu sensible aux défauts et insensible aux entrées inconnues  $d$ , les conditions suivantes doivent être vérifiées notamment par la matrice  $T$  :

$$TA - FT = GC,$$

où  $F$  est une matrice de Hurwitz.

$$J(y, u) = TB(y, u),$$

$$L_1 T + L_2 C = 0, \quad TE = 0,$$

$$\text{rang}(TK(y, u)) = \text{rang}(K(x, u)),$$

$$\text{rang} \left( \begin{bmatrix} G \\ L_2 \end{bmatrix} K_s(x, u) \right) = \text{rang}(K_s(x, u))$$

Ainsi, le résidu  $r$  obéit au système ci-dessous :

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= Fe(t) - GK(x, u)f + TK_s(x, u)f_s \\ r &= L_1 e + L_2 K_s(x, u)f_s \end{aligned} \quad (1.22)$$

La dynamique de  $e(t)$  et le résidu  $r(t)$  ne dépendent que des défauts  $f(t)$  et  $f_s(t)$ . Comme la matrice  $F$  est choisie stable, alors, en absence de défauts après un transitoire imposé par le choix de  $F$ , on aura  $r = 0$  en dépit de la perturbation  $d(t)$ . Par contre la présence du défaut entraîne  $r \neq 0$ .

**Remarque 1.2.** L'avantage de cette méthode de diagnostic est qu'elle permet de découpler complètement les entrées inconnues afin de rendre l'erreur d'estimation insensible à ces dernières et sensible aux défauts. Son inconvénient majeur est que la transformation d'un système nonlinéaire à la forme (1.19) n'est pas toujours faisable. Même dans le cas linéaire, cette transformation n'est possible que pour une classe restreinte de systèmes.

### 1.5.3 Observateurs à modes glissants d'ordre un

Dans le cadre de diagnostic, il est intéressant d'estimer les défauts. Une des approches consiste à utiliser les observateurs à modes glissants [14]- [17]. Ces observateurs permettent d'estimer les défauts ce qui implique leur détection. Considérons un système décrit par :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + G(x, u) + E\Delta\Psi(x, t) + Df(u, t) \\ y &= Cx \end{aligned} \tag{1.23}$$

où  $x \in R^n$ ,  $u \in R^m$  et  $y \in R^p$  représentent le vecteur d'état, le vecteur d'entrées et le vecteur de sorties respectivement.  $A \in R^{n \times n}$ ,  $D \in R^{n \times q}$ ,  $C \in R^{p \times n}$  ( $q \leq p < n$ ) sont des matrices constantes.  $D$  et  $C$  sont de rang plein. Le terme nonlinéaire  $G(x, u)$  est supposé connu et Lipchitzien,  $E \in R^{n \times r}$ ,  $\Delta\Psi(x, t)$  représente les incertitudes avec  $\|\Delta\Psi(x, t)\| \leq \zeta(x, t)$ , où  $\zeta(x, t)$  est connu et Lipchitzien,  $f(u, t) \in R^q$  représente les défauts et satisfait :

$$\|f(u, t)\| \leq \rho(u, t)$$

où  $\rho(u, t)$  est une fonction scalaire positive. Le problème posé ici est la reconstruction des défauts  $f(u, t)$  en dépit de la présence des entrées inconnues  $\Delta\Psi(x, t)$ . Sans perte de généralité, il est supposé que la matrice de sortie  $C$  du système (1.23) a la forme suivante :

$$C = [0 \quad I_p]$$

Le système (1.23) peut alors être écrit de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= A_1x_1 + A_2x_2 + G_1(x, u) + E_1\Delta\Psi(x, t) + D_1f(u, t) \\ \dot{x}_2(t) &= A_3x_1 + A_4x_2 + G_2(x, u) + E_2\Delta\Psi(x, t) + D_2f(u, t) \\ y &= x_2 \end{aligned} \tag{1.24}$$

où  $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ , avec  $x_1 \in R^{n-p}$  et  $x_2 \in R^p$ . Le terme  $G_1(x, u) \in R^{n-p}$  contient les  $(n - p)$  premières composantes de  $G(x, u)$  et le terme  $G_2(x, u) \in R^p$  contient les  $p$  composantes restantes de  $G(x, u)$  et

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{bmatrix}.$$

où  $A_1 \in R^{(n-p) \times (n-p)}$ ,  $E_1 \in R^{(n-p) \times r}$  et  $D_1 \in R^{(n-p) \times q}$ .

**Hypothèse 1.1.** *La paire de matrices  $(A, C)$  est observable.*

A partir de l'hypothèse 1.1, il existe une matrice  $L$  telle que la matrice  $(A - LC)$  est stable, et pour tout  $Q > 0$ , l'équation de Lyapunov

$$(A - LC)^T P + P(A - LC) = -Q \quad (1.25)$$

possède une solution unique  $P > 0$ .

**Hypothèse 1.2.** *Il existe des matrices  $F_1 \in R^{r \times p}$  et  $F_2 \in R^{q \times p}$  telles que la solution  $P$  de l'équation de Lyapunov (1.25) satisfait la contrainte suivante :*

$$\begin{bmatrix} E^T \\ D^T \end{bmatrix} P = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} C \quad (1.26)$$

Ecrivons les matrices  $P$  et  $Q$  sous les formes suivantes :

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & P_2 \\ P_2^T & P_3 \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} Q_1 & Q_2 \\ Q_2^T & Q_3 \end{bmatrix} \quad (1.27)$$

où  $P_1 \in R^{(n-p) \times (n-p)}$ ,  $Q_1 \in R^{(n-p) \times (n-p)}$ .

Puisque  $P > 0$  et  $Q > 0$  donc  $P_1 > 0$ ,  $P_3 > 0$ ,  $Q_1 > 0$  et  $Q_3 > 0$ .

**Lemme 1.1.** *Si les matrices  $P$  et  $Q$  ont les formes (1.27), alors :*

- i)  $P_1^{-1} P_2 E_2 + E_1 = 0$  et  $P_1^{-1} P_2 D_2 + d_1 = 0$  si la contrainte (1.24) est satisfaite ;*
- ii) La matrice  $A_1 + P_1^{-1} P_2 A_3$  est stable si l'équation de Lyapunov (1.25) est satisfaite ;*

### Construction de l'observateur à modes glissants

Considérons le système (1.24). Effectuons le changement de coordonnées suivant :

$$z = Tx \quad (1.28)$$

où  $T$  est une matrice non singulière définie de la manière suivante :

$$T = \begin{bmatrix} I_{n-p} & P_1^{-1} P_2 \\ 0 & I_p \end{bmatrix} \quad (1.29)$$

Dans le nouveau système de coordonnées  $z$ , le système (1.24) prend la forme suivante :

$$\begin{aligned}\dot{z}_1(t) &= (A_1 + P_1^{-1}P_2A_3)z_1 + (A_2 - A_1P_1^{-1}P_2 + P_1^{-1}P_2(A_4 - A_3P_1^{-1}P_2))z_2 \\ &\quad + G_1(T^{-1}z, u) + P_1^{-1}P_2G_2(T^{-1}z, u) \\ \dot{z}_2(t) &= A_3z_1 + (A_4 - A_3P_1^{-1}P_2)z_2 + G_2(T^{-1}z, u) + E_2\Delta\Psi(T^{-1}z, t) + D_2f(u, t) \\ y &= z_2\end{aligned}\tag{1.30}$$

où  $z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}$  avec  $z_1 \in R^{n-p}$ .

L'observateur proposé par [14] est décrit par :

$$\begin{aligned}\dot{\hat{z}}_1(t) &= (A_1 + P_1^{-1}P_2A_3)\hat{z}_1 + (A_2 - A_1P_1^{-1}P_2 + P_1^{-1}P_2(A_4 - A_3P_1^{-1}P_2))y \\ &\quad + G_1(T^{-1}\hat{z}, u) + P_1^{-1}P_2G_2(T^{-1}\hat{z}, u) \\ \dot{\hat{z}}_2(t) &= A_3\hat{z}_1 + (A_4 - A_3P_1^{-1}P_2)\hat{z}_2 + G_2(T^{-1}\hat{z}, u) + v \\ \hat{y} &= \hat{z}_2\end{aligned}\tag{1.31}$$

où :  $\hat{z}_1$  est l'estimé de  $z_1$  et  $\hat{z}_2$  est l'estimé de  $z_2$ ,  $v$  est définie comme suit :

$$v = k \text{sign}(y - \hat{y})\tag{1.32}$$

### Analyse de la convergence de l'observateur

Soient  $e_1 = z_1 - \hat{z}_1$  et  $e_y = y - \hat{y}$ , les erreurs d'estimation d'état et de sortie. Leurs dynamiques sont données par les équations suivantes :

$$\dot{e}_1(t) = (A_1 + P_1^{-1}P_2A_3)e_1 + G_1(T^{-1}z, u) - G_1(T^{-1}\hat{z}, u) + P_1^{-1}P_2(G_2(T^{-1}z, u) - G_2(T^{-1}\hat{z}, u))\tag{1.33}$$

$$\dot{e}_y(t) = A_3e_1 + (A_4 - A_3P_1^{-1}P_2)e_y + G_2(T^{-1}z, u) - G_2(T^{-1}\hat{z}, u) + E_2\Delta\Psi(T^{-1}z, t) + D_2f(u, t) - v\tag{1.34}$$

Considérons l'équation de Lyapunov suivante :

$$V_1(t) = e_1^T(t)P_1e_1(t)\tag{1.35}$$

La dérivée de  $V_1(t)$  par rapport au temps est :

$$\begin{aligned}\dot{V}_1(t) &= e_1^T(P_1(A_1 + P_1^{-1}P_2A_3) + (A_1 + P_1^{-1}P_2A_3)^T P_1)e_1 \\ &\quad + 2e_1^T P_1(G_1(T^{-1}z, u) - G_1(T^{-1}\hat{z}, u) \\ &\quad + P_1^{-1}P_2(G_2(T^{-1}z, u) - G_2(T^{-1}\hat{z}, u)))\end{aligned}\tag{1.36}$$

De la relation (ii) du Lemme 1.1 et du fait que  $G(x, u)$  est Lipchitzien c'est à dire il satisfait les relations

$$\begin{aligned} \|G_1(T^{-1}z, u) - G_1(T^{-1}\hat{z}, u)\| &\leq L_{G1} \|e_1\| \\ \|G_2(T^{-1}z, u) - G_2(T^{-1}\hat{z}, u)\| &\leq L_{G2} \|e_1\| \end{aligned} \quad (1.37)$$

alors, la dérivée de  $V_1$  :

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &\leq -e_1^T Q_1 e_1 + 2 \|e_1\|^2 \|P_1\| (L_{G1} + \|P_1^{-1} P_2\| L_{G2}) \\ &\leq (-\lambda_{min}(Q_1) + 2 \|P_1\| (L_{G1} + \|P_1^{-1} P_2\| L_{G2})) \|e_1\|^2 \end{aligned} \quad (1.38)$$

si :

$$\lambda_{min}(Q_1) > 2 \|P_1\| (L_{G1} + \|P_1^{-1} P_2\| L_{G2}) \quad (1.39)$$

c'est à dire

$$\dot{V}_1(t) \leq 0 \quad (1.40)$$

Ceci implique que  $e_1(t)$  tend vers zéro asymptotiquement.

L'objectif maintenant est de déterminer le gain  $k$  pour qu'un mouvement glissant puisse prendre naissance sur l'erreur de sortie (1.34). Donc, après un temps fini  $t_s$ , l'erreur de sortie  $e_y$  et sa dérivée sont nulles ( $e_y(t) = \dot{e}_y(t) = 0$ ).

Considérons l'équation de Lyapunov suivante :

$$V_y(t) = \frac{1}{2} e_y^T(t) e_y(t) \quad (1.41)$$

La dérivée de  $V_y(t)$  est :

$$\begin{aligned} \dot{V}_y(t) &= e_y^T \dot{e}_y = e_y^T (A_3 e_1 + (A_4 - A_3 P_1^{-1} P_2) e_y \\ &\quad + G_2(T^{-1}z, u) - G_2(T^{-1}\hat{z}, u) + E_2 \Delta \Psi(T^{-1}z, t) + D_2 f(u, t) - k \text{sign}(y - \hat{y})) \\ &\leq \|e_y\| (\|A_3\| \|e_1\| + \|A_4 - A_3 P_1^{-1} P_2\| \|e_y\| \\ &\quad + L_{G2} \|e_1\| + \|E_2\| \zeta(T^{-1}z, t) + \|D_2\| \rho(u, t)) - k \|e_y\| \end{aligned} \quad (1.42)$$

pour :

$$\begin{aligned} k &\geq \|A_3\| \|e_1\| + \|A_4 - A_3 P_1^{-1} P_2\| \|e_y\| \\ &\quad + L_{G2} \|e_1\| + \|E_2\| \zeta(T^{-1}z, t) + \|D_2\| \rho(u, t) \end{aligned} \quad (1.43)$$

La dérivée de  $V_y(t)$  satisfait :

$$\dot{V}_y(t) \leq 0 \quad (1.44)$$

Ceci implique que le mode glissant est atteint, c'est à-dire :  $e_y = \dot{e}_y = 0$ .

### Reconstruction des défauts

**Hypothèse 1.3.** *Il existe une matrice non singulière  $M \in R^{p \times p}$ , telle que :*

$$M \begin{bmatrix} E_2 & D_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1 & H_2 \\ 0 & H_3 \end{bmatrix}$$

où  $H_1 \in R^{(p-q) \times r}$  et  $H_3 \in R^{q \times q}$  est non singulière .

**Remarque 1.3.** L'hypothèse 1.3 garantit que les défauts peuvent être découplés des incertitudes, ceci rend l'estimation des défauts possible.

Considérons le système des erreurs (1.33) et (1.34). En multipliant (1.34) par  $M$  on obtient :

$$\begin{aligned} M\dot{e}_y(t) = & MA_3e_1 + M(A_4 - A_3P_1^{-1}P_2)e_y + M(G_2(T^{-1}z, u) - G_2(T^{-1}\hat{z}, u)) \\ & + \begin{bmatrix} H_1 & H_2 \\ 0 & H_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\Psi(T^{-1}z, t) \\ f(u, t) \end{bmatrix} - Mv \end{aligned} \quad (1.45)$$

Durant le mode glissant on a :  $e_y = \dot{e}_y = 0$ , donc à partir de l'équation (1.45) on obtient :

$$\begin{aligned} 0 = & MA_3e_1 + M(G_2(T^{-1}z, u) - G_2(T^{-1}\hat{z}, u)) \\ & + \begin{bmatrix} H_1 & H_2 \\ 0 & H_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\Psi(T^{-1}z, t) \\ f(u, t) \end{bmatrix} - Mv_{eq} \end{aligned} \quad (1.46)$$

où  $v_{eq}$  représente la valeur moyenne de la fonction discontinue  $v$ . Nous avons :

$$\|G_2(T^{-1}z, u) - G_2(T^{-1}\hat{z}, u)\| \leq L_{G2} \|e_1\| \quad (1.47)$$

Nous avons montré précédemment que  $e_1 \rightarrow 0$  quand  $t \rightarrow \infty$ , donc l'équation (1.46) devient :

$$0 = \begin{bmatrix} H_1 & H_2 \\ 0 & H_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\Psi(T^{-1}z, t) \\ f(u, t) \end{bmatrix} = Mv_{eq} \quad (1.48)$$

Ainsi, les estimés des défauts sont donnés comme suit :

$$\hat{f}(u, t) = H_3^{-1}M_2v_{eq} \quad (1.49)$$

## 1.6 Commande tolérante aux défauts

Les systèmes de commande tolérants aux défauts sont des systèmes de commande capables de maintenir la stabilité du système ainsi que des performances acceptables en dépit de la présence d'un défaut.

Les techniques de commande tolérante aux défauts sont divisées en deux classes distinctes : la classe de commande tolérante aux défauts active (AFTC : Active Fault Tolerant Control) et la classe de commande tolérante aux défauts passive (PFTC : Passive Fault Tolerant Control).

### 1.6.1 Commande tolérante aux défauts passive

Dans cette approche, les contrôleurs sont synthétisés de façon à être robustes à certains défauts en utilisant les techniques de commande robuste (commande CRONE, commande  $H_\infty$ , commande à modes glissants, etc). Ainsi, le système en boucle fermée reste insensible à certains défauts avec des régulateurs constants (sans modification de la loi de commande). Les défauts sont alors pris en compte dans la conception du système de commande. Ce type d'approche ne nécessite ni un module de diagnostic pour détecter la présence des défauts ni un bloc de reconception de la loi de commande. L'inconvénient de cette technique réside dans le fait que sa capacité de tolérance reste restreinte à quelques défauts [30], [31].

### 1.6.2 Commande tolérante aux défauts active

Contrairement à l'approche passive, l'approche active réagit sur les divers défauts en modifiant en ligne la loi de commande de manière à maintenir la stabilité et les performances nominales du système. Cette approche nécessite un bloc de diagnostic permettant de détecter et d'isoler la présence des défauts.

La structure d'une commande tolérante active est montrée sur la figure 1.3. Elle est constituée de deux principaux blocs [30] :

- 1. Bloc de diagnostic** : ce bloc doit permettre de détecter, localiser et estimer en ligne tous les différents types de défauts affectant le système. Une fois que le défaut est apparu, ce bloc transmet en ligne les informations concernant le défaut au bloc de reconception de la commande.

**2. Bloc de reconception de la loi de commande** : en se basant sur les informations délivrées par le bloc de diagnostic, ce bloc permet de modifier (de concevoir une nouvelle loi de commande) en ligne la loi de commande afin de compenser l'effet des défauts et de maintenir la stabilité ainsi que les performances nominales du système.

La reconception de la loi de commande peut se faire de deux manières différentes : par accommodation de défauts (figure 1.4) ou par reconfiguration de la commande (figure 1.5).

**a. Accommodation de défauts** : dans ce cas, la structure de la loi de commande n'est pas changée. La nouvelle loi de commande est générée par l'adaptation en ligne des paramètres du régulateur au système avec défauts.

**b. Reconfiguration de la commande** : la reconfiguration consiste à mettre en place une nouvelle structure de commande.

L'inconvénient des approches actives, sont la limite du temps disponible pour le diagnostic et la conception de nouvelles lois de commande.

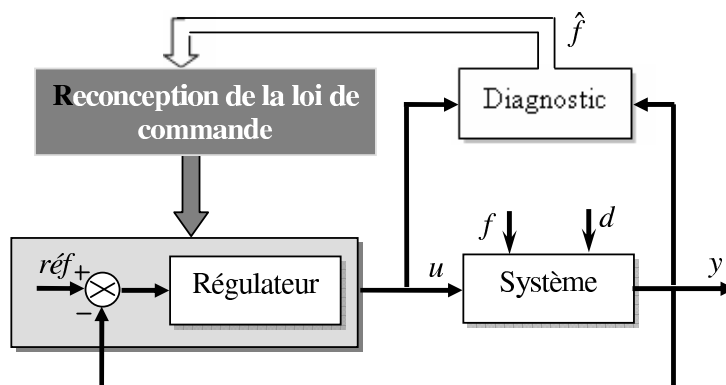


FIG. 1.3 – Structure d'une commande tolérante aux défauts active.

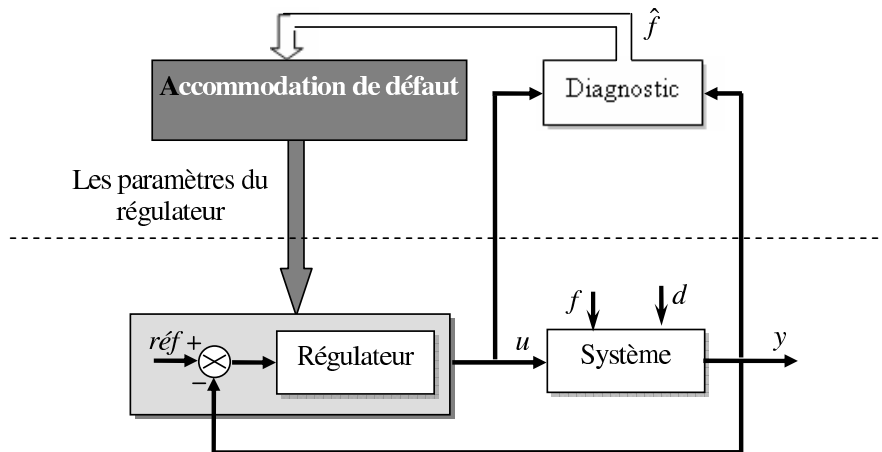


FIG. 1.4 – Accommodation de défaut.

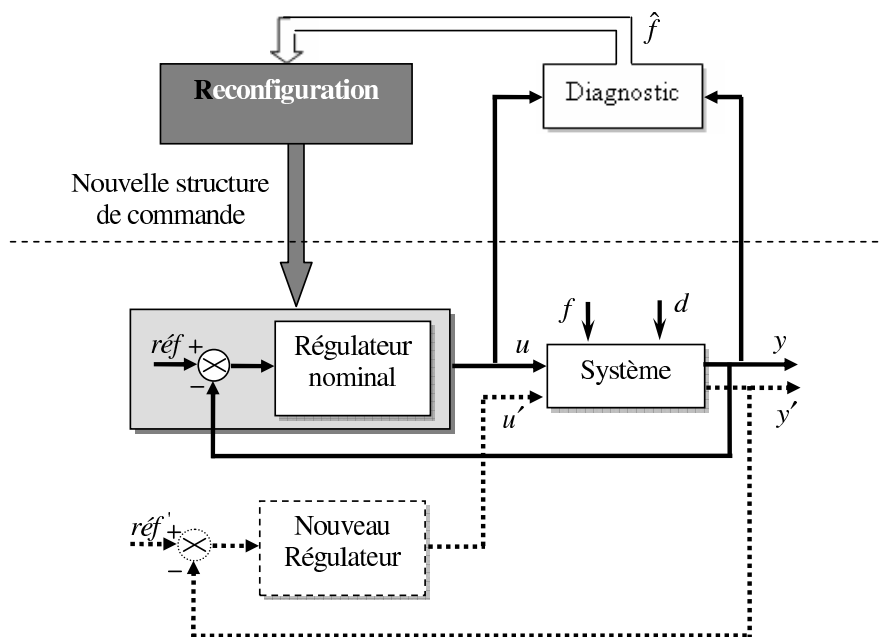


FIG. 1.5 – Reconfiguration de la commande.

Parmi les commandes tolérantes aux défauts actives les plus connues, nous citons la commande par la méthode de pseudo-inverse, la commande par placement de structure propre, la commande par les méthodes de l'intelligence artificielle (logique floue, systèmes

experts, réseaux de neurone, etc), la commande à gain variable (gain scheduling), etc. Les différentes techniques de commande active sont détaillées dans [31]. A titre d'exemple d'illustration de la méthodologie de ces techniques, nous présentons ci-après la méthode de pseudo-inverse.

### 1.6.3 Commande active par la méthode de pseudo-inverse

Cette commande est utilisée dans le cas des systèmes linéaires. Son principe est décrit comme suit :

Soit le système linéaire nominal sans défauts suivant :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \tag{1.50}$$

où  $A \in R^{n \times n}$ ,  $B \in R^{n \times m}$ ,  $C \in R^{q \times n}$  représentent les matrices du système sans défauts. le couple  $(A, B)$  est supposé commandable. La loi de commande par retour d'état stabilisante pour le système sans défauts (1.50) est donnée par :

$$u(t) = Kx(t) \tag{1.51}$$

En présence de défauts, le système (1.50) s'écrira comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{x}_f(t) &= A_f x_f(t) + B_f u_f(t) \\ y_f(t) &= C_f x_f(t) \end{aligned} \tag{1.52}$$

où  $A_f$ ,  $B_f$ ,  $C_f$  sont les matrices du système en défaut. La nouvelle loi de commande dans ce cas est donnée par :

$$u_f(t) = K_f x_f(t) \tag{1.53}$$

où  $K_f$  est calculé de telle sorte que la dynamique du système défaillant en boucle fermée soit approximativement égale à celle du système nominal, i.e :

$$(A - BK) = (A_f - B_f K_f) \tag{1.54}$$

d'où :

$$K_f = B_f^+ (A - BK - A_f) \tag{1.55}$$

où  $B_f^+$  représente la pseudo-inverse de la matrice  $B_f$ .

**Remarque 1.4.** Pour pouvoir calculer le gain  $K_f$ , le modèle du système après le défaut doit être connu, c'est-à-dire que la valeur des matrices  $A_f, B_f, C_f$ , doit être disponible. Ceci est assuré par le bloc de diagnostic qui fournit aussi rapidement et précisément que possible les valeurs de  $A_f, B_f, C_f$ , c'est-à-dire le modèle du système en défaut.

## 1.7 Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons rappelé les notions de base concernant le diagnostic et la commande tolérante aux défauts. Dans la première partie, nous nous sommes intéressés à définir les différents types de défauts ainsi que leur modélisation, par la suite nous avons présenté les différentes étapes du diagnostic ainsi que les différentes méthodes associées. Un système de diagnostic permet de détecter, localiser et identifier les défauts. Plusieurs méthodes de diagnostic ont été proposées. Celles-ci sont divisées en deux grandes catégories : les méthodes n'utilisant pas de modèles mathématiques et celles qui en utilisent. Nous nous sommes surtout étendus sur la méthode de diagnostic à base de modèle utilisant les observateurs. Cette approche consiste à estimer les états et les sorties du système à partir des entrées et des sorties, l'erreur d'estimation de sortie permet de détecter les défauts.

Dans la deuxième partie, nous avons présenté les systèmes de commande tolérants aux défauts qui permettent de compenser l'effet des défauts. Les systèmes de commande tolérants aux défauts sont divisés en deux grandes catégories : les systèmes de commande tolérants aux défauts passifs d'une part, et actifs d'autre part. Les systèmes de commande tolérants aux défauts passifs consistent en la synthèse d'une commande robuste. Cette classe de systèmes de commande ne nécessite pas un bloc ou un module de diagnostic. Par contre les systèmes de commande actifs exploitent des modules du diagnostic. Dans ce type de commande, les défauts sont d'abord détectés et isolés par un bloc de diagnostic, puis la loi de commande doit être modifiée afin de compenser l'effet des défauts.

La machine asynchrone joue un rôle important dans l'industrie en raison de ses nombreuses qualités, et principalement sa robustesse et son faible coût. Cependant, des modes de fonctionnement dégradés peuvent apparaître durant la vie de la machine, ceci est dû aux différents défauts engendrés par des contraintes de fonctionnement (thermiques, mécaniques, etc). Le chapitre suivant sera consacré à la modélisation de la machine asynchrone en absence et en présence de défauts.

# Chapitre 2

## Modélisation de la machine asynchrone sans et avec défauts

### 2.1 Introduction

La machine asynchrone (MAS) ou moteur à induction est une machine électromécanique utilisée dans la plupart des applications industrielles pour convertir l'énergie électrique en énergie mécanique. Son utilisation fréquente est due à son faible coût de fabrication, sa simplicité de construction, sa robustesse mécanique, etc. Cependant, à cause d'un certain nombre de contraintes de différentes natures (thermiques, électriques, mécaniques et d'environnement), la machine asynchrone est soumise aux différents défauts. Ces défauts peuvent mener à des dégâts matériels ou corporels considérables. Il est donc nécessaire de mettre en œuvre des systèmes de diagnostic et de commande tolérante aux défauts afin d'assurer le bon fonctionnement de la machine et la sécurité humaine. Ainsi, un modèle fin de la machine tenant compte des défauts doit être développé afin d'analyser l'effet des défauts sur le comportement de la machine. En se basant sur ce modèle, il est alors nécessaire de concevoir des systèmes de diagnostic ou/et d'observation et de mettre en œuvre des lois de commande tolérantes aux défauts.

Dans ce chapitre, nous allons d'abord rappeler brièvement les éléments constituant la machine asynchrone, ensuite, nous évoquons les défauts les plus fréquents pouvant affecter la machine. Puis, nous présentons les modèles de la machine en absence et en présence de défauts utilisés dans notre étude que ce soit à des fins de commandes tolérantes aux fautes et/ou de diagnostic ou d'observation. Pour finir, nous exposons les techniques de diagnostic existantes dans la littérature appliquées à la machine.

## 2.2 Modélisation de la machine asynchrone en absence de défauts

### 2.2.1 Description de la machine asynchrone

La machine asynchrone est essentiellement constituée de :

**Stator** : partie fixe, constitué d'enroulements reliés à une source ;

**Rotor** : partie mobile qui peut être de deux types : bobiné ou à cage d'écureuil.

**Paliers** : partie mécanique qui permet la mise en rotation de l'arbre du moteur.

Nous pouvons trouver dans [44] et [118] les détails sur la constitution de la machine.

Dans notre travail, nous considérons le cas d'une machine asynchrone à cage d'écureuil.

Le modèle d'état d'une machine asynchrone est initialement exprimé dans le repère fixe triphasé  $(a, b, c)$  (figures 2.1 et 2.2). Ensuite, à l'aide des transformations, il peut être défini dans d'autres repères : le repère diphasé  $(d, q)$  tournant à la pulsation  $\omega_s$  (figure 2.1), le repère diphasé fixe  $(\alpha, \beta)$  lié au stator (figure 2.2), le repère tournant  $(d, q)$  lié au flux, etc.

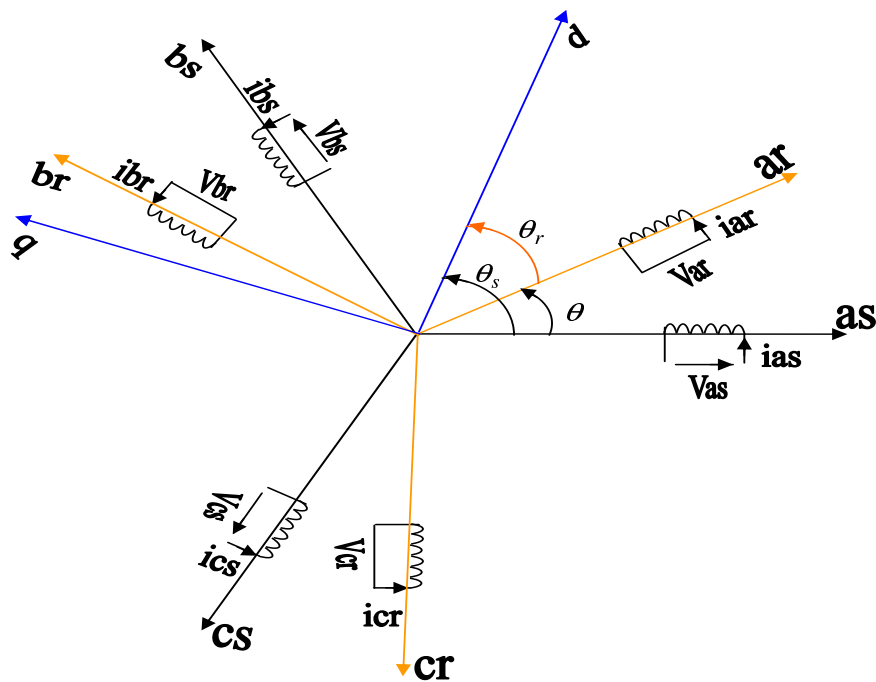


FIG. 2.1 – Passage du repère triphasé  $(a, b, c)$  au repère diphasé tournant  $(d, q)$ .

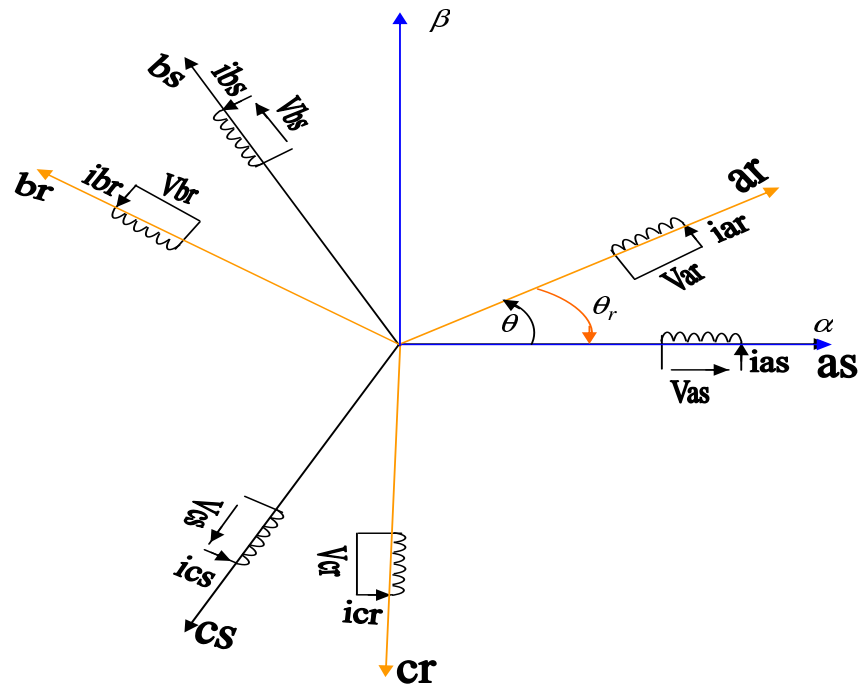


FIG. 2.2 – Passage du repère triphasé  $(a, b, c)$  au repère diphasé fixe lié au stator  $(\alpha, \beta)$ .

### 2.2.2 Modélisation dans le repère fixe triphasé $(a, b, c)$

Le modèle de la machine asynchrone dans le repère triphasé  $(a, b, c)$  est établi en tenant compte des hypothèses suivantes :

- La machine est symétrique à entrefer constant.
- La répartition dans l'entrefer de la force magnétomotrice et du flux est sinusoïdale.
- Le circuit magnétique n'est pas saturé.
- Les pertes fer par hystérésis et courants de Foucault, l'effet de peau et les effets de dentures sont négligés.
- L'effet des encoches est négligé.
- Composantes homopolaires d'indice 0 sont nulles (système équilibré).

### Equations électriques

Au stator

$$\begin{bmatrix} V_{as} \\ V_{bs} \\ V_{cs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{d\phi_{as}}{dt} \\ \frac{d\phi_{bs}}{dt} \\ \frac{d\phi_{cs}}{dt} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Au rotor

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r & 0 & 0 \\ 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ar} \\ i_{br} \\ i_{cr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{d\phi_{ar}}{dt} \\ \frac{d\phi_{br}}{dt} \\ \frac{d\phi_{cr}}{dt} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

### Equations magnétiques

Au stator

$$\phi_s = \Pi_s i_s + \Pi_{sr} i_r \quad (2.3)$$

avec :

$$\phi_s = \begin{bmatrix} \phi_{as} \\ \phi_{bs} \\ \phi_{cs} \end{bmatrix}, i_s = \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix}, i_r = \begin{bmatrix} i_{ar} \\ i_{br} \\ i_{cr} \end{bmatrix}, \Pi_s = \begin{bmatrix} l_s & M_s & M_s \\ M_s & l_s & M_s \\ M_s & M_s & l_s \end{bmatrix}$$

$$\Pi_{sr} = M_{sr} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

Au rotor

$$\phi_r = \Pi_{rs} i_s + \Pi_r i_r \quad (2.4)$$

avec :

$$\phi_r = \begin{bmatrix} \phi_{ar} \\ \phi_{br} \\ \phi_{cr} \end{bmatrix}, \Pi_r = \begin{bmatrix} l_r & M_r & M_r \\ M_r & l_r & M_r \\ M_r & M_r & l_r \end{bmatrix}, \Pi_{rs} = \Pi_{sr}^T$$

### 2.2.3 Modélisation dans le repère diphasé tournant $(d, q)$

Le passage du repère fixe triphasé  $(a, b, c)$  vers le repère tournant  $(d, q)$  se fait par l'application de la transformation de Park comme suit :

Pour les grandeurs statoriques on a :

$$X_{dqs} = P(\theta_s)X_{abcs} \quad (2.5)$$

$X_{abc}$  représente la grandeur statorique  $X$  qui peut être un courant, une tension ou un flux dans le repère des trois phases ( $a, b, c$ ) et  $X_s$  signifie grandeur statorique correspondante (courant, tension, flux).  $\theta_s$  est l'angle entre la phase  $a$  du stator et l'axe  $d$ .  $P(\theta_s)$  est la matrice de Park donnée par :

$$P(\theta_s) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos\theta_s & \cos(\theta_s - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_s - \frac{4\pi}{3}) \\ -\sin\theta_s & -\sin(\theta_s - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_s - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

Pour les grandeurs rotoriques on a :

$$X_{dqr} = P(\theta_r)X_{abcr} \quad (2.6)$$

$X_r$  représente la grandeur rotorique correspondante (courant, tension ou flux).  $\theta_r$  est l'angle entre la phase  $a$  du rotor et l'axe  $d$ .

$$P(\theta_r) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos\theta_r & \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r - \frac{4\pi}{3}) \\ -\sin\theta_r & -\sin(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_r - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Les équations de la machine asynchrone dans le repère tournant ( $d, q$ ) sont :

$$\begin{aligned} \frac{di_{ds}}{dt} &= -ai_{ds} + \omega_s i_{qs} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau_r} \phi_{dr} + \frac{L_m P}{\sigma L_s L_r} \Omega \phi_{qr} + \frac{V_{ds}}{\sigma L_s} \\ \frac{di_{qs}}{dt} &= -ai_{qs} - \omega_s i_{ds} - \frac{L_m P}{\sigma L_s L_r} \Omega \phi_{dr} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau_r} \phi_{qr} + \frac{V_{qs}}{\sigma L_s} \\ \frac{d\phi_{dr}}{dt} &= \frac{L_m}{\tau_r} i_{ds} - \frac{\phi_{dr}}{\tau_r} + (\omega_s - P\Omega) \phi_{qr} \\ \frac{d\phi_{qr}}{dt} &= \frac{L_m}{\tau_r} i_{qs} - \frac{\phi_{qr}}{\tau_r} - (\omega_s - P\Omega) \phi_{dr} \\ \frac{d\Omega}{dt} &= \frac{PL_m}{L_r J} (i_{qs} \phi_{dr} - i_{ds} \phi_{qr}) - \frac{f}{J} \Omega - \frac{T}{J} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Les paramètres  $a$  et  $\sigma$  sont définis par :  $a = (\frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{1-\sigma}{\sigma \tau_r})$ ,  $\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}$ .

Dans ce repère, le vecteur d'état  $x$ , le vecteur d'entrée  $u$  et le vecteur de sortie  $y$  sont définis par :

$$x = \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ \phi_{dr} \\ \phi_{qr} \\ \Omega \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} V_{ds} \\ V_{qs} \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ \Omega \end{bmatrix}$$

La grandeur  $T$  représente le couple de charge, considéré comme une perturbation. Le modèle d'état obtenu est non linéaire.

### 2.2.4 Modélisation dans le repère fixe $(\alpha, \beta)$

Dans ce repère, l'angle  $\theta_s$  (l'angle entre la phase  $a$  du stator et l'axe  $\alpha$ ) de la matrice de Park est nul. Le passage du repère fixe triphasé  $(a, b, c)$  vers le repère fixe  $(\alpha, \beta)$  se fait comme suit :

Pour les grandeurs statoriques nous avons :

$$X_{\alpha\beta s} = T_{23}X_{abc s} \quad (2.9)$$

$X_{abc}$  représente la grandeur statorique  $X$  qui peut être un courant, une tension ou un flux dans le repère des trois phases  $(a, b, c)$  et  $X_s$  signifie la grandeur statorique correspondante (courant, tension flux).  $T_{23}$  est la matrice de Concordia donnée par :

$$T_{23} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & \frac{-1}{2} & \frac{-1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

Pour les grandeurs rotoriques, nous avons :

$$X_{\alpha\beta r} = P(\theta_r)X_{abc r} \quad (2.10)$$

$X_r$  représente la grandeur rotorique correspondante (courant, tension ou flux).

$P(\theta_r)$  la matrice de Park donnée par :

$$P(\theta_r) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos\theta_r & \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r - \frac{4\pi}{3}) \\ -\sin\theta_r & -\sin(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_r - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Le modèle non linéaire d'état de la machine asynchrone dans le repère diphasé fixe lié au stator  $(\alpha, \beta)$  est :

$$\begin{aligned} \dot{i}_{\alpha s} &= -ai_{\alpha s} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau_r} \phi_{\alpha r} + \frac{L_m P}{\sigma L_s L_r} \Omega \phi_{\beta r} + \frac{V_{\alpha s}}{\sigma L_s} \\ \dot{i}_{\beta s} &= -ai_{\beta s} - \frac{L_m P}{\sigma L_s L_r} \Omega \phi_{\alpha r} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau_r} \phi_{\beta r} + \frac{V_{\beta s}}{\sigma L_s} \\ \dot{\phi}_{\alpha r} &= -P\Omega \phi_{\beta r} + \frac{L_m}{\tau_r} i_{\alpha s} - \frac{1}{\tau_r} \phi_{\alpha r} \\ \dot{\phi}_{\beta r} &= P\Omega \phi_{\alpha r} + \frac{L_m}{\tau_r} i_{\beta s} - \frac{1}{\tau_r} \phi_{\beta r} \\ \dot{\Omega} &= \frac{PL_m}{L_r J} (i_{\beta s} \phi_{\alpha r} - i_{\alpha s} \phi_{\beta r}) - \frac{f}{J} \Omega - \frac{T}{J} \end{aligned} \quad (2.12)$$

Dans ce repère, le vecteur d'état  $x$ , le vecteur d'entrée  $u$  et le vecteur de sortie  $y$  sont définis par :

$$x = \begin{bmatrix} i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \\ \phi_{\alpha r} \\ \phi_{\beta r} \\ \Omega \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} V_{\alpha s} \\ V_{\beta s} \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \\ \Omega \end{bmatrix}$$

La grandeur  $T$  représente le couple de charge, considéré comme une perturbation. Le modèle d'état obtenu est non linéaire.

### 2.2.5 Modélisation dans le repère tournant $(d, q)$ lié au flux rotorique

Dans ce repère, le vecteur de flux rotorique coïncide avec l'axe  $d$ , par conséquent, la composante du flux en quadrature, ainsi que sa dérivée s'annulent ( $\phi_{qr} = \frac{d\phi_{qr}}{dt} = 0$ ).

En posant ( $\phi_{qr} = \frac{d\phi_{qr}}{dt} = 0$ ) dans le modèle (2.8), nous obtenons le modèle de la machine dans le repère tournant  $(d, q)$  lié au flux rotorique suivant :

$$\begin{aligned} \frac{di_{ds}}{dt} &= -ai_{ds} + \omega_s i_{qs} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau_r} \phi_{dr} + \frac{V_{ds}}{\sigma L_s} \\ \frac{di_{qs}}{dt} &= -ai_{qs} - \omega_s i_{ds} - \frac{L_m P}{\sigma L_s L_r} \Omega \phi_{dr} + \frac{V_{qs}}{\sigma L_s} \\ \frac{d\phi_{dr}}{dt} &= \frac{L_m}{\tau_r} i_{ds} - \frac{\phi_{dr}}{\tau_r} \\ \frac{d\Omega}{dt} &= \frac{PL_m}{L_r J} i_{qs} \phi_{dr} - \frac{f}{J} \Omega - \frac{T}{J} \end{aligned} \tag{2.13}$$

où :

$$\omega_s = P\Omega + \frac{L_m}{\tau_r \phi_{dr}} i_{qs} \tag{2.14}$$

## 2.3 Les défauts de la machine asynchrone

Comme tout procédé physique, la machine asynchrone est assujettie à plusieurs types de défauts qui peuvent intervenir lors de son fonctionnement. Ces défauts peuvent être mécaniques ou électriques.

Les causes des défauts sont multiples, nous pouvons citer :

**mécaniques** : mauvaise fabrication, vibrations de la machine, forces électromagnétiques déséquilibrées, forces centrifuges, fluctuations de la charge ;

**électriques** : dégradations d'isolement, décharges partielles, étincelles ;

**thermiques** : pertes dans le cuivre, manque de refroidissement général ou localisé ;

**environnementales** : humidité, poussière, etc.

Dans le cadre de cette thèse, nous nous limitons aux défauts les plus fréquents de la machine asynchrone à cage. Les défauts électriques comprennent les court-circuits dans les enroulements statoriques et la rupture partielle ou totale de barres rotoriques ou d'anneaux. Quant aux défauts mécaniques, ils incluent les défauts des roulements et d'excentricité. Les effets de ces défauts sur le moteur se manifestent par un déséquilibre des courants et des tensions statoriques, par une augmentation des oscillations du couple, par une diminution du couple moyen et par une augmentation des pertes conduisant à une réduction de l'efficacité énergétique, à un échauffement excessif et donc à un vieillissement accéléré, etc. Une étude détaillée sur les différents types de défauts affectant la machine est donnée dans les références [44],[45],[79].

## 2.4 Modélisation de la machine asynchrone en présence de défauts

Nous considérons dans cette thèse deux modèles de défauts : le premier modèle tient compte des défauts rotoriques et statoriques (défauts mécaniques ou électriques) qui induisent des harmoniques d'ordre supérieur dans les courants statoriques. Le deuxième modèle tient compte des défauts rotoriques de type cassure de barres ou d'anneaux conduisant à la variation de la résistance rotorique.

### 2.4.1 Modèle en présence de défauts statoriques et rotoriques

Les méthodes de diagnostic, par analyse spectrale des courants statoriques [80]-[93], ont montré que la présence des défauts rotoriques ou statoriques, qu'ils soient mécaniques ou électriques, induit des harmoniques d'ordre supérieur dans le spectre des courants statoriques. Ces harmoniques peuvent être modélisées par l'ajout de termes sinusoïdaux dans les courants statoriques comme suit [120] :

$$\begin{aligned}
 i_{ds} &= i_{ds} + \sum_{i=1}^N A_i \sin(\omega_i t + \varphi_i) \\
 i_{qs} &= i_{qs} + \sum_{i=1}^N A_i \cos(\omega_i t + \varphi_i)
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

où :  $i_{ds}$  et  $i_{qs}$  indiquent les courants dans le repère  $(d, q)$ ,  $\omega_i$ ,  $i = \overline{1, N}$  les pulsations des  $N$  harmoniques générées par les défauts.

Les amplitudes  $A_i$  et les phases  $\varphi_i$  sont inconnues, elle dépendent de la sévérité des défauts.

Les termes sinusoïdaux générés par la présence de défauts rotoriques et statoriques peuvent être générés par l'exosystème suivant :

$$\dot{w} = S(\varpi)w, w \in \mathfrak{R}^{2N} \tag{2.16}$$

où :  $\varpi = ( \omega_1 \ \omega_2 \ \dots \ \omega_N )$  est le vecteur des pulsations.

$$S(\varpi) = \text{diag} \left( \left( \begin{array}{cc} 0 & \omega_i \\ -\omega_i & 0 \end{array} \right) \right), i = \overline{1, N}$$

Les amplitudes et les phases des harmoniques sont inconnues, elles dépendent de l'état initial  $w(0)$  de l'exosystème. Les termes sinusoïdaux additifs dans (2.15) peuvent être obtenus en combinant les états de l'exosystème (2.16), comme suit :

$$\begin{aligned}
 i_{ds} &= i_{ds} + Q_d w \\
 i_{qs} &= i_{qs} + Q_q w
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

avec :

$$Q_d = ( 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ \dots \ 1 \ 0 )$$

$$Q_q = ( 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ \dots \ 0 \ 1 )$$

En dérivant (2.17) on obtient :

$$\begin{aligned}
 \frac{di_{ds}}{dt} &= -a i_{ds} + \omega_s i_{qs} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau_r} \phi_{dr} + \frac{V_{ds}}{\sigma L_s} + a Q_d w + Q_d S w - \omega_s Q_q w \\
 \frac{di_{qs}}{dt} &= -a i_{qs} - \omega_s i_{ds} - \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} P \Omega \phi_{dr} + \frac{V_{qs}}{\sigma L_s} + a Q_q w + Q_d S w + \omega_s Q_d w
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

Le modèle de la machine en présence de défauts devient alors :

$$\begin{aligned}
 \frac{di_{ds}}{dt} &= -ai_{ds} + \omega_s i_{qs} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau_r} \phi_{dr} + \frac{V_{ds}}{\sigma L_s} + \Gamma_d(w) \\
 \frac{di_{qs}}{dt} &= -ai_{qs} - \omega_s i_{ds} - \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} P \Omega \phi_{dr} + \frac{V_{qs}}{\sigma L_s} + \Gamma_q(w) \\
 \frac{d\phi_{dr}}{dt} &= \frac{L_m}{\tau_r} i_{ds} - \frac{1}{\tau_r} \phi_{dr} \\
 \frac{d\Omega}{dt} &= \frac{P L_m}{L_r J} i_{qs} \phi_{dr} - \frac{f}{J} \Omega - \frac{T}{J}
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

avec :

$$\begin{aligned}
 \Gamma_d(w) &= aQ_d w + Q_d S w - \omega_s Q_q w \\
 \Gamma_q(w) &= aQ_q w + Q_q S w + \omega_s Q_d w
 \end{aligned}$$

$\Gamma_d(w)$  et  $\Gamma_q(w)$  sont les effets des défauts.

## 2.4.2 Modèle en présence de défauts rotoriques de type cassure de barres

Plusieurs travaux [74]-[77] ont montré que la présence de défauts rotoriques de type cassure de barres, conduit à la variation de la résistance rotorique. Soit  $\Delta R_r$  la variation de la résistance rotorique. En remplaçant  $R_r$  par  $R_r + \Delta R_r$  dans  $\tau_r$ , le modèle (2.13) devient [137] :

$$\begin{aligned}
 \frac{di_{ds}}{dt} &= -ai_{ds} + \omega_s i_{qs} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau_r} \phi_{dr} + \frac{V_{ds}}{\sigma L_s} + h_1(x) \\
 \frac{di_{qs}}{dt} &= -ai_{qs} - \omega_s i_{ds} - \frac{L_m P}{\sigma L_s L_r} \Omega \phi_{dr} + \frac{V_{qs}}{\sigma L_s} + h_2(x) \\
 \frac{d\phi_{dr}}{dt} &= \frac{L_m}{\tau_r} i_{ds} - \frac{\phi_{dr}}{\tau_r} + h_3(x) \\
 \frac{d\Omega}{dt} &= \frac{P L_m}{L_r J} i_{qs} \phi_{dr} - \frac{f}{J} \Omega - \frac{T}{J}
 \end{aligned} \tag{2.20}$$

où  $x = [i_{ds} \ i_{qs} \ \phi_{dr} \ \Omega]^T$ .  $h_1(x)$ ,  $h_2(x)$ ,  $h_3(x)$  représentent les termes induits par la variation de la résistance rotorique, ces termes sont donnés par :

$$\begin{aligned}
 h_1(x) &= \Delta R_r \left( -\left(\frac{1-\sigma}{\sigma L_r}\right) i_{ds} + \frac{L_m}{\phi_{dr} L_r} i_{qs}^2 + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r^2} \phi_{dr} \right) \\
 h_2(x) &= \Delta R_r \left( -\left(\frac{1-\sigma}{\sigma L_r}\right) i_{qs} - \frac{L_m}{\phi_{dr} L_r} i_{ds} i_{qs} \right) \\
 h_3(x) &= \Delta R_r \left( \frac{L_m}{L_r} i_{ds} - \frac{\phi_{dr}}{L_r} \right)
 \end{aligned}$$

## 2.5 Méthodes de diagnostic de la machine asynchrone

Plusieurs travaux ont fait l'objet de développement de techniques de diagnostic du moteur à induction [63]-[112]. Ces méthodes peuvent être divisées en deux classes : la classe des méthodes avec modèle et la classe de méthodes sans modèle.

### 2.5.1 Méthodes avec modèle

#### Approche par Observateur

L'approche par observateur consiste à estimer les variables d'état du système à partir des entrées-sortie. L'estimée de la sortie peut être ainsi obtenue. Ensuite, l'erreur d'estimation de sortie est utilisée comme résidu pour la détection, la localisation et l'estimation des défauts. Plusieurs types d'observateurs ont été utilisés pour détecter les défauts dans la MAS. Nous pouvons citer les observateurs à modes glissants [65], les observateurs Takagi-Sugeno flous [66],[67], les observateurs à entrées inconnues [68],[69], [70], le filtre de Kalman et les observateurs à grand gain [71],[72].

Les observateurs sont aussi utilisés pour estimer les paramètres de la machine, c'est le cas des observateurs adaptatifs [73], le filtre de Kalman étendu [74],[75],[76],[78],[79] et l'observateur à grand gain non linéaire [79],[78].

#### Identification paramétrique

En présence de défauts, les paramètres électriques caractérisant la MAS subissent des variations. Ainsi l'identification en ligne de ces derniers peut servir de très bons indicateurs de défauts. A titre d'exemple, la rupture des barres rotoriques peut être détectée par le suivi de la résistance rotorique. De nombreux travaux ont prouvé que la résistance rotorique  $R_r$  est très sensible aux défauts rotoriques, et que la variation de cette résistance est d'autant plus importante que le nombre de barres cassées est lui aussi plus important. Plusieurs techniques permettent d'estimer la valeur de cette résistance ont été proposées comme par exemple l'estimation par erreur de sortie [63]-[64].

### 2.5.2 Méthodes sans modèle

#### Méthodes par traitement du signal

La présence d'un défaut dans la machine modifie les caractéristiques temporelles et/ou fréquentielles des grandeurs électriques et mécaniques de la machine. L'analyse de l'évolution

temporelle et/ou fréquentielle des grandeurs de la machine permet de détecter et de repérer la présence de défauts. Plusieurs techniques de détection de défauts par traitement du signal sont présentées dans la littérature, nous citons :

**a) Analyse spectrale (analyse fréquentielle)**

L'analyse spectrale est la méthode la plus employée pour le diagnostic comme en témoignent les nombreux travaux rapportés dans la littérature [80]-[93]. Cette technique consiste à représenter les grandeurs affectées par le défaut dans le domaine fréquentiel en utilisant la transformée de Fourier par exemple. L'analyse du spectre de fréquences résultant permet de visualiser ou de repérer les fréquences parasites caractérisant les défauts.

Dans la littérature, les principales grandeurs de la machine utilisées pour obtenir des informations sur l'état de santé de la machine sont les suivants :

1. Courants statoriques
2. Flux de dispersion
3. La tension d'alimentation
4. La tension du neutre
5. Couple électromagnétique
6. Vitesse rotorique
7. Les vibrations mécaniques
8. Analyse de vecteur de Park des courants statoriques

La présence de défaut fait apparaître des composantes ou harmoniques additionnelles dans le spectre fréquentiel des grandeurs de la machine.

**b. Analyse temps-fréquence**

Les méthodes temps-fréquence combinent l'analyse temporelle et l'analyse fréquentielle. Elles sont bien adaptées à l'analyse des signaux non-stationnaires. Ces méthodes, sont généralement basées sur la transformée en ondelettes et la transformée de Wigner-Ville qui permettent d'obtenir une représentation temps-fréquence du signal [94]-[106].

**Méthodes par intelligence artificielle**

Ces techniques sont basées sur le raisonnement humain, elles sont de plus en plus utilisées. Les techniques par Intelligence Artificielle comprennent : les systèmes experts, les

réseaux de neurones, la logique floue, les algorithmes génétiques, les méthodes de classification [107]-[112].

## **2.6 Conclusion**

Après un bref rappel sur la constitution de la machine asynchrone, nous avons, dans ce chapitre, cité les principaux défauts apparaissant lors du fonctionnement de la machine. Les causes des défauts sont multiples. Elles peuvent être de différentes natures (mécaniques, électriques, thermiques, etc). Nous avons également présenté, dans ce chapitre, les modèles sans et avec défauts considérés dans notre étude. Le premier modèle traite des défauts rotoriques de types cassure de barres conduisant à la variation de la résistance rotorique et l'autre modèle traite des défauts statoriques et rotoriques induisant des harmoniques d'ordre supérieur dans les courants statoriques. La modélisation de ces harmoniques permet d'avoir un modèle en présence de défauts. Nous avons aussi cité quelques méthodes de diagnostic de défauts de la machine. Ces dernières, sont classées en deux grandes familles : celles basées sur un modèle analytique de la machine (observateurs, identification paramétrique,...) et celles sans modèle, basées sur les méthodes de traitement du signal et sur l'intelligence artificielle. Les modèles décrits dans ce chapitre, seront utilisés dans les chapitres suivants afin de concevoir des systèmes de commande tolérants aux défauts, et des systèmes de diagnostic et d'observation pour la machine asynchrone. La technique utilisant les observateurs pour la commande et le diagnostic est particulièrement privilégiée dans la suite de notre travail.

# Chapitre 3

## Observation et diagnostic de la machine asynchrone

### 3.1 Introduction

L'implémentation des lois de commande élaborées pour la machine asynchrone, nécessite la connaissance des grandeurs à asservir (le flux et la vitesse). Usuellement, les grandeurs d'entrées de commande qui servent à piloter la machine et les courants statoriques qui sont directement accessibles à la mesure constituent les informations connues et disponibles à l'utilisateur. Cependant pour l'implémentation de la loi de commande, il est nécessaire de connaître les variables de flux et de vitesse. Afin d'obtenir les informations sur ces variables d'état, on peut imaginer ajouter des capteurs en plus de ceux utilisés pour mesurer les grandeurs de sorties (courants statoriques). Cette solution triviale est fastidieuse pour plusieurs raisons. L'ajout de capteurs n'est pas toujours technologiquement possible (le cas du flux de la machine qui est non accessible à la mesure) et même lorsque cela est possible (le cas de la vitesse), le coût supplémentaire engendré est important. De plus, le plus souvent il n'y a matériellement pas de place pour ajouter un capteur de vitesse sur l'axe du rotor du moteur déjà installé dans son environnement d'utilisation. Aussi, le capteur de vitesse est peu fiable car sensible aux perturbations extérieures. Sa présence engendre une augmentation de coût de maintenance en cas de panne du capteur et complexifie l'installation et diminue sa fiabilité.

Pour des raisons économiques et/ou pour la sûreté de fonctionnement de la machine asynchrone, la commande sans capteur mécanique de vitesse est devenue un centre d'intérêt pour la recherche [122]-[126].

Le recours donc à des techniques d'observation de la machine asynchrone qui consistent en l'estimation des grandeurs de la machine (vitesse et le flux) à partir des grandeurs mesurées est nécessaire.

L'une des approches d'élaboration des estimées de la vitesse et du flux utilise les observateurs d'état. Un observateur d'état est un système dynamique qui, à partir des grandeurs mesurées entrées-sorties, permet de délivrer les estimées des variables d'état. L'observateur remplit donc le rôle des capteurs de variables d'état. Implémenté sur un ordinateur, il devient un capteur logiciel.

Un observateur d'état est utilisé dans les schémas de commande pour pallier à l'absence du capteur de vitesse et pour estimer le flux. On réalise ainsi une commande sans capteur mécanique de la machine. L'observateur peut aussi être utilisé dans des dispositifs de diagnostic et de détection de défauts dans lequel les variables d'état estimées délivrées par l'observateur sont envoyées vers le module de détection et d'isolation de défauts. Les observateurs serviront donc non seulement à la commande mais aussi au diagnostic.

Si l'observateur est utilisé pour la commande, il doit être nécessairement robuste vis à vis des incertitudes de modélisation mais aussi vis à vis des perturbations externes et de défauts. La robustesse se traduit par la capacité de convergence avec une dynamique faiblement altérée, en dépit de la présence d'incertitudes et de signaux perturbateurs. Si l'observateur est utilisé pour le diagnostic, il doit nécessairement être capable d'estimer non seulement les variables d'état mais aussi le signal généré par le défaut.

Indiscutablement, les observateurs à modes glissants permettent de manière simple de proposer des solutions aux problèmes cités ci-dessus. Même si l'observateur à modes glissants est en lui même non linéaire, cette technique s'applique aussi bien aux systèmes linéaires qu'aux systèmes non linéaires. Le caractère non linéaire des observateurs à modes glissants est dû à la présence des termes discontinus. Ces termes qui sont nécessaires à la convergence de l'observateur induisent le phénomène de chattering (broutement ou réticence) qui se traduit par de fortes oscillations à des fréquences infinies. Ce phénomène est le principal inconvénient des observateurs à modes glissants. Ce phénomène peut être réduit par l'utilisation des fonctions de lissage comme les sigmoïdes ou par l'ajout de filtres passe bas. L'utilisation des modes glissants d'ordre supérieur permet aussi de réduire ce

phénomène et en même temps d'obtenir une convergence en temps fini. Par ailleurs, les observateurs à modes glissants permettent de reconstruire l'effet des défauts par l'analyse de la dynamique de l'erreur d'estimation de la sortie en modes glissants.

En raison de leurs performances dans un environnement incertain et perturbé, nous avons opté dans notre thèse, pour les observateurs à modes glissants d'ordre un et supérieur. Ces observateur seront utilisés dans le but de la commande (réaliser une commande sans capteur) ou de diagnostic.

Dans ce chapitre, nous synthétisons deux observateurs à modes glissants pour la MAS. Le premier servira à la commande et le deuxième au diagnostic. Plus précisément, le premier est un observateur à modes glissants d'ordre deux qui permet de pallier à l'absence du capteur mécanique en donnant l'information de la vitesse et du flux à l'aide de l'unique mesure des courants. Au chapitre 4, cet observateur sera associé à une loi de commande passive tolérante aux fautes pour réaliser la commande passive tolérante aux défauts sans capteur mécanique de la machine asynchrone. Le deuxième est un observateur à modes glissants d'ordre un, qui permet d'estimer les défauts affectant la machine d'une part et le flux d'autre part. Cet observateur sera associé à une commande au chapitre 4, pour réaliser une commande active tolérante aux défauts.

Dans une première étape, nous construisons l'observateur à modes glissants d'ordre deux pour l'estimation de la vitesse et du flux dans la machine, nous validons ensuite l'observateur par des simulations. Dans la seconde étape, nous synthétisons un observateur à modes glissants d'ordre un pour l'estimation de défauts et du flux dans la machine. La convergence de l'observateur sera analysée. L'observateur sera aussi validé par des simulations.

## **3.2 Synthèse d'observateur à modes glissants d'ordre deux en vue de la commande de la MAS**

Notre objectif ici est de synthétiser un observateur à modes glissants d'ordre deux pour reconstruire le flux et la vitesse de la machine à partir des mesures des courants uniquement. Le flux et la vitesse estimés seront ensuite utilisés par la commande dans le chapitre 4 afin de réaliser une commande sans capteur mécanique.

Considérons le modèle de la MAS dans le repère  $(\alpha - \beta)$  :

$$\begin{aligned}
 \dot{i}_{\alpha s} &= -ai_{\alpha s} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau_r} \phi_{\alpha r} + \frac{L_m P}{\sigma L_s L_r} \Omega \phi_{\beta r} + \frac{V_{\alpha s}}{\sigma L_s} \\
 \dot{i}_{\beta s} &= -ai_{\beta s} - \frac{L_m P}{\sigma L_s L_r} \Omega \phi_{\alpha r} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau_r} \phi_{\beta r} + \frac{V_{\beta s}}{\sigma L_s} \\
 \dot{\phi}_{\alpha r} &= -P\Omega \phi_{\beta r} + \frac{L_m}{\tau_r} i_{\alpha s} - \frac{1}{\tau_r} \phi_{\alpha r} \\
 \dot{\phi}_{\beta r} &= P\Omega \phi_{\alpha r} + \frac{L_m}{\tau_r} i_{\beta s} - \frac{1}{\tau_r} \phi_{\beta r} \\
 \dot{\Omega} &= \frac{PL_m}{L_r J} (i_{\beta s} \phi_{\alpha r} - i_{\alpha s} \phi_{\beta r}) - \frac{f}{J} \Omega - \frac{T}{J}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

$i_{\alpha s}$  et  $i_{\beta s}$  les courants statoriques, mesurés.  $\phi_{\alpha r}$  et  $\phi_{\beta r}$  les flux rotoriques.  $\Omega$  est la vitesse mécanique.  $T$  est le couple de charge.  $V_{\alpha s}$  et  $V_{\beta s}$  sont les tensions de commande.

En appliquant le changement de variables ci-dessous :

$$\begin{aligned}
 z_1 &= i_{\alpha s} \\
 z_2 &= i_{\beta s} \\
 z_3 &= \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau_r} \phi_{\alpha r} + \frac{L_m P}{\sigma L_s L_r} \Omega \phi_{\beta r} \\
 z_4 &= -\frac{L_m P}{\sigma L_s L_r} \Omega \phi_{\alpha r} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau_r} \phi_{\beta r} \\
 z_5 &= \dot{z}_3 \\
 z_6 &= \dot{z}_4
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

Le système (3.1) devient :

$$\begin{aligned}
 \dot{z}_1 &= -az_1 + z_3 + \frac{V_{\alpha s}}{\sigma L_s} \\
 \dot{z}_2 &= -az_2 + z_4 + \frac{V_{\beta s}}{\sigma L_s} \\
 \dot{z}_3 &= z_5 \\
 \dot{z}_4 &= z_6 \\
 \dot{z}_5 &= z_7 \\
 \dot{z}_6 &= z_8
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

### 3.2.1 Synthèse de l'observateur à modes glissants

Afin d'estimer le flux et la vitesse, nous utilisons un observateur à modes glissants d'ordre deux suivant [127] :

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{z}}_1 &= -az_1 + \tilde{z}_3 + \lambda_1|z_1 - \hat{z}_1|^{0.5} \text{sign}(z_1 - \hat{z}_1) + \frac{V_{\alpha s}}{\sigma L_s} \\
\dot{\hat{z}}_3 &= \alpha_1 \text{sign}(z_1 - \hat{z}_1) \\
\dot{\hat{z}}_2 &= -az_2 + \tilde{z}_4 + \lambda_2|z_2 - \hat{z}_2|^{0.5} \text{sign}(z_2 - \hat{z}_2) + \frac{V_{\beta s}}{\sigma L_s} \\
\dot{\hat{z}}_4 &= \alpha_2 \text{sign}(z_2 - \hat{z}_2) \\
\dot{\hat{z}}_3 &= E_1 E_2 (\tilde{z}_5 + \lambda_3|\tilde{z}_3 - \hat{z}_3|^{0.5} \text{sign}(\tilde{z}_3 - \hat{z}_3)) \\
\dot{\hat{z}}_5 &= E_1 E_2 \alpha_3 \text{sign}(\tilde{z}_3 - \hat{z}_3) \\
\dot{\hat{z}}_4 &= E_1 E_2 (\tilde{z}_6 + \lambda_4|\tilde{z}_4 - \hat{z}_4|^{0.5} \text{sign}(\tilde{z}_4 - \hat{z}_4)) \\
\dot{\hat{z}}_6 &= E_1 E_2 \alpha_4 \text{sign}(\tilde{z}_4 - \hat{z}_4) \\
\dot{\hat{z}}_5 &= E_1 E_2 E_3 E_4 (\tilde{z}_7 + \lambda_5|\tilde{z}_5 - \hat{z}_5|^{0.5} \text{sign}(\tilde{z}_5 - \hat{z}_5)) \\
\dot{\hat{z}}_7 &= E_1 E_2 E_3 E_4 \alpha_5 \text{sign}(\tilde{z}_5 - \hat{z}_5) \\
\dot{\hat{z}}_6 &= E_1 E_2 E_3 E_4 (\tilde{z}_8 + \lambda_6|\tilde{z}_6 - \hat{z}_6|^{0.5} \text{sign}(\tilde{z}_6 - \hat{z}_6)) \\
\dot{\hat{z}}_8 &= E_1 E_2 E_3 E_4 \alpha_6 \text{sign}(\tilde{z}_6 - \hat{z}_6)
\end{aligned} \tag{3.4}$$

où  $E_i = 1$  si  $\tilde{z}_i - \hat{z}_i = 0$  sinon  $E_i = 0$  pour  $i=1, \dots, n$ . avec  $\tilde{z}_1 = z_1$ ,  $\tilde{z}_2 = z_2$ . Pour un choix convenable des paramètres  $\lambda_i$  et  $\alpha_i$  :  $\alpha_i > z_{(i+4)max}$ ,  $\lambda_i > (\alpha_i + z_{(i+4)max}) \sqrt{\frac{2}{\alpha_i - z_{(i+4)max}}}$ ,  $i = 1, \dots, n$ , les erreurs d'observation ( $\tilde{z}_i - \hat{z}_i$ ) convergent vers zéro en temps fini [128],[129],[127]. Alors, la vitesse et le flux sont estimés comme suit :

à partir des équations (3.2), nous avons :

$$\begin{aligned}
z_3 &= b\phi_{\alpha r} + c\Omega\phi_{\beta r} \\
z_4 &= -c\Omega\phi_{\alpha r} + b\phi_{\beta r}
\end{aligned} \tag{3.5}$$

où :  $b = \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau_r}$ ,  $c = \frac{L_m P}{\sigma L_s L_r}$ .

En résolvant les équations ci-dessus, nous obtenons :

$$\phi_{\alpha r} = \frac{bz_3 - c\Omega z_4}{b^2 + c^2\Omega^2}, \quad \phi_{\beta r} = \frac{c\Omega z_3 + bz_4}{b^2 + c^2\Omega^2}$$

En remplaçant  $z_3$  et  $z_4$  par leurs estimés  $\hat{z}_3$  et  $\hat{z}_4$ , nous obtenons les estimés du flux comme suit :

$$\hat{\phi}_{\alpha r} = \frac{b\hat{z}_3 - c\hat{\Omega}\hat{z}_4}{b^2 + c^2\hat{\Omega}^2}, \quad \hat{\phi}_{\beta r} = \frac{c\hat{\Omega}\hat{z}_3 + b\hat{z}_4}{b^2 + c^2\hat{\Omega}^2}$$

En dérivant les équations (3.5), nous obtenons :

$$z_5 = \dot{z}_3 = -\frac{1}{\tau_r} z_3 - P\Omega z_4 + b \frac{L_m}{\tau_r} \dot{i}_{\alpha s} + c \frac{L_m}{\tau_r} \Omega \dot{i}_{\beta s} + c \phi_{\beta r} \dot{\Omega} \quad (3.6)$$

$$z_6 = \dot{z}_4 = -\frac{1}{\tau_r} z_4 + P\Omega z_3 + b \frac{L_m}{\tau_r} \dot{i}_{\beta s} - c \frac{L_m}{\tau_r} \Omega \dot{i}_{\alpha s} - c \phi_{\alpha r} \dot{\Omega} \quad (3.7)$$

Les estimés de la vitesse  $\hat{\Omega}$  et de sa dérivée  $\dot{\hat{\Omega}}$  sont donnés par les équations (3.6) et (3.7), où les variables  $z_3, z_4, z_5, z_6, \phi_{\alpha r}$  et  $\phi_{\beta r}$  doivent être remplacées par leurs estimés  $\hat{z}_3, \hat{z}_4, \hat{z}_5, \hat{z}_6, \hat{\phi}_{\alpha r}$  et  $\hat{\phi}_{\beta r}$ , respectivement.

Dans le repère  $(d-q)$ , les estimés du flux et des courants sont donnés par :

$$\begin{aligned} \hat{i}_{ds} &= \cos(\hat{\rho}) i_{\alpha s} + \sin(\hat{\rho}) i_{\beta s} \\ \hat{i}_{qs} &= -\sin(\hat{\rho}) i_{\alpha s} + \cos(\hat{\rho}) i_{\beta s} \\ \hat{\rho} &= \arctan \frac{\hat{\phi}_{\beta r}}{\hat{\phi}_{\alpha r}}, \quad \hat{\phi}_{dr} = \sqrt{\hat{\phi}_{\alpha r}^2 + \hat{\phi}_{\beta r}^2} \end{aligned}$$

### 3.2.2 Résultats de simulation

Des simulations ont été effectuées pour illustrer l'efficacité de l'observateur. Les paramètres de la MAS utilisée sont :

$$R_s = 1.633\Omega, R_r = 0.93\Omega, L_r = 0.076H, L_s = 0.142H, L_m = 0.099H, J = 0.0111Kg.m^2, f = 0.0018N.m/rad/s \text{ et } P = 2.$$

Les commandes dans le repère triphasé  $(a, b, c)$  utilisées dans les simulations sont comme suit :

$$\begin{aligned} V_{as} &= 220\sqrt{2}\sin(2\pi 50t) \\ V_{bs} &= 220\sqrt{2}\sin(2\pi 50t - 2\pi/3) \\ V_{cs} &= 220\sqrt{2}\sin(2\pi 50t - 4\pi/3) \end{aligned}$$

Les résultats de simulation obtenus sont montrés sur la figure 3.1. Nous constatons que les grandeurs estimées (vitesse et flux) convergent vers leurs valeurs réelles.

Pour tester la robustesse de l'observateur, des variations de la résistance rotorique  $R_r$  et statorique  $R_s$  sont considérées. Les résultats obtenus sont donnés par la figure 3.2. Nous constatons que l'observateur est robuste vis-à-vis de variations paramétriques.

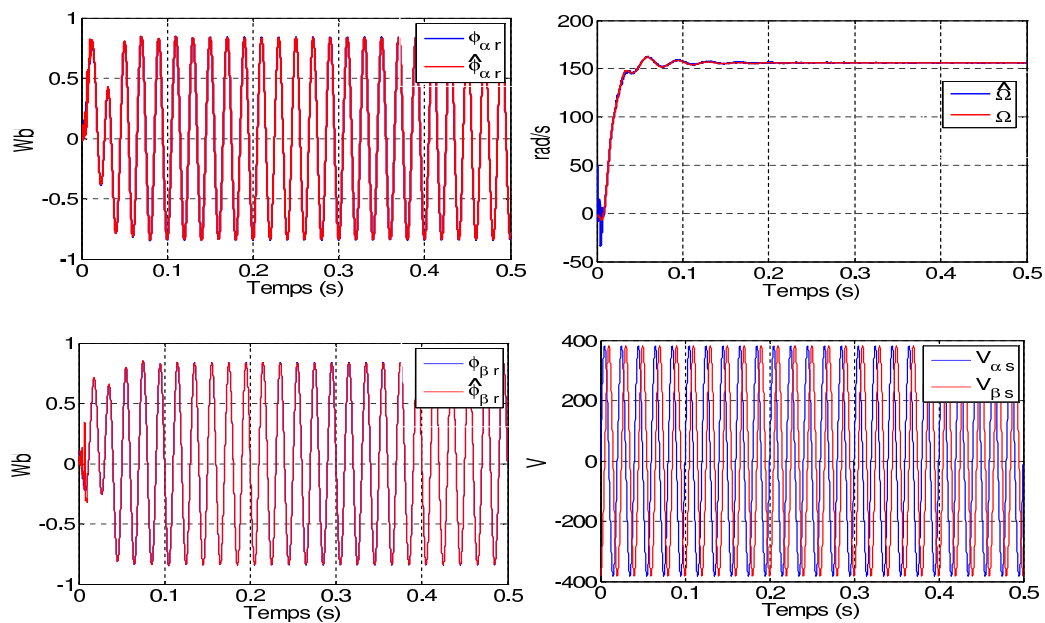
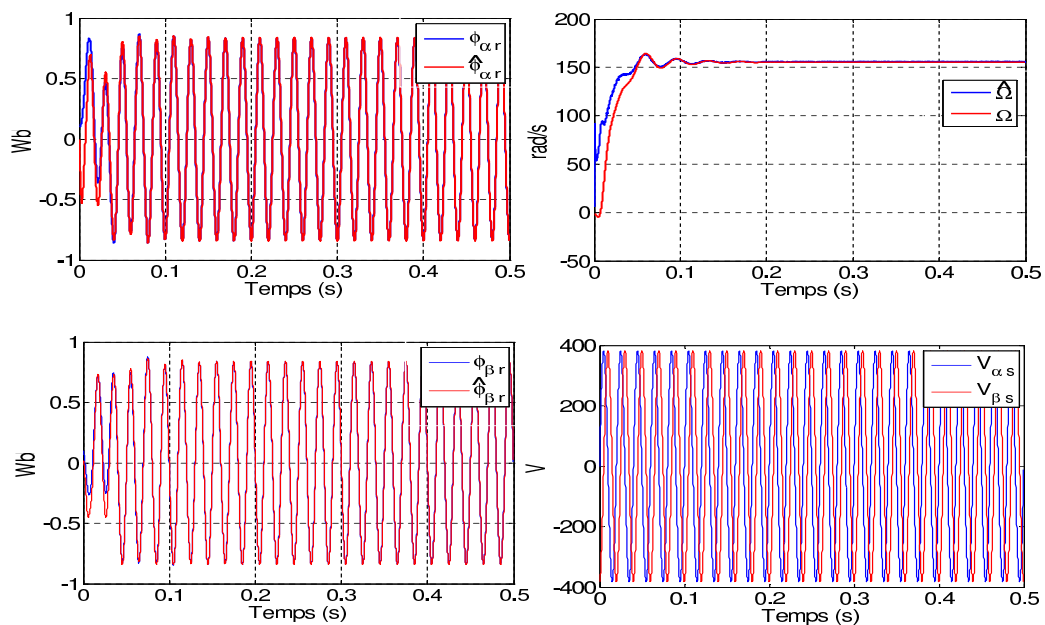


FIG. 3.1 – Les grandeurs réelles et les grandeurs estimées

FIG. 3.2 – Les grandeurs réelles et les grandeurs estimées en présence de variations paramétriques (+50% $R_r$  et +50% $R_s$ )

### 3.3 Diagnostic à base d'observateur à modes glissants d'ordre un pour la MAS

L'objectif ici est de construire pour la MAS un observateur à modes glissants pour d'une part reconstruire le flux et d'autre part pour détecter et estimer les défauts affectant la machine.

Considérons le modèle de la MAS en présence de défauts de rotor et de stator décrit au chapitre 2, réécrit ci-dessous :

$$\begin{aligned}
\frac{di_{ds}}{dt} &= -ai_{ds} + \omega_s i_{qs} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau_r} \phi_{dr} + \frac{V_{ds}}{\sigma L_s} + \Gamma_d(w) \\
\frac{di_{qs}}{dt} &= -ai_{qs} - \omega_s i_{ds} - \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} P\Omega \phi_{dr} + \frac{V_{qs}}{\sigma L_s} + \Gamma_q(w) \\
\frac{d\phi_{dr}}{dt} &= \frac{L_m}{\tau_r} i_{ds} - \frac{1}{\tau_r} \phi_{dr} \\
\frac{d\Omega}{dt} &= \frac{PL_m}{L_r J} i_{qs} \phi_{dr} - \frac{f}{J} \Omega - \frac{T}{J}
\end{aligned} \tag{3.8}$$

où les courants  $i_{ds}, i_{qs}$  et la vitesse  $\Omega$  sont supposés mesurés.

$\Gamma_d(w)$  et  $\Gamma_q(w)$  sont les défauts que l'on souhaite détecter et estimer.

#### 3.3.1 Synthèse de l'observateur

Afin d'estimer les effets des défauts  $\Gamma_d(w)$ ,  $\Gamma_q(w)$  et le flux, nous utilisons l'observateur à modes glissants défini comme suit :

$$\begin{aligned}
\frac{d\hat{i}_{ds}}{dt} &= -a\hat{i}_{ds} + \hat{\omega}_s i_{qs} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau_r} \hat{\phi}_{dr} + \frac{V_{ds}}{\sigma L_s} - u_d \text{sign} s_d \\
\frac{d\hat{i}_{qs}}{dt} &= -a\hat{i}_{qs} - \hat{\omega}_s i_{ds} - \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} P\Omega \hat{\phi}_{dr} + \frac{V_{qs}}{\sigma L_s} - u_q \text{sign} s_q \\
\frac{d\hat{\phi}_{dr}}{dt} &= \frac{L_m}{\tau_r} i_{ds} - \frac{1}{\tau_r} \hat{\phi}_{dr} \\
\hat{\omega}_s &= P\Omega + \frac{L_m}{\tau_r \hat{\phi}_{dr}} i_{qs}
\end{aligned} \tag{3.9}$$

où :  $\hat{i}_{ds}, \hat{i}_{qs}$  sont les courants statoriques estimés et  $\hat{\phi}_{dr}$  est l'estimé du flux,  $u_d > 0$  et  $u_q > 0$  sont des paramètres de conception. Les quantités  $s_d$  et  $s_q$  désignent les surfaces de glissement, définies comme suit :

$$\begin{aligned}
s_d &= \hat{i}_{ds} - i_{ds} \\
s_q &= \hat{i}_{qs} - i_{qs}
\end{aligned} \tag{3.10}$$

### Etude de la convergence de l'observateur

Soient  $\varepsilon_d = s_d = \hat{i}_{ds} - i_{ds}$ ,  $\varepsilon_q = s_q = \hat{i}_{qs} - i_{qs}$  et  $\varepsilon_\phi = \hat{\phi}_{dr} - \phi_{dr}$ , les erreurs d'estimation des courants et du flux, respectivement, leurs dynamiques sont régies par les équations suivantes :

$$\begin{aligned}\frac{d\varepsilon_d}{dt} &= -a\varepsilon_d + (\hat{\omega}_s - \omega_s)i_{qs} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau_r} \varepsilon_\phi - \Gamma_d(w) - u_d \text{sign} \varepsilon_d \\ \frac{d\varepsilon_q}{dt} &= -a\varepsilon_q - (\hat{\omega}_s - \omega_s)i_{ds} - \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} P\Omega \varepsilon_\phi - \Gamma_q(w) - u_q \text{sign} \varepsilon_q \\ \frac{d\varepsilon_\phi}{dt} &= -\frac{1}{\tau_r} \varepsilon_\phi\end{aligned}\quad (3.11)$$

La convergence de l'observateur consiste à montrer que les erreurs d'estimation tendent asymptotiquement vers zéro. Pour cela, considérons la fonction de Lyapunov suivante :

$$V = \frac{1}{2} \varepsilon_d^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_q^2 \quad (3.12)$$

La dérivée temporelle de  $V$  est :

$$\begin{aligned}\dot{V} &= \varepsilon_d (-a\varepsilon_d + (\hat{\omega}_s - \omega_s)i_{qs} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau_r} \varepsilon_\phi - \Gamma_d(w) - u_d \text{sign} \varepsilon_d) \\ &\quad + \varepsilon_q (-a\varepsilon_q - (\hat{\omega}_s - \omega_s)i_{ds} - \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} P\Omega \varepsilon_\phi - \Gamma_q(w) - u_q \text{sign} \varepsilon_q)\end{aligned}\quad (3.13)$$

En choisissant :

$$\begin{aligned}u_d &> \left| -a\varepsilon_d + (\hat{\omega}_s - \omega_s)i_{qs} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau_r} \varepsilon_\phi - \Gamma_d(w) \right|_{\max} \\ u_q &> \left| -a\varepsilon_q - (\hat{\omega}_s - \omega_s)i_{ds} - \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} P\Omega \varepsilon_\phi - \Gamma_q(w) \right|_{\max}\end{aligned}$$

La dérivée de  $V$  devient :

$$\dot{V} \leq 0 \quad (3.14)$$

Ceci signifie que le mode glissant est atteint, i.e :  $\varepsilon_d = \dot{\varepsilon}_d = 0$  et  $\varepsilon_q = \dot{\varepsilon}_q = 0$ .

Par conséquent, les équations (3.11) deviennent :

$$(\hat{\omega}_s - \omega_s)i_{qs} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau_r} \varepsilon_\phi - \Gamma_d(w) - u_d \text{sign}_{eq} \varepsilon_d = 0 \quad (3.15)$$

$$-(\hat{\omega}_s - \omega_s)i_{ds} - \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} P\Omega \varepsilon_\phi - \Gamma_q(w) - u_q \text{sign}_{eq} \varepsilon_q = 0 \quad (3.16)$$

$$\frac{d\varepsilon_\phi}{dt} = -\frac{1}{\tau_r} \varepsilon_\phi \quad (3.17)$$

L'équation (3.17) montre que  $\varepsilon_\phi$  converge vers zéro quand  $t \rightarrow \infty$ , alors  $\hat{\omega}_s \rightarrow \omega_s$  et les estimés des défauts sont donnés par :

$$\begin{aligned}\hat{\Gamma}_d &= -u_d \text{sign}_{eq}(\varepsilon_d) \\ \hat{\Gamma}_q &= -u_q \text{sign}_{eq}(\varepsilon_q)\end{aligned}\quad (3.18)$$

**Remarque 3.1.** La fonction  $\text{sign}_{eq}$  représente la valeur moyenne de la fonction  $\text{sign}$ , elle est obtenue par filtrage ou par approximation de la fonction  $\text{sign}$  par une fonction de lissage, telle que la fonction tangente hyperbolique.

Les défauts estimés ici seront utilisés au chapitre 4 pour la conception d'une loi de commande tolérante aux défauts dite active.

### 3.3.2 Résultats de simulation

Des simulations ont été effectuées pour illustrer l'efficacité de l'observateur proposé. Les paramètres de la MAS utilisée sont :

$R_s = 1.633\Omega$ ,  $R_r = 0.93\Omega$ ,  $L_r = 0.076H$ ,  $L_s = 0.142H$ ,  $L_m = 0.099H$ ,  $J = 0.0111Kg.m^2$ ,  $f = 0.0018N.m/rad/s$  et  $P = 2$ .

Les commandes dans le repère triphasé  $(a, b, c)$  utilisées dans les simulations sont comme suit :

$$\begin{aligned}V_{as} &= 220\sqrt{2}\sin(2\pi 50t) \\ V_{bs} &= 220\sqrt{2}\sin(2\pi 50t - 2\pi/3) \\ V_{cs} &= 220\sqrt{2}\sin(2\pi 50t - 4\pi/3)\end{aligned}$$

Les paramètres de l'observateur utilisé sont choisis comme suit :  $u_d = 26000$ ,  $u_q = 26000$ . Aussi un couple de charge (perturbation)  $T = 3N.m$  est appliqué.

Les figures 3.3 et 3.4 montrent les grandeurs réelles de la machine et celles estimées par l'observateur. Nous constatons que les grandeurs estimées (courants, flux et défauts) convergent vers leurs valeurs réelles.

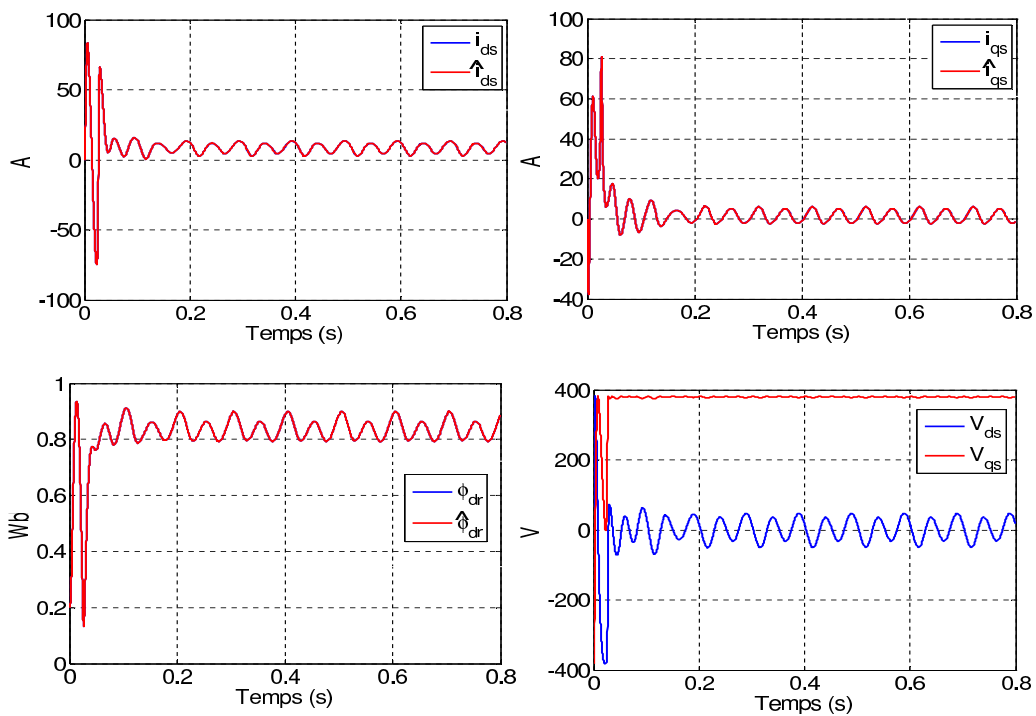


FIG. 3.3 – Les grandeurs réelles et celles estimées

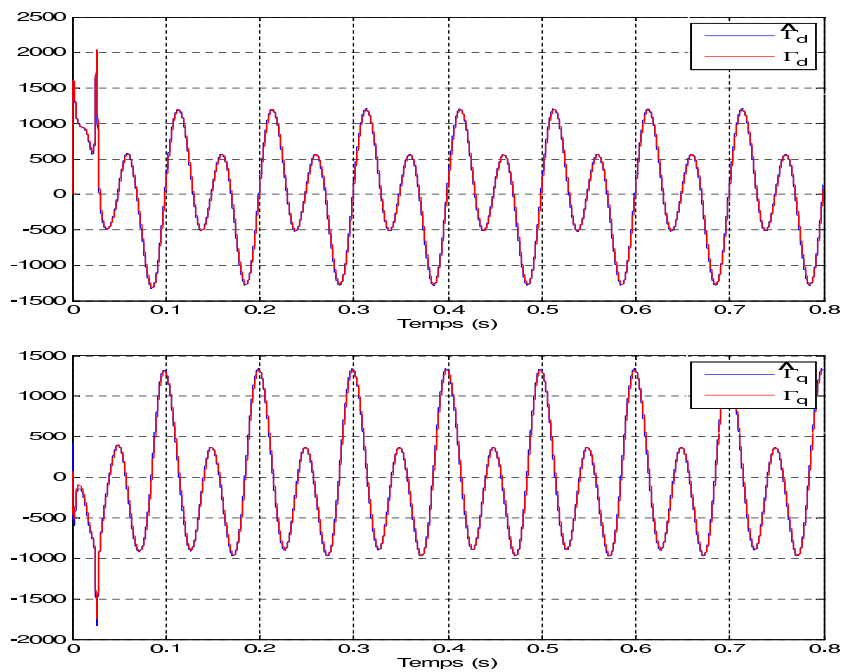


FIG. 3.4 – Les estimées des défauts

### 3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons synthétisé deux observateurs à modes glissants. Le premier sert à la commande et le deuxième au diagnostic. Le premier est d'ordre deux, il permet d'estimer la vitesse et le flux. Cet observateur sera utilisé par une commande dans le chapitre 4 pour éviter l'utilisation d'un capteur de vitesse. L'observateur utilisé permet d'estimer la vitesse et le flux à partir uniquement des mesures des courants. Les résultats de simulation obtenus ont montré la robustesse de l'observateur.

Le deuxième observateur d'ordre un, permet d'estimer les défauts affectant la machine et le flux. Nous avons constaté que l'observateur a fourni une bonne estimation des défauts. Les estimés des défauts fournis par l'observateur (bloc de diagnostic) seront exploités aux chapitre 4 pour réaliser une commande tolérante aux défauts active.

# Chapitre 4

## Commandes tolérantes aux défauts de la machine asynchrone

### 4.1 Introduction

La commande tolérante aux défauts vise à compenser l'effet des défauts qui affectent le système, ainsi d'une part, elle garantit le bon fonctionnement du système et d'autre part elle assure la sécurité humaine et matérielle. Elle est divisée en deux classes : commande active et commande passive.

La commande tolérante aux défauts active a pour objectif de maintenir la stabilité en boucle fermée et d'assurer des performances même dégradées pour le système en défaut et ceci en modifiant en ligne les valeurs des paramètres du contrôleur ou en changeant la structure de ce contrôleur. La conception d'une commande tolérante aux défauts active consiste en deux étapes. Dans la première étape (Détection et Isolation de défaut : FDI), un système dynamique (bloc FDI) est synthétisé. En traitant les informations d'entrée et de sorties, le bloc FDI est capable de détecter la présence d'un défaut et de l'isoler des autres défauts ou des perturbations. Dans la deuxième étape, selon les informations délivrées par le bloc FDI, des modifications sont apportées soit aux paramètres de la loi de commande (accommodation de défauts) soit à la structure de la commande (reconfiguration de la commande) et ce afin de compenser les effets des défauts et maintenir les performances nominales du système [30],[31].

La commande tolérante aux défauts passive consiste en la synthèse d'un contrôleur robuste vis-à-vis de certains défauts en utilisant les techniques de commande robuste (commande CRONE, commande  $H_\infty$ , commande à modes glissants, etc). Le but recherché est de maintenir des performances acceptables en boucle fermée sans reconfiguration ni adap-

tation des régulateurs qui sont fixes même en présence de défauts éventuels qui peuvent survenir durant le fonctionnement du procédé. Les défauts sont alors pris en compte dans la conception de la loi de commande. Ce type d'approche ne nécessite ni un module de diagnostic pour détecter la présence des défauts ni un bloc de reconception de la loi de commande (reconfiguration ou adaptation). L'inconvénient de cette technique réside dans le fait que sa capacité de tolérance reste restreinte à quelques défauts. Une connaissance a priori des défauts est nécessaire pour la conception des commandes.

La machine asynchrone est utilisée dans l'industrie pour exécuter une tâche précise. La mise en œuvre des systèmes de commande tolérants aux défauts est nécessaire afin d'éviter des arrêts et de garantir la sûreté de fonctionnement en présence de défauts.

Ce chapitre porte sur la synthèse d'une commande tolérante aux fautes active d'une part, et d'une commande tolérante aux fautes passive d'autre part, pour la machine asynchrone.

La commande active tolérante aux défauts sert d'une part à compenser les défauts rotoriques et statoriques induisant des harmoniques dans les courants statoriques, et d'autre part, à compenser l'effet de couple de charge considéré comme perturbation. La commande élaborée est composée de deux contrôleurs. Le premier contrôleur à flux orienté, dit nominal, construit par la technique de backstepping robuste (voir Annexe C), permet de forcer le flux et la vitesse à suivre leurs références et à rejeter l'effet du couple de charge. Le second contrôleur supplémentaire (unité de compensation) sert à reconfigurer le contrôleur nominal afin de compenser l'effet des défauts. Le contrôleur supplémentaire utilise les estimées des défauts délivrés par le bloc de détection et d'estimation de défauts. Ce dernier est constitué d'un observateur à modes glissants décrit au chapitre 3, qui permet de reconstruire l'effet des défauts par analyse de la dynamique de l'erreur d'estimation de la sortie en mode glissant. L'observateur à modes glissants utilisé permet aussi de reconstruire le flux (grandeur non mesurable) qui est nécessaire à l'implémentation de la loi de commande.

Le choix de la technique par backstepping est dû à sa simplicité de conception. Elle évite aussi l'effet du chattering. Cette technique de commande ne force pas le système à commander à être linéaire, ceci peut éviter l'élimination des nonlinéarités utiles. En outre, des termes d'amortissement non linéaires supplémentaires peuvent être introduits dans la boucle de commande pour augmenter la robustesse. Une autre caractéristique de la technique par backstepping est que les incertitudes qui affectent le système ne sont pas exigées à satisfaire la condition de recouvrement.

La commande tolérante aux fautes passive sert d'une part à compenser les défauts

rotoriques de type cassure de barres qui engendrent la variation de la résistance rotorique, et d'autre part à compenser l'effet de couple de charge. La commande est basée sur la technique robuste par backstepping pour forcer le flux et la vitesse mécanique à suivre leurs références en présence de variations de la résistance rotorique et de couple de charge. Ensuite, cette commande est associée à l'observateur à modes glissants d'ordre 2 développé dans le chapitre 3 pour réaliser une commande passive tolérante aux défauts sans capteur mécanique de la machine asynchrone.

Dans une première étape, nous synthétisons la commande tolérante aux défauts active par la technique de backstepping qui permet de forcer le flux et la vitesse à suivre leurs références malgré la présence de défauts et de couple de charge. La stabilité et la robustesse de la loi de commande proposée sont analysées. Les résultats théoriques sont illustrés par des résultats de simulation vérifiant ainsi la démarche entreprise. Dans la deuxième étape, nous synthétisons la commande passive. Nous allons d'abord synthétiser la commande robuste par backstepping qui permet de forcer le flux et la vitesse à suivre leurs références en présence de variation de la résistance rotorique et de couple de charge. Ensuite, nous analysons la stabilité du système en boucle fermée (observateur+contrôleur). A la fin, nous donnons les résultats de simulation et d'expérimentation obtenus.

Les résultats obtenus dans ce chapitre ont fait l'objet de trois communications internationales [130],[131], [132] et d'une publication [133].

## 4.2 Commande active tolérante aux défauts de la MAS

### 4.2.1 Modèle avec défauts

Le modèle avec défauts de la machine considéré dans cette partie est le modèle en présence de défauts rotoriques et statoriques que nous avons présenté au chapitre 2, donné par :

$$\begin{aligned}
 \frac{di_{ds}}{dt} &= -ai_{ds} + \omega_s i_{qs} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau_r} \phi_{dr} + \frac{V_{ds}}{\sigma L_s} + \Gamma_d(w) \\
 \frac{di_{qs}}{dt} &= -ai_{qs} - \omega_s i_{ds} - \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} P\Omega \phi_{dr} + \frac{V_{qs}}{\sigma L_s} + \Gamma_q(w) \\
 \frac{d\phi_{dr}}{dt} &= \frac{L_m}{\tau_r} i_{ds} - \frac{1}{\tau_r} \phi_{dr} \\
 \frac{d\Omega}{dt} &= \frac{PL_m}{L_r J} i_{qs} \phi_{dr} - \frac{f}{J} \Omega - \frac{T}{J}
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

avec :

$$\Gamma_d(w) = aQ_d w + Q_d S w - \omega_s Q_q w$$

$$\Gamma_q(w) = aQ_q w + Q_q S w + \omega_s Q_d w$$

## 4.2.2 Objectif de la commande

Notre objectif ici est d'élaborer une commande tolérante aux défauts active pour forcer la vitesse  $\Omega$  et le flux  $\phi_{dr}$  à suivre leurs références  $\Omega^*$  et  $\phi_{dr}^*$ , respectivement, en présence de couple de charge (perturbation)  $T$  et des termes  $\Gamma_d(w)$  et  $\Gamma_q(w)$  induits par les défauts rotoriques et statoriques. Le problème consiste en la synthèse d'un contrôleur actif, qui nécessite la reconfiguration de la loi de commande et un bloc FDI. Ce dernier est constitué d'un observateur à modes glissants d'ordre un décrit dans le chapitre précédent.

## 4.2.3 Synthèse de la loi de commande

La structure de la loi de commande que nous proposons est :

$$\begin{aligned} V_{ds} &= V_{dsn} + V_{df} \\ V_{qs} &= V_{qsn} + V_{qf} \end{aligned} \quad (4.2)$$

Les termes  $V_{dsn}$  et  $V_{qsn}$  représentent les commandes nominales, conçues en absence de défauts ( $\Gamma_d(w) = \Gamma_q(w) = 0$ ). Ces commandes sont élaborées par la technique de backstepping robuste. Ces commandes vont contraindre le flux et la vitesse à suivre leurs références respectives et à aussi compenser l'effet de couple de charge considéré comme une perturbation.

Les termes  $V_{df}$  et  $V_{qf}$  sont les commandes additives ou unités de compensation qui permettent de reconfigurer les commandes nominales afin de compenser les défauts.

### Détermination de $V_{dsn}$ et $V_{qsn}$ par la technique de backstepping robuste

Les commandes  $V_{dsn}$  et  $V_{qsn}$  sont conçues en considérant le modèle sans défauts ( $\Gamma_d(w) = \Gamma_q(w) = 0$ ). Elles sont des commandes construites par la technique de backstepping robuste, afin de forcer le flux et la vitesse à suivre leurs références tout en compensant l'effet de couple de charge. La commande par backstepping robuste est basée sur la technique des modes glissants qui fait intervenir la fonction *sign* pour la compensation des incertitudes et des perturbations (voir Annexe C).

Considérons le modèle (4.1) avec  $(\Gamma_d(w) = \Gamma_q(w) = 0)$ . Le calcul de  $V_{dsn}$  et  $V_{qsn}$  est divisé en trois étapes :

**a. Etape 1 : Commande de flux**

L'objectif de cette étape est de forcer le flux  $\phi_{dr}$  à suivre sa référence  $\phi_{dr}^*$ . Soit  $e_\phi = \phi_{dr} - \phi_{dr}^*$ , l'erreur de poursuite de flux. La dynamique de  $e_\phi$  est :

$$\dot{e}_\phi = \frac{L_m}{\tau_r} i_{ds} - \frac{1}{\tau_r} \phi_{dr} - \dot{\phi}_{dr}^* \quad (4.3)$$

Considérons l'équation de Lyapunov suivante :

$$V_\phi = \frac{1}{2} e_\phi^2 \quad (4.4)$$

En dérivant (4.4) nous obtenons :

$$\dot{V}_\phi = e_\phi \dot{e}_\phi = e_\phi \left( \frac{L_m}{\tau_r} i_{ds} - \frac{1}{\tau_r} \phi_{dr} - \dot{\phi}_{dr}^* \right) \quad (4.5)$$

Pour rendre  $\dot{V}_\phi$  négative définie,  $i_{ds}$  est utilisé comme un élément de commande virtuel pour stabiliser le flux, sa valeur désirée  $i_{ds}^*$  est donnée par :

$$i_{ds}^* = -\frac{\tau_r}{L_m} k_\phi e_\phi + \frac{\phi_{dr}}{L_m} + \frac{\tau_r}{L_m} \dot{\phi}_{dr}^* \quad (4.6)$$

où  $k_\phi > 0$  est un paramètre de conception.

En posant  $i_{ds} = i_{ds}^*$  dans (4.5) nous obtenons :

$$\dot{V}_\phi = -k_\phi e_\phi^2 < 0 \quad (4.7)$$

Cela signifie que  $e_\phi \rightarrow 0$  ou  $\phi_{dr} \rightarrow \phi_{dr}^*$  asymptotiquement.

**b. Etape 2 : Commande de la vitesse**

L'objectif ici est de forcer la vitesse  $\Omega$  à suivre sa référence  $\Omega^*$ . Soit  $e_\Omega = \Omega - \Omega^*$ , l'erreur de poursuite de la vitesse. La dynamique de l'erreur de la vitesse est :

$$\dot{e}_\Omega = \frac{PL_m}{L_r J} i_{qs} \phi_{dr} - \frac{f}{J} \Omega - \frac{T}{J} - \dot{\Omega}^* \quad (4.8)$$

Soit la fonction de Lyapunov suivante :

$$V_\Omega = \frac{1}{2} e_\Omega^2 \quad (4.9)$$

En dérivant (4.9), nous obtenons :

$$\dot{V}_\Omega = e_\Omega \dot{e}_\Omega = e_\Omega \left( \frac{PL_m}{L_r J} i_{qs} \phi_{dr} - \frac{f}{J} \Omega - \frac{T}{J} - \dot{\Omega}^* \right) \quad (4.10)$$

Nous choisissons  $i_{qs}$  comme un élément de commande virtuel pour stabiliser la vitesse. Sa valeur désirée  $i_{qs}^*$  est donnée par :

$$i_{qs}^* = \frac{JL_r}{L_m P \phi_{dr}} \left( -k_\Omega e_\Omega - k_1 \tanh \frac{k_1 h}{\varepsilon_1} e_\Omega + \frac{f}{J} \Omega + \dot{\Omega}^* \right), \quad \phi_{dr} \neq 0 \quad (4.11)$$

où :  $h = 0.2785$  (voir Lemme C.2).  $\varepsilon_1 > 0$ ,  $k_1 > 0$  et  $k_\Omega > 0$  sont des paramètres de conception.

En posant  $i_{qs} = i_{qs}^*$  dans (4.10), nous obtenons :

$$\dot{V}_\Omega = e_\Omega \left( -k_\Omega e_\Omega - k_1 \tanh \frac{k_1 h}{\varepsilon_1} e_\Omega - \frac{T}{J} \right) \quad (4.12)$$

Pour  $k_1 > \left| \frac{T}{J} \right|_{max}$ , nous obtenons :

$$\dot{V}_\Omega \leq -k_\Omega e_\Omega^2 - k_1 \tanh \left( \frac{k_1 h}{\varepsilon_1} e_\Omega \right) e_\Omega + k_1 |e_\Omega| \quad (4.13)$$

avec :

$$|e_\Omega| = e_\Omega \text{signe}_{e_\Omega} \quad (4.14)$$

La dérivée de (4.13) devient :

$$\dot{V}_\Omega \leq -k_\Omega e_\Omega^2 - k_1 \tanh \left( \frac{k_1 h}{\varepsilon_1} e_\Omega \right) e_\Omega + k_1 e_\Omega \text{signe}_{e_\Omega} \quad (4.15)$$

A partir du Lemme C.2 nous avons :

$$0 \leq k_1 e_\Omega \text{signe}_{e_\Omega} - k_1 \tanh \left( \frac{k_1 h}{\varepsilon_1} e_\Omega \right) e_\Omega \leq \varepsilon_1 \quad (4.16)$$

Par conséquent, la dérivée de la fonction de Lyapunov (4.15) devient :

$$\dot{V}_\Omega \leq -k_\Omega e_\Omega^2 + \varepsilon_1 \quad (4.17)$$

Cela signifie que l'erreur  $e_\Omega$  converge vers une boule dont le rayon dépend du paramètre  $\varepsilon_1$ .

### c. Etape 3 : Commande des courants

L'objectif souhaité ici est de forcer les courants  $i_{ds}$  et  $i_{qs}$  à suivre leurs références  $i_{ds}^*$  et  $i_{qs}^*$ , respectivement. Soient  $e_d = i_{ds} - i_{ds}^*$  et  $e_q = i_{qs} - i_{qs}^*$ , les erreurs de poursuite des courants. Les dynamiques des erreurs de poursuite sont données par :

$$\begin{aligned}
 \dot{e}_d &= -a i_{ds} + \omega_s i_{qs} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau_r} \phi_{dr} + \frac{V_{ds}}{\sigma L_s} - \frac{di_{ds}^*}{dt} \\
 \dot{e}_q &= -a i_{qs} - \omega_s i_{ds} - \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} P \Omega \phi_{dr} + \frac{V_{qs}}{\sigma L_s} - \frac{di_{qs}^*}{dt} \\
 \dot{e}_\phi &= \frac{L_m}{\tau_r} e_d + \frac{L_m}{\tau_r} i_{ds}^* - \frac{1}{\tau_r} \phi_{dr} - \dot{\phi}_{dr}^* \\
 \dot{e}_\Omega &= \frac{P L_m}{L_r J} e_q \phi_{dr} + \frac{P L_m}{L_r J} i_{qs}^* \phi_{dr} - \frac{f}{J} \Omega - \frac{T}{J} - \dot{\Omega}^*
 \end{aligned} \tag{4.18}$$

avec :

$$\begin{aligned}
 i_{ds}^* &= -\frac{\tau_r}{L_m} k_\phi e_\phi + \frac{\phi_{dr}}{L_m} + \frac{\tau_r}{L_m} \dot{\phi}_{dr}^* \\
 i_{qs}^* &= \frac{J L_r}{L_m P \phi_{dr}} \left( -k_\Omega e_\Omega - k_1 \tanh\left(\frac{k_1 h}{\varepsilon_1} e_\Omega\right) e_\Omega + \frac{f}{J} \Omega + \dot{\Omega}^* \right) \\
 \frac{di_{ds}^*}{dt} &= \left( \frac{1 - \tau_r k_\phi}{L_m} \right) \left( \frac{L_m}{\tau_r} i_{ds} - \frac{\phi_{dr}}{\tau_r} \right) + \frac{\tau_r k_\phi}{L_m} \dot{\phi}_{dr}^* + \frac{\tau_r}{L_m} \ddot{\phi}_{dr}^* \\
 \frac{di_{qs}^*}{dt} &= \frac{J L_r}{L_m P \phi_{dr}} F_1(e_\Omega) \left( \frac{P L_m}{L_r J} i_{qs} \phi_{dr} - \frac{f}{J} \Omega \right) + F_2(e_\Omega, \Omega, \phi_{dr}) + \frac{J L_r}{L_m P \phi_{dr}} \left( \frac{f}{J} - F_1(e_\Omega) \right) \dot{\Omega}^* \\
 &\quad + \frac{J L_r}{L_m P \phi_{dr}} \ddot{\Omega}^* - \frac{L_r F_1(e_\Omega)}{P L_m \phi_{dr}} T
 \end{aligned} \tag{4.19}$$

où :

$$F_1(e_\Omega) = -k_\Omega - \frac{k_1^2 h}{\varepsilon_1} \left( 1 - \tanh\left(\frac{k_1 h}{\varepsilon_1} e_\Omega\right) \right)^2 + \frac{f}{J}$$

$$F_2(e_\Omega, \Omega, \phi_{dr}) = \frac{J L_r}{P L_m \phi_{dr}^2} \dot{\phi}_{dr} \left( k_\Omega e_\Omega + k_1 \tanh\left(\frac{k_1 h}{\varepsilon_1} e_\Omega\right) e_\Omega - \frac{f}{J} \Omega - \dot{\Omega}^* \right)$$

En remplaçant  $i_{ds}^*$ ,  $i_{qs}^*$ ,  $\frac{di_{ds}^*}{dt}$  et  $\frac{di_{qs}^*}{dt}$  par leurs expressions, le système des erreurs de

poursuite (4.18) devient :

$$\begin{aligned}
 \dot{e}_d &= -ai_{ds} + \omega_s i_{qs} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau_r} \phi_{dr} + \frac{V_{ds}}{\sigma L_s} - \left( \frac{1 - \tau_r k_\phi}{L_m} \right) \left( \frac{L_m}{\tau_r} i_{ds} - \frac{\phi_{dr}}{\tau_r} \right) - \frac{\tau_r k_\phi}{L_m} \dot{\phi}_{dr}^* \\
 &\quad - \frac{\tau_r}{L_m} \ddot{\phi}_{dr}^* \\
 \dot{e}_q &= -ai_{qs} - \omega_s i_{ds} - \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} P\Omega \phi_{dr} + \frac{V_{qs}}{\sigma L_s} - \frac{JL_r}{L_m P \phi_{dr}} F_1(e_\Omega) \left( \frac{PL_m}{L_r J} i_{qs} \phi_{dr} - \frac{f}{J} \Omega \right) \\
 &\quad - \frac{JL_r}{L_m P \phi_{dr}} \left( \frac{f}{J} - F_1(e_\Omega) \right) \dot{\Omega}^* - \frac{JL_r}{L_m P \phi_{dr}} \ddot{\Omega}^* + \frac{L_r F_1(e_\Omega)}{PL_m \phi_{dr}} T - F_2(e_\Omega, \Omega, \phi_{dr}) \\
 \dot{e}_\phi &= -k_\phi e_\phi + \frac{L_m}{\tau_r} e_d \\
 \dot{e}_\Omega &= \frac{PL_m}{L_r J} e_q \phi_{dr} - k_\Omega e_\Omega - k_1 \tanh\left(\frac{k_1 h}{\varepsilon_1} e_\Omega\right) - \frac{T}{J}
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

Les commandes réalisant l'objectif de poursuite sont établies ci-dessous.

**Proposition 4.1.** *Soient :*

$$\begin{aligned}
 V_{dsn} &= \sigma L_s \left( -k_d e_d + ai_{ds} - \frac{L_m}{\tau_r} e_\phi - \omega_s i_{qs} - \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau_r} \phi_{dr} \right. \\
 &\quad \left. + \left( \frac{1 - \tau_r k_\phi}{L_m} \right) \left( \frac{L_m}{\tau_r} i_{ds} - \frac{\phi_{dr}}{\tau_r} \right) + \frac{\tau_r k_\phi}{L_m} \dot{\phi}_{dr}^* + \frac{\tau_r}{L_m} \ddot{\phi}_{dr}^* \right)
 \end{aligned} \tag{4.21}$$

$$\begin{aligned}
 V_{qsn} &= \sigma L_s \left( -k_q e_q - k_2 \tanh\left(\frac{k_2 h}{\varepsilon_2} e_q\right) + ai_{qs} + \omega_s i_{ds} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} P\Omega \phi_{dr} \right. \\
 &\quad - \frac{PL_m}{JL_r} e_\Omega \phi_{dr} + \frac{JL_r}{L_m P \phi_{dr}} F_1(e_\Omega) \left( \frac{PL_m}{L_r J} i_{qs} \phi_{dr} - \frac{f}{J} \Omega \right) \\
 &\quad \left. + F_2(e_\Omega, \Omega, \phi_{dr}) + \frac{JL_r}{L_m P \phi_{dr}} \left( \frac{f}{J} - F_1(e_\Omega) \right) \dot{\Omega}^* + \frac{JL_r}{L_m P \phi_{dr}} \ddot{\Omega}^* \right)
 \end{aligned} \tag{4.22}$$

les commande réelles, où :  $k_d > 0$ ,  $k_q > 0$ ,  $k_2 > 0$  et  $\varepsilon_2 > 0$  sont des paramètres de conception. Alors, si  $k_2 > \left| \frac{L_r F_1(e_\Omega) T}{PL_m \phi_{dr}} \right|_{max}$ , les erreurs  $e_\phi$ ,  $e_\Omega$ ,  $e_d$  et  $e_q$  sont globalement uniformément exponentiellement pratiquement stables.

**Preuve.** En remplaçant les commandes (4.21) et (4.22) dans (4.20) nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 \dot{e}_d &= -k_d e_d - \frac{L_m}{\tau_r} e_\phi \\
 \dot{e}_q &= -k_q e_q - k_2 \tanh\left(\frac{k_2 h}{\varepsilon_2} e_q\right) - \frac{PL_m}{JL_r} e_\Omega \phi_{dr} + \frac{L_r F_1(e_\Omega) T}{PL_m \phi_{dr}} \\
 \dot{e}_\phi &= -k_\phi e_\phi + \frac{L_m}{\tau_r} e_d \\
 \dot{e}_\Omega &= \frac{PL_m}{L_r J} e_q \phi_{dr} - k_\Omega e_\Omega - k_1 \tanh\left(\frac{k_1 h}{\varepsilon_1} e_\Omega\right) - \frac{T}{J}
 \end{aligned} \tag{4.23}$$

Considérons la fonction de Lyapunov suivante :

$$V = \frac{1}{2}(e_\phi^2 + e_\Omega^2 + e_d^2 + e_q^2) \quad (4.24)$$

La dérivée de  $V$  par rapport au temps :

$$\begin{aligned} \dot{V} = & e_\phi \left( -k_\phi e_\phi + \frac{L_m}{\tau_r} e_d \right) \\ & + e_\Omega \left( \frac{PL_m}{L_r J} e_q \phi_{dr} - k_\Omega e_\Omega - k_1 \tanh\left(\frac{k_1 h}{\varepsilon_1} e_\Omega\right) - \frac{T}{J} \right) \\ & + e_d \left( -k_d e_d - \frac{L_m}{\tau_r} e_\phi \right) \\ & + e_q \left( -k_q e_q - k_2 \tanh\left(\frac{k_2 h}{\varepsilon_2} e_q\right) - \frac{PL_m}{JL_r} e_\Omega \phi_{dr} + \frac{L_r F_1(e_\Omega)}{PL_m \phi_{dr}} T \right) \end{aligned} \quad (4.25)$$

A partir de l'étape 2 nous avons  $k_1 > \left| \frac{T}{J} \right|_{max}$ , donc la dérivée de la fonction de Lyapunov (4.25) devient :

$$\dot{V} \leq -k_\phi e_\phi^2 - k_\Omega e_\Omega^2 + \varepsilon_1 - k_d e_d^2 - k_q e_q^2 - k_2 \tanh\left(\frac{k_2 h}{\varepsilon_2} e_q\right) e_q + \frac{L_r F_1(e_\Omega)}{PL_m \phi_{dr}} T e_q \quad (4.26)$$

pour  $k_2 > \left| \frac{L_r F_1(e_\Omega)}{PL_m \phi_{dr}} T \right|_{max}$ , la dérivée de la fonction de Lyapunov (4.26) devient :

$$\dot{V} \leq -k_\phi e_\phi^2 - k_\Omega e_\Omega^2 - k_d e_d^2 - k_q e_q^2 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \quad (4.27)$$

Ceci implique que les erreurs  $e_\phi, e_\Omega, e_d$  and  $e_q$  sont globalement uniformément exponentiellement pratiquement stable.  $\square$

#### Détermination de $V_{df}$ et $V_{qf}$

$V_{df}$  et  $V_{qf}$  sont des lois de commande supplémentaires (unités de compensation) utilisées pour compenser l'effet des défauts. Leur rôle est de reconfigurer les commandes nominales, elles sont choisies comme suit :

$$V_{df} = -\sigma L_s \hat{\Gamma}_d \quad (4.28)$$

$$V_{qf} = -\sigma L_s \hat{\Gamma}_q \quad (4.29)$$

où  $\hat{\Gamma}_d$  et  $\hat{\Gamma}_q$  sont les estimés des défauts, donnés par (3.18).

**Proposition 4.2.** Soient  $V_{ds}$  et  $V_{qs}$  les commandes données par (4.2) et soient :  $V_{df}$  et  $V_{qf}$  les commandes additives données par (4.28), (4.29). Alors, les défauts sont compensés.

**Preuve.** Les dynamiques des erreurs de poursuite sont données par :

$$\begin{aligned}
 \frac{de_d}{dt} &= -ai_{ds} + \omega_s i_{qs} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau_r} \phi_{dr} + \frac{V_{ds}}{\sigma L_s} \\
 &\quad - \left( \frac{1 - \tau_r k_\phi}{L_m} \right) \left( \frac{L_m}{\tau_r} i_{ds} - \frac{\phi_{dr}}{\tau_r} \right) - \frac{\tau_r k_\phi}{L_m} \dot{\phi}_{dr}^* - \frac{\tau_r}{L_m} \ddot{\phi}_{dr}^* + \Gamma_d(w) \\
 \frac{de_q}{dt} &= -ai_{qs} - \omega_s i_{ds} - \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} P\Omega \phi_{dr} + \frac{V_{qs}}{\sigma L_s} - \frac{JL_r}{L_m P \phi_{dr}} F_1(e_\Omega) \left( \frac{PL_m}{L_r J} i_{qs} \phi_{dr} - \frac{f}{J} \Omega \right) \\
 &\quad - \frac{JL_r}{L_m P \phi_{dr}} \left( \frac{f}{J} - F_1(e_\Omega) \right) \dot{\Omega}^* - \frac{JL_r}{L_m P \phi_{dr}} \ddot{\Omega}^* + \frac{L_r F_1(e_\Omega)}{PL_m \phi_{dr}} T - F_2(e_\Omega, \Omega, \phi_{dr}) + \Gamma_q(w) \\
 \frac{de_\phi}{dt} &= -k_\phi e_\phi + \frac{L_m}{\tau_r} e_d \\
 \frac{de_\Omega}{dt} &= \frac{PL_m}{L_r J} e_q \phi_{dr} - k_\Omega e_\Omega - k_1 \tanh\left(\frac{k_1 h}{\varepsilon_1} e_\Omega\right) - \frac{T}{J}
 \end{aligned} \tag{4.30}$$

En remplaçant (4.2) dans (4.30), nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 \frac{de_d}{dt} &= -k_d e_d - \frac{L_m}{\tau_r} e_\phi + \Gamma_d(w) - \hat{\Gamma}_d(w) \\
 \frac{de_q}{dt} &= -k_q e_q - k_2 \tanh\left(\frac{k_2 h}{\varepsilon_2} e_q\right) - \frac{PL_m}{JL_r} e_\Omega \phi_{dr} + \frac{L_r F_1(e_\Omega)}{PL_m \phi_{dr}} T + \Gamma_q(w) - \hat{\Gamma}_q(w) \\
 \frac{de_\phi}{dt} &= -k_\phi e_\phi + \frac{L_m}{\tau_r} e_d \\
 \frac{de_\Omega}{dt} &= \frac{PL_m}{L_r J} e_q \phi_{dr} - k_\Omega e_\Omega - k_1 \tanh\left(\frac{k_1 h}{\varepsilon_1} e_\Omega\right) - \frac{T}{J}
 \end{aligned} \tag{4.31}$$

Dans le chapitre 3, nous avons montré que  $\hat{\Gamma}_d(w) \rightarrow \Gamma_d(w)$  et  $\hat{\Gamma}_q(w) \rightarrow \Gamma_q(w)$ . En conséquence, les défauts sont compensés et le système en boucle fermée résultant est stable. La stabilité du système en boucle fermée a été établie sur la base de la fonction de Lyapunov (4.24).  $\square$

#### 4.2.4 Résultats de simulation

Des simulations ont été effectuées pour illustrer l'efficacité du schéma de commande proposé. Les paramètres de la MAS utilisée sont :

$R_s = 1.633\Omega$ ,  $R_r = 0.93\Omega$ ,  $L_r = 0.076H$ ,  $L_s = 0.142H$ ,  $L_m = 0.099H$ ,  $J = 0.0111Kg.m^2$ ,  $f = 0.0018N.m/rad/s$  et  $P = 2$ .

Les paramètres du contrôleur sont choisis comme suit :  $k_d = 650$ ,  $k_q = 500$ ,  $k_\Omega = 0.5$ ,  $k_\phi = 25$ ,  $k_1 = 300$ ,  $k_2 = 300$ ,  $u_d = 26000$ ,  $u_q = 26000$ . Les références de la vitesse et du flux

sont fixées à  $\Omega^* = 100\text{rad/s}$  et  $\phi_{dr}^* = 0.9\text{Wb}$ , respectivement, aussi un couple de charge (perturbation)  $T = 3\text{N.m}$  est appliqué.

La figure 4.1 montre les réponses de la MAS en absence de défauts, commandée uniquement par les commandes nominales par backstepping. Nous constatons que les trajectoires de la vitesse et de flux suivent correctement leurs références et le couple est rejeté. Nous constatons aussi que le flux estimé converge vers sa valeur réelle.

La figure 4.2 montre les réponses de la MAS commandée par le contrôleur nominal et en présence de défauts rotoriques et statoriques. Nous constatons que les réponses de la MAS exhibent des oscillations et des déviations de leurs références. Ces figures montrent donc les dégradations causées par les défauts sur le fonctionnement de la machine ainsi commandée.

Afin de compenser ces dégradations, nous appliquons la stratégie de reconfiguration du contrôleur développé dans ce chapitre. La figure 4.3 montre les réponses de la MAS dans le cas où les commandes nominales sont reconfigurées par les unités de compensation. L'efficacité des unités de compensation est évidente, en effet les oscillations sont éliminées. La figure 4.4 montre une bonne estimation des défauts.

Pour tester la robustesse du schéma de commande proposé, des variations de la résistance rotorique  $R_r$  et statorique  $R_s$  sont considérées. Les résultats obtenus sont donnés par la figure 4.5. Nous constatons que le contrôleur proposé permet de compenser les défauts causés par des variations paramétriques et les défauts estimés contiennent ceux dus aux défauts du rotor et de stator et ceux dus aux variations de paramètres.

A travers donc les différentes simulations effectuées, nous pouvons conclure que la commande tolérante aux fautes proposée utilisant un observateur à modes glissants pour l'estimation des défauts et une stratégie de commande reconfigurable basée sur la technique de backstepping offre des résultats fortement intéressants en terme de suivi de trajectoire (commande en vitesse et régulation du flux), de compensation de défauts et de robustesse vis à vis des perturbations induites ici par le couple de charge et vis à vis des variations paramétriques en l'occurrence la variation des résistances rotorique et statorique.

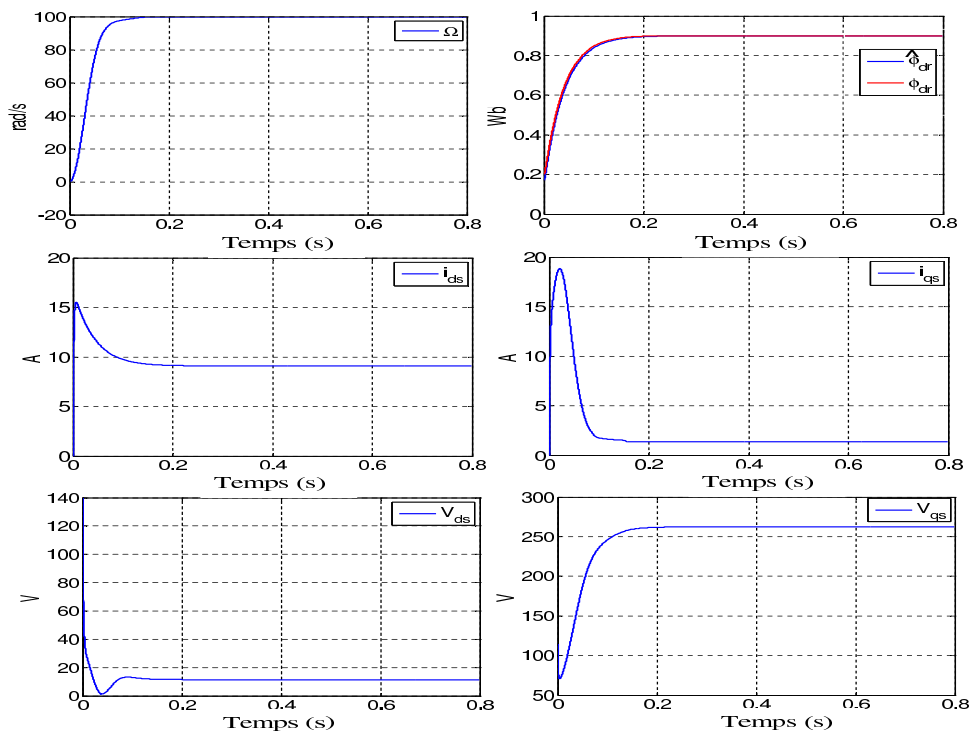


FIG. 4.1 – Réponses de la MAS en absence de défauts, aux commandes nominales  $V_{dsn}$  et  $V_{qsn}$

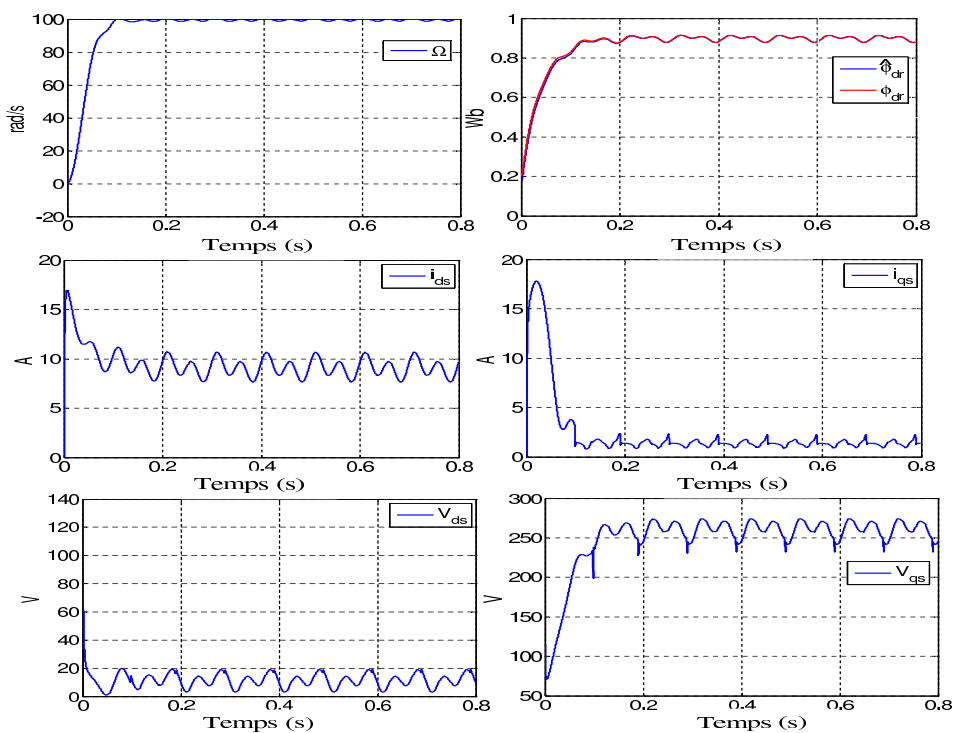


FIG. 4.2 – Réponse de la MAS en présence de défauts aux commandes nominales  $V_{dsn}$  et  $V_{qsn}$

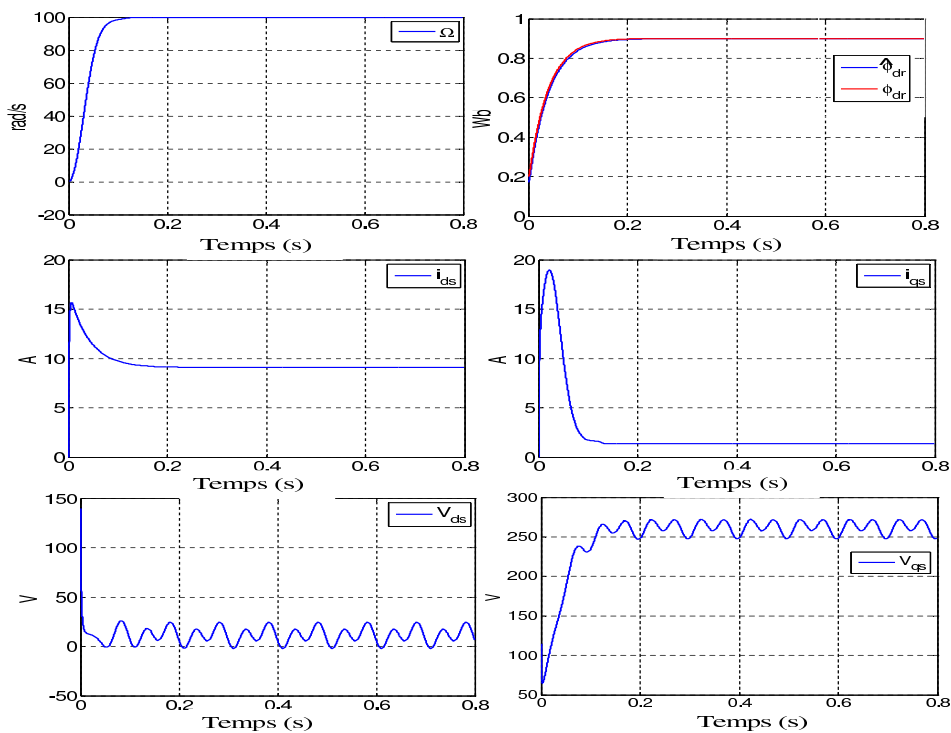


FIG. 4.3 – Réponse de la MAS en présence de défauts, aux commandes tolérantes aux défauts  $V_{ds}$  et  $V_{qs}$

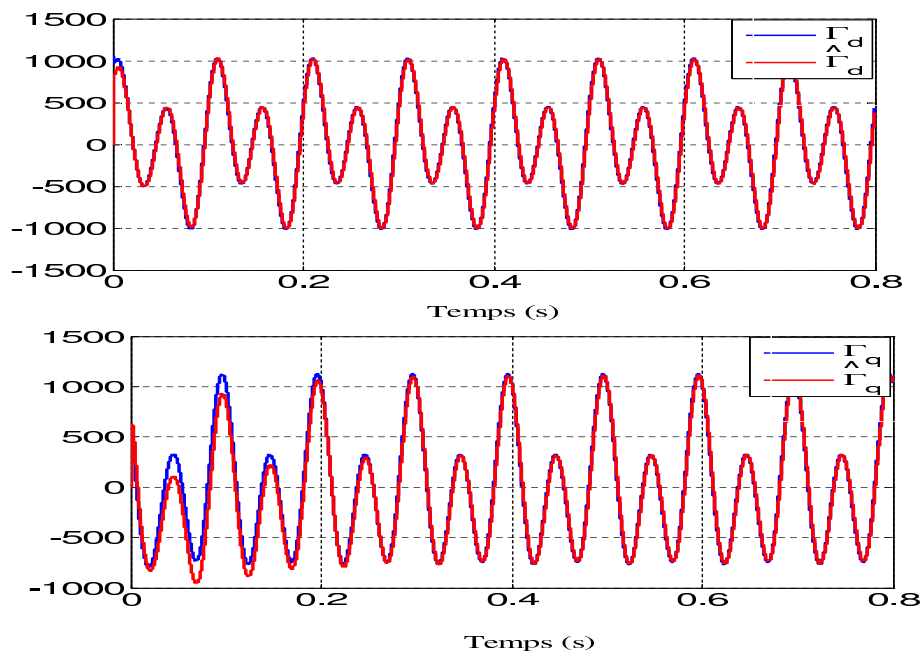


FIG. 4.4 – Les défauts et leurs estimés

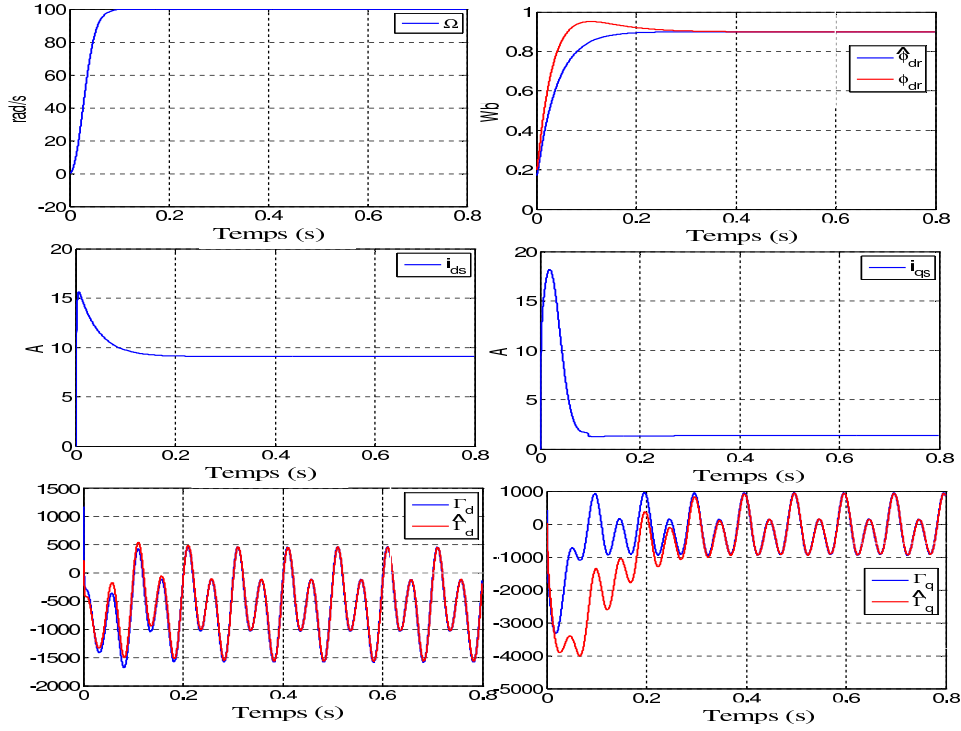


FIG. 4.5 – Réponse de la MAS avec une variation de +50% de la résistance rotorique  $R_r$  et statorique  $R_s$ .

## 4.3 Commande passive tolérante aux défauts sans capteur mécanique de la MAS

### 4.3.1 Modèle avec défauts

Le modèle avec défauts considéré dans cette partie est le modèle en présence de défauts rotoriques de type cassure de barres décrit dans le chapitre 2, réécrit ci-dessous :

$$\begin{aligned}
 \frac{di_{ds}}{dt} &= -ai_{ds} + \omega_s i_{qs} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau_r} \phi_{dr} + \frac{V_{ds}}{\sigma L_s} + h_1(x) \\
 \frac{di_{qs}}{dt} &= -ai_{qs} - \omega_s i_{ds} - \frac{L_m P}{\sigma L_s L_r} \Omega \phi_{dr} + \frac{V_{qs}}{\sigma L_s} + h_2(x) \\
 \frac{d\phi_{dr}}{dt} &= \frac{L_m}{\tau_r} i_{ds} - \frac{\phi_{dr}}{\tau_r} + h_3(x) \\
 \frac{d\Omega}{dt} &= \frac{P L_m}{L_r J} i_{qs} \phi_{dr} - \frac{f}{J} \Omega - \frac{T}{J}
 \end{aligned} \tag{4.32}$$

où  $x = [i_{ds} \ i_{qs} \ \phi_{dr} \ \Omega]^T$ .  $h_1(x)$ ,  $h_2(x)$  et  $h_3(x)$  représentent les termes des défauts, donnés par :

$$h_1(x) = \Delta R_r \left( -\left(\frac{1-\sigma}{\sigma L_r}\right)i_{ds} + \frac{L_m}{\phi_{dr} L_r} i_{qs}^2 + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r^2} \phi_{dr} \right)$$

$$h_2(x) = \Delta R_r \left( -\left(\frac{1-\sigma}{\sigma L_r}\right)i_{qs} - \frac{L_m}{\phi_{dr} L_r} i_{ds} i_{qs} \right)$$

$$h_3(x) = \Delta R_r \left( \frac{L_m}{L_r} i_{ds} - \frac{\phi_{dr}}{L_r} \right)$$

De plus, il existe un domaine physique  $D$  d'opération de la machine asynchrone défini par l'ensemble des valeurs :

$$D = \{ |i_{ds}| \leq I_{ds}^{max}, |i_{qs}| \leq I_{qs}^{max}, |\phi_{dr}| \leq \Phi_{dr}^{max}, |\Omega| \leq \Omega^{max}, |T| \leq T^{max}, |\Delta R_r| \leq \Delta R_r^{max} \}.$$

où  $I_{ds}^{max}$ ,  $I_{qs}^{max}$ ,  $\Phi_{dr}^{max}$ ,  $\Omega^{max}$ ,  $T^{max}$  et  $\Delta R_r^{max}$  sont respectivement les valeurs maximales des courants, flux, vitesse, couple de charge et variation de la résistance rotorique.

### 4.3.2 Objectifs de la commande

Notre premier objectif est d'élaborer une commande tolérante aux défauts passive pour forcer la vitesse  $\Omega$  et le flux  $\phi_{dr}$  à suivre leur références  $\Omega^*$  et  $\phi_{dr}^*$ , respectivement, en présence de couple de charge (perturbation)  $T$  et variation de la résistance rotorique  $\Delta R_r$  induite par les défauts de cassure de barres. Au niveau du modèle (4.32), ces défauts se manifestent par les termes  $h_i(x)$ . Les termes  $h_i(x)$  sont considérés comme des incertitudes à compenser. Le problème consiste en la synthèse d'un contrôleur robuste, qui ne nécessite pas la reconception de la commande (adaptation et/ou reconfiguration) et un bloc FDI. La commande tolérante aux fautes proposée utilise un régulateur fixe et les défauts représentés par les termes  $h_i(x)$  sont pris en compte lors de la synthèse de contrôleur. Pour achever les objectifs ci-dessus, nous utilisons un régulateur à flux orienté basé sur la technique de backstepping.

Notre deuxième objectif consiste à éviter l'utilisation des capteurs de vitesse. Ainsi, le contrôleur est combiné avec l'observateur à modes glissants d'ordre deux décrit au chapitre 3 pour réaliser une commande sans capteur mécanique. L'observateur utilisé permet d'estimer le flux (grandeur non mesurable) et la vitesse sans l'effet de chattering.

### 4.3.3 Synthèse de la commande robuste par la technique du backstepping

Dans notre travail, la commande robuste par backstepping est utilisée afin de compenser les variations de la résistance du rotor et la perturbation due au couple de charge. La commande robuste est basée sur la technique des modes glissants qui fait intervenir la fonction *sign* pour la compensation des incertitudes et des perturbations (voir Annexe C).

**Hypothèse 4.1.** *a- Les états de la MAS sont dans le domaine d'opération  $D$ .*

*b- Les références du flux et de la vitesse ( $\phi_{dr}^*$  et  $\Omega^*$ ) sont dans le domaine d'opération  $D$ .*

*c- Le couple de charge réel est supposé borné par une valeur maximale fixe  $T_{max}$ . Cette valeur maximale est choisie selon les caractéristiques réelles du banc utilisé  $|T| \leq T^{max}$ .*

*d- La variation de la résistance rotorique  $\Delta R_r$  reste dans le domaine d'opération  $D$ .*

A partir de l'hypothèse 4.1, les fonctions  $h_i(x) : R^4 \rightarrow R$ ,  $i = \overline{1,3}$  sont bornées, c'est à dire  $|h_i(x)| \leq H_i^{max}$ ,  $i = \overline{1,3}$ .

La synthèse du régulateur par backstepping se fait en trois étapes :

#### Etape 1 : Commande de flux

L'objectif de cette étape est de forcer le flux  $\phi_{dr}$  à suivre sa référence  $\phi_{dr}^*$ , soit  $e_\phi = \phi_{dr} - \phi_{dr}^*$  l'erreur de poursuite de flux. La dynamique de  $e_\phi$  est :

$$\dot{e}_\phi = \frac{L_m}{\tau_r} i_{ds} - \frac{\phi_{dr}}{\tau_r} + h_3(x) - \dot{\phi}_{dr}^* \quad (4.33)$$

Une fonction de Lyapunov est définie par :

$$V_\phi = \frac{1}{2} e_\phi^2 \quad (4.34)$$

En dérivant (4.34), nous obtenons :

$$\dot{V}_\phi = e_\phi \dot{e}_\phi = e_\phi \left( \frac{L_m}{\tau_r} i_{ds} - \frac{\phi_{dr}}{\tau_r} + h_3(x) - \dot{\phi}_{dr}^* \right) \quad (4.35)$$

Pour rendre  $\dot{V}_\phi$  négative définie,  $i_{ds}$  est choisi comme un élément de commande virtuelle pour stabiliser le flux, sa valeur désirée  $i_{ds}^*$  est donnée par :

$$i_{ds}^* = \frac{\tau_r}{L_m} \left( -k_\phi e_\phi - k_1 \tanh\left(\frac{k_1 h}{\varepsilon_1} e_\phi\right) + \frac{\phi_{dr}}{\tau_r} + \dot{\phi}_{dr}^* \right) \quad (4.36)$$

où  $h = 0.2785$  (voir Lemme C.2).  $k_1, k_\phi$  et  $\varepsilon_1$  sont des paramètres de conception positifs.

En posant  $i_{ds} = i_{ds}^*$  dans (4.35), nous obtenons :

$$\dot{V}_\phi = -k_\phi e_\phi^2 - k_1 \tanh\left(\frac{k_1 h}{\varepsilon_1} e_\phi\right) e_\phi + h_3(x) e_\phi \quad (4.37)$$

Pour  $k_1 \geq H_3^{max}$ , nous obtenons :

$$\dot{V}_\phi \leq -k_\phi e_\phi^2 - k_1 \tanh\left(\frac{k_1 h}{\varepsilon_1} e_\phi\right) e_\phi + k_1 |e_\phi| \quad (4.38)$$

avec :

$$|e_\phi| = e_\phi \text{sign}(e_\phi) \quad (4.39)$$

La dérivée de l'équation de Lyapunov (4.38) devient :

$$\dot{V}_\phi \leq -k_\phi e_\phi^2 - k_1 \tanh\left(\frac{k_1 h}{\varepsilon_1} e_\phi\right) e_\phi + k_1 e_\phi \text{sign}(e_\phi) \quad (4.40)$$

A partir du Lemme C.2 nous avons :

$$0 \leq k_1 e_\phi \text{sign}(e_\phi) - k_1 \tanh\left(\frac{k_1 h}{\varepsilon_1} e_\phi\right) e_\phi \leq \varepsilon_1 \quad (4.41)$$

Alors, la dérivée de la fonction de Lyapunov (4.40) devient :

$$\dot{V}_\phi \leq -k_\phi e_\phi^2 + \varepsilon_1 \quad (4.42)$$

De plus, nous avons :

$$\left| \frac{\partial V_\phi}{\partial e_\phi} \right| = |e_\phi| \leq |e_\phi| + b_\phi \quad \forall b_\phi > 0 \quad (4.43)$$

Selon le théorème A.8 (voir Annexe A), les inégalités (4.42) et (4.43) signifient que la variable  $e_\phi$  est globalement uniformément exponentiellement pratiquement stable, c'est à dire que  $e_\phi$  converge vers une boule dont le rayon peut être réduit en prenant le paramètre de réglage  $\varepsilon_1$  petit.

### Etape 2 : Commande de la vitesse

L'objectif de cette étape est de forcer la vitesse  $\Omega$  à suivre sa référence  $\Omega^*$ , soit  $e_\Omega = \Omega - \Omega^*$  l'erreur de poursuite de la vitesse. La dynamique de l'erreur de vitesse est :

$$\dot{e}_\Omega = \frac{PL_m}{L_r J} i_{qs} \phi_{dr} - \frac{f}{J} \Omega - \frac{T}{J} - \dot{\Omega}^* \quad (4.44)$$

Soit la fonction de Lyapunov suivante :

$$V_{\Omega} = \frac{1}{2}e_{\Omega}^2 \quad (4.45)$$

En dérivant (4.45), nous obtenons :

$$\dot{V}_{\Omega} = e_{\Omega}\dot{e}_{\Omega} = e_{\Omega}\left(\frac{PL_m}{L_r J}i_{qs}\phi_{dr} - \frac{f}{J}\Omega - \frac{T}{J} - \dot{\Omega}^*\right) \quad (4.46)$$

$i_{qs}$  est choisi comme un élément de commande virtuelle pour stabiliser la vitesse. Sa valeur désirée  $i_{qs}^*$  est définie par :

$$i_{qs}^* = \frac{JL_r}{L_m P \phi_{dr}} \left( -k_{\Omega}e_{\Omega} - k_2 \tanh\left(\frac{k_2 h}{\varepsilon_2}e_{\Omega}\right) + \frac{f}{J}\Omega + \dot{\Omega}^* \right), \quad \phi_{dr} \neq 0 \quad (4.47)$$

où  $k_2$ ,  $k_{\Omega}$  et  $\varepsilon_2$  sont des paramètres de conception, positifs.

En posant  $i_{qs} = i_{qs}^*$  dans (4.46), nous obtenons :

$$\dot{V}_{\Omega} = e_{\Omega} \left( -k_{\Omega}e_{\Omega} - k_2 \tanh\left(\frac{k_2 h}{\varepsilon_2}e_{\Omega}\right) - \frac{T}{J} \right) \quad (4.48)$$

afin de compenser l'effet de couple de charge  $T$ ,  $k_2$  doit être choisi comme suit :  $k_2 \geq \frac{T^{max}}{J}$ .

Alors, nous obtenons :

$$\dot{V}_{\Omega} \leq -k_{\Omega}e_{\Omega}^2 - k_2 \tanh\left(\frac{k_2 h}{\varepsilon_2}e_{\Omega}\right)e_{\Omega} + k_2|e_{\Omega}| \leq -k_{\Omega}e_{\Omega}^2 + \varepsilon_2 \quad (4.49)$$

De plus, nous avons :

$$\left| \frac{\partial V_{\Omega}}{\partial e_{\Omega}} \right| = |e_{\Omega}| \leq |e_{\Omega}| + b_{\Omega} \quad \forall b_{\Omega} > 0 \quad (4.50)$$

Par le Théorème A.8 de l'Annexe A, les inégalités (4.49) et (4.50) impliquent que la variable  $e_{\Omega}$  est globalement uniformément exponentiellement pratiquement stable et donc  $e_{\Omega}$  converge vers une boule dont le rayon peut être réduit en prenant le paramètre de conception  $\varepsilon_2$  petit.

### Étape 3 : Commande des courants

L'objectif de cette étape est de forcer les courants  $i_{ds}$  et  $i_{qs}$  à suivre leurs valeurs désirées

$i_{ds}^*$  et  $i_{qs}^*$ , respectivement. Soient  $e_d = i_{ds} - i_{ds}^*$  et  $e_q = i_{qs} - i_{qs}^*$ , les erreurs de poursuite des courants, alors les dynamiques des erreurs des courants sont :

$$\begin{aligned}
 \dot{e}_d &= -ai_{ds} + \omega_s i_{qs} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau_r} \phi_{dr} + \frac{V_{ds}}{\sigma L_s} - \frac{\tau_r}{L_m} F_1(e_\phi) \left( \frac{L_m}{\tau_r} i_{ds} - \frac{\phi_{dr}}{\tau_r} \right) \\
 &\quad - \frac{\tau_r}{L_m} \ddot{\phi}_{dr}^* + \frac{\tau_r}{L_m} \left( F_1(e_\phi) - \frac{1}{\tau_r} \right) \dot{\phi}_{dr}^* + h_1(x) - \frac{\tau_r}{L_m} F_1(e_\phi) h_3(x) \\
 \dot{e}_q &= -ai_{qs} - \omega_s i_{ds} - \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} P\Omega \phi_{dr} + \frac{V_{qs}}{\sigma L_s} - F_3(e_\Omega, \Omega, \phi_{dr}) - \frac{JL_r}{L_m P \phi_{dr}} \ddot{\Omega}^* \\
 &\quad - \frac{JL_r}{L_m P \phi_{dr}} F_2(e_\Omega) \left( \frac{PL_m}{L_r J} i_{qs} \phi_{dr} - \frac{f}{J} \Omega \right) - \frac{JL_r}{L_m P \phi_{dr}} \left( \frac{f}{J} - F_2(e_\Omega) \right) \dot{\Omega}^* \\
 &\quad + h_2(x) + \frac{L_r F_2(e_\Omega)}{PL_m \phi_{dr}} T - F_4 h_3(x) \\
 \dot{e}_\phi &= -k_\phi e_\phi - k_1 \tanh\left(\frac{k_1 h}{\varepsilon_1} e_\phi\right) + \frac{L_m}{\tau_r} e_d + h_3(x) \\
 \dot{e}_\Omega &= \frac{PL_m}{L_r J} e_q \phi_{dr} - k_\Omega e_\Omega - k_2 \tanh\left(\frac{k_2 h}{\varepsilon_2} e_\Omega\right) - \frac{T}{J}
 \end{aligned} \tag{4.51}$$

où :

$$\begin{aligned}
 F_1(e_\phi) &= -k_\phi - \frac{k_1^2 h}{\varepsilon_1} \left( 1 - \tanh\left(\frac{k_1 h}{\varepsilon_1} e_\phi\right)^2 \right) + \frac{1}{\tau_r} \\
 F_2(e_\Omega) &= -k_\Omega - \frac{k_2^2 h}{\varepsilon_2} \left( 1 - \tanh\left(\frac{k_2 h}{\varepsilon_2} e_\Omega\right)^2 \right) + \frac{f}{J} \\
 F_3(e_\Omega, \Omega, \phi_{dr}) &= \left( \frac{L_m}{\tau_r} i_{ds} - \frac{\phi_{dr}}{\tau_r} \right) F_4(e_\Omega, \Omega, \phi_{dr}) \\
 F_4(e_\Omega, \Omega, \phi_{dr}) &= \frac{JL_r}{PL_m \phi_{dr}^2} \left( k_\Omega e_\Omega + k_2 \tanh\left(\frac{k_2 h}{\varepsilon_2} e_\Omega\right) - \frac{f}{J} \Omega - \dot{\Omega}^* \right)
 \end{aligned}$$

Les commandes réelles  $V_{ds}$  et  $V_{qs}$  sont choisies comme suit :

$$\begin{aligned}
 V_{ds} &= \sigma L_s \left( -k_d e_d - k_3 \tanh\left(\frac{k_3 h}{\varepsilon_3} e_d\right) + ai_{ds} - \frac{L_m}{\tau_r} e_\phi - \omega_s i_{qs} - \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau_r} \phi_{dr} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\tau_r}{L_m} F_1\left(\frac{L_m}{\tau_r} i_{ds} - \frac{\phi_{dr}}{\tau_r}\right) - \frac{\tau_r}{L_m} \left( F_1 - \frac{1}{\tau_r} \right) \dot{\phi}_{dr}^* + \frac{\tau_r}{L_m} \ddot{\phi}_{dr}^* \right)
 \end{aligned} \tag{4.52}$$

$$\begin{aligned}
 V_{qs} &= \sigma L_s \left( -k_q e_q - k_4 \tanh\left(\frac{k_4 h}{\varepsilon_4} e_q\right) + ai_{qs} + \omega_s i_{ds} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} P\Omega \phi_{dr} - \frac{PL_m}{JL_r} e_\Omega \phi_{dr} \right. \\
 &\quad + F_3(e_\Omega, \Omega, \phi_{dr}) + \frac{JL_r}{L_m P \phi_{dr}} F_2(e_\Omega) \left( \frac{PL_m}{L_r J} i_{qs} \phi_{dr} - \frac{f}{J} \Omega \right) \\
 &\quad \left. + \frac{JL_r}{L_m P \phi_{dr}} \left( \frac{f}{J} - F_2(e_\Omega) \right) \dot{\Omega}^* + \frac{JL_r}{L_m P \phi_{dr}} \ddot{\Omega}^* \right)
 \end{aligned} \tag{4.53}$$

Puisque les fonctions  $h_i(x), i = \overline{1, 3}$  et  $T$  sont supposés bornés dans  $D$ , alors les termes  $(h_1(x) - \frac{\tau_r}{L_m} F_1(e_\phi) h_3(x))$  et  $(h_2(x) - F_4 h_3(x) + \frac{L_r F_2(e_\Omega)}{PL_m \phi_{dr}} T)$  sont aussi bornés dans  $D$ , c'est-à-dire :

$$\begin{aligned} \left| h_1(x) - \frac{\tau_r}{L_m} F_1(e_\phi) h_3(x) \right| &\leq G_1^{max} \\ \left| h_2(x) - F_4 h_3(x) + \frac{L_r F_2(e_\Omega)}{PL_m \phi_{dr}} T \right| &\leq G_2^{max} \end{aligned}$$

**Proposition 4.3.** Soient  $k_d, k_q, k_1, k_2, k_3$  et  $k_4$  des paramètres de conception positifs et soient  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  et  $\varepsilon_4$  des paramètres arbitraires petits. Si  $k_1 \geq H_3^{max}$ ,  $k_2 \geq \frac{T^{max}}{J}$ ,  $k_3 \geq G_1^{max}$  et  $k_4 \geq G_2^{max}$ , alors le système des erreurs de poursuite (4.51), commandé par les commandes (4.52) et (4.53), est globalement uniformément exponentiellement pratiquement stable.

**Preuve.** La preuve consiste à montrer que les erreurs de poursuite  $e_\phi, e_\Omega, e_d$  et  $e_q$  dans le système (4.51) commandé par les commandes  $V_{ds}$  et  $V_{qs}$  données par (4.52) et (4.53) respectivement, sont globalement uniformément exponentiellement pratiquement stables. En substituant (4.52) et (4.53) dans (4.51), nous obtenons :

$$\begin{aligned} \dot{e}_d &= -k_d e_d - k_3 \tanh\left(\frac{k_3 h}{\varepsilon_3} e_d\right) - \frac{L_m}{\tau_r} e_\phi + h_1(x) - \frac{\tau_r}{L_m} F_1 h_3(x) \\ \dot{e}_q &= -k_q e_q - k_4 \tanh\left(\frac{k_4 h}{\varepsilon_4} e_q\right) - \frac{PL_m}{JL_r} e_\Omega \phi_{dr} + h_2(x) - F_4 h_3(x) + \frac{L_r F_2(e_\Omega)}{PL_m \phi_{dr}} T \\ \dot{e}_\phi &= -k_\phi e_\phi - k_1 \tanh\left(\frac{k_1 h}{\varepsilon_1} e_\phi\right) + \frac{L_m}{\tau_r} e_d + h_3(x) \\ \dot{e}_\Omega &= \frac{PL_m}{L_r J} e_q \phi_{dr} - k_\Omega e_\Omega - k_2 \tanh\left(\frac{k_2 h}{\varepsilon_2} e_\Omega\right) - \frac{T}{J} \end{aligned} \quad (4.54)$$

Considérons la fonction de Lyapunov suivante :

$$V = \frac{1}{2}(e_d^2 + e_q^2 + e_\phi^2 + e_\Omega^2) = \frac{1}{2} \|e\|^2 \quad (4.55)$$

où  $e = [e_d \ e_q \ e_\phi \ e_\Omega]^T$ . A partir des étapes 1 et 2, nous avons  $k_1 \geq H_3^{max}$  et  $k_2 \geq \frac{T^{max}}{J}$ . Alors, pour  $k_3 \geq G_1^{max}$  et  $k_4 \geq G_2^{max}$ , nous obtenons :

$$\dot{V} \leq -k_\phi e_\phi^2 - k_\Omega e_\Omega^2 - k_d e_d^2 - k_q e_q^2 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_4 \quad (4.56)$$

soit  $c_3 = 2 \max\{k_\phi, k_\Omega, k_d, k_q\}$  et  $\rho_e = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_4$ , alors (4.56) devient :

$$\dot{V} \leq -c_3 V + \rho_e \quad (4.57)$$

De plus, nous avons :

$$\left\| \frac{\partial V}{\partial e} \right\| = \|e\| \leq \|e\| + b \quad \forall b > 0 \quad (4.58)$$

Par le Théorème A.8 de l'Annexe A, les inégalités (4.57) et (4.58) impliquent que les erreurs de poursuite  $e_\phi$ ,  $e_\Omega$ ,  $e_d$  et  $e_q$  convergent vers une boule dont le rayon peut être réduit en choisissant les paramètres de réglage  $\varepsilon_i$ ,  $i = \overline{1,4}$ , petits. Cela signifie que les erreurs de poursuite sont globalement uniformément exponentiellement pratiquement stables.  $\square$

#### 4.3.4 Analyse de la stabilité en boucle fermée

Afin d'implémenter les lois de commande (4.52) et (4.53), la vitesse, le flux et les courants doivent être remplacés par leurs estimées données par l'observateur à modes glissants d'ordre 2 présenté au chapitre 3, nous obtenons :

$$\begin{aligned} V_{ds} = & \sigma L_s \left( -k_d \hat{e}_d - k_3 \tanh \left( \frac{k_3 h}{\varepsilon_3} \hat{e}_d \right) + a \hat{i}_{ds} - \frac{L_m}{\tau_r} \hat{e}_\phi - \hat{\omega}_s \hat{i}_{qs} - \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau_r} \hat{\phi}_{dr} \right. \\ & \left. + \frac{\tau_r}{L_m} F_1(\hat{e}_\phi) \left( \frac{L_m}{\tau_r} \hat{i}_{ds} - \frac{\hat{\phi}_{dr}}{\tau_r} \right) - \frac{\tau_r}{L_m} \left( F_1(\hat{e}_\phi) - \frac{1}{\tau_r} \right) \dot{\phi}_{dr}^* + \frac{\tau_r}{L_m} \ddot{\phi}_{dr}^* \right) \end{aligned} \quad (4.59)$$

$$\begin{aligned} V_{qs} = & \sigma L_s \left( -k_q \hat{e}_q - k_4 \tanh \left( \frac{k_4 h}{\varepsilon_4} \hat{e}_q \right) + a \hat{i}_{qs} + \hat{\omega}_s \hat{i}_{ds} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} P \hat{\Omega} \hat{\phi}_{dr} - \frac{P L_m}{J L_r} \hat{e}_\Omega \hat{\phi}_{dr} \right. \\ & \left. + F_3(\hat{e}_\Omega, \hat{\Omega}, \hat{\phi}_{dr}) + \frac{J L_r}{L_m P \hat{\phi}_{dr}} F_2(\hat{e}_\Omega) \left( \frac{P L_m}{L_r J} \hat{i}_{qs} \hat{\phi}_{dr} - \frac{f}{J} \hat{\Omega} \right) \right. \\ & \left. + \frac{J L_r}{L_m P \hat{\phi}_{dr}} \left( \frac{f}{J} - F_2(\hat{e}_\Omega) \right) \dot{\Omega}^* + \frac{J L_r}{L_m P \hat{\phi}_{dr}} \ddot{\Omega}^* \right) \end{aligned} \quad (4.60)$$

où :  $\hat{e}_d = \hat{i}_{ds} - \hat{i}_{ds}^*$ ,  $\hat{e}_q = \hat{i}_{qs} - \hat{i}_{qs}^*$ ,  $\hat{e}_\Omega = \hat{\Omega} - \Omega^*$ ,  $\hat{e}_\phi = \hat{\phi}_{dr} - \phi_{dr}^*$ ,  $\hat{\omega}_s = P \hat{\Omega} + \frac{L_m}{\tau_r \hat{\phi}_{dr}} \hat{i}_{qs}$ .

$$\hat{i}_{ds}^* = \frac{\tau_r}{L_m} \left( -k_\phi \hat{e}_\phi - k_1 \tanh \left( \frac{k_1 h}{\varepsilon_1} \hat{e}_\phi \right) + \frac{\hat{\phi}_{dr}}{\tau_r} + \dot{\phi}_{dr}^* \right)$$

$$\hat{i}_{qs}^* = \frac{J L_r}{L_m P \hat{\phi}_{dr}} \left( -k_\Omega \hat{e}_\Omega - k_2 \tanh \left( \frac{k_2 h}{\varepsilon_2} \hat{e}_\Omega \right) + \frac{f}{J} \hat{\Omega} + \dot{\Omega}^* \right)$$

En remplaçant les lois de commande (4.59) et (4.60) dans le système des erreurs de

poursuite (4.51), nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 \dot{e}_d &= -k_d e_d - k_3 \tanh\left(\frac{k_3 h}{\varepsilon_3}(e_d + \varepsilon_d + i_{ds}^* - \hat{i}_{ds}^*)\right) - \frac{L_m}{\tau_r} e_\phi \\
 &\quad + h_1(x) - \frac{\tau_r}{L_m} F_1(e_\phi) h_3(x) + d_1(\varepsilon, x, \hat{x}) \\
 \dot{e}_q &= -k_q e_q - k_4 \tanh\left(\frac{k_4 h}{\varepsilon_4}(e_q + \varepsilon_q + i_{qs}^* - \hat{i}_{qs}^*)\right) \\
 &\quad - \frac{PL_m}{JL_r} \phi_{dr} e_\Omega + h_2(x) + \frac{L_r F_2(e_\Omega)}{PL_m \phi_{dr}} T - F_4 h_3(x) + d_2(\varepsilon, x, \hat{x}) \\
 \dot{e}_\phi &= -k_\phi e_\phi - k_1 \tanh\left(\frac{k_1 h}{\varepsilon_1} e_\phi\right) + \frac{L_m}{\tau_r} e_d + h_3(x) \\
 \dot{e}_\Omega &= \frac{PL_m}{L_r J} e_q \phi_{dr} - k_\Omega e_\Omega - k_2 \tanh\left(\frac{k_2 h}{\varepsilon_2} e_\Omega\right) - \frac{T}{J}
 \end{aligned} \tag{4.61}$$

avec :  $\varepsilon = [\varepsilon_d \ \varepsilon_q \ \varepsilon_\phi \ \varepsilon_\Omega]^T$  représente le vecteur des erreurs d'estimation, où :  $\varepsilon_d = i_{ds} - \hat{i}_{ds}$ ,  $\varepsilon_q = i_{qs} - \hat{i}_{qs}$ ,  $\varepsilon_\phi = \phi_{dr} - \hat{\phi}_{dr}$  et  $\varepsilon_\Omega = \Omega - \hat{\Omega}$ .  
 $x = [i_{ds} \ i_{qs} \ \phi_{dr} \ \Omega]^T$ ,  $\hat{x} = [\hat{i}_{ds} \ \hat{i}_{qs} \ \hat{\phi}_{dr} \ \hat{\Omega}]^T$ . Les perturbations  $d_1(\varepsilon, x, \hat{x})$  et  $d_2(\varepsilon, x, \hat{x})$  qui sont dues à la présence de l'observateur, sont donnés par :

$$\begin{aligned}
 d_1(\varepsilon, x, \hat{x}) &= -(k_d + a)\varepsilon_d - k_d(i_{ds}^* - \hat{i}_{ds}^*) + \frac{L_m}{\tau_r} \varepsilon_\phi + \omega_s i_{qs} - \hat{\omega}_s \hat{i}_{qs} + \frac{F_1(e_\phi)}{L_m} \varepsilon_\phi - F_1(e_\phi) \varepsilon_d \\
 &\quad + \frac{\tau_r}{L_m} \left( \frac{L_m}{\tau_r} \hat{i}_{ds} - \frac{\hat{\phi}_{dr}}{\tau_r} \right) (F_1(\hat{e}_\phi) - F_1(e_\phi)) - \frac{\tau_r}{L_m} (F_1(\hat{e}_\phi) - F_1(e_\phi)) \dot{\phi}_{dr}^* \\
 &\quad + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r \tau_r} \varepsilon_\phi
 \end{aligned} \tag{4.62}$$

$$\begin{aligned}
 d_2(\varepsilon, x, \hat{x}) &= -(k_q + a)\varepsilon_q - k_q(i_{qs}^* - \hat{i}_{qs}^*) + \hat{\omega}_s \hat{i}_{ds} - \omega_s i_{ds} + \frac{PL_m}{JL_r} \hat{\phi}_{dr} \varepsilon_\Omega \\
 &\quad - \frac{L_m P}{\sigma L_s L_r} (\Omega \varepsilon_\phi + \hat{\phi}_{dr} \varepsilon_\Omega) + \frac{JL_r}{L_m P \hat{\phi}_{dr}} \left( \frac{PL_m}{L_r J} \hat{i}_{qs} \hat{\phi}_{dr} - \frac{f}{J} \hat{\Omega} \right) \\
 &\quad (F_2(\hat{e}_\Omega) - F_2(e_\Omega)) - \frac{PL_m}{JL_r} e_\Omega \varepsilon_\phi + \frac{JL_r}{L_m P \phi_{dr} \hat{\phi}_{dr}} \left( \frac{PL_m}{L_r J} \hat{i}_{qs} \hat{\phi}_{dr} - \frac{f}{J} \hat{\Omega} \right) F_2(e_\Omega) \varepsilon_\phi \\
 &\quad - \frac{JL_r}{L_m P \phi_{dr}} F_2(e_\Omega) \left( \frac{PL_m}{L_r J} i_{qs} \varepsilon_\phi - \frac{f}{J} \varepsilon_\Omega \right) + F_3(\hat{e}_\Omega, \hat{\Omega}, \hat{\phi}_{dr}) - F_3(e_\Omega, \Omega, \phi_{dr}) \\
 &\quad - \frac{JL_r}{L_m P \phi_{dr} \hat{\phi}_{dr}} \left( \frac{f}{J} - F_2(e_\Omega) \right) \dot{\Omega}^* \varepsilon_\phi - \frac{JL_r}{L_m P \hat{\phi}_{dr}} (F_2(e_\Omega) - F_2(\hat{e}_\Omega)) \dot{\Omega}^* \\
 &\quad + \frac{JL_r}{L_m P \hat{\phi}_{dr} \phi_{dr}} \ddot{\Omega}^* \varepsilon_\phi - \frac{\hat{\phi}_{dr}}{\phi_{dr}} F_2(e_\Omega) \varepsilon_q
 \end{aligned} \tag{4.63}$$

La stabilité du système (4.61) va être démontrée en deux étapes. D'abord, nous démontrons la bornitude des trajectoires avant la convergence de l'observateur (Proposition 4.4). Ensuite, nous démontrons la convergence des trajectoires après la convergence de l'observateur (Proposition 4.5). La bornitude des erreurs de poursuite avant la convergence de l'observateur i.e., dans l'intervalle de temps  $[0 \ t_s[$ , est démontrée en utilisant le développement donné dans [134]. Puisque, l'observateur à modes glissants converge en temps fini, donc, avant la convergence, pour  $t \in [0 \ t_s[$ , nous supposons que les termes  $d_1(\varepsilon, x, \hat{x})$  et  $d_2(\varepsilon, x, \hat{x})$  sont bornés selon l'hypothèse suivante.

**Hypothèse 4.2.** *Les états de l'observateur donné par (3.4) restent dans le domaine d'opération  $D$ .*

A partir des hypothèses 4.1 et 4.2, on peut déduire que les termes  $d_1(\varepsilon, x, \hat{x})$  et  $d_2(\varepsilon, x, \hat{x})$  sont bornés, i.e.,

$$\begin{aligned} |d_1(\varepsilon, x, \hat{x})| &\leq D_1^{max} \\ |d_2(\varepsilon, x, \hat{x})| &\leq D_2^{max} \end{aligned}$$

**Proposition 4.4.** *Si  $k_1 \geq H_3^{max}$ ,  $k_2 \geq \frac{T^{max}}{J}$ ,  $k_3 \geq G_1^{max} + D_1^{max}$  et  $k_4 \geq G_2^{max} + D_2^{max}$ , alors les états du système en boucle fermée (4.61) sont uniformément bornés avant la convergence de l'observateur.*

**Preuve.** Pour montrer la bornitude du système (4.61) avant la convergence de l'observateur, nous utilisons la fonction de Lyapunov suivante :

$$V = \frac{1}{2}(e_d^2 + e_q^2 + e_\phi^2 + e_\Omega^2) \quad (4.64)$$

avec  $|\tanh(x)| \leq 1$  et si  $k_1 \geq H_3^{max}$ ,  $k_2 \geq \frac{T^{max}}{J}$ ,  $k_3 \geq G_1^{max} + D_1^{max}$  et  $k_4 \geq G_2^{max} + D_2^{max}$ , nous obtenons :

$$\dot{V} \leq -k_d e_d^2 - k_q e_q^2 - k_\phi e_\phi^2 - k_\Omega e_\Omega^2 + 2k_3 |e_d| + 2k_4 |e_q| + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \quad (4.65)$$

soit  $0 < \theta < 1$ , alors,  $\dot{V}$  peut s'écrire comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -k_d(1 - \theta)e_d^2 - k_q(1 - \theta)e_q^2 - k_\phi(1 - \theta)e_\phi^2 - k_\Omega(1 - \theta)e_\Omega^2 - k_d\theta e_d^2 + 2k_3 |e_d| - k_q\theta e_q^2 \\ &\quad + 2k_4 |e_q| - k_\phi\theta e_\phi^2 + \varepsilon_1 - k_\Omega\theta e_\Omega^2 + \varepsilon_2 \end{aligned} \quad (4.66)$$

Avant la convergence, i.e., pour  $t \leq t_s$ , les termes  $e_d^2$ ,  $e_q^2$ ,  $e_\phi^2$  et  $e_\Omega^2$  dominent les termes  $|e_d|$ ,  $|e_q|$ ,  $|e_\phi|$  et  $|e_\Omega|$ , respectivement. Alors, la négativité de  $\dot{V}$  peut être assurée par les conditions suivantes [134]. Si :  $-k_d\theta e_d^2 + 2k_3|e_d| \leq 0$ ,  $-k_q\theta e_q^2 + 2k_4|e_q| \leq 0$ ,  $-k_\phi\theta e_\phi^2 + \varepsilon_1 \leq 0$  et  $k_\Omega\theta e_\Omega^2 + \varepsilon_2 \leq 0$ , i.e.,  $|e_q| \geq \frac{2k_4}{k_q\theta}$ ,  $|e_d| \geq \frac{2k_3}{k_d\theta}$ ,  $|e_\phi| \geq \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{k_\phi\theta}}$  et  $|e_\Omega| \geq \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{k_\Omega\theta}}$ ,  $\dot{V}$  devient :

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -k_d(1-\theta)e_d^2 - k_q(1-\theta)e_q^2 - k_\phi(1-\theta)e_\phi^2 - k_\Omega(1-\theta)e_\Omega^2, \quad \forall |e_q| \geq \frac{2k_4}{k_q\theta}, |e_d| \geq \frac{2k_3}{k_d\theta}, \\ |e_\phi| &\geq \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{k_\phi\theta}}, |e_\Omega| \geq \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{k_\Omega\theta}} \end{aligned} \tag{4.67}$$

Selon la Définition A.11 de l'Annexe A, cela implique que les erreurs  $e_d$ ,  $e_q$ ,  $e_\phi$  et  $e_\Omega$  sont uniformément bornées avant la convergence de l'observateur.  $\square$

La stabilité du système des erreurs de poursuite (4.61) après la convergence de l'observateur, i.e., pour  $t \geq t_s$ , est exposée dans la proposition suivante.

**Proposition 4.5.** *Considérons le système (4.61) et l'observateur (3.4), à  $t = t_s$ , l'observateur converge, i.e.,  $\varepsilon \rightarrow 0$ . Alors les variables  $e_d$ ,  $e_q$ ,  $e_\phi$  et  $e_\Omega$  sont globalement uniformément exponentiellement pratiquement stables.*

**Preuve.** Une fois que l'observateur a convergé ( $\varepsilon = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ ), les termes de perturbation s'annulent ( $d_1(0, x, \hat{x}) = 0$ ,  $d_2(0, x, \hat{x}) = 0$ ), pour  $t \geq t_s$ , alors le système (4.61) est égal au système (4.54) dont la stabilité a été démontrée précédemment dans la Proposition 4.3.

### 4.3.5 Résultats de simulation et d'expérimentation

Le contrôleur proposé est validé par simulation et expérimentalement sur un banc d'essai d'IRCCyN [135]. Les paramètres de la machine asynchrone utilisée sont donnés par le tableau ci-dessous :

Table 1 : Paramètres de la machine asynchrone.

Puissance nominale	1.5 kW
Vitesse nominale	1430 rpm
Nombre de paires de pôles	2
Tension nominale	220 V
Courant nominal	7.5 A
$R_s, R_r$	1.633 $\Omega$ , 0.93 $\Omega$
$L_m, L_s, L_r$	0.099H, 0.142H, 0.076H
$f_v$	0.0018 N.m/rad/s
J	0.0111Kg.m <sup>2</sup>

### Résultats de simulation

Avant la validation de la méthode proposée sur un banc d'expérimentation, nous avons procédé à la simulation. Les mêmes hypothèses du travail ont été retenues pour la simulation et l'expérimentation. Les trajectoires de référence de la vitesse et du couple de charge définies dans le benchmark utilisé sont illustrées sur la figure 4.6. La référence du flux est fixée à 0.596Wb. Le banc d'essai pilote permet de tester ou d'évaluer les performances du contrôleur proposé sous les conditions de fonctionnement suivantes :

**zone 1.** basse vitesse avec couple nominal (entre 1s et 3s).

**zone 2.** haute vitesse avec couple nominal (entre 4s et 6s).

**zone 3.** très basse vitesse avec couple nominal (la zone inobservable entre 7s et 9s).

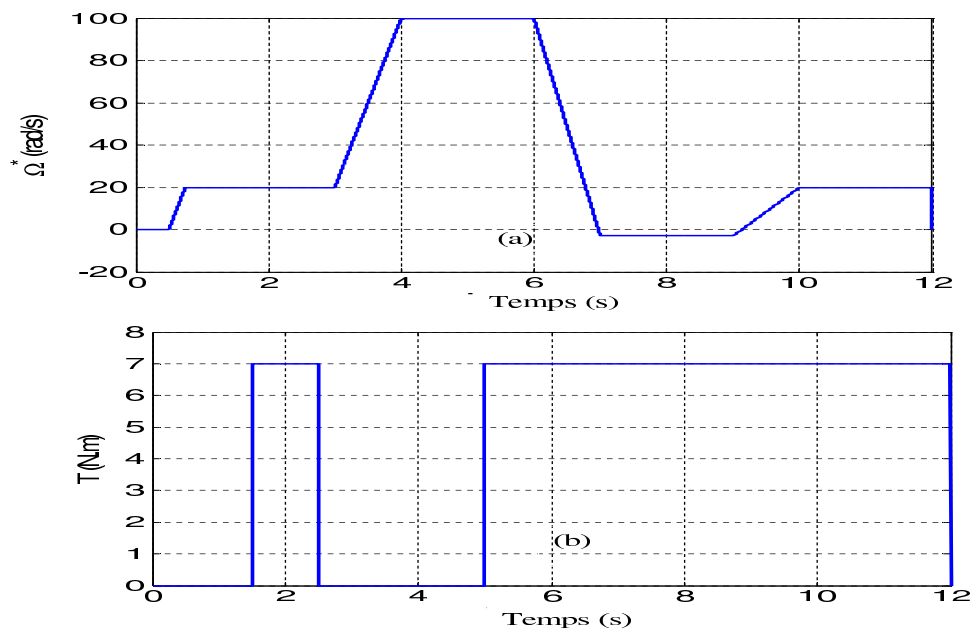


FIG. 4.6 – Les trajectoires du Benchmark

Les simulations ont été effectuées sous MATLAB/Simulink. Le pas de simulation est pris égal à  $100\mu s$ . Les paramètres du régulateur sont choisis comme suit :  $k_\Omega = 10$ ,  $k_\phi = 10$ ,  $k_1 = 100$ ,  $k_2 = 950$ ,  $k_3 = 100$ ,  $k_4 = 100$ ,  $k_d = 500$  et  $k_q = 500$ .

Les résultats de simulation obtenus sont donnés par les figures 4.7 et 4.8. La figure. 4.7 montre les réponses de la MAS dans le cas nominal (sans variation des paramètres ou sans défauts). En terme de suivi de trajectoires, nous constatons que la vitesse et le flux suivent correctement leurs références respectives. En terme de rejet de perturbation, nous constatons que le couple est bien rejeté à basse vitesse et à haute vitesse. Cependant, un petit écart apparaît dans la trajectoire de la vitesse entre 7s et 9s (zone inobservable). Aussi, le flux et la vitesse estimés convergent vers leurs valeurs réelles.

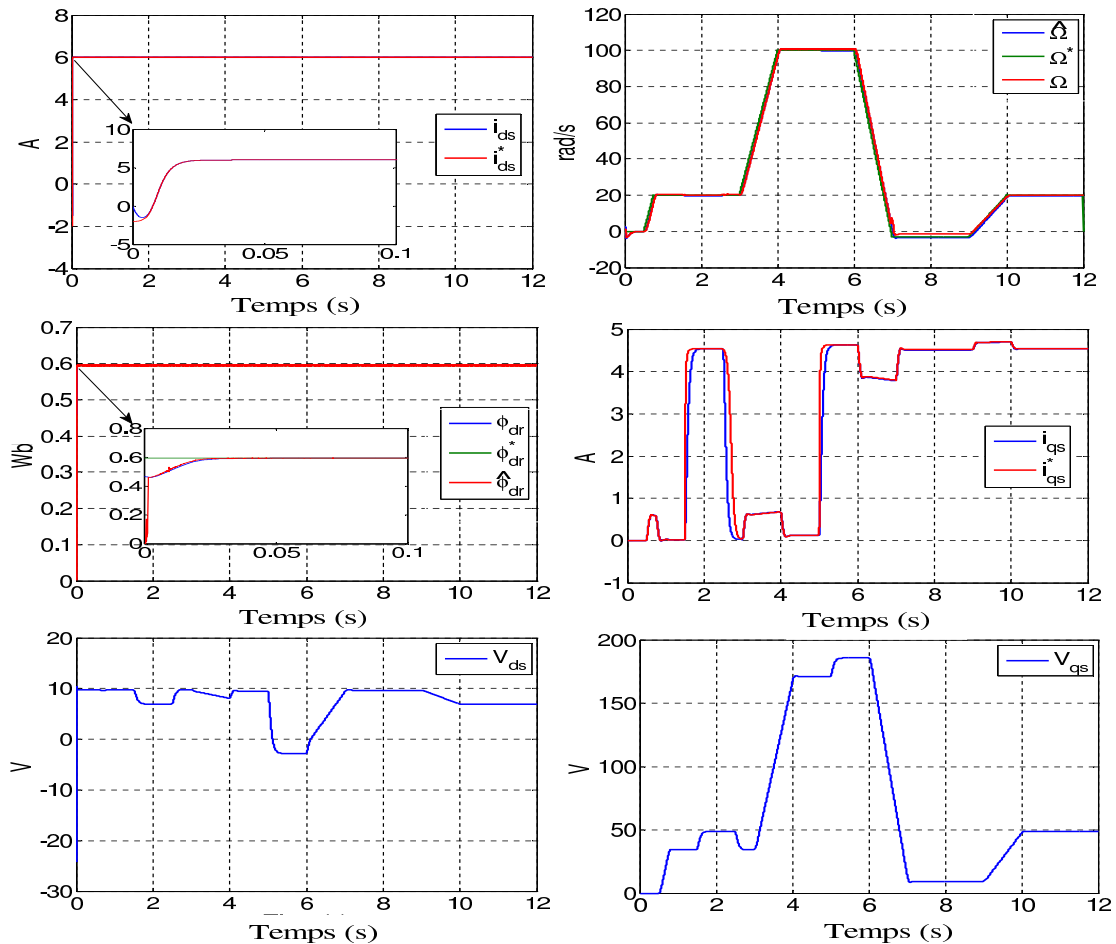


FIG. 4.7 – Résultats de simulation dans le cas nominal (sans variations des paramètres ou mode sans défauts)

### Test de robustesse

Pour vérifier la robustesse du contrôleur proposé vis à vis de défauts, nous avons effectué la variation de la résistance rotorique. La figure 4.8 montre les réponses de la MAS en présence d'une variation de +100% de  $R_r$  (mode avec défaut). Nous remarquons que la variation de la résistance rotorique n'influe pas sur les performances du contrôleur proposé et ce sans aucune adaptation ni reconfiguration de la commande.

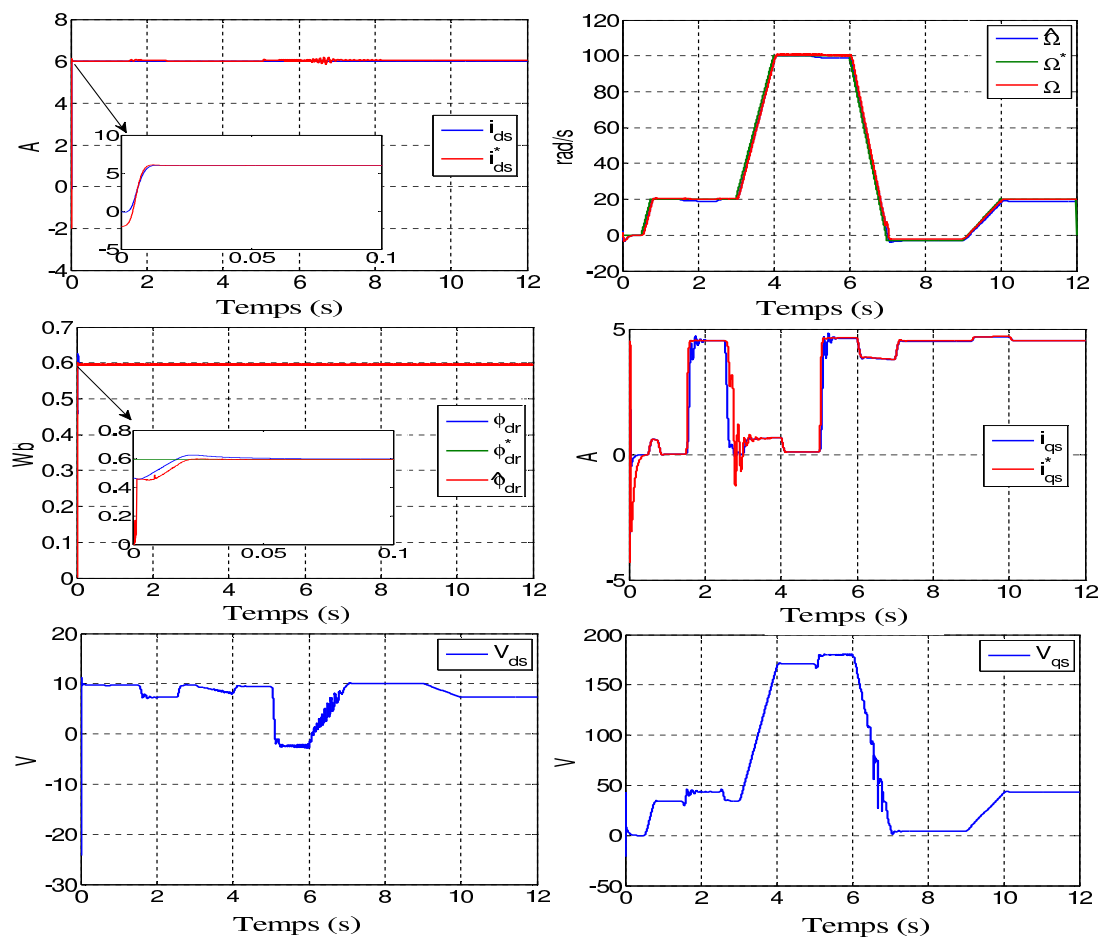
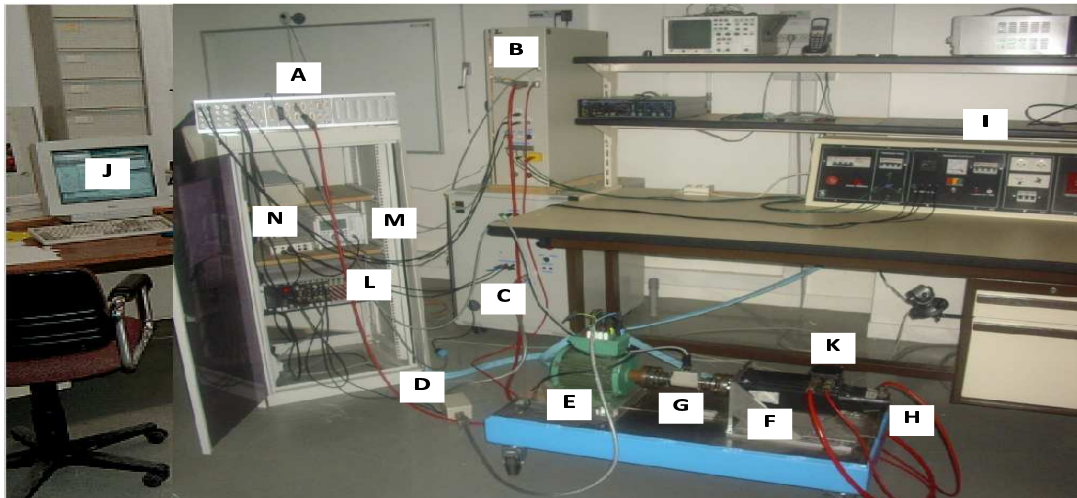


FIG. 4.8 – Résultats de simulation avec une variation de +100% de la résistance rotorique  $R_r$

### Résultats expérimentaux

Les essais expérimentaux ont été effectués sur la plate-forme d'essai (figure 4.9) disponible au laboratoire de l'Institut de Recherche en Communications et Cybernétique de

Nantes (IRCCyN), France (voir [135]). Le schéma Simulink du contrôleur tolérant aux défauts utilisé sur la plate forme d'essai est donné par la figure 4.10.



A. Carte dSPACE DS1103, B. Variateur, C. Onduleur, D. Capteurs des courants, E. Moteur, F. Charge, G. Couplemètre, H. Codeur incrémental, I. Table de distribution, J. Control desk, K. Résolveur, L. Module de conditionnement, M. Amplificateur de mesure, N. Sonde différentielle.

FIG. 4.9 – Plate forme d'essai de l'IRCCyN

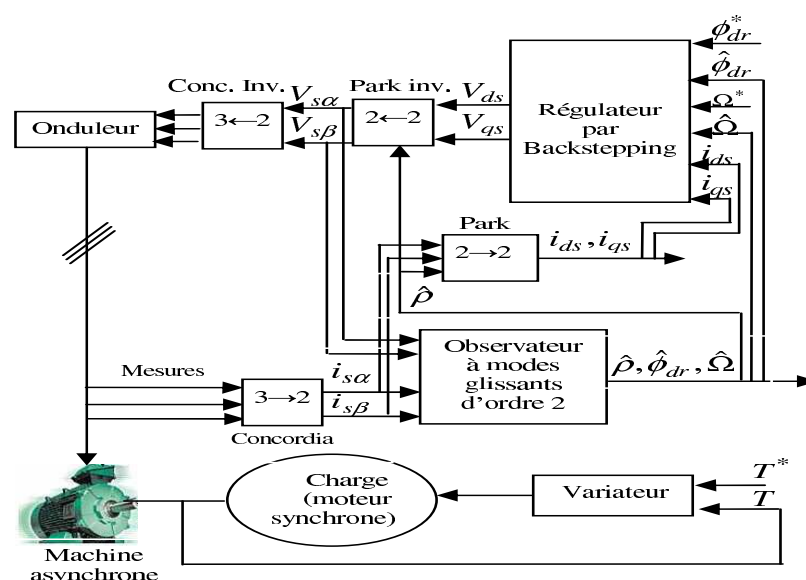


FIG. 4.10 – Schéma Simulink de la commande proposée utilisé sur la plate forme de l'IRCCyN

Les références de la vitesse et du flux considérées dans les essais expérimentaux sont les mêmes que celles utilisées en simulation. Cependant, pour le couple de charge, une limite pratique a été rencontrée quand on applique le couple de charge nominal donné par la figure 4.6 b. Dans les essais expérimentaux, le couple de charge toléré est donné par la figure 4.11, qui est bruité, à cause des bruits de mesure et du couplage électrique et électromagnétique.

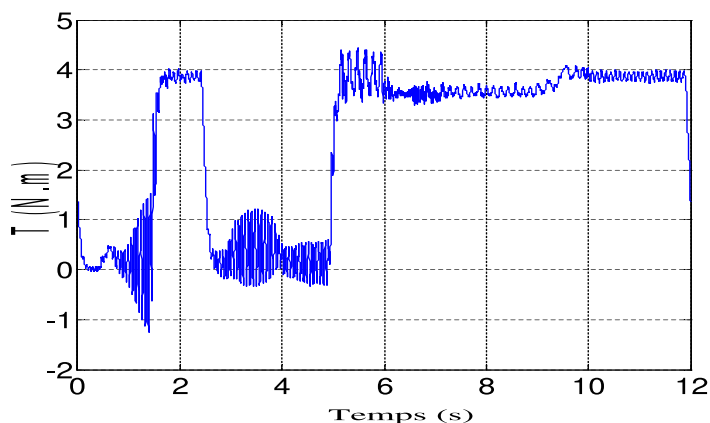


FIG. 4.11 – Le couple mesuré

Les résultats expérimentaux obtenus sont donnés par les figures 4.12 et 4.13. La figure 4.12 montre les réponses de la MAS dans le cas nominal (sans variation des paramètres). Nous constatons que les trajectoires de la vitesse et du flux suivent correctement leurs références et le couple de charge est suffisamment rejeté, même s'il est énormément bruité. Néanmoins, un petit écart apparaît dans la trajectoire de la vitesse quand un couple de charge important est appliqué.

La robustesse du contrôleur vis à vis de défauts (variation de la résistance rotorique) est vérifiée. La figure 4.13 montre les résultats obtenus en présence de variation de +100% de  $R_r$ . Nous constatons que le contrôleur donne les mêmes résultats que dans le cas sans défauts.

Les résultats expérimentaux obtenus sont similaires à ceux de la simulation. Néanmoins, à cause des bruits de mesure, du temps mort de l'onduleur qui n'est pas pris en considération et de la mauvaise connaissance des paramètres (par exemple, la saturation magnétique qui n'est pas considérée et l'imperfection du couple de charge), quelques différences apparaissent.

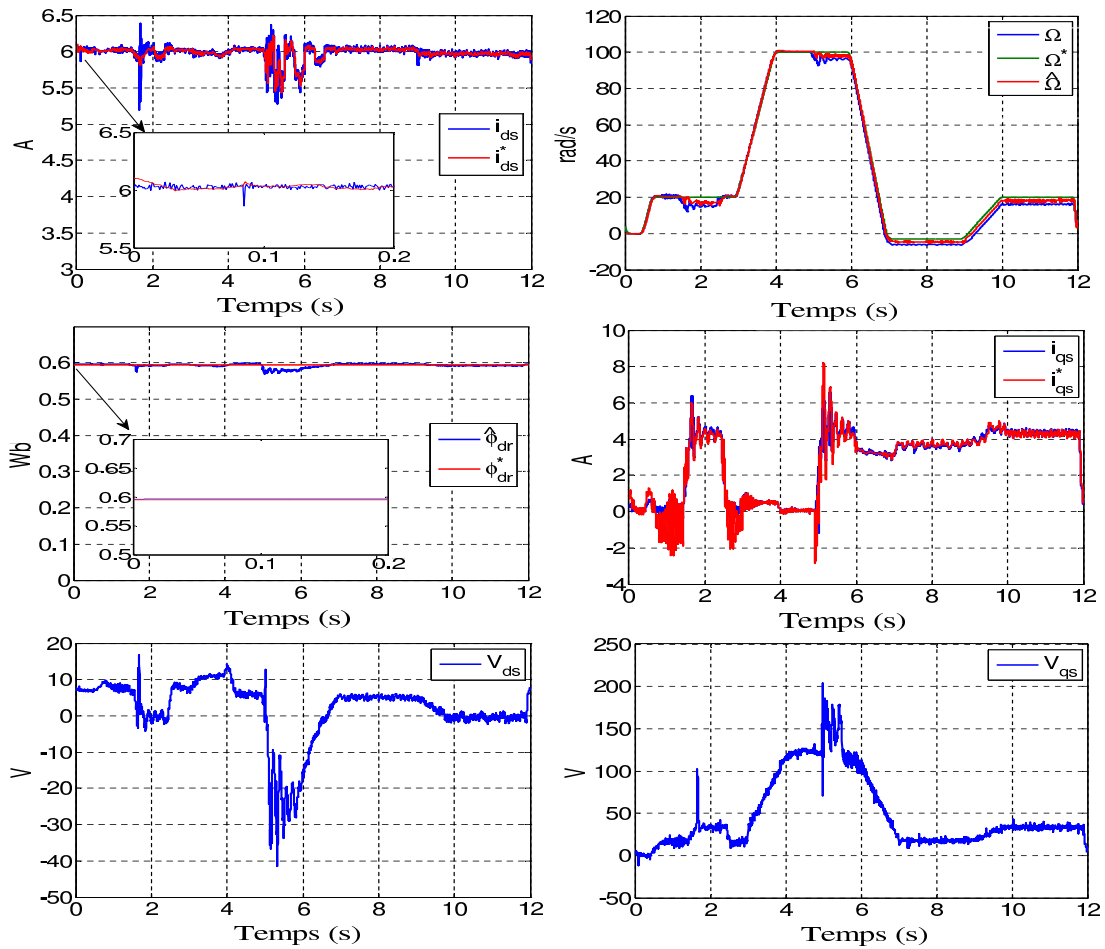


FIG. 4.12 – Résultats expérimentaux dans le cas nominal (sans variation de paramètres ou mode sans défauts)

**Remarque 4.1.** Par comparaison aux travaux existants déjà rapportés dans la littérature [120, 136, 137, 130], la commande robuste sans capteur proposée donne aussi des résultats acceptables sans ajustement des paramètres ou de la structure du contrôleur. En effet, les performances désirées sont atteintes en présence de défauts rotoriques et ce dans les différentes conditions de fonctionnement, i.e, à basse, à haute et à très basse vitesse avec un couple de charge variable.

Aussi, le contrôleur proposé rejette l'effet du couple de charge malgré sa mesure bruitée (voir Fig. 4.11). A notre connaissance, l'association de la commande par backstepping avec les observateurs à modes glissants d'ordre supérieur pour la conception d'un contrôleur robuste sans capteur mécanique pour la MAS n'est pas considérée dans la littérature. De plus, le contrôleur proposé est validé par simulation et par expérimentation.

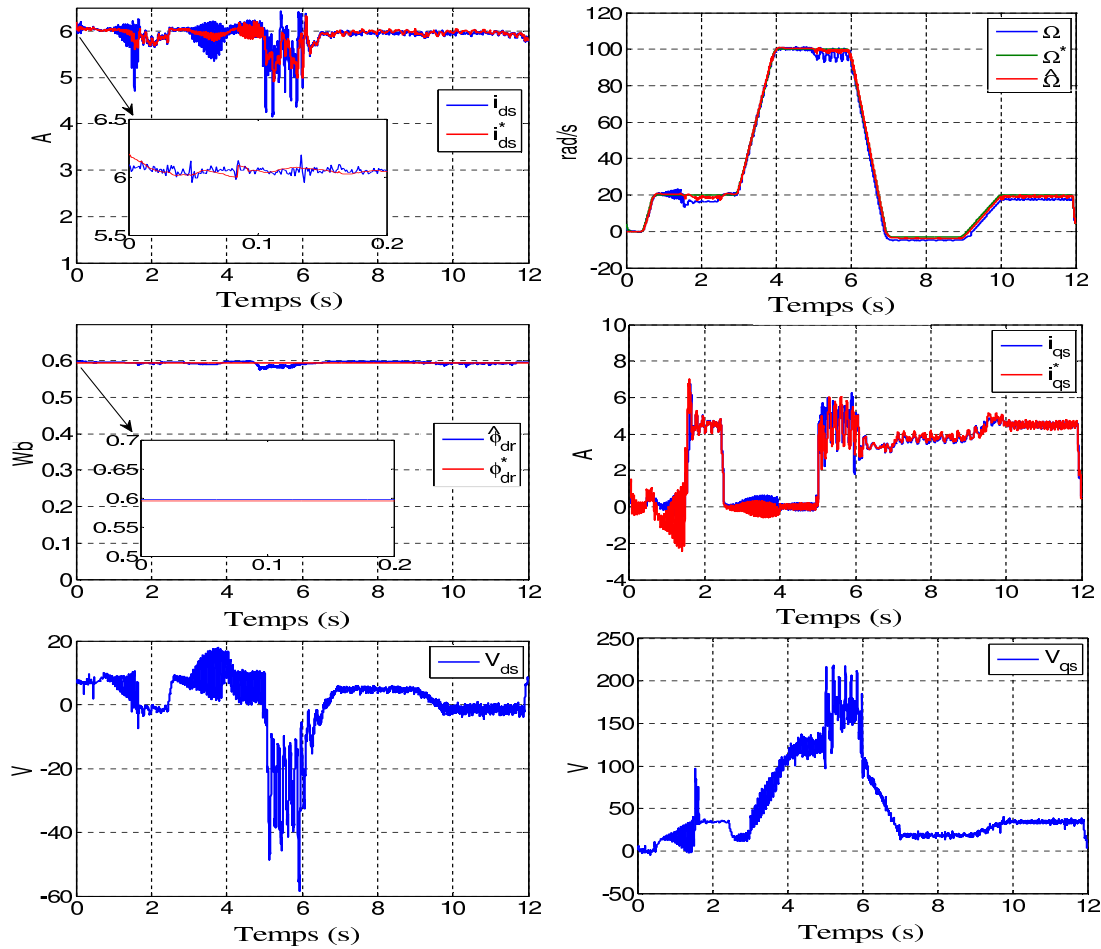


FIG. 4.13 – Résultats expérimentaux avec une variation de +100% de la résistance rotorique  $R_r$

**Remarque 4.2.** Dans tous les résultats de simulation et d'expérimentation présentés ci-dessus, l'observateur a été remplacé par un estimateur dans la zone de fonctionnement à très basse vitesse ( zone d'inobservabilité entre 7s et 9s) et ce pour remédier au mauvais comportement de l'observateur qui diverge à très basse vitesse.

## 4.4 Conclusion

Dans ce chapitre, deux types de commandes tolérantes aux défauts pour la MAS ont été proposés. La première commande est dite commande tolérante aux défauts active utilisant un observateur à modes glissants d'ordre un afin de détecter et de compenser les défauts rotoriques et statoriques. Nous avons constaté, qu'en absence de défauts, un contrôleur par

backstepping permet de forcer le flux et la vitesse à suivre leurs références et de rejeter l'effet du couple de charge. Cependant, la présence de défauts dégrade les performances de la commande du moteur. Pour détecter et estimer les défauts, nous avons utilisé un observateur à modes glissants d'ordre un. L'utilisation d'un observateur à modes glissants a fourni une bonne estimation des défauts. Afin de compenser les défauts, nous avons introduit une reconfiguration de la loi de commande par l'ajout des lois de commande supplémentaires. Ces dernières exploitent les estimés des défauts fournis par l'observateur (bloc de diagnostic). Nous avons constaté, que la reconfiguration permet de compenser l'effet des défauts. Des résultats théoriques sur la convergence de l'observateur et sur la stabilité en boucle fermée du système ainsi commandé ont été établis. Enfin, les tests de simulation effectués ont permis d'illustrer les résultats théoriques et de vérifier l'efficacité de la méthodologie proposée.

La deuxième commande est dite passive. Elle consiste en la synthèse d'une commande robuste en utilisant la technique robuste de backstepping. Cette commande permet, d'une part, de forcer le flux et la vitesse à suivre leurs références en présence de défauts rotoriques de type cassures de barre induisant la variation de la résistance rotorique et d'autre part elle permet de rejeter la perturbation de couple de charge. De plus, la commande est associée à un observateur à modes glissants d'ordre deux afin d'éviter l'utilisation d'un capteur de vitesse. L'observateur utilisé permet d'estimer la vitesse et le flux à partir uniquement des mesures des courants. Les résultats de simulation obtenus ont montré la robustesse du schéma proposé. La méthode de commande tolérante aux fautes ainsi élaborée a été implémentée pratiquement sur une plate forme d'essai à travers une carte Dspace. Les résultats expérimentaux obtenus ont permis de valider l'approche proposée. La convergence de l'observateur et celles des grandeurs régulées vers leurs références respectives, la robustesse de l'observateur et du contrôleur ainsi que le rejet des perturbations ont été vérifiés par simulation et expérimentalement.

# Conclusion générale

Nos travaux réalisés dans le cadre de cette thèse ont eu pour but de proposer des méthodes de détection de défauts et de commandes tolérantes aux défauts active et passive à base d'observateurs pour la machine asynchrone afin de compenser et détecter les défauts statoriques et/ou rotoriques. Nous nous sommes particulièrement intéressés à l'utilisation des observateurs à modes glissants. Ces observateurs sont utilisés soit pour réaliser une commande tolérante aux défauts sans capteur mécanique, soit pour la détection et l'estimation des défauts. Le choix de ce type d'observateur a été motivé en raison de leur robustesse vis-à-vis de perturbations, leur convergence en temps fini et leur aptitude à estimer les défauts par une simple analyse de l'erreur de sortie en mode de glissement.

Dans le premier chapitre, nous avons rappelé les notions relatives au diagnostic et à la synthèse de commandes tolérantes aux fautes ainsi que les principales méthodes proposées dans la littérature. Les méthodes de diagnostic existantes dans la littérature sont répertoriées en deux classes : la classe des méthodes nécessitant un modèle mathématique du procédé et la classe des méthodes sans modèle. Les méthodes avec modèle utilisant les observateurs d'état ont été présentées, en se limitant aux observateurs à modes glissants, les observateurs à entrées inconnues et les observateurs à grand gain. La commande tolérante aux défauts est capable d'assurer des performances acceptables en dépit de la présence de défauts. Nous avons vu qu'il y a deux types : la commande passive et la commande active. L'approche passive, consiste en la synthèse d'une commande robuste. Elle permet de compenser certains défauts avec des régulateurs fixes. Ce type de commande n'a besoin ni d'un bloc de diagnostic ni d'un bloc de reconfiguration ou d'adaptation du contrôleur. Par contre, la commande active utilise un bloc de diagnostic afin de détecter les défauts. Ensuite, afin de compenser les défauts, elle procède à la modification de la structure ou des paramètres du régulateur.

Nous avons dédié le chapitre deux à la modélisation de la machine asynchrone en présence et en absence de défauts. Après avoir rappelé les principaux défauts intervenant dans la machine asynchrone, nous avons élaboré, pour cette machine, deux modèles de défauts. Le premier modèle est établi en présence de défauts rotoriques de type cassure de barres, qui conduisent à la variation de la résistance rotorique. La modélisation de ces variations permet d'obtenir un modèle en présence de défauts rotoriques. Le deuxième modèle traite les défauts rotoriques et statoriques induisant des harmoniques dans les courants statoriques. Ce modèle est obtenu par la modélisation des harmoniques par un exosystème.

Dans le chapitre trois, nous avons synthétisé deux observateurs à modes glissants. Le premier est destiné à la commande et le deuxième au diagnostic. Le premier est un observateur à modes glissants d'ordre deux qui sert à estimer la vitesse et le flux afin de s'affranchir de l'utilisation de capteur mécanique. Les résultats de simulation effectués ont montré la robustesse de l'observateur vis-à-vis des variations paramétriques et du couple de charge. Le deuxième observateur est d'ordre un, il permet d'estimer les défauts par l'analyse de l'erreur de la sortie en mode glissant. Les tests de simulations effectués ont montré les bonnes performances de l'observateur proposé.

Dans le chapitre quatre, nous avons proposé des nouvelles méthodes de commande pour la machine asynchrone afin de compenser l'effet des défauts. La première est dite commande active tolérante aux défauts par observateur à modes glissants en présence de défauts statoriques et rotoriques. Celle-ci a été une des contributions de nos travaux. La commande tolérante aux défauts proposée est composée d'une commande nominale par backstepping capable de forcer le flux et la vitesse à suivre leurs références en présence d'un couple de charge et d'une commande supplémentaire qui permet d'annuler l'effet des défauts sur la machine. La commande supplémentaire utilise les estimés des défauts fournis par le bloc de diagnostic. Nous avons illustré, par des simulations, les résultats théoriques obtenus concernant la convergence de l'observateur, la détection de défauts et la capacité de la commande élaborée à stabiliser le système en boucle fermée en présence des défauts. Les résultats de simulation obtenus ont montré que la commande nominale toute seule permet de préserver les performances du système dans les situations sans défauts et qu'elle est insuffisante dans le cas avec défauts. L'ajout de la commande supplémentaire qui sert à reconfigurer la commande nominale permet de compenser l'effet des défauts. Aussi l'obser-

vateur utilisé donne de bons estimés de défauts. Les tests de robustesse effectués vis à vis des incertitudes de modélisation ont montré les bonnes performances des lois de commande proposées.

Une autre contribution de nos travaux consiste en la synthèse d'une commande passive tolérante aux défauts sans capteur mécanique. La commande proposée sert à compenser les défauts rotoriques conduisant à la variation de la résistance rotorique. La commande utilise la technique robuste par backstepping afin de contraindre le flux et la vitesse à suivre leurs références respectives malgré le couple de charge et les variations de la résistance rotorique. Ensuite cette commande est associée à un observateur par modes glissants d'ordre deux permettant d'estimer le flux et la vitesse à l'aide des mesures des courants uniquement. Cette commande s'affranchit donc de l'utilisation de capteurs mécaniques. La stabilité globale (commande+observateur) a été démontrée en deux étapes en utilisant la fonction de Lyapunov. Dans la première étape, nous avons montré la bornitude des trajectoires avant la convergence de l'observateur. Dans la deuxième étape, nous avons montré la convergence des trajectoires après la convergence de l'observateur. La commande a été testée par simulation et validée expérimentalement sur un banc d'essai. Les résultats de simulation et expérimentaux obtenus ont montré les bonnes performances de la commande proposée en basse vitesse et en haute vitesse et ce sans adaptation ni reconfiguration de la commande. En effet, nous avons observé que la vitesse et le flux suivent correctement leurs références et le couple de charge est bien rejeté à basse vitesse et à haute vitesse. Cependant, un petit écart apparaît dans la trajectoire de la vitesse entre 7s et 9s (zone inobservable). Aussi, le flux et la vitesse estimés ont convergé vers leurs valeurs réelles.

Parmi les perspectives que ce travail suggère, il nous paraît intéressant de développer les points suivants :

- Au chapitre quatre, la commande tolérante aux défauts passive a été validée uniquement par des simulations. La validation de la commande par des essais expérimentaux reste un objectif important à réaliser. Il faudrait aussi associer aux méthodes de diagnostic développées une stratégie d'isolation de défauts. La comparaison aux autres techniques de diagnostic et d'isolation de défauts est souhaitée.
- L'étude de l'observabilité d'un système non linéaire en présence de défauts constitue une voie de recherche à développer de manière plus formelle dans le cadre général.
- Afin de modéliser les défauts dus aux courts circuits dans le stator, nous avons introduit les harmoniques des courants créés par ces défauts. Revenir dans la modélisation un peu

plus en amont dans l'origine des défauts serait, à notre avis, plus réaliste. La recherche de modèles de défauts, qui décrivent de manière plus juste la réalité de la machine électrique en présence de courts circuits dans les trois phases du stator ou même du rotor est un travail aussi intéressant à mener.

- Dans notre étude, nous avons principalement utilisé les observateurs à modes glissants qui ont la propriété de converger en temps fini. La stabilité en temps fini de ces observateurs nous a permis de conclure sur la stabilité du système bouclé. Ce point qui traite le problème de séparation de l'observation et de la commande des systèmes non linéaires mérite d'être revu de manière approfondie.
- Application des méthodes proposées à d'autres procédés industriels.

# Bibliographie

- [1] G. D. Gonzalez, R. Paut, A. Cipriano, D. R. Miranda, and G. E. Ceballos, "Fault detection and isolation using concatenated Wavelet transform variances and discriminant analysis", *IEEE Transactions on signal processing*, vol. 54, n°. 5, pp. 1727-1736, 2006.
- [2] Y. Li, C. Han and W. Xu et al, "Nonlinear spectral analysis and its applications in fault diagnosis", *Journal of Xi'an Jiaotong University*, vol. 34, n°. 9, pp. 103-105, 2000.
- [3] Y. Zhang, H. Zhou, S. J. Qin and T. Chai, "Decentralized fault diagnosis of large-scale processes using multiblock kernel partial least squares", *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, vol. 6, n°. 1, pp. 3-10, 2010.
- [4] Y. Zhang, T. Chai, L. Zhiming and C. Yang, "Modeling and monitoring of dynamic processes", *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, vol. 23, n°. 2, pp. 277-284, 2012.
- [5] F. Kratz, "Utilisation des techniques de redondances matérielles et analytiques à la détection de pannes de capteurs : Application aux centrales nucléaires", thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, Centre de Recherche en Automatique de Nancy, 1991.
- [6] B. Köppen-Seliger and P. M. Frank, "Fuzzy logic and neural networks in fault detection", In L. Jain and N. Martin (Eds.), editors, *Fusion of Neural Networks, Fuzzy Sets, and Genetic Algorithms*, pp. 169-209. CRC Press, New York, NY, 1999.
- [7] P. M. Frank, "Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy, a survey and some new results", *Automatica*, vol. 26, n°. 3, pp. 459-474, 1990.
- [8] R. J. Patton, C. J. Lopez-Toribio and F. J. Uppal, Artificial intelligence approaches to fault diagnosis for dynamic systems. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science* 9(3), pp. 471-518, 1999.

- [9] R. J. Patton, C. J. Lopez-Toribio and F. J. Uppal, "Soft computing approaches to fault diagnosis for dynamic systems : a survey", *Proceedings of the 4th IFAC Symposium SAFEPROCESS'00*, Budapest, Hungary, vol. 1, pp. 298-311, 2000.
- [10] Q. Zhao and Z. Xu, "Design of a novel knowledge-based fault detection and isolation scheme", *IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 34, n°. 2, pp. 1089- 1095, 2004.
- [11] J. Korbicz, "Fault diagnostic of nonlinear dynamical systems using analytical and soft computing methods", *Journal of Automation, Mobile Robotics and Intelligent Systems*, pp. 7-23, vol. 1, n°. 1, 2007.
- [12] T. Sorsa, H. N. Koivo, "Application of artificial neural networks in process fault diagnosis", *Automatica*, vol. 29, n°. 4, pp. 843-849, 1993.
- [13] P. M. Frank, B. K. Seliger, "New developments using AI in fault diagnosis", *Engng Applic. Artif. Intell.*, vol. 10, n°. 1, pp. 3-14, 1997.
- [14] X. G. Yan and C. Edwards, "Robust sliding mode observer-based actuator fault detection and isolation for a class of nonlinear systems", *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference*, pp. 987-992, 2005.
- [15] X. G. Yan and C. Edwards, "Sensor fault detection and isolation for nonlinear systems based on a sliding mode observer", *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 21, n°. 8, pp. 657-673, 2007.
- [16] C. Edwards, S. K. Spurgeon and R. J. Patton, "Sliding mode observers for fault detection and isolation", *Automatica*, vol. 36, n°. 4, pp. 541-553, 2000.
- [17] T. Floquet, J. P. Barbot, W. Perruquetti and M. Djemai, "On the robust fault detection via a sliding mode disturbance observer", *International Journal of control*, vol. 77, n°. 7, pp. 622-629, 2004.
- [18] R. Martinez-Guerra, R. Garrido and A. Osorio-Miron, "The fault detection problem in nonlinear systems", *Proceeding of the American Control Conference*, Boston, pp. 5686-5691, 2004.
- [19] B. Jiang, M. Staroswiecki and V. Cocquempot, "Fault diagnosis based on adaptive observer for a class of non-linear systems with unknown parameters", *Int. J. Control*, vol. 77, n°. 4, pp. 415-426, 2004.

- [20] D. Koenig and S. Mammar, "Design of a class of reduced order unknown inputs nonlinear observer for fault diagnosis", *Proceedings of the American Control Conference Arlington*, pp. 2143-2147, 2001.
- [21] E. A. Garcia and P. M. Frank, "Deterministic nonlinear observer-based approaches to fault diagnosis : A survey", *Control Eng. Practice*, vol. 5, n°. 5, pp. 663-670, 1997.
- [22] W. Chen, M. Saif, and Y. C. Soh, "A variable structure adaptive observer approach for actuator fault detection and diagnosis in uncertain nonlinear systems", *Proceedings of the American Control Conference*, vol. 4, pp. 2674-2678, 2000.
- [23] R. Isermann, "Supervision, fault detection and fault diagnosis methods, an introduction", *Control Eng. Practice*, vol. 5, n°.5, pp. 639-652, 1997.
- [24] A. Xu and Q. Zhang, "Nonlinear system fault diagnosis based on adaptive estimation", *Automatica*, vol. 40, n°. 7, pp. 1181-1193, 2004.
- [25] J. Gertler, "Analytical redundancy methods in fault detection and isolation", In SAFEPROCESS '91, Baden-Baden, Germany, Septembre 1991.
- [26] M. A. Massoumnia, "A geometric approach to the synthesis of failure detection filters", *IEEE Trans. On Autom. Contr.*, vol. 31, n°. 9, pp. 836-846, 1986.
- [27] R. J. Patton and J. Chen, "Parity space approach to model-based fault diagnosis-a tutorial survey and some new results", In SAFEPROCESS '91, Baden-Baden, Allemagne, 1991.
- [28] M. Staroswiecki and G. Comtet-Varga, "Analytical redundancy relations for fault detection and isolation in algebraic dynamic systems", *Automatica*, vol. 37, pp. 687-699, 2001.
- [29] M. Y. Zhong, Q. Ding and P. Shi, "Parity space-based fault detection for Markovian jump systems", *International Journal of Systems Science*, vol. 40, n°. 4, pp. 421-428, 2009.
- [30] M. Blanke, M. Kinnaert, J. Lunze, and M. Staroswiecki, "Diagnostic and fault tolerant control", Springer-Verlag, 2003.
- [31] Y. Zhang, J. Jiang, "Bibliographical review on reconfigurable fault-tolerant control systems", *Annual Reviews in Control*, vol. 32, pp. 229-252, 2008.
- [32] F. Guenab, "Contribution aux systèmes tolérants aux défauts : synthèse d'une méthode de reconfiguration et/ou de restructuration intégrant la fiabilité des composants", thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy 1, février 2007.

- [33] M. Rodrigues, "Diagnostic et commande active tolérante aux défauts appliqués aux systèmes décrits par des multi-modèles linéaires", thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy 1, Décembre 2005.
- [34] M. Oudghiri, "Commande multi-modèles tolérante aux défauts : Application au contrôle de la dynamique d'un véhicule automobile", thèse de doctorat, Université de Picardie Jules, Octobre 2008.
- [35] A. Khelassi, "Nouvelle méthodologie de synthèse de lois de commande tolérante aux fautes garantissant la fiabilité des systèmes", thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy 1, juillet 2011.
- [36] M. L. Corradini , G. Orlando , G. Parlangeli, "A fault tolerant sliding mode controller for accommodating actuator failures", *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference 2005*, Seville, Spain, December 12-15, pp. 3091-3096, 2005.
- [37] J. S. Hua, D. Yin , Y. Hori, "Fault-tolerant traction control of electric vehicles", *Control Engineering Practice*, vol. 19, pp. 204-213, 2011.
- [38] P. Mhaskar, C. McFall, A. Gani, P. D. Christofides, J. F. Davis, "Isolation and handling of actuator faults in nonlinear systems", *Automatica*, vol. 44, pp. 53-62, 2008.
- [39] M. L. Corradini , A. Manni, G. Orlando , G. Parlangeli, "A fault tolerant control strategy for linear systems subject to a class of faults", *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision Control Manchester Grand Hyatt Hotel*, San Diego, CA, USA, December 13-15, pp. 4411-4416, 2006.
- [40] A. Fekih, "A Robust Fault Tolerant Control Strategy for a Class of Nonlinear Uncertain Systems", *Proceedings of the 2006 American Control Conference Minneapolis*, Minnesota, USA, June 14-16, pp. 5474-5480, 2006.
- [41] M. Mahmoud, J. Jiang , Y. Zhang, "Optimal Control Law for Fault Tolerant Control Systems", *Proceedings of the 39 IEEE Conference on Decision and Control*, Sydney, Australia, December, 2000.
- [42] H. Niemann, "Fault Tolerant Control based on Active Fault Diagnosis", *American Control Conference*, June 8-10, Portland, OR, USA, 2005.
- [43] P. E. Dumont, "Tolérance active aux fautes des systèmes d'instrumentation", thèse de doctorat, Université de Lille, décembre, 2006.
- [44] G. Didier, "Modélisation et diagnostic de la machine asynchrone en présence de défaillances", thèse de doctorat, Université Nancy 1, France, 2004.

- [45] D. U. Campos-Delgado, D. R. Espinoza-Trejo and E. Palacios, "Fault tolerant control in variable speed drives : a survey", *IET Electric Power Applications*, vol. 2, no. 2, pp. 121-134, 2008.
- [46] D. Luenberger, "An introduction to observers", *IEEE Transaction on Automatic Control*, vol. 16, n°.6, pp. 596-602, 1971.
- [47] R. E. Kalman and R. S. Bucy, "New results in linear filtering and prediction theory", *Journal of Basic Engineering*, vol. 83, pp. 95-108, 1961.
- [48] A. J. Krener and A. Isidori, "Linearization by output injection and nonlinear observers", *Systems Control Letters*, vol. 3, pp. 47-52, 1983.
- [49] A. Gelb, "Applied optimal estimation", MIT Press, Cambridge, 1992.
- [50] J. P. Gauthier, H. Hammouri and S. Othman, "A simple observer for nonlinear systems applications to bioreactors", *IEEE Transaction on Automatic Control*, vol. 37, n°.6, pp. 875-880, 1992.
- [51] J. P. Gautier and A. K. Kupka, "Deterministic observation theory and applications", Cambridge Univ. Press, 1997.
- [52] G. Bastin and M. Gevers, "Stable adaptive observers for non linear time varying systems", *IEEE Transaction on Automatic Control*, vol. 33, n°. 7, pp. 650-658, 1998.
- [53] A. Akhenak, "Conception d'observateurs nonlinéaires par approche multimodèle : application au diagnostic", thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, France, 2004.
- [54] W. Perruquetti, J. P. Barbot, "Sliding mode control in engineering", Marcel Dekker Inc., New-York, 2002.
- [55] C. Edwards and S. K. Spurgeon, "On the development of discontinuous observers", *International Journal of Control*, vol. 25, pp. 1211-1229, 1994.
- [56] A. Benallegue, A. Mokhtari and L. Fridman, "High-order sliding-mode observer for a quadrotor UAV", *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2010.
- [57] J. P. Barbot and Thierry Floquet, "Iterative higher order sliding mode observer for nonlinear systems with unknown inputs", *Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems*, vol. 17, n°6, pp. 1019-1033, 2010.
- [58] Y. B. Shtessel, Editorial 1 : "Higher order sliding mode observers", *International Journal of Systems Science*, vol. 38, n°.10, pp. 771-772, 2007.

- [59] Z. Li and B. Dahhou, "Parameter intervals used for fault isolation in nonlinear dynamic systems", *International Journal of Modeling, Identification and Control*, vol. 1, n°. 3, pp. 215-229, 2006.
- [60] J. S. Meditch and G. H. Hostetter, "Observers for systems with unknown and inaccessible inputs", *International Journal of Control*, vol. 19, pp. 637-640, 1971.
- [61] J. Moreno, "Existence of unknown input observers and feedback passivity for linear systems", *IEEE Conference on Decision and Control*, vol. 1, pp. 3366-3371, 2001.
- [62] M. Hou and P. C. Mtiler, "Design of observers for linear systems with unknown inputs", *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 37, n°. 6, pp. 871-875, 1992.
- [63] S. Moreau, "Contribution à la modélisation et à l'estimation paramétrique des machines électriques à courant alternatif : Application au diagnostic, thèse de doctorat, Université de Poitiers, 1999.
- [64] S. Bachir, S. Tnani, J. C. Trigeassou, and G. Champenois, "Diagnosis by parameter estimation of stator and rotor faults occurring in induction machines", *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 53, n°. 3, pp. 963-973, 2006.
- [65] L. M. R. Baccarina, J. P. B. Tavaresa, B. R. de Menezes, W. M. Caminhas, "Sliding mode observer for on-line broken rotor bar detection", *Electric Power Systems Research*, vol. 80, pp. 1089-1095, 2010.
- [66] M. Allouche, D. Mehdi, F. Tadeo, M. Chaabane, M. Souissi, "Takagi-Sugeno fuzzy observer design for induction motors with immeasurable decision variables : state estimation and sensor fault detection", *International Journal of Computer Applications*, vol. 23, n°. 4, pp. 44-51, 2011.
- [67] C. S. Kallesoe, R. Izadi-Zamanabadi, P. Vadstrup, and H. Rasmussen, "Observer-based estimation of stator-winding faults in delta-connected induction motors : A linear matrix inequality approach", *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 43, n°. 4, pp. 1022-1031, 2007.
- [68] K. S. Gaeid and H. W. Ping, "Induction motor fault detection and isolation through unknown input observer", *Scientific Research and Essays*, vol. 5, n°. 20, pp. 3152-3159, October, 2010.
- [69] M. Ghazal, J. Poshtan, "Robust Stator Winding Fault Detection in Induction Motors", *2nd power Electronics drive Systems and Technologies conference*, pp.163-168, 2011.
- [70] M. L. Benloucif, H. Balaska, "Robust fault detection for an induction machine", *IEEE Conf. (WAC)*, pp. 1-6, 2006.

- [71] A. M. Mohamed, "Observation et diagnostic de processus industriels à modèle non-linéaire, application aux machines électriques", thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes, juillet 2010.
- [72] A. Mahamoud, A. Glumineau and I. Souleiman, "On a new strategy for induction motors fault detection and isolation", *8th IEEE International Conference on Control and Automation*, Xiamen, China, June 9-11, pp. 1428-1433, 2010.
- [73] C. S. Kallesoe, P. Vadstrup, H. Rasmussen and R. Izadi-Zamanabadi, "Estimation of stator winding faults in induction motors using an adaptive observer scheme", *Proceedings of the Industry Applications Conference*, Seattle, USA, 2, pp. 1225-1232, 2004.
- [74] M. Said, M. Benbouzid, A. Benchaib, "Detection of broken bars in induction motors using an extended Kalman filter for rotor resistance sensorless estimation", *IEEE Transaction on Energy Conversion*, vol. 15, n°.1, Mars 2000.
- [75] I. B. A. Bazine, S. Bazine, S. Tnani, G. Champenois, "On-line broken bars detection diagnosis by parameters estimation", *13th European Conference on Power Electronics and Applications EPE*, Spain, Barcelona, September 8-10 2009.
- [76] F. Karami, J. Poshtan, M. Poshtan, "Detection of broken rotor bars in induction motors using nonlinear Kalman filters", *ISA Transactions*, vol. 49, pp. 189-195, 2010.
- [77] K. R. Cho, J. H. Lang and S. D. Umans, "Detection of broken rotor bars in induction motors using state and parameter estimation", *IEEE Transactions on Industry Applications*, 28, pp. 702-709, 1992.
- [78] T. Boumegoura, J. C. Marques, H. Yahoui, G. Clerc and H. Hammouri, "Rotor induction machine failure : Analysis and diagnosis", *Euro. Trans. Electr. Power*, 14, pp. 71-84, 2004.
- [79] T. Boumegoura, "Recherche de signature électromagnétique des défauts dans une machine asynchrone et synthèse d'observateurs en vue du diagnostic", thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon, Mars 2001.
- [80] J. H. Jung, J. J. Lee and B. H. Kwon, "Online diagnostic of induction motors using MCSA", *Industrial electronics Transactions*, vol. 53, n°. 6, pp. 1842-1852, 2006.
- [81] M. E. H. Benbouzid, "A review of induction motors signature analysis as a medium for fault detection", *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 47, n°. 5, pp. 984-993, 2000.

- [82] A. Belli, F. Filippetti, G. Franceschini, C. Tassoni and G. Klim, "quantitative evaluation of induction motor broken bars by means of electrical signature analysis", *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 37, pp. 1248-1255, 2001.
- [83] F. Duan, "Diagnostic of rotor and stator Problems in industrial induction motors", MESD thesis, 2010.
- [84] A. Menacer, M. S. Nait-Said, H. Benakcha, S. Drid, "Stator current analysis of incipient fault into asynchronous motor rotor bars using Fourier fast transform", *Journal of Electrical Engineering*, vol. 55, n°. 5-6, pp. 122-130, 2004.
- [85] M. Sahraoui, S. E. zouzou, A. Menacer, A. Aboubou et A. Derghal, "Diagnostic des défauts dans les moteurs asynchrones triphasés à cage, Partie II : Méthodes dédiés à la détection des cassures de barres dans les moteurs asynchrones triphasés à cage", *Courrier du Savoir*, n°. 5, pp. 57-61, 2004.
- [86] A. Lebaroud, A. Bentounsi, "Detection improvement of the broken rotor bars of IM after supply disconnection", *Journal of Electrical Engineering*, vol. 56, n°. 11-12, pp. 322-326, 2005.
- [87] R. Sharifi, M. Ebrahimi, "Detection of stator winding faults in induction motors using three-phase current monitoring", *ISA Transactions*, vol. 50, pp. 14-20, 2011.
- [88] S. Nandi, S. Ahmed and H. A. Toliyat, "Detection of rotor slot and other eccentricity related harmonics in a three phase induction motor with different rotor cages", *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 16, n°. 3, pp. 253-260, 2001.
- [89] M. E. H. Benbouzid, M. Vieira, and C. Theys, "Induction motors' faults detection and localization using stator current advanced signal processing techniques", *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 14, n°. 1, pp. 14-22, 1999.
- [90] B. Trajin, "Détection automatique et diagnostic des défauts de roulements dans une machine asynchrone par analyse spectrale des courants statoriques", JCGE'08 LYON, 16 et 17 décembre 2008.
- [91] B. Gaydon, "Instrument to detect induction motor rotor circuit defects by speed fluctuation measurement", *International conference on advance in medical signal and information processing*, pp. 5-8, 1979.
- [92] A. Sadoughi, M. Ebrahimi and E. Razaei, "A new approach for induction motor broken bar diagnostic by using vibration spectrum", *International joint conference SICE-ICASE*, pp. 4715-4720, 2006.

- [93] T. Vaimann, A. Kallaste, "Detection of broken rotor bars in three-phase squirrel-cage induction motor using fast Fourier transform", *10th International Symposium, Topical Problems in the Field of Electrical and Power Engineering*, Pärnu, Estonia, January 10-15, pp. 52-56, 2011.
- [94] M. Kahaei, M. Torbatian, J. Poshtan, "Bearing-fault detection using the Meyer-wavelet-packets algorithm", *Journal of Mechanical Engineering*, vol. 53, n°. 3, pp. 186-192, 2007.
- [95] C. Combastel, S. Lesecq, S. Petropol, S. Gentil, "Model-based and wavelet approaches to induction motor on-line fault detection", *Control Engineering Practice*, vol. 10, pp. 493-509, 2002.
- [96] J. A. A. D. M. Riera-Guasp, M. Pineda-Sanchez, R. Puche- Panadero, J. Perez-Cruz, "A general approach for the transient detection of slip-dependent fault components based on the discrete Wavelet transform", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 55, pp. 4167-4180, 2008.
- [97] J. A. R. S. Rajagopalan, J. M. Aller, T. G. Habetler, R. G. Harley, "Nonstationary motor fault detection using recent quadratic time-frequency representations", *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 44, pp. 735-744, 2008.
- [98] A. M. F. Ponci, L. Cristaldi, M. A. L. M. Lazzaroni, "Diagnostic of a Faulty Induction Motor Drive via Wavelet Decomposition", *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 56, pp. 2606-2615, 2007.
- [99] P. J. J. Antonino-Daviu, M. Riera, A. Arkkio, and J. Roger-Folch, "DWT analysis of numerical and experimental data for the diagnosis of dynamic eccentricities in induction motors", *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 21, pp. 2575-2589, 2007.
- [100] T. S. R. M. A. S. K. Khan, M. A. Rahman., "Real-time implementation of Wavelet packet transform-based diagnosis and protection of three-phase induction motors", *IEEE Trans. Energy Conversion*, vol. 22, pp. 647-655, 2007.
- [101] A. K. Milimonfared J. H. M. Toliyat H, "Broken rotor bar detection in induction motor via wavelet transformation", *The 27th IEEE Annual Conference IECON 01*, vol. 1, 2001.
- [102] D. Anton, A. Syafaruddin, D. N. Wardana, M. H. Purnomo, T. Hiyama, "Characterization of temporary short circuit in induction motor winding using Wavelet ana-

- lysis", *Proceedings of the 2010 International Conference on Modelling, Identification and Control*, Okayama, Japan, July 17-19, pp. 477-482, 2010.
- [103] J. Antonino-Daviu, P. Jover Rodriguez, M. Riera-Guasp, A. Arkkio, J. Roger-Folch, R. B. Pérez, "Transient detection of eccentricity-related components in induction motors through the Hilbert–Huang Transform", *Energy Conversion and Management*, vol. 50, pp. 1810–1820, 2009.
- [104] S. H. Kia, H. Henao, and G. A. Capolino, "Diagnosis of broken-bar fault in induction machines using discrete Wavelet transform without slip estimation", *IEEE Transaction on Industry Applications*, vol. 45, n°. 4, pp. 1395-1404, 2009.
- [105] V. T. Do, U. P. Chong, "Signal model-based fault detection and diagnosis for induction motors using features of vibration signal in two dimension domain", *Journal of Mechanical Engineering*, vol. 57, n°. 9, pp. 655-666, 2011.
- [106] N. Mehala, R. Dahiya, "Rotor faults detection in induction motor by Wavelet analysis", *International journal of engineering science and technology*, vol. 1, n°. 3, pp. 90-99, 2009.
- [107] M. Zeraoulia, A. Mamoune, H. Mangel, M. E. H. Benbouzid, "A simple fuzzy logic approach for induction motors stator condition monitoring", *Journal of. Electrical Systems*, pp. 15-25, 2005.
- [108] M. sreedevis, P. Jenopaul, "Stator fault detection and diagnosis of a induction motor using neuro fuzzy logic", *International journal of electrical and power engineering*, vol. 5, n°. 2, pp. 102-107, 2011.
- [109] T. Han, B. S. Yang, W. H. Choi, and Jae-Sik Kim, "Fault diagnosis system of induction motors based on neural network and genetic algorithm using stator current signals", *International Journal of Rotating Machinery*, pp. 1–13, 2006.
- [110] A. Siddique, G. X. Yadava and B. Sin, "Applications of artificial intelligence techniques for induction machine stator fault diagnostics : Review", *Symposium on Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives*, Allantla, GA, USA 24-26 August, pp. 29-34, 2003.
- [111] F. Filippetti, G. Franceschini, C. Tassoni, and P. Vas, "Recent developments of induction motor drives fault diagnosis using AI techniques", *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 47, n°. 5, pp. 994–1004, Oct. 2000.

- [112] C. T. Kowalski, T. Orłowska-Kowalska, "Neural network application for induction motor faults diagnosis", *Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 63, pp. 435-448, 2003.
- [113] G. Graton, "Diagnostic des systèmes à l'aide d'observateurs à mémoire finie. Application au Common Rail", thèse de doctorat, Université d'Orléans, décembre 2005.
- [114] C. Join, "Diagnostic des systèmes non linéaires, Contribution aux méthodes de découplage", thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy, 2002.
- [115] P. M. Frank and X. Ding, "Survey of robust residual generation and evaluation methods in observer based fault detection systems", *Journal of Proc. Cont.*, vol. 7, n°. 6, pp. 403-424, 1997.
- [116] J. Gertler, "Residual generation in model-based fault diagnosis", *Control Theory and advanced Technology*, vol. 9, n°. 1, pp. 259-285, 1993.
- [117] J. Gertler and R. Monajemy, "Generating directional residuals with dynamic parity relations", *Automatica*, vol. 31, n°. 4, pp. 627-635, 1995.
- [118] E. Schaeffer, "Diagnostic des machines asynchrones : modèles et outils paramétriques dédiés à la simulation et à la détection de défauts", thèse de doctorat, Université de Nantes, 1999.
- [119] S. Bachir, "Contribution au diagnostic de la machine asynchrone par estimation paramétrique", thèse de doctorat, Université de Poitiers, France, Décembre, 2002.
- [120] C. Bonivento, A. Isidori, L. Marconi and A. Paoli, "Implicit fault tolerant control : application to induction motors", *Automatica*, pp. 355-371, 2004.
- [121] A. Fekih, "Effective fault tolerant control design for nonlinear systems : application to a class of motor control system", *IET Control Theory and Application*, 2, pp. 762-772, 2008.
- [122] J. Holtz, "Sensorless control of induction machines with or without signal injection," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 53, pp. 7-30, 2006.
- [123] C. Aurora and A. Ferrara, "A sliding mode observer for sensorless induction motor speed regulation", *International Journal of Systems Science*, 38, pp. 913-929, 2007.
- [124] M. Ghanes and G. Zheng, "On sensorless induction motor drives : Sliding mode observer and output feedback controller", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 56, pp. 3404-3413, 2009.

- [125] M. Ghanes, J. P. Barbot, J. D. Leon and A. Glumineau, "A robust sensorless output feedback controller of the induction drives : New design and experimental validation", *International Journal of Control*, 83, pp. 484-497, 2010.
- [126] D. Traoré , J. De Leon, A. Glumineau, "Adaptive interconnected observer-based backstepping control design for sensorless induction motor", *Automatica*, vol. 48 , pp. 682-687, 2012.
- [127] S. Solvar, V. Le, M. Ghanes, J. P. Barbot and G. Santomena, "Sensorless second order sliding mode observer for induction motor", *IEEE International Conference on Control Applications, Part of 2010 IEEE Multi-Conference on Systems and Control*, Yokohama, Japan, pp. 1933-1938, 2010.
- [128] A. Levant, "Robust exact differentiation via sliding mode technique", *Automatica*, 34, pp. 379-384, 1998.
- [129] T. Floquet and J. P. Barbot, "Super twisting algorithm based step by step sliding mode observers for nonlinear systems with unknown inputs", *International Journal of Systems Science*, 38, pp. 803-815, 2007.
- [130] N. Djeghali, M. Ghanes, S. Djennoune, J. P. Barbot and M. Tadjine, "Fault tolerant control for induction motors using sliding mode observers", *The 11th International Workshop On Variable Structure Systems*, Mexico City, pp. 190-196, 2010.
- [131] N. Djeghali, M. Ghanes, J. P. Barbot , S. Djennoune, "Sensorless fault tolerant control based on backstepping strategy for induction motors", *18th World Congress of the International Federation of Automatic Control*, Milano, Italy, Septembre, 2011.
- [132] N. Djeghali, M. Ghanes, S. Djennoune and J. P. Barbot , "Backstepping fault tolerant control based on second order sliding mode observer : application to induction motors", *50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*, Orlando, Florida, 2011.
- [133] N. Djeghali, M. Ghanes, S. Djennoune and J. P. Barbot, "Sensorless fault tolerant control for induction motors", *International Journal of Control, Automation, and Systems*, vol. 11, n°. 3, pp. 563-576, 2013.
- [134] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*, 3rd Edition, Prentice-Hall, 2002.
- [135] A. Glumineau, R. Boisliveau (IRCCyN) and L. Loron (IREENA), [www.irccyn.ec-nantes.fr/hebergement/BancEssai](http://www.irccyn.ec-nantes.fr/hebergement/BancEssai), 2008.

- [136] D. Diallo, M. E. H. Benbouzid and A. Makouf, "A fault tolerant control architecture for induction motor drives in automotive applications", *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 53, pp. 1847-1855, 2004.
- [137] A. Fekih, "Effective fault tolerant control design for nonlinear systems : application to a class of motor control system", *IET Control Theory and Application*, vol. 2, n°. 9, pp. 762-772, 2008.
- [138] J. J. E. Slotine, W. Li, *Applied Nonlinear Control*, Prentice-Hall, 1991.
- [139] V. Laskhmikantham, S. Leila and A. A. Martynyuk, *Practical stability of nonlinear systems*, Word Scientific, 1990.
- [140] A. Benabdallah, I. Ellouze and M. A. Hammami, "Practical stability of nonlinear time-varying cascade systems", *Journal of Dynamical and Control Systems*, vol. 15, pp. 45-62, 2009.
- [141] H. Kwakernaak and R. Silvan, "Linear Optimal Control Systems", *Wiley-Interscience*, New York, 1972.
- [142] J. O'Reilly, "Observer for linear system", Richard Bellman, *Mathematics in Science and Engineering*, vol. 140, Academic Press, New York, 1983.
- [143] A. J. Fossard et D. Normand-Cyrot, "Système non linéaire, tome 1 : modélisation - estimation", Masson, Paris, 1993.
- [144] D. G. Luenberger, "Determining the state of the linear system with observers of low dynamic order", Ph.D. dissertation, Departement of Elec. Engrg., Stanford University, California, 1963.
- [145] J. P. Gauthier and G. Bornard, "Observability for any  $u(t)$  of a class of nonlinear systems", *IEEE Transaction on Automatic Control*, vol. 26, n°. 4, pp. 922-926.
- [146] R. Hermann and A. J. Krener, "Nonlinear controllability and absorbability", *IEEE Transaction on Automatic Control*, vol. 22, n°. 5, pp. 728-740, 1977.
- [147] J. P. Gautier and A. K. Kupka, "Deterministic observation theory and applications", Cambridge Univ. Press, 1997.
- [148] G. Bornard, F. Celle-Couenne, G. Gilles, "Observability and observers", Chapter Book in "Nonlinear Systems", Springer, pp. 173-216, 1995.
- [149] A. J. Krener and A. Isidori, "A linearization by output injection and nonlinear observer", *Systems and Control Letters*, vol. 3, pp. 47-52, 1983.

- [150] T. Lefebvre and H. Bruyninckx, "Kalman filters for nonlinear systems : A comparison of performance", *International Journal of Control*, vol. 77, n°. 7, pp. 639-653, 2004.
- [151] A. J. Krener and W. Respondek, "A nonlinear observer with linearizable error dynamics", *SIAM J. Control Optim*, vol. 30, pp. 197–216, 1985.
- [152] M. Fliess and I. Kupka, "A finiteness criterion for nonlinear input-output differential systems", *SIAM J. Control Optim*, vol. 21, pp. 721–728, 1983.
- [153] D. Boutat, "La notion d'observateur pour les systèmes non linéaires", Cours école Doctorale d'Orléans, [http://www.perso.ensi-bourges.fr/dboutat/Boutat\\_Cours\\_EDS.pdf](http://www.perso.ensi-bourges.fr/dboutat/Boutat_Cours_EDS.pdf).
- [154] E. Busvelle, J. P. Gauthier, "High-Gain and Non-High-Gain Observers for Nonlinear Systems", *Contemporary Trends in Nonlinear Geometric Control Theory and its Applications*, World Scientific, pp. 233–256, 2002.
- [155] F. E. Thau, "Observing the state of non-linear dynamic systems", *Int. J. Control*, vol. 18, pp. 471-479, 1973.
- [156] W. T. Baumann and W. J. Rugh, "Feedback control of nonlinear systems by extended linearization", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. AC-31, pp. 40-46, 1986.
- [157] S. A. Bortoff and A. F. Lynch, "An Optimal Nonlinear Observer", Sept 20, 1995.
- [158] C. P. Tan and C. Edwards, "An LMI approach for designing sliding mode observers", *International Journal of Control*, vol. 74, n°.16, pp. 1559–1568, 2001.
- [159] D. Ichalal, "Estimation et diagnostic de systèmes non linéaires décrits par un modèle de Takagi-Sugeno", thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, novembre 2009.
- [160] A. Akhenak, "Conception d'observateurs non linéaires par approche multimodèle : application au diagnostic", thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, décembre 2004.
- [161] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control", *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, vol.15, pp. 116–132, 1985.
- [162] K. Tanaka and H. Wang, "Fuzzy control systems design and analysis : A Linear Matrix Inequality approach", John Wiley and Sons, 2001.
- [163] M. Zeitz, "The extended Luenberger observer for nonlinear systems", *Systems and Control Letters*, vol. 9, pp. 149-156, 1987.

- [164] K. T. Yu, J. Back and J. H. Seo, "Dynamic observer error linearization", *Proc. of IEEE CDC*, pp. 6364–6369, 2005.
- [165] B. Boutat, "Geometrical conditions to linearize observer error", *7th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems*, Nolcos, 2007.
- [166] J. S. Baras, A. Bensoussan, M. R. James, "Dynamic observers as asymptotic limits of recursive filters : special cases", *SIAM J. Appl. Math.*, vol. 48, pp. 1147–1158, 1988.
- [167] B. Walcott and S. Zak, "State observation of nonlinear uncertain dynamical systems", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 32, n° 2, pp. 166–170, 1987.
- [168] B. L. Walcott, M. J. Corless and S. H. Zak, "Comparative study of nonlinear state observation", *International Journal of Control*, vol. 45, pp. 2109–2132, 1987.
- [169] J. J. Slotine, J. Heydrick et E. Misawa, "On sliding observers for nonlinear systems", *Journal of Dynamic Systems*, pp. 245–252, 1987.
- [170] S. H. Zak et B. L. Walcott, "State observation of nonlinear control systems via the method of Lyapunov, Deterministic Control of Uncertain Systems", Edited by A. S. I. Zinober (London, U. K. : Peter Peregrinus), 1990.
- [171] A. Levant, "Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control", *International Journal of Control*, vol. 58, n° 6, pp. 1247–1263, 1993.
- [172] S. Drakunov, V. Utkin, "Sliding mode observers. Tutorial", *Proc. of the 34th CDC conference*, New Orleans (LA), December 1995.
- [173] J. P. Barbot, T. Boukhobza , M. Djemai, "Sliding mode observer for triangular input form", *IEEE Conference on Decision and Control*, Japan, 1996.
- [174] C. Edwards and S. K. Spurgeon, "Sliding mode control : theory and applications ", Taylor and Francis Eds, London, 1998.
- [175] G. Bartolini, A. Ferrara, A. Levant and E. Usai, "On second order sliding mode controllers", *Variable Structure Systems, Sliding Mode and Nonlinear Control*, K. D. Young and U. Ozguner (Eds.), Lecture Notes in Control and Information Sciences, Springer-Verlag, vol. 247, pp. 329–350, 1999.
- [176] C. Edwards, S. K. Spurgeon, R. J. Patton, "Sliding mode observer for fault detection and isolation", *Automatica*, vol. 36, n° 4, pp. 541–553, 2000.
- [177] W. Perruquetti and J. P. Barbot, "Sliding mode control in engineering", Marcel Dekker, 2002.

- [178] T. Floquet, C. Edwards, S. K. Spurgeon, "On sliding mode observers for systems with unknown inputs", *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 21, pp. 638-656, 2007.
- [179] H. Saadaoui, "Contribution à la synthèse d'observateur non linéaires pour des classes de systèmes dynamiques hybrides", thèse de Doctorat, ENSEA, 2007.
- [180] K. Zhang, S. Hu and B. Jiang, "Sliding mode integral observers for sensor faults detection and isolation in nonlinear systems", *IEEE International Conference on Control and Automation*, May 30-June 1, Guangzhou, China, 2007.
- [181] S. K. Spurgeon, "Sliding mode observers : a survey", *International Journal of Systems Sciences*, vol. 39, n°. 8, pp. 751-764, 2008.
- [182] F. Bejarano, M. Ghanes, J. P. Barbot and L. Fridman, "Second order sliding mode and adaptive observer for synchronization of a chaotic system : a comparative study", *IFAC World Congress*, Seoul, Korea, 2008.
- [183] J. Davila, L. Fridman, A. Pisano, E. Usai, "Finite-time state observation for nonlinear uncertain systems via higher-order sliding modes", *International Journal of Control*, vol. 82, n°. 8, pp. 1564-1574, 2009.
- [184] N. Orani, "Higher order sliding mode techniques for fault diagnosis", Ph.D. in Electronic and Computer Engineering Dept. of Electrical and Electronic Engineering University of Cagliari, March 2010.
- [185] C. Chen, "Backstepping control design and its applications to vehicle lateral control in automated highway systems", Ph.D. dissertation, University of California, Berkeley, 1996.
- [186] B. Yao, "Adaptive robust control of nonlinear systems with application to control of mechanical systems", Ph.D. dissertation, University of California, Berkeley, 1996.
- [187] M. Ghanes, "Observation et commande de la machine asynchrone sans capteur mécanique", thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Nantes, 2005.
- [188] E. V. Westerholt, "Commande non linéaire d'une machine asynchrone", thèse de Doctorat, Université de Toulouse, INPT, 1994.
- [189] D. Lubineau, "Commande non linéaire de moteurs asynchrone avec observateurs", thèse de Doctorat, Université de Grenoble, INPG, 1999.
- [190] S. Ibarra-Rojas, J. Moreno and G. Espinosa, "Global observability analysis of sensorless induction motor", *Automatica*, vol. 40, n°. 6, pp. 1079-1085, June 2004.

- 
- [191] C. Canudas de Wit, A. Youssef, J. P. Barbot, Ph. Martin and F. Malrait, "Observability Conditions of Induction Motors at low frequencies", *IEEE Conference on Decision and Control*, Sydney, Australia, December 2000.
- [192] G. Conte, C. H. Moog and A. M. Perdon, "Nonlinear Control Systems - An Algebraic Setting", Springer-Verlag, London, 1999.

# Annexe A : Stabilité des Systèmes Dynamiques

## A.1 Définitions de base

Considérons un système dynamique non linéaire décrit par l'équation d'état suivante :

$$\dot{x}(t) = f(t, x, u) \quad (A.1)$$

$$y(t) = h(t, x, u) \quad (A.2)$$

$x(t) \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état de dimension  $n$  ( $n$  variables d'état) ;  $u(t) \in \mathbb{R}^p$  est le vecteur d'entrées de dimension  $p$  ( $p$  entrées) et  $y(t) \in \mathbb{R}^q$  est le vecteur de sortie de dimension  $q$  ( $q$  sorties) . L'instant initial est pris égal à 0 et les conditions initiales sur les variables d'état sont  $x(0) = x_0$ .

Les grandeurs qui interviennent dans ce système sont donc les grandeurs d'entrées, les grandeurs de sortie et les variables d'état. A ce système, on peut associer plusieurs définitions de stabilité :

- la stabilité externe ou la stabilité entrée-sortie (IOS : Input Output Stability) qui concerne la relation entrée-sortie en faisant abstraction des conditions initiales sur les variables internes ;
- la stabilité entrée-état (ISS : Input State Stability) qui concerne la relation entrée-état ;
- la stabilité interne en absence de l'entrée qui concerne la convergence des réponses sur les variables d'état dues aux conditions initiales autour d'un point d'équilibre considéré.

Dans cette annexe, nous exposons les principales définitions et les résultats sur la stabilité interne. La stabilité interne consiste à analyser les solutions de l'équation d'état dues aux

conditions initiales (entrées nulles). A cet effet, nous considérons un système dynamique non linéaire temps variant représenté par l'équation d'état

$$\dot{x}(t) = f(t, x), \quad x(t_0) = x_0 \quad (A.3)$$

$x(t) \in \mathfrak{R}^n$ ,  $t \in \mathfrak{R}_+$ ;  $f : \mathfrak{R}_+ \otimes \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^n$  est un champ de vecteur. Nous supposons que pour toute condition initiale  $x_0$ , l'équation différentielle (A.3) possède une solution unique  $x(t) = \Phi(t, t_0, x_0)$ . Ceci revient à supposer que la fonction vectorielle continue  $f$  satisfait la condition de Lipschitz

$$\|f(t, x) - f(t, \hat{x})\| \leq L_f \|x - \hat{x}\| \quad (A.4)$$

où  $L_f$  est la constante de Lipschitz. La norme  $\|\cdot\|$  peut être la norme euclidienne par exemple.

**Définition A.1.**  $x_e \in \mathfrak{R}^n$  est un point d'équilibre de (A.3) au temps  $t^*$  si

$$f(t, x_e) = 0, \quad \forall t \geq t^* \quad (A.5)$$

**Définition A.2.** Un point d'équilibre  $x_e$  est dit isolé s'il existe  $r > 0$  tel que la sphère  $\mathcal{B}(x_e, r) \subset \mathfrak{R}^n$ , de centre  $x_e$  et de rayon  $r$ , ne contient aucun point d'équilibre autre que  $x_e$ .

Si  $x_e$  est différent de zéro, nous pouvons, par le changement de variable  $\hat{x} = x - x_e$ , se ramener à un point d'équilibre situé à l'origine de l'espace d'état. Aussi, nous supposons, sans perte de généralités, que l'origine  $x_e = 0$  est un point d'équilibre isolé de (A.3).

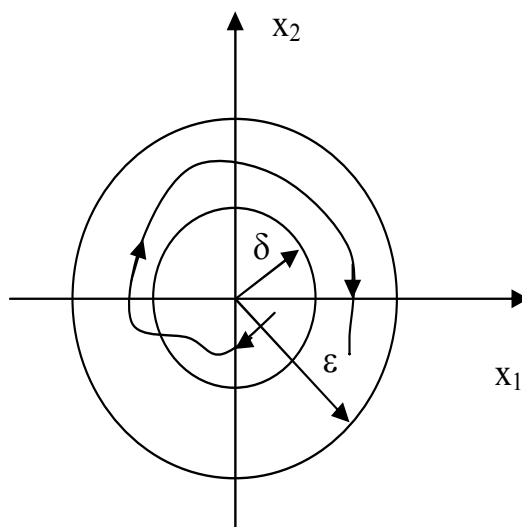
**Remarque A.1** Dans le cas des systèmes linéaires temps invariant décrits par l'équation d'état :  $\dot{x}(t) = Ax(t)$ , si  $\det(A) \neq 0$ , alors l'origine  $x_e = 0$  est le seul point d'équilibre isolé ; par contre si  $\det(A) = 0$  alors le système possède une infinité de points d'équilibre non isolés (droite d'équilibre dans le cas des systèmes du second ordre, hyperplan d'équilibre dans le cas général des systèmes de dimension  $n$ ).

On définit plusieurs notions de stabilité interne liée au point d'équilibre ([134]).

**Définition A.3.** L'origine  $x_e = 0$  est un point d'équilibre isolé stable au sens de Lyapunov de (A.3) si pour chaque  $\epsilon > 0$  et quelque soit  $t_0 \in \mathfrak{R}_+$ , il existe  $\delta(\epsilon, t_0)$  tel que si  $\|x_0 - x_e\| < \delta(\epsilon, t_0)$ , alors

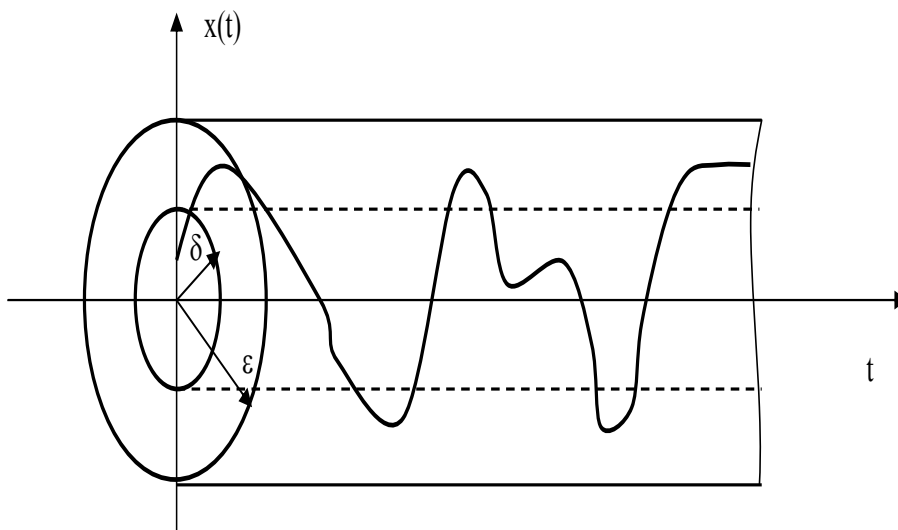
$$\|\Phi(t, t_0, x_0) - x_e\| < \epsilon, \quad \forall t \geq t_0 \quad (A.6)$$

La figure A.1 illustre les trajectoires de phase dans le cas d'un système du second ordre dont l'origine est un point d'équilibre stable.



**FIG. A.1-** Stabilité au sens de Lyapunov : trajectoire de phase dans le plan de phase.

La figure A.2 illustre cette notion de stabilité sur la réponse temporelle de la variable d'état  $x(t)$  (système à une variable d'état).



**FIG. A.2-** Stabilité au sens de Lyapunov : Réponse temporelle.

**Définition A.4** Le point d'équilibre  $x_e = 0$  de (A.3) est asymptotiquement stable si

- (i) il est stable
- (ii) et si pour chaque  $t_0 \geq 0$ , il existe  $\delta(t_0)$  tel que si  $\|x_0 - x_e\| < \delta$ , alors

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\Phi(t, t_0, x_0) - x_e) = 0 \quad (A.7)$$

L'ensemble de tous les  $x_0 \in \mathfrak{R}^n$  tel que  $\Phi(t, t_0, x_0) \rightarrow 0$  quand  $t \rightarrow \infty$  est appelé *domaine d'attraction* du point d'équilibre  $x_e$ . Si pour (A.3), la condition (ii) est vraie, alors le point d'équilibre  $x_e$  est dit *attractif*.

**Définition A.5.** Le point d'équilibre  $x_e = 0$  de (A.3) est uniformément asymptotiquement stable si

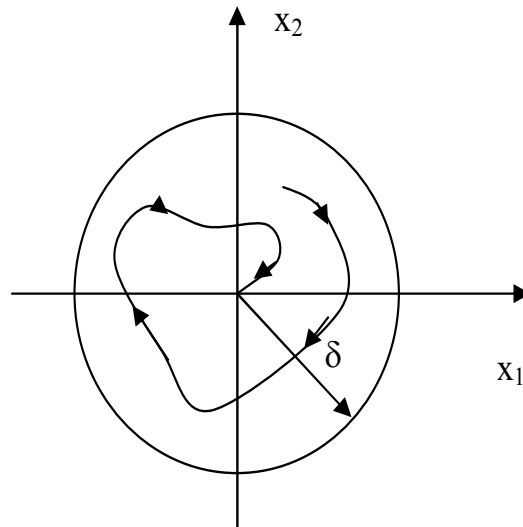
- (i) il est stable
- (ii) et si on peut trouver  $\delta_0$  tel que, pour chaque  $\epsilon > 0$ , il existe  $T(\epsilon) > 0$ , indépendant de  $t_0$  tel que si  $\|x_0 - x_e\| < \delta_0$ , alors

$$\|\Phi(t, t_0, x_0) - x_e\| < \epsilon \quad \forall t \geq t_0 + T(\epsilon) \quad (\text{A.8})$$

La condition (ii) revient à dire qu'il existe  $\delta_0$  tel que si  $\|x_0 - x_e\| \leq \delta_0$ , alors

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\Phi(t + t_0, t_0, x_0) - x_e) = 0 \quad (\text{A.9})$$

uniformément en  $(t_0, x_0)$  pour  $t_0 \geq 0$ . Les figures A.3 et A.4 illustrent la notion de stabilité asymptotique sur les trajectoires de phase et sur la trajectoire temporelle.



**FIG. A.3**-Stabilité asymptotique : trajectoire de phase dans le plan de phase.

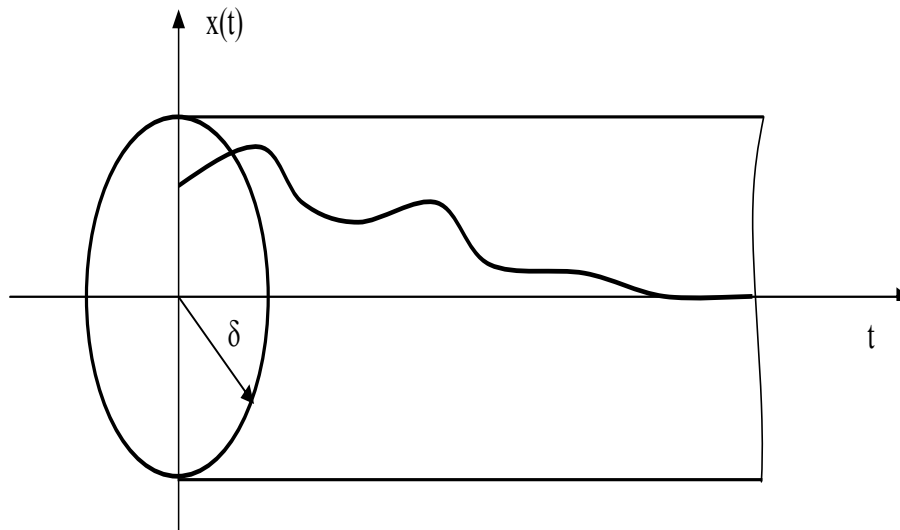


FIG. A.4- Stabilité asymptotique : Réponse temporelle.

**Définition A.6** Le point d'équilibre  $x_e = 0$  de (A.3) est dit exponentiellement stable s'il existe  $\alpha > 0$  et si, pour chaque  $\epsilon > 0$ , il existe  $\delta(\epsilon) > 0$  tel que si pour toute condition initiale  $x_0$  telle que  $\|x_0 - x_e\| < \delta(\epsilon)$ , alors

$$\|\Phi(t, t_0, x_0) - x_e\| \leq \epsilon e^{-\alpha(t-t_0)} \quad \forall t \geq t_0 \quad (A.10)$$

pour tout  $t_0 \geq 0$ .

**Remarque A.2**  $\alpha$  est appelé *degré de la stabilité exponentielle*.

**Définition A.7** Le point d'équilibre  $x_e = 0$  de (A.3) est instable s'il n'est pas stable. C'est à dire pour une condition initiale  $x_0$  prise au voisinage de  $x_e = 0$  correspond une solution non bornée ( $\|\Phi(t, t_0, x_0) - x_e\|$  tend vers l'infini).

**Remarque A.3** Pour les systèmes temps-invariant (la fonction  $f$  ne dépend pas explicitement du temps  $t$ ), la stabilité (asymptotique) au sens de la définition (A.3) ((A.4)) est équivalente à la stabilité (asymptotique) uniforme.

**Remarque A.4** Si les conditions données par les définitions ci-dessus sont vraies pour  $\|x_0\|$  aussi grand qu'on veut, alors la stabilité (asymptotique) est dite stabilité (asymptotique) globale.

## A.2 Méthodes de Lyapunov

Deux méthodes d'analyse de stabilité d'un point d'équilibre pour un système non linéaire ont été introduites par **Aleksandr Mikhailovich Lyapunov (1857-1918)** dans

ses travaux de thèse de Master (**Master thesis "On the stability of ellipsoidal forms of equilibrium of rotating fluids," St. Petersburg University, 1884**) et dans sa thèse de Doctorat (**Doctoral thesis "The general problem of the stability of motion", St. Petersburg University, 1892**). La première méthode dite "méthode indirecte" repose sur le modèle linéarisé par la jacobienne (approximation d'Euler) et la seconde méthode, la plus exacte et la plus efficace est la méthode dite directe exploite directement le modèle exact non linéaire.

### A.2.1 Première méthode de Lyapunov

Sans perte de généralités, considérons le système non linéaire temps invariant décrit par l'équation d'état suivante

$$\dot{x}(t) = f(x), \quad x(t_0) = x_0 \quad (A.11)$$

Soit  $x_e$  un point d'équilibre isolé de (A.11). Le modèle linéaire qui décrit approximativement le système non linéaire au voisinage du point d'équilibre s'écrit :

$$\delta\dot{x}(t) = A\delta x \quad (A.12)$$

où  $\delta x = x - x_e$  et la matrice  $A$  de dimension  $n \times n$  est la jacobienne de  $f(x)$  par rapport à  $x$  évaluée en  $x_e$

$$A = \left. \frac{\partial f(x)}{\partial x} \right|_{x=x_e} \quad (A.13)$$

La première méthode de Lyapunov consiste à analyser la stabilité du point d'équilibre du système non linéaire (A.11) à partir du modèle linéaire approximé (A.12). Cette méthode est formulée par le théorème ci-dessous.

**Théorème A.1** La stabilité du point d'équilibre  $x_e$  du système non linéaire temps invariant (A.11) peut être déduite de la stabilité du modèle linéaire (A.12) selon les cas suivants :

- Si le modèle linéaire est asymptotiquement stable, c'est à dire si les valeurs propres de la matrice  $A$  sont toutes à partie réelle strictement négative, alors le point d'équilibre  $x_e$  de (A.11) est asymptotiquement stable.
- Si le modèle linéaire est instable, c'est à dire si la matrice  $A$  possède une ou plus valeurs propres à partie réelle positive, alors le point d'équilibre  $x_e$  de (A.11) est instable.

- Si le modèle linéaire est marginalement stable, c'est à dire si la matrice  $A$  possède une ou plus valeurs propres imaginaires pures (à partie réelle nulle) et que toutes les autres restantes sont à partie réelle strictement négative, alors on ne peut rien conclure sur la stabilité du point d'équilibre  $x_e$  de (A.11).

Nous remarquons donc que la première méthode de Lyapunov reste insuffisante car, dans le dernier cas, elle n'offre aucun résultat sur la stabilité du point d'équilibre du système non linéaire. La seconde méthode de Lyapunov s'affranchit de cette ambiguïté.

### A.2.2 Seconde Méthode de Lyapunov

Nous allons donner les principaux théorèmes de stabilité utilisant la seconde méthode (directe) de Lyapunov. L'exemple de motivation qui a conduit A. M. Lyapunov à développer cette méthode est le pendule simple. Pour analyser la stabilité du point d'équilibre (le point bas) du pendule, on utilise intuitivement l'analyse de la décroissance de l'énergie mécanique (énergie potentielle + énergie cinétique). Il est évident que si l'énergie mécanique décroît au cours du temps, c'est à dire que sa dérivée par rapport au temps est strictement négative alors le point d'équilibre est asymptotiquement stable, c'est à dire que la masse va se stabiliser au point de repos (point bas du pendule). La dérivée de l'énergie mécanique est négative en présence de frottements. Si les frottements sont nuls alors, la dérivée de l'énergie mécanique est nulle, c'est à dire que l'énergie mécanique est constante ; ce qui implique qu'il y a un échange perpétuel entre l'énergie potentielle et l'énergie cinétique. Dans ce cas, la masse oscillera indéfiniment autour de son point d'équilibre. Le principe de la méthode de Lyapunov repose sur la généralisation de la notion d'énergie aux systèmes quelconques qu'ils soient mécaniques, électriques, hydrauliques, thermiques, physico-chimiques, etc. La généralisation consiste à introduire des fonctions  $V(t, x) : \mathbb{R}_+ \otimes \mathcal{D}_x \subset \mathbb{R}_+ \otimes \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  appelées **fonctions de Lyapunov** qui joueront le rôle de l'énergie. Notons que  $\mathcal{D}_x$  est un domaine de  $\mathbb{R}^n$  incluant le point d'équilibre.

**Définition A.8** Une fonction continue  $w : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  ( resp.  $\mathcal{D}_x \rightarrow \mathbb{R}$  ) est positive définie si

- (i)  $w(0) = 0$  et
- (ii)  $w(x) > 0$  pour tout  $x \neq 0$  ( resp.  $0 < \|x\| \leq r$  où  $r > 0$  est un nombre quelconque ).

**Définition A.9** Une fonction continue  $w : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  est négative définie si  $-w$  est positive définie.

**Remarque A.5** Si dans les deux définitions ci-dessus  $w \geq 0$  ( resp.  $w \leq 0$  ), c'est à dire

que la fonction  $w$  s'annule pour  $x \neq 0$ , alors  $w$  est positive ( resp. négative ) **semi-définie**.

**Définition A.10** Une fonction  $V(t, x) : \mathfrak{R}_+ \otimes \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$  ( resp.  $\mathfrak{R}_+ \otimes \mathcal{D}_x \rightarrow \mathfrak{R}$  ) est positive (semi) définie s'il existe une fonction positive (semi) définie  $w : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$  ( resp.  $\mathcal{D}_x \rightarrow \mathfrak{R}$  ) telle que

- (i)  $V(t, 0) = 0, \forall t \in \mathfrak{R}_+$
- (ii)  $V(t, x) \geq w(x) \quad \forall x \in \mathcal{D}_x \quad \forall t \in \mathfrak{R}_+.$

**Remarque A.6**  $V(t, x)$  est négative (semi) définie s'il existe une fonction  $w$  négative (semi) définie telle que  $V(t, 0) = 0$  et  $V(t, x) \leq w(x), \quad \forall t \in \mathfrak{R}_+.$

**Théorème A.2** Le point d'équilibre  $x_e = 0$  de (A.3) est stable au sens de Lyapunov, s'il existe une fonction continûment différentiable positive définie  $V(t, x)$  telle que sa dérivée  $\dot{V}(t, x)$  par rapport au temps  $t$  est négative semi-définie.

**Théorème A.3** Le point d'équilibre  $x_e = 0$  de (A.3) est asymptotiquement stable, s'il existe une fonction continûment différentiable positive définie  $V(t, x)$  telle que sa dérivée  $\dot{V}(t, x)$  est négative définie.

**Théorème A.4** Le point d'équilibre  $x_e = 0$  de (A.3) est exponentiellement stable, s'il existe une fonction  $V(t, x)$  et des constantes positives  $c_1, c_2$  et  $c_3$  telles que

$$c_1 \|x\|^2 \leq V(t, x) \leq c_2 \|x\|^2 \quad (\text{A.14})$$

$$\dot{V}(t, x) \leq -c_3 \|x\|^2 \quad (\text{A.15})$$

pour tout  $t \in \mathfrak{R}^+$  et pour tout  $x \in \mathcal{B}(r) \subset \mathcal{D}_x, r > 0$ .

Dans les théorèmes ci-dessus, nous avons considéré l'existence d'une fonction  $V(t, x)$  vérifiant certaines propriétés dans son domaine de définition  $\mathfrak{R}^+ \otimes (\mathcal{D}_x \subset \mathfrak{R}^n)$ . Dans le cas où ces propriétés sont vérifiées pour tout  $x \in \mathfrak{R}^n$  alors, dans les conclusions des théorèmes (A.2) (A.3) et (A.4), il s'agit de stabilité globale.

**Remarque A.7** La dérivée de  $V(t, x)$  par rapport à  $t$  s'écrit

$$\frac{dV(t, x)}{dt} = \frac{\partial V(t, x)}{\partial x} \frac{dx(t)}{dt} + \frac{\partial V(t, x)}{\partial t}$$

c'est à dire

$$\frac{dV(t, x)}{dt} = \frac{\partial V(t, x)}{\partial x} f(t, x) + \frac{\partial V(t, x)}{\partial t}$$

La quantité  $\frac{\partial V(t, x)}{\partial x}$  est le vecteur ligne gradient de  $V(t, x)$  par rapport à  $x$  donné par

$$\frac{\partial V(t, x)}{\partial x} = \left[ \frac{\partial V(t, x)}{\partial x_1} \quad \frac{\partial V(t, x)}{\partial x_2} \quad \dots \quad \frac{\partial V(t, x)}{\partial x_n} \right]$$

Pour les systèmes temps-invariant, la fonction de Lyapunov ne dépend pas explicitement du temps  $t$  et s'écrit simplement  $V(x)$ . Sa dérivée par rapport au temps est donc

$$\frac{dV(x)}{dt} = \frac{\partial V(x)}{\partial x} f(x)$$

Les conditions énoncées dans les théorèmes (A.2), (A.3) et (A.4) ne sont que suffisantes. Le théorème réciproque est formulé comme suit :

**Théorème A.5** Si  $f$  et  $f_x$  sont continues sur  $\mathfrak{R}^+ \otimes \mathcal{B}(x_e, r)$  et si le point d'équilibre  $x_e = 0$  est uniformément asymptotiquement stable, il existe alors une fonction de Lyapunov  $V(t, x)$  de classe  $C^1$  sur  $\mathfrak{R}_+ \otimes \mathcal{B}(x_e, r_1)$ , ( $r_1 > 0$ ) telle que

$$\dot{V}(t, x) \leq w(x) \tag{A.16}$$

$$|V(t, x)| \leq \Psi(\|x\|) \tag{A.17}$$

pour  $\forall t \geq 0$  et  $\forall x \in \mathcal{B}(x_e, r_1)$ ;  $w(x)$  est une fonction négative définie et  $\Psi(\|x\|)$  est une fonction de classe  $\mathcal{K}$ .

**Remarque A.8** Nous rapellons qu'une fonction  $\Psi(\|x\|) : [0, r_1[ \rightarrow \mathfrak{R}^+$  ( resp.  $[0, +\infty[ \rightarrow \mathfrak{R}^+$  ) est une fonction de classe  $\mathcal{K}$  si  $\Psi(0) = 0$  et si  $\Psi(\|x\|)$  est une fonction monotone croissante sur  $[0, r_1[$  ( resp.  $[0, +\infty[$  ).  $\Psi(\|x\|)$  est dite de classe  $\mathcal{K}_\infty$  si elle de plus bornée. Une fonction  $\beta(r, s) : [0, +\infty[ \times [0, +\infty[ \rightarrow [0, +\infty[$  est une fonction de classe  $\mathcal{KL}$  si  $\beta(., s)$  est de classe  $\mathcal{K}$  et si  $\beta(., s)$  est non croissante et continue et si  $\beta(r, s) \rightarrow 0$  quand  $s \rightarrow +\infty$ .

**Remarque A.9** Dans le cas où  $x_e = 0$  est un point d'équilibre uniformément exponentiellement stable, alors il existe une fonction  $V(t, x)$  vérifiant les relations (A.15) et (A.16).

### A.2.3 Construction des fonctions de Lyapunov

La majeure difficulté de la seconde méthode de Lyapunov est qu'il n'existe pas de méthode systématique pour la construction de la fonction de Lyapunov. Notons aussi que les résultats de stabilité établis par les théorèmes ci-dessus ne donnent que des conditions suffisantes. Un mauvais choix de la fonction de Lyapunov peut ne pas être concluant. Cependant quelques techniques, sans être générales, de construction des fonctions de Lyapunov souvent inspirées des exemples pratiques ont été proposées. Citons la méthode de Zubov, la méthode du gradient, ..([134], [138]).

Pour les systèmes linéaires, étudiés ci-dessous, la fonction de Lyapunov est définie par une

fonction quadratique. Ce type de fonction de Lyapunov est aussi souvent utilisée pour analyser la stabilité des points d'équilibre des systèmes non linéaires. Une fonction de Lyapunov quadratique est définie comme suit

$$V(x) = x^T(t)Px(t) \quad (A.18)$$

où  $P$  est une matrice carrée réelle de dimension  $n \times n$  symétrique. Pour que la fonction  $V(x)$  soit positive (semi) définie, il suffit que la matrice  $P$  soit positive (semi) définie. Notons que du fait que  $P$  est symétrique, alors ses valeurs propres sont toutes réelles. Une matrice symétrique est positive définie si toutes ses valeurs propres réelles sont toutes strictement positives. Si la matrice  $P$  possède une ou plus valeurs propres nulles et les autres sont strictement positives alors elle est positive semi définie. A l'inverse, une matrice est dite négative définie si toutes ses valeurs propres réelles sont strictement négatives et si une ou plus valeurs propres sont nulles et les autres sont strictement négatives, alors la matrice est dite négative semi définie. Notons qu'une fonction quadratique écrite sous la forme (A.18) est négative (semi) définie si et seulement si la matrice  $P$  est négative (semi) définie. On peut tester la positivité ou la négativité d'une matrice en évaluant ses mineurs principaux de tête. En effet, on démontre que  $P$  est positive (négative) définie si tous ses mineurs principaux de tête sont positifs (négatifs). A titre d'exemple, considérons la fonction suivante  $V(x) : \mathfrak{R}^2 \rightarrow \mathfrak{R}$  donnée par :

$$V(x) = \frac{1}{2}x^T Px$$

où  $x^T = [x_1 \quad x_2]$  et

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

On peut alors écrire la fonction de Lyapunov come  $V(x_1, x_2) = \frac{1}{2}(x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2)$ . Cette fonction est positive définie, en effet on peut encore écrire  $V(x)$  comme  $V(x_1, x_2) = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)^2$ . Il est clair que  $V(x)$  est tout le temps positive pour tout  $(x_1, x_2)$  positifs et  $V(x)$  ne s'annule que pour  $x_1 = x_2 = 0$ . On peut encore montrer la positivité de  $V(x)$  en vérifiant que la matrice  $P$  est positive. En effet les valeurs propres de  $P$  sont  $\lambda_1 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$ ,  $\lambda_2 = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$  qui sont donc réelles positives ou bien les mineurs principaux de tête de  $P$  sont 1 et  $\det(P) = 1$  qui sont aussi positifs.

#### A.2.4 Etude du cas des systèmes linéaires temps-invariant

Considérons un système LTI (Linéaire Temps Invariant) décrit par l'équation d'état

$$\dot{x}(t) = Ax(t) \quad x(0) = x_0 \quad (A.19)$$

Nous supposons que l'origine est le seul point d'équilibre (isolé). Remarquons qu'un système non linéaire peut avoir des points d'équilibre isolés stables et d'autres instables. Un système linéaire ne peut avoir qu'un seul point d'équilibre qui est l'origine ( $x = 0$ ) de l'espace d'état. De ce fait, on n'attribue la propriété de stabilité à tout le système. La solution de l'équation d'état est donnée par

$$x(t) = e^{At}x_0 \quad (A.20)$$

La solution peut s'écrire comme

$$x(t) = \sum_{i=0}^n r_i e^{\lambda_i t} \quad (A.21)$$

où  $\lambda_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  sont les valeurs propres de la matrice  $A$  et  $r_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  sont les résidus correspondants qui dépendent des vecteurs propres de  $A$  associés aux valeurs propres et des conditions initiales  $x_0$ . A partir de (A.21), on peut analyser la stabilité du système linéaire (A.19) par les valeurs propres de la matrice d'état  $A$ .

**Théorème A.6** Le système linéaire (A.19) est stable au sens de Lyapunov si toutes les valeurs propres de la matrice  $A$  sont à parties réelles non positives et si les valeurs propres à partie réelle nulle (situées sur l'axe imaginaires) sont simples.

**Théorème A.7** Le système linéaire (A.19) est asymptotiquement stable si toutes les valeurs propres de la matrice  $A$  sont à parties réelles strictement négatives.

**Remarque A.10** Les solutions (A.20) d'un système linéaire asymptotiquement stable décroissent vers zéros de manière exponentielle. Donc, pour un système linéaire, la stabilité asymptotique est équivalente à la stabilité exponentielle.

**Remarque A.11** Lorsque la matrice  $A$  possède des valeurs propres à partie réelle strictement négative, alors la matrice  $A$  est dite de Hurwitz.

Nous pouvons appliquer la seconde méthode de Lyapunov pour analyser la stabilité du système linéaire (A.19). A cet effet, choisissons la fonction de Lyapunov quadratique

$$V(x) = \frac{1}{2}x^T P x \quad (A.22)$$

La dérivée de  $V(x)$  par rapport à  $t$  est

$$\frac{dV(x)}{dt} = \frac{1}{2}(\dot{x}^T P x + x^T P \dot{x})$$

En remplaçant  $\dot{x}$  par (A.19), on obtient

$$\frac{dV(x)}{dt} = \frac{1}{2}x^T (A^T P + P A) x$$

On en déduit que le système linéaire (A.19) est asymptotiquement stable s'il existe une matrice  $Q$  positive définie telle que l'équation dite **Equation de Lyapunov** suivante

$$A^T P + PA = -Q \quad (A.23)$$

possède une solution unique  $P$  positive définie. Pour analyser la stabilité d'un système linéaire décrit par l'équation d'état (A.19), il suffit de résoudre l'équation de Lyapunov (A.23) pour une matrice  $Q$  positive définie choisie. En général, on choisit pour  $Q$ , la matrice identité. Remarquons que résoudre l'équation de Lyapunov revient à résoudre un système algébrique linéaire de la forme  $Ax = b$ . Dans MATLAB, on peut trouver la solution de cette équation en utilisant l'instruction *lyap*. La syntaxe est :  $P = \text{lyap}(A', Q)$ .

### A.3 Stabilité pratique

Les résultats que nous avons exposés ci-dessus sont purement théoriques car dans la réalité, il est difficile d'assurer une convergence des grandeurs vers zéro de manière exacte. Souvent, dans la pratique, on se suffit que les variables d'état soient bornées ou convergent sur un intervalle borné. Cette vision pragmatique conduit à la notion de stabilité pratique traduite par les définitions ci-dessous. Nous référons le lecteur aux travaux suivants : [139], [140].

**Définition A.11** (*Bornitude uniforme*)

La solution de (A.3) est dite globalement uniformément bornée, s'il existe une fonction continue positive définie  $W_3(x)$ , telle que la dérivée de la fonction de Lyapunov  $V$  satisfait

$$\dot{V} \leq -W_3(x), \forall \|x\| \geq \mu > 0, \forall t \geq t_0 \quad (A.24)$$

i.e : si pour tout  $\alpha > 0$ , il existe une constante  $c = c(\alpha)$  telle que pour tout  $t_0 > 0$ , nous avons

$$\|x_0\| \leq \alpha \Rightarrow \|x(t)\| \leq c(\alpha), \forall t \geq t_0 \quad (A.25)$$

Soit  $r \geq 0$  et  $\mathcal{B}_r = \{x \in \mathfrak{R}^n / \|x\| \leq r\}$  désigne la boule de centre l'origine de l'espace d'état et de rayon  $r$ .

**Définition A.12** (*Stabilité uniforme de  $\mathcal{B}_r$* ).

(i)  $\mathcal{B}_r$  est uniformément stable si pour tout  $\epsilon > 0$ , il existe  $\delta = \delta(\epsilon) > 0$  tel que pour tout  $t_0 \geq 0$

$$\|x_0\| \leq \delta \Rightarrow \|x(t)\| \leq \epsilon, \forall t \geq t_0 \quad (A.26)$$

(ii) La boule  $\mathcal{B}_r$  est globalement uniformément stable si elle est stable et si les solutions de (A.3) sont globalement uniformément bornées.

**Définition A.13** (*Attractivité uniforme de  $\mathcal{B}_r$* ).

$\mathcal{B}_r$  est globalement uniformément attractive si pour tout  $\epsilon > r$  et  $c > 0$ , il existe  $T(\epsilon, c)$  tel que pour tout  $t_0 > 0$ , nous avons

$$\|x(t)\| \leq \epsilon \forall t \geq t_0 + T(\epsilon, c), \quad \|x_0\| < c \quad (\text{A.27})$$

**Définition A.14** (*Stabilité pratique*).

Le système (A.3) est globalement uniformément pratiquement et asymptotiquement stable s'il existe  $r > 0$  telle que la boule  $\mathcal{B}_r$  est globalement uniformément stable et globalement uniformément attractive.

Des conditions suffisantes pour la stabilité pratique uniforme et globale sont données ci-dessous.

**Proposition A.1** S'il existe une fonction  $\gamma$  de classe  $\mathcal{K}$  et une constante  $r > 0$  tel que, pour une condition initiale  $x_0$  donnée, la solution de (A.3) satisfait

$$\|x(t)\| \leq \gamma(\|x_0\|) + r \forall t \geq t_0 \quad (\text{A.28})$$

alors le système (A.3) est globalement, uniformément et pratiquement stable.

La définition suivante concerne un cas particulier de la stabilité pratique qui est la stabilité pratique exponentielle qui consiste à prendre des fonction  $\beta$  de classe  $\mathcal{KL}$  de la forme exponentielle  $\beta(r, s) = kre^{-\gamma s}$ .

**Définition A.15** la boule  $\mathcal{B}_r$  est globalement, uniformément exponentiellement stable s'il existe des constantes  $\gamma > 0$  et  $k \geq 0$  tel que pour tout  $t_0 \in \mathfrak{R}_+$  et  $x_0 \in \mathfrak{R}^n$  nous avons

$$\|x(t)\| \leq r + k\|x_0\| \exp(-\gamma(t - t_0)) \quad (\text{A.29})$$

Le système (A.3) est pratiquement exponentiellement stable s'il existe  $r > 0$  tel que la boule  $\mathcal{B}_r$  est pratiquement exponentiellement stable. Le résultat principal sur la stabilité pratique est énoncé ci-dessous.

**Théorème A.8** Considérons le système (A.3) et supposons qu'il existe une constante non négative  $f_0$  telle que  $\|f(t, 0)\| \leq f_0$  pour tout  $t \geq t_0$ ; la fonction  $f(t, x)$  est continûment différentiable et la jacobienne  $\frac{\partial f}{\partial x}$  est bornée sur  $\mathfrak{R}^n$  et uniformément sur  $t$ . Supposons que les solutions de (A.3) satisfont (A.27). Alors il existe une fonction  $V(t, x) : [0, +\infty] \times \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$  une fonction continûment différentiable telle que les inégalités suivantes sont satisfaites

$$c_1\|x(t)\|^2 \leq V(t, x) \leq c_2\|x(t)\|^2 + a_1 \quad (\text{A.30})$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} f(t, x) \leq -c_3 \|x(t)\|^2 + \rho \quad (A.31)$$

$$\left\| \frac{\partial V}{\partial x} \right\| \leq c_4 \|x(t)\| + b \quad (A.32)$$

# Annexe B : Synthèse d'observateurs

## B.1 Introduction

La conception des méthodes de commande et de diagnostic nécessitent la connaissance des informations sur le système considéré. Usuellement, les variables d'entrées de commande qui servent à piloter le système et les variables de sortie qui sont directement accessibles à la mesure constituent les informations connues et disponibles à l'utilisateur. Cependant, dans de nombreuses situations, ces informations sont insuffisantes. Il est nécessaire de connaître les variables internes (variables d'état) qui décrivent de manière complète l'état du système. Afin d'obtenir les informations sur ces variables d'état, on peut imaginer ajouter des capteurs en plus de ceux utilisés pour mesurer les grandeurs de sorties. Cette solution triviale est fastidieuse pour plusieurs raisons. L'ajout de capteurs n'est pas toujours technologiquement possible et même lorsque cela est possible, le coût supplémentaire engendré est important. De plus, l'ajout de matériels sur un système complexifie sa modélisation et diminue sa fiabilité.

Le recours à une méthode d'obtention des estimées des variables d'état revêt donc d'une grande importance dans la surveillance et la commande des systèmes. L'une des approches d'élaboration des estimées utilise les observateurs d'état. Un observateur d'état est un système dynamique qui, à partir des informations connues d'entrées et de sorties du processus, permet de délivrer les estimées des variables d'état. L'observateur remplit donc le rôle des capteurs de variables d'état. Implémenté sur un ordinateur, il devient un capteur logiciel.

Un observateur d'état est utilisé dans les schémas de commande par retour d'état afin de mettre en œuvre des commandes par retour d'état reconstruit comme le montre la figure *B.1* ou bien dans des dispositifs de diagnostic et de détection de défauts (figure *B.2*) dans lequel les variables d'état estimées délivrées par l'observateur sont envoyées vers le module

de détection et d'isolation de défauts (FDI : Fault Detection and Isolation).

La synthèse d'un observateur exploite les informations du système à savoir son modèle (modèle d'état principalement), ses entrées et ses sorties mesurées. Dans le cas des systèmes linéaires, la synthèse des observateurs est bien maîtrisée. Les conditions d'observabilité que doit satisfaire le système pour qu'une solution à la synthèse d'un observateur d'état soit envisageable, sont structurelles et relativement faciles à tester. On peut citer le critère de rang de Kalman. L'observateur asymptotique de Luenberger est souvent le plus utilisé ([46]). Dans un environnement bruité (bruit interne du système, bruit externe généré par les capteurs), le recours au filtre de Kalman-Bucy (observateur optimal) s'avère nécessaire ([47]).

Dans le cas des systèmes non linéaires, la synthèse d'observateurs est délicate et les conditions d'existence de solution sont difficiles à vérifier et dépendent de la structure du modèle non linéaire. Les premières solutions proposées sont des extensions du cas linéaire au cas non linéaire. Citons par exemple, l'observateur de Luenberger étendu ([48]) et le filtre de Kalman étendu ([49]). Ces solutions se bornent à concevoir l'observateur non linéaire sur la base du modèle linéarisé autour d'un point d'équilibre. Ensuite, les observateurs à grand gain ([50], [51]), les observateurs adaptatifs ([52]) et les observateurs multi-modèles sont introduits ([53]).

Comme la conception des observateurs exploite le modèle du système, il est impératif de prendre en compte les erreurs de modélisation. On doit pouvoir concevoir un observateur robuste vis à vis des incertitudes de modélisation mais aussi vis à vis des perturbations externes. La robustesse se traduit par la capacité de convergence avec une dynamique faiblement altérée, en dépit de la présence d'incertitudes et de signaux perturbateurs. Indiscutablement, la technique des modes glissants permet de manière simple de proposer des solutions robustes au problème de synthèse d'observateurs ([54]). Même si l'observateur à modes glissants est en lui même non linéaire, cette technique s'applique aussi bien aux systèmes linéaires qu'aux systèmes non linéaires. Le caractère non linéaire des observateurs à modes glissants est dû à la présence des termes discontinus. Ces termes qui sont nécessaires à la convergence de l'observateur induisent le phénomène de chattering (brouillement ou réticence) qui se traduit par de fortes oscillations à des fréquences infinies. Ce phénomène est le principal inconvénient des observateurs à modes glissants. Ce phénomène peut être réduit par l'utilisation des fonctions de lissage comme les sigmoïdes. L'utilisation des modes glissants d'ordre supérieur permet aussi de réduire ce phénomène et en même temps d'obtenir une convergence en temps fini ([54], [55], [56], [57], [58]). En raison de

leurs performances dans un environnement incertain et perturbé, nous avons opté, pour notre application, pour les observateurs à modes glissants. Par ailleurs, tout récemment avec l'émergence de la théorie ensembliste, des observateurs ensemblistes capable de bien fonctionner dans un environnement incertain sont proposés ([59]).

Un défaut dans un système se manifeste par un signal généré au sein du système. En effet, tout défaut induit généralement une information supplémentaire inconnue. Détecter le défaut revient donc à estimer cette information. Pour résoudre le problème de diagnostic de défauts au moyen d'un observateur, il faut nécessairement non seulement estimer les variables d'état mais aussi le signal généré par le défaut. Parmi les observateurs permettant l'estimation simultanée de l'état et de signal généré par le défaut, nous citons : les observateurs à entrées inconnues ([60], [61], [62]) et les observateurs à modes glissants ([14], [15], [16]). Dans cette annexe nous rappelons le principe d'un observateur et les différentes méthodes de synthèse d'observateurs pour les systèmes linéaires et non linéaires.

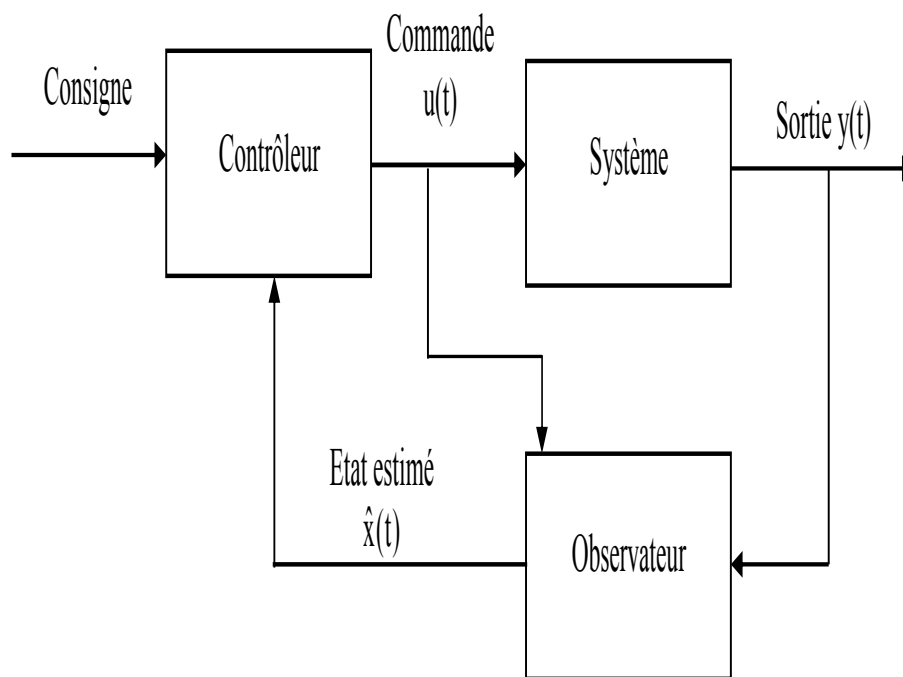


FIG. B.1- Commande par retour d'état reconstruit.

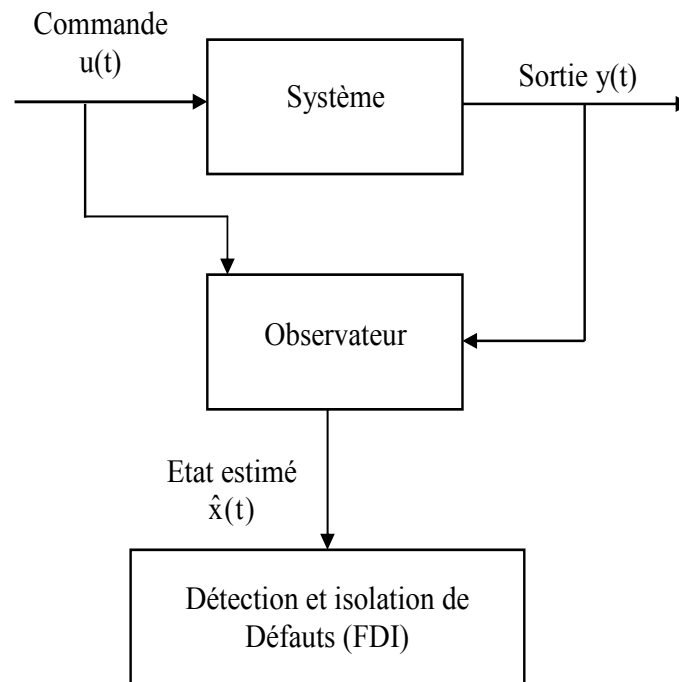


FIG. B.2- Détection et isolation de défauts à base d'observateur.

## B.2 Systèmes linéaires

Considérons le système linéaire continu temps invariant décrit par le modèle d'état suivant

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); \quad x(t_0) = x_0 \quad (B.1)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (B.2)$$

où  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état et notons  $x_i, i = 1, 2, \dots, n$  les composantes du vecteur  $x(t)$  qui sont les  $n$  variables d'état du système;  $x_0$  est le vecteur des conditions initiales au temps initial  $t_0$ .  $u(t) \in \mathcal{U} \subset \mathbb{R}^m$  est le vecteur des entrées et  $y(t) \in \mathbb{R}^p$  celui des sorties. Les matrices  $A, B, C$  et  $D$  sont des matrices constantes de dimensions appropriées. Rappelons certaines définitions et certains résultats relatifs à l'observabilité ([141], [142], [143]).

**Définition B.1.** ([143]) Le système (B.1)-(B.2) est dit observable s'il existe un temps fini  $t_f > t_0$  tel que la connaissance de l'entrée  $u(t)$  et de la sortie  $y(t)$  sur l'intervalle  $t \in [t_0 \ t_f]$  suffit pour déterminer de manière unique la condition initiale  $x_0$ .

Pour les systèmes linéaires, l'information produite en sortie est la superposition de celle générée par l'entrée  $u(t)$  et de celle générée par la condition initiale  $x_0$ . Si on suppose le régime libre ( $u = 0$ ), alors on peut adopter la définition suivante.

**Définition B.2.** Le système (B.1), (B.2) est observable si et seulement si, en régime libre ( $u(t) = 0, \forall t \geq t_0$ ), l'observation d'une sortie  $y(t)$  uniformément nulle pour  $t_0 \leq t \leq t_f$  n'est possible que pour un état initial  $x_0 = x(t_0)$  nul.

**Remarque B.1** Lorsque toutes les variables d'état sont observables, alors le système est dit complètement observable, sinon, il est dit partiellement observable. Dans cette thèse, nous désignons par "système observable", tout système complètement observable et nous précisons le cas "partiellement observable", s'il y a lieu.

La condition d'observabilité est une condition nécessaire et suffisante pour pouvoir estimer l'état à partir des informations recueillies sur les entrées et les sorties. Remarquons que la vraie inconnue dans le problème d'estimation du vecteur d'état est la condition initiale  $x_0$ . En effet, la connaissance de  $x_0$  et du modèle d'état du système suffit à reconstruire l'état  $x(t)$  à n'importe quel instant  $t \geq t_0$ . La propriété d'observabilité d'un système linéaire temps invariant est une propriété structurelle et ne dépend que des matrices  $A$  et  $C$  du modèle. Il existe plusieurs critères qui permettent de vérifier cette propriété ([141], [143]). Le critère le plus utilisé est le critère de rang de Kalman formulé par le théorème ci-dessous.

**Théorème B.1**([143]) Le système (B.1), (B.2) est observable si et seulement si le rang de la matrice d'observabilité définie par

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (B.3)$$

est égal à  $n$ .

Les observateurs couramment utilisés pour les systèmes linéaires sont l'observateur asymptotique de Luenberger dans le cas déterministe et le filtre optimal de Kalman-Bucy dans le cas stochastique. Les observateurs à modes glissants sont aussi utilisés pour les systèmes linéaires même s'ils sont eux mêmes de structure non linéaire.

### B.2.1 Observateur de Luenberger

Notons  $\hat{x}_i(t)$  les estimées, fournies par l'observateur, des variables d'état réelles  $x_i(t)$  et par  $\hat{x}(t) = [\hat{x}_1(t) \ \hat{x}_2(t) \ \dots \ \hat{x}_n(t)]^T \in \mathbb{R}^n$  le vecteur d'état estimé. L'observateur de Luenberger est décrit par les équations d'état suivantes ([46])

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)); \quad \hat{x}(t_0) = \hat{x}_0 \quad (B.4)$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \quad (B.5)$$

$\hat{y}(t)$  représente la sortie estimée. Le facteur  $L$  est le gain de l'observateur. Le schéma bloc de l'observateur est illustré par la figure B.2. En raison de l'injection de la sortie, ce type d'observateur est aussi dénommé observateur en boucle fermée. Définissons l'erreur d'observation par

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (B.6)$$

La dynamique de cette erreur est régie par l'équation suivante

$$\dot{e}(t) = (A - LC)e(t); \quad e(t_0) = e_0 = x_0 - \hat{x}_0 \quad (B.7)$$

Si le gain  $L$  est dimensionné de telle manière que la matrice  $(A - LC)$  soit de Hurwitz, c'est à dire ayant des valeurs propres à parties réelles strictement négatives, alors l'erreur d'estimation converge asymptotiquement vers zéro. Comme l'observateur remplace le capteur, on doit donc assurer une convergence de l'erreur d'estimation vers zéro très rapide au moins dix fois plus rapide que la dynamique du système. Si le couple  $(A, C)$  est observable, alors il est possible de déterminer le gain  $L$  pour avoir une dynamique de convergence choisie au préalable. Le problème de construction de l'observateur revient donc à résoudre un problème de placement de pôles. On choisit une dynamique désirée (choix des valeurs propres désirées de  $(A - LC)$ ), puis en utilisant le principe de placement de pôle, on détermine le gain  $L$ .

**Remarque B.2** Luenberger a proposé la synthèse d'un observateur de dimension réduite. Cet observateur est intéressant lorsque le nombre de sorties  $p$  est relativement important. En effet, dans ce cas, il est possible de déduire  $p$  variables d'état des  $p$  sorties mesurées sans la nécessité de les estimer. On construira alors un observateur de dimension réduite  $n - p$  pour les  $n - p$  variables d'état restantes, ([144]).

### B.2.2 Filtre de Kalman-Bucy

Le filtre de Kalman-Bucy ([47], [141]) est un observateur optimal pour un système stochastique décrit par le modèle d'état suivant

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + v(t); \quad x(t_0) = x_0 \quad (B.8)$$

$$y(t) = Cx(t) + w(t) \quad (B.9)$$

$v(t)$  est le bruit interne au système et  $w(t)$  est le bruit de mesure observé en sortie et généré par les dispositifs de mesure. Nous supposons que les bruits sont blancs gaussiens centrés

de covariance  $M_v$  et  $M_w$  respectivement :

$$E(v(t)) = 0; \quad cov(v(t), v(\tau)) = M_v \delta(t - \tau) \quad (B.10)$$

$$E(w(t)) = 0; \quad cov(w(t), w(\tau)) = M_w \delta(t - \tau) \quad (B.11)$$

$M_v$  et  $M_w$  sont des matrices symétriques définies positives. L'observateur optimal de Kalman-Bucy est décrit par, ([47]) :

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)); \quad \hat{x}(t_0) = \hat{x}_0 \quad (B.12)$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \quad (B.13)$$

où le gain  $L$  est déterminé de façon à minimiser la variance de l'erreur d'estimation

$$Var(J) = E \{e^T(t)e(t)\} \quad (B.14)$$

où  $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ . La méthode d'optimisation de Lagrange nous fournit l'expression du gain optimal  $L$  en régime stationnaire

$$L = PC^T M_w^{-1} \quad (B.15)$$

où  $P$  est la matrice symétrique définie positive solution de l'équation de Ricatti

$$AP + PA^T - PC^T M_w^{-1} CP + M_v = 0 \quad (B.16)$$

La condition nécessaire et suffisante d'observabilité du couple  $(A, C)$  garantit l'existence et l'unicité de la solution  $P$  de l'équation de Ricatti. Notons aussi que le filtre de Kalman possède aussi de bonnes performances déterministes (stabilité et convergence).

### B.3 Systèmes non linéaires

Nous limiterons notre étude aux systèmes non linéaires affines en l'entrée de commande  $u(t)$  et temps invariant, dits aussi systèmes analytiques qui sont décrits par le modèle d'état suivant

$$\dot{x}(t) = f(x) + g(x)u(t), \quad x(t_0) = x_0 \quad (B.17)$$

$$y(t) = h(x) \quad (B.18)$$

Les champs de vecteurs  $f(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  et  $g(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  ainsi que  $h(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$  sont des fonctions suffisamment continues et dérivables pour  $x \in \mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n$  où  $\mathcal{D}$  est le

domaine d'étude. Nous considérons aussi que les entrées appartiennent à un ensemble de commandes admissibles,  $u \in \mathcal{U} \subset \mathbb{R}^m$ . Avant de présenter les différents types d'observateurs proposés dans la littérature, nous rappelons les définitions sur l'observabilité des systèmes non linéaires. Ces définitions nous amèneront à établir quelques conditions sur le système afin d'obtenir des solutions possibles pour l'observateur. Pour les détails, nous citons les travaux rapportés dans les références ([145]) et ([146]).

### B.3.1 Concept d'observabilité des systèmes non linéaires

Le concept d'observabilité des systèmes non linéaires conduit à plusieurs définitions de la propriété d'observabilité contrairement aux systèmes linéaires.

**Définition B.3. (*Indistinguabilité*)**

La paire de conditions initiales  $(x_0, x'_0)$ ,  $x_0 \neq x'_0$  est indistinguishable pour un système de la forme (B.17)-(B.18) si :

$$h(\phi(t, x_0, u(t))) = h(\phi(t, x'_0, u(t))); \quad \forall u(t), \forall t \geq t_0 \quad (B.19)$$

où  $\phi(t, x_0, u(t))$  désigne la solution  $x(t)$  à l'instant  $t \geq t_0$  pour la condition initiale  $x_0$  et pour une entrée  $u(t)$ .

Nous dirons aussi qu'un état  $x(t)$  à l'instant  $t$  quelconque (pas forcément une condition initiale) est indistinguishable de  $x_0$  si la paire  $(x(t), x_0)$  est indistinguishable.

**Définition B.4. (*Observabilité*)**

Le système (B.17)-(B.18) est observable s'il n'admet aucune paire indistinguishable.

L'une des complexités de l'étude de l'observabilité d'un système non linéaire est que cette propriété dépend du domaine d'étude  $\mathcal{D}$  considéré. A titre d'exemple, considérons le système suivant :

$$\dot{x}(t) = u(t); \quad x(t) \in \mathbb{R}, \quad y(t) = \sin(t) \quad (B.20)$$

Il est clair que la paire  $(x_0, x_0 + 2k\pi)$  est indistinguishable et donc le système n'est pas observable. Par contre si on considère l'intervalle  $\mathcal{D} = [\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ , alors le système est observable pour  $x \in \mathcal{D}$ . Ceci nous amène à définir l'observabilité locale dite "observabilité faible".

**Définition B.5 (*Observabilité faible*)**

Le système (B.17)-(B.18) est localement ou faiblement observable, s'il existe un voisinage  $\mathcal{D}$  pour tout  $x$  tel que pour tout voisinage  $\tilde{\mathcal{D}}$  de  $x$  qui est contenu dans  $\mathcal{D}$ , il n'existe aucun état indistinguishable de  $x$  en  $\tilde{\mathcal{D}}$  où les trajectoires évoluent à l'intérieur de  $\tilde{\mathcal{D}}$ .

**Définition B.6. (Espace d'observabilité)**

L'espace d'observabilité du système (B.17)-(B.18) est défini comme le plus petit espace vectoriel, noté  $\mathcal{O}$  de fonctions de classe  $\mathcal{C}^\infty$  contenant les fonctions de sortie  $h_i, i = 1, 2, \dots, p$  et tel que pour toute entrée  $u \in \mathcal{U}$  et pour toute fonction  $\tau \in \mathcal{O}$ , nous avons  $L_{\tilde{F}_u}(\tau) \in \mathcal{O}$  avec  $\tilde{F}_u = f(x) + g(x)u$  et  $L_{(\cdot)}(\tau)$  désigne la dérivée de Lie de  $\tau$  le long du champ de vecteur  $\tilde{F}_u$ .

**Définition B.7. (Observabilité au sens du rang)**

Le système (B.17)-(B.18) est observable au sens du rang en  $x_0 \in \mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n$  si la dimension de l'espace engendré par  $d\mathcal{O}|_{x_0} = \{d\tau|_{x_0}, \tau \in \mathcal{O}\}$  est égale à  $n$ . Avec  $d\mathcal{O}$  est l'espace des différentielles des éléments de  $\mathcal{O}$ .

**Théorème B.2** Si le système (B.17), (B.18) satisfait en  $x_0$  la condition d'observabilité au sens du rang alors il est observable en  $x_0$ .

En fait, les résultats ci-dessus sont énoncés pour les systèmes non linéaires décrits par le modèle non linéaire général suivant

$$\dot{x}(t) = \tilde{F}(x(t), u(t)), \quad x(t_0) = x_0 \quad (B.21)$$

$$y(t) = H(x(t), u(t)) \quad (B.22)$$

Pour ces systèmes, la propriété d'observabilité dépend aussi de l'entrée  $u(t)$ . Pour cette raison, les notions d'entrées universelles et d'observabilité  $\mathcal{U}$ -uniforme sont introduites, ([145], [148]). Pour les systèmes affines en entrée décrit par les équations (B.17)-(1.18), nous disposons d'un critère plus explicite qui s'apparente à une généralisation du critère de rang de Kalman vu dans le cas des systèmes linéaires. Ce critère est énoncé ci-dessous.

**Théorème B.3** Considérons le système (B.17)-(B.18). La paire  $(f, h)$  est observable en  $x_0 \in \mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n$  si la condition de rang ci-dessous est satisfaite

$$\text{Rang} \{dh \quad dL_f h \quad dL_f^2 h \quad \dots \quad dL_f^{n-1} h\} = n \quad (B.23)$$

## B.4 Revue des observateurs non linéaires

Comme nous l'avons précisé auparavant, la construction d'un observateur pour un système non linéaire n'est pas systématique en raison de l'indisponibilité d'un formalisme uniforme de description mathématique à tous les systèmes non linéaires. Certes, ces derniers peuvent se diviser en classes mais faut il encore que certaines hypothèses soient satisfaites par tous les systèmes de la même classe, ce qui n'est pas souvent le cas. Les premières

solutions apportées au problème de conception d'observateurs aux systèmes non linéaires considèrent de manière intuitive les versions étendues de l'observateur de Luenberger ([149]) et du filtre de Kalman ([150]). Le gain de l'observateur non linéaire est déterminé sur la base du modèle linéaire obtenu par linéarisation taylorienne autour d'un point d'équilibre. Ces observateurs donnent naturellement des résultats acceptables dans un voisinage local englobant le point d'équilibre. Ils sont très utilisés en pratique en raison de leur simplicité de conception et d'implémentation. Néanmoins, ils ne présentent pas de bonnes propriétés de convergence. En plus, ces observateurs dits étendus (observateur de Luenberger étendu et Filtre de Kalman Etendu FKE) souffrent de l'absence d'une validité mathématique de leurs performances dans le contexte non linéaire. Quelques solutions, qui permettent de valider l'application de l'observateur de Kalman ou de Luenberger aux systèmes non linéaires, ont été apportées. Dans Kerner-Isidori ([149]) des conditions nécessaires et suffisantes pour une linéarisation de l'erreur d'estimation sont établies. Cependant, leurs résultats ne s'appliquent qu'à une classe réduite de systèmes non linéaires. Ce résultat a été élargi à d'autres classes de systèmes non linéaires dans ([151]). Dans ([152]), les auteurs établissent des conditions suffisantes et nécessaires pour une linéarisation exacte des systèmes non linéaires en mettant en évidence le concept de l'immersion. Une autre approche basée sur la forme canonique observable restreinte aux systèmes mono sortie est proposée dans ([153]).

Le premier observateur non linéaire proprement dit qui a été développé est l'observateur à grand gain ([50]). Il reste, du point de vue mathématique et déterministe, un excellent outil. La convergence de cet observateur ainsi que la stabilité du système contrôlé par un retour d'état via cet observateur sont mathématiquement prouvées ([147]). Certaines associations hybrides ont été aussi considérées comme par exemple le filtre de Kalman avec l'observateur à grand gain ([154]). Ces associations permettent de mettre à profit les avantages des différents types d'observateurs. D'autres méthodologies de calcul d'observateurs non linéaires ont été proposées. Citons les observateurs basés sur les fonctions de Lyapunov comme l'observateur de Thau qui exploite un modèle composé d'une partie linéaire et d'une partie non linéaire ([155]), l'observateur par linéarisation étendue, ([156]), l'observateur par optimisation ([157]). La technique backstepping couramment utilisée dans la synthèse d'une commande des systèmes non linéaires est aussi utilisée pour la construction des observateurs ([129]). Notons aussi que l'approche LMI (Linear Matrix Inequality) est aussi appliquée pour le calcul du gain de l'observateur ([158]).

Si le filtre de Kalman offre une robustesse vis à vis du bruit, tous ces observateurs, y compris le filtre de Kalman lui même, restent très sensibles aux variations de paramètres.

La robustesse vis à vis de la variation des paramètres est une autre performance à considérer dans la synthèse des observateurs en raison de l'environnement incertain dans lequel fonctionnent les procédés. Parmi les observateurs robustes, on peut citer les observateurs à modes glissants, les observateurs adaptatifs et les observateurs ensemblistes. Les observateurs ensemblistes utilisent la théorie ensembliste et l'arithmétique des intervalles introduite récemment en automatique afin de prendre en charge les incertitudes sur les paramètres du modèle ([59]).

Une autre stratégie de synthèse d'observateurs pour les systèmes non linéaires qui met à profit les résultats du cas linéaire est la stratégie multi-modèle ([159], [160]). Un système non linéaire est approximé par une représentation multi-modèles de Takagi-Sugeno (modèle TS) ([161]), constituée d'une somme pondérée de plusieurs modèles linéarisés. L'observateur multimodèle est alors construit sur la base d'un modèle TS ([162]).

Dans ce qui suit, nous présentons brièvement le principe des observateurs les plus utilisés. La liste n'est pas exhaustive et la classification n'est pas unique puisque des combinaisons des différentes approches ont été envisagées. Les observateurs à modes glissants qui font l'objet de notre thèse seront particulièrement détaillés.

### B.4.1 Observateur de Luenberger étendu

La détermination de l'observateur de Luenberger pour un système non linéaire nécessite la disponibilité d'un modèle linéaire. Le modèle linéaire peut être obtenu par linéarisation autour d'un point d'équilibre. Le gain de l'observateur est alors calculé par la technique de placement de pôles [163]). Cependant, cette méthode ne peut être utilisée que si l'on est sûr que l'état du système reste au voisinage du point d'équilibre. Des instabilités peuvent survenir dès que l'on s'éloigne du point de fonctionnement.

Une autre approche de synthèse d'un observateur de Luenberger pour les systèmes non linéaires utilise un modèle linéaire obtenu par changement de coordonnées. En 1983 Krener et Isidori ([149]) ont fourni des conditions nécessaires et suffisantes pour une linéarisation de l'erreur de l'observation des modèles non linéaires afin de leur appliquer l'observateur de Luenberger. Cependant, leur résultats ne s'appliquent qu'à une classe réduite de systèmes non linéaires. A la même époque, Fliess et Kupka ([152]) fournissent des conditions suffisantes et nécessaires pour une linéarisation exacte des systèmes non linéaires en mettant en évidence le concept de l'immersion. Un autre résultat dû à Krener et Repondek ([151]) viennent pour élargir la classe des systèmes dynamiques étudiée par Krener-Isidori en se permettant un difféomorphisme sur la sortie. Dans ([164]) les auteurs ont combiné la

méthode de l'immersion à la méthode de linéarisation de l'erreur de l'observation en ajoutant des dynamiques qui ne dépendent que de la sortie et des variables auxiliaires. Cette méthode est analytique et son aspect géométrique a été développé dans ([165]). Un autre changement de coordonnées aboutissant à une forme compagne (matrice compagne) est proposé dans ([153]).

### B.4.2 Filtre de Kalman Étendu (FKE)

Considérons le système non linéaire

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) + g(x(t))u(t) + v(t) = F(x(t), u(t)) + v(t); \quad x(t_0) = x_0 \quad (B.24)$$

$$y(t) = h(x(t)) + w(t) \quad (B.25)$$

Les bruits  $v(t)$  et  $w(t)$  sont blancs gaussiens centrés de covariance  $M_v$  et  $M_w$  respectivement. Soient

$$A(x(t)) = \frac{\partial F(x, u)}{\partial x}, \quad B(x(t)) = \frac{\partial F(x, u)}{\partial u}, \quad C(x(t)) = \frac{\partial h(x)}{\partial x}, \quad (B.26)$$

les jacobiennes de  $F(x, u)$  par rapport à  $x$  et à  $u$  et de  $h(x)$  par rapport à  $x$ . Alors le filtre de Kalman non linéaire est décrit par

$$\dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}(t)) + g(\hat{x}(t))u(t) + L(x, t) (y(t) - \hat{y}(t)); \quad \hat{x}(t_0) = \hat{x}_0 \quad (B.27)$$

$$\hat{y}(t) = h(\hat{x}(t)) \quad (B.28)$$

Le gain  $L(x, t)$  est donné par

$$L(x, t) = P(x(t))C(x(t))^T M_w^{-1} \quad (B.29)$$

$P(x(t))$  est solution de l'équation de Riccati paramétrée

$$\dot{P}(x(t)) = AP + PA^T - PC^T M_w^{-1} CP + M_v \quad (B.30)$$

Comme dans le cas linéaire, on peut utiliser le filtre de Kalman dans le cadre déterministe. Dans ce cas, les matrices  $M_v$  et  $M_w$  définies positives n'ont plus d'interprétation stochastique mais peuvent être interprétées comme des matrices de coût, en considérant le filtre de Kalman comme un problème d'optimisation quadratique. Il a été démontré ([166]) que cet observateur est localement exponentiellement convergent i.e. il converge exponentiellement pour  $x_0$  assez proche de  $\hat{x}_0$ . Le filtre de Kalman étendu semble donner de bons résultats en pratique et il est souvent utilisé par les ingénieurs en charge de la commande de procédés.

Cependant, aucun résultat théorique ne garantit sa convergence. Son caractère local le rend impraticable aux cas de procédés fortement non linéaires ou soumis à de grandes perturbations non modélisées et non mesurées. Dans une telle situation, une divergence entre l'état estimé et l'état réel est souvent constatée. Un autre inconvénient du filtre de Kalman étendu est que sa mise en œuvre exige beaucoup de calculs.

### B.4.3 Observateur à grand gain

Les observateurs à grand gain possèdent d'excellentes propriétés globales. La référence historique est de Gauthier-Hammouri-Othman ([50]). L'étude plus complète est néanmoins rapportée dans la référence ([51]). Contrairement à l'observateur de Luenberger et au filtre de Kalman, ce sont des observateurs qui convergent globalement de manière exponentielle. Par contre, leur application ne concerne qu'une classe restreinte de systèmes non linéaires. Comme cela a été souligné plus haut, dans le cas général, l'observabilité des systèmes non linéaires dépend de l'entrée. Cependant, il existe des systèmes qui sont observables quelque soit l'entrée. Ils sont dits uniformément observables. La classe restreinte concerne les systèmes uniformément observables qui peuvent être transformés par un changement de coordonnées, en une forme canonique particulière dite triangulaire. Les systèmes affines en l'entrée et mono-sortie sont uniformément observables et peuvent être transformés en la forme triangulaire. L'application

$$\Phi(x) = z = \begin{bmatrix} h(x) \\ L_f h(x) \\ L_f^2 h(x) \\ \vdots \\ L_f^{n-1} h(x) \end{bmatrix} \quad (B.31)$$

est un difféomorphisme qui tranforme le système (B.17)-(B.18) en

$$\dot{z}(t) = Az(t) + F(z) + G(z)u(t) \quad (B.32)$$

$$y(t) = z_1 = Cz(t) \quad (B.33)$$

où

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}; \quad C = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0]$$

$$F(z) = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \varphi(z(t)) \end{bmatrix}, G(z) = \begin{bmatrix} g_1(z_1) \\ g_2(z_1, z_2) \\ \vdots \\ g_{n-1}(z_1, z_2, \dots, z_n) \end{bmatrix}$$

L'observateur s'écrit

$$\dot{\hat{z}}(t) = A\hat{z}(t) + F(\hat{z}(t)) + G(\hat{z}(t))u(t) - S_\theta^{-1}C^T(C\hat{z}(t) - y(t)) \quad (B.34)$$

où la matrice  $S_\theta$  est solution de l'équation

$$A^T S_\theta + S_\theta A + \theta S_\theta = C^T C \quad (B.35)$$

et  $\theta$  est un paramètre suffisamment grand qui permet d'ajuster la convergence de l'observateur.

L'avantage de ce type d'observateur est qu'il possède une convergence globale qu'on peut régler par le choix du paramètre  $\theta$ . Les principaux inconvénients sont

1. l'obtention de la forme triangulaire (existence du changement de coordonnées), n'est pas toujours évidente dans le cas général.
2. la sensibilité au bruit de mesure si le gain est choisi trop grand.

#### B.4.4 Observateur à modes glissants

Dans la résolution des problèmes de commande des systèmes, il a été admis que la technique des modes glissants est particulièrement avantageuse en raison de ses performances en robustesse vis à vis des incertitudes de modélisation et des perturbations, de l'obtention d'une convergence vers l'état désiré en un temps fini (stabilité en temps fini) et aussi en raison de la simplicité de son implémentation aussi bien pour les systèmes linéaires que pour les systèmes non linéaires. Ces avantages ont conduit naturellement à l'utilisation de cette technique pour la construction des observateurs. Le principe des observateurs à modes glissants repose sur l'injection d'une entrée de contrôle discontinue. De nombreux travaux portant sur les observateurs à modes glissants ont été publiés. Sans être exhaustifs, nous pouvons citer les références ([128], [129],[167]-[183]) mais la liste est très longue. De manière générale, considérons un système non linéaire décrit par les équations suivantes :

$$\dot{x}(t) = f(x, u) \quad (B.37)$$

$$y(t) = h(x); \quad y(t) \in \mathfrak{R}^p \quad (B.38)$$

L'observateur à modes glissants associé à ce système est décrit par :

$$\dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}, u) + Lv(t) \quad (B.39)$$

$$\hat{y}(t) = h(\hat{x}) \quad (B.40)$$

où  $L$  est la matrice gain de l'observateur et  $v(t)$  est l'injection discontinue donnée par

$$v(t) = [\text{sign}(y_1 - \hat{y}_1) \quad \text{sign}(y_2 - \hat{y}_2) \quad \dots \quad \text{sign}(y_p - \hat{y}_p)] \quad (B.41)$$

$v(t)$  représente le vecteur de surfaces de glissement. Les  $p$  surfaces de glissement sont  $s_i = y_i - \hat{y}_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, p$ .

Plusieurs types d'observateurs à modes glissants ont été proposés dans la littérature. Dans le cas des systèmes linéaires, nous pouvons citer l'observateur d'Utkin ([172]) et l'observateur de Walcott et Zak ([167]). Dans le cas des systèmes non linéaires, il est souvent nécessaire d'obtenir au préalable une forme particulière du système. Ces formes particulières sont les formes canoniques commandable et ou observable ou bien les formes triangulaires. La procédure étape par étape (backstepping) sur les formes triangulaires est la plus élégante car elle permet de déterminer les conditions sur les gains de l'observateur afin d'assurer une convergence vers zéro de l'erreur d'observation en temps fini. La convergence en temps fini de l'observateur est une nécessité dans le cas des systèmes non linéaires. En effet, du fait que le théorème de séparation n'est pas en général vérifié, il est primordial que l'observateur converge en un temps fini suffisamment petit et réglable par le choix des gains afin d'assurer la stabilisation de la commande par retour d'état reconstruit. Comme pour la synthèse de la commande par modes glissants, on distingue les observateurs à modes glissants d'ordre un et les observateurs à modes glissants d'ordre supérieur. Ces derniers permettent de supprimer le phénomène de réticence (chattering) en garantissant une meilleure précision de convergence tout en préservant les avantages des observateurs à modes glissants d'ordre un telles que la stabilité en temps fini et la robustesse vis à vis des incertitudes. Le principe des observateurs à modes glissants utilisant la stratégie étape par étape est détaillé ci-dessous.

### Observateurs en modes glissants étape par étape d'ordre un

Afin d'illustrer la structure d'un observateur à modes glissants étape par étape d'ordre un, considérons, sans perte de généralités, le système du second ordre décrit par la forme triangulaire suivante :

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = f(x_1, x_2)$$

$$y = x_1$$

où  $f(x_1, x_2)$  est une fonction bornée pour  $(x_1, x_2) \in \Omega \subset \mathbb{R}^2$ . L'observateur associé est donné par

$$\dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 + \lambda_1 \text{sign}(x_1 - \hat{x}_1)$$

$$\dot{\hat{x}}_2 = f(x_1, \tilde{x}_2) + E_1 \lambda_2 \text{sign}(\tilde{x}_2 - \hat{x}_2)$$

$$\tilde{x}_2 = \hat{x}_2 + E_1 \lambda_1 \text{sign}(x_1 - \hat{x}_1)$$

avec  $E_1 = 1$  si  $x_1 = \hat{x}_1$  et  $E_1 = 0$  sinon. Avec un choix judicieux des gains  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ , on peut montrer que l'erreur d'observation converge vers zéro en un temps fini ([179]). L'inconvénient des observateurs d'ordre un est qu'ils introduisent le phénomène de réticence. Certes, on peut effectivement atténuer ce phénomène en remplaçant la fonction discontinue  $\text{sign}$  par des sigmoïdes ou bien en insérant un filtre passe bas. Cependant l'introduction d'un filtre ne permet pas d'avoir la convergence en temps fini. Le recours aux observateurs d'ordre supérieur est alors recommandé ([182], [183], [184]).

### Observateurs en modes glissants étape par étape d'ordre supérieur

Nous présentons l'observateur à modes glissants d'ordre deux étape par étape basé sur l'algorithme de super twisting ([129]). Considérons un système non linéaire d'ordre  $n$  décrit par la forme normale ci-dessous

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = x_3$$

$$\vdots$$

$$\dot{x}_n = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$y = x_1$$

L'observateur est formulé comme suit

$$\dot{\hat{x}}_1 = \tilde{x}_2 + \lambda_1 |x_1 - \hat{x}_1|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(x_1 - \hat{x}_1)$$

$$\dot{\hat{x}}_2 = \alpha_1 \text{sign}(x_1 - \hat{x}_1)$$

$$\dot{\hat{x}}_2 = E_1 \left[ \tilde{x}_3 + \lambda_2 |\tilde{x}_2 - \hat{x}_2|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\tilde{x}_2 - \hat{x}_2) \right]$$

$$\vdots$$

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{x}}_n &= E_{n-2}\alpha_{n-1}\text{sign}(\tilde{x}_{n-1} - \hat{x}_{n-1}) \\ \dot{\hat{x}}_n &= E_{n-1} \left[ \tilde{f} + \lambda_n |\tilde{x}_n - \hat{x}_n|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\tilde{x}_n - \hat{x}_n) \right] \\ \dot{\tilde{f}} &= E_{n-1}\alpha_{n-1}\text{sign}(\tilde{x}_n - \hat{x}_n)\end{aligned}$$

Il a été démontré dans ([129]) que les erreurs d'observation  $e_i = x_i - \hat{x}_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  convergent vers zéro en un temps fini.

# Annexe C : La commande par backstepping

L'idée de la conception d'une commande par backstepping (étape par étape) repose sur la sélection, à chaque étape, d'une fonction appropriée des variables d'état comme une entrée virtuelle pour une partie (sous système) de dimension réduite du système global. A chaque étape, la commande virtuelle pour la partie considérée est construite en rendant négative la dérivée par rapport au temps d'une fonction de Lyapunov choisie de manière adéquate. A la fin de la procédure, la commande réelle est alors obtenue en rendant négative la dérivée par rapport au temps de la fonction de Lyapunov globale obtenue par la somme de toutes les fonctions de Lyapunov choisies en chaque étape. Cette technique suppose nécessairement que la commande réelle n'affecte que la dernière partie (le dernier sous système). Le nombre de sous systèmes qui correspond au nombre d'étapes ainsi que la façon de choisir les sous systèmes relèvent de la définition des entrées virtuelles à considérer et dans la faisabilité de la technique.

L'un des avantages de la commande par backstepping est qu'elle ne force pas le système à commander à être linéaire, ceci peut éviter l'élimination des nonlinéarités utiles. En outre, des termes d'amortissement non linéaires supplémentaires peuvent être introduits dans la boucle de commande pour augmenter la robustesse. Une autre caractéristique de la technique par backstepping est que les incertitudes qui affectent le système ne sont pas exigées à satisfaire la condition de recouvrement pour les systèmes nonlinéaires donnés sous la forme triangulaire.

Une étude bibliographique des différentes stratégies de la commande par backstepping comme le backstepping intégrateur, le backstepping pour des systèmes sous la forme triangulaire, le backstepping adaptatif, le backstepping robuste est présentée dans [185]. Nous présentons dans cette annexe ces techniques.

## C.1 Backstepping intégrateur

Considérons le système de deuxième ordre suivant :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= x^2 - x^3 + \xi \\ \dot{\xi} &= u \end{aligned} \quad (C.1)$$

L'objectif de la commande est de faire converger  $x$  vers zéro quand  $t \rightarrow \infty$ . La loi de commande est synthétisée en deux étapes.

### Etape 1

Dans cette étape,  $\xi$  est utilisé comme un élément de commande virtuel pour forcer  $x$  à converger vers zéro quand  $t \rightarrow \infty$ . Soit la fonction de Lyapunov suivante :

$$V_1 = \frac{1}{2}x^2 \quad (C.2)$$

Sa dérivée par rapport au temps est donnée par :

$$\dot{V}_1 = x(x^2 - x^3 + \xi) \quad (C.3)$$

Afin de rendre la dérivée de  $V_1$  négative définie,  $\xi$  est choisi comme un élément de commande virtuel, sa valeur désirée est donnée par :

$$\xi^* = -k_1x - x^2 = \alpha(x) \quad (C.4)$$

En posant  $\xi = \xi^*$  dans (C.3), on obtient :

$$\dot{V}_1 = -k_1x^2 - x^4 \leq 0 \quad (C.5)$$

Cela implique que  $x \rightarrow 0$  quand  $t \rightarrow \infty$ .

### Etape 2

L'objectif de cette étape est de faire converger  $\xi$  vers sa valeur désirée  $\xi^*$  en utilisant la commande réelle  $u$ . Soit  $e = \xi - \xi^*$  l'erreur de poursuite de  $\xi$ , sa dynamique est donnée par :

$$\dot{e} = \dot{\xi} - \dot{\xi}^* = u - (2x + k_1)(k_1x + x^3 - e) \quad (C.6)$$

Considérons maintenant la fonction de Lyapunov augmentée suivante :

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}e^2 \quad (C.7)$$

La dérivée de  $V_2$  par rapport au temps est :

$$\dot{V}_2 = x(-x^3 - k_1x + e) + e(u - (2x + k_1)(k_1x + x^3 - e)) \quad (C.8)$$

Pour rendre  $\dot{V}_2$  négative définie, nous choisissons la commande  $u$  comme suit :

$$u = -x + (2x + k_1)(k_1x + x^3 - e) - k_2e \quad (C.9)$$

En remplaçant  $u$  dans (C.8), nous obtenons :

$$\dot{V}_2 = -x^4 - k_1x^2 - k_2e^2 \leq 0 \quad (C.10)$$

Cela implique que  $x \rightarrow 0$  et  $\xi \rightarrow \xi^*$  asymptotiquement.

**Remarque C.1** : Dans cet exemple,  $\xi$  est dénommé un élément de **commande virtuel** et sa valeur désirée  $\alpha(x)$  est dénommée une **fonction stabilisante**.

Le backstepping intégrateur est résumé par le Lemme suivant.

**Lemme C.1** (Backstepping intégrateur)

Considérons le système

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ \dot{\xi} &= u \end{aligned} \quad (C.11)$$

où  $f(0) = 0$ . S'il existe une fonction stabilisante  $\xi = \alpha(x)$  et une fonction positive définie  $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  telle que :

$$\frac{\partial V}{\partial x}(f(x) + g(x)\alpha(x)) < 0,$$

alors la commande

$$u = -c(\xi - \alpha(x)) + \frac{\partial \alpha}{\partial x}(f(x) + g(x)\xi) - \frac{\partial V}{\partial x}g(x), c > 0 \quad (C.12)$$

stabilise asymptotiquement le point d'équilibre du système (C.11).

**Preuve :**

Soit la fonction de Lyapunov suivante :

$$V_a = V + \frac{1}{2}(\xi - \alpha(x))^2$$

En dérivant  $V_a$  par rapport au temps et en y remplaçant la loi de commande (C.12), la dérivée de  $V_a$  devient négative définie. Ceci signifie que la loi de commande (C.12) stabilise asymptotiquement le point d'équilibre du système (C.11).  $\square$

## C.2 Backstepping pour les systèmes sous la forme triangulaire

Ces systèmes sont décrits par le modèle suivant :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)\xi_1 \\ \dot{\xi}_1 &= f_1(x, \xi_1) + g_1(x, \xi_1)\xi_2 \\ \dot{\xi}_2 &= f_2(x, \xi_1, \xi_2) + g_2(x, \xi_1, \xi_2)\xi_3 \\ &\vdots \\ &\vdots \\ &\vdots \\ \dot{\xi}_k &= f_k(x, \xi_1, \dots, \xi_k) + g_k(x, \xi_1, \dots, \xi_k)u \end{aligned} \tag{C.13}$$

où :  $x \in R^n$  et  $\xi_1, \dots, \xi_k \in R$ . La synthèse de la commande par backstepping pour le système décrit par le modèle (C.13), se fait par l'application du backstepping intégrateur décrit dans la section précédente d'une manière récursive comme suit :

### Etape 1

Cette étape considère la commande du premier sous-système décrit par :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\xi_1 \tag{C.14}$$

L'objectif est de forcer  $x$  à converger vers zéro quand  $t \rightarrow \infty$ , en utilisant  $\xi_1$  comme un élément de commande virtuel, sa valeur désirée (fonction stabilisante)  $\xi_1 = \alpha_1(x)$  est calculée de façon à rendre la dérivée de la fonction de Lyapunov  $V(x)$  négative définie, i.e :

$$\frac{\partial V}{\partial x}(f(x) + g(x)\alpha_1(x)) \leq -W(x)$$

où :  $W(x)$  est une fonction définie positive.

### Etape 2

Cette étape considère le sous-système suivant :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g(x)\xi_1 \\ \dot{\xi}_1 &= f_1(x, \xi_1) + g_1(x, \xi_1)\xi_2\end{aligned}\tag{C.15}$$

Soit  $e_1$ , la déviation de  $\xi_1$  de sa valeur désirée  $\alpha_1(x)$ , sa dynamique est donnée par :

$$\begin{aligned}\dot{e}_1 &= \dot{\xi}_1 - \frac{\partial \alpha_1(x)}{\partial x} \dot{x} \\ &= f_1(x, \xi_1) + g_1(x, \xi_1)\xi_2 - \frac{\partial \alpha_1(x)}{\partial x}(f(x) + g(x)(\alpha_1(x) + e_1))\end{aligned}$$

Considérons la fonction de Lyapunov augmentée suivante :

$$V_1 = V(x) + \frac{1}{2}e_1^2\tag{C.16}$$

Dans cette étape  $\xi_2$  est utilisé comme un élément de commande virtuel, sa valeur désirée  $\xi_2 = \alpha_2(x, e_1)$  est calculée de façon à rendre la dérivée de  $V_1$  négative définie.

### Etape 3

Dans cette étape nous considérons le sous-système suivant :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g(x)\xi_1 \\ \dot{\xi}_1 &= f_1(x, \xi_1) + g_1(x, \xi_1)\xi_2 \\ \dot{\xi}_2 &= f_2(x, \xi_1, \xi_2) + g_2(x, \xi_1, \xi_2)\xi_3\end{aligned}\tag{C.17}$$

Soit  $e_2 = \xi_2 - \alpha_2(x, e_1)$ . Considérons la fonction de Lyapunov augmentée suivante :

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}e_2^2\tag{C.18}$$

Dans cette étape  $\xi_3$  est considéré comme un élément de commande virtuel, sa valeur désirée  $\xi_3 = \alpha_3(x, e_1, e_2)$  est calculée de façon à rendre la dérivée de  $V_2$  négative définie.

Cette récursive procédure va se terminer à la *kième* étape, où la commande réelle  $u$  va être déterminée.

### C.3 Backstepping adaptatif

Dans cette section, nous présentons le backstepping adaptatif pour les systèmes non-linéaires avec des paramètres inconnus. Nous illustrons la procédure de conception à travers un exemple.

Considérons le système suivant :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 + \theta\varphi(x_1) \\ \dot{x}_2 &= u\end{aligned}\tag{C.19}$$

où  $\theta$  est un paramètre constant inconnu.

#### Etape 1

Dans cette étape, nous considérons  $x_2$  comme un élément de commande virtuel. Soit  $\hat{\theta}$  l'estimé de  $\theta$  et soit  $e_\theta = \theta - \hat{\theta}$  l'erreur d'estimation. Soit la fonction de Lyapunov suivante :

$$V_1(x_1, e_\theta) = \frac{1}{2}x_1^2 + \frac{1}{2\gamma}e_\theta^2\tag{C.20}$$

En choisissant la loi de commande virtuelle comme suit :

$$x_2 = -k_1x_1 - \hat{\theta}\varphi(x_1) = \alpha_1(x_1, \hat{\theta})$$

et la loi d'adaptation comme suit :

$$\dot{\hat{\theta}} = \gamma\varphi(x_1)x_1 = \gamma\beta_1$$

La dérivée de l'équation de Lyapunov (C.20) est :

$$\dot{V}_1 = -k_1x_1^2 \leq 0\tag{C.21}$$

cela implique que  $x_1$  et  $e_\theta$  convergent vers zéro asymptotiquement.

#### Etape 2

Soit  $e = x_2 - \alpha_1(x_1, \hat{\theta})$  la déviation de  $x_2$  de sa valeur désirée  $\alpha_1(x_1, \hat{\theta})$ , sa dynamique est donnée par :

$$\begin{aligned}\dot{e} &= \dot{x}_2 - \dot{\alpha}_1 = u - \dot{\alpha}_1 \\ &= u - \frac{\partial\alpha_1}{\partial x_1}x_2 - \frac{\partial\alpha_1}{\partial\hat{\theta}}\dot{\hat{\theta}} - \hat{\theta}\frac{\partial\alpha_1}{\partial x_1}\varphi(x_1) - e_\theta\frac{\partial\alpha_1}{\partial x_1}\varphi(x_1)\end{aligned}$$

Choisissons la fonction de Lyapunov augmentée suivante :

$$V_2(x_1, e, e_\theta) = V_1(x_1, e_\theta) + \frac{1}{2}e^2 \quad (C.22)$$

La dérivée de  $V_2$  par rapport au temps est :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + e\dot{e} \\ &= -k_1x_1^2 + e_\theta(\beta_1 - \frac{\partial\alpha_1}{\partial x_1}\varphi(x_1)e - \frac{1}{\gamma}\dot{\hat{\theta}}) \\ &\quad + e(u + x_1 - \frac{\partial\alpha_1}{\partial x_1}x_2 - \frac{\partial\alpha_1}{\partial \hat{\theta}}\dot{\hat{\theta}} - \hat{\theta}\frac{\partial\alpha_1}{\partial x_1}\varphi(x_1)) \end{aligned}$$

Pour rendre  $\dot{V}_2$  négative définie, nous choisissons la commande  $u$  comme suit :

$$u = -k_2e - x_1 + \frac{\partial\alpha_1}{\partial x_1}x_2 + \frac{\partial\alpha_1}{\partial \hat{\theta}}\dot{\hat{\theta}} + \hat{\theta}\frac{\partial\alpha_1}{\partial x_1}\varphi(x_1)$$

et la loi d'adaptation comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\theta}} &= \gamma(\beta_1 - \frac{\partial\alpha_1}{\partial x_1}\varphi(x_1)e) \\ &= \gamma(\varphi(x_1)e - \frac{\partial\alpha_1}{\partial x_1}\varphi(x_1)e) \end{aligned}$$

Par conséquent la dérivée de  $V_2$  devient :

$$\dot{V}_2 = -k_1x_1^2 - k_2e^2 \quad (C.23)$$

Cela implique que  $x_1 \rightarrow 0$ ,  $e_\theta \rightarrow 0$  et  $e \rightarrow 0$  asymptotiquement.

## C.4 Le backstepping robuste

Nous allons illustrer la procédure de conception du backstepping robuste en considérant le système de second ordre suivant :

$$\dot{x}_1 = f(x_1) + x_2 + \Delta(x_1, t) \quad (C.24)$$

$$\dot{x}_2 = u$$

où  $\Delta(x_1, t)$  est une fonction nonlinéaire inconnue (incertitude) bornée, i.e :  $|\Delta(x_1, t)| < h_1(x_1, t)$ .

Le backstepping robuste est basé sur la technique des modes glissants qui fait intervenir la fonction  $sign$  pour la compensation des incertitudes et des perturbations. Comme les fonctions stabilisantes  $\alpha_i$  dans chaque étape doivent être continûment différentiables, la fonction  $sign$  est approximée par la fonction continue tangente hyperbolique. Le lemme ci-dessous quantifie l'erreur de cette approximation [186].

**Lemme C.2** *Pour tout  $\epsilon > 0$  donné, l'inégalité suivante est vérifiée*

$$0 \leq k.x.sign(x) - k.x.tanh\left(\frac{kh}{\epsilon}x\right) \leq \epsilon \quad (C.25)$$

où  $x$  est la variable d'état,  $h = 0.2785$  et  $k$  est n'importe quel nombre positif. La preuve de ce Lemme est donné dans [186].

La loi de commande pour le système (C.24) est synthétisée dans deux étapes :

### Etape 1

Dans cette étape,  $x_2$  est considéré comme un élément de commande. Choisissons la fonction de Lyapunov suivante :

$$V_1 = \frac{1}{2}x_1^2 \quad (C.26)$$

et la fonction stabilisante suivante :

$$x_2 = -k_1x_1 - f(x_1) - h_1(x_1, t)sign(x_1) \quad (C.27)$$

Nous obtenons :

$$\dot{V}_1 = -k_1x_1^2 + x_1\Delta(x_1, t) - x_1h_1(x_1, t)sign(x_1) < 0 \quad (C.28)$$

Ceci implique que  $x_1 \rightarrow 0$  asymptotiquement malgré la présence des incertitudes  $\Delta(x_1, t)$ .

Afin d'éviter l'utilisation d'une fonction stabilisante discontinue, (C.27) est approximé comme suit :

$$\begin{aligned} x_2 &= -k_1x_1 - f(x_1) - h_1(x_1, t)tanh\left(\frac{hh_1(x_1, t)x_1}{\epsilon_1}\right) \\ &= \alpha_1(x_1, t) \end{aligned} \quad (C.29)$$

où  $\epsilon_1$  est un paramètre de conception positif,  $h = 0.2785$  (voir Lemme C.2). Avec la fonction stabilisante (C.29), la dérivée de  $V_1$  devient :

$$\dot{V}_1 = -k_1x_1^2 + x_1\Delta(x_1, t) - x_1h_1(x_1, t)tanh\left(\frac{hh_1(x_1, t)x_1}{\epsilon_1}\right)$$

$$\leq -k_1 x_1^2 + x_1 h_1(x_1, t) \operatorname{sign}(x_1) - x_1 h_1(x_1, t) \tanh\left(\frac{h h_1(x_1, t) x_1}{\epsilon_1}\right)$$

Par le Lemme (C.2), la dérivée de  $V_1$  devient :

$$\dot{V}_1 \leq -k_1 x_1^2 + \epsilon_1 \quad (C.30)$$

Cela implique que la variable  $x_1$  tend vers une boule dont le rayon dépend du paramètre  $\epsilon_1$ .

### Etape 2

Comme  $x_2$  n'est pas une grandeur de commande réelle, nous définissons l'erreur de poursuite suivante :

$$e = x_2 - \alpha_1(x_1, t)$$

Sa dynamique est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \dot{x}_2 - \dot{\alpha}_1(x_1, t) \\ &= u - \left( \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial t} \right) \\ &= u - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (-k_1 x_1 - h_1 \tanh\left(\frac{h h_1(x_1, t) x_1}{\epsilon_1}\right)) + e + \Delta(x_1, t) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial t} \end{aligned}$$

En augmentant la fonction de Lyapunov  $V_1$  en incluant la variable d'erreur  $e$ , on obtient :

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} e^2 \quad (C.31)$$

La dérivée de  $V_2$  par rapport au temps est :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + e \dot{e} \\ &\leq -k_1 x_1^2 + \epsilon_1 + x_1 e + e \dot{e} \\ &= -k_1 x_1^2 + \epsilon_1 + x_1 e + e \left( u - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (-k_1 x_1 - h_1 \tanh\left(\frac{h h_1(x_1, t) x_1}{\epsilon_1}\right)) + e + \Delta(x_1, t) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial t} \right) \end{aligned} \quad (C.32)$$

Supposons qu'il existe une fonction lisse  $h_2(x_1, t)$  telle que :

$$\frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \Delta(x_1, t) \leq h_2(x_1, t) \quad (C.33)$$

En choisissant la commande réelle comme suit :

$$u = -k_2 e - x_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (-k_1 x_1 - h_1 \tanh\left(\frac{h h_1(x_1, t) x_1}{\epsilon_1}\right)) + e + \frac{\partial \alpha_1}{\partial t} - h_2 \tanh\left(\frac{h h_2(x_1, t) e}{\epsilon_2}\right) \quad (C.34)$$

l'inégalité (C.32) devient :

$$\begin{aligned}\dot{V}_2 &\leq -k_1x_1^2 - k_2e^2 + \epsilon_1 - e\frac{\partial\alpha_1}{\partial x_1}\Delta(x_1, t) + eh_2\tanh\left(\frac{hh_2(x_1, t)e}{\epsilon_2}\right) \\ &\leq -k_1x_1^2 - k_2e^2 + \epsilon_1 + \epsilon_2\end{aligned}\tag{C.35}$$

Cela implique que les variables  $x_1$  et  $e$  convergent vers une boule dont le rayon dépend des paramètres  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$ .

# Annexe D : Observabilité de la machine asynchrone

## D.1 Introduction

Dans cette annexe, nous rappelons l'observabilité de la machine asynchrone avec et sans capteur de vitesse. Ce problème a été étudié par plusieurs auteurs, ([187], [188], [189], [190], [191]). Les résultats que nous présentons ici sont principalement repris des travaux de M. Ghanes ([187]). Dans tous ces travaux, l'étude de l'observabilité suppose la machine est saine c'est à dire ne présentant pas de défauts.

## D.2 Modèle de la machine dans le repère $(\alpha - \beta)$

Reprenons le modèle de la machine dans le plan  $(\alpha - \beta)$  (Modèle 2.12 du Chapitre 2). Celui-ci peut être réécrit comme suit

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) + g(x(t))u(t) \quad (D.1)$$

$$y(t) = h(x(t)) \quad (D.2)$$

avec

$$x(t) = \begin{bmatrix} i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \\ \phi_{\alpha r} \\ \phi_{\beta r} \\ \Omega \\ T \end{bmatrix} \quad f(x) = \begin{bmatrix} -ai_{\alpha s} + b\delta\phi_{\alpha r} + bP\Omega\phi_{\beta r} \\ -ai_{\beta s} + b\delta\phi_{\beta r} - bP\Omega\phi_{\alpha r} \\ -\delta\phi_{\alpha r} - P\Omega\phi_{\beta r} + \delta L_m i_{\alpha s} \\ -\delta\phi_{\beta r} + P\Omega\phi_{\alpha r} + \delta L_m i_{\beta s} \\ m(\phi_{\alpha r} i_{\beta s} - \phi_{\beta r} i_{\alpha s}) - c\Omega - \frac{T}{J} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$u(t) = \begin{bmatrix} V_{\alpha s} \\ V_{\beta s} \end{bmatrix}; \quad g(x(t)) = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Les différents paramètres sont donnés par  $a = \left( \frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{1-\sigma}{\sigma \tau_r} \right)$ ,  $\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}$ ,  $b = \frac{L_m}{\sigma L_s L_r}$ ,  $\delta = \frac{1}{\tau_r}$ ,  $c = \frac{f}{J}$ ,  $m = PL_m/L_r J$ ,  $m_1 = \frac{1}{\sigma L_s}$ . Pour les sorties, nous allons considérer deux cas. Le premier cas suppose que la vitesse  $\Omega$  est mesurée c'est à dire qu'on utilise un capteur de vitesse. Dans ce cas les sorties sont

$$y_1(t) = h(x) = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \\ \Omega \end{bmatrix} \quad (D.4)$$

Pour des raisons industrielles, l'utilisation d'un capteur de vitesse est souvent évité et ce depuis déjà quelques décennies. En effet, le capteur de vitesse dégrade la robustesse et la fiabilité du contrôle de la machine. Il est donc recommandé d'estimer la vitesse par un observateur jouant le rôle de capteur logiciel. Dans le second cas, les sorties sont alors

$$y_2(t) = h(x) = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \end{bmatrix} \quad (D.5)$$

L'observabilité des systèmes est une propriété qui dépend du choix des sorties. Il est clair que pour le premier cas où on dispose de trois sorties, on peut prétendre que le système serait complètement observable c'est à dire qu'il sera toujours possible de reconstruire tous les états de la machine par un observateur. Par contre dans le second cas, l'observabilité sera probablement altérée du fait qu'on dispose d'un nombre réduit d'information de sorties. Nous rappelons ci-dessous les résultats concernant l'observabilité de la machine avec et sans capteur de vitesse rapportés essentiellement dans la référence ([187]). Nous avons rappelé dans l'annexe B les différentes définitions de l'observabilité des systèmes non linéaires ainsi que les principaux critères permettant de vérifier cette propriété. Dans ce qui suit, nous utilisons la définition suivante ([192])

**Définition D.1**([192]) Le système non linéaire suivant

$$\dot{x}(t) = F(x(t), u(t)) \quad (D.6)$$

$$y(t) = h(x(t)) \quad (D.7)$$

est génériquement observable si la dimension de l'espace d'observabilité  $\mathcal{O}$  défini par

$$\mathcal{O} = \mathcal{X} \cap (\mathcal{U} + \mathcal{Y}) \quad (D.8)$$

est égale à  $n$ . où

$$\begin{aligned}\mathcal{X} &= \text{span}_{\mathcal{K}} dx \\ \mathcal{U} &= \text{span}_{\mathcal{K}} du^{(v)}; v \geq 0 \\ \mathcal{Y} &= \text{span}_{\mathcal{K}} dy^{(w)}; w \geq 0\end{aligned}$$

et  $\mathcal{K}$  désigne l'ensemble des fonctions méromorphes.

**Théorème D.1**([192]) Le système (D.6), (D.7) est génériquement observable si

$$\dim \mathcal{O} = n \quad (D.9)$$

Si la condition générique (D.9) est satisfaite, alors on peut vérifier que

$$\text{rang}_{\mathcal{K}} \begin{pmatrix} dy \\ d\dot{y} \\ d\ddot{y} \\ \vdots \\ dy^{(n-1)} \end{pmatrix} = n \quad (D.10)$$

Le critère suivant seulement suffisant est utilisé :

La jacobienne de  $\frac{\partial(y, \dot{y}, y^{(n-1)})}{\partial(x_1, x_2, x_n)}$  est de rang plein.

### D.3 Observabilité de la machine avec capteur de vitesse

Soit l'ensemble des fonctions contenant les trois sorties et leurs dérivées successives :

$$P_1(x) = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \\ \dot{h}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_5 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_5 \end{bmatrix} \quad (D.11)$$

Pour vérifier l'observabilité au sens du rang, on peut évaluer le rang de la jacobienne de  $P_1(x)$  par rapport à  $x$ .

$$J_1(x) = \frac{\partial(P_1(x))}{\partial x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -a & 0 & b\delta & bPx_5 & bPx_4 & 0 \\ 0 & -a & -bPx_5 & b\delta & -bPx_3 & 0 \\ -mx_4 & mx_3 & mx_2 & -mx_1 & -c & -\frac{1}{J} \end{bmatrix} \quad (D.12)$$

Le déterminant de  $J_1(x)$  est égal à

$$D_1(x) = \det(J_1(x)) = -\frac{b^2}{J} (\delta^2 + P^2 x_5^2) \quad (D.13)$$

Nous déduisons que le rang de  $J_1(x)$  est égal à la dimension du système  $n$  quelque soit la vitesse  $\Omega$ . Il est donc clair que la machine avec capteur de vitesse est localement observable.

## D.4 Observabilité de la machine sans capteur de vitesse

L'espace d'observabilité est engendré cette fois par les fonctions contenues dans  $P_2(x)$  :

$$P_2(x) = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \\ \ddot{h}_1 \\ \ddot{h}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} \quad (D.14)$$

La jacobienne de  $P_2(x)$  par rapport à  $x$  s'écrit alors

$$J_2(x) = \frac{\partial(P_2(x))}{\partial x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -a & 0 & b\delta & bPx_5 & bPx_4 & 0 \\ 0 & -a & -bPx_5 & b\delta & -bPx_3 & 0 \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 \end{bmatrix} \quad (D.15)$$

avec

$$\begin{aligned} a_1 &= b\delta^2 L_m - bPmx_4^2 + a^2 \\ a_2 &= bPmx_4x_3 + bPL_m\delta x_5 \\ a_3 &= -b\delta^2 + bPmx_4x_2 + bP^2x_5^2 - ab\delta \\ a_4 &= -2bP\delta x_5 + bP \left( mx_3x_2 - mx_4x_1 - cx_5 - \frac{x_6}{J} \right) - bPmx_4x_1 - abPx_5 \\ a_5 &= -b\delta Px_4 - bPcx_4 + bP(-\delta x_4 + Px_5x_3 + \delta L_mx_2) + bP^2x_5x_3 - abPx_4 \\ a_6 &= -bP\frac{x_4}{J} \\ b_1 &= bPmx_4x_3 - bP\delta L_mx_5 \\ b_2 &= b\delta^2 L_m - bPmx_3^2 + a^2 \\ b_3 &= 2b\delta Px_5 - bP \left( mx_3x_2 - mx_4x_1 - cx_5 - \frac{x_6}{J} \right) - bPmx_3x_2 + abPx_5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b_4 &= -b\delta^2 + bPm x_3 x_1 + bP^2 x_5^2 - ab\delta \\
b_5 &= bP\delta x_3 + bPc x_3 - bP(-\delta x_3 - Px_4 x_5 + \delta L_m x_1) + bP^2 x_4 x_5 + abP x_3 \\
b_6 &= bP \frac{x_3}{J}
\end{aligned}$$

Le déterminant de  $J_2$  est

$$D_2(x) = \det(J_2(x)) = -b^4 P^2 \frac{\Delta}{J^2} \quad (D.16)$$

où

$$\begin{aligned}
\Delta &= -P\delta^2 J x_4^2 x_5 - P^3 J x_4^2 x_5^3 - P\delta m J x_3^3 x_2 + P\delta x_3^2 x_6 + P\delta m J x_3^2 x_4 x_1 + P\delta c J x_3^2 x_5 \\
&+ P^2 \delta J L_m x_5^2 x_1 - \delta^3 J L_m x_3 x_2 - \delta^2 P J x_3^2 x_5 - \delta P J m x_4^2 x_2 + \delta^3 J L_m x_4 x_1 \\
&+ \delta P c J x_4^2 x_5 + \delta P x_4^2 x_6 + \delta P m J x_4^3 x_1 - P^2 \delta J L_m x_5^2 x_3 x_2 - P^3 J x_5^3 x_3^2
\end{aligned}$$

L'expression littérale de  $D_2$  est complexe. Il est donc impossible de l'évaluer. Afin de simplifier l'étude, des cas particulier ont été considérés ([187]). Nous résumons les principales conclusions obtenues.

#### D.4.1 Cas de vitesse constante : $\dot{\Omega} = 0$

Il est montré dans la thèse de Ghanes ([187]) que le point ( $\dot{x}_3 = \dot{\phi}_{\alpha r} = 0$ ;  $\dot{x}_4 = \dot{\phi}_{\beta r} = 0$ ) est une singularité d'observabilité. La condition suffisante d'observabilité n'est pas satisfaite. Par contre, le système est localement observable sur l'ensemble  $E = \{x; \dot{x}_3 \neq 0 \text{ et } \dot{x}_4 \neq 0 \text{ et } \dot{x}_5 = 0\}$  quelque soit l'entrée. Le point de singularité ( $\dot{x}_3 = \dot{\phi}_{\alpha r} = 0$ ;  $\dot{x}_4 = \dot{\phi}_{\beta r} = 0$ ) est équivalent à une pulsation statorique nulle,  $\omega_s = 0$  ce qui signifie que le couple électromagnétique et la vitesse mécanique sont de signes opposés. Ceci correspond à un fonctionnement en génératrice avec circulation de courant continu au stator. Dans ce cas, aucune information ne peut être obtenu sur le champ rotorique.

#### D.4.2 Cas $\dot{\phi}_{\alpha r} = \dot{\phi}_{\beta r} = 0$

Dans ce cas, il y a perte d'observabilité soit pour  $\phi_{dr} = 0$  soit pour  $\dot{\Omega} = 0$ . Le cas  $\phi_{dr} = 0$ , correspondant à un flux rotorique nul, ne représente aucun intérêt pratique. Donc, l'observabilité du système ne peut être satisfaite et particulièrement les régimes permanents à vitesse constante et pulsation statorique nulle restent singuliers.

### D.4.3 Utilisation des dérivées d'ordres supérieurs de la sortie

Pour les deux cas ci-dessus, il n'est pas possible de reconstruire tout l'état de la machine asynchrone en utilisant seulement les mesures et leur dérivées supérieures jusqu'à l'ordre 2. Du fait que le système est non linéaire, on peut se poser la question s'il est possible d'estimer tout l'état de la machine en exploitant les dérivées supérieures à 2 de la sortie. L'étude qui a été faite dans ([187]) rapporte que, pour le cas de vitesse constante  $\dot{\Omega} = 0$  et de pulsation statorique nulle, c'est à dire  $\dot{\phi}_{\alpha r} = \dot{\phi}_{\beta r} = 0$ , l'observabilité de la machine ne peut être établie même si on utilise les dérivées d'ordre 4 sur les deux sorties.

### D.4.4 Droite d'inobservabilité

Quand la pulsation statorique est nulle, nous pouvons obtenir la relation suivante

$$T = -M\Omega \quad (D.17)$$

avec  $M = \frac{P^2 \phi_{dr}^2}{R_r} + f$ . la relation (D.17) représente une droite appelée droite d'inobservabilité représentée par la figure D.1. Elle se situe dans le deuxième et quatrième quadrant du plan  $(T, \Omega)$ . Ceci correspond au fonctionnement en génératrice (le couple de charge et la vitesse mécanique sont de signes opposés). Elle est utilisée dans le cahier des charges des variateurs industriels pour caractériser le comportement des régulateurs à basse vitesse.

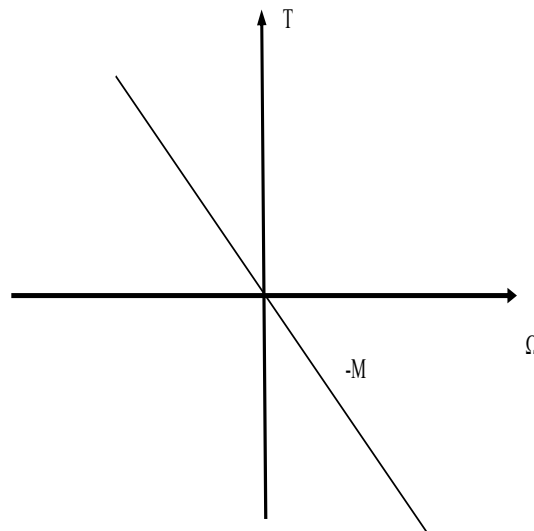


FIG. D.1- Droite d'inobservabilité dans le plan  $(T, \Omega)$