



FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE
DEPARTEMENT D'AUTOMATIQUE

Mémoire de Fin d'Etudes de MASTER ACADEMIQUE

Spécialité: **Commande des Systèmes**
Filière: **Génie électrique**

Présenté par
SKENDRAOUI Mourad
SEHAD Sofiane

Mémoire dirigé par M^{me} Kherraz khedoudja

Thème

Commande floue basée sur le mode glissant d'un Pendule inversé

Mémoire soutenu publiquement le 13/07/2015 devant le jury composé de :

M. MOULA Belkacem

MCB, UMMTO, Président

M. Mourad ALLAD

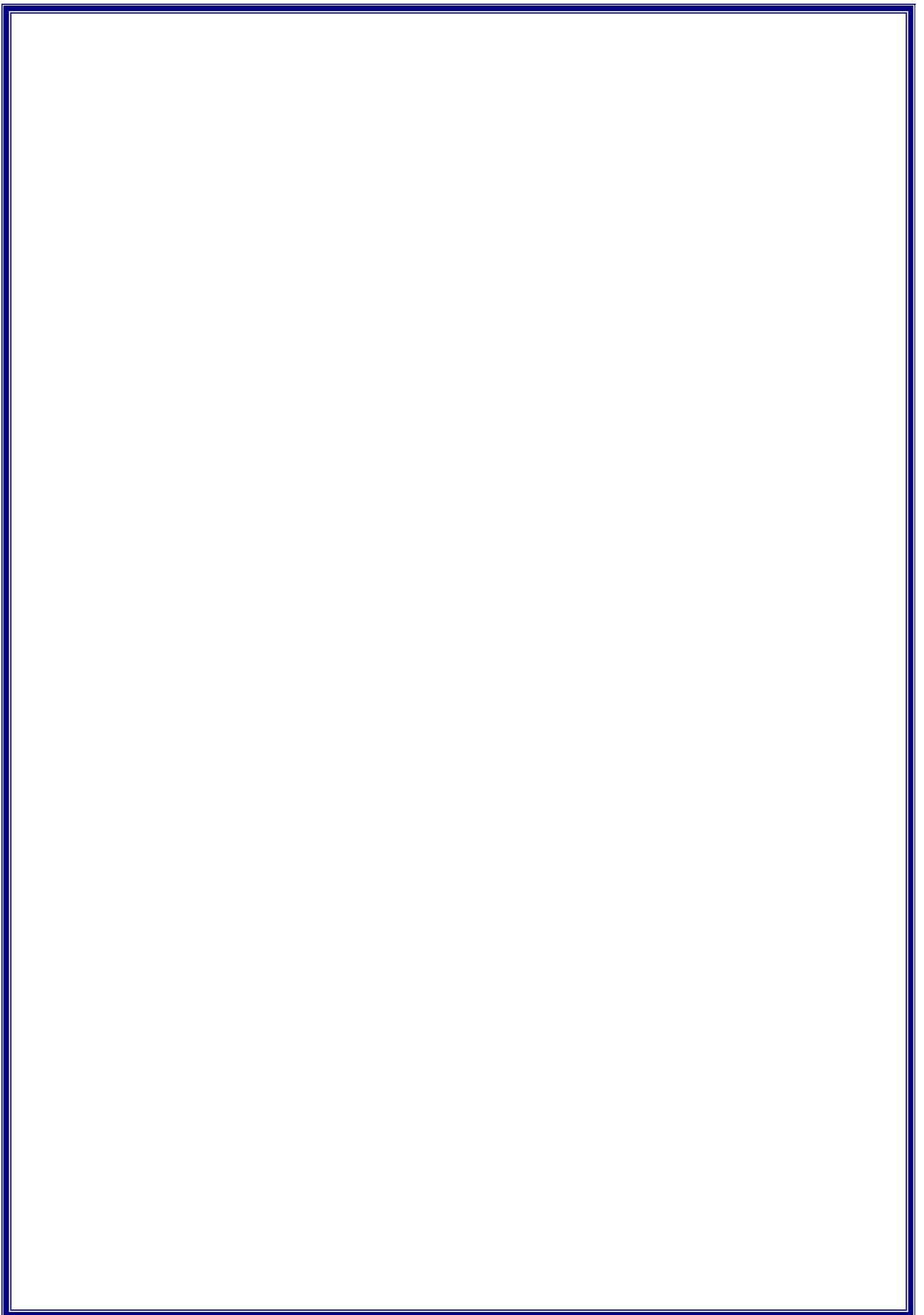
MAA, UMMTO, Encadreur

M. CHARIF Moussa

MAA, UMMTO, Examineur

M. SAIDI Khayreddine

MAA, UMMTO, Examineur



REMERCIEMENT

Nous remercions avant tout le bon Dieu de nous avoir donné la force et la volonté pour achever ce travail.

Nous exprimons notre sincère remerciement et profonde gratitude à notre promotrice **M^{me} KHARRAZ** pour avoir dirigé ce travail pour son suivi, son conseil et sa disponibilité à chaque instant.

Enfin, nous remercions toutes les personnes de près ou de loin qui m'ont aidé à finir ce travail.

Dédicaces

Je dédie ce mémoire à:

Mes très chers parents pour leurs soutiens permanents durant toutes mes années d'études.

Mes chers frères farid et hocine.

Mes chères sœurs zahia et katia.

Mes amis (es) et tous ceux que je connais.

Je dédie ce travail également à mon binôme sofiane et à toute sa famille.

Skendraoui Mourad.

Dédicaces

Je dédie ce mémoire à:

A mes très chers parents, qui m'ont couvert d'amour,
de soutien qu'ils trouvent dans ce mémoire le fruit de leur travail.

A mes très chères sœurs et mes très chers frères

A ma chère fiancée et pour toute sa famille

A tous mes amis et tous ceux qui m'ont aidé, de près ou
de loin, même qu'il soit un mot d'encouragement et de gentillesse.

Je dédie ce travail également à mon binôme MOURAD et à toute
sa famille.

SEHAD SOFIANE.

Introduction générale	1
-----------------------------	---

Chapitre I : Description et modélisation d'un pendule inversé

I.1.Introduction.....	4
I.2.Intérêt de l'étude d'un pendule inversé	4
I.3.Présentation du pendule inversé	4
I.4.principe de fonctionnement.....	5
I.5. Modélisation de l'ensemble chariot-pendule	5
I.5.1.Energie cinétique du système en mouvement	7
I.5.2.Energie potentielle du système	8
I.5.3. L'équation de Lagrange	8
I.5.3.1. L'équation de Lagrange pour le degré de liberté $q(t) = x(t)$	8
I.5.3.2 .L'équation de Lagrange pour le degré de liberté $\theta(t) = \theta(t)$	9
I.6.Travaux antérieurs sur la commande du pendule inversé.....	10
I.7.conclusion.....	11

Chapitre II : Théorie de la commande par modes glissants

II.1. Introduction	12
II.2. Mode glissant d'ordre un.....	12
II.2.1. Principe et concept de base.....	12
II.2.2. Définition du régime glissant.....	14
II.2.2.1.Méthode de Phillipov.....	15
II.2.2.2. Méthode de la commande équivalente	16
II.2.3. Propriétés de la convergence.....	17
II.2.4. Choix de la surface de glissement	18
II.2.5. condition d'existence du mode de glissement	19
II.2.6. Propriétés de la robustesse	20
II.2.7. Phénomène de réticence	20
II.2.8. Solutions pour la suppression de chattering.....	21
II.2.8.1. Solution de couche limite	21

II.2.8.2. Solution basée sur un observateur	23
II.2.8.3. Solution basée sur les modes glissants d'ordre supérieur	24
II.3.conclusion.....	24

Chapitre III: Théorie de la commande par Logique floue

III.1.Introduction.....	25
III.2.logique classique et logique floue.....	25
III.3. Concepts de base de la logique floue.....	26
III.3.1. Variables linguistiques.....	26
III.3.2. Notions de base d'un ensemble flou.....	27
III.3.3. sous ensembles flous.....	28
III.3.4. Fonctions d'appartenance	29
III.3.5. Opérateurs en logique floue	30
III.3.5.1. Opérateur NON (complémentation)	31
III.3.5.2. Opérateur ET (intersection)	31
III.3.5.3. Opérateur OU (union).....	31
III.4. Commande par logique floue.....	32
III.4.1. Propriétés d'une commande par logique floue	32
III.4.2. Structure de base d'un régulateur flou.....	33
III.4.2.1. Fuzzification.....	33
III.4.2.2. Base de connaissances.....	35
III.4.2.3. Moteur d'inférence.....	35
III.4.2.4. Défuzzification.....	36
III.4.3. Différents types de contrôleurs flous.....	38
III.4.3.1. Contrôleurs flous de Mamdani	38
III.4.3.2. Contrôleurs flous de Takagi-Sugeno.....	39
III.5.conclusion.....	39

Chapitre VI: Applications et résultats de simulation

IV.1.Introduction	40
IV.2.Mise en œuvre de la loi de commande basée sur la fonction de Lyapunov	40
IV.3.Schéma de la commande.....	45

IV.4.Simulation et interprétation.....	45
IV.5. Stratégie de la commande par mode glissant-flou	48
IV.6. Schéma de la commande	50
IV.7. Simulation et interprétation.....	50
IV.8.Conclusion	53
Conclusion général	54

Liste des figures :

Fig. I.1 : le pendule inversé.

Fig. I.2. Schémas de l'ensemble chariot et pendule inversé.

Fig. II.1 : différents modes de convergence pour la trajectoire d'état.

Fig. II.2: Le phénomène de broutement.

Fig. II.3.: Fonction saturation.

Fig. II.4.: fonction tangente hyperbolique.

Fig. II.5. : Solution par placement d'un observateur.

Fig. III.1 : variable linguistique.

Fig.III.2: Représentation de l'âge par des sous-ensembles flous.

Fig.III.3 : Opérateur ET et OU.

Fig. III.4 : Structure générale d'un contrôleur flou.

Fig.III.5: Fuzzification par singleton.

Fig.III.6 : Fuzzification non singleton

Fig.III.7 : Défuzzification par le centre de gravité.

Fig.III.8 : Défuzzification par la valeur maximale.

Fig.III.9 : Défuzzification par la méthode des hauteurs pondérées.

Fig.VI.1 : Schéma de la commande.

Fig.VI.2 : Position du chariot

Fig.VI.3 : L'angle du pendule

Fig.VI.4 : Diagramme de la commande stabilisante donnée par mode glissant

Fig.VI.5 : Zoom de la commande donnée par mode glissant

Fig.VI.6 : Schéma de la commande par mode glissant-flou.

Fig.VI.7 : L'angle du pendule

Fig.VI.8 : Position du chariot

Fig.VI.9: Diagramme de la commande stabilisante donnée par mode glissant

Dans la conception des systèmes automatiques, on cherche toujours à améliorer les performances dynamiques du système et à minimiser le temps de réponse.

Les algorithmes de commande classique par exemple à action proportionnelle intégrale peuvent s'avérer suffisants si les exigences sur la précision et les performances des systèmes ne sont pas trop strictes. Dans le cas contraire et particulièrement lorsque la partie commandée est soumise à des fortes non-linéarités et à des variations temporelle, il faut concevoir des algorithmes de commande assurant la robustesse du processus vis à vis des incertitudes sur les paramètres et leur variations. Les lois de commande dite à structure variable constituent une bonne solution à ces problèmes.

La commande par mode glissant est une commande à structure variable (CSV) qui est par nature une commande non linéaire.

La commande par mode glissant a connu un essor à la fin des années soixante-dix lorsque "Utkin" introduit la théorie des modes glissants. Le principe de cette technique est de contraindre le système à atteindre et ensuite rester sur une surface dite de glissement. Le comportement dynamique résultant est appelé régime glissant. Une telle technique permet d'un côté, la réduction de l'ordre du système et de l'autre, l'insensibilité aux variations paramétriques.

La caractéristique principale de cette technique est sa structure variable avec la commutation autour de la surface choisie (surface de glissement), engendrant du coup des fréquences de commutation élevées des organes de commande qui peuvent provoquer une détérioration anticipée de l'organe de commande ou exciter des dynamiques hautes fréquences non considérées dans la modélisation du système. Ceci crée un phénomène de broutement (chattering en Anglais) autour de la surface de glissement qui peut endommager les actionneurs de commande dans la mesure où la commande va osciller entre deux valeurs. Afin de résoudre le problème du broutement et de réduire son influence ou de l'éliminer complètement, plusieurs méthodes ont été étudiées, on peut citer la couche limite, la commande par mode glissant d'ordre supérieur, les réseaux de neurones et la logique floue.

La théorie de la logique floue a permis de traiter les imprécisions et les incertitudes. De nombreuses applications sont alors développées dans divers domaines, là où aucun modèle déterministe n'existe ou est difficile à obtenir. L'avantage d'un système d'inférence floue est que seules les connaissances du comportement du procédé à commander sont suffisantes pour

la synthèse de la loi de commande et ils soulèvent un large intérêt, tant théorique que pratique, dans l'identification et la commande des processus complexes et non linéaires.

Le pendule inversé est un système non linéaire, multi-variables et un système absolument instable, donc on doit utiliser une certaine méthode de contrôle pour le rendre stable. L'utilisation de la méthode de contrôle a porté sur un large champ, l'industrie militaire, le vol spatial, la robotique et l'industrie en général. Le système pendulaire inversé est généralement utilisé pour tester l'effet de la technique de contrôle, et il est aussi un instrument idéal pour les expériences dans l'étude de la théorie de commande.

Motivés par l'intérêt du pendule inversé, la robustesse de la commande par mode glissant et le raisonnement humain de la logique floue, l'élaboration d'une commande robuste en utilisant ces deux approches pour la commande d'un système pendulaire inversé constitue l'objet principal de notre travail.

La loi de commande que nous proposons est une combinaison de la commande par mode glissant et la logique floue. Elle est conçue à partir de la seconde fonction de Lyapunov. Pour remédier au problème de chattering dû à la partie discontinue de la commande par mode glissant, nous avons utilisé les outils de la logique floue pour la remplacer par un gain flou.

Ainsi, notre mémoire est organisée comme suit :

Dans le premier chapitre, nous allons donner brièvement quelque notion de base à propos de notre pendule inversé qui est à deux degrés de liberté. Ensuite, nous nous serons basés sur la modélisation dynamique à l'aide de formalisme d'Euler-Lagrange.

Dans le deuxième chapitre, nous discuterons de la théorie de la commande par mode glissant qui est une technique de commande non linéaire. Elle est caractérisée par la discontinuité de la commande aux passages par une surface de commutation appelée surface de glissement.

Dans le troisième chapitre, nous allons décrire les notions de base de la théorie de la logique floue, nous allons commencer par énoncer les fondements de la logique floue. Cette dernière permet d'exprimer des informations très diverses (données incertaines ou imprécises, connaissances exprimées sous forme linguistique, . . .). Ensuite, nous allons présenter en détails les méthodes de raisonnement flou (inférence floue) qui constituent la base de la commande floue, ainsi que les applications les plus utilisées de la logique floue.

Dans le quatrième chapitre, nous allons donner les résultats de simulations de la commande par mode glissant conçue à partir de la seconde fonction de Lyapunov, suivi par ceux de la commande par mode glissant flou, appliquées sur un pendule inversé.

Enfin, le mémoire se termine par une conclusion générale qui récapitule les travaux réalisés, ainsi que les perspectives envisageables.

I.1.Introduction :

Le pendule inversé est un exemple typique du système instable. C'est un système mécanique non linéaire et sous-actionné. Il est difficile de le commander par les techniques de commande linéaires classiques. Cependant, le système de pendule inversé est toujours utilisé pour vérifier et évaluer des théories de contrôle de la stabilité, et de nombreuses recherches du système ont été menées.

Ce chapitre est destiné à la présentation du pendule inversé à savoir sa structure et le principe de son fonctionnement, ainsi que les différentes stratégies de commande proposées pour sa stabilité. Le modèle dynamique du système sera déduit à partir du formalisme d'Euler-Lagrange.

I.2.Intérêt de l'étude d'un pendule inversé :

Le pendule inversé est généralement utilisé pour tester les performances des nouvelles commandes. Il est aussi exploité pour la construction de prothèses parce que l'homme est considéré comme un pendule inversé double dont les deux axes de rotations sont les chevilles et les hanches.

Le principe du pendule inversé est utilisé aussi dans le domaine de la robotique et dans des moyens de locomotion dotés de deux roues montées sur un même axe.

I.3.Présentation du pendule inversé :

Le but de la commande du pendule inversé est de maintenir en équilibre vertical une tige en aluminium à l'extrémité de laquelle est montée une masse. Cette tige est fixée par une articulation pivotante sur un chariot qui peut se déplacer en glissant le long d'un rail de guidage horizontale. Le mouvement de rotation d'un moteur électrique est transformé en mouvement de translation du chariot par l'intermédiaire d'une poulie et d'une courroie crantée. Le déplacement du chariot dans un sens ou dans l'autre assure par réaction l'équilibre vertical du bras du pendule. En fait, ce genre de mécanisme est très fréquent. On en trouve dans toutes les imprimantes à jet d'encre ou dans toutes les machines à écrire électriques. Le pendule est dit inversé car la masse du balancier est au dessus du chariot.

Voici le schéma du dispositif :

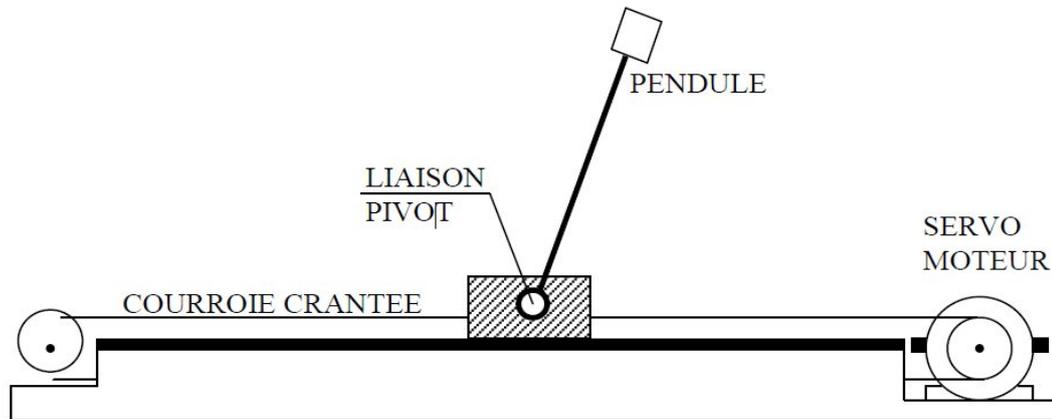


Fig. I.1 : le pendule inversé

I.4.principe de fonctionnement :

Le principe de fonctionnement est très simple en théorie : quand le pendule penche vers la droite, le chariot doit le rattraper en effectuant un mouvement vers la droite. Et inversement.

La difficulté c'est de régler l'intensité et la forme de la réaction du chariot en fonction de l'angle que le pendule fait avec la verticale.

I.5.Modélisation de l'ensemble chariot-pendule [Lah11], [Bug03] :

L'ensemble du chariot pendule a deux degrés de liberté qui sont représentés par deux coordonnées généralisées, x pour le déplacement horizontal du chariot, pour la rotation du pendule. La direction positive de x est le sens à droite en mètre et celui de l'angle est le sens des aiguilles d'une montre en radian (figure. I.2).

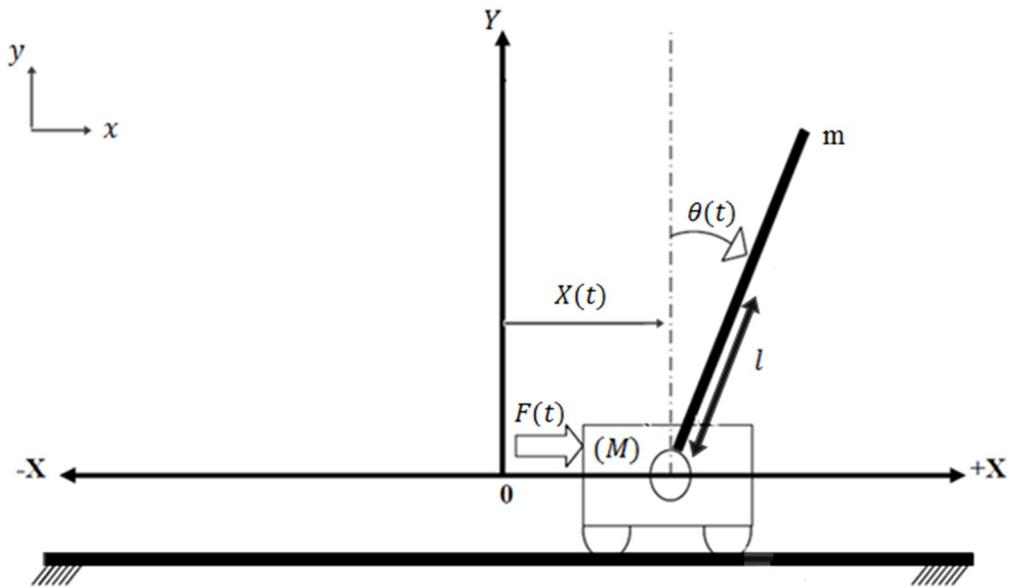


Fig. I.2. Schémas de l'ensemble chariot et pendule inversé

Les paramètres de l'ensemble chariot-pendule sont :

- | | |
|---------------------------------------|----------------------------------|
| m : représente la masse du pendule | M : masse du chariot |
| $x(t)$: position du chariot | $\theta(t)$: l'angle du pendule |
| l : demi longueur du pendule | g : intensité de pesanteur |
| $F(t)$: force exercée sur le chariot | |

Les équations du mouvement du pendule sont déterminées par le formalisme d'Euler-Lagrange qui est basé sur le principe de la conservation de l'énergie mécanique plutôt que sur le concept de force, comme dans le principe de Newton.

Le Lagrangien est défini comme étant la différence entre l'énergie cinétique et l'énergie potentielle du système, l'avantage de ce formalisme réside dans l'élimination des efforts d'interaction, Il s'exprime par :

$$L = T - V \tag{I.1}$$

I.5.1.Énergie cinétique du système en mouvement :

Le système en mouvement comporte le chariot qui se déplace linéairement sur les rails et le pendule qui se balance sur son axe de rotation.

L'énergie cinétique du chariot en mouvement est donnée par l'équation :

$$E_c = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 \quad (I.2)$$

L'énergie cinétique du pendule est exprimée par l'équation :

$$E_c = \frac{1}{2} m \dot{\vec{r}}^2 \quad (I.3)$$

où $\dot{\vec{r}}$: La vitesse du centre de gravité du pendule

La position du centre de gravité du pendule, notée \vec{r} à partir de ces coordonnées est donnée par :

$$\vec{r} = (x + l \sin \theta) \vec{e}_x + l \cos \theta \vec{e}_y \quad (I.4)$$

D'où la vitesse du centre de gravité du pendule est :

$$\dot{\vec{r}} = \dot{x} \vec{e}_x + \dot{\theta} l \cos \theta \vec{e}_x - \dot{\theta} l \sin \theta \vec{e}_y \quad (I.5)$$

En remplaçant l'équation (I.5) dans l'équation (I.3) on trouve :

$$E_c = \frac{1}{2} m \left(\dot{x}^2 + 2 \dot{\theta} l \cos \theta \dot{x} + \dot{\theta}^2 l^2 \right) \quad (I.6)$$

Avec : $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$

L'équation(I.6) de l'énergie cinétique du pendule prend alors la forme :

$$E_c = \frac{1}{2} m \left(\dot{x}^2 + 2 \dot{\theta} l \cos \theta \dot{x} + \dot{\theta}^2 l^2 \right) \quad (I.7)$$

Finalement L'énergie cinétique totale de l'ensemble chariot et pendule est exprimée par :

$$E_c = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m \left(\dot{x}^2 + 2 \dot{\theta} l \cos \theta \dot{x} + \dot{\theta}^2 l^2 \right) \quad (I.8)$$

I.5.2. Energie potentielle du système :

L'énergie potentielle du centre de gravité du pendule est :

$$= \text{cos} \quad (I.9)$$

I.5.3.L'équation de Lagrange :

$$- \dot{\quad} - \quad = \quad (I.10)$$

Le lagrangien du système est la différence entre son énergie cinétique et son énergie potentielle,

$$= - \quad (I.11)$$

En utilisant les expressions précédentes le lagrangien peut s'écrire comme suit :

$$= - \dot{\quad} + - \dot{\quad} + 2 \cos(\quad) \dot{\quad} + \quad - \quad (\quad) \quad (I.12)$$

I.5.3.1.L'équation de Lagrange pour le degré de liberté, $(\quad) = (\quad)$:

$$- \dot{\quad} - \quad = \quad (I.13)$$

La dérivée partielle du Lagrange suivant $\dot{\quad}$ s'écrit :

$$- (M + m) \dot{\quad} + ml \cos(\theta) \dot{\theta} = \quad (I.14)$$

Alors la première équation de Lagrange est :

$$(M + m) \ddot{\quad} + ml \cos(\theta) \ddot{\theta} - ml \sin(\theta) \dot{\theta} = \quad (I.15)$$

I.5.3.2. L'équation de Lagrange pour le degré de liberté, $(\theta) = (\dot{\theta})$:

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} - \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = 0 \quad (I.16)$$

La dérivée partielle du lagrangien suivant $\dot{\theta}$ s'écrit :

$$- \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} + \frac{\partial L}{\partial \theta} - (- \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} + \frac{\partial L}{\partial \theta}) \quad (I.17)$$

Donc la deuxième équation de Lagrange est donnée comme suit :

$$\ddot{\theta} - \frac{\partial L}{\partial \theta} + \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = 0 \quad (I.18)$$

Le modèle de connaissance de l'ensemble chariot-pendule et donnée par le système d'équation suivant :

$$\begin{aligned} (M + m) \ddot{x} + ml \cos \theta \ddot{\theta} - ml \sin \theta \dot{\theta}^2 &= F \\ \ddot{\theta} - \frac{\partial L}{\partial \theta} + \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} &= 0 \end{aligned} \quad (I.19)$$

Le système d'équation (I.19) montre la dépendance qui existe entre l'accélération du chariot \ddot{x} , et l'accélération angulaire du pendule $\ddot{\theta}$. Ainsi lorsque il n'y a pas de force extérieure, si on déplace le pendule de sa position d'équilibre, il ne sera soumis qu'à sa propre inertie, il se mettra alors à osciller et puisque le pendule est fixé sur le chariot ce dernier commencera également à se mouvoir.

Alors ce modèle peut être écrit sous la forme de cauchy (modèle d'état non linéaire) Pour cela nous avons défini les variables d'états comme suit :

x , (Position rectiligne de chariot).

\dot{x} , (vitesse du chariot).

θ , (Position angulaire de la tige).

$\dot{\theta}$, (vitesse angulaire de la tige).

Le modèle d'état non linéaire s'écrit sous la forme affine suivante :

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) \quad (I.20)$$

Où $x(t) = [\theta(t) \quad \dot{\theta}(t) \quad \varphi(t) \quad \dot{\varphi}(t)]^T$, est le vecteur d'état,

$U(t)$ est l'entrée appliquée au pendule

Donc l'expression du modèle sera sous la forme suivante :

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} \frac{1}{l} \dot{\theta}^2 \sin(\theta) \\ \ddot{\theta} \\ \frac{1}{L} \dot{\varphi}^2 \sin(\varphi) \\ \ddot{\varphi} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} u(t) \quad (I.21)$$

I.6.Travaux antérieurs sur la commande du pendule inversé:

Le pendule inversé est un système instable, SIMO (Single Input Multiple Output) et possède des non-linéarités non négligeables dues à sa structure dynamique et aux forces de friction. C'est un outil didactique et un problème classique utilisé en automatique. C'est pourquoi il est souvent utilisé pour tester les performances et la robustesse de nouvelles lois de commande. Par ailleurs, on peut trouver dans la littérature plusieurs travaux appropriés à la commande d'un simple pendule inversé. Beaucoup de travaux existent dans la littérature sur la commande du pendule inversé.

Dans [Hye08], la mise en œuvre d'une commande d'un pendule inversé a été présentée. Le système pendulaire a été construit dans le cadre pédagogique afin de former des ingénieurs de contrôle. La commande est une combinaison des réseaux de neurones et de la logique floue, dite commande neuro-floue dont la structure est un réseau neuronal et la fonction interne représente la logique floue. Une commande neuronale a été développée dans [Oma00] et [Jun07] pour la commande d'un pendule inversé dont l'objectif est de maintenir l'équilibre du pendule tout en suivant la position désirée du chariot.

Une commande basée sur les outils de la logique floue a été présentée dans [Elh06], [Mie06] et [YuX04].

Dans [Lok98] “decoupled fuzzy sliding-mode control“, une commande par mode glissant d'un pendule inversé a été développée.

Dans [Yon09], une loi de commande basée sur le mode glissant a été conçue pour forcer une surface de glissement qui se compose de surfaces de glissement de deux sous-systèmes, à atteindre zéro dans un temps fini.

I.7.Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté brièvement la structure d'un pendule inversé et le principe de son fonctionnement, ainsi que les différents travaux de recherche effectués sur la commande du pendule inversé.

Pour la modélisation du système, nous avons employé le formalisme d'Euler-Lagrange.

II.1. Introduction :

Les processus physiques sont généralement non linéaires, mal définis et ont des paramètres variables. Un modèle mathématique n'est rien d'autre qu'une représentation approximative de la réalité physique, et cependant nous nous disposons que de ce modèle pour construire une loi de commande. Ainsi en vertu de la physique du système qu'il nous faudra prendre en compte, la commande devra être robuste dans le sens où elle devra assurer une faible sensibilité aux incertitudes sur les paramètres, à leurs variations et aux perturbations. Les systèmes de commande à structure variable semblent être une bonne solution à ce problème. Ils sont basés sur l'utilisation d'un terme discontinu dans la commande afin de contraindre le point représentatif de l'évolution du système à vérifier une équation différentielle, choisie a priori généralement linéaire, imposant au système une dynamique choisie par le concepteur.

La commande par mode glissant est une commande à structure variable. Elle est robuste, performante et présente une simplicité de mise en œuvre. Cependant, cette robustesse se fera au détriment des performances. En effet, la discontinuité de la commande induit des vibrations haute-fréquences indésirables en pratique.

Ce chapitre est consacré à la présentation des concepts de base de la théorie par mode glissant.

II.2. Mode glissant d'ordre un :

La commande par mode glissant d'ordre un est une commande à structure variable pouvant changer de structure et commutant entre deux valeurs suivant une logique de commutation bien spécifique $s(x)$. La technique de mode glissant consiste à amener la trajectoire d'état d'un système vers la surface de glissement et de la faire commuter à l'aide d'une logique de commutation appropriée autour de celle-ci jusqu'au point d'équilibre, d'où le phénomène de glissement. [Nec 02]

II.2.1.Principe et concept de base [AMM 11] :

Le principe de la commande par modes glissants est de contraindre le système à atteindre en temps fini une surface (dans l'espace d'état) donnée pour ensuite y rester. Cette surface étant une relation entre les variables d'état du système, elle définit une équation différentielle, et donc détermine totalement la dynamique du système, pour qu'il reste sur

cette surface. L'évolution d'un système soumis à une loi de commande qui le fait rester sur une surface donnée ne dépend donc plus du tout du système lui-même ou des perturbations auxquelles il peut être soumis, mais uniquement des propriétés de cette surface. Le système bouclé n'est donc pas seulement robuste vis à vis des incertitudes (propres au système) et perturbations (extérieures au système), mais totalement insensible à ces incertitudes et perturbations, moyennant qu'elles puissent effectivement être rejetées par la commande.

La synthèse d'une loi de commande par mode glissant consiste à déterminer:

- Une région d'espace d'état telle qu'une fois que le système se trouve dans cette région, il ait le comportement désiré.
- Une loi de commande qui conduit le système jusqu'à cette région d'espace d'état.

La commande par mode glissant se compose de deux parties, la commande équivalente et la commande discontinue :

$$= \quad + \Delta$$

: Elle est déterminée par le modèle du système.

Δ : Elle est constituée de la fonction signe de la surface de glissement, multipliée par un gain positif. La commande discontinue sert à compenser les incertitudes.

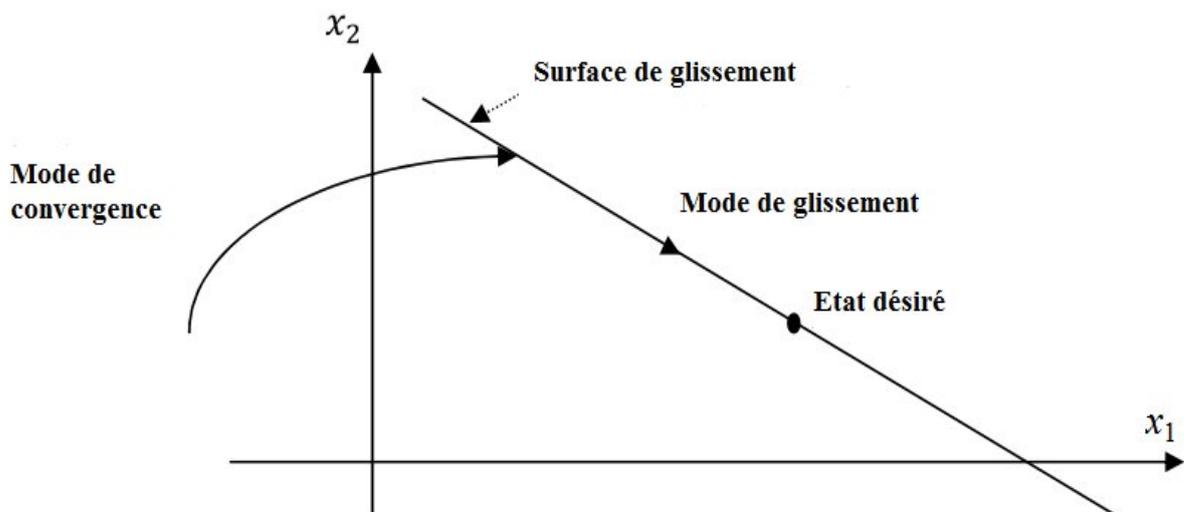


Fig. II.1 : différents modes de convergence pour la trajectoire d'état.

II.2.2.définition de régime glissant [Slot91] :

On va considérer le système dynamique suivant :

$$\dot{X}(n) = f(x) + g(x).u \tag{II.1}$$

Où X est la sortie du système.

x est le vecteur d'état :

$$x = [x_1 \dots x_n]^T$$

u est le vecteur de commande, dont l'expression est définie par :

$$u = \begin{cases} u_1 & \text{si } s > 0 \\ u_2 & \text{si } s < 0 \end{cases} = 1, \dots, \dots, \tag{II.2}$$

Et f et g sont des fonctions continues.

f est une fonction généralement non linéaire et non exactement connue.

g est une fonction de commande non exactement connue.

Nous voulons faire suivre au vecteur d'état x une trajectoire désirée, définie par le vecteur désiré x_d . Pour cela, on pose le vecteur d'erreur :

$$e = x_d - x = [e_1 \dots e_n]^T$$

Par ailleurs, nous allons définir une surface de glissement dans l'espace d'état des erreurs $s(x, t) = 0$.

Le problème de suivre x_d est le même que celui de rester sur la surface $s(x, t)$ pour tout le temps $t > 0$. En effet $s = 0$ représente une équation, dont la solution unique est $e = 0$. De cette façon le problème de suivre le vecteur désiré est réduit à retenir s à zéro. Après la détermination de la surface de glissement, l'étape suivante est de garantir l'existence d'un régime glissant. Il existe un régime glissant, si dans le voisinage de la surface de glissement $s = 0$, les vecteurs de vitesse des trajectoires du système pointent toujours vers la surface.

Ou d'une autre manière, la distance à la surface de glissement et sa vitesse de changement ont un signe opposé.

$$\lim_{s \rightarrow 0^+} \dot{s} < 0 \quad \text{et} \quad \lim_{s \rightarrow 0^-} \dot{s} < 0 \tag{II.3}$$

L'expression précédente peut être écrite de façon simplifiée :

$$\dot{s} < 0 \quad (\text{II.4})$$

II.2.2.1. Méthode de Phillipov [UGS99] :

Nous considérons le système non-linéaire suivant:

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (\text{II.5})$$

Où

x représente le vecteur d'état.

u le vecteur de commande :

$$f(x, u) = \begin{cases} f_1(x, u) & s > 0 \\ f_2(x, u) & s < 0 \end{cases}$$

Est la surface de glissement.

Les trajectoires du système sur la surface s ne sont pas clairement définies puisque le vecteur de commande u n'est pas défini pour $s = 0$. Phillipov a défini une solution à ce problème en termes d'inclusion différentielle.

La surface de glissement sépare l'espace d'état en deux régions

$$s > 0 \quad \text{et} \quad s < 0$$

La résolution de Phillipov assume ces deux régions constantes dans un petit intervalle $(t, t+\Delta t)$, pour un point x sur la surface de glissement $s = 0$. Nous savons qu'un intervalle de temps Δt est formé par deux intervalles Δt_1 et Δt_2 de la façon suivante :

$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2$, avec $\Delta t_1 = \alpha \Delta t$ pour l'intervalle Δt_1 et $\Delta t_2 = (1 - \alpha) \Delta t$ pour l'intervalle Δt_2 . Alors l'incrément du vecteur d'état après l'intervalle de temps Δt est calculé comme suit :

$$\Delta x = f_1(x, u) \cdot \Delta t_1 + f_2(x, u) \cdot \Delta t_2$$

La moyenne du vecteur d'états est :

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \dot{x} = \alpha f_1(x, u) + (1 - \alpha) f_2(x, u). \quad (\text{II.6})$$

Avec : $0 \leq \alpha \leq 1$

L'équation (II.6) représente l'expression du mouvement pendant le régime glissant. Puisque, la trajectoire des états pendant le régime glissant est sur la surface $s = 0$, le paramètre α doit être sélectionné de sorte que le vecteur vitesse du système (II.6) soit sur le plan tangent à la surface de glissement.

$$\dot{x} = [s(x)] \cdot \dot{x} = [s(x)] \cdot [\alpha \dot{x}_1 + (1 - \alpha) \dot{x}_2] \quad (II.7)$$

Avec $[s(x)] = [\dots \dots \dots]$

La solution de (II.7) est donnée par :

$$\alpha = \frac{(\dot{x}_1)}{(\dot{x}_1) - (\dot{x}_2)} \quad (II.8)$$

On fait le remplacement de (II.8) dans (II.6), et on obtient l'équation suivante :

$$\dot{x} = \frac{(\dot{x}_1)}{(\dot{x}_1) - (\dot{x}_2)} \dot{x}_1 - \frac{(\dot{x}_2)}{(\dot{x}_1) - (\dot{x}_2)} \dot{x}_2 \quad (II.9)$$

Par conséquent la solution x reste sur la surface s . Les valeurs que prend $f(x, t)$ dans un voisinage de s génèrent des solutions contraintes à glisser sur la surface de glissement.

II.2.2.2. Méthode de la commande équivalente [salg04] :

La méthode de la commande équivalente permet de déterminer la sortie de la commande continue, une fois que le système se trouve sur la surface de glissement $s(x, t) = 0$. Nous allons supposer qu'à l'instant t_0 , les vecteurs d'état x du système interceptent la surface de glissement et qu'il existe un régime glissant à $t \geq t_0$. L'existence du régime glissant implique que $\dot{s}(x, t) = 0$, et $\dot{x} = 0$, pour tout $t \geq t_0$, soit :

$$-\dot{s}(x) + \dot{x} = 0$$

Où u_{eq} est la commande équivalente, ou la solution de l'expression précédente.

Finalement u_{eq} est exprimée par :

$$u_{eq} = -\dot{g}^{-1}(s) \cdot g(s) \quad (II.10)$$

Physiquement, la commande équivalente représente la valeur moyenne de la commande u qui maintient l'état du système de glissement $s(x)=0$. L'équation de régime glissant idéal est obtenue en portant l'expression de u_{eq} dans (II.1)

$$\dot{s} = f(s) - g(s) - g(s) \cdot -f(s) \quad (II.11)$$

II.2.3. Propriétés de la convergence [BEN13] :

Cette condition est en fait la condition à laquelle le mode de glissement existe et sous laquelle la trajectoire d'état va effectivement atteindre la surface de glissement en un temps fini.

Soit, pour un système mono variable, la fonction de Lyapunov suivante :

$$V(s) = -s \quad (II.12)$$

La dérivée de cette fonction est :

$$\dot{V}(s) = \dot{s} \quad (II.13)$$

La condition qui garantit la convergence de l'état vers la surface de glissement est donnée par :

$$\dot{V}(s) = \dot{s} < 0$$

Pour résoudre un tel problème, la dynamique de la surface de glissement est spécifiée par la loi:

$$\dot{s} = -\lambda s \quad (II.14)$$

Où λ est une constante strictement positive.

On aboutit à :

$$\dot{s}(t) = -\lambda |s(t)| \leq -\lambda |s(0)| \quad (II.15)$$

Cette condition est dite condition d'attractivité.

L'intégration de (II.14) entre le temps initial $t=0$ et le temps de convergence $t=t_c$, permet d'aboutir à:

$$s(t_c) - s(0) \leq -\lambda (t_c - 0)$$

La surface s sera atteinte durant un temps fini donné par :

$$t_c \leq \frac{|s(0)|}{\lambda} \quad (II.16)$$

II.2.4. Choix de la surface de glissement [Utk92] :

Le choix de la surface de glissement concerne le nombre et la forme des fonctions nécessaires. Ces deux facteurs dépendent de l'application et de l'objectif visé. La surface de glissement s'écrit généralement en fonction de l'écart de la sortie par rapport à sa valeur désirée. L'objectif de la commande est d'assurer la poursuite d'un signal de référence telle que l'écart e tend vers zéro.

Soit $f(x)$: $x \in \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction suffisamment différentiable telle que:

$$s = \{ x \mid f(x) = 0 \}$$

Une condition nécessaire pour l'établissement d'un régime glissant d'ordre n est que la surface de glissement s ait un degré relatif égal à 1 par rapport à la commande u .

Le degré relatif d'un système est le nombre minimum de fois qu'il faut dériver la sortie, par rapport au temps, pour y voir l'entrée (la commande) de manière explicite.

La surface de glissement peut être décrite sous deux formes. La première forme est donnée par :

$$s = \sum_{i=1}^n \lambda_i x_i \quad \text{telque} \quad \lambda_i > 0 \quad (II.17)$$

Il suffit que le vecteur $[\dots \dots]$ engendre un polynôme de Hurwitz pour que le mode glissant soit asymptotiquement stable (si S tend vers zéro alors l'erreur e et ses $(n - 1)$ dérivées tendent vers zéro aussi).

La deuxième forme est celle de "Slotine", elle est donnée par:

$$= (- +) \cdot () , > 0 .$$

(II.18)

Le polynôme caractéristique de cette surface doit avoir des pôles réels négatifs multiples. Cette surface est la plus pratique parce qu'elle a moins de paramètres de synthèse à régler.

II.2.5. condition d'existence du mode de glissement [Utk92] [Slot91] :

Le choix de la fonction de glissement étant fait, la deuxième étape consiste à concevoir une loi de commande qui puisse amener le vecteur d'état à converger vers la surface et y demeurer ($s=0$). Pour cela, il faut que la loi de commande soit conçue de telle manière à ce que s soit attractive. Pour déterminer la condition d'attractivité, considérons la fonction de Lyapounov suivante :

$$() = - ()$$

Une condition nécessaire et suffisante, appelée condition d'attractivité, pour qu'une variable de glissement $s(x, t)$ tende vers 0 est que la dérivée temporelle de v soit définie négative :

$$()s() < 0 \quad (II.19)$$

Si la condition (II.19) est vérifiée, alors la variable de glissement et sa dérivée sont de signe contraire quel que soit le temps et que 0 est un centre attracteur pour S .

Le temps de convergence, ou le temps d'atteinte « reaching time » t_r dépend directement du choix de S . Pour une convergence en temps fini, la condition (II.19) qui ne

garantie qu'une convergence asymptotique vers la surface de glissement est remplacée par une condition plus restrictive dite de η -attractivité, elle est donnée par :

$$\dot{s}(t) \leq -\eta |s(t)|, \quad \eta > 0 \quad (\text{II.20})$$

Remarque :

Il n'est pas suffisant que la dynamique de glissement soit asymptotiquement stable, il faut aussi que le domaine de glissement passe par le point d'équilibre désiré.

II.2.6. Propriétés de la robustesse [Utk92] [Per99] [Flo00] :

Considérons le système perturbé suivant :

$$\dot{x} = f(x) + g(x) \cdot u + p \quad (\text{II.21})$$

Où p représente l'effet des incertitudes paramétriques sur le terme $f(x)$ ou des perturbations externes. La robustesse du régime glissant vis-à-vis des perturbations est donnée par le théorème suivant qui n'est autre que la généralisation de la condition classique d'invariance vis-à-vis des perturbations externes, dans le cas des systèmes linéaires.

Théorème [Sira88] :

Le régime glissant sur s , du système perturbé (II.21), est invariant vis à vis de p , si et seulement si le vecteur de perturbation p , est engendré par $g(x)$. Cette condition est appelée condition de recouvrement connue sous le nom "matching condition".

II.2.7. Phénomène de réticence:

Un régime glissant idéal requiert une commande pouvant commuter à une fréquence infinie. Ainsi, durant le régime glissant, les discontinuités appliquées à la commande peuvent entraîner un phénomène de broutement, appelé réticence ou "chattering" en anglais. Celui-ci se caractérise par de fortes oscillations des trajectoires du système autour de la surface de glissement figure II.2. Les principales raisons à l'origine de ce phénomène

sont les limitations des actionneurs ou les retards de commutation au niveau de la commande. Ces commutations détériorent la précision de la commande et peuvent s'avérer néfastes pour l'organe de commande en provoquant une détérioration prématurée des systèmes mécaniques et une élévation de température dans les systèmes électriques (perte d'énergie non négligeable).

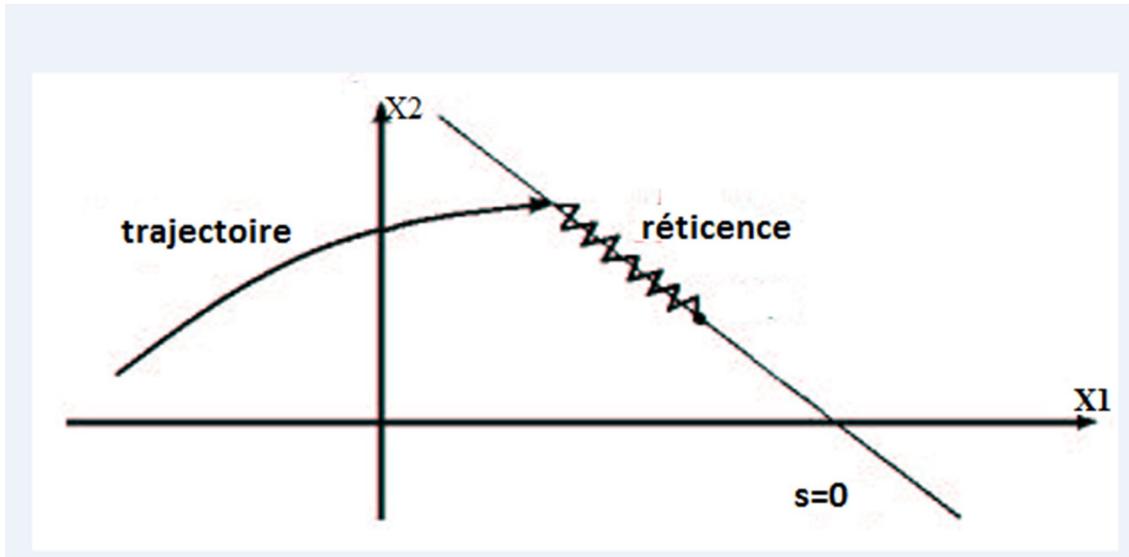


Fig. II.2: Le phénomène de broutement

II.2.8. Solutions pour la suppression de chattering :

Dans le but de réduire ou d'éliminer ce phénomène, de nombreuses solutions ont été proposées, comme la solution de couche limite, commande par mode glissant flou, mode glissant d'ordre supérieur, etc.....

II.2.8.1. Solution de couche limite [Deg13] :

Cette solution, connue aussi sous le nom de "boundary layer solution", consiste à remplacer la fonction signe par une approximation continue, de type grand gain, uniquement dans un voisinage de la surface.

Parmi les fonctions utilisées, nous citons la fonction de saturation.

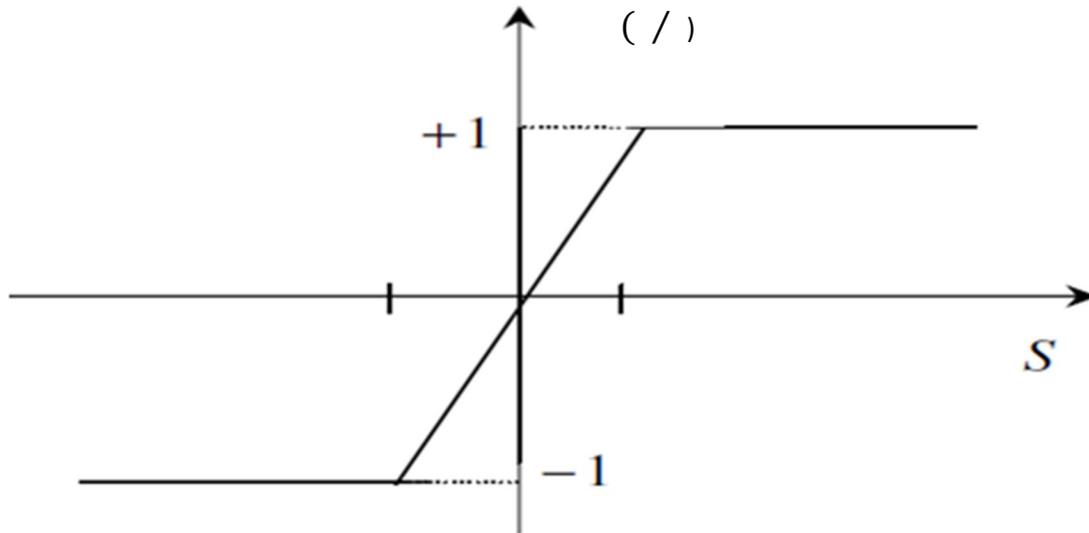


Fig. II.3.: Fonction saturation

$$\begin{aligned}
 (/) = \begin{cases} -1 & - \leq 1 \\ S & -1 < S < 1 \\ +1 & S > 1 \end{cases}
 \end{aligned}$$

: Largeur du seuil de la fonction de saturation.

D'autres fonctions existent telles que les fonctions, $\tanh(/)$, $2 \operatorname{sign}(/) \dots$

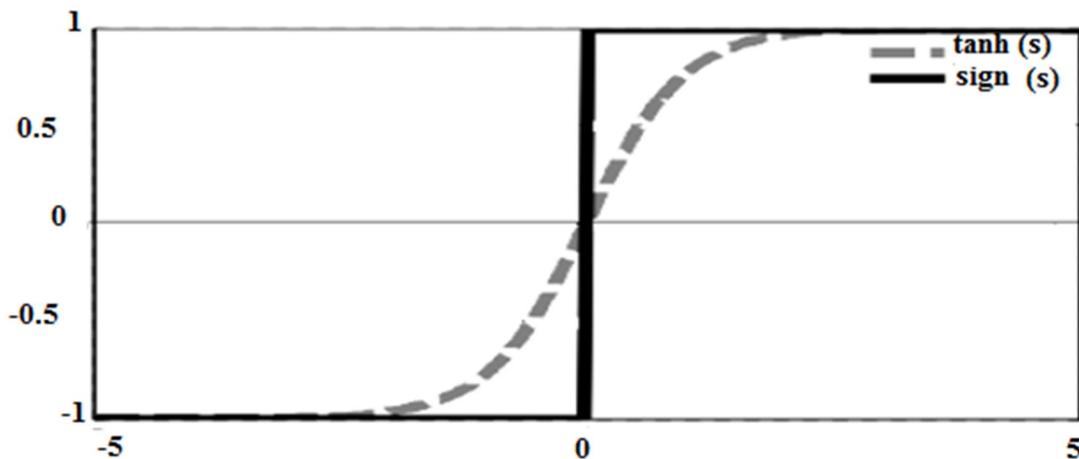


Fig. II.4.: fonction tangente hyperbolique

Le système ne converge plus vers la valeur désirée, mais vers un voisinage de cette dernière. Dans ce cas, le système est dit en régime pseudo-glissant. Bien que cela permette d'atténuer le phénomène de réticence, la précision par rapport à l'objectif fixé, la robustesse de la commande et le temps de réponse s'en trouvent dépréciés.

Cette méthode est paramétrée par une constante positive réglée pour avoir un bon compromis entre réduction du chattering et conservation de la robustesse.

II.2.8.2. Solution basée sur un observateur :

La solution de couche limite nécessite l'approximation continue du terme de discontinuité. Cependant, dans plusieurs applications les discontinuités de commande sont inhérentes au système. D'autre part, ce terme de discontinuité de commande permet de réaliser une convergence asymptotique de l'équation décrivant la surface de glissement vers zéro, ce qui n'est pas garanti en effectuant cette approximation continue.

En conséquence, lors de l'application d'une commande discontinue, le placement d'un observateur asymptotique par mode de glissement peut éliminer la réticence due à la discontinuité de la loi de commande. L'idée proposée par [Bond-85] consiste à générer les modes glissants idéaux dans une boucle auxiliaire d'observation (figure II.5), telle que cette boucle d'observateur n'intègre aucune dynamique non modélisée. La boucle principale est poursuivie de la boucle d'observateur. Sous les dynamiques de cet observateur, aucun problème de réticence n'apparaît et le système évolue comme si la commande équivalente continue est appliquée.

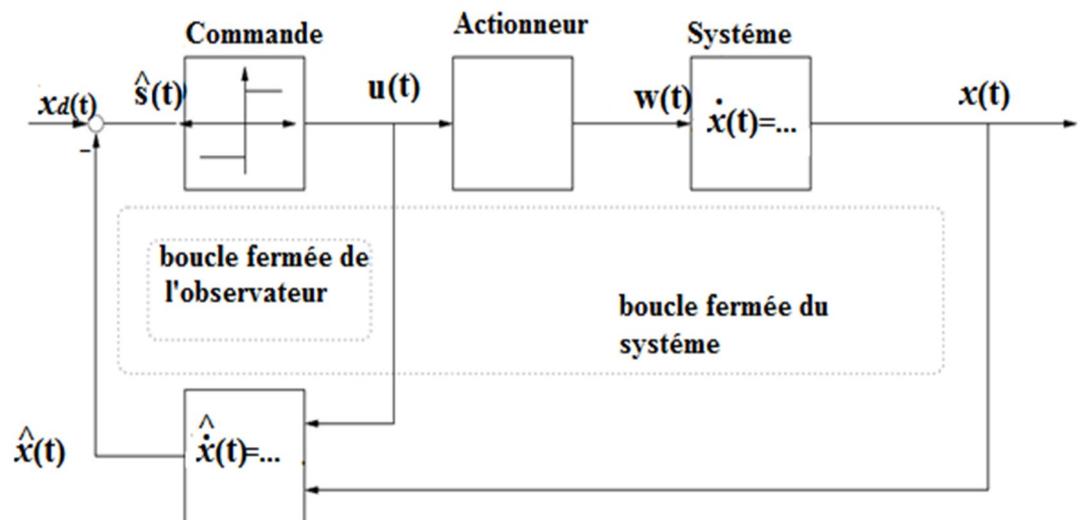


Fig. II.5. : Solution par placement d'un observateur.

II.2.8.3. Solution basée sur les modes glissants d'ordre supérieur [Slo91][Buh91][Isi95] :

Les modes glissants d'ordre supérieur ont été introduits pour pallier au problème du chattering tout en gardant les propriétés de convergence en temps fini et de robustesse des commandes par modes glissants classiques. Dans cette approche, le terme discontinu n'apparaît plus directement dans l'expression de la commande synthétisée mais dans une de ses dérivées supérieures ce qui a le mérite de réduire le Chattering.

II.3. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté le principe de la commande par modes glissants d'ordre un. Une telle commande se compose de deux éléments :

- Une hyper surface sur laquelle le système doit évoluer.
- Une loi de commande forçant le système à atteindre cette surface de glissement et y demeurer jusqu'à l'équilibre.

Après la phase de convergence, le système jouit des propriétés suivantes :

- Sa dynamique est entièrement déterminée par la surface de glissement.
- Il est insensible aux perturbations extérieures et aux variations des paramètres du modèle vérifiant la condition de recouvrement.

Cependant, la commande par mode glissant présente l'inconvénient majeur qui est le phénomène de chattering. Pour remédier à ce problème, nous avons donné dans ce chapitre quelques solutions.

Dans notre travail, nous allons introduire les outils de la logique floue pour supprimer le phénomène de réticence. Le principe de base de cette théorie sera présenté dans le chapitre suivant.

III.1. Introduction :

La plupart des systèmes rencontrés sont modélisables mathématiquement. Cependant, il existe de nombreux processus dans le monde réel possédant des mécanismes physiques complexes difficilement modélisables avec des paramètres incertains. L'obtention d'un modèle pour de tels systèmes devient alors une opération difficile à réaliser. Une des solutions consiste à utiliser la théorie de la logique floue proposée et développée par le professeur Lotfi A. Zadeh [Zad65]. Cette approche permet d'exploiter les informations linguistiques de l'expert humain en décrivant le comportement dynamique d'un processus et la stratégie de sa commande. L'intérêt de la logique floue réside dans sa capacité à traiter et manipuler l'imprécis, l'incertain et les informations vagues. Sa capacité est issue de l'aptitude de l'être humain à décider d'une façon pertinente malgré la nature floue des connaissances disponibles. En effet, l'opérateur humain peut définir des stratégies de commande de façon linguistique avec un minimum de connaissances sur le processus. La logique floue traduit cette stratégie en un ensemble de règles de la forme « Si 'Observation' Alors 'Décision' » ou « Si 'Prémisse' Alors 'Conclusion' », qui peuvent être utilisées pour l'identification des systèmes comme pour leurs commandes.

Les premiers développements de la commande floue ont été initiés par Mamdani et Assilian [Mam74] sur l'exemple d'une machine à vapeur expérimentale où l'idée de base consistait à exploiter l'expérience des opérateurs humains pour concevoir des lois de commande. Depuis l'épreuve de Mamdani, la commande floue a été largement exploitée dans plusieurs domaines (commande d'un échangeur de chaleur, régulation de vitesse d'un moteur, four à ciment...etc).

Dans ce chapitre, nous allons présenter les notions théoriques de base de la logique floue, ainsi que la structure d'un contrôleur flou.

III.2. Logique classique et logique floue [Dja09] :

Dans le cadre de la logique classique, une proposition est soit vraie, soit fausse (1 ou 0). Par exemple, la logique classique peut facilement partitionner l'âge d'un être-humain en deux sous-ensembles, «moins de 40 ans» et « 40 ans ou plus». Toutes les personnes de moins de 40 ans sont alors considérées comme appartenant à l'ensemble «moins de 40 ans». On leur affecte une valeur de 1.

Toutes les personnes atteignant 40 ans ou plus ne sont pas considérées comme appartenant à l'ensemble «moins de 40 ans». On leur attribue une valeur de 0. Cependant, le raisonnement humain s'appuie fréquemment sur des connaissances ou des données inexacts, incertaines ou imprécises. On ne peut pas faire une distinction entre une personne ayant 41 ans et celle ayant 39 ans. On sera pourtant capable de dire si la personne est vieille ou jeune, sans pour cela utiliser d'âge limite. La logique floue permet de définir des sous-ensembles, comme «vieux» ou «jeune», en introduisant la possibilité pour une valeur d'appartenir plus ou moins à chacun de ces sous-ensembles.

III.3. Concepts de base de la logique floue [dou13] :

La description imprécise d'une certaine situation, d'un phénomène ou d'une grandeur physique ne peut se faire que par des expressions relatives ou floues. Ces différentes classes d'expressions floues dites ensembles flous forment ce qu'on appelle des variables linguistiques. Afin de pouvoir traiter numériquement ces variables linguistiques qui sont normalisées généralement sur un intervalle bien déterminé appelé univers de discours, il faut les soumettre à une définition mathématique à base de fonctions d'appartenance qui montrent le degré de vérification de ces variables linguistiques relativement aux différents sous ensembles flous de la même classe.

III.3.1. Variables linguistiques [Lee90] :

La notion de variable linguistique permet de modéliser les connaissances imprécises ou vagues sur une variable dont la valeur précise est inconnue. Une variable linguistique, ou variable floue, est donc une variable dont les valeurs floues appartiennent à des ensembles flous pouvant représenter des mots du langage naturel. Ainsi une variable floue peut prendre simultanément plusieurs valeurs linguistiques. Le domaine sur lequel ces termes et ces variables sont définis, constitue l'univers de discours. Le découpage de cet univers de discours par les termes flous est appelé une partition floue. Lorsque l'univers de discours est totalement recouvert par les termes flous, et que pour toutes valeurs, la somme des degrés d'appartenance est égale à 1, on parle alors de partition floue forte.

La variable linguistique peut être représentée par un triplet (, (),) dans lequel

est le nom de la variable linguistique, () l'ensemble des valeurs linguistiques de et l'univers de discours. La figure III.1 illustre un exemple de variable linguistique 'vitesse' avec trois termes linguistiques : petite, moyenne et grande.

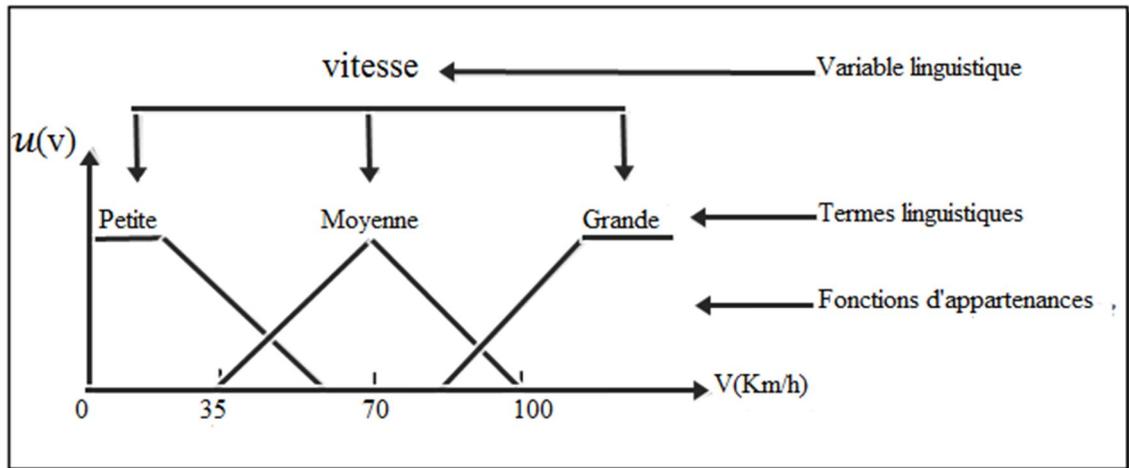


Fig.III.1: variable linguistique

III.3.2. Notions de base d'un ensemble flou [Meu95] :

La notion d'ensembles flous permet de traiter les situations intermédiaires entre le tout et le rien, et d'utiliser les valeurs approximatives ("environ 40 ans") et les catégories aux limites mal définies (comme "vieux" ou "jeunes"), qui sont très souvent rencontrées dans le monde physique, c'est à dire, qui ne possèdent pas de critères d'appartenance bien définis.

Mathématiquement, un ensemble flou A sur un univers de discours X peut être représenté comme un ensemble de paires ordonnées

$$A = \{ (x, \mu_A(x)); x \in X \} \tag{III.1}$$

où $\mu_A(x)$ est une fonction d'appartenance définie comme suit :

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 \leq b \leq 1 & \text{si } x \in A \\ 0 & \text{si } x \notin A \end{cases} \tag{III.2}$$

II.3.3. Sous ensembles flous :

La notion de sous ensembles flous a pour but de permettre des gradations dans l'appartenance d'un élément à une classe, c'est-à-dire d'autoriser un élément à appartenir plus ou moins à une classe prédéfinie, «plus la surface d'un appartement se rapproche de 200 m², plus son appartenance à la classe des grands appartements est forte». Cette notion permet l'utilisation de catégories aux limites mal définies «Large», de situations intermédiaires entre le tout et le rien «presque ouvert», le passage progressif d'une propriété à une autre «passage de peu profond à profond», l'utilisation de valeurs approximatives «environ 12 mètres». Cette présentation évite l'utilisation arbitraire de limites rigides à des classes et répond au besoin de présenter des connaissances imprécises, soit parce qu'elles sont exprimées en langage naturel «on utilise aussi le terme variable linguistique», soit parce qu'elles sont obtenues avec des instruments d'observations qui produisent des erreurs de mesure.

Définition 1: Étant donné un ensemble de référence X , on peut indiquer les éléments de X qui appartiennent à une certaine classe de X et ceux qui n'y appartiennent pas. Cette classe est alors un sous-ensemble de X . Si l'appartenance de certains éléments de X à une classe n'est pas absolue, on peut indiquer avec quel degré chaque élément appartient à cette classe. Celle-ci est alors un sous-ensemble flou de X [Bouc95].

Définition 2: Un sous-ensemble flou A dans un univers du discours X est caractérisé par sa fonction d'appartenance $\mu_A(x)$ qui associe à chaque élément x de X une valeur dans l'intervalle des nombres réels $[0, 1]$.

$$\mu_A : X \rightarrow [0, 1] \quad (\text{III.3})$$

Ainsi un sous-ensemble flou A dans X peut être représenté par un ensemble de couples ordonnés :

$$A = \{ (x, \mu_A(x)) ; x \in X, \mu_A(x) \in [0,1] \} \quad (\text{III.4})$$

Exemple : Pour évaluer la hauteur (H) d'une personne en utilisant des termes linguistiques, nous devons leur associer des fonctions de représentation. Nous présentons dans cet exemple, l'évaluation de la hauteur (H) d'une personne selon la logique floue. Pour cela,

nous pouvons utiliser les mots, PETIT et GRAND. La représentation de PETIT et GRAND se fait au moyen de deux fonctions qui calculent l'appartenance de chaque personne à l'ensemble flou PETIT et/ou GRAND. Ainsi, une personne qui mesure 1m63 appartient en même temps au sous-ensemble flou PETIT et au sous-ensemble flou GRAND avec un degré de 0,7 (pour PETIT) et de 0,3 (pour GRAND). Un sous-ensemble peut être représenté graphiquement par un trapèze ou une fonction plus complexe. La figure.III.2. Présente une forme de représentation

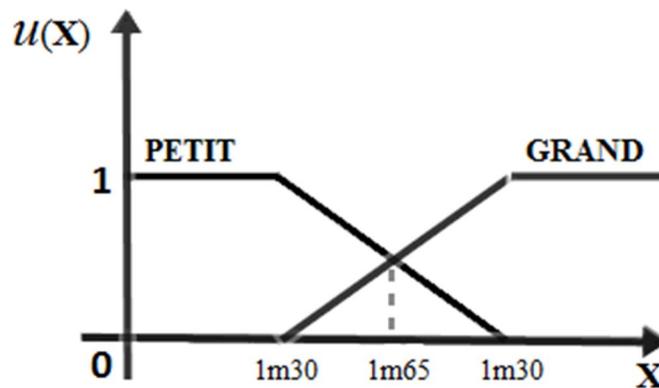


Fig.III.2 : Représentation de l'âge par des sous-ensembles flous

III.3.4. Fonctions d'appartenance [dou13] :

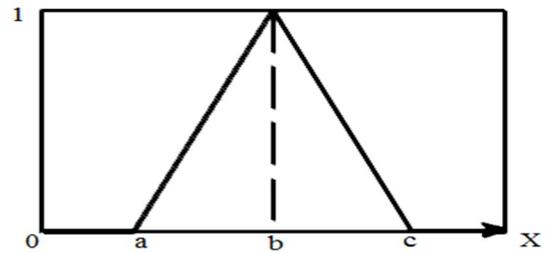
La variable linguistique varie dans un domaine appelé univers de discours qui est partagé en sous-ensembles flous de façon que dans chaque zone, il a une situation dominante.

Ces zones sont décrites par des fonctions appelées fonctions d'appartenance permettent un traitement numérique des variables linguistiques dans la prise de décisions floues sur ordinateur. Dans ce contexte, on associe à chaque valeur de la variable linguistique une fonction d'appartenance désignée par $()$, qui représente le degré (ou le facteur) d'appartenance compris dans l'intervalle $[0, 1]$.

En général, la forme des fonctions d'appartenance peuvent avoir différentes formes :

- **Fonction triangulaire :** elle est définie par trois paramètres {a, b, c}.

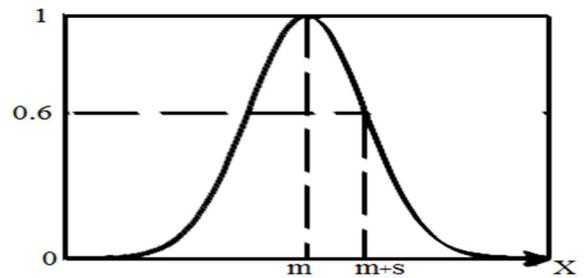
$$\mu(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & [a, b] \\ \frac{c-x}{c-b} & [b, c] \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$



- **Fonction gaussienne:** elle est définie par deux paramètres { m, s } :

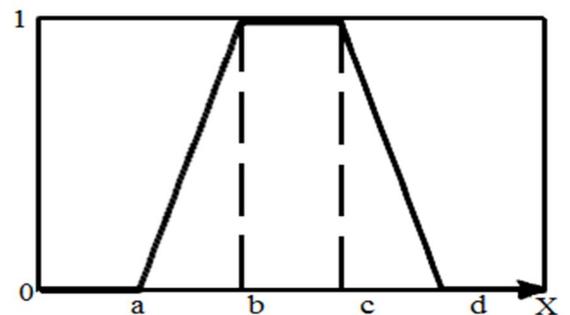
$$\mu(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$$

Où m : centre de la gaussienne
et s : sa largeur



- **Fonction trapézoïdale :** elle est définie par quatre paramètres { a, b, c, d }.

$$\mu(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & [a, b] \\ 1 & [b, c] \\ \frac{d-x}{d-c} & [c, d] \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$



III.3.5. Opérateurs en logique floue [Min97]:

Une fois les ensembles flous définis, des mathématiques concernant ce type d'ensemble ont été développées. Les mathématiques élaborées ressemblent beaucoup à celles reliées à la théorie des ensembles conventionnels. Les opérateurs d'union, d'intersection et de négation existent pour les deux types d'ensemble. Les opérateurs habituels, soit l'addition, la soustraction, la division et la multiplication de deux ou

plusieurs ensembles flous existent aussi. Toutefois, ce sont les deux opérateurs d'union et d'intersection qu'on utilise le plus souvent dans la commande par la logique floue.

III.3.5.1. Opérateur NON :

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad (\text{III.5})$$

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad (\text{III.6})$$

III.3.5.2. Opérateur ET :

L'opérateur ET correspond à l'intersection de deux ensembles a et b et on écrit :

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \quad (\text{III.7})$$

Dans le cas de la logique floue, l'opérateur ET est réalisé dans la plupart des cas par la formation du minimum, qui est appliquée aux fonctions d'appartenance $\mu_A(x)$ et $\mu_B(x)$ des ensembles a et b, à savoir :

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \quad (\text{III.8})$$

Où $\mu_A(x)$, $\mu_B(x)$ et $\mu_C(x)$, signifient respectivement le degré d'appartenance à l'ensemble a, b et c. On parle alors d'opérateur minimum.

III.3.5.3. Opérateur OU :

L'opérateur OU correspond à l'union de deux ensembles a et b et on écrit :

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \quad (\text{III.9})$$

Il faut maintenant calculer le degré d'appartenance à l'ensemble c selon les degrés des ensembles a et b. Cela se réalise par la formation du maximum. On a donc l'opérateur maximum.

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \quad (\text{III.10})$$

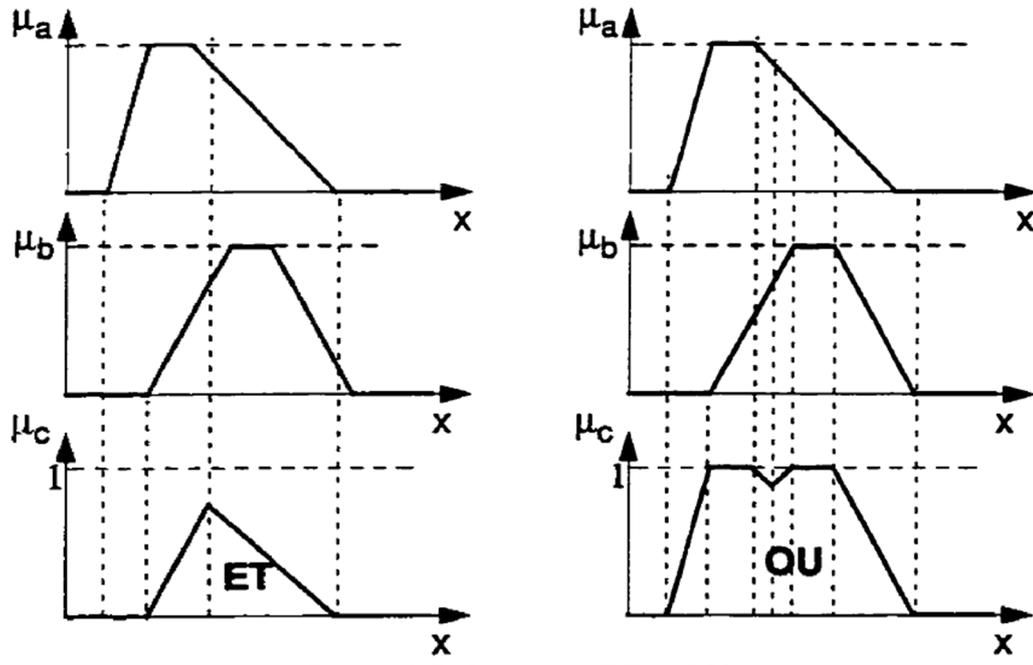


Fig. III.3: Opérateur ET et OU

III.4. Commande par logique floue :

Bien que la logique floue possède un champ d'application extrêmement vaste (commande, Classification, aide à la décision, base de données imprécises,...). Nous nous intéressons ici qu'à son utilisation dans le cadre de la commande, c'est à dire, traiter les problèmes de commande de processus avec une approche différente de l'automatique classique, le plus souvent à partir des connaissances des experts ou d'opérateurs qualifiés travaillant sur le processus.

III.4.1. Propriétés d'une commande par logique floue :

Les propriétés essentielles d'une commande par logique floue peuvent être résumées dans les points suivants: [Buh94]

- Aptitude à commander convenablement les systèmes avec un comportement dynamique compliqué, difficile à modéliser ou inconnu.

- La clarté des règles qui sont facilement compréhensibles par les personnes expérimentés.
- La commande est simple à réaliser.
- Dans la plupart du temps un petit nombre de règles suffit à décrire le système.
- Cet outil permet de concevoir des commandes non linéaires qui sont réputées robustes.

III.4.2. Structure de base d'un régulateur flou :

Dans ce paragraphe, nous présentons la configuration de base du contrôleur flou qui comprend quatre parties principales (voir la figure III.4). [Buh94]

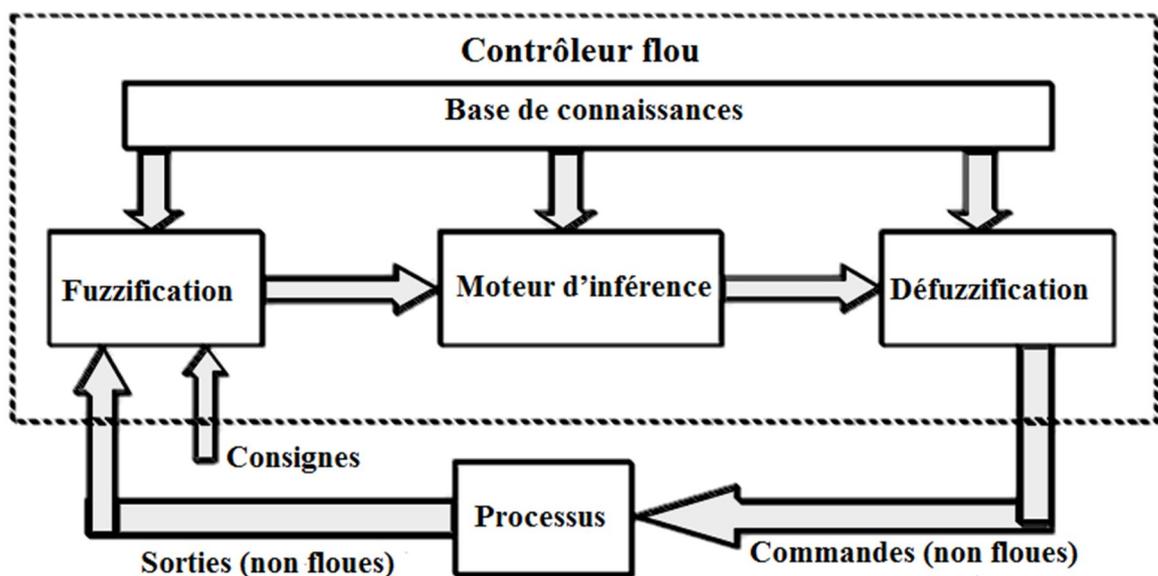


Fig.III.4: Structure générale d'un contrôleur flou.

La configuration de base du contrôleur flou comprend quatre parties :

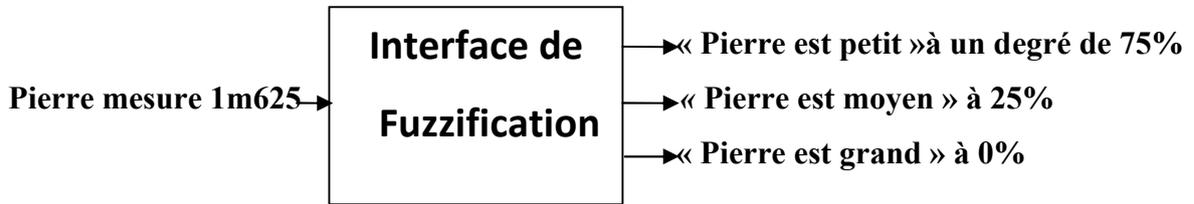
- Interface de fuzzification,
- Base de connaissances,
- Moteur d'inférence floue,
- Interface de défuzzification.

III.4.2.1. Fuzzification

La fuzzification est l'étape de passage d'une grandeur physique en une variable floue ou variable linguistique. Elle consiste à définir le degré d'appartenance avec lequel la mesure de la variable physique appartient à un ensemble flou donné sur l'univers de

discours et on distingue deux types de fuzzification respectivement appelés fuzzification numérique et fuzzification symbolique.

Exemple :



a) Fuzzification numérique [dou13] :

La fuzzification numérique consiste à caractériser numériquement l'imprécision qui peut exister sur la valeur d'entrée délivrée par un capteur. La partie de (), transformée de est obtenue de deux manières différentes :

- **Fuzzification par singleton :**

Cette démarche est utilisée lorsque la valeur fournie par le capteur est supposée précise. La fuzzification par singleton d'une valeur est alors la partie floue numérique dans dont la fonction d'appartenance (voir figure III.6) est définie par :

$$\mu(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x = x_0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (III.11)$$

Cette stratégie est largement utilisée dans les applications de la commande floue, car elle est facile à implémenter.

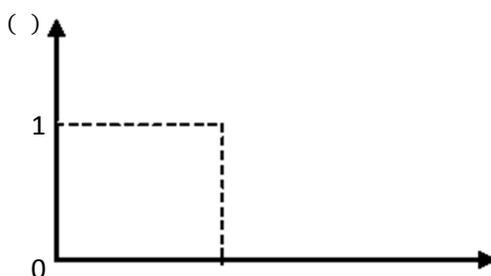


Fig.III.5. Fuzzification par singleton

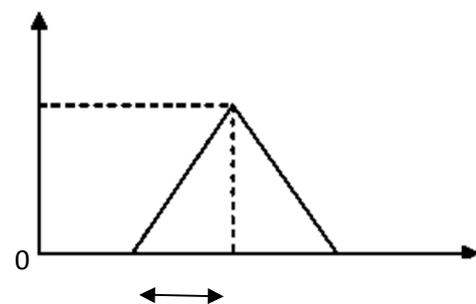


Fig.III.6. Fuzzification non singleton

- **Fuzzification non singleton**

Dans cette démarche, on considère que le capteur peut engendrer une erreur de la mesure ou être exposé à un bruit. La fonction d'appartenance de $\mu_A(x)$ dépend dans ce cas de l'erreur ou du bruit, par exemple, elle peut être définie comme suit :

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & ; 1 - \frac{|x - x_0|}{\varepsilon} \end{cases} \quad (\text{III.12})$$

où ε est un paramètre caractérisant la forme de $\mu_A(x)$.

La représentation graphique de cette fonction est montrée par la figure III.7. La base du triangle $\mu_A(x)$ est en fonction de l'importance relative des erreurs de mesures. En effet, plus elles sont importantes, plus la mesure de la variable x devient imprécise, et donc, plus le triangle doit s'élargir.

b) Fuzzification symbolique [Nak97] :

La fuzzification symbolique transforme la valeur d'entrée x délivrée par le capteur en une partie floue linguistique. La description de la mesure s'effectue dans l'ensemble $\mu_A(x)$ des valeurs linguistiques des prémisses. Par exemple, on peut utiliser l'ensemble $\mu_A(x) = \{N, Z, P\}$, où N est l'abréviation de négatif, Z celle de zéro et P celle de positif.

III.4.2.2. Base de connaissances

C'est une base de connaissances qui contient les règles floues décrivant le comportement du système. L'ensemble des règles se présente sous la forme d'une énumération de type:

Si condition 1 et/ou condition 2 (et/ou...) alors action sur les sortie

Si condition 3 et/ou condition 4 (et/ou...) alors action sur les sortie

Si condition 5 et/ou condition 6 (et/ou...) alors action sur les sortie

III.4.2.3. Moteur d'inférence :

Le moteur d'inférence floue transforme, à l'aide des techniques de raisonnement flou, la partie floue issue de la fuzzification en une nouvelle partie floue afin de définir l'ensemble flou caractérisant la commande. En fait, le mécanisme d'inférence combine les règles floues pour effectuer une transformation à partir des ensembles flous dans l'espace

d'entrée vers des ensembles flous dans l'espace de sortie. Il existe plusieurs méthodes d'inférence utilisées dans la littérature parmi elles [Buh94], on cite :

- Méthode d'inférence MAX-MIN.
- Méthode d'inférence MAX-PROD.
- Méthode d'inférence SOMME-PROD.

a) Méthode d'inférence MAX-MIN (Mamdani) :

La méthode d'inférence max-min est réalisée au niveau de la condition, l'opérateur « ET » par la formation du minimum. La conclusion dans chaque règle, introduite par « ALORS » est réalisée par la formation du minimum. Enfin l'opérateur « OU » qui lie les différentes règles est réalisé par la formation du maximum.

b) Méthode d'inférence MAX-PROD (Larsen) :

La méthode d'inférence max-produit est réalisée, au niveau de la condition, l'opérateur « ET » par la formation du produit. La conclusion dans chaque règle, introduite par « ALORS » est réalisée par la formation du produit. L'opérateur « OU », qui lie les différentes règles, est réalisé par la formation du maximum.

c) Méthode d'inférence SOMME-PROD (Sugeno) :

Dans cette méthode, l'opérateur "ET" est réalisé par le produit, de même que la conclusion "ALORS". Cependant, l'opérateur "OU" est réalisé par la valeur moyenne des degrés d'appartenance intervenant dans l'inférence.

III.4.2.4. Défuzzification [Buh94], [Lac97] :

L'étape de défuzzification consiste à transformer l'ensemble flou résultant de l'inférence de différentes règles en une valeur numérique unique représentative de cet ensemble, cette valeur numérique est appliquée pour commander un processus réel. Il est nécessaire de passer du « monde flou » au « monde réel », c'est la défuzzification.

Il existe différentes méthodes de défuzzification, parmi lesquelles on peut citer :

- La méthode du centre de gravité.
- La méthode de la valeur maximum.
- La méthode de la moyenne des maximums.
- Méthode de hauteurs pondérées.

a) Défuzzification par le centre de gravité :

C'est la méthode la plus utilisée dans les contrôleurs flous. Elle consiste à calculer l'abscisse du centre de gravité x_R^* de la fonction d'appartenance résultante $\mu_{\text{rés}}$:

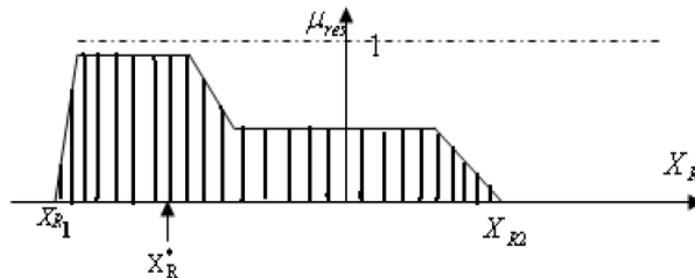


Fig.III.7. Défuzzification par le centre de gravité.

Le centre de gravité permet d'exprimer analytiquement la sortie du système flou et de simplifier sa mise en œuvre. Cependant, son calcul est complexe et nécessite des calculs longs de l'intégrale.

b) Défuzzification par la valeur maximale :

Cette méthode, s'applique uniquement dans le cas où la fonction d'appartenance associée à l'ensemble flou de sortie n'admet qu'un seul maximum. On choisit comme sortie l'abscisse x_R^* correspondant à ce maximum.

Trois cas peuvent se produire comme le montre la figure III.9.

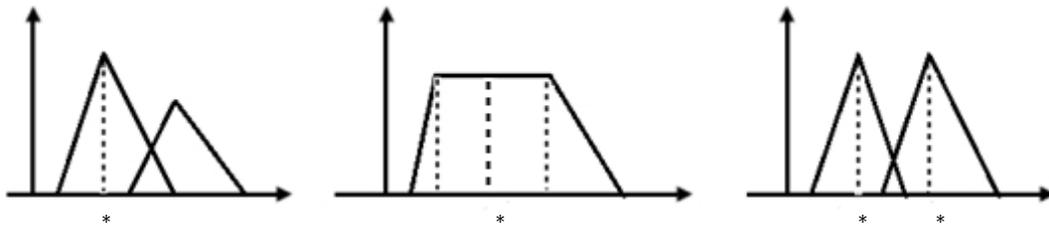


Fig.III.8. Défuzzification par la valeur maximale.

Cette méthode est beaucoup plus simple, rapide et facile, mais elle introduit des ambiguïtés et une discontinuité de la sortie.

c) Défuzzification par la moyenne des maximums :

Dans le cas où plusieurs ensembles auraient la même hauteur maximale, on réalise leur moyenne, cette méthode permet d'enlever les ambiguïtés de la méthode de la valeur maximum.

d) Méthode des hauteurs pondérées (moyenne pondérée) :

Elle correspond à la méthode de centre de gravité quand les fonctions d'appartenance de la variable de sortie sont des singletons. [Bag99]

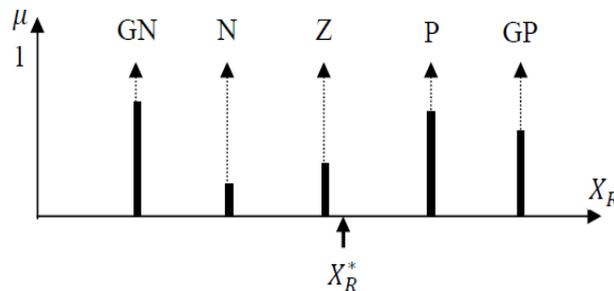


Fig.III.9. Défuzzification par la méthode des hauteurs pondérées.

III.4.3. Différents types de contrôleurs flous :

III.4.3.1. Contrôleurs flous de Mamdani [Mer08] :

Dans la méthode de Mamdani, les prémisses et les conclusions des règles sont floues. L'inférence floue est réalisée à l'aide de l'opérateur min (minimum) ou prod (produit) et l'agrégation des règles à l'aide de l'opérateur max (maximum). La défuzzification est généralement effectuée par la méthode du centre de gravité.

III.4.3.2. Contrôleurs flous de Takagi-Sugeno [Tak85] :

La méthode de TAKAGI-SUGENO, est très efficace du point de vue de calcul car elle privilégie l'analyse mathématique, elle fonctionne bien avec les techniques linéaires. L'inférence floue est réalisée avec l'opérateur min ou prod. Les conclusions des règles sont des valeurs numériques calculées à partir des entrées et la valeur finale est obtenue en effectuant une moyenne pondérée des conclusions.

III.5. Conclusion

D'un point de vu mathématique, un système flou définit une relation non linéaire d'un espace d'entrée vers un espace de sortie, et d'un point de vue logique, un système flou est une machine de prise de décision composée de quatre parties essentielles : la fuzzification, la base de connaissance, le moteur d'inférence floue et la défuzzification. L'architecture d'un système flou est déterminée par une meilleure compréhension des ensembles flous et des opérateurs flous. Nous avons constaté qu'il n'existe pas un seul type de système flou, mais il y en a plusieurs. Un utilisateur des systèmes flous doit décider sur le type des fonctions d'appartenance, le type des règles floues, la méthode du raisonnement flou et la stratégie de défuzzification.

Vu la capacité de raisonnement humain et le traitement linguistique que présente la logique floue, son utilisation pour compenser les incertitudes s'avère très intéressante. C'est pour cette raison que nous l'avons intégrée dans notre commande pour palier au phénomène de chattering de la commande par mode glissant.

IV.1. Introduction :

Le pendule inversé est un système non linéaire typique et un objet contrôlable instable. Par conséquent, comment le contrôler est effectivement un problème typique dans la théorie de la commande. Il est utilisé pour la vérification des techniques de commande conçues et des expériences de laboratoire de contrôle en matière de l'éducation de la théorie de commande.

Le présent chapitre est consacré à la présentation de la mise en œuvre d'une loi de commande pour la commande d'un pendule inversé. La loi de commande que nous proposons est basée sur le mode glissant en utilisant la logique floue. La stabilité du nouveau contrôleur est garantie par la fonction de Lyapunov.

Le rôle du mode glissant est d'assurer la robustesse du système en boucle fermée, alors que le rôle de la logique floue est de résoudre le problème de chattering dû à la partie discontinue de la commande par mode glissant. Une série de résultats de simulations sera présentée à la fin de ce chapitre.

IV.2. Mise en œuvre de la loi de commande basée sur la fonction de Lyapunov :

On s'intéresse à la mise en œuvre d'une loi de commande d'un système non linéaire, incertain et instable qui est un pendule inversé.

Écrivons l'équation, qui décrit le modèle dynamique du pendule inversé, de la manière suivante :

$$M \ddot{x} + C(x, \dot{x}) \dot{x} + G(x) + u = 0 \quad (IV.1)$$

M : Matrice d'inertie.

C : Matrice de centrifuge et de Coriolis.

G : Matrice de gravité.

u : Perturbation.

u : commande de système.

$$= [,]$$

Pour déterminer la surface de glissement, on prend l'équation générale proposée par J.J. Slotine :

$$(,) = - + \tag{IV.2}$$

Avec = -

: le degré relatif représentant le nombre de fois qu'il faut dériver la surface de glissement pour faire apparaître la commande,

: erreur sur la grandeur à commander,

: coefficient positif représentant la pente de glissement,

: valeur de la grandeur réelle,

: valeur de la grandeur désirée.

L'objectif de la loi de commande est de contraindre les trajectoires du système à atteindre une surface donnée, surface de glissement, pour ensuite y rester.

Pour tester la stabilité de notre loi de commande, nous avons choisi le second théorème de Lyapunov.

soit () la fonction de Lyapunov, sa dérivée temporelle est $\dot{()} = \frac{()}{()}$. Le signe de $\dot{()}$ donne une information sur la stabilité du système.

Si $() > 0, \forall \neq 0$ $\dot{()} < 0$ alors le système est asymptotiquement stable.

Soit la surface de glissement :

$$= \dot{+} = = \dot{+} \tag{IV.3}$$

Avec :

= - est l'erreur de position angulaire du pendule

= - est l'erreur de position du chariot.

$\dot{e}_\theta = \dot{\theta} - \dot{\theta}_d$ est l'erreur de vitesse angulaire du pendule.

$\dot{e}_x = \dot{x} - \dot{x}_d$ est l'erreur de vitesse du chariot.

et θ sont l'angle de rotation du pendule et le déplacement du chariot, respectivement.

θ_d et x_d sont l'angle désiré de rotation du pendule et le déplacement désiré du chariot, respectivement.

λ_1 et λ_2 sont des constantes positives.

On considère la fonction de Lyapunov suivante :

$$V = \frac{1}{2} \dot{e}_\theta^2 + \frac{1}{2} \dot{e}_x^2 + \frac{\lambda_1}{2} e_\theta^2 + \frac{\lambda_2}{2} e_x^2 \quad (\text{IV.4})$$

Cette fonction est définie positive de manière évidente.

D'après le théorème de stabilité de la fonction de Lyapunov, si nous pouvons déterminer une loi de commande telle que la dérivée \dot{V} soit définie négative, la trajectoire d'état du système sera forcée à rejoindre la surface de glissement, puis assurer le maintien et le glissement le long de cette surface pour atteindre l'origine du plan de phase.

Pour maintenir la surface de glissement à zéro, la loi de commande est définie en satisfaisant la condition de mode glissant suivante :

$$\dot{V} = -\alpha V \leq 0 \quad (\text{IV.5})$$

D'après l'équation (IV.4), nous avons :

$$\dot{V} = -\lambda_1 e_\theta \dot{e}_\theta - \lambda_2 e_x \dot{e}_x - \lambda_1 \dot{e}_\theta e_\theta - \lambda_2 \dot{e}_x e_x \quad (\text{IV.6})$$

Ce qui donne:

$$\dot{x} = Ax + B\dot{u} \tag{IV.7}$$

Une propriété intéressante entre les matrices M et C du système (IV.1) est que $M - C$ est une matrice antisymétrique, elle vérifie:

$$(M - C)^T = -(M - C), \forall i \neq j$$

En utilisant cette propriété, l'équation (IV.7) devient:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (M - C)\dot{x} + C\dot{x} + B\dot{u} \\ &= M\dot{x} - C\dot{x} + C\dot{x} + B\dot{u} \\ &= (M + (C - C))\dot{x} + B\dot{u} \end{aligned} \tag{IV.8}$$

On choisit la commande u telle que:

$$\dot{u} = -\lambda e - C\lambda e \tag{IV.9}$$

Où : $\lambda e = \lambda e + C\lambda e \tag{IV.10}$

$$= [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n] \text{ Avec } \lambda_i (i=1, \dots, n) \text{ est une constante.}$$

On pose :

$$e = \ddot{x} + \dot{x} + x \tag{IV.11}$$

En remplaçant e et B par leurs valeurs, l'équation(IV.8) peut s'écrire comme suit:

$$\dot{x} = (-\lambda_1 - \lambda_2 - \dots - \lambda_n) x \tag{IV.12}$$

$$= \sum_{i=1}^n (-\lambda_i - \lambda_{i+1} - \dots - \lambda_n) x \tag{IV.12}$$

An admettant que :

$$|\lambda_i + \lambda_{i+1}| < |\lambda_i + \lambda_{i+1}|, \text{ où,}$$

$$| \dot{s} + \lambda s | \text{ est la limite de } | \dot{s} + \lambda s |$$

Afin de satisfaire la condition de glissement $\dot{V} < 0$, il suffit de choisir λ tel que :

$$\lambda > | \dot{s} + \lambda s |$$

Pour assurer une convergence en temps fini vers la surface de glissement, chaque k doit être choisi suffisamment grand.

Quand $\dot{s} > 0$, $(-k_1 - k_2 - k_3 \dots ()) < 0$

Quand $\dot{s} < 0$, $(-k_1 - k_2 - k_3 \dots ()) > 0$

Ainsi l'équation (IV.12) permet de vérifier :

$$\dot{V} = \sum (-k_1 - k_2 - k_3 \dots ()) < 0$$

La loi de commande obtenue garantit que les trajectoires d'état du système peuvent atteindre la surface de glissement $s = 0$ en un temps fini et que le système soit stable.

La commande résultante est donnée par l'expression suivante :

$$u = -$$

Avec :

k_1 est calculée à partir de la surface s .

k_2 est calculée à partir de la surface \dot{s} .

IV.3 Schéma de la commande :

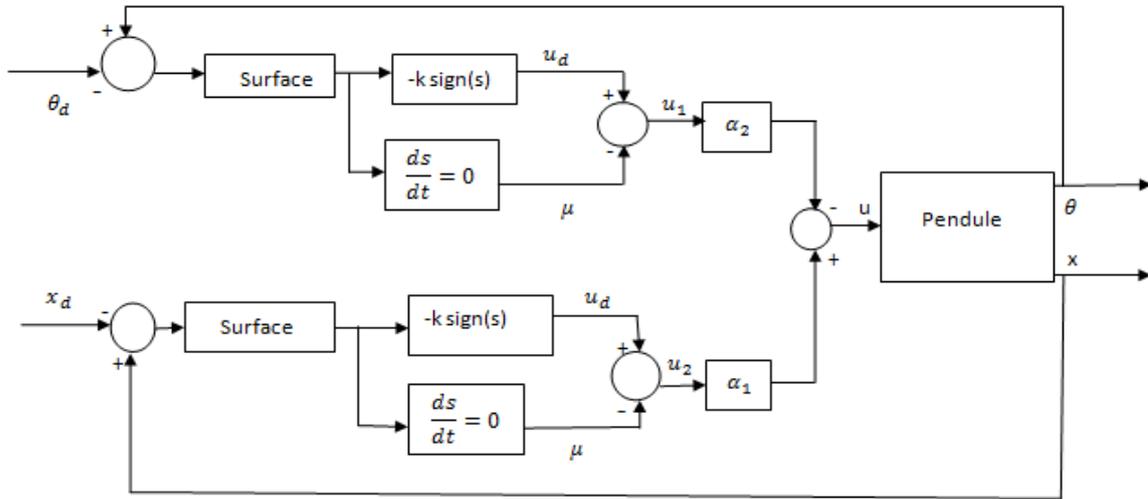


Fig.IV.1 : Schéma de la commande.

IV.4 Simulation et interprétation :

La dynamique du pendule inversé est décrite par:

$$(\ddot{\theta} + \ddot{x}) \cos(\theta) - \dot{x} \sin(\theta) = \dots \tag{IV.13}$$

$$\ddot{\theta} - (\ddot{x}) + \ddot{x} \cos(\theta) = 0 \tag{IV.14}$$

Le vecteur d'état du système pendule inversé-chariot est $\mathbf{x} = [\theta, \dot{\theta}, x, \dot{x}]$, où θ est l'angle du pendule, x représente la position du chariot, et $\dot{\theta}$ et \dot{x} sont la vitesse angulaire du pendule et la vitesse du chariot, respectivement. L'angle θ est supposé égal à zéro lorsque le bras du pendule se trouve dans l'équilibre vertical.

Le pendule inversé est soumis à une seule entrée de commande qui contrôle simultanément la position du chariot et l'angle de la tige. Pour cela, nous avons considéré la commande résultante suivante :

$$= - \quad (IV.15)$$

Où α et β sont des constantes positives.

Simulation : - l'angle initial du pendule est $\theta = 22.93^\circ$

- la position initiale du chariot est $x = 0.1$

La figure (IV.2) illustre la réponse temporelle de la position du chariot, la figure (IV.3) donne la trajectoire de l'angle du pendule en fonction de temps, les figures(IV.4) et (IV.5) montrent successivement le diagramme de la commande élaborée à partir du principe de la commande par mode glissant et le Zoom de cette commande.

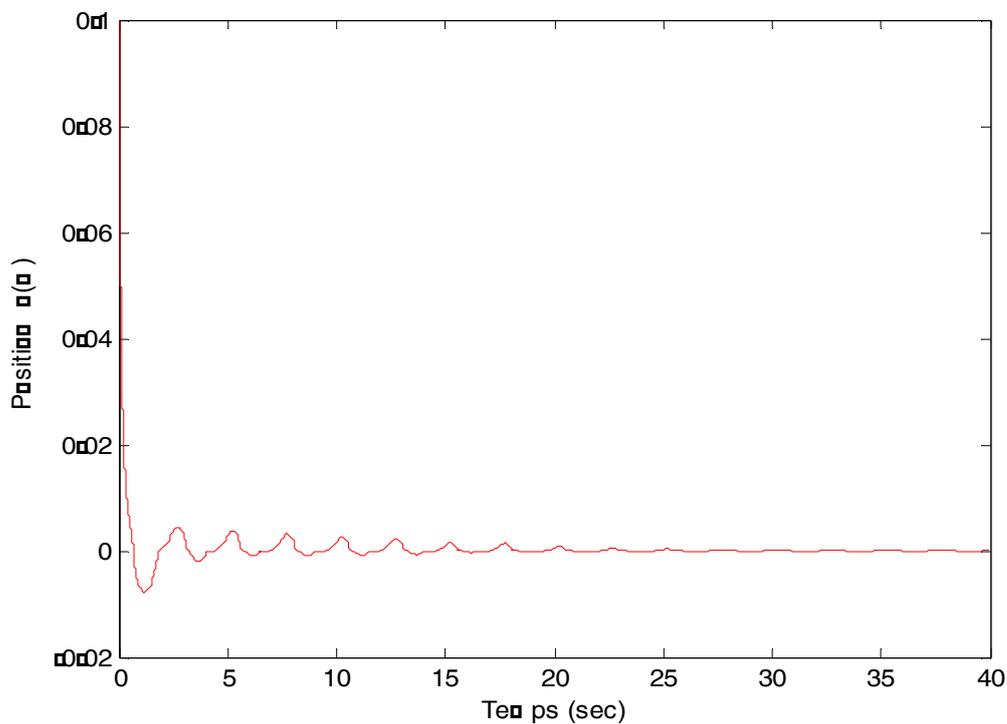


Fig. IV.2: Position de chariot.

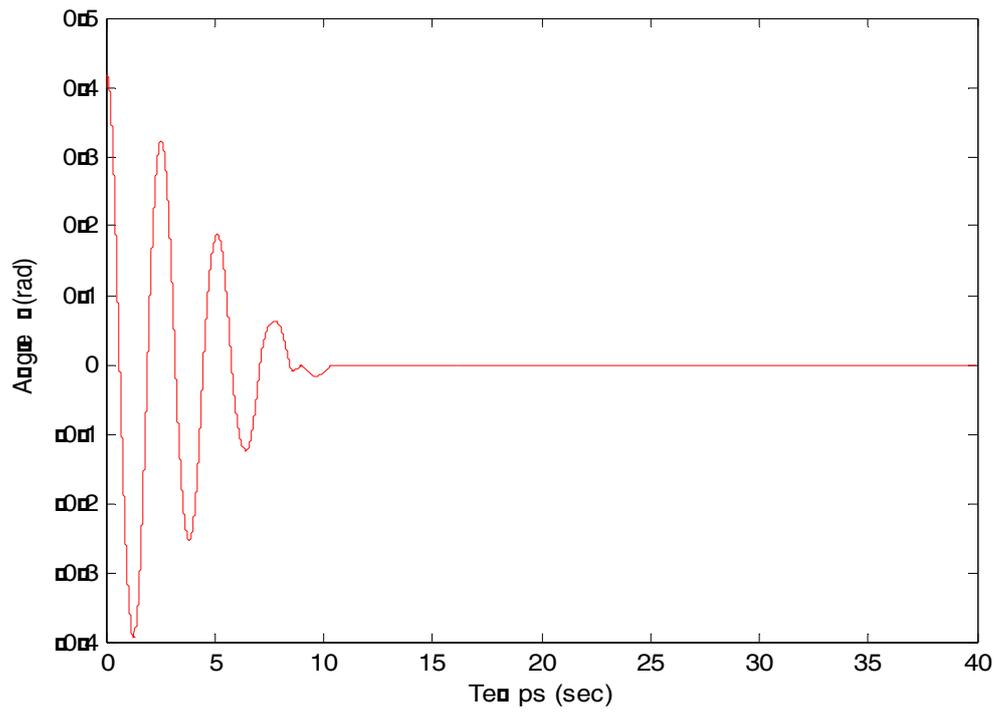


Fig. IV.3 : L'angle du pendule.

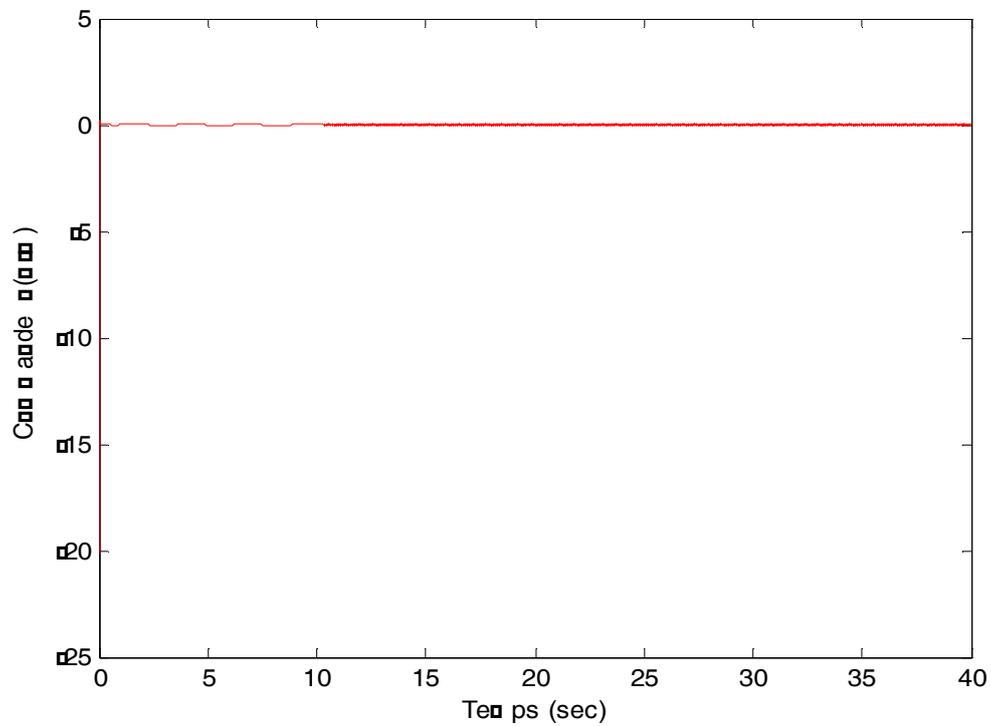


Fig. IV.4 : Diagramme de la commande.

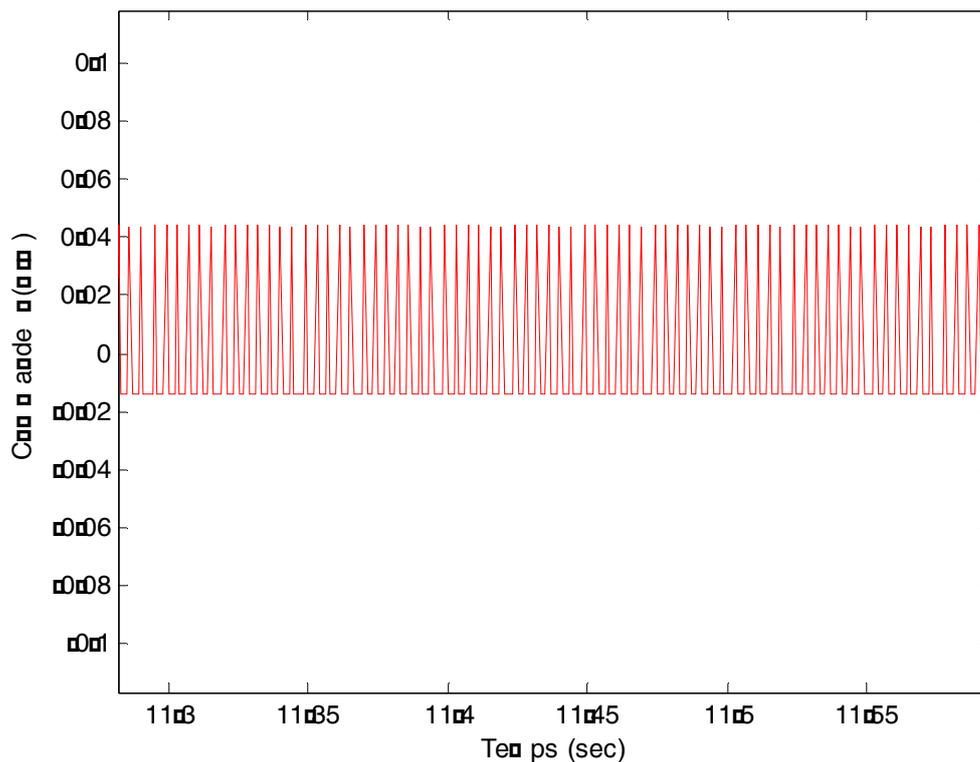


Fig. IV.5 : Zoom de la commande.

D'après les résultats de simulation, nous constatons que la commande arrive à stabiliser le pendule inversé. En effet, elle a pu le ramener à sa position d'équilibre au bout d'un temps égale à 12 secondes et l'y maintenir. Par contre le chariot oscille autour de zéro. On peut aussi observer le phénomène de chattering sur le diagramme de la commande qui est dû à la partie discontinue, caractérisée par le signe de la surface de glissement.

Pour remédier au phénomène de chattering, nous introduisons les outils de la logique floue. Nous remplaçons la partie discontinue par une commande floue.

IV.5 Stratégie de la commande par mode glissant-flou :

Afin d'éliminer le phénomène de chattering, nous introduisons la logique floue pour l'ajustement du gain de la commande discontinue. Nous remplaçons la commande $k'(\cdot)$ par un gain flou k .

Où :

$$= \dots, \dots \tag{IV.16}$$

Et

$$\dot{} = - - - \tag{IV.17}$$

Chaque est déduit par son propre système flou. Cependant le signe de est choisi le même que celui de . Ainsi:

$$\begin{aligned} \dot{} &= - - - \\ &= \sum (- (+) -) \end{aligned} \tag{IV.18}$$

Nous avons choisi la surface de glissement comme variable d'entrée et le gain flou comme variable de sortie.

Pour la fuzzification, nous avons pris cinq ensembles flous. Nous avons choisi des fonctions d'appartenance triangulaires symétriques, et utilisé les variables linguistiques négatif grand (NG), négatif (N), zéro (Z), positive (P) and positif grand (PG).

Les règles d'inférence (R1, R2,R5) sont conçues comme suit:

R1: SI s est NG ALORS k_{ciflou} est NG

R2: SI s est N ALORS k_{ciflou} est N

R3: SI s est Z ALORS k_{ciflou} est Z

R4: SI s est P ALORS k_{ciflou} est P

R5: SI s est PG ALORS k_{ciflou} est PG

Pour la défuzzification, nous avons employé la méthode de centre de gravité.

La commande résultante est exprimée par :

$$= -$$

IV.6.Schéma de la commande :

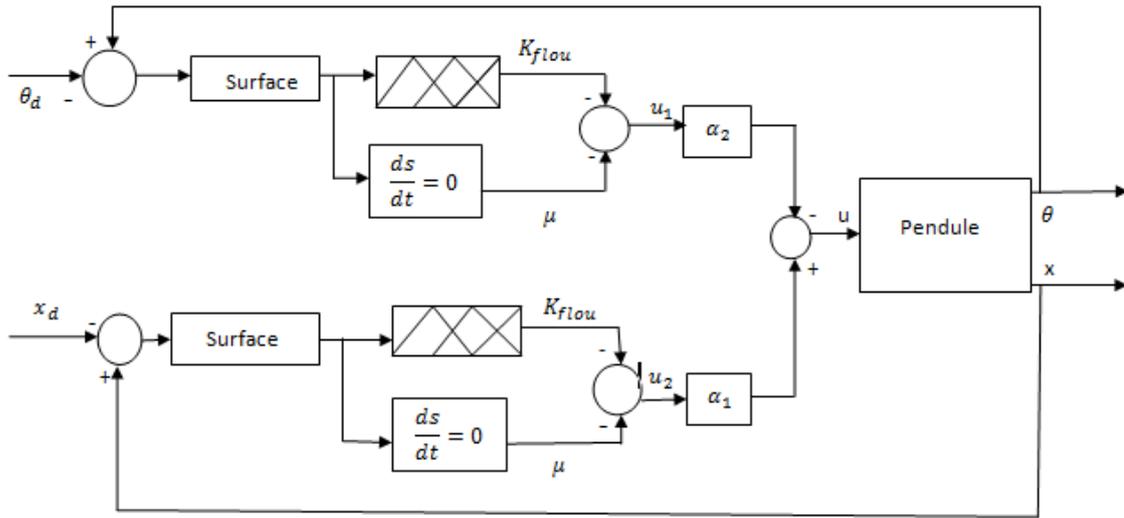


Fig.IV.6: Schéma de la commande par mode glissant-flou.

IV.7.Simulation et interprétation

Pour mettre en évidence les performances de la commande proposée, nous avons introduit une variation de 40% sur la masse du pendule entre $t=2$ s et $t=4$ s.

Simulation : - l'angle initial du pendule est $= 22.93^\circ$

- la position initiale du chariot est $= 0.1$

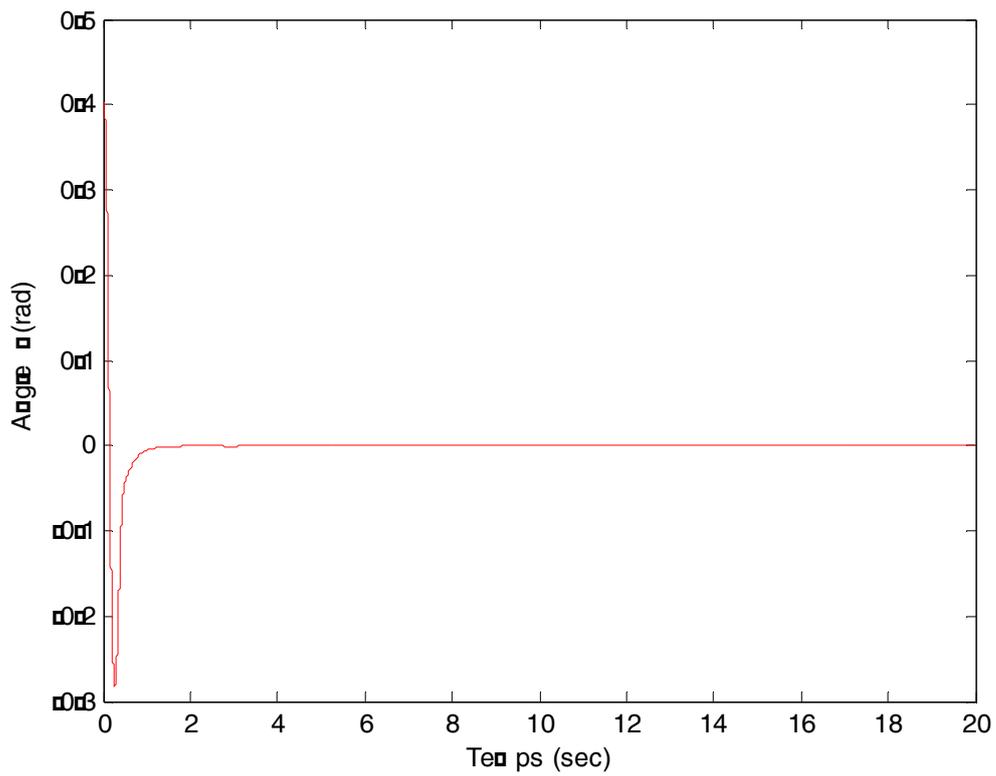
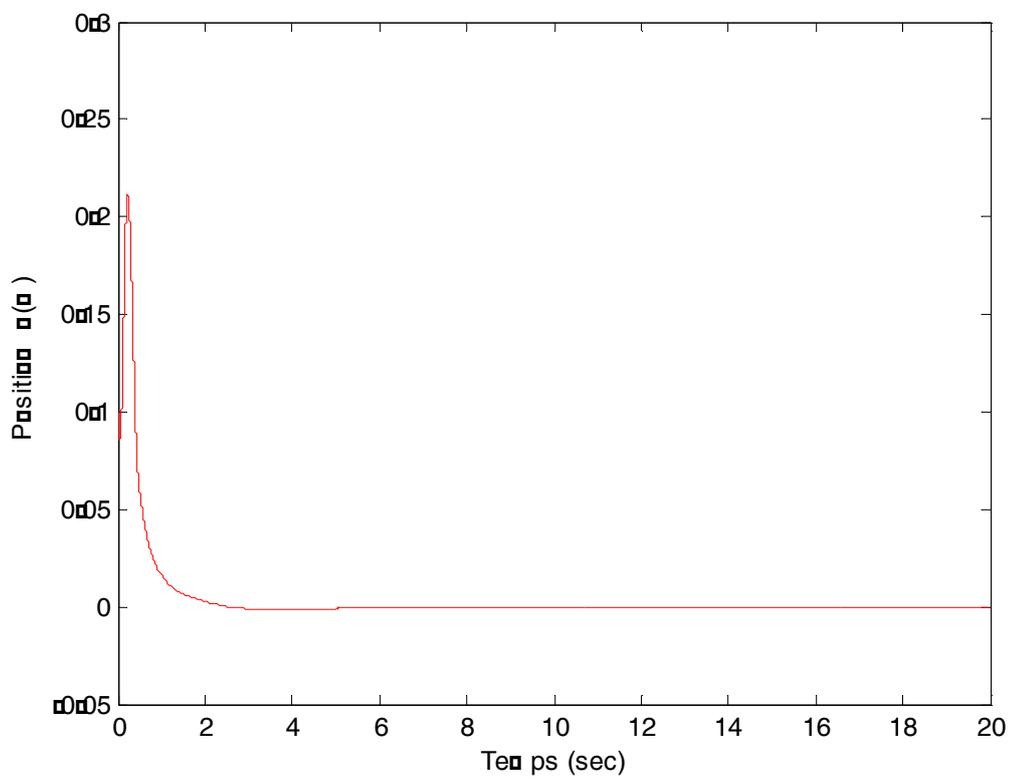


Fig. IV.7: L'angle du pendule.



*Fig. IV.8 :*Position du chariot.

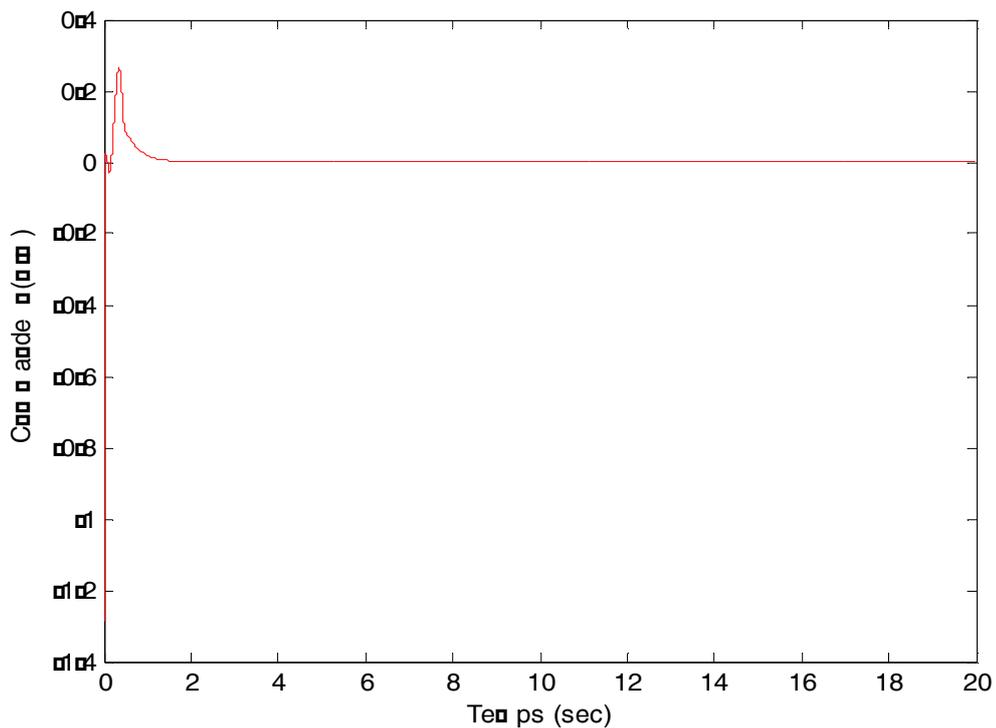


Fig. IV.9 : Diagramme de la commande.

D'après les résultats de simulation, nous constatons une très bonne poursuite avec un dépassement admissible. L'angle du pendule se stabilise à zéro au bout de 1.8 secondes et le chariot rejoint zéro au bout de 2 secondes avec un dépassement de 0.21 m. Nous notons aussi que le signal de commande n'est pas énergétique et le plus important c'est qu'il ne présente aucun phénomène de chattering.

Lorsque nous avons appliqué une variation paramétrique sur la masse du pendule (entre 2 s et 4 s), nous remarquons que le pendule et le chariot réagissent avec des petites déviations, mais, ils reviennent vite à leurs positions d'équilibre.

IV.8 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons proposé et développé une commande par mode glissant à partir de la fonction de Lyapunov. Cette loi de commande présente le problème de chattering. Afin de remédier à ce phénomène, nous avons intégré la commande par logique floue.

La commande par mode glissant-flou proposée est capable d'assurer de bonnes performances de poursuite et de garantir la stabilité du système en boucle fermée. Elle a pu éliminer le phénomène de chattering tout en gardant la robustesse de la commande par mode glissant.

Le travail abordé au cours de ce projet porte essentiellement sur la commande d'un système non linéaire qui est le pendule inversé.

Dans le premier chapitre, nous avons donné la description et la modélisation du système pendulaire. Une grande partie a été consacrée à sa modélisation dynamique qui a été calculée à partir du formalisme d'Euler-Lagrange.

Dans le deuxième chapitre, nous avons exposé les principales caractéristiques de la commande par mode glissant d'ordre un. Nous nous sommes intéressés à la présentation de la condition d'existence du régime glissant, la notion de la commande équivalente, la robustesse de la commande par mode glissant devant les perturbations, ainsi que son inconvénient majeur qui est le phénomène de chattering et les différentes solutions pour y remédier.

Dans le chapitre 3, nous avons présenté les notions de base de la logique floue qui a deux propriétés principales, le traitement linguistique et le raisonnement humain.

Dans le chapitre 4, nous avons proposé une nouvelle stratégie de commande, combinant les concepts de base de la commande par mode glissant et ceux de la logique floue.

Cette loi de commande a été effectuée en deux étapes. Tout d'abord, nous avons élaboré une commande à partir de la fonction de Lyapunov. Ensuite, pour remédier au problème de chattering qui est dû à la partie discontinue de la commande par mode glissant, nous avons introduit les outils de la logique floue.

Les résultats de simulation effectués sur un pendule inversé ont montré une meilleure performance que ce soit en poursuite de trajectoires ou en robustesse, avec une réponse dynamique rapide et une réduction significative du chattering.

Comme travaux futurs, nous proposons de poursuivre ce projet en optimisant les paramètres du contrôleur flou par les algorithmes génétiques.

Bibliographie

[AMM11]

si ammour amar, « contribution à la commande par mode glissant d'ordre fractionnaire » thèse de doctorat. Université mouloud Mammeri Tizi-Ouzou 2011.

[Bag99]

Baghli, L., Contribution à la commande de la machine asynchrone, utilisation de la logique floue, des réseaux de neurones et des algorithmes génétiques, Thèse de Doctorat, Université de Nancy-I, France, 1999.

[Ben13]

Hadda BENDERRADJI. Contribution à la Commande Robuste de la Machine à Induction. Thèse de doctorat, université de Batna, 18/04/2013.

[Bon85]

A. G. Bondarev, S. A. Bondarev, N. E. Kosteleva and V. I. Utkin. Sliding modes in systems with asymptotic state observers. Automation and remote control, 46(6):49-64. 1985.

[Bou95]

B. Bouchon-Meunier. La logique floue et ses applications. Addison-Wesley France, 1995.

[Bug03]

Bugeja M. "Non linear swing-up and stabilizing control of an inverted pendulum system". Eurocon Ljubljana, Slovenia. 2003.

[Buh91]

Bühler, H., "Réglage par mode de glissement", traité d'électricité, 1ère édition, presses, 1991.

[Buh94]

Bühler, H., Réglage Par Logique Floue, Presse Polytechniques et Universitaires Romandes, 1994.

[Deg13]

Deghboudj Imen, Commandes des systèmes non linéaires par mode Glissant d'ordre supérieur, Thèse de magistère, UNIVERSITE CONSTANTINE 1, 2013.

[Dou13]

DOUDOU Sofiane, Contribution à la commande moderne des systèmes non linéaires multivariables non affines, Thèse de doctorat, université SETIF 1, 2013.

[Dja09]

Mr. DJAABOUB Salim, Logique floue et SMA : Aide à la décision floue dans les systèmes multi-agents, Thèse de Magister, Université Mentouri de Constantine 2009.

[Elh06]

M. El-Hawwary, A. Elshafei, H. Emara, and H. Fattah, "Adaptive fuzzy control of the inverted pendulum problem," *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 14, no. 6, pp. 1135–1144, Nov. 2006.

[Flo00]

T. Floquet, "Contribution a la commande par modes glissants d'ordre supérieur", Thèse de doctorat, Université des sciences et technologie, Lille, France, 2000.

[Hsu04]

C.F.Hsu, T.-T.Lee,C.-M.Lin et L.-Y.Chen,Robust neuro-fuzzy controller design via sliding-mode approach, IEEE Inetrnational Conference on Fuzzy systems, Budapest (Hongrie0),vol.2,pp.917-922, 2004.

[Hye08]

Geun Hyeong Lee and Seul Jung, Member, IEEE, Control of Inverted Pendulum System Using a Neuro-Fuzzy Controller for Intelligent Control Education, Proceedings of 2008 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, 2008.

[Isi95]

A. Isidori, "Nonlinear Control Systems", Springer-Verlag Communication and Control Engineering, ISBN 3-540-19916-0 3rd edition, 1995.

[Jun07]

S. Jung, H. T. Cho, and T. C. Hsia, "Neural network control for position tracking of a two axis inverted pendulum system: Experimental studies," *IEEE Trans. on Neural Network*, vol. 18, no. 4, pp. 1042-1048, 2007.

[Lac97]

Lacrose, V., Réduction de la complexité des contrôleurs flous : Application à la commande multivariable, Thèse de Doctorat, Université de Toulouse- France, 1997.

[Lah11]

Lahuazi F. "mise en œuvre d'une stratégie de commande neuro floue :Application à un pendule inversé "Mémoire de magister UMMTO ,Algérie .2011.

[Lee90]

C. C. Lee, "Fuzzy logic in control systems: fuzzy logic controller. Part2", *IEEE Transactions on systems Man and Cybernetics*, Vol. 20, 1990, pp. 419-435.

[Lok98]

J.-C. Lo and Y.-H. Kuo, "Decoupled fuzzy sliding-mode control," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 6, no. 3, pp. 426–435, Apr. 1998.

[Mam74]

Mamdani, E.H., Application of Fuzzy Algorithms for Simple Dynamic Plant, *Proc. Of IEE Control and Science*, Vol. 121, N°. 12, pp. 1585-1588, 1974.

[Man03]

N.Manamani, A. Hamzaoui et N.Essounbouli, Sliding mode control with adaptive fuzzy approximator for MINO uncertain systems , European Control Conference , ECC'03,Cambridge(UK),2003.

[Mer08]

Merbati Halim, Etude des systèmes flous à intervalle, Thèse de Magistère Université Mentouri de CONSTANTINE ,03/12/2008.

[Meu95]

MEUNIER, B., Bernadette, La Logique Floue et ces Applications, Addison Wesley, France, 1995.

[Mie06]

M. I. El-Hawwry, A.L. Elshafei, H. M. Emara, and H. A. AbdelFattah, Adaptive fuzzy control of the inverted pendulum problem, IEEE Transaction on Control System Technology, vol. 14, no. 6, pp. 1135-1144, November 2006.

[Min97]

Minh Ta Cao, commande numérique de machines asynchrones par Logique Floue, Thèse de doctorat en philosophie, université LAVAL QUÉBEC 1997.

[Nak97]

Nakoula, Y. Apprentissage des modèles floue, par jeu de règles pondorées .Thèse de Doctorat, Université de Savoie, France, Juillet

[Nec02]

E. Nechadi, W. Kacem, Utilisation du Mode Glissant pour le Suivi du Modèle de Référence, Thèse d'Ingénieur d'Etat en Automatique, UFAS, Algérie, 2002.

[Oma00]

S. Omatu, T. Fujinaka, and M. Yoshioka, "Neuro-pid control for inverted single and double pendulums," *IEEE Conf. On Systems, Man, and Cybernetics*, 2000, pp. 8-11.

[Per99]

W. Perruquetti, J.P. Barbot, "Sliding Modes control in Engineering". Edition Marcel Dekker, Inc., 1999.

[sal04]

Tomàs SALGADO JIMENEZ, Contribution à la commande d'un robot sous-marin autonome de type torpille, pour obtenir le grade de DOCTEUR DE L'UNIVERSITE MONTPELLIER II, 21 décembre 2004.

[Sir88]

H. Sira-Ramirez. Differential geometric methods in variable structure Control. Int.J of control, 1988.

[Slo91]

Slotine, J.-J. E., & Li, W. "Applied Nonlinear Control". London: Prentice-Hall, Inc. 1991.

[Slo91]

J.-J.E.Slotine and **W.Li**. applied nonlinear control. Prentice Hall.1991.

[Tak85]

T.Takagi,M.Sugeno, "Fuzzy identifications on systems Man and cybernetics, Vol.15, n°1, 1985, pp.116-132.

[UGS99]

V. I. Utkin, J. Guldner, and J. Shi. Sliding modes control in electromechanical systems. Taylor & Francis, 1999.

[Utk92]

V.I. Utkin, "Sliding mode in control and optimization", *Springer-Verlag*, Berlin, 1992.

[wan97]

L.-X.wang, A course in fuzzy systems and Control, prentice Hall, 1997.

[Yoo98]

B.Yoo et W.Han ,Adaptive fuzzy sliding mode control of nonlinear system, IEEE Transactions on Fuzzy sustems , vol.no.2, pp. 315-321, 1998.

[YuX04]

C. Yu, and Li Xu, Development of inverted pendulum system and fuzzy control based on MATLAB, Fifth World Congress on Intelligent Control and Automation, WCICA 2004, vol. 3, pp. 2467-2471, 15-19 June 2004.

[Yon09]

Bian yongming, jiang jia, Xu Xinming, Zhu Lijing Tongji University, Shanghai, 201804, China, 2009.

[Zad65]

Zadeh, L.A., Information and Control, *Fuzzy Sets*, Vol. 8, pp. 338-353, 1965.