REPUBLI QUE ALGERI ENNE DEMOCRATI QUE ET POPULAI RE Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou Faculté du Génie de la Construction Département de Génie Mécanique







Simulation du comportement des matériaux métalliques sous chargement cyclique.

Memoire de fin d'études

Présenté et soutenu publiquement le 20 octobre 2011

en vue de l'obtention

du diplôme de *Master Académique en Génie Mécanique* option : *Sciences Des Matériaux*

Par

AIT BELKACEM Samir

Devant le jury composé de :

ALMANSBA OULD OUALI AHMED ALI FERHOUM MOKHTARI Madjid Mohand Abdellah Rabah Ahcene Président Directeur de mémoire Examinateur Examinateur Examinateur

PROMOTION 2010/2011



PDF created with pdfFactory Pro trial version <u>www.pdffactory.com</u>

Remerciements

Je remercie en premier lieu le Bon Dieu tout puissant de nous avoir donné le courage et la volonté pour réaliser ce modeste travail.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude aux membres de ma famille.

Je remercie profondément mon directeur de mémoire, Monsieur OULD OUALI Mohand, d'avoir accepté de diriger mon travail, pour ses conseils et sa disponibilité tout au long de ce travail.

Je remercie également Monsieur MOKHTARI Ahcene pour son soutien, et ses conseils pertinents qui m'ont donné le courage et l'espoir de terminer ce mémoire.

Je remercie les membres du jury qui me font l'honneur d'examiner et de critiquer ce modeste travail.

Je remercie énormément tous mes enseignants.

Mes remerciements vont également à tous ceux et celles qui, de près ou de loin, m'ont porté aide et encouragements.

Dédicace

Je dédie ce modeste travail à : Mes chers parents, père et mère Mes chers frères, Tahar et Cherif Ma chère sœur Aldjia A la mémoire de ma chère et regrettée sœur Kahina Mes amis et amies sans exception Et tous les partisans du PPP.

Nomenclature

Symboles grecs

- σ_a : l'amplitude de contrainte ou la contrainte alternée.
- σ_m : la contrainte moyenne.
- σ_{max} : la contrainte maximale.
- σ_{min} : la contrainte minimale.
- $\Delta \sigma$: la variation totale de contrainte.
- $.\sigma_{f}$: Résistance maximale en traction sous chargement cyclique
- $\dot{\epsilon_f}$: Coefficient de ductilité en traction cyclique
- $+\sigma$, $-\sigma$: Valeurs extrêmes de la contrainte
- σ : Contrainte seuil de plasticité
- γ : Terme de rappel
- ϵ : Déformation uni axiale
- $\boldsymbol{\varepsilon}^{e}$: Déformation élastique
- $\boldsymbol{\epsilon}^{p}$: Déformation plastique

Symbole

- c :Exposant de ductilité cyclique de Coffin-Manson
- n : Exposant de la courbe d'écrouissage cyclique
- K²: Module d'écrouissage de la courbe de Ramberg-Osgood (chargement cyclique) .
- R : le rapport de chargement ou ratio de fatigue
- b : Constante indiquant la rapidité de la stabilisation.
- C : Coefficient caractéristique du matériau.
- *Ci* : Constante isotrope.
- Cc : Constante cinématique.
- D : Coefficient caractéristique du matériau

- E : Module d'élasticité de YOUNG
- E_T: Module tangent
- H : Module d'écrouissage
- g : Fonction d'écrouissage
- N : Nombre de cycles.
- *P* : Déformation plastique cumulée.
- Q : Variable de mémoire de l'écrouissage
- *R* : Variable d'écrouissage isotrope
- r : Rayon du cylindre de VON MISES
- t: Temps
- X: Tenseur variable d'écrouissage cinématique

LISTE DES TABLEAUX

CHAPITRE I

Tableau I.1 Catégories de sollicitation en fatigue selon la contrainte moyenne σ_m eimposé	et le ratio R
<u>CHAPITRE III</u>	
Tableau III.1 Composition chimique du C35 (massique)	57
Tableau III.2 Propriétés mécaniques en traction monotone	58
Tableau III.3 Paramètres du modèle d'écrouissage pour l'acier C35	62
Tableau III.4 Approximations de la méthode de Seeger	79
Tableau III.5 Paramètres du C35	

LISTE DES FIGURES

CHAPITRE I

Figure I.1. Nomenclature utilisée pour décrire un chargement cyclique d'amplitude constante
Figure I.2. Courbe de fatigue typique (log-log)5
Figure I.3. Représentation schématique des trois domaines de fatigue
Figure I.4. Modèle de formation d'intrusions et d'extrusions proposé par Cottrell et Hull7
Figure I.5. Processus de fragilisation et d'initiation des fissures par fatigue
Figure I.6. Stade I et II de la propagation des fissures par fatigue
Figure I.7. Transition d'un mode en tension vers un mode par cisaillement de la fissuration par fatigue
Figure I.8. Essai de fatigue courants et leurs échantillons ; la zone de contrainte maximale est grisée
Figure I.9. Représentation d'une courbe S-N pour un acier dense de grade 413016
Figure I.10. Courbe d'essai de propagation des fissures par fatigue17
Figure I.11. Adoucissement ou durcissement lors d'essais de traction cycliques18
Figure I.12. Diagramme des facteurs déterminant la résistance en fatigue d'un matériau19
Figure I.13. Effet du ratio R sur la courbe S-N d'un matériau donné20
Figure I.14. Effet de la contrainte moyenne _m sur la courbe S-N d'un matériau donné20
Figure I.15 Variation de la limite d'endurance mesurée en fonction du type d'essai utilisé22
Figure I.16. Boucle de contrainte-déformation au cours de cycles ε_a constants de la fatigue oligocyclique et histoire de la contrainte pour le durcissement et l'adoucissement cyclique
Figure I.17. Courbe LCF, N- $\Delta \varepsilon_{pl}$ ($\Delta \varepsilon_{pl} = 2 \Delta \varepsilon_{a,pl}$)
Figure I 19 Variation de la déformation totale comme la comme de la variation de la

Figure I.18. Variation de la déformation totale comme la somme de la variation de la déformation plastique et élastique. Matériaux: AISI 4340 (recuit). $(\Delta \epsilon = 2\Delta \epsilon_a)$30

CHAPITRE II

Figure II.1. Schéma d'une éprouvette de traction cylindrique et de son évolution en cours d'essai
Figure II.2. Courbe de traction
Figure II.3. Exploitation du début d'une courbe de traction pour la détermination de $R_{p0.2}$ et de E
Figure II.4. Différents types de comportements observables lors d'un essai de traction simple monotone
Figure II.5. Comportement élastique (éventuellement non linéaire)
Figure II.6. Comportement élastoplastique
Figure II.7. Effet Bauschinger
Figure II.8. Durcissement cyclique
Figure II.9. Adoucissement cyclique
Figure II.10. Effet d'adoucissement cyclique et de mémoire sous séquence de chargements à différentes amplitudes
Figure II.11. Phénomène d'accommodation plastique et d'adaptation élastique et phénomène de rochet
Figure II.12. Schématisation du domaine d'élasticité sans ou avec écrouissage42
Figure II.13. Représentation géométrique du critère de VON MISES45
Figure II.14. Représentation géométrique du critère de TRESCA dans le plan du déviateur
Figure II.15. σ_{VM} - σ_0 et $\sigma_T - \sigma_0$ dans le plan 246
Figure II.16. σ_{VM} - σ_0 et $\sigma_T - \sigma_0$ dans le plan σ - τ
Figure II.17. Représentation schématique d'une surface d'écoulement dans l'espace des contraintes
Figure II.18. Représentation de l'écrouissage isotrope dans l'espace de contrainte49
Figure II.19. Incrément de charge
Figure II.20. Ecrouissage cinématique : (a) représentation 3D dans l'espace des contraintes en traction / compression, (b) Représentation uniaxiale

CHAPITRE III

Figure III.1 L'interface d'Abaqus/Cae version 6.8.1
Figure III.2 Représentation de la microstructure du C35 sur des coupes transversale et longitudinale
Figure III.3 Comportement élasto-plastique monotone de l'acier C3558
Figure III.4 Boucles d'hystérésis contrainte – déformation pour l'essai de traction compression ($\frac{\Delta \varepsilon}{2} = 3.1.10^{-3}$)
Figure III.5 Evolution de la variable R de l'écrouissage isotrope en fonction de la déformation plastique cumulée p60
Figure III.6 Cycle stabilisé de l'essai de traction – compression ($\frac{\Delta \varepsilon}{2} = 3.1.10^{-3}$)61
Figure III.7 Identification des paramètres de l'écrouissage cinématique non linéaire62
Figure III.8 Géométrie de l'éprouvette en l'acier C3562
Figure III.9 Maillage de l'éprouvette
Figure III.10 Conditions aux limites
Figure III.11. Chargement appliqué
Figure III.12 Amplitude du chargement
Figure III.13 Distribution des contraintes de Von Mises
Figure III.14 Distribution des déformations totales suivant YY
Figure III.15 Courbe du comportement élastoplasique monotone simulée
Figure III.16 Distribution des contraintes de Von Mises
Figure III.17 Distribution des contraintes suivant l'axe YY69
Figure III.18 Distribution des déformations totales suivant l'axe YY69
Figure III.19 Distribution des déformations plastiques suivant l'axe YY70
Figure III.20 Déplacement en fonction du temps70
Figure III.21 Contraintes pour une amplitude des déformations constante70
Figure III.22 Boucles d'hystérésis contrainte – déformation simulée pour l'essai de traction- compression

Figure III.23 Elément tétraédrique 4 nœuds73
Figure III.24 Nœud 'A' commun à quatre éléments de brique73
Figure III.25 Multiplication du tenseur des contraintes de la charge unitaire de par l'histoire du chargement
Figure III.26 La règle de Neuber pour les contraintes uni-axiales75
Figure III.27 Règle uni-axiale et bi-axiale de Neuber
Figure III.28 Courbes cycliques de contrainte-déformation calculées pour différentes contraintes bi-axiales
Figure III.29 L'interface utilisateur Fe-safe
Figure III.30 Données du modèle éléments finis
Figure III.31 Courbes S-N a rupture et a l'amorçage pour le C35 sain soumis à la traction R=0
Figure III.32 Evolution temporelle du signal de chargement
Figure III.33 Contour de fatigue de l'éprouvette en acier C35
Figure III.34. Comparaison des courbes SN à rupture expérimentale et simulée de l'acier C35

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE	1
CHADITDE I · La fatigua dos matóriaux mótalliquas	
<u>CHAFTIKET</u> : La latigue des materiaux metamques	-
Introduction	3
I.1 Généralités sur la fatigue des métaux	3
I.1.1 Définitions	3
I.1.2 Comportement d'un matériau en fatigue : courbe de Wôhler	4
I.1.3 Domaines de fatigue	. 6
I.2. Mécanismes de la fatigue	6
I.2.1. Initiation des fissures	7
I.2.2. Propagation des fissures de fatigue	8
I.2.2.1. Stades de la propagation	8
I.2.2.2. Modes de propagation	. 9
I.3. Paramètres de la fatigue	10
I.4. Types d'essais de fatigue courants	11
I.4.1. Généralités sur les essais de fatigue	.11
I.4.2. Essais de fatigue en flexion rotative	12
I.4.3. Essais de fatigue uni-axiaux	13
I.4.4. Essai de fatigue en flexion pure	13
I.4.5. Comparaison entre les essais de fatigue courants	14
I.4.6. Autre essais de fatigue rencontrés	14
I.5. Méthodes d'essai et représentation de la fatigue	15
I.5.1. Courbes S-N	.15
I.5.2. Méthodes d'essais de propagation des fissures de fatigue (ΔK)	.16
I.5.3. Courbes de traction cycliques	18

I.6. Facteurs déterminant la résistance en fatigue19
I.6.1. Conditions de sollicitation
I.6.1.1. Ratios, contrainte moyenne et fréquence19
I.6.1.2. Accumulation des dommages et effet des séquences21
I.6.1.3. Modes d'essai
I.6.2. Facteurs géométriques
I.6.2.1. Dimension de la pièce
I.6.2.2. Concentration de contrainte
I.6.2.3. Conditions de surface
I.6.2.4. Rugosité
I.6.2.5. Contraintes résiduelles
I.6.2.6. Etat métallurgique de surface
I.6.3. Variables métallurgiques24
I.6.3.1. Ratio limite d'endurance / UTS
I.6.3.2. Microstructure
I.6.3.3. Procédé de fabrication24
I.6.4. Influence de l'environnement25
I.6.4.1. Température
I.6.4.2. Atmosphère
I.7. Evaluation de la limite de fatigue et conception25
I.7.1. Détermination de la courbe S-N25
I.7.1.1. Méthode de l'escalier25
I.7.1.2. Méthode des «probits»
I.7.2. Conception
I.7.3. Philosophies de conception en fatigue
I.8. La fatigue oligocyclique (LCF)27
Conclusion

Introduction	32
II.1. Comportement des métaux sous différentes sollicitations	32
II.1.1. Essais uniaxiaux classiques	32
II.1.1.1. Essai de traction uniaxiale	
II.1.1.2. Charge monotone	35
II.1.1.3. Charge – décharge	35
II.1.1.4. Effet Bauschinger	36
II.1.2. Essais cycliques	37
II.1.2.1. Sollicitations cycliques à déformation imposée	37
II.1.2.1.1. Comportement sous sollicitations cycliques uniaxiales	
II.1.2.1.2. Comportement sous sollicitations cycliques multiaxiales	39
II.1.2.2. Sollicitations cycliques à contrainte imposée	40
II.1.2.2.1. La contrainte moyenne est nulle	40
II.1.2.2.2. La contrainte moyenne est non nulle	40
II.2. Critères et lois de la modélisation	41
II.2.1. Critères de plasticité	41
II.2.2. Lois d'écoulement	46
II.2.3. Lois d'écrouissage	47
II.2.3.1. Lois à écrouissage isotrope	
II.2.3.1.1. Loi à écrouissage isotrope linéaire	49
II.2.3.1.2. Loi à écrouissage isotrope non linéaire	50
II.2.3.2. Lois à écrouissage cinématique	52
II.2.3.2.1. Loi à écrouissage cinématique linéaire (loi de PRAGER)	53
II.2.3.2.2. Lois à écrouissage cinématique non linéaire	53
II.2.3.3. Combinaison de l'écrouissage isotrope et cinématique	54
Conclusion	54

<u>CHAPITRE II</u> : Comportement cyclique des métaux

Introduction	55
III.1 Simulation numériques avec Abaqus5	55
III.1.1 Présentation du logiciel	55
III.1.2 Présentation du matériau de l'étude	57
III.1.3 Géométrie et maillage de l'éprouvette	62
III.1.4 Description du problème	63
III.1.4.1 Chargement monotone	64
III.1.4.2 Chargement cyclique	65
III.1.5 Résultats et discussion	57
III.1.5.1 Résultats du Chargement monotone	57
III.1.5.2 Résultats du Chargement cyclique	69
Conclusion	71
III.2 Couplage avec Fe-safe	72
III.2.1 Introduction	72
III.2.2 Terminologie de l'analyse de la fatigue par éléments finis	72
III.2.3 Exemple de l'analyse d'un modèle élastique linéaire avec une seule histoire de chargement appliquée	74
III.2.4 Simulation numérique effectuée avec Fe-safe	77
III.2.4.1 Présentation du logiciel	77
III.2.4.2 Analyse de notre modèle éléments finis	78
III.2.5 Résultats du couplage	81
III.2.6 Conclusion	82
Conclusion générale	83

<u>CHAPITRE III</u> Simulations et traitement des résultats

Introduction générale

INTRODUCTION GENERALE

Les industriels exercent une pression croissante sur les fabricants afin d'utiliser moins de matériaux et de fournir des composants légers mais robustes, en moins de coûts, de frais de rappel et le tout en moins de temps, cela ne peut se faire sans répondre aux exigences de fiabilité et de la sécurité toujours plus sévères. Le manque de connaissance quant à certains types de défaillances comme la fatigue des matériaux, pousse les constructeurs à maintenir des marges de sécurité élevées allant à rendre le gain de masse difficile à atteindre.

Les pièces métalliques doivent, dans certains cas, être confrontées par exemple à des chargements d'amplitude variable dans le domaine de la fatigue à grand nombre de cycles. Toutefois dans la vie d'une pièce, certains évènements accidentels peuvent entrainer de fortes déformations plastiques confinées dans les zones ou règnent des concentrations de contraintes : trous, accidents géométriques. L'impact de tels chargements occasionnels sur la durée de vie globale d'une pièce métallique majoritairement sollicitée dans le domaine des grandes durées de vie est aujourd'hui difficilement quantifiable.

L'objectif de cette étude est de modéliser le comportement de certaines pièces sous chargements cycliques. On s'intéressera en particulier à la simulation du comportement élastoplastique des métaux et à l'analyse de la fatigue à partie d'un modèle élément fini

Le calcul numérique est maintenant couramment utilisé comme outil de conception de structures mécaniques. Bénéficiant des résultats de la recherche en modélisation et de la puissance accrue des ordinateurs, il intervient pour simuler les différentes étapes de la vie de la structure. En effet, les codes de calcul actuels sont aptes à simuler des opérations de fabrication de structures industrielles ou la prévision de leurs durées de vies en service. En outre, l'utilisation des méthodes de calcul numériques permet, pour des coûts très raisonnables de concevoir une structure ou un système mécanique en évitant d'effectuer un grand nombre d'essais expérimentaux sur de nombreux prototypes intermédiaires.

Ce travail qui donne une idée générale sur le phénomène de *fatigue des métaux*, est structuré en trois chapitres :

Ø Dans le premier chapitre nous avons traité des recherches bibliographiques et des définitions sur le phénomène de la fatigue.

- Ø Dans le deuxième chapitre on présente les réponses des métaux aux différents sollicitations cycliques et les lois et critères nécessaires pour la modélisation de leurs comportements.
- Ø Le troisième chapitre présente l'ensemble des outils numériques exploités au cours de ce travail, en particulier le comportement élastoplastique du matériau de l'étude ainsi que les modèles de calcul par éléments finis réalisés pour déterminer l'état de contraintes des spécimens soumis à l'analyse à faible et à grand nombre de cycles.

Les résultats réalisés sont synthétisés par une conclusion générale.

Chapitre I La fatigue des matériaux métalliques

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

INTRODUCTION

Il est reconnu depuis longtemps qu'un matériau métallique soumis à une contrainte cyclique peut rompre à une valeur de contrainte inférieur à celle mécessaire à sa rupture en mode statique [1]. Les premiers essais en vue de quantifier ce phénomène nommé fatigue, ont eu lieu au début du 19^e siècle dans plusieurs laboratoires, notament celui d'Auguste Wöhler.

A cette époque, les phénomènes menant à de telles ruptures restaient dans le domaine du mystère. Par exemple, certains affirmaient, pour expliquer l'absence de déformations plastiques visibles, qu'une transformation de la microstructure de fibreuse vers un état cristallin avait lieu lors de sollicitation cycliques [2].

Une étape importante dans la compréhension de la fatigue a été franchie par Ewing et Humfrey [2] en 1903. Ils ont démontré à l'aide d'analyses métallographiques que la fissuration par fatigue s'amorce par formation de microfissure sur des bandes de glissement. En 1930, Peterson ajoute que bien que la surface de rupture par fatigue suit généralement un plan normal au champ de contrainte, la source microscopique d'une telle rupture est due aux forces de cisaillement [2].

Au cours de la seconde moitié du 20^e siècle ou un effort impressionnant fut dédié à la compréhension de la fatigue. A titre d'exemple, John Mann a publié au cours du 20^e siècle de nombreux livres sur la fatigue [2]. Ceux-ci contenaient plus de 100 000 références dans la seconde moitié du siècle comparativement à moins de 100 références à la fin du 19^e siècle.

Malgré toutes ces recherches, la fatigue des matériaux demeure un sujet complexe pour lequel plusieurs conférences sont déjà planifiées.

I.1 Généralités sur la fatigue des métaux

I.1.1 Définitions

La fatigue des métaux est définie comme l'endommagement provoqué par la répétition de sollicitations mécaniques à des valeurs de contraintes inférieures à celle nécessaire à la rupture statique d'une pièce.

La nature cyclique du chargement causant l'endommagement par fatigue est définie par des paramètres précis, comme le montre la Figure I.1.



Figure I.1. Nomenclature utilisée pour décrire un chargement cyclique d'amplitude constante [3]

Sur cette figure, on retrouve :

 σ_{a} : l'amplitude de contrainte ou la contrainte alternée ;

 σ_m ; la contrainte moyenne ;

 σ_{max} : la contrainte maximale ;

 σ_{min} : la contrainte minimale ;

 $\Delta \sigma$: la variation totale de contrainte, soit σ_{max} - $\sigma_{min} = 2\sigma_a$;

R : le rapport de chargement ou ratio de fatigue, donné par $\sigma_{min}/\sigma_{max}$.

Un chargement cyclique de fatigue est généralement exprimé en fonction de la contrainte moyenne, de la contrainte alternée, du rapport de chargement, ainsi que de la forme (sinusoïdale, triangulaire, carrée, etc.).

I.1.2 Comportement d'un matériau en fatigue : courbe de Wôhler

La tenue en fatigue d'un matériau est généralement représentée à l'aide d'une courbe de Wôhler, également appelée courbe de fatigue ou courbe S-N (contrainte - nombre de cycles). Cette courbe contient la valeur de contrainte alternée ou d'amplitude totale constante nécessaire à la rupture ou à l'initiation de fissure pour un nombre de cycles donné. La Figure I.2 montre une courbe S-N typique.



Figure I.2. Courbe de fatigue typique (log-log) [4]

Une courbe S-N est obtenue expérimentalement par des essais de fatigue où plusieurs éprouvettes sont soumises à des chargements cycliques jusqu'à un critère d'arrêt prédéfinit (amorçage de fissure, rupture, diminution de rigidité, etc.). La courbe proprement dite représente l'ensemble des valeurs de durée de vie moyennes (50% de probabilité de survie) pour chaque niveau de contrainte. Dans les standards de calcul et les normes de dimensionnement en fatigue, on retranche habituellement deux écarts types à la valeur moyenne afin de tenir compte de la dispersion de données de façon sécuritaire. La courbe ainsi obtenue représente une probabilité de survie de 95% [5]. Différentes valeurs de contrainte sont nécessaires afin de couvrir une plage de nombre de cycles prédéfinie, typiquement entre 10^4 et 10^8 cycles.

La Figure I.2 montre également la présence d'un changement de pente entre 10^6 et 10^7 cycles. Ce point est appelé « limite d'endurance ». Pour les métaux ferreux tels l'acier et certains alliages de titane, cette limite indique qu'il n'y a pas de dommage si la valeur de contrainte en est inférieure. Par contre, les métaux non ferreux comme l'aluminium ne possèdent pas de limite d'endurance réelle. On définit alors une « limite d'endurance conventionnelle » à un nombre de cycles arbitraire, généralement compris entre 10^7 et 5 x 10^8 cycles.

Bien qu'obtenue grâce à des essais à amplitude constante, une courbe de fatigue peut être utilisée pour estimer la durée de vie pour des sollicitations d'amplitude variable.

Dans ce cas, le changement de pente de la limite d'endurance n'est pas considéré et on conserve une pente constante.

Finalement, il est important de noter qu'une courbe de fatigue n'est valide, entre autres, que pour un matériau, un type de contrainte, un rapport de chargement, ainsi qu'un environnement expérimental donné.

I.1.3 Domaines de fatigue

La fatigue des métaux est habituellement divisée en trois domaines de durée de vie, classés dans chaque cas selon un nombre de cycles approximatif « N » :

1. Domaine oligocyciique : $N < 10^3 - 10^5$ cycles, présence de déformation

plastique en fond de fissure ;

2. Domaine d'endurance : $10^4 < N < 10^7$, déformation élastique et contrainte

supérieure à la limite d'endurance ;

3. Domaine de vie infinie : $N > 10^7$ cycles, déformation élastique et contrainte

inférieure à la limite d'endurance.

La Figure I.3 représente ces trois domaines sur une courbe de fatigue d'axes semilogarithmiques. Un changement de courbure marque environ la frontière entre chaque domaine.



Figure I.3. Représentation schématique des trois domaines de fatigue [6]

I.2. Mécanismes de la fatigue

On distingue trois stades dans le mécanisme causant une rupture par fatigue. L'initiation d'une fissure d'une longueur critique, la propagation lente de cette fissure qui diminue la section portante de la pièce et finalement, une propagation brutale conduisant à la rupture.

I.2.1. Initiation des fissures

De façon générale, l'initiation des fissures se produit à la surface d'un matériau et elle est le résultat de la concentration de déformation plastique dans un domaine de dimension finie [7]. En fait, les dislocations créées lors d'une sollicitation mécanique s'agglomèrent dans des empilements qui deviennent localement instables à une contrainte ou une déformation critique. Pour les poly-cristaux, de fines lamelles de bandes de glissement permanentes sont formées en surface des grains qui possèdent des orientations favorables [8].

Ces bandes de glissement forment une topographie de surface grossière équivalente aux intrusions-extrusions associées au modèle développé par Cottrell et Hull (voir Figure I.4). Les intrusions provoquent une concentration de contrainte et deviennent ainsi des sites potentiels d'initiation de fissure.



Figure I.4. Modèle de formation d'intrusions et d'extrusions proposé par Cottrell et Hull [7].

Il est important de souligner que le passage de la formation des intrusions-extrusions à une fissuration effective est fortement influencé par l'environement. Thompson et Coffin expliquent cette influence à l'aide de la théorie suivante [8] :

Une monocouche d'oxygène ou d'oxyde se forme rapidement sur les bandes de glissement nouvellement formées durant le cycle de traction. Lors de la phase de compression, le glissement est inversé sur ce même plan et une certaine quantité d'oxygène est entrainée à l'intérieur du réseau cristallin sous forme d'atome en solution interstitielle (voir Figure I.5). Ce processus est répété au cours des cycles subséquents ce qui provoque un affaiblissement des bandes de glissement permanentes menant par la suite à une fissuration [8].



Figure I.5. Processus de fragilisation et d'initiation des fissures par fatigue [8].

I.2.2. Propagation des fissures de fatigue

I.2.2.1. Stades de la propagation

Les fissures ainsi initiées progressent de façon transgranulaire selon le plan de glissement initial ou elles sont apparues. Ce premier stade est caractérisé par un faciès de rupture d'aspect fragile et dépourvu de stries. La vitesse d'accroissement est de l'ordre de quelques dizaines de nanomètres à chaque cycle, ce qui explique la durée de vie importante de ce stade soit 10 à 90 % de la durée de vie totale [7]. A une certaine profondeur, qui dépasse rarement quelques grains sous la surface, on observe un changement progressif de l'orientation des fissures d'une direction parallèle au plan de cisaillement maximal (45 degrés d'angle) vers une direction perpendiculaire à l'axe de tension. Ces deux étapes de la rupture sont nommées respectivement stade I et II (voir Figure I.6). Notez que le stade I n'existe pas toujours. Une fissure peut, en effet, s'amorcer directement en stade II en présence de grosses inclusions clivées ou dans le cas d'un usinage grossier [7].



Figure I.6. Stade I et II de la propagation des fissures par fatigue [7].

Au cours du du deuxième stade, la fissure se propage donc globalement selon une section plane observée lors d'une sollicitation axiale. C'est au cours de ce stade que les stries caractérisant la fatigue peuvent être observées. Tel que démontré par Ryder [2], chaque strie correspond à un cycle de sollicitation.

Un faible nombre de fissure atteignent le stade le stade II de propagation. Effectivement, dès qu'une fissure dépasse les fissures voisines, elle empêche leur progression par l'effet de décharge qu'elle provoque derrière elle [7]. La vitesse de propagation de la fissure au cours du stade II est de l'ordre de quelques microns par cycles. Elle s'accélère avec la diminution de la section portante de la pièce jusqu'à ce que la rupture finale se produise brutalement. Le mode de rupture au cours de ce dernier stade dépend principalement du comportement statique du matériau [9].

I.2.2.2. Modes de propagation

Le comportement en tête de fissure ne peut se résumer seulement par un mode de rupture en traction (mode II) tel qu'assumé par la mécanique de la rupture. En effet, lors du stade II de la propagation d'une fissure, des bandes de déformation par cisaillement se forment obliquement (à 45 degrés) à la surface de rupture tel que présenté à la Figure I.7. La tête de la fissure avance donc par alternance entre un mode de rupture en traction (mode II) et un mode en cisaillement (mode III) ce qui provoque la formation des reliefs topographiques nommés stries. Notez que ce mode de déformation par cisaillement implique un mécanisme de coalescence des vides microscopiques très énergivore [8] et que l'environnement a une forte influence sur ce mode. En présence d'un environnement agressif, un mode de rupture en traction pure sera favorisé (mode II) [2,8].



Figure I.7. Transition d'un mode en traction vers un mode par cisaillement de la fissuration par fatigue [2].

I.3. Paramètres de la fatigue

Trois éléments sont nécessaires pour causer une rupture par fatigue. La contrainte maximale σ_{max} en tension doit être suffisamment élevée, la variation des contraintes σ_r doit être assez importante et un grand nombre de cycles de variation de contrainte N doit avoir lieu [1].

Deux composantes peuvent être distinguées à l'intérieur d'une contrainte cyclique : une composante statique moyenne σ_m et une composante variable ou alternante σ_a . La variation des contraintes σ_r définie par la relation suivante doit être considérée.

$$\sigma_r = \sigma_{max} - \sigma_{min} \tag{I.1}$$

La composante alternante σ_a est la moitié de la variation des contraintes σ_r tel que défini dans la relation suivante :

$$\sigma_{a} = \frac{\sigma_{r}}{2} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$$
(I.2)

La composante moyenne de la contrainte cyclique est la moyenne algébrique de la contrainte maximale et minimale au cours d'un cycle :

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \tag{I.3}$$

Deux ratios sont utilisés pour représenter les données de fatigue soit : le ratio de contrainte R qui est le rapport de la contrainte minimale sur la contrainte maximale et le ratio d'amplitude A défini par le rapport entre le composante alternante et la composante moyenne de la contrainte cyclique (voir les relations I.4 et I.5).

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$$
(I.4)

$$A = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} = \frac{1-R}{1+R} \tag{I.5}$$

Le mode de sollicitation impose aux échantillons est habituellement catégorisé à l'aide du ratio R et de la contrainte moyenne tel que présenté au tableau I.1.

Tableau I.1 Catégories de sollicitation en fatigue selon la contrainte moyenne σ_m et le ratio R imposé.

Alternées symétriques	σ _m = 0	R = -1
Alternées dissymétriques	$0 \le \sigma_m \le \sigma_a$	-t < R < 0
Répétées	$\sigma_{\rm m} = \sigma_{\rm a}$	R = 0
Ondulées	σ _m > σ	0 < R <1

I.4. Types d'essais de fatigue courants

I.4.1. Généralités sur les essais de fatigue

Le but des essais de fatigue est d'évaluer le comportement en fatigue suivant des paramètres contrôlés en simulant les conditions rencontrées pour une pièce donné. Le type d'essai choisi doit correspondre au mode d'utilisation normale. On teste, par exemple, un axe rotatif en torsion ou en flexion rotative, mais pas en tension-compression. D'autres essais ont été conçus pour étudier un paramètre en particulier, l'avancée de la fissure par exemple.

L'application de la contrainte cyclique peut se faire de plusieurs façons. L'utilisation de moteurs électriques et de masses suspendues n'est pas la seule manière de produire une contrainte cyclique. Weibull donne plusieurs exemples simples et pratiques pour obtenir une contrainte cyclique [10].

- Utiliser un ressort entre un échantillon et un moteur avec un excentrique ;
- Faire osciller une masse par force centrifuge ;
- Exciter le bout d'une lame au moyen de forces électromagnétiques à haute fréquence ;
- Utiliser des pistons hydrauliques ou pneumatiques ;
- Mettre la pièce en résonance naturelle.

Le choix du mode d'application va influencer le type de contrainte cyclique, sinusoïde centrée, non centrée ou non sinusoïdale. Dans la majorité des situations, la contrainte sera sinusoïdale. Pour des essais spéciaux, il est possible d'appliquer une charge aléatoire ou des séquences cycliques simulant les contraintes subites au cours d'un vol aérien par exemple. Le type de cycle est défini par plusieurs paramètres, lesquels sont plus difficiles à déterminer lors d'une charge aléatoire. Les principaux paramètres sont :

- La fréquence ;
- Les contraintes minimales et maximales ($\sigma_{min}et\sigma_{max}$);
- La contrainte moyenne ($\sigma_m = (\sigma_{max} + \sigma_{min})/2$);
- L'amplitude de contrainte ($\sigma_a = (\sigma_{max} \sigma_{min})/2$);
- Le rapport de contrainte ($R = (\sigma_{min}/\sigma_{max})$).

le type de cycle a été défini comme étant une contrainte variant dans le temps mais, selon le type d'essai, ce sera la contraine ou la déformation qui sera maintenue en oscillation constante. En début d'essai, il n'y a pas de différence notable entre les deux, une déformation d'amplitude constante produit une contrainte d'amplitude constante. Cependant, avec l'avancée d'une fissure, la section effective change, le facteur de concentration de contrainte

varie et la contrainte locale (ou la déformation) change dans le temps et ce, différemment si l'on agit sur la déformation ou sur la contrainte globale appliquée. De plus l'effet Bauschinger peut causer une variation de la résistance du matériau d'un cycle à l'autre. Ainsi pour une déformation d'amplitude constante, on pourra assister à un adoucissement ou un durcissement cyclique [1]. Dans le cas des essais avec déformation d'amplitude constante, les données sont parfois traitées sans passer par les contraintes, la courbe de fatigue est alors représentée avec N (le nombre de cycles) en abscisse et ε (la déformation) en ordonnée.

I.4.2. Essais de fatigue en flexion rotative

Les essais en flexion rotative (Figure I.8) simulent un axe rotatif auquel une contrainte est appliquée perpendiculairement à l'axe de rotation, comme pour un axe mal aligné ou pour un essieu de wagon de train en surcharge (études de Wohler).



Figure I.8. Essai de fatigue courants et leurs échantillons ; la zone de contrainte maximale est grisée [11].

Les échantillons de flexion rotative sont souvent en forme de sablier aux dimensions normalisées (ASTM, MPIF et autres organismes) [11]. Certains échantillons peuvent aussi posséder une entaille circonférentielle ou encore être tubulaire. Dans tous les cas, la fissuration de l'échantillon doit être de bonne qualité pour éviter un mauvais alignement un mauvais fini de surface. Ce type de pièce ne peut donc pas être coulé tel quel. L'application de la contrainte peut être telle qu'illustrée (Figure I.8) ou en porte-à-faux avec une masse suspendue à une seule extrémité. Le rapport R vaut -1 car la contrainte moyenne est nulle de par son mode d'application. La vitesse de rotation des appareils électriques permet d'obtenir 10^7 cycle en environ 17 h, avec une fréquence de 167 Hz.

I.4.3. Essais de fatigue uni-axiaux

Les essais uni-axiaux simulent une contrainte parallèle à l'axe long de l'échantillon. Comme pour un boulon ou une poutre en traction-compression alternée, par exemple. Les échantillons sont à base circulaire ou rectangulaire, normalisés la plupart du temps. Le montage illustré pour les essais uni-axiaux (Figure I.8) est un appareil de traction servohydraulique permettant l'oscillation. La fréquence est faible, 15 Hz environ, variable selon l'amplitude du déplacement, pour atteindre 10⁷ cycles en 185 h (8 jours). Un autre montage possible est l'utilisation d'un moteur électrique avec un excentrique et un levier sur lequel l'échantillon est fixé perpendiculairement. La valeur de R peur être variée de la compression oscillante à la traction oscillante. Pour éviter le flambage des échantillons minces, il est conseillé de limiter la compression. On retrouve couramment dans la littérature un R de 0.1 à cause de la norme (ASTM E740) [11].

I.4.4. Essai de fatigue en flexion pure

Les essais de fatigue en flexion pure simulent une flexion alternée, par exemple pour une plaque ou une poutre fléchie cycliquement. Les échantillons utilisés sont généralement des plaques ayant une portion trapézoïdale dont la projection pointe vers le point d'application de la charge. Cette forme particulière permet d'avoir une contrainte uniforme dans cette zone représentée en gris dans la Figure I.8 a et b. Ces échantillons sont parfois normalisés, comme l'échantillon de type Krouse qui souvent rencontré dans les publications (Figure I.8 b). La préparation des éprouvettes est simple et permet l'utilisation de plaque de différentes épaisseurs, selon certaines limites cependant. La déformation est appliquée au moyen d'un moteur électrique avec un excentrique permettant d'atteindre une fréquence de 40Hz maximum, ou 10^7 cycles sont atteints en 69 h (3 jours). On peut utiliser une vibration électromagnétique pour atteindre des fréquences très élevées de 500 Hz et plus (10⁷ cycles en 5.5 h) ou utiliser un appareil de flexion en trois ou quatre points avec des échantillons prismatiques. Les montages avec bielle et moteur permettent l'ajustement du rapport de contrainte R entre -1 et 1, selon toute la gamme de possibilités. Les appareils de flexion en trois ou quatre points sont limités aux valeurs positives et ceux utilisant l'oscillation électromagnétique sont centrés (R = -1).

Il est nécessaire de rappeler que la fatigue touche plusieurs domaines et que les méthodes simples comme la flexion pure présentent plusieurs options quant à la taille et la forme de l'échantillon. Voici quelques exemples :

- Les contacts des relais électriques subissent des vibrations produites par un champ électromagnétique mais sont testés avec un moyen mécanique (ASTM B593) [11];
- Des chercheurs ont étudiés la fatigue des asphaltes par la flexion en quatre points en mesurant la perte de rigidité [11].

• Les os peuvent aussi être testés en fatigue par la flexion en trois points [11].

I.4.5. Comparaison entre les essais de fatigue courants

Les trois types d'essai décrits précédemment permettent l'utilisation d'éprouvettes à section cylindrique ; leur utilisation est rare en flexion simple, mais elle est aussi possible. Seuls les essais uni-axiaux et en flexion simple permettent de tester des éprouvettes de section rectangulaire. Tous permettent l'utilisation d'une concentration de contraintes comme une entaille pour les sections rondes ou un trou pour les sections rectangulaires. Seuls les essais uni-axiaux et en flexion pur permettent de caractériser la fatigue dans une plaque mince fabriquée par moulage et ce, tout en conservant les caractéristiques de surface, puisque la préparation de l'échantillon ne découpe que le contour, laissant les deux surfaces intactes.

La dimension des éprouvettes peut causer des difficultés lors du prélèvement à partir d'une pièce finie. La pièce doit avoir une surface plane suffisamment grande et une épaisseur constante pour permettre la découpe. Ce problème ne se rencontre pas pour les tôles laminées. Le prélèvement d'un échantillon à partir du cœur d'une pièce moulée est réalisable, mais l'échantillon ne sera jamais représentatif de la pièce, la microstructure varie beaucoup entre la surface et le cœur de la pièce (taille des grains, quantité de porosité et composition). Seuls une éprouvette ayant une microstructure représentative donnera des résultats représentatifs.

I.4.6. Autre essais de fatigue rencontrés

La fatigue couvre de nombreux domaines d'applications et son étude peut demander des appareils divers permettant de mesurer certaines variables ou d'ajuster certains paramètres qui ne sont pas facilement manipulables par les essais illustrés précédemment. On rencontre des appareils de fatigue-fluage ou de fatigue-corrosion permettant d'étudier l'effet du milieu sur la fatigue. Certains essais sont spécifiques aux rivets, soudures, roulements à billes, engrenages ou certains points critiques, relevant de l'aéronautique. Beaucoup de facteurs font qu'il s'avère difficile de concevoir une pièce adéquatement. C'est pourquoi les pièces utilisées dans des situations critiques subissent parfois des essais grandeur nature. On peut ainsi tester certaines pièces d'avions et parfois même un avion complet (le concorde par exemple) [11].

La mesure de la vitesse d'avancée de la fissuration demande un appareillage spécial permettant d'évaluer la taille de la fissure et d'illustrer le facteur de concentration de contrainte. On utilise un échantillon de tension compact employé habituellement pour la mesure de la ténacité à la rupture (K_{IC}). Pour faire ces mesures on utilise parfois des échantillons de grande taille, parfois une plaque jusqu'à 25 cm de largeur [12].

I.5. Méthodes d'essai et représentation de la fatigue

I.5.1. Courbes S-N

La représentation la plus populaire des données en fatigue est connue sous le nom de courbe de Wöhler ou courbe S-N. Elle consiste en une mise en graphique de la contrainte S ou σ en fonction du nombre de cycles à la rupture N tel que représenté en Figure I.9. Une échelle logarithmique est presque toujours utilisée pour N et les valeurs des contraintes misent en graphique peuvent être σ_a , σ_{max} ou σ_{min} . Ces valeurs sont habituellement nominales, c'est-à-dire qu'il n'y a pas d'ajustement pour les concentrations de contrainte.

Dans cette courbe, trois domaines peuvent être distingués :

- Une zone de fatigue oligocyclique, sous contrainte élevées, pour laquelle la rupture survient après un nombre de cycles faible (1/4 jusqu'à 10⁴ cycles typiquement) [7]. Ce type de fatigue est généralement causé par des contraintes thermiques et elle entraine une déformation plastique notable de la pièce. La méthode habituelle d'en présenter les résultats est de mettre en graphique la déformation plastique en fonction du nombre de cycles à la rupture N. lorsque mises sur un papier log-log, ces données deviennent linéaires [1]. Notez que ce domaine n'est habituellement pas présenté sur une courbe S-N standard.
- La partie linéaire et centrale de la courbe S-N représente la zone de fatigue (ou zone d'endurance limitée) pour laquelle une rupture est atteinte après un nombre de cycles définie (entre 10⁵ et 10⁷) qui croit lorsque la contrainte diminue [7]. Les ruptures dans ce domaine ne présentent pas de déformation plastique mesurable.
- Finalement, une zone d'endurance illimitée ou zone de sécurité pour laquelle les conditions de germination des microfissures ne sont pas réunies ou bien leur dimension n'atteint pas la taille critique nécessaire à leur propagation [7]. En pratique, cette limite est inaccessible et on la remplace par une limite d'endurance conventionnelle. Cette dernière correspond à un nombre de cycles supérieur à la durée de vie envisagée pour la pièce soit 10⁷ typiquement et même 10⁸ ou 10⁹ pour certains produits non ferreux [7].



Figure I.9. Résultats de tests de fatigue des éprouvettes sans entaille en acier faiblement allié (SAE 4130) [2].

La majorité des essais de fatigue s'effectuent sous contraintes complètement alternées à une contrainte moyenne nulle. Ce mode de sollicitation représente une situation idéale approchée en service par un arbre en rotation sans surcharges momentanées. Les appareils de flexion rotative de type R-R. Moore reproduisent ce mode de sollicitation. Ils sont souvent utilisés pour mesurer et optimiser l'effet de certaines variables métallurgiques sur les propriétés en fatigue à l'aide d'échantillons non entaillés et polis. Il est supposé que l'optimisation réalisée est valable pour tout mode de sollicitation [1].

Les courbes S-N ne renseignent cependant pas sur l'état de croissance des fissures. Seul le stade d'amorçage est évalué par la détermination de la limite d'endurance. Une approche complémentaire a donc été développée au cours des années 60 pour évaluer convenablement la vitesse de propagation des fissures par fatigue.

I.5.2. Méthodes d'essais de propagation des fissures de fatigue (ΔK)

En 1963, Paris et Erdogan proposèrent une loi qui allait devenir très utilisée dans l'évaluation du comportement en fatigue d'un matériau [7]. Les auteurs utilisèrent la notation de facteur d'intensité de contrainte K développée par Irwin pour élaborer l'équation I.6 dans laquelle ils ont établi la relation entre la vitesse de fissuration (da / dN) et la variation d'intensité de contrainte (Δ K) :

$$\frac{\mathrm{da}}{\mathrm{dN}} = \mathrm{C}(\Delta \mathrm{K})^{\mathrm{m}} \tag{I.6}$$

Cette équation, nommée aussi loi de Paris, correspond au domaine linéaire centrale d'une courbe d'essai de propagation tel que représenté en Figure I.10. Elle implique la connaissance de l'intensité de contrainte K en tête de fissure qui est définie par la relation I.7

$$K = \beta S \sqrt{\pi a}$$
(I.7)

Ou β est un facteur dépendant de la géométrie de la pièce, S est la contrainte appliquée et a correspond à la longueur de la fissure.

De tels essais sont réalisés habituellement sous contrainte S constante en mesurant l'avance de la fissure et les résultats sont exprimés en terme de da / dN en fonction de ΔK sur une échelle logarithmique double. Les constantes C et m de l'équation I.6 peuvent être facilement déterminées à partir de ces courbes.



Figure I.10. Courbe d'essai de propagation des fissures par fatigue [2].

Des déviations de la relation linéaire de Paris sont observées pour les valeurs de ΔK élevées et faibles (région III et I respectivement en Figure I.10). La valeur inférieure de la courbe, nommée seuil de propagation (K_{th}), est définie comme le facteur d'intensité des contraintes au-dessous duquel une fissure existante s'arrête de progresser dans un matériau. La valeur supérieure de la courbe est la concentration de contrainte ou se produit la rupture finale du matériau et elle correspond à la ténacité du matériau défini par le facteur K_{IC}.

Les essais de vitesse de propagation de fissures sont couteux et complexe de réalisation. Ils sont donc habituellement réalisés par certains groupes d'individus œuvrant en recherche fondamentale.

I.5.3. Courbes de traction cycliques

Le mécanisme de propagation d'une fissure peut être considéré comme une fatigue oligocyclique localisée [7]. En effet, des déformations importantes se produisent en tête de fissure et la taille de la zone plastifiée est influencée par le coefficient d'écrouissage, c'est-àdire l'aptitude du métal à la consolidation. Certains matériaux auront tendance à durcir structuralement alors que d'autres subiront un adoucissement qui favorisera l'initiation et la propagation des fissures.

Les courbes de traction cycliques permettent de mettre en évidence ces phénomènes. Elles sont obtenues en mettant en graphique la déformation induite en fonction de la contrainte en suivant une alternance entre des sollicitations en tension et en compression. Des enchainements de niveaux croissants d'amplitude de de déformation (0.1§, -0.1%, 0.2% etc.) et décroissants (0.9%, -0.9%, 0.8%, etc.) sont répétés jusqu'à ce que les courbes d'hystérésis tracées se stabilisent, soit après environ 100 cycles [13].



Figure I.11. Adoucissement ou durcissement lors d'essais de traction cycliques.

La courbe de traction cyclique est au-dessus de la courbe de traction statique lorsqu'il y a durcissement alors qu'elle est en dessous dans des conditions d'adoucissement (voir Figure I.11). De façon générale, un durcissement structural est attendu lorsque le ratio de la limite ultime en traction sur la limite élastique de l'ingénieur à 0.2% de déformation est plus grand que 1.4. Lorsque ce ratio est plus petit que 1.2 un adoucissement est prévisible [7].

Chapitre I

I.6. Facteurs déterminant la résistance en fatigue

De nombreux facteurs affectent la résistance en fatigue d'une pièce. Les principaux sont présentés dans la Figure I.12 et seront traités en plus amples détails dans les pages qui suivent.



Figure I.12. Diagramme des facteurs déterminant la résistance en fatigue d'un matériau.

I.6.1. Conditions de sollicitation

I.6.1.1. Ratios, contrainte moyenne et fréquence

La courbe S-N dépend des valeurs de σ_m de R et de A spécifiées. A cet effet, les Figure I.13 et I.14 schématisent l'évolution de la courbe S-N en fonction du ratio et de la contrainte moyenne σ_m . Lorsque R devient plus positif, ce qui est équivalent à augmenter la contrainte moyenne, la limite d'endurance mesurée augmente. Notez aussi dans la Figure I.10 que le domaine d'endurance limité diminue lorsque la contrainte moyenne augmente [1].



Figure I.13. Effet du ratio R sur la courbe S-N d'un matériau donné [1].



Figure I.14. Effet de la contrainte moyenne _m sur la courbe S-N d'un matériau donné [1].

En ce qui a trait à l'effet de la fréquence sur la résistance en fatigue d'un matériau, il a été démontré qu'au-delà d'une certaine fréquence critique, la fréquence d'essai influence peu la vitesse de propagation des fissures. Pour un matériau donné, cette fréquence critique dépend de l'environnement. A la température ambiante et dans l'atmosphère de laboratoire, il ne semble pas que les fréquences ordinairement utilisées (0.1 à 100 Hz) aient une grande influence sur la résistance en fatigue des aciers [7].
I.6.1.2. Accumulation des dommages et effet des séquences

Il a été mentionné précédemment qu'une sollicitation d'amplitude constante et uniforme représente un idéal rarement trouvé dans les applications réelles de sollicitation cyclique. Par exemple, dans des véhicules en mouvement ou dans les équipements aéronautiques, les contraintes varient dans leurs modes et leurs amplitudes. La conception contre les ruptures par fatigue implique donc que l'historique de sollicitation d'une pièce soit connu.

En 1923, Palmgren a publié l'hypothèse connue sous le nom de Miner ou règle d'accumulation linéaire de l'endommagement. Dans cette approche, il cherchait une méthode d'estimation de la vie en fatigue sous amplitude variable. Il a donc soumis l'hypothèse la plus simple à savoir que soumettre une pièce à n_i cycles à une contrainte S_i lorsque la vie totale correspondante est de N_i , équivaut à consumer une portion n_i / N_i de cette vie totale [2]. La rupture se produit donc lorsque :

$$\sum \frac{n_i}{N_i} = 1 \tag{I.8}$$

Suite à cette hypothèse, il a été compris dans les années 50 qu'une surcharge momentanée produit une déformation plastique en tête de fissure. Ceci crée un état de contraintes internes de compression qui peut retarder l'initiation et la propagation subséquente des fissures. Inversement, certaines sollicitations à des niveaux de contrainte légèrement plus élevés que la limite d'endurance peuvent initier des fissures de sorte que des cycles subséquents à des contraintes inférieures vont continuer à propager cette fissure et la rendre dommageable [2].

La règle de Miner est donc en conflit avec l'état présent de notre compréhension de l'accumulation des dommages. Cependant, une solution de rechange à cette méthode est loin d'être trouvée et l'utilisation de cette règle reste une bonne approximation [1,2].

I.6.1.3. Modes d'essai

Le type de sollicitation influence aussi la résistance en fatigue des matériaux. Ceci s'explique par le fait que, pour des efforts axiaux en traction et compression, les contraintes sont uniformes sur toute la section d'un échantillon alors qu'en flexion ou en torsion elles sont maximales en surface et nulles au centre sur la fibre neutre. Ces différences de gradient de contrainte entrainent des variations importantes dans le volume de métal déformé et elles conduisent à des variations dans la limite d'endurance mesurée. En effet, la limite d'endurance d'une sollicitation en flexion (plane ou rotative) est plus grande que celle obtenue sous sollicitation axiale en traction-compression et cette dernière est plus importante que celle d'un essai en torsion tel que représenté en Figure I.15 [7].



Figure I.15 Variation de la limite d'endurance mesurée en fonction du type d'essai utilisé.

I.6.2. Facteurs géométriques

I.6.2.1. Dimension de la pièce

En générale, la limite d'endurance d'un matériau diminue avec la dimension de la section de l'échantillon. Ce comportement serait causé par la présence d'un gradient de contrainte interne, bénéfique à la résistance en fatigue, couvrant une section proportionnellement plus importante pour les échantillons de faible diamètre [1].

I.6.2.2. Concentration de contrainte

La résistance en fatigue est sérieusement réduite par les artéfactes entrainant des concentrations de contrainte comme les trous ou les entailles. L'effet des concentrations de contraintes est habituellement étudié à l'aide d'échantillon contenant une entaille en forme de V [1].

L'efficacité d'une entaille à diminuer la limite d'endurance d(un matériau est exprimée à l'aide du facteur K_f . Celui-ci est simplement le ratio de la limite d'endurance d'un échantillon non entaillé sur celle d'un échantillon entaillé. La sensibilité à l'entaille q d'un échantillon sera donc déterminée en utilisant aussi un facteur de concentration de contrainte théorique K_t mesuré lors d'un essai de traction et le facteur K_f . Le rapport entre ces deux facteurs K permettra donc d'obtenir la sensibilité à l'entaille q tel que définie dans la relation I.9.

$$q = \frac{K_{f} - 1}{K_{t} - 1}$$
(I.9)

un échantillon dont la résistance en fatigue n'est pas influencée par une entaille aura un facteur q de zéro, alors qu'un matériau sur lequel l'entaille réalise sa concentration de

contrainte théorique maximale ($K_f = K_t$) aura un facteur q égal à 1. Notez que la sensibilité à l'entaille est d (autant plus grande que le métal a une faible capacité d'adaptation. Elle augmente donc avec la résistance en traction d'un matériau donné [1].

I.6.2.3. Conditions de surface

L'initiation des fissures est affectée par les conditions de surface des échantillons telles que la rugosité, les défauts de surface, les contraintes résiduelles et les traitements de surface. Cependant, ces conditions sont importantes pour la fatigue vibratoire mais elles influencent peu la fatigue oligocyclique pour laquelle de fortes déformations plastiques se produisent en surface des pièces [2].

I.6.2.4. Rugosité

Les échantillons polis finement, pour lesquels les rayures sont orientées parallèlement à l'axe principal en traction donnant les valeurs de limite d'endurance les plus élevées. Notons aussi que certains aciers à haute performance semblent plus sensibles au fini de surface [1].

I.6.2.5. Contraintes résiduelles

La création de contraintes résiduelles en compression à la surface d'une pièce peut être très efficace pour augmenter les performances en fatigue. Les méthodes les plus utilisées pour introduire de telles contraintes sont le laminage et le grenaillage [1]. Notez à titre indicatif que la méthode de polissage des échantillons utilisée pour préparer les échantillons de fatigue peut créer des contraintes résiduelles de surface importantes [1].

I.6.2.6. Etat métallurgique de surface

Tout changement dans la résistance en fatigue du matériau en surface altère les propriétés en fatigue. La décarburation superficielle des aciers est, entre autre, particulièrement néfaste puisque la phase ferritique favorise l'initiation des fissures [1]. A l'inverse, une amélioration marquée de la limite d'endurance peut s'obtenir par la formation d'une couche superficielle plus résistante par carburation ou nitruration d'un acier. Ce traitement est, cependant, plus efficace lors de sollicitation cycliques en flexion ou en torsion que dans des conditions de sollicitations axiales [1,7].

I.6.3. Variables métallurgiques

Les améliorations les plus significatives pouvant être obtenues dans les performances en fatigue sont plus le résultat d'un changement de conception permettant de diminuer la concentration de contrainte ou d'utiliser avantageusement les contraintes résiduelles superficielles plutôt qu'un changement dans le matériau [1]. Malgré ce fait, certains variables métallurgiques doivent être considérés afin de maximiser ses performances en fatigue.

I.6.3.1. Ratio limite d'endurance / UTS

Les propriétés en fatigue d'un matériau sont souvent corrélées à ses propriétés en traction [1]. En général, la limite d'endurance d'un acier corroyé est d'environ 50 % de sa limite ultime en traction. Les échantillons entaillés présenteront un ratio « limite d'endurance /UTS » similaire à une microstructure fragile comme la martensite soit de 0.2 à 0.3, alors qu'une microstructure ferritique présentera un ratio de l'ordre de 0.6 [14].

I.6.3.2. Microstructure

La résistance en fatigue est fortement déterminée par la difficulté des dislocations d'effectuer des glissements croisés dans le réseau cristallin de la matrice. Les matériaux possédant de faibles énergies de défauts d'empilement permettent aux dislocations d'effectuer plus facilement ces glissements autour des obstacles. Ceci entraine la formation de bandes de glissements et de zones plastiques en tête de fissure qui favorisent l'initiation et la propagation des fissures par fatigue [1].

En général, les microstructures trempées et revenues maximisent la résistance en fatigue des aciers faiblement alliés. Cependant, pour une dureté apparente de 40 HRC, une structure bainitique produite par trempe étagée donne des meilleures propriétés qu'une microstructure martensitique de dureté égale [1]. Certaines transformations de phase peuvent aussi survenir sous sollicitation cyclique. Par exemple, la transformation de l'austénite souvent observée dans un acier dense diminue normalement sa résistance en fatigue [8].

I.6.3.3. Procédé de fabrication

Les techniques de fabrication comme le forgeage, le laminage et l'extrusion offrent des propriétés directionnelles. La résistance en fatigue est plus grande dans la direction longitudinale ou les grains sont orientés que dans la direction transversale [8]. De plus, de tels procédés produisent souvent une surface rugueuse provoquant une diminution de la résistance en fatigue [8].

I.6.4. Influence de l'environnement

I.6.4.1. Température

En général, la résistance en fatigue d'un métal diminue avec une augmentation de la température. A 50 % du point de fusion d'un matériau, le fluage devient déterminant et favorise la rupture par fatigue. Ce phénomène de fluage est minimisé par une microstructure grossière alors qu'une microstructure fine a de meilleures propriétés en fatigue à basse température [1].

I.6.4.2. Atmosphère

L'effet de l'environnement est défini comme l'action du milieu gazeux ambiant : air sec ou humide, oxygène, vapeur d'eau, hydrogène, etc. sur la résistance en fatigue [7]. Selon certains auteurs, l'environnement a peu d'influence sur l'initiation des fissures et il influence presque exclusivement leur propagation. De façon générale le nombre de cycles à la rupture est plus élevé sous vide qu'à l'air libre par un facteur 4 à 15 selon le niveau de contrainte et l'état microstructure [7]. L'oxygène sec conduit à un nombre de cycles à rupture sensiblement égal à celui obtenue sous vide. La vapeur d'eau a, par contre, un effet très néfaste [7].

I.7. Evaluation de la limite de fatigue et conception

I.7.1. Détermination de la courbe S-N

Les essais de fatigue sont longs et dispendieux, particulièrement si un nombre élevé d'essai sont réalisés afin d'évaluer l'intervalle de confiance sur la limite d'endurance [2]. Des méthodes statistiques permettent cette évaluation à moindre cout ont donc été standardisées. Les méthodes de l'escalier et du « probit » en sont des exemples.

I.7.1.1. Méthode de l'escalier

Dans la méthode de l'escalier, un nombre maximal de cycle N est fixé et un échelonnement d'amplitude de contrainte est réalisé en progression arithmétique. Le pas de cet échelon est choisi approximativement égal à l'écart-type de la courbe de réponse [7]. Le premier essai est effectué à un niveau voisin de la limite d'endurance recherchée et la variation de la contrainte s'effectue en fonction du résultat de l'essai. Si une non-rupture survient, on augmente la contrainte et, s'il y a rupture, elle est diminuée. L'analyse des résultats permet de déterminer la limite d'endurance ainsi qu'un intervalle de confiance sur

cette valeur. La méthode de l'escalier ne permet cependant pas d'évaluer la pente d'endurance limitée.

I.7.1.2. Méthode des «probits»

Pour évaluer la pente du domaine d'endurance limitée et sa variabilité, la méthode des «probits» est souvent utilisée. Selon cette méthode n éprouvette (entre 5 et 10) sont testées à un niveau de contrainte donnée et la probabilité qu'un nombre d'éprouvettes m puissent survivre à un nombre de cycle plus grand que N est évalué. Connaissant cette probabilité à un niveau de contrainte donné, un intervalle de confiance peut être déterminé. Plusieurs régressions linéaires permettent finalement d'évaluer les droites de probabilité de rupture recherchées. Celles-ci correspondent typiquement à des niveaux de probabilités de 10, 50 et 90 %. La méthode des «probits» est cependant longue et couteuse en nombre d'essais puisque souvent couplée à la méthode de l'escalier. Elle est aussi délicate d'application [7].

I.7.2. Conception

Lorsqu'une rupture par fatigue ne peut être tolérée, un facteur de sécurité doit être utilisé dans la conception d'une pièce. Ce facteur doit tenir compte de la variabilité de la limite d'endurance déterminée expérimentalement, mais aussi de l'incertitude des contraintes cycliques qui lui seront imposées [2]. Ces valeurs peuvent être simulées expérimentalement, mais le concepteur doit réaliser que les résultats obtenus en laboratoire ne s'appliquent pas directement aux pièces produites en grande quantité et sollicitées dans des environnements non contrôlés. L'évaluation d'un facteur de sécurité demeure donc un choix judicieux tenant compte des conséquences d'une rupture non désirée [2].

I.7.3. Philosophies de conception en fatigue

La philosophie de conception conditionne l'objectif à atteindre. Ainsi, différentes philosophies entraîneront différentes durées de vie et différentes degrées d'optimisation. Les cinq philosophies de conception généralement reconnues sont présentées ci-dessous [15, 16, 17]:

- **a.** Vie infinie (Infinite life) : les contraintes appliquées sont toujours inférieures à la limite d'endurance ou à la limite d'endurance conventionnelle (vie quasi-infinie) ;
- **b.** Vie sécuritaire (Safe life) : conception pour une durée de vie finie. La contrainte maximale correspond à celle attendue pour la durée de vie escomptée. Cette durée de vie correspond généralement à l'amorçage de fissure. Cette philosophie est celle utilisée dans les codes de dimensionnement en fatigue [18, 19] et par l'industrie automobile [20] ;

- **c. Rupture sécuritaire (Fail safe) :** approche développée par l'industrie aéronautique admettant qu'une fissuration limitée ou la rupture de certaines pièces n'est pas critique pour la structure complète. Elle nécessite des inspections régulières et des données sur les caractéristiques de propagation de fissure du matériau utilisé ;
- **d.** Tolérance au dommage (Damage tolerant) : raffinement de l'approche de rupture sécuritaire. Cette philosophie admet la présence de fissures aux endroits critiques dès le départ. La taille initiale de ces fissures est la longueur maximale ne pouvant être détectée par les méthodes d'inspection. Des inspections périodiques sont à prévoir afin de vérifier l'état de propagation des fissures jusqu'à la taille critique prévue par la mécanique de la rupture ;
- e. Pratique courante (Good practice) : conception basée sur des pratiques de conception en fatigue ayant fait leurs preuves au cours des années. Elle ne permet cependant pas d'effectuer une optimisation poussée des pièces.

I.8. La fatigue oligocyclique (LCF)

La fatigue oligocyclique comme un phénomène a reçu beaucoup d'attention depuis les travaux de Coffin [21] et ceux de Manson [22] dans les années cinquante et soixante. Il est devenu clair que la fatigue oligocyclique est un problème qui est différent de la fatigue à grand nombre de cycles (HCF). Le mécanisme de cette fatigue (HCF) sur une échelle macroscopique est un phénomène quasi-élastique. Cependant dans la fatigue oligocyclique, la déformation plastique macroscopique survient à chaque cycle.

Sous fatigue oligocyclique, la rupture peut se produire dans un faible nombre de cycles, disons 1000 cycles ou moins. De petites fissures sont généralement nucléées immédiatement. Compte tenu du haut niveau de contrainte, la rupture finale aura lieu lorsque les fissures sont encore petites. Les périodes de croissance des fissures visibles sont à peine présentes. La fatigue oligocyclique sous un chargement à amplitude constante conduit à une haute déformation plastique dans le premier cycle suivi par des amplitudes de déformation beaucoup plus faible dans les cycles ultérieurs. Pour cette raison, il est instructif d'étudier le processus de la fatigue oligocyclique dans le laboratoire en imposant des cycles constants de déformations cycliques. En général, cette condition de chargement est également représentative pour les conditions de faible cycle dans les structures [2].

L'amplitude de la contrainte sous des cycles constants de déformation peut varier dans les cycles successifs. Ceci est illustré dans Figure I.16. Dans la partie supérieure de cette figure, les cycles de déformation nécessitent une amplitude de contrainte croissante. Le durcissement cyclique se produit ce qui est plus fréquent pour les matériaux initialement doux. Dans la

partie inférieure de la Figure I.16 l'inverse se produit. Le cycle de déformation peut être maintenu avec une amplitude de contrainte décroissante qui est mentionné comme étant un adoucissement cyclique. Il survient principalement dans les matériaux qui sont déjà durcis à un niveau significatif, soit par un traitement thermique ou un processus de déformation. Si les déformations cycliques sont appliquées à un tel matériau, Elles peuvent déclencher des changements structurels qui conduisent à une certaine relaxation de l'énergie potentielle dans la matrice du matériau. Le matériau devient plus doux. En général, les deux écrouissages cycliques se stabilisent à un niveau constant après un certain nombre de cycles, généralement un faible nombre par rapport à la durée de vie de fatigue. Certains matériaux sont pratiquement stable presque immédiatement, ce qui s'applique à plusieurs matériaux à haute résistance si la résistance est obtenue par un traitement thermique. La stabilisation est moins prévisible pour les matériaux doux ou matériaux écrouis par un procédé les de déformation (laminage, par exemple) [2].



Figure I.16. Boucle de contrainte-déformation au cours de cycles ε_a constants de la fatigue oligocyclique et histoire de la contrainte pour le durcissement et l'adoucissement cyclique [2]

Coffin et Manson (chacun de son coté) ont observés que le traçage de la durée de vie de fatigue sous les conditions de nombre cycles faible en fonction de l'amplitude de déformation ε_a , indique une relation linéaire si elles sont tracées sur une échelle logarithmique double (Figure I.17). La relation peut s'écrire sous la forme :

$$\varepsilon_a N^{\beta} = constante = C$$

Ou bien : $\varepsilon_a = C N^{-\beta}$ (I.10)

Cette équation est la relation de Coffin-Manson. Comme le montre la Figure I.17, la relation semble être satisfaisante pour plusieurs matériaux, avec deux exceptions en bas à droite du graphe. L'exposant β est assez souvent dans l'ordre de -0.5.



Figure I.17. Courbe LCF, N- $\Delta \varepsilon_{pl}$ ($\Delta \varepsilon_{pl} = 2 \Delta \varepsilon_{a,pl}$) [23,24,25]

Il est à noter que l'asymptote horizontale supérieure de la courbe S-N à $S_{max} = S_U$ (Figure I.9) n'est plus présente dans les diagrammes ϵ -N. Il semble donc logique de mettre en corrélation la durée de vie en fatigue oligocyclique et l'amplitude de déformation.

La relation de Coffin-Manson ne peut évidemment pas s'appliquer en fatigue à grand nombre de cycles. L'asymptote horizontale inférieure, c'est à dire la limite de fatigue, n'est pas couvert par l'équation (I.10).

Toutefois, Manson et al [22] ont également considéré l'amplitude de déformation élastique dans la relation suivante :



$$\varepsilon_{a,total} = \varepsilon_{a,pl} + \varepsilon_{a,el} = C_1 N^{-\beta_1} + C_2 N^{-\beta_2} \tag{I.11}$$

Figure I.18. Variation de la déformation totale comme la somme de la variation de la déformation plastique et élastique. Matériaux: AISI 4340 (recuit). $(\Delta \varepsilon = 2\Delta \varepsilon_a)$. [26]

La Figure I.18 montre le résultat d'un acier à haute résistance. La courbe pour $\Delta \varepsilon_{\text{total}}$ $(=2\varepsilon_{a,total})$ devient non-linéaire avec une tendance à se courber vers une direction plus horizontale à de hautes endurances où l'amplitude de déformation élastique prédomine. Notez que la description de la courbe ɛ-N demande maintenant 4 constantes du matériau. Notez aussi à partir de la Figure I.18 que la composante élastique $\Delta \varepsilon_{el}$ pour des durées de vie basses est négligeable par rapport à la composante plastique. L'équation (I.11) pourrait donner une description raisonnable de la courbe ɛ-N pour un matériau sans entaille si une stabilisation assez rapide de la plasticité cyclique se produit. La question reste de savoir comment ceci peut être utile pour des problèmes de prédiction.

CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons vu des généralités sur le phénomène de la fatigue. Les différents mécanismes de la fatigue sont représentés. Ainsi que les essais de fatigue, les régimes de fatigue, la propagation des fissures, les facteurs influant sur la durée de vie et le principe de l'essai de fatigue.

On s'intéresse dans notre travail à faire des simulations dans le domaine de la fatigue oligocyclique dont laquelle la déformation plastique macroscopique survient à chaque cycle, et ceci nous incite à faire une recherche approfondie sur les différentes lois et critères qui régissent le comportement des matériaux métalliques, et leurs réponses aux diverses sollicitations cycliques.

Chapitre II

Comportement cycliques des métaux

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

INTRODUCTION

Ce chapitre présente, en premier lieu une étude bibliographique sur le comportement des matériaux métalliques les plus employés dans l'ingénierie, et leurs réponses aux différentes sollicitations. A plus petite échelle, ces matériaux présentent des mécanismes de déformation encore plus variés, qu'il est utile de connaître, pour mieux comprendre leur comportement macroscopique. Puis nous aborderons les différents lois et principes utilisée dans la modélisation du comportement cycliques de ses matériaux.

II.1. Comportement des métaux sous différentes sollicitations

La façon la plus élémentaire d'appréhender la variété de comportements des matériaux, est de les tester au moyen d'essais uniaxiaux.

II.1.1. Essais uniaxiaux classiques

II.1.1.1. Essai de traction uniaxiale

L'essai de traction est le moyen le plus couramment employé pour caractériser le comportement mécanique d'un matériau sous une sollicitation progressive à vitesse de chargement faible ou modérée. Des éprouvettes du matériau concerné, en forme de barreau cylindrique ou prismatique comportant une partie centrale calibrée à section constante S_0 et longueur L_c raccordée à chaque extrémité à deux têtes de section plus importante, sont fixées dans une machine de traction. La machine impose un allongement croissant à l'éprouvette, et enregistre simultanément l'effort appliqué F et l'allongement $\Delta L = L - L_i$. Selon l'équipement utilisé, L_i est soit la longueur totale initiale L_c , soit une longueur initiale de référence L_0 entre deux repères tracés sur l'éprouvette (figure I.1). L'essai est généralement poursuivi jusqu'à rupture, après quoi on mesure un allongement ultime rémanent ΔL_u .

a. Courbe de traction conventionnelle

C'est la courbe obtenue à partir de l'enregistrement $F \times \Delta L$ effectué en cours d'essai en rapportant la force à la section initiale pour raisonner en termes de contrainte $R = F/S_0$, et en rapportant l'allongement à la longueur initiale pour raisonner en termes d'allongement relatif $e = \Delta L/L_i$. On obtient ainsi une courbe intrinsèque au matériau, indépendante des dimensions de l'éprouvette utilisée (figure I.2.a).



Figure II.1. Schéma d'une éprouvette de traction cylindrique et de son évolution en cours d'essai [27]



Figure II.2. Courbe de traction : a) courbe conventionnelle R x e *; b) courbe rationnelle* $\sigma x \varepsilon$ [27]

OA : allongement élastique linéaire, réversible.

Au-delà de A : déformation plastique permanente + déformation élastique.

La suppression de la force appliquée (BC) laisse apparaître un allongement plastique rémanent (OC). Une remise en charge conduit à une nouvelle limite d'élasticité (CB).

 $\mathbf{R}_{e} = F_{e} / S_{0}$: limite apparente d'élasticité (MPa).

 $R_{p0.2}$: limite conventionnelle d'élasticité à 0,2 % d'allongement plastique (figure I.3); sa détermination nécessite souvent l'usage d'un extensomètre.

AD : allongement élastique + allongement plastique réparti.

 $\mathbf{R}_{m} = F_{m}/S_{0}$: résistance à la traction (MPa).

DF : apparition et progression d'une **striction** (réduction de section localisée) dans les matériaux ductiles.

F : rupture.

A % = $\Delta L_u/L_i$: allongement pour cent après rupture (%).

 $E = \delta R / \delta e \approx \delta \sigma / \delta \epsilon$: module de Young (figure I.3); en pratique, seule l'utilisation d'un dispositif extensométrique très précis permet d'exploiter la pente de la montée élastique pour la mesure de *E*.



Figure II.3. Exploitation du début d'une courbe de traction pour la détermination de $R_{p0.2}$ et de E [27]

b. Courbe de traction rationnelle

C'est la courbe obtenue en rapportant la force à la section minimale instantanée *S*, pour raisonner en termes de contrainte vraie $\sigma = F/S$, et en rapportant l'allongement à la longueur instantanée pour raisonner en termes de déformation rationnelle $\varepsilon = \delta L/L$. La courbe ainsi obtenue est croissante, même pendant la striction (figure I.2.b). Le volume de l'éprouvette restant constant et la déformation étant uniformément répartie de O à D, on a :

$$\sigma = F \frac{(1+e)}{S_0} = R(1+e) \ et \ \varepsilon = \int_{L_0}^L \frac{dL}{L} = \ln(1+e)$$
(I.1)

De *D* à *F*, pendant la striction, des corrections plus complexes sont nécessaires pour calculer σ et ϵ dans la zone de déformation localisée.

Différents types de chargements, permettent de mettre en évidence différents aspects du comportement des matériaux testés. En simplifiant, les trois grands types de comportement qu'un matériau est susceptible d'exhiber (en fonction de la température, de la vitesse de

déformation et du niveau des contraintes), sont le comportement élastique, le comportement plastique et le comportement visqueux.

II.1.1.2. Charge monotone

La charge monotone consiste à augmenter progressivement la contrainte σ (ou la déformation ε , si l'essai est piloté en déformation) et à mesurer la déformation qui en résulte (ou la contrainte). Cet essai permet de mettre en évidence plus précisément, les phénomènes donnés sur la figure I.4.

L'essai met en évidence un domaine (en contrainte ou en déformation) à l'intérieur duquel le comportement (c'est à dire la relation $(, \varepsilon)$) est linéaire et à l'extérieur duquel le comportement devient non linéaire.



Figure II.4. Différents types de comportements observables lors d'un essai de traction simple monotone. (a) : Mise en évidence de la perte de linéarité dans le comportement. (Aciers inoxydables).
(b) : Matériau élastique - fragile. (c) : Matériau endommageable. (d) comportement élastique parfaitement plastique (Aciers doux) [28]

II.1.1.3. Charge – décharge

On augmente la force F puis on la ramène à zéro. Cet essai permet en particulier, de mettre en évidence le phénomène observé sur la figure I.5, à savoir :

a) L'élasticité : si les courbes de charge - décharge coïncident, le milieu est élastique (éventuellement non linéaire). Dans le cas contraire il est anélastique. Après décharge

complète, il subsiste une déformation résiduelle. Cette déformation résiduelle peut s'effacer avec le temps, signe d'une viscosité du matériau. Dans les matériaux insensibles à la vitesse de chargement (certains métaux à froid par exemple), cette déformation résiduelle est permanente, tant que l'application d'une contrainte ne vient pas la perturber. La déformation au point **A** (figure I.6), se décompose donc en une partie ε^{el} récupérable par décharge (d'où le nom de partie élastique de la déformation) et une partie ε^p qui subsiste après décharge (c'est la partie plastique ou plus généralement anélastique, de la déformation) $\varepsilon = \varepsilon^{el} + \varepsilon^p$



Figure II.5. Comportement élastique (éventuellement non linéaire) [28].

b) **Plasticité** : qui ne se manifeste que lorsque la force atteint un certain seuil, qui est la limite d'élasticité du matériau. Initialement ce seuil est σ_0 (figure I.6). On effectue une décharge de **A** à **B** puis on recharge en **B**. Dans la plupart des métaux, la charge se fait à nouveau le long du trajet AB et de façon élastique (le trajet AB est réversible). La limite d'élasticité pour une charge à partir de **B** est donc σ_A . Si la limite d'élasticité est fixe ($\sigma_A = \sigma_0$ pour tout **A**), le milieu est parfaitement plastique. Si la limite d'élasticité varie ($\sigma_A \neq \sigma_0$), le matériau est *écrouissable*. L'écrouissage est positif, s'il y a durcissement (le seuil augmente avec la déformation), il est négatif, s'il y a adoucissement.



Figure II.6. Comportement élastoplastique [28]

II.1.1.4. Effet Bauschinger

Quand on effectue un essai de compression à partir d'un état vierge (à partir du point O), on observe en général un seuil σ_0 identique en traction et en compression. En revanche si l'on

déforme le matériau plastiquement, puis qu'on le décharge (à partir du point A) et que l'on prolonge la décharge par application d'une contrainte négative (compression), on observe souvent une dissymétrie du seuil d'élasticité en compression par rapport à sa valeur en traction : c'est l'effet Bauschinger (figure I.7).



Figure II.7. Effet Bauschinger [28]

II.1.2. Essais cycliques

II.1.2.1. Sollicitations cycliques à déformation imposée

II.1.2.1.1. Comportement sous sollicitations cycliques uniaxiales

a) Durcissement et adoucissement cyclique

Le premier effet que l'on observe sous chargement cyclique uniaxial à déformation imposée de traction-compression ou de torsion alternée, est l'effet Bauschinger. Cet effet se manifeste par la diminution de la limite d'élasticité en compression après un chargement initial en traction et réciproquement. La plupart des matériaux et des alliages manifestent des propriétés d'écrouissages variables durant le cyclage.

En général, si on réalise un essai à déformation imposée, avec une valeur moyenne nulle, on relève deux types de comportements, suivant le matériau étudié :

- Soit une augmentation de la contrainte maximale avec le nombre de cycles ; on dit que le matériau durcit (figure I.8);
- Soit une diminution de la contrainte maximale avec le nombre de cycles ; on dit que le matériau s'adoucit (figure I.9).



Figure II.8. Durcissement cyclique [29]



Figure II.9. Adoucissement cyclique [29]

Dans les deux cas, on observe une stabilisation après un certain nombre de cycles, suite à une phase transitoire de durcissement ou d'adoucissement. Si après stabilisation pour une amplitude de déformation donnée, on augmente cette dernière, on constate que le matériau continue de durcir (ou s'adoucir) pour se stabiliser à un niveau différent. Si, lors de la troisième séquence, on laisse suffisamment de temps, le matériau tend vers un niveau de contrainte égale à celui que l'on aurait observé pour la même amplitude sans précyclage. C'est l'effet mémoire (figure I.10).

b) Effet de mémoire Certains matériaux comme les aciers inoxydables austénitiques, présentent de forts «effets de mémoire» de la déformation plastique maximale, c'est-à-dire qu'à la suite d'un chargement à grande déformation, le comportement qui suit (par exemple en chargement cyclique à faible amplitude), présente un durcissement important par rapport au comportement de référence à ce même niveau de chargement. Cet effet peut se modéliser à l'aide d'une surface de charge dans l'espace des déformations plastiques, qui conserve donc en mémoire, au cours de l'histoire du chargement, la valeur la plus grande atteinte, par

exemple pour la déformation équivalente de Von Mises. Le processus de mémorisation peut être total ou progressif. L'effet de mémoire se traduit par un niveau de contrainte équivalente maximale, après deux séquences de chargement (traction - compression et torsion alternée) (figure I.10), avec une moyenne de déformation nulle ($\varepsilon = 0$), supérieure à celle qui aurait été atteinte, si l'on avait effectué directement le cyclage de la seconde séquence (torsion) sur une éprouvette vierge. Cet effet a été observé expérimentalement par Tanaka et al (1985) [30]. D'un point de vue microstructural, la persistance des structures de dislocations (déplacement de défauts du réseau cristallin établies lors de la première séquence) explique l'effet mémoire observé.

Il est à noter que, dans le cas de la déformation imposée, si le cyclage est réalisé avec une déformation moyenne non nulle, on peut expérimentalement observer une relaxation plus ou moins totale de la contrainte moyenne au cours des cycles [30].



Figure II.10. Effet d'adoucissement cyclique et de mémoire sous séquence de chargements à différentes amplitudes [30]

II.1.2.1.2. Comportement sous sollicitations cycliques multiaxiales

Dans le cas de sollicitations cycliques multiaxiales pilotées en déformation, on caractérise l'écrouissage cyclique par l'évolution de la contrainte équivalente au cours des cycles. La forme du trajet de chargement dans l'espace des déformations influence considérablement l'écrouissage cyclique.

Le phénomène qui caractérise le comportement des matériaux sous sollicitations cycliques multiaxiales, est celui de sur-écrouissage, Il se traduit par le fait que l'évolution de la contrainte équivalente en fonction du nombre de cycles est fortement liée au type de trajets de chargement. Ce type de sollicitations permet également de révéler d'autres phénomènes

liés à la multiplicité des systèmes de glissement dans le comportement cyclique des matériaux, soumis à ce type de chargement [31].

II.1.2.2. Sollicitations cycliques à contrainte imposée

Sous chargement cyclique autour d'une contrainte moyenne non nulle, on observe une accumulation de la déformation progressive, qui est l'aspect le plus rencontré lors de ce type de chargement. Cependant, trois phénomènes peuvent se manifester selon le type de matériau et les conditions de chargement :

- Une *adaptation* : stabilisation de la déformation avec un comportement élastique au cycle stabilisé;
- Une *accommodation* : stabilisation de la déformation avec un comportement élastoplastique au cycle stabilisé;
- Un accroissement de la déformation à chaque cycle et qui ne disparaît pas avec le nombre de cycles ; c'est le phénomène de *rochet* ou *déformation progressive*.

II.1.2.2.1. La contrainte moyenne est nulle

En contrainte imposée symétrique, il peut y avoir accommodation ou bien adaptation. L'adaptation marque le retour du matériau à un comportement élastique après quelques cycles de plasticité. Lors de l'accommodation, la déformation plastique devient périodique, le cycle stabilisé est une boucle d'hystérésis.

II.1.2.2.2. La contrainte moyenne est non nulle

Sous chargement cyclique autour d'une contrainte moyenne non nulle, la plus part des structures présente une accumulation de la déformation progressive qui est l'aspect les plus rencontré lors de ce type de chargement.



Figure II.11. Phénomène d'accommodation plastique et d'adaptation élastique et phénomène de rochet [29]

II.2. CRITERS ET LOIS DE LA MODELISATION

II.2.1. Critères de plasticité

Le seuil de plasticité unidimensionnel définit le domaine d'élasticité dans l'espace de la contrainte à une dimension. La généralisation de cette notion au cas tridimensionnel est le critère de la plasticité, il définit le domaine, dont l'espace de contrainte à 3 ou 6 dimensions, à l'intérieur duquel toute variation de contrainte n'engendre que des variations de déformation élastique [32].

En réalité, l'espace des contraintes est de dimension six, ce qui introduit les deux notions suivantes :

- Critère de plasticité et son évolution ;
- Lois d'écoulement en plasticité

Nous cherchons un critère généralisant le cas mono dimensionnel de l'éprouvette de traction, c'est-à-dire un moyen de reconnaître si un état de contrainte quelconque, est susceptible de provoquer une plastification au moins locale de la matière.

On introduit alors une fonction mathématique f, portant sur le tenseur des contraintes σ , et possédant les propriétés suivantes :

- $f(\sigma, E) < 0$ Domaine rigide : l'état actuel (σ, E) est intérieur au domaine d'élasticité ;
- $f(\sigma, E) = 0$ Domaine plastique : l'état actuel se situe sur la frontière du domaine ;
- $f(\sigma, E) > 0$ est interdit.

Le paramètre d'écrouissage « E » caractérise l'évolution de ce domaine, en fonction de l'historique du chargement suivit, pour obtenir l'état actuel. La figure 1.12 schématise l'évolution avec et sans écrouissage du domaine d'élasticité représenté dans le plan \mathcal{R}^2 des Contraintes σ_{1} , σ_{2} .



Figure II.12. Schématisation du domaine d'élasticité sans ou avec écrouissage [33]

La fonction $f(\sigma, E)$ est aussi appelée fonction de charge. Notons $f_0(\sigma)$ le critère définissant le domaine d'élasticité initial. La fonction $f(\sigma, E)$ doit respecter les symétries matricielles. Si le matériau est isotrope :

 $\rightarrow f_0(\sigma)$ doit être invariant dans tout changement de base ;

 $\rightarrow f_0(\sigma)$ est une fonction symétrique des contraintes principales.

En conséquence, pour un matériau isotrope :

 \rightarrow $f_0(\sigma)$ s'exprime en fonction des seuls invariants de σ .

La représentation de la fonction $f_0(\sigma)$ dans \mathcal{R}^3 espace des contraintes principales est une surface pour laquelle, (1, 1, 0), (0, 1, 1), (1, 0, 1) sont des plans de symétrie, et l'axe (1, 1, 1) est un axe de symétrie ternaire.

Si nous introduisons le repère principal pour les contraintes, le tenseur σ prend la forme :

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$$

Le critère de plasticité ne comporte plus que trois arguments, les contraintes principales σ_1 , σ_2 , σ_3 et s'écrit alors :

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \leq 0$$

Dans l'espace des contraintes principales, le domaine plastique f = 0, correspond à une surface appelée surface d'écoulement.

a- Critère de Von Mises

L'expérience montre que pour les matériaux, tout état de contraintes « hydrostatique » est admissible (appartiens au domaine d'élasticités). En conséquence le domaine d'élasticités est représenté par un ouvert non borné d'axe (1, 1,1) dans l'espace des contraintes principales \Re^3 .

Dans le critère de *VON MISES*, on considère que le seuil de plasticité est lié à l'énergie élastique de cisaillement. Cela revient à négliger l'influence du troisième invariant et à prendre une expression linéaire pour la fonction f.

L'énergie de déformation élastique d'un état tridimensionnel, est égale à celle d'un état unidimensionnel de traction pure équivalent de seuil $\sigma = \sigma_s$.

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \longrightarrow \sigma' = \begin{bmatrix} \frac{2}{3}\sigma_s & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3}\sigma_s & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3}\sigma_s \end{bmatrix}$$

Les expressions développées du critère de VON MISES sont :

Dans l'espace des contraintes à 6 dimensions :

$$\frac{1}{2}[(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{13}^2)] - \sigma_s = 0$$

Dans l'espace des contraintes principales à 3 dimensions :

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right]^{1/2} = \sigma_s$$

C'est l'équation d'un cylindre à base circulaire axé sur la trisectrice du repère (σ_1 , σ_2 , σ_3) et de rayon $r = \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_s$ (Figure I.13).



Figure II.13. Représentation géométrique du critère de VON MISES [29]

b- Critère de TRESCA

Le seuil de plasticité n'est plus lié à l'énergie, mais à la contrainte de cisaillement : la contrainte tangentielle maximale.

Elle s'exprime par : $\sigma_T = max_{ij} |\sigma_i - \sigma_j|$

La limite d'élasticité initiale selon TRESCA s'exprime par :

$$\sup(|\sigma_i - \sigma_j|) - \sigma_y = 0$$

 $i \neq j$

Dans l'espace des contraintes principales, le critère de TRESCA est représenté par un prisme droit à base hexagonale, dont l'axe est la trisectrice du repère (σ_1 , σ_2 , σ_3), il est inscrit dans le cylindre de VON MISES (Figure I.14).



Figure II.14. Représentation géométrique du critère de TRESCA dans le plan du déviateur [29]

Il n'y a guère qu'au voisinage du seuil de limite d'élasticité que les métaux sont isotropes. Dans ce cas, les points expérimentaux se situent entre le critère de VON MISES et le critère de TRESCA, les métaux très ductiles étant plus proches du critère de TRESCA (Figure I.15).



Figure II.15. σ_{VM} - σ_0 *et* σ_T – σ_0 *dans le plan 2 [34]*

Un autre plan largement utilisé pour représenter les surfaces d'écoulement, est celui associée aux composantes σ - τ du tenseur des contraintes, où σ est une contrainte de traction et

au une contrainte de cisaillement (chargement de traction-torsion). Le déviateur des contraintes

s'écrit alors : $\sigma' = \begin{bmatrix} \frac{2}{3}\sigma_s & 0 & 0\\ 0 & -\frac{1}{3}\sigma_s & \tau\\ 0 & \tau & -\frac{1}{3}\sigma_s \end{bmatrix}$

Les surfaces σ_{VM} - σ_0 et $\sigma_T - \sigma_0$ s'écrivent respectivement dans ce cas :

 $\sigma^2 + 3\tau^2 - \sigma_0^2 = 0$ et $\sigma^2 + 4\tau^2 - \sigma_0^2 = 0$ Leurs représentation est donnée sur la figure I.16.



Figure II.16. σ_{VM} - σ_0 et $\sigma_T - \sigma_0$ dans le plan σ - τ [34]

II.2.2. Lois d'écoulement

Ce sont les règles qui vont permettre de définir la vitesse de déformation plastique ou viscoplastique, lorsqu'on n'est plus en élasticité. L'étude des modèles rhéologiques a montré la nature des équations mises en jeu pour ce qui concerne l'intensité de la vitesse d'écoulement. Celle–ci est liée à la vitesse de contrainte ou de déformation totale pour un modèle plastique, et à l'état actuel de contrainte et des variables internes pour un modèle viscoplastique. Pour généraliser les résultats précédents au cas tridimensionnel, il importe de se préoccuper également de la direction de l'écoulement.

Cette direction doit être définie par un tenseur dans l'espace vectoriel de dimension 6 des tenseurs du second ordre symétrique.

Les conditions d'écoulement s'écrivent donc en 3D :

 $\begin{array}{ll} f < 0 & \rightarrow \text{ le comportement est purement élastique ;} \\ f = 0 \text{ et } df = 0 & \rightarrow \text{ on a un écoulement plastique ;} \\ f = 0 \text{ et } df < 0 & \rightarrow \text{ on a une décharge élastique.} \end{array}$

II.2.3. Lois d'écrouissage

Les variables thermodynamiques introduites dans l'expression de la surface d'écoulement ont une grande importance. La forme de la surface, donnée par le type de contrainte équivalente choisi (et les facteurs correctifs par direction de sollicitation) et sa taille donnée par la limite d'élasticité σ_y , ne suffisent pas à la caractériser totalement. En effet, cette surface évolue au cours d'une déformation plastique. Cette évolution sera schématisée par un déplacement de son centre et une variation de sa taille (nous ne traiterons pas ici le cas d'une variation de forme en cours de déformation). D'un point de vue macroscopique, on utilise pour cela deux variables *R* et *X*.

Ces deux variables sont à la base de la modélisation macroscopique du comportement mécanique des matériaux. La surface d'écoulement sera donc formulée de la façon suivante :

$$f(\underline{\sigma} - \underline{X}, R) = (\overline{\underline{\sigma} - \underline{X}}) - R = 0$$

Où : l'expression de la contrainte équivalente agit non plus sur le tenseur $\underline{\sigma}$, mais sur la quantité σ – X. La figure I.17 donne une représentation schématique de la surface d'écoulement d'un matériau dans l'espace des contraintes.

Si une contrainte équivalente de Von Mises est choisie, alors la surface d'écoulement s'exprimera sous la forme :



Figure II.17. Représentation schématique d'une surface d'écoulement dans l'espace des contraintes [34]

II.2.3.1. Lois à écrouissage isotrope

La loi à écrouissage isotrope décrit le comportement élastoplastique d'un matériau avec une surface d'écoulement représentée par une contrainte équivalente de Von Mises et une variable isotrope R. Il n'y a pas de variable cinématique. La fonction f caractérisant la surface d'écoulement s'écrit alors tout simplement sous la forme :

$$f = f(\sigma, R) \tag{I.2}$$

L'hypothèse d'isotropie de l'écrouissage facilite grandement l'écriture des lois. Soit que l'on utilise la déformation plastique cumulée ou le travail plastique cumulé, il est facile d'identifier le modèle d'écrouissage avec toute expression de la courbe monotone. Les seules différences porteront soit sur le critère choisi pour la fonction de charge, soit sur l'expression de la dissipation. La fonction de charge s'exprime alors sous la forme :

$$f = f_v(\sigma) - \Gamma(R) \tag{I.3}$$

Où : la fonction fy indique la forme du critère de limite d'élasticité et la fonction Γ introduit l'écrouissage.

L'écrouissage isotrope correspond à une dilatation simple du critère initiale.



Figure II.18. Représentation de l'écrouissage isotrope dans l'espace de contrainte [29]

La figure I.18 indique schématiquement l'évolution du critère dans l'espace des contraintes et la courbe contrainte-déformation plastique en traction /compression.

La variable R n'évolue pas lorsque l'état est élastique, mais évolue dès que l'état de contrainte est sur le bord de la surface seuil. Son évolution est donc liée à celle de la déformation plastique.

II.2.3.1.1. Loi à écrouissage isotrope linéaire

Cette loi est facilement déterminée en utilisant un modèle linéaire caractérisé par :

- σ_y (σ yield) : la limite d'élasticité initiale ;
- *E* : module d'élasticité ;
- E_T : module tangent.

Soit un incrément de charge $d\sigma$, pris à partir d'un état situé sur la frontière du domaine d'élasticité (Figure I.19).



Figure II.19. Incrément de charge

Nous avons :	$d\sigma = E_T . d\varepsilon$		
Or :	$d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^P$	et	$d\varepsilon^e = \frac{d\sigma}{E}$
Donc :	$d\varepsilon = d\varepsilon^P + \frac{d\sigma}{E}$	\Rightarrow	$\frac{d\sigma}{E_T} = d\varepsilon^P + \frac{d\sigma}{E}$
Donc :	$d\sigma\left(1-\frac{E_T}{E}\right)=E_T.$	de ^P	
D'où :	$d\sigma = C_i \cdot d\varepsilon^P$		
Avec : C_i co	onstante isotrope, égale à	$\frac{E_T}{1 - \frac{E_T}{E}}$	
C. est annelé	ée aussi module d'écrouiss	are ell	e est renrésentée nar le

 C_i est appelée aussi module d'écrouissage, elle est représentée par le symbole H et est égale à : $H = \frac{E \cdot E_T}{E - E_T}$.

On choisit une fonction de charge de VON MISES, sous la forme :

$$f = \sigma_{eq} - R - \sigma_y \tag{I.4}$$

La loi de comportement s'exprime alors par la relation :

$$d\varepsilon^P = \frac{d\sigma}{c_i} \tag{I.5}$$

II.2.3.1.2. Loi à écrouissage isotrope non linéaire

C'est une loi d'écoulement en régime élastoplastique à écrouissage isotrope, où l'écoulement plastique est non linéaire. Le domaine plastique n'est plus représenté par une droite mais par une courbe de pente décroissante. On choisit toujours la fonction de charge de *VON MISES* exprimée par la relation :

$$f = \sigma_{eq} - R - \sigma_y = 0 \tag{I.6}$$

Sachant que lorsque :

f < 0 \rightarrow le comportement est purement élastique ; f = 0 et df = 0 \rightarrow on a un écoulement plastique ; f = 0 et df < 0 \rightarrow on a une décharge élastique.

En fait, la courbe d'écrouissage suit la relation : $R = k(p) = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial p}$

 $\frac{k'(p)}{dp} = \frac{dk(p)}{dp} \quad \text{et} \quad dR = k'(p)$

Avec : R(0) = k(0) = 0

On retrouve la définition de la déformation plastique cumulée lorsqu'il y a écoulement (df=0 lorsque f=0). Cette condition donne :

$$df \, dp = d\sigma_{eq} \, dp - k'(p) \, dp \tag{I.7}$$

Avec :

L'expression d'écrouissage en traction simple donne la signification des variables R et p. En fait, sachant que :

$$d\varepsilon^P = g'(\sigma) \, d\sigma$$

Où : la fonction $g'(\sigma)^{-1}$ joue le rôle du module tangent de la courbe d'écrouissage. On retrouve bien la signification de la variable R:

On retrouve bien la signification de la variable R:

$$R = k(p) = \int_{0}^{\varepsilon} k'(\varepsilon^{P}) d\varepsilon^{P} = \int_{\sigma_{yi}}^{\sigma} \frac{1}{g'(\sigma)} d\varepsilon^{P}(\sigma) = \int_{\sigma_{yi}}^{\sigma} d\sigma$$

Soit donc : $R = \sigma - \sigma_{yi}$ cohérente avec l'expression de la fonction de charge en traction simple.

L'évolution de R en fonction de p rend compte d'un écrouissage progressif. Pour les effets cycliques, cette évolution est lente et peut se faire d'une façon croissante (durcissement cyclique) ou décroissante (adoucissement). L'évolution de R peut être avantageusement particularisée au moyen de l'équation suivante :

$$dR = b(Q - R) \, dp \tag{I.8}$$

Où : b et Q désignent deux constantes (Q donne la valeur asymptotique qui correspond au régime cyclique stabilisé et b indique la rapidité de la stabilisation).

L'intégration de cette relation et l'application du critère donne à chaque cycle unidimensionnel :

$$\sigma - \sigma_{yi} = Q \left[1 - \exp \left(-bp \right) \right] \tag{I.9}$$

De (I.7) on peut tirer : $dp = \frac{d\sigma}{\frac{k'(p)}{dp}}$

La déformation plastique s'écrit donc : $d\varepsilon^P = \frac{d\sigma}{\frac{dR}{dp}}$

Avec : $R = \sigma - \sigma_{yi} = Q [1 - \exp(-bp)]$ (I.10)

Cette nouvelle forme de R(p) permet en effet de limiter la taille du domaine élastique puisque R ne peut pas excéder Q. La cinétique d'évolution de R(p) étant 'réglée' par le paramètre b. En effet, dans l'équation (I.10), Q est une constante, elle ne peut donc rendre compte que du durcissement cyclique relatif à une amplitude de déformation donnée. Pour tenir compte de plusieurs niveaux possibles de saturation de la variable R, Chaboche proposa l'équation d'évolution de Q donnée par l'équation (I.11) [35,29] :

$$Q = Q_0 + (Q_m - Q_0)(1 - e^{-2\mu q})$$
(I.11)

 Q_0 , Q_m et μ : sont des paramètres du matériau fonction de la température ; q est une variable qui tient compte de l'amplitude de déformation plastique.

II.2.3.2. Lois à écrouissage cinématique

L'écrouissage cinématique correspond à la translation de la surface de charge où la variable X de nature tensorielle, indique la position actuelle de la surface de charge :

$$f = f_y(\sigma - X) - \sigma_y$$

La figure I.20 montre schématiquement le mouvement de cette surface dans l'espace des contraintes et la modélisation correspondante en traction / compression dans le diagramme contraintes-déformations.



Figure II.20. Ecrouissage cinématique : (a) représentation 3D dans l'espace des contraintes en traction / compression, (b) Représentation uniaxiale [29]

L'identification se fait à partir de la traction simple. La matrice des déformations plastiques s'écrit de façon habituelle, tandis que, par homogénéité avec le déviateur des contraintes, on note la matrice des contraintes internes sous la forme :

$$[X] = \begin{bmatrix} \frac{2}{3}X & 0 & 0\\ 0 & -\frac{1}{3}X & 0\\ 0 & 0 & -\frac{1}{3}X \end{bmatrix}$$

II.2.3.2.1. Loi à écrouissage cinématique linéaire (loi de PRAGER)

La loi de Prager décrit le comportement élastoplastique d'un matériau avec une surface d'écoulement représentée par une variable cinématique linéaire X et une variable isotrope constante R = k. La fonction f caractérisant la surface d'écoulement et ne dépendant que du second invariant $J_2(\sigma - X)$, s'écrit alors tout simplement sous la forme :

$$f = \left|\underline{\sigma} - \underline{X}\right| - k = 0 \tag{I.12}$$

La variable interne (tensorielle) associée à l'écrouissage cinématique est notée $\underline{\alpha}$, elle lui correspond une variable force thermodynamique (tensorielle) notée \underline{X} qui détermine la position du centre du domaine d'élasticité. Le modèle d'écrouissage cinématique le plus simple est proposé par Prager [36]. Dans ce modèle, il est supposé que la relation entre \underline{X} et $\underline{\alpha}$ est linéaire et par suite de la loi de normalité généralisée on en déduit la relation (I.13).

$$d\underline{X} = \frac{2}{3}C \ d\underline{\varepsilon}^P \tag{I.13}$$

Où : *C* est le module d'écrouissage supposé constant

La relation (I.13) présente plusieurs défauts tels que la non description des phénomènes suivants : Diminution du module d'écrouissage en fonction de la déformation plastique (le déplacement de la surface de charge est illimité !), Discontinuité de ce même module à la charge et à la décharge, phénomène de rochet.

II.2.3.2.2. Lois à écrouissage cinématique non linéaire

L'inconvénient de la loi de *PRAGER* (proportionnalité entre $d\varepsilon^P$ et dX) est levé par un terme de rappel introduisant un effet de mémoire évanescente du trajet de déformation :

$$d\underline{X} = \frac{2}{3}C \ d\underline{\varepsilon}^P - \gamma \underline{X} \ dp \tag{I.14}$$

Où : dp est l'incrément de déformation cumulée ; C et γ étant des coefficients caractéristiques de chaque matériau.

L'expression (I.14) inclut un terme de rappel γ par rapport à (I.13), ce terme est également appelé : restauration dynamique. Le terme de restauration dynamique introduit permet de rendre compte qualitativement de plusieurs observations expérimentales telles que : forme de la courbe de traction aussi bien à la charge qu'à la décharge (en plasticité) ainsi que l'introduction d'une asymptote qui limite le déplacement de la surface de charge. En tractioncompression par exemple, le déplacement du domaine élastique ne peut excéder C/γ . Nous pouvons également noter que sous contraintes imposées, la réponse est immédiate après le premier cycle : accommodation si le cycle est symétrique en contraintes ou rochet dans le cas contraire.

II.2.3.3. Combinaison de l'écrouissage isotrope et cinématique

Dans le cas de chargements cycliques, il est difficile d'utiliser la loi isotrope ou celle de Prager. En effet, dans le cas d'un écrouissage purement isotrope, une sollicitation cyclique symétrique (par exemple traction-compression) produira une plastification aux premiers cycles, puis une déformation purement élastique au cycle stabilisé. A l'inverse, la loi cinématique linéaire de Prager produira une plastification identique à chaque cycle. Pour bien représenter le comportement mécanique d'un matériau sous sollicitation cyclique, il est donc nécessaire d'utiliser une loi combinant un écrouissage isotrope et un écrouissage cinématique.

D'une façon générale, les variables d'écrouissage R (isotrope) et \underline{X} (cinématique) constituent la loi de comportement du matériau. Elles sont la traduction macroscopique des mécanismes de déformation plastique du matériau. Leur évolution est donnée sous la forme suivante :

$$dR = b \left(Q - R \right) dp \tag{I.15}$$

$$d\underline{X} = \frac{2}{3}C(p)d\underline{\varepsilon}^{P} - \gamma(p)\underline{X}\,dp \tag{I.16}$$

CONCLUSION

Depuis plus d'un demi-siècle, de nombreuses modélisations du comportement des métaux en fatigue ont été formulées. Notre étude se restreint aux critères de fatigue uniaxiaux basés sur des termes de contraintes mais bien d'autres modèles existent faisant intervenir des éléments de déformations ou des expressions dépendant à la fois des contraintes et des déformations. Parmi tous les critères en contraintes qui existent, la majorité ont été programmés puis validés avec une base de données d'essais expérimentaux de fatigue issus de la littérature. Dans la partie numérique de notre travail, nous allons effectuer des simulations numériques afin de permettre de juger ces critères globalement.

Chapitre III

Simulations et traitements des résultats
Introduction

Une pièce ou structure est soumise à des contraintes cycliques (généralement des millions de cycles, de façons répétée) elle peut rompre sous des sollicitations inférieures à la charge maximale R_m ou bien souvent inférieure à la limite élastiques. Donc les caractéristiques étudiées dans l'essai de traction ou dans autres essais mécaniques, ne suffisent pas pour connaître le comportement du matériau à des cycles répétitifs d'efforts. Pour cela, il faut faire des essais de chargements successifs pour pouvoir connaître le comportement du matériau dans ce type de conditions. Dans ce chapitre est présentée, une simulation du comportement cyclique de l'acier C35. Il existe plusieurs essais de fatigue, dans notre simulation avec Abaqus, on va imposer un chargement monotone et un chargement cyclique. Pour ce faire, on doit d'abord effectuer des simulations de la fatigue à faible nombre de cycles (LCF) dans le logiciel Abaqus, on introduira ensuite les résultats obtenus dans Fesafe afin d'effectuer une analyse à grand nombre de cycles (HCF).

III.1 Simulation numériques avec Abaqus

III.1.1 Présentation du logiciel

ABAQUS est un logiciel de simulation par éléments finis de problèmes très variés en mécanique. Il est reconnu et pour ses traitements performants de problèmes nonlinéaires. ABAQUS a été développé par Hibbit, Karlson & Sorensen (HKS), devenue après ABAQUS, Inc. Depuis 30 ans, ABAQUS a été amélioré au fur et à mesure pour intégrer les nouveautés et répondre ainsi aux besoins en octobre 2005, l'entreprise a été rachetée par Dassault industries pour critiquer le package ''SIMULIA''.

Dans sa formulation générale, il se compose de 3 modules différents :

- Abaqus /CAE constitue une interface intégrée de visualisation et de modélisation pour les deux solveurs.
- Le solveur Abaqus /Standard est un solveur généraliste qui recourt à un schéma traditionnel d'intégration implicite.
- Le solveur Abaqus /Explicit emploie un schéma d'intégration explicite pour résoudre des problèmes dynamiques ou quasi-statiques non-linéaires.

Chacun de ces modules est complété par des modules additionnels ou/et optionnels, spécifiques a certaines applications.

En raison du large spectre de ces capacités d'analyse et sa bonne ergonomie il est très largement utilisé dans les industries automobiles et aéronautiques. Il se prête bien pour l'analyse des comportements non-linéaires.il possède une vaste gamme de lois de comportement. En 2005, Abaqus/Inc a été acquis par Dassault Systèmes et est devenu SIMULIA.



Figure III.1 L'interface d'Abaqus/Cae version 6.8.1

On retrouve dans l'interface les éléments essentiels suivant :

1 : la fenêtre d'affichage graphique.

2 : une première barre de menus en haut, ces menus sont relatifs au module dans lequel on se trouve.

3 : une deuxième barre horizontale d'outils, y sont disposées les icones correspondant aux commandes les plus courantes, c'est-à-dire les commandes d'ouvertures et de sauvegarde de fichiers, et les commandes réglant l'affichage des vues (perspective, ombrage, zoom, rotations, etc.).

4 : une troisième barre de menus déroulant permettant d'accéder aux autres modules, ou de sélectionner le modèle ou la pièce sur lesquels on souhaite travailler.

5 : on dispose à gauche d'une colonne d'icones permettant d'accéder aux outils disponibles à l'intérieur du module dans lequel on se trouve.

6 :l'espace juste sous la fenêtre d'affichage graphique est celui dans lequel Abaqus vous parle : les messages affichées à cet endroit sont faits pour vous guider dans l'action que vous avez entreprise.

7 : enfin, une fenêtre en dessous sur fond blanc est utilisée pour afficher des messages informatifs : réponses à des questions posées, avertissements liés à des problèmes rencontrés, etc.

III.1.2 Présentation du matériau de l'étude

Le matériau utilisé pour cette étude est tiré des travaux H.GGADOUINI [37]. L'acier C35 est ferrito-perlitique, et faiblement allié, il contient 11 éléments d'addition dont aucun ne dépasse 1% massique. La composition chimique de l'acier étudié est présentée dans le tableau III.1, présente les principaux éléments de sa composition chimique.

С	Mn	Si	Cr	Ni	Cu
0.36%	0.60%	0.27%	0.14%	0.07%	0.07%

Tableau III.1 Composition chimique du C35 (massique)

Ce matériau provient d'une seule coulée et toutes les éprouvettes de cette étude sont prélevées dans un barreau de 80 mm de diamètre, issu de cette coulée. De manière systématique, les zones de prélèvement des échantillons et éprouvettes sont suffisamment éloignées à la fois du cœur et de la surface du barreau, afin de s'affranchir des variations de la microstructure liées au refroidissement durant la coulée, à cœur et en surface [37].

Une attaque au Nital 3 % a été effectuée par Billaudeau et al. Afin de révéler la microstructure du C35 [37]. Ce matériau présente deux phases : perlite et ferrite. Le laminage effectué sur le matériau provoque l'apparition de bandes de perlite mais n'affecte ni la taille moyenne ni la morphologie des grains. La taille moyenne est d'environ :

 $-\phi_{\rm moy}$ grain ferrite : 22 µm

 $-\phi_{\rm moy}$ grain perlite : 16 μ m

La répartition des grains est uniforme suivant les trois dimensions de l'espace. La distance entre deux bandes de perlite correspond à un ou deux grains de ferrite (Figure III.2). Une autre étude sur ce même matériau montre qu'il y a suffisamment de chemins de ferrite qui séparent les bandes de perlite pour que la propagation des fissures ne dépende pas de l'orientation de la microstructure [37].



Figure III.2 Représentation de la microstructure du C35 sur des coupes transversale et longitudinale [37]

a. Propriétés mécaniques du C35

La figure III.3 présente le comportement en traction monotone de l'acier C35. Cette courbe à permis d'obtenir les valeurs suivantes :

Le module d'Young (E)	196 GPa
La limite d'élasticité conventionnelle à 0.2% ($R_{p0.2}$)	359 MPa
La limite de rupture (R _m)	594 MPa
L'allongement maximal (A)	47 %

Tableau III.2 Propriétés mécaniques en traction monotone



Figure III.3 Comportement élasto-plastique monotone de l'acier C35 [37]

Sur la courbe de traction monotone, on constate la présence d'un palier de contraintes après la limite d'élasticité du matériau, ce palier est appelé le palier de Piobert-Lüders, son amplitude dépend de la vitesse de déformation, plus la vitesse est faible plus le palier est marqué [37].

a. Détermination des paramètres matériau

L'identification des paramètres se fait sous chargement en traction-compression à partir de la boucle d'hystérésis, pour une amplitude de déformation de l'ordre de 3.1.10⁻³. Le

rapport de chargement pour cet essai est de R = -1, (Figure III.4). Pour l'identification des coefficients de lois d'écrouissage isotrope, Q et b, la boucle d'hystérésis stabilisée en traction compression a été utilisée. La limite d'élasticité ainsi que le module de Young se déduisent du début de la courbe de traction.



Figure III.4. Boucles d'hystérésis contrainte – déformation pour l'essai de traction compression ($\frac{\Delta \varepsilon}{2} = 3.1.10^{-3}$) [37]

Pour identifier les deux paramètres Q et b de l'écrouissage isotrope, l'évolution de la limite d'élasticité R+k est exprimée en fonction de la déformation plastique cumulée dans le cas d'un chargement de traction – compression. En effet, pour chaque cycle i, nous avons d'après l'équation de la surface de charge :

$$R + k = \sigma_i^t - x_i$$

Avec σ_i^t la contrainte de traction maximale pour le cycle de chargement i et x_i la variable de l'écrouissage cinématique pour le même cycle. La variable x_i peut s'écrire :

$$x_i = \frac{\sigma_i^t + \sigma_i^c}{2}$$

Avec σ_i^c la contrainte de compression minimale pour le cycle de chargement i.

La valeur de R peut donc être calculer pour chaque cycle. On trace ensuite l'évolution de R en fonction de la déformation cumulée p obtenue expérimentalement (Figure III.5).



Figure III.5 Evolution de la variable R de l'écrouissage isotrope en fonction de la déformation plastique cumulée p [37]

Par ailleurs, la variable R s'exprime, d'après le modèle de Chaboche, en fonction de p et des paramètres Q et b à l'aide d'une relation exponentielle :

$$R = Q(1 - e^{-bp})$$

Il suffit donc de caler la courbe expérimentale (R ; p) par la loi exponentielle pour obtenir les valeurs de b et Q.

Pour identifier les deux paramètres C et γ de l'écrouissage cinématique non linéaire, le même essai que pour l'écrouissage isotrope a été utilisé. On considère le cycle stabilisé de cet essai (Figure III.6).



Figure III.6 Cycle stabilisé de l'essai de traction – compression ($\frac{\Delta \varepsilon}{2} = 3.1.10^{-3}$) [37]

Les couples $(\sigma_i; \varepsilon_i^p)$ sont calculés en prenant pour origine des déformations plastiques, la déformation ε_0^p . On a alors :

$$\varepsilon_i^p = \varepsilon_i - \frac{\sigma_i}{E} - \varepsilon_0^p$$

Le rayon de la surface de charge à l'état stabilisé (Rs) s'écrit :

$$R_s = \frac{\sigma_1 + \sigma_n}{2}$$

D'après l'équation de la surface de charge, exprimée dans le cas de traction – compression, on a :

$$x_i = \sigma_i - R_s = \sigma_i - \frac{\sigma_1 + \sigma_n}{2}$$

On peut donc calculer les valeurs des couples $(x_i; \varepsilon_i^p)$ en tout point de la courbe présentée en Figure III.5.

Sachant que la variable de l'écrouissage cinématique non linéaire s'exprime, d'après le modèle de Chaboche, en fonction de la déformation plastique et des constantes C et γ à l'aide de l'équation suivante :

$$x = \frac{C}{\gamma} \left(1 - e^{-\gamma \varepsilon^p} \right) + x_1 e^{-\gamma \varepsilon^p}$$

Où x₁ est la variable de l'écrouissage cinématique non linéaire calculée au point (σ_1 ; ε_1^p). On peut, ensuite, déduire les constantes C et γ par lissage de la courbe (x_i; ε_i^p), voir Figure III.7.



Figure III.7 Identification des paramètres de l'écrouissage cinématique non linéaire [37]

Le tableau suivant présente les paramètres de l'écrouissage identifiés pour l'acier C35 :

Paramètres d'écrouissage isotrope	Paramètres d'écrouissage cinématique
$Q_{\infty} = -50$	C = 45000
b = 10	$\gamma = 200$

Tableau III.3 Paramètres du modèle d'écrouissage pour l'acier C35

III.1.3 Géométrie et maillage de l'éprouvette

a. Géométrie

Dans les deux essais réalisés dans le cadre de ce travail, une géométrie d'éprouvette unique a été utilisée. L'éprouvette de l'acier C35 étudié est illustrée dans la figure III.8. Toutes les dimensions y sont spécifiées.



Figure III.8 Géométrie de l'éprouvette en l'acier C35

b. Maillage de l'éprouvette

L'éprouvette maillée avec Abaqus est présentée sur la figure III.9. On a choisi d'effectuer un maillage avec les éléments C3D4, ce sont les éléments tétraédriques linéaires à 4 nœuds, le maillage est montré dans la figure ci-dessous :



Figure III.9 Maillage de l'éprouvette

III.1.4 Description du problème

Dans cette section, on présente la description des deux modèles utilisés pour effectuer nos simulations à l'aide du code de calcul Abaqus, on utilisera dans cette étude le modèle à écrouissage isotrope / cinématique non linéaire basé sur les travaux de Chaboche [29]. Ce modèle combine l'écrouissage isotrope avec l'écrouissage cinématique non linéaire pour prédire la déformation dans une éprouvette soumise à un chargement monotone dans le premier cas et à un chargement cyclique dans le deuxième cas.

Le domaine élastique est défini selon le critère de Von Mises par la surface de charge suivante :

$$f = J_2(\bar{\bar{\sigma}} - \bar{\bar{X}}) - R - k(p)$$

Ou \overline{X} est le tenseur variable d'écrouissage cinématique, ce tenseur représente la position de la surface de charge dans l'espace des contraintes. L'écrouissage cinématique non linéaire est décrit par l'équation différentielle suivante :

$$d\bar{\bar{X}} = \frac{2}{3}Cd\varepsilon^p - \gamma \bar{\bar{X}}dp$$

C et γ sont deux constantes du matériau à identifier, ε^{p} est la déformation plastique et p la déformation plastique cumulée. La non linéarité introduite dans cette équation (par le terme $\gamma \overline{X} dp$) permet d'une part de décrire le phénomène de la relaxation de la contrainte moyenne lorsque le matériau est soumis à une déformation cyclique avec une valeur moyenne non

nulle, et d'autre part l'effet de rochet lorsque le matériau est soumis à un chargement cyclique en contrainte imposée avec une contrainte moyenne non nulle.

Si on considère, par exemple, une éprouvette soumise à un chargement de tractioncompression dissymétrique, l'écrouissage cinématique non linéaire conduit à une adaptation élastique si l'amplitude du chargement est inférieure à la limite élastique initiale

 $\left(\frac{1}{2}(\sigma_{max} - \sigma_{min}) \le k\right)$ sinon une déformation progressive se produit (Rochet). Pour chaque cycle cette déformation cumulée peut s'exprimer par l'équation suivante :

$$\delta \varepsilon^{p} = \frac{1}{\gamma} ln \left[\frac{\left(\frac{C}{\gamma} \right)^{2} - (\sigma_{min} + k)^{2}}{\left(\frac{C}{\gamma} \right)^{2} - (\sigma_{max} - k)^{2}} \right]$$

La variable R de l'écrouissage isotrope est solution de l'équation suivante :

$$dR = b(Q - R)dp$$

b et Q sont deux constantes du matériau à identifier, Q représente les niveaux de durcissement (ou d'adoucissement) cyclique et b la vitesse du durcissement (ou de l'adoucissement) cyclique.

III.1.4.1 Chargement monotone

Les données expérimentales du chargement monotone sont utilisées pour étalonner le modèle d'écrouissage cinématique. Le but de ce modèle est de vérifier que les résultats des simulations sont en accord avec les résultats expérimentaux et de comparer l'exactitude des résultats obtenus en utilisant un modèle avec une seul variable cinématique.

La combinaison du modèle d'écrouissage isotrope / cinématique est utilisé pour modéliser la réponse du matériau. Ce modèle exige que les paramètres élastiques (module d'Young et coefficient de Poisson), la limite d'élasticité initiale, les paramètres à écrouissage isotrope et les paramètres à écrouissage cinématique soient spécifiés.

a. Conditions aux limites

L'échantillon est fixé dans la direction longitudinale suivant l'axe Y à la surface inférieure comme le montre la Figure III.10.



Figure III.10 Conditions aux limites

b. Chargement

Un déplacement de 0,5 mm est appliqué à la surface supérieure de l'échantillon (voir Figure III.11).



Figure III.11. Chargement appliqué

Une analyse statique de contrainte a été effectuée afin de modéliser la réponse du matériau et de comparer les résultats de la prévision avec ceux des expériences

III.1.4.2 Chargement cyclique

Le test effectué est réalisées à l'aide d'une éprouvette cylindrique de longueur de 86 mm. Dans cette simulation on a utilisé des données d'essai obtenues à partir du même matériau utilisé pour la simulation du chargement monotone, c'est-à-dire un acier C35 avec un module d'Young, E, de 196 GPa et un coefficient de Poisson, de 0,3.

L'objectif de cette simulation est de comparer les prédictions du modèle avec des données d'essai sur de nombreux cycles. Le cycle stabilisé est donc choisie pour l'étalonnage. Si le

modèle est utilisé pour simuler seulement un ou deux cycles de charge, il serait plus approprié d'utiliser le premier cycle de chargement pour l'étalonnage.

a. Modèle matériau

Le modèle est étalonné à l'aide des données obtenus avec un essai de traction - compression à déformation imposée de $3.1.10^{-3}$. Toutes les composantes cinématiques et isotrope du modèle sont calibrés.

Pour calibrer les paramètres d'écrouissage cinématique du matériau C et γ , on a utilisé la deuxième moitié du cycle saturé. Les données sont saisies comme des valeurs de contrainte σ_i^0 en fonction de la déformation plastique ε_i^{pl} , sur les lignes de données de *PLASTIC, DURCISSEMENT = COMBINÉ, Type de données = STABILISÉ, où

$$\varepsilon_i^{pl} = \varepsilon_i - \frac{\sigma_i^0}{E} - \varepsilon_p^0$$

Avec ε_i la déformation totale pour le point i, et $\varepsilon_p^0 = \varepsilon_1 - \sigma_1^0 / E$.

Ensuite on a étalonné la composante de l'écrouissage isotrope. L'écrouissage isotrope définit l'évolution du domaine élastique en fonction de la déformation plastique équivalente. La taille du domaine élastique peut être facilement déterminée aux points où le chargement est inversé comme étant la moitié de la différence entre la limite d'élasticité en traction et compression. Les valeurs correspondantes de la déformation plastique équivalente sont obtenue en supposant que le test est approximativement exécuté comme étant un essai symétrique à déformation plastique imposée, où

$$\Delta \varepsilon^{pl} = \Delta \varepsilon - 2 \frac{\overline{\sigma}}{E}$$

Avec $\bar{\sigma}$ est une limite d'élasticité moyenne sur tous les cycles. Avec cette hypothèse, la déformation plastique équivalente est obtenue comme

$$\varepsilon^{pl} = \frac{1}{2}(4i-3)\varDelta\varepsilon^{pl}$$

Ou i représente le nombre de cycles,

a. Conditions aux limites

L'échantillon est fixé dans la direction longitudinale à la surface inférieure comme le montre la Figure III.10.

b. Chargement

Un déplacement de 0,3 mm est appliqué à la surface supérieure de l'échantillon et une courbe d'amplitude (Figure III.12) est utilisée pour décrire les cycles de chargement en traction-compression.



Figure III.12 Amplitude du chargement

III.1.5 Résultats et discussion

III.1.5.1 Résultats du Chargement monotone



Figure III.13 Distribution des contraintes de Von Mises



Figure III.14 Distribution des déformations totales suivant YY



Figure III.15 Courbe du comportement élastoplasique monotone simulée

Les déformations et les contraintes dans la figure III.15 sont données par des valeurs moyennes dans les éléments se trouvant au centre de l'éprouvette. La courbe expérimentale montre trois régions distinctes: une région élastique linéaire, une zone de transition élastoplastique, et une région de réponse presque linéaire à des valeurs en grandes déformations. On remarque que ce modèle n'arrive pas à capter toute l'allure de la courbe expérimentale, notamment le palier de contraintes de Piobert-Lüders, néanmoins la réponse est globalement acceptable.

III.1.5.2 Résultats du Chargement cyclique







Figure III.17 Distribution des contraintes suivant l'axe YY



Figure III.18 Distribution des déformations totales suivant l'axe YY



Figure III.19 Distribution des déformations plastiques suivant l'axe YY



Figure III.20 Déplacement en fonction du temps



Figure III.21 Contraintes pour une amplitude des déformations constante

Sur la figure III.21 on constate que le matériau se stabilise et ceci est indiqué par le changement de la valeur de la contrainte pour la déformation appliqué, suivi par une période de comportement stable. Au cours de cette période, les coordonnées de la courbe d'hystérisais peuvent être mesurées. Eventuellement les contraintes diminuent, indiquant qu'il y'a propagation d'une fissure de fatigue, et l'endurance pour cette éprouvette est habituellement basé sur une réduction de 5% ou 10% de la contrainte pour la déformation appliquée, ce qui indique la présence d'une petite fissure.



Figure III.22 Comparaison des Boucles d'hystérésis contrainte – déformation, a : courbe expérimentale :courbe simulée

La figure III.22 montre une correspondance étroite entre la simulation et les données des essais expérimentaux, sauf pour le premier cycle, ce qui est normal puisque le calibrage des composantes de l'écrouissage cinématique est basé sur les données d'essai stabilisée.

Conclusion

Les résultats des simulations effectuées avec le modèle combiné de l'écrouissage isotrope et cinématique non linéaire, peut être utilisé pour prévoir les réponses du matériau soumis aux différentes sollicitations. Ce modèle décrit bien le comportement élastoplastique de l'acier C35, néanmoins on constate qu'il y'a des écarts entre les résultats de la simulation et les résultats expérimentaux. On estime toutefois que ces écarts sont assez faibles et que le modèle donne une description correcte du comportement du C35.

III.2 Couplage avec Fe-safe

III.2.1 Introduction

Les modèles éléments finis sont utilisées pour analyser les composants d'ingénierie. Les résultats peuvent inclure des contraintes, des déformations, des températures, des déflexions et une réponse fréquentielle. Ces résultats peuvent être utilisés pour l'analyse de la fatigue.

Beaucoup d'analyses de fatigue utilisent les résultats de contraintes d'une analyse élastique linéaire par éléments finis. Une analyse linéaire suppose une relation linéaire entre la charge et la réponse. Une analyse élastique suppose que le comportement du matériau en contrainte-déformation est élastique. Les raisons d'utilisation de l'analyse élastique linéaire par éléments finis, et les méthodes d'analyse de la fatigue, sont décrites dans cette section.

Pour certains composants, il peut être nécessaire d'utiliser une analyse éléments finis non linéaire, ou une analyse inélastique. Certains exemples sont abordés dans cette section.

III.2.2 Terminologie de l'analyse de la fatigue par éléments finis

Il ya beaucoup de formulations élément finis différentes, et aucune description générale applicable à tous les éléments. Cette section n'est pas un cours d'éléments finis, mais quelques explications sur les termes utilisés dans l'analyse éléments finis sont utile. L'information suivante est un guide général.

Trois types de base d'éléments sont utilisés pour l'analyse des contraintes, Des éléments de coque, des éléments tétraédriques et des éléments hexagonales (ou brique). Les éléments tétraédriques et hexagonaux sont des éléments solides en trois dimensions. Les composants produits par moulage, forgeage et usinage peuvent être modélisés à l'aide d'éléments solides. Les éléments de coque sont minces, et sont utilisés pour modéliser des structures à parois minces fabriqués à partir de tôles et de plaques, par exemple. Les différents types d'éléments peuvent être mélangés dans le même modèle. Un élément quadratique et un élément de poutre, ne donne pas d'information suffisamment détaillé sur les contraintes qui doivent être utilisé pour l'analyse de la fatigue.

La figure III.23 montre un élément tétraédrique avec un nœud à chaque coin. Les éléments distincts dans un model élément fini sont généralement reliés entre eux au niveau des nœuds. Les contraintes dans l'élément peuvent être calculé à un ou plusieurs points à l'intérieur de l'élément, appelés points d'intégration, ou points de Gauss. Les contraintes nœuds sont calculées en extrapolant les points d'intégration internes des contraintes aux nœuds de l'élément. L'utilisateur peut choisir d'écrire des points d'intégration des contraintes et/ou des contraintes nodales sur le fichier des résultats de l'analyse.



Figure III.23 Elément tétraédrique 4 nœuds

Les Contraintes de surface sont requises pour l'analyse de l'initiation de la fissure de fatigue à partir de la surface d'un composant. Il y aura toujours des nœuds à la surface du modèle EF et donc des contraintes nodales doivent être utilisées pour le calcul de la fatigue plutôt que des points d'intégration des contraintes. Il est généralement possible de sortir des données de déformations tous comme des données de contraintes à partir de l'analyse EF et les déformations pourrait également être utilisées pour l'analyse de la fatigue.

Comme les éléments sont joints au niveau des nœuds, chaque nœud peut avoir plusieurs valeurs de contrainte, extrapolé à partir des éléments adjacents. Il est normal que les codes EF et le logiciel de post-traitement font la moyenne de ces contraintes extrapolées, donnant un seul tenseur des moyennes de contraintes nodales à chaque nœud. Dans la figure III.24 chacun des quatre éléments brique seraient utilisés pour calculer le tenseur de contrainte pour le nœud central 'A' et les quatre valeurs vont être moyennées pour donner le tenseur des moyennes de contraintes nodales.

La différence entre les contraintes moyennées et non moyennées à un nœud est une indication de la qualité du maillage éléments finis, une large différence indique un maillage inadéquat.



Figure III.24 Nœud 'A' commun à quatre éléments de brique

Lorsque des contraintes nodales sont affichées sous forme de contours, le logiciel graphique peut effectuer certaines moyennes et une interpolation pour produire les contours. L'utilisateur peut contrôler la quantité de moyennes utilisée. Si un composant logiciel tiers de traçage est utilisé, les algorithmes utilisés pour calculer les moyennes des contraintes peuvent être différents de ceux utilisés dans le logiciel d'analyse EF. Le logiciel de traçage peut également permettre aux contours de la surface de contrainte d'être tracée à partir de données de points d'intégration. Encore une fois, les logiciels de graphisme tiers peuvent utiliser des algorithmes différents de ceux utilisés dans le logiciel d'analyse EF pour calculer les contraintes de surface.

L'analyse de la fatigue à partir de modèles éléments finis est un sujet nouveau, et beaucoup de règles de base doivent encore être établies. Toutefois, comme un guide général, les contraintes nodales devraient être utilisées de préférence aux points d'intégration des contraintes.

Les contraintes nodales pour les éléments solides sont calculées comme un tenseur de contrainte, composé de trois contraintes directe et trois contraintes de cisaillement, généralement orientée sur le système d'axe global pour le modèle. Les équations standards peuvent être utilisées pour résoudre les contraintes dans le plan de la surface de l'élément, pour produire les deux contraintes directe et la contrainte de cisaillement dans le plan. La contrainte directe hors du plan sera également calculée. Celle-ci devrait être approximativement nulle sur la surface du composant. Une importante contrainte hors-plan est une indication de l'insuffisance du maillage.

Le tenseur des contraintes pour un élément de coque sera composé des deux contraintes directes dans le plan et de la contrainte de cisaillement dans le plan.

Pour une analyse élastique linéaire le modèle éléments finis peut produire un résultat pour le tenseur des contraintes à chaque nœud. La terminologie varie entre les éditeurs de logiciels d'analyse EF, mais cet ensemble de contraintes peut être appelé un «step» ou un «data set». Les contraintes sont calculées pour la valeur spécifiée de la charge.

III.2.3 Exemple de l'analyse d'un modèle élastique linéaire avec une seule histoire de chargement appliquée

Le cas du chargement consistera en une solution de l'analyse linéaire élastique par éléments finis pour les contraintes à chaque nœud, calculée pour une charge unique appliquée, plus commodément une charge unitaire. Ces résultats seront écrits au fichier Résultats de l'analyse comme un « step ».

A chaque nœud, le tenseur des contraintes élastiquement calculée est multiplié par l'histoire du chargement pour donner l'histoire du tenseur des contraintes.



Figure III.25 Multiplication du tenseur des contraintes de la charge unitaire de par l'histoire du chargement

Si $s_{i,j}$ est une composante du tenseur des contraintes, et P (t) est l'histoire du chargement alors l'histoire de la composante $s_{i,j}(t)$ est

$$s_{i,j}(t) = s_{i,j} \times P(t)$$

Sur la surface du modèle, le logiciel de la fatigue va calculer l'histoire des contraintes principales dans le plan, et leurs directions. Les déformations élastiques peuvent être calculées à partir des contraintes.

Si le tenseur de contrainte représente une contrainte uni-axiale, l'histoire de la contrainte principale peut être convertie en contrainte-déformations élastoplastiques à l'aide de la règle de Neuber ou celle de Glinka. L'historique de la déformation peut être utilisé dans le calcul de la durée de vie de fatigue et les contraintes associées peuvent être utilisées pour appliquer une correction de la contrainte moyenne. Cette procédure est répétée pour chaque nœud du modèle.



Figure III.26 La règle de Neuber pour les contraintes uni-axiales

Si les contraintes nodales sont bi-axiales, la correction élastoplastique uni-axiale de Neuber ne peut pas être utilisée. Il y'a plusieurs méthodes proposées pour le calcul de contraintes / déformations élastoplastiques à partir de contraintes / déformations élastiques pour des conditions de contraintes bi-axiales lorsque la direction des contraintes principales ne change pas pendant l'histoire du chargement. La méthode de Glinka équivaut l'énergie de déformation totale dans les conditions élastique et élastoplastique. On peut l'appliquer en utilisant la règle de Neuber ou la règle d'intégration de Glinka.

Selon la règle de Neuber par exemple, pour les contraintes principales S_1 et S_2 et les déformations e_1 et e_2 calculées élastiquement les contraintes principales et les déformations élastoplastiques sont calculées en utilisant la relation :

$$\sigma_1\varepsilon_1 + \sigma_2\varepsilon_2 = S_1e_1 + S_2e_2$$

Des Équations plus complexes sont utilisées pour des situations où les contraintes principales changent de direction au cours du chargement de fatigue.



Figure III.27 Règle uni-axiale et bi-axiale de Neuber

Sur la surface du composant, la contrainte principale S_3 doit être égale à zéro et il n'ya donc pas d'énergie de déformation dans cette direction.

Les courbes cycliques de contrainte-déformation sont modifiées pour voir l'effet des contraintes bi-axiales, et l'ensemble complet des équations simultanées peut être résolue pour chaque point de données dans le chargement appliqué. La figure III.28 montre l'effet de la contrainte bi-axiale sur la courbe cyclique de contrainte-déformation. Les contraintes et les déformations élastoplastiques peuvent être analysées en utilisant les algorithmes de la fatigue multiaxiale.



Figure III.28 Courbes cycliques de contrainte-déformation calculées pour différentes contraintes bi-axiales

III.2.4 Simulation numérique effectuée avec Fe-safe

III.2.4.1 Présentation du logiciel

a. Introduction

Fe-safe est une suite de logiciels pour l'analyse de la fatigue à partir de modèles éléments finis. Il calcule :

- La durée de vie de fatigue à chaque nœud du modèle et identifie de ce fait les sites de fissure de fatigue;
- Les facteurs de contrainte en fonction de la force pour une durée de vie spécifiée, ceux-ci montrent combien les contraintes doivent être changés à chaque nœud afin d'atteindre la durée de vie;
- probabilité de défaillance pour la durée de vie, à chaque nœud;
- probabilité de défaillance à des séries spécifiques de durées de vies, pour produire une 'courbe de garantie'

Les résultats de ces calculs peuvent être donnés sous forme de tracés avec des contours 3-D, en utilisant FEA Graphics . Les résultats de fatigue peuvent être calculés à partir des contraintes nodales ou des contraintes élémentaires. En outre, Fe-safe peut produire:

- l'effet de chaque charge sur la durée de vie de fatigue aux endroits critiques, pour montrer si les essais de fatigue peuvent être simplifiés, et pour l'analyse de sensibilité de la charge;
- résultats détaillés pour les éléments critiques, sous la forme d'histoires de contraintes et de déformations, l'orientation des plans critiques, etc.

Fe-safe comprend également une puissante suite de logiciels de traitement du signal, safe4fatigue. Cette suite permet l'analyse d'histoires de chargement mesurées et des résultats Fe-safe sortie. Les installations comprennent:

- traçage et cotation numérique ;
- manipulation, par exemple, édition, mise à l'échelle, filtrage, intégration et différenciation ;
- l'analyse d'amplitude, par exemple comptage de cycle (Rainflow cycle counting), analyse de niveau de passage;
- analyse de domaine fréquentielle, par exemple la fonction de transfert ;
- analyse de la fatigue pour les données de jauge de déformation et autre histoire de chargement et données de la matrice Rainflow

b. L'interface utilisateur Fe-safe

L'interface utilisateur est montré dans la figure III.29 elle se compose de:

- a. Une fenêtre listant les fichiers de chargement (fichiers de données);
- b. Une fenêtre pour afficher les détails du fichier FEA ouvert ;
- c. Une fenêtre contenant les bases de données des matériaux;
- d. La boîte de dialogue FEA-fatigue;
- e. Une fenêtre de message.



Figure III.29 L'interface utilisateur Fe-safe.

III.2.4.2 Analyse de notre modèle éléments finis

a. Choix du modèle

L'analyse d'une séquence de contraintes par élément finis ne se limite pas à une analyse élastique, et peut être appliquée aux résultats obtenus à partir d'une analyse élastoplastique, et la règle de correction de Neuber ne sera pas appliquée pour ces données. Cependant, quand on utilise une analyse élastoplastique pour la fatigue, il est important de choisir un modèle d'écrouissage adéquat, et un modèle d'écrouissage cinématique doit aussi être sélectionné pour l'analyse élastoplastique. Dans notre analyse on a choisi le modèle simulé dans Abaqus, ce modèle est une combinaison de l'écrouissage isotrope et cinématique non linéaire, les résultats obtenus sont sous forme d'un fichier (.odb), et grâce à l'interface élément fini de Fe-safe, on peut lire toutes les données relatives à ce modèle (le nombre d'élément, les contraintes et les déformations...etc.), comme on peut le voir sur la figure III.30



Figure III.30 Données du modèle éléments finis

b. Paramétrage du matériau

Fe-safe contient une large base de données matériaux métalliques classés selon différents catégories (acier, fontes, aluminium...etc.), l'acier C35 ne se trouvant pas dans cette base matériau, deux option ce sont présentent, soit par la création d'un nouveau matériau dans la base de donnée, comme étant un acier C35, ce qui revient à effectuer le paramétrage nécessaire pour l'algorithme de l'analyse directement avec les données établies expérimentalement , soit par l'utilisation de la commande « Approximate material » qui utilise la méthode d'approximation de Seeger établie pour les aciers au carbone moyennement et faiblement alliés, et aussi pour les alliage d'Aluminium et ceux du titane. Le tableau cidessous nous montre la règle d'approximation de Seeger.

Aciers au carbone moyennement	Alliage d'Aluminium et ceux du titane
et faiblement alliés	
$\sigma_{\rm f} = 1.5 R_{\rm m}$	$\sigma_{\rm f} = 1.67 R_{\rm m}$
$\epsilon_{\rm f} = 0.59 {\rm a}$	$\dot{\epsilon}_{\rm f} = 0.35$
b = -0.085	b = -0.095
c = -0.58	c = -0.69
n = 0.15	n = 0.11
$\vec{K} = 1.65 R_m$	$K' = 1.61R_{m}$

Tableau III.4 Approximations de la méthode de Seeger

Avec :

- σ_f Résistance maximale en traction sous chargement cyclique
- ϵ'_{f} Coefficient de ductilité en traction cyclique
- b Exposant de la résistance de fatigue de Basquin
- c Exposant de ductilité cyclique de Coffin-Manson
- n Exposant de la courbe d'écrouissage cyclique
- K Module d'écrouissage de la courbe de Ramberg-Osgood (chargement cyclique)

Vue au manque de données en notre disposition sur les paramètres de fatigue de l'acier C35, on a opté dans ce travail pour la deuxième option, c'est-à-dire la méthode d'approximation de Seeger.

Dans le tableau a = 1.0 pour (R_m / E) < 0.003, sinon a = 1.375- 125 R_m / E , l'expérience a montré que cette méthode donne des résultats satisfaisants [38].

Les paramètres déterminés pour l'acier C35 avec cette méthode sont présentés dans le tableau ci-dessous :

$\sigma_{\rm f}$	891
ε _f	0.587
b	-0.085
c	-0.58
n	0.15
Ŕ	980.1

Tableau III.5 Paramètres du C35



Figure III.31 Courbes S-N a rupture et a l'amorçage pour le C35 sain soumis à la traction R=0 [37]

c. Séquences de chargement appliqué

La Figure III.31 représente l'évolution temporelle, notées S(t), utilisées comme chargements pour notre analyse. Ce signal de chargement est issu d'enregistrements effectués sur une rosette de déformation collée sur une pièce mécanique en service, ce signal est un exemple représentatif, mais il ne représente pas l'ensemble des sollicitations que peut subir la pièce.



Figure III.32 Evolution temporelle du signal de chargement

L'algorithme utilisé pour effectueé l'analyse est celui des déformations principales de Morrow

III.2.5 Résultats du couplage



Figure III.33 Contour de fatigue de l'éprouvette en acier C35



Figure III.34. Comparaison des courbes SN à rupture expérimentale et simulée de l'acier C35

La courbe SN simulée se rapproche bien des résultats expérimentaux obtenus pour l'acier C35, mais les écarts restent très grands, et cela peut s'expliquer par beaucoup de causes, notamment le type du modèle, la qualité des données utilisées (approximation), le modèle à écrouissage utilisé.

III.2.6 Conclusion

Pour l'analyse de la fatigue à partir d'un modèle élément finis élastoplastique, il est important de choisir un modèle d'écrouissage cyclique adéquat et de faire une étude de sensibilité au maillage, mais l'analyse élastoplastique par éléments finis de la fatigue reste un domaine plein de doute, notamment qu'on il s'agit pour le matériau de répondre à des sollicitations multiaxiales.

Conclusion générale

Le travail abordé dans ce mémoire, étude du comportement en fatigue des aciers C35 en traction-compression en vue de tenter d'apporter une réponse à certains inconvénients constatés.

Notre étude avait pour but de caractériser le matériau C35 à la fatigue par modélisation et simulation des solides et structures par la méthode des éléments finis. Pour ce but on utilise le code Abaqus.

Pour ce faire, nous avons donc réalisé des simulations sur des éprouvettes, par la méthode des éléments finis.

L'étude a comporté les étapes suivantes :

- Maillage de l'éprouvette ;
- Détermination des déférentes contraintes et des déformations sur l'éprouvette qui donne une évaluation générale sur les sites d'endommagement par fatigue ;
- Des simulations sur les éprouvettes ont été réalisées pour calculer la courbe d'endurance. La courbe simulée a été comparée à la courbe calculée expérimentalement pour le même acier.

Deux simulations numériques sont présentées et les résultats sont comparés avec ceux obtenus à partir des courbes calculées expérimentalement. On a également mis en référence les résultats expérimentaux pour étudier l'exactitude du logiciel Abaqus à étudier le phénomène de fatigue. La description des résultats obtenus dans chaque cas simulé lors du phénomène de fatigue des aciers, est la résultante :

Des simulations sur des éprouvettes ont été réalisées pour calculer la courbe d'endurance. La courbe simulée a été comparée à la courbe calculée expérimentalement pour le même acier. L'étude des modifications de structure accompagnant et les phénomènes de fatigue montre qu'il faut intervenir successivement plusieurs mécanismes pour l'initiation puis pour les différents stades de propagation des fissures de fatigue et que ces mécanismes dépendent du niveau de contraintes et de la nature du métal considéré.

Toutes pièces mécaniques en fonctionnement normal sont soumises à un certain nombre de sollicitations d'origines divers. Des valeurs maximales généralement connues mais variables dans le temps et se traduisent pour la plupart des variables cycliques des contraintes.

Toutes pièces fabriquées pour tenir en conséquence, seulement, on constate souvent la ruine parfois catastrophique des structures pourtant solidement construites. Alors qu'elles ne sont soumises qu'à des contraintes dynamiques avec des valeurs modestes par rapport aux caractéristiques mécaniques du matériau utilisé.

Il est donc important de contrôler dès le début de la conception si la résistance à la fatigue est un point critique. Il faut prendre dès le départ, des marges de sécurité proportionnelles au gain de masse. Cette caractérisation peut se faire soit par des essais de fatigue qui nécessite beaucoup de moyens et de temps, soit par simulation numérique.

Références bibliographiques

[1] G.E.DIETER, Mechanical metallurgy, McGraw-Hill UK.1988.

[2] J SCHIJVEN, Fatigue of structures and materials in 20th centery and state of the art, International journal of fatigue, vol. 25 p.679-702. 2003.

[3] R.I.STEPHENS, A. FATEMI, R.R. STEPHENS ET H.O. FUCHS, *Metal fatigue in engineering*, 2nd edition, John Wiley and sons, ISBNO-471-51059-9, p.472, New York, 2001.

[4] L.SHARP M, G.E. NORDMARK ET C.C. MENZEMER, *Fatigue design of aluminum components and structures*, McGraw-Hill, ISBN 0-07-056970-3, p.353, New York, 1996.

[5] A.HOBBACHER, Fatigue Design of Welded Joints and Components, International Institute of Welding, Abington Publishing, IIW-XH1-1539-96/XV- 845-96, ISBN 1-85573-315-3, p.127, Cambridge, 1996.

[6] H.P.LIEURADE, La fatigue des métaux, Institut Supérieur des Matériaux et de la Construction Mécanique, Saint Ouen, 1999.

[7] C.BATHIAS, J.P.BAILLON, La fatigue des matériaux et des structures, Les presses de l'Université de Monréal, Canada. 1980.

[8] F.ELLYIN, Fatigue damage, crack growth and life prediction, First Edition, London, Chapman & Hall.1997.

[9] J.D.WULPI, Understanding how components fail, ASM, USA.1985.

[10] W. WEIBULL, Fatigue testing and analysis of results, Pergamon Press, Aeronautical research and development of NATO, Oxford, London, New York, Paris, 1961.

[11] G. HEBERT, Etude de la résistance à la fatigue en flexion de pièces moulées à parois minces en Aluminium 383.0, Mémoire de maitrise, Université de Laval, Québac, 2004.

[12] N. E. FROST, K.J. MARSH ET L.P.POOK, Metal fatigue, Clarendon press, Oxford, 1974.

[13] C.M.SONSINO, Method to determine relevant material properties for the fatigue design of powder metallurgy parts, Powder metallurgy international, vol. 16, no. 1, p.34-38.1984.

[14] R.W.K.HONEYCOMB, The plastic deformation of metals, Edward Arnold, 2nd Edition.1984.

[15] Y.BOIVIN, Approche moderne de conception et d'analyse de durabilitê d'un châssis de motoneige, Mémoire de maîtrise, Faculté des sciences appliquées, Département de génie mécanique, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, p. 105.1999.

[16] R.I.STEPHENS, A. Fatemi, R.R. Stephens ET H.O. Fuchs, Metal fatigue in engineering, 2nd edition, John Wiley and sons, ISBNO-471-51059-9, p.472, New York, 2001.

[17] M.L.SHARP, G.E.NORDMARK ET C.C. MENZEMER, Fatigue design of aluminum components and structures, McGraw-Hill, ISBN 0-07-056970-3, p.353, New York, 1996.

[18] Design of Aluminium Structures, Eurocode 9, part 2, Draft for development DD ENV 1999-2:2000, ISBN 0-580-36783-5, p.91, British Standards Institution, London, 2000.

[19] Aluminum Design Manual - Specifications & Guidelines for Aluminum Structures, The Aluminum Association, Washington. 1994.

[20] M.FERMER M ET H. SVENSSON, Industrial experiences of FE-based fatigue life predictions of welded automotive structures, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Vol. 24, pp. 489-500, 2001

[21] JR.L.F.COFFIN, Low cycle fatigue - A review. Applied Materials Research, Vol.1, No3, p129, 1962.

[22] S.S.MANSON, HIRSCHBERG, Fatigue behavior in strain cycling in the low- and intermediate-cycle range. Fatigue, an interdisciplinary approach, Eds. J.J.Burke, N.L. Reed and V. Weiss. Syracuse Un. Press, p133, 1964.

[23] JR.L.F.COFFIN, J.F.TAVERNELLI, The cyclic straining and fatigue of metals. Trans. Metall. Soc. AIME, Vol. 215, pp.794-807, 1959.

[24] W.R.BROSE, Fatigue life predictions for a notched plate with analysis of mean stress and overtrain effects. Fatigue under complex loading, R.M. Wetzel (Ed.). SAE Advanced in Engineering, Vol.6, pp. 117-135, 1977.

[25] R.W.SMITH, M.H HIRSCHBERG and S.S. MANSON, Fatigue behavior of materials under strain cycling in low and intermediate life range. NASA TN D-1574, 1963.

[26] J.F.GRAHAM, Fatigue design handbook. Soc. of Automotive Engineers, 1968.

[27] M.DUPEUX, Aide-mémoire science des matériaux 2^e édition, Dunod, Paris, 2008.

[28] P. SUQUET. Rupture et plasticité,1990.

[29] J.LEMAITRE. et J.L.CHABOCHE, Mécanique des matériaux solides, Dunod, Paris, 1988.

[30] E.TANAKA, MURAKAMI, S.OOKA, Effect of plastic strain amplitudes on nonproportional cyclic plasticity, Acta Mechecanica Vol 57 pp.167–182, 1985.

[31] V.FERNEY, Etude de l'écrouissage cyclique sous sollicitations complexes. Cas d'alliages à durcissement structural. Thèse de Doctorat, UTC, 1994.

[32] A.BELKHERCHOUCHE, Contribution à la prédiction des durées de vie en fatigue des pièces en alliage d'aluminium, Ecole Militaire Polytechniques, ALGER, 2010.

[33] J.L.CHABOCHE, J.LEMAITRE, Mécanique des matériaux solides, 2^{eme} édition, Dunod, 1985.

[34] R.FORTUNIER, Comportement mécanique des matériaux, ENSM-SE, 1998.

[35] J.L.CHABOCHE, K.DANG-VAN, G.CORDIER, Modelization of the strain memory effect on the cyclic hardenning of 316 Stainless steel, In: Proceedings of the 5th Int., Conference on SMiRT, Div. L, pp. 13–17, Paper L11/3, Berlin Germany 1979.

[36] W.PRAGER, Non Isothermal Plastic Deformation, Koninlijke Nederlands Akademie van Wetenschapen, vol. 61, pp. 176–182, 1958.

[37] H.GADOUINI, Influence des defaults sur la tenue en fatigue des métaux soumis à des solicitations cycliques multiaxiales: Application à des elements de liaison au sol, Université de Poitier, France, 2007.

[38] Fe-safe, Safe technology limited, 2002.