

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MOULOUD MAMMERI DE TIZI OUZOU
FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET DE L'INFORMATIQUE
DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE



MEMOIRE

de fin d'études

en vue de l'obtention du

Diplôme d'ingénieur d'état

en Electrotechnique

Option : Machines électriques

THEME

**Etude d'un transformateur de
puissance triphasé par la méthode des
éléments finis**

Proposé par :

M^r : T. OTMANE CHERIF

et

M^r : M. ZAOUIA

Dirigé par :

M^r : M. ZAOUIA

Etudié par :

M^r : M. AFETTOUCHE

M^r : T. ARAB

Promotion 2010

Remerciements

*Nous tenons à remercier, en premier lieu le **BON DIEU** de nous avoir donné le courage et la patience pour faire ce travail.*

*Nous remercions aussi notre promoteur **M^r T.OTMANE CHERIF** Maître de Conférence et notre co-promoteur **M^r M. ZAOUIA** Maître –Assistant- Classe A- à l'université Mouloud MAMMERI de Tizi-Ouzou, pour nous avoir suivi et guidé du début à la fin de ce projet.*

*Nous remercions également **M^r N.MUFID ZADA** pour son aide et tous les conseils qu'il nous à prodigués.*

Ainsi qu'à tous les enseignants qui ont contribué à notre formation tout au long de notre cursus.

Nos vifs remerciements à l'égard des membres de jury qui nous ferons l'honneur de juger notre travail.

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail à :

- La mémoire de mon grand père ;*
- Mes grands parents ;*
- Ma mère et mon père ;*
- Ma sœur et mes deux frères ;*
- Mes oncles et mes tantes ;*
- Toute la famille ;*
- Tous mes amis ;*
- Tous les étudiants de ma promotion ;*
- Toute la Kabylie ;*

TARIK

Je dédie ce modeste travail à :

- La mémoire de mes grands parents ;*
- Mon père et ma mère ;*
- Mes frères et sœurs ;*
- Tous mes amis ;*
- Ma chère future femme ;*
- Tous les étudiants de ma promotion ;*

MEHANA

Sommaire

Introduction générale	1
Chapitre I : Généralités sur les transformateurs triphasés	
I.1.Introduction	3
I.2.Constitution d'un transformateur	3
I.2.1. Partie active	3
I.2.1.1. Enroulements	4
1) Disposition des enroulements.....	4
a) Disposition concentrique simple	4
b) Disposition concentrique double	5
c) Disposition en galettes	5
2) Couplage des enroulements	5
a) Couplage étoile-étoile	6
b) Couplage triangle-étoile	7
c) Couplage étoile-zigzag	8
I.2.1.2. Circuit magnétique	8
1) Le circuit magnétique classique	8
2) Le circuit magnétique cuirassé	9
I.2.2 Partie constructive.....	9
I.2.2.1. La cuve.....	9
I.2.2.2. Le couvercle.....	9
I.2.2.3. Les traversées	10
I.3. Principe de fonctionnement	10
I.3.1. Equations générales d'un transformateur de puissance.....	11
I.3.2. Les pertes dans le transformateur.....	12
I.3.3. Refroidissement des transformateurs	13
I.3.4. Réglage de la tension.....	13
I.3.4.1. Les régleurs à vide de transformateurs.....	14
I.3.4.2. Les régleurs en charge.....	14
I.3.4.3. Principe de fonctionnement.....	14
I.4. Domaines d'utilisation	15

I.5. Inconvénients et défauts des transformateurs.....	16
I.5.1. Point chaud régleur	16
I.5.2. Court-circuit	16
I.5.3. Surtensions	16
I.5.4. Fuite d'huile	17
I.6. Conclusion.....	17

CHAPITRE II : Phénomènes et modèles électromagnétiques

II.1.Introduction.....	18
II.2. Les équations de Maxwell.....	18
II.2.1.Première équation de Maxwell.....	18
II.2.2.Deuxième équation de Maxwell.....	19
II.2.3.Troisième équation de Maxwell.....	19
II.2.4.Quatrième équation de Maxwell.....	19
II.3.Relation de milieu	19
II.3.1.Milieu électrique	19
II.3.2.Milieu magnétique.....	19
II.4.Loi d'Ohm.....	20
II.5.Conditions aux limites.....	20
II.5.1.Condition de Dirichlet.....	20
II.5.2.Condition de Neumann.....	20
II.5.3.Condition de type mixte.....	21
II.6.Phénomènes et modèles électromagnétiques.....	21
II.6.1.Modèle magnétostatique.....	21
II.6.2.Modèle magnétodynamique.....	23
II.6.3.Modèle Electrostatique.....	24
II.6.4.Modèle Electrodynamique.....	25
II.7.Différentes méthodes de résolution des équations aux dérivées partielles.....	26
II.7.1.Méthodes analytiques.....	26
II.7.1.1. La méthode de transformations conformes.....	26
II.7.1.2.La méthode de séparation des variables.....	26
II.7.2.Méthodes numériques.....	27
II.7.2.1.Méthode des différences finies.....	27

a) Avantages de la méthode.....	29
b) Inconvénients de la méthode.....	29
II.7.2.2.Méthode des circuits couplés.....	29
a) Avantages de la méthode.....	30
b) Inconvénients de la méthode.....	30
II.7.2.3.Méthode d'intégrale de frontière.....	30
a) Avantages de la méthode.....	31
b) Inconvénients de la méthode.....	31
II.7.2.4.Méthode des éléments finis.....	31
II.8.Conclusion.....	31

Chapitre III : Méthode des éléments finis et discrétisation des équations aux dérivées partielles

III.1. Introduction.....	32
III.2. Principe de la méthode des éléments finis.....	32
III.3. Mise en œuvre de la méthode des éléments finis.....	33
III.3.1. Formulation intégrale.....	33
III.3.1.1.Formulation variationnelle.....	33
III.3.1.2. Formulation projective.....	34
III.3.2. Discrétisation du domaine d'étude.....	34
III.3.3. Calcul de la fonction d'approximation.....	35
III.3.4. Conditions aux limites.....	36
a) Condition de type DIRICHLET.....	37
b) Condition de type NEUMANN.....	37
c) Condition mixte (ou ROBIN).....	37
III.4. Discrétisation des équations aux dérivées partielles (EDP).....	37
III.4.1. Modèles magnétostatiques.....	37
III.4.2. Modèle magnétodynamique.....	38
III.4.3. Modèle électrostatique.....	39
III.5. Présentation du logiciel FEMM.....	40
a) Préprocesseur (femme.exe).....	40
b) Solutionneur (fkerne.exe).....	40
c) Post processeur (femmview.exe).....	41

III.6. Conclusion.....	41
CHAPITRE IV : Etude du transformateur triphasé	
IV.1. Introduction.....	42
IV.2. Présentation du transformateur triphasé	42
IV.3. La géométrie du transformateur en deux dimensions.....	43
IV.4. Domaine d'étude et conditions aux limites.....	45
IV.5. Maillage éléments finis du transformateur.....	45
V.6. Résultats et interprétation.....	46
IV.6.1. Etude électromagnétique du transformateur.....	46
IV.6.1.1. Calcul des résistances des enroulements HT et BT.....	56
IV.6.1.2. Calcul des inductances des enroulements HT et BT.....	56
IV.6.2. Etude en régime électrostatique du transformateur.....	59
IV.7. Conclusion	65
Conclusion générale	66

A decorative graphic consisting of a horizontal line at the top right, a vertical line on the left, and a horizontal line at the bottom right, all connected by rounded corners. The top-right and bottom-left corners feature a grey scroll-like shape.

Introduction générale

L'étude des systèmes électromagnétiques a pour but d'obtenir la distribution des champs magnétique et électrique en vue d'une évaluation précise des grandeurs globales (résistances, inductances, ...). Cette étude peut être menée dans un premier temps à la description du dispositif électromagnétique à étudier par un ensemble de modèles mathématiques et équations aux dérivées partielles, régissant les phénomènes physiques, avec les caractéristiques des matériaux. En tenant compte des géométries (simple, complexe, 2D ou 3D), des natures des sources d'alimentations (en courant ou en tension) ainsi que du couplage des divers phénomènes (électrique, magnétique,...), on choisit les méthodes de résolution adaptées en s'appuyant essentiellement sur les méthodes numériques [14].

L'avènement de l'outil informatique a contribué au développement de plusieurs méthodes numériques de résolution des équations aux dérivées partielles, entre autre la méthode des éléments finis et la méthode des différences finis, qui sont d'utilisation plus large.

Parmi ces méthodes on retiendra la méthode des éléments finis qui est fortement développée, son principe est relativement simple du point de vue mathématique. Elle est très adaptée aux études des géométries complexes et aux traitements des problèmes non linéaires.

L'évolution des technologies de l'électromagnétisme et la mise en évidence des phénomènes couplés (électromagnétiques) ont permis d'évoluer la conception et les performances du transformateur de puissance, qui est un composant fondamental en électrotechnique. Il s'est imposé comme l'un des équipements essentiels dans les réseaux d'énergie électrique et son utilisation est primordial pour le transport de l'énergie électrique. L'étude du transformateur de puissance constitue l'un des piliers de l'électrotechnique.

Pour décrire de façon très fine et de manière générale son fonctionnement, il est indispensable de considérer l'interaction entre les champs magnétiques et électriques car les grandeurs électriques et magnétiques sont significativement dépendantes les unes des autres. Notre travail sera consacré à l'étude d'un transformateur de puissance triphasé en utilisant la méthode des éléments finis.


Notre étude concernera principalement dans un premier temps, l'évaluation et la répartition de l'induction magnétique ainsi que le potentiel vecteur magnétique en régime magnétodynamique harmonique dans le transformateur.

Après l'obtention des résultats tels que l'induction magnétique et le potentiel vecteur magnétique, nous procéderons au calcul des résistances et des inductances des enroulements du transformateur de puissance considéré pour différentes valeurs de courant d'alimentation.

En seconde lieu, nous nous intéresserons à la répartition du champ et du potentiel électrique entre les enroulements du transformateur séparés par des isolants (papier imprégné dans l'huile).

Le premier chapitre de notre travail s'intéresse aux généralités sur les transformateurs triphasés, leurs principes de fonctionnement, les différents domaines de leurs utilisations, leurs inconvénients et leurs défauts. Dans le deuxième chapitre nous décrivons les modèles électromagnétiques en régime statique et dynamique sous formes d'équations aux dérivées partielles en se basant sur les équations de Maxwell. Nous exposerons par la suite les différentes méthodes de résolution de ces équations telles que les méthodes analytiques et numériques ainsi que leurs avantages et inconvénients. Le troisième chapitre sera consacré à la présentation de la méthode des éléments finis, la formulation des modèles électromagnétiques et la discrétisation des équations aux dérivées partielles en utilisant la projective de Galerkin ainsi qu'un aperçu sur le logiciel (F.E.M.M) qui sera utilisé pour l'étude de notre application. Le quatrième chapitre représente l'application en régime magnétodynamique harmonique et en régime électrostatique du transformateur de puissance triphasé considéré.

Nous terminerons notre étude par une conclusion générale.

A decorative graphic of a scroll with a black outline and grey shading on the top and bottom edges, framing the central text.

Chapitre I

Généralités sur les

transformateurs triphasés

I.1.Introduction

Sans la possibilité d'élever et d'abaisser la tension, la transmission de l'énergie électrique à grande distance ne sera pas possible. Le transformateur est donc la cause déterminante qui a rendu possible les réseaux de distribution que nous possédons actuellement. Le transformateur, sous sa forme générale, contient deux enroulements électriquement séparés, et magnétiquement liés par un noyau ferromagnétique. L'enroulement excité est appelé primaire, et l'autre est le secondaire. On présentera dans ce chapitre les différentes parties qui constituent un transformateur de puissance ainsi que son principe de fonctionnement [1].

I.2.Constitution d'un transformateur

On peut diviser les constituants d'un transformateur en deux parties différentes:

- La partie active.
- La partie constructive.

I.2.1. Partie active

Les composants actifs dans un transformateur sont les enroulements et le circuit magnétique représentés par la Figure I.1.

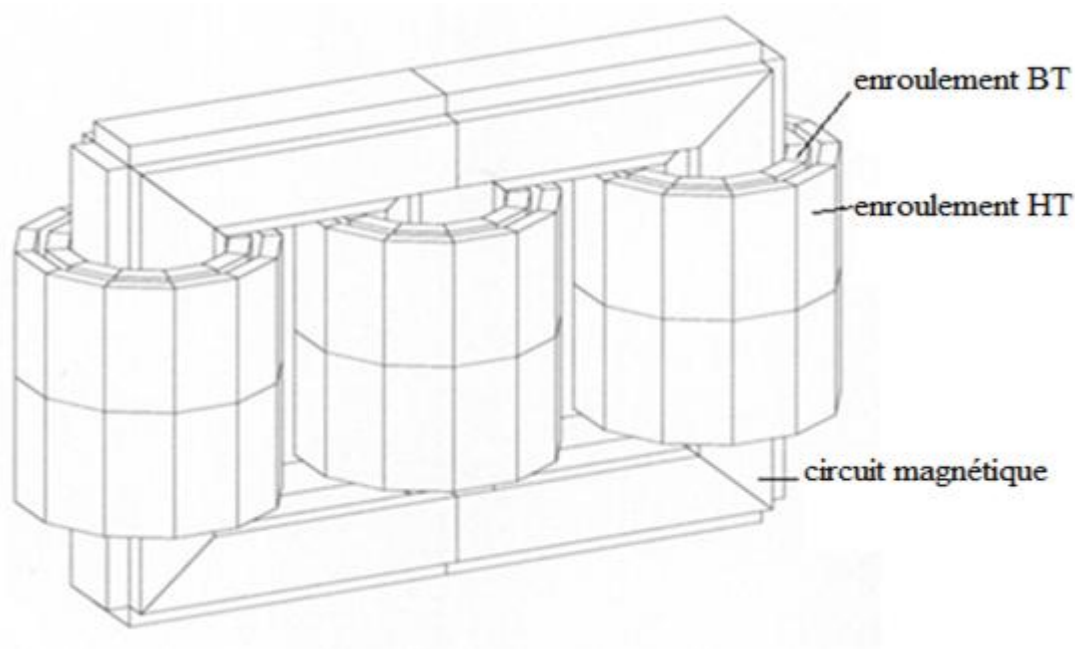


Figure I.1 : Transformateur triphasé à colonnes [2]

I.2.1.1. Enroulements

Les enroulements sont faits principalement de cuivre ou, dans certains cas, d'aluminium. Ils sont isolés généralement avec du papier imprégné d'huile. L'utilisation du cuivre dans la construction des enroulements est due à sa haute conductivité qui assure la minimisation des pertes en charge. La façon de bobiner un enroulement doit satisfaire plusieurs exigences dont les plus importantes sont les suivantes [2] :

- L'enroulement doit être économique.
- Possibilité d'évacuer la chaleur produite par les différentes pertes dans le transformateur afin d'augmenter sa durée de vie.
- L'enroulement doit présenter la rigidité diélectrique nécessaire pour supporter les surtensions.
- L'isolation des enroulements doit résister aux contraintes électrodynamiques lors d'un court circuit brusque.

Dans les différents types de transformateurs, on trouve les principales dispositions des enroulements suivantes :

1) Disposition des enroulements

a) Disposition concentrique simple

Dans cette disposition, l'enroulement basse tension (BT) et haute tension (HT) sont bobinés l'un sur l'autre en deux couches sur une même colonne. La couche BT est placée près de la colonne et la couche HT à l'extérieur comme l'illustre la Figure I.2 suivante :

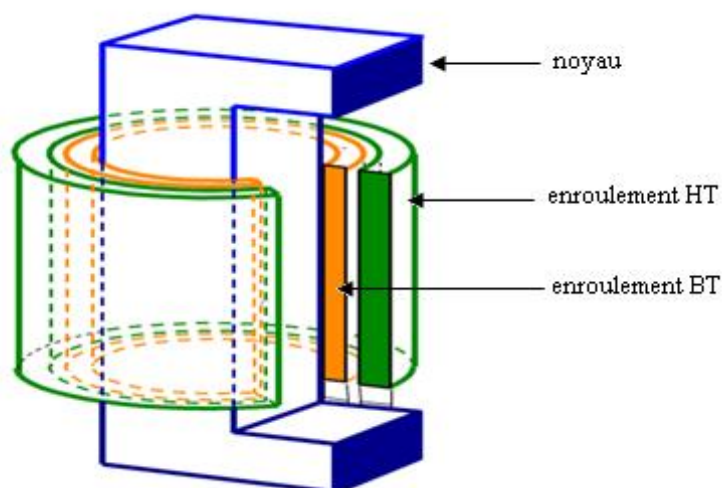


Figure I.2 : Disposition concentrique simple des enroulements

b) Disposition concentrique double

Dans cette disposition l'enroulement est réparti en plusieurs couches (Figure I.3). Elle est utilisée généralement dans les gros transformateurs.

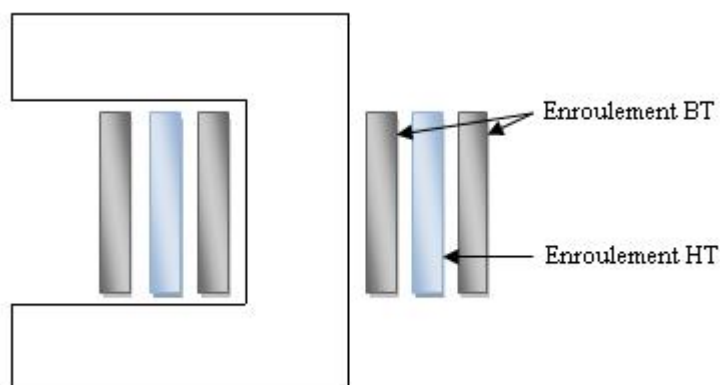


Figure I.3 : Disposition concentrique double des enroulements

c) Disposition en galettes

Sa réalisation est facile, elle possède une bonne tenue diélectrique. La Figure I.4 illustre la disposition en galettes des enroulements.

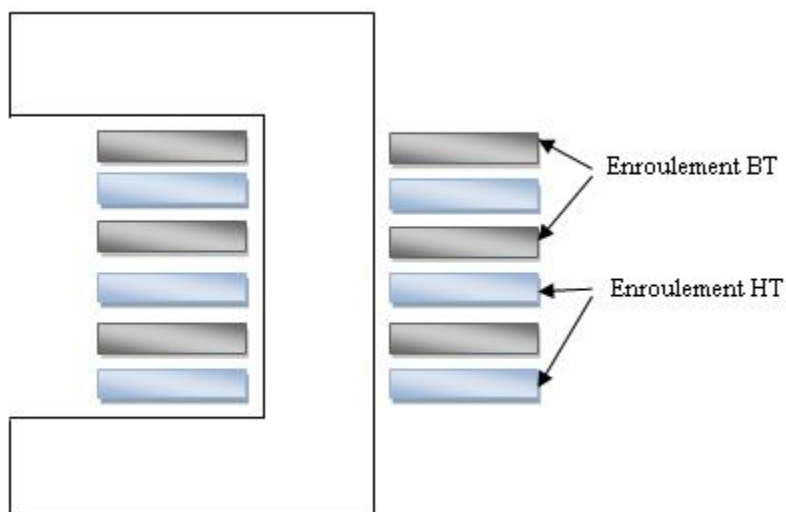


Figure I.4 : Disposition en galettes alternées des enroulements

2) Couplage des enroulements

Avant de choisir un couplage, on peut faire les remarques générales suivantes [1]:

- Du point de vue dimensionnement des enroulements, on a toujours intérêt à choisir un couplage étoile aux très hautes tensions et un couplage triangle pour les fortes intensités de courant. En effet, en utilisant le couplage triangle, l'intensité de courant supportée par les enroulements est :

$$J = \frac{I}{\sqrt{3}} \tag{I.1}$$

J : Courant de phase [A].

I : Courant de ligne [A].

Par contre, en exploitant le montage étoile, la tension supportée par les enroulements est :

$$V = \frac{U}{\sqrt{3}} \tag{I.2}$$

V : Tension simple [V].

U : Tension composé [V].

- Dans le cas de l'alimentation d'un récepteur déséquilibré, il n'est pas souhaitable d'utiliser un branchement en triangle car, la somme des forces électromotrices dans les enroulements n'étant pas nulle. On aura un courant permanent de circulation, cela il sera néfaste pour les enroulements. Pour cette raison, les secondaires des transformateurs de distribution ne sont pas couplés en triangle.
- Dans certains cas, la présence du fil neutre est indispensable, donc on doit utiliser le branchement en étoile.

Dans la pratique, on trouve les couplages les plus utilisés suivants [7]:

a) Couplage étoile-étoile

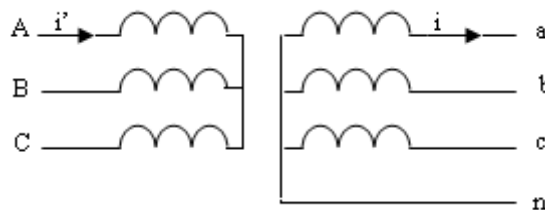


Figure I.5: Couplage étoile-étoile

Pour présenter l'utilité ou inconvénients de ce couplage, on prend l'exemple suivant : On branche une charge entre la phase a et le neutre (n). Tandis que les phases b et c restent

ouvertes, c'est le régime déséquilibré. Le courant i débité par le secondaire fera appel à un courant i' dans la phase correspondante du primaire. Ce courant ne peut provenir que des deux autres phases qui, elles, ne débitent aucun courant secondaire. Leur ampère-tour primaire ne sont équilibrés par aucun ampère-tour secondaire, d'où une induction énorme qui ferait chauffer exagérément le fer. Lorsque les neutres ne sont pas reliés, les tensions entre les lignes et le neutre présentent un fort troisième harmonique due à la non-linéarité de la courbe de saturation des noyaux. La distorsion qui en résulte produit des surtensions entre les lignes et le neutre car ces tensions possèdent une valeur crête plus élevée que celle correspondant à une tension sinusoïdale. Toutes fois, cette connexion peut être utilisée sans raccorder les neutres si les transformateurs possèdent un troisième enroulement appelé enroulement tertiaire qui est raccordé en triangle pour supprimer la distorsion des tensions. Et de plus, il sert à alimenter des charges auxiliaires dans les postes de transformation. En conséquence, ce mode de couplage est totalement prohibé pour les transformateurs de distribution qui sont sujet d'importants déséquilibres. On utilise le couplage étoile-étoile sans fil neutre pour les transformateurs abaisseur de tension qui assurent les liaisons entre les réseaux à haute et à moyenne tension car ces réseaux sont parfaitement équilibrés [1].

b) Couplage triangle-étoile

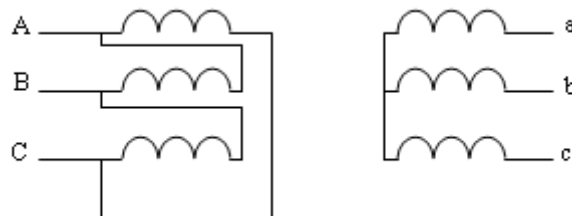


Figure I.6: couplage triangle-étoile

Considérons le comportement de ce couplage avec le même régime déséquilibré que pour le couplage précédent. Comme dans le cas précédent, le courant i débité dans la charge fera circuler un courant i' dans la phase correspondante du primaire, mais ce courant, qui ne circule pas dans les autres phases ne provoquera aucune perturbation dans ce transformateur fonctionnant comme un simple transformateur monophasé, les deux autres phases étant inutilisées. Ce couplage avec le neutre sorti est utilisé pour les transformateurs de distribution qui fonctionnent fréquemment en régime déséquilibré. Il est également utilisé sans neutre sorti comme transformateur élévateur de tension à la sortie des centrales.

c) Couplage étoile-zigzag

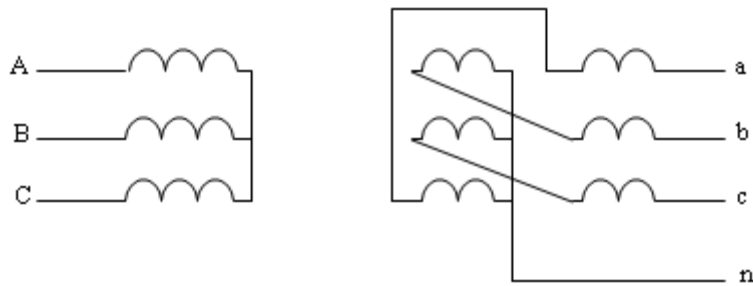


Figure I.7: Couplage étoile-zigzag

Ce montage permet de conserver l'avantage du couplage étoile au primaire, tout en ayant un fonctionnement satisfaisant en régime déséquilibré. A cet effet, chaque colonne porte, en plus de l'enroulement primaire, deux enroulements secondaires identiques. En régime déséquilibré, le courant i traverse deux demi-bobines qui sont respectivement entre les phases c et b. Il en résulte un appel de courant i' en sens contraire dans les phases correspondantes du primaire. Ce qui permet au courant de se fermer sans traverser la phase c. Ce montage est très utilisé pour les transformateurs de distribution. Cependant, comme il met en série deux tensions.

I.2.1.2. Circuit magnétique

Le circuit magnétique est composé de tôles empilées de faible épaisseur ($0.3 \div 0.35$ mm). Ces tôles sont isolées entre elles afin de réduire les courants de Foucault. Pour réduire les pertes par hystérésis, les tôles sont additionnées de silicium ($0.8 \div 3.5\%$ de Si).

Le circuit magnétique se présente sous deux formes :

1) Le circuit magnétique classique

Le circuit magnétique est fermé simplement à travers la culasse. Tel qu'il est représenté sur la Figure I.8 :

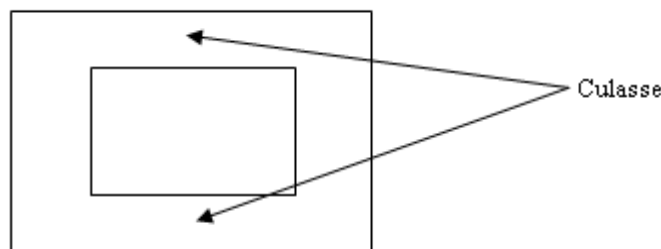


Figure I.8 : Circuit magnétique classique

2) Le circuit magnétique cuirassé

Le circuit magnétique, représenté sur la Figure I.9, est fermé à travers les deux colonnes de fermeture.

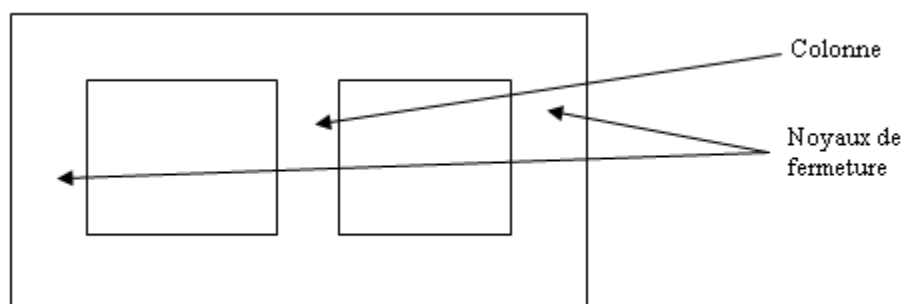


Figure I.9 : Circuit magnétique cuirassé

I.2.2. Partie constructive

En plus de la partie active, le transformateur comprend une série d'éléments mécaniques appelés pièces constructives, destinée à la fixation et au refroidissement de la partie active et au branchement des enroulements sur le réseau électrique, elles se résument ainsi :

I.2.2.1. La cuve

En plus de son rôle de réservoir au liquide diélectrique, la cuve assure le maintien mécanique de circuit magnétique et des enroulements. Elle épouse naturellement le contour de la partie active et minimise ainsi le volume d'huile, donc également les coûts et la masse du transformateur. Enfin, à la base de celle-ci des shunts magnétiques permettent de canaliser partiellement les flux de fuites. La cuve est équipée de divers dispositifs dont les crochets, les galets, les vannes, et la plaque signalétique. Par ailleurs, elle doit répondre aux exigences suivantes :

- Résistance mécanique et rigidité nécessaire pour éviter toute déformation sous l'effet du poids de la partie active, de l'huile et des charges.
- Bonne étanchéité.
- Grande surface de contact avec l'air pour faciliter le refroidissement.

Le type de cuves qui nous paraît la mieux adaptée est la cuve à ailettes.

I.2.2.2. Le couvercle

Le rôle du couvercle est d'assurer la fermeture de la cuve, par ailleurs, il sert de support aux accessoires tels que les traversées. Il est réalisé en acier muni de cavités, de trous et d'autres

accessoires pour la fixation des appareils de protection et des isolateurs de traversée qui sont de trois d'un côté de couvercle (primaire) et de trois de l'autre côté (secondaire).

I.2.2.3. Les traversées

Les enroulements sont reliés aux circuits extérieurs à travers les traversées qui permettent le passage des conducteurs à travers le couvercle. Ce sont des tubes isolants en porcelaines fixés sur le couvercle, leurs formes et leurs dimensions sont très variées, elles sont fonction de la tension, la puissance et l'utilisation du transformateur [12].

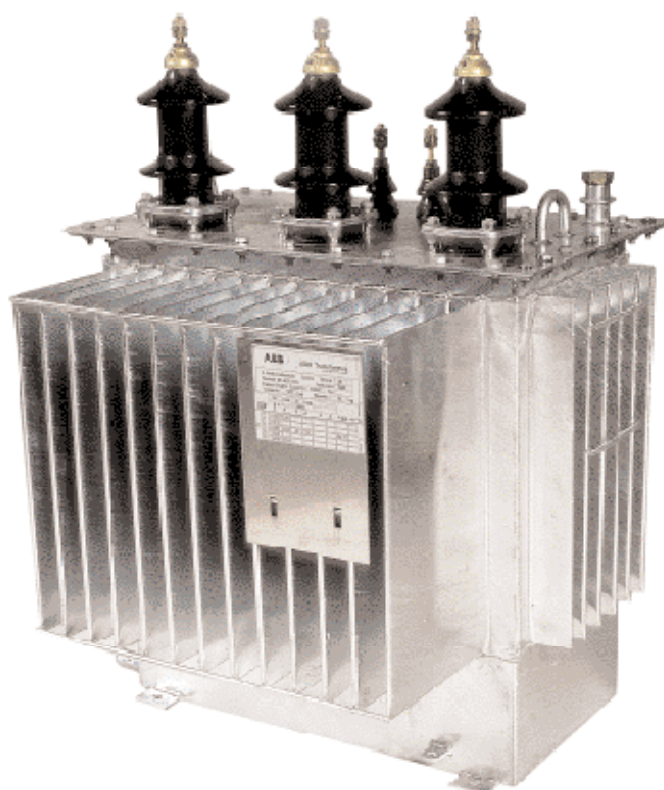


Figure I.10 : Vue externe d'un transformateur de puissance

I.3. Principe de fonctionnement

L'un des deux bobinages joue le rôle de primaire, il est alimenté par une tension variable et donne naissance à un flux magnétique variable dans le circuit magnétique. Le circuit magnétique conduit avec le moins de réluctance possible les lignes de champ magnétique créées par le primaire dans les spires de l'enroulement secondaire. D'après la loi de Faraday, ce flux magnétique variable induit une force électromotrice dans le deuxième bobinage appelé secondaire du transformateur. De par son principe, le transformateur ne peut pas fonctionner s'il est alimenté par une tension continue. Le flux doit être variable pour induire une f.é.m. au secondaire, il faut donc que la tension primaire soit variable. Le transformateur est réversible,

chaque bobinage peut jouer le rôle de primaire ou de secondaire. Le transformateur peut être abaisseur ou élévateur de tension [1].

I.3.1. Equations générales d'un transformateur de puissance

La Figure I.11 illustre le principe de fonctionnement d'un transformateur de puissance.

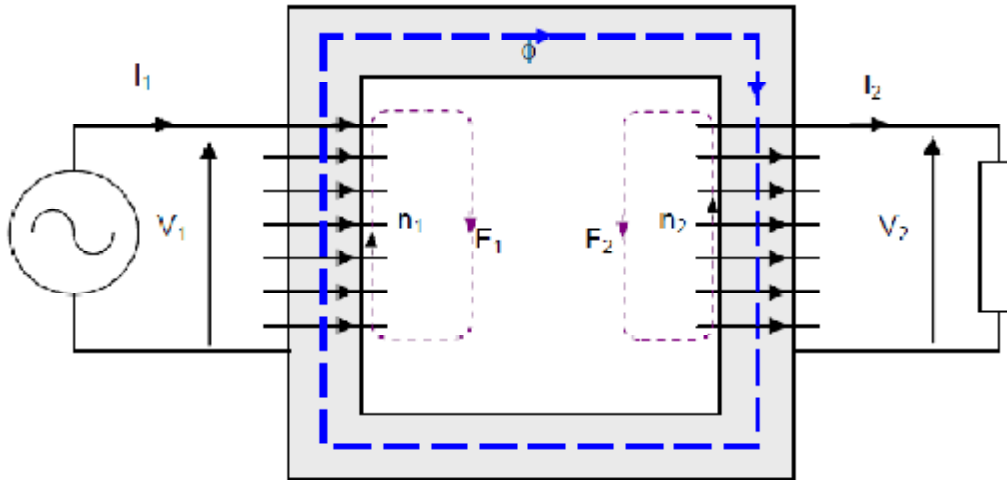


Figure I.11 : Schéma de fonctionnement d'un transformateur de puissance

Les flux traversant les enroulements primaire et secondaire sont donnés par :

$$n_1 \underline{\Phi}_1 = \underline{\Phi} + \underline{F}_1 \tag{I.3}$$

$$n_2 \underline{\Phi}_2 = \underline{\Phi} - \underline{F}_2 \tag{I.4}$$

$\underline{\Phi}$: Flux commun aux deux enroulements [Wb].

\underline{F}_1 : Flux de fuite primaire [Wb].

\underline{F}_2 : Flux de fuite secondaire [Wb].

$\underline{\Phi}_1$: Flux total primaire [Wb].

$\underline{\Phi}_2$: Flux total secondaire [Wb].

n_1 : Nombre de spires de l'enroulement primaire.

n_2 : Nombre de spires de l'enroulement secondaire.

En considérant le circuit magnétique non saturé, les tensions primaire et secondaire s'écrivent :

$$\underline{V}_1 = R_1 \underline{I}_1 + j\omega n_1 \underline{\Phi}_1 \tag{I.5}$$

$$\underline{V}_2 = -R_2 \underline{I}_2 + j\omega n_2 \underline{\Phi}_2 \tag{I.6}$$

R_1 : Résistance de l'enroulement primaire [Ω].

R_2 : Résistance de l'enroulement secondaire [Ω].

I_1 : Courant de l'enroulement primaire [A].

I_2 : Courant de l'enroulement secondaire [A].

Le flux commun Φ est donné par la relation d'Hopkinson dans laquelle on néglige les fuites :

$$n_1 I_1 - n_2 I_2 = \mathcal{R} \Phi \quad (I.7)$$

\mathcal{R} : Réluctance du circuit magnétique [A/Wb].

Le flux de fuites propre au primaire, F_1 , est proportionnel au courant dans le primaire :

$$n_1 F_1 = \ell_1 I_1 \quad (I.8)$$

ℓ_1 : Inductance de fuites du primaire [H].

De même, au secondaire :

$$n_2 F_2 = \ell_2 I_2 \quad (I.9)$$

ℓ_2 : Inductance de fuites du secondaire [H].

On obtient finalement l'ensemble des équations du transformateur :

$$\underline{V}_1 = (R_1 + j\omega \ell_1) \underline{I}_1 + j\omega n_1 \underline{\Phi}_1 \quad (I.10)$$

$$\underline{V}_2 = -(R_2 + j\omega \ell_2) \underline{I}_2 + j\omega n_2 \underline{\Phi}_2 \quad (I.11)$$

$$n_1 I_1 - n_2 I_2 = \mathcal{R} \Phi \quad (I.12)$$

I.3.2. Les pertes dans le transformateur

Comme toute machine électrique, le transformateur occasionne des pertes de puissance. ces pertes sont causées par [7] :

- L'effet joule dans les deux enroulements.
- L'hystérésis et les courants de Foucault dans le fer.

On peut évaluer ces pertes par les formules suivantes :

$$P_j = R \cdot I^2 \quad (I.13)$$

P_j : Pertes par effet Joule [J].

R : Résistance de l'enroulement [Ω].

I : Courant qui parcourt l'enroulement [A].

$$P_{OH} = K_H \cdot f \cdot V \cdot B_m^{1.6} \quad (I.14)$$

C'est la formule empirique de Steinmetz où :

P_{OH} : Pertes par hystérésis [J].

K_H : Coefficient dépendant du matériau.

f : Fréquence du courant d'excitation [Hz].

V : Volume du circuit magnétique [m^3].

B_m : L'induction maximale dans le circuit magnétique.

Il existe une autre formule pour $1T \geq B_m \geq 2.1T$ appelée formule de Richter :

$$P_{OH} = K_H \cdot f \cdot V \cdot B_m^2 \quad (I.15)$$

I.3.3. Refroidissement des transformateurs

Toutes les pertes ont pour conséquence un échauffement des éléments du transformateur, nécessitant la mise en œuvre de moyens de réfrigérations [5].

La transmission de la chaleur a lieu le plus souvent en plusieurs échelons :

- Conduction au travers de la masse des éléments jusqu'à leur surface.
- Convection dans un diélectrique gazeux à la fois isolant et caloporteur (cas des transformateurs secs).
- Convection dans un diélectrique liquide qui transmet la chaleur au fluide réfrigérant dans un échangeur (transformateurs immergés).

Le choix du type de refroidissement dépend de la puissance, des conditions locales d'installation et du mode d'exploitation. Le refroidissement naturel est le plus économique pour les petites et moyennes puissances jusqu'à environs de 15 M VA, mais au delà de cette puissance on doit mettre en œuvre la ventilation forcée, la circulation forcée de l'huile réfrigérant et d'autres techniques de refroidissement.

I.3.4. Réglage de la tension

La tension constitue, avec la fréquence, le principal paramètre de la qualité de l'énergie électrique. Ce paramètre est commun aux différents utilisateurs : clients, distributeurs, producteurs, raccordés sur un même nœud électrique.

Le réglage de la tension est une nécessité pour exploiter le réseau en assurant la sûreté, maintenir la tension d'alimentation des clients dans les plages contractuelles, respecter les contraintes de fonctionnement des matériels, minimiser les pertes, utiliser au mieux la capacité des ouvrages de transport.

Pour les clients et les distributeurs, chaque contrat de fourniture définit la tension d'alimentation déclarée et la plage de variation acceptée autour de cette valeur. Ces deux termes, qui conditionnent le dimensionnement des appareils récepteurs de clients, doivent être, à tout moment, respectés :

- Des tensions trop hautes entraînent le vieillissement ou la destruction des matériels raccordés.

- Des tensions trop basses provoquent des surcharges dans les lignes, perturbent le bon fonctionnement de certaines protections, affectent la tenue des auxiliaires des installations de production.

Sur les réseaux, le réglage de la tension est assuré par les régleurs en charge automatiques installés sur les transformateurs THT/HT et HT/MT. Dans les transformateurs couplés en étoile, le réglage est placé du côté du neutre où les contraintes sont plus faibles.

Lorsque le réglage est de $\pm 10\%$ à $\pm 12\%$, les prises se trouvent sur un enroulement auxiliaire dit de réglage en série avec l'enroulement HT.

I.3.4.1. Les régleurs à vide de transformateurs

Afin de maintenir le plan de tension sur les réseaux, les transformateurs sont munis de régleurs de tension. En modifiant le rapport de transformation, en fonction des variations de la tension au primaire, les régleurs permettent de maintenir la tension autour de la valeur de consigne au secondaire. Ces régleurs peuvent être manuels ou automatiques. Le réglage à vide exige la mise hors tension du transformateur avant toute manœuvre, d'où des interrupteurs de service.

I.3.4.2. Les régleurs en charge

Les régleurs en charge permettent de modifier sans interrompre le courant de charge. Le réglage en charge, par phase, nécessite un enroulement de réglage, une résistance de passage (ou une inductance), des interrupteurs pour assurer les commutations. Les changements de prises sont effectués avec une temporisation initiale (passage de la première prise) de 30 secondes pour les transformateurs du réseau de transport (une minute pour les transformateurs HT/MT), puis de 10 secondes pour le passage des prises suivantes. Ces dispositifs sont très utiles en situation normale. Ils peuvent se placer sur l'enroulement HT ou BT. On préfère les placés habituellement sur l'enroulement HT pour les raisons suivantes :

- Le courant très faible, ce qui facilite sa mise en œuvre.
- L'enroulement HT est plus accessible car il est à l'extérieur de l'enroulement BT.

I.3.4.3. Principe de fonctionnement

L'enroulement de réglage est pourvu de prise. Le passage d'une prise à l'autre met la partie de l'enroulement se trouvant entre ces deux prises en court-circuit. Le commutateur le plus simple comporte deux contacts (C_1 et C_2) entre lesquels est insérée une résistance MN (ou une inductance), dite de passage, permettant de limiter le courant de court-circuit quand on passe d'une prise à l'autre. Lorsque la prise P_1 est utilisée, le contact C_1 est en P_1 et le contact C_2 ne touche aucune prise. Pour passer à la prise P_2 , on met le contact C_2 sur cette prise le contact C_1 étant toujours sur P_1 . La partie AB de l'enroulement est alors en court-

circuit à travers la résistance MN. On ouvre C_1 , c'est la prise P_2 qui est utilisée. Pour éviter des pertes dans la résistance, le curseur P est en M lorsque P_1 (ou P_3) est utilisée, en N lorsque c'est P_2 (ou P_4) qui est utilisée [15].

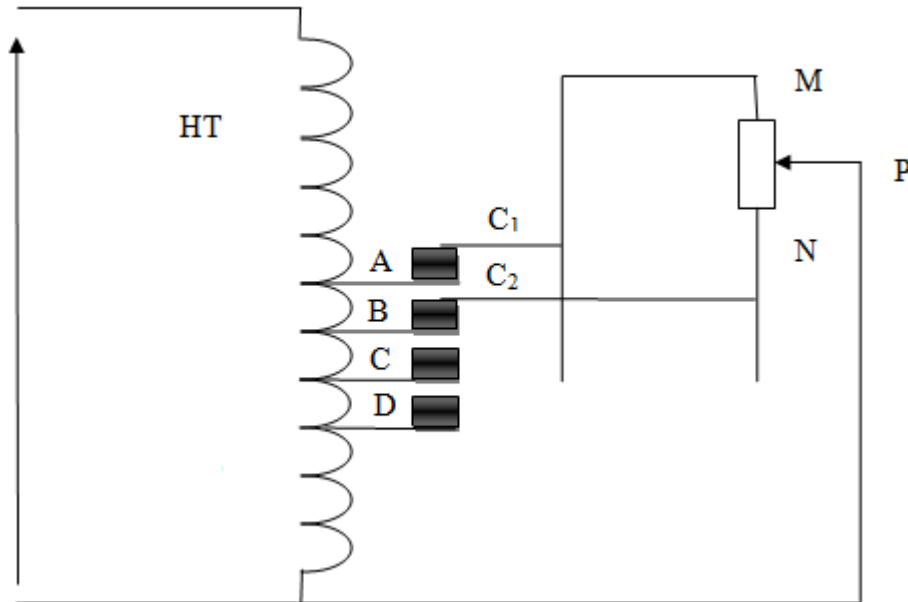


Figure I.5 : Enroulement HT et enroulement de réglage R d'un transformateur avec régulateur en charge

I.4. Domaines d'utilisation

Le transformateur est un appareil électrique très simple, mais il n'en constitue pas moins l'un des plus utiles. La première utilisation de cet élément était l'élévation de la tension dans les réseaux électriques afin de transporter l'énergie produite à des grandes distances avec des pertes admissibles. Avec le développement de l'industrie, le transformateur devient un élément indispensable dans ce domaine. On peut citer l'utilisation de cet appareil à travers les exemples suivants :

- Démarrage à tension réduite des moteurs, par la régulation de la tension des lignes de distribution. Cette fonction est assurée par les autotransformateurs.
- Réduction de la tension dans les lignes à haute tension pour la mesurer. Pour cela on utilise les transformateurs de tension qui assurent l'alimentation des appareils de mesure ou de protection.
- Réduction du courant dans les lignes afin qu'il soit mesurable. Pour cela on exploite les transformateurs de courant. Ils servent aussi à isoler les appareils de mesure ou de protection des lignes à haute tension.

- Lorsque le courant à mesurer dépasse 100 A, on peut utiliser un transformateur de courant toroïdal. C'est un transformateur de construction simple car son noyau est un tore d'acier laminé autour duquel on bobine un enroulement secondaire. Le primaire est constitué par le simple conducteur de ligne traversant l'anneau sans le toucher.
- Alimentation des fours à induction qui sont utilisés pour la fonte de l'aluminium, de cuivre et d'autres métaux.
- Stabilisation de la tension dans le cas où la valeur de la tension d'alimentation est variable, et cela pour protéger les appareils électriques alimentés.

I.5. Inconvénients et défauts des transformateurs

Le transformateur est un appareil électrique qui a une durée de vie de plusieurs dizaines d'années. Cependant en fonction de son utilisation, sa maintenance, sa charge, les perturbations qu'il subit, etc. il peut être le sein des défaillances plus ou moins importantes. Voici quelques uns des défauts pouvant arriver sur les transformateurs.

I.5.1. Point chaud régleur

Quelques soient leurs marque si les régleurs, en charge comme hors charge, ne sont pas manipulés durant des années ceux-ci peuvent former des points chaud au niveau de leurs prises internes.

Le régleur par construction possède plusieurs prises qui incluent des contacts pour que le courant nominal passe sur chaque position.

Si les positions ne sont jamais passées mécaniquement, ces contacts voyant passer du courant peuvent chauffer anormalement.

Par suite l'huile peut se décomposer et former des points de carbone solide autour du défaut. Dans certains cas le contact peut même être soudé.

I.5.2. Court-circuit

En cas de court-circuit, interne ou externe au transformateur, les courants au sein des enroulements sont très importants et peuvent provoquer des déplacements mécaniques de ceux-ci.

Afin d'empêcher le déplacement des bobinages sur des efforts de court-circuit tous les enroulements sont très solidement serrés en usine lors de sa construction, ou suite à des réparations de la partie active.

I.5.3. Surtensions

Lors de surtensions sur le réseau, comme des chocs de foudre ou de manœuvre de disjoncteurs par exemple, le papier isolant des enroulements peut permettre un amorçage entre spires ou dans la cuve.

Si l'huile est trop acide ou le transformateur a subi de nombreux courts circuits dans sa vie alors ses papiers isolants peuvent être endommagés ou fatigués. Par suite une contrainte électrique trop importante peut dépasser la tenue diélectrique de ces papiers à des endroits critiques, alors un amorçage se formera à cet endroit

I.5.4. Fuite d'huile

Le transformateur possède de nombreux joints en caoutchouc, typiquement en bas de cuve, à la base des bornes, aux raccords de la réfrigération, etc.

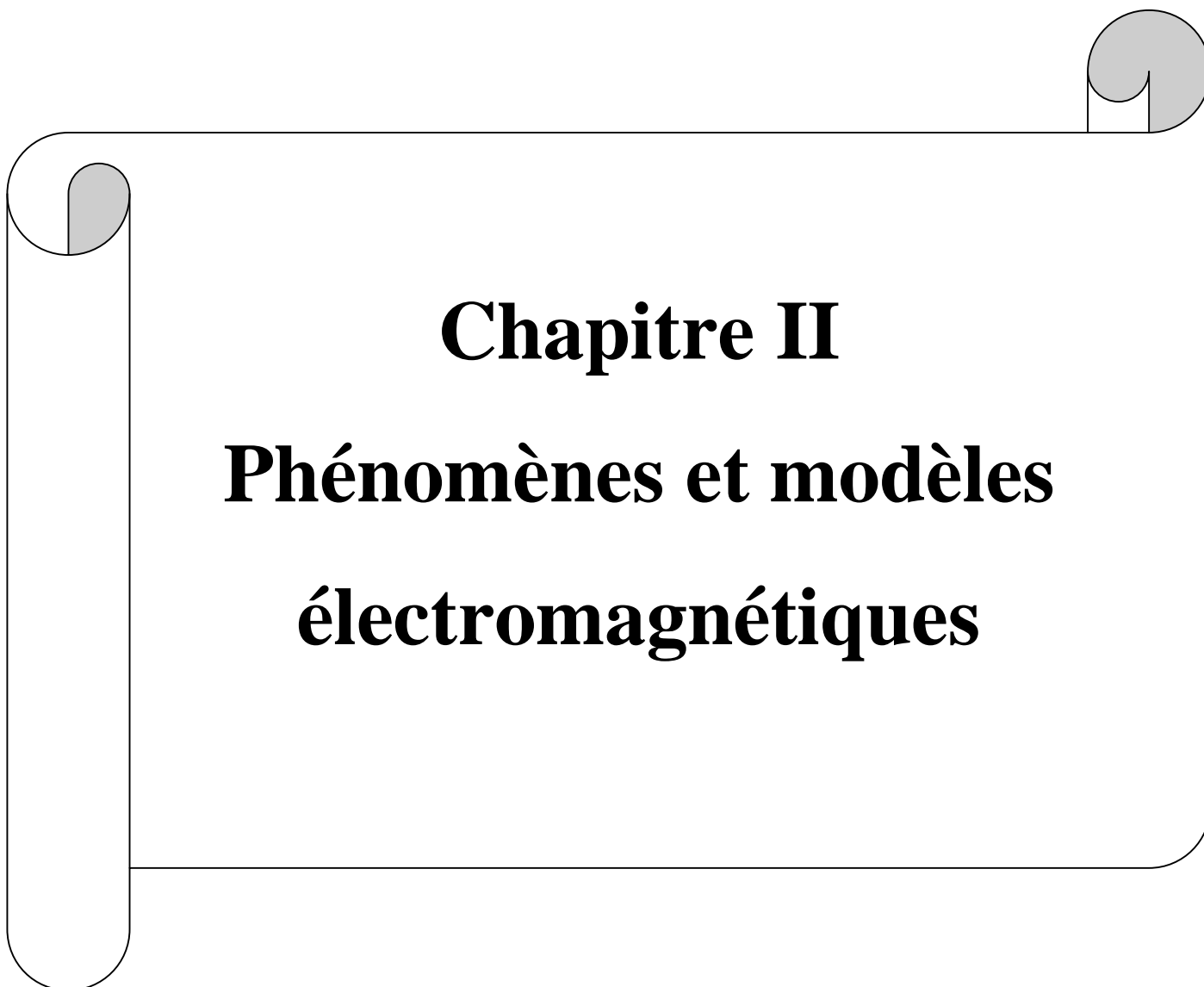
Dans le temps ces joints peuvent se dégrader, se durcir,... et fuir, ce qui provoque la fuite d'huile.

Des inspections visuelles régulières de l'état du transformateur avec une maintenance adaptée permettent de s'affranchir ces fuites d'huile. On peut classer ces défauts comme suit [12]:

- Électriques : mauvais contacts dans les connections et le changeur de prise.
- Diélectrique : amorçages entre enroulements ou entre pièces sous tension et la masse, décharges partielles.
- Thermique : échauffement anormal, points chauds, vieillissement thermique, pollution de l'huile.
- Mécanique : vibrations, fuites, fonctionnement défectueux de changeur de prise.
- Electromagnétique : courants de Foucault induits dans le circuit magnétique, les pièces de serrage et la cuve.

I.6. Conclusion

Dans ce premier chapitre, nous avons donné un aperçu général sur la constitution des transformateurs de puissance en rappelant les différentes équations électriques et magnétiques régissant son fonctionnement. En concluant ce chapitre, nous avons présentés les inconvénients et les défauts de ces transformateurs.

A decorative graphic of a scroll with a black outline and rounded corners. The scroll is partially unrolled, with the top and bottom edges curving upwards. The interior of the scroll is white, and the text is centered within it. There are three grey circular elements at the corners of the scroll, representing the binding or the edge of the paper.

Chapitre II

Phénomènes et modèles électromagnétiques

II.1.Introduction

Le but de l'électromagnétisme est d'établir les lois qui régissent les phénomènes électriques et magnétiques au sens le plus large de ces termes. Il doit rendre compte de toutes les applications de l'électricité : production de l'énergie (alternateur, dynamos...), transport et distribution de l'énergie électrique et utilisation de cette énergie.

L'électromagnétisme constitue donc une des branches les plus importantes de la physique.

Pour prévoir les phénomènes électromagnétiques, il suffit d'ajouter à des relations générales régissant la physique les équations de Maxwell qui sont formées par les lois générales qui unissent les grandeurs électromagnétiques.

Les équations de Maxwell sont des lois fondamentales de la physique. Elles constituent les postulats de base de l'électromagnétisme avec l'expression de force de Lorentz. Les équations qui régissent l'électromagnétisme sous forme de relations intégrales.

Sur la base des équations de Maxwell, on construira les modèles électromagnétiques en régime statique (magnétostatique et électrostatique) et en régime dynamique (magnétodynamique et électrodynamique) en coordonnées cartésiennes sous forme d'équations de Maxwell traduisent sous forme locale, les différents théorèmes (Gauss, Ampère, Faraday) d'équations aux dérivées partielles. On exposera par la suite les différentes méthodes (analytiques et numériques) de résolution de ces équations d'une manière globale en se basant sur les avantages et les inconvénients de chacune d'entre elles pour pouvoir effectuer un choix selon deux critères essentielles, à savoir le temps de calculs et la précision des résultats à obtenir [13].

II.2. Les équations de Maxwell

Maxwell est arrivé à mettre en place quatre équations à partir des relations fondamentales de l'électricité et du magnétisme. Ces équations décrivent à elles seules tous les phénomènes physiques d'origines électromagnétiques. Elles sont aussi appelées « Equations générales d'électromagnétisme » [14].

II.2.1.Première équation de Maxwell

Cette équation exprime la conservation des charges électriques de conduction.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \quad (II.1)$$

Avec :

\vec{D} : Vecteur de déplacement électrique [C/m²].

ρ : Densité volumique de charge [C/m^3].

II.2.2. Deuxième équation de Maxwell

Cette équation caractérise le couplage entre les phénomènes magnétiques et électriques.

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (II.2)$$

Avec :

\vec{E} : Vecteur champ électrique [V/m].

\vec{B} : Vecteur d'induction magnétique [T].

II.2.3. Troisième équation de Maxwell

La variation de l'induction à travers une surface fermée est nulle à flux conservatif.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (II.3)$$

II.2.4. Quatrième équation de Maxwell

Cette équation exprime que le champ magnétique peut être créé non seulement par un courant de conduction mais aussi par un courant de déplacement (variation de vecteur déplacement électrique).

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (II.4)$$

Avec :

\vec{J} : Vecteur densité de courant de conduction [A/m^2].

\vec{H} : Vecteur champ magnétique [A/m].

II.3. Relation de milieu

II.3.1. Milieu électrique

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (II.5)$$

Avec : $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$.

ε : Permittivité électrique [F/m].

II.3.2. Milieu magnétique

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (II.6)$$

Avec : $\mu = \mu_r \mu_0$

μ : Perméabilité magnétique [H/m].

μ_0 : Perméabilité magnétique du vide ($\mu_0 = 4. \pi. 10^{-7}$).

II.4.Loi d'Ohm

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (II.7)$$

Avec le terme courant de source, la loi d'ohm s'écrira :

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} + \vec{j}_s \quad (II.8)$$

\vec{j} : Densité de courant induit [A/m^2].

\vec{j}_s : Densité de courant de source [A/m^2].

σ : Conductivité électrique [$\Omega. m$] $^{-1}$.

II.5.Conditions aux limites

La résolution des équations de Maxwell en particulier, ainsi que des équations aux dérivées partielles de manière générale nécessitent l'ajout des conditions aux limites associées aux problèmes étudiés [14].

On distingue trois types de conditions aux limites :

II.5.1.Condition de Dirichlet

Dans ce cas, le potentiel vecteur magnétique est constant sur la frontière, ce qui veut dire que l'induction magnétique est parallèle à ce contour qui présente alors une équipotentielle. On rencontre cette condition lorsqu'une partie ou tout le contour se trouve suffisamment éloigner des sources d'excitations pour pouvoir négliger les valeurs du potentiel vecteur magnétique sur la frontière par rapport aux valeurs de ce même potentiel à l'intérieur du domaine [14].

La condition de Dirichlet s'écrit sous la forme suivante :

$$G(u)=g_0 = \text{Constante.}$$

II.5.2.Condition de Neumann

On la trouve sur les plans ou les axes d'antisymétrie magnétique, par exemple les axes inter polaire, sur cette frontière les lignes de l'induction magnétique sont normales, de même, lorsque ce type de condition aux limites apparait sur des axes d'antisymétries le maillage est limité à une portion de domaine.

La condition de Neumann s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{\partial G(u)}{\partial n} = g_0$$

II.5.3. Condition de type mixte

On l'appelle condition mixte car elle est combinée de deux types de conditions (Dirichlet et Neumann).

Cette condition est donnée comme suit :

$$G(u) + \frac{\partial G(u)}{\partial n} = g$$

G : Operateur différentiel.

u : Fonction de l'inconnue.

g : Valeur de l'inconnue sur la frontière considérée.

II.6. Phénomènes et modèles électromagnétiques

Généralement un dispositif électromagnétique comporte plusieurs matériaux dont certains ont des caractéristiques non linéaires par ailleurs les phénomènes électromagnétiques varient fortement au sein de la structure, c'est pour cela que l'analyse de la structure en trois dimensions (3D) s'avère coûteuse en terme de temps et de calcul, d'autre part l'analyse à une dimension (1D) est moins représentative. L'emploi des modèles à deux dimensions (2D) est particulièrement simple et efficace, et son choix est réaliste.

Pour pouvoir effectuer une analyse significative sur les phénomènes électromagnétiques, il faudrait élaborer les modèles électromagnétiques sous formes d'équations aux dérivées partielles qu'on pourrait ensuite résoudre par différentes méthodes. On aura donc à faire avec quatre modèles en coordonnées cartésiennes [13].

A partir de la troisième équation de Maxwell, on pourra introduire une équation en termes de potentiel vecteur magnétique \vec{A} tel que :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \Rightarrow \exists \vec{A} / \vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A}. \quad (II.9)$$

II.6.1. Modèle magnétostatique

Pour ce modèle, on tiendra compte d'aucune variation des grandeurs par rapport au temps

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} = 0\right).$$

D'où, les équations de Maxwell s'écrivent comme suit :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = 0 \quad (II.10)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (II.11)$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{j} \quad (II.12)$$

$$\text{Sachant que : } \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \wedge \vec{A}) = -\Delta \vec{A} + \overrightarrow{\nabla(\vec{\nabla} \cdot \vec{A})} \quad (II.13)$$

En introduisant la condition de Jauge de Colombe : $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$ et cela pour assurer l'unicité de la solution nous aurons :

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \wedge \vec{A}) = -\Delta \vec{A} \quad (II.14)$$

D'après l'équation (II.6), nous avons :

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{m}$$

D'où l'équation (II.12) devient :

$$\vec{\nabla} \wedge \frac{\vec{B}}{m} = \vec{j} \quad (II.15)$$

En considérant que les propriétés physiques des milieux sont linéaires (la saturation est négligeable),

L'équation (II.15) devient :

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \wedge \vec{A}) = \mu \vec{j} \quad (II.16)$$

En faisant la soustraction entre les équations (II.14) et (II.16) nous aurons :

$$\Delta \vec{A} = -\mu \vec{j} \quad (II.17)$$

$$\text{Lorsque : } A = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ A_z \end{bmatrix}$$

On obtient dans le cas d'une seule composante :

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} = -\mu \vec{j} \quad (II.18)$$

D'où : $\Delta \vec{A} = \frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2}$ et \vec{j} est la densité des courants de conduction.

Sachant que : $\vec{j} = \vec{j}_s - \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$ avec \vec{j}_s est la densité des courants de source et $\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = 0$ car il s'agit d'un phénomène statique.

L'équation finale sera alors :

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} = -\mu J_s \quad (II.19)$$

L'équation (II.19) représente l'équation aux dérivées partielles en terme de potentiel vecteur magnétique du modèle magnétostatique.

II.6.2. Modèle magnétodynamique

L'équation que nous allons établir s'applique aux dispositifs électromagnétiques dans lesquels il y a présence des courants induits provenant de la variation du champ dans le temps [14].

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{J} \quad (II.20)$$

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A} \quad (II.21)$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (II.22)$$

Les relations (II.21) et (II.22) nous permettent d'écrire :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} + \frac{\partial (\vec{\nabla} \wedge \vec{A})}{\partial t} = 0 \quad (II.23)$$

D'où :

$$\vec{\nabla} \wedge \left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0 \quad (II.24)$$

Il existe un potentiel scalaire V tel que :

$$\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\vec{\nabla} V \quad (II.25)$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

$$\text{Sachant que : } \vec{J}_s = -\sigma \vec{\nabla} V \quad (II.26)$$

$$\text{On a aussi : } \vec{J} = \vec{J}_s - \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (II.27)$$

En remplaçant (II.21) et (II.27) dans (II.20) nous aurons :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \sigma \mu \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \mu \vec{J}_s \quad (II.28)$$

L'équation (II.28) exprime l'équation aux dérivées partielles avec le terme source dans le cas magnétodynamique sans courants de déplacement de type parabolique, qui traduit le phénomène de pénétration des courants induits.

La condition de Jauge de LORENTZ ($\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$) qui assure l'unicité de la solution, nous permet d'écrire :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \wedge \vec{A}) = -\Delta \vec{A} \quad (II.29)$$

En remplaçant (II.29) dans (II.28) on obtient :

$$-\Delta \vec{A} + \sigma \mu \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \mu \vec{J}_s \quad (II.30)$$

En hypothèse deux dimensions et dans le plan [x, y], l'équation (II.30) devient:

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} - \sigma \mu \frac{\partial A_z}{\partial t} = -\mu J_{sz} \quad (II.31)$$

L'équation (II.31) représente l'équation aux dérivées partielles en termes de potentiel vecteur magnétique avec le terme source de modèle magnétodynamique.

En régime harmonique, le terme $\frac{\partial}{\partial t}$ est remplacé par $j\omega$, l'équation (II.31) devient :

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} - j\omega \sigma \mu A_z = -\mu J_{sz} \quad (II.32)$$

Où : $\omega = 2 \pi f$

ω : la pulsation des courants.

f : la fréquence est égale à 50 Hz.

II.6.3.Modèle Electrostatique

On pose : $\frac{\partial}{\partial t} = 0$.

D'après les deux équations de Maxwell et la relation de milieu suivantes nous déduisons que :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \quad (II.33)$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = 0 \quad (II.34)$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (II.35)$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = 0 \Rightarrow \exists V / \vec{E} = -\vec{\nabla} V \quad (II.36)$$

Le champ électrique s'exprime sous forme de dérivée première d'un potentiel scalaire V.

En remplaçant les relations (II.36) et (II.35) dans (II.33) nous aurons :

$$\vec{\nabla} \cdot (-\vec{\nabla}V) = \frac{\rho}{\varepsilon} \quad (II.37)$$

Comme :

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla}V) = \Delta V \quad (II.38)$$

D'où :

$$-\Delta V + \frac{\rho}{\varepsilon} = 0 \quad (II.39)$$

En hypothèse deux dimensions, l'équation (II.39) devient :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\rho}{\varepsilon} = 0 \quad (II.40)$$

La relation (II.40) exprime l'équation aux dérivées partielles en termes de potentiel scalaire électrique V de modèle électrostatique.

II.6.4. Modèle Electrodynamique

En hypothèse électrodynamique les deux équations de Maxwell, la loi d'Ohm et la relation de milieu magnétique à considérer sont :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (II.41)$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (II.42)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (II.43)$$

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (II.44)$$

$$\vec{j} = \vec{j}_s + \vec{j}_{ind} = -\sigma \vec{\nabla}V + \sigma \vec{E} \quad (II.45)$$

A partir des équations (II.41) et (II.43) on peut écrire :

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{E}) + \mu \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \wedge \vec{H}) = 0 \quad (II.46)$$

En introduisant l'équation (II.42) dans (II.46) on obtient :

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{E}) + \mu \frac{\partial}{\partial t} (\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) = 0 \quad (II.47)$$

$$\text{Sachant que : } \vec{j} = \vec{j}_s + \vec{j}_{ind} = -\sigma \vec{\nabla}V + \sigma \vec{E}$$

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{E}) + \mu \frac{\partial}{\partial t} (-\sigma \vec{\nabla}V + \sigma \vec{E} + \frac{\partial(\varepsilon \vec{E})}{\partial t}) = 0 \quad (II.48)$$

Alors :

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{E}) + \mu\sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \epsilon m \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu\sigma \frac{\partial \vec{\nabla} V}{\partial t} \quad (II.49)$$

La relation (II.49) exprime l'équation aux dérivées partielles en termes de champ électrique \vec{E} en hypothèse deux dimensions cartésiennes avec le terme source en régime transitoire.

II.7. Différentes méthodes de résolution des équations aux dérivées partielles

Après avoir transformé le problème physique (électromécanique) en un problème d'équations aux dérivées partielles on procédera à résoudre ces équations pour donner une signification objective aux solutions à trouver. Ces solutions en réalité les grandeurs du phénomène étudié.

II.7.1. Méthodes analytiques

Les méthodes analytiques utilisées pour la résolution des problèmes électromagnétiques régis par des équations aux dérivées partielles sont :

- La méthode de transformation conforme.
- La méthode de séparation des variables.

II.7.1.1. La méthode de transformations conformes

La méthode de transformations conformes est considérablement utilisée dans la résolution analytique des champs Laplacien, avec des géométries complexes, elle est utilisée pour analyser le champ dans plusieurs dispositifs (entre deux câbles non concentriques, les lignes de transmission à hautes fréquences des sections différentes, autour d'un conducteur de section polygonale et dans l'entrefer des machines tournantes ... etc.)

Le principe de cette méthode consiste à considérer un plan, on associe à chaque point de coordonnées cartésiennes (x, y) ou polaire (r, θ) un nombre complexe

$$\underline{Z} = x + jy = r \cdot e^{jq}$$

Dans un autre plan, on associe à chaque point un nombre complexe.

$$\underline{W} = u + j^*v = \rho \cdot e^{jq}$$

On doit déterminer une transformation f telle que : $\underline{W} = f(\underline{Z})$ qui assure la projection du plan complexe \underline{Z} sur le plan complexe \underline{W} .

II.7.1.2. La méthode de séparation des variables

Cette méthode consiste à remplacer une équation aux dérivées partielles (à trois dimensions) par trois équations différentielles linéaires à coefficients constants est cela pour

remplacer un problème à plusieurs dimensions par des problèmes unidimensionnels qui sont plus faciles à résoudre, cette méthode est utilisée pour la résolution de l'équation de Laplace dans des systèmes de coordonnées cylindriques, sphériques et quelques autres systèmes d'usage moins courant dont les systèmes elliptiques, paraboliques et hyperboliques.

Le principe de la méthode consiste à poser :

$$A_{\varphi}(r, z) = A_{\varphi}(r) * A_{\varphi}(z)$$

Telle que : $A_{\varphi}(r, z)$ est la solution de l'équation différentielle aux dérivées partielles considérée de telle sorte que les fonctions $A_{\varphi}(r)$ et $A_{\varphi}(z)$ dépendent des variables r et z respectivement.

A l'aide des hypothèses simplificatrices, les méthodes analytiques présentent correctement les phénomènes physiques étudiés avec une mise en œuvre relativement facile, mais l'inconvénient de ces méthodes c'est lorsque les équations à résoudre deviennent de plus en plus non linéaires où les modèles seront lourds, et dans le cas où les dispositifs sont des géométries complexes [14].

II.7.2.Méthodes numériques

Vu les avantages qu'elles présentent pour la modélisation des dispositifs électromagnétiques, les méthodes numériques sont devenues indispensables et d'un apport considérable. Parmi ces avantages, on trouve la prise en compte des problèmes de types vectoriels, des non linéarités et géométries complexes. Ces méthodes consistent à transformer les équations aux dérivées partielles du champ en un système d'équations algébriques dont la solution forme une approximation du champ en une grille discrète de points du plan ou de l'espace. Pour résoudre numériquement un problème de champ, une méthode appropriée doit être choisie parmi plusieurs telle que : la méthode des différences finies, la méthode d'intégrales de frontières, la méthode des circuits couplés, la méthode des éléments finis ... etc. [13].

II.7.2.1.Méthode des différences finies

Cette méthode est basée sur l'approximation de l'opérateur différentiel en un opérateur aux différences, où chaque dérivée est approchée par une différence de valeur de l'inconnu à déterminer en un certain nombre de points du domaine de résolution, donc l'équation aux dérivées partielles est remplacée par les équations algébriques en chaque point (nœud) en

considérant une combinaison linéaire des valeurs de l'inconnu au point considéré et aux points voisins.

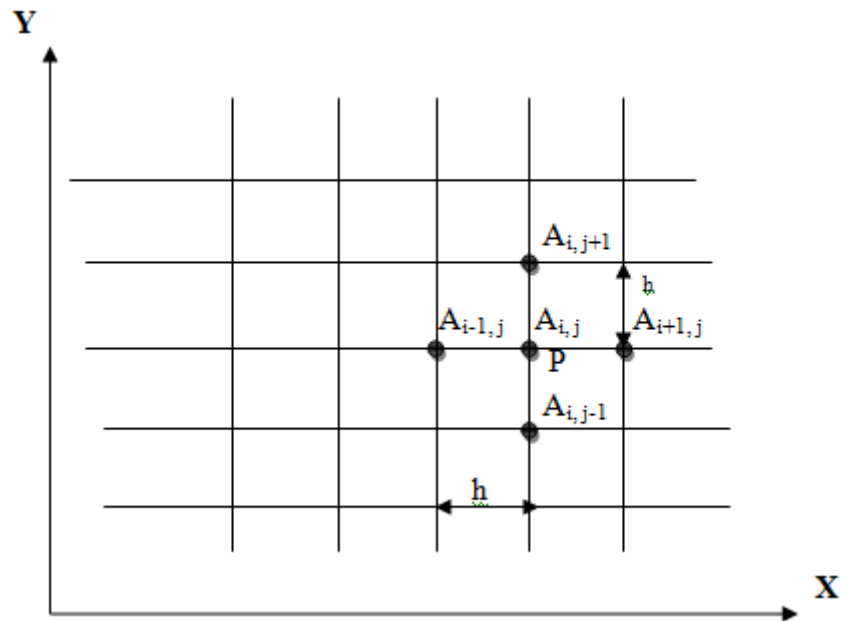


Figure II.1 : Maillage type différences finies

Les dérivées partielles premières et secondaires de l'inconnue au point p sont données par :

$$\left(\frac{\partial A}{\partial X}\right)_{i,j} = \frac{A_{i+1,j} - A_{i-1,j}}{2h}$$

$$\left(\frac{\partial A}{\partial Y}\right)_{i,j} = \frac{A_{i,j+1} - A_{i,j-1}}{2h} \tag{II.50}$$

$$\left(\frac{\partial^2 A}{\partial X^2}\right)_{i,j} = \frac{A_{i+1,j} - 2A_{i,j} + A_{i-1,j}}{h^2}$$

$$\left(\frac{\partial^2 A}{\partial Y^2}\right)_{i,j} = \frac{A_{i,j+1} - 2A_{i,j} + A_{i,j-1}}{h^2}$$

Le laplacien s'écrit alors comme suit:

$$(\Delta A)_{i,j} = \frac{A_{i+1,j} + A_{i-1,j} + A_{i,j+1} + A_{i,j-1} - 4A_{i,j}}{h^2}$$

La variation de i et de j sur les points du maillage donne un système algébrique de la forme :

$$[S] \cdot [A] = [F] \tag{II.51}$$

Avec :

[F] : le terme source.

[S] : une matrice contenant les caractéristiques du système.

[A] : vecteur des inconnues.

a. Avantages de la méthode

- Mise en oeuvre relativement simple.
- Préparation et introduction des données relativement simple.

b. Inconvénients de la méthode

- Non considération des géométries complexes.
- Temps de résolution relativement important.
- Précision des calculs nécessitent des ordinateurs de grande capacité de mémoire.

II.7.2.2. Méthode des circuits couplés

La méthode des circuits couplés est une méthode semi analytique qui consiste à transformer le domaine d'étude en circuit électrique équivalent en faisant une discrétisation de ce domaine en maille auxquelles s'applique des expressions analytiques des grandeurs électromagnétiques en utilisant la théorie des circuits pour la résolution des équations de Maxwell et également une expression intégrale (loi Biot et Savart) des grandeurs électromagnétiques. Le maillage consiste à subdiviser le domaine en spires élémentaires pour exprimer la résistance, l'inductance propre de chaque spire élémentaire et les inductances mutuelles entre les différentes spires. L'ensemble des éléments obtenus forme alors un système de circuits mutuellement couplés. Dans le cas des phénomènes électromagnétiques sinusoïdaux, le système d'équation obtenu est linéaire et à coefficients complexes de la forme suivante [16]:

$$[Z] \cdot [I] = [V] \quad (II.52)$$

Où les éléments Z_{ij} de la matrice $[Z]$ représentent l'impédance élémentaire, I_i le courant traversant une spire élémentaire i et V_i la tension appliquée à cette spire.

Dans le cas d'un régime transitoire, le système d'équations linéaires obtenu est à coefficients réels et de la suivante :

$$[R] \cdot [I] + [L] \cdot \left[\frac{\partial I}{\partial t} \right] = [V] \quad (II.53)$$

La matrice est diagonale, ses éléments représentent les résistances des spires élémentaires.

La matrice $[L]$ est une matrice pleine où les éléments de la diagonale L_{ij} représentent les inductances propres des spires élémentaires et les éléments hors la diagonale M_{ij} représentent les inductances mutuelles des spires i et j .

a. Avantages de la méthode

- Application générale pour les problèmes de la répartition des grandeurs électromagnétiques.
- Plus précise que la méthode analytique unidimensionnelle.

b. Inconvénients de la méthode

- Le principal inconvénient de cette méthode lourdeur des calculs nécessaires pour obtenir analytiquement les coefficients d'inductance mutuelle.
- Notons aussi que le champ d'application de cette méthode est très limité.

II.7.2.3. Méthode d'intégrale de frontière

Cette méthode permet la présentation du domaine (la détermination des grandeurs inconnues) tout en limitant la discrétisation à la frontière. Elle ne s'applique que dans le cas où le milieu considéré est linéaire, lorsque les fréquences de travail sont très importantes, car la profondeur de pénétration devient très faible par rapport aux autres dimensions géométriques de dispositif étudié. La méthode d'intégrale de frontières est utilisée généralement en magnétostatique ou bien elle est couplée avec la méthode des éléments finis et cela pour calculer les champs électromagnétiques dans les milieux linéaires et non conducteurs.

En deux dimensions, elle est basée sur la formulation intégrale suivante :

$$\int_{\Gamma} \left(G \frac{\partial A}{\partial n} - A \frac{\partial G}{\partial n} \right) d\Gamma = CA \quad (II.54)$$

Où G est la fonction de Green de l'opérateur de Laplace en deux dimensions, elle est représentée par :

$$G = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{r} \quad (II.55)$$

C est un facteur qui caractérise la forme de la frontière ($C = 0.5$ sur contour lisse),

$\frac{\partial A}{\partial n}$ est la projection du gradient du module de la composante transversale du vecteur potentiel magnétique sur la normale à l'élément de frontière $d\Gamma$. L'intégrale est calculée sur la

frontière Γ du domaine analysé. La discrétisation de l'équation (II.50) aboutit à un système linéaire en termes de valeurs du module de la composante transversale de vecteur potentiel magnétique sur les nœuds de la frontière.

a. Avantages de la méthode

- Prise en compte de domaines infinis.
- Temps de calcul relativement réduit.
- Taille des systèmes algébriques réduite.

b. Inconvénients de la méthode

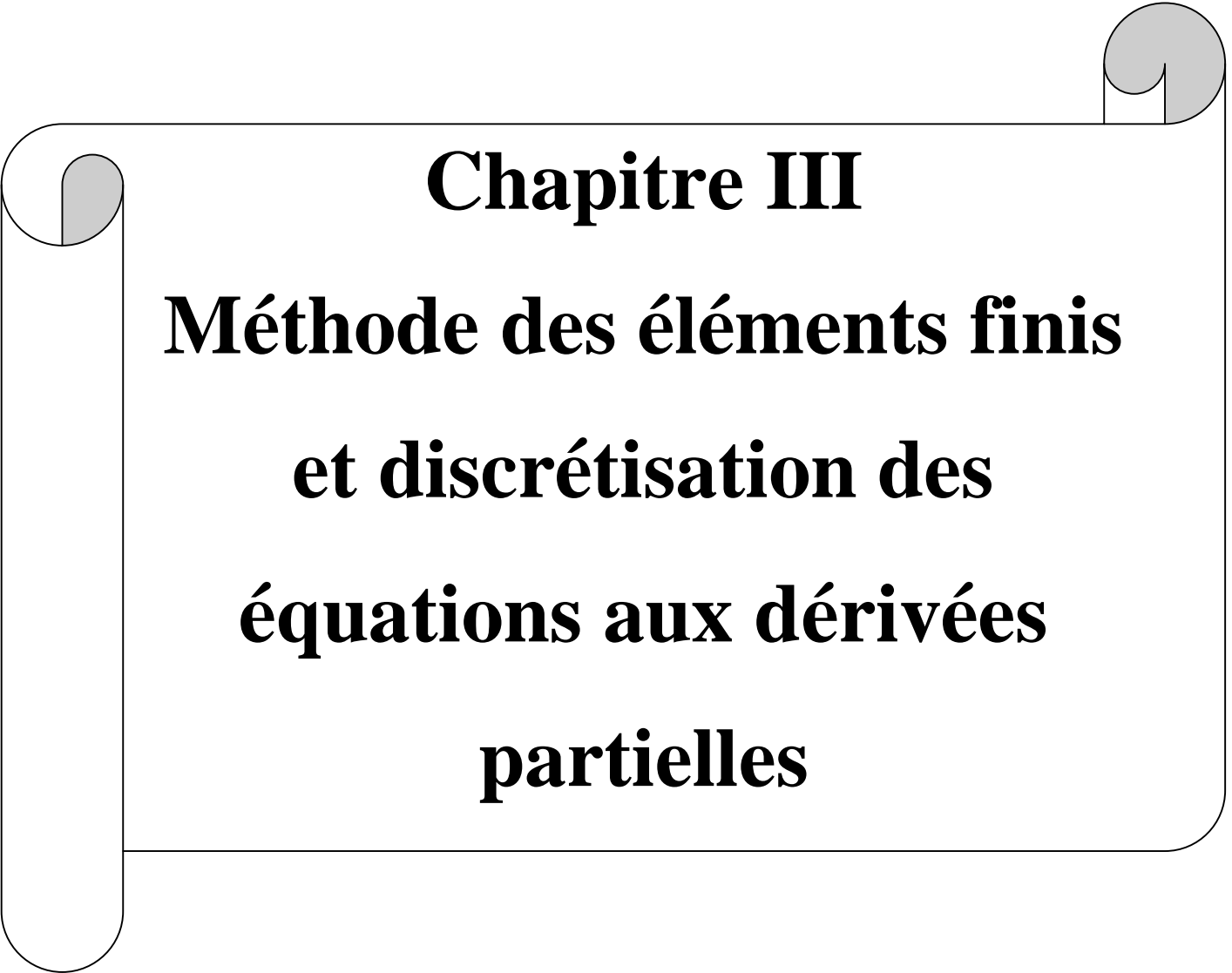
- Ne résout que les problèmes linéaires.
- Le système algébrique obtenu n'est pas symétrique.

II.7.2.4. Méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis consiste en utilisation d'une approximation simple des variables inconnues pour transformer les équations aux dérivées partielles en équations algébriques. La méthode des éléments finis est basée sur une formulation intégrale du problème aux dérivées partielles, cette formulation peut être de type variationnel ou résidus pondérer [14].

II.8. Conclusion

Tous les systèmes physiques peuvent être décrits par les équations aux dérivées partielles. Concernant l'électromagnétisme, ces équations sont données par Maxwell et les lois du comportement des milieux. Pour analyser ces systèmes physiques, en termes de leurs qualités et états de santé, on doit procéder à la résolution de ces équations décrites par l'une des méthodes de résolution qu'on a citées ci-dessus. Le choix de la méthode dépend du degré de la complexité de la géométrie : pour les géométries simples la résolution se fait par les méthodes analytiques alors que pour les géométries complexes la résolution n'est pas aisée. Dans ce cas, on utilise les méthodes numériques ou semi-analytiques qui nous permettent d'approcher les résultats de calcul aux résultats théorique avec une précision admissible. Dans notre travail, on procédera à l'étude d'un transformateur de puissance par la méthode des éléments finis en bidimensionnelle en coordonnées cartésiennes.



Chapitre III

Méthode des éléments finis

et discrétisation des

équations aux dérivées

partielles

III.1. Introduction

La physique des phénomènes est explicitée par les équations aux dérivées partielles dont leurs résolutions par les méthodes numériques surgissent là où les solutions analytiques ne pouvant être obtenues qu'à moyen d'hypothèses simplificatrices. L'évolution des méthodes numériques a changé la position de la recherche industrielle vis-à-vis des mathématiques appliquées. Ainsi les méthodes numériques sont utilisées dans la conception et la réalisation des produits. La méthode des éléments finis est la plus courante. C'est la mieux adaptée pour tenir compte des géométries compliquées des systèmes. Malgré l'importance de son domaine d'application, cette méthode peut faire défaut dans les situations particulières suivantes :

- Le domaine d'étude est infini.
- Présence de la singularité au niveau du domaine d'étude dont certains points présentent des dérivées infinies.

III.2. Principe de la méthode des éléments finis

Le principe de l'analyse en éléments finis est de rechercher une solution approchée de la solution exacte de la distribution d'une grandeur physique sur un domaine régi par un système d'équations aux dérivées partielles. Pour cela le domaine est divisé en sous-domaines que l'on appelle éléments. Les éléments sont des ensembles de points appelés nœuds qui contiennent une représentation mathématique des échanges d'énergie et une fonction d'interpolation du champ à l'intérieur de l'élément et entre ses nœuds. Le champ global calculé est alors déterminé par un nombre fini de valeurs du champ sur les nœuds. Les inconnues en chacun des nœuds sont appelées variables nodales [8].

Une analyse éléments finis comporte les étapes suivantes [8] :

- Choix du domaine d'étude.
- Discrétisation (maillage) du domaine en éléments et nœuds.
- Calcul des matrices et des vecteurs associés à chaque élément.
- Assemblage des matrices et vecteurs de chaque élément pour construire le système d'équations global.
- Introduction des conditions aux limites et des charges dans le système d'équations global.
- Résolution du système d'équations algébrique obtenu.

III.3. Mise en œuvre de la méthode des éléments finis

III.3.1. Formulation intégrale

La méthode des éléments finis ne permet pas l'utilisation directe de l'équation aux dérivées partielles sous sa forme différentielle. Cette équation doit être écrite sous une forme intégrale [9], c'est la formulation intégrale. Cette formulation est fréquemment utilisée sous deux formes :

- Variationnelle.
- Résidus pondérés (ou projective).

III.3.1.1. Formulation variationnelle

La formulation variationnelle nécessite au préalable la connaissance de la fonctionnelle d'énergie du domaine à étudier. Cette fonctionnelle est déterminée à partir du principe de l'action Hamiltonienne qui stipule l'existence d'une fonctionnelle de type intégrale définie par [8] :

$$F(A) = \int_{\Omega} L. d\Omega \quad (III.1)$$

Avec :

L : est la fonction de Lagrange résultant de la coénergie du système de type cinétique et de son énergie potentielle.

Ω : domaine de résolution.

Dans le cas d'un phénomène magnétostatique, cette fonction L est donnée par :

$$L = \int_0^B \frac{1}{\mu}. b db - JA \quad (III.2)$$

La fonctionnelle d'énergie devient alors :

$$F(A) = \int_{\Omega} [\int_0^B \frac{1}{\mu}. b db - JA] d\Omega \quad (III.3)$$

Avec :

m : Perméabilité magnétique [H/m].

B : Module de l'induction magnétique [T].

J : Densité de courant [A/m^2].

A : Potentiel vecteur magnétique [T.m].

b : Induction magnétique [T].

La résolution de ce problème consiste à minimiser la fonctionnelle d'énergie $F(A)$. Cette minimisation est effectuée par le principe de Rayleigh-Ritz qui consiste à écrire :

$$\frac{\partial F(A)}{\partial A_i} = 0 \quad (III.4)$$

A_i : Inconnu au nœud i du domaine.

III.3.1.2. Formulation projective

Cette formulation est plus employée de l'approche variationnel, car elle ne nécessite pas la connaissance au préalable de l'énergie du système qui est dans la plupart des cas difficile à déterminer. Le principe de la méthode projective est basé sur un théorème applicable dans un espace d'Hilbert, qui stipule que seul le vecteur nul est orthogonal à tous les vecteurs de l'espace. L'orthogonalité de deux fonctions f et g se traduit par :

$$\int_{\Omega} f \cdot g d\Omega = 0 \quad (III.5)$$

On définit le résidu :

$$R_i = L(A) - f \quad (III.6)$$

L : Opérateur différentiel.

f : Terme source.

A : Inconnu du problème.

L'expression (III.5) devient :

$$\int_{\Omega} R_i \cdot \Phi_i d\Omega = 0 \quad (III.7)$$

Φ_i : Fonction de projection (ou de pondération).

Les valeurs de A qui permettent d'annuler l'intégrale sont solutions du système algébrique obtenu. Le choix des fonctions de projection permet de définir plusieurs méthodes, parmi elles on cite [8]:

- La méthode de collocation par points : elle utilise la fonction de Dirac comme fonction de pondération.
- La méthode de GALERKINE.

III.3.2. Discrétisation du domaine d'étude

Cette étape consiste à mailler le domaine d'étude en un nombre fini d'éléments appelés sous domaines. Ce maillage doit satisfaire aux conditions suivantes :

- La somme de tous les éléments doit former le domaine d'étude.
- Les éléments assemblés ne peuvent avoir en commun que des sommets (nœuds) ou des segments situés dans leurs frontières.
- Dans le cas des frontières géométriquement complexes on doit diminuer la taille du maillage pour éviter un écart d'erreur plus important.

Les éléments finis classiques employés dans la plupart des cas pour discrétiser un domaine d'étude quelconque, représentés sur la figure III.1, sont les suivants :

- A une dimension : un élément droit.
- A deux dimensions : un triangle.
- A trois dimensions : un tétraèdre.

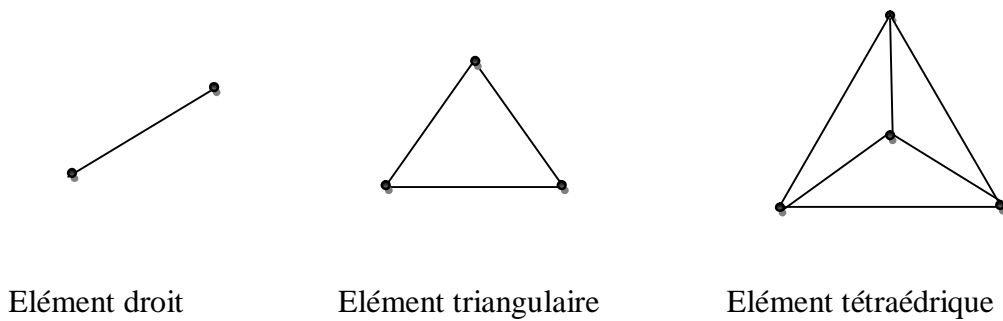


Figure III.1 : Exemples d'éléments d'un maillage éléments finis.

III.3.3. Calcul de la fonction d'approximation

La méthode des éléments finis repose sur la recherche d'une fonction globale représentant les phénomènes étudiés en tout point du domaine d'étude. Elle sera construite par parties sur chacun de ces éléments. Etant donné le maillage qui nous concerne est de type triangulaire linéaire, on considère l'élément suivant :

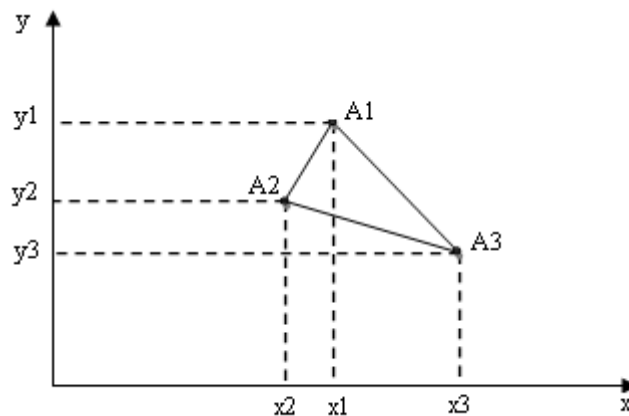


Figure III.2 : Élément triangulaire linéaire

La fonction d'interpolation associée à cet élément est de la forme :

$$A(x, y) = ax + by + c \tag{III.8}$$

Cette équation peut se mettre sous forme matricielle comme suit :

$$A(x, y) = [x \ y \ 1] \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \tag{III.9}$$

L'application aux trois nœuds A_1, A_2 et A_3 de l'équation (III. 8) nous amène à résoudre le système matriciel suivant :

$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} \quad (III. 10)$$

Les coefficients a, b, c se déduisent alors comme suit :

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} \quad (III. 11)$$

Cette équation nous permettra d'écrire (III. 9) sous la forme suivante :

$$A(x, y) = [\emptyset_1(x, y) \quad \emptyset_2(x, y) \quad \emptyset_3(x, y)] \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} \quad (III. 12)$$

Avec $\emptyset_1, \emptyset_2, \emptyset_3$ sont les fonctions de formes :

$$\emptyset_1(x, y) = \frac{1}{2S} [(y_3 - y_2)(x_2 - x) - (x_3 - x_2)(y_2 - y)]$$

$$\emptyset_2(x, y) = \frac{1}{2S} [(y_1 - y_3)(x_3 - x) - (x_1 - x_3)(y_3 - y)]$$

$$\emptyset_3(x, y) = \frac{1}{2S} [(y_2 - y_1)(x_1 - x) - (x_2 - x_1)(y_3 - y)]$$

S : Aire du triangle décrit par les sommets de l'élément.

L'équation (III. 12) est la fonction d'approximation associée à l'élément triangulaire décrite en fonction des valeurs des inconnus en chacun des sommets ou nœuds de cet élément.

Les fonctions des éléments doivent remplir ces deux conditions :

- Continuité sur l'élément.
- Continuité entre les différents éléments.

La fonction d'approximation globale sur le domaine complet, contenant N nœuds, est alors la somme de toutes les fonctions relatives aux éléments. L'inconnu s'exprime comme suit :

$$A = \sum_{j=1}^N \emptyset_j A_j \quad (III. 13)$$

A_j : Valeur de l'inconnu au nœud j .

\emptyset_j : Fonction de forme au nœud j .

III.3.4. Conditions aux limites

Les différents cas associés aux conditions aux limites sont les suivants :

a) Condition de type DIRICHLET

On peut connaître la valeur de la grandeur sur une frontière ou l'évoluer théoriquement selon le dispositif étudié ainsi que la précision recherchée.

$$\Phi = \Phi_0$$

$$\Phi_0 = cste$$

b) Condition de type NEUMANN

- Dans certains cas, on peut estimer la variation du phénomène suivant la normale (cas des plans de symétrie).

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = \Phi_0$$

c) Condition mixte (ou ROBIN)

$$a \frac{\partial \Phi}{\partial n} + b\Phi = c$$

a, b, c : sont des constantes.

III.4. Discrétisation des équations aux dérivées partielles (EDP)

Résoudre par éléments finis les équations aux dérivées partielles qui décrivent les modèles magnétostatiques et magnétodynamiques, présentés au chapitre précédent, revient à appliquer la méthode projective de GALERKINE :

$$\iint_{\Omega} \alpha_i \cdot EDP dV = 0 \tag{III. 14}$$

III.4.1. Modèles magnétostatiques

Le modèle magnétostatique est représenté en coordonnées cartésiennes comme suit :

$$\iint_{\Omega} \alpha_i \left[-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right] dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i j_{sz} dx dy \tag{III. 15}$$

L'application du théorème de Green à l'équation (III. 15) permet à la fois d'évacuer les dérivées d'ordre deux de son premier terme et d'explicitier les conditions aux limites :

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} \alpha_i \left[-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right] dx dy \\ = \iint_{\Omega} \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right] dx dy - \int_{\Gamma} \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial n} d\Gamma \end{aligned} \tag{III. 16}$$

Dans le cas des conditions aux limites de type Dirichlet $A = 0$ ou de type Neumann $\frac{\partial A}{\partial n} = 0$ (dite condition Neumann homogène), le terme sur la frontière s'annule. L'équation (III. 15) devient :

$$\iint_{\Omega} \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right] dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i j_{sz} dx dy \quad (III. 17)$$

Sachant que le potentiel vecteur magnétique A_z peut être discrétisé sous la forme $A_z = \sum_{j=1}^N \alpha_j A_{zj}$ pour tous les nœuds du domaine d'étude. Cela nous amène à écrire l'équation (III. 17) comme suit :

$$\iint_{\Omega} \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \frac{\partial \alpha_j}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \frac{\partial \alpha_j}{\partial y} \right] A_{zj} dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i j_{sz} dx dy \quad (III. 18)$$

i, j varient de 1 à N .

On obtient en finalité un système algébrique matriciel à résoudre :

$$[M][A] = [J] \quad (III. 19)$$

Où :

$$M_{ij} = \iint_{\Omega} \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \frac{\partial \alpha_j}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \frac{\partial \alpha_j}{\partial y} \right] dx dy$$

$$J_i = \iint_{\Omega} \alpha_i j_{sz} dx dy$$

$[A]$: Inconnu du domaine d'étude.

III.4.2. Modèle magnétodynamique

Le seul changement qui interviendra dans ce cas est la prise en compte de la variation du potentiel vecteur magnétique par rapport au temps. En adoptant la même démarche que dans le cas du modèle magnétostatique, nous aboutissons à la formulation éléments finis des équations magnétodynamiques transitoires en coordonnées cartésiennes :

$$\iint_{\Omega} \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \frac{\partial \alpha_j}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \frac{\partial \alpha_j}{\partial y} \right] A_{zj} dx dy + j\omega \iint_{\Omega} \alpha_i \alpha_j \sigma A_z dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i j_{sz} dx dy \quad (III. 20)$$

i, j varient de 1 à N .

Le système algébrique à résoudre relatif à ce cas est :

$$[M][A] + j\omega[L][A] = [J] \quad (III. 21)$$

Où :

$$M_{ij} = \iint_{\Omega} \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \frac{\partial \alpha_j}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \frac{\partial \alpha_j}{\partial y} \right] dx dy$$

$$J_i = \iint_{\Omega} \alpha_i j_{sz} dx dy$$

$$L_{ij} = \iint_{\Omega} \sigma \alpha_i \alpha_j dx dy$$

III.4.3. Modèle électrostatique

Le model électrostatique est représenté en coordonnées cartésiennes comme suit :

$$\iint_{\Omega} \alpha_i \left[-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right) \right] dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i \frac{\rho}{\varepsilon} dx dy \quad (III. 22)$$

ρ : Résistivité électrique [$\Omega.m$].

ε : Permittivité électrique [F/m].

V : Potentiel scalaire électrique [V].

L'application du théorème de Green à l'équation (III. 22) permet à la fois d'évacuer les dérivées d'ordre deux de son premier terme et d'explicitier les conditions aux limites :

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} \alpha_i \left[-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right) \right] dx dy \\ = \iint_{\Omega} \left[\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial y} \right] dx dy - \int_{\Gamma} \frac{\partial V}{\partial n} d\Gamma \end{aligned} \quad (III. 23)$$

Dans le cas des conditions aux limites de type Dirichlet $V = cste$ ou de type Neumann $\frac{\partial V}{\partial n} = 0$ (dite condition Neumann homogène), le terme sur la frontière s'annule. L'équation (III. 22) devient :

$$\iint_{\Omega} \left[\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial y} \right] dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i \frac{\rho}{\varepsilon} dx dy \quad (III. 24)$$

Sachant que le potentiel scalaire électrique V peut être discrétisé sous la forme $V = \sum_{j=1}^N \alpha_j V_j$ pour tous les nœuds du domaine d'étude. Cela nous amène à écrire l'équation (III. 24) comme suit :

$$\iint_{\Omega} \left[\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \frac{\partial \alpha_j}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \frac{\partial \alpha_j}{\partial y} \right] V_j dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i \frac{\rho}{\varepsilon} dx dy \quad (III. 25)$$

i, j varient de 1 à N .

On obtient en finalité un système algébrique matriciel à résoudre :

$$[M][V] = [\gamma] \quad (III. 26)$$

Où :

$$\gamma = \frac{\rho}{\varepsilon}$$

$$M_{ij} = \iint_{\Omega} \left[\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \frac{\partial \alpha_j}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \frac{\partial \alpha_j}{\partial y} \right] dx dy$$

$$\gamma_i = \iint_{\Omega} \alpha_i \gamma dx dy$$

$[V]$: Inconnu du domaine d'étude.

III.5. Présentation du logiciel FEMM

F.E.M.M (Finit Element Magnetics Method) est une suite de programme pour la résolution des problèmes statiques ainsi que des problèmes de basses fréquences en électromagnétisme, il s'applique à des problèmes 2D en coordonnées cartésiennes ou axisymétriques [11]. La résolution des problèmes électromagnétiques et électrostatiques par le logiciel F.E.M.M passe par trois étapes principales à savoir le préprocesseur, le solutionneur, et le poste processeur.

a) Préprocesseur (femme.exe)

C'est un programme permettant de définir la structure à étudier et d'affecter les propriétés des matériaux à chaque région et les conditions aux limites choisies, ainsi que le type de problème à résoudre (plan, axisymétrique).

b) Solutionneur (fkerne.exe)

Le solutionneur résout le système matriciel qui décrit le problème, en utilisant l'ensemble des fichiers de données qui décrivent le problème pour en fin trouver les valeurs du potentiel

dans le domaine considéré. Pour se faire, un programme additionnel est appelé à accomplir le maillage.

- **Triangle.exe**

C'est un programme qui décompose le domaine d'étude en un grand nombre de triangles. Il constitue une étape essentielle du processus de la méthode des éléments finis.

c) Post processeur (femmview.exe)

C'est une interface graphique qui permet de traiter les résultats fournis par le solveur dans les différentes régions. Le programme permet aussi d'examiner la valeur du potentiel en n'importe quel point du domaine d'étude.

- **Femplot.exe**

C'est un petit programme employé pour les diverses courbes.

III.6. Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté la méthode des éléments finis en appuyant sur le principe et la mise en œuvre de cette méthode que nous avons utilisé comme moyen de résolution des équations différentielles qui régissent notre domaine d'étude. De plus, on a présenté le logiciel FEMM (Finite Elements Magnetic Methods) qu'on utilisera dans l'élaboration de notre étude. Les résultats de simulation et leurs interprétations seront présentés dans le chapitre suivant.

A decorative border resembling a scroll, with a grey shaded area on the left side and a grey shaded area on the top right corner.

Chapitre IV

Etude du transformateur triphase

IV.1. Introduction

Dans notre travail nous considérons un transformateur de puissance triphasé abaisseur de tension. L'étude consiste à déterminer la répartition de l'induction et le potentiel vecteur magnétique dans le transformateur. A partir des ces résultats obtenus, nous procéderons au calcul des résistances et des inductances des enroulements primaire et secondaire du transformateur. On effectuera une autre étude en régime électrostatique afin d'évaluer la répartition du champ et du potentiel électrique entre les enroulements.

L'étude s'effectuera en utilisant la méthode des éléments finis à deux dimensions, cette méthode est très utilisée et adaptée pour des géométries complexes ainsi que pour l'étude des différents phénomènes électromagnétiques.

Le calcul se fera en utilisant le logiciel (F.E.M.M, version 3.3) pour le calcul électromagnétique et (F.E.M.M, version 4.2) pour le calcul électrostatique.

IV.2. Présentation du transformateur triphasé

Les caractéristiques du transformateur étudié sont présentées dans le Tableau IV.1:

Tableau IV.1 : Caractéristiques du transformateur

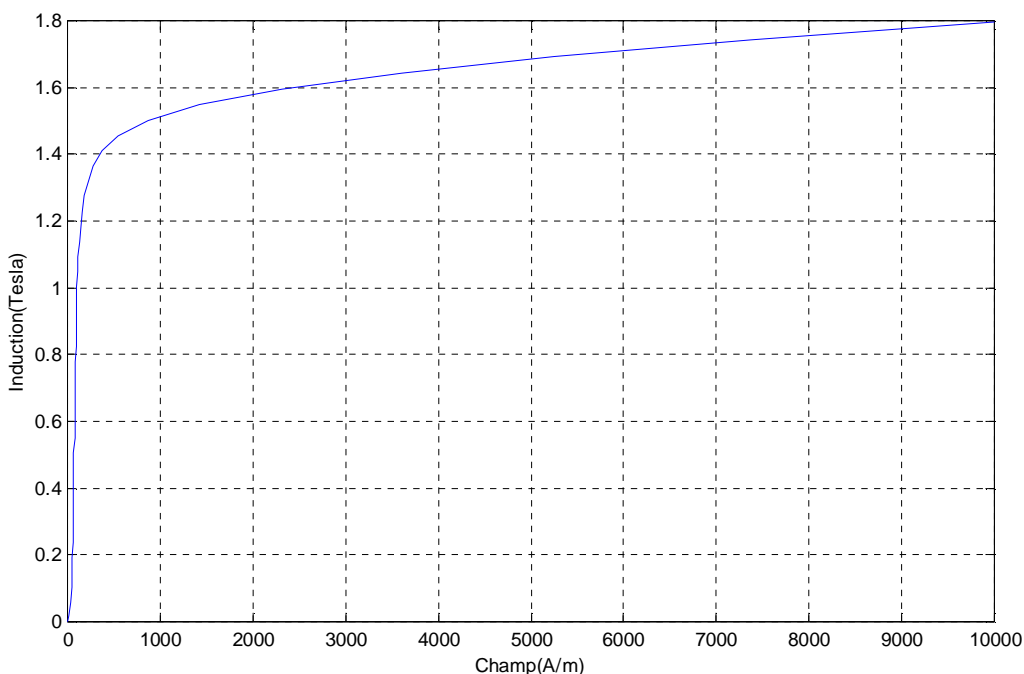
Caractéristiques	Valeurs	Unités
Puissance apparente	125	MVA
Nombre de phase	3	-
Fréquence d'alimentation	50	Hz
Connexion des enroulements primaires	Etoile(Y)	-
Connexion des enroulements secondaires	Triangle(D)	-
Tension nominale au primaire	220	KV
Tension nominale au secondaire	15.75	KV
Courant nominal au primaire	328.03	A
Courant nominal au secondaire	2645.5	A
Enroulements de réglages	-	-

Les propriétés physiques relatives aux modèles électromagnétiques sont données dans le Tableau IV.2:

Tableau IV.2 : Propriétés physiques du transformateur

Régions du transformateur	Perméabilité magnétique relative	Conductivité électrique [$\Omega.m$] ⁻¹	Permittivité électrique relative
Circuit magnétique(FeSi)	courbe d'aimantation B=f(H) de la tôle (FeSi)	2.10^6	1
Enroulements (cuivre)	1	59.10^6	1
Huile	1	$1,66.10^{-11}$	2,2
Papier isolant	1	-	2,5

La Figure IV.1 montre la courbe d'aimantation $B=f(H)$ de la tôle GO (FeSi) considérée pour l'étude du transformateur:

Figure IV.1 : Courbe d'aimantation $B=f(H)$ de la tôle (FeSi)

IV.3. La géométrie du transformateur en deux dimensions

La configuration géométrique du transformateur en coupe transversale dans le plan $[x,y]$ est donnée par la Figure IV.2 :

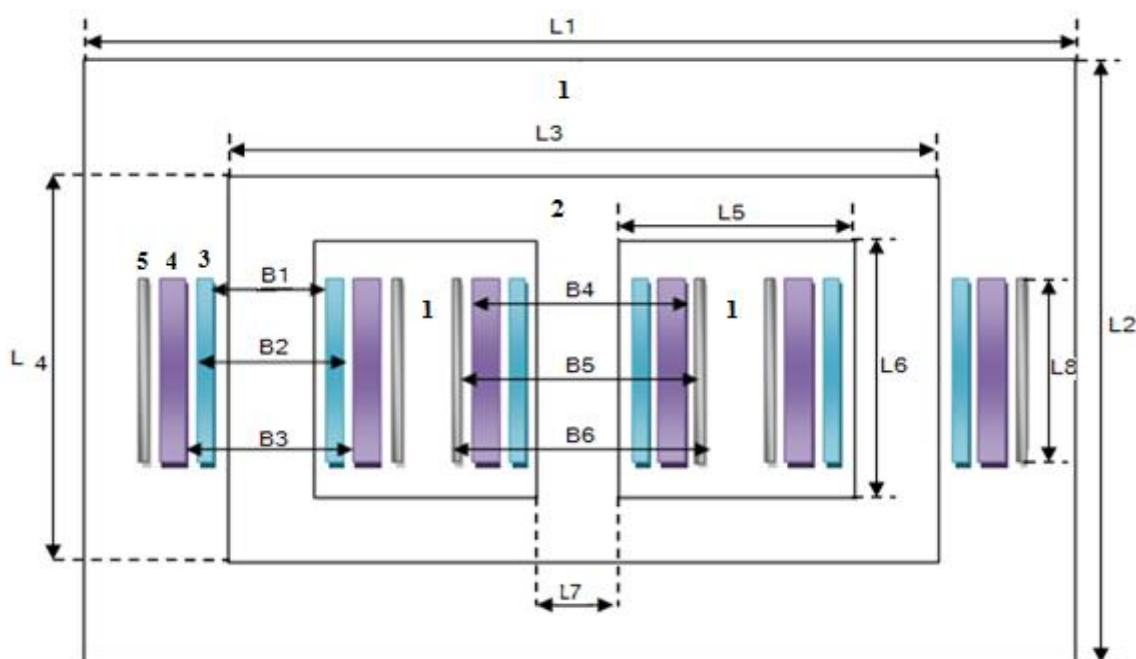


Figure IV.2 : Configuration géométrique transversale 2-D du transformateur

1 : représente l'huile.

2 : représente le circuit magnétique.

3 : représente l'enroulement secondaire (BT).

4 : représente l'enroulement primaire (HT).

5 : représente l'enroulement de réglage.

Les dimensions géométriques du transformateur sont données par le Tableau IV.3 :

Tableau IV.3 : Données géométriques du transformateur

Composante	Signification	Valeur	Unité
L1	Longueur de la cuve	7700	mm
L2	Hauteur de la cuve	7650	mm
L3	Longueur du noyau	4180	mm
L4	Hauteur extérieur du noyau	3044	mm
L5	La distance entre deux colonnes	1130	mm
L6	Hauteur intérieur du noyau	2420	mm
L7	Largeur de la colonne du noyau	640	mm
L8	Hauteur des enroulements	1900	mm
B1	Diamètre intérieur de la bobine BT	925	mm
B2	Diamètre extérieur de la bobine BT	1040	mm
B3	Diamètre intérieur de la bobine HT	1300	mm
B4	Diamètre extérieur de la bobine HT	1600	mm
B5	Diamètre intérieur de la bobine de réglage	1610	mm
B6	Diamètre extérieur de la bobine de réglage	1640	mm

IV.4. Domaine d'étude et conditions aux limites

Le domaine de résolution associé et les conditions aux limites de type Dirichlet ($\vec{A} = \mathbf{0}$) associées sont donnés par la Figure IV.3 :

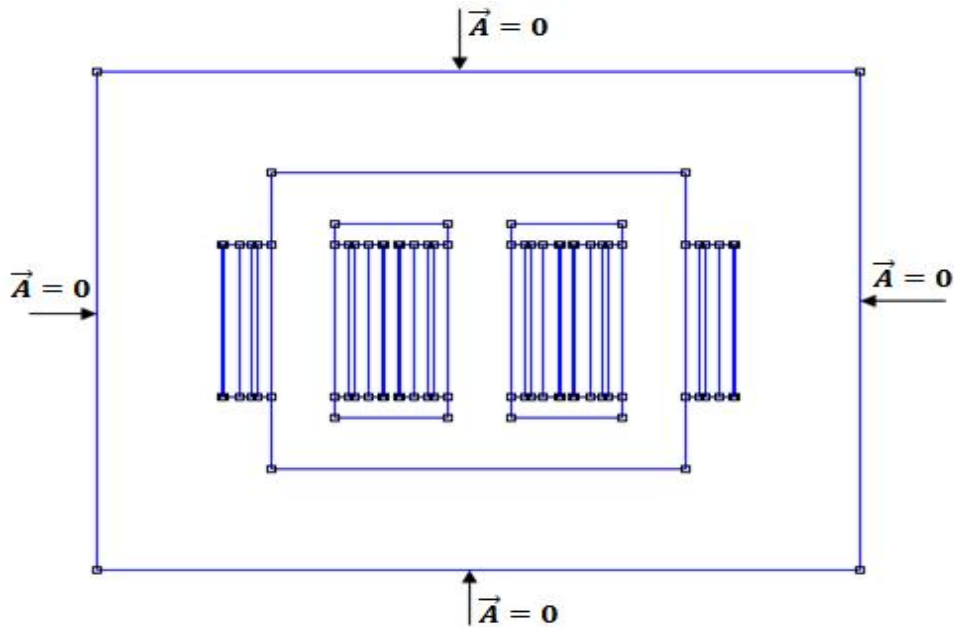


Figure IV.3 : Domaine d'étude et conditions aux limites

IV.5. Maillage éléments finis du transformateur

La Figure IV.4 présente le maillage éléments finis du domaine d'étude, afin de résoudre le problème électromagnétique bidimensionnel en régime magnétodynamique harmonique.

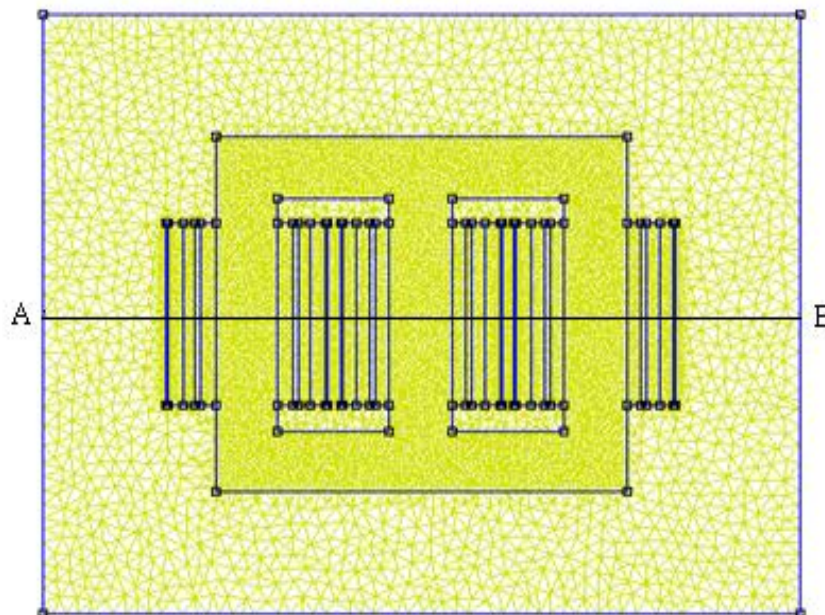


Figure IV.4 : Maillage éléments finis du domaine d'étude

IV.6. Résultats et interprétation

IV.6.1. Etude électromagnétique du transformateur

L'étude concernera la répartition de l'induction et le vecteur potentiel magnétique dans le transformateur et leurs évaluations suivant le segment (AB), ainsi que le calcul des résistances et des inductances des enroulements primaire et secondaire pour différents instants d'alimentation.

Les allures des courants d'alimentation de l'enroulement primaire (HT) et de l'enroulement secondaire (BT) sont données respectivement par les Figures IV.5 et IV.6.

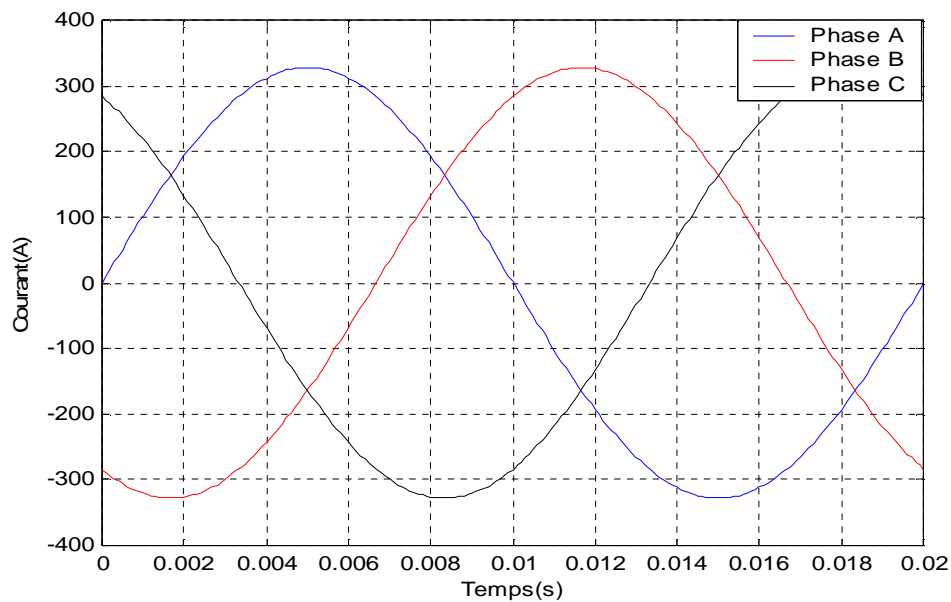


Figure IV.5 : Allure des courants d'alimentation de l'enroulement primaire (HT)

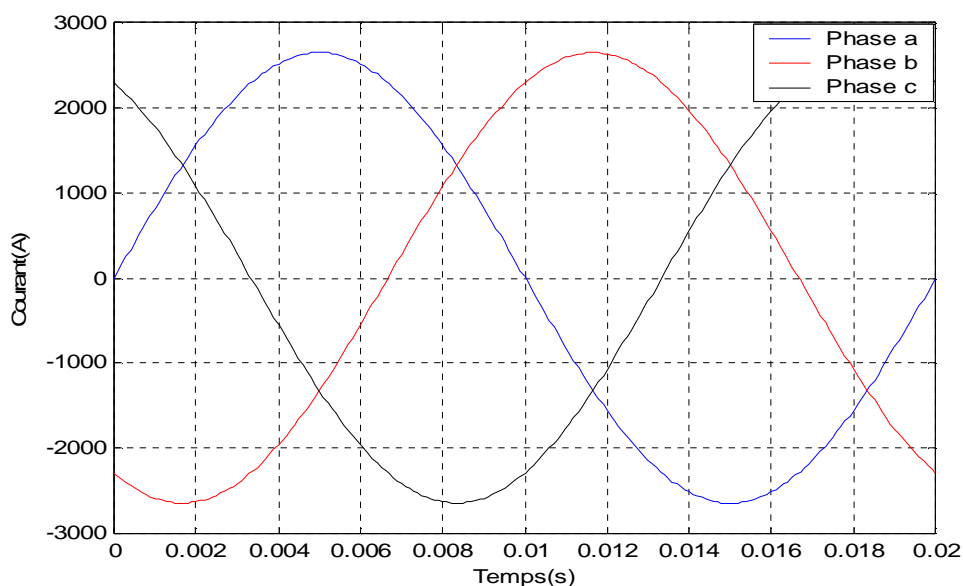


Figure IV.6 : Allure des courants d'alimentation de l'enroulement secondaire (BT)

Les valeurs instantanées et les densités de courants dans les enroulements primaire et secondaire à l'instant $t = 4 \text{ ms}$ sont données par le Tableau IV.4 :

Tableau IV.4 : Courants et densités de courant primaires et secondaires à l'instant $t = 4 \text{ ms}$

			Courant instantané (A)	Densité de courant (A/m^2)
Enroulement HT	Phase A	Aller	311,97	1100
		Retour	-311,97	-1100
	Phase B	Aller	-243,77	-855
		Retour	243,77	855
	Phase C	Aller	-68,2	-239
		Retour	68,2	239
Enroulement BT	Phase a	Aller	2516	23000
		Retour	-2516	-23000
	Phase b	Aller	-1966	-18000
		Retour	1966	18000
	Phase c	Aller	-550,03	-5000
		Retour	550,03	5000

La Figure IV.7 représente les isovaleurs du potentiel vecteur magnétique à l'instant $t=4\text{ms}$:

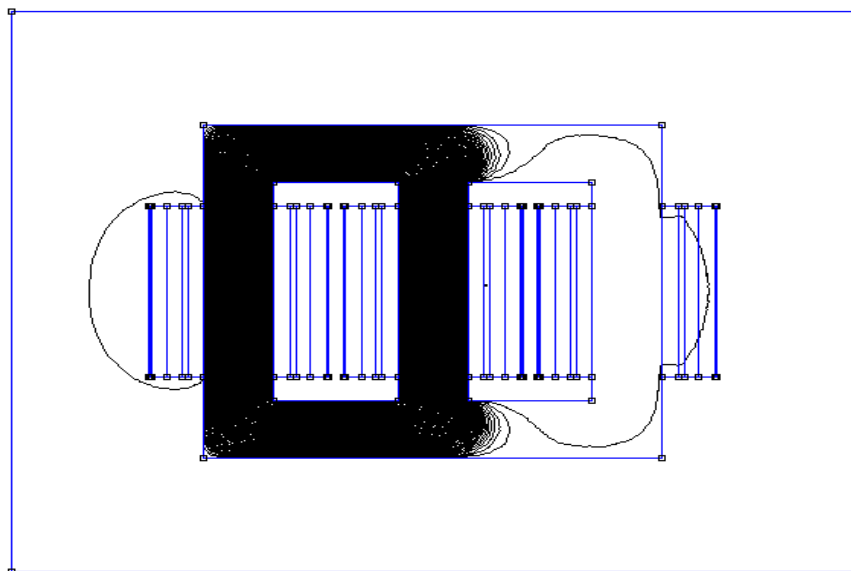


Figure. IV.7 : Isovaleurs du potentiel vecteur magnétique à $t=4\text{ms}$

La figure ci-dessous représente l'allure du vecteur potentiel magnétique à $t=4\text{ms}$ suivant le segment (AB) :

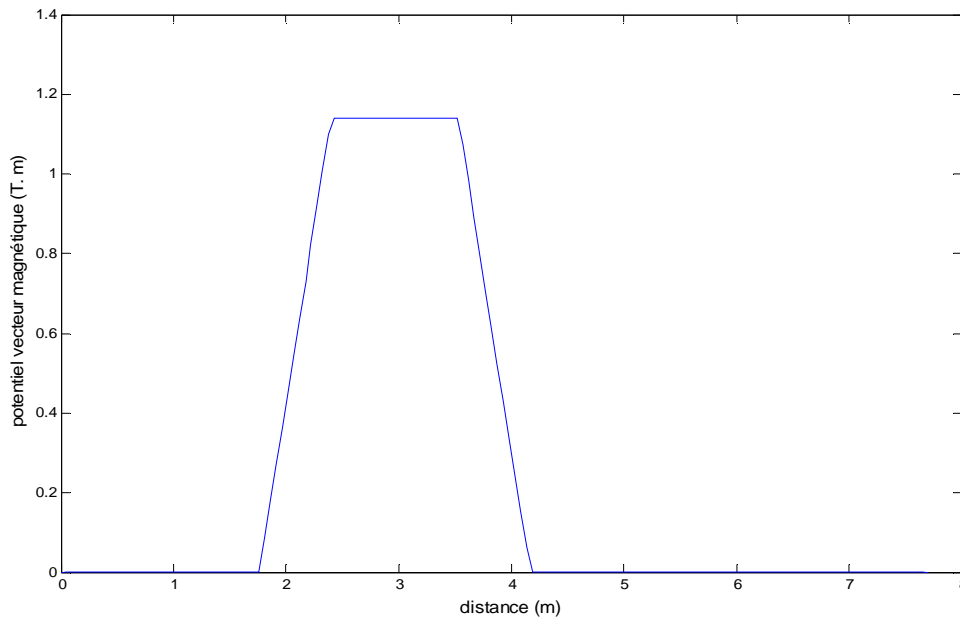


Figure. IV.8 : Allure du potentiel vecteur magnétique à $t=4\text{ms}$ suivant le segment (AB)

La Figure IV.9 montre la répartition de l'induction magnétique à $t=4\text{ms}$ dans le transformateur :

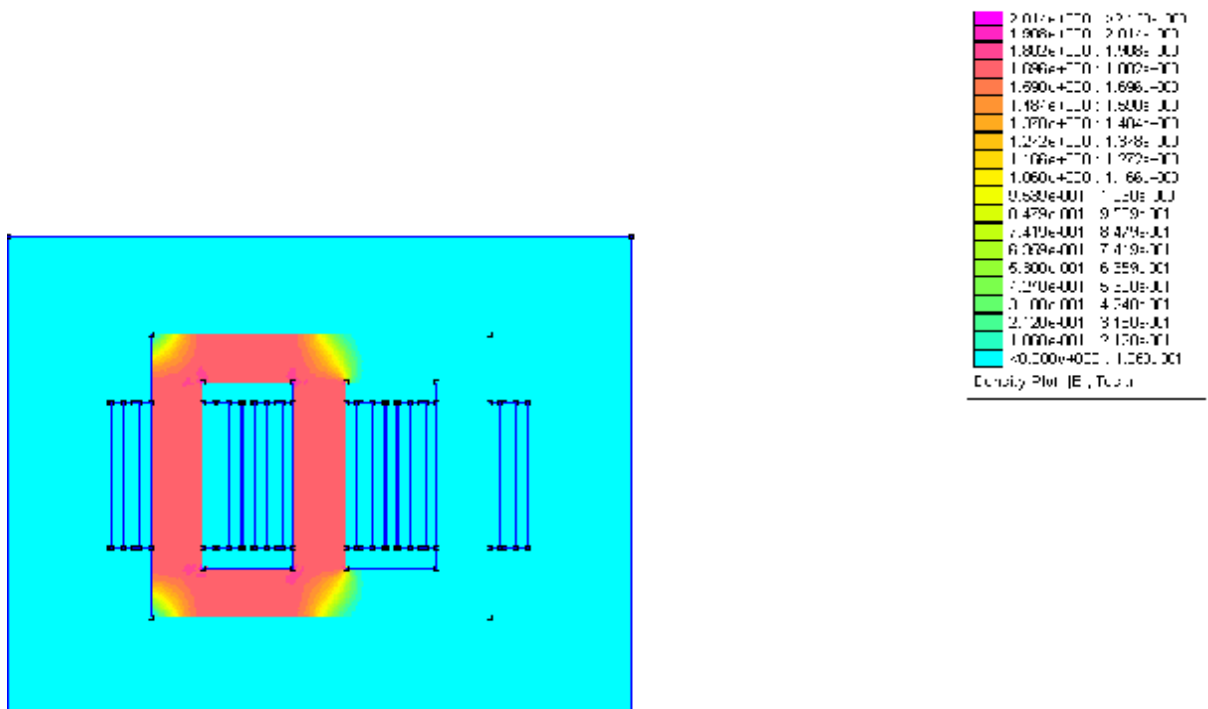


Figure. IV.9 : Répartition de l'induction magnétique dans le transformateur à $t=4\text{ms}$

La Figure IV.10 illustre l'allure de l'induction magnétique à $t=4\text{ms}$ suivant le segment (AB) :

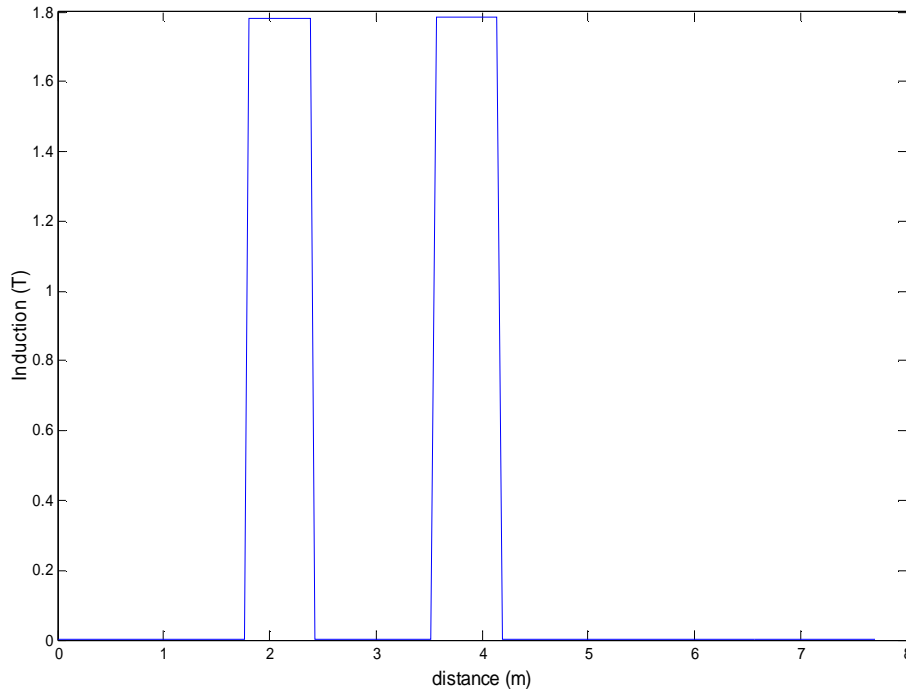


Figure. IV.10: Allure d'induction magnétique à $t=4\text{ms}$ suivant le segment (AB)

On remarque que la valeur du potentiel vecteur magnétique, représenté sur les Figures IV.7 et IV.8 à l'instant $t = 4 \text{ ms}$, est plus grande au niveau de la première et la deuxième colonne. Les Figures IV.9 et IV.10 montrent que l'induction magnétique atteint une valeur de 1,78 T dans la première et la deuxième colonne et s'annule en dehors de cette zone. En exploitant la courbe de saturation $B(H)$, représentée par la Figure IV.1, on voit bien que le circuit magnétique est saturé dans les deux premières colonnes. Les caractéristiques magnétiques du noyau permettent la canalisation des lignes du champ magnétique au niveau des colonnes et la culasse. Cela justifie les valeurs maximales atteintes dans le noyau.

Les valeurs instantanées des courants et les densités de courants dans les enroulements primaire et secondaire à l'instant $t = 8 \text{ ms}$ sont données dans le Tableau IV.5:

Tableau IV.5 : Courants et densités de courant primaire et secondaire à l'instant $t = 8 \text{ ms}$

		Courant instantané (A)		Densité de courant (A/m^2)
Enroulement HT	Phase A	Aller	192,81	676
		Retour	-192,81	-676
	Phase B	Aller	133,42	468
		Retour	-133,42	-468
	Phase C	Aller	-326,23	-1100
		Retour	326,23	1100
Enroulement BT	Phase a	Aller	1555	14200
		Retour	-1555	-14200
	Phase b	Aller	1076	9800
		Retour	-1076	-9800
	Phase c	Aller	-2631	-24100
		Retour	2631	24100

La Figure IV.11 montre les isovaleurs du potentiel vecteur magnétique à l'instant $t = 8 \text{ ms}$:

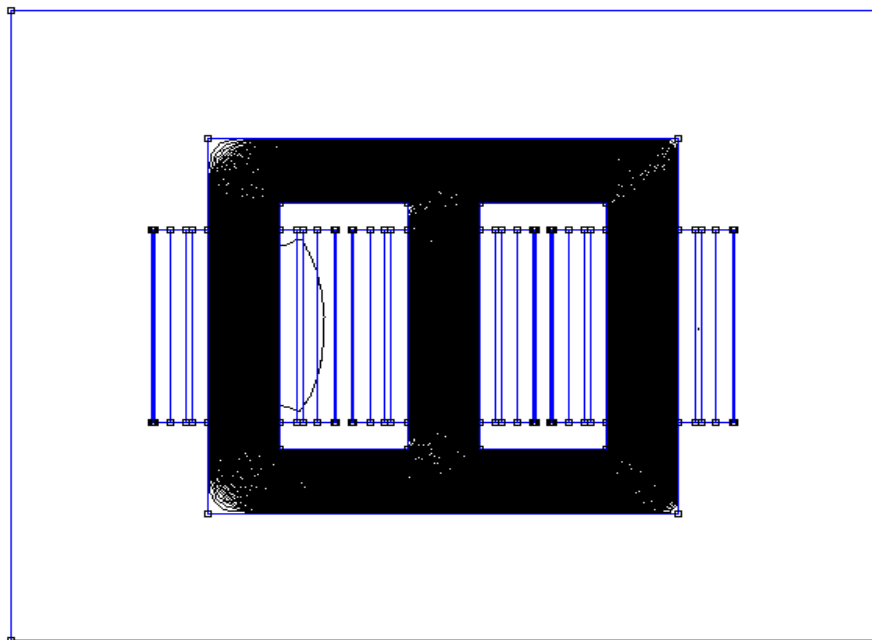


Figure. IV.11: Isovaleurs du potentiel vecteur magnétique à $t=8 \text{ ms}$

La Figure IV.12 représente l'allure du potentiel vecteur magnétique à $t=8\text{ms}$ suivant le segment (AB) :

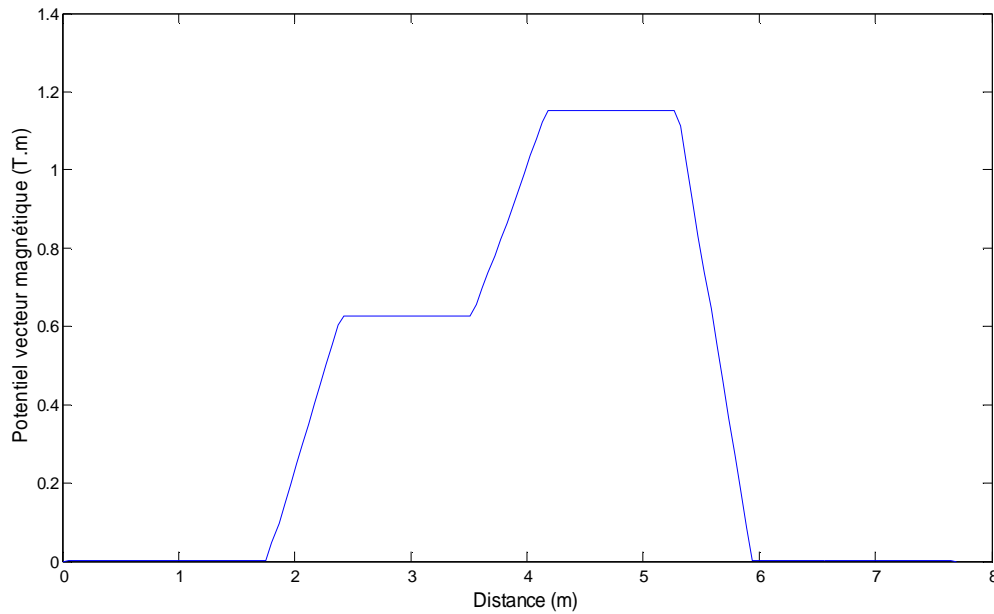


Figure. IV.12 : Allure du potentiel vecteur magnétique à $t=8\text{ms}$ suivant le segment (AB)

La repartition de l'induction magnétique à l'instant $t = 8 \text{ ms}$ est représentée sur la Figure IV.13:

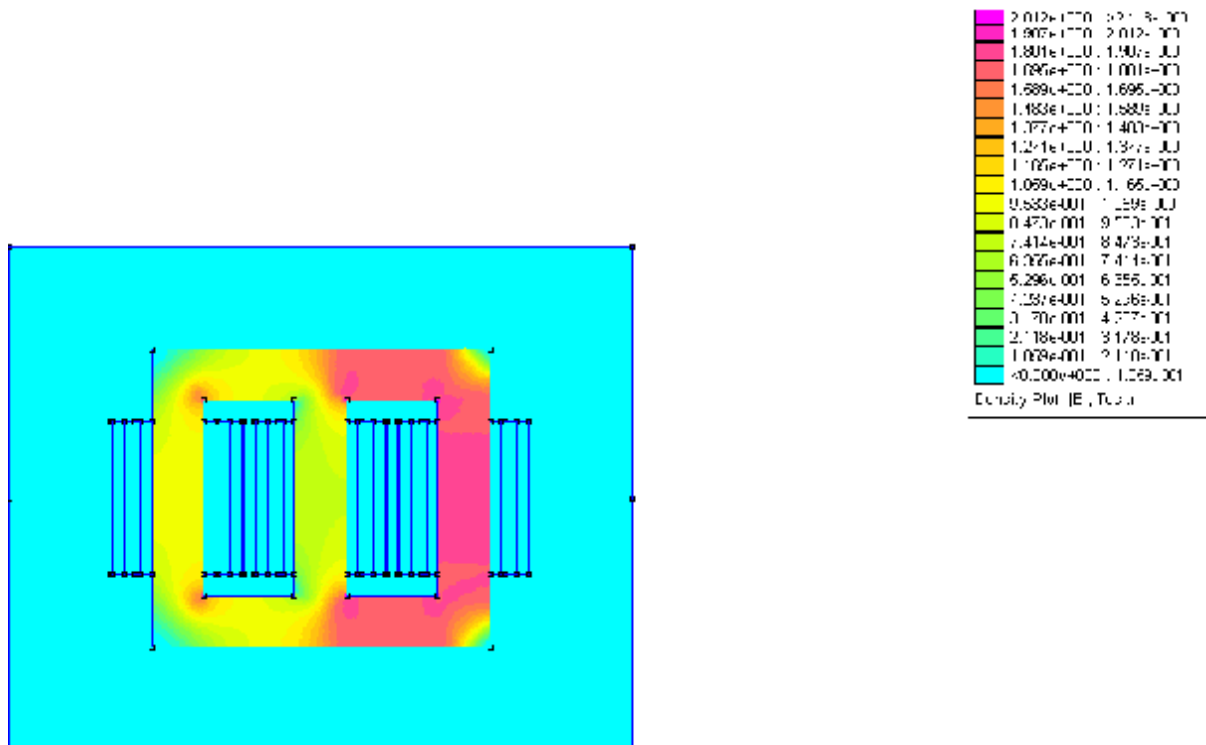


Figure. IV.13 : Répartition de l'induction magnétique dans le transformateur à $t=8\text{ms}$

La Figure IV.14 décrit l'allure de l'induction magnétique à $t=8\text{ms}$ suivant le segment (AB) :

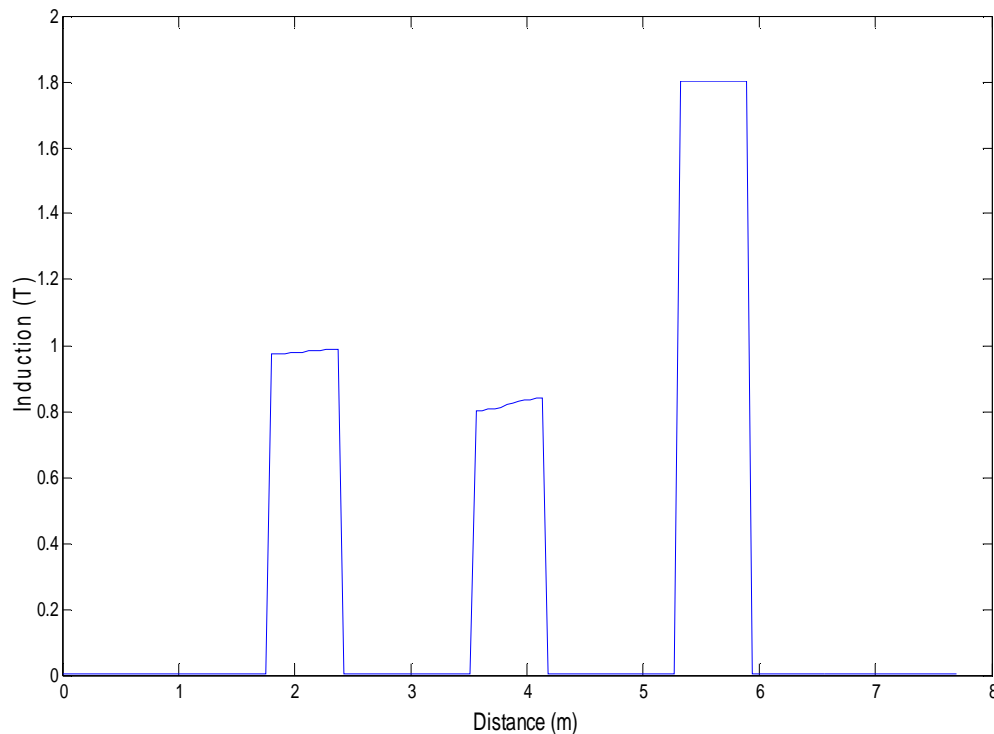


Figure. IV.14 : Allure d'induction magnétique à $t=8\text{ms}$ suivant le segment (AB)

Les résultats obtenus à l'instant $t = 8 \text{ ms}$, représentés sur les figures IV.11, IV.12, IV.13 et IV.14, nous renseignent sur la répartition de l'induction et le potentiel vecteur magnétique à cet instant. On voit bien que la valeur instantanée de l'induction est plus grande dans la troisième colonne. Cela est dû à la densité de courant dans la troisième phase qui est plus grande que les deux autres phases.

Les valeurs instantanées des courants et les densités de courants dans les enroulements primaire et secondaire à l'instant $t = 12 \text{ ms}$ sont données par le Tableau IV.6:

Tableau IV.6 : Courants et densités de courant primaire et secondaire à l'instant t=12ms

			Courant instantané (A)	Densité de courant (A/m ²)
Enroulement HT	Phase A	Aller	-192,81	-676
		Retour	192,81	676
	Phase B	Aller	328,23	1100
		Retour	-328,23	-1100
	Phase C	Aller	-133,42	-468
		Retour	133,42	468
Enroulement BT	Phase A	Aller	-1555	-14200
		Retour	1555	14200
	Phase B	Aller	2631	24100
		Retour	-2631	-24100
	Phase C	Aller	-1076	-9800
		Retour	1076	9800

La Figure IV.15 illustre les isovaleurs du potentiel vecteur magnétique à l'instant t=12 ms :

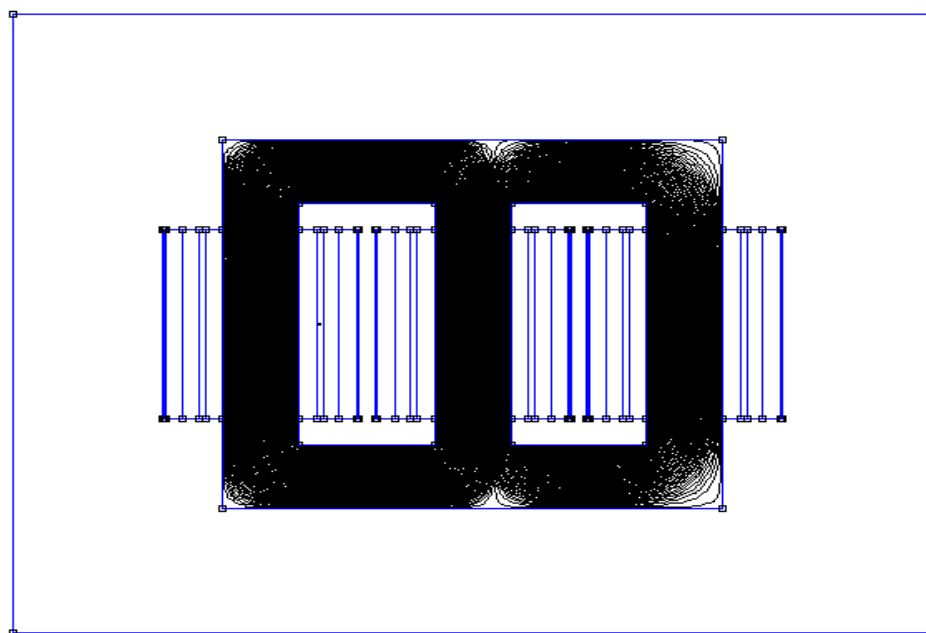


Figure. IV.15 : Isovaleurs du potentiel vecteur magnétique à t=12ms

La Figure IV.16 représente l'allure du potentiel vecteur magnétique à $t=12\text{ms}$ suivant le segment (AB) :

(AB) :

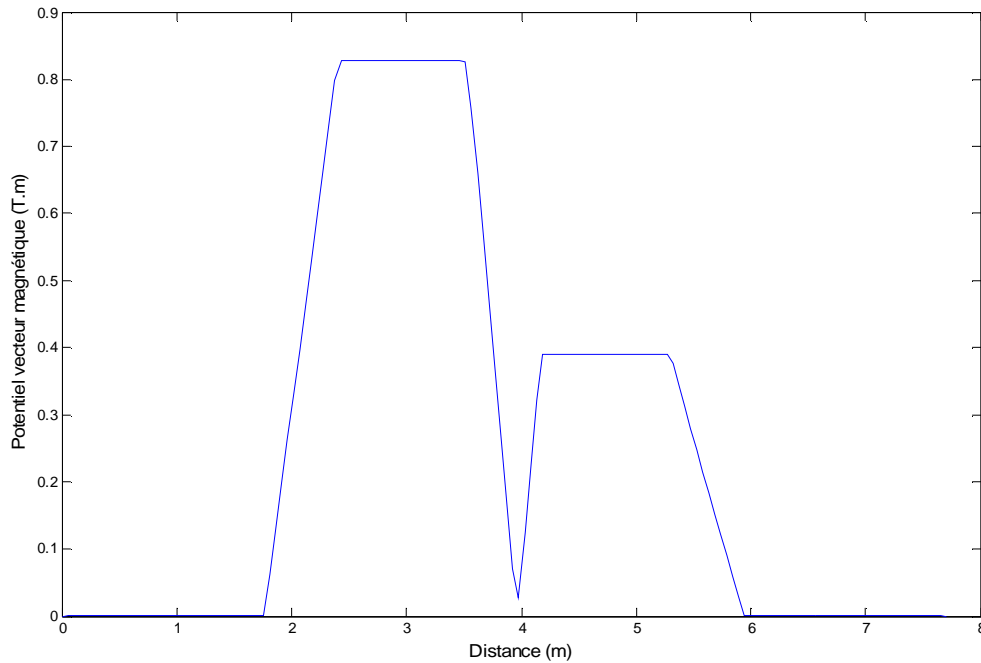


Figure. IV.16 : Allure du potentiel vecteur magnétique à $t=12\text{ms}$ suivant le segment (AB)

La repartition de l'induction magnétique à l'instant $t = 12 \text{ ms}$ est représentée sur la Figure IV.17 suivante :

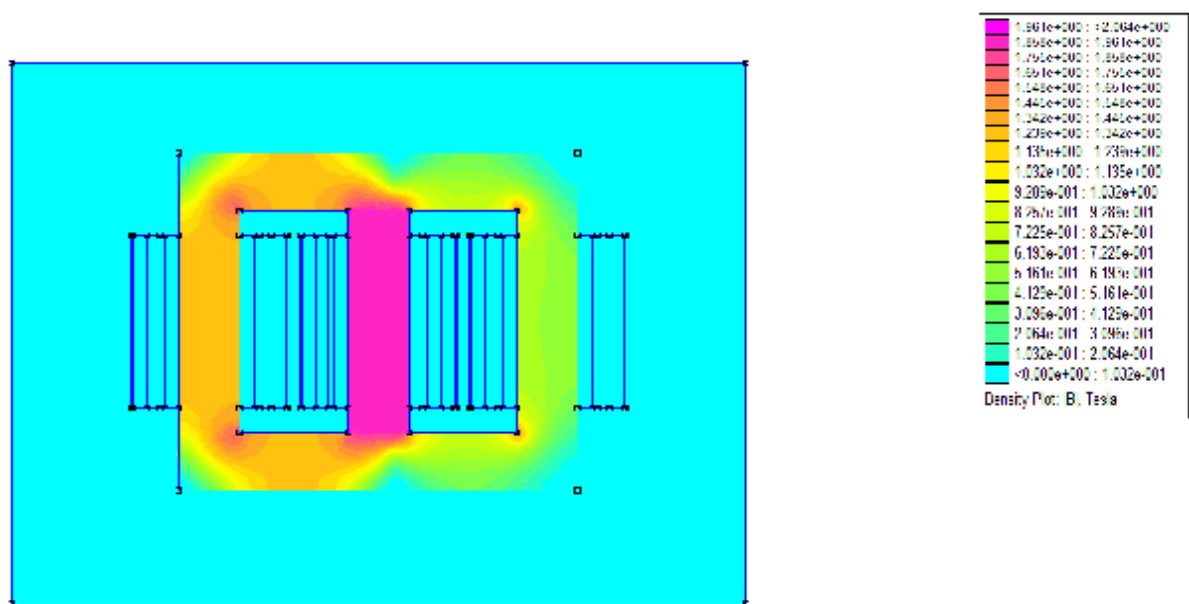


Figure. IV.17: Répartition de l'induction magnétique dans le transformateur à $t=12\text{ms}$

La Figure IV.18 représente l'allure de l'induction magnétique à $t=12\text{ms}$ suivant le segment (AB) :

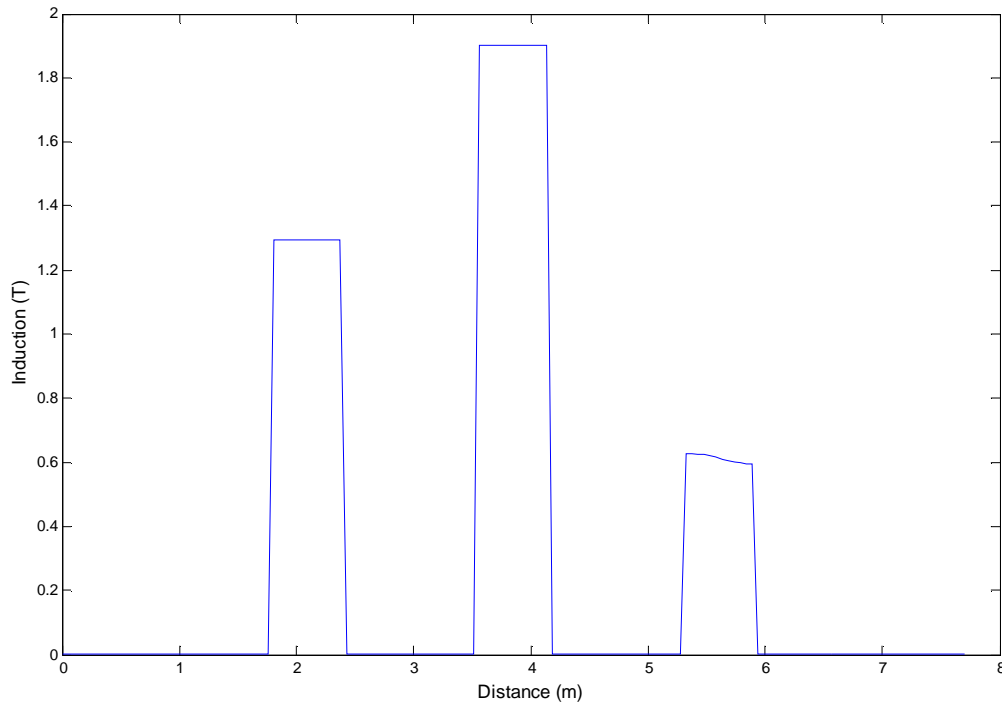


Figure. IV.18: Allure d'induction magnétique à $t=12\text{ms}$ suivant le segment (AB)

La Figure IV.15 nous renseigne sur les isovaleurs du potentiel vecteur magnétique dans le transformateur à l'instant $t = 12 \text{ ms}$. Les valeurs obtenues suivant le segment (AB), représentées par la figure IV.16, signifient que les valeurs du potentiel vecteur magnétique ne sont pas égales dans les trois colonnes. Cela est dû à l'inégalité des valeurs instantanées des courants d'alimentation dans les trois phases. L'induction magnétique illustrée par les Figures IV.17 et IV.18, montre l'intérêt du circuit magnétique dans la canalisation du champ magnétique qui est le but principal dans les transformateurs.

En comparant les allures de l'induction magnétique le long du segment (AB) représentés sur les figures IV.8, IV.12 et IV.16 respectivement à l'instant $t = 4 \text{ ms}$, $t = 8 \text{ ms}$, $t = 12 \text{ ms}$, on remarque que l'induction varie dans les trois colonnes du circuit magnétique en fonction du temps. Ce résultat est dû à la variation des valeurs instantanées du courant primaire et du courant secondaire.

En se référant aux trois figures IV.6, IV.10 et IV.14 qui représentent les allures du potentiel vecteur magnétique sur (AB), on constate que le potentiel vecteur magnétique atteint sa valeur maximale dans les colonnes du transformateur.

IV.6.1.1. Calcul des résistances des enroulements HT et BT

A partir des résultats obtenus dans l'étude électromagnétique, nous avons procédé au calcul des résistances des enroulements primaire (HT) et secondaire (BT), en utilisant la formule suivante :

$$P = R \cdot I^2 \quad (IV.1)$$

D'où :

P : Pertes par effet joules de l'enroulement [W].

R : Résistance de l'enroulement [Ω].

I : Courant d'alimentation de l'enroulement [A].

Les valeurs des résistances dans les enroulements primaire et secondaire obtenues sont données dans le Tableau IV.7 :

Tableau IV.7: Valeurs des résistances des enroulements HT et BT

Enroulement HT	Phase A	R_A [$m\Omega$]	2.79
	Phase B	R_B [$m\Omega$]	3.5
	Phase C	R_C [$m\Omega$]	2.87
Enroulement BT	Phase a	R_a [$m\Omega$]	0.766
	Phase b	R_b [$m\Omega$]	0.736
	Phase c	R_c [$m\Omega$]	0.774

Les valeurs moyennes des résistances dans les enroulements primaire et secondaire sont :

$$R_{HT \text{ moy}} = 3.05 \text{ m}\Omega.$$

$$R_{BT \text{ moy}} = 0.76 \text{ m}\Omega.$$

IV.6.1.2. Calcul des inductances des enroulements HT et BT

A partir des résultats obtenus dans l'étude électromagnétique à savoir le potentiel vecteur magnétique, nous avons procédé au calcul des inductances des enroulements primaire (HT) et secondaire (BT), en utilisant la relation suivante :

$$L = \frac{\int A \cdot J \, dV}{I^2} \quad (IV.2)$$

L : Inductance de l'enroulement [H].

V : Volume de l'enroulement [m^3].

I : Courant d'alimentation des enroulements [A].

$\int A \cdot J \, dV$: représente l'énergie électromagnétique.

Les valeurs des inductances dans les enroulements primaire et secondaire sont données par le Tableau IV.8 :

Tableau IV.8: Valeurs des inductances des enroulements HT et BT

Enroulement HT	Phase A	L_A [mH]	2.38
	Phase B	L_B [mH]	2.67
	Phase C	L_C [mH]	2.41
Enroulement BT	Phase a	L_a [mH]	0.29
	Phase b	L_b [mH]	0.32
	Phase c	L_c [mH]	0.37

Les valeurs moyennes des inductances dans les enroulements primaire et secondaire sont :

$$L_{HT \text{ moy}} = 2.48 \text{ mH.}$$

$$L_{BT \text{ moy}} = 0.33 \text{ mH.}$$

IV.6.2. Etude en régime électrostatique du transformateur

Afin d'améliorer l'étude du transformateur, nous nous sommes intéressé à cette partie d'étude électrostatique qui concernera la répartition du champ et du potentiel électrique, sachant que les enroulements sont séparés par des isolants (papier imprégné du huile).

Le domaine à étudier est montré sur la zone en pointillé de la Figure IV.19 du transformateur :

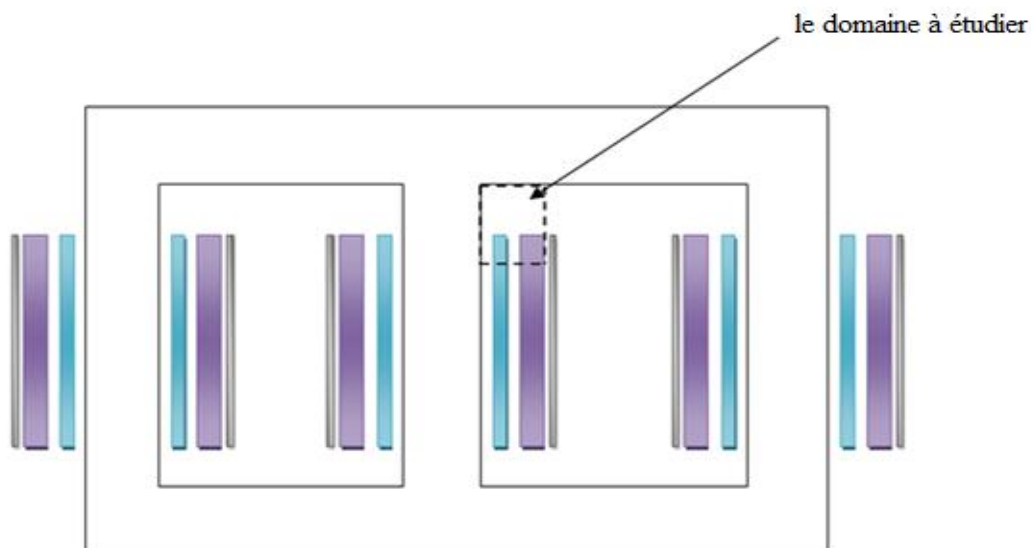


Figure IV.19 : Zone du domaine à étudier en régime électrostatique

La Figure IV.20 représente le zoom du domaine à étudier en régime électrostatique :

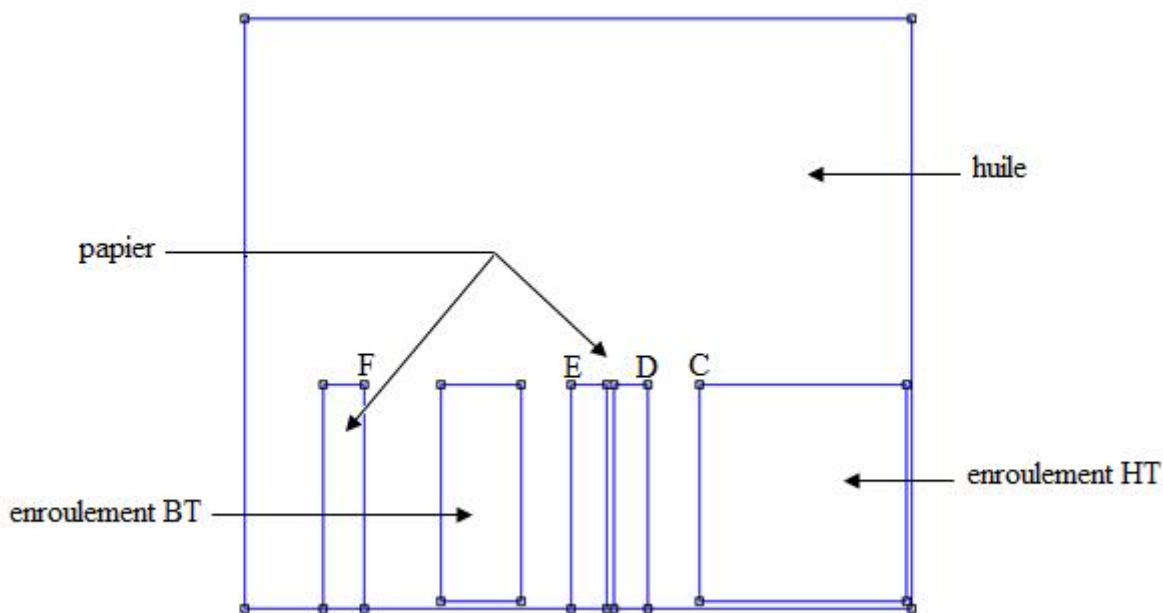


Figure IV.20 : Domaine d'étude en régime électrostatique

Le domaine de résolution associé aux conditions aux limites de type Dirichlet ($V_0 = 0 \text{ V}$, $V_1 = 220 \text{ kV}$, $V_2 = 15.75 \text{ kV}$) et de type Neumann ($\frac{\partial V_0}{\partial n} = 0$) est donné par la Figure IV.21 :

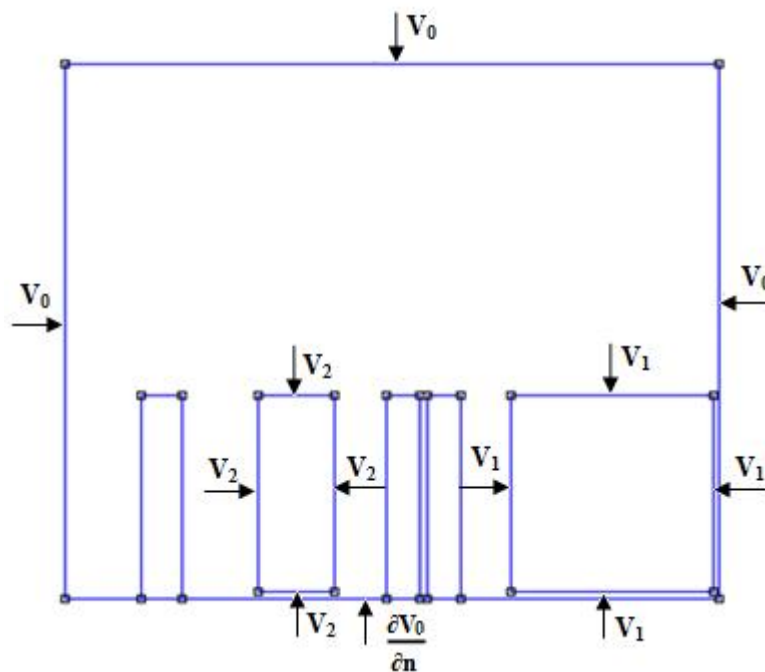


Figure IV.21 : Domaine de résolution associé aux conditions aux limites

La Figure IV.22 présente le maillage éléments finis du domaine d'étude, pour la résolution du problème électrostatique.

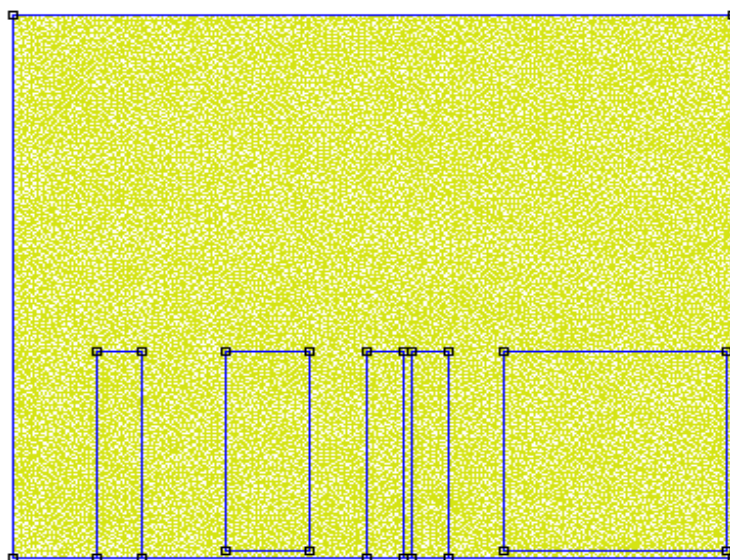


Figure IV.22 : Maillage du domaine d'étude

La Figure IV.23 montre les isovalues du potentiel électrique :

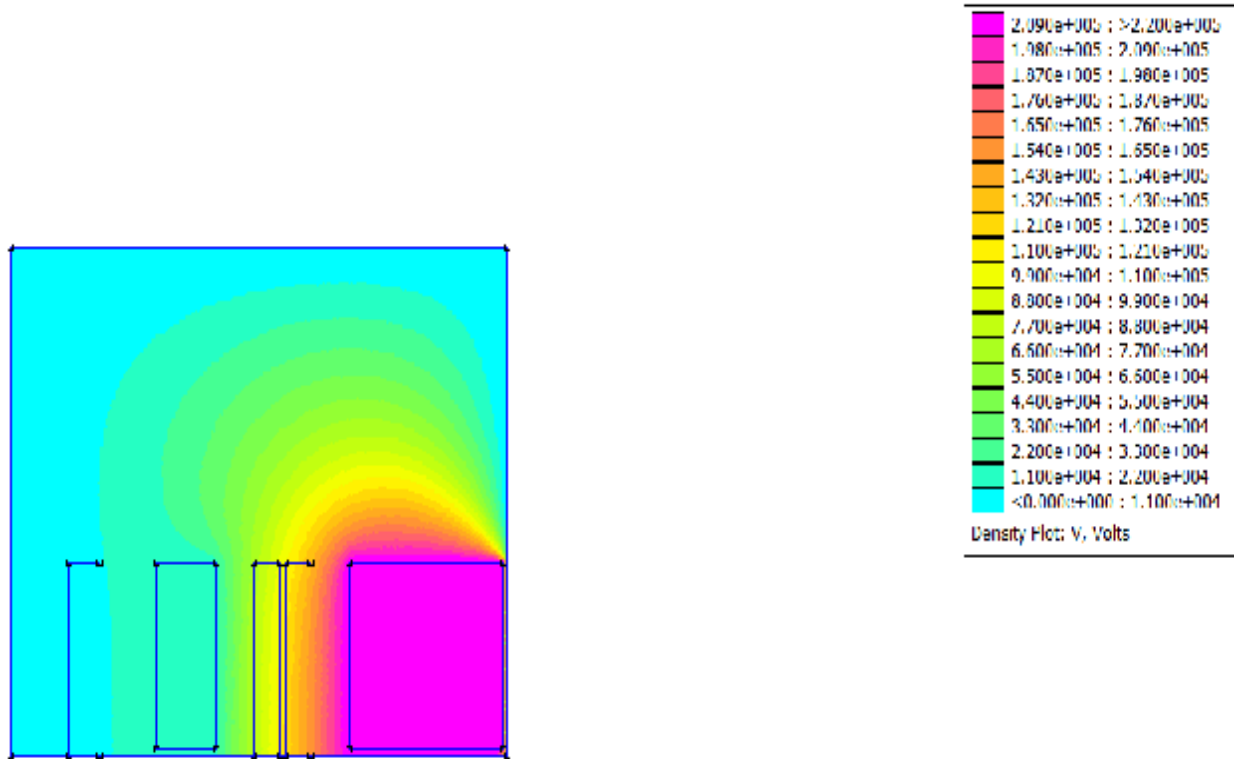


Figure .IV.23: Isovaleurs du potentiel électrique

La Figure IV.24 représente les isovaleurs du champ électrique :

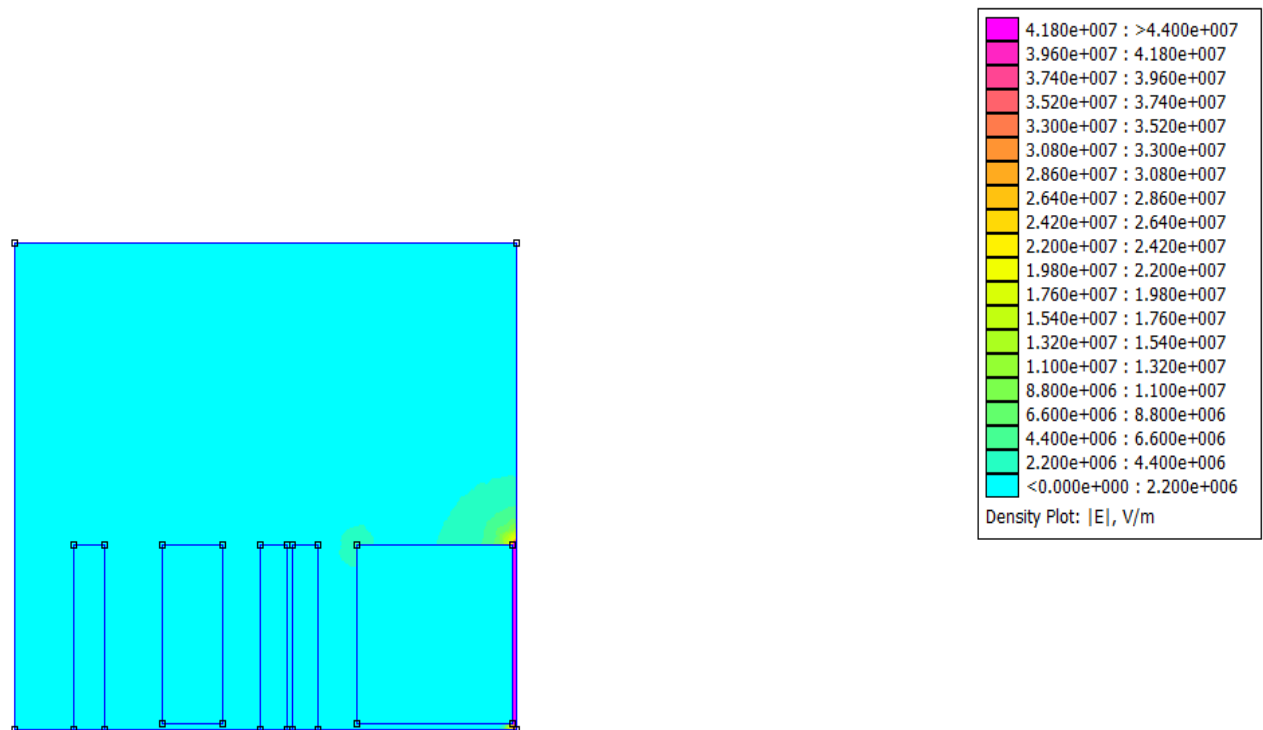


Figure .IV.24: Isovaleurs du champ électrique

La Figure IV.23 représente les isovaleurs du potentiel électrique. On observe une concentration faible du potentiel électrique au niveau de l'enroulement basse tension, cette concentration augmente en approchant de l'enroulement haute tension. On voit bien que les valeurs les plus importantes sont relevées au niveau de l'enroulement primaire (HT) ce qui est en concordance avec les tensions imposées.

La Figure IV.24 représente les isovaleurs du champ électrique. On observe une grande concentration du champ électrique entre l'enroulement haute tension et la frontière du domaine d'étude, et aussi sur les pointes de l'enroulement primaire. Le champ électrique diminue en éloignant de l'enroulement haute tension. A partir des résultats obtenus, on voit bien que le champ électrique est proportionnel au potentiel électrique.

On représente ci-dessous l'allure du potentiel électrique suivant le segment (DC) :

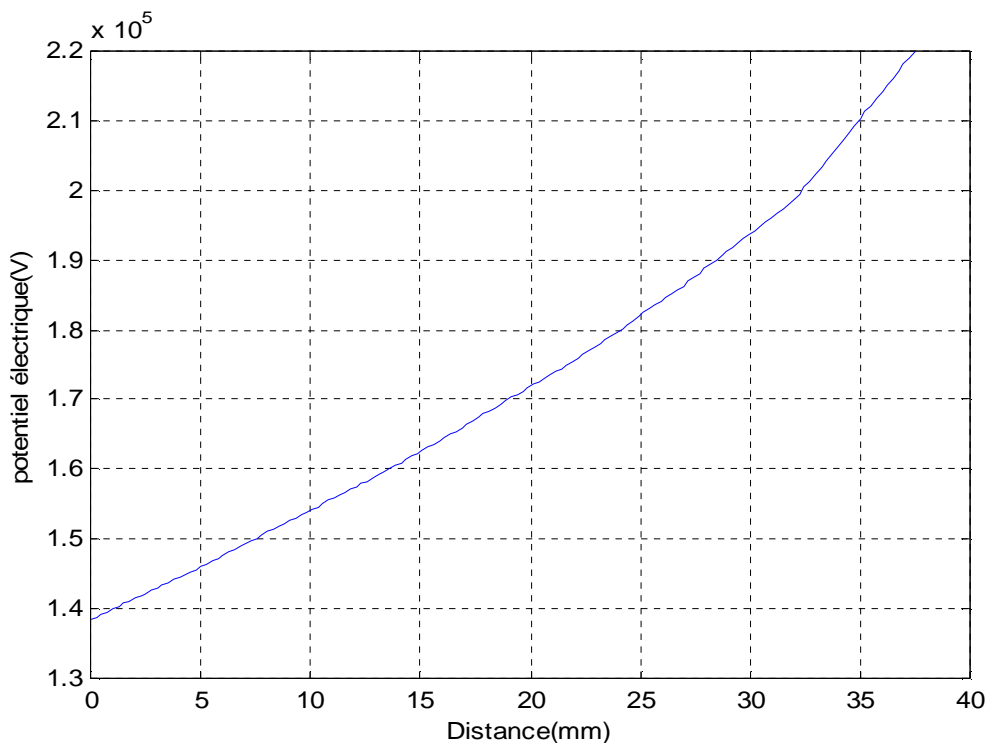


Figure .IV.25 : Allure du potentiel électrique

La Figure IV.26 illustre l'allure du champ électrique suivant le segment (DC) :

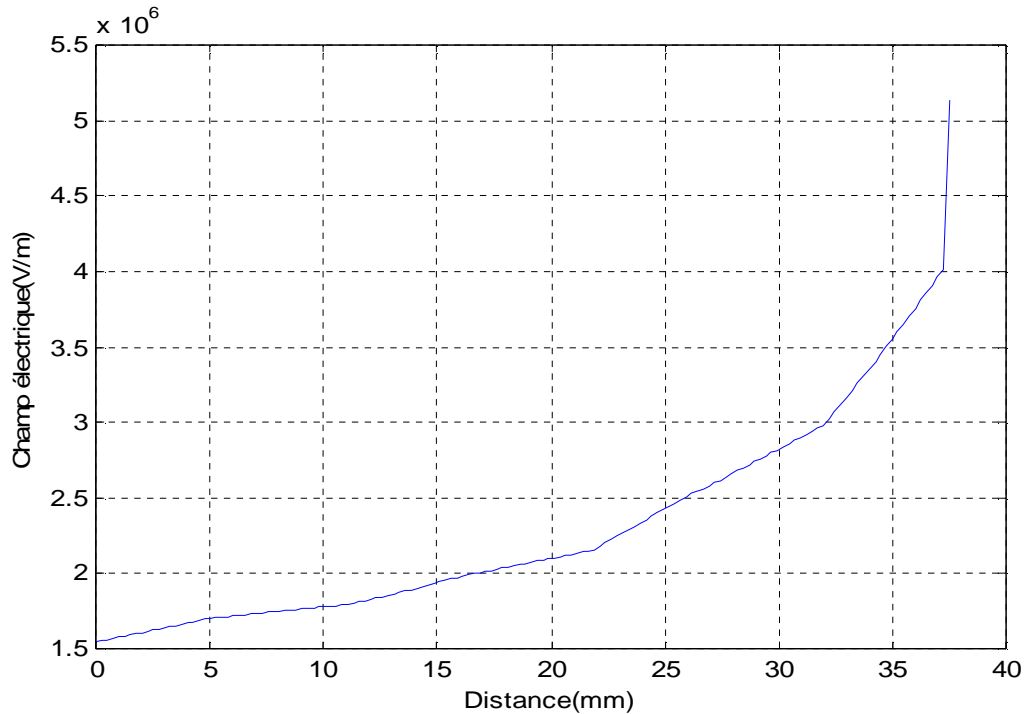


Figure .IV.26 : Allure du champ électrique

La Figure IV.25 donne l'allure du potentiel électrique suivant le segment (DC). On remarque que le potentiel électrique augmente suivant la direction de (DC), ce qui résulte que l'allure concorde parfaitement avec la répartition du potentiel électrique donné par la figure IV.23.

La Figure IV.26 représente l'allure du champ électrique suivant le segment (DC) au niveau de l'huile. On voit que la courbe est croissante et cette allure concorde avec la répartition du champ électrique donné par la Figure IV.24.

La Figure IV.27 représente l'allure du champ électrique suivant le segment (EC) :

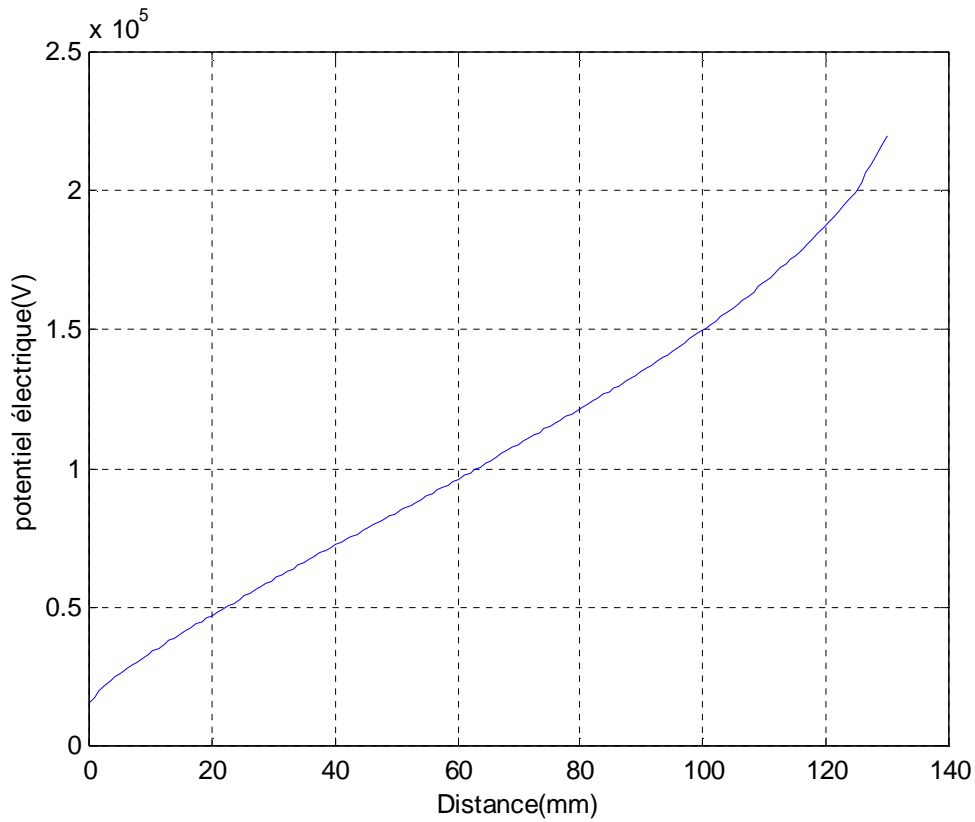


Figure .IV.27 : Allure du potentiel électrique

La Figure IV.28 représente l'allure du champ électrique suivant le segment (EC) :

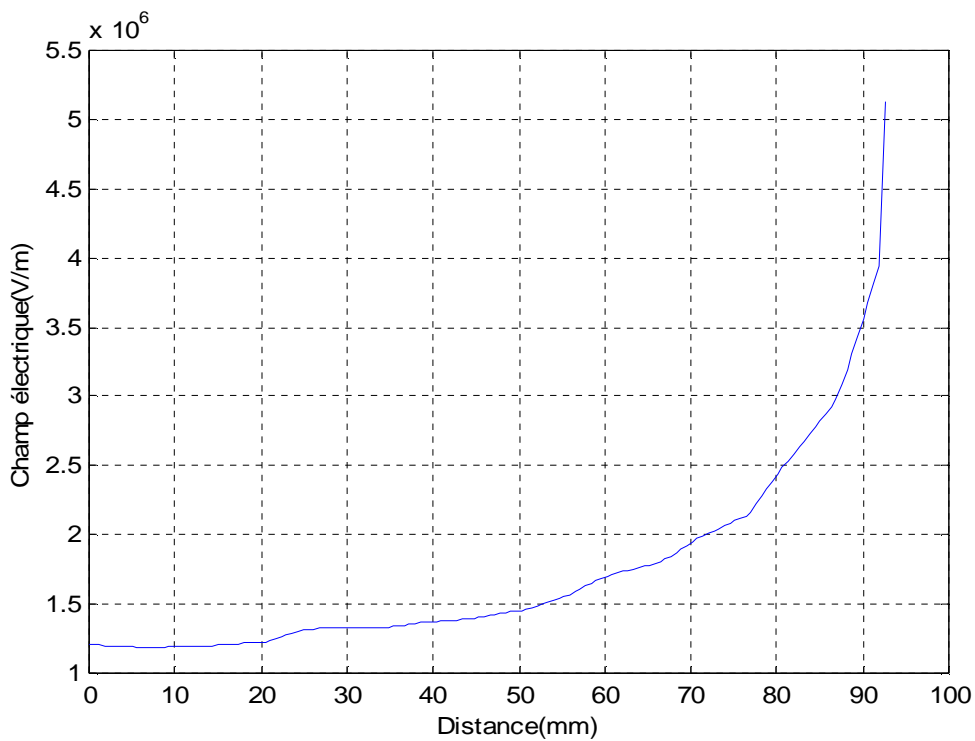


Figure .IV.28 : Allure du champ électrique

La Figure IV.27 donne l'allure du potentiel électrique suivant le segment (EC). On remarque que le potentiel électrique augmente suivant la direction de (EC) jusqu'à atteindre la valeur imposée à l'enroulement primaire. L'allure concorde parfaitement avec la répartition du potentiel électrique donné par la figure IV.23.

La Figure IV.28 représente l'allure du champ électrique suivant le segment (EC) au niveau de l'huile et du papier. On voit que le champ électrique augmente jusqu'à sa valeur maximale, mais sa valeur initiale est inférieure à celle de la Figure IV.26 et elle croît d'une façon plus lente. Cette allure concorde avec la répartition du champ électrique donné par la Figure IV.24.

On montre ci-dessous l'allure du potentiel électrique suivant le segment (FC) :

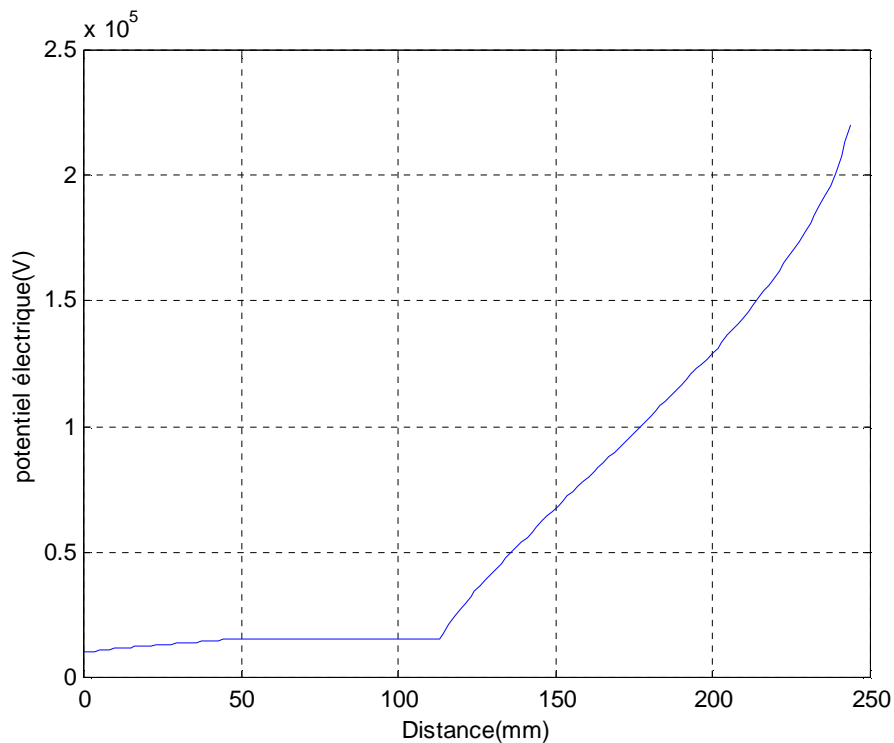


Figure IV.29 : Allure du potentiel électrique

La Figure IV.30 représente l'allure du champ électrique suivant le segment (FC) :

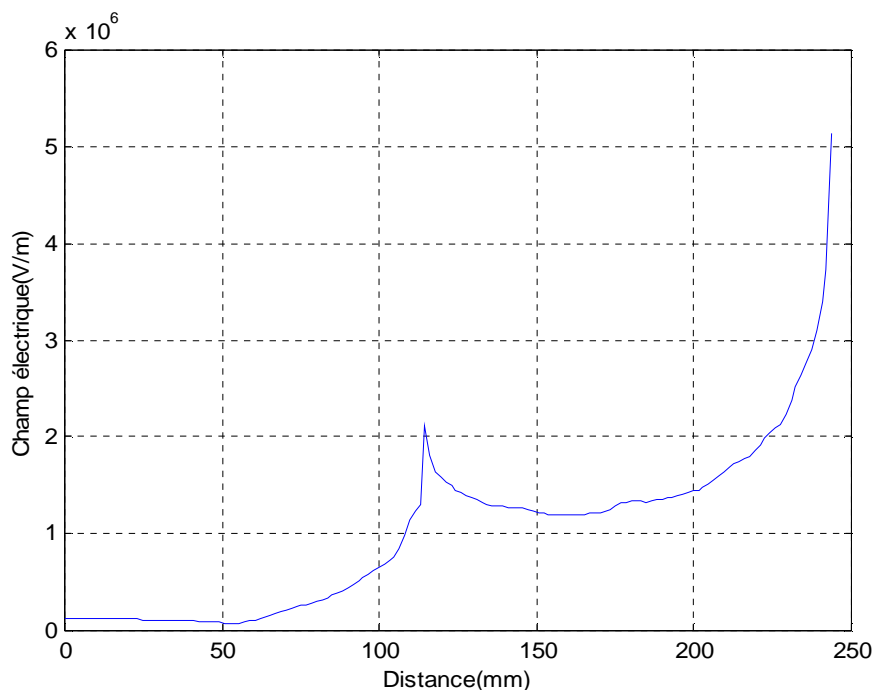


Figure IV.30 : Allure du champ électrique

La Figure IV.29 donne l'allure du potentiel électrique suivant le segment (FC). On remarque que le potentiel électrique prend au début une valeur constante, c'est celle imposée à l'enroulement secondaire puis elle augmente linéairement jusqu'à atteindre la valeur imposée à l'enroulement primaire. L'allure concorde parfaitement avec la répartition du potentiel électrique donné par la figure IV.23.

La Figure IV.30 représente l'allure du champ électrique suivant le segment (FC). On voit qu'il y a un pic au niveau de l'enroulement secondaire. Cela est dû à la forme d'une pointe de cet enroulement. Ce résultat montre le danger de toute pointe existante dans la structure du transformateur.

IV.9. Conclusion

En visualisant les résultats sous forme de courbes que nous avons obtenus, nous avons constaté que l'induction et le potentiel vecteur magnétique sont plus concentrés dans le circuit magnétique. Ces résultats sont utilisés pour déterminer les paramètres du transformateur à savoir les résistances et les inductances des enroulements à partir de l'énergie électromagnétique et les pertes par effet joule. La partie électrostatique nous renseigne sur le comportement du champ et du potentiel électrique entre les enroulements et les isolants.

A decorative border resembling a scroll, with a vertical strip on the left and horizontal lines at the top and bottom. The corners are rounded, and there are grey scroll-like elements at the top-left and top-right corners.

Conclusion générale

L'objet visé à travers ce travail, est l'étude d'un transformateur de puissance triphasé en tenant compte du phénomène de saturation magnétique du noyau.

Dans l'étude électromagnétique en régime harmonique, nous avons déterminé la répartition spatiale de l'induction magnétique et du potentiel vecteur magnétique. Ces deux grandeurs sont visualisées en choisissant trois instants différents. Nous avons constaté que ces deux grandeurs varient dans une même colonne suivant la variation du courant d'alimentation. Les valeurs de l'induction magnétique obtenues peuvent être utilisées pour définir le matériau idéal qu'il faut utiliser dans la fabrication du circuit magnétique afin de minimiser les pertes fer dans le transformateur.

En exploitant les résultats obtenus dans l'étude électromagnétique, nous avons procédé au calcul de quelques paramètres du transformateur tels que les résistances et les inductances des enroulements. Les résistances ont été calculées en utilisant les pertes par effet joule obtenues dans les enroulements lors de l'étude électromagnétique en régime harmonique sous le logiciel FEMM. L'énergie électromagnétique obtenue nous a donnée la possibilité d'évaluer les inductances des enroulements primaire et secondaire.

L'étude électrostatique nous a permis d'estimer la répartition du champ et du potentiel électrique en imposant les conditions nominales du fonctionnement. Plusieurs défauts peuvent être repérés à travers cette étude à savoir la concentration du champ électrique au niveau des pointes, l'évolution du potentiel électrique,...

Nous souhaiterions que notre travail servira de base pour les futures investigations afin de déterminer d'autres paramètres du transformateur, capacités, inductances mutuelles,... pour remettre d'étudier éventuellement les défauts dans les transformateurs.



Bibliographies

- [1] Francis MILSANT, « Cours d'électrotechnique », Tome I : Transformateurs et réseaux électriques, BERTI Editions, 2001.
- [2] M^{elle} K. DJAROUN, M^{elle} F.KACI, « Calcul d'un transformateur hermétique de distribution, 315 KVA, 10 KV / 0.4KV », Mémoire de fin d'études ingénieur, Université de TIZI OUZOU , Promotion 2003.
- [3] Melle Mohemmedi Saida, Melle Ouachehi Nabila, « Protection des transformateurs des centrales hydroélectriques », Mémoire de fin d'études ingénieur, Université de TIZI OUZOU, Promotion 2007.
- [4] Dominique Bareille, Jean Pierre Dannis, Electrotechnique, « Transformateur et machines tournantes », Dunod, Paris, 2006.
- [5] Bernard Hochart,« Le transformateur de puissance », 2^{ème} édition, Technique et documentation, Lavoisier, 1998.
- [6] J.L Dalmasso, « Cours d'électrotechnique », Edition BELIN, 1984
- [7] Théodore WILDI, « Electrotechnique », 3^{ème} Edition, De Boeck Université, 2000.
- [8] BENS Aidane Hakim, « Modélisation de systèmes micro-électromécaniques (MEMS) en régime dynamique par la méthode des éléments finis », Mémoire de magister, Université de TIZI OUZOU, 2006.
- [9] M^{elle} ABDELLAOUI Hassina, « Modélisation thermique d'un moteur asynchrone à cage par la méthode des éléments finis », Mémoire de fin d'études ingénieur, Université de TIZI OUZOU, Promotion 2007.
- [10] M^{elle} Kahina Menana, M^r Lyazid Izerkhef, M^{elle} Sabiha Mounsi, « Calcul des pertes par courants de foucault dans une tôle ferromagnétique d'un transformateur », Mémoire de fin d'étude ingénieur, Université de TIZI OUZOU, Promotion 2008.
- [11] M^{elle} ACI Houra, M^{elle} AMEUR Karima, « Etude des actionneurs électromagnétiques par la méthode des éléments finis avec prise en compte de la saturation », Mémoire de fin d'étude ingénieur, Université de TIZI OUZOU, Promotion 2006.
- [12] M^r A. CHALAL, M^r A. HAMDOUCHE, M^r H. HAMDANI, « Précision de schéma équivalent d'un transformateur en tenant compte des conditions d'exploitation», Mémoire de fin d'étude ingénieur, Université de TIZI OUZOU, Promotion 2004.
- [13] M^{elle} ELKECHAI B., M^r AOUS M., « Etude des contraintes électriques dans un transformateur haute tension par la MEF», Mémoire de fin d'étude ingénieur, Université de TIZI OUZOU, Promotion 2000.

[14] M^{elle} CHERIF SALMA, M^r OULDSLIMANE DJAFAR, « Modélisation 2-D par éléments finis des transformateurs de distribution par couplage fort magnétique-circuit électrique et magnétique-densité de courant», Mémoire de fin d'étude ingénieur, Université de TIZI OUZOU, Promotion 2008.

[15] M^r AMRANI Omar, « Etude des surtensions impulsionnelles dans les enroulements de réglage des transformateurs », Mémoire de magister, Université de TIZI OUZOU, 2009.

[16] YEZLI Samira, CHAOUCHI Zina, « Etude d'une machine linéaire à aimants permanents en utilisant la MEF », Mémoire de fin d'études ingénieur, Université de TIZI OUZOU, Promotion 2008.