

République Algérienne Démocratique et Populaire

**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Mouloud MAMMERY, Tizi-Ouzou**



Faculté de Génie Electrique et d'Informatique
Département d'Électrotechnique

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES

En vue de l'obtention du diplôme

*De MASTER ACADEMIQUE EN ELECTROTECHNIQUE
OPTION : MACHINES ELECTRIQUES*

Thème

Etude pratique des différents types de régulateurs

Proposé et Dirigé par :

Mr. R.MANSOURI

Présenté par :

Mr .OUALI Mourad
M^{elle} .OURIACHI Ouafaa

Soutenu le : 04 / 07 /2013

Promotion 2013

Ce travail a été préparé à : Université Mouloud MAMMERY, Tizi-Ouzou

Remerciements

On dit souvent que le trajet est aussi important que la destination .Les cinq années de maîtrise nous ont permis de bien comprendre la signification de cette phrase toute simple.

Ce parcours en effet, ne s'est réaliser sans défis et sans soulever de nombreuses questions pour les quelles les réponses nécessitent de longues heures de travail.

Nous tenons tout d'abord à remercier Dieu le tout puissant et miséricordieux qui nous a donné la force et la patience d'accomplir ce modeste travail.

La première personne que nous tenons à remercier notre encadreur Mr.R.MANSOURI, pour l'orientation, la confiance, la patience qui ont constitué un apport considérable sans le quel ce travail n'aurait pas pu être mené au bon port. Qu'il trouve dans ce travail un hommage vivant à sa haute personnalité.

Nos remerciements s'étendent également à M^{me} SARAWI Rachida, la Responsable du laboratoire d'asservissement du département d'Electrotechnique, pour ses bonnes explications qui nous ont éclairé le chemin de la recherche et sa collaboration avec nous dans l'accomplissement de ce modeste travail.

Nous tenons à exprimer nos sincères remerciements à tous les professeurs qui nous ont enseigné et qui par leur compétences nous ont soutenu dans la poursuite de nos études.

Enfin, on remercie tous ceux qui, de près ou de loin, ont contribué à la réalisation de ce travaille.

Sommaire

Introduction générale	1
Chapitre 1 : Généralité sur les systèmes du premier et second ordre	
I Système du premier	2
I.1 Définition	2
I.2 Réponse d'un système du premier ordre aux entrées typiques	2
I.2.1 Réponse à un échelon	2
I.2.2 Réponse à une rampe	3
I.2.3 Réponse à une impulsion	4
I.3 Identification de système du premier ordre avec retard (Modèle de BROIDA)	5
I.4 Système d'ordre quelconque à partir de réponse indicielle (Modèle de STREJC)	6
II Système du second ordre	7
II.1 Définition	7
II.2 Réponse d'un système du second ordre aux entrées typiques	8
II.2.1 Réponse à échelon	8
II.2.2 Influence du coefficient d'amortissement et de la pulsation	12
II.2.2.1 Influence du coefficient d'amortissement	12
II.2.2.2 Influence de la pulsation non amortie	13
II.2.3 Réponse d'une rampe	14
II.3 performances temporelles d'un système d'un second ordre lorsqu'il considère comme modèle de référence	15
II.3.1 Erreur de position	15
II.3.2 Erreur de trainage	16

Chapitre2 : Les méthodes empiriques

I Caractéristiques du régulateur PID	17
I.1 Structure série	17
I.2 Structure parallèle	18
I.3 Structure mixte	18
I.4 Action PID	19
II Méthode de ZIEGLER-NICHOLS	19
II.1 Méthode de ZIEGLER-NICHOLS en boucle ouverte (temporelle)	19
II.2 Méthode de ZIEGLER-NICHOLS en boucle fermée	21
III Méthode de COHEN-COON	23
IV Méthode essai-erreur	24
V Exemples illustratifs	25

Chapitre3 : Commande par model interne

I La commande par model interne	34
II Principe du régulateur a model interne	34
II.1 Présentation intuitive de la structure	34
III Relation entre le contrôleur par model interne et le contrôleur classique	37
IV Propriétés de la structure de la commande par model interne	38
IV.1 Structure classique	38
V Stabilité	39
VI Structure de commande à model interne modifié	39
VII Exemples illustratifs	40

Chapitre 4 : Applications	
I. Définition	47
I.1 linéarité des systèmes	47
I.2 Non-linéarité	48
II Etude de la maquette constituée d'un moteur à courant continu	48
II.1 Linéarité du système	48
II.2 Identification des paramètres de la fonction de transfert du système	50
II.3 Influence des paramètres de régulateur PID sur les performances de la commande du moteur	53
II.3.1 Régulateur P appliqué aux moteurs	53
II.3.2 Régulateur PI appliqué aux moteurs	57
II.3.3 Régulateur PID appliqué aux moteurs	59
II.4 Influence de T_D	61
III Etude de la maquette constituée d'un élément chauffant	62
III.1 Linéarité du système	62
III.2 Identification de la fonction de transfert	63
III.3 Influence des paramètres de régulateur PID sur les performances de la commande D'élément chauffant	65
III.3.1 Régulateur P appliqué aux éléments chauffent	65
III.3.2 Régulateur PI appliqué aux éléments chauffent	67
III.3.3 Régulateur PID appliqué aux éléments chauffent	69
III.4 Influence de T_D	71
Conclusion Générale	72
Bibliographie	

Introduction générale

L'asservissement est une partie de l'automatique, son objectif principal est l'élaboration de la commande d'un procédé afin de lui faire atteindre une grandeur de référence déterminée.

Les systèmes peuvent présenter une précision insuffisante, de l'instabilité, un temps de réponse trop lent, un dépassement important... Pour cela, il est nécessaire de corriger leurs comportements à l'aide de régulateur.

Le système asservi doit comporter un réseau de correcteurs (contrôleurs) dont l'objectif est de respecter les performances du système, donc il faut dimensionner un correcteur ayant une fonction de transfert telle que sa combinaison avec celle du système assure les performances.

Ce travail de projet fin d'étude a pour objectif l'élaboration d'une étude des correcteurs avec simulation et réalisation de ces régulateurs pour un moteur à courant continu et un élément chauffant ce qui signifie la régulation de vitesse et de température. Il comprend deux parties essentielles : Partie théorique et Partie pratique qui consiste la régulation d'un moteur à courant continu et d'un élément chauffent.

Le mémoire est organisé comme suit :

Le premier chapitre est consacré à définir les systèmes asservi du premier ordre et du deuxième ordre ainsi que leur réponse à différent entrées typiques.

Le second chapitre concerne le dimensionnement des régulateurs PID par les méthodes empiriques, principalement celles de Ziegler-Nichols, Cohen-Coon et réglage par essai-erreur. Le chapitre suivant traite de la structure par modèle interne ; illustrée par des exemples.

Le dernier chapitre concerne l'étude de l'influence des paramètres du régulateur PID pour la commande de deux systèmes, le premier celui d'une machine à courant continu, et le second celui d'un élément chauffant. Des simulations développées sous MATLAB permettent de valider notre approche par la visualisation des résultats obtenus seront présentées et commentés.

Enfin, nous clôturons ce document avec une conclusion générale.

Un système asservi est obtenu à partir d'une modélisation d'un procédé en fonctionnement, il possède une ou plusieurs entrées, et une ou plusieurs sorties. Il est caractérisé par la fonction de transfert, cette dernière est une relation mathématique entre l'entrée et la sortie d'un système linéaire. On s'intéresse dans ce chapitre à l'étude des systèmes du premier et second ordre, et aux performances de ces systèmes.

I. Système du premier ordre

I.1 Définition

On appelle système du premier ordre, tout système dont le fonctionnement est régi, dans le cadre de certaines hypothèses (linéarisation par exemple), par une équation différentielle linéaire à coefficients constants du premier ordre. [1]

Le cas des systèmes du premier ordre est le plus simple, car sa fonction de transfert est définie à l'aide de deux paramètres, le gain statique K et la constante de temps T .

De plus, elle est très facile à identifier. En effet, le gain statique correspond à la variation de la sortie divisée par la variation de l'entrée en régime permanent. La constante de temps se détermine à partir du temps de réponse à 5% ou lorsque sa réponse indicielle à atteint 63% du régime permanent.

La fonction de transfert d'un système du premier ordre s'écrit

$$G(p) = \frac{K}{1 + TP} \quad (\text{I.1})$$

I.2 Réponse d'un système du premier ordre aux entrées typiques

I.2.1 Réponse à un échelon

Pour toutes les réponses à un échelon on définit :

✓ Un régime permanent

$$S_p = \lim_{t \rightarrow \infty} s(t) \quad (\text{I.2})$$

On définit :

La constante de temps du système : T .

Le temps de montée est le temps pendant lequel $S(t)$ passe de $0.1S_p$ à $0.9S_p$.

Le temps à 5% : C'est le temps que met le système à atteindre 95% de la valeur finale

$$S(t) = Ku (1 - e^{-t/T}) \quad (\text{I.3})$$

la figure (1) représente la réponse indicielle du système du premier ordre :

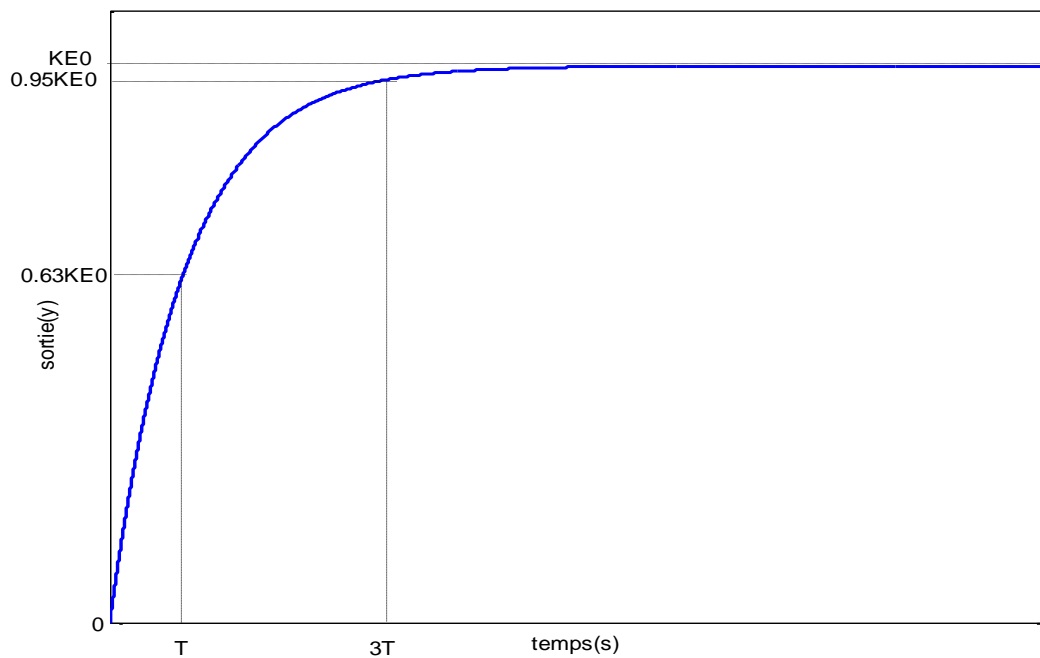


Fig.I.1: Allure la réponse temporelle à un échelon de la sortie d'un système du premier ordre

I.2.2 Réponse à une rampe

la réponse du système du premier ordre avec une rampe a l'entrée donne la figure (I.2)

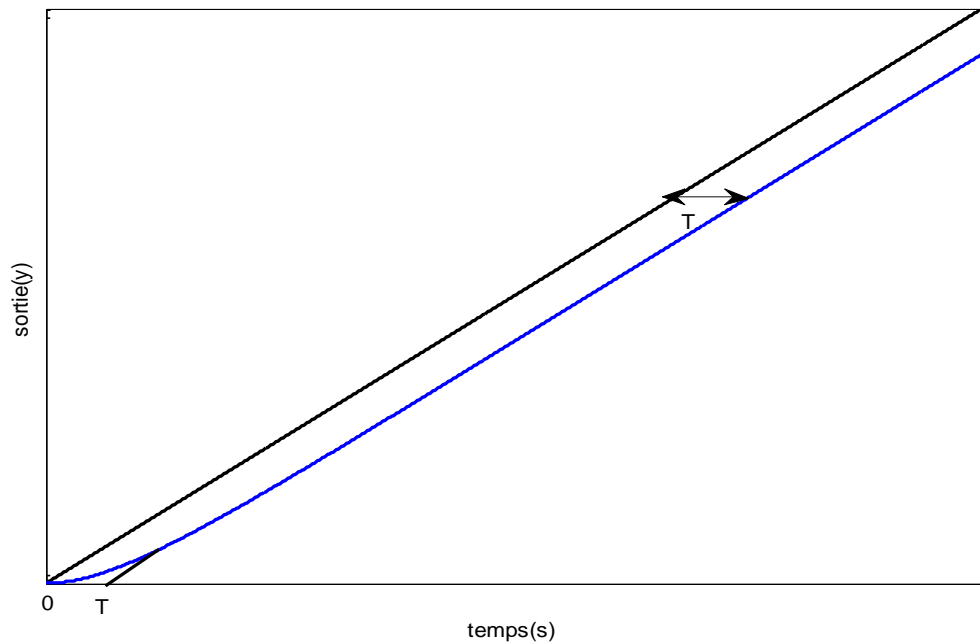


Fig .I.2 : Allure la réponse temporelle à une rampe

On soumet le système à une rampe de pente a . $e(t)=at.u(t)$

$$u(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \geq 0 \\ 0 & \text{si } t < 0 \end{cases}$$

La réponse $s(t)$ est la transformée inverse de $s(p)$

$$s(t)=ku[t - T + \tau e^{-t/T}] \quad (\text{I.4})$$

Allure de la réponse temporelle pour $k=1$

$$s(t)=0 \text{ pour } t=0$$

$s(t) \rightarrow$ droite parallèle a $e(t)$ lorsque t tant vers l'infini, et l'écart de trainage (dynamique)

ε_v tant vers l'infini ; on dit que la sortie suite l'entrée avec un retard T .

I.2.3 Réponse à une impulsion

L'entrée est donnée par $e(t)=E_0 \delta(t)$

$$\text{Avec : } \delta(t) = \begin{cases} \infty & \text{si } t = 0 \\ 0 & \text{si } t \neq 0 \end{cases}$$

Donc la sortie est donne par

$$s(t) = \frac{KE_0}{T} e^{-t/T} \quad (I.5)$$

I.3 Identification du système du premier ordre avec retard (modèle de BROIDA).

Si l'on cherche un modèle du premier ordre avec un retard pur, alors on cherche un modèle de la forme :

$$G(p) = \frac{ke^{-\theta p}}{1 + Tp} \quad (I.6)$$

Avec θ est le retard pur du modèle, Test la constant de temps.

On déterminer les t_1 et t_2 tel que :

t_1 : correspond à la valeur de $0.28\Delta y$, et t_2 : correspond à la valeur de $0.4\Delta y$

La figure (3) représente le modèle de BROIDA :

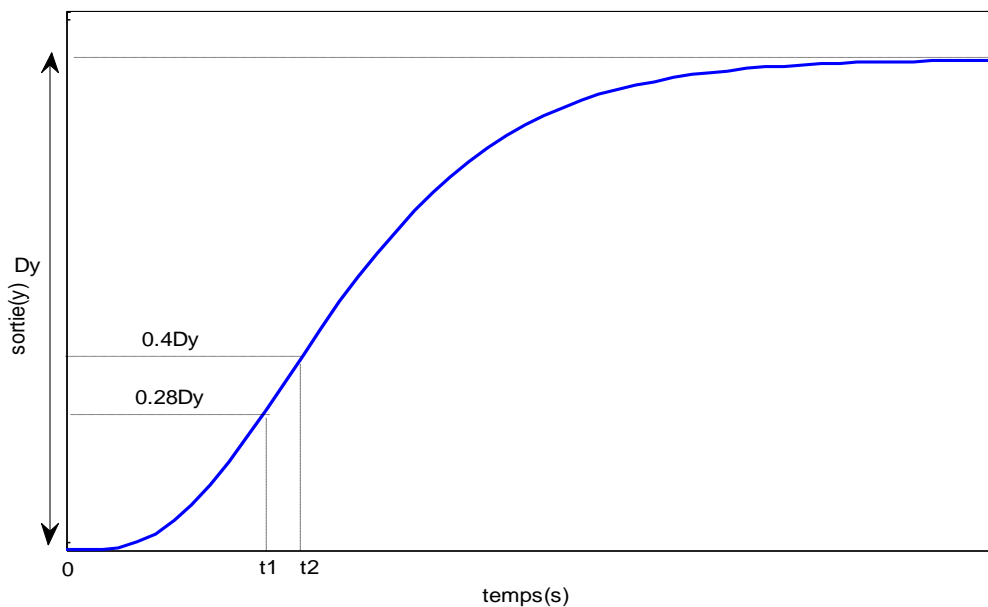


Fig.I.3 : modèle de BROIDA .

En utilisant t_1 , t_2 , $0.4*\Delta y$ et $0.28*\Delta y$, par un calcul simple permet d'établir les relations suivantes : $\theta=2.8t_1-1.8t_2$ et $T=5.5(t_2-t_1)$. [2]

I.4 Système d'ordre quelconque à partir de la réponse indicielle (Modèle de STREJC)

Si la réponse ne présente pas de dépassement donc le système est apériodique. Dans ce cas il est possible de modéliser le système sous la forme d'un modèle de STREJC. Ce modèle tout comme celui de BROIDA, bien qu'il soit une représentation très approximative du procédé ; ils ont été couramment utilisés dans l'industrie car ils ne nécessitent pas l'utilisation d'un ordinateur. Aujourd'hui ces modèles tendent à disparaître car ils sont remplacés par des méthodes d'identification paramétriques plus précises.

On cherche un modèle de la forme :

$$G(p) = \frac{K e^{-\theta p}}{(1 + Tp)^n} \quad (I.7)$$

Où : n est l'ordre du modèle.

Pour identifier les paramètres de la fonction de transfert, on trace sur la réponse indicielle la tangente au point d'inflexion, en suite comme sur la figure I. 4. On évalue deux paramètres T_u et T_a . [2]

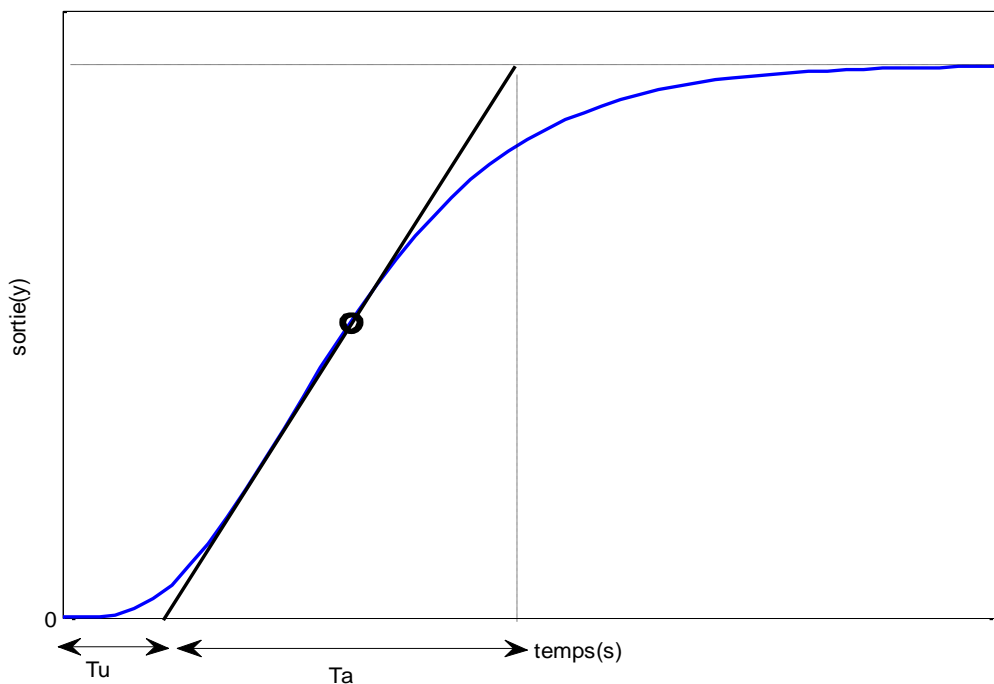


Fig.I.4 : modèle de STREJC.

Relever T_u et T_a , en déduire l'ordre n en utilisant le tableau 1. Entre deux lignes du tableau, on choisit la valeur de n la plus petite.

Détermination de la constante de temps T à partir du tableau :

Détermination le retard θ quand il existe à partir de la différence entre la valeur de T_u mesurée et celle donnée par la colonne du tableau.

n	T_u/T	T_a/T	T_u/T_a
1	0	1	0
2	0.28	2.72	0.1
3	0.8	3.7	0.22
4	1.42	4.46	0.32

Tableau.I.1 : Tableau pour estimer l'ordre, la constante de temps et le retard du Modèle de Strejc.

II. Système du second ordre

II.1 Définition

On appelle système du second ordre, tout système dont le fonctionnement est régi par une équation différentielle linéaire à coefficient constant du second ordre. Sa fonction de transfert s'écrit en faisant subir la transformation de Laplace aux deux membres, l'entrée $e(t)$ et la sortie $s(t)$ avec les conditions initial sont nul : [1] [9]

$$G(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K \omega_n^2}{p^2 + 2z \omega_n p + \omega_n^2} \quad (\text{I.8})$$

K est le gain statique, z : coefficient d'amortissement, ω_n : La pulsation propre non amortie.

Le dénominateur peut ou non se décomposer en élément simple du premier ordre, suivant la valeur de coefficient z .

- Si $z > 1$, la fonction de transfert possède deux pôles réels distincts et peut être décomposée sous la forme :

$$G(p) = \frac{K}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)} \quad (\text{I.9})$$

- Si $z=1$, la fonction de transfert possède un pôle réel double, et peut être mise sous la forme :

$$G(p) = \frac{K}{(1 + Tp)^2} \quad (\text{I.10})$$

- Si $z < 1$, la fonction de transfert possède deux pôles complexes, donc le polynôme dénominateur ne peut plus se décomposer en élément simple réels :

$$G(p) = \frac{K\omega_n^2}{(p + z\omega_n)^2 + (\omega_n^2(1 - z^2))} \quad (\text{I.11})$$

II.2 Réponse d'un système du second ordre aux entrées typiques

II.2.1 Réponse a un échelon

On soumet le système à un échelon d'amplitude E_0 , donc $E(t) = E_0 u(t)$.

Avec $u(t)$ est un échelon unitaire :

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ 1 & \text{si } t > 0 \end{cases} ; \text{ Pour déterminer la réponse } s(t) \text{ du système il faut résoudre classiquement}$$

ou en utilisant la transformation de Laplace, on trouve :

$$G(p) = \frac{KE_0}{p \left(1 + \frac{2\zeta}{\omega_n} p + \frac{1}{\omega_n^2} p^2 \right)} \quad (\text{I.12})$$

La réponse $s(t)$ de la transformée inverse de $S(p)$, se détermine après décomposition de la fraction rationnelle en élément simple suivant la nature du polynôme au dénominateur. Il existe trois cas :

- La réponse indicielle en régime apériodique ($z > 1$)

La réponse est de la forme :

$$S(p) = \frac{KE_0}{p(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)} \quad (\text{I.12})$$

Après la transforme inverse, il vient :

$$S(t) = KE_0 + \frac{KE_0}{T_2 - T_1} (T_1 e^{-t/T_1} - T_2 e^{-t/T_2}) \quad (\text{I.14})$$

$$\text{Avec: } T_1 = \frac{1}{\omega_n(z - \sqrt{z^2 - 1})} \text{ et } T_2 = \frac{1}{\omega_n(z + \sqrt{z^2 - 1})}$$

L'allure de cette réponse ressemble à celle d'un système du premier ordre, avec une différence de la tangente horizontale à l'origine. Dans le régime permanent la valeur de la réponse tend vers KE_0 .

La figure (5) représente la réponse indicielle du système de second ordre avec $z > 1$:

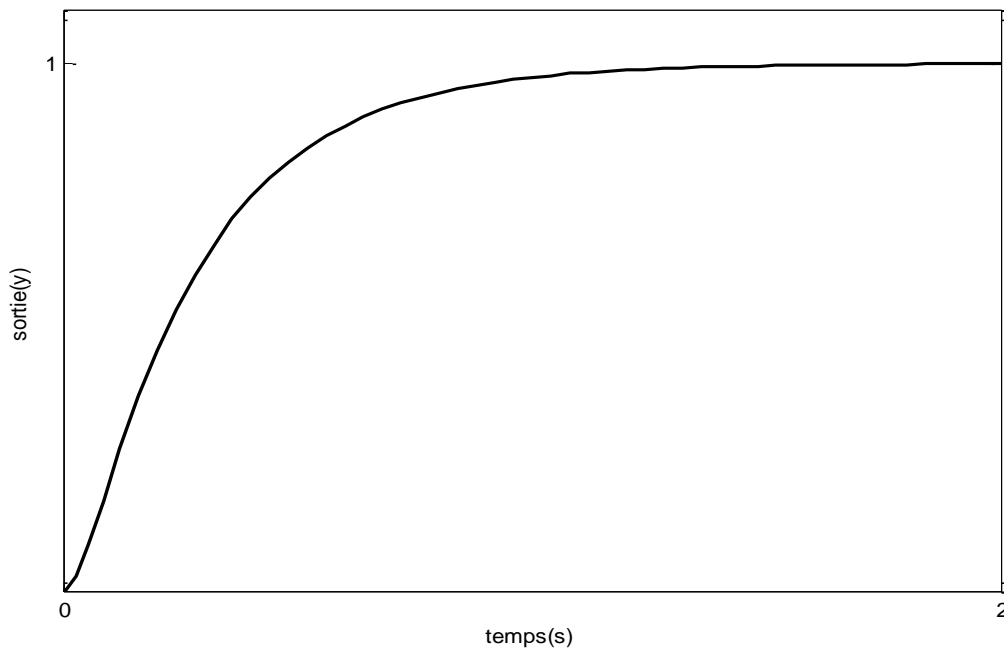


Fig.I.5 : Réponse indicielle d'un système de second ordre avec : $K=1$; $z=1.5$; $\omega_n=10\text{rad/s}$

- Réponse indicielle en régime critique ($z=1$)

La réponse est de la forme :

$$S(p) = \frac{KE_0}{p(1+Tp)^2} \quad (\text{I.14})$$

Et après la transformation inverse, on trouve :

$$S(t) = KE_0 \left(1 - e^{-t/T} - \frac{t}{T} e^{-t/T} \right) \quad (\text{I.15})$$

Avec $T = -1/\omega_n$

Le régime aperiodique critique est un cas particulier du régime aperiodique ; avec une racine double, donc l'allure de la réponse temporelle est identique.

La pente à l'origine est nulle, et la valeur de la réponse en régime permanent est KE_0 .

Ce système est plus rapide que dans le cas précédent ($z > 1$), et l'amortissement correspondant physiquement à des pertes d'énergies, une diminution de l'amortissement provoque une augmentation du rendement.

Réponse du système de second ordre donne dans la figure (6) avec $z = 1$:

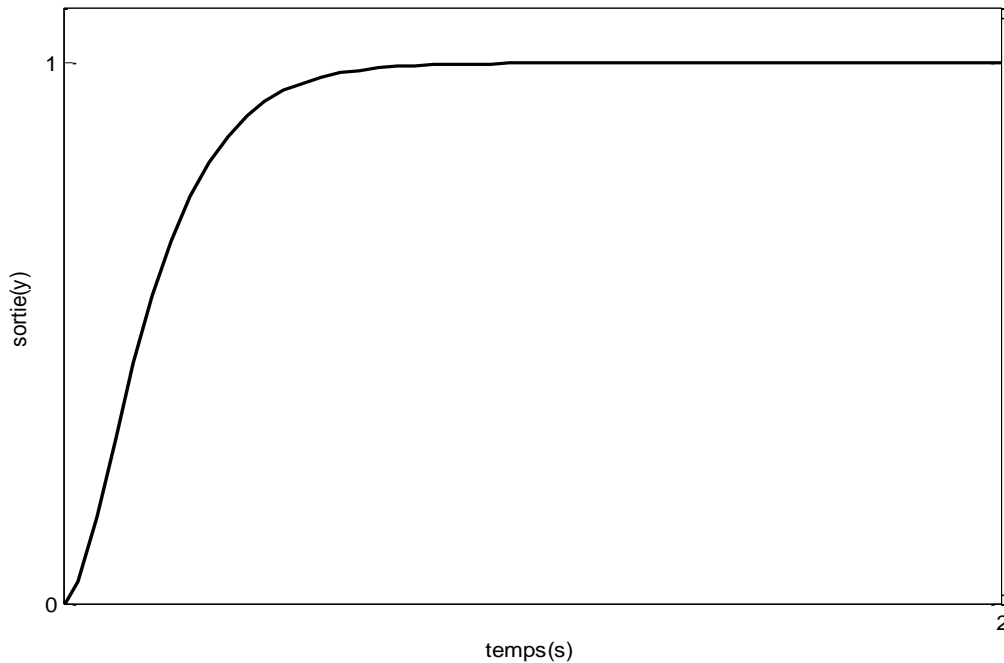


Fig.I.6 : Réponse indicielle avec : $K=1$; $z=1$; $\omega_n=10\text{rad/s}$

- La réponse indicielle en régime oscillatoire ($z < 1$)

La réponse est de la forme :

$$S(p) = \frac{kE_0 \omega_n^2}{p(\omega_n^2 + 2z\omega_n p + p^2)} \quad (\text{I.16})$$

$$s(t) = KE_0 \left[1 + \frac{1}{\sqrt{1-z^2}} e^{-z\omega_n t} \sin(\omega_n \sqrt{1-z^2} t + \omega) \right] \quad (\text{I.17})$$

Avec $\omega = \text{arc tg} \left(\frac{\sqrt{1-z^2}}{z} \right)$

L'allure de la réponse dépend surtout de la valeur de z .

Pour $z > 0.7$ les oscillations sont imperceptibles, si $z < 0.7$ le système est franchement oscillatoire : c'est le cas de la figure 7 avec $z=0.2$. La pente à l'origine est toujours nulle, et la réponse permanente tend vers KE_0 .

La période de la sinusoïde est $T = \frac{2\pi}{\omega_p} = \frac{2\pi}{\omega_n \sqrt{1-z^2}}$. Avec la pulsation propre est $\omega_p = \omega_n \sqrt{1-z^2}$

La figure (7) représente la réponse du système de second ordre avec $z < 1$:

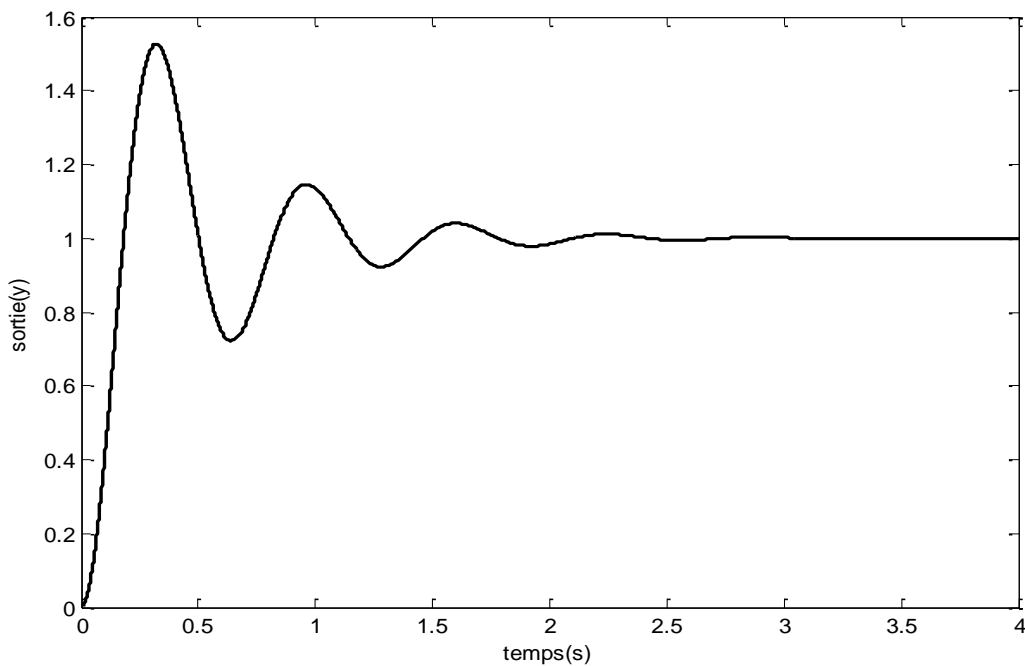


Fig.I.7 : Réponse indicielle avec : $K=1$; $z=0.2$; $\omega_n=10\text{rad/s}$

II.2.2 influence de coefficient d'amortissement z et la pulsation ω_n sur l'allure de la réponse indicielle

II.2.2.1 influence de coefficient d'amortissement z

On prend $z=0.2, 0.5, 0.7$.

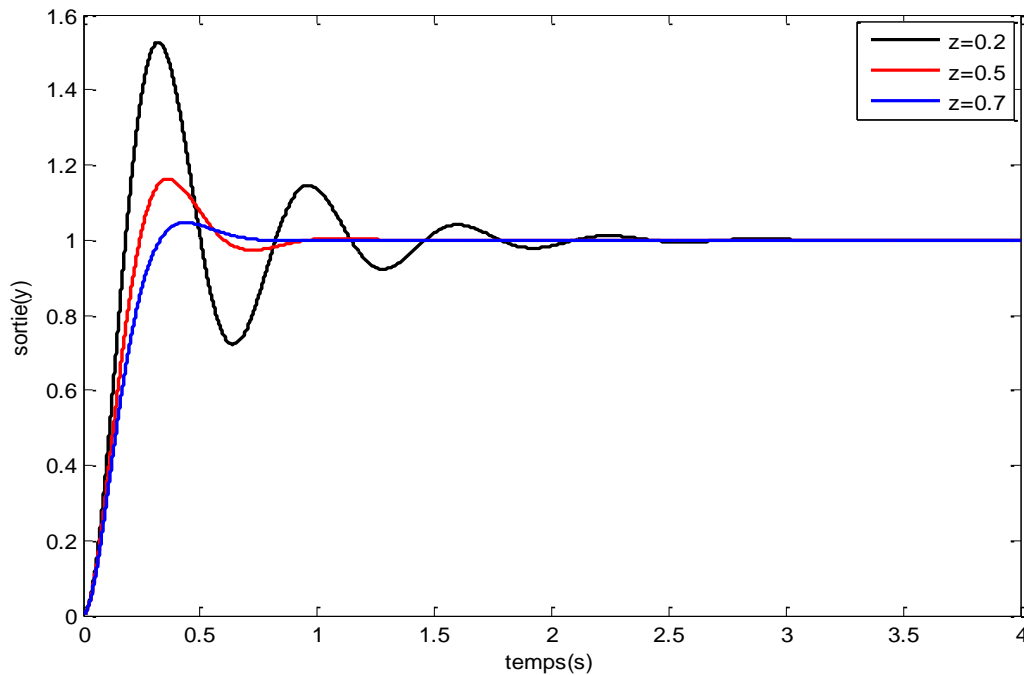


Fig.I.8 : Réponse indicielle avec : $K=1$; $\omega_n=10$; $z=0.2, 0.5, 0.7$

Pour $z = 0.7$ le système est oscillatoire, l'oscillation n'étant plus perceptible après une demi-période, $z=0.5$, le système oscille sur une période. Et si l'amortissement est très faible ($z=0.2$), le système devient excessivement oscillatoire.

D'après les résultats trouvés, on conclue que le dépassement est lié à l'inverse du coefficient d'amortissement z . Pour une valeur de ce dernier plus au moins petite on aura un dépassement remarquable, et si on veut le diminuer, il faut avoir un amortissement grand ; et l'idéale est d'avoir un $z=1$.

II.2.2.2 Influence de la pulsation non amortie

On considère trois valeurs de la pulsation $\omega_n = 5, 10, 20 \text{ rad/s}$, avec $K=1$, $\zeta=0.2$.

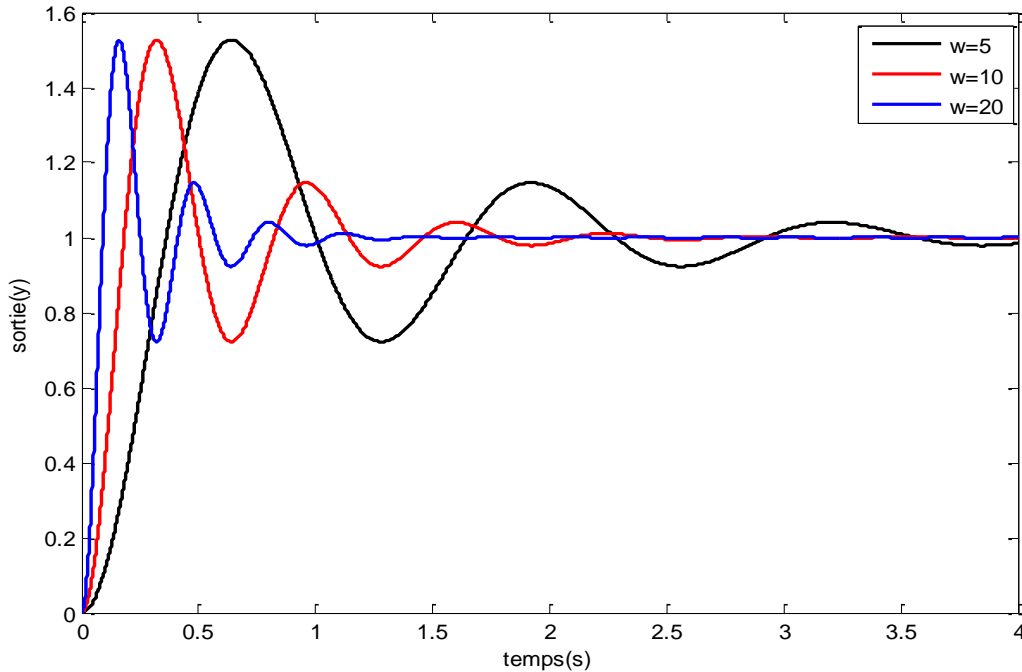


Fig.I.9 : réponse indicielle avec : $K=1$; $\zeta=0.2$; $\omega_n=5, 10, 20$.

A amortissement constant, plus la valeur de la pulsation est élevée, plus la réponse monte rapidement.

On remarque que l'amplitude de la première ondulation est identique dans les trois cas, il en est de même pour les ondulations suivantes, ceci est dû au fait que l'amortissement entre deux variations consécutives est indépendant de la pulsation propre non amortie.

Tout ceci se retrouve dans le cas d'un système plus amorti, et reste valable même dans le cas d'une réponse non oscillatoire. De plus, la valeur de la pulsation propre non amortie influe sur le temps de réponse de système même en régime aperiodique.

Dans le cas d'un amortissement constant la pulsation propre non amortie agit sur le temps de réponse du système, tel qu'en augmentant ω_n d'un système aperiodique on diminue éventuellement son temps de réponse 5% (on le rend plus rapide), et vice versa, c'est à dire si on diminue la valeur de ω_n le système sera moins rapide.

II.2.3 Réponse a une rampe

On soumet le système à une rampe de pente a : $e(t)=a t u(t)$, donc la sortie est de forme :

$$S(p) = \frac{Ka}{p^2 \left(1 + 2z/w_n p + 1/w_n^2 p^2\right)} \quad (\text{I.18})$$

La réponse de $s(t)$ est la transformée inverse de $S(p)$, que l'on détermine après décomposition de la fraction rationnelle $S(p)$ en élément simple.

Suivant la nature des racines du polynôme au dénominateur, la décomposition en élément simple sera différent et donc la réponse. Il existe trois cas :

- La réponse en régime apériodique ($z > 1$)

La réponse est de la forme :

$$S(p) = \frac{KE_0}{p^2(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)} \quad (\text{I.19})$$

$$s(t) = Ka \left[t - (T_1 - T_2) - \frac{1}{T_2 - T_1} (T_1^2 e^{-t/T_1} - T_2^2 e^{-t/T_2}) \right] \quad (\text{I.21})$$

$$\text{Avec } T_1 = \frac{1}{\omega_n(z - \sqrt{z^2 - 1})}, \quad T_2 = \frac{1}{\omega_n(z + \sqrt{z^2 - 1})}$$

- La réponse en régime apériodique critique ($z = 1$)

Ce régime est un cas particulier du régime apériodique avec une racine double.

On a :

$$S(p) = \frac{Ka}{p^2(1 + Tp)^2} \quad (\text{I.20})$$

$$s(t) = Ka(t - 2T + (2 + 2T)e^{-t/T}) \quad (\text{I.21})$$

$$\text{Avec } T = -\frac{1}{\omega_n}$$

- Réponse en régime oscillatoire ($z < 1$)

La réponse est de la forme :

$$S(p) = \frac{Ka\omega_n^2}{p^2(\omega_n^2 + 2z\omega_n p + p^2)} \quad (\text{I.22})$$

$$s(t) = Ka \left[t - \frac{2z}{\omega_n} + \frac{1}{\omega_n \sqrt{1-z^2}} e^{-3\omega_n t} \sin(\omega_n \sqrt{1-z^2} t + \omega) \right] \quad (\text{I.24})$$

Avec $\omega = -\text{arctg} \left(\frac{2z\sqrt{1-z^2}}{1-2z^2} \right)$.

L'allure de la réponse temporelle : elle ressemble à celle du premier ordre en régime permanent avec : une réponse qui tend asymptotiquement vers une droite d'équation $Ka(t - 2z/\omega_n)$.

Erreur de trainage finie $\varepsilon_s = \varepsilon_s = \frac{2za}{\omega_n}$ pour $K=1$, on remarque que le terme $\frac{2z}{\omega_n}$ joue un rôle analogue à celui de terme T pour un système du premier ordre, l'écart de trainage augmente proportionnellement à l'amortissement et inversement proportionnelle à la pulsation non amortie, et cet écart tendant vers l'infinie lorsque $K \neq 1$: le système ne suit pas le régime transitoire et oscillant ou non suivant z .

II.3 Performances temporelles d'un système du second ordre lorsqu'il considère comme modèle de référence.

II.3.1 Erreur de position

L'écart statique est la différence entre la consigne et la réponse en régime permanent, on peut écrire

$$\varepsilon_s = \lim_{t \rightarrow \infty} (e(t) - s(t)) \quad (\text{I.25})$$

En utilisent le théorème de la valeur finale

$$\varepsilon_s = \lim_{p \rightarrow 0} p \left[\frac{E_0}{p} - G(p)E(p) \right], \quad \varepsilon_s = \lim_{p \rightarrow 0} p \left[\frac{E_0}{p} - \frac{KE_0}{1 + \frac{2z}{\omega_n} p + \frac{1}{\omega_n^2} p^2} \right] \quad (\text{I.26})$$

$$\varepsilon_s = \lim_{p \rightarrow 0} \left[1 - \frac{K}{1 + \frac{2z}{\omega_n} p + \frac{1}{\omega_n^2} p^2} \right] \quad (\text{I.27})$$

Et finalement

$$\varepsilon_s = E_0(1 - K) \quad (\text{I.28})$$

On a $\varepsilon_s=0$ si et seulement si $K=1$ c'est le cas du quadratique un système du second ordre possède une erreur statique nulle si un gain est égale à 1.

II.3.2 Erreur de trainage

L'écart de trainage est la différence entre la consigne et la réponse en régime permanent

$$\varepsilon_v = \lim_{t \rightarrow \infty} (e(t) - s(t)) \quad (\text{I.29})$$

En utilise le théorème de la valeur finale

$$\begin{aligned} \varepsilon_v &= \lim_{p \rightarrow 0} p \left[\frac{a}{p^2} - H(p)E(p) \right] = \lim_{p \rightarrow 0} p \left[\frac{a}{p^2} - \frac{Ka}{1 + \frac{2z}{\omega_n}p + \frac{1}{\omega_n^2}p^2} \right] \quad (\text{I.30}) \\ &= \lim_{p \rightarrow 0} \frac{a}{p} \left[\frac{K}{1 + \frac{2z}{\omega_n}p + \frac{1}{\omega_n^2}p^2} \right] \end{aligned}$$

En réalisant au même dénominateur, il vient :

$$\begin{aligned} &\lim_{p \rightarrow \infty} \frac{a}{p} \left[\frac{1 + \frac{2z}{\omega_n}p + \frac{1}{\omega_n^2}p^2 - K}{1 + \frac{2z}{\omega_n}p + \frac{1}{\omega_n^2}p^2} \right] \quad (\text{I.31}) \\ &= \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{a}{p} \left[\frac{\frac{1-K}{p} + \frac{2z}{\omega_n}p + \frac{1}{\omega_n^2}p^2 - K}{1 + \frac{2z}{\omega_n}p + \frac{1}{\omega_n^2}p^2} \right] \end{aligned}$$

Et finalement

$$\varepsilon_v = a \left[\frac{1-K}{p} + \frac{2z}{\omega_n} \right] \quad (\text{I.32})$$

Un système du second ordre possède une erreur de trainage finie $\varepsilon_v = \frac{2z+a}{\omega_n}$ si son gain statique est à 1, et infinie dans le cas contraire.

Le régulateur standard le plus utilisé dans l'industrie est le régulateur PID (proportionnel intégral dérivé), car il permet de régler à l'aide de ses trois paramètres les performances d'un processus modélisé par un deuxième ordre. Nombreux sont les systèmes physiques qui, même en étant complexes, ont un comportement voisin de celui d'un deuxième ordre. Par conséquent, le régulateur PID est bien adapté à la plus part des processus industriels, il est relativement robuste par rapport aux variations des paramètres du procédé.

Si la dynamique dominante du système est supérieure à un deuxième ordre, ou si le système contient un retard important ou plusieurs modes oscillants, le régulateur PID n'est plus adéquat et un régulateur plus complexe doit être utilisé, au dépend de la sensibilité aux variations des paramètres du procédé.[6]

I. Caractéristiques du régulateur PID

Il existe trois types de structures de régulateur PID, le PID série, le PID parallèle et le PID mixte.

$P = K_p$: est l'action proportionnelle, sur la plupart des régulateurs, on règle la Bande Proportionnelle au lieu de régler le gain du régulateur.

$I = 1/T_i$: est l'action intégrale.

$D = T_d$ (s en général) : est l'action dérivée.

I.1 Structure série

Les trois actions sont en série:

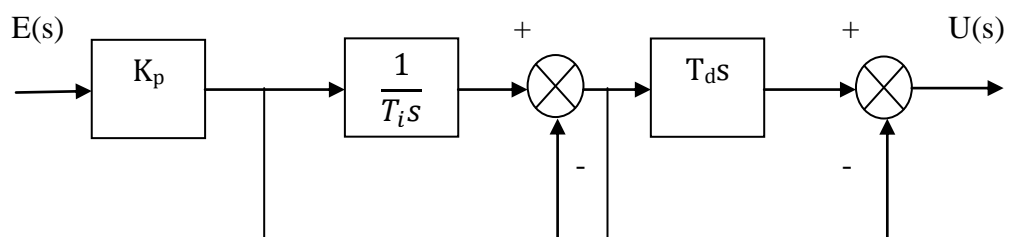


Fig.II.1 : régulateur de type série

La fonction de transfert est :

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) (1 + T_d s) \quad (\text{II.1})$$

I.2 Structure parallèle

Les trois actions sont en parallèle ; le schéma fonctionnel de cette structure est donné par :

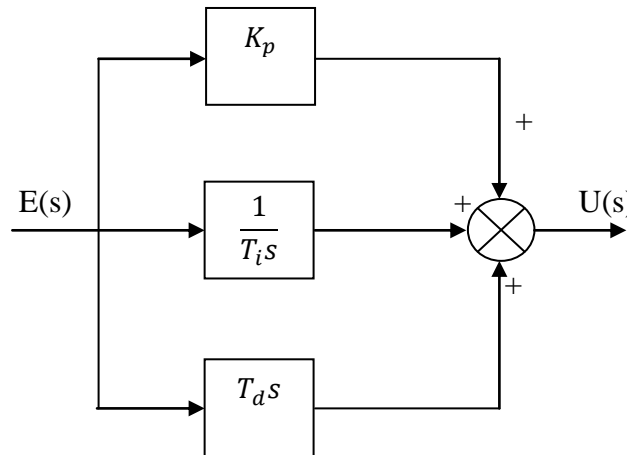


Fig.II.2 Régulateur PID de type parallèle

Sa fonction de transfert est donnée par :

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{1}{T_i s} + T_d s \quad (\text{II.2})$$

I.3 Structure mixte

Le schéma fonctionnel de cette structure est donnée par :

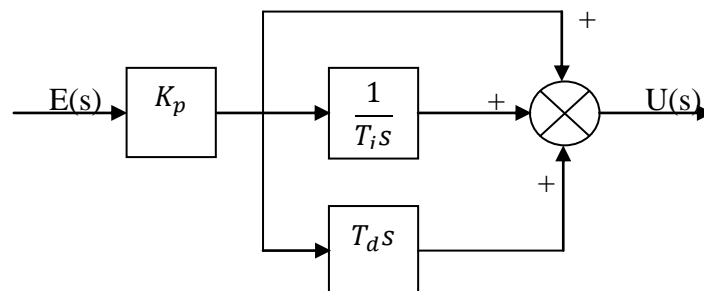


Fig.II.3 Régulateur PID de type mixte

Sa fonction de transfert est donnée par la formule suivante :

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (\text{II.3})$$

I.4 actions PID

Un régulateur PID est obtenu par l'association de ces trois actions, et il remplit essentiellement les trois fonctions suivantes :

- Fonction proportionnelle (*P*) donne un système plus précis, plus rapide.
- Fonction intégrateur (*I*) élimine l'erreur statique.
- Fonction dérivée (*D*) accélère la correction.

Il existe actuellement plusieurs méthodes des dimensionnements des paramètres K_p , T_i , et T_d du régulateur PID. On présente dans ce qui suit celle qui sont souvent utilisées dans l'industrie.

II. Méthode de Ziegler et Nichols

C'est une méthode expérimentale qui consiste à boucler le processus par un régulateur, elle est fonctionnelle en boucle ouverte ou en boucle fermée, elle nécessite l'observation de la réponse du système et la connaissance de la structure du régulateur.

Elle permet de calculer les paramètres du régulateur sans la détermination des paramètres du procédé, mais elle n'est pas adaptée pour les systèmes rapides et les procédés à retard important. [7][8]

II.1 Méthode de Ziegler et Nichols en boucle ouverte (temporelle)

Elle s'applique aux systèmes stables qui ont une réponse apériodique.

Si le processus a une réponse indicielle, on définit un modèle simplifié caractérisé par deux coefficients Tr et a .

En disposant de la réponse $y(t)$ (variation de sortie) dû à un échelon d'entrée $u(t)$; lancé à l'instant zéro, on construit la tangente de la réponse indicielle au point d'inflexion ; l'intersection de la tangente avec l'axe des temps fournit le paramètre Tr et la pente représente le coefficient a , donc le modèle simplifié est :

$$G(p) = \frac{K e^{-\theta p}}{1 + T p} \quad (\text{II.4})$$

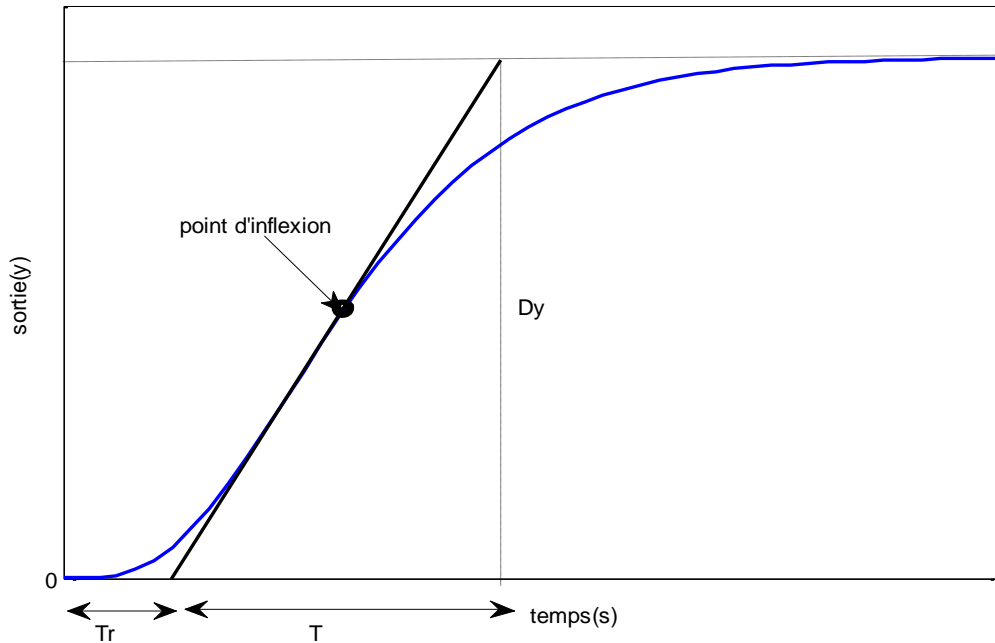


Fig.II.4: Réponse du procédé à un échelon de commande

La pente $a = \Delta y / T$

Les valeurs des paramètres du régulateur PID sont données dans le tableau **I** : [7]

Régulateur	K_p	T_i	T_d
P	$1/a T_r$	-	-
PI	$0.9/a T_r$	$3.3 T_r$	-
PID	$1.2/a T_r$	$2 T_r$	$0.5 T_r$

Tableau.II.1: Relation permettant de calculer les paramètres PID. Réglage Ziegler- Nichols en boucle ouverte.

Cette approche est aussi valable pour un processus intégrateur, le modèle recherché est de la forme :

$$G(p) = K \frac{1}{p} e^{-\theta p} \quad (\text{II.5})$$

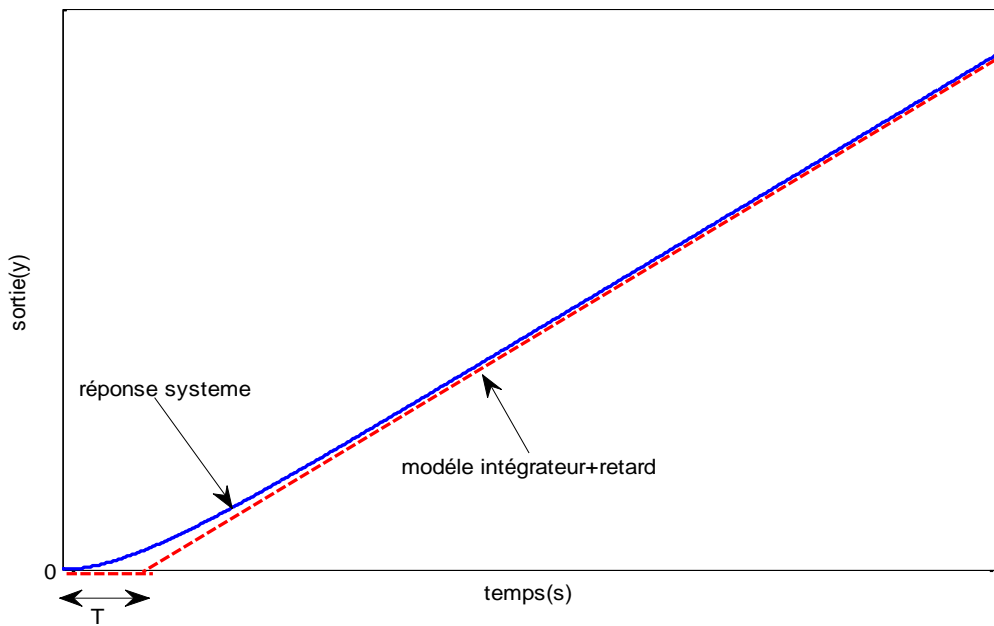


Fig.II.5 : Réponse en boucle ouverte à un échelon de commande d'un système intégrateur.

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta t}$$

$$K = \frac{a}{u}$$

$$\theta = T$$

Où : α est la pente de la droite au voisinage de $t \rightarrow \infty$.

u est l'amplitude de l'échelon d'entrée.

II.2 Méthode de Ziegler et Nichols en boucle fermée

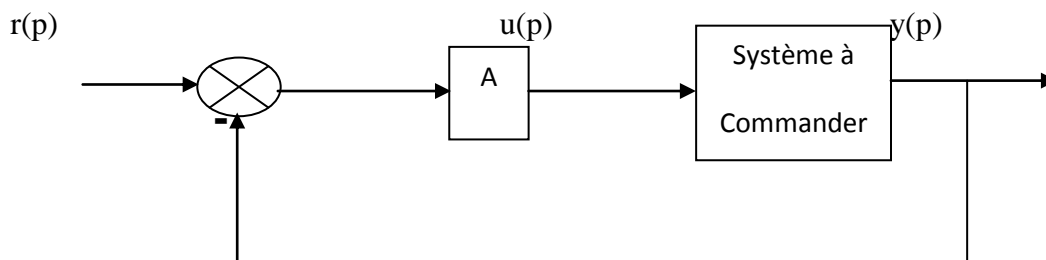


Fig.II.6 : Structure de commande en boucle fermée

Cette méthode convient particulièrement aux systèmes instables en boucle ouverte ; dont la méthode temporelle n'est pas réalisable.

L'expérimentation se fait sur le système bouclé avec un simple gain proportionnel qui doit être stable, le principe consiste à modifier la valeur du gain. On augmente progressivement le gain jusqu'à atteindre la limite de stabilité (phénomène de pompage) c'est à dire jusqu'à avoir une sortie sinusoïdale. On prélève ce gain limite (gain critique) K_u du régulateur et on mesure la période T_u des oscillations de la réponse obtenue.

En suite Ziegler et Nichols ont proposé selon le type du régulateur choisi P, PI et PID des valeurs standards qui sont illustrées dans le tableau 2:

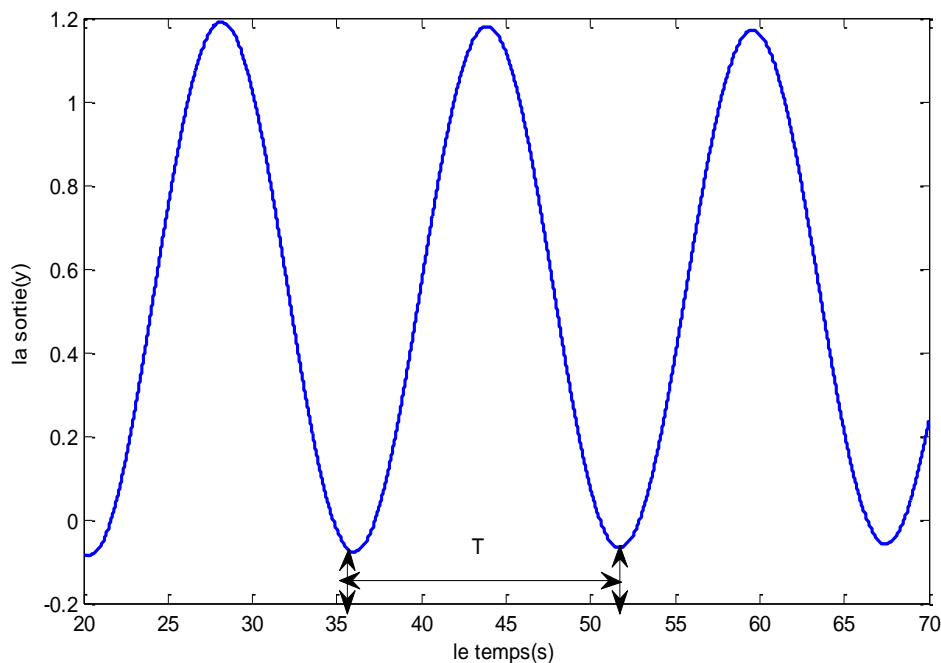


Fig.II.7: la limite de stabilité (phénomène de pompage)

Régulateur	K_p	T_i	T_d
P	$0.5K_u$	-	-
PI	$0.45K_u$	$0.83T_u$	-
PID	$0.6K_u$	$0.5T_u$	$0.125T_u$

Tableau II.2 : Paramètres du régulateur PID à partir d'un essai en boucle fermé

De façon générale, les valeurs obtenues par cette méthode donnent des taux d'amortissement très court ; et des dépassements relativement très élevés $>20\%$. Si cela est

gênant on peut réduire de façon significative le gain K_u à moitié, d'autre part, si le processus en boucle fermée ne supporte pas un dépassement, cette méthode est inapplicable, de plus cette technique de régulation crée un décalage d'un quart d'onde, c'est un résultat acceptable pour certain application, mais pas optimale pour toutes.

La méthode est destinée à fournir aux systèmes régulés avec un PID une meilleure stabilité en présence des perturbations. Elle donne un gain excessif et favorise les dépassements pour certaines applications, mais lorsqu'on a besoin de dépassement minimaux ou nuls, la méthode de Ziegler et Nichols est inappropriée.

L'avantage de cette méthode est sa grande simplicité, il n'est pas nécessaire de déterminer la fonction du procédé à commander.

III. Méthode de Cohen- Coon

Cette méthode est basée sur une identification du processus par un modèle simplifié, puis un choix des coefficients du correcteur minimisant l'erreur quadratique entre l'entrée de consigne et la sortie. Différents réglages ont été proposés. Le plus utilisé est reporté dans un tableau en fonction des paramètres de la courbe de réaction du procédé que l'on doit identifier.

Pour obtenir la courbe de réaction du procédé, il faut ouvrir la boucle de réglage (fonction en boucle ouvert), et envoyer en entrée de l'actionneur un échelon, cet essai est fait un essai de la réponse indicielle du processus complet, c'est-à-dire un essai de mesure de la réponse de système lorsque l'entre est un échelon. Cet essai peut être réalisé lorsque le régulateur est placé en mode manuelle ce qui correspond à une fonction en boucle ouverte, il ne peut toute fois être réalisé que pour les systèmes stables sinon aucune mesure n'est alors. [7] [3]

Il faut donc identifier ou estimer trois paramètres à partir de cette courbe expérimentale.

-A partir du régime permanent, nous pouvons identifier le gain statique :

$$K = \frac{B}{A} \quad (\text{II.6})$$

Avec :

B : la sortie à l'état stationnaire, A : l'amplitude de l'échelon d'entrée.

-A partir de la tangente de la réponse au point d'inflexion nous pouvons identifier la pente S de la réponse sigmoïde en ce point puis la constante de temps :

$$S = \frac{\Delta y}{T} \quad (\text{II.7})$$

-On trace 63 de la valeur finale, ce qui donne t_2 et on appelle B le rapport entre t_2 et T_r .

Il est alors nécessaire de relever et identifier la fonction de transfert entre la sortie mesure $Y(s)$ et l'entrée de commande $U(s)$. Cette fonction de Transfer correspond a la courbe de réaction du procédé, la dynamique de sortie mesurée dépend donc non seulement du procédé, mais également de l'actionneur et du dispositif de mesure, les réponses obtenues ont très fréquemment l'allure sigmoïdale observée sur la figure (1) ; cette courbe est approximée par une courbe qui correspond à une fonction du premier ordre avec retard.

	P	PI	PID
K_p	$\frac{T}{KT_r} \left(1 + \frac{0.35B}{1-B}\right)$	-	-
T_i	$\frac{0.9T}{KT_r} \left(1 + \frac{0.92-B}{1-B}\right)$	$\frac{3.3-3B}{1+1.2B} T_r$	-
T_d	$\frac{1.35T}{KT_r} \left(1 + \frac{0.18-B}{1-B}\right)$	$\frac{2.5-2B}{1-0.39} T_r$	$\frac{0.37-0.37B}{1-0.81B} T_r$

Tableau II.3 : détermination des paramètres des correcteurs avec la méthode de Cohen-Coon

IV. Méthode essai _ erreur

Le réglage d'un régulateur PID par cette méthode est empirique dont les étapes sont les suivantes :

- Il faut mettre le régulateur en mode proportionnel uniquement, donc on doit prendre T_i maximum et ça pour avoir $1/T_i$ très petit, et prendre T_d en minimum.

- Choisir une faible valeur du gain proportionnel que l'on va augmenter, jusqu'à avoir un signal sinusoïdale. Là on prend la valeur du gain qui s'appelle le gain critique qui faut réduire d'un facteur 2, et conserver cette valeur comme réglage de P.

-Diminuer le constant de temps T_i par petit incrément jusqu'à avoir à nouveau des oscillations entretenues, on va régler T_i à trois fois cette valeur est conserver comme réglage de la fonction intégral.

-On fait augmenter T_d jusqu'à avoir un pompage limites, réglage de T_d à un tiers de cette valeur et la garder comme réglage de D. [3]

V. Exemples illustratifs

V Exemple 1

On prend par exemple le système suivant

$$G(s) = \frac{1}{(2s + 1)^4} \quad (\text{II.8})$$

On va étudier ce système par les différentes méthodes, en suite on varie le gain et les constants de temps et on remarque les performances de ce système :

- Réglage par essai _ erreur

L'augmentation du gain statique du régulateur proportionnel, donne $K_c = 4$. En sachant que $K = K_c / 2$ donc : $K=2$.

La diminution du constante de temps du régulateur intégral, donne $T_{ic} = 4.05$. Et d'après la méthode de réglage par essai _ erreur : $T_i = T_{ic} * 3 = 12.15$.

On augmente la constante de temps de dérivation, jusqu'à avoir le pompage limite. Cela donne $T_{dc} = 18$; et en divisant ce dernier sur 3, on retrouve $T_d = 6$.

Finalement les paramètres du régulateur PID sont :

$$C(p) = 2 \left(1 + \frac{1}{12.15p} + 6p \right) \quad (\text{II.9})$$

La figure (8) représente l'association du système (8) avec le régulateur (9) :

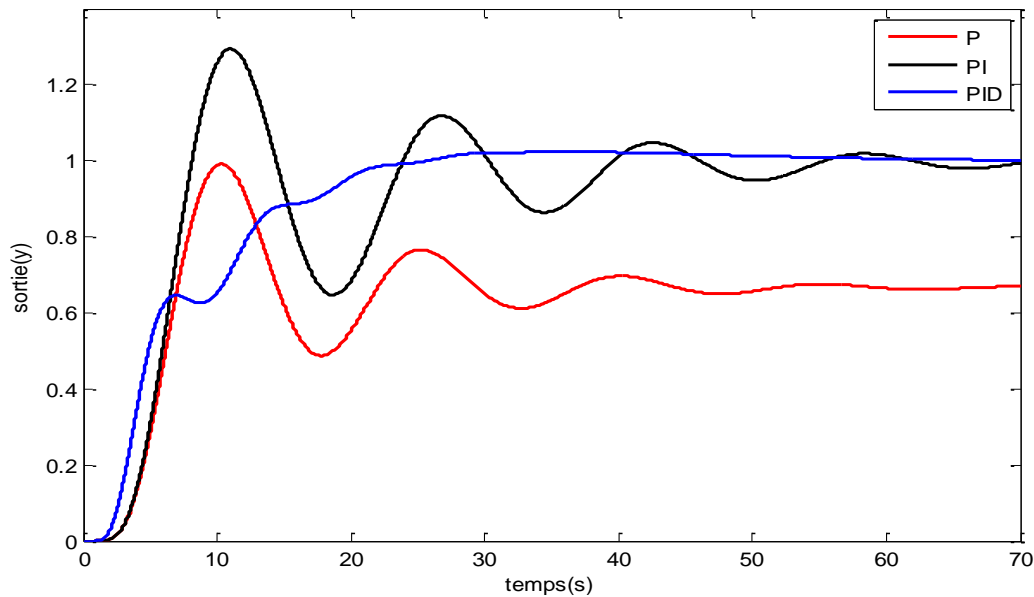


Fig.II.8 : Réponse indicielle du système (8) avec le régulateur (9)

On remarque que l'erreur statique est importante si on utilise un régulateur proportionnel seul, et pour les régulateurs PI, PID; l'écart est nul, grâce à l'action intégral. De plus, il y a un dépassement remarquable, dans le cas des régulateurs P, PI. Par contre, il y a moins d'oscillation si on utilise le correcteur PID.

- Méthode de Ziegler –Nichols en boucle fermée

On augmente le gain de régulateur proportionnel jusqu'à obtenir la limite de stabilité on a trouvé :

$$K_c = 4 \text{ et } T_c = 12.55$$

On fait l'application de tableau 2 de Ziegler-Nichols :

$$\text{Régulateur P} \rightarrow K_p = 0.5 * K_c = 2$$

$$\text{Régulateur PI} \rightarrow K_p = 0.45 * K_c = 1.8$$

$$T_i = 0.83 * T_c = 10.41$$

$$\text{Régulateur PID} \rightarrow K_p = 0.6 * K_c = 2.4$$

$$T_i = 0.5 * T_c = 6.27$$

$$T_d = 0.125 * T_c = 1.56$$

Après simulation du système (8) avec la méthode Ziegler-Nichols on aboutit aux résultats de la figure 9 :

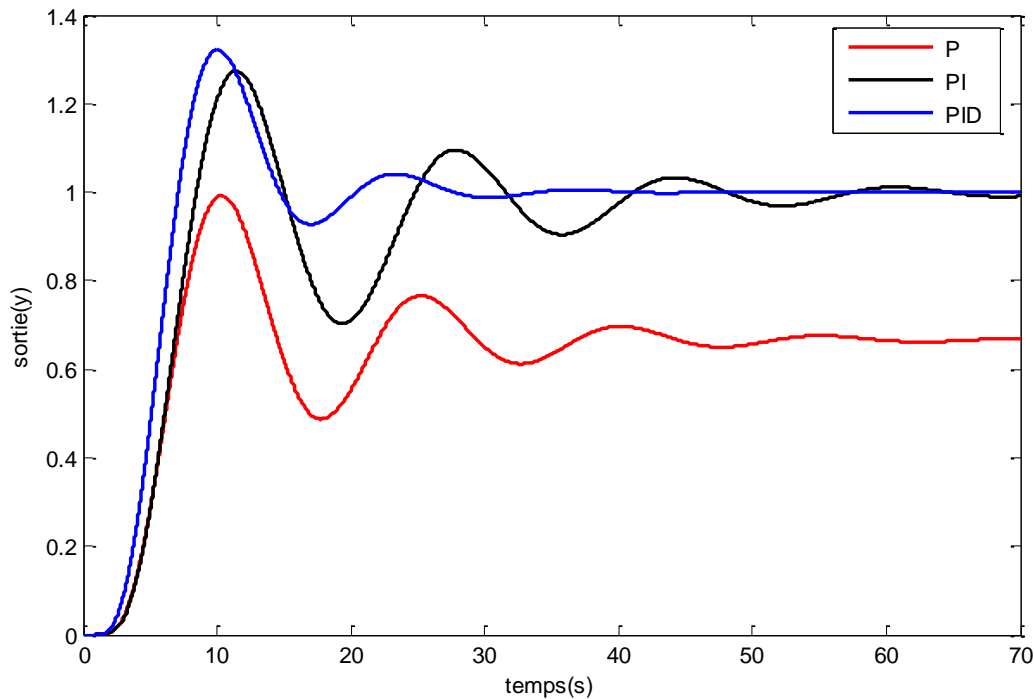


Fig.II.9 : Réponse indicielle du système(8) avec la méthode de Ziegler –Nichols.

L'action P a permis d'obtenir une réponse avec une erreur statique importante. L'ajout de l'action I a permis d'annuler l'erreur statique ; alors que l'action D ajoutée aux deux actions précédentes a permis de réduire les oscillations.

V Exemple 2 :

$$G(p) = \frac{1}{(s + 1)^4} \quad (\text{II.10})$$

- Réglage par essai _ erreur

On refait le même travail comme l'exemple 1 ; on trouve les résultats suivants :

$$K = 2, T_i = 6.06, T_d = 3.00.$$

$$C(p) = 2 \left(1 + \frac{1}{6.06p} + 3.00p \right) \quad (\text{II.11})$$

La figure (6) montre les réponses indicielles du système (10) avec le régulateur (11) :

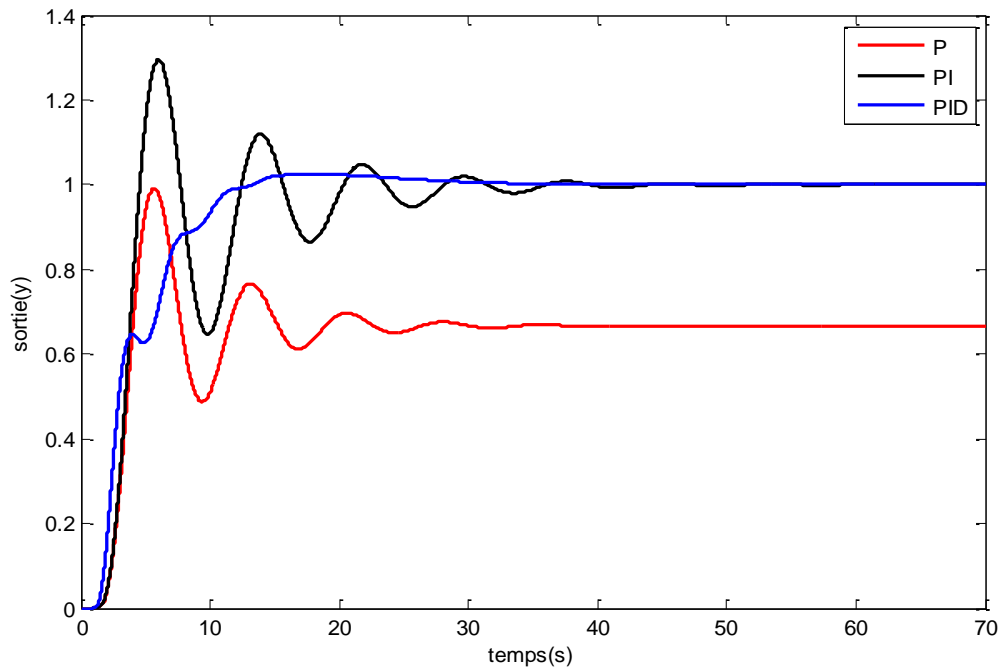


Fig.II.10 : Réponse indicielle du système (10) et régulateur (11)

Remarque

L'allure des courbes ressemble à celles présentées dans la figure (10), donc la remarque sur l'erreur statique, le dépassement, et la stabilité est la même que précédemment.

- Méthode de Ziegler –Nichols

Comme l'exemple 1, on a : $K_c = 4$ et $T_c = 6$.

D'après les résultats de Ziegler-Nichols, on trouve :

Régulateur P $\rightarrow K_p = 2$

Régulateur PI $\rightarrow K_p = 1.8, T_i = 4.98$.

Régulateur PID $\rightarrow K_p = 2.4, T_i = 3, T_d = 0.75$.

La figure (11) représente les résultats de simulation de la fonction de transfert (10) avec la méthode de Ziegler –Nichols.

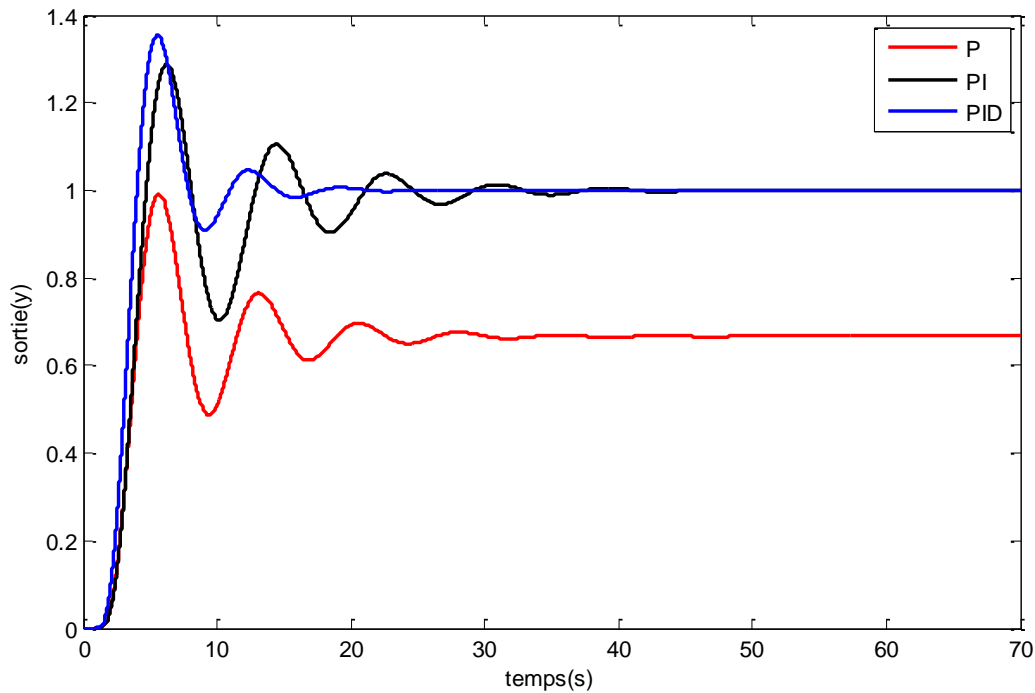


Fig.II.11 : Réponse indicielle du système(10) avec la méthode de Ziegler –Nichols.

Remarque :

On remarque qu'on a obtenu les mêmes résultats que dans l'exemple précédent.

V Exemple 3 :

$$G(p) = \frac{1}{s(s+1)^3} \quad (\text{II.12})$$

- Réglage par essai _ erreur

Comme les exemples précédents; on trouve :

$$K = 0.445, T_i = 15.96, T_d = 5.66.$$

$$C(p) = 0.445 \left(1 + \frac{1}{15.96p} + 5.66p \right) \quad (\text{II.13})$$

La figure (12) présente la réponse indicielle du système (12) et le régulateur.

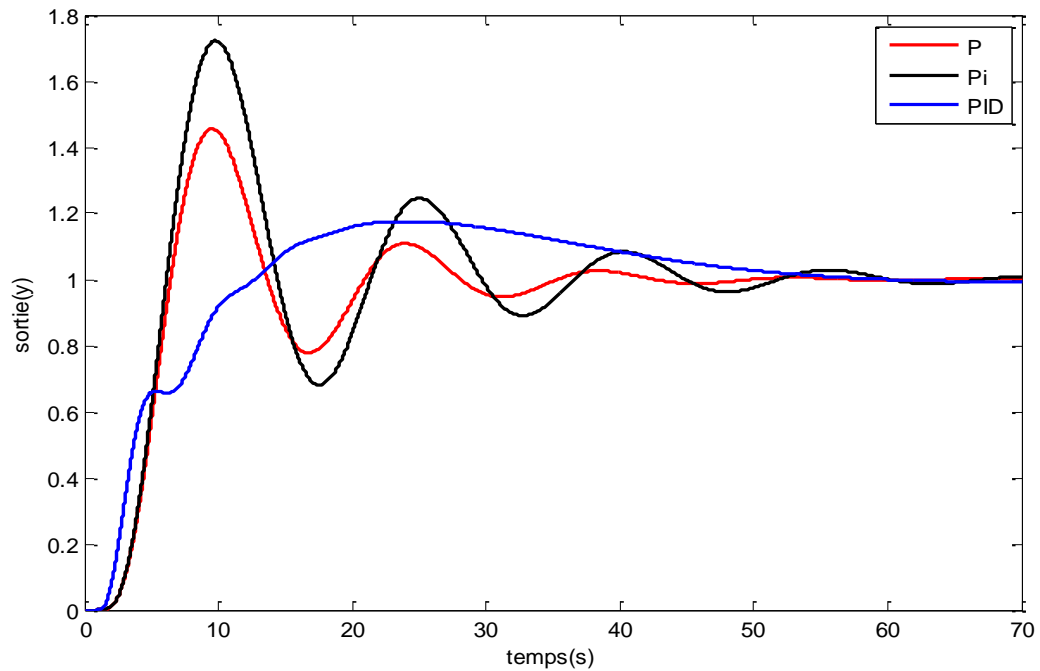


Fig.II.12 : Réponse indicielle de système (12) et le régulateur (13)

L'erreur statique est nulle pour les trois régulateurs, parce que il y a un intégral dans le système étudié (12).

- Méthode de Ziegler –Nichols

$K_c = 0.89$ et $T_c = 11$

Régulateur P $\rightarrow K_p = 0.445$.

Régulateur PI $\rightarrow K_p = 0.40$, $T_i = 9.13$.

Régulateur PID $\rightarrow K_p = 0.534$, $T_i = 5.5$, $T_d = 1.375$.

La simulation de la fonction de transfert (12) avec la méthode de Ziegler –Nichols a permis d'obtenir les résultats de la figure (13).

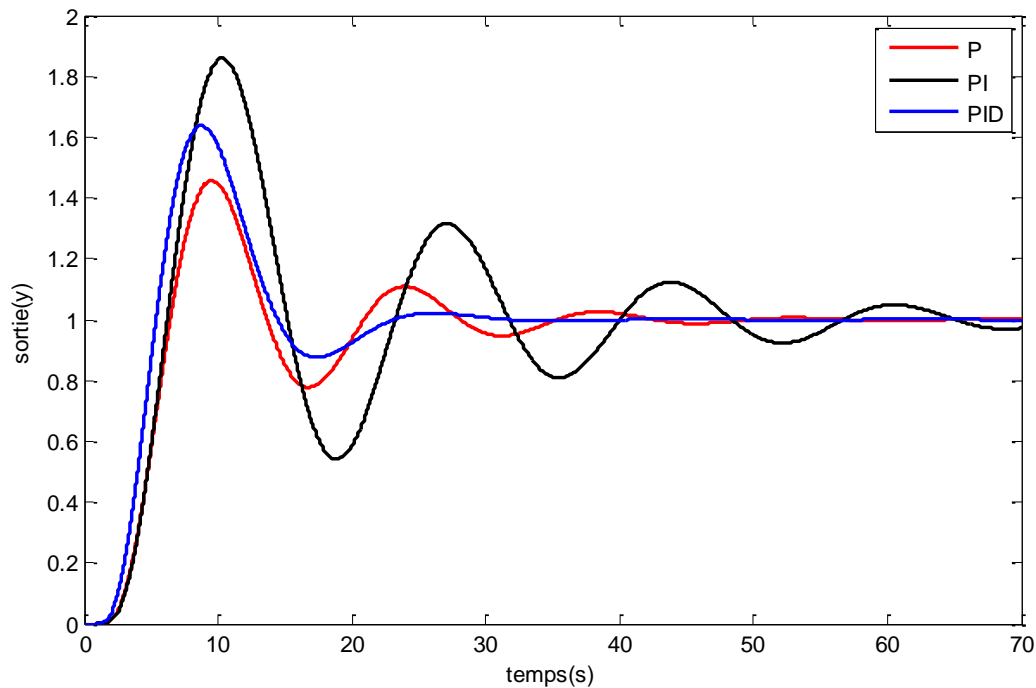


Fig.II.13 : Réponse indicielle du système(12) avec la méthode de Ziegler –Nichols.

Remarque

Dans ce cas on a abouti aux mêmes résultats que dans les deux exemples précédents avec annulation de l'erreur statique dans cet exemple pour l'action PI.

V Exemple 4 :

$$G(s) = \frac{e^{-5s}}{(s+1)^3} \quad (\text{II.14})$$

- Réglage par essai _ erreur

$K = 0.62, T_i = 7.5, T_d = 1.46.$

Finalement :

$$C(p) = 0.62 \left(1 + \frac{1}{7.5p} + 1.46p \right) \quad (\text{II.15})$$

La figure (14) représente les courbes obtenues avec Matlab-Simulink du système (14) et le régulateur (15).

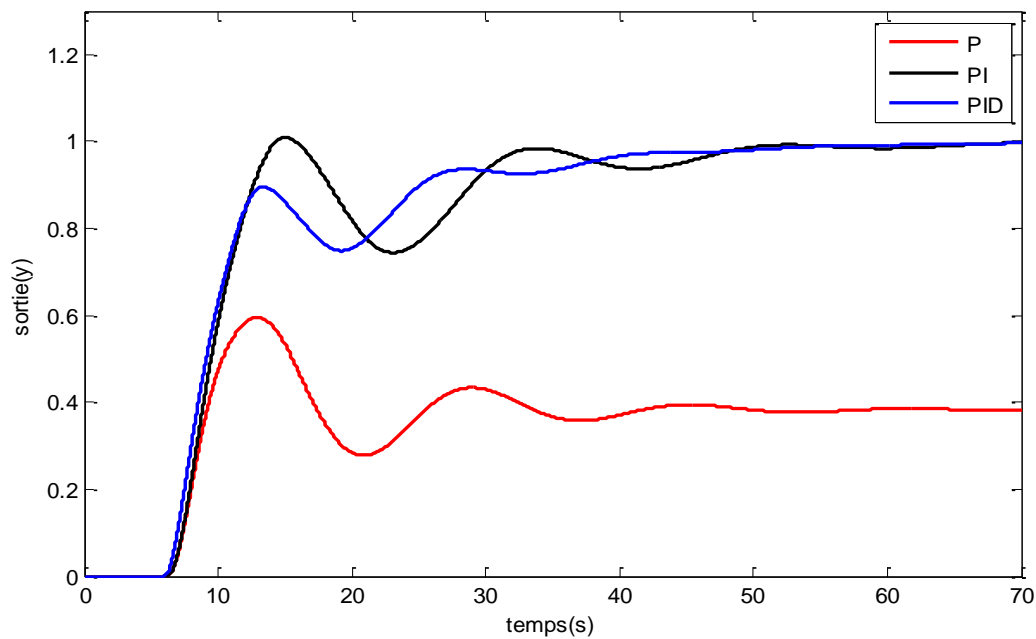


Fig.II.14 : Réponse indicielle du système (14) avec le régulateur (15)

L'erreur statique est nul pour les régulateurs PI, PID ; par contre, il est important pour le régulateur P. Aussi le système possède des dépassements avec tous les régulateurs.

- Méthode de Ziegler –Nichols

On fait la même chose, on trouve :

$$K_c = 1.24 \text{ et } T_c = 16.5$$

$$\text{Régulateur P} \rightarrow K_p = 0.62$$

$$\text{Régulateur PI} \rightarrow K_p = 0.558, T_i = 13.695$$

$$\text{Régulateur PID} \rightarrow K_p = 0.744, T_i = 8.25, T_d = 2.0625$$

La figure (15) représente la simulation du système (14) avec la méthode de Ziegler –Nichols.

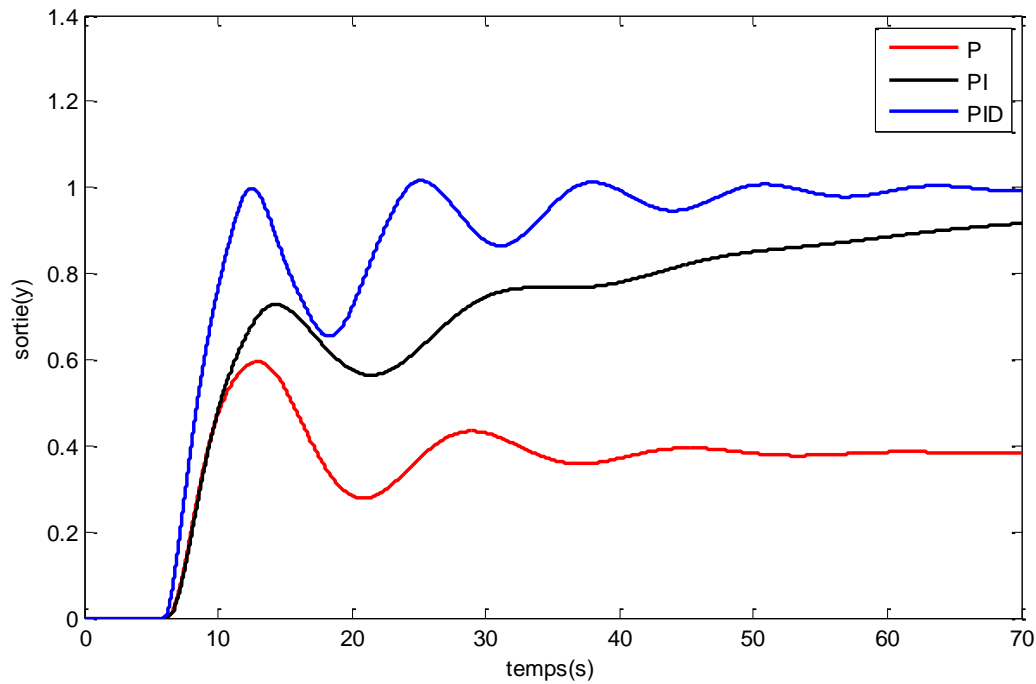


Fig.II.15 : Réponse indicielle du système(14) avec la méthode de Ziegler –Nichols.

Remarque :

Les résultats de simulation dans cette méthode sont presque les mêmes que dans la méthode essai-erreur sauf qu'avec cette dernière, l'action PI a permis d'atténuer l'erreur statique contrairement à la méthode de Ziegler –Nichols.

Ce chapitre est dédié à l'étude de la structure de commande à modèle interne. Le choix de cette structure vient du fait qu'elle est présentée dans la littérature comme une structure de commande robuste ce qui a permis son utilisation très répandue en milieu industriel. Le principal avantage de cette structure réside dans la simplicité de sa construction. La structure de commande à modèle interne est présentée comme une alternative à la boucle fermée classique.[10]

I. La commande par modèle interne

La commande par modèle interne est développée dans le domaine fréquentiel. Ce qui permet de manipuler des variables possédant un sens physique généralement bien compris des utilisateurs industriels.

En effet, l'utilisateur final ne doit définir que le approximative modèle du procédé et la fonction de transfert désirée en boucle fermée. En réalité, il suffira dans l'application industrielle de fixer la rapidité souhaitée en boucle fermée. Ce qui fait du régulateur à modèle interne IMC un régulateur très efficace pour le contrôle de procédés industriels.

II. Principe du régulateur à modèle interne

II.1 Présentation intuitive de la structure

Le principe d'une régulation classique est donné par la figure (1)

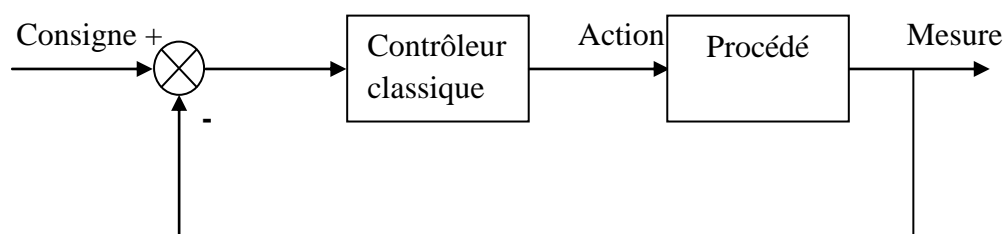


Fig.III.1 : Principe d'un régulateur classique

La structure du correcteur à modèle interne est donnée par la figure(2)

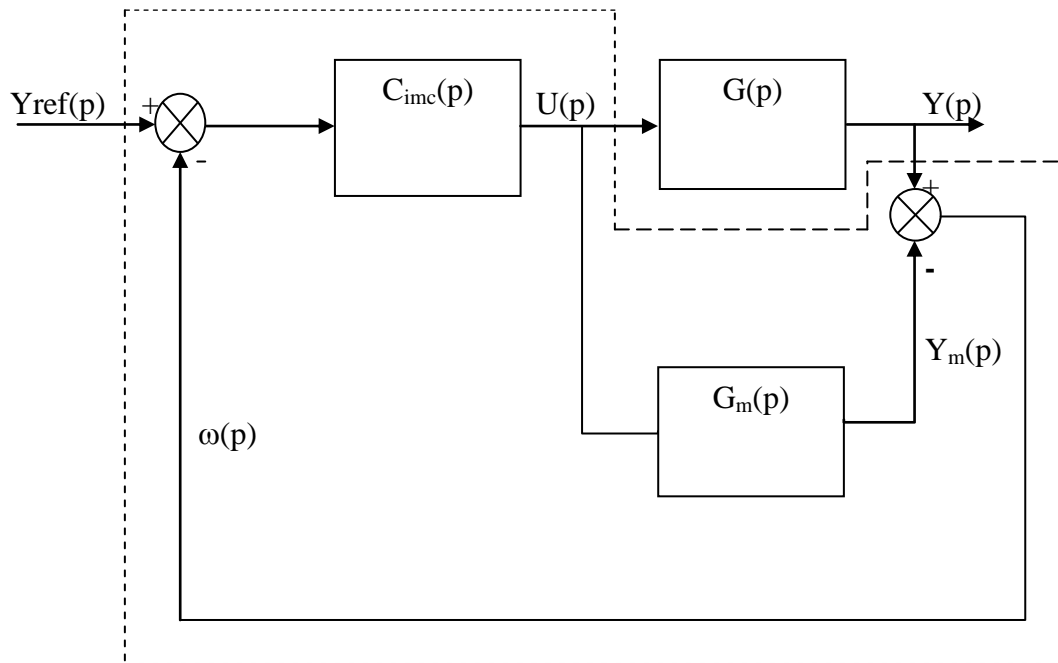


Fig.III.2 : Structure de commande par modèle interne

La partie encadrée est celle de la régulation, elle est composée de deux parties :

- ✓ Le régulateur proprement dit.
- ✓ Le modèle du procédé.

Cette structure est comparée à la structure classique (Fig.1) dans la structure à modèle interne, l'effet des variables manipulées est soustrait à la sortie du procédé.

Si on suppose que, le modèle est parfait et le système n'est soumis à aucune perturbation, l'écart procédé – modèle est nul, donc la sortie de procédé est égale à la sortie de modèle.

Dans le cas où les perturbations agissent sur la sortie du procédé, toujours dans le cas du modèle parfait, cet écart est dû aux perturbations. Les perturbations sont parfaitement rejetées, $1 - G_m(p) G(p) = 0$ qui implique $G(p) = 1/G_m(p)$

Dans le cadre de cette hypothèse du modèle parfait, le système peut être considéré comme étant en boucle ouverte par conséquent, les problèmes de stabilité rencontrés dans les boucles classiques disparaissent.

En effet, il suffit que le contrôleur ainsi que le système soient stables pour que le système de commande soit stable.

La commande à modèle interne peut être vue comme étant une commande fonctionnant en boucle ouverte. Cependant, elle n'a pas les inconvénients d'une boucle ouverte pure car le signal de contre réaction (de retour), qui est égal à l'écart modèle procédé, c'est-à-dire aux perturbations, permet de modifier le point de consigne de façon adéquate. Lorsque le modèle ne permet pas de représenter parfaitement le procédé, le signal de contre réaction est du à la fois aux perturbations et aux erreurs du modèle. Celles-ci donnent lieu à une contre réaction au sens classique. [4][5]

Les équations correspondantes au schéma de commande de la **fig.2** sont comme suit : [5]

$Y_{ref}(p)$: le signal d'entrée

$Y(p)$: le signal de sortie

$Y_m(p)$: le signal de sortie du modèle

$G_m(p)$: modèle

C_{imc} : contrôleur de la commande par modèle interne

$\omega(p)$: l'erreur entre sortie de modèle et le signal d'entrée

$$\omega(p) = Y(p) - Y_{ref}(p) \quad (III.1)$$

Comme

$$U(p) = C_{imc}(p)(Y_m(p) - \omega(p)) \quad (III.2)$$

Donc

$$U(p) = C_{imc}(p)[Y_{ref}(p) - (G(p) - G_m(p))U(p)] \quad (III.3)$$

Et donc

$$U(p)[1 + C_{imc}(p)(G(p) - G_m(p))] = C_{imc}(p)Y_{ref}(p) \quad (III.4)$$

Donc la grandeur de commande s'exprime par :

La fonction de transfert de la sortie $y(p)$ s'exprime en fonction de la grandeur de référence par la relation

$$U(p) = \frac{C_{imc}(p)}{1 + C_{imc}(p)(G(p) - G_m(p))} \quad (III.5)$$

$$Y(p) = \frac{G(p)C_{imc}(p)}{1 + C_{imc}(p)(G(p) - G_m(p))} Y_{ref}(p) \quad (III.6)$$

Lorsque le modèle représente idéalement le système à commander ($G_m(p)=G(p)$) alors

$$Y(p) = G(p)C_{imc}(p)Y_{ref}(p) \quad (III.7)$$

Relation qui rappelle la fonction de transfert entrée-sortie obtenue lorsqu'on utilise la commande en boucle ouverte. C'est cette propriété qui a rendu cette commande par modèle interne célèbre, elle est aussi utilisée pour faire le calcul de la fonction de transfert du contrôleur.

III. Relation entre le contrôleur par modèle interne et le contrôleur classique

Il s'agit ici de trouver la relation permettant de calculer la fonction de transfert $C(p)$ du contrôleur lorsqu'on utilise la structure de commande classique de la figure (1) ; et celle du contrôleur $C_{imc}(p)$ lorsqu'on utilise la structure de commande par modèle interne de la figure (2).

En calculant la fonction de transfert en boucle fermée des deux structures de commande de la figure 2, on obtient :

✓ Pour la structure de commande par modèle interne

$$\frac{Y(p)}{Y_{ref}(p)} = G(p)C_{imc}(p) \quad (III.8)$$

✓ Pour la structure de commande classique

$$\frac{Y(p)}{Y_{ref}(p)} = \frac{C(p)G(p)}{1 + C(p)G(p)} \quad (\text{III.9})$$

En égalisant les relations (8) et (9), on obtient :

$$C_{imc}(p) = \frac{C(p)}{1 + C(p)G(p)} \quad (\text{III.10})$$

$$C(p) = \frac{C_{imc}(p)}{1 - C_{imc}(p)G(p)} \quad (\text{III.11})$$

IV. Propriétés de la structure de la commande par modèle interne

IV.1 Structure classique

Considérons la boucle de régulation classique figure(3) d'un processus représentée par sa fonction de transfert $G(p)$, un correcteur $C(p)$, un signal d'entrée $Y_{ref}(p)$, un signal de sortie et une perturbation $P(p)$ en sortie du processus.

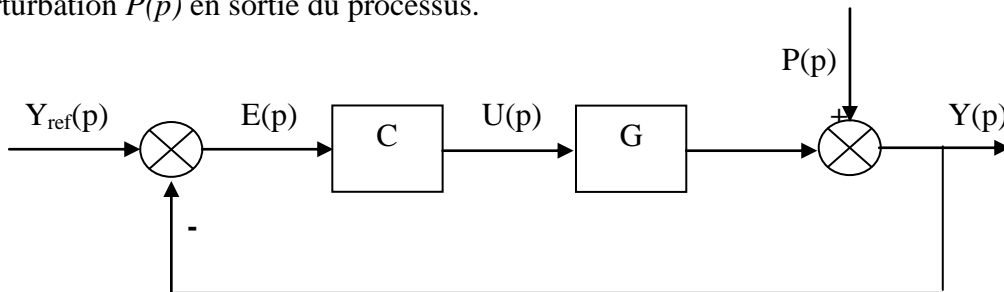


Fig.III.3 : Structure d'un régulateur classique

Les fonctions de transfert du régulateur sont données par :

$$E(p) = Y_{ref}(p) - [G(p)C(p)E(p)] + P(p) \quad (\text{III.12})$$

$$E(p) = \frac{1}{1 + G(p)C(p)} (Y_{ref}(p) - P(p)) \quad (\text{III.13})$$

$$Y(p) = [G(p)C(p)E(p)] + P(p) \quad (\text{III.14})$$

$$Y(p) = \frac{G(p)C(p)}{1 + (G(p)C(p))} Y_{ref}(p) + \frac{1}{1 + (G(p)C(p))} P(p) \quad (\text{III.15})$$

Par conséquent, les performances qui peuvent être obtenues avec un régulateur à modèle interne ne sont à priori ni meilleur, ni moins bonnes que celles qui peuvent être obtenues avec une structure classique ; puisque comme le montrent les relations (10) et (11) ces structures sont équivalentes. L'intérêt de la structure à modèle interne réside, comme nous allons voir, dans sa simplicité de conception et de mise en œuvre.

V. Stabilité

Si nous supposons pour l'instant que le modèle est une parfaite représentation du système, alors le signal de retour est égal à l'influence de la perturbation. Il n'est donc pas affecté par l'action de la commande.

Le système global est stable si et seulement si chacun du procédé et du correcteur est stable.

Si le modèle du contrôleur n'imité pas parfaitement le comportement dynamique du procédé, alors le signal de retour exprime chacune des influences de la perturbation d'une part et de l'erreur de modélisation d'autre part. Ainsi, cette différence produit un signal d'erreur qui peut déstabiliser la boucle, d'où l'intérêt de filtrer le signal de retour en vue d'avoir une réaction moins rapide que celles des perturbations pour conférer à l'ensemble une certaine robustesse vis-à-vis les erreurs de modélisation.

VI. Structure de commande à modèle interne modifiée

La stabilité du système et sa fonction sont celles du correcteur $C_{im}(p)$, du modèle $G_m(p)$, du procédé $G(p)$ et de la valeur des racines de l'équation caractéristique $1 + C_{imc}(p)(G(p) - G_m(p)) = 0$. Autrement dit, elles dépendent de la synthèse du correcteur $C_{imc}(p)$ vis-à-vis l'écart $G(p) - G_m(p)$.

On proposant de séparer le problème de la synthèse du correcteur, dont le premier but est proche de l'inverse du modèle du problème de stabiliser le système pour un correcteur $C_{imc}(p)$ et un écart entre $G(p)$ et $G_m(p)$ donnés. Pour cela, ils introduisent un filtre $F(p)$, dit de robustesse, qui sera placé dans la boucle de retour. Son rôle est d'assurer la stabilité du système. Avec un tel filtre, l'équation caractéristique est de la forme

$$1 + F(p)(G(p) - G_m(p)) = 0$$

La structure de commande par le modèle interne munie du filtre de robustesse peut être schématisée suivant la forme suivante :

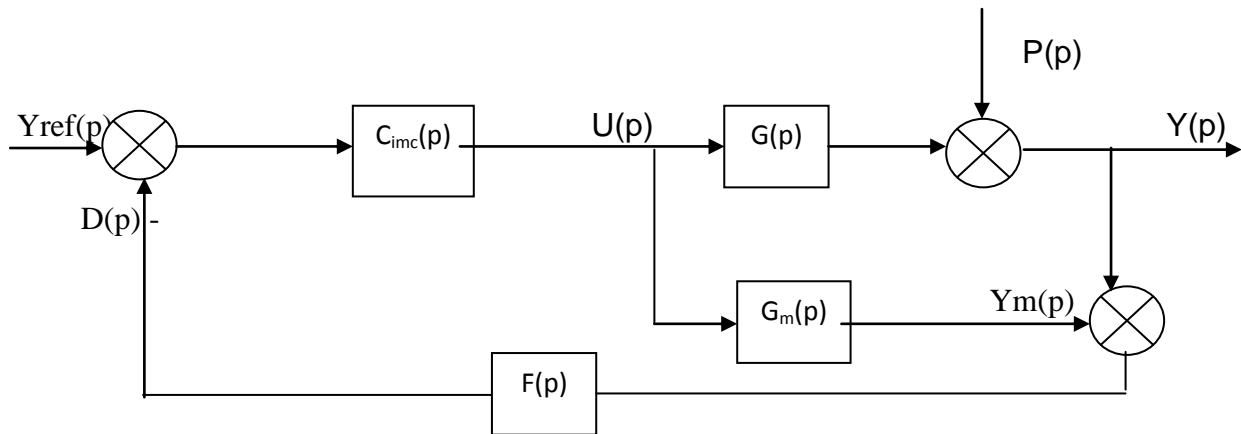


Fig.III.4 : Structure de Commande par modèle interne avec filtre de robustesse

Le filtre de robustesse permet d'imposer la dynamique de rejet de la perturbation $P(p)$ indépendamment de la dynamique de poursuite de la consigne. Donc son rôle est d'introduire une certaine robustesse vis-à-vis des erreurs de modélisation. Ce filtre est généralement un filtre passe-bas d'ordre faible agissant sur le signal de retour.

La propriété d'annulation de l'erreur statique fait intervenir le filtre $F(p)$. Dans le cas continu, on doit avoir

- $C_{imc}(0) F(0) G_m(0) = 1$
- $F(0) = 1$

Il est à noter que, le fait de filtrer l'écart $D(p)$ en vue d'assurer la stabilité du système face à un éventuel écart entre $G(p)$ et $G_m(p)$ a l'inconvénient de ralentir la dynamique de compensation de la perturbation $P(p)$ non mesurée en sortie, ce qui est inutile puisque ce signal est indépendant de la commande et donc n'influence pas la condition de la stabilité du système.[4]

VII. Exemples illustratifs:

Pour étudier ces exemples il suffit deux méthodes suivantes.

- ✓ Premier méthode :

On calcule le contrôleur $C(p)$ en utilisant la méthode de la commande par modèle IMC puis on approxime le régulateur ainsi obtenu par un régulateur PID en utilisant le développement de Taylor, en utilisant la fonction de transfert comme l'équation (16)

$$G_{ref}(p) = \frac{1}{(1 + 2p)^n} \quad (\text{III.16})$$

n : est un nombre entier positif, nous prendrons $n=1$

En utilisant l'équation (8) l'expression du contrôleur par modèle interne est alors donnée par :

$$C_{imc}(p) = \frac{1}{G(p)} G_{ref}(p) \quad (\text{III.17})$$

✓ Deuxième méthode

On approxime le modèle du système par un système du premier ordre à retard

$$G(p) = \frac{K}{1 + p} e^{-\theta p} \quad (\text{III.18})$$

Puis on utilise la méthode IMC le régulateur ainsi obtenu étant toujours sous la forme d'un PID

On détermine les paramètres de cette fonction d'après la simulation. Avec $e^{-\theta p} = 1 - \theta p$. On décompose la fonction de transfert $G_m(p)$ du modèle sous la forme d'un produit de deux facteurs, le premier G_m^+ et le deuxième G_m^- pour rendre le correcteur réalisable physiquement.

Ces exemples permettant d'un côté d'illustrer ces deux méthodes et de l'autre côté de les comparer

IV.1. Exemple1 pour illustrer cette méthode de synthèse basée sur la commande interne considérée

$$G(p) = \frac{1}{(1 + 0.1p)^4} \quad (\text{III.19})$$

Avec la première méthode on trouve :

$$C_{imc}(p) = \frac{(1 + 0.1p)^4}{(1 + 2p)} \quad (\text{III.20})$$

$$C(p) = 0.2 + \frac{0.5}{p} + 0.2p^2 \quad (\text{III.21})$$

Avec la deuxième méthode on déduit :

$$G(p) = \frac{1}{1 + 0.2p} e^{-0.3p} \quad (\text{III.22})$$

$$C_{imc}(p) = \frac{1 + 0.2p}{1} \frac{1}{1 + 2p} \quad (\text{III.23})$$

$$C(p) = 0.086 \left(1 + \frac{1}{0.2p} \right) \quad (\text{III.24})$$

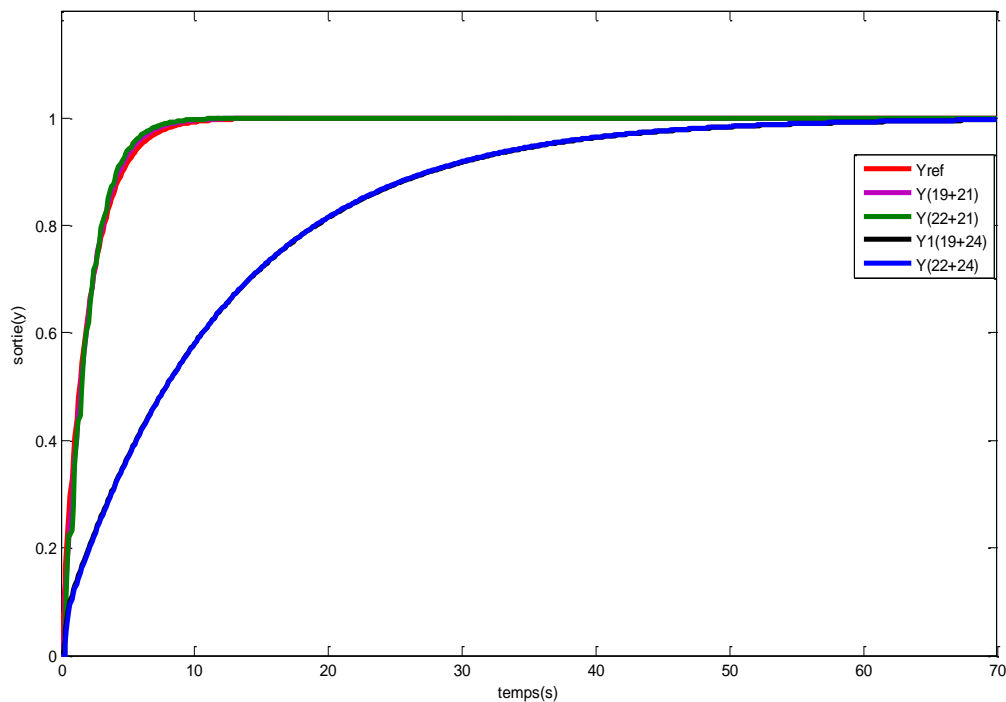


Fig.5 : Réponse du système avec régulateur $C(p)$

VI. 2 Exemple 2 :

$$G(p) = \frac{1}{(1+p)^4} \quad (\text{III.25})$$

Les résultats par la première méthode

$$C_{imc}(p) = \frac{(1+p)^4}{(1+2p)} \quad (\text{III.26})$$

Il ya deux méthode permettant à la fin de la synthèse un régulateur PID.

$$C(p) = 2 + \frac{1}{2p} + 6p \quad (\text{III.27})$$

D'après la deuxième méthode :

$$G(p) = \frac{1}{1+2.5p} e^{-1.5p} \quad (\text{III.28})$$

$$C_{imc}(p) = \frac{1+2.5p}{1} \frac{1}{1+2p} \quad (\text{III.29})$$

$$C(p) = 0.71 \left(1 + \frac{1}{2.5p} \right) \quad (\text{III.30})$$

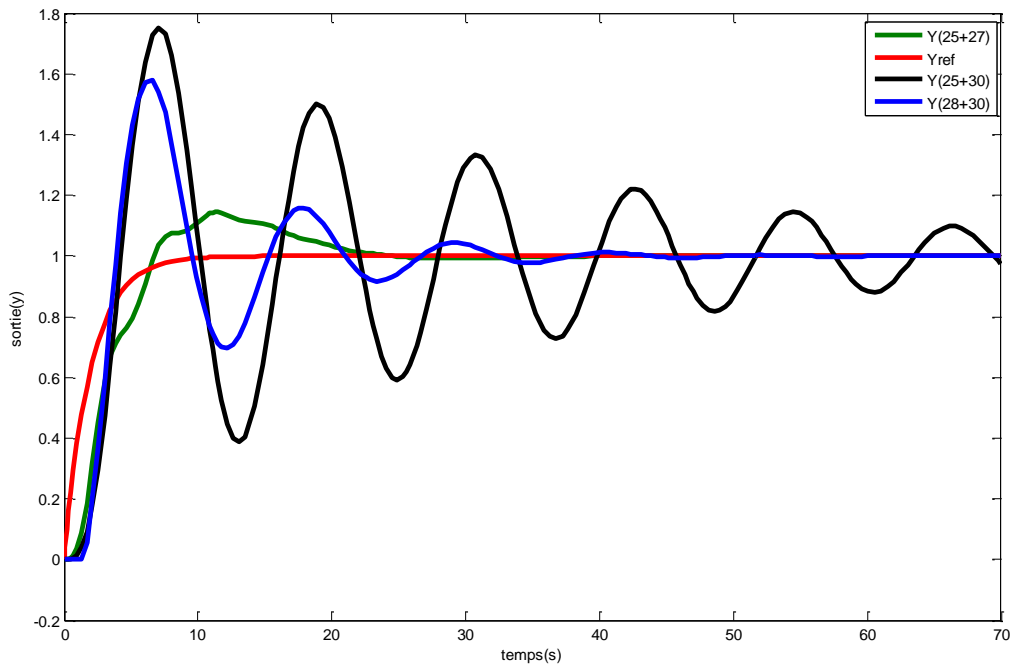


Fig.6 : Réponse du système avec régulateur $C(p)$.

Remarque

On remarque que système avec retard en peut pas marche avec le système origine dans ce cas.

VI. 3. Exemple3 :

$$G(p) = \frac{1}{(1+p)(1+2p)} \quad (\text{III.31})$$

Par la première méthode:

$$C_{imc}(p) = \frac{(1+p)(1+2p)}{(1+2p)} = 1+p \quad (\text{III.32})$$

$$C(p) = 1.5 + \frac{0.5}{p} + 2p$$

(III.33)

Par la deuxième méthode :

$$G(p) = \frac{1}{1 + 2.2p} e^{-1.2p} \quad (\text{III.34})$$

$$C_{imc}(p) = \frac{1 + p}{1 + 2p} \quad (\text{III.35})$$

$$C(p) = 1 + \frac{1}{p} \quad (\text{III.36})$$

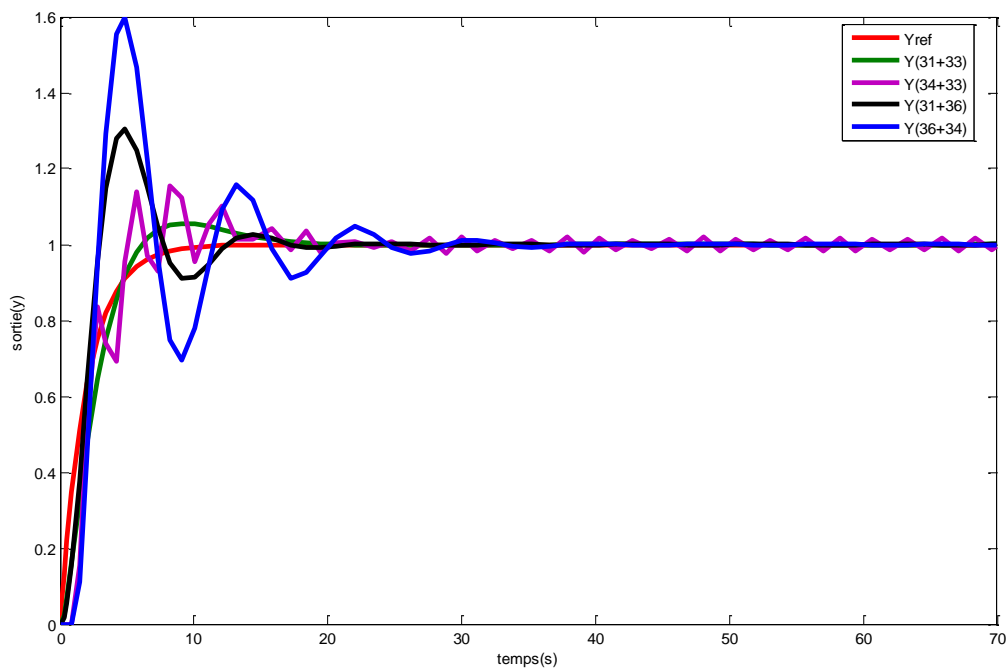


Fig.7 : Réponse du système avec régulateur $C(p)$.

Y : originale du système

Y_1 : originale du système avec approximative

Y_2 : originale du système avec le retard

Y_3 : originale du système avec le retard et approximative

Y_{ref} : référence du système

(Y_1) pour la première méthode et (Y_2, Y_3) pour la deuxième méthode.

Interprétation

D'après les courbes on remarque que ; la simulation avec la première méthode proche à la fonction de transfert de référence malgré qu'il y a un grand dépassement.

Par contre la simulation dans la deuxième méthode donne un système stable ; mais moins rapide c'est-à-dire, très loin de G_{ref} .

De plus la simulation du système d'origine donne une courbe ressemblant à celle de G_{ref} ; donc on conclut que la première méthode est active pour ce système.

On conclut que chaque système a une méthode qui lui convient, d'autre part on ne peut pas dire que la première méthode est mieux que la deuxième et vice versa.

Dans la partie pratique, on s'intéresse à l'étude de deux systèmes, celui du moteur à courant continu ainsi que celui de l'élément chauffant. On va notamment procéder à la régulation avec les différents types de régulateur PID.

I. Définitions

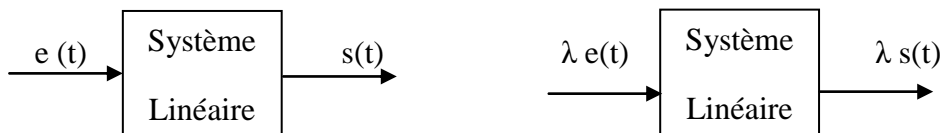
I.1 Linéarités des systèmes

Un système linéaire est un système pour lequel la relation entre les grandeurs d'entrée et de sortie peut se mettre sous la forme d'un ensemble d'équations différentielles à coefficients constants ; donc la caractéristique entrée/sortie est une droite linéaire. [9]

Les systèmes linéaires doivent principalement vérifier deux propriétés : la proportionnalité et la superposition.

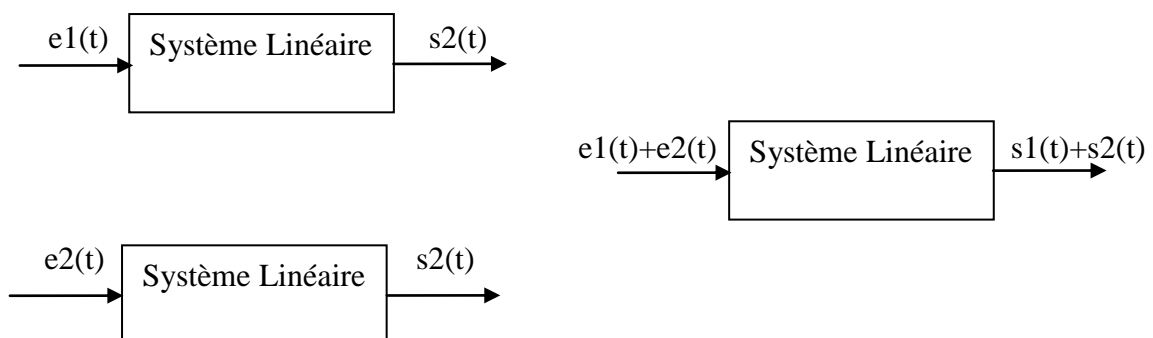
- **Principe de proportionnalité**

Si $s(t)$ est la réponse à l'entrée $e(t)$; alors $\lambda s(t)$ est la réponse à l'entrée $\lambda e(t)$.



- **Principe de superposition**

Si $s_1(t)$ est la réponse à l'entrée $e_1(t)$, et $s_2(t)$ est la réponse à l'entrée $e_2(t)$; alors $[s_1(t) + s_2(t)]$ est la réponse à l'entrée $[e_1(t) + e_2(t)]$.



I.2 Non –linéaire :

Un système non linéaire ne peut pas être directement modélisé par des équations différentielles à coefficient constants. Des méthodes d'approximation permettent alors leur analyse et la synthèse des contrôleurs pour leur commande.

II. Etude de la maquette constituée d'un moteur à courant continu**II.1 Linéarité du système**

Pour étudier la linéarité du système, on fait varier la tension d'alimentation de zéro jusqu'à la valeur maximale, et on note pour chaque valeur, la valeur de la tension de sortie. Les résultats sont illustrés dans les tableaux (1) et (2) dans lequel V_e est la tension d'entrée, V_s est la tension de sortie et V_e/V_s est le rapport entre les deux :

- Pour le premier moteur :

V_e [V]	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
V_s [V]	0	0.695	1.39	2.14	2.89	3.64	4.25	4.91	5.57	6.21	6.69
V_s/V_e	0	0.695	0.695	0.753	0.722	0.728	0.708	0.701	0.696	0.690	0.669

Tableau IV.1 : Valeur de la tension de sortie en fonction de l'entrée

- Pour le deuxième moteur

V_e [V]	0	0.9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
V_s [V]	0	0.286	0.424	1.23	2.02	2.77	3.44	4.14	4.95	5.50	6.28	6.76
V_s/V_e	0	0.317	0.424	0.615	0.673	0.692	0.688	0.690	0.707	0.687	0.69	0.67

Tableau .IV.2 : Valeur de la tension de sortie en fonction de l'entrée

Les courbes $V_s = f(V_e)$ est donne par la figure (1) et (2) :

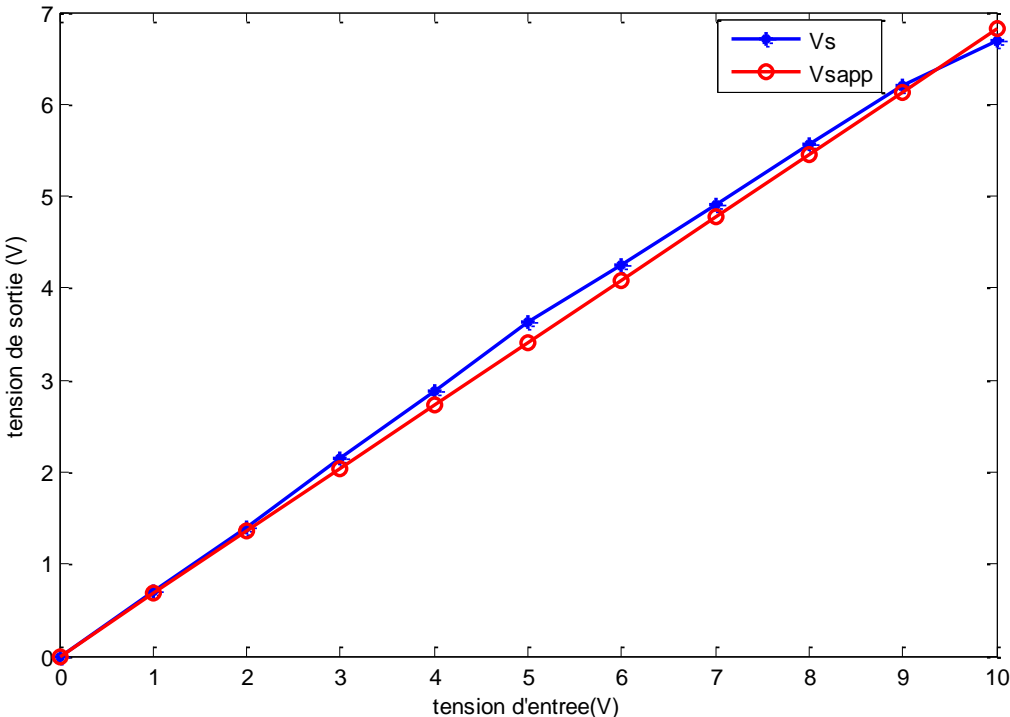


Fig.IV.1 : Caractéristique de la machine1

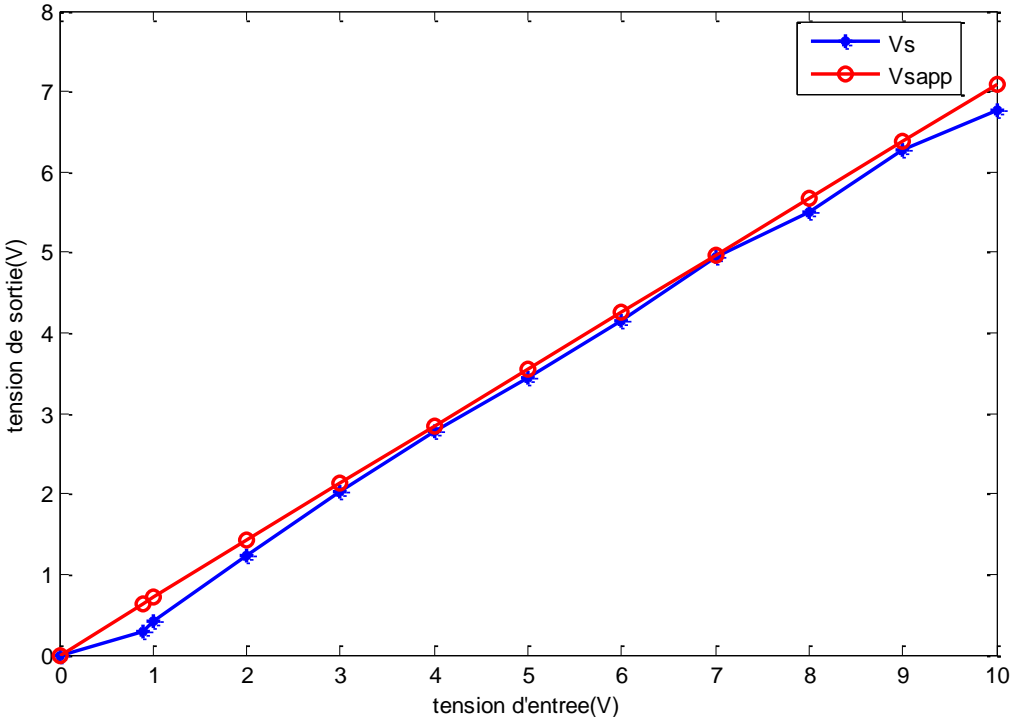


Fig.IV.2. : Variation de la tension de sortie en fonction de tension d'entrée.

Les valeurs illustrées dans les tableaux représentés par les courbes bleues, et les courbes rouges sont des valeurs approximatives.

On remarque que les courbes obtenues dans les figures (1), et (2) sont des droites qui passent par l'origine, donc on peut conclure que les deux systèmes sont linéaires ; aussi le principe de superposition est vérifié.

La pente de la droite de la figure (1) est $G_0=0.705$ et celle de la droite de la figure (2) est $G_0= 0.623$. Ces valeurs représentent le gain statique des fonctions de transfert correspondantes.

II.2 Identification des paramètres de la fonction de transfert du système

Le système étudié est constitué, d'un moteur à courant continu entraînant une charge et le capteur de mesure de la vitesse est une génératrice tachymétrique.

Pour mesurer le gain de la génératrice, on relève sur un volt mètre la valeur de la tension à sa sortie. La valeur de la vitesse de la machine est quant à elle comptée tout simplement (on conte le nombre de tour par minute), on utilise alors le principe suivant :

$$N \text{ (Tr/min)}=n+\Delta$$

Où : n est nombre de tour ; $\Delta=X^\circ/360$, avec X° : est le degré où s'arrête l'aiguille.

Cette méthode est utilisée lorsque le moteur est excité avec une petite tension pour pouvoir compter le nombre de tours, mais si on a une grande tension on applique la relation (1)

$$N = \frac{V}{G_{may}} \quad (\text{IV.1})$$

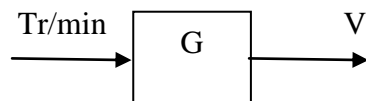
Pour calculer la constante de temps, on prend la valeur qui correspond à 63% de la valeur finale. Le gain G est égal au rapport entre la valeur de sortie et celle de l'entrée. On applique une tension d'entrée V_e , avec laquelle on réalise trois essais et on relève les différentes valeurs de la vitesse de rotation N , par la suite on calcule la moyenne de ces trois valeurs N_{moy} . Les résultats de cette opération sont illustrés dans les tableaux (3) et (5):

- Pour moteur 1

V_e [V]	0.3	0.4	0.6	0.8	1	2
N_1	10.88	14.11	25.11	32.88	43.33	79.11
N_2	10.68	14.11	24.88	33.22	42.33	77.88
N_3	10.55	14	25.88	33.22	42.33	77.77
N_{moy} [Tr/min]	10.69	14.07	25.44	25.14	42.62	78.25
Gain [V min/Tr]	0.028	0.028	0.023	0.031	0.023	0.025

Tableau IV.3 : Gain de la génératrice pour Moteur 1.

- Calcul de gain :



$$G = \frac{V}{N} \tag{IV.2}$$

Pour calculé la moyenne ; on applique la relation suivante :

$$X_m = \frac{\sum X_i}{nbrX} \tag{IV.3}$$

On applique la relation (2) qui donne $G_{moy}=0.026$.

On a dans les tableaux (4) et (6), la tension d'entrée V_e , celle de sortie V_s , le rapport entre les deux c'est le gain G_0 et la constante de temps T.

V_e [V]	1	2	3	4	5	6
V_s [V]	0.397	1.13	1.96	2.60	3.27	3.97
G_0	0.390	0.56	0.65	0.65	0.65	0.66
T [s]	0.027	0.031	0.028	0.028	0.028	0.028

Tableau IV. 4: Gain de la fonction de transfert de moteur 1

Pour calculer le gain moyen on va éliminer le gain de la première valeur car cette valeur est très petite devant les autres. D’après la relation (2) :

$$G_{\text{moy}}=0.634, \text{ et } T_{\text{moy}}=0.028[\text{s}]$$

La fonction de transfert du moteur 1 est donc

$$G(p) = \frac{0.634}{1 + 0.028p} \tag{IV.4}$$

- Pour Moteur 2 :

V_e [V]	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.5	2	2.5
N_1	7.44	13.83	20.00	26.66	34.66	43.05	52.55	71.00	89.77
N_2	7.33	13.50	20.00	26.27	34.55	43.11	53.11	71.00	88.33
N_3	7.33	13.55	20.00	26.44	34.55	43.33	53.00	70.55	88.00
N_{moy} [Tr/min]	7.36	13.62	20.00	26.45	34.58	43.16	52.88	70.85	88.70
Gain [Vmin/Tr]	0.027	0.029	0.030	0.030	0.028	0.027	0.028	0.028	0.028

Tableau IV.5: Gain de la génératrice - Moteur 2-.

Le gain de la génératrice est donc : $G = 0.028$.

V_e [V]	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
V_s [V]	0.624	1.27	1.98	2.61	3.77	3.60	4.65	5.36	5.97	6.42
G_0	0.624	0.635	0.66	0.64	0.654	0.65	0.66	0.67	0.66	0.64
T [s]	0.017	0.018	0.022	0.023	0.024	0.022	0.023	0.024	0.023	0.023

Tableau IV. 6: Fonction de transfert de moteur 2

$G_{\text{moy}}=0.649$; et $T_{\text{moy}}=0.021$ [s].

$$G(p) = \frac{0.649}{1 + 0.021p} \tag{IV.5}$$

La figure (3) montre l’évolution de la tension de sortie du moteur 2, lorsque l’entrée $V_e = 2V$. (Courbe en bleu) et l’évolution de la sortie du modèle obtenu par simulation (courbe rouge)

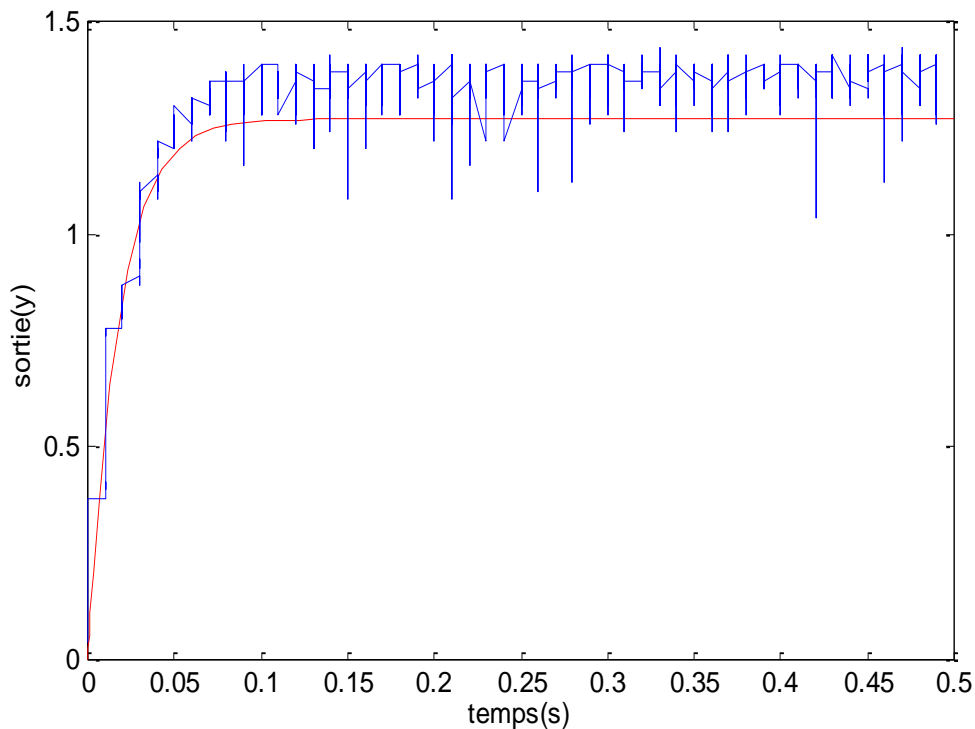


Fig.IV.3 : Signaux de sortie visualisés par l'oscilloscope et par simulation.

La figure (3) montre que les deux courbes se ressemblent ; mais la valeur finale de la courbe relevée par l'oscilloscope est supérieure par rapport à celle de simulation.

✓ Dans ce qui suit, les courbes obtenues par la simulation sont présentées en rouge, et celles relevées par l'oscilloscope en bleu.

II.3 influence des paramètres du régulateur PID sur les performances de la commande du moteur

Dans cette partie, il s'agit d'étudier le comportement de la commande d'un moteur à courant continu avec les différents régulateurs P, PI, PID.

II.3.1 Régulateur P appliqué au moteur

- Premier moteur en boucle ouverte

On va varier la tension d'entrée (E_{ref}), on règle le gain de régulateur proportionnel (K_p) jusqu'à avoir la tension de sortie (E_s) égale à (E_{ref}), on ne prend pas des valeurs supérieures

à 7 [V] car on aura une saturation, on trouve $K_p=1.44$. on déduit la tension aux bornes du moteur et la constante de temps (T).

E_{ref} [V]	1	2	3	4	5	6	7
U [V]	1.6	3	4.4	6	7.4	8.8	10
E_s [V]	0.78	1.80	2.68	3.78	4.70	5.72	6.40
K_p	1.44	1.44	1.44	1.44	1.44	1.44	1.44
T [ms]	24.4	18.5	19.0	21.8	22.4	21.4	23.5

Tableau IV.7 : variation de la tension et la constante de temps en fonction de variation de la tension d'entrée - moteur 1 en boucle ouverte-

D'après la relation (2), la constante de temps moyenne (T_{moy}) est égale à 21.57[s].

On procède par les mêmes étapes sauf que cette fois on considère la boucle est fermée

V_e [V]	1	2	3	4	5	6	7
U[V]	1.8	3.4	4.6	6	7.4	8.6	10
V_s [V]	0.96	1.95	2.98	3.88	4.90	5.78	6.50
K_p	15	15	15	15	15	15	15
T [ms]	-	-	-	10	16	20	22

Tableau IV.8 : Variation de la tension et la constante de temps en fonction de variation de la tension d'entrée - moteur 1 en boucle fermée –

Pour calculer la constante de temps, on néglige les trois premières valeurs car, il y a un dépassement donc, ce système est un système du second ordre.

On trouve la constante du temps moyenne équivalent à 17[ms].

- Deuxième moteur

On refait le même travail avec l'autre moteur :

V_e [V]	1	2	3	4	5	6	7
U [V]	1.6	3	4.4	6	7.4	8.8	10
V_s [V]	0.96	1.90	2.87	3.79	4.76	5.73	6.47
K_p	1.45	1.45	1.45	1.45	1.45	1.45	1.45
T [ms]	16.5	23.6	23	23.1	22.7	22.5	22.9

Tableau 9 : Variation de la tension et la constante de temps en fonction de variation de la tension d'entrée - moteur 2 en boucle ouverte-

La constante du temps moyenne est : 22.04 [ms].

On compare la réponse du système celui visualisé par oscilloscope avec celui de la simulation, la figure (4) nous montre les résultats :

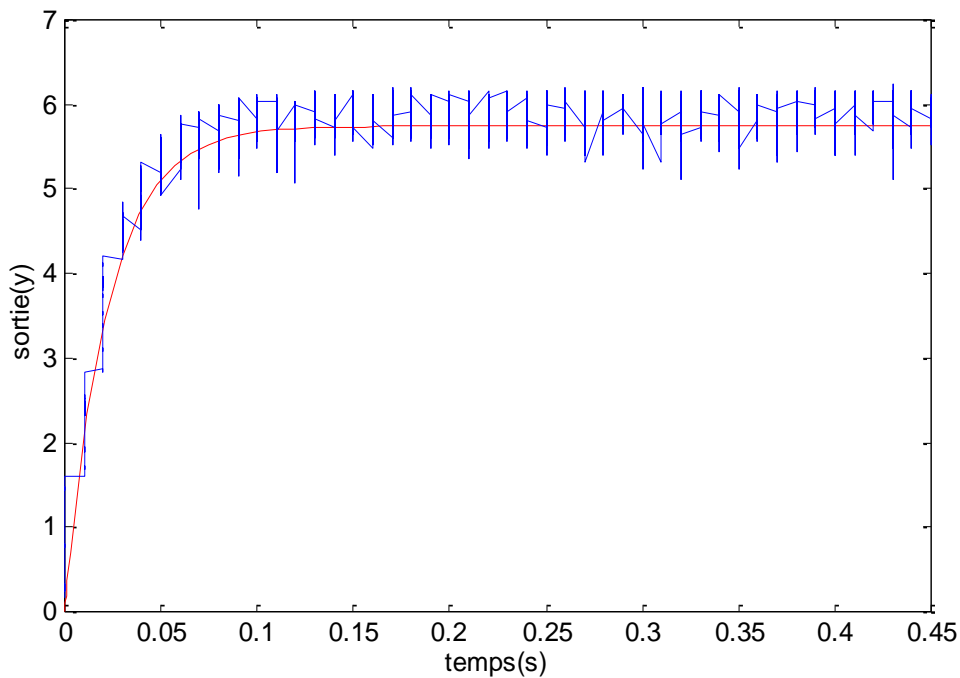


Fig.IV.4 : Signaux de sortie visualisés par l'oscilloscope et par simulation après l'introduction du régulateur P en boucle ouverte.

On remarque que la figure (4) est similaire avec la figure (3).

- En boucle fermée

On va régler le gain proportionnel jusqu'à avoir la tension de sortie V_s égale a celle de l'entée V_e , on trouve $K_p=10$.

V_e [V]	1	2	3	4	5	6	7
U [V]	1.6	3	4.4	5.6	7.0	8.3	10
V_s [V]	0.79	1.90	2.80	3.40	4.45	5.15	6.55
K_p	10	10	10	10	10	10	10
T [ms]	-	-	-	-	-	-	22

Tableau IV.10 : Variation de la tension et la constante de temps en fonction de variation de la tension d'entrée - moteur 2 en boucle fermée -

Il nous est impossible de déterminer la constante de temps pour les valeurs de tension entre 1V et 6V, car le système devient du second ordre.

Pour cette boucle la sortie devient celle représentée dans la figure (5) :

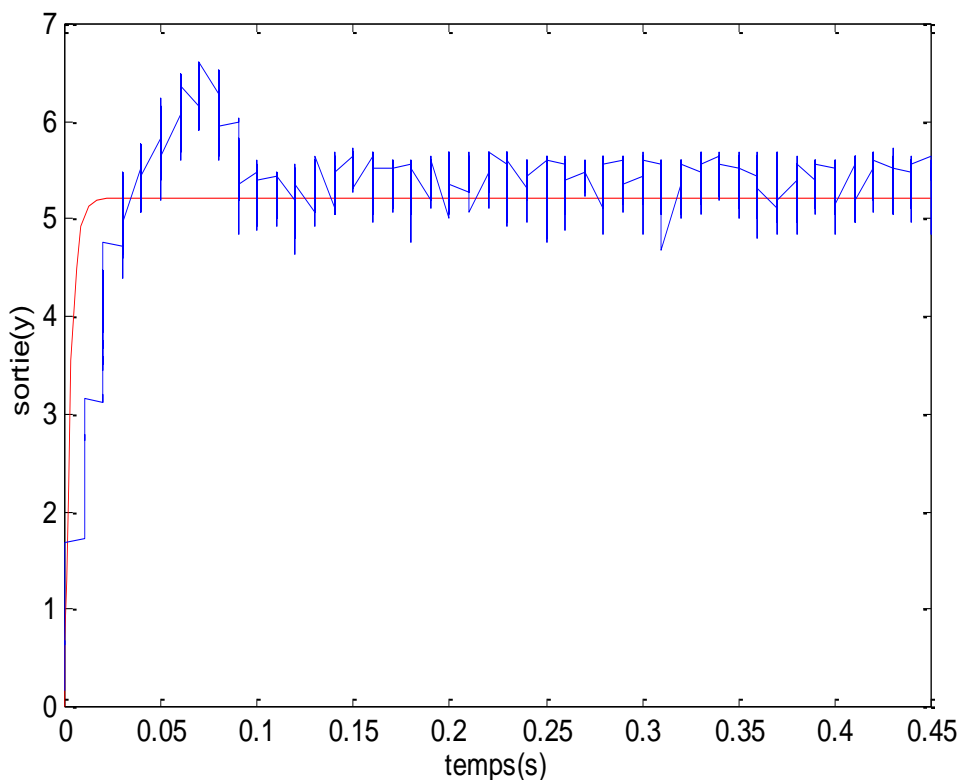


Fig.IV.5 : Signaux de sortie visualisés par l'oscilloscope et par simulation après l'introduction du régulateur P en boucle fermée -moteur-.

De la figure (5), on remarque qu'il y a un dépassement dans la courbe relevée par l'oscilloscope, par contre la simulation donne une réponse indicielle du premier ordre ; mais la valeur finale est la même pour les deux réponses.

Conclusion

Les performances du système en boucle ouverte sont mieux qu'en boucle fermée, et le dépassement est remarquable en boucle fermée.

II.3.2 Régulateur PI appliqué aux moteurs en boucle fermée

On fixe la valeur du gain proportionnel et la tension de référence, pour chaque valeur donnée de la constante de temps T_n , on relève la valeur de la tension de sortie $Y(\infty)$, la tension maximale Y_{\max} , la période T et le nombre d'oscillations. Les résultats obtenus sont illustrés dans les tableaux (11) et (12).

- Premier moteur

Pour $Y_{\text{ref}}=3\text{v}$ $K_p=5$

T_n [ms]	700	100	50	20	10
$Y(\infty)$ [V]	3.62	3.19	3.13	3.13	3.20
Y_{\max} [V]	5.88	5.44	5.44	5.44	5.16
T [ms]	44.5	45.3	44.4	44.8	43.1
Nbr oscil	1	1	2	3	Plus

Tableau IV.11 : Variation de la constante de temps T_n -moteur 1-

A partir de $T_n=10$ [ms] ; on remarque qu'il y a beaucoup d'oscillations.

Si on prend la valeur de $T_n=8$, on remarque que la courbe devient sinusoïdale ; la période est égale à 84.6 [ms].

- Deuxième moteur

Pour $Y_{\text{ref}}=3\text{v}$ $K_p=7.5$

T_n [ms]	700	100	50	20	10
$Y(\infty)$ [V]	3.39	3.39	3.18	3.18	3.18
Y_{max} [V]	5.72	5.72	5.64	5.64	5.64
T [ms]	44.9	44.1	44.3	44.1	42
Nbr oscil	2	2	2	3	Plus
$U(v)$	4.8	4.8	4.8	4.8	4.8

Tableau IV. 12 : Variation de la constante de temps T_n -moteur 2-

Si $T_n=8$ [ms], le système est sinusoïdal donc la période est 80.3ms

Les résultats des réponses obtenus relevés par l'oscilloscope, et la simulation sont représentés aux figures (6) :

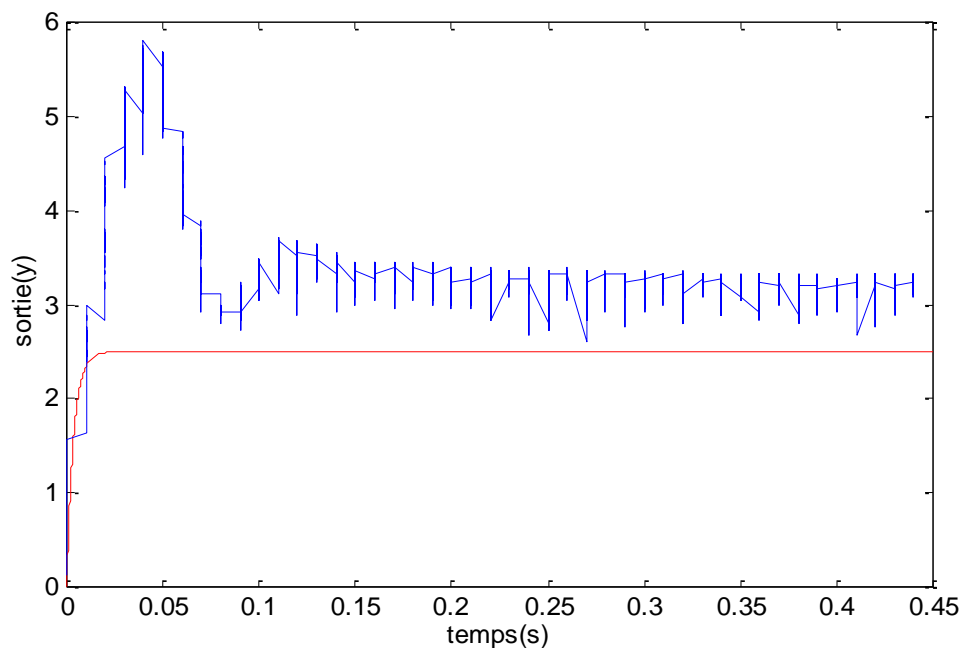


Fig.IV.6 : Signaux de sortie visualisés par l'oscilloscope et par simulation après l'introduction du régulateur PI-moteur-

La figure (6) ressemble à la figure (5) sauf le dépassement qu'est très grand ici et le régime permanent dans la simulation est inférieur par rapport à la réponse de l'oscilloscope.

Conclusion

Malgré le fait que le régulateur PI rend le système plus précis, mais d'après les essais, on conclut que ce genre de réglage rend le système moins stable vu les oscillations engendrées.

La commande intégrale aura l'effet d'éliminer l'erreur statique, mais elle peut rendre la réponse transitoire plus mauvaise.

II.3.3 Régulateur PID appliqué aux moteurs

- Premier moteur

Pour $K_p=5$ $T_n=24$

T_v [ms]	5	10	20	30	50	100	1000
$Y(\infty)$ [V]	3.15	3.15	3.15	3.15	3.15	3.15	3.15
Y_{\max} [V]	5.6	5.19	5.19	4.87	4.87	4.65	5.55
T [ms]	41	40.9	37	35.8	34.3	33.4	44.9
U [V]	5	5	5	5	5	5	5
Nbr oscil	1	1	2	2	2	3	3

Tableau IV.13 : Variation de la constante de temps T_v –moteur 1-

A partir de $T_v=20$ [ms], on remarque que la courbe change d'allure, c'est à dire il y a beaucoup d'oscillations.

- Deuxième moteur

Pour $K_p=5$ $T_n=24$

T_v	5	10	20	30	50	100	1000
$Y(\infty)$ [V]	3.10	3.10	3.10	3.10	3.10	3.10	3.10
Y_{\max} [V]	5.29	5.10	4.77	4.62	4.62	4.57	5.59
T[ms]	43.3	39.5	35.1	34	33.9	30	42.6
U[v]	4.8	4.8	4.8	4.8	4.8	4.8	4.8
Nbr oscil	1	1	2	2	2	2	3

Tableau IV.14 : Variation de la constante de temps T_n -moteur 2-

Lorsque la valeur de T_v atteint 20 ms on remarque l'apparition d'oscillations sur le signal de sortie et lorsqu'elle atteint une valeur de 30 ms les oscillations atteignent un niveau élevé.

Dans les deux moteurs on remarque que le régime permanent est stable.

La figure (7) représente la réponse du système avec le régulateur PID obtenu par l'oscilloscope :

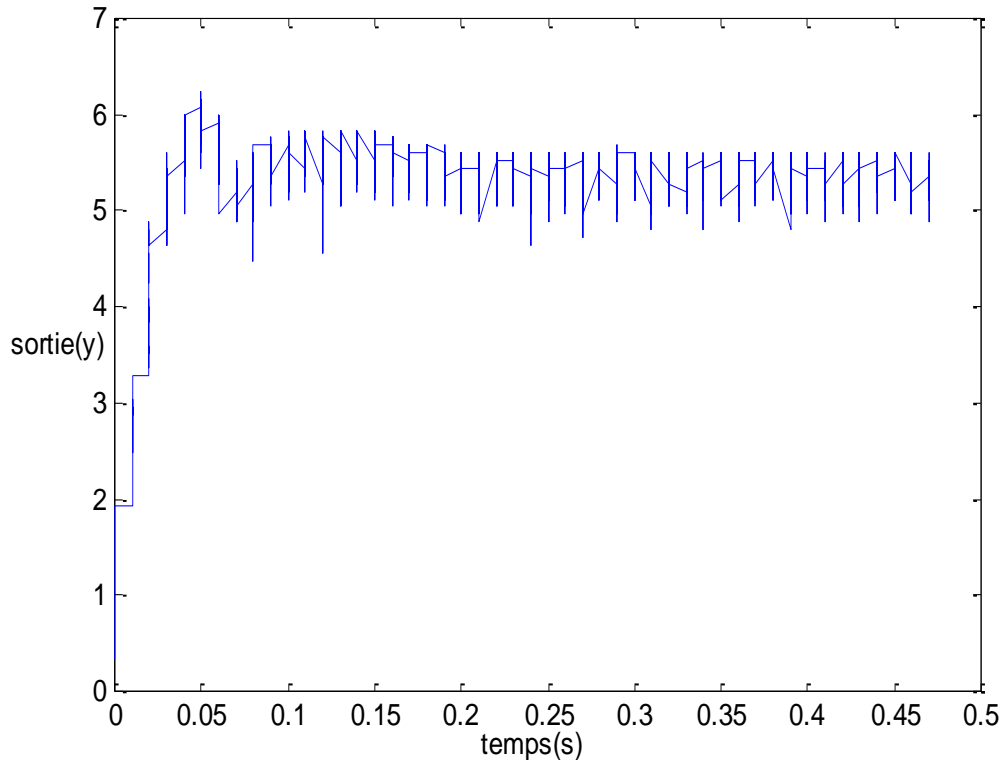


Fig.IV.7 : Signaux de sortie visualisés par l'oscilloscope et par simulation après l'introduction du régulateur PID –moteur-

On conclut que la constante de temps T_v influence sur le dépassement, l'augmentation de T_v engendre l'augmentation de dépassement.

Remarque

D'après les figures (6), (7) on remarque que les courbes obtenues par simulation sont du premier ordre, par contre celles de l'oscilloscope sont de second ordre, ceci est dû au fait que l'inductance de l'induit du moteur est négligée dans le cas de la simulation avec MATLAB mais dans le cas de l'expérimentale cette valeur même si elle est petite elle a un effet en boucle fermée sur la réponse du système car si on considère cette valeur la fonction de transfert du système est de second ordre.

II.4 Influence de T_d

- Premier moteur

On fixe le gain proportionnel $K_p = 5$, $T_n = 24$, $T_v = 20$.

Les notations utilisées dans les tableaux (15) et (16) sont :

T_v est la constante de temps de l'action dérivée, $Y(\infty)$ est la tension de sortie, Y_{\max} est la tension maximale et T est le temps de pic.

T_v/T_D	1	5	10	20	30	50
$Y(\infty)[V]$	3.15	3.15	3.15	3.15	3.15	3.15
$Y_{\max} [V]$	5.6	4.76	4.27	4.50	4.48	4.50
$T[ms]$	41	36.4	46.4	44.9	43.5	46.5
Nbr oscil	2	1	1	1	1	1

Tableau IV.15 : Variation de la constante de temps T_v/T_d -moteur 1-

A partir de $T_v/T_D=10$, la période d'oscillation est très grande.

- Deuxième moteur

T_v/T_D	1	5	10	20	30	50
$Y(\infty)[V]$	3.10	3.10	3.10	3.10	3.10	3.10
$Y_{\max} [V]$	4.77	4.57	4.27	4.27	4.27	4.18
$T [ms]$	35.1	31.9	44.5	38.1	39.6	40
Nbr oscil	2	1	1	1	1	1

Tableau IV.16 : Variation de la constante de temps T_v/T_d -moteur 2-

$T_v/T_D=10$, l'oscillation est très grande (période).

Conclusion

Pour diminuer le régime oscillatoire de la réponse il suffit d'augmenter la constante de temps T_d mais le dépassement existe toujours.

III. Etude de la maquette constituée d'un élément chauffant

III.1 Linéarité du système

On fait varier la tension d'entrée V_e et on note la tension de sortie V_s en suit en déduire le gain qu'est le rapport entre les deux V_s/V_e les résultats sont dans les tableaux (17) et (18) :

- Pour élément chauffant 1

V_e [V]	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
V_s [V]	2	2	2	2.46	3.02	3.43	4.18	4.98	6	6.52	7.45
V_s/V_e	0	2	1	0.82	0.75	0.68	0.69	0.71	0.75	0.72	0.74

Tableau IV. 17 : Valeur de sortie en fonction d'entrée

La courbe $V_s = f(V_e)$ est donnée par la figure (8) :

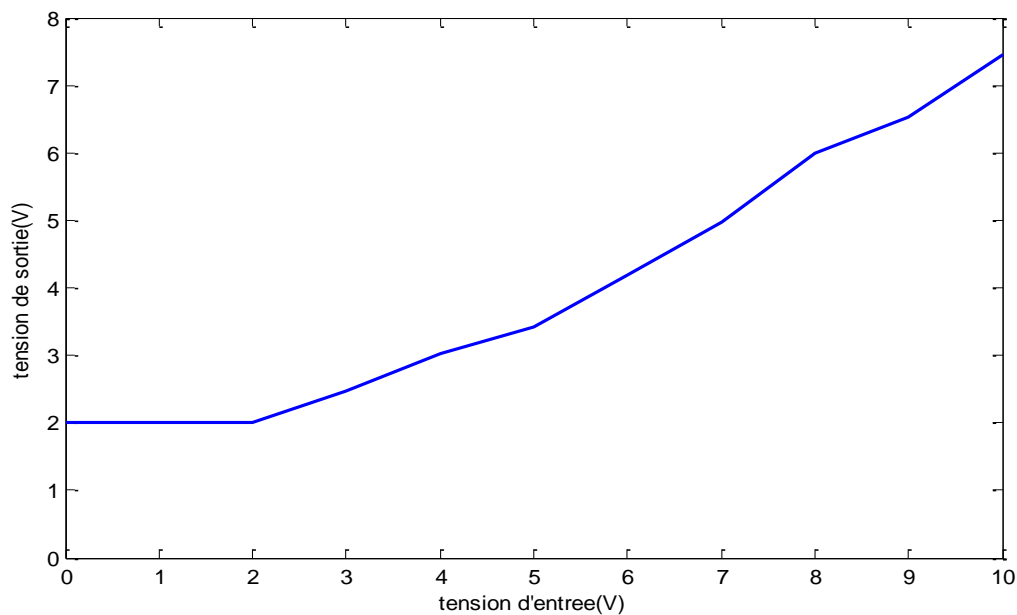


Fig .IV8 : Caractéristique de l'élément chouffant 1

- Pour le deuxième élément chauffant

V_e [V]	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
V_s [V]	2.42	2.56	2.71	2.85	3.34	3.78	4.59	5.40	6.15	7.55	8.76
V_s/V_e	0	2.56	1.35	0.95	0.83	0.756	0.765	0.771	0.768	0.838	0.876

Tableau IV.18 : Valeur de sortie en fonction d'entrée

Les valeurs sont ensuite converties en graphe représenté par la figure (9) :

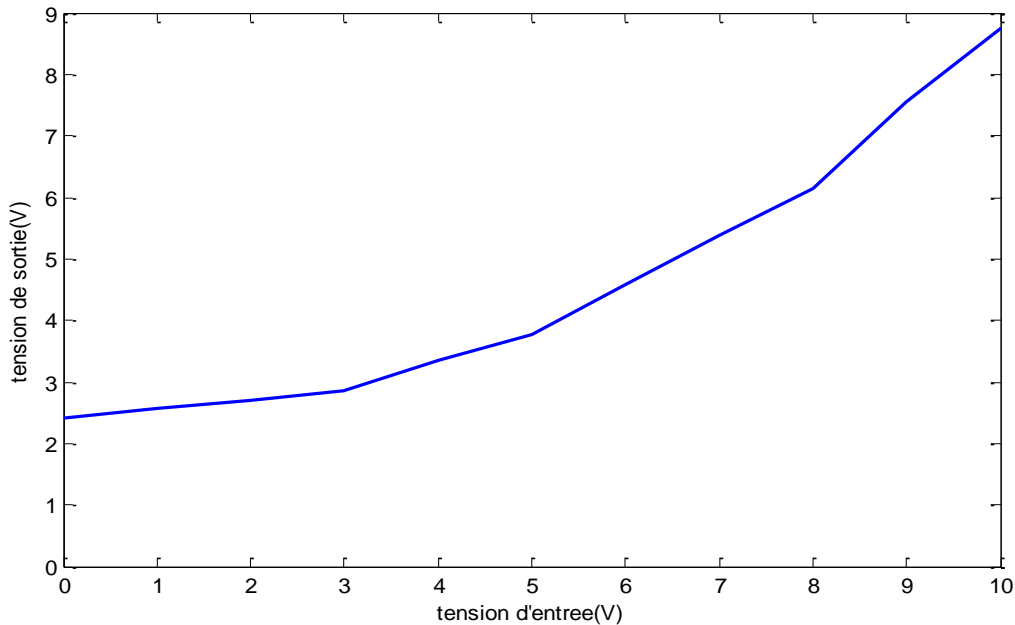


Fig.IV.9 : Variation de la tension de sortie en fonction de d'entrée

Des figures (8) et (9), on constate que le système est non linéaire car la courbe obtenue n'est pas une droite; on déduit que le domaine de fonctionnement linéaire du système est entre 4V à 8V.

III.2 Identification de la fonction de transfert

On varie la tension d'entrée V_e , on note celle de la sortie V_s , et on déduit le gain G_0 et la constante de temps T .

Les résultats de cette opération sont illustrés dans les deux tableaux (19), (20):

- élément chauffant 1

V_e [V]	3	4	5	6	7	8	9	10
V_s [V]	0.374	0.700	1.300	1.600	2.610	1.570	1.540	5.180
G_0	0.124	0.175	0.260	0.266	0.372	0.196	0.171	0.518
T [s]	13.8	15.4	17.2	15.8	14	15.6	17.2	15.6

Tableau IV.19: Fonction de transfert de l'élément chauffant 1

On utilise la relation (2) pour calculer le gain moyen et la constante du temps ; on trouve

$$G_{\text{moy}} = 0.26. \quad T_{\text{moy}} = 15.57[\text{s}]$$

Donc la fonction de transfert de l'élément chauffant 1 est :

$$G(p) = \frac{0.26}{1 + 15.57p} \quad (\text{IV.6})$$

- Pour Elément chauffant 2

V_e [V]	3	4	5	6	7	8	9	10
V_s [V]	0.279	0.590	1.210	1.410	1.710	1.570	1.700	4.840
G_0	0.131	0.147	0.242	0.235	0.244	0.196	0.188	0.484
T [s]	10.3	13.2	16.4	18.6	11.9	16.6	12.8	7.53

Tableau IV. 20 : Fonction de transfert de l'élément chauffant 2

On calcule le gain et la constante de temps moyenne avec la relation (2) :

$$G_{\text{moy}} = 0.233. \quad T_{\text{moy}} = 13.41(\text{s})$$

$$G(p) = \frac{0.233}{1 + 13.41p} \quad (\text{IV.7})$$

La figure (10) montre la courbe visualisée par l'oscilloscope :

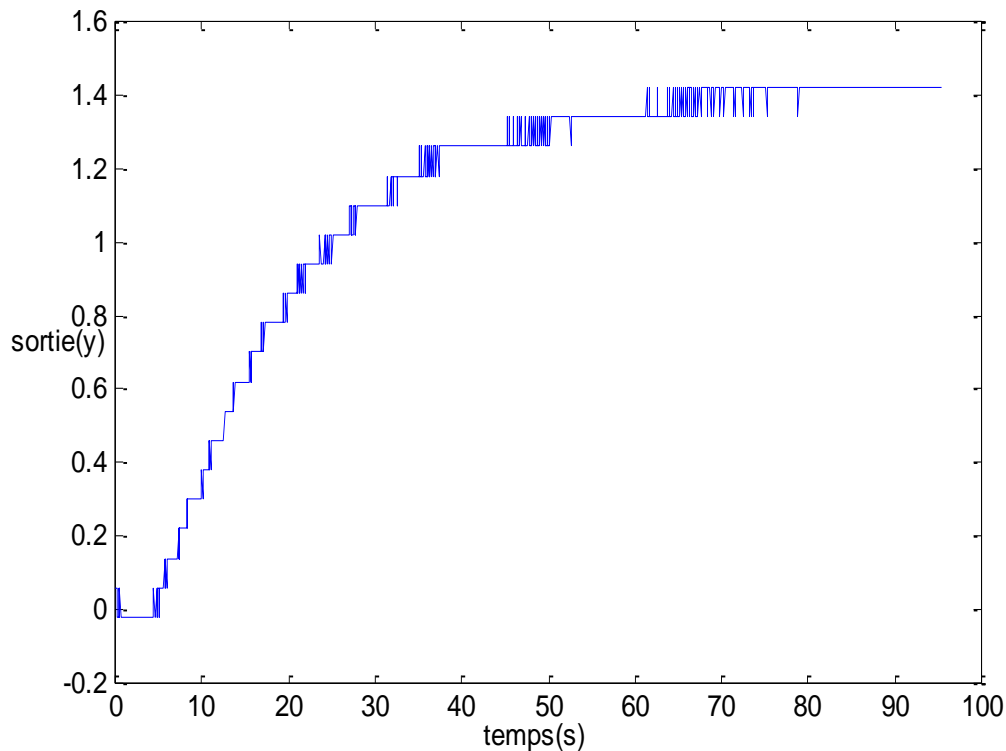


Fig.IV.10 : Caractéristique de la fonction de transfert de l'élément chauffant

III.3 Influences des paramètres du régulateur PID sur les performances de la commande d'élément chauffant

III.3.1 Régulateur P appliqué aux éléments chauffant

➤ Boucle ouverte :

On va varier le gain de l'action proportionnelle jusqu'à avoir la tension de sortie égale à celle de référence. Une fois que cette valeur est fixée, on mesure la constante de temps T en fonction des valeurs de la tension de référence Y_{ref} qu'on introduit au préalable. Les résultats de cette opération sont illustrés dans les tableaux (21), (22) :

- Le premier élément

Pour $K_p = 2.35$:

$Y_{ref}[V]$	3	4	5
$T[s]$	17.7	18.6	18.3

Tableau IV.21 : Elément chauffant 1 en boucle ouverte

- Le deuxième élément

Pour $K_p=1.95$

$y_{ref}[V]$	3	4	5
$T[s]$	17.6	18.6	18.3

Tableau IV. 22 : Elément chauffant 2 en boucle ouverte

- Boucle fermée

On fixe la valeur de la tension de référence, on va varier le gain K_p jusqu'à avoir un signal sinusoïdale.

- Le premier élément

$V_{ref} = 5 [V]$ et $K_p=20.10$

- Le deuxième élément

Pour $V_{ref}= 3[V]$; et $K_p=45$

Pour les valeurs du premier élément on obtient la figure (11) qui montre la variation de la tension de sortie :

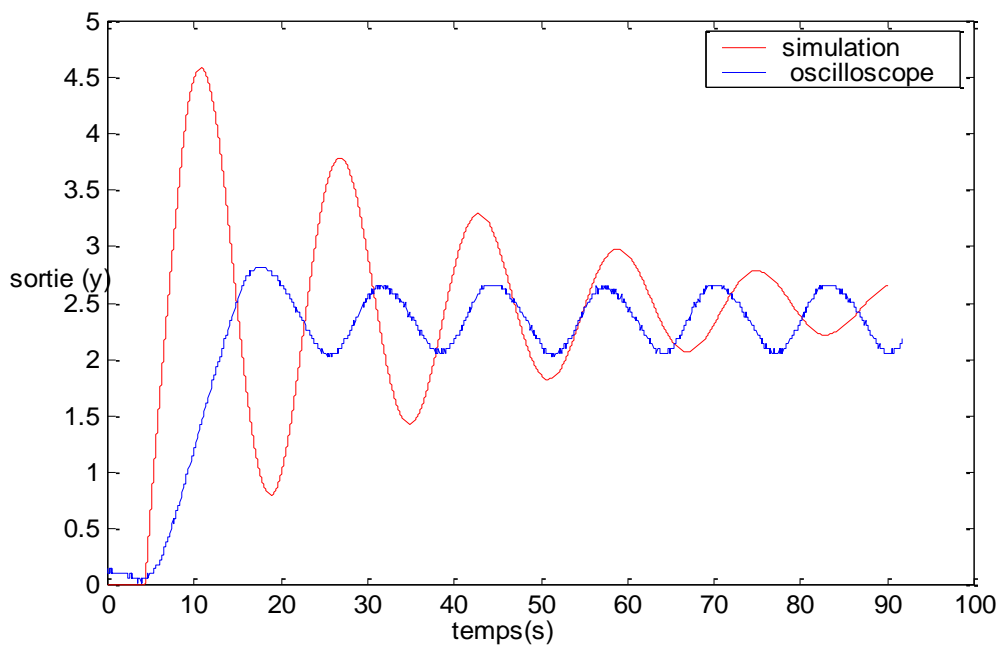


Fig.IV.11 : Signaux de sortie visualisés par l'oscilloscope et par simulation après l'introduction du régulateur P-élément chauffant-

Cette figure montre que les deux courbes se ressemblent, elles ont les mêmes valeurs finales et un retard, malgré la présence d'un grand dépassement dans la courbe obtenue par simulation.

Conclusion

L'action proportionnelle augmente le gain et diminue la constante de temps.

III.2 Régulateur PI appliqué aux éléments chauffent

On divise la valeur du gain proportionnel par deux, et on fixe cette valeur, l'entrée de référence est elle aussi fixée à 3 [V], on change la constante de temps de l'action intégral de régulateur T_n , on note la tension de sortie $Y(\infty)$, la tension maximale Y_{\max} , et aux bornes de moteur U ainsi le temps de pic T_{pic} . Les résultats de cette opération sont illustrés dans le tableau (23) et (24):

- Le premier élément chauffant

$$V_{\text{ref}} = 3[\text{V}] \quad \text{et} \quad K_p = 10$$

T_n [ms]	$Y(\infty)$ [V]	U [V]	Y_{\max} [V]	T_{pic} [s]
40000	0.78	4	0.92	8.60
20000	0.83	4	1	8.58
10000	0.91	4	1.25	7.80
9000	0.88	4	1.25	8.58
8000	0.85	4	1.22	8.75
7000	0.88	4	1.25	4.85
6000	0.85	4	1.33	8.33

Tableau IV. 23 : Variation de la constante de temps T_n de l'élément chauffant 1

Si on prend la valeur de T_n moins de 6000 [ms] ; la valeur de la tension d'entrée dépasse 10 [V] donc on aura le régime stationnaire (saturation).

- Le deuxième élément chauffant

Pour $V_{ref}=5$ [V] et $K_p=20$

T_n [ms]	$E(\infty)$ [V]	U [V]	Y_{\max} [V]	T_{pic} [s]
30000	1.41	5	1.62	8.63
20000	1.23	5	1.71	8.93
10000	1.74	5	1.70	8.13
9000	1.13	5	1.74	8.35
8000	1.13	5	1.8	8.73
7000	1.07	5	1.81	8.80
6000	1.15	5	1.81	8.28

Tableau IV.24 : Variation de la constante de temps T_n de l'élément chauffant 2

La figure (12) représente les résultats des réponses obtenues par l'oscilloscope, et par simulation lorsque $K_p=20$ et $T_n=9000$ [ms] :

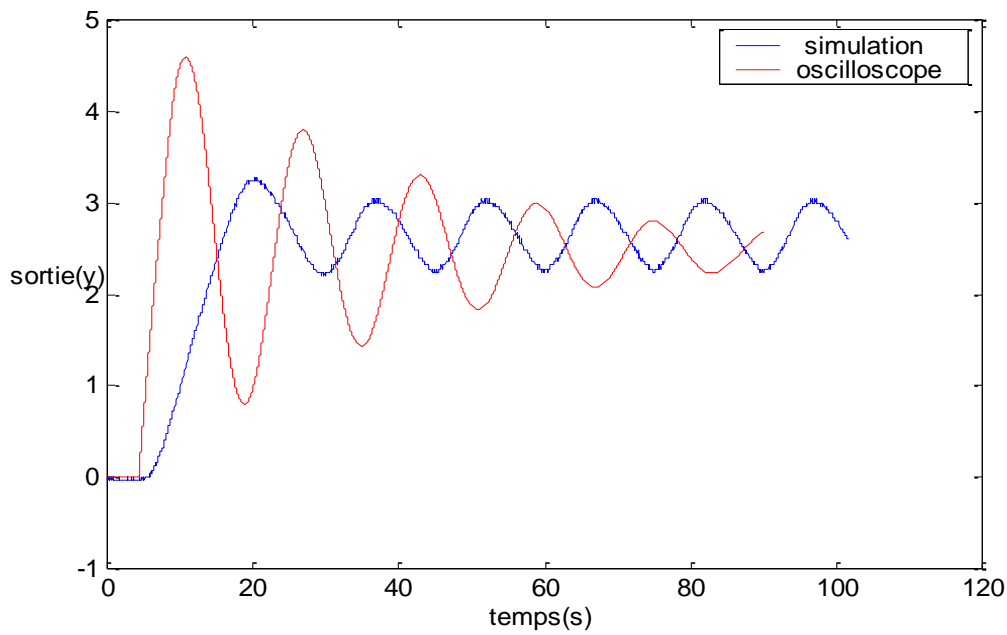


Fig.IV.12 : Signaux de sortie visualisés par l’oscilloscope et par simulation après l’introduction du régulateur PI -élément chauffant - .

Remarque

On constate la même chose que de la figure (11).

On conclut que l’action intégral élimine l’erreur statique, mais augmente l’instabilité du système.

III.3.3 Régulateur PID appliqué aux éléments chauffant

On fixe la valeur de la tension de référence et le gain proportionnel ; on multiplie la valeur de T_n fois trois, on fixe encore $T_v/T_d = 1$, on fait varier T_v et on déduit la tension maximale Y_{max} et le temps de pic T_{pic} , les résultats sont illustrés dans les tableaux (25) et (26)

- Premier élément chauffant

T_v [ms]	1	5	10	50	100	5000
Y_{max} [V]	2.21	2.14	2.14	2.14	2.14	2.14
T_{pic} [s]	9.53	9.68	9.28	9.28	9.28	9.28

Tableau IV.25 : Variation de la constante de temps T_v de l’élément chauffant 1

- Deuxième élément chauffant

T_v [ms]	1	5	10	50	100	5000
Y_{\max} [V]	2.30	2.30	2.25	2.25	2.25	2.25
T_{pic} [s]	14.9	15.8	13.7	13.7	13.8	13.8

Tableau IV.26 : Variation de la constante de temps T_v de l'élément chauffant 2

La figure (13) représente l'évolution de la tension de sortie du système avec le régulateur PID visualisé par l'oscilloscope lorsque $K_p=20, T_n=9000 T_v=1600$:

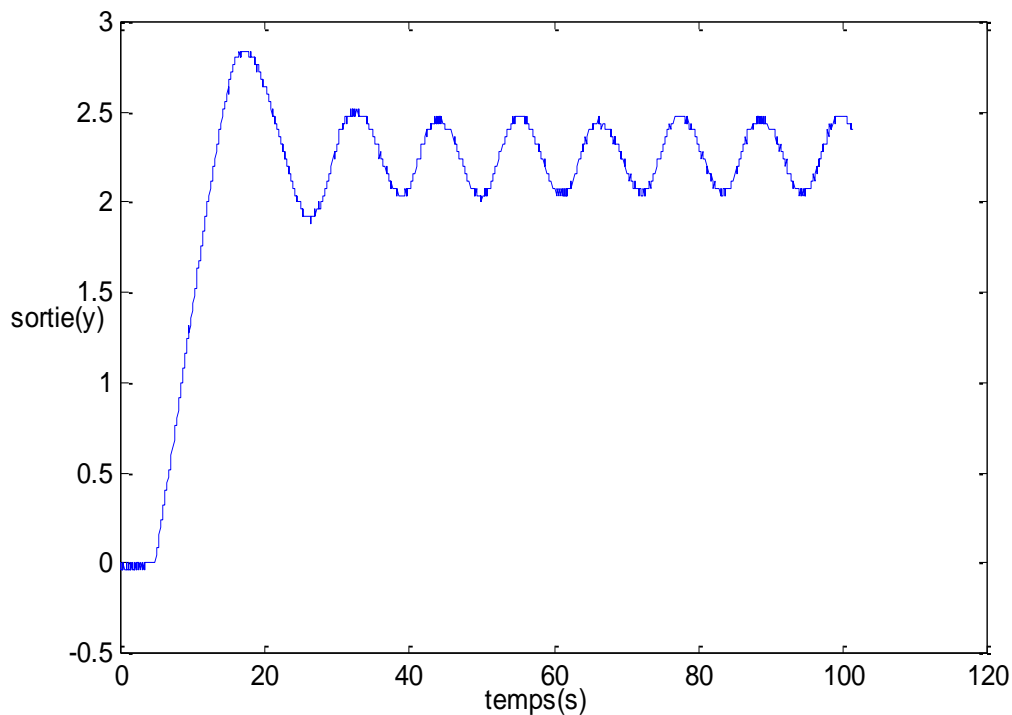


Fig.IV.13 : Signaux de sortie visualisés par l'oscilloscope et par simulation après l'introduction du régulateur PID -élément chauffant-.

Conclusion

Plus la constante de temps de l'action intégrale augmente, le système devient oscillatoire et le temps de réponse est petit, donc le système est rapide.

III.4 influence de T_d

On cherche la valeur de T_v jusqu'à avoir un signal sinusoïdale on devise cette valeur sur trois puis on varie T_v/T_d , on calcul la tension de sortie maximale Y_{\max} et temps de pic T_{pic} :

- Premier élément chauffant

T_v/T_d	2	3	4	5
y_{\max} [V]	1.67	1.53	1.58	1.58
T_{pic} [s]	8.05	8.58	7.40	7.5

Tableau IV.27: Variation de la constante de temps T_v/T_d de l'élément chauffant 1

- deuxième élément chauffant

T_v/T_d	2	3	4	5
Y_{\max} [V]	3.35	3.35	3.36	3.36
T_{pic} [s]	15.6	14.4	14.8	15

Tableau IV.28 : Variation de la constante de temps T_v/T_d de l'élément chauffant 2

On conclu que la constante de temps T_d influence sur le régime permanent.

Conclusion Générale

Le travail présenté dans ce mémoire concerne l'étude pratique des différents types de régulateurs PID pour la commande des systèmes de laboratoire, l'objectif consiste à étudier et illustrer l'influence des paramètres du régulateur sur le comportement d'un système asservi.

Dans le premier chapitre nous avons étudié les généralités et les fonctions de transfert des systèmes de premier et second ordre, en considérant que le retour dans les bouclages un retour unitaire, qui entraîne : la conservation de l'ordre du système, la modification du gain qu'il faudra éventuellement corriger en l'augmentant pour améliorer la précision.

Dans le second chapitre nous avons illustré les méthodes empiriques. Notamment la méthode de Ziegler- Nichols, Cohen- Connet essai par erreur.

Le dernier chapitre a été consacré à la commande par modèle interne, dans un système stable et en absence d'erreur de modalisation, la commande opère en boucle ouverte. Elle est caractérisée essentiellement par construction d'une commande et modification et un de la consigne en fonction de l'écart entre la sortie du procédé son modèle.

Dans la partie pratique on constate que, lorsque on augmente le gain proportionnel, l'erreur statique diminue mais s'annule pas, ce qui sous entend amélioration de la précision ainsi que le temps de réponse.

Concernant le nombre des oscillations, il est inversement proportionnel à la constante de temps d'intégration, l'erreur statique s'annule mais avec un temps de réponse supérieure à ce lui eu avec le gain proportionnel.

Pour la constante de temps de dérivation, en l'augmentent le nombre d'oscillation augment aussi, elle intervient juste au régime transitoire où elle l'accélère.

Bibliographie

- [1] F. BINET « cours asservissement » 2005
- [2] K. Oukili et S. Sekhousokh « implémentation du régulateur et réglage du procédé » thèse de ingénieur 2010-2011 école supérieure de technologie –FES.
- [3] Philippe de Larminat « automatique, commande des systèmes linéaire » HERMES Science publication Paris 1993-1996.2000.
- [4] LITIM Moussa « commande un modèle interne synthèse et application » MAGISTER EN ELECTRONIQUE. Département d'électronique Faculté des Sciences d'ingénieur université BATNA
- [5] R- MANSOURI « cours asservissement, commande par modèle interne » thèse de master II faculté de génie électrique et informatique, 2009
- [6] Sakli Mouadh « régulation industrielle de processus » thèse de ingénieur écoles nationale d'ingénieur Tunisie 2006,2007.
- [7] « Comparison between Z-N and C-C faculty of chemical natural resources engineering, 2006.
- [8] M.Rabi « cours de la régulation » 2010,2011.
- [9] J.Baillou, J.P.Chemla, B. Gasnier, M.Lethiecq « cours des systèmes asservis »
- [10] Morari.M and zafirioi.E « Robust Process Control ». Englewood cliffs. Prentice Hall 1991.
- [11] Mlle KHELFOUNE.W & Mlle MASSOU.N « Commande par modèle interne des systèmes linéaires et continus ». THESE de MASTE II UMMTO 2011.

Résumé

L'asservissement idéal est un système ayant une bonne stabilité, une bonne précision, un régime transitoire qui doit être rapide et bien amortie, donc on ajoute des régulateurs ayant une fonction de transfert telle que sa combinaison avec celle du système assure ces performances.

Ce travail de projet fin d'étude a pour l'objectif le dimensionnement des paramètres des correcteurs avec simulation sous MATLAB, et étude de l'influence de ces paramètres sur les performances de deux systèmes, le premier celui d'une machine à courant continu, le second celui d'un élément chauffant, ce qui signifie la régulation de vitesse et de température, il comprend deux parties essentielles : partie théorique et partie pratique.

Mots clé

Régulateur PID, moteur à courant continu, l'élément chauffant, gain statique, erreur statique, Cohen –Coon, Zigler- Nichols, essai par erreur, commande par modèle interne.