

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
UNIVERSITE MOULOUD MAMMERI DE TIZI-OUZOU



Faculté de Génie de La Construction
Département d'Électromécanique

Mémoire de Fin d'Etudes De MASTER

Domaine : Sciences et Technologies
Filière : électromécanique
Spécialité : **Maintenance industrielle**

Présenté par
KLALACHE Mustapha

Thème

Modélisation d'un Capteur à Courants de Foucault en utilisant Ansys Maxwell

Mémoire soutenu publiquement le 01/10/2023 devant le jury composé de :

Mr. OULD OUALI Samy Hassani	MCB A L' UMMTO	Président
Mr. HOCINI Farid	MCB A L' UMMTO,	Examineur
Mr. NAIT OUSLIMANE Ahmed	MCB A UMMTO,	Encadreur

Mémoire réalisé à : UMMTO TIZI OUZOU, faculté de génie de la construction

Promotion : 2022/2023

Remerciement

Je remercie Dieu de m'avoir fourni la volonté nécessaire pour mener à terme ce modeste travail.

Je tiens à remercier mon promoteur Monsieur NAIT OUSLIMANE Ahmed, doctorant à l'UMMTO pour son aide inestimable et ses orientations qui m'ont été d'un grand soutien. Je salue son humilité et simplicité aux quelles je n'ai pas encore rencontré d'égale.

Mes remerciements vont aussi aux membres du jury qui ont accepté de corriger ce modeste travail.

Dédicace

Je dédie ce modeste travail :

A ma chère Mère et à mon cher Père pour leur chaleur et attachement affectif qui m'avait donné la force morale et le bonheur de me consacrer pour mes études

À mes sœurs et frères

À toute ma famille

À tous mes amis

KLALÉCHE. M

Sommaire

ملخص

المتطلبات المتزايدة لسلامة منتجات الصناعة وضرورة تحسين عمر مكوناتها أدت إلى اعتماد مراقبة الجودة بشكل أكثر صرامة.

تُستخدم حاليًا طرق الفحص غير التدميري (CND) لاكتشاف وتصنيف العيوب في القطع ولتوصيف المواد. هذه التقنيات متنوعة، مثل الأمواج فوق الصوتية، واختبار الاختراق بالصبغة، والتصوير الإشعاعي، واختبار الفوكو، وغيرها. اختيار الطريقة يعتمد على نوع المواد المستخدمة في القطع المراد فحصها ونوع الفحص المطلوب (سواء كان هناك اتصال ممكن مع القطعة أم لا). في الأجهزة الكهرومغناطيسية المستخدمة في الهندسة الكهربائية، يُعتمد عادة على الطرق الكهرومغناطيسية مثل اختبار الفوكو.

تم تنفيذ محاكاة لجهاز كشف عيوب بواسطة تيار الفوكو في بيئة Ansys-Maxwell من أجل كشف التشقق. تمر اللفة على الهدف ويتم جمع الإشارات بناءً على تغيير معاوقة اللفة.

Résumé

Les exigences croissantes en termes de sûreté de fonctionnement des produits industriels, ainsi que la nécessité d'optimiser la durée de vie de leurs composants, ont conduit à l'adoption de contrôles de qualité de plus en plus rigoureux.

Les méthodes du CND sont actuellement utilisées pour la recherche et la classification des défauts dans les pièces d'une part, et la caractérisation des matériaux d'autre part. Les techniques sont diverses (ultrasons, ressuage, radiographie, courant de Foucault...etc.). Chacune d'elles dépend à la fois de la nature des matériaux constituant les pièces à contrôler et du type de contrôle à effectuer (possibilité de contact ou non avec la pièce). Dans les dispositifs électromagnétiques utilisés en électrotechnique, généralement font appel aux méthodes électromagnétiques ; tel que le contrôle par courant de Foucault.

Une simulation d'un dispositif de détection de défauts par courants de Foucault est réalisé sous l'environnement Ansys-Maxwell. Afin de réaliser la détection de la fissure, la bobine balaye la cible et les signaux sont collectés en termes de la variation de l'impédance de la bobine.

Sommaire

Summary

The increasing safety requirements for industrial products and the need to optimize the lifespan of their components have led to the adoption of increasingly stringent quality controls.

Non-destructive testing (NDT) methods are currently used for defect detection and classification in parts, as well as for characterizing materials. These techniques encompass various methods such as ultrasound, dye penetrant testing, radiography, eddy current testing, and more. The choice of method depends on both the materials used in the parts to be inspected and the type of inspection required (whether contact is possible with the part). In electromagnetic devices used in electrical engineering, electromagnetic methods are generally employed, such as eddy current testing.

A simulation of an eddy current defect detection device is carried out using the Ansys-Maxwell environment. To detect the crack, the coil scans the target, and the signals are collected in terms of the coil's impedance variation.

Sommaire

Remerciements	I
Dédicace	II
Résumé.....	III
Sommaire.....	IV
Liste des figures	V
Liste des tableau	VI
Introduction générale.....	1

Chapitre I : Techniques de Contrôle non destructif

I.1 Introduction	3
I.2 Définition de CND.....	4
I.3 Procédure de CND.....	4
I.4 Champ d'application actuel	5
I.5 Différents défauts détectés en CND.....	6
I.5.1 Défauts de surface	6
I.5.2 Défauts internes	6
I.6 Principaux procédés du CND	7
I.6.1 procédés surfaciques	7
I.6.1.1 procédés optiques.....	7
I.6.1.1.1 Examen visuel	7
I.6.1.1.2 Ressuage	8
I.6.1.2 Procédés électromagnétiques.....	9
I.6.1.2.1 Magnétoscopies.....	9
I.6.1.2.2 CND par Courant de Foucault.....	10
I.6.2 Procédés volumiques	15

Sommaire

I.6.2.1 Radiographie.....	15
I.6.2.2 Thermographie	16
I.6.2.3 Ultrasons	17
I.6.2.4 Emission acoustique	19
I.7 conclusion	19

Chapitre II : Les courants de Foucault

II.1 Introduction.....	20
II.2 Les courants de Foucault.....	20
II.3. Définition d'un capteur.....	21
II.4. Paramètre du capteur	21
II.5 Domaines d'utilisation des capteurs	22
II.6 Les Capteurs à courants de Foucault	22
II.6.1 Les magnétorésistances.....	23
II.6.2 Les fluxgates.....	23
II.6.3 Les capteurs à effet Hall.....	24
II.6.4 Les capteurs inductifs.....	24
II.7 Classification des capteurs par courants de Foucault	25
II.7.1 Classification selon la fonction.....	25
II.7.1.1. Capteur à double fonction.....	25
II.7.1.2 Capteur à fonction séparées	25
II.7.2 Classification selon la géométrie.....	26
II.7.2.1 La bobine encerclante:	26
II.7.2.2 sonde ponctuelle (palpeur)	27
II.7.2.3 Bobine plate.....	28
II.7.2.4 Sonde interne	28
II.7.2.5 Sonde interne tournante.....	29

Sommaire

II.7.3 Classification selon le mode de contrôle.....	29
II.7.3.1 Mode de contrôle absolu	29
II.7.3.2 Mode de contrôle compensé	30
II.7.3.3 Mode de contrôle différentiel	30
II.8 Différents modes d'excitation.....	31
II.9 Technique de contrôle par courants pulsés	32
II.10 Gammes de fréquences.....	33
II.11 Domaines d'applications des capteurs à courants de Foucault en CND	34
II.12 Conclusion.....	34

Chapitre III : Phénomènes électromagnétiques et méthodes de résolution

III.1 Introduction	35
III.2 Equations de base de l'électromagnétiques.....	35
III.2.1 Loi d'Ampère	35
III.2.2 Loi de Faraday	36
III.2.3 Loi de Lenz	37
III.2.4 Lois de Maxwell.....	37
III.2.5 Relations constitutives du milieu	38
III.2.5.1 Propriété conductrice (Loi d'Ohm).....	39
III.2.5.2 Propriétés magnétiques	39
III.2.5.3 Propriétés diélectriques.....	39
III.2.6 Conditions aux limites	40
III.2.6.1 Condition type Dirichlet.....	40
III.2.6.2 Condition type Neumann	40
III.2.6.3 Condition mixte	40
III.2.6.4 Condition de périodicité et d'anti-périodicité	41
III.2.7 Relations de passage	41
III.2.7.1 Discontinuité de la composante normale de l'induction électrique.....	41

Sommaire

III.2.7.2 Conservation de la composante tangentielle du champ électrique.....	41
III.2.7.3 Conservation de la composante normale de l'induction magnétique	42
III.2.7.4 Discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique.....	42
III.3 Méthodes de résolution	42
III.3.1 Méthodes analytiques.....	42
III.3.2 Mixtes (semi-analytiques).....	43
III.3.3 Méthodes numériques.....	43
III.3.3.1 Méthode des différences finis (MDF).....	43
III.3.3.2 Méthode des intégrales de frontières (MIF).....	44
III.3.3.3 Méthode des volumes finis (MVF).....	44
III.3.3.4 Méthode des éléments finis (MEF).....	45
III.3.3.4.1 Définition de la méthode des éléments finis.....	45
III.3.3.4.2 Principe de la méthode des éléments finis.....	45
III.3.3.4.3 Les étapes de résolution des (MEF)	45
III.3.3.4.3 Discrétisation du domaine d'étude.....	46
III.3.4 Formulations éléments finis des modèles électromagnétiques :.....	50
III.3.4.1 Méthodes variationnelles	50
III.3.4.2 Formulation résidus pondérés	52
III.3.5 Modèle magnétostatique	53
III.3.4.2 Formulation résidus pondérés	55
III.3.5 Modèle magnétostatique	56
III.3.6 Equation magnétodynamique	59
III.3.7 Avantages et inconvénients de la méthode des éléments finis.....	62
III.4 Les techniques de calcul de l'impédance	62
III.4.1 Impédance à travers l'énergie électromagnétique.....	63
III.4.2 Impédance à travers la théorie des circuits	63
III.4.3 Impédance à travers l'induction ou le flux magnétique	65
III.4 Conclusion.....	67

Sommaire

Chapitre IV : Applications et validation

IV.1 Introduction	68
IV.2 Présentation de logiciel ANSYS-MAXWELL	68
IV.3 Présentation de l'application	69
IV.4 Maillage du domaine :	71
IV.5 Densité des courants induits.....	71
IV.6 Géométrie de domaine d'étude pour les différentes épaisseurs de la fissure en 2D	72
IV.7 La variation de l'impédance en fonction de déplacement du capture pour les différentes épaisseurs.....	73
IV.8 La variation de l'impédance en fonction de déplacement pour les différentes fréquences	74
IV.9 Géométrie de domaine d'étude pour les différentes longueurs de la fissure en 2D	76
IV.10 La variation de l'impédance en fonction de déplacement du capture pour les différentes longueurs de la fissure	77
IV.11 Géométrie de domaine d'étude pour les différentes épaisseurs de défaut interne en 2D.....	78
IV.12 La variation de l'impédance en fonction de déplacement du capture pour les différentes épaisseurs de défaut interne.....	78
IV.13 Conclusion	79
V. Conclusion générale	80
VI. Références Bibliographiques.....	82

Liste des figures

Chapitre IV : Applications et validation

Figure IV.1 : La fenêtre principale du logiciel Maxwell.....	69
Figure IV.2 : géométrie de domaine d'étude en 3D.....	70
Figure IV.3 : maillage du domaine en 2D.....	71
Figure IV.4 : maillage du domaine en 3D.....	71
Figure IV.5 : Densité des courants induits du défaut.	72
Figure IV.6 : Géométrie de domaine d'étude pour les différentes épaisseurs de la fissure en 2D.....	72
Figure IV.7 : Variation de l'impédance en fonction de la position du capteur pour les différentes épaisseur de 0.5mm,1mm,1.5mm,2mm.....	73
Figure IV.8 : Variation de l'impédance pour différentes épaisseurs.....	74
Figure IV.9 : La valeur de l'impédance pour une fréquence de 500Hz,1kHz,25KHz,50kHz.....	75
Figure IV.10 : Variation de l'impédance relative pour différentes fréquences.....	76
Figure IV.11 : Géométrie de domaine d'étude pour les différentes longueurs de la fissure en 2D.....	76
Figure IV.12 : La variation de l'impédance en fonction de déplacement du capture pour les différentes longueurs de la fissure.....	77
Figure IV.13 : Géométrie de domaine d'étude pour les différentes épaisseurs de défaut interne en 2D.....	78
Figure IV.14 : La variation de l'impédance en fonction de déplacement du capture pour les différentes épaisseurs de défaut interne.....	78

Liste des tableaux

Tableau I.1 : Conductivité électrique et perméabilité magnétique théoriques de matériaux à contrôler dans l'industrie.....	14
Tableau II.1: Domaines d'utilisation des capteurs	22
Tableau IV 1 : les caractéristiques physiques et géométriques du système.....	70

Introduction Générale

Introduction Générale

Introduction générale

Dans l'industrie, les exigences de fiabilité, de réduction des coûts et de sécurité deviennent de plus en plus contraignantes. Au niveau de la production, il faut dimensionner les pièces au plus juste tout en garantissant leurs disponibilités et leurs performances. Durant l'exploitation d'un produit industriel, son maintien en état de marche dans de bonnes conditions de sécurité nécessite une bonne connaissance de l'évolution des pièces qui le constitue. Cette connaissance implique en particulier de réaliser des contrôles ne portant pas atteinte à l'intégrité des pièces et en entravant le moins possible la disponibilité du produit. Ceci justifie l'importance croissante que prend le contrôle non destructif (CND).[1]

Le contrôle non-destructif (CND) permet l'évaluation de l'état de santé d'une pièce sans en altérer les propriétés mécaniques. Il s'oppose ainsi aux méthodes dites destructives. Les contrôles sont utilisés dans l'industrie lors des phases de fabrication et de maintenance, pour divers objectifs, tels que la caractérisation de matériaux, la mesure d'épaisseur, les contrôles de serrage, les contrôles à chaud ainsi que la détection et la caractérisation des défauts. Les techniques utilisées en CND sont diverses (ultrasons, examen Visual, magnétoscopie, courants de Foucault, rayons X, radiographie, ressuage...). Le choix d'une méthode dépend d'un grand nombre de facteurs tels que la nature des matériaux constituant les pièces à contrôler, la nature de l'information recherchée (défaut débouchant ou enfoui..), les conditions de mise en œuvre...etc.[2]

Le CND par capteurs à courants de Foucault est bien adapté à la détection de défauts dans les pièces métalliques. Cette technique est basée sur l'analyse des changements de l'impédance globale de la bobine dans les environs du défaut. La configuration du dispositif électromagnétique est constituée par capteur (bobine).[5]

Le contrôle par courants de Foucault (CF) est une méthode à la fois simple à mettre en œuvre (il est très facile de créer des courants de Foucault dans un milieu conducteur à l'aide d'une sonde) et complexe. En effet, pour un contrôle donné, comment créer une "bonne" répartition des CF permettant d'avoir un "signal de défaut" aussi important que possible ? Il est nécessaire avant toute chose d'avoir une connaissance suffisamment complète du phénomène physique. Les CF n'étant pas directement accessibles par la mesure, ils ne peuvent être observés que par l'intermédiaire de mesures sur d'autres grandeurs sur lesquelles ils agissent.[3]

Introduction Générale

La modélisation d'une configuration réelle de CND par CF ne peut généralement pas être obtenue analytiquement et fait appel à des méthodes numériques. Parmi celles-ci, la méthode des éléments finis (MEF) qui permet de prendre en compte des géométries complexes de sondes et de pièces. Elle est encore aujourd'hui la méthode la plus utilisée pour résoudre les systèmes d'équations aux dérivées partielles (EDP) issus de problèmes de modélisation électromagnétique et physique, en particulier en mécanique des matériaux. Cette méthode bénéficie d'un fondement théorique très solide, et de nombreuses techniques sont venues l'améliorer au fil des années. Cependant, sa mise en œuvre reste difficile et coûteuse dans certains cas, notamment dans le domaine de la modélisation de grandes déformations. [2],[4]

La simulation en CND par CF permet de caractériser les capteurs CF et d'en améliorer les performances tout en limitant le nombre de prototypes expérimentaux et donc les coûts de développement. La simulation d'un problème de CND par CF implique une modélisation magnétodynamique. Un modèle magnétodynamique est décrit par les équations de Maxwell en se plaçant dans l'hypothèse d'un régime quasi-statique. [4]

Le manuscrit s'articule autour de quatre chapitres :

- Dans le premier chapitre, on va présenter le principe et les différentes techniques de contrôle non destructif.
- Dans le deuxième chapitre, on donnera quelques notions sur les courants de Foucault et les types des capteurs inductifs
- Dans le troisième chapitre on s'intéressera à la résolution des phénomènes électromagnétiques à l'aide de la méthode des éléments finis.
- Le quatrième chapitre, se porte sur la présentation de l'application effectuée sous le logiciel ANSYS-MAXWELL et les résultats obtenus.

Chapitre I :
Techniques de Contrôle non
Destructif (CND)

I.1 Introduction

Le contrôle non destructif est très répandu en milieu industriel en particulier, l'industrie pétrolière, nucléaire, et automobile, car on vu la gravité des conséquences d'une rupture d'une tige en cours de forage, ou d'un tube de cuvelage ou de production. Le contrôle non destructif (CND) a pour objectif de mettre en évidence les défauts, tout en préservant l'intégrité des produits contrôlés. Cette définition est assez large. Pour être plus précis, le CND concerne exclusivement « la santé de la matière », en effet les techniques du CND sont utilisées en contrôle de qualité pour s'assurer de la qualité d'une production, puis de garantir la tenue en service des pièces et des ensembles fabriqués. Elles sont également très appréciées en maintenance. Elles permettent de vérifier la continuité de la matière, et donc de déceler le manque de matière, les fissures, etc [5]

L'histoire du CND commence à la fin du XIX siècle, avec la physique moderne, mais c'est à partir de la seconde guerre mondiale que les techniques du CND ont pris leur essor dans l'industrie, en particulier dans la métallurgie. Vers les années 1960-1970, le développement des centrales nucléaires et de l'aéronautique a engendré une forte accélération du progrès du CND, et des différentes méthodes ont été mises au point afin de pouvoir remplir les contraintes dues à la nature du défaut recherché, de la pièce à contrôler (rivetée, soudée, laminée, de forme complexe, ...) et des conditions dans lesquelles le contrôle doit être effectué (en cours de fabrication, en recette, en service). Parmi les méthodes les plus utilisées, on peut citer les ultrasons, les méthodes utilisant des rayonnements ionisants (radioscopie) et les méthodes électromagnétiques (magnétoscopie, courants de Foucault...) le choix d'une méthode dépend d'un grand nombre de facteurs tels que la nature des matériaux constituant les pièces à contrôler, la nature de l'information recherchée (défaut débouchant ou enfoui...), les conditions de mise en œuvre. [2]

Cette procédure de contrôle se produit souvent soit en cours de fabrication ou au cours de la vie d'une pièce et doit satisfaire au mieux les critères suivants [20] :

- La reproductibilité : une même pièce contrôlée plusieurs fois doit toujours donner le même résultat.
- La fiabilité : le contrôle doit remplir son cahier de charges, il doit détecter tous les défauts qu'il est censé être capable de détecter.

- La possibilité d'inspection globale et locale : il s'agit de la manière dont l'inspection est réalisée. Soit la technique permet l'inspection de l'ensemble de la pièce à la fois, on parle d'une inspection globale, ou juste d'une partie de celle-ci, ce sera alors une inspection locale.
- La sensibilité : il s'agit du rapport entre la variation de la mesure et la grandeur que l'on veut mesurer. Plus la sensibilité est grande, plus les petites variations de la grandeur mesurée sont détectables, comme par exemple les défauts de faibles dimensions.
- La rapidité d'exécution : il faut que le contrôle soit rapide pour qu'il ne soit pas trop pénalisant au niveau des coûts et qu'il puisse s'intégrer dans un cycle de production.
- Le coût : le contrôle qualité représente sur les pièces complexes un coût non négligeable qui doit être minimisé dans la mesure du possible.
- La résolution : la résolution est la plus petite variation du signal pouvant être détectée, par exemple la dimension du plus petit défaut. Le pouvoir de résolution est fort si cette dimension est petite.

I.2 Définition de CND

Le contrôle non destructif (CND) est l'ensemble des techniques aptes à fournir des informations sur la santé d'une pièce ou d'une structure industrielle sans les endommager, celui-ci correspond à la détection et la caractérisation des différents défauts et imperfection qui menace à la sécurité de fonctionnement des systèmes soumis à des contrainte mécaniques, thermique, ou chimique.[6]

I.3 Procédure de CND

L'opération de contrôle non destructif d'un objet ne se borne généralement pas à la détection d'éventuels défauts. En effet, même si le choix du procédé, de la méthode et du matériel a été effectué au préalable, il faut envisager toute une procédure ayant les objectifs suivants : fiabilité de l'examen, reproductibilité, localisation des défauts, identification, caractérisation de ceux-ci, en particulier par leur taille, classement, présentation visuelle, décision concernant l'affectation de l'objet, enfin archivage des résultats et des conditions d'examen.

Ce sont des opérations d'étalonnage, de calibrage, de balayage de la sonde, de traitement des données qui permettent d'atteindre ces objectifs désormais dans des bonnes conditions, grâce à l'apport intensif de l'informatique en temps réel.

La cible se caractérise par ensemble de paramètres que l'on va chercher à estimer afin de former un diagnostic d'intégrité. La mise en œuvre d'un système CND adéquat va permettre de produire un certain nombre de signaux qui sont fonction des paramètres recherchés. Une étape « d'inversion », plus ou moins compliquée, est bien souvent nécessaire afin de retrouver les paramètres initiaux de la pièce.[1]

I.4 Champ d'application actuel

A l'heure où la qualité est devenue un impératif difficilement contournable, le champ d'application des CND ne cesse de s'étendre au-delà de son domaine d'emploi traditionnel constitué par les industries métallurgiques et les activités où la sécurité est primordiale, telles que le nucléaire et l'aéronautique.

Après le contrôle des biens d'équipements, vient celui des biens de consommation. La nature des défauts que l'on cherche à détecter se diversifie du même coup; on recherche les défauts technologiques ponctuels graves, comme ceux inhérents à la fabrication et à l'utilisation des métaux (fissure de fatigue), mais aussi désormais des défauts d'aspect (taches sur une surface propre) et des corps étrangers nuisibles (éclats de verre dans un emballage alimentaire).[11]

Le champ d'application du CND est très vaste, il englobe :

- ✓ La détection et évaluation de défauts, la détection de fuite.
- ✓ La mesure dimensionnelle.
- ✓ La caractérisation d'une structure ou d'une microstructure.
- ✓ L'estimation des propriétés mécaniques et physiques d'un matériau.
- ✓ La mesure de contrainte, la détermination de la composition chimique d'un matériau.

On peut, par ailleurs, considérer que le contrôle non destructif d'un produit ou d'un objet peut être effectué à trois stades différents de sa vie, conduisant à trois types d'applications se différenciant à la fois par le contexte industriel et par la nature du contrôle lui-même :

- ✓ Le contrôle en cours de fabrication.
- ✓ Le contrôle en recette .
- ✓ Le contrôle en service.

I.5 Différents défauts détectés en CND

Détecter un défaut dans une pièce, c'est physiquement mettre en évidence une hétérogénéité de matière, une variation locale de propriété physique ou chimique préjudiciable au bon emploi de celle-ci. Ça peut être des porosités, criques, rivets, soudures, fissures, délaminages, corrosion, collages, taux de fibre/matrice, décohésion fibre matrice, cotation, forme...

D'habitude, on classe les défauts en deux grandes catégories liées à leur emplacement : les défauts de surface et les défauts internes.[13]

I.5.1 Défauts de surface

Les défauts de surface, accessibles à l'observation directe mais pas toujours visibles à l'œil nu, peuvent se classer en deux catégories distinctes : les défauts ponctuels et les défauts d'aspects. [14]

- **Défauts ponctuels**, ne sont pas visibles à l'œil nu, représentent les défauts les plus nocifs sur le plan technologique puisqu'il s'agit de criques, piqûres, fissures, craquelures, généralement apte à provoquer à terme la rupture de la pièce, en initiant par exemple des fissures de fatigue.

- **Défauts d'aspects**, visibles à l'œil nu, rendent le produit inutilisable (rugosité, sur-épaisseur, taches diverses).

I.5.2 Défauts internes

Ce sont des hétérogénéités de natures, de formes, de dimensions extrêmement variées, localisées dans le volume du corps à contrôler. Dans les industries des métaux, ils s'agissent de criques internes, de porosités, d'inclusions diverses susceptibles d'affecter la santé des pièces moulées, laminées, soudées. Dans d'autres cas, il s'agit simplement de la présence d'un corps étranger au sein d'une enceinte ou d'un produit emballé. Ici, le contrôle visuel est généralement exclu et on utilise donc la radiographie, le sondage ultrasonore, ou encore des techniques mieux adaptées à certains cas comme l'émission acoustique, l'holographe, l'imagerie infrarouge, neutronographie...[13]

I.6 Principaux procédés du CND

La diversité des pièces à inspecter, de leurs géométries, de leurs matériaux et des conditions d'inspection, interdit à une méthode de CND d'être universelle. Un certain nombre de technique existe et chacune présente certains avantages et inconvénients.

Parmi les techniques de contrôle non-destructif existant, nous proposons d'étudier, les techniques de ressuage, examen Visual, la magnétoscopie, la radiographie, la thermographie, les courants de Foucault et l'ultrason.[7]

I.6.1 procédés surfaciques

Les procédés surfaciques se subdivisent en deux procédés distincts, qui sont : « les procédés optiques et les procédés électromagnétiques ».

I.6.1.1 procédés optiques

Ils sont repartis comme suit :

I.6.1.1.1 Examen visuel

Le contrôle visuel est la méthode la plus utilisée, car elle est la plus économique à mettre en œuvre , mais ce contrôle nécessite néanmoins une compétence certaine pour reconnaître la nature des défauts observés .

Il permet, en effet, de découvrir les défauts débouchant (fissure, tapure, crique, arrachement...) ainsi que les dégradations causées par les conditions d'utilisation ou d'environnement (corrosion, bleuissement, fissure de fatigue...).

Lors d'un contrôle visuel, une attention importante devra être apportée à l'intensité de l'éclairage, ainsi qu'à son orientation. Une distinction est faite entre le contrôle visuel direct (éventuellement aidé d'un miroir ou d'une lentille) et le contrôle visuel indirect (avec dispositifs d'aide du type endoscope, fibres optiques couplés à des caméras ou tout autre instrument approprié).[8]

On distingue trois matériels de contrôle visuel : la lampe stylo, un miroir d'inspection et la loupe éclairante. [9]



Figure I.1. Principe de l'Examen Visuel.

❖ **Avantages**

- Souplesse de mise en oeuvre
- Ce type de contrôle beaucoup plus efficace, rapide et fiable.

❖ **Inconvénients**

- Un contrôle suffisant pour la détection des défauts débouchant en surface.
- Définition incomplète des critères.
- Complémentaire à une autre technique.

I.6.1.1.2 Ressuage

Le ressuage est par définition la résurgence d'un liquide (ou d'un gaz) d'une discontinuité dans laquelle il s'était préalablement introduit au cours d'une opération de pénétration. Le principe de base consiste à appliquer un liquide de faible viscosité qui pénètre dans les séparations de matériaux ouverts, telles que les fissures et les vides ouverts à la surface. Ce liquide peut être coloré ou fluorescent et reste après un nettoyage intermédiaire de la surface où il sert d'indicateur.

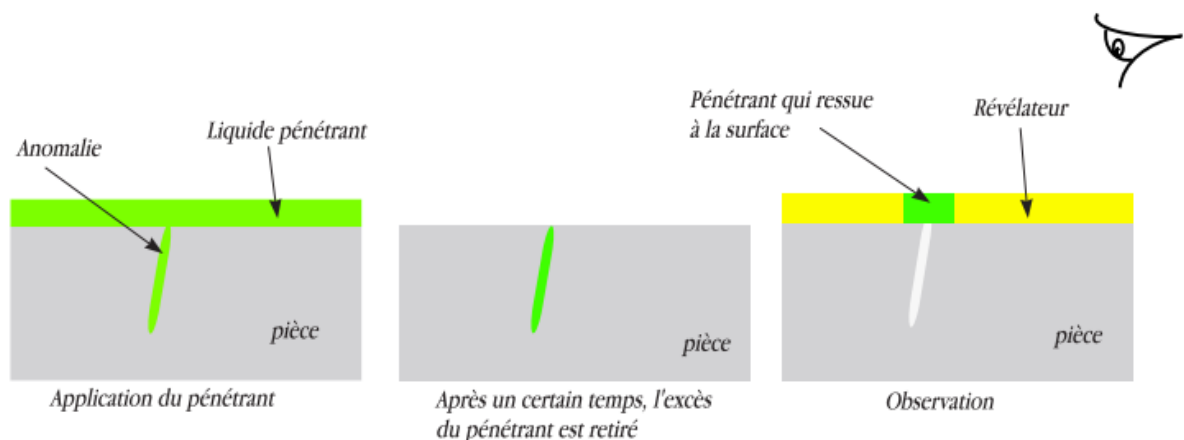


Figure I.2. Principe du ressuage.

❖ Avantage

- Facile à mettre en œuvre manuellement .
- Économique .
- Détection possible de petits défauts susceptibles de générer des fuites.
- Utilisable sur des pièces ferromagnétiques lorsque les problèmes des désaimantations sont critiques ou lorsque les pièces présentent une géométrie trop complexe.

❖ Inconvénients

- Il est nécessaire de faire un décapage et un dégraissage soigné avant l'inspection .
- L'interprétation des résultats est subjective : Il est impossible de déterminer les dimensions exactes des défauts .
- Nécessite l'utilisation de produits non récupérables, voire contaminés après utilisation (ex: centrale nucléaire où cette technique va être complètement abandonnée pour des raisons de normes de dépollution) .
- Danger des solvants toxiques, corrosifs, inflammable.

I.6.1.2 Procédés électromagnétiques

On peut distinguer les méthodes suivantes :

I.6.1.2.1 Magnétoscopies

Cette technique est particulièrement destinée aux pièces ferromagnétiques (fer, fonte...). Elle permet de détecter les défauts superficiels, débouchant en surface ou sous-jacents (très proches de la surface de la pièce). Le principe de cette technique est simple : il consiste à créer un champ magnétique intense à l'intérieur de la pièce. Une poudre magnétique est uniformément répartie par la suite sur la surface de la pièce. Lors de la présence d'un défaut sur son chemin, le champ magnétique est dévié et son intensité augmente en surface. Le champ crée une fuite qui attire les particules de poudre magnétique, signalant ainsi la présence d'un défaut.[4]

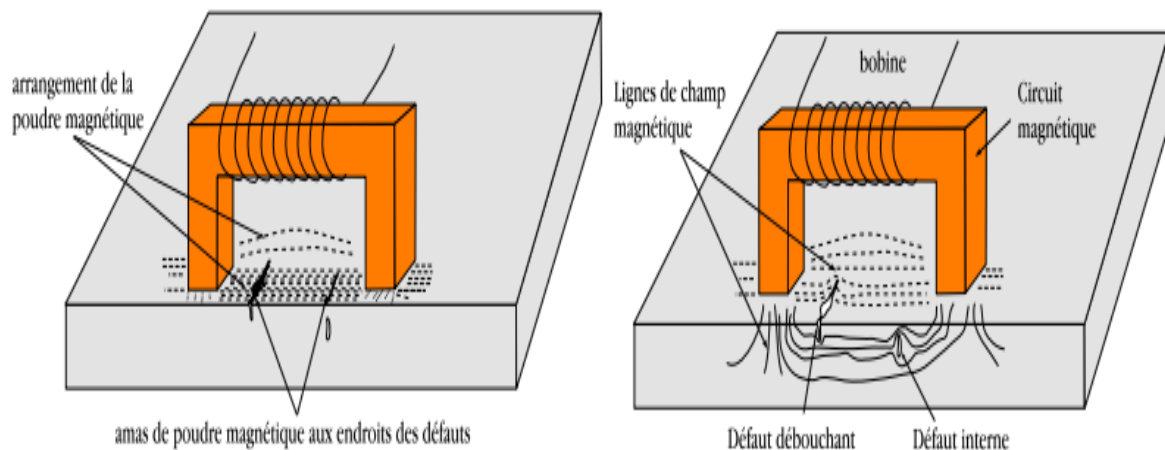


Figure I.3 : Principe du CND par magnétoscopie.

❖ **Avantages**

- la méthode est relativement simple de mise en œuvre .
- permet une localisation précise des défauts de surface ou légèrement sous-jacentes.
- les différentes séquences de la mise en œuvre se prêtent bien à l'automatisation .

❖ **Inconvénient**

- la méthode ne s'applique que sur les matériaux ferromagnétiques .
- la sensibilité est dépendante de l'orientation du défaut par rapport à la direction générale des lignes d'induction .

I.6.1.2.2 CND par Courant de Foucault

Cette méthode s'applique à tous les matériaux conducteurs de l'électricité. Elle consiste à placer une pièce conductrice dans un champ magnétique variable dans le temps. Celle-ci est alors parcourue par des courants induits, appelés "courants de Foucault" (physicien français 1819- 1868) Ainsi, une bobine placée à proximité d'une pièce conductrice et parcourue par un courant variable, alternatif par exemple, génère de tels courants induits dans la pièce. Ces courants créent eux-mêmes un flux magnétique induit qui s'oppose au flux d'excitation, modifiant par là-même la f.é.m de la bobine.

C'est l'analyse de cette variation de f.é.m. qui fournira les informations exploitables pour un contrôle, en effet, le trajet, la répartition et l'intensité des courants de Foucault dépendent des caractéristiques physiques et géométriques du corps considéré, ainsi bien entendu que des conditions d'excitation (paramètres électriques et géométriques du bobinage). On conçoit dès lors qu'un défaut, constituant une discontinuité électrique venant perturber la circulation des courants de Foucault, puisse engendrer une variation de la f.é.m. induite dans la bobine ou de manière équivalente la variation d'impédance (cas harmonique) décelable au niveau de la bobine d'excitation.

Ce principe simple est surtout utilisé pour détecter des défauts superficiels, dans la mesure où les courants de Foucault se développent principalement sur la surface des corps conducteurs (effet de peau). [1]

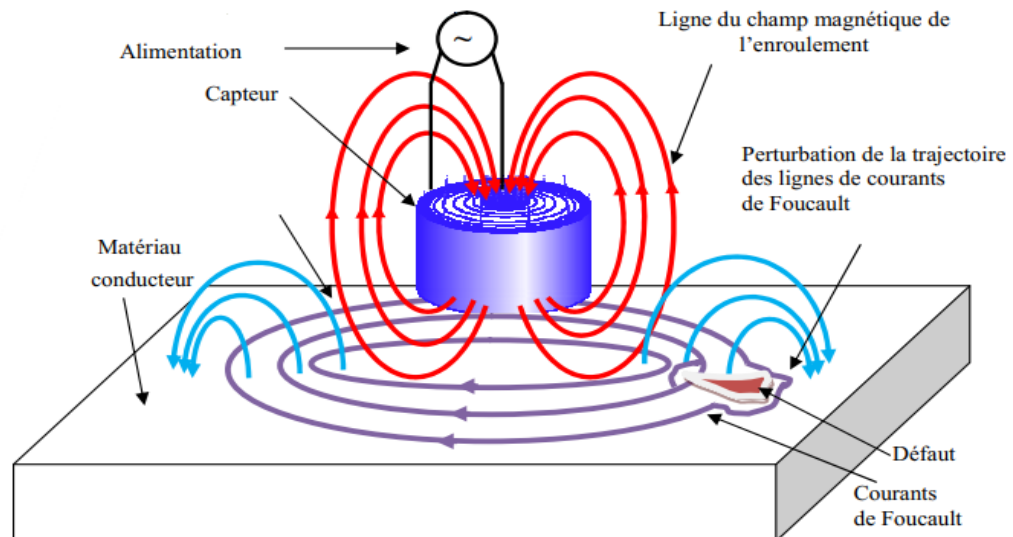


Figure I.4 : principes de la détection par courants de foucault.

❖ Avantages

Le CND par CF :

- Permet la détection des défauts débouchant ou faiblement enfouis (quelques millimètres) dans tout matériau conducteur.
- Ne nécessite pas l'utilisation de produits couplant. Ceci en facilite par conséquent l'utilisation. De même, aucune nuisance ou pollution n'est engendrée ni pour l'utilisateur ni pour l'environnement, contrairement, par exemple au ressuage largement utilisé, qui nécessite l'application de produits chimiques nocifs.

- Transportabilité : le CND par CF ne nécessite pas de dispositif encombrant, et peut donc être effectué à des endroits difficilement accessibles moyennant un équipement portable. De même les contrôles à température élevées sont possibles.

❖ Inconvénients

- La profondeur d'inspection est dépend de la fréquence d'excitation.
- La détection des défauts se fait d'une manière locale.
- Inspection limitée aux matériaux électriquement conducteurs.
- La position du capteur par rapport au spécimen peut influencer l'efficacité de détection des défauts.
- La compétence et la formation sont exigées pour le personnel d'inspection.[17]

❖ Effet de peau

Le concept de profondeur de pénétration est surtout utilisé dans les milieux conducteurs,

notamment dans les métaux qui sont caractérisés par une conductivité électrique σ et une perméabilité magnétique μ diminue avec la profondeur du matériau. Lorsqu'ils sont soumis à un champ magnétique variable dans le temps.

Le champ électromagnétique est alors concentré dans une couche mince en surface d'épaisseur δ et il décroît d'une manière exponentielle suivant la profondeur de la pièce, et on parle d'effet de peau .

Cette décroissance est caractérisée par la profondeur de peau conventionnelle δ et donnée

par :

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{\pi \cdot f \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \sigma}} \quad (I.1)$$

Où :

f : est la fréquence Hz.

μ_r : est la perméabilité magnétique relative du matériau .

μ_0 : est la perméabilité magnétique du vide $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} H / M$

σ : est la conductivité électrique du matériau $(\Omega m)^{-1}$

La profondeur de pénétration dépend donc de la fréquence du champ variable et de la nature du matériau. En effet, celle-ci est inversement proportionnelle à la fréquence et les propriétés du matériau.

Si on considère une pièce plane d'épaisseur infinie, excitée par un courant extérieur de fréquence f parallèle au plan, 63% des courants circulent dans l'épaisseur de peau. le module de la densité de courant dans la pièce est :

$$J(z) = J_s e^{-\frac{z}{\delta}} \tag{I.2}$$

Z : la profondeur considérée à l'intérieur de la pièce, $J(z)$ le module de la densité de courant à la profondeur z et J_s le module de la densité de courant à la surface de la pièce ($z=0$). [19]

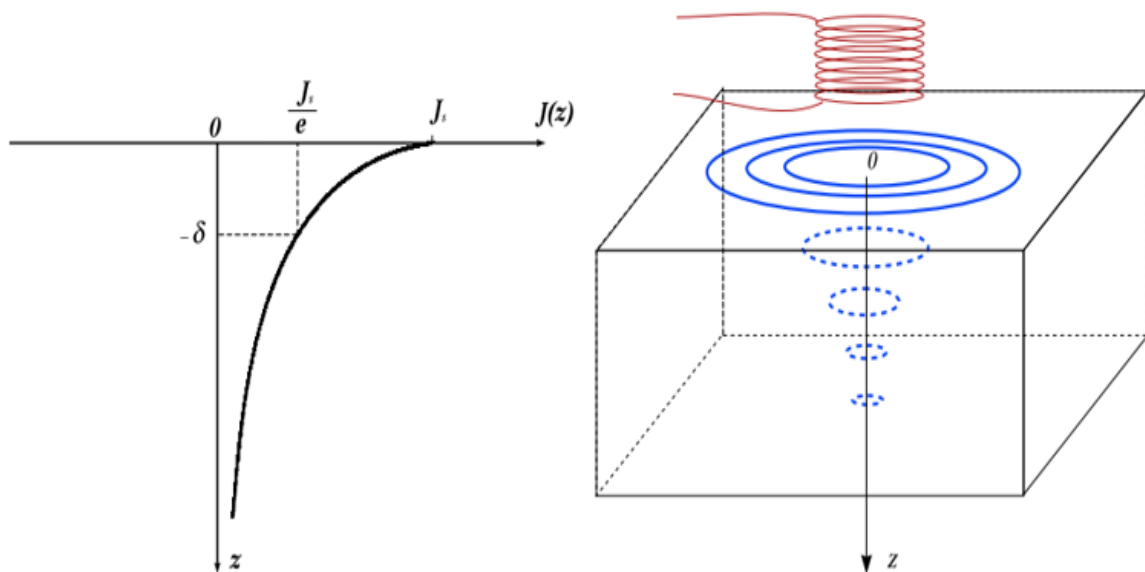


Figure I.5 : Répartition des courants de Foucault dans une pièce en fonction de la profondeur z .

Dans le tableau ci- dessous, les valeurs théoriques de la conductivité σ et de la perméabilité μ_r de certains matériaux sont données. La figure I.5 montre l'évolution de la profondeur de peau en fonction de la fréquence pour les matériaux cités ci-dessus. On peut remarquer qu'aux basses fréquences l'épaisseur de peau est plus élevée, et dans le cas

ferromagnétique (le nickel et le fer), elle est beaucoup plus faible que dans les cas non magnétiques à cause des valeurs élevées de μ_r . Nous pouvons déjà en conclure que pour pouvoir détecter des défauts enfouis dans un matériau ferromagnétique, les fréquences à utiliser doivent être de l'ordre de quelques centaines de Hz.

Pour les matériaux ferromagnétiques, la perméabilité magnétique est un paramètre difficile à estimer, qui nécessite de mesures expérimentales effectuées sur l'échantillon que l'on souhaite caractériser.

La plage générale d'utilisation des CF se situe entre 10 Hz et 10 MHz. En effet, pour une fréquence trop basse, l'amplitude des CF sera faible. Une fréquence trop élevée fait apparaître des phénomènes capacitifs parasites engendrés par les capacités inter-spices de la sonde. Celles-ci provoquent des résonances et tendent à court-circuiter le circuit inductif [13]

Matériaux	$\sigma [MSm^{-1}]$	μ_r
Alliage Titane	0.74	1
Inconel600	1.02	1.009
Acier inoxydable304L	1.39	1.04
Alliage Aluminium	18	1
Aluminium	35.4	1
Nickel	14.3	110
Fer	10	10000

Tableau I.1 : Conductivité électrique et perméabilité magnétique théoriques de matériaux à contrôler dans l'industrie.

I.6.2 Procédés volumiques

Ils sont repartis de la manière suivante :

I.6.2.1 Radiographie

La radiographie industrielle est comparable à la radiographie médicale : elle consiste à faire traverser par un rayonnement électromagnétique de très courte longueur d'onde, comme les rayons X ou les rayons γ , la matière à inspecter. Lors de leur passage à l'intérieur de la pièce, les photons voient leur énergie absorbée totalement ou partiellement par la matière, selon sa densité. Un film placé derrière la pièce est irradié par les photons qui ont encore suffisamment d'énergie. Il récupère ainsi le radiogramme, où les zones avec des défauts sont représentées par une variation de la densité optique.[5]

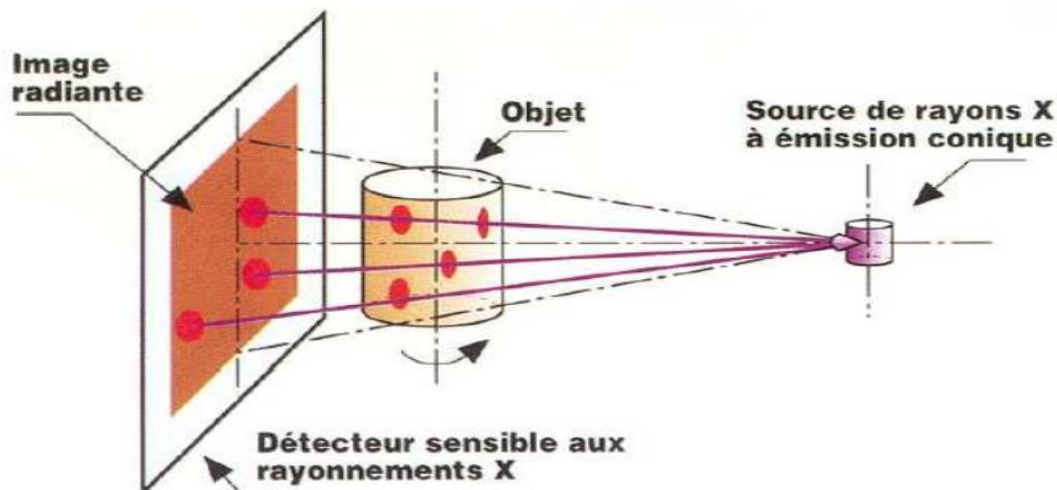


Figure I.5 : contrôle par radiographie.

❖ Avantages

- Fournir une image constituant directement un document archivable contrôle montrant l'absence présumée ou la présence d'un défaut dont on peut éventuellement apprécier la nature et la taille.
- Contrôle des objets de forme compliquée.
- De garantir, dans une certaine mesure, la fiabilité de l'examen et le respect de Procédures.

❖ **Inconvénients**

- La nécessité de mettre en œuvre des dispositifs et procédures de protection du personnel
- Le risque de ne pas détecter les fissures se présentant selon l'axe du faisceau.
- La faible productivité alliée à un coût élevé lorsqu'il s'agit de faire de multiples Examens systématiques avec films.[2]

I.6.2.2 Thermographie

La thermographie repose sur l'étude de la diffusion de la chaleur dans la cible à contrôler. Une quantité de chaleur est une quantité d'énergie stockée dans la matière et la température en est un indicateur mesurable. La thermographie consiste en l'interprétation des cartes thermiques (thermo grammes) des surfaces observées.

Une distinction est faite entre la thermographie passive qui résulte de la simple observation des gradients thermiques sur une pièce, et la thermographie active lorsqu'une perturbation thermique a été volontairement générée pour le contrôle (par une source laser par exemple).

Les discontinuités dans la pièce se traduisent par des différences de température sur l'image. L'acquisition des images thermiques s'obtient alors à l'aide d'une caméra thermique.[11]

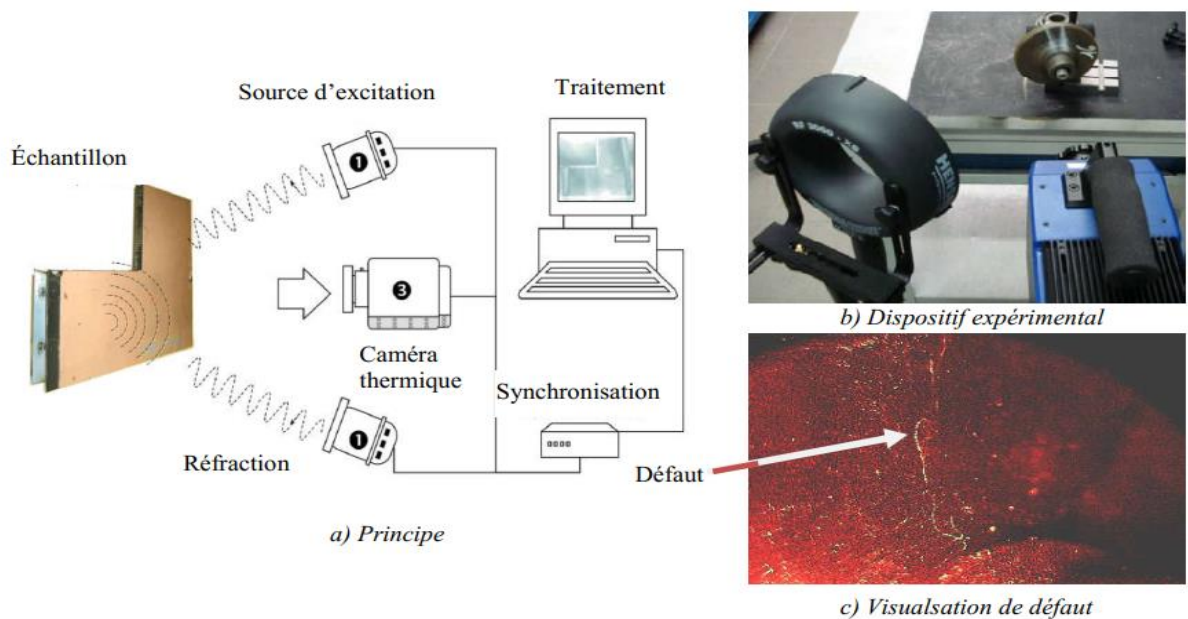


Figure I.6 : CND par thermographie.

❖ Avantages

- Méthode relativement rapide.
- Mesure sans contact.
- Toute l'épaisseur de la pièce est généralement contrôlée ;
- La précision ; grâce à l'image vous savez exactement à quel endroit porter votre Attention.
- La sensibilité à la détection des défauts de faibles dimensions ;
- Mesure en temps réel ;
- Prédiction des défauts, car les gros échauffements sont signes de défaillances Annoncées.
- La possibilité d'archivage des résultats par la caméra infrarouge.

❖ Inconvénients

- Nécessite un opérateur compétant et formé ;
- Perturbation des mesures par l'environnement ;
- Des difficultés de localisation de la profondeur des défauts ;
- Nécessite du matériel spécifique et onéreux ;
- Difficulté d'interprétation des résultats.

I.6.2.3 Ultrasons

La technique des ultrasons (us) repose sur la propagation dans la pièce à contrôler d'une onde ultrasonore générée à l'aide d'un transducteur émetteur. Un transducteur récepteur reçoit les ondes réfléchies avec un certain retard dû à la propagation des ondes à travers la pièce.

Connaissant la vitesse de propagation sonore dans le matériau, il est alors possible de distinguer l'écho correspondant au fond de la pièce, d'un éventuel écho correspondant à un défaut situé à l'intérieur de la pièce.[15]

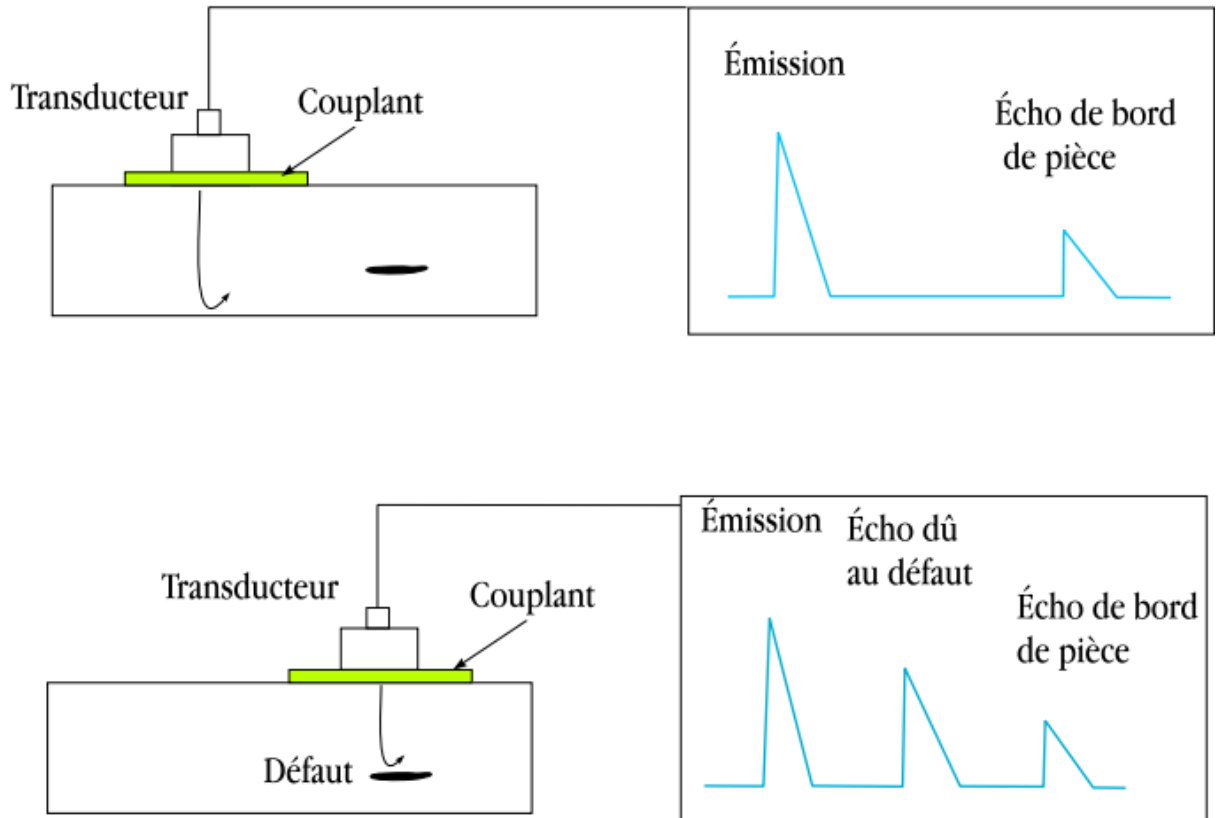


Figure 1.7 : Principe des ultrasons.

❖ Avantages

- Ne nécessite qu'une seule face d'accès.
- Aucun danger lié à l'utilisation de source radioactive et des rayonnements ionisants.
- Plus grande sensibilité de contrôle sur les pièces de forte épaisseur.
- Résultat du contrôle en temps réel.
- Contrôle plus rapide pour des épaisseurs importantes.
- Meilleure sensibilité de contrôle pour les défauts filiformes (fissures, tapures, criques) d'orientation aléatoire.

❖ inconvénients

- Certains matériaux métalliques sont difficilement contrôlables (matériaux à gros grains).
- Contrôle plus lent pour les faibles épaisseurs.
- Plus faible sensibilité à la détection de porosités. [16]

I.6.2.4 Emission acoustique

L'émission acoustique est un phénomène de libération d'énergie sous forme d'ondes élastiques transitoires au sein d'un matériau soumis à une sollicitation. Autrement dit, l'émission acoustique est analogue à l'activité sismique enregistrée sur la terre. La détection et l'analyse des signaux acoustiques permettent d'obtenir des informations sur la présence de défauts.[13]

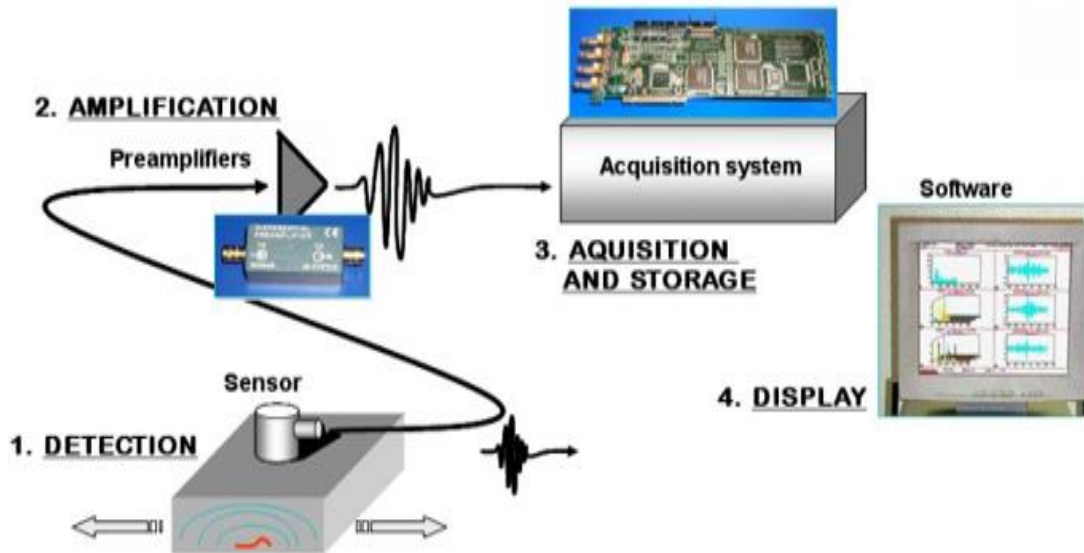


Figure I.8 : L'émission acoustique.

I.7 conclusion

Dans ce chapitre nous avons rappelé brièvement la définition et le but du contrôle non destructif, les différents types de défauts détectés en CND, le principe de détection d'un éventuel défaut et les bases physiques qui gouvernent les procédés de contrôle. Nous avons ensuite décrit les principes des principales techniques de contrôle non destructif les plus utilisées dans le secteur industriel à savoir : l'examen visuel, le ressuage, les ultrasons, la radiographie, la thermographie, le contrôle par magnétoscopie, la technique des courants de Foucault et l'émission acoustique. Pour chaque technique d'inspection nous avons évoqué les avantages et les inconvénients.

Comme la plus part des matériaux utilise en électrotechnique soit de type conducteur électrique au magnétique, Le CND par courants de Foucault s'adapte bien pour ces types de matériaux, nous avons jugés utile de lui consacré le chapitre suivant.

Chapitre II :
Les courants de
Foucault

II.1 Introduction

Dans le secteur industriel. Les capteurs à courants de Foucault sont utilisés depuis plus d'un siècle pour le contrôle des pièces conductrices notamment métalliques. De nos jours, la théorie des capteurs à courants de Foucault est déjà largement développée. Ils trouvent leurs applications dans divers domaines industriels qui vont de la mesure des propriétés de la matière. Des mesures dimensionnelles jusqu'à la détection de défaut dans les pièces mécaniques. Dans ce chapitre, on donnera quelques notions sur les courants de Foucault et le principe des capteurs inductifs. Ensuite on passera en revue sur les différents types de capteurs à courants de Foucault, les différents formes géométriques des circuits magnétiques, les modes d'excitations et on terminera par les principaux paramètres influents l'inspection.[1]

II.2 Les courants de foucault

Les courants de Foucault sont des courants électriques créés dans une région conductrice, soit par un déplacement de cette région dans un champ magnétique, soit par un champ magnétique variable dans le temps. Ces courants créent un champ magnétique qui s'oppose à la cause de la variation du champ extérieur à la région. À fréquence élevée, les courants de Foucault se localisent surtout en surface des régions conductrices. Ce phénomène est appelé effet de peau.

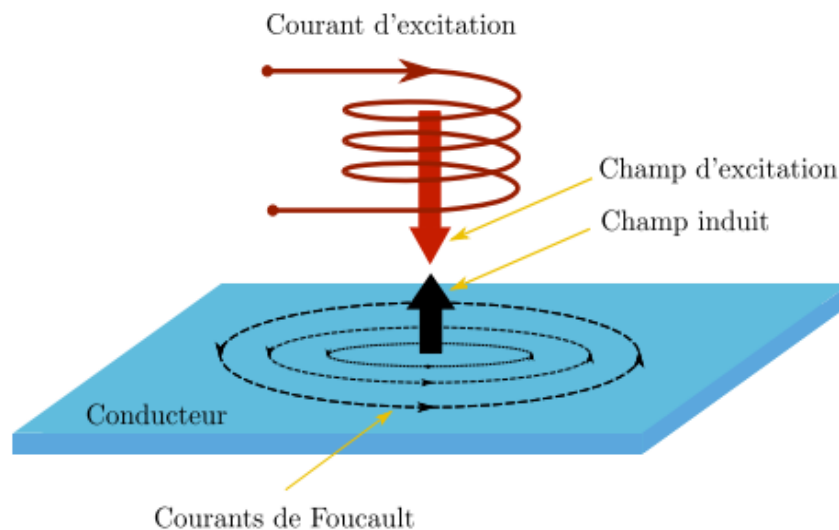


Figure II.1 : Courants de Foucault.

Les courants de Foucault apparaissent dans divers systèmes électriques et causent des pertes Joules (dites pertes par courants de Foucault). Dans la plupart des cas comme dans les moteurs, les transformateurs ou les actionneurs, il est souhaitable de diminuer ces courants pour augmenter le rendement des équipements. Dans d'autres cas, les courants de Foucault jouent un rôle central pour le fonctionnement souhaité dans les systèmes de freinage et de chauffage par induction ou de contrôle

non-destructif. Quelle que soit leur origine, leur détermination est un problème important dans le domaine de l'ingénierie. Leur évaluation est souvent complexe et le développement d'outils de modélisation 3D est un enjeu majeur pour le génie électrique. Cette thèse vise à apporter une contribution à cette problématique.[18]

II.3. Définition d'un capteur

Un capteur est un organe de prélèvement d'information qui élabore à partir d'une grandeur physique (information entrante) une autre grandeur physique de nature différente (la plus part du temps, électrique). Cette grandeur, représentative de la grandeur prélevée, est utilisable à des fins de mesure ou de commande.[1]

II.4. Paramètre du capteur

Comme beaucoup de composants ou ensembles électroniques, il existe un certain nombre de paramètres électriques communs à tous les capteurs. Ils caractérisent les performances et donc leurs utilisations dans un environnement donné.[14]

- **Précision :**

La précision d'un capteur est caractérisée par l'incertitude absolue obtenue sur la grandeur électrique obtenue à la sortie du capteur. Elle s'exprime en fonction de la grandeur physique mesurée.

- **Sensibilité :**

Ce paramètre caractérise l'aptitude du capteur à détecter la plus petite variation de la grandeur à mesurer.

- **Etendue de mesure :**

Cette caractéristique donne la plage de fonctionnement du capteur pour la grandeur à mesurer.

- **Linéarité**

Un capteur est dit linéaire s'il représente la même sensibilité sur toute l'étendue de sa plage d'emploi.

- **Fidélité**

Un capteur est dit fidèle si le signal qu'il délivre ne varie pas pour une série de mesures concernant la même valeur de la grandeur d'entrée.

II.5 Domaines d'utilisation des capteurs

MECANIQUE	ELECTRIQUE	CLIMATIQUE	DIVERS
Indication de présence	tension	Température	rayonnement
déplacement linéaire	courant	Humidité	luminosité
déplacement angulaire	puissance	Vent	niveau acoustique
vitesse	fréquence	Pluviométrie	célérité acoustique
accélération	champ électrique	ensoleillement	champ magnétique
force	charge	durée d'insolation	débit
pression	/	durée de pluie	couleur
couple	/	/	salinité

Tableau II.1: Domaines d'utilisation des capteurs [1]

II.6 Les Capteurs à courants de Foucault

La technique du contrôle non destructif par courants de Foucault nécessite la mise en place d'un système permettant l'émission et la réception d'un champ magnétique alternatif. Ces deux fonctions peuvent être réalisées par un seul élément ou par deux éléments distincts. Les capteurs magnétiques transforment les variations du champ magnétique en une variation de tension mesurable. Nous pouvons classer les capteurs permettant de mesurer un champ magnétique variable en deux grandes familles : [21]

- les capteurs inductifs. Historiquement les premiers éléments sensibles au champ connus, ils sont des bobines qui transforment le champ magnétique qui les traverse en tension. Elles peuvent être utilisées en émission et en réception.

- les capteurs magnétiques. La variation de l'impédance ou de la résistance de ces capteurs est proportionnelle au champ magnétique dans lequel ils sont plongés. L'émission du champ magnétique alternatif doit être réalisée par un autre élément.

II.6.1 Les magnétorésistances

La magnétorésistance (MR) est la propriété liée à certains matériaux de voir leur résistance varier en présence d'un champ magnétique. Tous les conducteurs présentent un effet magnétorésistif qui est typiquement trop faible pour pouvoir les employer comme capteur de champ. Toutefois, on peut trouver des matériaux magnétiques qui présentent un effet magnétorésistif suffisant, appelés magnétorésistances anisotropes (AMR), et qui sont utilisés pour réaliser des capteurs. Ainsi, les avancées récentes des technologies et matériaux permettent de réaliser des dispositifs composés de couches minces dotées d'un fort effet magnétorésistif, telles que les magnétorésistances géantes (GMR) et tunnel (TMR). [21]

II.6.2 Les fluxgates

Les fluxgates ont été initialement développés pour la fabrication de compas des systèmes de navigation. Ils sont composés d'un noyau ferromagnétique et au minimum de deux bobinages. L'idée à la base est d'exploiter la saturation du cycle d'hystérésis du noyau ferromagnétique.

Le premier bobinage est appelé bobinage d'excitation, en bleu dans la figure II.2, et le second est appelé bobinage de mesure, en rouge dans la figure II.2. Nous allons brièvement présenter le principe de fonctionnement de ces capteurs avec un exemple d'une configuration simplifiée. La bobine d'excitation est alimentée par un courant de forme triangulaire, présenté dans la figure II.2, généralement de basse fréquence, entre 50 et 1000Hz. Ce courant crée un champ magnétique H qui sature périodiquement le noyau ferromagnétique. Lorsque le noyau est saturé, la variation de l'aimantation M à l'intérieur du noyau est nulle, et donc la bobine de mesure présente une tension nulle à ses bornes. Lorsque le noyau n'est pas saturé, la bobine de mesure présente une valeur constante à ses bornes, correspondant à la dérivée des variations de l'aimantation. La tension mesurée aux bornes de la bobine de mesure a donc une forme d'onde caractérisée par des impulsions. En l'absence d'un champ magnétique extérieur, la tension V mesurée est parfaitement symétrique par rapport à l'origine de temps, comme montré dans la figure II.2 par le signal noir. En présence d'un champ magnétique extérieur, la saturation du noyau est plus vite atteinte pour une demi-période que pour l'autre, ce qui engendre un décalage temporel dans la tension mesurée par la bobine. [21]

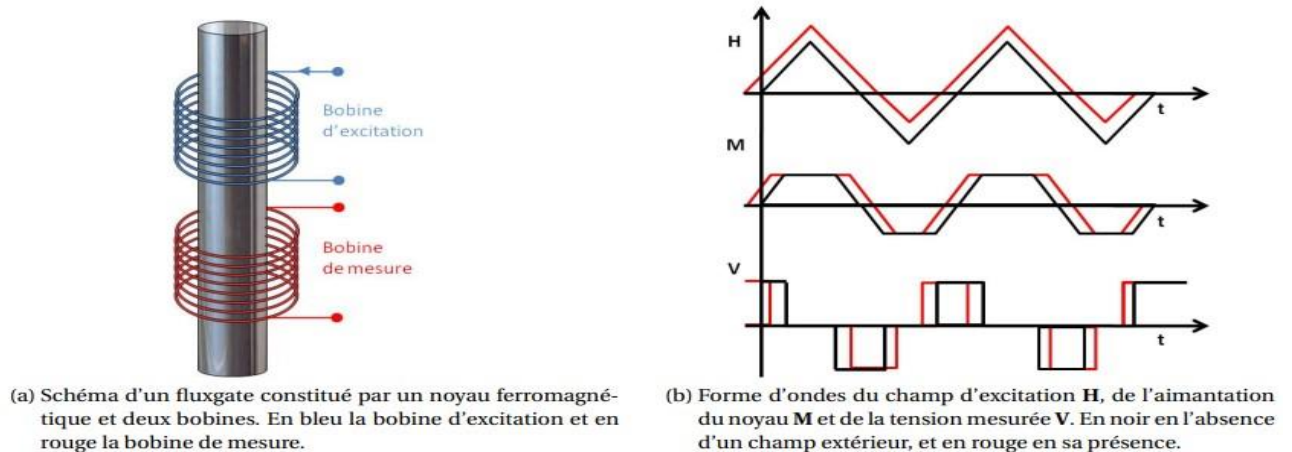


Figure II.2 : Principe de fonctionnement d'un fluxgate.

II.6.3 Les capteurs à effet Hall

Dans un dispositif à effet Hall, une tension proportionnelle au champ magnétique est produite sur un conducteur ou semi-conducteur sous tension. Les capteurs à effet Hall sont peu coûteux et se combinent facilement sur puce avec des circuits intégrés.

Cependant, les périphériques Hall, ont généralement une sensibilité bien inférieure à celle des périphériques MR et sont remplacés par ceux-ci. Les capteurs à effet Hall mesurent la composante du champ magnétique perpendiculairement au plan du dispositif, par opposition à la sensibilité dans le plan des dispositifs à résonance magnétique. Dans certains cas, cette géométrie est préférable. Les capteurs à effet Hall ont été utilisés avec succès dans les applications de contrôle non destructif. Leur principal inconvénient est leur sensibilité limitée. [10]

II.6.4 Les capteurs inductifs

Les capteurs plus couramment utilisés en contrôle non destructif sont les bobines « filaires ». Leur conception est la plus simple à réaliser et la moins coûteuse, caractéristiques qui les rendent très intéressantes pour des applications industrielles. Ils sont constitués d'un fil de cuivre enroulé autour d'un noyau qui peut être composé d'air ou de ferrite. L'intérêt de la ferrite est sa faculté à canaliser le champ et l'amplifier, des exemples de capteur inductif sont présentés. Le volume de ces capteurs varie selon l'application demandée.

Le fonctionnement de ces capteurs est basé sur le phénomène d'induction électromagnétique : une force électromotrice e est induite dans un circuit fermé soumis à un flux magnétique.[21]

II.7 Classification des capteurs par courants de Foucault

La classification des capteurs est basée sur différents critères, leur configuration diffère selon leurs fonctions, leurs géométries et leurs modes de contrôle.

II.7.1 Classification selon la fonction

Principalement, tous les capteurs assurent les deux fonctions suivantes : la fonction d'alimentation et celle de mesure.

Si ces fonctions sont assurées par un seul enroulement, on parle alors de capteurs à double fonction, sinon on parle de capteur à fonction séparée.

II.7.1.1. Capteur à double fonction

Ce type de capteurs est très utilisé dans les applications type courant de Foucault sinusoïdaux. C'est un capteur dans lequel les fonctions d'excitation et de réception sont assurées par la ou les mêmes bobines. L'exploitation se fait par la mesure de l'impédance équivalente de la bobine dans son environnement. Ce type de capteurs favorise la détection de grandeurs à évolution lente telles que l'épaisseur de revêtement et de conductivité (Figure II.3) [14]

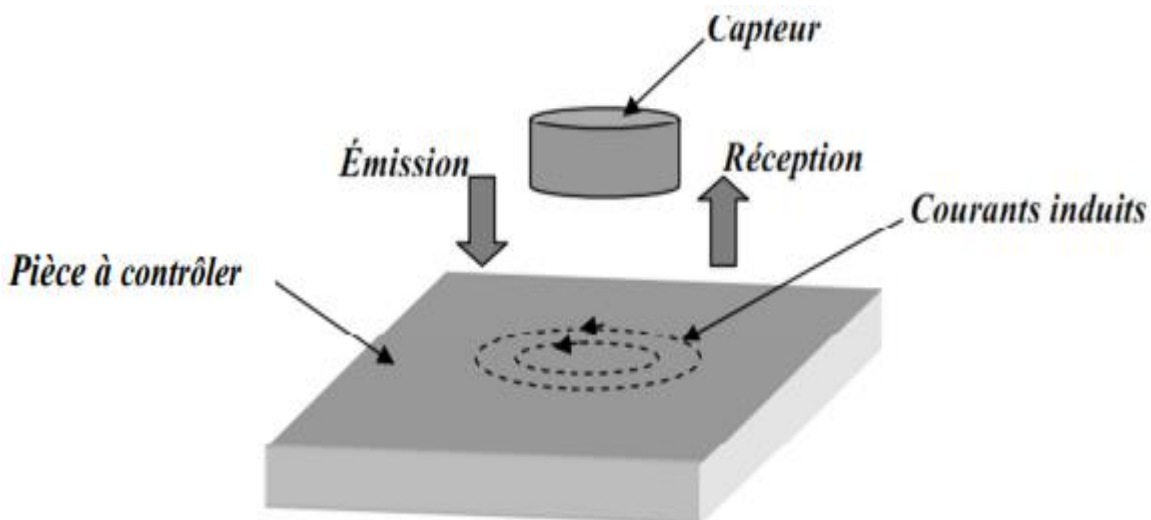


Figure II.3 : Capteur à double fonction.

II.7.1.2 Capteur à fonction séparées

Connu aussi sous le nom de systèmes à bobinage double, dans lequel les fonctions d'excitation et de réception sont assurées par des enroulements distincts. A l'inverse du premier, il est constitué de 2 bobines, une pour créer le flux, l'autre pour recueillir les variations de couplage liées

aux modifications dues au matériau, c'est-à-dire qu'elle servira uniquement pour la mesure ; on parle alors de mesure par trans-impédance,

Ces bobinages sont moulés dans un même boîtier pour éviter toute modification fortuite de leur mutuelle induction. Ce montage est très utilisé pour les contrôles à basses fréquences ($f < 1000$ Hz) pour le contrôle de matériaux magnétiques (élimination de l'effet de variations de température).

[11]

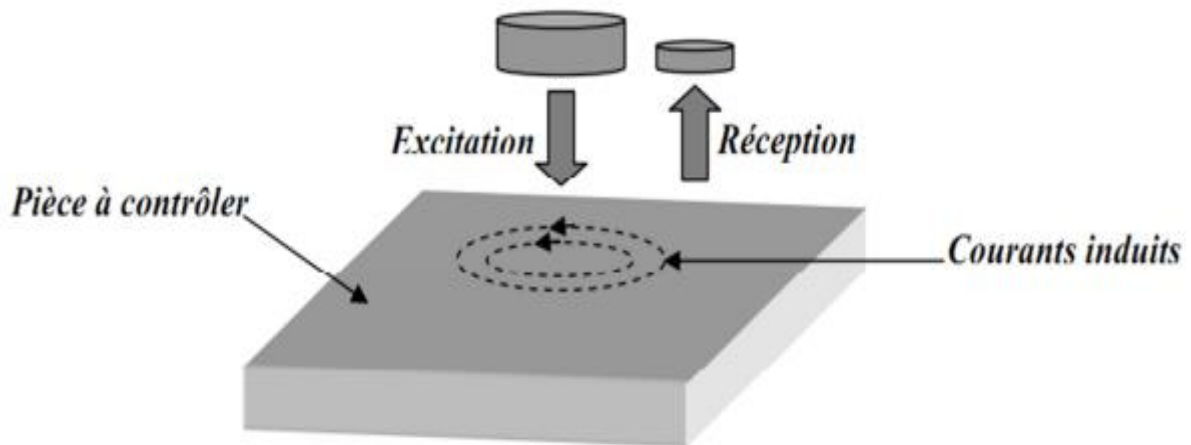


Figure II.4 : Capteur à fonction séparée.

II.7.2 Classification selon la géométrie

Du point de vue fonctionnel, le classement des capteurs est basé sur la géométrie du capteur et le type de produit à contrôler, on peut citer :

II.7.2.1 La bobine encerclante:

C'est un capteur dont les enroulements de mesure entourent le produit à examiner. Elle analyse un anneau de la pièce ayant une largeur égale à la largeur active de la bobine. La bobine encerclante exige que la pièce remplit bien le volume intérieur du capteur, donc des sections droites

de pièce et de bobine voisines.[1]

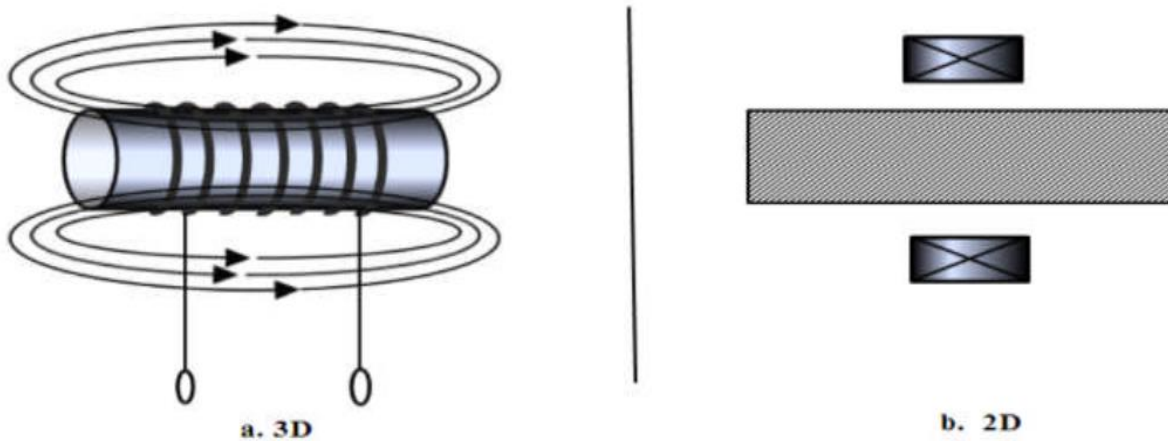


Figure II.5 : Bobine encerclant.

II.7.2.2 sonde ponctuelle (palpeur)

Ses enroulements forment une petite bobine qui peut être placée sur, ou près, de la surface de la pièce. Il est destiné au contrôle local d'un produit à partir de sa surface, sur laquelle il peut se déplacer avec deux degrés de liberté. Il analyse une zone essentiellement égale à l'aire de sa section transversale. Dans le cas de l'examen d'une surface importante, il nécessite un balayage méthodique de la pièce.

Les palpeurs peuvent être du type à air ou avoir des noyaux magnétiques dans le but d'augmenter l'induction B créée par la bobine excitatrice, (Figure II.6)

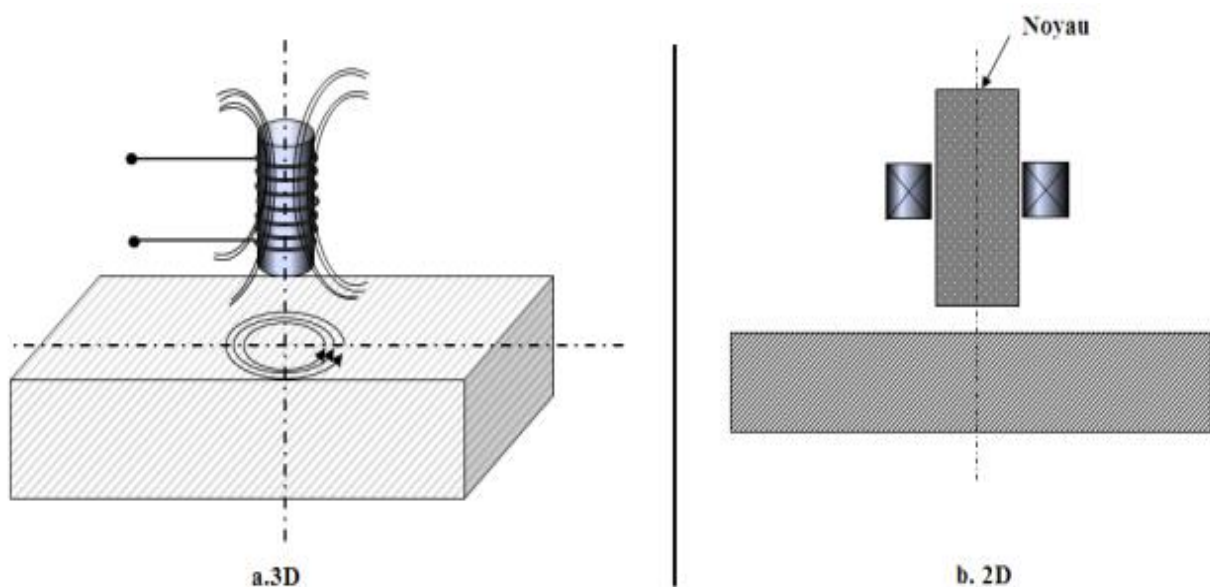


Figure II.6 : Sonde ponctuelle.

L'usage des palpeurs, peu répandu autrefois, tend à se généraliser en raison des exigences d'une précision accrue dans les contrôles.[16]

II.7.2.3 Bobine plate

De la même que la bobine ponctuelle, ce capteur opère sur les surfaces des pièces. Vue sa géométrie, sa zone d'action est plus large, (Figure II.7).[14]

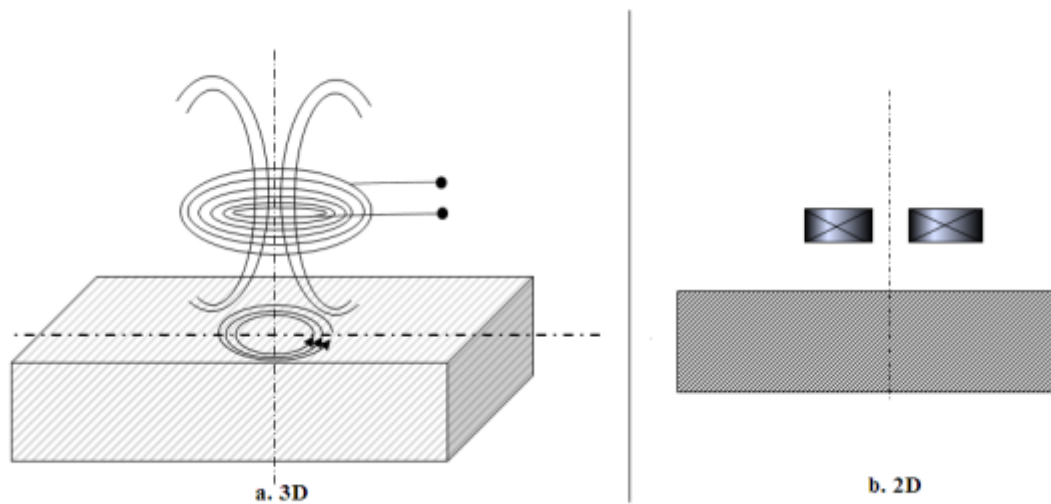


Figure II.7 : Bobine plate.

II.7.2.4 Sonde interne

C'est un capteur qui est destiné à l'examen d'un produit creux par l'intérieur, dont les enroulements de mesure entourent l'axe de translation. Ils opèrent soit avec ou sans noyau

(Figure II.8). [22]

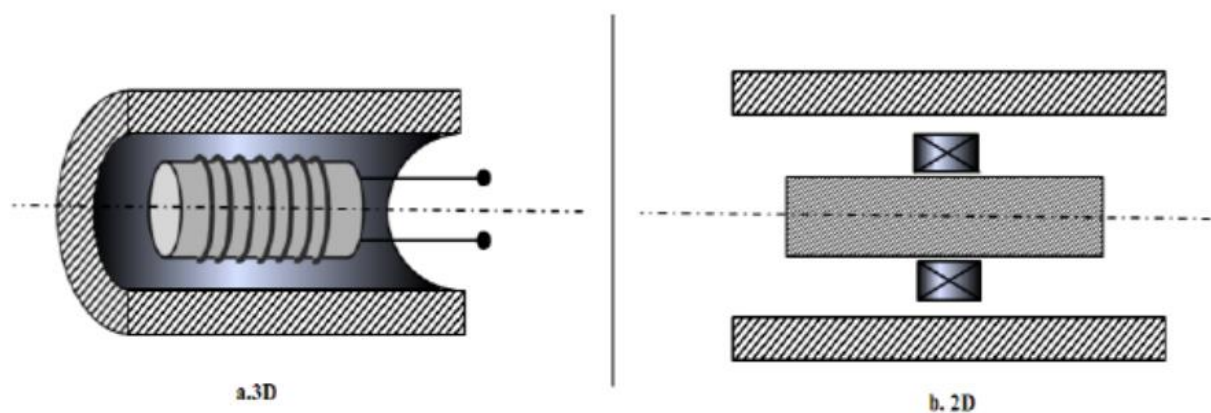


Figure II.8 : Bobine interne glissante avec noyau.

II.7.2.5 Sonde interne tournante

Dans ce cas, le capteur tourne autour de l'axe de translation. Il en résulte alors un champ magnétique perpendiculaire à l'axe du tube. Ce capteur permet de localiser le défaut avec précision sur la surface interne du tube. On parle des sondes donc on parle de bobines avec des différentes types aussi appelées les capteurs dont en rencontre les sondes interne tournante, (Figure II.9)

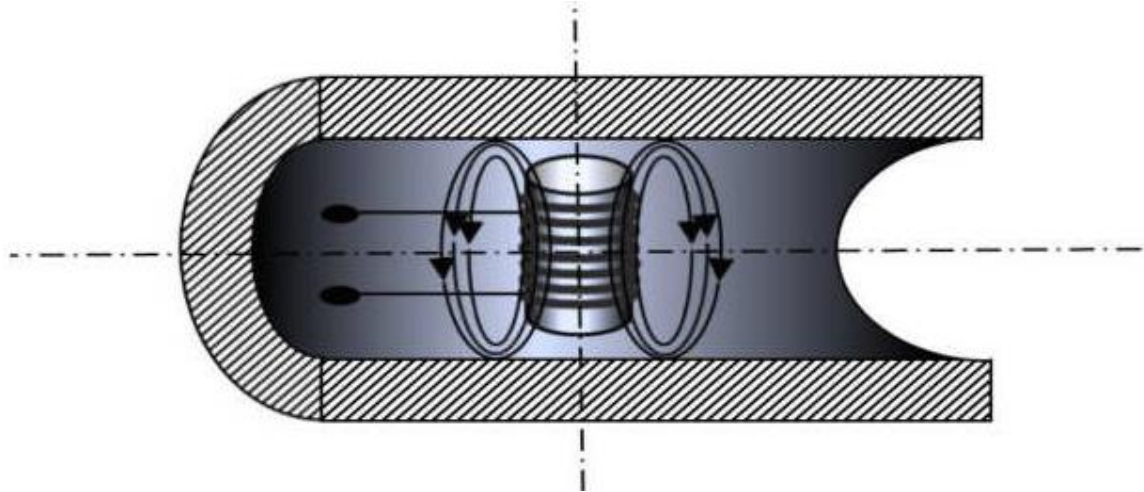


Figure II.9 : Capteur interne tournant.

La sonde est destinée au contrôle d'un produit par l'intérieur, elle peut être déplacée à travers un tube ou une conduite. On distingue la « sonde tournante » constituée d'un palpeur tournant autour de l'axe de translation et la « sonde axiale » dont les enroulements sont bobinés autour d'axe de translation. [16]

II.7.3 Classification selon le mode de contrôle

En fonction de l'intensité du champ, qui dépend des caractéristiques électromagnétiques de la pièce à identifier ou à contrôler et des perturbations éventuelles, on compte trois modes de mesure.[23]

- Mode de contrôle absolu.
- Mode de contrôle composé.
- Mode de contrôle différentiel

II.7.3.1 Mode de contrôle absolu

Un capteur absolu est destiné à mesurer la valeur effective des caractéristiques du produit à examiner par rapport à une référence fixe. Le signal récupéré par la bobine est très faible en comparaison au signal émis. C'est pourquoi on utilise, en contrôle par courants de Foucault, une mesure comparative. La méthode absolue utilise un capteur à double fonction et la mesure se fait par

comparaison du signal reçu à une référence artificielle électronique. Ce mode de mesure permet d'accéder simultanément aux grandeurs utiles et perturbatrices (exemple la température qui fait varier la perméabilité magnétique et la conductivité électrique du matériau à tester).

Ce type de contrôle est préférentiellement utilisé dans le domaine de la caractérisation électromagnétique et géométrique.[23]

II.7.3.2 Mode de contrôle compensé

Pour s'affranchir des grandeurs perturbatrices, on réalise le mode absolu compensé. Dans ce mode de contrôle on utilise deux bobines.

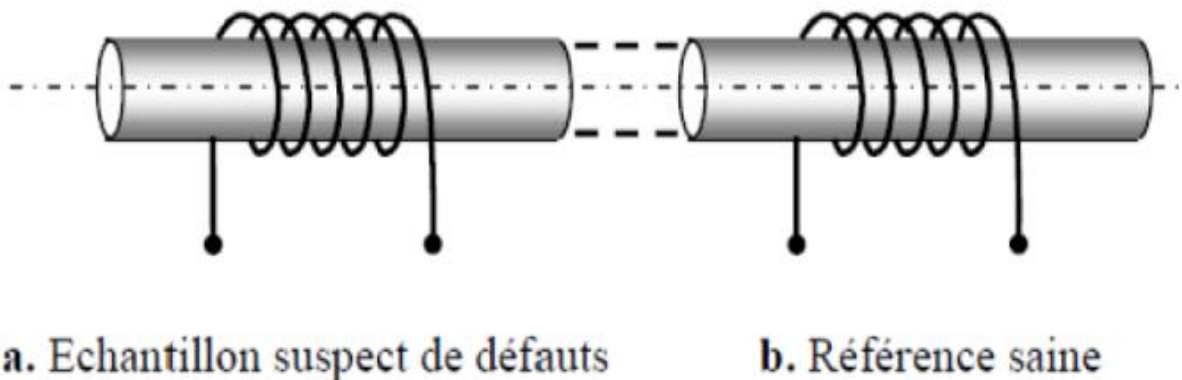


Figure II.10 : Mesure absolue compensée.

L'une est positionnée à proximité d'une surface d'une pièce à contrôle et l'autre à proximité d'une autre surface saine de même matériau, comme le montre la figure II.10. La première capte les grandeurs utiles et perturbatrices alors que l'autre ne capte que les signaux perturbateurs. Une mesure comparative permet d'extraire seulement les signaux utiles.[23]

II.7.3.3 Mode de contrôle différentiel

Cette technique utilise deux capteurs absolus écartés, montés en tête-bêche parcourus par le même courant mais de signe opposé comme le montre la figure II.11. La mesure différentielle est équivalente à la comparaison permanente de deux mesures effectuées simultanément en deux emplacements voisins. Dans le cas de pièce saine, l'impédance du capteur différentiel est nulle. La repense est sensible seulement aux variations brusques de la géométrie de la pièce à contrôler.

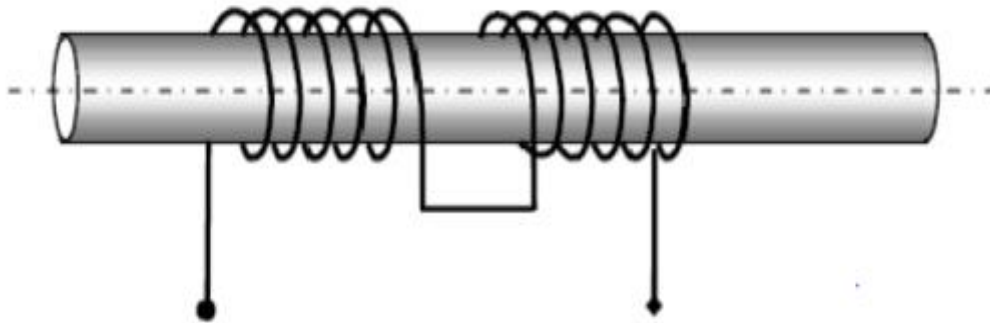


Figure II.11 : mesure différentielle.

Cette méthode est essentiellement utilisée en contrôle de santé. Elle permet de mettre en évidence des défauts métallurgiques (anisotropie) et les variations dimensionnelles brutales telles que les fissures. Les défauts ponctuels sont bien détectés. L'avantage de ce mode de mesure réside dans la suppression de tout signal dû à des variations lentes telles que les variations dimensionnelles ou les fluctuations de température ou de conductivité. [23]

II.8 Différents modes d'excitation

Le mode d'excitation est un paramètre très important pour avoir des bonnes informations sur la cible à inspecter. On distingue :

a. Excitations mono fréquence

Les courants induits sont obtenues par une excitation sinusoïdale de fréquence fixe, elle est limitée car elle caractérise difficilement les défauts. Elle devra être située dans une gamme raisonnable : [19]

- Pour une fréquence très basse, l'amplitude sera très faible et la précision de mesure est insuffisante à cause du bruit.

- Une fréquence très élevée fait apparaître des phénomènes capacitifs parasites

b. Excitations multifréquence :

C'est l'excitation la plus utilisée dans le contrôle par CF et peut être réalisée soit : [19]

- En séquence : fréquence par fréquence en utilisant un dispositif de mesure mono fréquence.

- Simultanément : les fréquences sont générées simultanément et ca nécessite un dispositif de mesure compliqué.

c. Excitations pulsée

Cette méthode présente une alternative à l'excitation multifréquence qui consiste à émettre un champ magnétique large bande, en excitant le capteur avec un signal impulsionnel. La forme des signaux d'alimentation peut être rectangulaire, triangulaire ou semi sinusoïdale, et cette dernière étant la plus utilisée en raison de sa simplicité.[19]

II.9 Technique de contrôle par courants pulsés

Le contrôle par courants de Foucault pulsés est une nouvelle et émergente technique du contrôle non destructif. Les premières applications des courants de Foucault pulsés ont été développées pour la mesure d'épaisseurs de matériaux puis se sont étalées pour inspecter des assemblages rivetés, des inclinaisons et des objets de surfaces irrégulières, caractériser les revêtements, détecter les défauts profonds et les corrosions même dans les structures en multicouches.

La méthode de contrôle par les courants de Foucault pulsés dérive de la précédente où le champ électromagnétique est généré par une impulsion de courant plutôt que par une tension sinusoïdale entretenue. Elle est très sollicitée pour le contrôle des matériaux multicouches et d'épaisseur plus importante.

L'onde électromagnétique ainsi engendrée se propage dans le matériau et est recueillie par une sonde réceptrice distincte et protégée du rayonnement direct de la bobine émettrice, le caractère «pseudo-échographique» des signaux les rend sensibles à la nature interne du matériau, ce qui explique que cette technique est utilisée pour la mesure d'épaisseur des revêtements et pour la détection de défauts sous-cutané.[22]

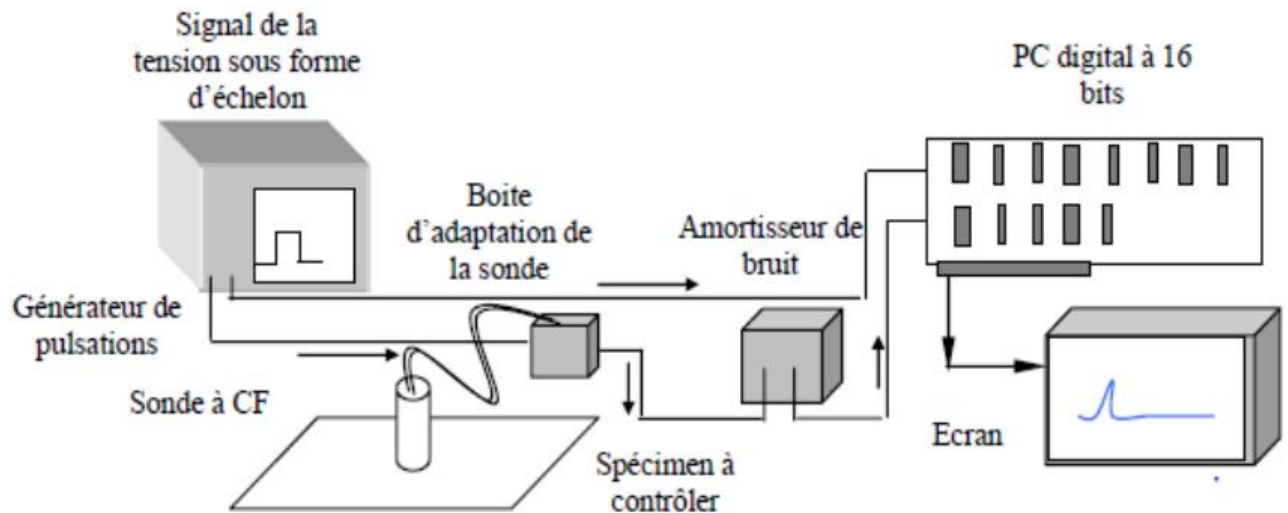


Figure II.12 : Appareillage utilisé pour les courants pulsés.

II.10 Gammes de fréquences

a. Gamme basse fréquence [1Hz :1kHz]

Les courants de Foucault à basse fréquence permettent de déterminer l'état global d'une pièce en la mettant au centre de la bobine. Cette technique convient pour le contrôle de produits de forte épaisseur ou le contrôle de qualité (tri de matériaux selon leur nuance à cœur) et les défauts volumiques et profond. Elle est utilisée préférentiellement pour les produits ferromagnétiques en raison des problèmes liés à la profondeur de pénétration. C'est une technique très répandue dans l'industrie. Elle est relativement simple à mettre en œuvre, très peu coûteuses, très sensibles aux manque de matières et une résolution spatiale réduite. Néanmoins, si la fréquence est trop basse, l'amplitude des courants de Foucault sera faible et la mesure ne sera pas précise à cause du bruit.[13]

b. Gamme moyenne fréquence [1kHz :1MHz]

C'est le domaine le plus employé en mesure de faibles épaisseurs, telles que les plaques ou barres co-filées. Ce domaine fréquentiel couvre également le contrôle de santé (détection d'hétérogénéité du type fissures débouchantes, inclusions, occlusion, ...) ainsi que le contrôle de caractéristiques métallurgiques (traitements superficiels, conductivités,...)[13]

c. Gamme haute fréquence [$>1\text{Mhz}$]

Les fréquences supérieures à 1 MHz sont très peu utilisées. Elles peuvent engendrer des capacités parasites entre les spires du capteur et entre le capteur et le matériau. Son utilisation se limite essentiellement à des mesures d'entrefer, la détection de micro fissure de surface et la

modélisation de micro-bobines utilisées dans le domaine de la télécommunication et de la résonance magnétique nucléaire.[13]

II.11 Domaines d'applications des capteurs à courants de Foucault en CND

Les courants de Foucault constituent un moyen de contrôle particulièrement fidèle, les plus faibles variations du signal étant exactement reproduites lors d'un second contrôle dans les mêmes conditions. Cette caractéristique est particulièrement intéressante en maintenance des matériels, notamment pour suivre leur évolution lors des contrôles périodiques.[11]

L'automatisation des systèmes de contrôle ainsi que l'archivage électronique de "signatures" de défauts et le traitement du signal constituent des voies de développements actuels permettant de simplifier l'exploitation de la technique du CND par courants de Foucault et d'en étendre le champ d'application, on distingue :

- ✓ Mesure de conductivité électrique.
- ✓ Mesure de l'épaisseur de revêtements isolants.
- ✓ Détection de fissures.
- ✓ Contrôle des tubes, barres et fils .
- ✓ Détection d'objets métalliques dans un environnement isolant.

II.12 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons décrit quelque notion sur la création des courants de Foucault et le principe de capteur inductif qui est l'élément de base du CND -CF pour la détection des défauts sur des matériaux conducteurs. Ensuite on a passé en revue les différents types de capteurs à courants de Foucault, différentes formes géométriques des circuits magnétique.

Le prochain chapitre sera consacré à l'étude des problèmes de modélisation ainsi que les méthodes numériques de calcul de champ.

Chapitre III :
Phénomènes
électromagnétiques et
méthodes de résolution

III.1 Introduction

Le contrôle non destructif (CND) par courants de Foucault est une méthode électromagnétique. En effet, la procédure d'inspection nécessite un ensemble de connaissance sur les propriétés physiques des matériaux sur les phénomènes électromagnétiques mis en jeu, sur le traitement du signal associé ainsi que sur les défauts et les pièces à inspectées. Il est donc nécessaire de développer une modélisation de cette technique pour une bonne compréhension du comportement de ces derniers pour une prédiction et une détectabilité optimale des défauts. Les grandeurs physiques et les phénomènes électromagnétiques ne sont pas indépendants, mais liés par des équations, généralement aux dérivées partielles. Ces équations constituent la traduction mathématique des lois de la physique qui régissent le comportement du système.

Les équations aux dérivées partielles interviennent dans de nombreux domaines de la physique, qui comprennent les problèmes de diffusion et les phénomènes de propagation. Ces équations différentielles n'ont généralement pas de solutions analytiques, lorsque les géométries sont complexes ou que les propriétés physiques des matériaux dépendent de la variable d'état, une résolution numérique est alors nécessaire. Parmi ces méthodes, nous pouvons citer la méthode des différences finies (MDF), la méthode des intégrales de frontières (MIF), la méthode des volumes finis (MVF) et la méthode des éléments finis (MEF). Cette dernière est la plus répandue des approches numériques.

L'objectif de ce chapitre est de résumer les méthodes et les équations mathématiques de résolution des phénomènes électromagnétiques, représentés par des équations mathématiques dans les dispositifs à courants de Foucault (CF). On discutera essentiellement des modèles adéquats pour décrire les interactions des courants, des champs et des défauts dans les matériaux. Tout d'abord, une brève présentation des équations de Maxwell, des lois de comportement des milieux et des conditions du champ appliqué à la frontière du domaine de

résolution est donnée. On traitera par la suite, des principales méthodes numériques avec un accent particulier sur la méthode des éléments finis (MEF).

III.2 Equations de base de l'électromagnétiques

III.2.1 Loi d'Ampère

André Marie Ampère (1775-1836), physicien Français, est impressionné par les travaux

de Hans Christian Oersted. Il reprend en 1826 l'étude de l'action d'un courant électrique sur une aiguille aimantée et en quelques jours, il découvre la loi expérimentale qui porte son nom.[24]

La circulation du champ magnétique \vec{B} le long d'un contour orienté Γ appelé contour d'Ampère, est égal au produit par la constante μ_0 de la somme algébrique des courants I_{int} qui traversent la surface délimitée par le contour Γ . [14]

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_{int} \quad (\text{III.1})$$

n : Nombre de spires

l : Longueur du circuit magnétique.

\vec{B} : Induction magnétique de chaque spire en [Tesla]

I_{int} : Courant électrique.

μ_0 : est la perméabilité magnétique du vide, elle est donnée par: $\mu_0 = 4.\pi. 10^{-7}$ [H/m].

La circulation de \vec{B} sur une courbe fermée est donc directement liée au courant qui traverse la surface délimitée par cette courbe.

Le choix du sens de la circulation sur le contour d'Ampère choisi, est purement arbitraire. Une fois ce choix fait, la règle de l'observateur d'Ampère permet d'attribuer un signe aux courants qui traversent la surface ainsi délimitée. [15]

III.2.2 Loi de Faraday

Durant la décennie 1830, des expériences portant sur l'induction électromagnétique ont été réalisées par Michael Faraday (1791-1867) en Angleterre et par Joseph Henry (1797- 1878) aux USA. Par une pure expérience, Faraday remarque qu'à chaque fois qu'il y a variation de flux magnétique ou variation du champ d'induction lui-même, un courant est alors mesuré par le galvanomètre. Ce courant est dit courant induit. En effet, cette loi relie la force électromotrice induite (ϵ) à la variation de flux magnétique (ϕ) qui l'engendre.

Les phénomènes d'inductions prennent naissance dans un circuit électrique traversé par des flux variables dans le temps : une variation temporelle de fait apparaitre dans le circuit une f.e.m. donnée par la loi de Faraday.[25]

La f.e.m. induite dans un circuit fermé est égal à l'opposé de la dérivée par rapport au temps du flux magnétique à travers ce circuit :

$$e = -\frac{d\phi}{dt} \quad (\text{III.2})$$

Cette relation (loi fondamentale de l'électromagnétisme) est valable quelque que soit la cause de la variation du flux que ce soit un circuit fixe dans un champ variable, un circuit mobile dans un champ permanent, un champ du à des courants ou à des aimants, ou qu'il y ait superposition de tous ces aspects.[13]

III.2.3 Loi de Lenz

Le signe (-) de la loi de Faraday a une signification bien précise donnée explicitement par la loi de Lenz. Cette loi a été formulée par Heinrich Friedrich Emil Lenz (1804-1865) en 1833 à Saint-Petersbourg et éclaircit mieux le phénomène d'induction que Faraday avait observé en 1831. C'est une loi qualitative. Elle indique que le sens du courant induit lors d'un phénomène d'induction électromagnétique dans un circuit électrique est tel qu'il s'oppose à la variation du flux initial. Donc la force électromotrice induite s'oppose à l'action qui leur a donné naissance. [24]

III.2.4 Lois de Maxwell

Tous les phénomènes électromagnétiques sont régis par les quatre équations de Maxwell et les lois de comportement des milieux [6].

Pour calculer le champ électromagnétique dans un dispositif électrotechnique, on utilise les quatre équations fondamentales aux dérivées partielles de Maxwell qui s'écrivent sous leurs formes la plus générale comme suit :

✓ Équation de Maxwell-Ampère :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{J}_S + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{III.3})$$

✓ Équation de Maxwell-Faraday :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{III.4})$$

✓ Équation de conservation de l'induction magnétique :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{III.5})$$

✓ Équation de Maxwell-Gauss :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \quad (\text{III.6})$$

\vec{B} : Induction magnétique (T)

\vec{H} : Champ magnétique (A/m)

\vec{D} : Induction électrique (C/m²)

\vec{E} : Champ électrique (V/m)

\vec{J}_S : Densité du courant de conduction (A/m²)

ρ : Densité de charge volumique (C/m³)

$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$: Densité de courant de déplacement.

L'équation (III . 3) est une généralisation de théorème d'Ampère. Elle permet d'établir la relation entre le champ électromagnétique et les courants électriques. Elle traduit la création d'un champ magnétique par les courants électriques de conduction et de déplacement.

L'équation (III . 4) correspond à la loi d'induction de Faraday, qui établit le lien entre un champ électrique et un flux magnétique. Cette loi traduit le phénomène inductif qui se produit dans un conducteur soumis à un champ magnétique variable ou dans un conducteur en mouvement soumis à un champ magnétique constant.

Ces deux équations (III . 5) et (III . 6) traduisent respectivement la conservation de la charge électrique et de champs magnétique.[23]

III.2.5 Relations constitutives du milieu

La résolution complète des équations de Maxwell passe par la connaissance du milieu où les grandeurs électromagnétiques règnent.

La loi d'Ohm, l'équation de conservation de la charge et les équations constitutives des matériaux définissent ce milieu. En effet, certains de ces champs vectoriels sont reliés entre eux par les propriétés de la matière.

La relation du milieu exprime le lien existant entre le champ magnétique \vec{H} et l'induction \vec{B} magnétique, d'une part, à travers la perméabilité magnétique μ ainsi que celui existant entre le

déplacement électrique \vec{D} et le champ électrique \vec{E} à travers la permittivité électrique ϵ , d'autre part. [14]

III.2.5.1 Propriété conductrice (Loi d'Ohm)

Les milieux conducteurs sont caractérisés par leur conductivité électrique. La densité de courant est reliée au champ électrique par la loi d'Ohm suivante [23]:

$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E} \quad (\text{III.7})$$

σ : Conductivité électrique [($\Omega \cdot \text{m}$)⁻¹].

III.2.5.2 Propriétés magnétiques

Un milieu magnétique est caractérisé par les relations magnétiques, qui permettent d'exprimer l'induction magnétique en fonction du champ d'excitation. Pour un milieu homogène, isotrope et linéaire, l'équation de constitution s'écrit [25]:

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (\text{III.8})$$

Avec : $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$

Où

μ : est la perméabilité magnétique absolue [H/m].

μ_0 : est la perméabilité magnétique du vide, elle est donnée par: $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$ [H/m].

μ_r : est la perméabilité magnétique relative.

III.2.5.3 Propriétés diélectriques

C'est une propriété qui caractérise les matériaux diélectriques. L'induction électrique dépend du champ électrique par la relation suivante [14] :

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (\text{III.9})$$

Avec : $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$

Où :

ϵ_0 : est la permittivité électrique du vide, elle est égale à : $\epsilon_0 = \frac{1}{36 \pi} \cdot 10^{-9}$ [F/m].

ϵ_r : est la permittivité relative du milieu.

ϵ : est la permittivité électrique [F/m].

III.2.6 Conditions aux limites

III.2.6.1 Condition type Dirichlet

Cette condition nous informe sur la valeur exacte de l'inconnue sur la frontière du domaine d'étude [13].

Elle est sous forme :

$$A = A_0 \quad (\text{III.10})$$

A : La fonction inconnue.

A_0 : Constante

III.2.6.2 Condition type Neumann

Elle est appliquée sur la frontière lorsque la valeur de la grandeur calculée n'est pas connue à la frontière du domaine d'étude.[15]

$$\frac{\partial A}{\partial n} = A_0 \quad (\text{III.11})$$

III.2.6.3 Condition mixte

C'est la combinaison des deux types précédents, elle s'exprime de la manière suivante [23] :

$$\alpha A + \beta \frac{\partial A}{\partial n} = \gamma \quad (\text{III.12})$$

Ou : α , β et γ sont des constantes.

III.2.6.4 Condition de périodicité et d'anti-périodicité

Cette périodicité du champ peut être utilisée pour définir un autre type de conditions aux limites pour réduire la taille du modèle numérique. On parle alors de condition de périodicité. La condition de l'anti-périodicité est appliquée lorsque nous avons les mêmes contraintes en module mais de polarité inverse.[13]

Elle s'exprime comme suit :

$$A|_{\Gamma} = K. A|_{\Gamma+d\Gamma} \quad (\text{III.13})$$

A: Fonction inconnue.

$d\Gamma$: Période spatiale suivant le contour Γ .

Si : $K = 1$, condition périodique.

Si : $K = -1$, condition anti-périodique.

III.2.7 Relations de passage

A l'interface entre deux milieux différents respectivement (1) et (2), les champs de vecteurs doivent vérifier certaines conditions dites relations de passages. Elles s'énoncent comme suit [13] :

III.2.7.1 Discontinuité de la composante normale de l'induction électrique

$$(\vec{D}_{n1} - \vec{D}_{n2}) \cdot \vec{n} = \sigma_s \quad (\text{III.14})$$

\vec{D}_{n1} : La composante normale de l'induction électrique dans le milieu 1.

\vec{D}_{n2} : La composante normale de l'induction électrique dans le milieu 2.

σ_s : La densité de charge électrique portée par la surface de séparation.

\vec{n} : Le vecteur unité suivant la normale de l'interface.

III.2.7.2 Conservation de la composante tangentielle du champ électrique

$$(\vec{E}_{t1} - \vec{E}_{t2}) \wedge \vec{n} = 0 \quad (\text{III.15})$$

\vec{E}_{t1} : La composante tangentielle du champ électrique dans le milieu 1.

\vec{E}_{t2} : La composante tangentielle du champ électrique dans le milieu 2.

III.2.7.3 Conservation de la composante normale de l'induction magnétique

$$(\vec{B}_{n1} - \vec{B}_{n2}) \cdot \vec{n} = 0 \quad (\text{III.16})$$

\vec{B}_{n1} : La composante normale de l'induction magnétique dans le milieu 1.

\vec{B}_{n2} : La composante normale de l'induction magnétique dans le milieu 2.

III.2.7.4 Discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique

$$(\vec{H}_{t1} - \vec{H}_{t2}) \wedge \vec{n} = \mathbf{K} \quad (\text{III.17})$$

\vec{H}_{t1} : La composante tangentielle du champ magnétique dans le milieu 1.

\vec{H}_{t2} : La composante tangentielle du champ magnétique dans le milieu 2.

\mathbf{K} : Densité de courant porté par la surface de séparation.

III.3 Méthodes de résolution

La résolution des équations de Maxwell qui régissent le CND par CF peut être analytique, mixtes (semi-analytiques) ou numérique. Cette résolution joue un rôle très important pour la modélisation des dispositifs électromagnétique.[6][11]

III.3.1 Méthodes analytiques

La résolution analytique des équations de Maxwell permet d'obtenir une solution mathématique exacte du problème, néanmoins elle reste limitée à des configurations simples. À titre d'exemple on peut citer les travaux de Dodd et al qui ont procédé à des solutions directes des équations différentielles par la méthode de séparation des variables. Parmi ces travaux on retrouve :

- une bobine à air axisymétrique de section rectangulaire située au-dessus de deux couches métalliques parallèles de matériaux différents.
- Une bobine de section rectangulaire encerclant deux cylindres métalliques concentriques.

Des développements plus récents permettent notamment de considérer le cas d'une bobine avec noyau magnétique sur une pièce plane ou le cas d'une bobine à air inclinée sur une pièce plane. Cependant, la complexité des configurations de CND par CF fait qu'une solution analytique est souvent soit impossible à obtenir, soit très complexe et très coûteuse en ressources de calcul. Une alternative est alors de mettre en œuvre des méthodes numériques.[3]

III.3.2 Mixtes (semi-analytiques)

Ce sont des méthodes mixtes, qui sont une combinaison de méthodes analytiques couplées à des méthodes numériques. Ces méthodes ne sont appliquées que pour résoudre certains types de problèmes. Cette approche nous permet d'obtenir des expressions analytiques faciles à résoudre et de réduire le temps de simulation tout en ayant des résultats assez proches de la réalité.

Les résistances, les inductances et mutuelles élémentaires sont calculées analytiquement. Ensuite une sommation numérique permet de calculer ainsi l'impédance totale de l'inducteur. Donc, cette impédance contient des expressions analytiques qui sont sommées numériquement; d'où vient l'appellation semi-analytique. Elles regroupent la méthode des multi-transformateurs et celle des circuits couplés.[7]

Il existe plusieurs types de modèle semi-analytique, par exemple : les réseaux de perméances, les modèles thermiques nodaux, les réseaux de Kirchhoff... etc. ils sont également très utilisés et permettent de coupler de nombreux phénomènes physiques.[13]

III.3.3 Méthodes numériques

Les phénomènes qui décrivent le comportement des dispositifs électromagnétiques sont Représentés par des équations aux dérivées partielles (EDP). En général, la résolution de ces équations se fait à l'aide des méthodes analytiques ou des méthodes numériques. Pour des géométries plus complexes, on a recourt à des méthodes numériques qui font appel à des techniques de discrétisation. En effet, elles transforment les équations aux dérivées partielles du champ en un système d'équations algébriques compte tenu des conditions aux limites. La solution fournie une approximation de l'inconnue en différents points situés aux noeuds du réseau géométrique correspondant à la discrétisation. Les principales méthodes numériques sont : La méthode des différences finies (MDF), la méthode des éléments finis (MEF), la méthode des intégrales de frontières (MIF) et la méthode des volumes finis (MVF). [26]

III.3.3.1 Méthode des différences finis (MDF)

La méthode des différences finies est relativement simple de mise en œuvre, mais présente L'inconvénient d'avoir une faible qualité d'approximation des variables et l'incapacité de Modéliser des géométries de forme complexe. Par ailleurs, elle exige un schéma de maillage très fin, qui peut ainsi se traduire par un coût de calcul prohibitif. La méthode est basée sur le théorème de Taylor où l'on remplace l'opérateur différentiel par un opérateur aux différences. Le domaine d'étude est

découpé au moyen d'une grille carrée dans le cas bidimensionnel et une grille cubique dans le cas tridimensionnel, l'équation à résoudre est écrite pour chaque nœud du maillage. La méthode est difficilement applicable aux domaines à géométrie complexe, elle est plutôt réservée aux domaines à géométrie simple et aux frontières régulières tels que les carrés et les rectangles. [26]

III.3.3.2 Méthode des intégrales de frontières (MIF)

Elle consiste à transformer les équations de Maxwell en une équation intégrale qui exprime la valeur de l'inconnue (potentiel) à l'intérieur du domaine d'études Ω en fonction de sa valeur et de la dérivée normale sur sa frontière. Ceci est permis grâce à la seconde identité de Green qui permet de ramener l'intégration de l'EDP dans le domaine d'études à celle considérée sur la frontière du domaine.

Le MIF s'adapte bien aux problèmes à frontière, et lorsque la fréquence de travail est très importante, ce qui conduit à une profondeur de pénétration très faible vis-à-vis des dimensions du dispositif.

La MIF appliquée uniquement à des milieux homogènes dont les propriétés physiques sont constantes, donne une meilleure précision en résolvant les équations intégrales avec un nombre d'inconnus réduit, Cependant la MIF à l'inconvénient outre le problème des singularités, de conduire à un système algébrique à matrice pleine (pas de termes nuls) non symétrique ce qui augmente le coût de la résolution tout en affectant grandement la précision. [23]

III.3.3.3 Méthode des volumes finis (MVF)

Les méthodes de volumes finis sont en quelque sorte complémentaire des méthodes de différences finies et des méthodes d'éléments finis La structure de données est en effet très proche de celle des différences finies lorsque ces méthodes sont utilisées sur un maillage cartésien, tout en autorisant une plus grande souplesse géométrique sur les maillages non cartésiens comme cela est le cas pour les méthodes d'éléments finis. Les méthodes de volumes finis sont aussi très utilisées pour la discrétisation numérique des équations aux dérivées partielles non linéaires, telles que les équations de la dynamique des gaz compressibles. Ce sont aussi des méthodes très robustes. Ces propriétés expliquent leur intérêt. Cependant le principe de construction qui s'appuie sur des formules intégrales plutôt que différentielles ou faibles est différent des méthodes de différences finies ou d'éléments finis. [26]

III.3.3.4 Méthode des éléments finis (MEF)

III.3.3.4.1 Définition de la méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis est un outil de résolution numérique des EDP de la physique mathématique et de leurs conditions limites. Ces équations peuvent être :

Elliptiques :
$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \tag{III.18}$$

Paraboliques :
$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \tag{III.19}$$

Hyperboliques :
$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0 \tag{III.20}$$

C'est une méthode très générale qui s'applique à la majorité des problèmes rencontrés dans la pratique , problème stationnaires ou non stationnaires, linéaire ou non linéaires définis dans un domaine quelconque à une, deux ou trois dimensions. De plus elle s'adapte très bien aux milieux hétérogènes et aux domaines de formes complexes. [23]

III.3.3.4.2 Principe de la méthode des éléments finis

Cette méthode consiste à mailler tout le domaine d'étude par des volumes élémentaires (Tétraèdres, prismes...). Ensuite, les EDP sont réécrites sous une forme variationnelle . Après discrétisation, cette dernière conduit à un système matriciel à résoudre directement ou par une méthode itérative.

Contrairement à la plupart des méthodes numériques citées auparavant, la méthode des éléments finis permet de traiter des configurations de contrôle très variées, d'un point de vue géométrique (capteur et pièce inspectée) et de celui des caractéristiques physiques des matériaux. Ceci la rend très adaptée pour modéliser les capteurs souples et les pièces de formes complexes. [2]

III.3.3.4.3 Les étapes de résolution des (MEF)

D'une manière générale, la résolution par MEF inclut les étapes suivantes [13][23] :

- Obtention de la formulation du problème et définition des espaces fonctionnels de solutions admissibles.
- Réalisation d'un maillage, correspondant à la discrétisation du domaine d'étude en éléments (triangles, tétraèdres, hexaèdres...) sur lesquels les champs sont écrits en termes d'un nombre fini de degrés de liberté et de fonctions de base à support local.

- Calcul des matrices élémentaires qui, après assemblage, génèrent un système matriciel creux.
- Résolution du système algébrique pour l'obtention d'une solution approchée du problème.

III.3.3.4.3 Discrétisation du domaine d'étude

L'approche de base de la méthode des éléments finis est de subdiviser le domaine d'étude en un nombre finis de sous domaines appelés éléments. L'approximation de l'inconnue se fait en chaque élément à l'aide des fonctions d'interpolations. La fonction d'interpolation est aussi définie en fonction de la géométrie de l'élément qu'on choisit préalablement et coïncide avec les nœuds de cet élément relatif aux valeurs de l'inconnue. On parle alors d'interpolation nodale. [23]

a) Eléments finis réels

Pour des domaines d'étude a une, deux ou trois dimensions, on utilise des éléments de références simples tels que : le triangle, le rectangle, le tétraèdre ; parallélépipède, auxquels on associe un système de coordonnées normé.

Cela permet de définir une fois, pour chaque type d'élément les fonctions d'interpolation. Ces dernières, une fois construits, on obtient les fonctions associées au système réel à l'aide des transformations géométriques.

Nous présenterons dans ce qui suit quelques éléments de bases appelés aussi éléments de références.[23]

• Eléments à une dimension (1D)

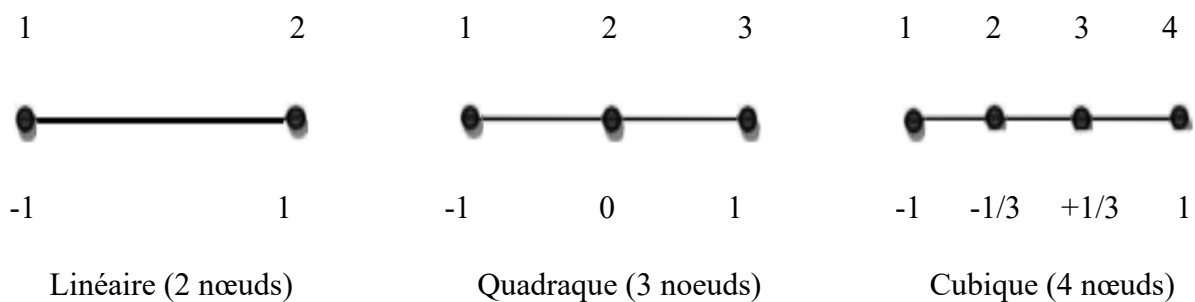


Figure III.1 : Eléments à une dimension.

• **Eléments à deux dimensions (2D)**

➤ **Eléments triangulaires**

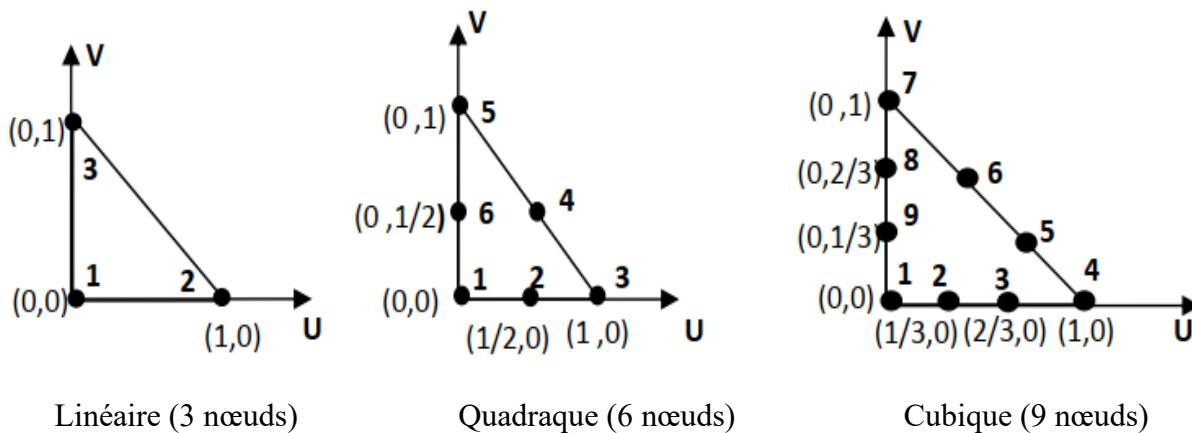


Figure III.2 : Eléments à deux dimensions.

➤ **Eléments carrés**

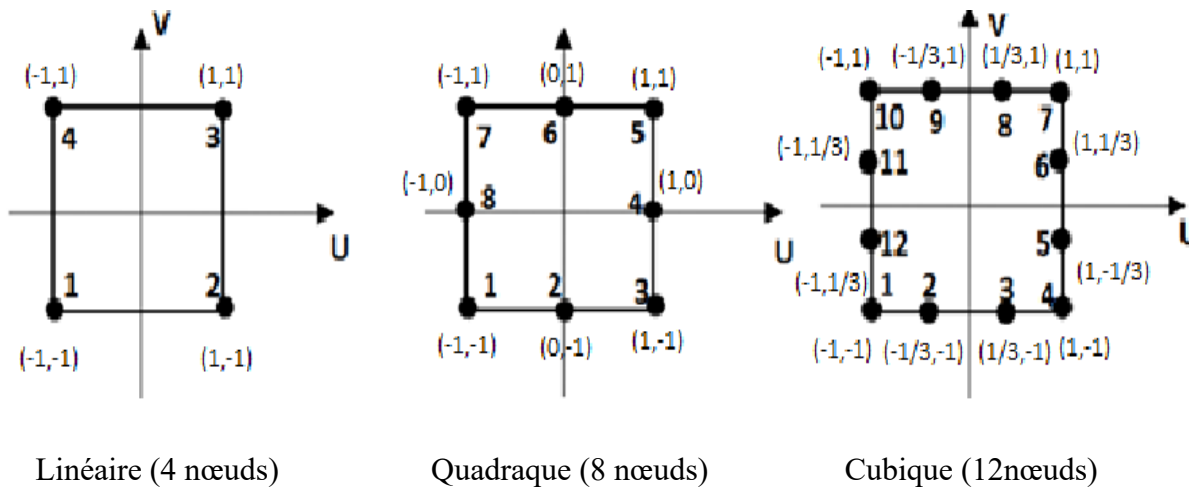


Figure III.3 : Eléments carrés.

• **Éléments à trois dimensions (3D)**

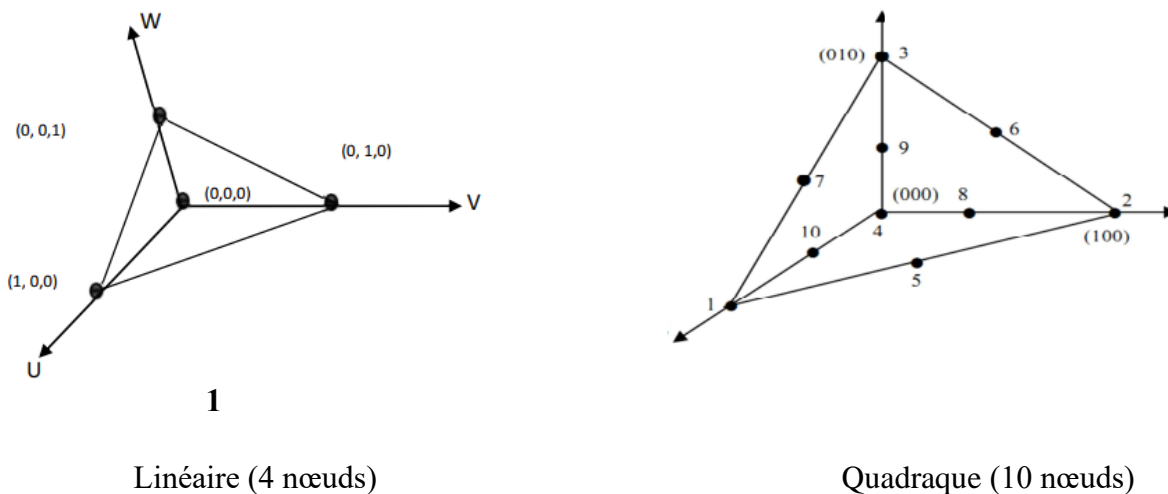


Figure III.4 : Éléments à trois dimensions.

b) Fonction d'interpolation

Les fonctions d'interpolation sont obtenues à partir du triangle de pascal, donne cidessous :

1	ordre 0
u v	ordre 1
u ² uv v ²	ordre 2
u ³ u ² v uv ² v ³	ordre 3

Figure III.5 : Représentation du triangle de Pascal.

Ces des fonctions construites de telles sorts à obéir aux conditions suivantes

- **Principe de l'état complet**
 - Le nombre de termes de la fonction doit être égale au nombre de nœuds de l'élément
 - Elle doit contenir un terme constant.
- **Principe de comptabilité**

Celui-ci est explicité par la continuité de la fonction.

Dans le cas d'un élément triangulaire linéaire, la fonction d'interpolation est donnée par :

$$u(x, y) = ax + by + c \quad (\text{III.21})$$

Exemple d'une fonction d'interpolation (ordre 2)

$$A(U, V) = a + bU + cV + dUV + eU^2 + fV^2 \quad (\text{III.22})$$

La base polynomiale sera donc :

$$P = [1 \ U \ V \ UV \ U^2 \ V^2] \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{bmatrix} \quad (\text{III.23})$$

La construction d'une fonction approchée $U^e(x)$, avec « e » comme indice relatif à l'élément étudié est différente sur chaque élément par la méthode d'approximation nodale. Donc, la fonction d'approximation aura la forme suivante :

$$U(x) = [\phi_1 \ \phi_2 \ \dots \ \phi_n] \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ U_n \end{bmatrix} = \phi \cdot U \quad (\text{III.24})$$

$U(x)$: La fonction d'approximation qui est identifiée à la fonction exacte.

$\phi_1 \ \phi_2 \ \dots \ \phi_n$: Les fonctions de forme de l'élément.

$U_1 \ U_1 \ U_1 \dots \ U_n$: Les fonctions de forme de l'élément.

c) Fonction d'interpolation sur l'élément

Dans le cas d'un élément triangulaire linéaire, l'approximation d'une fonction $u(x, y)$ de valeurs u_1, u_2 et u_3 respectivement aux sommets 1, 2 et 3 est de la forme suivante :

$$u(x, y) = [N_1(x, y) \ N_2(x, y) \ N_3(x, y)] \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad (\text{III.25})$$

Avec :

$$N_1(x, y) = \frac{1}{2.T} \cdot [(y_3 - y_2) \cdot (x_2 - x) - (x_3 - x_2) \cdot (y_2 - y)]$$

$$N_2(x, y) = \frac{1}{2.T} \cdot [(y_1 - y_3) \cdot (x_3 - x) - (x_1 - x_3) \cdot (y_3 - y)]$$

$$N_3(x, y) = \frac{1}{2.T} \cdot [(y_2 - y_1) \cdot (x_1 - x) - (x_2 - x_1) \cdot (y_1 - y)]$$

Où :

T est la surface du triangle décrit par les sommets (1), (2) et (3). On remarque que :

$$N_1(x_1, y_1) = 1$$

$$N_2(x_2, y_2) = 0$$

$$N_3(x_3, y_3) = 0$$

d) Fonction d'approximation sur le domaine

Dans le cas global contenant n nœuds, l'inconnue s'exprime alors comme suit :

$$A = \sum_{j=1}^n \alpha_j \cdot A_j \quad \text{III.26}$$

n : Le nombre de nœuds.

A_j : La valeur de l'inconnue au nœud j .

α_j : La fonction d'interpolation au nœud j .

III.3.4 Formulations éléments finis des modèles électromagnétiques :

Le principe de la méthode des éléments finis est basée sur la formulation intégrale du problème aux dérivées partielles et de leurs conditions aux limites.

Cette formulation peut être de deux types [23] :

- variationnelle
- résidus pondérés.

III.3.4.1 Méthodes variationnelles

La méthode consiste à exprimer le fonctionnel à l'état stationnaire (parfois appelé potentiel dynamique) en termes de nombre de paramètres ajustables. Ensuite, ces paramètres sont variés et

finalement, ils sont évalués de manière à faire disparaître les variations. En générale les formulations variationnelles c'est-à-dire : les fonctionnelles correspondantes, sont construite à partir du principe de l'action Hamiltonienne qui stipule l'existence d'une fonctionnelle de type intégrale définie comme suit[10] :

$$F(A) = \int_{\Omega} L d\Omega \quad (\text{III.27})$$

$$L(A) = (w_c - w_p) \quad (\text{III.28})$$

Avec :

Ω : Domaine d'étude.

L : la fonction de Lagrange

w_c : Energie de type cinétique.

w_p : Energie de type potentielle.

De là, on constate que la méthode variationnelle nécessite la connaissance de la fonctionnelle d'énergie du système étudié.

Dans le cas d'un phénomène magnétostatique, la fonction L est donnée par :

$$L = \int_0^B v \cdot \vec{B} dB - J\vec{A} \quad \text{III.29}$$

La fonctionnelle d'énergie est donnée alors comme suit :

$$F(A) = \int_{\Omega} \left[\int_0^B v \cdot b db - JA \right] \cdot d\Omega \quad \text{III.30}$$

Ou :

L : fonction de Lagrange.

\vec{A} : potentiel vecteur magnétique [T.m]

J : densité de courant [A/m²]

v : réluctivité magnétique [H/m]⁻¹

\vec{B} : Induction magnétique [T]

La résolution du problème variationnelle ainsi définit, revient à minimiser la fonctionnelle d'énergie $F(A)$. La minimisation est effectuée en utilisant le principe de Rayleigh-Ritz qui consiste à écrire [23] :

$$\frac{\partial F(A)}{\partial A_i} = 0 \quad (\text{III.31})$$

Ou :

$$\frac{\partial F(A)}{\partial A_1} = \frac{\partial F(A)}{\partial A_2} = \dots = \frac{\partial F(A)}{\partial A_n} = 0 \quad (\text{III.32})$$

n : Nombre de nœuds du domaine d'étude.

A : est l'inconnu aux nœuds i du domaine.

III.3.4.2 Formulation résidus pondérés

Le principe de la méthode des résidus pondérés est de remplacer la solution exacte par la solution approchée, ce qui va engendrer une erreur appelée résidus R , solution :

$$R_i = L(A) - f \quad (\text{III.33})$$

Tel que :

R : est le résidu de l'approximation.

$L(A)$: opérateur différentiel.

f : fonction définie sur le domaine d'étude Ω .

A : l'inconnue à chercher.

À l'aide de fonction de pondération bien choisie, on impose à l'intégrale du résidu de s'annuler en N points du domaine Ω .

$$\int_{\Omega} R_i \phi_i \cdot \partial \Omega = 0 \quad (\text{III.34})$$

ϕ_i : Fonction de pondération ou de projection.

Les valeurs de A qui permettent d'annuler l'intégrale, sont solution du système algébrique obtenu.[2][7]

Plusieurs méthodes peuvent être déduites de la formulation résidus pondérés, ces dernières sont essentiellement liées au choix des fonctions de pondérations, parmi elles on citera :

1- La méthode de collocation par points, ou la fonction de Dirac sont prises comme fonctions de pondérations ou on impose au résidu de s'annuler dans chaque pont ou on veut approcher la solution.

2- Méthode des moindres carrés qui est basée sur la minimisation de la norme quadratique de l'erreur sur l'équation et les conditions aux limites.

3- La méthode de Galerkin qui consiste à choisir des fonctions de projections identiques aux fonctions d'approximation, qui donne à la fin un système algébrique symétrique facile à résoudre.

Contrairement à la méthode variationnelle, la méthode des résidus pondérés, ne nécessite pas la connaissance au préalable de la fonctionnelle d'énergie du système.

III.3.5 Modèle magnétostatique

a) Cas cartésien

L'équation magnétostatique dans ce cas est donnée par l'expression suivante :

$$-\left(\frac{\partial}{\partial x}\left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y}\right)\right) = J_s \quad (\text{III } 35)$$

Avec :

$$v = \frac{1}{\mu} : \text{Réductivité magnétique } [H/m]^{-1}$$

La formulation intégrale de l'équation (III.35) est donnée comme suit :

$$\iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \left(\left(\frac{\partial}{\partial x} \left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right) + J_s \right) \cdot dx dy = 0 \quad (\text{III } 36)$$

L'équation (III.36) peut être réécrite sous la forme suivante :

$$\iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \left(-\frac{\partial}{\partial x} \left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right) \cdot dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_s \cdot dx dy \quad (\text{III } 37)$$

L'application du théorème de Green au premier terme de l'équation (III.37) nous permet d'écrire

:

$$\left\{ \begin{aligned} & \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right) \cdot dx dy = \\ & = - \iint_{\Omega} v \cdot \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \cdot dx dy + \int_{\Gamma} v \cdot \left(\frac{\partial A_z}{\partial x} \cdot \cos(n, x) + \frac{\partial A_z}{\partial y} \cdot \cos(n, y) \right) \alpha_i \cdot d\Gamma \end{aligned} \right. \quad (\text{III.38})$$

Où $\cos(n, x)$ et $\cos(n, y)$ sont les cosinus directeurs au point considéré de la frontière Γ .
L'équation (III.38) peut être écrite comme suit :

$$\iint_{\Omega} v \cdot \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \cdot dx dy - \int_{\Gamma} v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial n} \alpha_i \cdot d\Gamma = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_S \cdot dx dy \quad (\text{III.39})$$

Dans le cas de conditions aux limites type Dirichlet ou Neumann homogène, le terme sur la frontière s'annule, c'est-à-dire :

$$\int_{\Gamma} v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial n} \alpha_i \cdot d\Gamma = 0 \quad (\text{III.40})$$

L'expression (III.39) devient alors :

$$\iint_{\Omega} v \cdot \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \cdot dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_S \cdot dx dy \quad (\text{III.41})$$

L'équation (III.41) en écriture condensée devient ;

$$\iint_{\Omega} v \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_i} \cdot \overrightarrow{\nabla A_z} dx dy \quad (\text{III.42})$$

Sachant que :

$$A_z = \sum_{j=1}^n \alpha_j \cdot A_j$$

Et en remplaçant dans (III.42), on aboutira à :

$$\sum_{j=1}^n \left[\iint_{\Omega} v \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_i} \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_j} dx dy \right] \cdot A_j = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_S \cdot dx dy \quad (\text{III.43})$$

i, j : Entiers naturels variant de 1 à n

n : Nombre de nœuds du domaine.

L'écriture de l'équation (III.43) pour tous les nœuds du domaine nous permet d'aboutir au système matriciel suivant :

$$[M] \cdot [A] = [K] \quad (\text{III.44})$$

\vec{A} : potentiel vecteur magnétique [T.m]

J : densité de courant [A/m²]

v : réductivité magnétique [H/m]⁻¹

\vec{B} : Induction magnétique [T]

La résolution du problème variationnelle ainsi définit, revient à minimiser la fonctionnelle d'énergie $F(A)$. La minimisation est effectuée en utilisant le principe de Rayleigh-Ritz qui consiste à écrire [23] :

$$\frac{\partial F(A)}{\partial A_i} = 0 \quad (\text{III.31})$$

Ou :

$$\frac{\partial F(A)}{\partial A_1} = \frac{\partial F(A)}{\partial A_2} = \dots = \frac{\partial F(A)}{\partial A_n} = 0 \quad (\text{III.32})$$

n : Nombre de nœuds du domaine d'étude.

A : est l'inconnu aux nœuds i du domaine.

III.3.4.2 Formulation résidus pondérés

Le principe de la méthode des résidus pondérés est de remplacer la solution exacte par la solution approchée, ce qui va engendrer une erreur appelée résidus R, solution :

$$R_i = L(A) - f \quad (\text{III.33})$$

Tel que :

R : est le résidu de l'approximation.

L(A) : opérateur différentiel.

f : fonction définie sur le domaine d'étude Ω .

A : l'inconnue à chercher.

À l'aide de fonction de pondération bien choisie, on impose à l'intégrale du résidu de s'annuler en N points du domaine Ω .

$$\int_{\Omega} R_i \phi_i \cdot \partial\Omega = 0 \quad (\text{III.34})$$

ϕ_i : Fonction de pondération ou de projection.

Les valeurs de A qui permettent d'annuler l'intégrale, sont solution du système algébrique obtenu.[2][7]

Plusieurs méthodes peuvent être déduites de la formulation résidus pondérés, ces dernières sont essentiellement liées au choix des fonctions de pondérations, parmi elles on citera :

1- La méthode de collocation par points, ou la fonction de Dirac sont prises comme fonctions de pondérations ou on impose au résidu de s'annuler dans chaque pont ou on veut approcher la solution.

2- Méthode des moindres carrés qui est basée sur la minimisation de la norme quadratique de l'erreur sur l'équation et les conditions aux limites.

3- La méthode de Galerkin qui consiste à choisir des fonctions de projections identiques aux fonctions d'approximation, qui donne à la fin un système algébrique symétrique facile à résoudre.

Contrairement à la méthode variationnelle, la méthode des résidus pondérés, ne nécessite pas la connaissance au préalable de la fonctionnelle d'énergie du système.

III.3.5 Modèle magnétostatique

a) Cas cartésien

L'équation magnétostatique dans ce cas est donnée par l'expression suivante :

$$-\left(\frac{\partial}{\partial x}\left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y}\right)\right) = J_s \quad (\text{III } 35)$$

Avec :

$$v = \frac{1}{\mu} : \text{Réductivité magnétique } [H/m]^{-1}$$

La formulation intégrale de l'équation (III.35) est donnée comme suit :

$$\iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \left(\left(\frac{\partial}{\partial x} \left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right) + J_s \right) \cdot dx dy = 0 \quad (\text{III } 36)$$

L'équation (III.36) peut être réécrite sous la forme suivante :

$$\iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \left(-\frac{\partial}{\partial x} \left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right) \cdot dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_s \cdot dx dy \quad (\text{III } 37)$$

L'application du théorème de Green au premier terme de l'équation (III.37) nous permet d'écrire

:

$$\left\{ \begin{aligned} & \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right) \cdot dx dy = \\ & = - \iint_{\Omega} v \cdot \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} \cdot \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \cdot dx dy + \int_{\Gamma} v \cdot \left(\frac{\partial A_z}{\partial x} \cdot \cos(n, x) + \frac{\partial A_z}{\partial y} \cdot \cos(n, y) \right) \alpha_i \cdot d\Gamma \end{aligned} \right. \quad (\text{III } 38)$$

Où $\cos(n, x)$ et $\cos(n, y)$ sont les cosinus directeurs au point considéré de la frontière Γ .

L'équation (III.38) peut être écrite comme suit :

$$\iint_{\Omega} v \cdot \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \cdot dx dy - \int_{\Gamma} v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial n} \alpha_i \cdot d\Gamma = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_S \cdot dx dy \quad (\text{III.39})$$

Dans le cas de conditions aux limites type Dirichlet ou Neumann homogène, le terme sur la frontière s'annule, c'est-à-dire :

$$\int_{\Gamma} v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial n} \alpha_i \cdot d\Gamma = 0 \quad (\text{III.40})$$

L'expression (III.39) devient alors :

$$\iint_{\Omega} v \cdot \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \cdot dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_S \cdot dx dy \quad (\text{III.41})$$

L'équation (III.41) en écriture condensée devient ;

$$\iint_{\Omega} v \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_i} \cdot \overrightarrow{\nabla A_z} dx dy \quad (\text{III.42})$$

Sachant que :

$$A_z = \sum_{j=1}^n \alpha_j \cdot A_j$$

Et en remplaçant dans (III.42), on aboutira à :

$$\sum_{j=1}^n \left[\iint_{\Omega} v \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_i} \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_j} dx dy \right] \cdot A_j = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_S \cdot dx dy \quad (\text{III.43})$$

i, j : Entiers naturels variant de 1 à n

n : Nombre de nœuds du domaine.

L'écriture de l'équation (III.43) pour tous les nœuds du domaine nous permet d'aboutir au système matriciel suivant :

$$[M]. [A] = [K] \quad (III.44)$$

$$M_{ij} = \iint_{\Omega} v. \overrightarrow{\nabla \alpha_i} . \overrightarrow{\nabla \alpha_j} dx dy$$

$$K_i = \iint_{\Omega} \alpha_i . J_s . dx dy$$

[A] : Vecteur des inconnues du domaine d'étude.

a) Cas axisymétrique

Dans ce cas, l'équation magnétostatique est donné par :

$$\left(-\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial(r.A_\varphi)}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial(r.A_\varphi)}{\partial z} \right) \right) = J_\varphi \quad (III.45)$$

En considérant comme inconnu le potentiel vecteur modifié donné par $A = r.A_\varphi$

l'équation (III.45) devient :

$$\left(-\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial(A)}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial(A)}{\partial z} \right) \right) = J_\varphi \quad (III.46)$$

La formulation intégrale de l'expression (III.46) est donnée comme suit :

$$\iint_{\Omega} \alpha_i \left(\left(-\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial(A)}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial(A)}{\partial z} \right) \right) - J_\varphi \right) dr dz = 0 \quad (III.47)$$

L'équation (III.47) peut être écrite comme suit :

$$\iint_{\Omega} \alpha_i \left(\left(-\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial(A)}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial(A)}{\partial z} \right) \right) \right) dr dz = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_\varphi \cdot dr dz \quad (III.48)$$

L'application du théorème de Green au premier terme de (III.48) nous permet d'écrire

$$\left\{ \begin{aligned} & \iint_{\Omega} \alpha_i \left(\left(-\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial(A)}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial(A)}{\partial z} \right) \right) \right) \cdot dr dz = \quad (III.49) \\ & \left(= - \iint_{\Omega} \frac{v}{r} \cdot \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \cdot \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \cdot \frac{\partial A}{\partial z} \right) \cdot dr dz + \int_{\Gamma} \frac{v}{r} \cdot \left(\frac{\partial A}{\partial r} \alpha_i \cdot \cos(n, r) + \frac{\partial A}{\partial z} \alpha_i \cdot \cos(n, z) \right) \cdot d\Gamma \right) \end{aligned} \right.$$

En remplaçant (III.48) dans (III.49), on obtient :

$$\iint_{\Omega} \frac{v}{r} \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_i} \cdot \overrightarrow{\nabla A} \cdot dr dz - \int_{\Gamma} v \cdot \frac{\partial A}{\partial n} \alpha_i \cdot d\Gamma = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_\varphi \cdot dr dz \quad (III.50)$$

Dans le cas de conditions aux limites type Dirichlet ou Neumann homogène le terme sur la frontière s'annule, ce qui revient à écrire :

$$\int_{\Gamma} v \cdot \frac{\partial A}{\partial n} \alpha_i \cdot d\Gamma = 0$$

L'équation (III.50) devient :

$$\iint_{\Omega} \frac{v}{r} \cdot \vec{\nabla} \alpha_i \cdot \vec{\nabla} A \, drdz = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_{\varphi} \cdot drdz \quad (\text{III.51})$$

Sachant que : $A = \sum_{j=1}^n \alpha_j \cdot A_j$

Et en remplaçant dans (III.51), on obtient alors :

$$\sum_{j=1}^n \left[\iint_{\Omega} \frac{v}{r} \cdot \vec{\nabla} \alpha_i \cdot \vec{\nabla} \alpha_j \, drdz \right] \cdot A_j = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_{\varphi} \cdot drdz \quad (\text{III.52})$$

L'écriture de l'équation (III.52) pour tous les nœuds du domaine nous permet d'aboutir au système matriciel suivant :

$$[M] \cdot [A] = [K] \quad (\text{III.53})$$

$$M_{ij} = \iint_{\Omega} \frac{v}{r} \cdot \vec{\nabla} \alpha_i \cdot \vec{\nabla} \alpha_j \, drdz$$

$$K_i = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_{\varphi} \cdot drdz$$

III.3.6 Equation magnétodynamique

a) Cas cartésien

L'équation magnétodynamique dans le cas comportant une source est donnée par :

$$\vec{\nabla} \wedge (v \vec{\nabla} \wedge \vec{A}) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{J}_s \quad (\text{III.54})$$

En considérant le régime harmonique, l'équation (III.54) s'écrit :

$$\vec{\nabla} \wedge (v \vec{\nabla} \wedge \vec{A}) + j\sigma\omega\vec{A} = \vec{J}_s \quad (\text{III.55})$$

Après transformation, l'équation (III.55) devient :

$$- \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right) + j\sigma\omega A_z = J_s \quad (\text{III.56})$$

La formulation intégrale de l'équation (III.56) est donnée par :

$$\iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \left(- \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right) + j\sigma\omega A_z - J_s \right) \cdot dx dy = 0 \quad (III.57)$$

L'équation (III.57) peut être réécrite comme suit :

$$\iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \left(- \frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right) \cdot dx dy + j\omega \iint_{\Omega} \sigma \cdot \alpha_i \cdot A_z \cdot dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_s \cdot dx dy \quad (III.58)$$

L'application du théorème de Green nous permet d'écrire :

$$\left\{ \begin{aligned} & \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right) \cdot dx dy = & (III.59) \\ & = - \iint_{\Omega} v \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \cdot dx dy + \int_{\Gamma} v \left(\frac{\partial A_z}{\partial x} \cdot \alpha_i \cdot \cos(n, x) + \frac{\partial A_z}{\partial y} \cdot \alpha_i \cdot \cos(n, y) \right) \cdot d\Gamma = \\ & = \iint_{\Omega} v \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_i} \cdot \overrightarrow{\nabla A_z} dx dy + \int_{\Gamma} v \cdot \alpha_i \cdot \frac{\partial A_z}{\partial n} \cdot d\Gamma \end{aligned} \right.$$

En remplaçant (III.58) dans (III.59), on obtient :

$$\iint_{\Omega} v \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_i} \cdot \overrightarrow{\nabla A_z} dx dy - \int_{\Gamma} v \cdot \alpha_i \cdot \frac{\partial A_z}{\partial n} \cdot d\Gamma + j\omega \iint_{\Omega} \sigma \cdot \alpha_i \cdot A_z \cdot dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_s \cdot dx dy \quad (III.60)$$

Dans le cas de conditions aux limites type Dirichlet ou Neumann homogène le terme sur la frontière s'annule, ce qui revient à écrire :

$$\int_{\Gamma} v \cdot \alpha_i \cdot \frac{\partial A_z}{\partial n} \cdot d\Gamma = 0$$

L'expression (III.60) devient alors :

$$\iint_{\Omega} v \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_i} \cdot \overrightarrow{\nabla A_z} dx dy + j\omega \iint_{\Omega} \sigma \cdot \alpha_i \cdot A_z \cdot dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_s \cdot dx dy \quad (III.61)$$

Sachant que :

$$A = \sum_{j=1}^n \alpha_j \cdot A_j$$

Et en remplaçant dans (III.61), on obtient :

$$\sum_{j=1}^n \left[\iint_{\Omega} v \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_i} \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_j} dx dy \right] \cdot A_j + j\omega \sum_{j=1}^n \left[\iint_{\Omega} \sigma \cdot \alpha_i \cdot \alpha_j \cdot dx dy \right] \cdot A_j = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_s \cdot dx dy \quad (III.62)$$

L'écriture de l'équation (III.62) pour tous les nœuds du domaine nous permet d'aboutir au système matriciel suivant :

$$[M]. [A] + j\omega. [L]. [A] = [K] \quad (\text{III.63})$$

$$\text{Avec : } M_{ij} = \iint_{\Omega} v. \overrightarrow{\nabla\alpha_i} . \overrightarrow{\nabla\alpha_j} dx dy$$

$$L_{ij} = \iint_{\Omega} \sigma . \alpha_i . \alpha_j . dx dy$$

$$K_i = \iint_{\Omega} \alpha_i . J_s . dx dy$$

$$\overline{A} = A_r + jA_i$$

a) Cas axisymétrique

En considérant comme précédemment le régime harmonique, la formulation intégrale dans ce cas est donnée par l'expression suivante :

$$- \iint_{\Omega} \alpha_i . \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} . \frac{\partial A}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v}{r} . \frac{\partial A}{\partial z} \right) \right) . dr dz + j\omega \iint_{\Omega} \sigma . \alpha_i . A_z . \frac{dr dz}{r} = \iint_{\Omega} \alpha_i . J_{\varphi} . dr dz \quad (\text{III.64})$$

L'application du théorème de Green nous permettra d'écrire :

$$\iint_{\Omega} \frac{v}{r} . \left(\frac{\partial\alpha_i}{\partial r} . \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{\partial\alpha_i}{\partial z} . \frac{\partial A}{\partial z} \right) . dr dz - \int_{\Gamma} \frac{v}{r} . \alpha_i \frac{\partial A}{\partial n} d\Gamma + j\omega \iint_{\Omega} \sigma . \alpha_i . A . \frac{dr dz}{r} = \iint_{\Omega} \alpha_i . J_{\varphi} . dr dz \quad (\text{III.65})$$

Dans le cas de conditions au limites Dirichlet ou Neumann homogène, le terme sur la frontière s'annule, ce qui revient à écrire :

$$\sum_{j=1}^n \left[\iint_{\Omega} \frac{v}{r} . \overrightarrow{\nabla\alpha_i} . \overrightarrow{\nabla\alpha_j} dr dz \right] . A_j + j\omega \sum_{j=1}^n \left[\iint_{\Omega} \sigma . \alpha_i \alpha_j . \frac{dr dz}{r} \right] . A_j = \iint_{\Omega} \alpha_i . J_{\varphi} . dr dz \quad (\text{III.66})$$

L'écriture de l'équation (III.66) pour tous les nœuds du domaine nous permet d'aboutir au système matriciel suivant :

$$[M]. [A] + j\omega. [L]. [A] = [K] \quad \text{III.67}$$

Avec ;

$$M_{ij} = \iint_{\Omega} \frac{v}{r} . \overrightarrow{\nabla\alpha_i} . \overrightarrow{\nabla\alpha_j} dr dz$$

$$L_{ij} = \iint_{\Omega} \sigma \cdot \alpha_i \cdot \alpha_j \cdot \frac{drdz}{r}$$

$$K_i = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_{\varphi} \cdot drdz$$

$$\bar{A} = A_r + jA_i$$

III.3.7 Avantages et inconvénients de la méthode des éléments finis

➤ **Avantages :**

- Adaptation aux géométries complexes.
- Prise en compte de la non linéarité accrue.
- Temps de calcul relativement avantageux.

➤ **Inconvénients :**

- Mise en œuvre relativement difficile.
- Prise en considération de domaine infinie.
- Présence de singularités dans le domaine d'étude.[10]

III.4 Les techniques de calcul de l'impédance

Hypothèses

Considérant une bobine de section Ω , comportant N spires jointives en série. La densité de courant est répartie uniformément. la spire élémentaire de la bobine est soumise à une tension (du) et parcourue par une intensité de courant I.

$$I = \oint_{\Omega} \vec{j} \cdot \vec{d\Omega} \quad (\text{III.68})$$

$$I = \frac{J\Omega}{N} \quad (\text{III.69})$$

La tension totale est la somme des tensions des spires élémentaires (spires disposées en série), elle est donnée par

$$U = \frac{1}{\Omega} \iint_{\Omega} u \cdot d\Omega \quad (\text{III.70})$$

Une impédance, peut être formulée par plusieurs formulations, la différence entre ces dernières réside dans la variable d'état utilisée qui est en relation directe avec la configuration du problème et la solution issue de la résolution de des équations de Maxwell.

III.4.1 Impédance à travers l'énergie électromagnétique

Le comportement électromagnétique du système (capteur-cible) peut être étudié par une analogie électrique. Un circuit constitué de deux bobines couplées d'une manière inductive est équivalent à un seul circuit dont les paramètres sont ramenés à la bobine source. L'énergie magnétique du système est alors celle du système équivalent. Il en est de même pour l'énergie magnétique dissipée par effet Joule.

La résistance R vue par le capteur peut être évaluée à partir de la puissance perdue par effet Joule

$$P_J = \iiint_V \frac{J^2}{\sigma} dv \quad (\text{III.71})$$

$$P_J = RI^2 \quad (\text{III.72})$$

$$R = \frac{n^2}{s^2 J^2} P_J \quad (\text{III.73})$$

De même l'énergie magnétique emmagasinée nous permet de déduire l'inductance du système

$$W_m = \frac{1}{2} LI^2 \quad (\text{III.74})$$

$$L = \frac{2n^2}{J^2 s^2} W_m \quad (\text{III.75})$$

Cette méthode permet de calculer la résistance et l'inductance (la réactance) d'une bobine de manière extrêmement simple et rapide même si cette bobine est en présence d'un matériau réactif. Néanmoins, cette méthode est applicable aux capteurs doubles fonctions.

III.4.2 Impédance à travers la théorie des circuits

La théorie des circuits est généralisée par les équations (III.3) et (III.6) de Maxwell. L'équation (III.6) traduit la continuité électrique (loi des nœuds en théorie des circuits). L'équation

(III.3) de Maxwell - Ampère généralise la deuxième loi de Kirchhoff (loi des mailles). Cette équation écrite en fonction du potentiel vecteur magnétique et du potentiel scalaire électrique est donnée par l'équation (III.76) ; réécrite en fonction du champ électrique et en notation complexe, elle devient

$$\vec{E} = -j\omega\vec{A} - \overline{\nabla V} \quad (\text{III.76})$$

Après intégration sur le contour d'une spire élémentaire cette équation devient :

$$-\int_c \overline{\nabla V} \cdot \vec{dl} = \int_c \vec{E} \cdot \vec{dl} + j\omega \int_c \vec{A} \cdot \vec{dl} = 0 \quad (\text{III.77})$$

Elle exprime que la somme algébrique de tous les tensions le long d'un contour C ou d'une maille est nulle. Autrement dit, la tension appliquée aux bornes d'un contour ou d'un circuit est égale à la somme des chutes de tensions résistive et inductive la long de celui-ci.

Notons que du est la tension appliquée à ce contour, avec

$$u = -\int_c \overline{\nabla V} \cdot \vec{dl} \quad (\text{III.78})$$

Ainsi l'équation (III.77) devient :

$$u = \int_c \vec{E} \cdot \vec{dl} + j\omega \int_c \vec{A} \cdot \vec{dl} \quad (\text{III.79})$$

La combinaison entre les équations (III.70) et (III.79) aboutit à l'expression de la tension totale en fonction des champs:

$$U = \frac{1}{\Omega} \iint_{\Omega} (\int_c \vec{E} \cdot \vec{dl}) d\Omega + j\frac{\omega}{\Omega} \iint_{\Omega} (\int_c \vec{A} \cdot \vec{dl}) d\Omega \quad (\text{III.80})$$

En introduisant le courant total traversant la section du contour, l'impédance sera sous la forme ci-après:

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{N U}{\Omega J} = R + jX \quad (\text{III.81})$$

$$Z = \frac{1}{\Omega I} [\iint_{\Omega} (\int_c \vec{E} \cdot \vec{dl}) d\Omega + j\omega \iint_{\Omega} (\int_c \vec{A} \cdot \vec{dl}) d\Omega] \quad (\text{III.82})$$

,Si dans l'entourage de la bobine se trouve un matériau qui provoque des réactions sur celle-ci, le potentiel vecteur magnétique ne sera plus réel mais composé d'une partie réelle et une partie imaginaire. Ainsi, le potentiel vecteur magnétique peut être soumis sous sa forme complexe suivante:

$$\vec{A} = Ae^{-j\omega t} = Re(\vec{A}) - j Im(\vec{A}) \quad (III.83)$$

En injectant cette expression dans l'équation de la tension totale, cette dernière devient:

$$U = \iint_{\Omega} (\int_c \vec{E} \cdot d\vec{l}) d\Omega - \omega \iint_{\Omega} Im(\int_c \vec{A} \cdot d\vec{l}) d\Omega + j\omega \iint_{\Omega} Re(\int_c \vec{A} \cdot d\vec{l}) d\Omega \quad (III.84)$$

Appliquant la relation (III.81) de l'impédance en fonction de la tension et du courant, nous arrivons à la forme générale de l'impédance

$$R = \frac{1}{I} \iint_{\Omega} (\int_c \vec{E} \cdot d\vec{l}) d\Omega - \frac{\omega}{I} \iint_{\Omega} Im(\int_c \vec{A} \cdot d\vec{l}) d\Omega \quad (III.85)$$

$$X = \frac{\omega}{I} \iint_{\Omega} Re(\int_c \vec{A} \cdot d\vec{l}) d\Omega \quad (III.86)$$

C'est les paramètres de l'impédance d'une bobine seule en présence ou en absence d'un matériau.

III.4.3 Impédance à travers l'induction ou le flux magnétique

L'impédance d'une bobine à fonction séparée ou à double fonctions, peut être calculée par une méthode générale reposant sur le calcul du flux de l'induction magnétique.

De l'équation de Maxwell- Faraday (III.4), après intégration sur une surface S enveloppée par le contour C de la bobine (figure 2) et après application du théorème de Stokes nous obtenons la formule suivante :

$$\int_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = -j\omega \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad (III.87)$$

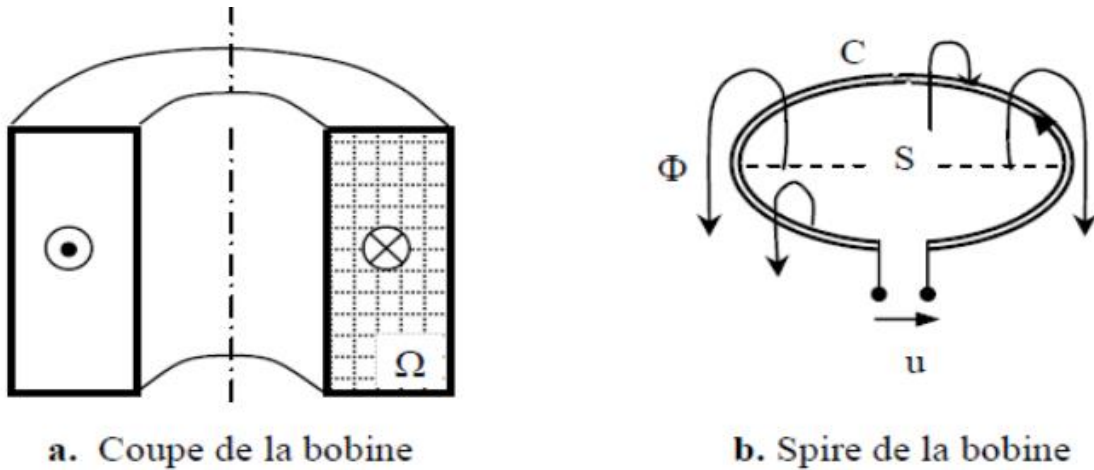


Figure III.6 : Bobine à N spires jointives.

La tension aux bornes de la bobine est la somme des tensions élémentaires de toutes les spires (spires en série). D'où l'équation de la tension appliquée à l'ensemble des spires qui forment la bobine devient :

$$\iint_{\Omega} (\int_c \vec{E} \cdot d\vec{l}) d\Omega = -j\omega \iint_{\Omega} (\iint_s \vec{B} \cdot d\vec{S}) d\Omega = -j\omega \iint_{\Omega} \Phi d\Omega \quad (\text{III.88})$$

Sachant que l'impédance électrique peut être évaluée par:

$$Z = R + jX = \frac{1}{I} \iint_{\Omega} (\int_c \vec{E} \cdot d\vec{l}) d\Omega \quad (\text{III.89})$$

Introduisant la forme complexe du flux et la combinaison des équations

$$Z = \frac{\omega}{I} (\iint_{\Omega} \text{Im}(\Phi) d\Omega - j \iint_{\Omega} \text{Re}(\Phi) d\Omega) \quad (\text{III.90})$$

D'où les paramètres sont:

$$R = \frac{\omega}{I} \iint_{\Omega} \text{Im}(\Phi) d\Omega \quad (\text{III.91})$$

$$X = -j \frac{\omega}{I} \iint_{\Omega} \text{Re}(\Phi) d\Omega \quad (\text{III.92})$$

Remplaçons le flux

$$R = \frac{\omega}{I} \iint_{\Omega} (\iint_s \text{Im}(\vec{B} \cdot d\vec{S})) d\Omega \quad (\text{III.93})$$

$$X = -j \frac{\omega}{I} \iint_{\Omega} (\iint_S \operatorname{Re}(\vec{B} \cdot d\vec{S})) d\Omega \quad (\text{III.94})$$

L'expression de l'impédance ainsi établie peut s'appliquer indifféremment aux capteurs à double fonction ou à fonctions séparées.

En introduisant le potentiel vecteur magnétique, les équations (III.93) et (III.94) deviennent comme suit :

$$\operatorname{Re}(Z) = \frac{n^2}{JS^2} \omega \cdot \iint_S 2\pi \cdot r \cdot \operatorname{Im}(A) \cdot dS \quad (\text{III.95})$$

$$\operatorname{Im}(Z) = \frac{n^2}{JS^2} \omega \cdot \iint_S 2\pi \cdot r \cdot \operatorname{Re}(A) \cdot dS \quad (\text{III.96})$$

Avec r: représente le rayon de la bobine [20].

III.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les différentes méthodes de résolutions des équations aux dérivées partielles ainsi les différentes formulations électromagnétiques qui résolvent les équations de la magnétostatique et la magnétodynamique.

Dans le cas de notre étude, nous avons opté pour la méthode des éléments finis qui est l'une des méthodes numériques adaptée à la résolution numérique des équations aux dérivées partielles car cette méthode permet la prise en compte de la non linéarité accrue et s'adapte aux géométries complexes.

Cette méthode est appliquée sur des formulations différentes et possèdent toutes ces avantages et inconvénients.

Chapitre IV :
Applications et
validation

IV.1 Introduction

Les défauts de type fissure sont fréquemment observées dans le domaine de la CND. La particularité de leur forme réside dans l'écart significatif entre une dimension et les deux autres. Le CND-CF offre un moyen de mettre efficacement en valeur cette forme spécifique de discontinuité. C'est ce type de défaut que nous avons assimilé au cours de ce chapitre.

L'objectif de cette application est d'évaluer le modèle de calcul par éléments finis de l'impédance d'un capteur en prenant compte l'influence du paramètre géométrique, sur le logiciel ANSYS-Maxwell.

IV.2 Présentation de logiciel ANSYS-MAXWELL

ANSYS-Maxwell est un logiciel commercial qui calcule les champs électromagnétiques dans le domaine fréquentiel et temporel, et permet d'analyser le comportement électromagnétique d'une structure. Pour analyser ce comportement en détails, le logiciel met à notre disposition des outils d'interprétation post-traitement. Il effectue des calculs électromagnétiques par résolution des équations de Maxwell à l'aide de la méthode des éléments finis.

Cette dernière est basée sur la description géométrique de la structure sous forme d'un maillage. Elle consiste à diviser l'espace en petits éléments homogènes mais de taille pratiquement très variable, ce qui constitue l'un des points forts de cette méthode. Un projet Maxwell est un dossier qui contient un ou plusieurs modèles appelés design, chaque modèle contient une structure géométrique, ses conditions aux limites et les matériaux utilisés, ainsi que les solutions de champs électromagnétiques et les interprétations post traitement. Tous ces composants peuvent être atteints par la fenêtre Project Manager dans l'environnement maxwell.

La fenêtre ANSYS-Maxwell a plusieurs panneaux facultatifs :

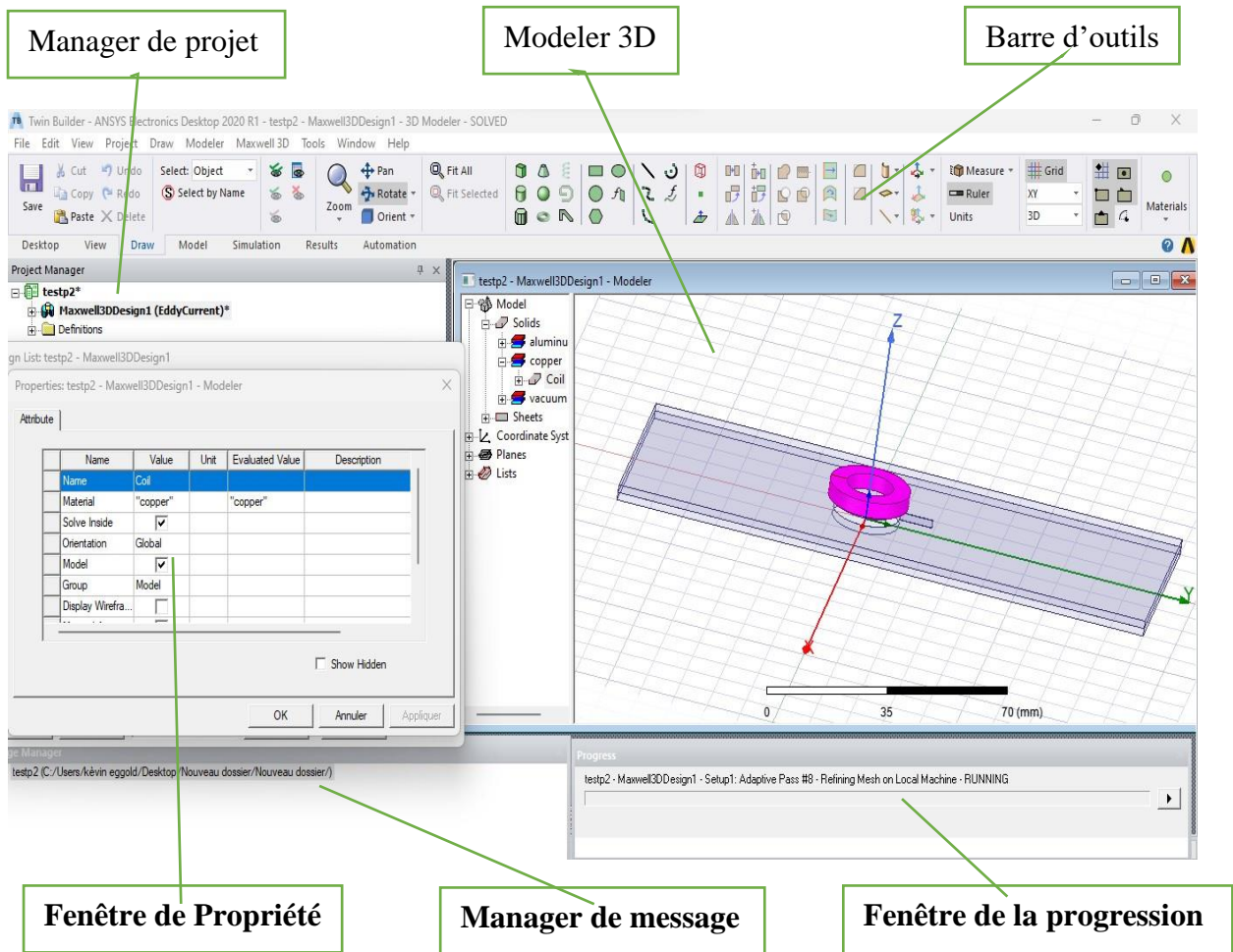


Figure 1V.1 : La fenêtre principale du logiciel Maxwell.

- **Le Project Manager:** contient un arbre de conception qui énumère la structure du projet.
- **Le Message Manager:** permet d'afficher tous les erreurs avant de commencer la Simulation
- **La fenêtre de Propriété :** Permet d'afficher et modifier les paramètres du modèle.
- **La fenêtre de Progress:** affiche les progressions de la solution.
- **La fenêtre de 3D Modeler:** contient le modèle et son arbre pour la conception active.

IV.3 Présentation de l'application

Il s'agit d'une bobine à air qui scanne une pièce en aluminium d'une forme parallélépipédique qui contient une fissure en surface. Nous avons effectué des simulations de l'impédance de la bobine pour différentes dimensions de la fissure.

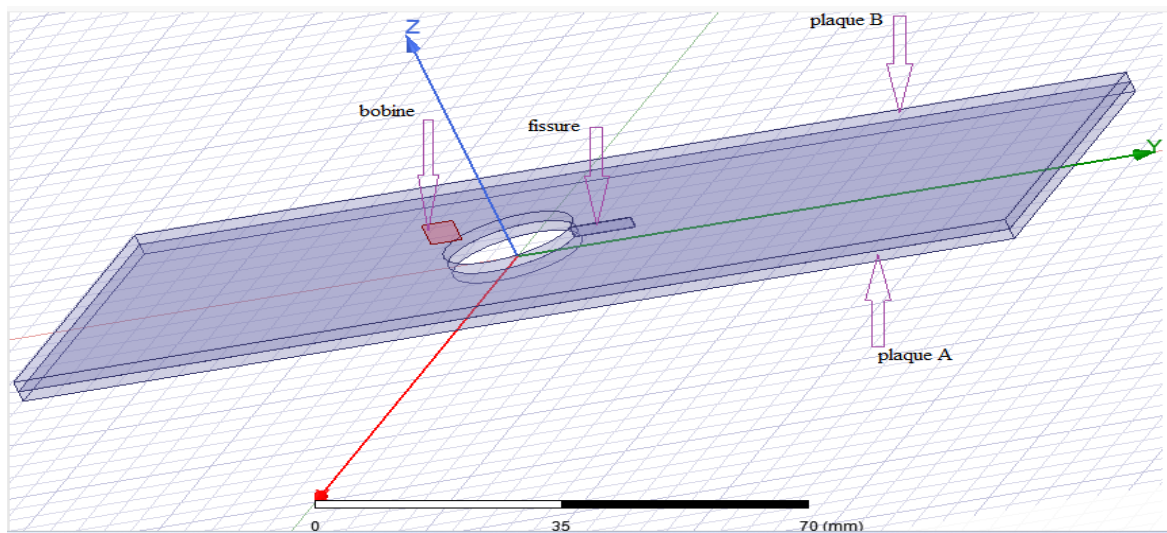


Figure IV.2 :géométrie de domaine d'étude en 3D.

Paramètres	Valeurs
Capteur	
Rayon intérieur	7mm
Rayon extérieur	12mm
Hauteur	4mm
Lift-off	1mm
Fréquence	50Khz
Nombre de spires	170
Pièce	
Longueur	160mm
Largeur	60mm
Epaisseur	4mm
Conductivité électrique	$35.4 \cdot 10^6$ S/m
Fissure	
Longueur	9.8mm
Largeur	0.24mm
Profondeur	1mm 1.5mm 2mm

Tableau IV 1 : les caractéristiques physiques et géométriques du système.

Nous avons effectué des scans unidirectionnels le long de l'axe de la fissure (Oy). À chaque déplacement du capteur, un calcul par éléments finis a été effectué afin de déterminer l'impédance correspondante.

IV.4 Maillage du domaine :

Les deux figures ci-dessous illustrent le maillage élément finis de notre dispositif du capteur, qui est en éléments triangulaires.

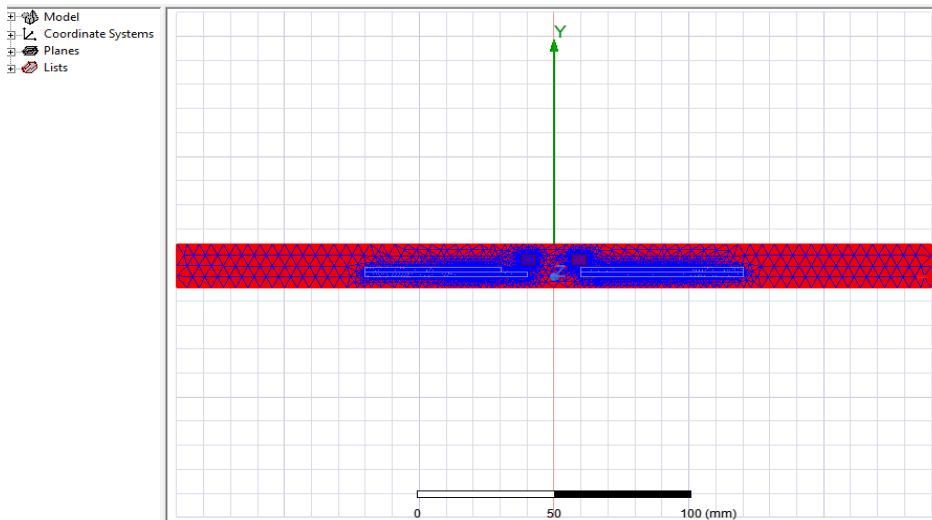


Figure IV.3 : maillage du domaine en 2D.

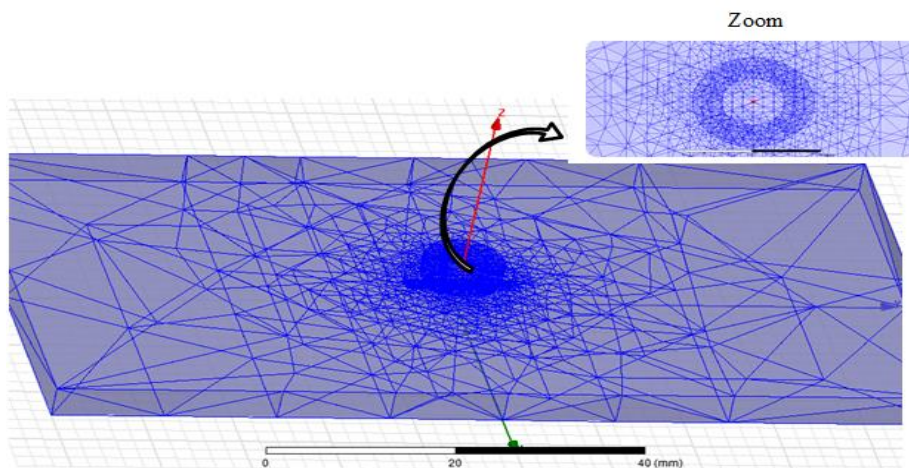


Figure IV.4 : maillage du domaine en 3D.

IV.5 Densité des courants induits

La figure ci-dessous illustre Densité des courants induits du défaut.

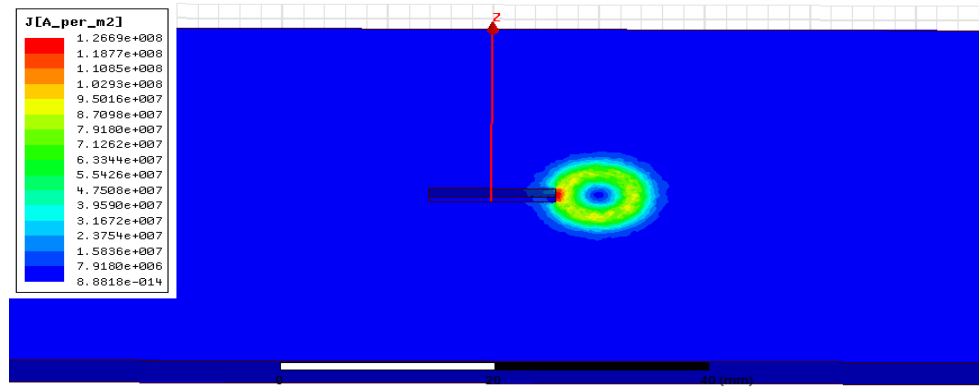


Figure IV.5: Densité des courants induits du défaut.

IV.6 Géométrie de domaine d'étude pour les différentes épaisseurs de la fissure en 2D

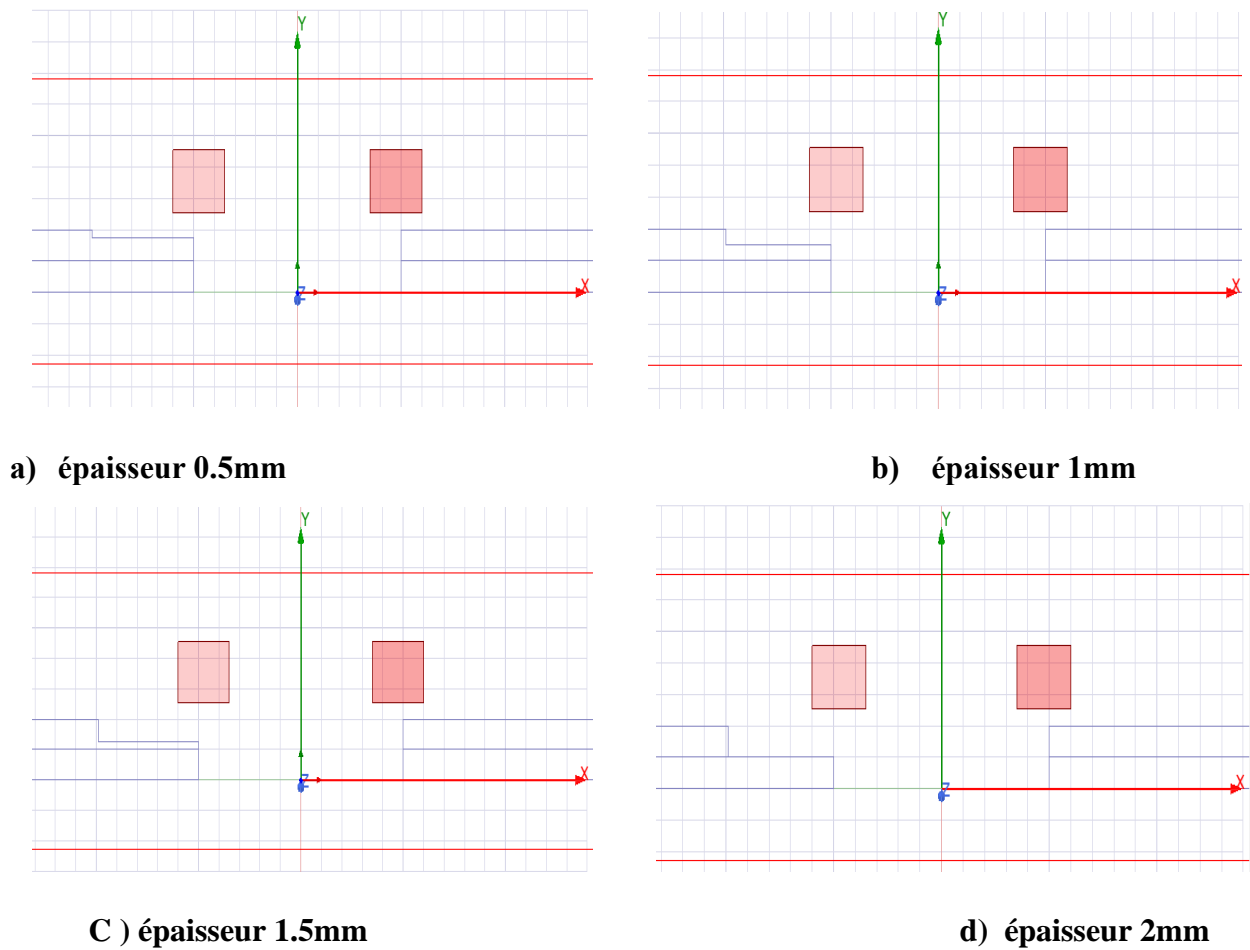
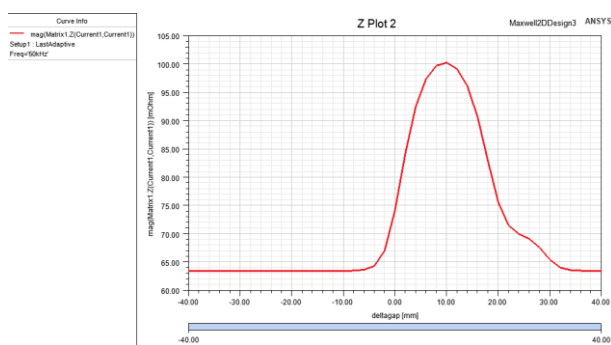


Figure IV.6 : Géométrie de domaine d'étude pour les différentes épaisseurs de la fissure en 2D.

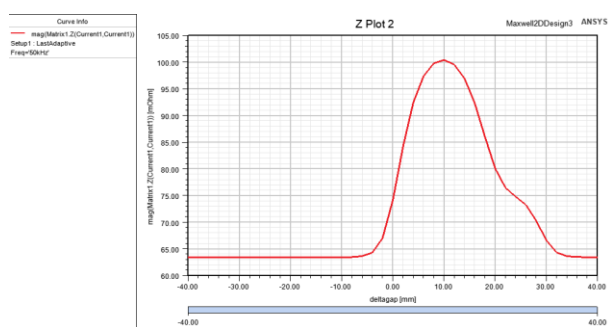
IV.7 La variation de l'impédance en fonction de déplacement du capture pour les différentes épaisseurs de défaut

L'objectif de cette application est de voir l'effet de la variation de l'épaisseur de la fissure sur l'impédance.

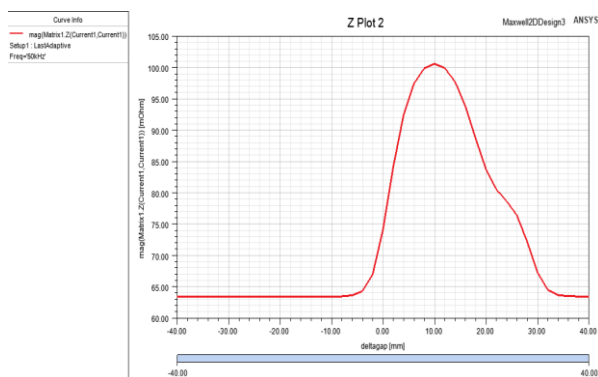
Nous avons effectué plusieurs scans d'une plaque comportant un défaut pour différentes valeurs de l'épaisseur (0.5mm, 1mm, 1.5mm et 2mm), les figures ci-dessous présentent le résultat de la variation de l'impédance en fonction de déplacement du capteur. La fréquence d'alimentation du capteur est de 50kHz.



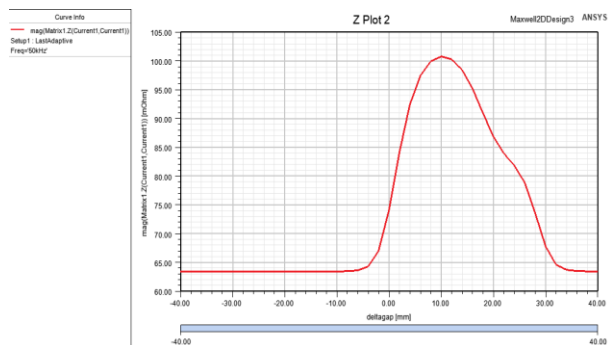
e=0.5mm



e=1mm



e=1.5mm



e=2mm

Figure IV.7 : Variation de l'impédance en fonction de la position du capteur pour les différentes épaisseur de 0.5mm,1mm,1.5mm,2mm.

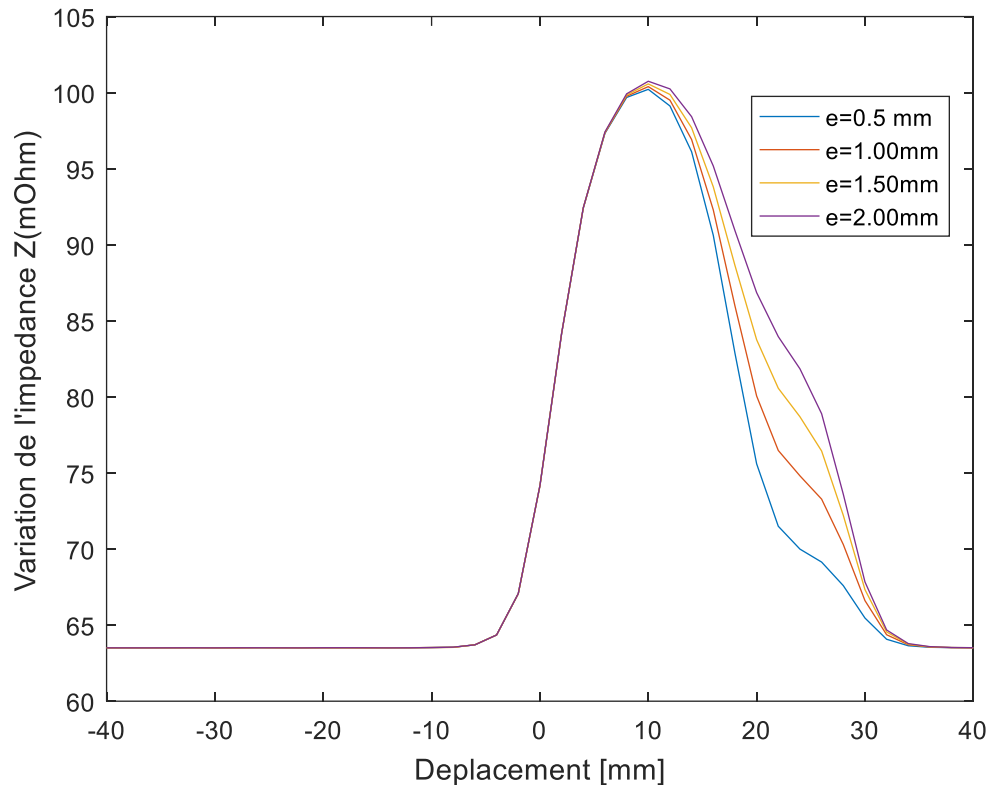


Figure IV.8 : Variation de l'impédance pour différentes épaisseurs.

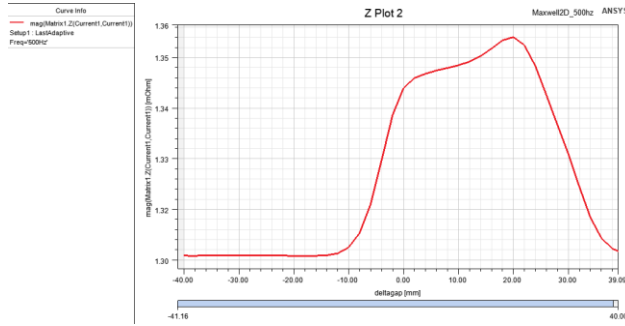
L'analyse de ces figures montre que l'augmentation de la épaisseur du défaut entraîne une augmentation de l'impédance du capteur. De plus, on peut observer que la capacité de détection est améliorée, en particulier lorsque le défaut est caractérisé par un niveau d'épaisseur important. Cette augmentation de l'impédance peut être expliquée par le fait que plus l'épaisseur du défaut augmente plus sa taille augmente ainsi plus la trajectoire des courants induits est fortement altérés, cela conduit à une création d'un champ de réaction moins intensif que le champ d'émission et en résultant la variation de l'impédance tends à se croître.

IV.8 La variation de l'impédance en fonction de déplacement pour les différentes fréquences

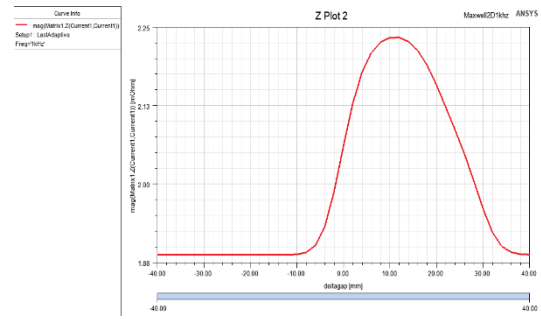
L'objectif de cette application est de voir l'effet de la variation de la fréquence sur l'impédance.

Nous avons effectué plusieurs scans d'une plaque comportant un défaut pour différentes valeurs de la fréquence (500Hz, 1kHz, 25kHz et 50kHz), les figures ci-dessous présentent le résultat

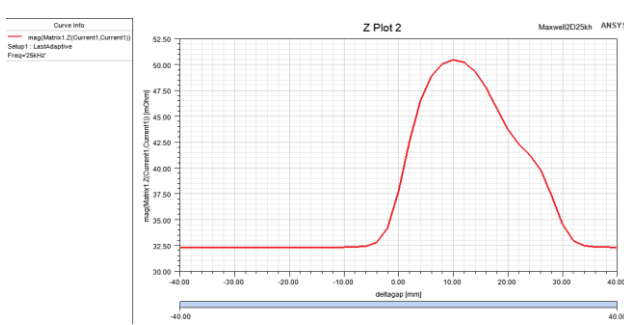
de la variation de l'impédance en fonction de déplacement du capteur pour une épaisseur de la fissure de 2mm.



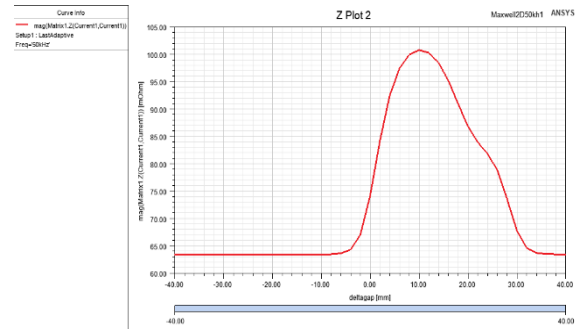
fr=500Hz



fr =1kHz



fr=25kHz



fr=50kHz

Figure IV.9 : La valeur de l'impédance pour une fréquence de 500Hz,1kHz,25KHz,50kHz.

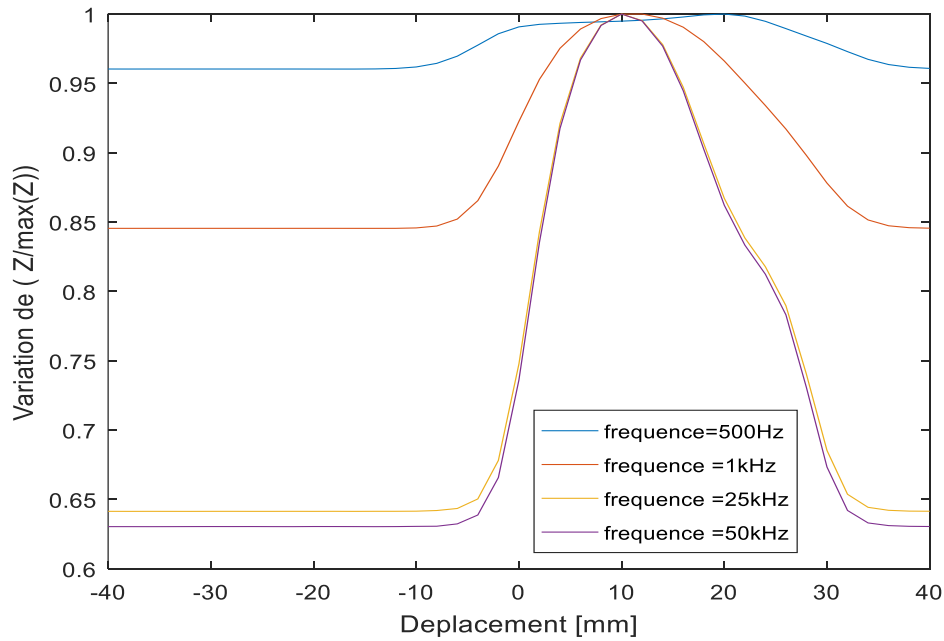


Figure IV.10 : Variation de l'impédance relative pour différentes fréquences.

D'après ces figures on constate que plus la fréquence est élevée, plus l'impédance augmente. Cette augmentation de l'impédance peut être expliquée par le fait que plus la fréquence est élevée, les courants de foucault ont tendance à circuler plus près de la surface de matériau conducteur, ce qui se traduit par une impédance plus élevée.

IV.9 Géométrie de domaine d'étude pour les différentes longueurs de la fissure en 2D

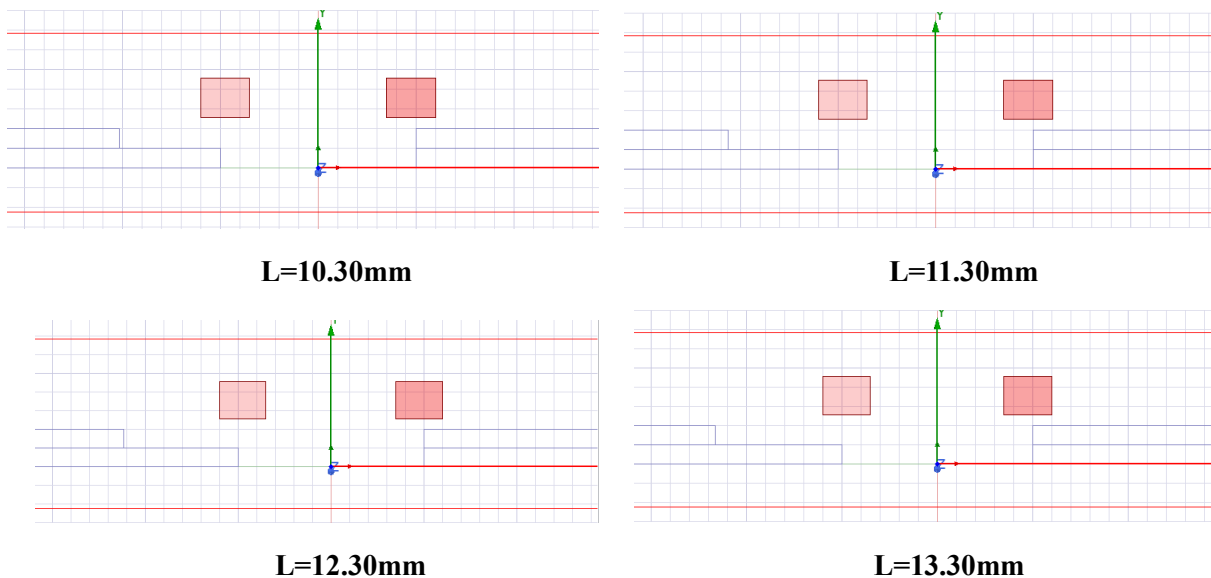
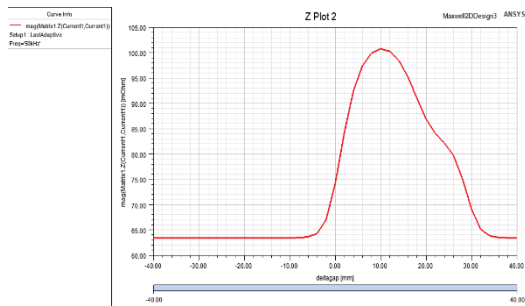
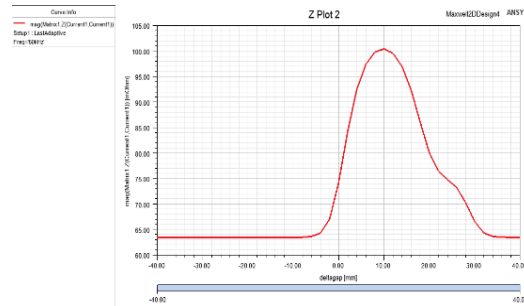


Figure IV.11: Géométrie de domaine d'étude pour les différentes longueurs de la fissure en 2D.

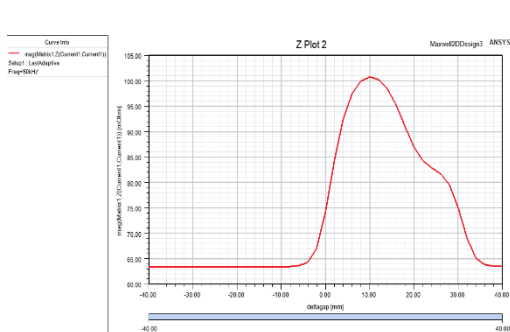
IV.10 La variation de l'impédance en fonction de déplacement du capteur pour les différentes longueurs de la fissure.



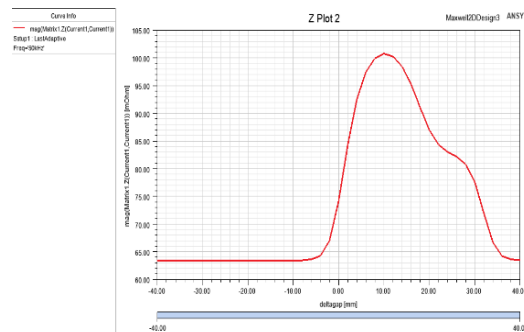
L=10.30mm



L=11.30mm



L=12.30mm



L=13.30mm

Figure IV.12 : La variation de l'impédance en fonction de déplacement du capteur pour les différentes longueurs de la fissure.

L'analyse de ces figures montre que l'augmentation de la longueur du défaut entraîne une augmentation de l'impédance du capteur. On peut conclure que la longueur du défaut change la distribution de la densité des CF ; d'où les courants de Foucault (CF) dépend fortement de la longueur de défaut.

IV.11 Géométrie de domaine d'étude pour les différentes épaisseurs de défaut interne en 2D

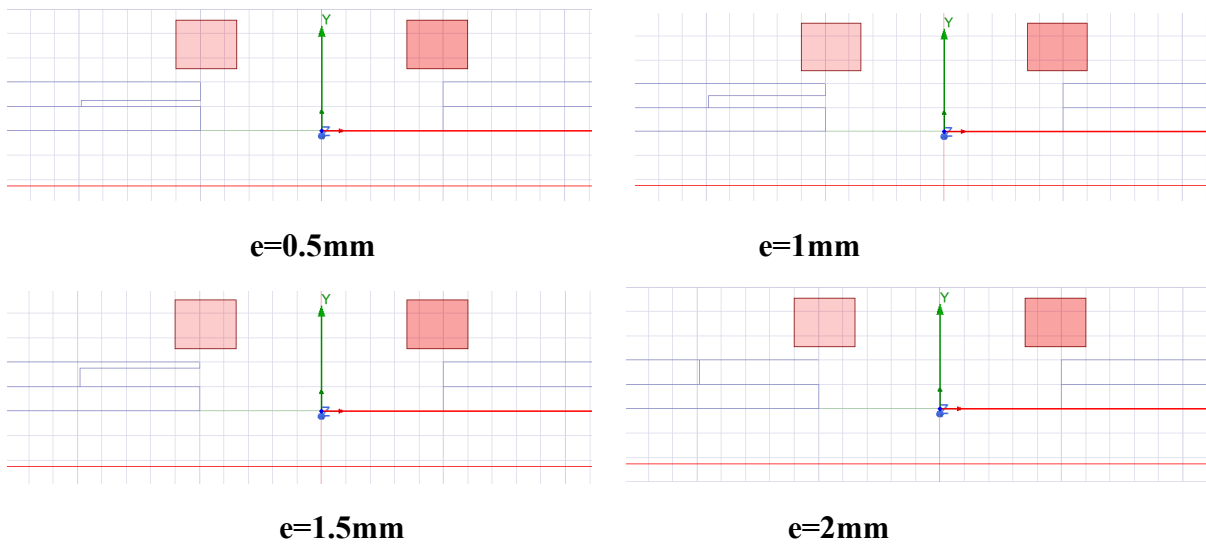


Figure IV.13: Géométrie de domaine d'étude pour les différentes épaisseurs de défaut interne en 2D.

IV.12 La variation de l'impédance en fonction de déplacement du capteur pour les différentes épaisseurs de défaut interne

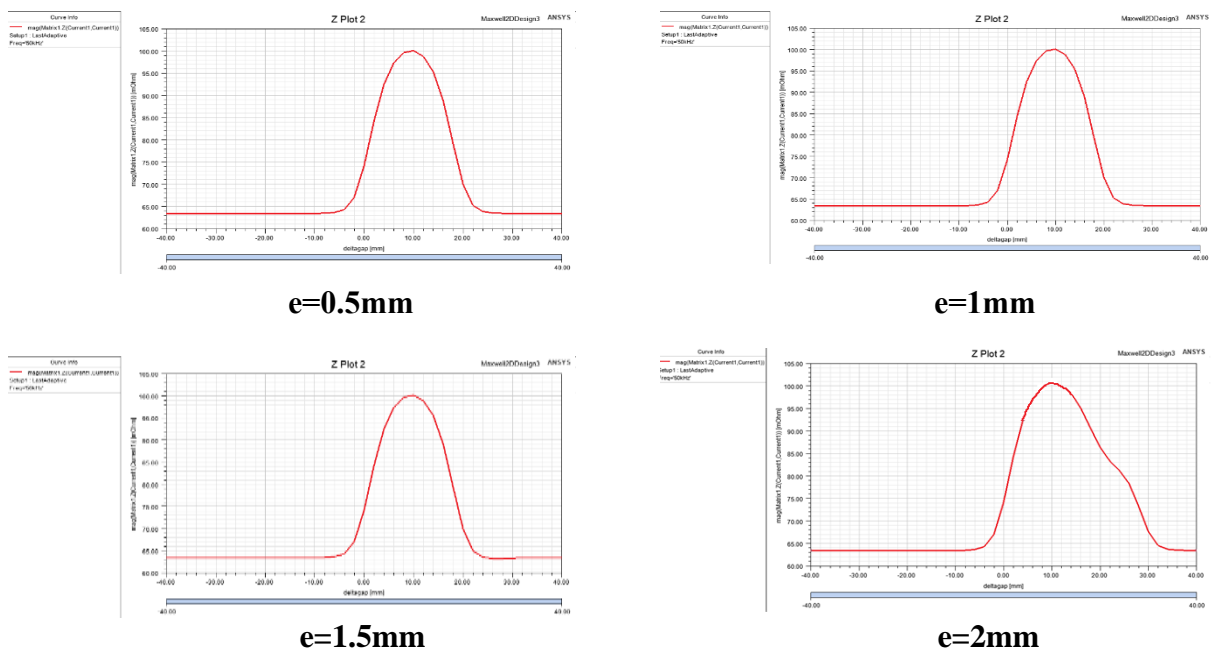


Figure IV.14 : La variation de l'impédance en fonction de déplacement du capteur pour les différentes épaisseurs de défaut interne.

Les figures ci-dessus illustrent la variation de l'impédance pour différentes épaisseur de défauts. interne les courbes "fit " sont issus d'une approximation des résultats obtenus s à l'aide des séries de fourriers.

Connaissant la fonction $f(x)$, qui est ici les résultats issus de la simulation 3D utilisant Ansys Electronic Desctop , on veut la développer en une série de Fourier :

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} [a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)]$$

Les paramètres a_i et b_i sont déterminés en utilisant la commande "cftool" sous l'environnement Matlab.

IV.13 Conclusion

Les simulations menées par la MEF visaient à connaître la réponse du capteur aux différentes dimensions des fissures. Ainsi l'influence des propriétés géométriques du défaut sur la variation de l'impédance.

D'après les résultats obtenues on constate que :

- la variation de l'impédance augmente lorsque **l'épaisseur** de défaut augmente,
- la variation de l'impédance augmente lorsque **la longueur** de défaut augmente
- la variation de l'impédance augmente lorsque **la fréquence** augmente,
- la variation de l'impédance augmente lorsque **l'épaisseur de défaut interne** de défaut augmente,

Conclusion générale

V. Conclusion générale

Les exigences croissantes en termes de sûreté de fonctionnement des produits industriels, ainsi que la nécessité d'optimiser la durée de vie de leurs composants, ont conduit à l'adoption de contrôles qualité de plus en plus rigoureux. Dans ce contexte, l'utilisation des courants de Foucault offre une méthode de contrôle non destructif fiable, rapide et économique pour les matériaux conducteurs.

Notre travail a débuté par une recherche approfondie dans la littérature sur les différentes techniques de Contrôle Non Destructif (CND) les plus couramment utilisées. Ensuite, nous avons classifié les capteurs utilisés dans le CND par courants de Foucault en fonction de leur fonction, de leur géométrie et de leur mode de contrôle. Par la suite, nous avons rappelé les équations de Maxwell qui régissent le CND par courants de Foucault, ainsi que les méthodes de résolution de ces équations à l'aide de la méthode des éléments finis. Nous avons également abordé les diverses techniques de calcul de l'impédance.

Enfin, nous avons mis en œuvre le système à étudier sous ANSYS-MAXWELL et l'avons utilisé pour examiner la variation de l'impédance en fonction du déplacement du capteur, en tenant compte de paramètres géométriques tels que l'épaisseur du défaut et la fréquence.

Dans le cadre de perspectives futures, il serait intéressant d'explorer davantage les applications spécifiques du CND par courants de Foucault dans l'industrie, notamment en ce qui concerne la détection de défauts dans des pièces complexes ou de grande taille. De plus, l'amélioration des techniques de modélisation et de simulation pourrait contribuer à une meilleure compréhension du comportement du système, permettant ainsi d'optimiser davantage les processus de contrôle. Enfin, l'intégration de technologies émergentes telles que l'intelligence artificielle pourrait ouvrir de nouvelles possibilités pour l'automatisation et l'analyse avancée des données dans le domaine du CND par courants de Foucault.

En plus des perspectives mentionnées précédemment, plusieurs autres pistes de recherche et d'amélioration peuvent être explorées dans le domaine du Contrôle Non Destructif (CND) par courants de Foucault :

1. Développement de Capteurs Innovants : La conception de capteurs spécifiques pour des applications industrielles particulières pourrait être une avenue prometteuse. Des capteurs adaptés

aux contraintes spécifiques de l'industrie, tels que les environnements à haute température ou à haute pression, pourraient être développés.

2. Automatisation Avancée: L'automatisation des processus de CND par courants de Foucault pourrait être poussée plus loin en utilisant des robots et des systèmes autonomes pour effectuer les inspections sur de grandes surfaces ou dans des environnements difficiles d'accès.

3. Intégration de l'Intelligence Artificielle: L'intégration de l'intelligence artificielle (IA) pour l'analyse des données pourrait permettre une détection plus précise et rapide des défauts. Les techniques d'apprentissage automatique pourraient être utilisées pour améliorer la fiabilité des résultats.

4. Miniaturisation des Dispositifs: La miniaturisation des dispositifs de CND par courants de Foucault permettrait des applications plus flexibles, telles que la détection de défauts à l'intérieur de composants électroniques ou la surveillance en temps réel de pièces en mouvement.

5. Applications Multi-matériaux : Étendre les applications du CND par courants de Foucault à des matériaux composites ou à des structures multi matériaux représente un défi passionnant pour la recherche future.

6. Normes et Protocoles Internationaux** : La normalisation et l'harmonisation des protocoles et des normes internationales pour le CND par courants de Foucault pourraient favoriser son adoption généralisée dans l'industrie.

7. Formation et Sensibilisation : La sensibilisation et la formation des professionnels de l'industrie aux avantages et aux limites du CND par courants de Foucault sont essentielles pour une utilisation efficace de cette technologie.

En résumé, le CND par courants de Foucault est une technique puissante avec un potentiel considérable dans de nombreuses industries. Les perspectives futures incluent l'exploration de nouvelles applications, l'amélioration des techniques et des technologies, ainsi que l'adoption de l'automatisation et de l'intelligence artificielle pour renforcer la fiabilité et l'efficacité des inspections.

**Références
Bibliographiques**

VI. Références Bibliographiques

- [1] **B. Oussama**, « Contrôle non destructif par courants de Foucault par capteur différentiel », Université de M'sila, Master en Génie Electrique, 2012.
- [2] **B. Yahia, B. Abdeljalil**, « Etude et Simulation d'un Capteur Rotatif à Courants de Foucault pour l'Inspection des Structures Aéronautiques », Université Mohamed Boudiaf M'sila, Master en Génie Electrique, 2020.
- [3] **Y. Choua**, « Application de la méthode des éléments finis pour la modélisation de configurations de contrôle non destructif par courants de Foucault », Thèse de Doctorat, Paris, 2009.
- [4] **H. Zaidi**, « Méthodologies pour la modélisation des couches fines et du déplacement en contrôle non destructif par courants de Foucault : application aux capteurs souples », Thèse de Doctorat, Université Paris Sud - Paris XI, 2012..
- [5] **B. Lakhdar, L. Amel**, « Contrôle Non Destructif par Courants de Foucault. Application aux Pièces Cylindriques et Plaques Muni d'un Alésage », Université Mohamed Boudiaf M'sila, Mémoire de Master Académique, 2018.
- [6] **G. Chemseddine, R. Rassim** « Modèles neuronaux pour le CND à flux de fuite magnétique » Mémoire de Master Académique, Université Mohammed Seddik Benyahia Jijel 2019.
- [7] **D. Imad, A. Abdelouhab**, « Étude de la détection des défauts dans les structures aéronautiques par capteur à courants de Foucault rotatif » Mémoire de Master Académique à Université A.Mira-Bejaia, 2020
- [8] **S. Bennoud** « Étude et Simulation de Contrôle des Pièces Aéronautiques par les Méthodes Électromagnétiques. » Thèse de Doctorat Université Blida I, 2017.
- [9] **k. karim, gh. Tayab**, « Contrôle non destructif » Mémoire de Master Académique à Université de Adrar, 2018.
- [10] **M. Hamid**, « Étude du Contrôle et de l'Évaluation Non-Destructifs dans les Milieux Magnétiques », Thèse de Doctorat 3ème Cycle LMD, Université Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou,, 2019.
- [11] **A. Abdou**, « Contrôle Non Destructif par Courants de Foucault Étude et Modélisation d'un Capteur Inductif à Courants de Foucault », Thèse de Doctorat, Batna, 2018.
- [12] **A. Leleux**, « Contrôle Non Destructif de Composites par Ondes Ultrasonores Guidées, Générées et Détectées par Multiélément.», Thèse de Doctorat, L'université Bordeaux 1, 2012.

- [13] **A. Harouz**, « Reconstitution de Défauts Complexes avec la Méthode des Réseaux de Neurones. Application pour l’Evaluation Non Destructive », Mémoire de Master Académique , Université Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou,, 2015.
- [14] **Th. Kabeche**, « Etude Théorique Et Expérimentale D’un Capteur à Induction Electromagnétique », Mémoire de Master Académique, Université Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou,, 2017.
- [15] **A. Berkache**, « Modélisation de structure CND par la méthode des éléments finis stochastique » ,Mémoire de Master Académique Université Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou,, 2015.
- [16] **D. Dahmani**, « Contrôle non destructif application pour matériaux conducteurs » Mémoire de Master Académique, Université Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou,, 2016.
- [17] **M. Rachid, L. Idris**, « Modélisation par éléments finis du contrôle non destructif par courants de Foucault à l’aide du logiciel Comsol Multiphysics ». Mémoire de Master Académique, Université A. Mira Bejaia, 2022.
- [18] **Quang Anh Phan**, « Contribution à la modélisation des courants de Foucault par la méthode des équations intégrales de frontière » ,Thèse de Doctorat, Université Grenoble Alpes, 2016.
- [19] **D. Zakaria, K. Abdellah**, « Caractérisation non destructive par Courants de Foucault classique et pulsés des alliages de titanes (TA6V) », Mémoire de Master Académique, Université Saad Dahleb Blida, 2019.
- [20] **H. Meziane**, « Étude et Caractérisation des Fissures Fines en Évaluation Non Destructive »Thèse de Doctorat, Université Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou,, 2018.
- [21] **C. Zorni**, « Contrôle non destructif par courants de Foucault de milieux ferromagnétiques : de l’expérience au modèle d’interaction », Thèse de Doctorat, Université Paris-Sud 11, 2012.
- [22] **N. Zemouri**, « Etude et Réalisation d’un Système Multi capteurs Destiné au Diagnostic des Matériaux Conducteurs », Mémoire de Fin d’Etude de Magister, Université Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou, Algérie, 2016.

- [23] **M. Fares, A. Brahim**, « Etude du contrôle non destructif par courant de Foucault en utilisant la méthode des éléments finis », Mémoire de Master Académique, Université Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou,, 2017.
- [24] **A. Med El Amine**, « Etude du contrôle non destructif (CND) par courants de Foucault et simulation par la méthode des éléments finis », Mémoire de Master Académique, université Labri Ben M'hidi De Oum El Bouaghi, 2016.
- [25] **A. Berkache**, « Développement de méthodes de réduction de systèmes et application au calcul électromagnétique stochastique »,Thèse de Doctorat, Université Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou,, 2019.
- [26] **S. Aibeche, I. Bouit**, « Contribution à la Modélisation Magnétothermique des Machines Electriques Synchrones à Aimants Permanents », Mémoire de Master Académique, Université Mohammed Seddik Benyahia Jijel, 2019.