

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université Mouloud Mammeri de Tizi- Ouzou
Faculté de Génie Électrique et d'Informatique
Département d'Électrotechnique



Mémoire

De Fin d'études

En vue d'obtention du Diplôme d'Ingénieur d'État en Électrotechnique

Option : Machines électriques

Thème

***Identification des paramètres d'un
moteur asynchrone triphasé à cage
avec la méthode des éléments finis***

Proposé et dirigé par :

M^r. M. BOUHERAOUA

Réalisé par :

M^{elle} : BELAIDI Louiza

M^r : BOUCHERAK Amrane

2011/2012

REMERCIEMENTS

Remerciements

Nous tenons à exprimer notre profonde gratitude et nos sincères remerciements à Monsieur BOUHERAOUA Mustapha, maitre de conférences à l'université Mouloud MAMMERI de Tizi ouzou, de nous avoir confié ce travail et pour l'aide précieuse qu'il nous a toujours apportés jusqu'à l'achèvement de ce travail. Qu'il trouve ici l'expression de notre sincère reconnaissance.

Nos remercions également les membres de jury qui ont fait l'honneur d'examiner notre travail.

DÉDICACES

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail à :

Mes chers parents ;

Mes chers frères et sœurs ;

Mes adorables neveux et nièces ;

Et à tous mes amis (es) sans exception.

Louiza

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail à :

La mémoire de mon père ;

Ma chère mère, et mes adorables sœurs ;

Mon adorable nièce (Khadidja) ;

Mon cher ami Karim Kouriche.

Amrane

SOMMAIRE

Introduction générale.....	1
----------------------------	---

Chapitre I : Généralités sur les moteurs asynchrones à cage

I.1 Introduction	2
I.2 Constitution.....	2
I.2.1 Le stator.....	3
I.2.2 Le rotor.....	4
I.2.3 Organes mécaniques.....	5
I.3 Plaque signalétique.....	5
I.4 Principe de fonctionnement.....	6
I.5 Le glissement.....	6
I.6 Le démarrage.....	7
I.7 Limitation de courant de démarrage.....	7
I.7.1 Démarrage étoile – triangle.....	7
I.7.2 Insertion de résistances ou inductances statoriques.....	7
I.7.3 Démarrage par autotransformateur.....	7
I.7.4 Démarrage par gradateur de tension.....	7
I.7.5 Utilisation d'un onduleur de tension.....	8
I.8 Caractéristique d'un moteur asynchrone.....	8
I.9 Réglage de la vitesse.....	8
I.10 Schéma équivalent ramené au stator.....	9
I.10.1 Essai à vide.....	9
I.10.2 Essai à rotor bloqué.....	10
I.11 Bilan des puissances.....	11
I.11-1 Puissance électrique absorbée P_a	12

I.11.2 Puissance transmise au rotor P_{tr}	12
I.11.3 Puissance mécanique totale P_M	12
I.11.4 Puissance utile P_u	13
I.12 Le rendement.....	13
I.13 conclusion.....	14

Chapitre II : Pertes dans un moteur asynchrone à cage

II.1 Introduction.....	15
II.2 Pertes à vide.....	15
II.2.1 Pertes fer.....	15
II.2.2 Pertes par frottements et ventilation.....	16
II.3 Pertes en charge.....	17
II.3.1 Pertes dans le cuivre.....	17
II-3-1-1 Pertes dans le cuivre au stator.....	17
II-3-1-2 Pertes dans le cuivre au rotor.....	17
II-3-2 Pertes supplémentaires.....	18
II.4 Conclusion.....	19

Chapitre III : Modélisation par éléments finis d'un moteur asynchrone à cage

III.1 Introduction.....	21
III.2 Présentation de la méthode des éléments finis.....	21
III.2.1 Formulation variationnelle.....	21
III.2.2 Formulation résidus pondérés.....	22
II.3 Modèle général cartésien bidimensionnel.....	23
III.3.1 Modèle magnétostatique.....	23

III.3.2 Modèle magnétodynamique harmonique.....	25
III.4 Résolution.....	26
III.5 Présentation de F.E.M.M (version 4.2).....	26
III.6 Utilisation de logiciel FEMM 4.2.....	27
III.6.1 Définition du problème.....	27
III.6.2 Pre-processing.....	27
III.6.2.1 Dessin.....	27
III.6.2.2 Conditions aux limites.....	28
III.6.2.3 Matériaux.....	29
III.6.2.4 Sources de courant	29
III.6.2.5 Groupes.....	30
III.6.3 Maillage.....	30
III.6.4 Post-processing.....	31
III.7 Utilisation de Lua script.....	31
III.8 Application à la machine étudiée.....	32
III.8.1 Les différentes étapes de réalisation de la structure à l'aide de FEMM.....	32
III.8.2 Application.....	32
III.8.2.1 Définition du problème.....	32
III.8.2.2 Les matériaux assignés pour les différentes régions, leurs propriétés et le taille de leur maillage.....	33
III.9 Mise en œuvre de FEMM.....	34
III.9.1 Structure da la machine étudiée.....	34
III.9.2 Caractéristique d'aimantation du fer.....	35
III.9.3 Caractéristique du bobinage statorique.....	36
III.9.4 Le maillage.....	36
III.9.4.1 Définition.....	36
III.9.4.2 Construction du maillage.....	36
III.9.5 Tracé des iso-potentiels vecteurs.....	37
III.10 Conclusion.....	38

Chapitre IV : Analyse et calcul des paramètres d'un moteur à cage par FEMM.

IV.1 Introduction	39
IV.2 Définitions et pré-processing.....	40
IV.2.1 Matrice d'encoches.....	44
IV.2.2 Emplacement automatique des courants d'encoches.....	44
IV.3 Essai à vide.....	45
IV.3.1 Flux magnétique.....	48
IV.3.2 Tension à vide.....	48
IV.3.3 Énergie magnétique.....	49
IV.3.4 Calcul de l'inductance de magnétisation.....	51
IV.3.5 Résistance de magnétisation.....	52
IV.4 Essai à rotor bloqué.....	54
IV.4.1 Courant.....	55
IV.4.2 Énergie magnétique.....	56
IV.4.3 Pertes Joules rotoriques.....	57
IV.4.4 Couple.....	58
IV.4. 5 Paramètres rotoriques.....	59
IV.5 Calcul tridimensionnel.....	61
IV.5.1 Résistance statorique.....	61
IV.5.2 Inductance de fuites des têtes de bobines.....	61
IV.5.3 Résistance des anneaux de court circuit.....	62
IV.5.4 Inductance de fuites des anneaux de court circuit.....	62
IV.5.5 Inclinaison des barres rotoriques.....	63
IV.6 Conclusion.....	63
Conclusion générale	64
Annexe.....	65
Bibliographie.....	70

INTRODUCTION
GÉNÉRALE

INTRODUCTION GENERALE

De tous les moteurs électriques, le moteur à induction est le plus répandu vu sa robustesse, son coût et sa simplicité. Il n'est donc pas surprenant de voir qu'il fait l'objet de nombreux travaux de recherche visant l'amélioration de sa modélisation et à optimiser sa conception. En dépit de sa simplicité de fabrication et de mise en œuvre, la modélisation et le calcul d'un moteur asynchrone n'est une tâche facile.

L'étude des moteurs à inductions a été intensivement présentée dans la littérature, en incluant les modèles analytiques [16] et le calcul par éléments finis [17,18]. La première approche est appréciée par sa rapidité, malgré d'inévitables approximations. La seconde approche est favorable du point de vue précision des résultats.

Dans ce travail, on s'intéresse à une combinaison d'un ensemble de simulations par éléments finis avec un modèle analytique.

L'étude par éléments finis tiens compte de la saturation du fer pour divers courant de magnétisation et la distribution de la densité de courant dans les encoches rotorique pour différentes fréquences rotorique [19]. Quelques simulations sont effectuées afin de déterminer les paramètres les plus significatifs du moteur.

Les lignes de flux sont principalement des lignes à deux dimensions de sorte que l'analyse à deux dimensions est généralement satisfaisante avec une réduction substantielle du temps de calcul [20]. Alors, une correction tridimensionnelle est nécessaire comme l'introduction des effets d'extrémités telles que les résistances et les inductances des têtes de bobines et les anneaux de court-circuit, et le coefficient d'inclinaison.

Le mémoire est composé de quatre chapitres :

Dans le premier, on s'intéressera aux généralités sur les moteurs asynchrones à cage, sa composition, son principe de fonctionnement et son bilan de puissance.

Nous étudierons dans le deuxième chapitre aux différentes pertes dans les moteurs asynchrones à cage.

Le troisième chapitre sera consacré à la modélisation par élément finis d'un moteur asynchrone en utilisant le logiciel FEMM 4.2.

Dans le quatrième chapitre, on déterminera les différents paramètres bidimensionnels en utilisant le logiciel FEMM 4.2 et les paramètres tridimensionnels analytiquement.

CHAPITRE I

Généralités sur le moteur asynchrone à cage

I.1 Introduction

Les moteurs asynchrones triphasés représentent plus de 80% des moteurs électriques. Ils sont utilisés pour transformer l'énergie électrique en énergie mécanique grâce à des phénomènes électromagnétiques. Connu également sous le nom du moteur à induction, le moteur asynchrone est une machine à courant alternatif, ne disposant d'aucune connexion entre son rotor et son stator. Le terme asynchrone provient du fait que la vitesse de ces machines n'est pas forcément proportionnelle à la fréquence des courants qui la traversent.

La gamme des puissances des moteurs asynchrones triphasés s'étend de 1 kW à une dizaine de MW. Au-dessous de 1 kW, et notamment pour les usages domestiques (compresseurs de réfrigérateurs, de congélateurs, moteurs de machines à laver, pompes de chauffage central,...), on utilise des moteurs asynchrones monophasés. Le rendement est plus faible que pour une machine triphasée de même puissance, mais cela est d'autant moins important que la puissance mise en jeu est faible.

Dans ce chapitre, nous allons nous intéresser à l'étude des différentes et principales composantes du moteur asynchrone à cage ainsi qu'à son principe de fonctionnement et son bilan de puissance.

I.2 Constitution

Généralement les machines tournantes sont toutes constituées d'une partie fixe et d'une partie tournante, la machine asynchrone ne déroge pas cette règle cependant ses constituants présentent quelques singularités et dans ce qui suit nous présentons les différents éléments qui la constitue et pouvant être classés comme suit [1] :

- Le stator (la partie fixe) ;
- Le rotor (la partie mobile) ;
- Les organes mécaniques (paliers).

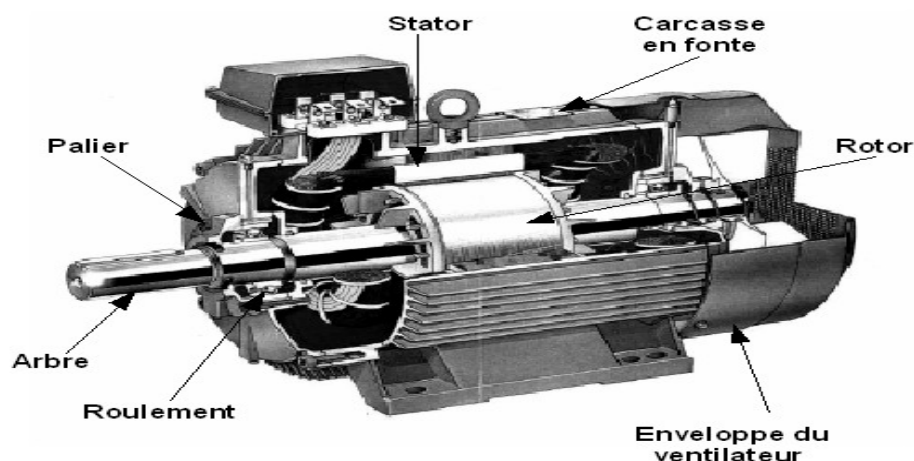


Figure I.1: Moteur asynchrone triphasé.

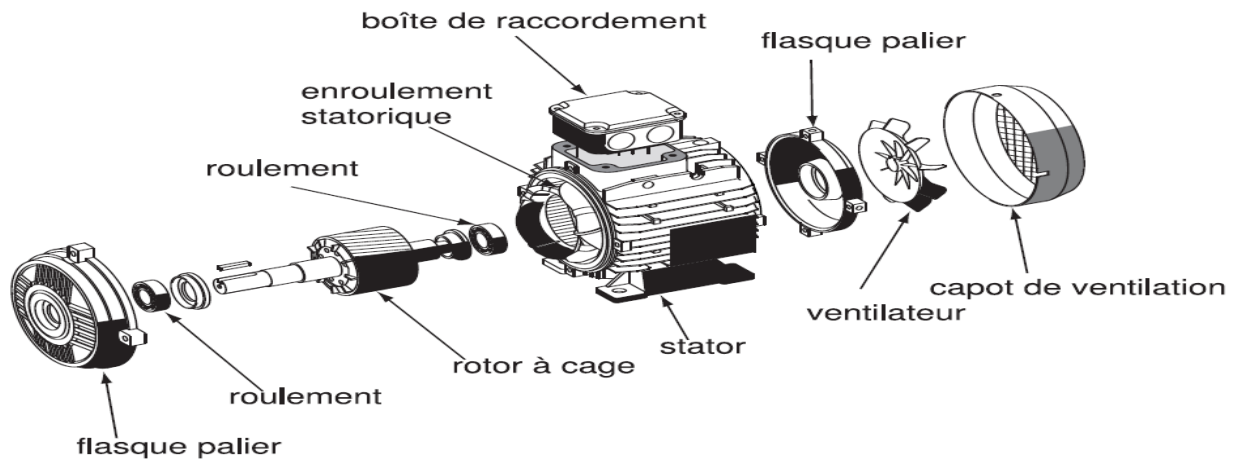


Figure I.2 : Vue éclatée d'un moteur asynchrone triphasé à rotor à cage

I.2.1 Le stator

Le stator de la machine asynchrone est constitué de tôles d'acier dans lesquelles sont placés les bobinages statoriques. Ces tôles sont habituellement recouvertes de vernis pour limiter l'effet des courants de Foucault. Au final, elles sont assemblées les unes aux autres à l'aide de boulons ou de soudures pour former le circuit magnétique statorique.

Une fois l'assemblage terminé, les enroulements statoriques sont placés dans les encoches prévues à cet effet. Ces enroulements insérés peuvent être imbriqués, ondulés ou encore concentriques. L'enroulement concentrique est très souvent utilisé lorsque le bobinage de la machine asynchrone est effectué mécaniquement. Pour les grosses machines, les enroulements sont faits de méplats de cuivre de différentes sections insérés directement dans les encoches. L'isolation entre les enroulements électriques et les tôles d'acier s'effectue à l'aide de matériaux isolants qui peuvent être de différents types suivant l'utilisation de la machine asynchrone.

Le stator d'une machine asynchrone est aussi pourvu d'une boîte à bornes à laquelle est reliée l'alimentation électrique [2].

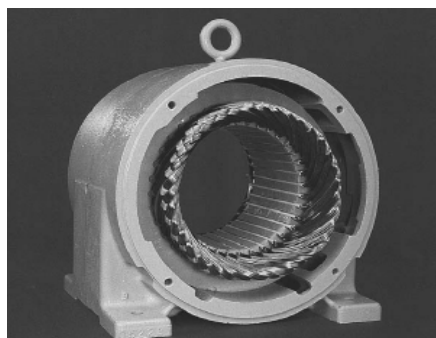


Figure I.3: Stator d'un moteur asynchrone

I.2.2 Le rotor

Les différents types de machines asynchrones ne se distinguent que par leur rotor qui peut être bobiné ou bien à cage. Ce dernier est constitué de barres conductrices régulièrement réparties entre deux couronnes métalliques formant les extrémités, le tout rappelant la forme d'une cage d'écureuil. Bien entendu, cette cage est insérée à l'intérieur d'un circuit magnétique analogue à celui du moteur à rotor bobiné. Les barres sont faites en cuivre, en bronze ou en aluminium, suivant les caractéristiques mécaniques et électriques recherchées par le constructeur. Dans certaines constructions, notamment pour des moteurs à basse tension, la cage est réalisée par coulée et centrifugation d'aluminium. On démontre que, si le nombre de barres est suffisamment grand, la cage se transforme automatiquement en un circuit polyphasé de polarité adéquate.

Ce type de moteur, beaucoup plus aisé à construire que le moteur à rotor bobiné, est d'un prix de revient inférieur et a une robustesse intrinsèquement plus grande. Il n'est donc pas étonnant qu'il constitue, et de loin, la plus grande partie du parc des moteurs asynchrones en service.

Son inconvénient majeur est qu'il ne permet pas d'insérer un rhéostat, et qu'il a au démarrage, de mauvaises performances (courant élevé et couple faible). C'est pour remédier à cette situation qu'ont été développés deux autres types de moteur (rotor à double cage et rotor à encoches profondes) [3].

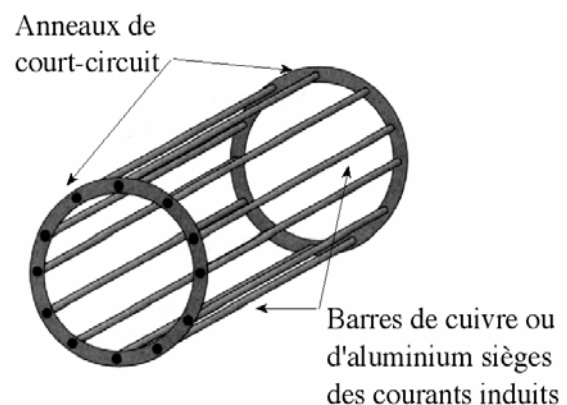


Figure I.4 : Rotor à cage d'écureuil d'un moteur asynchrone.

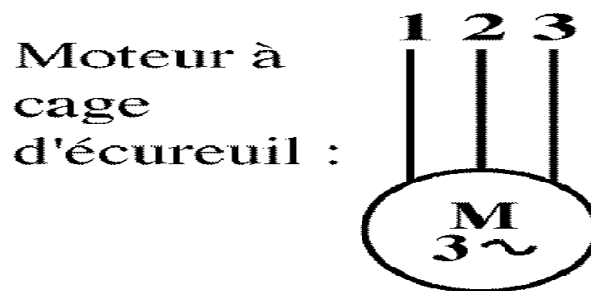


Figure I.5 : Symbole d'un moteur asynchrone triphasé à cage.

I.2.3 Les organes mécaniques :

La carcasse sert de support, elle joue le rôle d'enveloppe et assure la protection contre l'environnement extérieur. L'arbre est un organe de transmission. Il comprend une partie centrale qui sert de support au corps du rotor et un bout d'arbre sur lequel est fixé un demi-accouplement. Il est généralement constitué en acier moulé ou forgé. Son dimensionnement est fonction des efforts de flexion (force centrifuge qui s'exerce sur lui, attraction magnétique radiale, etc...), des efforts radiaux et tangentiels dus aux forces centrifuges, des efforts de torsion (couple électromagnétique transmis en régimes permanent et transitoire). Il est supporté par un ou plusieurs paliers. Ces paliers soutiennent le rotor et assurent la libre rotation [2].

I.3 Plaque signalétique

La plaque signalétique est la fiche d'identité du moteur, délivrée et certifiée par le constructeur. Elle contient donc les caractéristiques nominales électriques du moteur.

LS LEROY MOT. 3~ LS80 L T SOMER N° 734578 BJ 002 kg 9					
IP 55	Icl.F	40°C	S1		
V	Hz	min ⁻¹	kW	cos φ	A
Δ 220	50	2780	0,75	0,86	3,3
Y 380					1,9
Δ 230	50	2800	0,75	0,83	3,3
Y 400					1,9
Δ 240	50	2825	0,75	0,80	3,3
Y 415					1,9

MOT. 3~ : moteur triphasé alternatif LS : série 80 : auteur d'axe L : Symbole de carter T : Indice d'impregnation	N° : numéro de série moteur B : année de production J : mois de production 002 : N° d'ordre dans la série kg : masse IP55 : indice de protection Icl.F : classe d'isolation F 40°C : température maxi de fonctionnement V : tension d'alimentation Hz : fréquence d'alimentation min ⁻¹ : nombre de tours par minute kW : puissance nominale cos φ : facteur de puissance A : intensité nominale Δ : branchement triangle Y : branchement étoile
---	--

Figure I.6 : Plaque signalétique d'un moteur asynchrone triphasé.

I.4 Principe de fonctionnement

Les moteurs électriques sont des actionneurs qui permettent de transformer une énergie électrique en énergie mécanique. Cette transformation est régie par la loi de Laplace : “Un conducteur parcouru par un courant et placé dans un champ magnétique uniforme est soumis à une force d’origine électromagnétique”.

Lorsque les enroulements statoriques sont alimentés par un système de courant triphasé, ils génèrent dans l’entrefer et à la périphérie du rotor un champ tournant à une vitesse proportionnelle à la fréquence de l’alimentation électrique appelée vitesse de synchronisme.

Ce flux, balayant les enroulements rotoriques y induit des f.é.m. qui donnent naissance à des courants dans les barres puisque elles sont en court circuit. D’après la loi de Lenz, les courants induits s’opposent par leurs effets à la cause qui leurs a donnés naissance. L’action du champ magnétique sur ces courants génère des forces (Loi de Laplace), donc un couple qui entraîne le rotor dans le sens du champ tournant mais à une vitesse légèrement inférieure à celle de synchronisme. Le rotor ne peut pas tourner à la même vitesse que le champ magnétique, sinon la cage ne serait plus balayée par le champ tournant et il y aurait disparition des courants induits et donc des forces de Laplace et du couple moteur. Les deux fréquences de rotation ne peuvent donc pas être synchrones d’où le nom de moteur asynchrone.

Cette différence de vitesse de rotation du rotor par rapport à celle du champ tournant, nous ramène à définir un paramètre qui caractérise les machines asynchrones qu’on appelle le glissement.

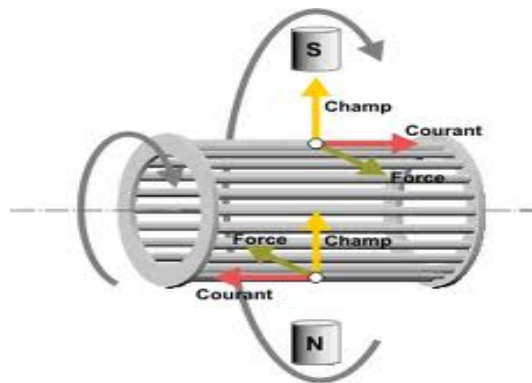


Figure I.7 : Cage d’un moteur asynchrone balayée par le flux statorique.

I.5 Le glissement

Le glissement « g » est une grandeur qui tient compte de l’écart entre la vitesse de rotation de la machine asynchrone et la vitesse de synchronisme. Il est exprimé en pourcentage et défini par :

$$g = \frac{(N_s - N_r)}{N_s} \times 100 = \frac{(\Omega_s - \Omega_r)}{\Omega_s} \times 100 \quad (I.1)$$

Avec :

N_s : vitesse de synchronisme en tours par minute (tr/mn) ;

N_r : vitesse de rotation du rotor en tours par minute (tr/mn) ;

Ω_s : vitesse de synchronisme en radians par seconde (rad/s) ;

Ω_r : vitesse de rotation du rotor en radians par seconde (rad/s).

I.6 Le démarrage

Le démarrage des moteurs asynchrone est régi par deux grandeurs principales qui sont le couple et le courant de démarrage.

Au démarrage, le moment du couple moteur est, dans les conditions habituelles d'utilisation, très supérieur au moment du couple résistant. L'accélération est donc brutale et le courant appelé est susceptible d'être important.

Ce phénomène risque d'être dommageable pour des moteurs de puissance d'environ la dizaine de kilowatts.

1.7 Limitation de courant de démarrage

Pour les moteurs à cage la solution la plus couramment employée consiste à sous alimenter la machine pendant la phase de démarrage. Il faut cependant que la charge mécanique permette cette sous alimentation car diminuer la tension dans un rapport $1/n$ entraîne une diminution du couple dans un rapport $1/n^2$. Les solutions techniques sont les suivantes :

1.7.1 Démarrage étoile - triangle : il nécessite la sortie des 6 bornes moteur et n'est envisageable que pour des petites puissances à cause de la brutalité des régimes transitoires lors du changement de couplage. C'est un procédé extrêmement simple et peu coûteux. Le couplage nominal de la machine doit être "triangle".

1.7.2 Insertion de résistances ou inductances statoriques : cette méthode permet d'avoir plusieurs crans de démarrage. Les résistances sont de type métallique ou électrolytique à variation continue. Cette solution est de plus en plus abandonnée au profit de solutions électroniques d'un coût voisin, d'un volume moindre et d'un rendement bien meilleur.

1.7.3 Démarrage par autotransformateur à une ou plusieurs prises : il permet l'obtention d'un couple moteur plus élevé qu'avec une inductance statorique. Cette solution est également abandonnée au profit de solutions électroniques d'un coût inférieur.

1.7.4 Démarrage par gradateur de tension : il offre les mêmes performances que la solution précédente pour un coût et un encombrement moindre. Le couple résistant de la charge entraînée doit permettre un démarrage ; il sera donc nécessairement quadratique ($C_r = k \Omega^2$, ventilation pompe...). Des fonctionnalités supplémentaires peuvent lui être adjointes (démarrage à courant constant, dégommage de pompe, rampes d'accélération et de décélération...).

1.7.5 Utilisation d'un onduleur de tension : Quoique plus souvent utilisé pour faire de la variation de vitesse, l'onduleur de tension peut permettre de faire un démarrage souple avec limitation du courant dans les situations où aucune baisse du couple n'est possible.

I.8 Caractéristique d'un moteur asynchrone

Les caractéristiques principales d'un moteur asynchrone triphasé sont :

- Le couple nominal [N.m] ;
- La fréquence de rotation [tr/mn] ;
- Le courant absorbé [A].

L'ensemble de ces caractéristiques et couple résistant définissent le point de fonctionnement du moteur.

En fonctionnement établi, pour que le système entraîné par le moteur fonctionne correctement, il faut que les couples moteur et résistant soient identiques.

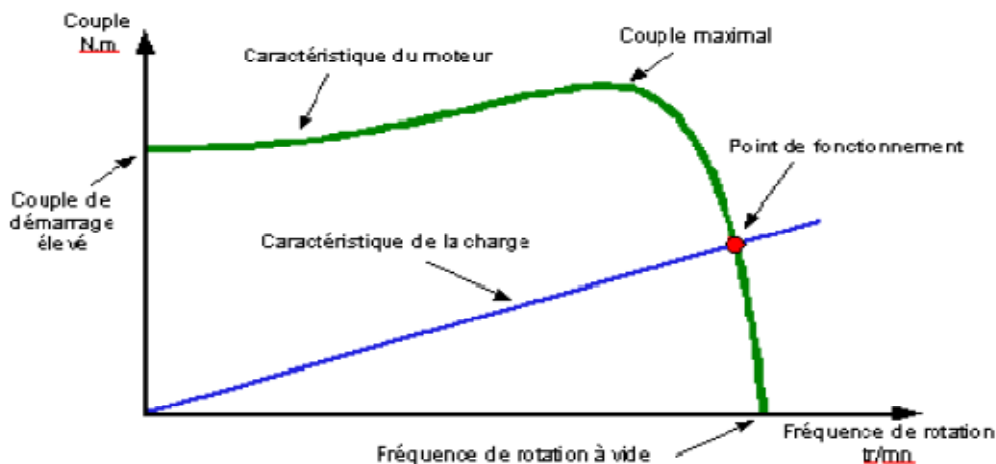


Figure I.8 : Caractéristique du moteur asynchrone.

1.9 Réglage de la vitesse

La vitesse du rotor d'un moteur asynchrone est donnée par :

$$\Omega_r = \Omega_s (1 - g) = \frac{\omega}{p} (1 - g) = \frac{2\pi f}{p} (1 - g) \quad (I.2)$$

Avec :

p : Nombre de paires de pôles ;
 Ω_s : Vitesse de rotation du stator en (rd/s) ;
 Ω_r : Vitesse de rotation du rotor en (rd/s) ;
 g : Le glissement ;
 f : Fréquence du réseau ;
 ω : Pulsation du courant.

Le réglage de la vitesse d'un moteur asynchrone peut se faire par :

- Action sur le nombre de paires de pôles ;
- Action sur la fréquence de la tension d'alimentation ;
- Action sur le glissement.

1.10 Schéma équivalent ramené au stator

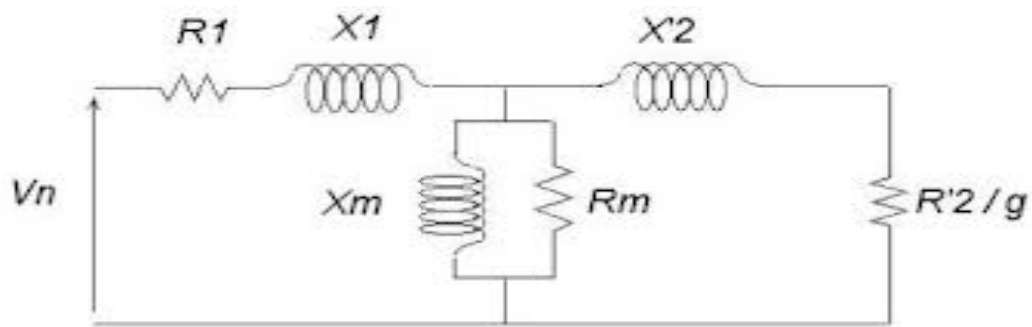


Figure I.9 : Schéma équivalent d'un moteur asynchrone.

La prédétermination des performances d'un moteur asynchrone passe nécessairement par la détermination des paramètres du schéma équivalent précédant ($R_1, X_1, R'_2, X'_2, R_m, X_m$).

Pour déterminer ces paramètres, on procède par deux essais à puissance réduite qui sont [5] :

- Essai à vide
- Essai à rotor bloqué (essai en court circuit).

I.10.1 Essai à vide

Dans cet essai on alimente le moteur avec une tension égale à sa tension nominale et on le laisse tourner sans charge, puis on procède à la mesure de V_{10} , I_{10} et P_0 .

Le schéma équivalent sera dans ce cas le suivant :

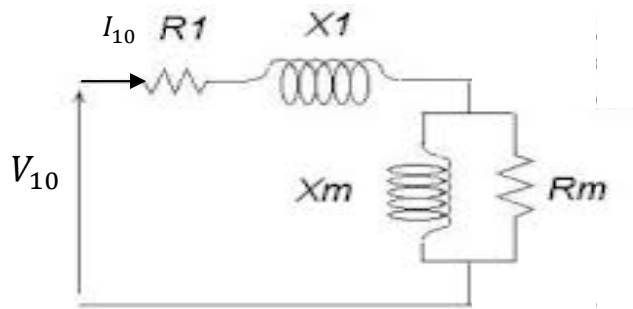


Figure I.10 : Schéma équivalent d'un moteur asynchrone à vide.

D'où :

$$R_m = \frac{V_{10}}{I_{10} \cdot \cos \varphi_0} \quad (I.3)$$

$$X_m = \frac{V_{10}}{I_{10} \sin \varphi_0} \quad (I.4)$$

La résistance R_1 peut être mesurée en utilisant la méthode volt-ampèrémétrique ou tout simplement en utilisant un ohmmètre.

I.10.2 Essai à rotor bloqué (c.c)

Dans cet essai, on alimente le moteur avec une tension réduite jusqu'à l'obtention du courant nominal et on bloque le rotor, puis on mesure V_{cc} , I_{cc} et P_{cc} .

Le schéma équivalent sera le suivant :

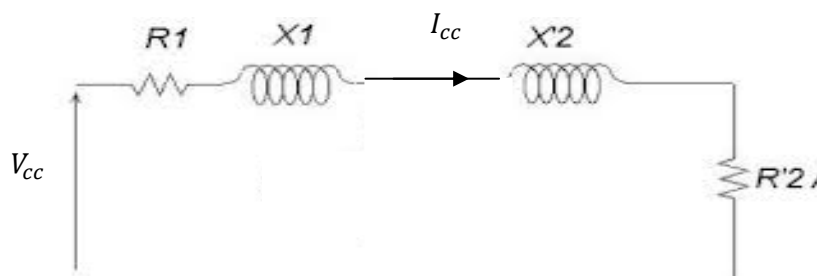


Figure I.11 : Schéma équivalent d'un moteur asynchrone à rotor bloqué.

D'où :

$$Z_{cc} = \frac{V_{cc}}{I_{cc}} \quad (I.5)$$

$$P_{cc} = 3.R_{cc}I_{cc}^2 \quad (I.6)$$

Avec

$$R_{cc} = R_1 + R_2' \quad (I.7)$$

R_1 étant connue alors :

$$R_2' = \frac{P_{cc}}{3.I_{cc}^2} - R_1 \quad (I.8)$$

$$X_{cc} = \sqrt{Z_{cc}^2 - R_{cc}^2} \quad (I.9)$$

$$X_1 + X_2 = \sqrt{Z_{cc}^2 - R_{cc}^2} \quad (I.10)$$

X_1 et X_2 dépendent de la classe du moteur ; pour les moteurs de moyenne et de grande puissance de classe B, les deux réactances sont approximativement égales :

$$X_1 + X_2 = \frac{X_{cc}}{2} \quad (I.11)$$

Les deux essais (à vide et à rotor bloqué) nous ont permis la détermination des six paramètres du schéma équivalent nécessaires à la prédétermination des performances du moteur.

I.11 Bilan des puissances

Le moteur asynchrone absorbe une puissance électrique active triphasée. Une partie de cette puissance est dissipée par effet joule dans les enroulements du stator. Par la suite le champ magnétique inducteur entraîne des pertes dans le fer, par hystérésis et par courants de Foucault. Le reste de la puissance absorbée est transmis au rotor à travers l'entrefer. La majeure partie de cette puissance est alors utilisée pour produire une puissance électromagnétique, tandis que la présence d'un courant induit dans le rotor provoque des pertes par effet joule dans le rotor.

La puissance électromagnétique fournie par le stator est responsable de la mise en mouvement du rotor, qui produit la puissance mécanique utile qui sera par la suite transmise à la charge par le biais d'un arbre de transmission ou d'une courroie de distribution. Toutefois dans le

mouvement du rotor, une partie de puissance est perdue par divers mécanismes de frottement, c'est ce que l'on appelle les pertes rotationnelles [4].

1.11.1 Puissance électrique absorbée P_a

Lorsque le moteur est connecté à un réseau triphasé il absorbe une puissance active donnée par la relation suivante :

$$P_a = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi \quad (\text{I.12})$$

P_a : Puissance électrique absorbée [W] ;
 U : Tension de phase [V] ;
 I : Courant de phase [A] ;
 $\cos \varphi$: Facteur de puissance.

1.11.2 Puissance transmise au rotor P_{tr}

C'est la puissance que reçoit le rotor, elle est donnée par :

$$P_{tr} = P_a - (P_{jr} + P_{fer}) \quad (\text{I.13})$$

Avec :

P_{tr} : Puissance transmise au rotor [W] ;
 P_a : Puissance électrique absorbée [W] ;
 P_{js} : Pertes par effet joule au stator [W] ;
 P_{fs} : Pertes fer au stator [W].

1.11.3 Puissance mécanique totale P_M

Le couple électromagnétique entraîne le rotor à la vitesse Ω_r . Il lui communique donc la puissance mécanique totale P_M .

$$P_M = P_{tr} - (P_{jr} + P_{fr}) = P_{tr} \cdot (1 - g) \quad (\text{I.14})$$

Avec :

P_M : Puissance mécanique [W] ;
 P_{tr} : Puissance transmise au rotor [W] ;
 P_{jr} : Pertes par effet joule au rotor [W] ;
 P_{fr} : Pertes fer au rotor [W] ;
 g : le glissement.

I.11.4 Puissance utile P_u

C'est puissance que fournit le moteur, elle est égale à la puissance mécanique totale diminuée des pertes mécanique

$$P_u = P_M - P_{mec} \quad (I.15)$$

Avec :

P_u : Puissance utile [W] ;

P_M : Puissance mécanique [W] ;

P_{mec} : Pertes mécaniques [W].

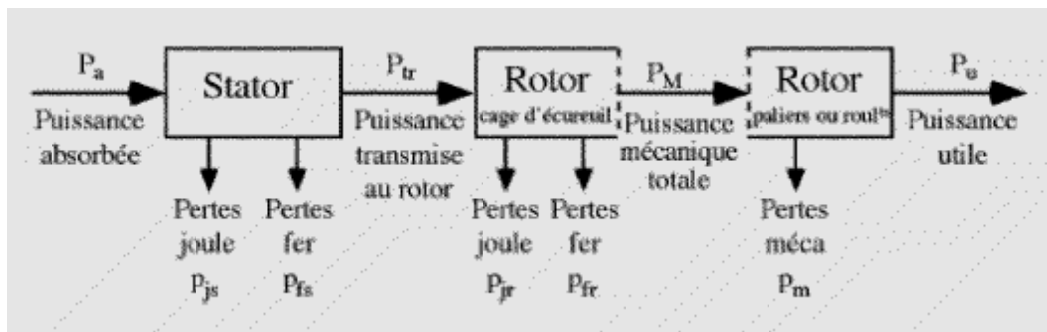


Figure I.11 : Schéma synoptique du bilan des puissances.

I.12 Le rendement η

Les moteurs asynchrones, comme la plupart des moteurs électriques, ont la réputation d'avoir de bons **rendements**.

Cette réputation, qui résulte d'une comparaison implicite avec les systèmes mécaniques ou thermiques, est justifiée, comme le montre le tableau 1 où sont données, à titre d'exemple, les valeurs du rendement à pleine charge de moteurs quadripolaires, c'est-à-dire de vitesse 1 500 tr/min pour une alimentation à 50 Hz, de différentes puissances. On y observe l'effet de taille bien connu qui fait que les rendements peuvent être d'autant plus élevés que la puissance nominale P_n des appareils est plus grande.

Puissance nominale du moteur [KW]	1.1	11	55	110	1000	5000
Rendement à pleine charge	0.78	0.88	0.94	0.95	0.96	0.97

Tableau 1 : Exemples de rendement de moteurs quadripolaires de différentes puissances.

Le rendement d'un moteur asynchrone est le rapport entre la puissance utile qu'il a fournit et la puissance totale qu'il absorbe, de sorte que :

$$\eta = \frac{P_u}{P_a} \quad (\text{I.16})$$

A l'aide de la chaine des pertes on peut aussi écrire :

$$\eta = \frac{P_a - \sum \text{Pertes}}{P_a} = \frac{P_a - (P_{js} + P_{fs} + P_{jr} + P_{mec})}{P_a} \quad (\text{I.17})$$

Le rendement des machines électriques est en général supérieur à 80% pour les petite machines, et peut égalé 98% pour les plus grosses.

I.13 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons donné un aperçu général sur la constitution du moteur asynchrone, son principe de fonctionnement ainsi son démarrage.
Un bilan des puissances mis en jeu et des différentes pertes dans la machine sont aussi présentées.

CHAPITRE II

Les pertes dans un moteur asynchrone à cage

II.1 Introduction

Par définition, les générateurs et les moteurs électriques sont des machines électriques qui transforment l'énergie électrique en énergie mécanique ou inversement. Durant le processus de conversion, une partie de cette énergie est perdue sous forme de chaleur [6].

Ces actionneurs font tous intervenir des principes électromagnétiques et mécaniques qui s'accompagnent inévitablement des pertes. Les pertes électriques sont principalement associées aux pertes par effet joule. Elles sont facilement identifier dans les conducteurs traversés par un courant.

Il existent aussi des pertes dans le circuit magnétique, elles sont dues aux variations du champ dans le matériau et dépendent donc de la fréquence. Elles sont représentées par les hystérésis et les pertes par courant de Foucault et sont généralement difficiles à dissocier. Tous ces pertes sont regroupées sous l'appellation de pertes fer.

Les pertes mécaniques sont dues au frottement 'secs' dans les paliers ou les roulements de la machine ainsi qu'aux frottements visqueux issus du cisaillement de l'air dans l'entrefer et de la mise en mouvement des extrémités du rotor. Ces pertes sont localisées dans les parties de la machines qui le rendent moins prépondérantes que les pertes électriques et les pertes fer qui elles prennent plutôt naissance au cœur de la machine.

Dans ce qui suit, nous rappelons les diverses pertes qui apparaissent dans un moteur asynchrone à cage, en charge et à vide, pour une alimentation sinusoïdale. Les formules utilisées sont présentées. La figure III-1 illustre l'ensemble des pertes d'un moteur asynchrone à cage.

II.2 Pertes à vide

Elles englobent les pertes fer et les pertes par frottement et ventilation.

II.2.1 Pertes fer

Les pertes fer sont des pertes qui se présentent dans le fer comme une conséquence de l'existence d'un champ magnétique variable. Bien que la littérature admet que les pertes fer sont constituées de pertes par Hystérésis P_H et de pertes par courant de Foucault P_F , jusqu'au aujourd'hui, il n'existe pas de formules exactes permettant leur détermination. Les pertes se présentent principalement dans le fer statorique, étant donné que sous les conditions normales de fonctionnement, la fréquence du flux rotorique est faible, engendrent de faibles pertes fer rotoriques. D'autre part, les pertes fer ne sont pas affectées seulement par la fréquence et l'induction magnétique, mais par d'autres parts que l'on peut résumer comme suit :

- La construction de la machine est un facteur primordial, car la forme des encoches et leur nombre de pôle affecte la distribution du champ magnétique.
- La qualité des matériaux utilisés est un paramètres très important car on doit considérer l'épaisseur du matériau, les contraintes, la texture cristalline, la taille du grain, ses impuretés, etc.

Ainsi, il existe deux paramètres fondamentaux, la résistivité ρ et la perméabilité μ du matériau qui influence le calcul des pertes.

Ces deux paramètres dépendent de plusieurs autres grandeurs dont on peut citer la température et les états métallurgique et magnétique des matériaux qui rendent leur détermination avec précision très complexe.

Elles sont données par [7] :

$$P_H = \sigma_H \cdot f \cdot \hat{B}^2 \cdot f_H \quad (\text{II.1})$$

$$P_F = \sigma_F \cdot (f \hat{B})^2 \cdot f_F \quad (\text{II.2})$$

Avec :

P_H : Pertes massiques par hystérésis [W/Kg] ;

P_F : Pertes massiques par courant de Foucault [W/Kg] ;

σ_H : Coefficient de pertes par hystérésis ;

σ_F : Coefficient de pertes par courant de Foucault ;

f_H, f_F : Facteurs de réactions, ils sont données par la littérature pour les différents matériaux ;

$\hat{B}$: Induction magnétique maximale à la fréquence f .

II.2.2 Pertes par frottements et ventilation

Dans les machines auto ventilées, la puissance requise pour entraîner le ventilateur et vaincre la résistance de l'air qui se présente aux autres parties en rotation de la machine, représente les pertes par ventilation. Les pertes causées par la résistance au mouvement dans les roulements sont classées comme pertes par frottement.

En réalité, il n'est pas possible de séparer les pertes par ventilation et les pertes par frottement dans une machine puisqu'elles sont toutes les deux associées à la rotation. Néanmoins, à base vitesse, les pertes par ventilation dues à la rotation sont faibles et une estimation des pertes par frottement est réalisable. D'autre part, à vitesse élevée, l'élément prédominant de ces pertes, est dû au ventilateur externe, qui entraîne l'air de refroidissement à travers la carcasse de la machine.

En pratique, les pertes (fer, par frottement et ventilation) sont obtenues par la mesure directe en utilisant une série de tests à vide [4].

II.3 Pertes en charge

II.3.1 Pertes dans le cuivre

Dans les machines électriques à cage, les pertes dans le cuivre sont considérées séparément pour les circuits électriques.

II.3.1.1 Pertes dans le cuivre au stator

Il est relativement aisé de calculer les pertes dans le cuivre de l'enroulement statorique. Elles sont données par :

$$P_{js} = 3 \cdot R_1 \cdot I_1^2 \quad (\text{II.3})$$

Avec :

R_1 : Résistance statorique [Ω] ;

I_1 : Courant statorique [A].

La densité de pertes cuivre statoriques est donnée par :

$$P_{cu} = \frac{J_s^2}{\sigma_{cu}} \quad (\text{II.4})$$

Avec :

P_{cu} : Densité des pertes cuivre [W] ;

σ_{cu} : Conductivité de cuivre [MS/m].

J_s : Densité du courant statorique [A/mm²].

II.3.1.2 Pertes dans le cuivre au rotor

Les pertes par effet joule au rotor sont données par l'expression suivante [7]:

$$P_{jr} = m_2 \cdot R_2 \cdot I_2^2 \quad (\text{II.5})$$

Avec :

$$R_2 = R_{bar} + \frac{2 \cdot R_{ann}}{4 \cdot \sin^2 \frac{\pi p}{Z_2}} \quad (\text{II.6})$$

$$R_{bar} = \rho \frac{l_{bar}}{S_{bar}} \quad (\text{II.7})$$

$$R_{ann} = \rho \frac{l_{ann}}{S_{ann}} \quad (\text{II.8})$$

R_2 : Résistance rotorique [Ω] ;
 R_{bar} : Résistance d'une barre rotorique [Ω] ;
 R_{ann} : Résistance de l'anneau de court circuit [Ω] ;
 m_2 : Nombre de barres rotoriques ;
 Z_2 : Nombre d'encoches rotoriques ;
 I_2 : Courant rotorique [A] ;
 l_{bar} : Longueur de la barre rotorique [mm],
 l_{ann} : Longueur de l'anneau de court circuit [mm] ;
 S_{bar} : Section de barre rotorique [mm²] ;
 S_{ann} : Section de l'anneau de court circuit [mm²] ;
 p : Nombre de paires de pôles ;
 ρ : Résistivité de l'aluminium [$\Omega \cdot \text{mm}$].

II.3.2 Pertes supplémentaires

Les pertes supplémentaires sont celles qui sont dues aux phénomènes électromagnétiques secondaires. En particulier celles qui correspondent aux flux de fuite, au courant et flux aux fréquences harmoniques, ainsi qu'à la présence des dentures statorique et rotorique. Certaines ont lieu à vide et d'autres prennent naissance en charge.

L'estimation et la détermination expérimentale des pertes supplémentaires en charge est l'un des problèmes les plus aigus dans la caractérisation des pertes du moteur asynchrone. Elles peuvent être exprimées défini comme la différence entre les pertes totales en charge de la machine et les pertes déterminées par la méthode de séparation.

$$P_{supp} = P_{tot} - (P_f + P_{mec} + P_{js} + P_{jr}) \quad (\text{II.9})$$

Avec :

P_{supp} : Pertes supplémentaire en charge [W] ;
 P_{tot} : Pertes totales en charge [W] ;
 P_f : Pertes fer [W] ;
 P_{mec} : Pertes mécaniques [W] ;
 P_{js} : Pertes joule statoriques [W] ;
 P_{jr} : Pertes joule rotoriques [W].

II.4 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre une analyse des pertes dans un moteur asynchrone à cage. Les pertes fer reste toujours un problème complexe. Actuellement, on ne sait pas encore résoudre le problème dans toute sa complexité par les méthodes numériques ou analytique. Dans la plus part des cas, ces pertes sont obtenues par le mesure directe, en utilisant une série de tests à avide. Concernant les pertes supplémentaires en charge, leurs quantifications restent toujours une question d'actualité. L'investigation expérimentale des pertes supplémentaire en charge dans une machine est l'un des problèmes les plus aigus dans la caractérisation des pertes du moteur asynchrone.

La figure ci-dessous illustre les différentes pertes dans un moteur asynchrone à cage.

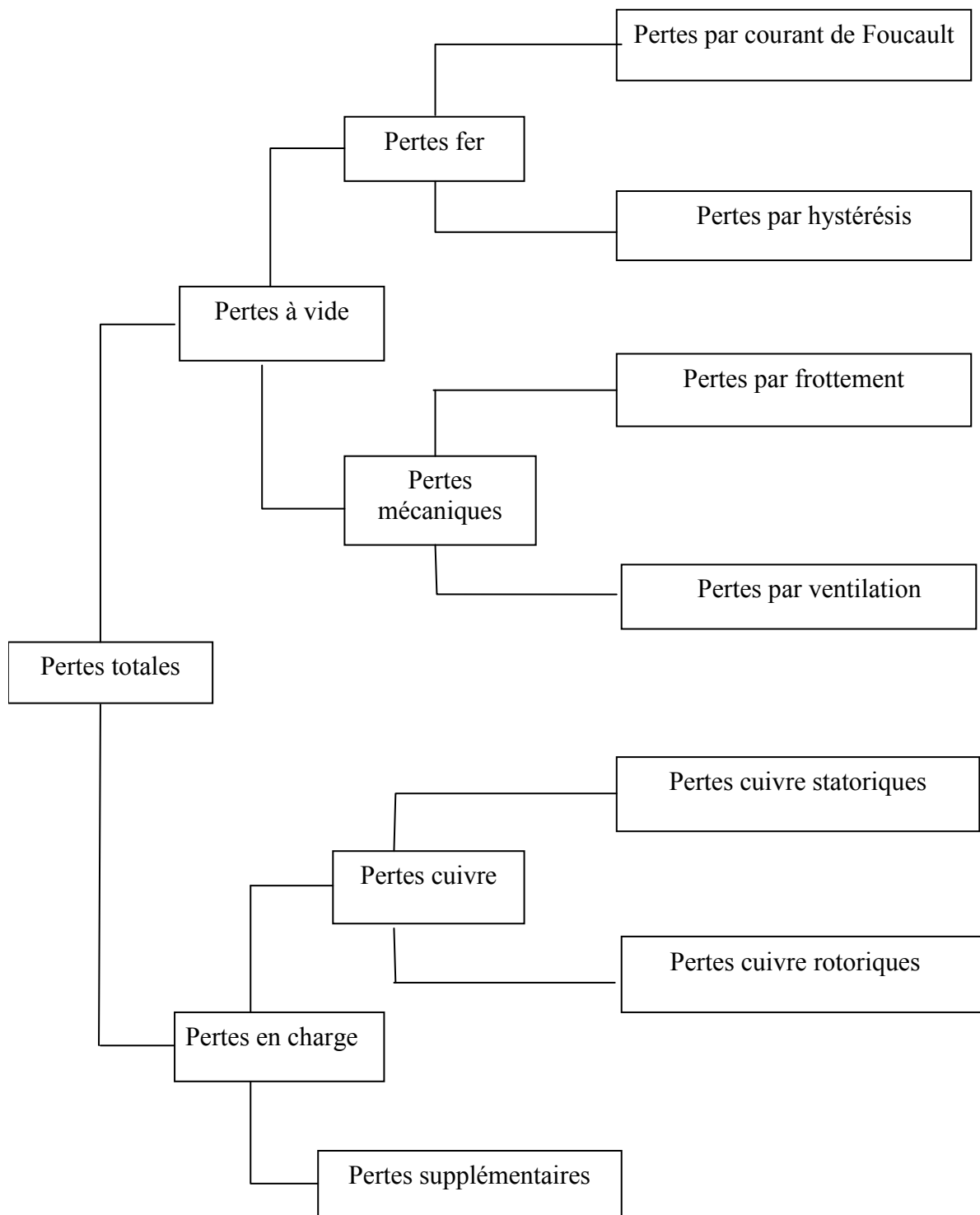


Figure II-1 : Séparation des pertes dans un moteur asynchrone

CHAPITRE III

Modélisation par éléments finis d'un moteur asynchrone à cage

III.1 Introduction

La conception des dispositifs électromagnétiques requiert une connaissance sans cesse améliorée des phénomènes électromagnétiques. Les méthodes de calcul empiriques ou analytiques basées sur des modèles simplifiés deviennent insuffisantes, dès que la complexité de la géométrie s'accroît et que certains matériaux possèdent des caractéristiques non linéaires. La résolution de tels problèmes nécessite de recourir à des méthodes numériques [8].

La méthode numérique la plus courante est la méthode des éléments finis, qui est une méthode très attractive dans la conception et l'analyse des dispositifs électromagnétiques. C'est une méthode très générale pour la résolution des divers problèmes rencontrés en pratique : stationnaires ou non, linéaires ou non, définis dans un domaine géométrique quelconque à une, deux ou trois dimensions.

Dans ce qui suit, nous présenterons la méthode des éléments finis, ainsi son application à la modélisation d'un moteur asynchrone à cage en adoptant le logiciel FEMM 4.2. Les principales étapes de la mise en œuvre de cette méthode sont donc présentées.

III.2 Présentation de la méthode des éléments finis

D'une manière générale, cette méthode peut être définie comme une technique numérique d'approximation des solutions des équations aux dérivées partielles qui régissent les phénomènes physiques et leurs conditions aux limites.

L'objectif de cette méthode est de remplacer un modèle décrit dans un espace continu par un modèle discret équivalent en utilisant une approximation simple des variables inconnues sur des sous domaines, pour transformer les équations aux dérivées partielles en un système d'équations algébrique dont la résolution fournit une solution approchée du problème [9].

Une des originalités de la méthode des éléments finis réside dans le fait qu'elle est basée sur une formulation intégrale du phénomène analysé plutôt que la forme différentielle que représente l'équation aux dérivées partielles et les conditions aux limites.

Deux types de formulations existent :

- Formulation variationnelle ;
- Formulation résidus pondérés.

III.2.1 Formulation variationnelle

La formulation variationnelle dont l'utilisation exige la connaissance au préalable de la fonctionnelle d'énergie du système. Elle s'exprime par :

$$f(A) = \int_{\Omega} F \cdot d\Omega \quad (\text{III.1})$$

F : est la fonction de Lagrange, qui est égale à la différence entre les énergies cinétique et potentielle du système.

$$F = E_c - E_p \quad (\text{III.2})$$

Avec :

E_c : L'énergie cinétique du système ;
 E_p : L'énergie potentielle du système.

III.2.2 Formulation résidus pondérés

La méthode des résidus pondérés, appelée aussi méthode projective, consiste à rechercher la solution approchée du problème en partant directement des équations aux dérivées partielles exprimées sous forme général par :

$$L(A) = f \quad \text{Sur un domaine } \Omega \quad (\text{III.3})$$

$$G(A) = g \quad \text{Sur un domaine } \Gamma \quad (\text{III.4})$$

Avec :

L : Opérateur différentiel ;
 G : Opérateur différentiel qui définit une condition à la limite ;
 f : Fonction définie sur Ω ;
 g : Fonction définie sur Γ ;
 A : Fonction inconnue (vecteur potentiel magnétique).

La méthode des résidus pondérés consiste à rechercher les fonctions (A) qui annulent la forme intégrale pour toutes fonctions de pondération α_i , dans tout le domaine d'étude Ω .

L'équation de l'intégrale de résidu pondéré est donnée par :

$$\iint_{\Omega} \alpha_i R_i d\Omega = 0 \quad (\text{III.5})$$

Avec :

R_i : Résidu de l'approximation
 α_i : Fonction de pondération ou de projection.

La méthode des résidus pondérés diffère selon le choix des fonctions de pondérations, parmi ces méthodes : la méthode de Galerkin qui consiste à utiliser les fonctions de pondération

identiques aux fonctions de forme, pour obtenir un système algébrique symétrique dont la résolution devient relativement rapide.

II.3 Modèle général cartésien bidimensionnel

Le modèle général en potentiel vecteur magnétique et en potentiel scalaire électrique est donné par l'équation suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(v_B \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v_B \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) = f(x) = \begin{cases} 0 & \text{Région non conductrice ;} \\ J_{sz} & \text{Région non conductrice filaire ;} \\ \sigma \frac{\partial \vec{A_z}}{\partial t} + \vec{\nabla} V & \text{Région non conductrice massive.} \end{cases} \quad (\text{III.6})$$

Avec :

A_z : Vecteur potentiel magnétique (en bidimensionnel le vecteur potentiel magnétique ne possède qu'une seule composante non nulle A_z) ;

J_{sz} : Courant de source ;

v_B : Réductivité magnétique ;

σ : Conductivité électrique.

III.3.1 Modèle magnétostatique

Pour un problème magnétostatique et dans un système de coordonnées cartésiennes, l'équation (III.6) s'écrit :

$$-\left[\frac{\partial}{\partial x} \left(v_B \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v_B \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right] = J_{sz} \quad (\text{III.7})$$

L'application de la méthode de résidus pondérés pour (III.7) nous donne :

$$\iint_{\Omega} \alpha_i \left[- \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(v_B \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v_B \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right) + J_{sz} \right] dx dy = 0 \quad (\text{III.8})$$

L'équation (III.8) peut s'écrire comme suit :

$$\iint_{\Omega} \alpha_i \left[- \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(v_B \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v_B \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right) \right] dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i J_{sz} dx dy \quad (\text{III.9})$$

En appliquant le théorème de Green pour le premier terme intégral de l'équation (III.9), on aura :

$$\iint_{\Omega} \alpha_i \left[\left(\frac{\partial}{\partial x} \left(v_B \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v_B \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right) \right] dx dy = - \iint_{\Omega} v_B \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) dx dy + \int_{\Gamma} v_B \alpha_i \frac{\partial A_z}{\partial n} d\Gamma \quad (\text{III.10})$$

En tenant compte des conditions aux limites homogènes, le terme sur la frontière s'annule, c'est-à-dire :

$$\int_{\Gamma} v_B \alpha_i \frac{\partial A_z}{\partial n} d\Gamma = 0 \quad (\text{III.11})$$

Donc, compte tenu de (III.11) pour les conditions aux limites homogènes, la forme de l'intégrale (III.10) devient :

$$\iint_{\Omega} v_B \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i A_z dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i J_{sz} dx dy \quad (\text{III.12})$$

En écriture condensée, l'équation (III.12) devient :

$$\iint_{\Omega} v_B (\vec{\nabla} \alpha_i \cdot \vec{\nabla} A_z) dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i J_{sz} dx dy \quad (\text{III.13})$$

Avec :

$$\vec{\nabla} A_z = \frac{\partial A_z}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial A_z}{\partial y} \vec{j} \quad \text{et} \quad \vec{\nabla} \alpha_i = \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \vec{j}$$

En tenant compte du maillage triangulaire, l'équation (III.13) s'écrit :

$$\sum_{e=1}^{n_t} \left(\iint_{\Omega^e} v_B (\vec{\nabla} \alpha_i \cdot \vec{\nabla} A_z) d\Omega^e \right) = \iint_{\Omega^e} \alpha_i J_{sz} d\Omega^e \quad (\text{III.14})$$

Et en tenant compte aussi des nœuds des éléments élémentaires du maillage, le potentiel vecteur magnétique peut s'écrire comme suit :

$$A_z(x, y) = \sum_{j=1}^3 \alpha_j(x, y) \cdot A_{zj} \quad (\text{III.15})$$

i et j sont des entiers naturels

En remplaçant (III.15) dans (III.14), on aura :

$$\sum_{e=1}^{n_t} (\iint_{\Omega^e} (v_B (\vec{\nabla} \alpha_i \cdot \vec{\nabla}) (\sum_{j=1}^3 \alpha_j \cdot A_{zj})) d\Omega^e) = \iint_{\Omega^e} \alpha_i J_{sz} d\Omega^e \quad (\text{III.16})$$

Le système matriciel obtenu dans (III.16) est de la forme :

$$[S] \cdot [A] = [F] \quad (\text{III.17})$$

Avec :

$$S_{ij} = \iint_{\Omega} v_B (\vec{\nabla} \alpha_i \cdot \vec{\nabla} A_{zj}) dx dy \quad \text{Élément de la matrice de rigidité [S] ;}$$

$$F_{ij} = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_{sz} dx dy \quad \text{Éléments du vecteur sollicitaire [F].}$$

$$\text{Et :} \quad \alpha_i = \begin{cases} \alpha_j(x, y) & \text{Si } i = j \\ 0 & \text{Si } i \neq j \end{cases}$$

III.3.2 Modèle magnétodynamique harmonique

L'équation (III.6) s'écrit dans le plan $[x, y]$ et en régime harmonique ($j\omega \equiv \frac{\partial}{\partial t}$) comme suit :

$$-\left[\frac{\partial}{\partial x} \left(v_B \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v_B \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right] + j\omega \sigma \cdot A_z = J_{sz} \quad (\text{III.18})$$

En basant sur les mêmes démarches que dans le cas d'un problème magnétostatique, on aura la forme intégrale suivante :

$$\sum_{e=1}^{n_t} (\iint_{\Omega^e} (v_B (\vec{\nabla} \alpha_i \cdot \vec{\nabla}) (\sum_{j=1}^3 \alpha_j \cdot A_{zj})) d\Omega^e + j\omega \sigma \iint_{\Omega^e} \alpha_i (\sum_{j=1}^3 \alpha_j A_{zj}) d\Omega^e) = \iint_{\Omega^e} \alpha_i J_{sz} d\Omega^e \quad (\text{III.19})$$

Le système matriciel (III.19) peut s'écrire comme suit :

$$[S].[A] + j\omega[M].[A] = [F] \quad (\text{III.20})$$

Avec :

$$S_{ij} = \iint_{\Omega} v_B (\vec{\nabla} \alpha_i \cdot \vec{\nabla} A_{zj}) dx dy \quad \text{Élément de la matrice de rigidité [S] ;}$$

$$M_{ij} = \iint_{\Omega} \sigma (\alpha_i \cdot \alpha_j) dx dy \quad \text{Élément da la matrice de masse [M] ;}$$

$$F_{ij} = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_{sz} dx dy \quad \text{Éléments du vecteur sollicitaire [F].}$$

Dans le cas de calcul du champ dans les structures électromagnétiques, les éléments de forme triangulaire sont les plus utilisés. Cette subdivision exclusivement triangulaire du premier ordre a l'avantage de s'adapter à toute configuration géométrique et permet de traiter des expressions simples.

III.4 Résolution

La résolution du système matriciel (III-20) est l'étape la plus importante de la méthode des éléments finis. La matrice [S] résultante est dans le cas général une matrice creuse, de grande taille, symétrique, non singulière (admet une matrice inverse), définie positive et à diagonale dominante.

La résolution de ce type de système nécessite un grand espace de stockage en mémoire et un grand temps de résolution. La résolution peut se faire par des méthodes numériques qui prennent deux axes distincts selon la linéarité ou la non linéarité du problème.

III.5 Présentation de F.E.M.M (version 4.2)

Le logiciel **F.E.M.M version 4.2** (Finite Element Method Magnetics) comporte une série de programmes permettant de résoudre les problèmes d'électromagnétisme à basses fréquences dans des domaines plans et axisymétrique bidimensionnels. Ce logiciel ; développé par David Meeker, est disponible gratuitement sur internet [10].

F.E.M.M se compose de trois programmes essentiels qui sont :

-femm.exe est un poste pré-processeur contenant une interface graphique qui permet de fixer la géométrie de l'objet étudié, les propriétés matérielles ainsi que les conditions aux limites. Après l'analyse, la solution est affichée sous forme de contour, densité de flux...Il permet également d'évaluer un certain nombre d'intégrales et de tracer diverses quantités d'intérêt le long du contour défini par l'utilisateur.

-triangle.exe : c'est un programme qui décompose les régions étudiées en un nombre finis d'éléments sous forme triangulaire, ce qui constitue une étape très importante de l'analyse par la méthode d'éléments finis.

-fkern.exe : est l'espace dans lequel se résolvent les équations aux dérivées partielles pour obtenir les valeurs de champ magnétique dans le domaine étudié.

III.6 Utilisation de logiciel FEMM 4.2

Les étapes à suivre pour un bon usage de **F.E.M.M** dans l'analyse des machines électriques sont :

III.6.1 Définition du problème

La toute première étape est la définition de problème qui comprend les quatre éléments importants [11] :

- **Type** : Le type de problème à traiter (plan, axisymétrique)

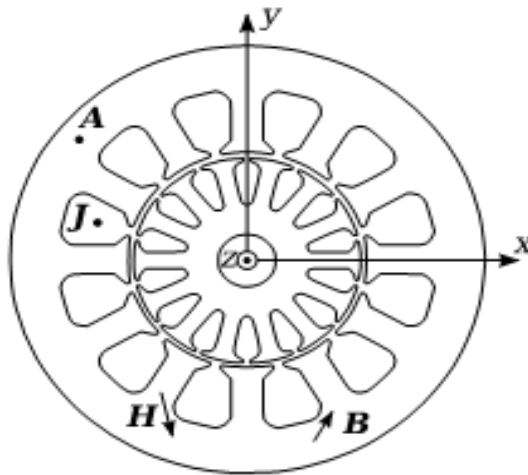


Figure III.1: Moteur à induction section dans le plan.

- **Unité** : Définir l'unité utilisée dans l'étude (millimètre ; mètre...etc.)
- **Fréquence** : elle vaut 0 si le problème est magnétostatique.
- **Profondeur** : La longueur de la machine à étudier.

III.6.2 Pre-processing

III.6.2.1 Dessin

La géométrie de la machine doit être toute réalisée en déclarant tous les paramètres géométriques qui la constituent (points, segments, arcs).

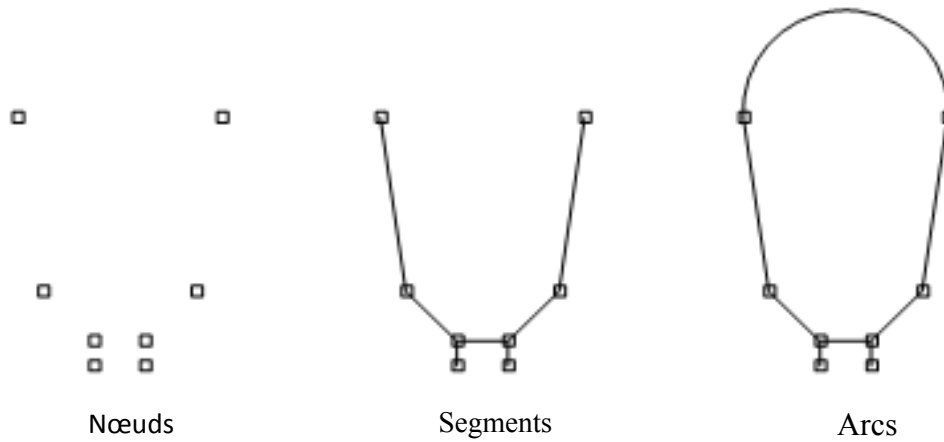


Figure III.2 : Exemple de construction d'une encoche statorique.

III.6.2.2 Conditions aux limites

Elles sont quatre :

- **Dirichlet** : cette condition assigne la valeur de vecteur potentiel A_z à travers une limite géométrique (segment, arc, etc.). Cette condition nous renseigne sur les lignes de flux tangentielle à cette limite et utilisée pour limiter le domaine étudié de la machine.
- **Neumann** : cette condition nous renseigne sur les lignes de flux qui sont normales aux limites de la machine.
- **périodique** : cette condition est assignée à deux segments et impose que le comportement potentiel de vecteur magnétique est le même le long des deux segments
c.-à-d. : $A_{z,segment1} = A_{z,segment2}$
- **anti-périodique** : cette condition est assignée à deux segments et impose que le comportement de potentiel vecteur magnétique est opposé à celui de l'autre segment
c.-à-d. : $A_{z,segment1} = -A_{z,segment2}$

Remarque : Il est important de signaler que les conditions aux limites ont pour but de délimiter la région du flux à analyser et de réduire le domaine d'étude au minimum possible. Dans notre étude il est à signaler qu'aucune ligne de flux ne pourra traverser les conditions aux limites qu'on va définir préalablement. La condition limite $A_z = 0$ est définie dans le problème. Cette condition limite est assignée à la carcasse de la machine.

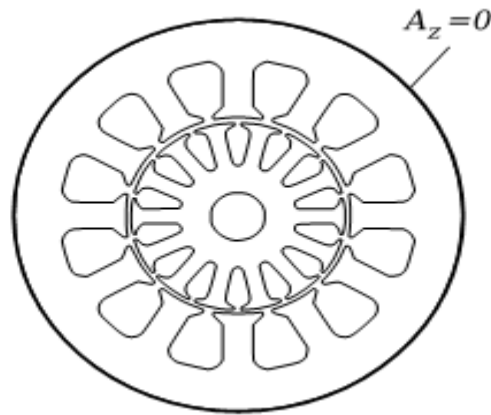


Figure III.3 : Condition limite assignée à la périphérie externe du stator.

III.6.2.3 Matériaux

Les matériaux des objets qui forment la structure doivent être définis. Ils peuvent être de nouveaux matériaux, convenablement définis pour cette analyse, comme ils peuvent être choisis parmi une bibliothèque de matériaux intégrée dans le logiciel.

Une étiquette est définie pour chaque objet constituant la machine. Puis, le matériau approprié est assigné à l'objet. Par exemple : le fer est assigné au rotor, le stator et l'arbre, le cuivre est assigné aux enroulements de stator (intérieur des encoches), l'aluminium et assigné aux barre de rotor et de l'air est assigné à l'espace entre fer [10].

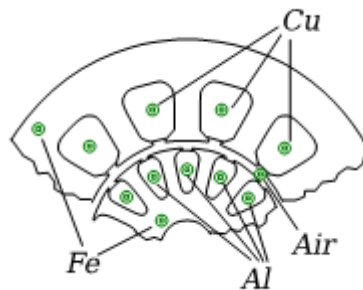


Figure III.4 : Les étiquettes et Matériaux de simulation

III.6.2.4 Sources de courant

Le courant est imposé et injecté dans les enroulements en les définissant d'abord.

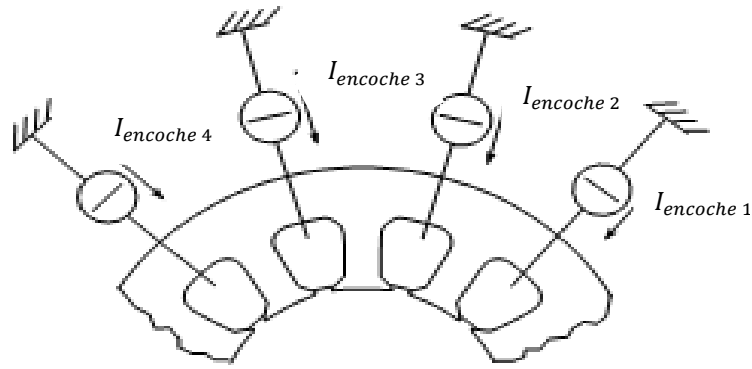


Figure III.5 : Circuits externes connectés aux enroulements

III.6.2.5 Groupes

Plusieurs objets peuvent être définis pour appartenir au même groupe, affecté par un même numéro d'identification. Le groupe peut également contenir un objet seulement. La définition de groupe est utile quand l'analyse automatique est adoptée.

III.6.3 Maillage

La subdivision de la structure en éléments finis est automatique. Ce processus est généralement appelé pour créer le maillage de la structure étudiée. Chaque objet sera subdivisé en un nombre finis de petits éléments, qui sont de forme triangulaire dans F.E.M.M. Le choix de la taille de la maille dépend du problème à analyser. Il vaut mieux raffiner les parties étudiées, dans lesquelles les gradients plus élevés de champ sont prévus.

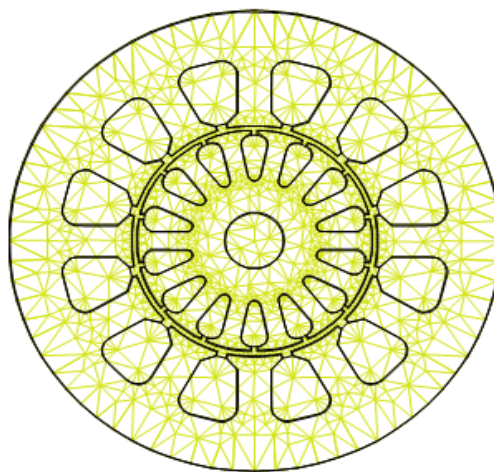


Figure III.6 : Maillage d'un moteur asynchrone.

III.6.4 Post-processing

Une fois que toutes les étapes ci-dessus sont accomplies, le problème est prêt à être résolu et analysé en utilisant le programme source de femmview.exe. Puis les résultats peuvent être tracés.

Donc dans cette étape se fait l'analyse de problème avec les différentes simulations, et l'analyse du champ magnétique ainsi le calcul de certaines quantités intégrales, où on peut enregistrer les solutions sous formes de tableaux qu'on peut transformer par suite en graphes.

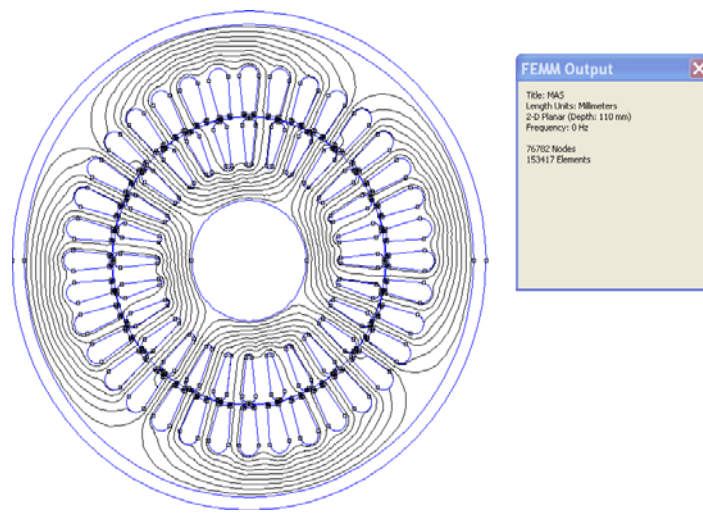


Figure III.7 : Lignes de champ magnétique pour la machine à cage

III.7 Utilisation de Lua script

L'objectif du fichier de Lua est l'automatisation des calculs utilisant le code de FEMM. La série d'instructions peut être écrite dans un seul fichier (fichier Lua) et sont exécutées en ordre lorsque le fichier est lu avec un éditeur de FEMM. Souvent une boucle « for » est mise en application ; dans laquelle un ou deux paramètres sont changés. Ce genre de programmation est utilisable lorsque il y a lieu de plusieurs simulation à effectuée, cherchant la dépendance de la performance de la machine dans un seul paramètre, par exemple la fréquence de marche, le courant absorbé, ou la position géométrique [11].

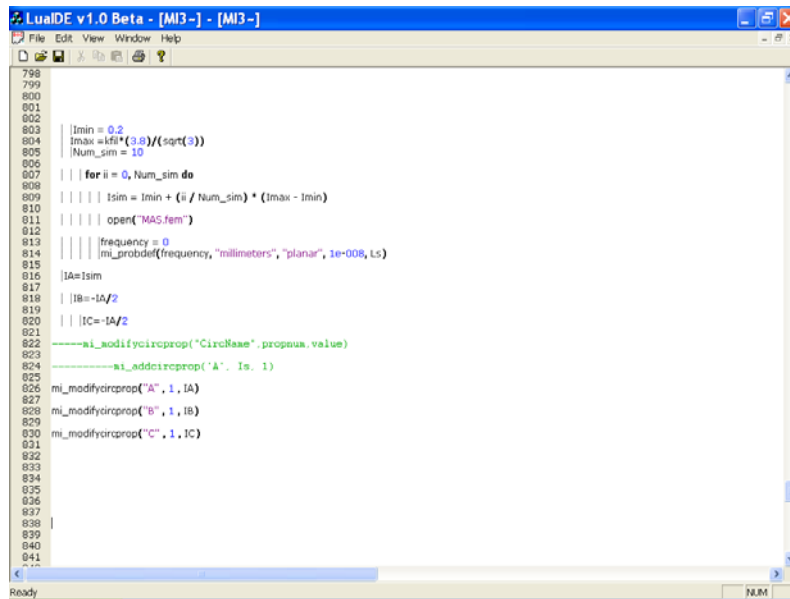


Figure III.8 : Fenêtre de Lua script contenant un programme pour varier le Courant des simulations.

III.8 Application à la machine étudiée

III.8.1 Les différentes étapes de réalisation de la structure à l'aide de FEMM

La construction d'une structure prête à étudier se fait dans la partie préprocesseur, et se compose de quatre tâches essentielles qui sont :

- Représenter les points extrêmes des lignes et des segments d'arc qui composent la structure.
- Relier les points extrêmes avec des segments de ligne ou avec des segments d'arc.
- Ajouter l'étiquette <<bloc label>> pour chaque région du modèle, puis leur affecter les matériaux dont on connaît les propriétés (sélectionner dans la bibliothèque des matériaux ou alors on les définit nous même).
- Définir les conditions aux limites (type Dirichlet) et l'imposer aux contours concernés. Par défaut, la condition appliquée aux contours est celle de Neumann.

III.8.2 Application

III.8.2.1 Définition du problème

- | | |
|---------------------|------------|
| • Type du problème | plan |
| • Unité de longueur | millimètre |
| • Fréquence | 0 Hz |

- La profondeur 110
- Précision de calcul 10^{-8}

III.8.2.2 Les matériaux assignés pour les différentes régions, leurs propriétés et le taille de leur maillage

1- Rotor

- Matériau utilisé Fer
- Perméabilité relative $\mu_r = 1000$
- Finesse de maillage 2
- Groupe 10

2- Le stator

- Matériau utilisé Fer
- Perméabilité relative $\mu_r = 1000$
- Finesse de maillage 3
- Groupe 100

3- Encoches statoriques

- Matériau utilisé Cuivre
- Perméabilité relative $\mu_r = 1$
- Finesse de maillage 3
- Groupe 101, 102, 103.....

4- Arbre

- Matériau utilisé Acier
- Perméabilité relative $\mu_r = 1$
- Finesse de maillage 5
- Groupe 1

5- L'encoche rotorique

- Matériau utilisé	Aluminium
- Perméabilité relative	$\mu_r = 1$
-Finesse de maillage	2
-Groupe	2

6- L'entre fer

- Matériau utilisé	Air
- Perméabilité relative	$\mu_r = 1$
-Finesse de maillage	0.1
-Groupe	3

7- Carcasse

- Matériau utilisé	Acier
- Perméabilité relative	$\mu_r = 1$
-Finesse de maillage	2
-Groupe	4

III .9 Mise en œuvre de FEMM

III.9.1 Structure da la machine étudiée

Dans le cadre de notre travail, nous avons choisi à étudier un moteur asynchrone triphasé à cage de puissance 2.2 KW, 4 pôles alimentés sous une tension de 380V (couplage triangle), ayant 36 encoches au stator et 28 au rotor.

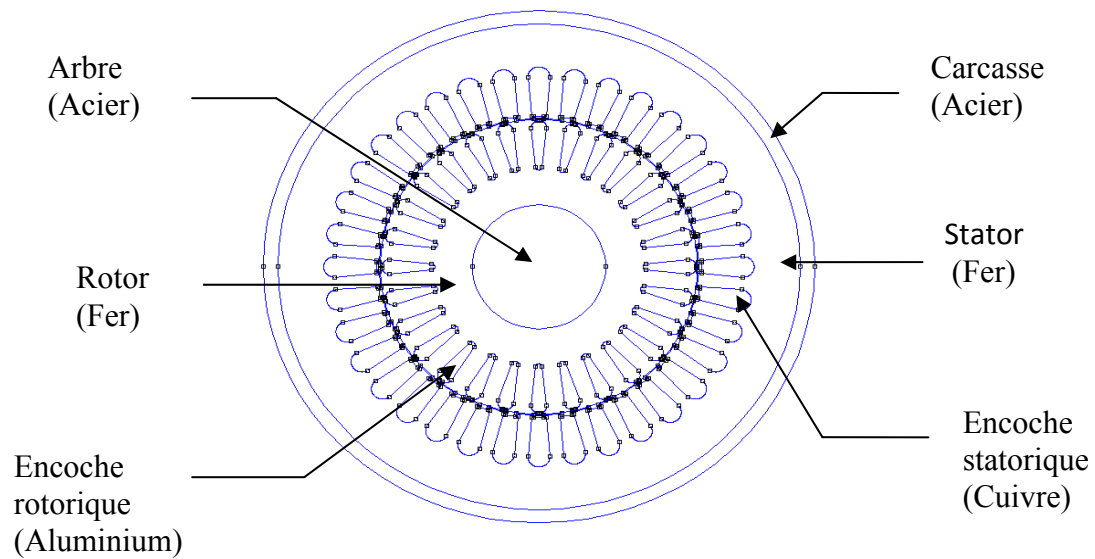


Figure III.9 : Structure de la machine étudiée.

III.9.2 Caractéristique d'aimantation du fer

Pour les circuits magnétiques stator et rotor, nous avons utilisé la caractéristique magnétique suivante :

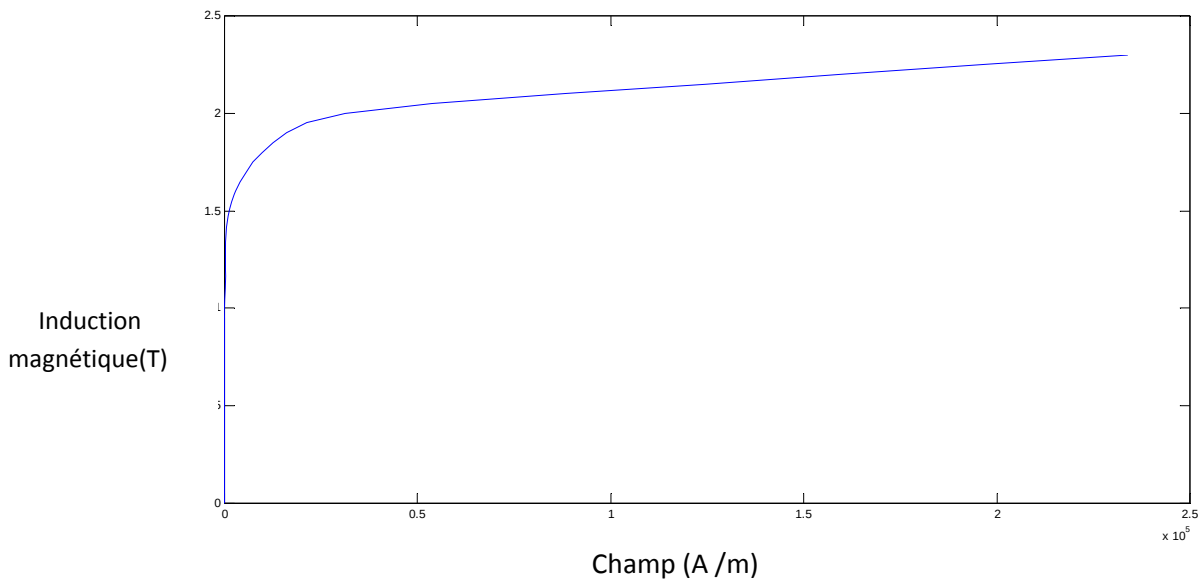


Figure III.10 : Caractéristique magnétique du fer statorique et rotorique.

La figure représente la courbe d'aimantation du fer, fournie par la bibliothèque F.E.M.M utilisé pour le stator et pour le rotor. Cette courbe présente une saturation pour des valeurs de l'induction magnétique B proches de 2T.

III.9.3 Caractéristique du bobinage statorique

Le nombre de conducteurs dans une encoche est de 64. La résistance d'une phase à 20° vaut 11 Ω . La tension d'alimentation est de 380V (couplage triangle).

III.9.4 Le maillage

III.9.4.1 Définition

Le maillage est l'opération qui consiste à définir un domaine Ω , puis le subdiviser en plusieurs sous domaines Ω_e de forme polygonale simple appelés (éléments). Ces éléments sont repérés par les coordonnées de leurs sommets qu'on appelle « nœuds ». L'élément triangulaire est le plus utilisé pour les problèmes 2D, vu qu'il présente des expressions simples à manipuler, et vu qu'il s'adapte aux géométries les plus complexes.

III.9.4.2 Construction du maillage

La phase de maillage est sans doute la phase qui prend plus de temps pour la définition d'un problème.

Le maillage ne doit pas être inutilement fin, car plus le maillage est fin, plus le calcul est couteux. On doit donc chercher un compromis entre la finesse de la représentation géométrique et le cout du calcul.

Avec le logiciel FEMM, l'opération du maillage est très simple, car elle se fait automatiquement. Après avoir enregistré la structure déjà construite dans la partie préprocesseur, on exécute le programme auxiliaire de triangulation, Triangle.exe. Voir la figure suivante.

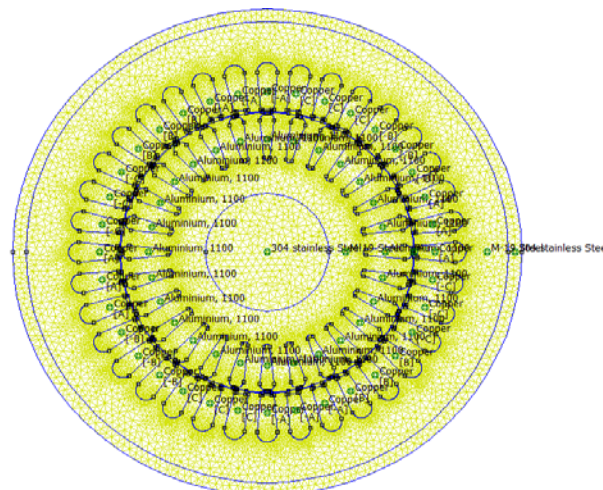


Figure III.11 : Maillage de la machine étudiée.

III.9.5 Tracé des iso-potentiels vecteurs :

Il s'agit en fait d'un tracé des lignes de champ pour une position fixe du rotor.

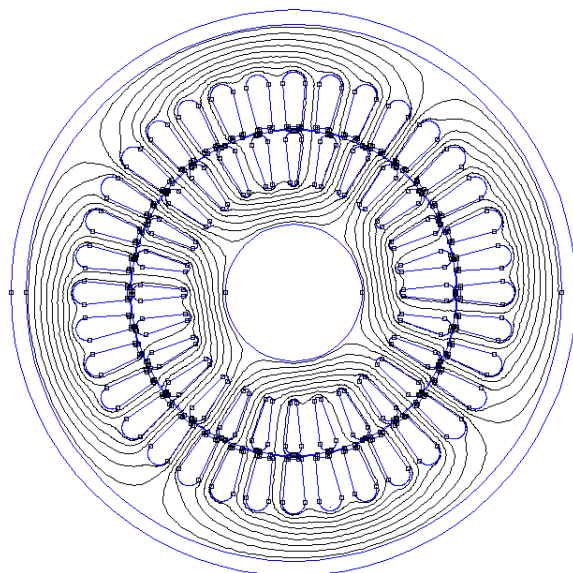


Figure III.12 : Lignes de champ magnétique.

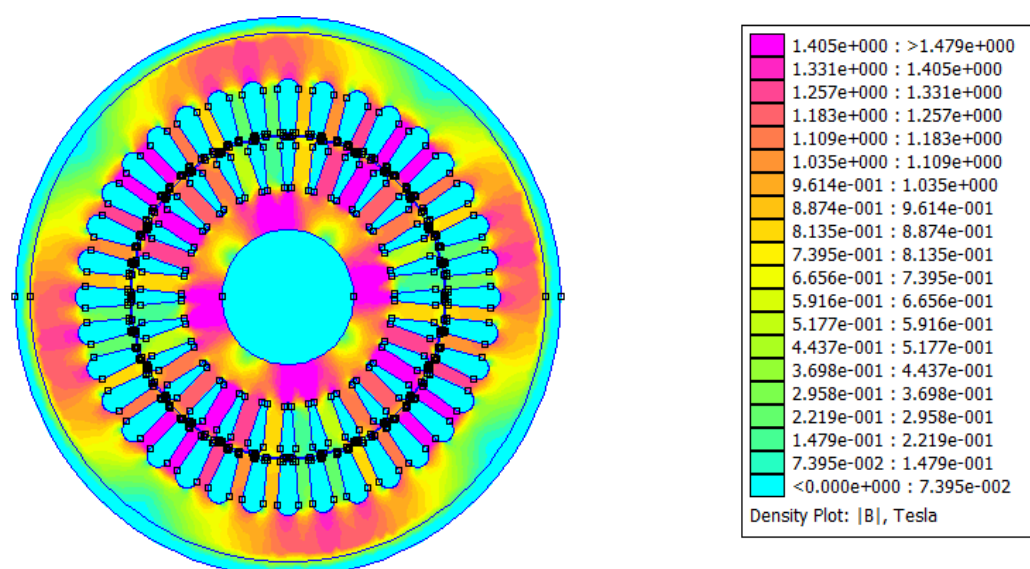


Figure III.13 : Induction magnétique.

III.10 Conclusion

Ce chapitre a fait l'objet d'une représentation des principales étapes de la mise en œuvre de la méthode des éléments finis.

Grace au logiciel utilisé qui est le F.E.M.M 4.2, on a pu construire la structure de la machine étudiée et réaliser un maillage pour ses différentes parties, ainsi on a pu visualiser le potentiel vecteur magnétique, la répartition de densités de flux magnétique dans les différentes régions de la machine.

CHAPITRE IV

Analyse et calcul des paramètres d'un moteur à cage par éléments finis

IV.1 Introduction

Dans ce chapitre, on présente une combinaison entre la méthode des éléments finis avec la méthode analytique d'un moteur asynchrone à cage, l'organigramme de la combinaison est montré par la figure IV.1. Deux essais sont simulés ; un essai à vide et un essai à rotor bloqué. À vide un calcul magnétostatique est effectué en faisant varier le courant de magnétisation. Par contre à rotor bloqué, on fait varier la fréquence afin de calculer la dépendance des paramètres du rotor par rapport à la fréquence de fonctionnement, ainsi le calcul magnétodynamique est effectué.

À partir de ces deux tests, les paramètres du circuit équivalent du moteur asynchrone à cage sont obtenus, à partir desquels les performances du moteur à induction sont déterminées [11,12,13,20].

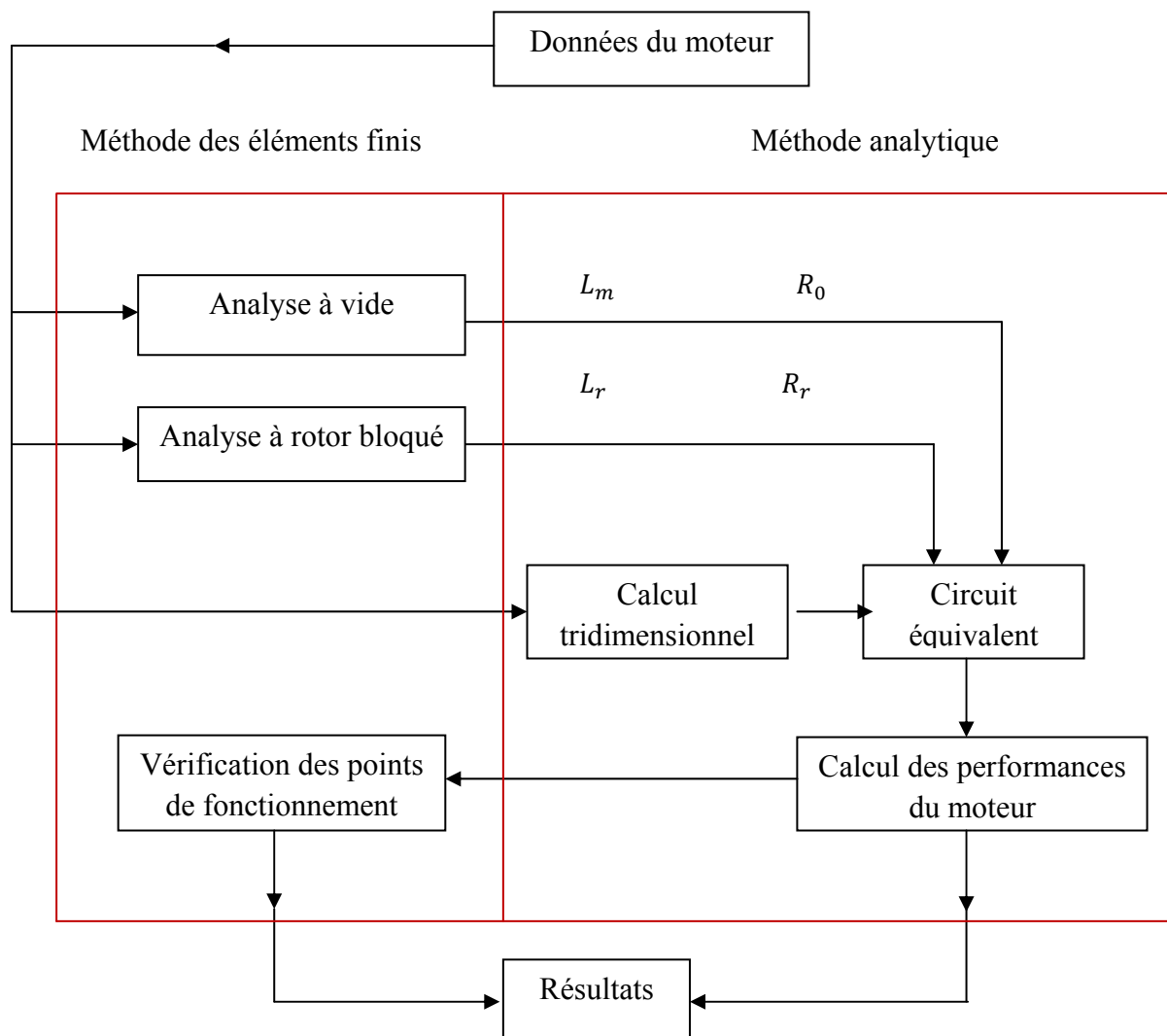


Figure IV.1 : Schéma de combinaison de la méthode des éléments finis avec la méthode analytique.

Soit le circuit électrique équivalent montré par la figure IV.2 ; où :

R_s (Ω) : Résistance du stator ;
 L_{fs} (H) : Inductance de fuite du stator ;
 R_r (Ω) : Résistance du rotor ramenée au stator ;
 L_{fr} (H) : Inductance de fuite du rotor ;
 L_m (H) : Inductance de magnétisation ;
 R_0 (Ω) : Résistance de magnétisation ;
 I_s (A) : Courant statorique ;
 I_r (A) : Courant rotorique ;
 I_m (A) : Courant de magnétisation ;
 g : Le glissement.

Les paramètres L_{fs} et R_s sont déterminés par des essais expérimentaux ou par un calcul analytique [11,12].

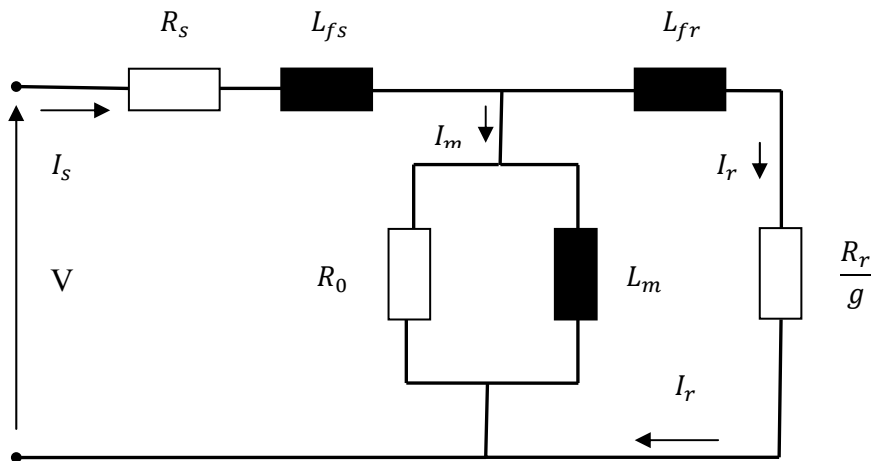


Figure IV.2 : Circuit électrique équivalent d'un moteur asynchrone à cage.

Dans ce circuit, l'inductance de magnétisation est considérée non linéaire en fonction du courant de magnétisation et les paramètres L_{fr} et R_r sont aussi considérés non linéaires en fonction de la fréquence rotorique [11,13,20].

IV.2 Définitions et pre-processing

La structure du moteur asynchrone à cage est illustrée par la figure IV.3 dans laquelle sont représentés les différents matériaux constituant les différents blocs. L'intention particulière doit être donnée aux matériaux utilisés dans la simulation. En particulier :

➤ Cuivre

Les encoches statoriques sont remplies de plusieurs conducteurs. Cependant, on suppose que l'encoche est complètement remplie de cuivre, en considérant une barre conductrice équivalente en surface et en volume. Dans cette barre, le courant total de tous les conducteurs est assigné. Dans le calcul magnéto-dynamique, une distribution non uniforme du courant dans l'encoche est envisagée selon la fréquence de fonctionnement. Afin d'éviter cette erreur, la conductivité du cuivre peut être égalisée à zéro, donnant une épaisseur de pénétration infinie [11,12,13].

➤ Fer

La caractéristique non linéaire $B=f(H)$ du fer est utilisée dans la simulation de l'essai à vide. Un exemple de courbe $B=f(H)$ est donné dans le tableau 1. Enfin, dans la simulation magnétodynamique à rotor bloqué, une caractéristique linéaire du fer est adoptée afin de limiter le travail sur l'effet de la fréquence sur les paramètres du rotor [11,12,13].

➤ Aluminium

Les barres rotorique sont complètement remplies d'aluminium. Le paramètre principal est la conductivité qui détermine la résistance rotorique. Il est commode de prendre sa valeur en considérant la température de fonctionnement du rotor. Ainsi, il est raisonnable de prendre une valeur de $\sigma_{al} = 15 \text{ MS/m}$ (correspondant à une température de 120°K) [11,12,13].

L'effet de la résistance des deux anneaux de court-circuit peut être pris en compte moyennant une réduction de la conductivité σ_{al} comme [11] :

$$\sigma_{al,eq} = \frac{\sigma_{al}}{1 + K_{ann}} \quad (\text{IV.1})$$

$$K_{ann} = \frac{2 \cdot Z_r \cdot D_{ann} \cdot S_b}{\pi \cdot (2P) \cdot L_s \cdot S_{ann}} \quad (\text{IV.2})$$

Avec :

$\sigma_{al,eq}$: Valeur équivalente de la conductivité de l'aluminium ;

σ_{al} : Conductivité de l'aluminium ;

K_{ann} : Facteur de correction ;

Z_r : Nombre de barres de rotor ;

D_{ann} : Diamètre de l'anneau de court circuit de rotor [m] ;

S_b : Section d'une barre rotorique [mm²] ;

S_{ann} : Section de l'anneau de court circuit de rotor [mm²] ;

L_s : Longueur de la machine [mm] ;

P : Nombre de paires de pôles de la machine.

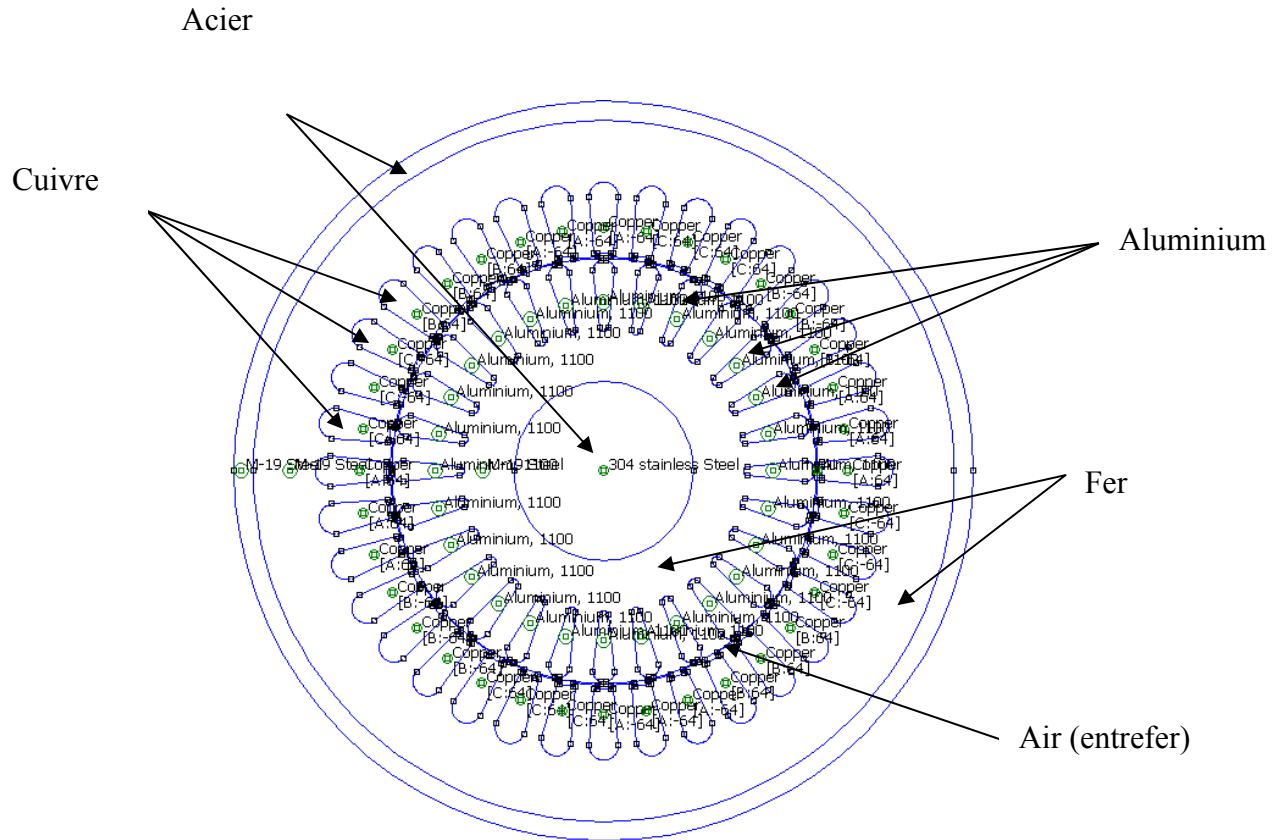


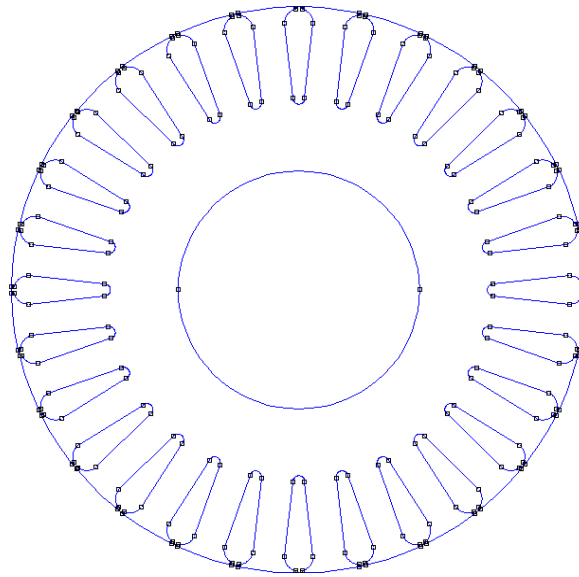
Figure IV.3 : Matériaux utilisés dans la simulation.

Il est utile de grouper les divers blocs ensemble afin de faciliter le calcul du post-processeur. La convention que nous avons adoptée est décrite ci-après.

Rotor toutes les parties formant le rotor appartiennent au groupe numéroté 10, Comme le montre la figure IV.4.

Stator toutes les parties du stator excepté les encoches sont fixées pour appartenir au groupe 100.

Encoches les encoches du stator sont numérotées dans le sens antihoraires commençant du côté droit. Elles sont désignées encoche1, encoches2, encoches3,.....et numérotées101, 102,103,... comme le montre la figure IV.5. Cette désignation permet d'identifier chaque encoche seule pour l'attribution automatique du courant d'encoche et le calcul du flux magnétique une fois la solution est déterminé.



Groupe 10

Figure IV.4 : toutes les parties de rotor sont assignées au groupe 10

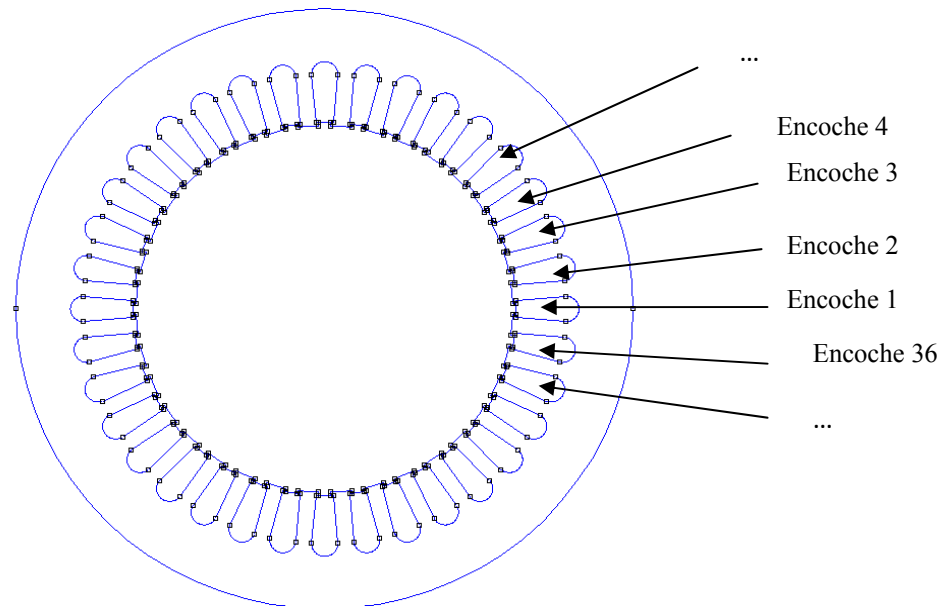


Figure IV.5 : Stator (groupe 100) et les numéros assignés aux encoches statoriques.

IV.2.1 Matrice d'encoches

La distribution de l'enroulement du stator est décrite par une matrice d'encoche [12]. C'est une matrice $m \times Z_s$, où m est le nombre de phases et Z_s est le nombre d'encoches statoriques. Les éléments de ces vecteurs décrivent comment les phases remplissent les encoches du stator en supposant une valeur s'étendant de +1 à -1.

Par exemple, en se rapportant à la phase A et à l'encoche j , il est :

$K_{aj} = 1$ l'encoche j est complètement remplie par les conducteurs de la phase A.

$K_{aj} = 0$ il n'y a pas de conducteurs de la phase A dans l'encoche j .

$K_{aj} = -1$ l'encoche j est complètement remplie de conducteurs de la phase A mais de polarité négative.

Un exemple de matrice d'encoches est montré dans le tableau 2. Il se rapporte à un enroulement statorique à une seule couche à pas total contenant 36 encoches comme le montre la figure IV.5.

Numéro de l'encoche	K_a	K_b	K_c	Numéro de l'encoche	K_a	K_b	K_c	Numéro de l'encoche	K_a	K_b	K_c
1	1	0	0	13	0	0	1	25	0	1	0
2	1	0	0	14	0	0	1	26	0	1	0
3	1	0	0	15	0	0	1	27	0	1	0
4	0	0	-1	16	0	-1	0	28	-1	0	0
5	0	0	-1	17	0	-1	0	29	-1	0	0
6	0	0	-1	18	0	-1	0	30	-1	0	0
7	0	1	0	19	1	0	0	31	0	0	1
8	0	1	0	20	1	0	0	32	0	0	1
9	0	1	0	21	1	0	0	33	0	0	1
10	-1	0	0	22	0	0	-1	34	0	-1	0
11	-1	0	0	23	0	0	-1	35	0	-1	0
12	-1	0	0	24	0	0	-1	36	0	-1	0

Tableau 1 : Exemple de matrice d'encoches.

IV.2.2 Emplacement automatique des courants d'encoches

Les hypothèses décrites ci-dessus permettent une analyse facile de la machine. Les courants d'encoches sont placés comme suit : la variable **Isim** se rapporte à la valeur efficace du courant fixé pour la simulation. L'exemple suivant se rapporte au langage **LUA** utilisé par FEMM 4.2.

- le nombre de conducteurs par encoche est :

$N_c=64$.

- le nombre d'encoches (simulées) est :

$Z_s=36$.

- Matrice d'encoches

$K_a = \{1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -1, -1, -1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -1, -1, -1, 0, 0, 0, 0, 0, 0\}$

$K_b = \{0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -1, -1, -1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -1, -1, -1\}$

$K_c = \{0, 0, 0, -1, -1, -1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -1, -1, -1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0\}$

- Courants de phases (partie réelle et partie imaginaire)

$I_{a_re} = \sqrt{2} * I_{sim}$

$I_{b_re} = \sqrt{2} * (-I_{sim}/2)$

$I_{c_re} = \sqrt{2} * (-I_{sim}/2)$

$I_{a_im} = 0$

$I_{b_im} = \sqrt{2} * (-\sqrt{3}) * I_{sim}/2$

$I_{c_im} = \sqrt{2} * (\sqrt{3}) * I_{sim}/2$

for $q = 1, Z_s, 1$ do

$I_{encoche_re} = N_c * (I_{a_re} * k_a[q] + I_{b_re} * k_b[q] + I_{c_re} * k_c[q])$

$I_{encoche_im} = N_c * (I_{a_im} * k_a[q] + I_{b_im} * k_b[q] + I_{c_im} * k_c[q])$

modifcprop("Iencoche" .. $q, 1$, $I_{encoche_re}$)

modifcprop("Iencoche " .. $q, 2$, $I_{encoche_im}$)

end

IV.3 Essai à vide

Le principal but de l'essai à vide est la détermination de la saturation du fer et le calcul des paramètres correspondant qui seront utilisés dans le circuit équivalent. Les simulations sont effectuées à la fréquence nulle, en prenant le rotor comme référence du travail. Ce qui correspond à un glissement g nul. Les courants statorique sont imposés et le comportement non linéaire de l'inductance de magnétisation est déterminé, ainsi que le comportement de la résistance représentant les pertes fer. En faisant varier le courant statorique. La caractéristique non-linéaire du fer a été utilisée dans la simulation. Ainsi, une série de simulations dans le domaine magnéto-statique est effectuée.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) = J_{0z} \quad (\text{IV.3})$$

Avec :

μ : Perméabilité magnétique[H/m] ;

A_z : Densité de courant [A/mm²].

Une valeur du courant efficace est fixée. Un temps approprié est choisi afin d'assigner les courants dans les enroulements des trois phases statorique.

Phase	Courant	Phase	Courant
A	$+\sqrt{2}I_{eff}$	-A	$-\sqrt{2}I_{eff}$
B	$-\sqrt{2}I_{eff}$	-B	$+\sqrt{2}I_{eff}$
C	$-\sqrt{2}I_{eff}$	-C	$+\sqrt{2}I_{eff}$

Une finesse du maillage est choisie dans les régions du fer et de l'entrefer ou un fort gradient du flux magnétique est prévu. La figure IV.6 représente un maillage durant l'essai à vide.

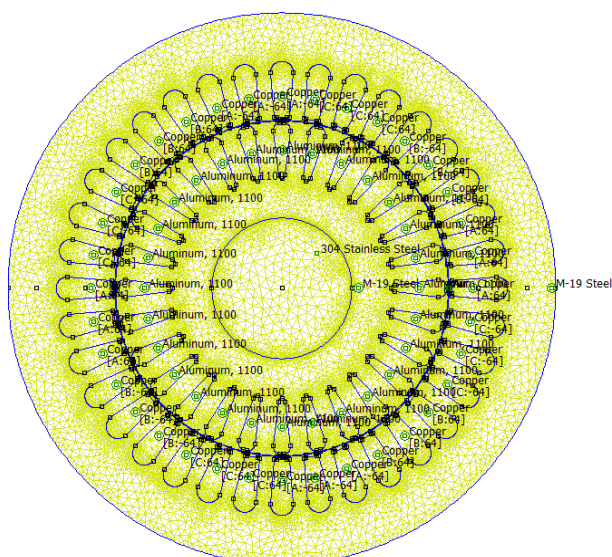


Figure IV.6 : Maillage durant la simulation de l'essai à vide

Les figures IV.7 et IV.8 montrent respectivement la répartition des lignes équipotentiels et l'induction dans l'entrefer durant l'essai à vide.

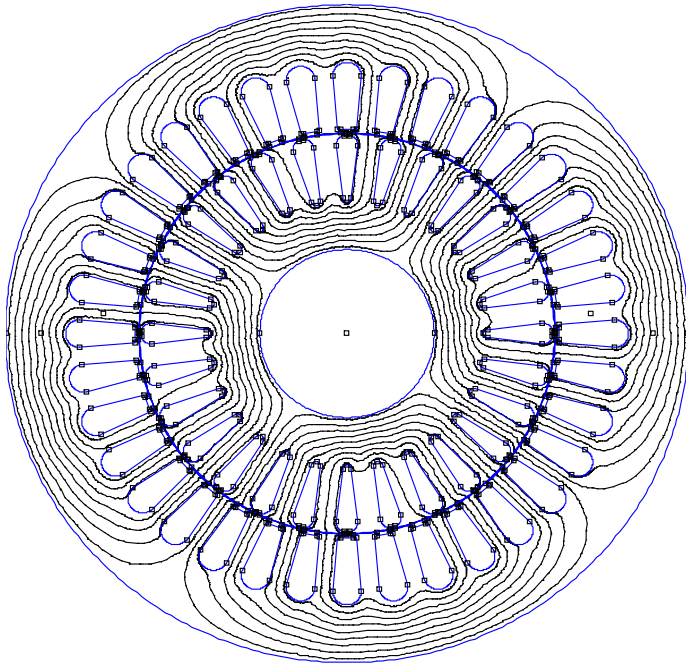


Figure IV.7 : Répartition de la densité de flux magnétique durant l'essai à vide.

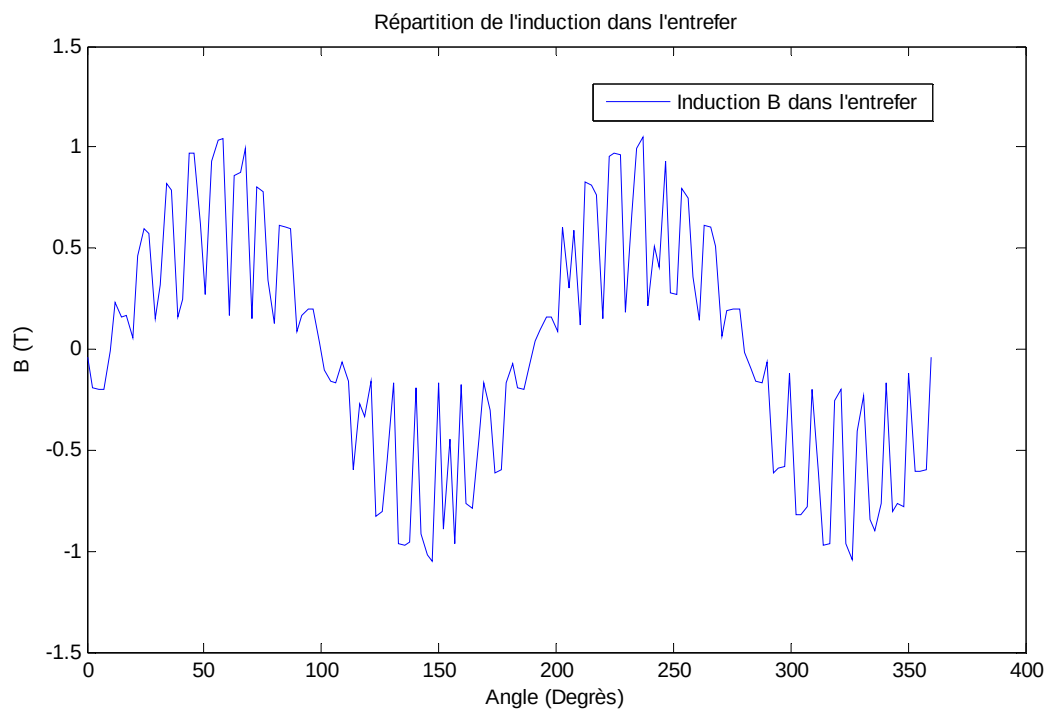


Figure IV.8 : Répartition de l'induction B dans l'entrefer.

IV.3.1 Flux magnétique

Le flux magnétique est calculé à partir du potentiel vecteur magnétique A_z , comme :

$$\varphi_{moy} = L_S \frac{1}{S_{enc}} \sum_{q=1}^{Z_s} \int_{S_q} A_z dS \quad (IV.4)$$

Avec :

S_{enc} : Section de l'encoche statorique [mm²] ;

A_z : Potentiel vecteur magnétique [Wb/m].

Uniquement dans le cas de linéarité de la caractéristique $B=f(H)$ de fer, le flux magnétique se traduit par : $\varphi_b = \varphi_c = -\frac{\varphi_a}{2}$ [13].

Quand la saturation est prise en compte, Le flux magnétique de magnétisation est approximé comme :

$$\varphi_{moy} = \frac{2}{3} \left(\varphi_a - \frac{\varphi_b}{2} - \frac{\varphi_c}{2} \right) \quad (IV.5)$$

Où : $\varphi_a, \varphi_b, \varphi_c$ sont respectivement les flux magnétiques engendrés par les phases A, B, C.

IV.3.2 Tension à vide

La tension à vide est estimée par :

$$E_0 = \omega_0 \cdot \varphi_{moy} \quad (IV.6)$$

Où :

E_0 : Tension composée [V]

ω_0 : Vitesse de rotation à vide [rad / s]

φ_{moy} : Flux magnétique moyen [VS]

La figure IV.9 illustre l'allure de la F.E.M entre phase induite durant l'essai à vide.

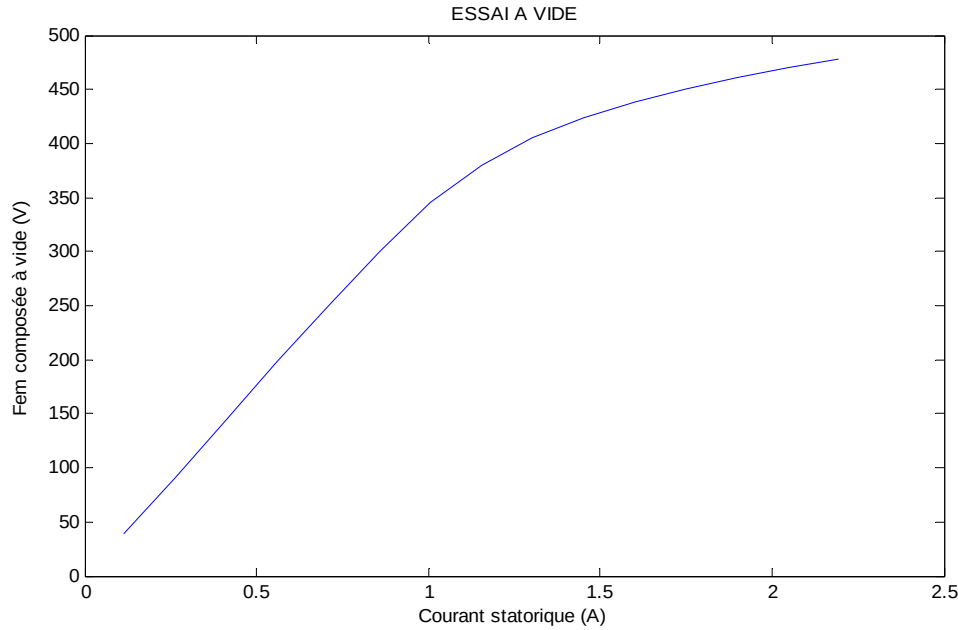


Figure IV.9 : FEM entre phase à vide en fonction du courant statorique

IV.3.3 Énergie magnétique

Le calcul de l'énergie magnétique total est donné par [11]:

$$W_m = \int_{vol} \int_0^B H \cdot dB \cdot dvol \quad (IV.7)$$

Avec :

W_m : Énergie magnétique totale de la machine [J] ;

H : Le champ magnétique [A/m] ;

B : L'induction magnétique [T].

La relation (IV.7) ne peut pas être utilisée. Sa valeur devient faible avec la saturation et ne peut plus être utilisée pour le calcul de l'inductance de magnétisation. Par contre l'énergie apparente :

$$W_{AJ} = \int_{vol} \mathbf{A} \cdot \mathbf{J} \, dvol \quad (IV.8)$$

peut être utilisée pour estimer l'inductance de magnétisation de la machine.

Avec :

W_{AJ} : Intégrale de $\mathbf{A} \cdot \mathbf{J}$ [J] ;

$\mathbf{A}$: Potentiel vecteur [Wb/m] ;

J : Densité de courant [A/mm²] .

On remarque aussi que :

$$W_{AJ} = W_m + W'_m \quad (IV.9)$$

Où :

W'_m est la Co-énergie magnétique exprimée par la relation suivante :

$$W'_m = \int_{vol} \int_0^H B. dH. dvol \quad (IV-10)$$

La figure IV.10 montre une confirmation pour cette remarque où l'inductance de magnétisation est calculée selon trois méthodes différentes. En utilisant le flux magnétique ou l'énergie (IV.8) donnent une valeur correcte de l'inductance apparente.

$$L_m = \frac{2}{3} \frac{W_{AJ}}{I_0^2} \quad (IV.11)$$

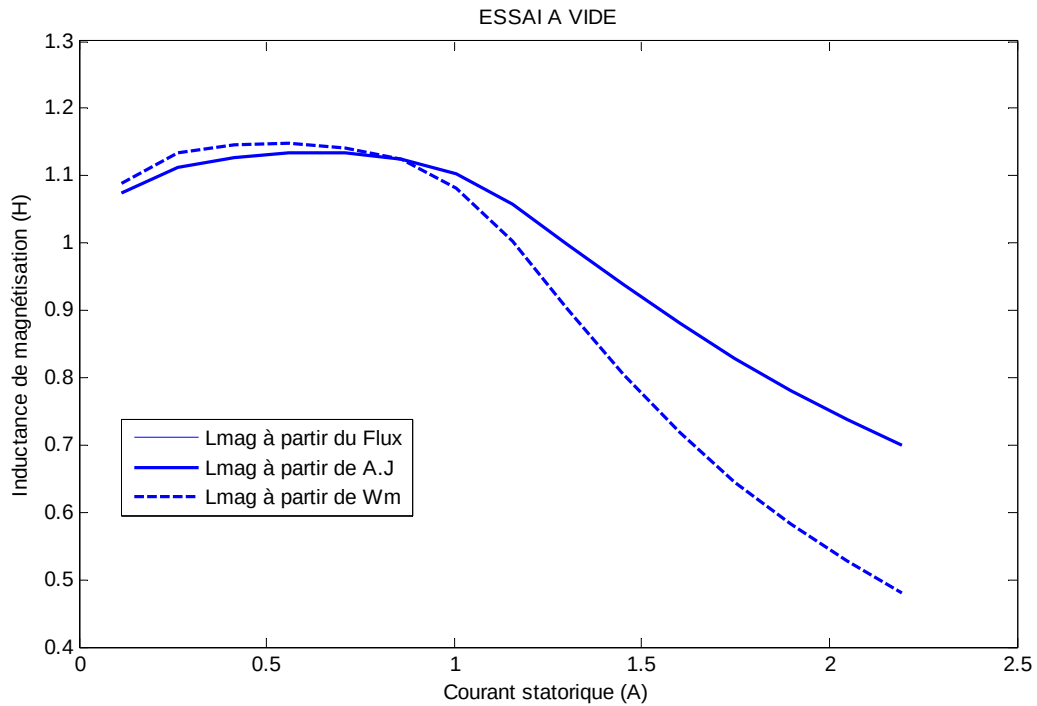


Figure IV.10 : Inductance de magnétisation en fonction du courant statorique.

IV.3.4 Calcul de l'inductance de magnétisation

- À partir du flux magnétique

$$L_m = \frac{\varphi_{moy}}{I_0} \quad (IV.12)$$

- À partir de l'énergie magnétique

$$L_m = \frac{2}{3} \left(\frac{2 W_m}{I_0^2} \right) \quad (IV.13)$$

- À partir de l'intégrale de A.J

$$L_m = \frac{2}{3} \frac{W_{AJ}}{I_0^2} \quad (IV.14)$$

La figure IV.11 montre le flux magnétique et l'inductance de magnétisation en fonction du courant statorique. L'effet de saturation est évident.

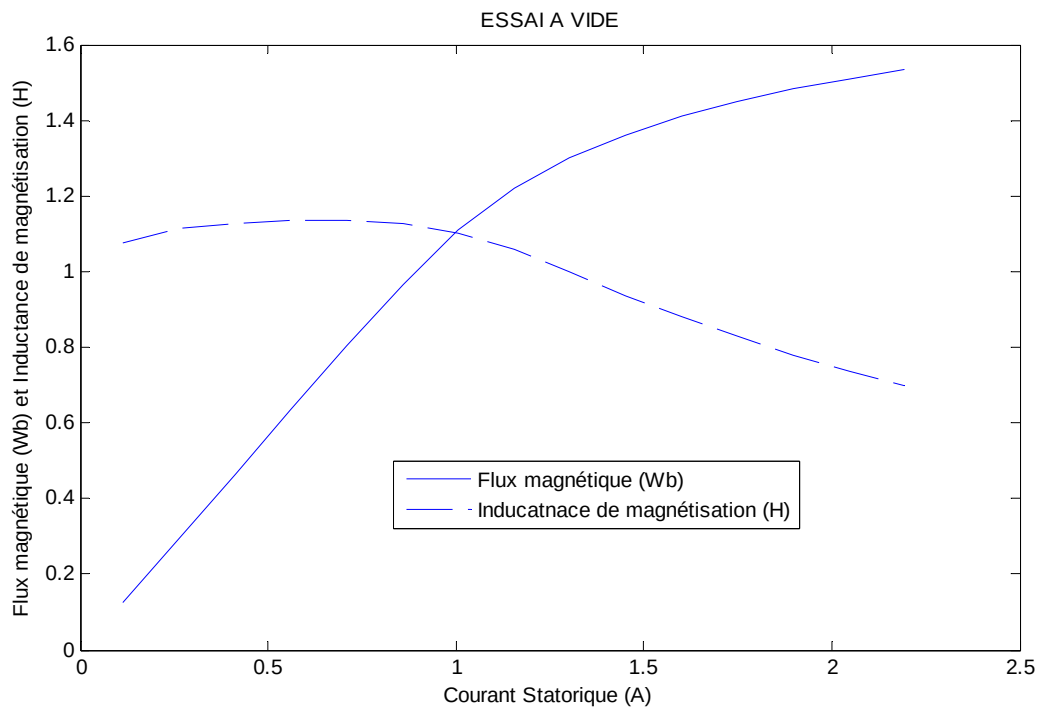


Figure IV.11 : Flux magnétique et inductance de magnétisation en fonction du courant statorique.

Au contraire l'utilisation de l'énergie donnée par la relation (IV.7), l'inductance obtenue n'a pas de sens. La figure IV.12 montre l'énergie magnétique en fonction du courant statorique. Il utile de noter qu'un différent calcul engendre un résultat différent dans la zone de saturation.

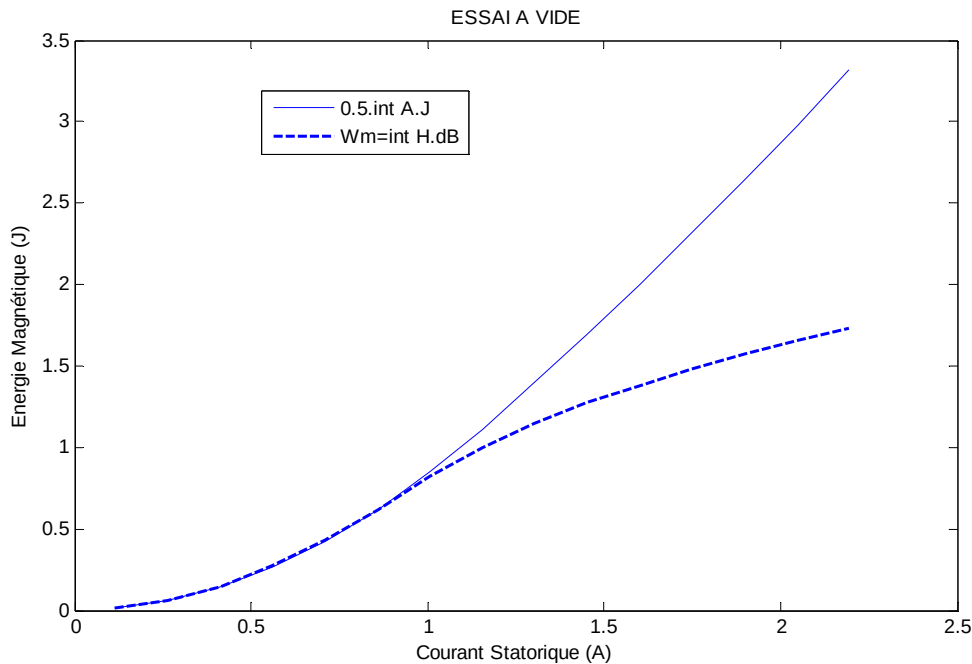


Figure VI.12 : Énergie et Co énergie en fonction du courant statorique

IV.3.5 Résistance de magnétisation

L'induction magnétique dans les dents statorique B_d et dans la culasse statorique B_{cul} est extraite à partir de la solution de la distribution du champ magnétique dans la machine à vide comme le montre la figure IV.13. L'induction magnétique dans la trajectoire du fer est calculée pour estimer les pertes fer. Ces pertes sont symbolisées par une résistance R_0 donnée par la relation suivante :

$$R_0 = 3 \frac{E_0}{P_{fe}} = 3 \frac{(\omega \cdot \varphi_{moy})}{P_{fe}} \quad (IV.15)$$

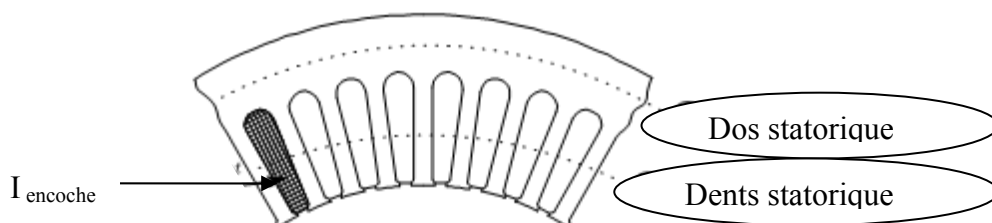


Figure IV.13 : Trajectoires pour le calcul de l'induction magnétique.

L'induction B dans la culasse statorique est montrée par la figure IV.14.

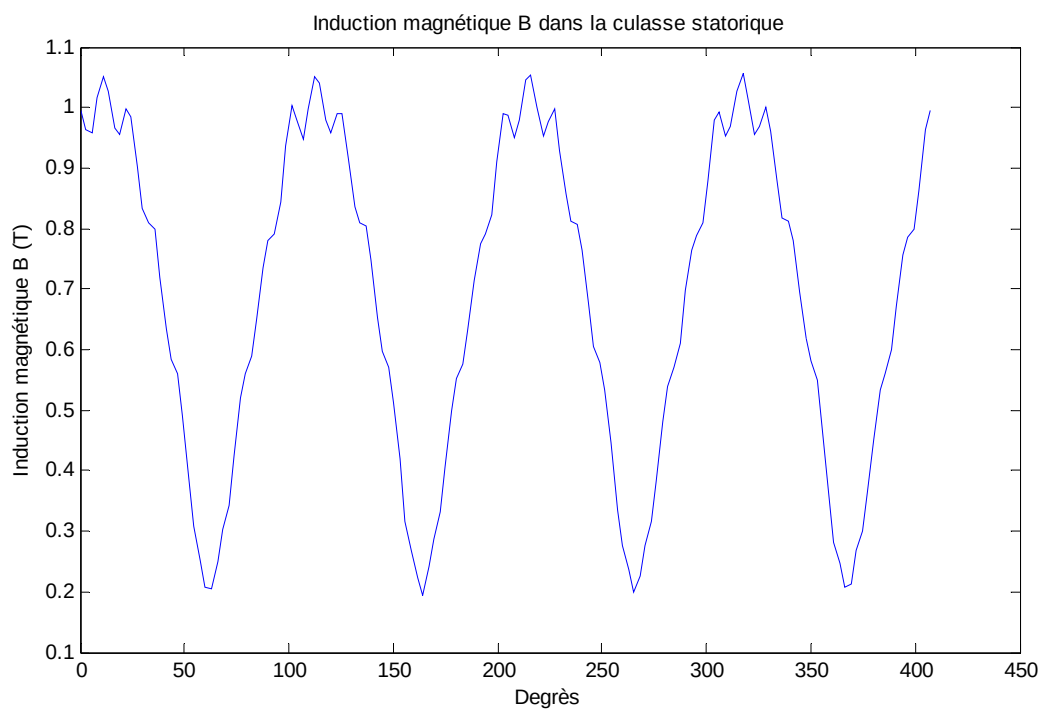


Figure IV.14 : Répartition de l'induction magnétique dans la culasse statorique.

La densité de pertes fer dans la culasse statorique est illustrée par la figure IV.15.

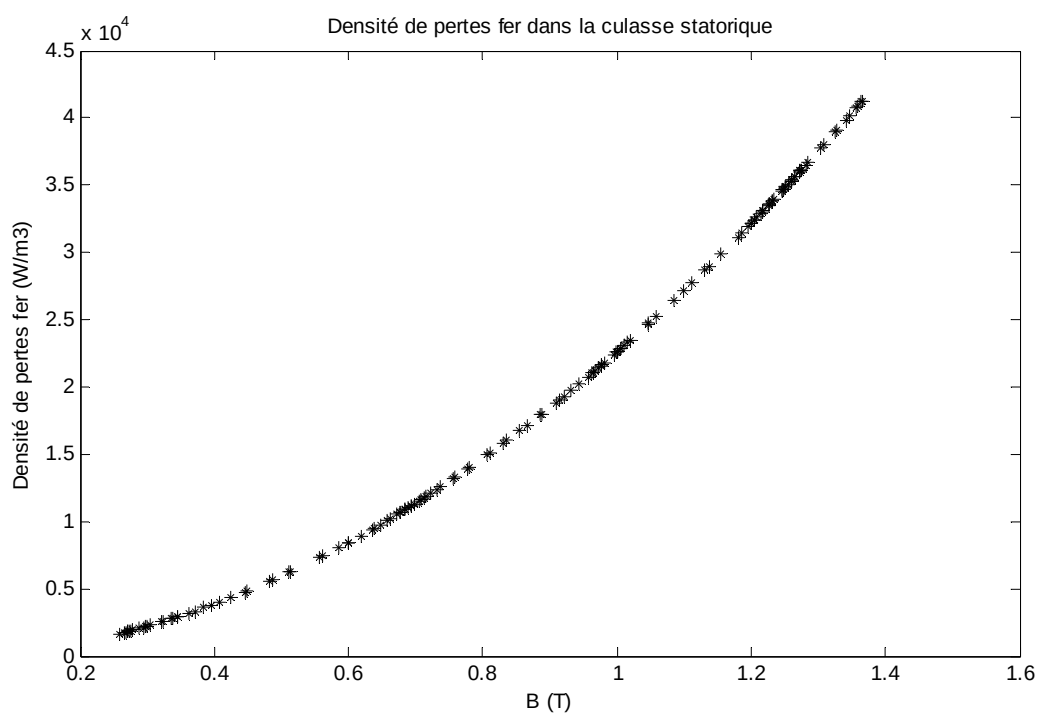


Figure IV.15 : Densité de pertes fer dans la culasse statorique.

La figure IV.16 montre l'allure de la résistance magnétisante en fonction du courant statorique.

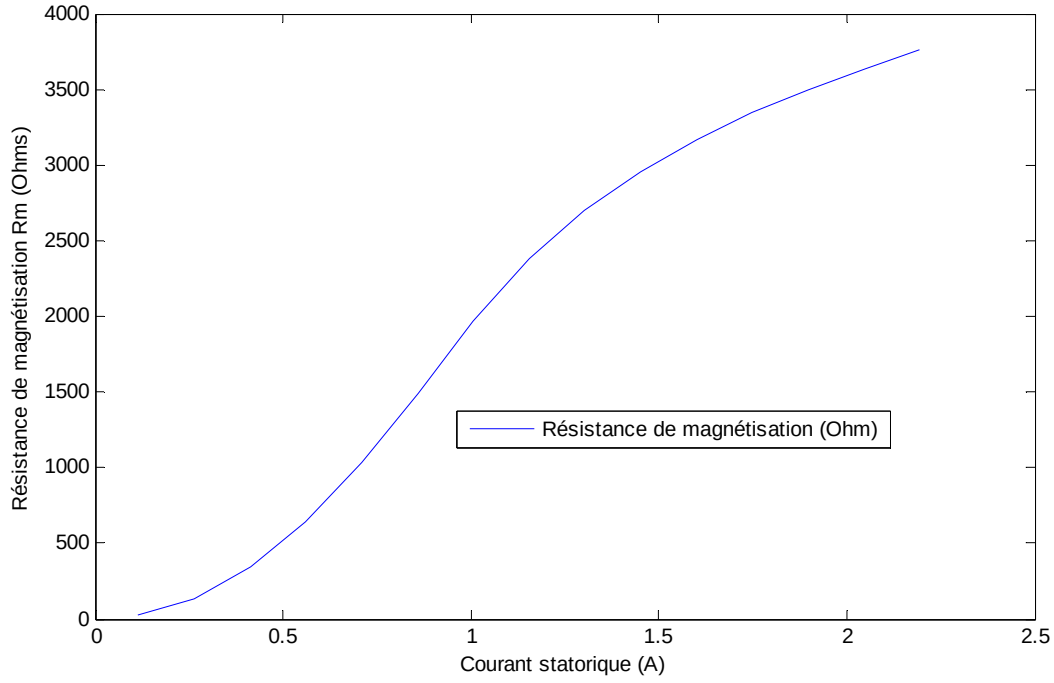


Figure IV.16 : Résistance présentant les pertes fer en fonction du courant statorique.

IV.4. Essai à rotor bloqué

Ces essais sont effectués en supposant un rotor bloqué et en imposant un courant constant dans les encoches statorique. Une série de simulation est effectuée à fréquence variable de telle manière à voir la dépendance des paramètres du rotor sur la fréquence de fonctionnement. Dans ces simulations, le fer est supposé être linéaire, l'inductance de magnétisation correspondante du circuit équivalent de la figure (IV.24) est fixée à sa valeur linéaire. Cette hypothèse n'affecte pas le calcul, puisque l'objectif principal est de calculer les paramètres du rotor [11]. La fréquence de simulation est la fréquence rotorique $f_r = g.f_s$, l'étude magnéto-dynamique est effectuée.

$$\frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} \right) = J_{sz} - j\omega_r \sigma A_z \quad (\text{IV-16})$$

Avec :

ω_r : Pulsation rotorique [rd /s] ;
 σ : Conductivité électrique [MS/m] ;
 A_z : Potentiel vecteur magnétique [Web/m].

À partir de chaque analyse par éléments finis, les grandeurs suivantes sont calculées :

- f (Hz) Fréquence de marche ;
- I_s (A) Courant statorique ;
- φ_a (Vs) Flux magnétique de la phase A (nombre complexe) ;
- φ_b (Vs) Flux magnétique de la phase B (nombre complexe) ;
- φ_c (Vs) Flux magnétique de la phase C (nombre complexe)
- T (Nm) Couple magnétique ;
- P_{jr} (W) Pertes rotoriques ;
- W_m (J) Énergie magnétique ;
- W_{AJ} (J) Intégrale de A.J ;
- W'_m (J) Co-énergie magnétique.

IV.4.1 Courants

Les courants sont assignés en introduisant une notation complexe.

Phases	Courants	Phases	Courants
A	$+\sqrt{2}I_{eff}$	-A	$-\sqrt{2}I_{eff}$
B	$-\frac{\sqrt{2}}{2}I_{eff} - j\frac{\sqrt{6}}{2}I_{eff}$	-B	$+\frac{\sqrt{2}}{2}I_{eff} + j\frac{\sqrt{6}}{2}I_{eff}$
C	$-\frac{\sqrt{2}}{2}I_{eff} + j\frac{\sqrt{6}}{2}I_{eff}$	-C	$+\frac{\sqrt{2}}{2}I_{eff} - j\frac{\sqrt{6}}{2}I_{eff}$

La finesse du maillage est choisie dans les régions des barres rotorique où les courants sont induits et aussi bien dans l'entrefer. La figure IV.17 montre le maillage de la machine à rotor bloqué.

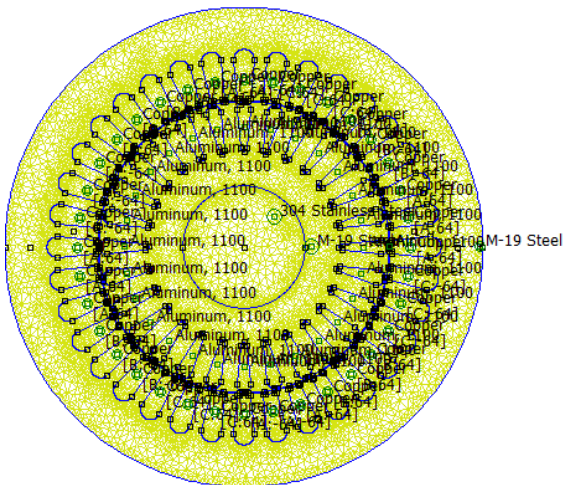


Figure IV.17 : Maillage durant l'essai à rotor bloqué.

Comme exemple, la figure IV.18 montre la densité de flux magnétique durant un essai à rotor bloqué pour la fréquence 50 Hz.

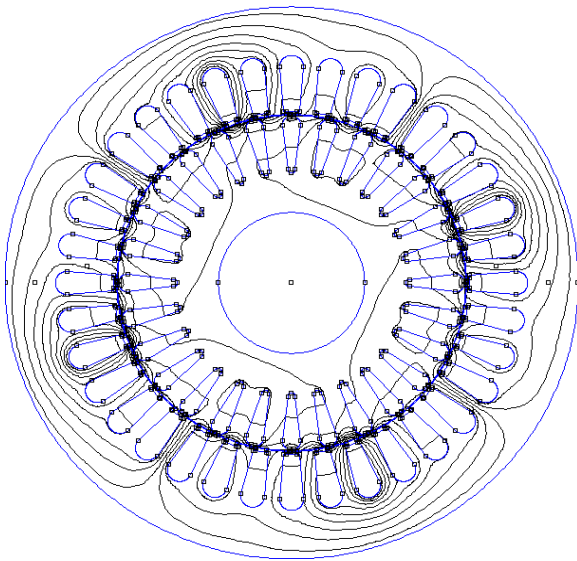


Figure IV.18 : Répartition des lignes équipotielles à rotor bloqué ($f=50$ Hz).

IV.4.2 Énergie magnétique :

En utilisant les memes expressions que dans l'essai à vide on calcule respectivement les quantités : energie magnétique totale, co-energie et energie apparente, les figures IV.19 et IV.20 montre respectivement l'énergie et la coénergie magnétique calculée de différentes façon.

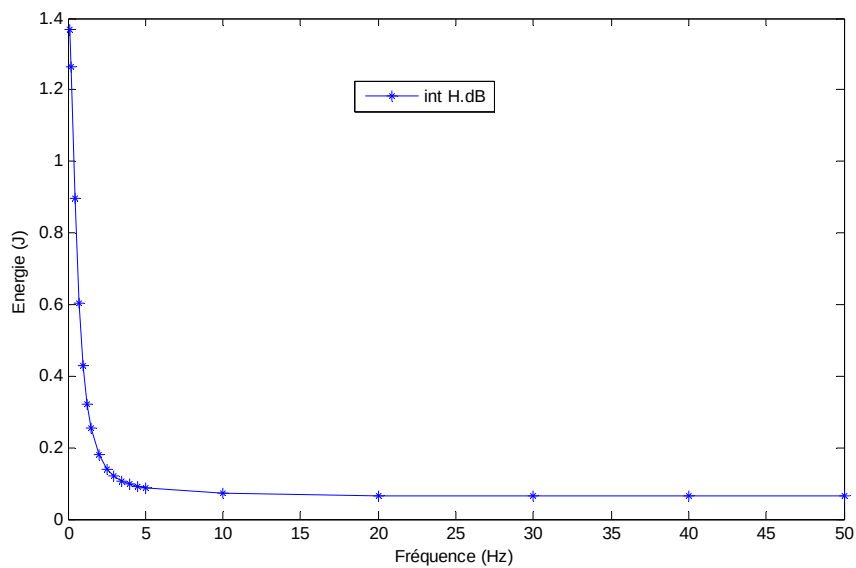


Figure IV.19 : Énergie magnétique en fonction de la fréquence.

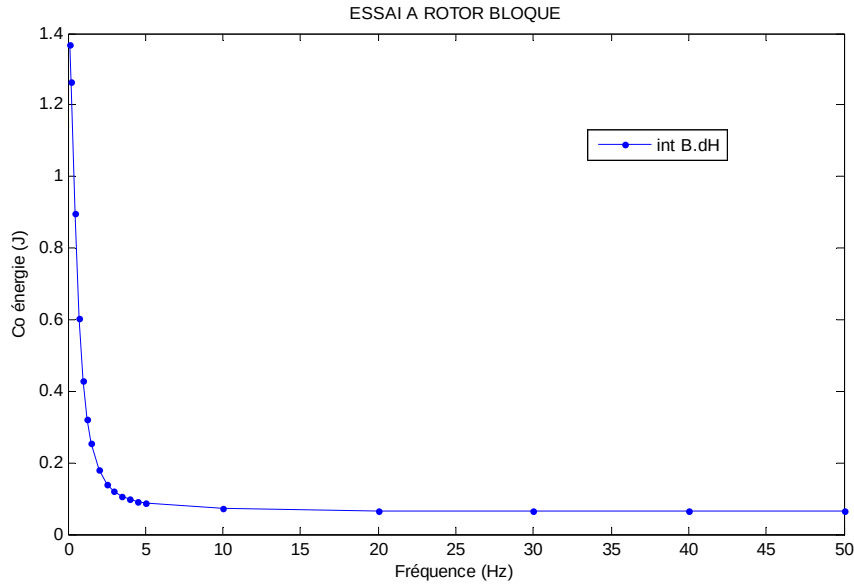


Figure IV.20 : Co-énergie magnétique en fonction de la fréquence.

Dans ce cas, le moteur travail dans des conditions de fonctionnement linéaire de telle sorte que le calcul aboutit au même résultat.

IV.4.3 Pertes Joules rotoriques

La figure IV.21 montre l'évolution du couple en fonction de la fréquence rotorique déterminés avec deux méthodes différentes (Tenseur de Maxwell et perte Joule rotorique). Le tenseur de Maxwell est déterminé le long de contour de l'entrefer. Le couple est aussi proportionnel à la puissance transférée du stator au rotor. Il est égal au rapport entre les pertes Joule rotorique et la vitesse du synchronisme du moteurs.

En sélectionnant les barres rotoriques, les pertes Joule sont calculées [13] :

$$P_{jr} = \frac{1}{2\sigma_{al}} L_s \int_{S_{al}} J_z \cdot J_z^* \cdot dS \quad (IV.17)$$

Où :

P_{jr} : Pertes Joule Rotorique [W] ;

J_z : Densité de courant dans une barre rotorique [A/mm²] ;

J_z^* : Conjugué de J_z [A/mm²] ;

σ_{al} : Conductivité de l'aluminium constituant la barre rotorique [MS/mm] ;

L_s : Longueur du stator [mm].

IV.4.4 Couple

En sélectionnant le rotor, le couple est calculé [13,14] :

- A partir du tenseur de Maxwell

$$T = L_s \oint_{l_{entrefer}} \frac{B_r \cdot B_\theta}{\mu_0} dl \quad (IV.18)$$

Avec :

T : Couple ;

B_r : Induction radiale dans l'entrefer ;

B_θ : Induction tangentielle dans l'entrefer ;

μ_0 : Perméabilité du vide.

- Par les pertes Joule rotorique :

$$T = \frac{P_{jr}}{2\pi f / P} \quad (IV.19)$$

Avec :

P_{jr} : Pertes joule rotoriques [W] ;

f : Fréquence adoptée dans la simulation [Hz] ;

P : Nombre de paire de pôles.

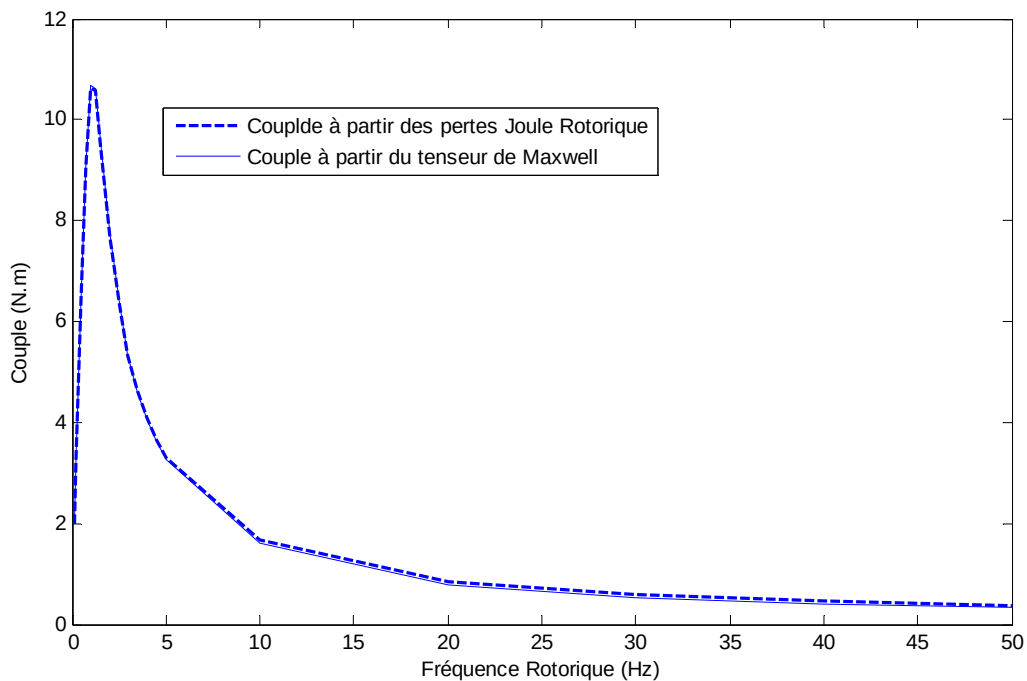


Figure IV.21 : Couple en fonction de la fréquence rotorique.

IV.4.5 Paramètres rotoriques :

La figure IV.22 et IV.23 montrent les paramètres du rotor qui sont déterminés à partir d'une simulation à rotor bloqué correspondant à chaque fréquence de fonctionnement f_r . Les paramètres équivalents sont calculés comme [11,12,13] :

La résistance équivalente est calculée à partir des pertes Joule rotorique :

$$R_{eq} = \frac{P_{jr}}{3I^2} \quad (IV.20)$$

L'inductance équivalente est calculée à partir de l'énergie magnétique.

$$L_{eq} = \frac{2W_m}{3I^2} \quad (IV.21)$$

Où I est le courant efficace utilisé durant la simulation.

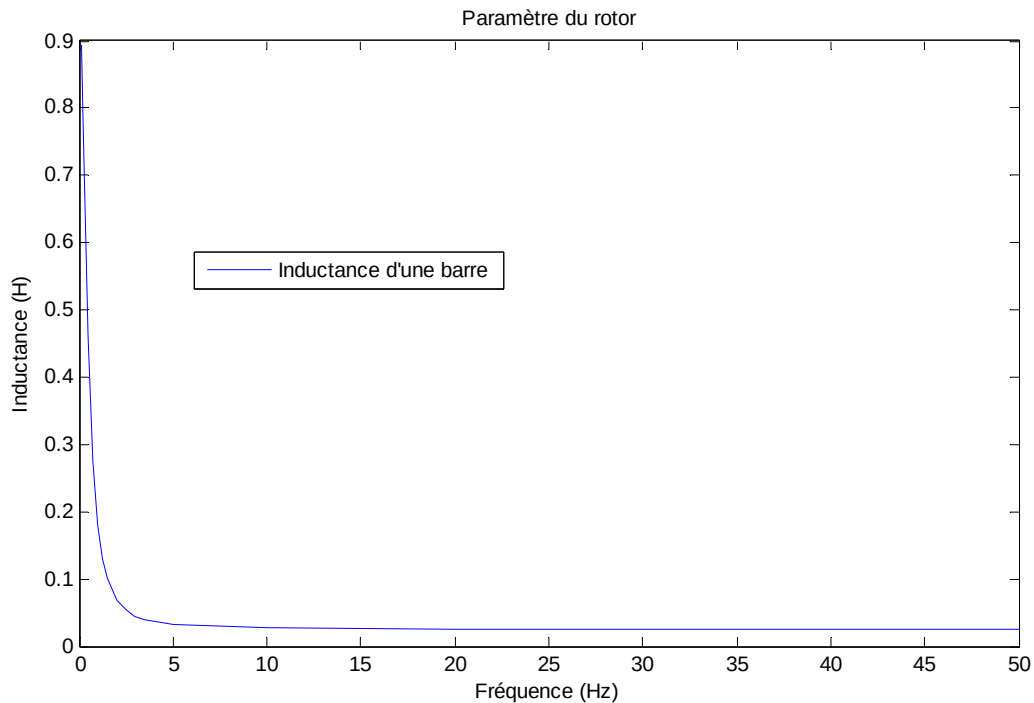


Figure IV.22 : Inductance du Rotor obtenue à partir de la simulation à rotor bloqué.

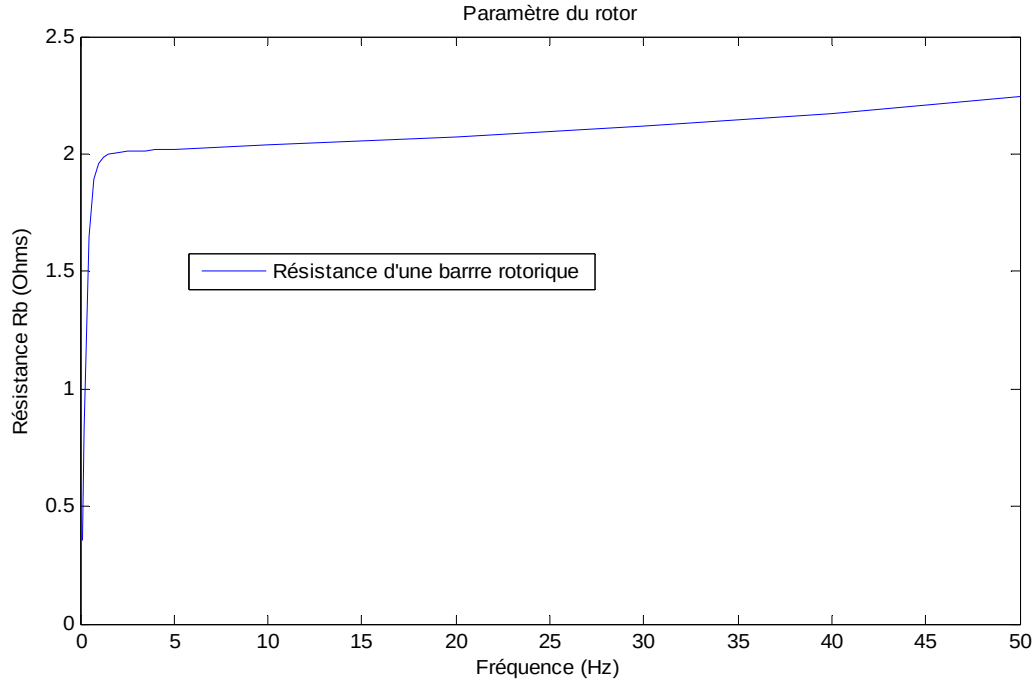


Figure IV.23 : Résistance du Rotor obtenue à partir de la simulation à rotor bloqué

La figure IV.24 montre le circuit équivalent correspondant pour la simulation à rotor bloqué.

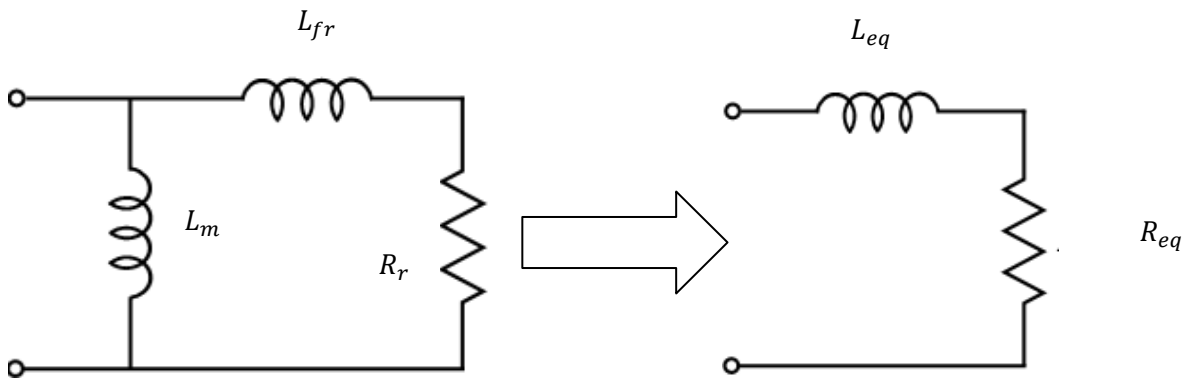


Figure IV.24: Circuit équivalent sous l'essai à rotor bloqué

En se référant à la figure IV.24 et à partir de l'équivalence des deux circuits, on aura :

$$L_r = L_m \frac{L_{eq}(L_m - L_{eq}) - (R_{eq}/w)^2}{(L_m - L_{eq})^2 + (R_{eq}/w)^2} \quad (IV.22)$$

$$R_r = R_{eq} \frac{L_m + L_r}{L_m - L_{eq}} \quad (IV.23)$$

Où :

w : Vitesse de synchronisme.

On remarque que l'inductance de fuite du stator et celle du rotor ne peuvent pas être séparée. La signification de L_r est l'inductance de fuite totale du modèle à deux dimensions ramenée au stator.

IV.5. Calcul tri-dimensionnel

Les paramètres du moteur calculés au moyen de la méthode des éléments finis sont introduits dans le circuit électrique équivalent. Ce dernier est complété en introduisant les paramètres qui ne sont pas calculés par la méthode des éléments finis. Comme précédemment, la résistance statorique, résistance des anneaux de court circuit, les inductances de fuite des têtes de bobines et les anneaux de court-circuit sont calculés.

IV.5.1 Résistance statorique

La résistance normalisée du stator est calculée comme suit [12,13] :

$$R_s = \rho \cdot c_u \cdot \frac{1}{K_{fill} \cdot S_{enc}} \frac{Z_s}{3} \frac{L_{tot}}{L_s} \quad (IV.24)$$

Où :

Z_s : Nombre d'encoches au stator ;

L_{tot} : Longueur totale d'un conducteur donnée par : $L_{tot} = L_s + L_{tet}$ où L_{tet} est la longueur des têtes de bobine qui peut être approximée par : $L_{tet} = \frac{y_q \cdot \pi \cdot D_e}{Z_s}$, où y_q est l'ouverture de la bobine (en nombre d'encoches), on aura, donc [12,13]:

$$\frac{L_{tot}}{L_s} = \left(1 + \frac{y_q}{Z_s} \frac{\pi \cdot D_e}{L_s} \right) \quad (IV.25)$$

IV.5.2 Inductance de fuite des têtes de bobine

Une relation semi-empirique est utilisée pour calculer l'inductance de fuite des têtes de bobines [14] :

$$L_{tet} = \mu_0 \cdot q^2 \cdot \frac{\pi \cdot D}{L_s} \cdot \lambda'_{tet} \quad (IV.26)$$

Avec :

q : Nombre d'encoches par pôles et par phase ;

λ_{tes} : Perméance spécifique qui peut être approchée par $\lambda_{tes} = 0.5$ [12,13].

IV.5.3 Résistance des anneaux de court-circuit

La résistance des anneaux de court-circuit est considérée comme un incrément à la résistance des barres rotoriques en introduisant un facteur correctif K_{ann} comme [12,13]:

$$R_r = R_{r,bar}(1 + K_{ann}) \quad (IV.27)$$

Avec :

$$K_{ann} = \frac{2 \cdot Z_r \cdot D_r \cdot S_{bar}}{\pi \cdot (2p)^2 \cdot L_s \cdot S_{ann}} \quad (IV.28)$$

Où :

Z_r : Nombre d'encoches rotorique ;

D_r : Diamètre moyen des anneaux du court-circuit ;

S_{bar} : Section droite de la barre rotorique.

Quelques fois la résistance de l'anneau est considérée comme une résistance supplémentaire de la barre rotorique. Dans la simulation par éléments finis, la résistivité du conducteur est élevée par le facteur $(1+K_{ann})$. Cependant, comme le montre l'équation (IV.12), la correction dépend de la longueur actuelle du moteur. Il est préférable de rajouter la résistance de l'anneau à la résistance de la barre rotorique dans le circuit électrique équivalent [12,13].

IV.5.4. Inductance de fuite des anneaux de court-circuit

L'inductance de fuite des anneaux de court circuit est donnée par [12,13] :

$$L_{fann} = \mu_0 K_r \left(\frac{K_{enr}}{K_{incl}} \right) \cdot q^2 \frac{\pi D_r}{L_s} \quad (IV.29)$$

Où :

$$K_r = \begin{cases} 0.36 & \text{si } 2p = 2 \\ 0.18 & \text{si } 2p > 2 \end{cases} [13].$$

K_{enr} : Facteur d'enroulement du stator ;

K_{incl} : Facteur d'inclinaison des barres ;

L_{fann} est additionnée à l'inductance rotorique L_r calculée précédemment pour donner :

$$L_{fr} = L_r + L_{fann} \quad (IV.30)$$

IV.5.5 Inclinaison des barres rotoriques :

L'inclinaison des barres est prise en compte en additionnant une inductance de fuite d'inclinaison à l'inductance de fuite du stator en réduisant l'inductance de magnétisation. Ainsi, L_m est réduite à : $L_m(1 - K_{incl}^2)$ et $L_{fs} = L_{ftet} + L_m K_{incl}^2$ [12,15].

Les résultats obtenus des paramètres tridimensionnels sont inscrits dans le tableau IV-5

$R_s(\Omega)$	$R_{ann}(\Omega)$	$R_{bar}(\Omega)$	$L_{f,ann}(H)$	$l_{f,tet}(H)$
12	$7.23e^{-5}$	$6.39 e^{-5}$	$3.75. e^{-5}$	$1.42. e^{-5}$

Tableau 2 : Résultats des paramètres 3-D

IV.6 Conclusion

Dans ce chapitre, une combinaison de la méthode des éléments finis et un calcul analytique est proposée afin de déterminer les paramètres d'un moteur asynchrone à cage de puissance 2.2 kW. La méthode des éléments finis 2-D sous environnement F.E.M.M est utilisée pour calculer les paramètres 2-D du moteur tandis que les paramètres tridimensionnels sont calculés analytiquement. Deux essais ont été simulés : un essai à vide et un essai à rotor bloqué. Qualitativement les résultats obtenus pour un moteur de 2.2 kW sont satisfaisant comparés aux résultats obtenus par les auteurs [11,12,13,20].

CONCLUSION GÉNÉRALE

Conclusion générale

Dans ce travail, l'objectif assigné est la détermination des paramètres d'un moteur asynchrone à cage de puissance 2.2 KW. Une procédure d'analyse est proposée en combinant un calcul par élément finis avec un calcul analytique.

La méthode des éléments finis MEF sous environnement F.E.M.M est utilisée afin de déterminer les paramètres 2.D de la machine, tandis que les paramètres 3.D sont déterminés analytiquement. En effet, deux essais ont été simulés : un essai à vide et un essai à rotor bloqué.

L'essai à vide a permis de déterminer l'évolution des paramètres de la branche de magnétisation, alors que l'essai à rotor bloqué détermine les paramètres du rotor .

Les résultats obtenus sont satisfaisant comparant aux résultats obtenus par les auteurs [14,16,18,19,20].

Nous souhaiterons que ce travail sera complété avec des essais expérimentaux sur le moteur afin de valider l'approche utilisée.

ANNEXE

I-Dimensions géométriques de la machine

Composante	Valeur	Unités
Diamètre extérieur	153	mm
Diamètre intérieur	145	mm
Longueur axiale	192	mm
Nombre d'ailettes	40	-
Hauteur de l'ailette	20	mm
Distance entre deux ailettes	10	mm

Tableau 1 : Dimensions de la carcasse

Composante	Valeur	Unités
Diamètre extérieur	145	mm
Diamètre intérieur	88.5	mm
Diamètre intérieur de la culasse	119.53	mm
Longueur axiale	110	mm
Nombres d'encoches	36	-
Section de l'encoche	70.4	mm ²
Épaisseur du caniveau d'encoche	0.225	mm
Nombre de brins actifs par encoche	64	-
Diamètre du conducteur nu	0.71	mm
Diamètre du conducteur isolé	0.753	mm
Section de cuivre dans l'encoche	25.34	mm ²
Épaisseur de l'entrefer	0.25	mm
Classe d'isolation	F	-

Tableau 2 : Dimensions du stator

Composante	Valeur	Unité
Diamètre extérieur	88	mm
Diamètre extérieur de la culasse	57.75	mm
Diamètre de l'arbre	37	mm
Longueur axiale	110	mm
Nombre d'encoches	28	
Section de l'encoche	45.33	mm ²
Diamètre extérieur de l'anneau de court circuit	86.5	mm
Diamètre intérieur de l'anneau de court circuit	48	mm
Nombre d'ailettes à l'extrémité de l'anneau de court circuit	7	

Tableau 3 : Dimensions du rotor.

II- Caractéristiques nominales de la machine

Toutes les données nous ont été communiquées par le constructeur ELECTRO-INDUSTRIE (EX ENEL-MEL-AZAZGA)

Caractéristique	Valeur	Unités
Puissance utile	2.2	KW
Nombres de phases	3	-
Fréquence de l'alimentation	50	Hz
Vitesse de rotation	1500	TR /mn
Glissement	4.66	%
Tension d'alimentation	380	V
Connexion des enroulements	Triangle (Δ)	-
Courant absorbé	5.2	A
Facteur de puissance	0.83	-
Rendement	78	%
Résistance d'une phase au stator à 20°C	7.63	Ω
Hauteur d'axe	100	mm
Couple nominale	15	N.m
Couple démarrage/Couple nominal	2.3	-
Couple Max/Couple nominal	2.6	-
Courant démarrage/Courant nominal	5.9	-

Tableau 4 : Caractéristiques nominales da la machine étudiée.

III- Formes et dimensions des encoches

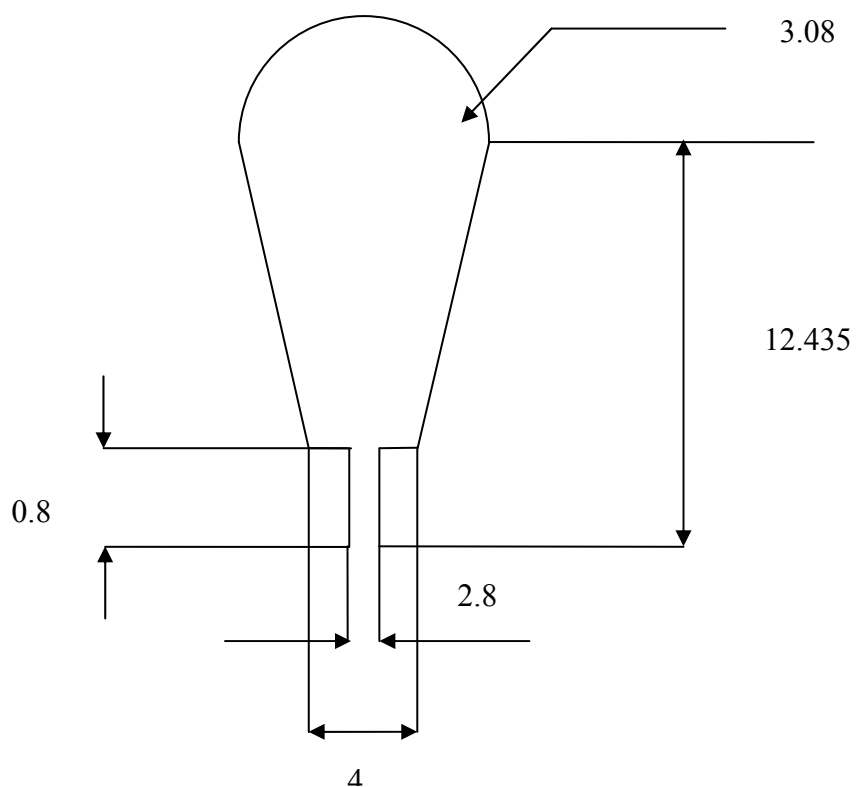


Figure 1 : Forme et dimensions de l'encoche statorique

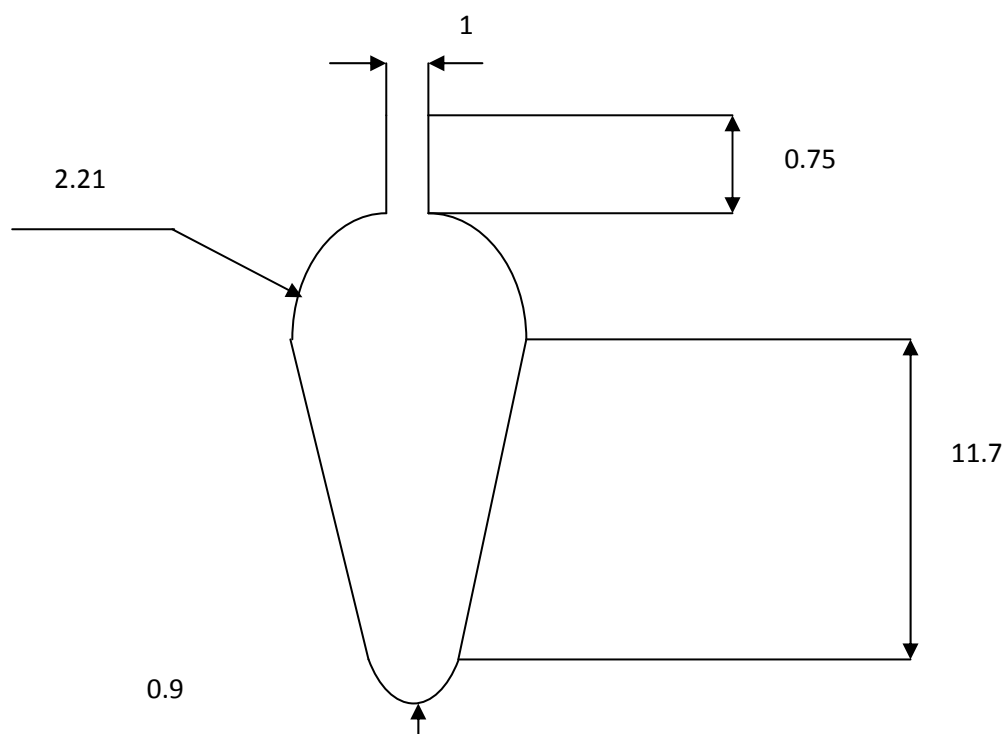


Figure 2 : Forme et dimensions de l'encoche rotorique.

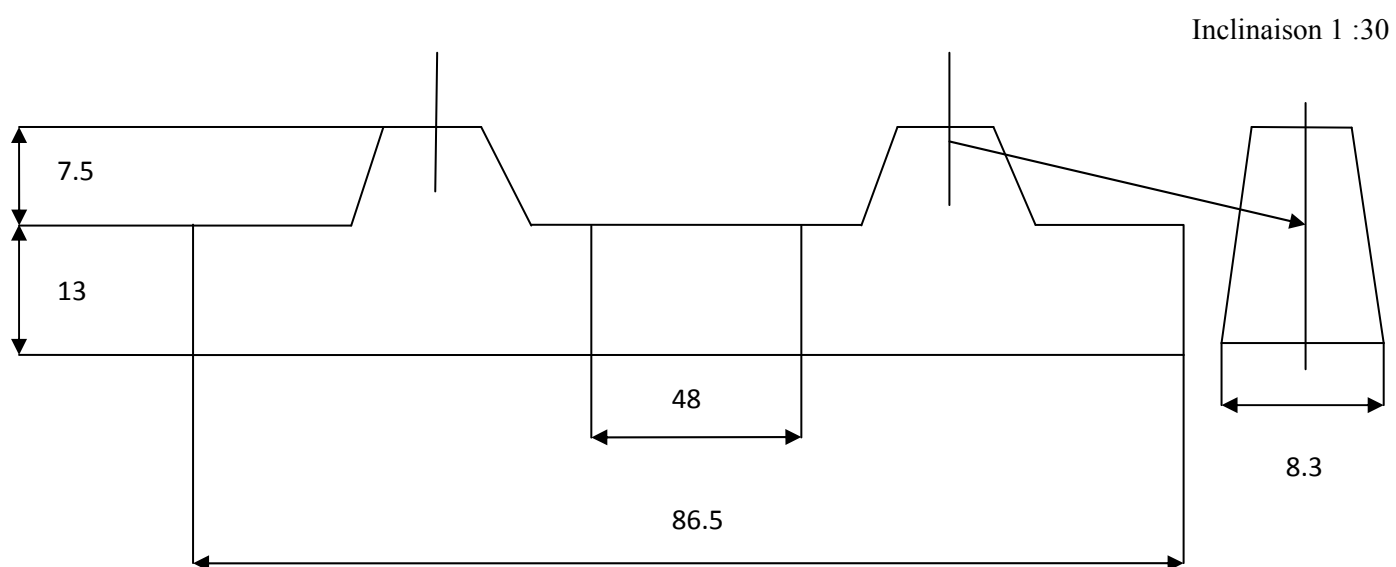
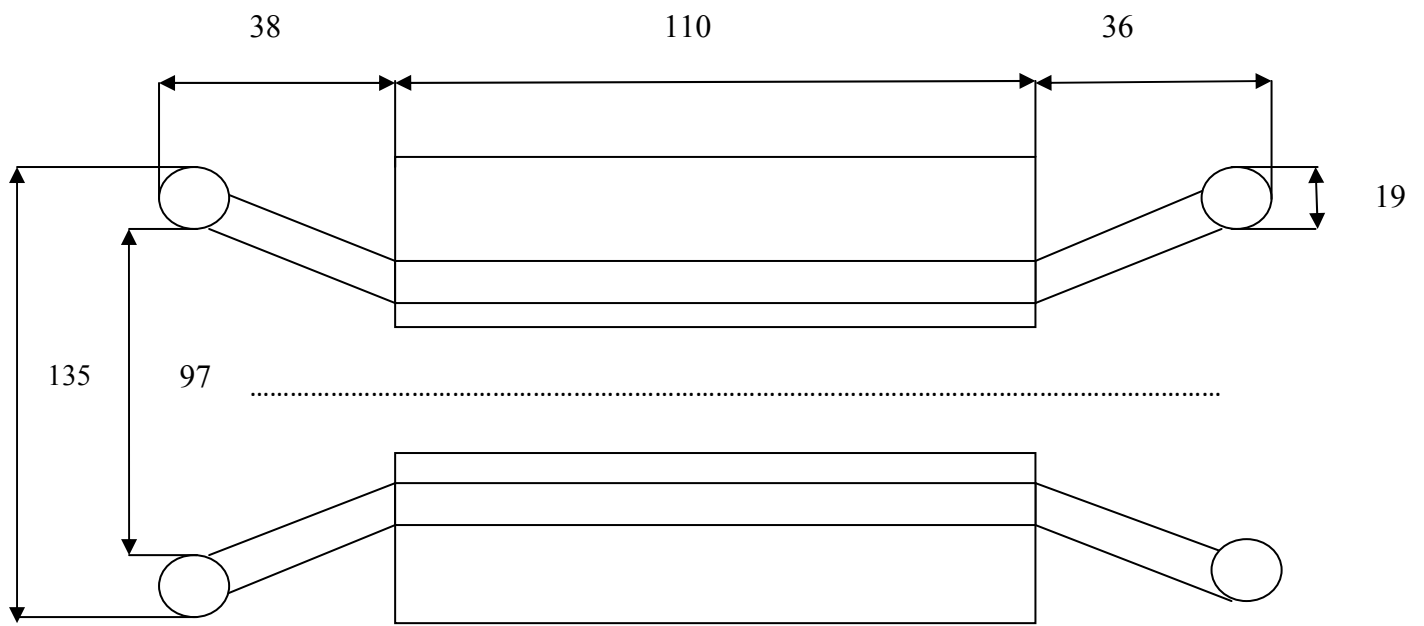
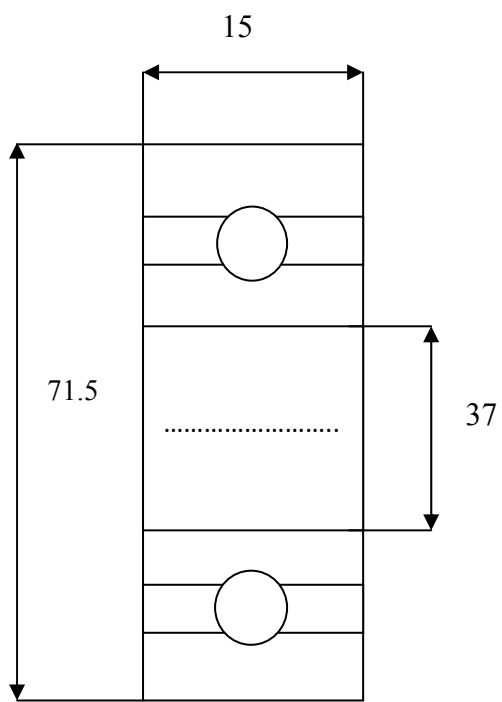


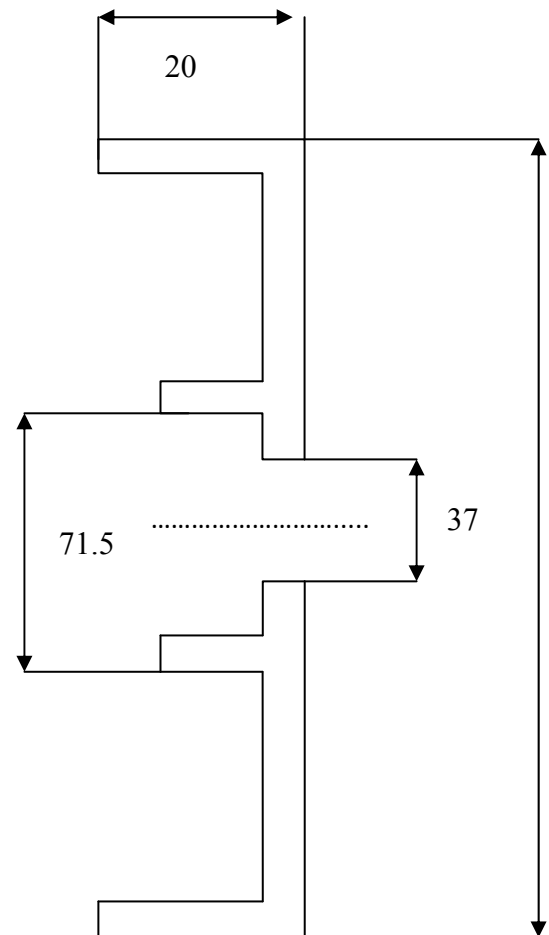
Figure 3 : Forme et dimensions de l'anneau du court circuit



(a)



(b)



(c)

Figure 3 : Dimensions des extrémités de la machine.
a : Têtes des bobines.
b : Roulement.
c : Flasque.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] T. Achour, « Diagnostic de défauts électriques et mécaniques de la machine asynchrone ». Mémoire d'Ingénieur, ENP 2008.
- [2] M. Hidouche, R. Achouri, « Commande vectorielle de la machine asynchrone ». Mémoire d'Ingénieur, ENP 2007.
- [3] www.techniques-ingenieur.fr « Moteurs asynchrones : Choix et problèmes connexes ».
- [4] S. Zourdani, « étude de la détermination des pertes de puissance dans les moteurs asynchrones triphasés ». Mémoire de Licence professionnelle, UMMTO, 2011.
- [5] Cours Schneider-Electric, « Les moteurs électriques, cahier technique n° 207 dirigé par Etienne Gauheron » CT207 édition, juin 2004.
- [6] M. Bouheraoua, « Contribution à la modélisation thermique d'un moteur asynchrone à cage ». Thèse de Doctorat, U.M.M.T.O, 2008 ;
- [7] R. Rebbah, « Calcul et Conception Assistée par Ordinateur des machines électriques, application aux moteurs asynchrones ». Thèse de Magister, Université Mentouri Constantine, 2006.
- [8] R. Saraoui, « Étude d'une machine synchrone avec la méthode des éléments finis ». Thèse de Magister, U.M.M.T.O, 2010.
- [9] G. Dhatt, D. Touzot « Une présentation de la méthode des éléments finis » Edition Maloin, Paris, 1984.
- [10] D. Meeker, « Finite Element Method Magnetic 4.2-User's Manual » .
- [11] N. Bianchi and L. Alberti « Finite element analysis of the induction motor », Department of Electrical Engineering, University of Padova, June 1, 2006
- [12] L. Alberti, N. Bianchi, and S. Bolognani, «A rapid prediction of IM performance using a combined analytical and finite element analysis», in IEEE International Electric Machines & Drives Conference. (IEMDC '07), vol. 1, Antalya, Turkey, May 3-5 2007, pp. 334-340.
- [13] Nicola Bianchi and Luigi Alberti, « A Modern Analysis Approach of Induction Motor for Variable Speed Applications ». Thèse, University of Padova, Department of Electrical Engineering, 2009.
- [14] W. Schuisky, Berechnung Elektrischer Maschinen. Springer Verlag, Wien, 1967.
- [15] S. Williamson and A. Smith, «Field analysis for rotating induction machines and its relationship to the equivalent circuit », IEE Proc., Pt. B, Elect. Power Applications, vol. 127, no. 83-90, March 1980.

- [16] C. Veinott, « Theory and Design of Small Induction Motors », NewYork; McGraw-Hill Book Company, 1959.
- [20] S. Williamson and J. Ralph, « Finite-element analysis of an induction motor fed from a constant-voltage source », IEE Proc., Pt. B, vol. 130, no. 1, pp.18-24, Jan. 1983.
- [17] S. Williamson and J. Ralph « Finite element analysis of an induction motor fed from a constant voltage source», IEE Proc., Pt. B, vol. 130, no. 1, pp.18-24, Jan. 1983.
- [18] S.Williamnson, A. Smith, M. Begg, and J. Smith, « General techniques for the analysis of induction machines using finite elements », in Proc.of International Conference on Evolution And Modern Aspect of Induction motors, Turin, Italy, July 8-11-1986, pp. 389-395.
- [19] A. Arkkio, « Analysis of induction motors based on the numerical solution of the magnetic field and circuit equations», Ph. D. Thesis, Helinski university of technology, Helinski, Finland, Laboratory of Electromechanics, 1987, acta Polytechnica Scandinava, Electr. Eng. Series No.59.
- [20] N. Bianchi, S. Bolognani and G. Comelato, « Finite element of analysis of three-phase induction motors: Comparison of two different approaches», IEEE Transactions of Energy Conversion, vol.14, no. 4, pp. 1523-1528, Dec 1999.