

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MOULOUD MAMMARI DE TIZI-OUZOU



FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE
DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE

**Thèse de DOCTORAT
En ELECTROTECHNIQUE**

Présentée par

ZAOUIA Mustapha

Magister de l'EMP d'Alger

Thème

**Modélisation Numérique du Couplage
Electromagnétique - Mécanique dans les Structures
Linéaires Tubulaires**

Thèse soutenue publiquement le 05 Mai 2013 devant le jury d'examen composé de:

Président	Salah HADDAD	Professeur	UMMTO Tizi-Ouzou
Rapporteur	Nacereddine BENAMROUCHE	Professeur	UMMTO Tizi-Ouzou
Examineur	Rachid IBTIOUEN	Professeur	ENP Alger
Examineur	Youcef OUAZIR	Professeur	USTHB Alger
Examineur	Abdesslem DJERDIR	HDR UT	Belfort-Montbéliard, France
Examineur	M'hemed RACHEK	Maître de Conférences A	UMMTO Tizi-Ouzou

Remerciements

Ce travail a été effectué sous la direction de monsieur *Nacereddine BENAMROUCHE*, Professeur au Département d'Electrotechnique, Directeur du laboratoire (LATAGE) à l'université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou. Je tiens à lui exprimer ma reconnaissance pour la confiance qu'il m'a accordée et pour l'intérêt qu'il a constamment porté à mes travaux, ainsi que pour ses conseils et suggestions à travers de fructueuses discussions, je ne saurai comment lui exprimer ma profonde gratitude.

J'adresse mes sentiments les plus respectueux et remerciements à tous les membres de jury :

- Monsieur *Salah HADDAD*, professeur au Département d'Electrotechnique, université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, pour l'honneur qu'il me fait de présider le Jury de cette thèse, et pour l'intérêt qu'il a bien voulu porter à ce travail.
- Monsieur *Rachid IBTIOUEN*, professeur à l'Ecole Nationale Supérieure Polytechnique d'Alger, pour le très grand honneur qu'il me fait en acceptant d'être membre de jury et examinateur de cette thèse et l'intérêt qu'il a bien voulu porter à ce travail.
- Monsieur *Youcef OUAZIR*, professeur à l'USTHB, pour l'honneur qu'il me fait d'être membre de jury et examinateur de cette thèse.
- Monsieur *Abdesslem DJERDIR*, maître de conférences H.D.R à l'Université de Technologie de Belfort-Montbéliard (UTBM) en France pour son aide, et de m'avoir reçu plusieurs fois au niveau du Laboratoire où il exerce ainsi que pour ses très grandes qualités humaines. Je le remercie aussi pour l'honneur qu'il me fait en acceptant d'être membre de jury et examinateur de cette Thèse.
- Monsieur *M'hemed RACHEK*, maître de conférences à l'Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, pour son aide durant la réalisation de ce travail et l'honneur qu'il me fait en acceptant d'être membre de jury et examinateur de cette thèse.

A tous ceux ou celles qui ont contribué de près ou de loin à la concrétisation de ce travail.

Dédicaces

Je dédie cette thèse :

- A mes chers parents.
- A ma femme Karima et notre très chère et charmante fille Fatima- Meriem.
- A mes frères et sœurs.
- A ma belle famille.
- A tous mes proches.
- A tous mes amis(es).

Mustapha Zaouia

Introduction générale	1
------------------------------------	---

Chapitre I : Etat de l'art et objectifs

I.1.Introduction.....	5
I.2.Moteurs pas à pas	6
I.3. Propriétés et applications des moteurs pas à pas.....	8
I.4. Méthodes d'études des moteurs linéaires pas à pas.....	10
I.5. Lanceurs électromagnétiques linéaires à induction	13
I.6. Méthode d'étude des lanceurs électromagnétiques à induction.....	14
I.7. Conclusion et objectifs.....	16

Chapitre II : Modèles Mathématiques en vue de l'étude des dispositifs électromagnétiques

II.1.Introduction.....	18
II.2. Equations électromagnétiques fondamentales de Maxwell.....	20
II.3. Equations de Maxwell en Electrotechnique.....	21
II.3.1. Hypothèse simplificatrices.....	21
II.3.2. Equation de Maxwell simplifiées.....	21
II.4. Formulation en potentiel vecteur magnétique.....	21
II.5. Equation magnétostatique.....	22
II.6. Equation magnétodynamique.....	22
II.7. Equation magnétodynamique bidimensionnelle.....	24
II.8. Prise en compte des circuits électriques.....	25
II.8.1 Cas d'une excitation par une source de courant.....	26
II.8.2 Cas d'une excitation par une source de tension.....	26
II.9. Prise en compte de la saturation.....	30
II.10. Les aimants permanents.....	31
II.10.1.Approche par les courants équivalents.....	34
II.10.2.Approche par les réseaux de perméance.....	34
II.11. Conditions de continuité.....	35
II.12. Exemples de structures géométriques et type de conditions aux limites.....	35
II.13. Discrétisation temporelle.....	36

II.14. Equation de la mécanique.....	37
II.15. Méthode des éléments Finis.....	38
II.15.1 La discrétisation.....	39
II.15.2.Méthode des résidus pondérés.....	40
II.16.Calcul des forces magnétique.....	40
II.16.1. Méthode du tenseur de Maxwell et force de Lorentz.....	40
II.17. Prise en compte du mouvement.....	45
II.17.1. Méthode du Macro- Elément	46
II.18.Conclusion	50

Chapitre III : Modélisation numérique du couplage Electromagnétique-Mécanique

III.1. Introduction.....	52
III.2.Formulation éléments finis de l'équation électromagnétique.....	52
III.3. Cas des dispositifs présentant la saturation en l'absence des courants induits.....	54
III.4. Cas des dispositifs présentant des courants induits en l'absence de saturation.....	58
III.5.Discrétisation des expressions de la force magnétique.....	59
III.6. Discrétisation de l'équation mécanique.....	60
III.7. Modes de Couplages.....	61
III.7.1. Couplage paramétrique.....	61
III.7.2.Couplage direct ou fort.....	61
III.7.3.Couplage indirect ou alterné.....	62
III.8.Conclusion.....	64

Chapitre IV : Applications, validation et discussion des résultats

IV.1.Introduction.....	65
IV.2.Etude de la machine linéaire tubulaire pas à pas (MLTRVP).....	66
IV.2.1.Description de la MLTRVP.....	66
IV.2.2.Fonctionnement de la MLTRVP.....	68
IV.2.3. Caractéristiques géométriques et physiques de la MLTRVP.....	69

IV.3. Domaine d'étude et maillage.....	70
IV.4. Etude du comportement dynamique de la MLTRVP.....	72
IV.5. Amélioration de la force magnétique de la MLTRVP.....	78
IV.5.1. Présentation de la structure modifiée (MLTAPP)	79
IV.6. Etude de l'influence du coefficient de viscosité.....	83
IV.7. Etude du Lanceur électromagnétique tubulaire.....	85
IV.7.1. Description du lanceur électromagnétique.....	85
IV.7.2. Caractéristiques géométriques et physiques du lanceur électromagnétique.....	86
IV.8. Equations électriques régissant le lanceur électromagnétique.....	87
IV.9. Etude du comportement dynamique du lanceur électromagnétique.....	90
IV.10. Etude de l'influence de la position initiale du projectile.....	94
IV.11. Etude de l'influence de la tension initiale de décharge du condensateur.....	97
IV.12. Conclusion.....	100
Conclusion générale.....	102
Bibliographie.....	105

Travaux de contribution

Publications dans des revues scientifiques

1. **Zaouia Mustapha**, Benamrouche Nacereddine, Rachek M'hemed , “ *Numerical Modeling of the Coupled Electromagnetic and Mechanical Phenomena of Linear Stepping Motors*”, **Journal of Electromagnetic Analysis and Application** , **Volume 4, N°1, January 2012, pp.1-9, ISSN-1942-0730 (Print).**
2. **Zaouia Mustapha**, Benamrouche Nacereddine, Rachek M'hemed , “ *Electromagnetic-Mechanical Coupled Model of Linear Stepping Motors*”, **Electromotion Journal** , **Volume 18, N°1, January-March 2011, pp.8-15, ISSN-1223-057X.**
3. **Zaouia Mustapha**, Benamrouche Nacereddine, Rachek M'hemed, Abdesslem Djerdir, “*Electromagnetic-Mechanical Dynamical Modeling of Permanent Magnet Linear Stepping Motor with Material Saturation Effect*”, **Studies in Applied Electromagnetic and Mechanics**, **Vol.34, 2010 pp.408-422, ISSN-1383-7281(Print).**

Communications dans des conférences internationales

1. **Zaouia Mustapha**, Benamrouche Nacereddine, Rachek M'hemed , “ *Electromagnetic- Mechanical Coupled Model of Linear Stepping Motors*”,**Conference on Electrical Engineering, CEE'10, 11-13 Octobre 2010, Batna, Algérie.**
2. **Zaouia Mustapha**, Benamrouche Nacereddine, Rachek M'hemed , Abdesslem Djerdir, “*Electromagnetic-Mechanical Dynamical Modeling of Permanent Magnet Linear Stepping Motor with Material Saturation Effec*”, **XIV International Symposium on Electromagnetic Fields in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering (ISEF2009)**, **pp.235-236, September 10-12, 2009, Arras, France.**

Introduction générale

Les actionneurs électromagnétiques linéaires représentent un nombre important d'applications dans tous les domaines de la vie, particulièrement dans le domaine des machines de production où ils sont utilisés notamment pour la commande de position ou de vitesse. Parmi ces dispositifs, nous citons en premier lieu les moteurs pas à pas linéaires qui sont d'une grande importance et qui ont attiré fortement l'attention des chercheurs [1-23]. Ces dispositifs offrent par exemple une alternative aux dispositifs pneumatiques ou hydrauliques dans plusieurs domaines impliquant des vitesses plus au moins importantes ou de grandes précisions de commande de mouvement. Ces dispositifs peuvent avoir des densités de forces magnétiques assez élevées, de bonnes propriétés dynamiques ainsi que de faibles pertes. Ils sont utilisés dans les systèmes d'entraînement de hautes performances et dans des applications comme les servomoteurs.

En second lieu, les lanceurs électromagnétiques linéaires tubulaires [24-43] peuvent être classés aussi comme accélérateurs électromagnétiques où la précision de la vitesse ainsi que de la position sont des paramètres importants, les performances de tels systèmes permettent d'atteindre des vitesses de déplacement très importantes. Leur domaine d'application est vaste, ils peuvent être utilisés dans le domaine spatial, la métallurgie, le domaine de l'environnement [24] ainsi que dans le domaine militaire.

Toutefois, et pour répondre aux exigences économiques, de nouveaux systèmes sont étudiés pour être à la fois plus rapides et plus précis, leurs performances évoluent constamment. Ces évolutions importantes ne cessent d'augmenter grâce notamment, aux progrès dans les domaines des matériaux magnétiques, de la supraconductivité, de la mécanique, et de la thermique. Actuellement le principe électromagnétique de conversion électromécanique règne encore largement, il a fait et il fera encore des progrès. Ces dispositifs sont considérés comme des convertisseurs électromécaniques d'énergie dans lesquels le transfert de puissance électrique en puissance mécanique est réalisé à partir d'une conversion intermédiaire électromagnétique. D'une manière schématique la magnétisation du système, en particulier celle de l'entrefer, est réalisée à travers deux types de sources magnétiques. La première, l'induit, qui est qualifié de source de puissance (bobinages permettant le transfert de puissance, la puissance moyenne transmise correspond alors, aux pertes près, à la puissance mécanique). La seconde, l'inducteur, est dit également l'excitation (bobinée, ou à aimants). Dans le cas d'une excitation bobinée, la puissance absorbée se limite aux pertes par effet Joule dans le bobinage.

La demande croissante des dispositifs linéaires pour la commande de position et/ou de vitesse plus performants implique la nécessité de la modélisation mathématique de plusieurs phénomènes. Dans notre cas, ces phénomènes sont principalement les phénomènes électromagnétique et mécanique. Ils représentent une conversion qui est la principale forme d'utilisation indirecte de l'énergie électrique. Cette forme de conversion d'énergie joue un rôle important dans ces dispositifs qui se traduit par l'influence du phénomène électromagnétique sur le phénomène mécanique par l'intermédiaire des forces magnétiques

qu'il crée dans les parties mécaniques. Le phénomène mécanique influe sur le phénomène électromagnétique à travers le mouvement des parties mobiles qui se traduit par la déformation du champ magnétique. Les forces magnétiques générées sont limitées par divers phénomènes tels que la saturation des matériaux magnétiques, l'échauffement, voire la désaimantation ou dans certains cas ces dispositifs sont limités par le volume ou par la masse.

L'étude de ces dispositifs, nécessitent donc une modélisation régissant leur comportement dynamique. De plus, nous associons à ces modèles des méthodes expérimentales pour la confrontation et la validation des résultats. L'utilisation seule des méthodes expérimentales ne peut suffire à cause de plusieurs raisons qui se traduisent par l'inaccessibilité de certaines informations à la mesure. L'étude de ces dispositifs par simulation à travers des modèles mathématiques est donc nécessaire et adaptée.

Afin d'étudier et d'améliorer le comportement dynamique de ces dispositifs, plusieurs modèles peuvent être utilisés. En effet selon la littérature, plusieurs approches ont été rapportées. La première approche se base sur des méthodes analytiques et la seconde fait appel aux méthodes numériques et dans certains cas au couplage des deux méthodes.

Pour l'étude des dispositifs de position en l'occurrence les moteurs linéaires pas à pas, plusieurs méthodes ont été utilisées notamment les méthodes analytiques telles que la méthode des réseaux de réductances ou la méthode des circuits magnétiques équivalents [3],[7],[11-14],[17], [18],[20], ainsi que les méthodes numériques par l'utilisation principalement de la méthode des éléments finis [1],[2],[4],[5],[9],[10],[15],[19],[20],[22].

La plus grande partie des travaux basés sur la modélisation par les méthodes analytiques ont montré qu'ils sont limités seulement à la détermination des grandeurs en statique, sans la prise en compte de l'équation mécanique et dans certains cas sans la prise en compte du phénomène de saturation des matériaux magnétiques et du mouvement des parties mobiles. Concernant l'étude de ces dispositifs par la méthode des éléments finis, certains auteurs l'ont effectuée en 3D, néanmoins les résultats obtenus sont en statique donc sans la prise en compte de l'équation mécanique. Cette méthode présente alors certaines insuffisances vue la lourdeur du problème. D'autres auteurs ont appliqué cette méthode en considérant un problème 2D, Le modèle décrit dans certain cas, présente certaines imperfections au niveau de la technique de prise en compte du mouvement utilisée qui a un impact direct sur l'évaluation de la force magnétique et du déplacement.

Pour l'étude du comportement dynamique des dispositifs de vitesse qui représentent les lanceurs électromagnétiques linéaires tubulaires, une méthode analytique basée sur la méthode des circuits couplés a été utilisée [26], [27], [28], [29],[33-36],[39],[40],[41]. Celle-ci repose sur un découpage en éléments simples de chaque partie du dispositif. A chaque élément, on doit calculer plusieurs paramètres. Le calcul de ces derniers occasionne une certaine lourdeur. D'autres auteurs se sont basés sur les méthodes numériques telles que la méthode des éléments finis [30], [42] ou la méthode des différences finies [43]. Ces auteurs ont utilisé une technique de prise en compte du mouvement peu précise.

Notre travail est une contribution à la modélisation des phénomènes électromagnétique et mécanique dans les dispositifs électromagnétiques tubulaires linéaires de position et/ou de vitesse. Ce qui se traduit par le développement de modèles mathématiques qui prennent en compte des phénomènes complexes tels que la saturation des matériaux ferromagnétiques, c'est le cas des moteurs pas à pas, ou la présence d'alimentations en régime transitoire et de courants induits, c'est le cas des lanceurs électromagnétiques. Parmi ces phénomènes complexes, nous citons aussi la prise en compte du mouvement des parties mobiles et l'évaluation des forces magnétiques qui sont des paramètres importants dans la modélisation mathématique et la résolution numérique. Dans ce contexte, le choix d'une technique de simulation du mouvement appropriée et d'une méthode adaptée d'évaluation de la force magnétique prend toute son importance. Les dispositifs qui intéressent notre étude mettent en jeu plusieurs phénomènes physiques complexes qui nécessitent l'établissement des équations les régissant. Ceci constitue la première approche du problème pour ensuite procéder à l'étape du développement du modèle numérique de couplage et son application à l'analyse du comportement dynamique.

Notre travail est présenté en quatre chapitres, le premier est consacré à certains travaux rapportés par la littérature qui montrent les différentes méthodes utilisées pour l'étude et l'analyse des dispositifs qui nous intéressent.

Le second chapitre décrit les phénomènes physiques associés à l'électromagnétisme qui se traduit par la description des équations utilisées pour la modélisation des phénomènes électromagnétique et mécanique. Nous exposons les équations locales qui décrivent les champs et les formulations en potentiel vecteur magnétique dans les cas statique et dynamique. Ces équations sont données dans le cas particulier des géométries axisymétriques. Dans ce même chapitre nous présentons l'équation mécanique ainsi que la méthode des éléments finis qui est utilisée pour l'étude de nos dispositifs.

L'évaluation des forces magnétiques nécessaires dans le fonctionnement des dispositifs à étudier est une étape importante. Le calcul de ces forces est effectué à partir des grandeurs électromagnétiques et nous présentons les méthodes adaptées à nos applications. Le choix est effectué en fonction du type de problème et de l'approche qui convient le mieux à l'implémentation sous environnement Matlab.

Plusieurs techniques de prise en compte du déplacement des parties mobiles dans le cas particulier des dispositifs dotés d'un mouvement linéaire sont décrites dans la littérature, dans notre cas une attention particulière est consacrée à la technique du Macro-Elément due à sa précision et à son adaptation à l'étude de nos dispositifs. Cette méthode sera décrite d'une manière plus détaillée.

Le troisième chapitre traite de la modélisation numérique des modèles électromagnétique et mécanique qui régissent nos systèmes. La modélisation numérique se traduit par la discrétisation par une méthode numérique en l'occurrence la méthode des éléments finis de ces modèles, car les différentes équations ne peuvent être traitées par des méthodes

analytiques. Nous donnons dans ce cas les étapes de discrétisation des équations pour chaque type de dispositif. Le choix de la méthode des éléments finis est dicté par sa facilité d'application à des géométries complexes et sa prise en compte des non-linéarités. La discrétisation des expressions de la force magnétique et de l'équation mécanique est aussi présentée. La manière de coupler les phénomènes électromagnétique et mécanique à travers des modes de couplage adaptés à chaque type de problème est abordée.

Le quatrième et dernier chapitre concerne l'application des modèles électromagnétique et mécanique développés à des dispositifs réels. Nous considérons deux principales applications. La première concerne l'étude du comportement dynamique d'un moteur linéaire tubulaire pas à pas à réluctance variable. Cette application est considérée comme un exemple type de validation des modèles électromagnétique et mécanique développés car elle met en jeux des phénomènes complexes. Dans ce type de dispositifs, la précision de la position est primordiale, le déplacement s'effectue d'une manière incrémentale. Nous nous intéressons principalement à l'évaluation du déplacement en fonction du temps de la partie en mouvement ainsi que la vitesse et la détermination de la force magnétique temporelle de démarrage. Une structure modifiée représentée par le même moteur auquel nous additionnons des aimants permanents pour améliorer la force magnétique de démarrage est proposée. Les résultats obtenus sont comparés d'une part entre eux et à ceux de la référence [2] d'autre part.

La seconde application est consacrée à l'étude du comportement dynamique d'un lanceur électromagnétique linéaire tubulaire alimenté par un courant transitoire généré par un banc de condensateurs où les courants induits dans la partie mobile sont pris en compte. Dans ce type de dispositif le terme de vitesse prend toute son importance. Nous nous intéressons principalement à l'évaluation de la vitesse de propulsion en fonction du temps de déplacement ainsi qu'à la force magnétique temporelle de poussée.

Enfin, nous terminons par une conclusion générale et nous donnons quelques perspectives à ce travail.

Chapitre I : Etat de l'art et objectifs

I.1.Introduction

L'utilisation des dispositifs électromagnétiques linéaires tubulaires destinés à la commande de position ou de vitesse, tels que les moteurs pas à pas et les lanceurs électromagnétiques dans les différents domaines de la vie est en constante évolution. Le fonctionnement de ces dispositifs met en jeu le principe de la conversion de l'énergie. En effet dans ces dispositifs, l'énergie électromagnétique influe sur l'énergie mécanique par l'intermédiaire des forces qu'elle crée dans les parties mécaniques. D'une autre part le phénomène mécanique influe sur le phénomène électromagnétique par le biais du mouvement des parties mobiles. Dans le cas général, le mouvement de la charge (partie en mouvement), ainsi que les non-linéarités magnétiques font que les études des deux phénomènes ne peuvent être conduites indépendamment. Le développement de modèles couplés est alors indispensable. Ce qui se traduit par la solution des équations du champ électromagnétique et des équations de la mécanique ainsi que par la prise en compte du mouvement de la partie mobile.

Le champ électromagnétique dans ces dispositifs est créé à partir d'une source de tension, ou d'une source de courant ou à partir d'un aimant permanent ou de leur combinaison. Au niveau de leur partie en mouvement se crée par interaction des champs magnétiques statorique et rotorique des forces magnétiques. Les parties en mouvement peuvent être ferromagnétiques ou conductrices, ce qui nous conduit au choix approprié de la méthode de calcul de la force magnétique. Les méthodes de calcul de la force magnétique sont généralement basées soit sur des modèles de courants ou sur des approches énergétiques. Plusieurs méthodes de calcul de la force magnétique dans les dispositifs électromagnétiques particulièrement à mouvement linéaires ont été développées et rapportées dans la littérature. Nous distinguons, la méthode de la force de Lorentz, la méthode basée sur les sources équivalentes, la méthode basée sur les masses magnétiques équivalentes, la méthode basée sur les courants équivalents, la méthode de l'énergie et de la coénergie, la méthode des travaux virtuels et enfin la méthode du tenseur de Maxwell [56], [57], [58], [59].

La force magnétique créée dans la partie mobile engendre un déplacement de cette dernière. Ce mouvement se traduit par un déplacement d'un pas à l'autre généralement variable ce qui nécessite un choix judicieux d'une technique de mouvement pour la prise en compte de ce déplacement. Plusieurs techniques de mouvement pour simuler le déplacement dans les machines linéaires ont été développées, parmi elles, nous citons, la méthode de remaillage [61], la méthode de la bande de mouvement [62], la méthode de la ligne de glissement [63],[64], la méthode d'interpolation nodale [74], la méthode de la bande géométrique [59] et la méthode du Macro-Element [65],[66],[67], [68], [69],[70] [71].

L'équation du champ électromagnétique régissant ces dispositifs est traduite par une équation aux dérivées partielles issue de la combinaison des équations principales de Maxwell où le terme source est généralement une tension ou une densité de courant responsable de la création du champ magnétique. Cette équation sera couplée à l'équation mécanique issue à son tour de la loi fondamentale de la mécanique de Newton par son terme source qui représente la force magnétique. Ce couplage s'effectuera en utilisant plusieurs modes de

couplages à savoir, le couplage paramétrique, le couplage séquentiel (indirect) ou le couplage fort (direct) [59]. Chacun de ces modes de couplage présentent des avantages et des inconvénients liés au type du problème étudié.

Les travaux développés dans cette thèse représentent une contribution à l'étude des phénomènes électromagnétiques et mécaniques avec prise en compte du mouvement dans les dispositifs électromagnétiques linéaires tubulaires, destinés à la commande de la position et ou de la vitesse, ainsi que la considération des autres effets tels que les non-linéarités représentant la saturation des matériaux magnétiques et le comportement dynamique. Cette étude se traduit par le développement de modèles numériques basés sur la méthode des éléments finis couplée à une technique de simulation du mouvement qui prend en considération les phénomènes suscités.

Bien qu'ils existe plusieurs types de dispositifs linéaires tubulaires, les dispositifs de l'étude auxquels nous nous intéresserons sont principalement les moteurs pas à pas linéaires tubulaires et les lanceurs électromagnétiques tubulaires où la précision du déplacement et de la vitesse sont des grandeurs importantes.

I.2. Moteur pas à pas

Les moteurs linéaires pas à pas ont une particularité; c'est le caractère incrémental de leurs déplacements et la dimension de leurs entrefers qui sont souvent très faibles en les comparants à d'autres types de moteurs linéaires. Le modèle mathématique qui doit être développé doit avoir la possibilité de prendre particulièrement en compte ces caractéristiques.

Le moteur pas à pas constitue un convertisseur électromécanique destiné à transformer le signal électrique (impulsion ou train d'impulsions de pilotage) en déplacement (angulaire ou linéaire) mécanique.

Du point de vue électrotechnique, le moteur classique ressemble à la machine synchrone, dont le stator (le plus souvent à pôles saillants) porte les enroulements de pilotage et le rotor (presque toujours à pôles saillants) est soit muni d'aimants permanents (structure dite polarisée ou active), soit constitué par une pièce ferromagnétique dentée (structure dite réluctante ou passive). Entre le moteur et son alimentation, sont intercalés trois éléments essentiels (Figure I.1) à savoir :

- une unité de calcul, qui élabore les impulsions de commande.
- un modulateur PWM, qui génère les commandes des contacteurs électroniques de commutation.
- une électronique de commutation (puissance), qui, à partir d'une alimentation, fournit l'énergie vers les enroulements appropriés du moteur.

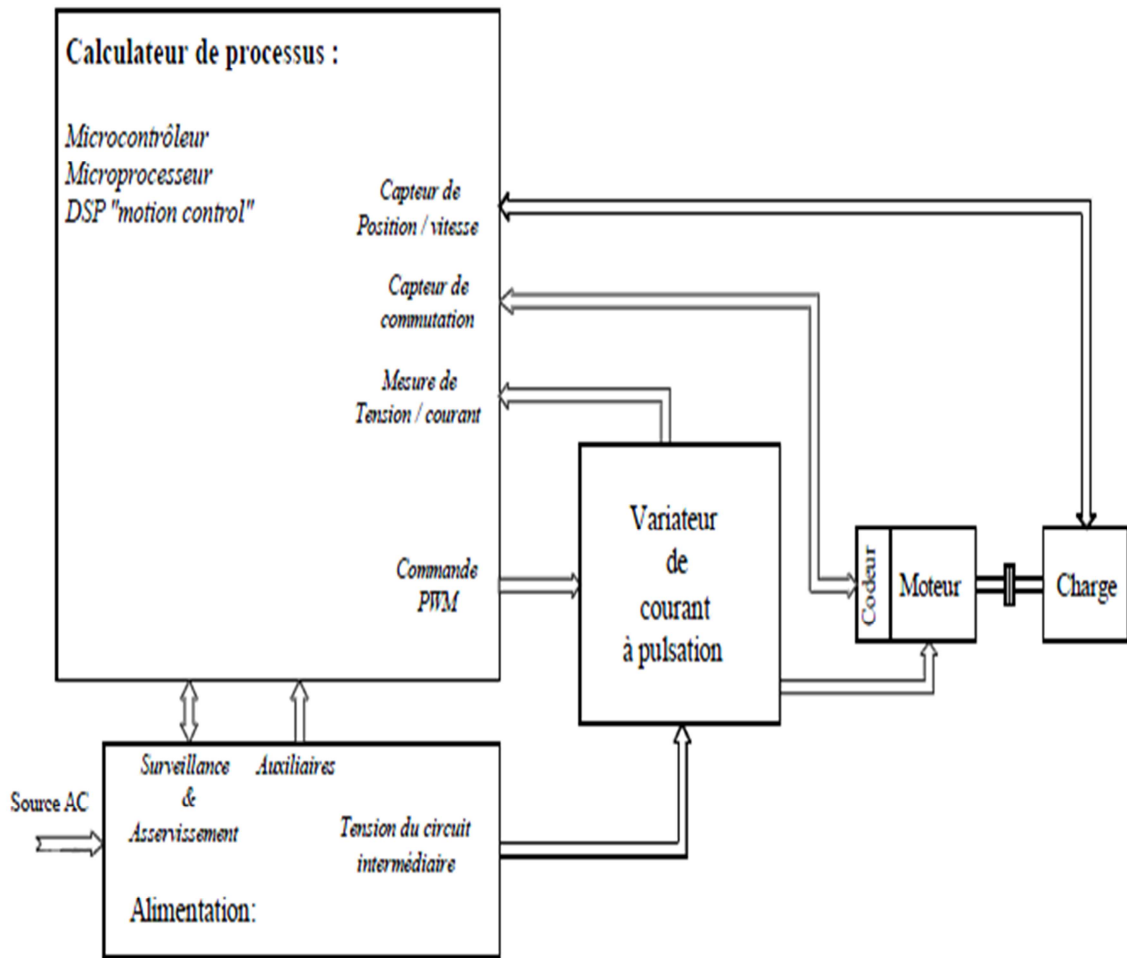


Figure I.1. Schéma bloc de principe du contrôle d'un moteur pas-à-pas

L'alimentation de chaque bobinage du moteur par une tension particulière provoque l'apparition d'un courant qui engendre un champ magnétique de direction précise. Le changement séquentiel des tensions particulières à chaque bobinage permet de déplacer la position du champ statorique selon une résolution élémentaire appelée pas. Autrement dit, toute configuration des tensions aux bornes des bobinages correspond à un déplacement de la position stable du rotor. Une série bien déterminée de commutation des tensions entraîne un déplacement sur un nombre correspondant de pas. La succession des configurations d'alimentation, à une fréquence donnée, impose un champ statorique avec une résolution d'un micro pas, d'un demi pas ou d'un pas entier.

Le mouvement discret du champ d'entrefer est suivi par le rotor soumis au couple synchronisant ou force synchronisante. La nature du couple ou de la force découle :

- soit de l'interaction champ (courant) du stator - fer du rotor, lorsque ce dernier présente une structure dentée passive.

- soit de l'interaction champ (courant) du stator - champ (aimant) du rotor, lorsque le rotor comporte un aimant.
- soit des deux interactions précédentes simultanément (structure hybride).

I.3. Propriétés et applications des moteurs pas à pas

Le moteur pas à pas a été conçu à partir de deux démarches très différentes :

- d'une part, on a cherché un moteur capable de développer un couple ou une force importante à faible vitesse, voire même à l'arrêt.
- d'autre part, un dispositif capable de convertir des informations à caractère discret.

Le convertisseur d'énergie à basse vitesse et le transmetteur de l'information sont devenus un moteur pas à pas moderne vers les années 1970, grâce au développement conjugué de l'électronique de puissance et, surtout, grâce à l'apparition de l'électronique numérique à forte intégration.

Le moteur pas à pas est actuellement le principal élément intermédiaire entre les dispositifs de traitement d'information et le monde électromécanique extérieur. Par ailleurs, ses capacités à contrôler la position et la vitesse, par un train d'impulsions de commande, assurent à ce convertisseur des applications comme :

- la traction des robots mobiles.
- le fonctionnement en moteur couple ou force de grande puissance.
- l'indexage rotatif ou linéaire.

Dans sa version classique, le moteur pas à pas est alimenté à partir d'une source (de courant ou de tension) continue et le contrôle de la vitesse ou/et de la position s'effectue en boucle ouverte.

Le pilotage en boucle ouverte, qui constitue un des principaux avantages du moteur pas à pas, aussi bien du point de vue économique (coût et fiabilité d'installation) que fonctionnel (commande naturelle par "tout ou rien" à partir d'une horloge séparée ou intégrée dans un microprocesseur), présente un certain nombre d'inconvénients comme :

- la limitation du couple ou de la force de démarrage.
- des instabilités de fonctionnement à certaines fréquences.
- des accélérations relativement modestes.

Il existe plusieurs types de moteurs linéaires pas à pas, à savoir les moteurs linéaires à reluctances variables pas à pas [1-5],[22-23], les moteurs hybrides ou moteurs réductants polarisés et les moteurs pas à pas à aimant permanents [11-18], chaque type de moteur présente des avantages et des inconvénients.

Les Figures I.2 et I.3 montrent respectivement une coupe d'un moteur linéaire tubulaire pas à pas à aimants permanents [19] et d'un moteur pas à pas hybride [20].

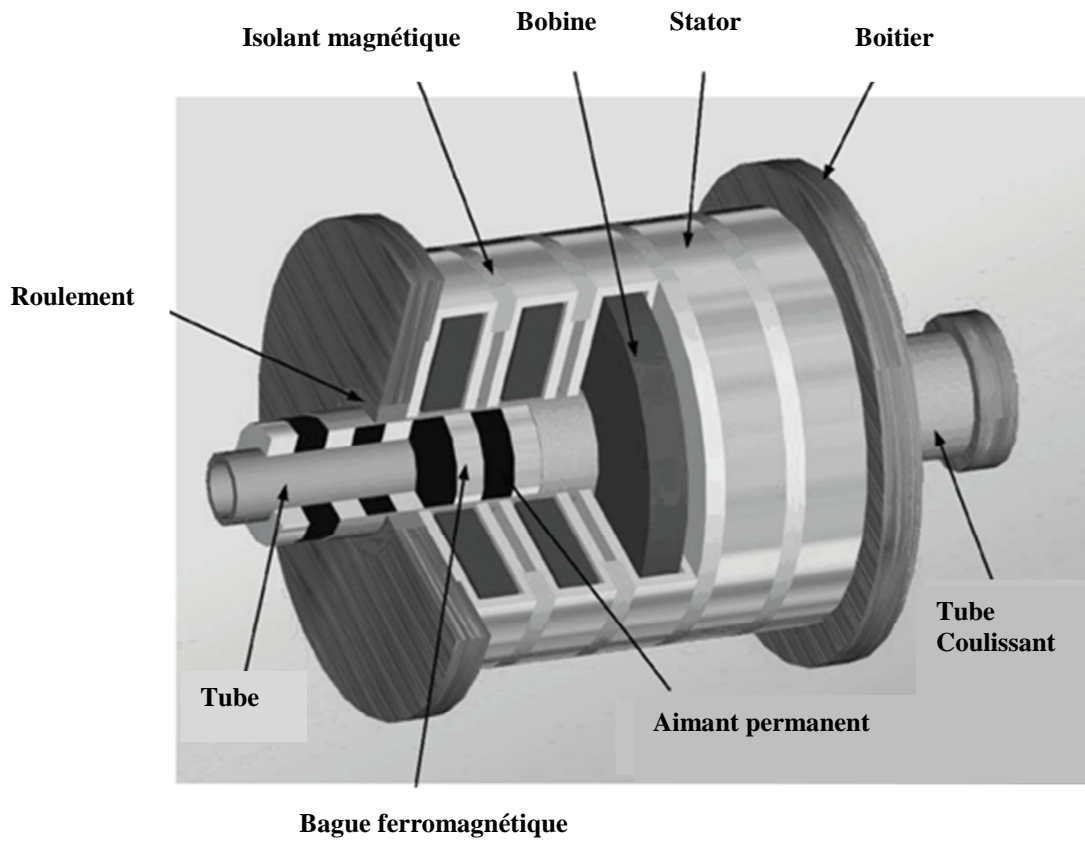


Figure I.2. Moteur linéaire tubulaire pas à pas à aimants permanents [19]

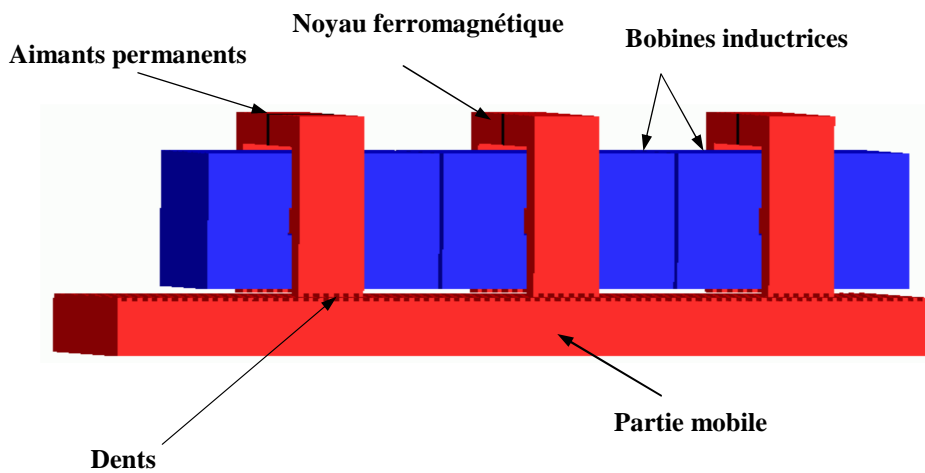


Figure I.3. Moteur linéaire pas à pas hybride [22]

I.4. Méthodes d'études des moteurs linéaires pas à pas

Plusieurs méthodes d'études des moteurs linéaires pas à pas ont été développées pour analyser leurs comportements dans le but de les développer pour obtenir de nouveaux systèmes adaptés aux nouvelles exigences économiques. Les méthodes présentées par plusieurs auteurs dans la littérature sont basées d'une part sur des études expérimentales par la réalisation de prototypes expérimentaux souvent nécessaires pour avoir certaines informations qu'on ne peut pas avoir théoriquement. D'autre part, d'autres auteurs se sont basés sur des études théoriques, traduites par des modélisations mathématiques. Plusieurs modèles mathématiques ont été développés pour déterminer les caractéristiques statiques ou dynamiques de ces moteurs. Généralement, afin de valider les résultats obtenus à partir des modèles mathématiques, on les associe aux résultats expérimentaux.

Les modèles mathématiques peuvent être scindés en deux catégories, à savoir :

- Les modèles analytiques
- Les modèles numériques

Les modèles mathématiques utilisés pour l'étude du comportement des moteurs linéaires pas à pas et qui sont rapportés par la littérature sont divers et variés. Plusieurs modèles développés présentent des avantages mais comportent aussi des insuffisances. Nous citons par exemple, les modèles basés sur des formulations analytiques tels que les modèles de réseaux de réluctances ou circuits équivalents cités dans les références [3], [7],[11-14], [17], [18] et [20]. Ces modèles sont basés sur l'analogie qui existe entre les équations électriques et magnétiques. Le circuit magnétique est modélisé par une réluctance qui traduit la résistance rencontrée par le flux à s'établir dans un circuit. La distribution du flux magnétique dans ce cas est régit par les équations de Kirchhoff [1]. Les réseaux de réluctances permettent la détermination des flux magnétiques traversant le circuit équivalent puis des forces qui en découlent. Ces modèles présentent des avantages pour la prise en compte de certains phénomènes tels que le calcul des forces magnétiques ou bien l'évaluation des forces de détente dans les moteurs comportant des aimants permanents, mais ces calculs se font souvent lorsque les phénomènes sont statiques, c'est-à-dire, sans l'association de l'équation mécanique. Ces modèles présentent donc des insuffisances et des difficultés associées d'une part à la résolution des équations aux dérivées partielles qui doit être sujette à plusieurs hypothèses simplificatrices par exemple la simplification du circuit magnétique réel, d'autre part à la prise en compte du phénomène de saturation des matériaux magnétiques ainsi que celui du mouvement des parties mobiles. Ces insuffisances limitent la précision.

L. EL-Amraoui et al. Décrivent dans [3] une approche basée essentiellement sur les réseaux de réluctances pour l'étude d'un moteur linéaire pas à pas à réluctance variable principalement pour la détermination de la force magnétique en statique. Les résultats sont confrontés à ceux obtenus par une méthode numérique, en l'occurrence la méthode des éléments finis, et à des résultats expérimentaux. Dans [7] les auteurs ont développé une

méthode analytique pour l'étude du comportement statique d'un moteur linéaire hybride. Cette méthode est basée sur les circuits magnétiques équivalents. L'effet de la saturation a été pris en compte. La grandeur calculée est principalement la force magnétique statique. La méthode utilisée pour le calcul de cette force est la méthode de l'énergie (ou Co-énergie).

Les auteurs dans [11] décrivent une méthode basée sur l'approche des réseaux équivalents de réluctances couplée à la méthode des éléments finis pour l'étude d'un moteur linéaire hybride pas à pas. Cette méthode est appliquée pour l'étude de l'influence des paramètres géométriques sur la force magnétique. L'étude a été effectuée aussi en statique.

Dans [12], [13], [18] les auteurs ont utilisé pour l'étude d'un moteur linéaire hybride, la méthode des réseaux de réluctances couplée à la méthode des éléments finis, cette dernière est utilisée pour la prise en compte de l'effet de la saturation. L'étude concerne principalement la compensation de la force de détente en statique. L'étude est complétée par une modélisation pour la commande du moteur en boucle fermée.

Les auteurs de [20] ont présenté une méthode d'étude basée essentiellement sur la méthode des circuits magnétiques équivalents pour la détermination des caractéristiques d'un moteur linéaire pas à pas dont la force magnétique est en statique.

D'autres études de moteurs linéaires pas à pas basées sur des méthodes numériques en 2D et en 3D ont été développées particulièrement avec l'utilisation de la méthode des éléments finis [1],[2],[4],[5],[9],[10],[15],[19],[20],[22]. La méthode des éléments finis présente plusieurs avantages, elle est basée sur un découpage plus au moins fin du système à modéliser et permet de tenir compte de plusieurs phénomènes à la fois tels que les non linéarités liées à la saturation des matériaux magnétiques, la prise en compte du mouvement et les géométries complexes. Bien que la plupart des moteurs linéaires pas à pas soit à géométrie tridimensionnelle, la majorité des études citées dans ces références ont été effectués en considérant des domaines d'études en 2D car les dispositifs ont une forme à géométries cartésiennes ou cylindriques donc axisymétriques. Ils peuvent alors être ramenés à une étude simplifiée en 2D et d'avoir des résultats comparables à ceux de l'étude effectuée en 3D.

Un exemple d'étude d'un moteur pas à pas hybride en 3D a été effectué en coordonnées cartésiennes dans [22] et [85]. Le modèle développé a été appliqué pour étudier la distribution de l'induction magnétique dans le dispositif ainsi que l'évaluation de la force magnétique tangentielle et normale en statique.

Dans [9],[10] les auteurs ont mis en œuvre un modèle en utilisant la méthode des éléments finis en 2D pour la modélisation et le calcul du champ magnétique dans un moteur linéaire tubulaire utilisé dans la commande d'une tige de lecteur de réacteur nucléaire. L'équation électromagnétique de champ résolue est non-linéaire, les résultats présentés sont principalement la caractéristique statique de la force magnétique. Les résultats de simulation obtenus ont été confrontés aux résultats expérimentaux.

Chapitre I : Etat de l'art et objectifs

Les auteurs de la référence [19] décrivent un modèle de type circuit basé sur le calcul de champ magnétique pour le calcul des caractéristiques dynamiques d'un moteur pas à pas tubulaire à aimants permanents à cinq phases. La méthode des éléments finis a été utilisée pour déterminer la distribution du champ magnétique ainsi que la prise en compte de la saturation. Le modèle de type circuit basé sur le calcul de champ magnétique est implémenté sous environnement Matlab/Simulink afin de déterminer les caractéristiques dynamiques du moteur.

D'autres auteurs se sont intéressés à l'étude d'un moteur linéaire pas à pas particulièrement à réluctance variable en utilisant principalement la méthode des éléments finis [1], [2], [3], [4], [5]. Ils se sont intéressés à développer une méthodologie de conception optimisée pour les moteurs linéaires pas à pas ainsi qu'une stratégie de commande sur la base de surface de réponses calculée par éléments finis. Une première évaluation des performances du moteur linéaire pas à pas étudié a été effectuée en utilisant un modèle basé sur des réseaux de réluctances mais il s'est avéré que le modèle éléments finis utilisé est beaucoup plus performant. Seulement le modèle élément finis développé dans ce cas présente certaines insuffisances liées à la prise en compte du mouvement et se traduit par la déformation des éléments au niveau de l'entrefer, ce qui a un impact direct sur l'évaluation de la force magnétique. La seconde insuffisance est liée au calcul de la force qui se fait d'une manière statique en utilisant un logiciel commercial.

Tableau I.1. Récapitulatifs des Méthodes d'études des machines linéaires pas à pas

Méthode	Points faibles	Points forts
Réseaux de réluctances	N'est pas adaptée à des géométries complexes, difficulté de prise en compte du mouvement, calcul de la force souvent en statique.	Implémentation simple, possibilité de prise en compte du phénomène de la saturation.
Circuits équivalents	N'est pas adaptée à des géométries complexes, difficulté de prise en compte du mouvement, calcul de la force souvent en statique.	Implémentation simple, possibilité de prise en compte du phénomène de la saturation.
Eléments finis 2D	Temps de calcul relativement important par rapport aux méthodes analytiques.	Adaptée à des géométries complexes, Implémentation simple, possibilité de prendre en compte le phénomène de la saturation, prise en compte de l'équation mécanique avec possibilité de prise en compte du mouvement avec des pas non fixes.
Eléments finis 3D	Difficulté d'Implémentation, Méthode très lourde en terme de temps de calcul.	Prise en compte de la plupart des phénomènes physiques. Adaptation à des géométries complexes.

I.5. Lanceurs électromagnétiques linéaires à induction

Le deuxième type d'actionneurs tubulaires auxquels nous nous intéresserons, sont les lanceurs électromagnétiques où la position et la vitesse de la partie mobile sont des paramètres importants à maîtriser. Plusieurs formes de lanceurs ont été développés principalement les lanceurs à rails (Figure I.8) [24] et les lanceurs à induction (Figure I.9) [24]. Ces derniers sont particulièrement intéressants pour des applications à grande vitesse. Un lanceur électromagnétique est une forme de machine linéaire, il est constitué essentiellement d'une bobine et d'une armature conductrice. Cette dernière est accélérée par la force de Lorentz créée par une interaction d'un champ magnétique avec un courant induit. La variation d'un courant dans le temps traversant la bobine crée un champ magnétique et ce dernier crée à son tour des courants induits au sein de l'armature selon la loi de Lenz. La force de Lorentz agit sur les courants circulant dans l'armature et la propulse. L'avantage d'utiliser les armatures conductrices par rapport au matériau ferromagnétique est principalement l'obtention de vitesses importantes. Afin d'obtenir des vitesses encore plus élevées, il est nécessaire de rajouter plusieurs bobines le long du chemin parcouru par l'armature conductrice (Figure I.10).

Les types de source d'alimentation des lanceurs électromagnétiques à induction peuvent être des courants alternatifs sinusoïdaux créés par des générateurs ou des courants de décharge créés par des bancs de condensateurs. La deuxième source d'alimentation est plus intéressante car elle met en jeu des courants très importants en un temps très réduit ce qui se traduit par l'obtention de vitesses de propulsion très élevées.

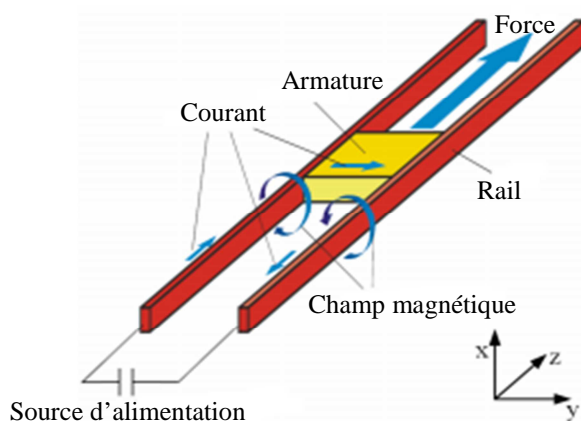


Figure I.8. Représentation d'un lanceur électromagnétique à rails

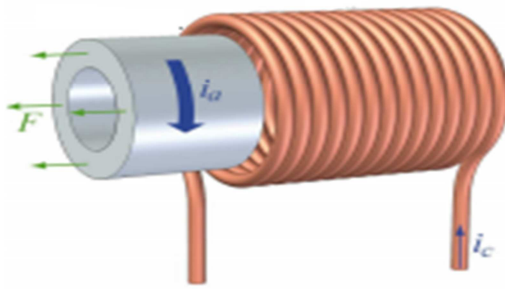


Figure I.9. Représentation d'un lanceur électromagnétique tubulaire

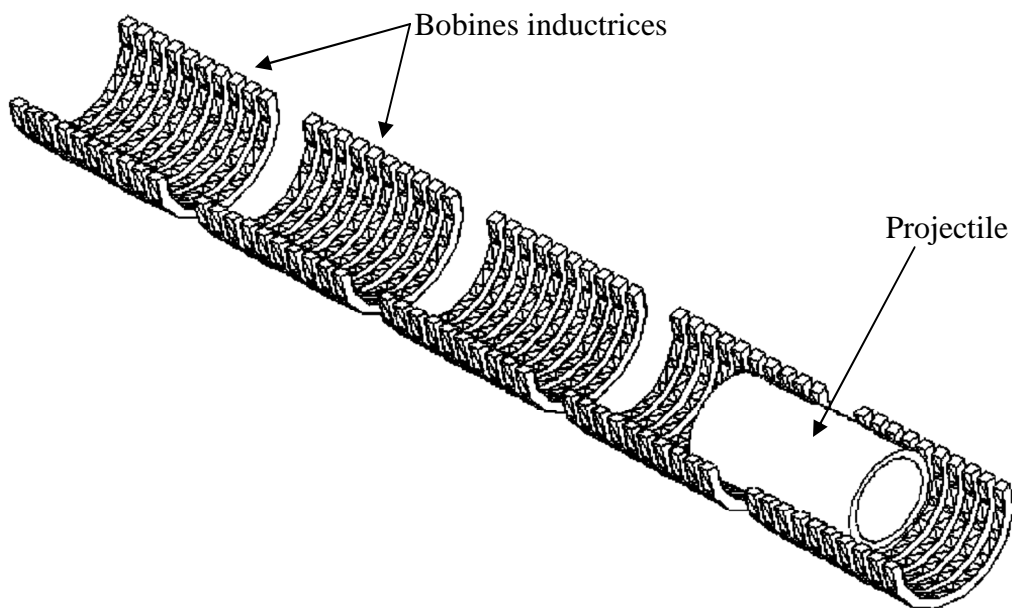


Figure I.10. Représentation d'une coupe d'un lanceur électromagnétique tubulaire à plusieurs étages

I.6. Méthode d'étude des lanceurs électromagnétiques à induction

Pour l'étude des lanceurs électromagnétiques plusieurs travaux ont été réalisés est rapportés par la littérature particulièrement les lanceurs à rails et les lanceurs à induction tubulaires. Dans ce qui suit nous présenterons quelques travaux réalisés concernant les lanceurs électromagnétiques tubulaires [26-36], [39-41], [42] car c'est sur ces derniers que la contribution de nos travaux sera axée. Comme dans le cas des moteurs pas à pas, les méthodes d'étude et de résolution des problèmes électromagnétiques et mécaniques régissant ces dispositifs, peuvent être classés en deux catégories à savoir :

- Les méthodes analytiques

➤ Les méthodes numériques

En effet, la plus part des travaux développés sur l'étude des lanceurs électromagnétiques à induction tubulaire traite de la détermination des vitesses de propulsion ainsi que des grandeurs globales particulièrement les forces magnétiques générées. Les travaux rapportés par la littérature et qui sont liés au début du développement de ce type de dispositifs, sont basés sur des méthodes analytiques, l'une d'elles est la méthode des circuits couplés. Cette méthode consiste en la décomposition des parties conductrices en éléments simples dans lesquels une diffusion de courant uniforme est supposée. Chaque élément a ses paramètres électriques qui sont calculés. Les équations électriques et mécaniques régissant le comportement du dispositif sont écrites en se basant sur le circuit équivalent adopté. Les équations électriques du système dépendent principalement des paramètres du circuit équivalent, et par conséquent de la précision avec laquelle ces paramètres sont évalués. Le lanceur électromagnétique tubulaire est constitué de bobines inductrices solénoïdales qui sont disposées d'une manière coaxiale reliées en série. L'armature a une forme cylindrique simple. Les courants induits dans cette dernière circulent sur la circonférence. L'armature peut être donc partagée en un ensemble d'anneaux conducteurs équivalents où la densité de courant est considérée approximativement uniforme. Chaque anneau constituant l'armature peut être considéré comme un circuit identique à celui des bobines inductrices, la différence réside dans l'absence d'alimentation des anneaux. L'interaction électromagnétique entre l'armature et les bobines inductrices dépend de la distance relative entre les centres des anneaux constituant l'armature et ceux des bobines. Les modèles découlant de cette méthode sont résolus numériquement. Les auteurs des références [26], [27], [28], [29],[31], [33], [34], [35],[39],[40] et [41] se sont basés sur cette méthode en l'occurrence la méthode des circuits couplés pour étudier ce type de dispositifs. Les études rapportées par ces références se sont axées principalement sur l'évaluation de la vitesse de propulsion et de la force magnétique.

Dans [26], [35], [36], les auteurs ont présenté une méthode pour la conception d'un lanceur électromagnétique multi-sections en régime transitoire. Le modèle est basé sur la méthode des circuits couplés, ce dernier est appliqué afin d'évaluer les performances du lanceur tel que la force magnétique, la vitesse de propulsion ainsi que l'effet thermique. Le lanceur est alimenté par un banc de condensateurs. Des résultats expérimentaux ont été utilisés pour valider les résultats de simulation.

J.L. He et al. dans [34], ont étudié le comportement dynamique d'un lanceur électromagnétique à induction par la méthode des circuits couplés. Deux types d'alimentation du lanceur ont été considérés; d'une part une alimentation par un banc de condensateurs et d'autre part par un générateur. Le modèle de simulation développé dans ce cas a été appliqué pour évaluer les principales performances qui sont la force magnétique et la vitesse de propulsion du projectile pour différentes positions initiales et conductivités du projectile.

Z. Zabar et al. de leur part [33] ont présenté une analyse sur la conception d'un lanceur électromagnétique alimenté par banc de condensateurs en tenant compte de l'optimisation de

certaines paramètres. La méthode des circuits couplés a été utilisée pour simuler le fonctionnement du lanceur. L'optimisation des paramètres de conception du système est assurée en utilisant un algorithme génétique. Les résultats obtenus par simulation ont été comparés aux résultats expérimentaux.

Dans [27], [28], [29], [32], les auteurs se sont basés principalement sur des études expérimentales pour évaluer les performances dynamiques d'un prototype représentant un lanceur électromagnétique tubulaire linéaire triphasé. Ce prototype est alimenté par une batterie de condensateurs. Ce dispositif est conçu pour propulser des projectiles à une vitesse pouvant atteindre 500m/s. La combinaison des phases des bobines inductrices en considérant différents déphasages a été mise en évidence. Les résistances des circuits ont été calculées et mesurées. L'effet de la conductivité du projectile a été aussi évalué. Enfin, un modèle mathématique basé principalement sur la méthode des circuits couplés a été utilisée pour sa confrontation avec les résultats expérimentaux.

D'autres modèles basés sur la méthode des éléments finis 2D ont été développés et appliqués pour l'étude du comportement dynamique de différents types de lanceurs électromagnétiques linéaires [30], [42]. Dans ces études, les auteurs se sont intéressés principalement à l'évaluation de la force magnétique, la vitesse de propulsion ainsi que l'accélération. Le mouvement des parties mobiles est pris en compte par deux différentes méthodes à savoir la méthode de « la bande infinie » et la méthode de la « réluctivité ». L'effet du phénomène thermique est pris en compte pour évaluer l'échauffement des projectiles. Dans certains cas les auteurs ont constaté que les résultats obtenus sans l'utilisation du couplage thermique sont meilleurs. Une autre méthode numérique, a été utilisée pour l'étude du comportement dynamique d'un lanceur électromagnétique linéaire tubulaire triphasé alimenté par des générateurs, il s'agit de la méthode des différences finies, les auteurs [43] ont évalué principalement la force magnétique, la vitesse de propulsion ainsi que le déplacement. Dans cette méthode, le mouvement est pris en compte d'une manière statique.

I.7. Conclusion et objectifs

Dans ce chapitre, nous avons présenté, principalement, les différentes méthodes d'étude et d'analyse du comportement statique et/ou dynamique des dispositifs électromagnétiques linéaires tubulaires destinés à la commande de position et/ou de vitesse en l'occurrence les moteurs pas à pas et les lanceurs électromagnétiques rapportées par la littérature. En plus des différentes méthodes présentées dans ce chapitre et qui représentent les méthodes analytiques ainsi que les méthodes numériques auxquelles s'ajoutent les méthodes expérimentales. Ces dernières sont intéressantes et précises mais ne suffisent pas à cause de l'indisponibilité de certaines grandeurs qui ne peuvent être accessibles de manière expérimentale.

Les différentes études menées sur les dispositifs linéaires tubulaires pas à pas ont été basées principalement sur des méthodes analytiques comme les réseaux de réluctances ou circuits équivalents. Ces méthodes ont montré qu'elles se sont limitées à la détermination des grandeurs statiques sans la prise en compte du mouvement et dans certains cas sans la prise

en compte du phénomène de saturation. Pour les études menées en utilisant les méthodes numériques 2D et 3D, plusieurs insuffisances restent à surmonter. Nous citons par exemple les temps exorbitant d'exécution pour le 3D et la manière dont est pris en compte le mouvement des éléments mobiles dans ces types de dispositif pour le 2D.

Les autres études présentées concernent les lanceurs électromagnétiques tubulaires linéaires où le paramètre vitesse est important. La plupart des modèles mathématiques décrits sont basés sur une méthode analytique en l'occurrence la méthode des circuits couplés.

Ces modèles présentent certaines insuffisances, il est donc nécessaire de les compléter par le développement d'autres modèles mathématiques qui les prennent en compte. Ceci représente la principale contribution de cette thèse. De plus ces modèles doivent prendre en charge plusieurs problèmes tels que la présence d'aimants permanents, les non-linéarités liées à la saturation, la présence des courants induits, et l'évaluation des grandeurs globales comme la force magnétique qui sera calculée en adoptant une méthode de calcul appropriée afin d'arriver à des résultats plus précis. Le mouvement des parties mobiles est un autre paramètre primordial et important à prendre en considération dans ce type de problème. Il est nécessaire de sélectionner la technique de simulation de mouvement la plus adaptée à ce type de problèmes car elle a un impact direct sur l'évaluation de la force magnétique, donc de la position et de la vitesse des parties mobiles.

Chapitre II : Modèles Mathématiques en
vue de l'étude des dispositifs
Electromagnétiques

Chapitre II : Modèles mathématiques en vue de l'étude des dispositifs électromagnétiques

II.1. Introduction

Le fonctionnement des dispositifs électromagnétiques est basé essentiellement sur les phénomènes de distribution spatio-temporelle du champ magnétique et du champ électrique. Bien que l'aspect électrostatique intervienne (les isolants par exemple), il ne présente pas le même degré d'acuité que les aspects magnétiques pour le fonctionnement. Le champ magnétique dans les dispositifs électromagnétiques a un rôle très important, car son calcul affecte directement la taille et les performances de la machine. Il existe deux types de sources communes du champ magnétique, celui créé par le courant de l'enroulement statorique et celui des aimants permanents. Nous pouvons considérer un système électromagnétique composé d'air, de matériaux ferromagnétiques et/ou conducteurs et de sources de champ magnétique (inducteurs ou aimants permanents). L'ensemble du système forme le domaine d'étude Ω de frontière Γ (Figure.II-1). Si le système étudié présente des symétries ou des périodicités géométriques, il est possible de réduire le domaine d'étude Ω à une partie seulement du système. Dans ce type de problème, les répartitions spatiale et temporelle des champs électriques et des champs magnétiques sont recherchées dans tout le domaine Ω [44].

L'établissement d'un modèle électromagnétique pour la modélisation d'un dispositif électromagnétique requiert l'étude du comportement des champs magnétique et électrique régissant ce dispositif. Des formulations permettant de décrire l'ensemble des phénomènes électromagnétiques s'imposent. Les équations de Maxwell sont les équations de base traduisant les phénomènes électromagnétiques [44],[45],[46]. Le but de la modélisation électromagnétique est essentiellement la détermination de grandeurs locales telles que le champ magnétique et les courants électriques ou les grandeurs globales telles que le flux, l'énergie ou la force magnétique qui sont nécessaires à la conception ou au développement des dispositifs électromagnétiques.

La force électromagnétique est définie comme étant le transfert de l'énergie d'un champ électromagnétique, et le travail mécanique qu'exerce cette force sur un dispositif en termes d'un déplacement ou d'une déformation. La force électromagnétique joue un rôle très déterminant dans le fonctionnement de tout système électromagnétique et mécanique, son appréciation se fait avec ou sans connaissance de la répartition des forces à l'intérieur de l'objet. La qualité d'un modèle de couplage des équations électromagnétique et mécanique dépend essentiellement de la précision du calcul des forces magnétiques. Plusieurs méthodes ont découlé des recherches menées et sont actuellement proposées telles que la méthode des courants équivalents [57], [58], [59], la méthode des masses magnétiques équivalentes [57] [58], la méthode de la dérivée de l'énergie [57] [58],[59],[74], la méthode des travaux virtuels [58],[59] [60],[64], et la méthode du tenseur de Maxwell [58],[59] [60],[64].

Les dispositifs électromagnétiques linéaires que nous aurons à étudier comportent des parties mobiles. La modélisation et l'étude de ces dernières nécessite la prise en compte du mouvement.

Chapitre II : Modèles mathématiques en vue de l'étude des dispositifs électromagnétiques

Plusieurs méthodes de prise en compte du mouvement ont été développées, celles-ci peuvent être utilisées pour la simulation du mouvement rotatif (cas des machines tournantes) et du déplacement linéaire (cas des machines linéaires). Nous nous limiterons dans notre étude à ce deuxième cas. Chaque méthode présente des avantages et des inconvénients. Tout dépend des dispositifs électromagnétiques considérés et de la précision désirée du déplacement des parties mobiles. Les principales méthodes rapportées par la littérature sont principalement la méthode directe[61], la méthode de remaillage, la méthode de la bande de mouvement[62], la méthode de la ligne de glissement[63],[64], la méthode d'interpolation nodale[74], la méthode de la bande géométrique[59], la méthode d'intégrale de frontière-éléments finis, et la méthode du Macro-Elément[65],[66],[67],[68],[69],[70][71].

Dans ce chapitre nous nous intéressons à la description des modèles mathématiques utilisés dans le calcul des champs magnétiques régissant les dispositifs alimentés en courant et en présence d'aimants permanents tout en intégrant les non-linéarités dues à la saturation des matériaux magnétiques. Les équations principales de Maxwell seront exposées. En combinant ces équations et celles du comportement du milieu nous aboutirons aux équations locales qui décrivent les champs, principalement en termes de potentiel vecteur magnétique et en présence de vecteur aimantation, dans le cas statique et dynamique. Ces équations seront présentées dans le cas particulier des problèmes caractérisant les systèmes axisymétriques.

Les équations utilisées pour la modélisation des comportements mécaniques dans le cas particulier des systèmes ayant un mouvement linéaire, déduites du principe fondamental de la mécanique seront présentées. Enfin, nous exposerons une méthode numérique en l'occurrence la méthode des éléments finis pour la résolution des équations aux dérivées partielles issues des modèles mathématiques. Les méthodes de calcul des forces magnétiques qui intéressent nos applications sont également exposées. Une présentation de la technique du Macro-Elément pour la prise en compte du mouvement est abordée

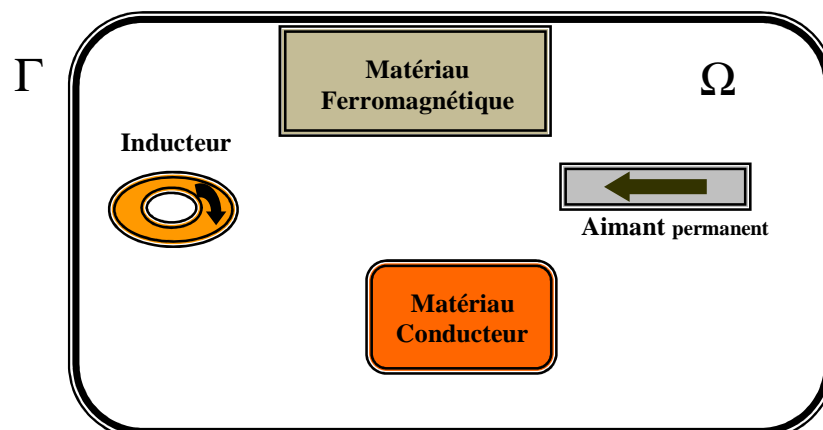


Figure II.1. Domaine d'étude d'un dispositif électromagnétique type

Chapitre II : Modèles mathématiques en vue de l'étude des dispositifs électromagnétiques

II.2. Equations électromagnétiques fondamentales de Maxwell

Les équations qui régissent l'ensemble des phénomènes électromagnétiques peuvent être exprimées à travers les principales équations de Maxwell données sous la forme différentielle suivante :

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II-1})$$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{II-2})$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho \quad (\text{II-3})$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (\text{II-4})$$

Où \vec{E} (V/m) est le champ électrique, \vec{H} (A/m) le champ magnétique, \vec{B} (T) l'induction magnétique, \vec{D} (C/m²) déplacement électrique, la densité de courant de déplacement, \vec{J} (A/m²) la densité de courant de conduction et ρ (C/m³) la densité volumique des charges électriques libres.

Aux équations de Maxwell, il faut ajouter les relations constitutives des matériaux :

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (\text{II-5})$$

$$\vec{B} = \mu_r \mu_0 \vec{H} + \vec{b} \quad (\text{II-6})$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} + \sigma(\vec{v} \wedge \vec{B}) + \vec{J}_s \quad (\text{II-7})$$

ϵ (F/m) représente la permittivité électrique, μ_r (H/m) la perméabilité magnétique relative du matériau magnétique considéré, μ_0 la perméabilité du vide, σ (S/m) la conductivité électrique, \vec{b} (T) est le vecteur aimantation caractérisé par l'induction rémanente en présence d'aimants, \vec{v} (m/s) la vitesse du déplacement, \vec{J}_s (A/m²) la densité de courant des sources. Dans la relation (II-7) le terme $\sigma \vec{E}$ exprime le courant résultant du champ électrique et le terme $\sigma(\vec{v} \wedge \vec{B})$ exprime le courant résultant du mouvement.

A la limite de séparation des deux milieux correspondant respectivement aux indices 1 et 2, il existe les conditions de passage suivantes :

$$\vec{h} \vec{B}_1 = \vec{h} \vec{B}_2 \quad (\text{II-8})$$

Chapitre II : Modèles mathématiques en vue de l'étude des dispositifs électromagnétiques

$$\rho \vec{J}_1 = \rho \vec{J}_2 \quad (\text{II-9})$$

$$\vec{E}_1 \wedge \vec{h} = \vec{E}_2 \wedge \vec{h} \quad (\text{II-10})$$

$$\vec{H}_1 \wedge \vec{h} = \vec{H}_2 \wedge \vec{h} \quad (\text{II-11})$$

II.3. Equations de Maxwell en Electrotechnique

II.3.1. Hypothèses simplificatrices

L'ensemble des équations citées décrit les phénomènes électromagnétiques régissant les dispositifs électromagnétiques. Suivant les dispositifs à étudier, certains phénomènes peuvent être négligés et donneront naissance à des modèles simples à résoudre. C'est pour cette raison que des simplifications peuvent être apportées. Si on considère que les phénomènes étudiés relèvent du domaine quasi-statique ou magnétodynamique à des fréquences inférieures à 10^{12} Hz, ceci revient à :

- Négliger le courant de déplacement devant le courant de conduction :

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \ll \vec{J} \quad (\text{II-12})$$

Négliger les charges d'espace dans les conducteurs, dans ce cas la relation (II-3) devient :

$$\text{div} \vec{D} = 0 \quad (\text{II-13})$$

II.3.2. Equations de Maxwell simplifiées

II.4. Formulation en potentiel vecteur magnétique

Les méthodes utilisées pour traiter le système d'équations suscitées sont généralement celles qui utilisent l'une des grandeurs locales comme variables d'état le champ magnétique \vec{H} , le champ électrique \vec{E} et le potentiel vecteur magnétique \vec{A} (Tm). Dans la plupart des cas, suivant la géométrie des dispositifs que l'on étudie, un choix approprié de variables nous permet de réduire le nombre d'inconnues. Généralement l'utilisation du potentiel vecteur magnétique est la plus appropriée, et largement utilisé dans le calcul du champ électromagnétique.

Chapitre II : Modèles mathématiques en vue de l'étude des dispositifs électromagnétiques

II.5. Equation magnétostatique

Dans le cas magnétostatique, le champ est produit par des courants indépendants du temps. A partir de l'équation (II-4), on définit le potentiel vecteur magnétique. Les équations à résoudre dans ce cas sont les suivantes :

$$\vec{B} = \text{rot} \vec{A} \quad (\text{II-14})$$

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{J}_s \quad (\text{II-15})$$

$$\vec{B} = \mu_r \mu_0 \vec{H} + \vec{b} \quad (\text{II-16})$$

Le système admet dans ce cas une infinité de solutions de la forme $\vec{A} + \text{grad}(f)$, d'où la nécessité d'imposer une condition de jauge afin d'assurer l'unicité de la solution. Dans le cadre des systèmes à deux dimensions ceci n'est pas nécessaire. La jauge de Coulomb définie par $\text{div} \vec{A} = 0$ est vérifiée.

La combinaison des équations (II-14), (II-15), et (II-16) nous donne l'équation électromagnétique magnétostatique suivante :

$$\text{rot} (\nu \text{rot} \vec{A}) = \vec{J}_s \quad (\text{II-17})$$

Dans le cas de la présence d'aimants permanents, la relation (II-17) sera combinée à la relation (II-16) et devient :

$$\text{rot} (\nu \text{rot} \vec{A}) = \vec{J}_s + \nu (\text{rot} \vec{b}) \quad (\text{II-18})$$

Où $\nu = \frac{1}{\mu_0 \mu_r}$ est la réductivité magnétique.

II.6. Equation magnétodynamique

Dans le cas des systèmes alimentés par des sources variables dans le temps et dans lesquels il y a présence de courants induits produits par la variation du champ dans le temps, La combinaison des équations (II-1) et (II-14) donne :

Chapitre II : Modèles mathématiques en vue de l'étude des dispositifs électromagnétiques

$$\text{rot} \left(\overset{\rho}{\mathbf{E}} + \frac{\partial \overset{\rho}{\mathbf{A}}}{\partial t} \right) = 0 \quad (\text{II-19})$$

A partir de la relation (I-19), on peut définir un potentiel scalaire électrique V tel que :

$$\overset{\rho}{\mathbf{E}} + \frac{\partial \overset{\rho}{\mathbf{A}}}{\partial t} = -\text{grad} V \quad (\text{II-20})$$

La combinaison des équations (II-20) et (II-7), donne :

$$\overset{\rho}{\mathbf{J}} = -\sigma \left[\frac{\partial \overset{\rho}{\mathbf{A}}}{\partial t} - (\overset{\rho}{\mathbf{v}} \wedge \overset{\rho}{\mathbf{B}}) + \text{grad} V \right] + \overset{\rho}{\mathbf{J}}_s \quad (\text{II-21})$$

En adoptant la notation $\frac{D \overset{\rho}{\mathbf{A}}}{Dt} = \frac{\partial \overset{\rho}{\mathbf{A}}}{\partial t} - (\overset{\rho}{\mathbf{v}} \wedge \overset{\rho}{\mathbf{B}})$, l'équation (I-21) devient :

$$\overset{\rho}{\mathbf{J}} = -\sigma \left[\frac{D \overset{\rho}{\mathbf{A}}}{Dt} + \text{grad} V \right] + \overset{\rho}{\mathbf{J}}_s \quad (\text{II-22})$$

En remplaçant la relation (II-22) dans la relation (II-15), on aboutit à l'équation magnétodynamique suivante :

$$\text{rot} (\overset{\rho}{\mathbf{v}} \text{rot} \overset{\rho}{\mathbf{A}}) = -\sigma \left[\frac{D \overset{\rho}{\mathbf{A}}}{Dt} + \text{grad} V \right] + \overset{\rho}{\mathbf{J}}_s \quad (\text{II-23})$$

Dans le cas de la présence des aimants permanents, la relation (II-23) sera combinée à la relation (II-6) et devient :

$$\text{rot} (\overset{\rho}{\mathbf{v}} \text{rot} \overset{\rho}{\mathbf{A}}) = -\sigma \left[\frac{D \overset{\rho}{\mathbf{A}}}{Dt} + \text{grad} V \right] + \overset{\rho}{\mathbf{J}}_s + \overset{\rho}{\mathbf{v}} (\text{rot} \overset{\rho}{\mathbf{b}}) \quad (\text{II-24})$$

La Figure. II-2 montre le diagramme de Tonti [44], [74] propre à la magnétodynamique. Les lois de comportement sont alors des opérateurs qui relient le champ électrique et le champ magnétique avec la prise en compte de la dérivée par rapport au temps.

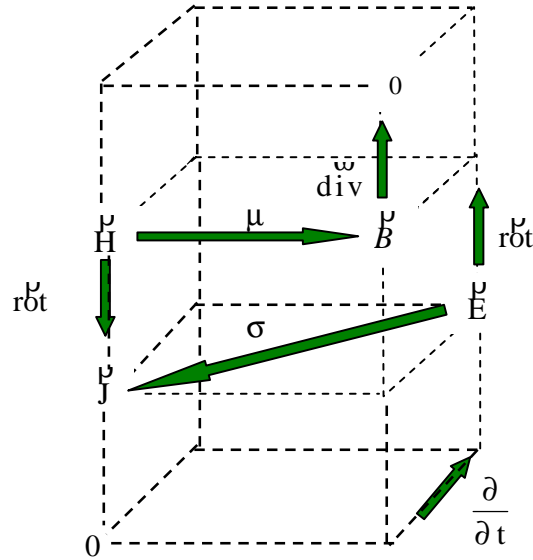


Figure II.2. Diagramme de Tonti

II.7. Equation magnétodynamique bidimensionnelle

Dans le repère axisymétrique de coordonnées cylindriques (r, z, φ) , le système à résoudre, présente une seule composante inconnue à savoir la composante du potentiel vecteur magnétique orthoradiale A_φ du vecteur \vec{A} . Les différentes composantes vectorielles sont données comme suit :

$$\begin{cases} \vec{A} = A_\varphi(r, z) \vec{u}_\varphi \\ \vec{J} = J_\varphi(r, z) \vec{u}_\varphi \\ \vec{B} = B_r(r, z) \vec{u}_r + B_z(r, z) \vec{u}_z \\ \vec{H} = H_r(r, z) \vec{u}_r + H_z(r, z) \vec{u}_z \\ \vec{b} = b_r(r, z) \vec{u}_r + b_z(r, z) \vec{u}_z \end{cases} \quad (\text{II-25})$$

Puisque le vecteur \vec{A} ne présente qu'une composante orthoradiale, donc la condition $\text{div} \vec{A} = 0$ est automatiquement vérifiée. Dans une configuration axisymétrique, le terme $\text{grad} \nabla$ est nul. Les relations (II-23) et (II-24) deviennent respectivement :

Chapitre II : Modèles mathématiques en vue de l'étude des dispositifs électromagnétiques

$$\text{rot} \left(\nu \text{rot} \overset{\rho}{\mathbf{A}} \right) = -\sigma \left[\frac{D\overset{\rho}{\mathbf{A}}}{Dt} \right] + \overset{\rho}{\mathbf{J}}_s \quad (\text{II-26})$$

$$\text{rot} \left(\nu \text{rot} \overset{\rho}{\mathbf{b}} \right) = -\sigma \left[\frac{D\overset{\rho}{\mathbf{A}}}{Dt} \right] + \overset{\rho}{\mathbf{J}}_s + \nu \text{rot} \left(\overset{\rho}{\mathbf{b}} \right) \quad (\text{II-27})$$

Les termes $\left(\text{rot} \overset{\rho}{\mathbf{b}} \right)$ et $\left(\text{rot} \overset{\rho}{\mathbf{A}} \right)$ dans le plan (r, z) , s'écrivent comme suit :

$$\text{rot} \overset{\rho}{\mathbf{b}} = \frac{\partial \overset{\rho}{b}_z}{\partial r} u_z - \frac{\partial \overset{\rho}{b}_r}{\partial z} u_r \quad (\text{II-28})$$

$$\text{rot} \overset{\rho}{\mathbf{A}} = \frac{1}{r} \frac{\partial (rA_\varphi)}{\partial r} u_z - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} u_r \quad (\text{II-29})$$

En considérant comme variable inconnue du problème le potentiel vecteur magnétique modifié A^* (T.m^2) donné par :

$$A^* = rA_\varphi \quad (\text{II-30})$$

Les équations (II-26) et (II-27) s'écrivent respectivement comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \nu \frac{\partial A^*}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \nu \frac{\partial A^*}{\partial z} \right) - \frac{\sigma}{r} \frac{DA^*}{Dt} = -\overset{\rho}{\mathbf{J}}_{s\varphi} \quad (\text{II-31})$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \nu \frac{\partial A^*}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \nu \frac{\partial A^*}{\partial z} \right) - \frac{\sigma}{r} \frac{DA^*}{Dt} = -\overset{\rho}{\mathbf{J}}_{s\varphi} - \nu \left(\frac{\partial \overset{\rho}{b}_z}{\partial r} - \frac{\partial \overset{\rho}{b}_r}{\partial z} \right) \quad (\text{II-32})$$

II.8. Prise en compte des circuits électriques

L'alimentation des parties électriques de tout dispositif électromagnétique est un point important à traiter. Si on veut étudier un dispositif électromagnétique dans toutes ses phases de fonctionnement, on doit être en mesure de prendre en compte tout type de source électrique, que ce soit un générateur de courant ou de tension ou une décharge de condensateurs pour ne citer que les cas les plus importants.

II.8.1 Cas d'une excitation par une source de courant

Les parties où l'on impose un courant uniforme représentent un bobinage (inducteur) alimenté par une source de courant. La densité de courant est connue et uniforme, mais peut varier en fonction du temps. Ce type d'alimentation se rencontre rarement dans les procédés électrotechniques. La plus part d'entre eux, en effet, sont alimentés par une source de tension.

Dans le cas d'une source de courant, nous supposons donc que la densité de courant est connue. Pour une encoche de section S comportant N conducteurs et traversée par un courant instantané de valeur $i(A)$, elle s'écrit ainsi :

$$J_s = \frac{Ni}{S} \quad (\text{II-33})$$

II.8.2 Cas d'une excitation par une source de tension

Dans un système excité par une source de tension, il est nécessaire d'optimiser l'inducteur afin de le contrôler. La connaissance de la répartition du courant dans l'inducteur et de l'impédance du système électromagnétique est primordiale. Quelques travaux ont été réalisés dans ce sens dans le but de coupler les équations aux dérivées partielles de Maxwell avec les équations électriques régissant les conducteurs (inducteur).

Dans les machines électriques, deux types de conducteurs peuvent se présenter à savoir les conducteurs massifs (Figure. II.3) et les conducteurs fins (Figure. II.4). Dans le second cas les courants induits peuvent être négligés [55] :

a. Cas d'un conducteur massif

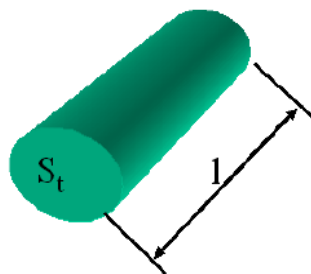


Figure II.3. Conducteur massif

Chapitre II : Modèles mathématiques en vue de l'étude des dispositifs électromagnétiques

Sachant que dans les systèmes axisymétriques, les grandeurs \vec{A} , \vec{E} et \vec{J} possèdent une seule composante suivant φ :

La variation spatiale du potentiel scalaire s'écrit :

$$\text{grad}^{\rho} V = \frac{\partial V}{\partial r} \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \varphi} \vec{u}_{\varphi} \quad (\text{II-34})$$

Or
$$\frac{\partial V}{\partial r} = 0 \quad (\text{II-35})$$

Donc

$$\text{grad}^{\rho} V = \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \varphi} \quad (\text{II-36})$$

Si on considère l_t comme étant la longueur d'un conducteur k selon la direction φ , l'expression $l_t (\text{grad}^{\rho} V)_t$ sera la différence de potentiel V_t appliquée à ses bornes :

$$V_t = l_t \cdot (\text{grad}^{\rho} V)_t \quad (\text{II-37})$$

Avec:

$$l_t = 2\pi r_t \quad (\text{II-38})$$

La densité de courant dans le conducteur est donnée comme suit :

$$\vec{J} = -\sigma \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \frac{V_t}{l_t} \right) \quad (\text{II-39})$$

Le courant total dans le conducteur est déterminé par :

$$I_t = \iint \vec{J} dS_t = -\iint \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} dS_t + \iint \sigma \frac{V_t}{l_t} dS_t \quad (\text{II-40})$$

$$I_t = \iint \vec{J}^{\rho} dS_t = -\iint \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} dS_t + \frac{V_t}{\frac{1}{\sigma} \frac{l_t}{S_t}} = -\iint \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} dS_t + \frac{V_t}{R_t} \quad (\text{II-41})$$

L'équation précédente peut être réécrite comme suit :

Chapitre II : Modèles mathématiques en vue de l'étude des dispositifs électromagnétiques

$$V_t = R_t I_t + R_t \iint \sigma \frac{\partial \overset{\rho}{A}}{\partial t} dS_t \quad (\text{II-42})$$

b. Cas d'un conducteur fin

La figure ci-dessous montre une bobine constituée de N conducteurs fins de sections s . Dans ces conducteurs la densité de courant est considérée comme étant uniforme. Nous appellerons I_f le courant traversant ces conducteurs.

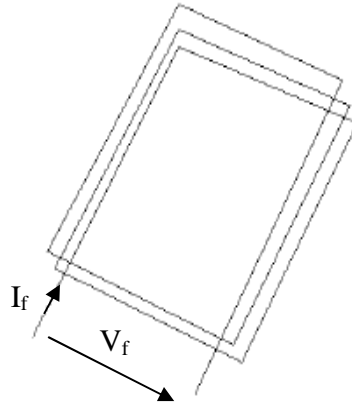


Figure II-4. Bobines constituée de conducteurs fins

$$\left. \begin{array}{l} J = -\sigma \frac{\partial \overset{\rho}{A}}{\partial t} + \sigma \frac{V_t}{l_t} \\ V_t = R_t I_t + R_t \iint \sigma \frac{\partial \overset{\rho}{A}}{\partial t} dS_t \end{array} \right\} \Rightarrow J = -\sigma \frac{\partial \overset{\rho}{A}}{\partial t} + \frac{R_t I_t + R_t \iint \sigma \frac{\partial \overset{\rho}{A}}{\partial t} dS_t}{l_t} \quad (\text{II-43})$$

$$J = -\sigma \frac{\partial \overset{\rho}{A}}{\partial t} + \frac{I_f}{s} + \frac{1}{s} \iint \sigma \frac{\partial \overset{\rho}{A}}{\partial t} dS_t \quad (\text{II-44})$$

Comme les courants induits à travers la surface est uniforme, nous pouvons écrire :

$$\frac{1}{s} \iint \sigma \frac{\partial \overset{\rho}{A}}{\partial t} dS_t = \sigma \frac{\partial \overset{\rho}{A}}{\partial t} \quad (\text{II-45})$$

L'équation précédente devient comme suit :

$$J = \frac{I_f}{s} \quad (\text{II-46})$$

Chapitre II : Modèles mathématiques en vue de l'étude des dispositifs électromagnétiques

Dans le cas où la surface totale de la bobine est $S_f = N.s$, nous aurons :

$$J = \frac{N.I_f}{S_f} \quad (\text{II-47})$$

L'expression de la tension aux bornes de la bobine peut être écrite comme suit :

$$\begin{aligned} V_f &= N V_t = N R_t I_t + N R_t \iint \sigma \frac{\partial \overset{\rho}{A}}{\partial t} ds & (\text{II-48}) \\ N \frac{1}{\sigma_s} I_f + N \frac{1}{\sigma_s} \iint \sigma \frac{\partial \overset{\rho}{A}}{\partial t} ds &= N \frac{1}{\sigma_s} I_f + N \frac{1}{\sigma_s} \sigma \frac{\partial \overset{\rho}{A}}{\partial t} s = \\ &= N \frac{1}{\sigma_s} I_f + N \frac{1}{s} S_f \frac{\partial \overset{\rho}{A}}{\partial t} \end{aligned}$$

Nous avons :

$$V_f = N \frac{1}{\sigma_s} I_f + N \frac{1}{S_f} \iint \frac{\partial \overset{\rho}{A}}{\partial t} ds \quad (\text{II-49})$$

$$V_f = R_f I_f + N \frac{1}{S_f} \iint \frac{\partial \overset{\rho}{A}}{\partial t} ds \quad (\text{II-50})$$

Le premier terme de l'équation (II-50) représente la tension aux bornes de la résistance de la bobine et le second représente la tension induite de la bobine. Dans un domaine où nous avons des conducteurs fins les équations sont données comme suit :

$$\begin{cases} V_f = R_f I_f + N \frac{1}{S_f} \iint \frac{\partial \overset{\rho}{A}}{\partial t} ds \\ J = N \frac{I_f}{S_f} \end{cases} \quad (\text{II-51})$$

II.9. Prise en compte de la saturation

La plupart des dispositifs électromagnétiques sont constitués de matériaux magnétiques qui se saturent, leurs caractéristiques magnétiques sont non linéaires. Les non-linéarités peuvent

Chapitre II : Modèles mathématiques en vue de l'étude des dispositifs électromagnétiques

apparaître dans la formulation d'un problème physique lorsque les paramètres physiques supposés constants sont fonctions de l'inconnue du problème.

Dans le cas des problèmes électromagnétiques non linéaires, la réductivité magnétique varie en fonction de l'induction magnétique donc du potentiel vecteur magnétique. Dans ce cas, il est nécessaire d'approximer la réductivité magnétique non linéaire en utilisant une fonction d'interpolation.

Parmi les méthodes d'interpolation existantes, on peut citer:

- Interpolation de Marroco [49].
- Interpolation par des splines.
- Interpolation hyperbolique.

Pour la résolution, on doit mettre en place un processus itératif jusqu'à stabilisation.

La majorité des méthodes conduisent à résoudre un système linéaire à chaque itération ; parmi ces méthodes on trouve :

- La méthode de substitution ;
- La méthode de Newton Raphson ;
- La méthode incrémentale.

La résolution non linéaire induit un ralentissement dans le processus de calcul et un risque de divergence apparaît. Dans ce dernier cas, on est amené à changer la solution initiale, la précision désirée, et parfois même l'algorithme de résolution. Le choix d'une meilleure précision est contraignant en temps de résolution.

En considérant la perméabilité relative de l'aimant permanent égal à l'unité, les relations précédentes (II-31) et (II-32), en tenant compte de l'effet de la saturation dans les matériaux ferromagnétiques, s'écrivent comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \nu(B^2) \frac{\partial A^*}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \nu(B^2) \frac{\partial A^*}{\partial z} \right) - \frac{\sigma}{r} \frac{DA^*}{Dt} = -J_s \quad (\text{II-52})$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \nu(B^2) \frac{\partial A^*}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \nu(B^2) \frac{\partial A^*}{\partial z} \right) - \frac{\sigma}{r} \frac{DA^*}{Dt} = -J_s - \nu_0 \left(\frac{\partial b_z}{\partial r} - \frac{\partial b_r}{\partial z} \right) \quad (\text{II-53})$$

Dans notre étude, nous nous intéresserons à la méthode de Marroco qui se traduit par le cas où la perméabilité ν dépend du carré de l'induction magnétique \vec{B} ou de l'inconnue A du problème et dont la représentation est donnée par la relation suivante [60]:

$$\nu(B^2) = \varepsilon + (c_1 - \varepsilon) \frac{B^{2\eta}}{B^{2\eta} + \tau} \quad (\text{II-54})$$

Où les paramètres ε , c_1 , η et τ sont à déterminer à partir de la courbe expérimentale $B(H)$ caractérisant le matériau constituant le dispositif.

Chapitre II : Modèles mathématiques en vue de l'étude des dispositifs électromagnétiques

Dans notre cas la linéarisation du système se fera par la méthode de Newton Raphson.

II.10. Les aimants permanents

Les aimants permanents sont principalement caractérisés par leurs cycles d'hystérésis et plus particulièrement par la courbe d'aimantation du deuxième quadrant du plan B-H (Figure. II.5). Cette courbe est caractérisée par [50] :

- l'induction rémanente B_r
- le champ coercitif H_{cB} , qui est le champ démagnétisant annulant l'induction
- le produit d'énergie volumique $(BH)_{max}$
- les valeurs B_m et H_m du point de fonctionnement optimal M correspondant à $(BH)_{max}$.
- l'aimantation H_{cJ} , champ coercitif qui annule l'aimantation intrinsèque du matériau.

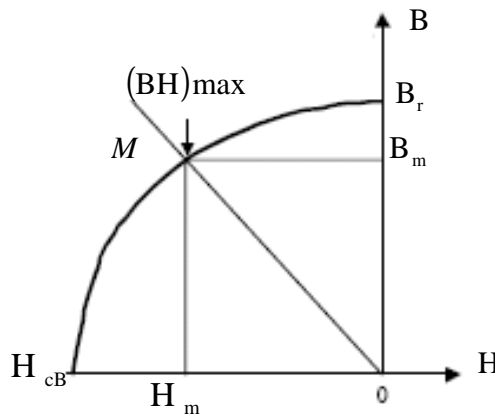


Figure II .5. Illustration d'une courbe B-H des aimants permanents [50]

Depuis un siècle, l'utilisation de nouveaux types d'aimants et l'amélioration de leurs performances, notamment en termes de densité volumique d'énergie (Figure. II.5), ont permis de trouver de nouvelles applications.

Le choix de la nature des aimants d'une machine à aimants a une influence non négligeable sur son couple massique. Les caractéristiques des principaux types d'aimants utilisés dans les machines électriques sont données ci-après.

Les AlNiCo sont des alliages à base d'aluminium et de nickel, avec des additions de cobalt, cuivre ou de titane. Ils peuvent être isotropes ou anisotropes. On trouve des aimants ayant une induction rémanente B_r avoisinant 0.7T pour les isotropes et 1.2T pour les anisotropes, avec une valeur faible du champ coercitif de l'aimantation (H_{cJ}) variant de 40 à 80 A / m (Figure. II.6) et

Chapitre II : Modèles mathématiques en vue de l'étude des dispositifs électromagnétiques

une énergie spécifique allant de 10 à 18 kJ/m³. L'amélioration de la coercitivité peut se faire à l'aide du Niobium.

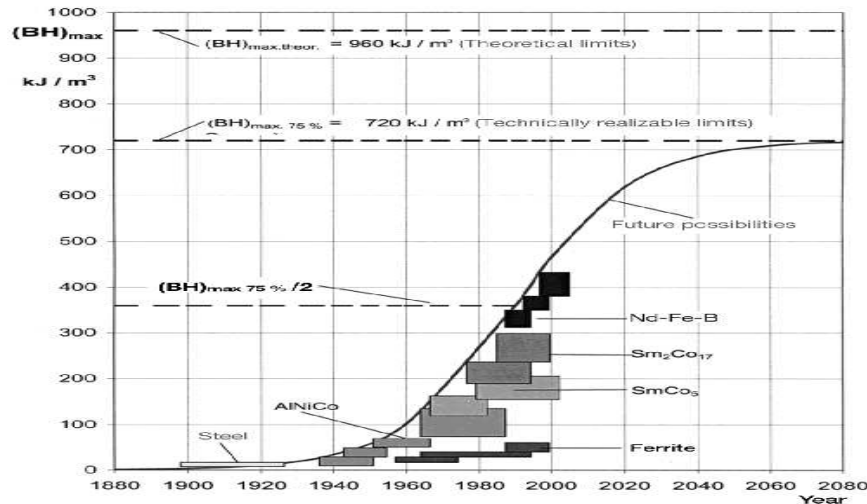


Figure II.6. Développement de l'énergie spécifique des aimants au cours du 20ème siècle [50]

Les ferrites sont des composés d'oxyde de fer, de baryum et de strontium. Ils sont obtenus par frittage et peuvent être isotropes ou anisotropes. Ces aimants possèdent des performances modestes mais se sont imposés dans de très nombreuses applications en raison de leur faible coût et d'une rigidité magnétique élevée. En raison de leurs faibles valeurs d'aimantation rémanente (environ 0.4 T, Figure. II.7), les ferrites sont utilisées plutôt dans des machines à aimants de faible puissance à faible coût. Pour atteindre des couples massiques plus élevés, les structures de machines plus complexes à concentration de flux pourraient être envisagées.

Les terres rares telles que les Samarium-Cobalt et les Néodyme-Fer-Bore sont beaucoup plus performants en termes de densité volumique d'énergie que les autres types d'aimants (Figure. II.7).

Les Samarium-Cobalt autorisent une température de fonctionnement élevée (jusqu'à 350°C), mais ils sont très coûteux en raison notamment de la présence du cobalt dans leur composition. De plus, le cobalt est interdit dans certains domaines (automobile notamment) pour des raisons de normes environnementales. Les Néodyme-Fer-Bore (NdFeB) ont des performances supérieures aux Samarium Cobalt et sont beaucoup moins coûteux mais leur tenue en température est moins bonne (jusqu'à 160°C).

La Figure. II.7(a) présente une classification des types d'aimants en fonction de leur champ coercitif de l'aimantation H_{cj} et de leur énergie volumique $(BH)_{max}$ et la Figure. II-7(b) présente la caractéristique $B(H)$ de certains types d'aimants. En fonction de l'application, on choisit la nature des aimants utilisés dans les machines électriques : pour des applications à haute température, les aimants Samarium-Cobalt sont utilisés. Dans les machines à puissances élevées,

Chapitre II : Modèles mathématiques en vue de l'étude des dispositifs électromagnétiques

compte tenu du volume d'aimants utilisés et du coût associé, on préfère employer les aimants Néodyme-Fer-Bore (NdFeB).

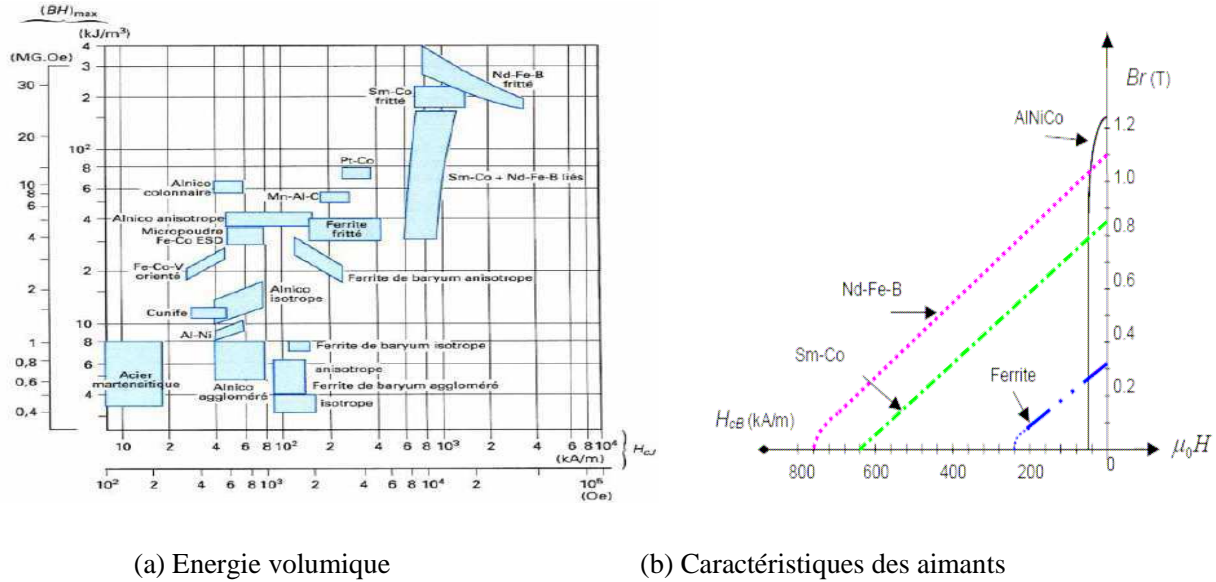


Figure II-7. Propriétés des Aimants permanents [50]

L'aimant est considéré comme une source magnétique caractérisée par le vecteur magnétisation. Il existe deux approches pour modéliser un aimant permanent, la première approche est que l'aimant est considéré comme une source de courant caractérisée par une densité de courant équivalente ou courant équivalent. La seconde approche est basée sur les réseaux de perméances. Bien que ces deux méthodes aient des points de départ différents, elles ont comme conséquence le même ensemble d'équations.

En se référant à la ligne droite de la caractéristique de la Figure II.7.b et en considérant la perméabilité relative de l'aimant égale à l'unité, on obtient l'équation (II-6). La Figure II.8 montre une représentation générale d'un aimant permanent.

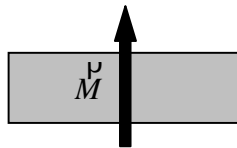


Figure II.8. Représentation d'un aimant permanent

II.10.1.Approche par les courants équivalents

Chapitre II : Modèles mathématiques en vue de l'étude des dispositifs électromagnétiques

Le but de cette méthode est de remplacer l'aimant par des courants équivalents ou densités de courants équivalentes, comme montré sur la Figure. II.9 [54] :

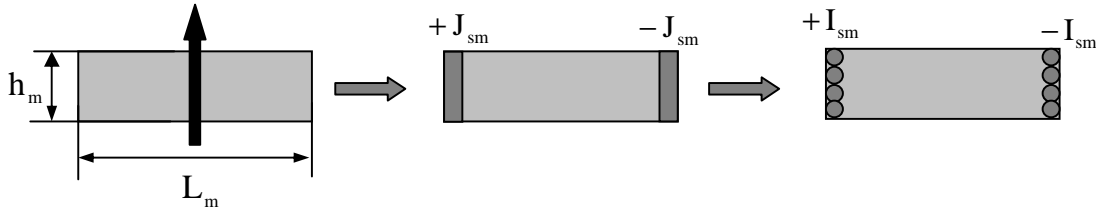


Figure II.9. Représentation de l'aimant par un courant équivalent et densité de courant équivalente

Les valeurs de la densité de courant équivalente J_{sm} et des courants équivalents I_{sm} sont définies comme suit:

$$J_{sm} = \nu_0 \mathcal{J} \quad (\text{II-55})$$

$$I_{sm} = \frac{J_s h_m}{L_m} \quad (\text{II-56})$$

II.10.2. Approche par les réseaux de perméances

L'aimant permanent peut être modélisé par l'approche des réseaux de perméances. Dans ce cas l'aimant permanent est schématisé par une source magnétique θ_{pm} et d'une perméance Λ_{pm} qui sont données comme suit [54] :

$$\theta_{pm} = H_0 h_{pm} \quad (\text{II-57})$$

$$\Lambda_{pm} = \frac{S_{pm}}{\nu_0 h_{pm}} \quad (\text{II-58})$$

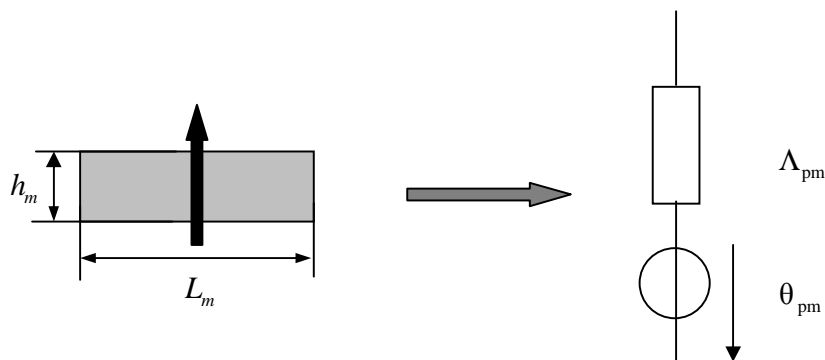


Figure II.10. Modèle du réseau de perméances d'un aimant permanent

Chapitre II : Modèles mathématiques en vue de l'étude des dispositifs électromagnétiques

S_{pm} représente la surface de l'aimant permanent perpendiculaire à son vecteur de magnétisation. Le champ H_0 est donné comme suit :

$$H_0 = \nu_0 b \quad (\text{II-59})$$

II.11. Conditions de continuité

Les conditions données par les équations (1-14) et (1-15) définissent la liaison entre les grandeurs de deux milieux magnétiquement différents. Ces relations combinées avec les relations (I-6), (I-7) et (I-25) deviennent :

$$\text{rot } \overset{\rho}{A}_2 \cdot \overset{\rho}{h} = \text{rot } \overset{\rho}{A}_1 \cdot \overset{\rho}{h} \quad (\text{II-60})$$

$$\left(\frac{1}{\mu_2} \text{rot } \overset{\rho}{A}_2 - \frac{1}{\mu_1} \text{rot } \overset{\rho}{A}_1 \right) \wedge \overset{\rho}{h} = \overset{\rho}{J}_s \wedge \overset{\rho}{h} \quad (\text{II-61})$$

En général, dans les résolutions numériques, la finesse de la solution exige la connaissance des valeurs du potentiel sur une certaine partie de la frontière (condition de Dirichlet) et la connaissance des valeurs de $\text{grad } \overset{\rho}{A}_s$ sur le reste du contour (condition de Neuman) comme le montre la Figure. II.11.

$$\overset{\rho}{A}|_{\Gamma} = A_s \quad (\text{II-62})$$

$$\frac{\partial \overset{\rho}{A}}{\partial n}|_{\Gamma} = A_n \quad (\text{II-63})$$

En plus de ces conditions, il peut exister des conditions cycliques ou anticycliques suivant le signe de K figurant dans la relation ci-dessous :

$$\overset{\rho}{A}|_{\Gamma} = K \overset{\rho}{A}|_{\Gamma+d\Gamma} \quad (\text{II-64})$$

II.12. Exemples de structures géométriques et type de conditions aux limites

Dans le cas de la géométrie donnée par la Figure. II.11:

Chapitre II : Modèles mathématiques en vue de l'étude des dispositifs électromagnétiques

- a- Si le domaine de résolution se limite à des domaines comportant des courants, on peut imposer sur les frontières de l'inducteur (Γ_s) et la charge (Γ_c) un potentiel calculé analytiquement (condition de Dirichlet).
 - b- Dans le cas contraire, on utilise la même condition $\vec{A} = 0$ sur la frontière fictive (Γ), éloigné du système au moins par cinq fois sa dimension.
- 2- Dans le cas de géométries axisymétriques (courant antisymétriques), on a une condition naturelle de Dirichlet ($\vec{A} = 0$) sur l'axe de symétrie Figure. II.11.

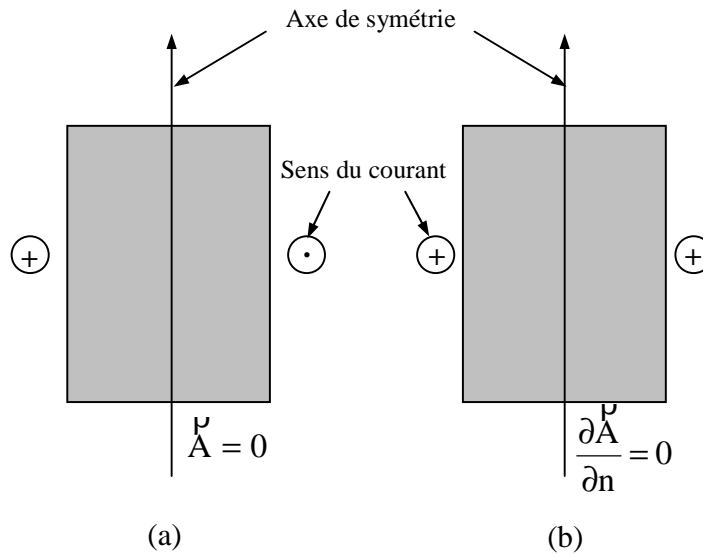


Figure II.11. Géométries symétriques

II.13. Discrétisation temporelle

Dans le cas des formulations magnétodynamiques, en plus d'une discrétisation spatiale, une discrétisation temporelle doit être introduite. Elle peut être réalisée par un schéma de discrétisation temporelle (Tableau. II.1) [44].

L'intervalle de l'étude a pour durée T (s), le pas de discrétisation temporel Δt multiplié par le nombre de pas de temps N_p avec $N_p = \frac{T}{\Delta t}$. Dans le cas général, deux fonctions sont considérées, une fonction source ou cause $f(t)$ et une fonction réponse $u(t)$ telle que :

$$\frac{du(t)}{dt} + D u(t) = f(t) \quad (\text{II-65})$$

En discrétisant l'équation différentielle précédente, on aura :

Chapitre II : Modèles mathématiques en vue de l'étude des dispositifs électromagnétiques

$$\frac{u_{tn+1} - u_{tn}}{\Delta t} + \theta D u_{tn+1} + (1 - \theta) D u_{tn} = \theta f_{tn+1} + (1 - \theta) f_{tn} \quad (\text{II-66})$$

Avec $t_n = n\Delta t$ ($n \in [1, N]$), ($\theta \in [0, 1]$) et D une constante. Par cette méthode, plusieurs types de schéma de discrétisation peuvent être utilisés, on retrouve selon la valeur de θ des schémas classiques (Tableau. II.1).

Tableau. II.1 – Schémas de discrétisation temporelle

θ	Schéma de discrétisation
0	Euler implicite
$\frac{1}{3}$	Galerkin
$\frac{1}{2}$	Crank-Nicholson
1	Euler explicite

II.14. Equation de la mécanique

L'équation de la mécanique que nous présenterons dans ce chapitre sera liée aux applications qui seront étudiées et analysées dans les prochains chapitres. Il s'agit de l'équation déduite du principe fondamental de la mécanique caractérisant les dispositifs électromagnétiques ayant un mouvement linéaire.

L'équation de la mécanique est donnée par le système suivant :

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} + \xi \frac{dz}{dt} = F_z - f_0 - F_c \quad (\text{II-67})$$

$$v = \frac{dz}{dt} \quad (\text{II-68})$$

$F_z(N)$ représente la force magnétique exercée sur la partie mobile du dispositif qui évolue en fonction de l'alimentation et de la configuration de la position, $m(Kg)$ est la masse de la partie mobile, $\xi(Ns/m)$ est le coefficient de frottement visqueux, $f_0(N)$ est le frottement sec, $F_c(N)$ est la force dépendant de la charge du dispositif, z est le déplacement(m) et $v(m/s)$ représente la vitesse de la partie mobile.

II.15. Méthode des éléments finis

Les équations aux dérivées partielles présentées dans ce chapitre ne peuvent être résolues, d'une manière générale, par des méthodes analytiques telles que la méthode de séparation des variables [55], [74], ou les méthodes intégrales [44] [74], surtout pour des problèmes complexes. Dans ce cas des méthodes numériques qui consistent à ramener la résolution des équations aux dérivées partielles dans le domaine d'étude, compte tenu des conditions aux limites, à celles d'un système d'équations algébriques dont la solution donne les valeurs des distributions des grandeurs recherchées. Parmi les méthodes numériques existantes, nous citons [55] :

- La Méthode des Différences Finies (MDF)
- La Méthode des Volumes Finis (MVF)
- La Méthode des Eléments Finis (MEF)
- La Méthode des Intégrales de Frontières (MIF)

Parmi les méthodes citées, la plus utilisée dans le calcul du champ dans les structures électromagnétiques est la méthode des éléments finis [47], [60] que nous retiendrons pour l'étude de nos systèmes. La méthode des éléments finis est devenue avec le développement de l'outil informatique l'un des outils les plus puissants dans la conception assistée par ordinateur des structures électromagnétiques. Les premières applications dans ce domaine reviennent à P. Silvester et M.V.K. Chari [73].

La méthode consiste à transformer une équation aux dérivées partielles en un système d'équations algébriques. Cela se fait par discrétisation du domaine d'étude. L'Equation aux Dérivées Partielles (EDP) est exprimée dans chaque sous domaine afin de générer des équations liées à chacun d'eux. Un assemblage de ces équations, prenant compte des conditions aux limites ainsi que des caractéristiques des milieux considérés et des sources de courants est réalisé. Le système algébrique final est résolu avec des méthodes numériques.

La plupart des premiers codes (MEF) utilisaient des méthodes directes [73], [51], [52], [53]. Ces méthodes offrent comme avantage une certaine robustesse et stabilité. Aucune erreur d'arrondi ou d'estimation n'existe et la solution proposée est exacte.

Cependant, avec les systèmes de grande taille tels les problèmes 3D, où le stockage réservé aux méthodes directes est insuffisant, ces méthodes sont de plus en plus supplantées par des méthodes itératives particulièrement adaptées aux problèmes éléments finis, découlant presque toutes des méthodes projectives des espaces de Krylov.

II.15.1 La discrétisation

La méthode des éléments finis consiste à subdiviser le domaine étudié en éléments simples, appelés éléments finis, et à approximer l'inconnu sur chaque élément par des fonctions d'interpolation. Ces fonctions sont généralement des polynômes de Lagrange de degré un ou deux.

En général la subdivision est triangulaire et du premier ordre (Figure.II.12), cette subdivision a l'avantage de s'adapter à toute configuration géométrique et permet de traiter des expressions simples.

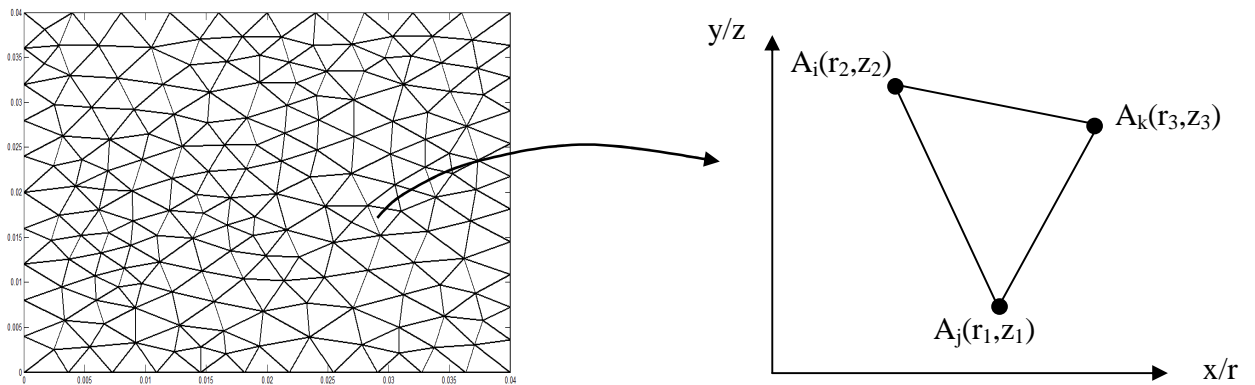


Figure II.12. Discrétisation

L'approximation polynomiale de l'inconnue dans le cas cartésien et axisymétrique, est donnée comme suit :

$$A = \begin{cases} A_z(x, y) = a + bx + cy & \text{en coordonnées cartésiennes} \\ A_\varphi(r, z) = a + br + cz & \text{en coordonnées cylindriques} \end{cases} \quad (\text{II-69})$$

Les systèmes que nous étudierons sont principalement à géométrie axisymétrique. Dans ce cas l'approximation nodale est donnée comme suit :

$$A(r, z) = \sum_{j=1}^{nn} \alpha_j(r, z) A_j \quad (\text{II-70})$$

$A(r, z)$: Inconnue,

nn : Nombre de nœuds du domaine subdivisé,

Chapitre II : Modèles mathématiques en vue de l'étude des dispositifs électromagnétiques

$\alpha_j(r, z)$: Fonctions d'interpolation,

A_j : Valeur de l'inconnue au nœud j

(r_j, z_j) : Les coordonnées du nœud sur lequel l'inconnue A prend la valeur A_j , les fonctions α_j vérifient les relations suivantes :

$$\alpha_j(r, z) = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad (\text{II-71})$$

Les fonctions $\alpha_j(r, z)$ sont continues sur le domaine discrétisé et dérivable sur chaque élément fini.

II.15.2. Méthode des résidus pondérés

La méthode des résidus pondérés consiste à déterminer les valeurs du potentiel vecteur magnétique qui permettent d'annuler l'intégrale du résidu. L'expression de l'intégrale du résidu est donnée par :

$$\int_{\Omega} \alpha_i R_i d\Omega \quad (\text{II-72})$$

$$R_i = L(A) - f \quad (\text{II-73})$$

R_i : Résidu de l'approximation

f : Fonction source définie sur le domaine Ω

α_i : Fonction de pondération

Dans le cas particulier où les fonctions de projection α_i sont identiques aux fonctions α_j , cette méthode est appelée méthode de Galerkin [59],[60],[47],[48].

III.16. Calcul des forces magnétiques

III.16.1. Méthode du tenseur de Maxwell et force de Lorentz

Une approche, connue sous le nom de "méthode du tenseur de Maxwell" se propose de calculer les forces d'origine magnétique. Cette formulation doit être utilisée avec attention car elle ne se propose pas initialement de calculer les forces locales dans les systèmes électromécaniques [58]. Son appellation vient du fait qu'elle utilise la divergence du tenseur de Maxwell (II-74) et procure une force qui est celle que subit un volume élémentaire (Figure.II.13) plongé dans un champ magnétique.

$$\overset{\vee}{\mathbf{F}} = \text{div}(\tilde{\mathbf{T}}) \quad (\text{II-74})$$

Chapitre II : Modèles mathématiques en vue de l'étude des dispositifs électromagnétiques

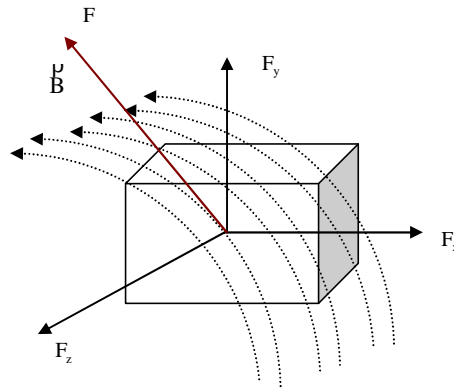


Figure II.13. Volume élémentaire traversé par des lignes d'inductions

En prenant comme notation T pour le tenseur de Maxwell, la force subie par le volume élémentaire selon un axe, par exemple x , s'écrit sous la forme suivante :

$$F_x = \frac{\partial T_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{xz}}{\partial z} \quad (\text{II-75})$$

Il est aisé de déduire la force élémentaire à partir de la connaissance de l'expression du tenseur de Maxwell.

Les équations de Maxwell se présentent sous la forme de 4 équations. Elles permettent de formaliser les relations qui existent entre les différentes entités rencontrées en électrotechnique. Il faut introduire une cinquième équation qui permet de prendre en compte les effets d'un champ magnétique sur un courant électrique. Cette équation découle de la force qui s'exerce sur une charge électrique en mouvement plongée dans un champ magnétique, c'est la force de Lorentz (II-76).

$$\vec{F} = q \vec{v} \wedge \vec{B} \quad (\text{II-76})$$

En utilisant cette équation, implicitement, la charge électrique q (C), n'a pas de lien avec le champ magnétique. En d'autres termes, ce n'est pas le déplacement de cette charge qui engendre le champ magnétique auquel elle est soumise. Une application de cette équation à un courant électrique permet d'écrire la loi de Laplace (II-77).

$$\vec{F} = \vec{J} \wedge \vec{B} \quad (\text{II-77})$$

Les conditions d'emploi de cette loi sont similaires à celles liées à l'équation (III-76).

La loi de Laplace permet d'écrire la force qui s'exerce sur un courant \vec{J} qui est plongé dans un environnement où circule une induction magnétique \vec{B} . Pour simplifier l'écriture de cette loi dans un repère orthonormé, il est possible de se limiter à l'écriture de la force selon un seul axe (x par exemple) (II-78) :

Chapitre II : Modèles mathématiques en vue de l'étude des dispositifs électromagnétiques

$$F_x = J_y B_z - J_z B_y \quad (\text{II-78})$$

En utilisant la relation (II-15) la relation (précédente) devient :

$$F_x = \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \mu H_z - \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \mu H_y \quad (\text{II-79})$$

Rien n'interdit d'ajouter à F_x la quantité nulle suivante :

$$H_x \operatorname{div}(\vec{B}) = \mu H_x \left(\frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} \right) \quad (\text{II-80})$$

Nullité induite par (II-4) :

Alors, une autre expression pour F_x apparaît :

$$\begin{aligned} F_x = & \mu \left(H_x \cdot \frac{\partial H_x}{\partial x} - H_y \cdot \frac{\partial H_y}{\partial x} - H_z \cdot \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \\ & + \mu \left(H_y \cdot \frac{\partial H_x}{\partial y} + H_x \cdot \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \\ & + \mu \left(H_z \cdot \frac{\partial H_x}{\partial z} + H_x \cdot \frac{\partial H_z}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (\text{II-81})$$

Cette écriture peut être employée pour toutes les composantes $F_x F_y F_z$ et une identification donne chaque composante du tenseur de Maxwell :

$$T_{ij} = \mu \left[H_i H_j - \frac{\delta_{ij}}{2} H^2 \right] \quad (\text{II-82})$$

i et j peuvent prendre comme valeur $x y z$, et $\delta_{ij} = 1$ si $i = j$, sinon $\delta_{ij} = 0$. En conclusion, le tenseur de Maxwell se met sous la forme (II-83) qui est une de ses formes usuelles :

Chapitre II : Modèles mathématiques en vue de l'étude des dispositifs
électromagnétiques

$$T = \begin{bmatrix} \mu \left(H_x H_x - \frac{H^2}{2} \right) & \mu (H_x H_y) & \mu (H_x H_z) \\ \mu (H_y H_x) & \mu \left(H_y H_y - \frac{H^2}{2} \right) & \mu (H_y H_z) \\ \mu (H_z H_x) & \mu (H_z H_y) & \mu \left(H_z H_z - \frac{H^2}{2} \right) \end{bmatrix} \quad (\text{II-83})$$

A partir de cette présentation, il est très aisé de mettre en forme la divergence de ce tenseur, pour exprimer chaque composante de la force d'origine magnétique selon x , y et z :

$$\begin{aligned} F_x &= \frac{\partial T_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{xz}}{\partial z} \\ F_y &= \frac{\partial T_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{yz}}{\partial z} \\ F_z &= \frac{\partial T_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{zz}}{\partial z} \end{aligned} \quad (\text{II-84})$$

Les forces s'exerçant sur un volume $\Omega(\text{m}^3)$ sont déterminées par les relations suivantes :

$$F_m = \int_v f_m \, d\Omega = \int_v \text{div}(T) \, d\Omega \quad (\text{II-85})$$

Par le théorème de la divergence, on obtient :

$$F_m = \int_s f_m \, dS = \int_s (T) \cdot \mathbf{h} \, dS \quad (\text{II-86})$$

Plus généralement on note :

$$F = \int_s (\overline{T}) \cdot \mathbf{h} \, dS \quad (\text{II-87})$$

S'étant la surface entourant l'objet de Volume Ω sur lequel nous voulons connaître la force, \mathbf{h} est normal à la surface du conducteur et F la force magnétique globale.

Si on prend à titre d'exemple la composante de la force globale suivant l'axe (o, z) , cette dernière sera donnée selon l'équation généralisée par l'expression suivante :

Chapitre II : Modèles mathématiques en vue de l'étude des dispositifs électromagnétiques

$$F_z = \mu_0 \oint \left((H_x \cdot n_x + H_y \cdot n_y + H_z \cdot n_z) - \frac{1}{2} (H^2) n_z \right) dS \quad (\text{II-88})$$

$$F_z = \mu_0 \oint \left((\overset{\rho}{H} \cdot \overset{\rho}{h}) H_z - \frac{1}{2} (H^2) n_z \right) dS \quad (\text{II-89})$$

La force globale est donnée par :

$$F_z = \mu_0 \oint \left((\overset{\rho}{H} \cdot \overset{\rho}{h}) \overset{\rho}{H}_z - \frac{1}{2} (H^2) \overset{\rho}{h} \right) dS \quad (\text{II-90})$$

En fonction du vecteur induction magnétique $\overset{\rho}{B}$:

$$F_z = \frac{1}{\mu_0} \oint \left((\overset{\rho}{B} \cdot \overset{\rho}{h}) \overset{\rho}{B}_z - \frac{1}{2} (B^2) \overset{\rho}{h} \right) dS \quad (\text{II-91})$$

L'application qui intéresse notre travail est à géométrie axisymétrique en deux dimensions (2D), il est donc utile de donner l'expression de la force magnétique par la méthode du tenseur de Maxwell dans ces coordonnées à savoir (r, φ, z) . L'expression finale de la composante axiale de la force globale exercée sur l'ensemble du volume et exprimée dans le repère (n, t) est identique à celle trouvée dans le cas du système tridimensionnel cartésien. Donc l'expression est générale, valable quel que soit le système de coordonnées choisi [59].

Dans le cas axisymétrique 2D, les courants étant perpendiculaires au plan d'étude, le champ et l'induction magnétiques sont donnés comme suit :

$$\overset{\rho}{B} = (B_r, 0, B_z) \quad (\text{II-92})$$

$$\overset{\rho}{H} = (H_r, 0, H_z) \quad (\text{II-93})$$

En appliquant les relations (II-92) et (III-93) on aura :

$$\text{Avec} \quad H^2 = H_r^2 + H_z^2 \quad (\text{II-94})$$

$$B^2 = B_r^2 + B_z^2 \quad (\text{II-95})$$

$$F_z = \frac{1}{\mu_0} \oint \left(B_r B_z - \frac{1}{2} (B^2) \overset{\rho}{h} \right) dS \quad (\text{II-96})$$

Chapitre II : Modèles mathématiques en vue de l'étude des dispositifs électromagnétiques

Les tenseurs sont donnés comme suit :

$$T_{zz} = \mu_0 (H_r H_z) \quad (\text{II-97})$$

$$T_\phi = 0 \quad (\text{II-98})$$

$$T_r = \frac{1}{2} \mu_0 (H_z^2 - H_r^2) \quad (\text{II-99})$$

Les forces sont données par les relations suivantes :

$$F_z = \mu_0 \oint (H_r H_z) dS \quad (\text{II-100})$$

$$F_\phi = 0 \quad (\text{III-101})$$

$$F_r = \frac{1}{2} \mu_0 \oint (H_z^2 - H_r^2) dS \quad (\text{II-102})$$

En termes d'inductions les relations précédentes sont données comme suit :

$$F_z = \frac{1}{\mu_0} \oint (B_r B_z) dS \quad (\text{II-103})$$

$$F_\phi = 0 \quad (\text{II-104})$$

$$F_r = \frac{1}{2\mu_0} \oint (B_z^2 - B_r^2) dS \quad (\text{II-105})$$

II.17. Prise en compte du mouvement

Les dispositifs électromagnétiques linéaires que nous aurons à étudier comportent des parties mobiles. La modélisation et l'étude de ces dernières nécessite la prise en compte du mouvement. Plusieurs méthodes de prise en compte du mouvement ont été développées, celles-ci peuvent être utilisées pour la simulation du mouvement rotatif (cas des machines tournantes) et du déplacement linéaire (cas des machines linéaires). Nous nous limiterons dans notre étude à ce deuxième cas. Chaque méthode présente des avantages et des inconvénients. Tout dépend des dispositifs électromagnétiques considérés et de la précision désirée du déplacement des parties mobiles. Les principales méthodes rapportées par la littérature sont principalement la méthode

Chapitre II : Modèles mathématiques en vue de l'étude des dispositifs électromagnétiques

directe, la méthode de remaillage, la méthode de la bande de mouvement, la méthode de la ligne de glissement, la méthode d'interpolation nodale, la méthode de la bande géométrique, la méthode d'intégrale de frontière-éléments finis, et la méthode du Macro-Élément. Après description de ces méthodes, nous allons plus détailler la méthode qui sera retenus pour l'étude de nos systèmes, nous donnerons notamment les raisons de notre choix.

II.17.1. Méthode du Macro- Élément

Cette méthode est proposée pour la première fois dans [65], pour les machines électriques en coordonnée polaires. Elle a été étendue en coordonnées cylindriques [67], [68], [69], [70], et plus récemment dans le cas cartésien (CAGE : Cartesian - Air - Gap- Element) [71]. Son principe est basé sur l'expression analytique du champ dans un entrefer non maillé vu comme un seul élément fini mais possédant des nœuds sur la partie fixe et mobile. L'entrefer constitue alors une sorte d'élément fini à plusieurs nœuds, d'où le nom de Macro-Élément (Figure. II.14). Dans ce qui suit, nous nous intéresserons à présenter cette méthode en coordonnées cylindriques.

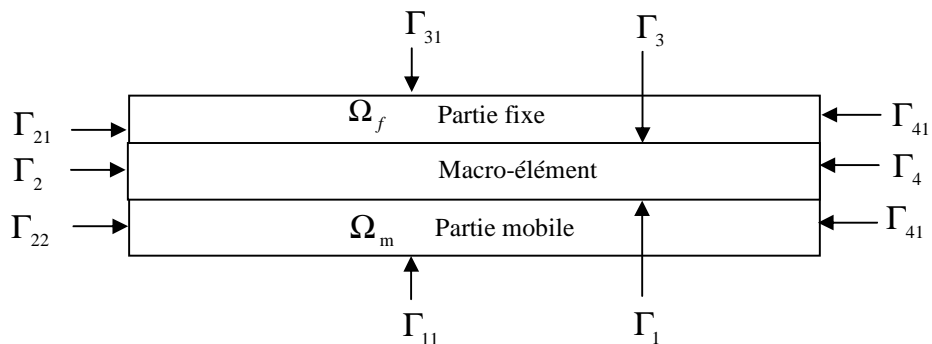


Figure II.14. Domaine d'étude associé au Macro-élément

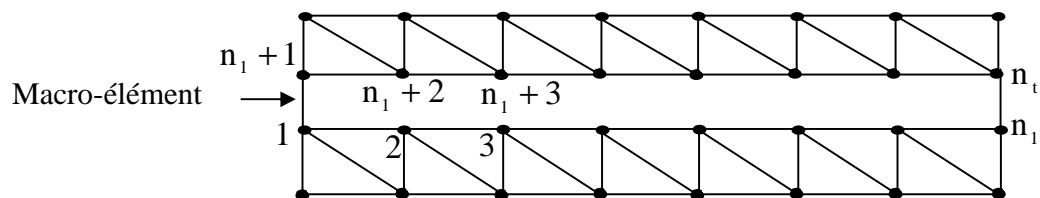


Figure II.15. Maillage élément finis associé au Macro-Élément

Chapitre II : Modèles mathématiques en vue de l'étude des dispositifs électromagnétiques

La méthode du Macro-Elément consiste à résoudre analytiquement l'équation de Laplace en terme de potentiel vecteur magnétique dans la partie de l'entrefer. L'équation à résoudre est donnée comme suit :

$$\text{rot}(\nu \text{rot} \vec{A}) = 0 \quad (\text{II-106})$$

En coordonnées cylindriques 2D l'équation devient :

$$\frac{\partial^2 A_\varphi(r,z)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\varphi(r,z)}{\partial r} - \frac{A_\varphi(r,z)}{r^2} + \frac{\partial^2 A_\varphi(r,z)}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{II-107})$$

L'application de la méthode de séparation de variables se traduit par la considération d'une solution analytique définie par [68], [69], [70] :

$$A_\varphi(r,z) = A_\varphi(r)A_\varphi(z) \quad (\text{II-108})$$

Avec :

$A_\varphi(r)$: Fonction ne dépendant que de la variable r

$A_\varphi(z)$: Fonction ne dépendant que de la variable z

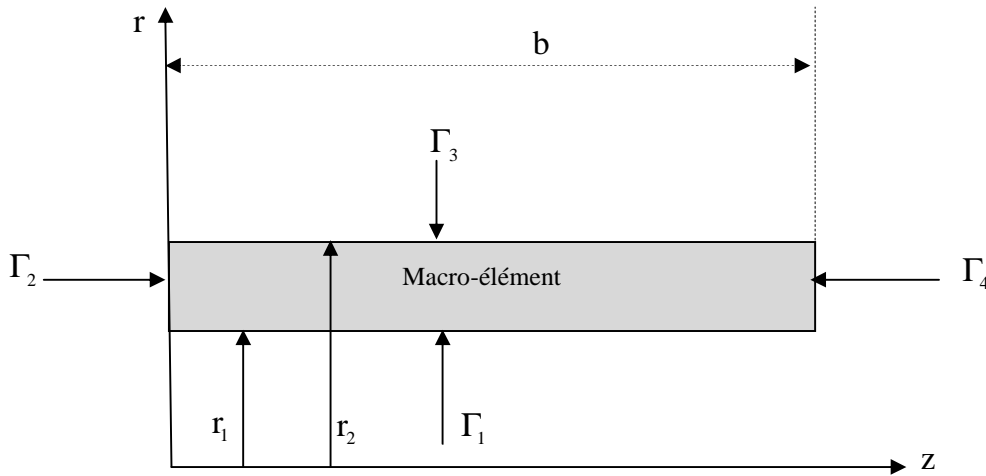


Figure II.16. Représentation de la région du Macro –Elément pour la résolution analytique

Sur Γ_3 : $A_\varphi(r_1, z) = f(z)$

Sur Γ_1 : $A_\varphi(r_2, z) = g(z)$

Sur Γ_4 : $A_\varphi(r, z) = 0$

Sur Γ_2 : $A_\varphi(r, z) = 0$

La solution de l'équation (II-107) en utilisant les fonctions de Bessel est donnée comme suit [68],[69],[70] :

Chapitre II : Modèles mathématiques en vue de l'étude des dispositifs électromagnétiques

$$A_{\varphi}^*(r, z) = \sum_{n=1}^{\infty} [A_n I_1(\lambda_n r) + B_n K_1(\lambda_n r)] r \sin(\lambda_n z) \quad (\text{II-109})$$

Avec :

$$\lambda_n = \frac{n \pi}{b} \quad (\text{II-110})$$

I_1 et K_1 sont les fonctions de Bessel modifiées de premier ordre respectivement de premier et de deuxième espèces. A_n et B_n sont des constantes de la série.

La solution générale dans chaque point du Macro-Elément est donnée par l'addition des solutions calculées dans chaque frontière r_1 et r_2 (Figure. II.16). Cette solution est représentée par la série de Fourier.

Pour assurer la continuité du potentiel aux interfaces entre le Macro-Elément situées entre les deux domaines (1) et (2) qui sont subdivisés en éléments triangulaires de premier ordre, les frontières du Macro-Elément doivent satisfaire les conditions suivantes [68], [69], [70]:

$$A^*(r_1, z) = f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} C_{1n} \sin(\lambda_n z) \quad (\text{II-111})$$

$$A^*(r_2, z) = g(z) = \sum_{n=1}^{\infty} C_{2n} \sin(\lambda_n z) \quad (\text{II-112})$$

Les coefficients C_{1n} et C_{2n} sont déterminés par identification avec les fonctions d'interpolations éléments finis donnant le potentiel aux frontières du ME.

Les fonctions d'interpolation dans ces frontières sont :

$$A^*(r_1, z) = f(z) = \sum_{j=1}^{n_1} \alpha_j(z) A_j \quad (\text{II-113})$$

$$A^*(r_2, z) = g(z) = \sum_{j=n_1+1}^{n_t} \alpha_j(z) A_j \quad (\text{II-114})$$

n_1 est le nombre de nœuds sur la frontière du Macro-Elément r_1 . n_t est le nombre de nœuds total du Macro-Elément.

Les coefficients C_{1n} et C_{2n} sont donnés comme suit :

$$C_{1n} = \frac{2}{b} \int_0^b \left[\sum_{j=1}^{n_1} \alpha_j(z) A_j \right] \sin(\lambda_n z) dz \quad (\text{II-115})$$

Chapitre II : Modèles mathématiques en vue de l'étude des dispositifs électromagnétiques

$$C_{2n} = \frac{2}{b} \int_0^b \left[\sum_{j=n_1+1}^{n_t} \alpha_j(z) A_j \right] \sin(\lambda_n z) dz \quad (\text{II-116})$$

Finalement la solution peut être écrite comme suit [68], [69], [70]:

$$A^*(r, z) = \sum_{i=1}^{n_t} \alpha_i^{\text{ME}}(r, z) A_i^* \quad (\text{II-117})$$

Avec :

$$\alpha_i(r, z) = \sum_{n=1}^{\infty} B_{ni} \frac{r}{a} \frac{I_1(\lambda_n r) - \frac{I_1(\lambda_n c)}{K_1(\lambda_n c)} K_1(\lambda_n r)}{I_1(\lambda_n a) - \frac{I_1(\lambda_n c)}{K_1(\lambda_n c)} K_1(\lambda_n a)} \quad (\text{II-118})$$

Avec :

$$a = r_1 \text{ et } c = r_2 \text{ si } i = 1, \dots, n_1$$

$$a = r_2 \text{ et } c = r_1 \text{ si } i = n_1 + 1, \dots, n_t$$

Le coefficient B_{ni} est donné par la relation suivante :

$$B_{ni} = \frac{2}{b} \left\{ \frac{1}{\lambda_n^2} \left[\frac{1}{z_i - z_{i-1}} (\sin(\lambda_n z_i) - \sin(\lambda_n z_{i-1})) + \frac{1}{z_i - z_{i+1}} (\sin(\lambda_n z_{i+1}) - \sin(\lambda_n z_i)) \right] \right\} \quad (\text{II-119})$$

Le terme de la matrice représentant le Macro-Elément est donné comme suit [68], [69], [70]:

$$S_{ij}^{\text{ME}} = \sum_{n=1}^{\infty} [C_{ni}(r=r_2)D_{nj}(r=r_2) - C_{ni}(r=r_1)D_{nj}(r=r_1)] \cdot \frac{b}{2} \quad (\text{II-120})$$

Avec l'introduction de la réductivité de l'air, la relation (IV-21) devient comme suit :

$$S_{ij}^{\text{ME}} = \nu_0 \sum_{n=1}^{\infty} [C_{ni}(r=r_2)D_{nj}(r=r_2) - C_{ni}(r=r_1)D_{nj}(r=r_1)] \cdot \frac{b}{2} \quad (\text{II-121})$$

Avec :

Chapitre II : Modèles mathématiques en vue de l'étude des dispositifs électromagnétiques

$$C_{ni} = \frac{B_{ni}}{a_1} \frac{I_1(\lambda_n r) - \frac{I_1(\lambda_n c_1)}{K_1(\lambda_n c_1)} K_1(\lambda_n r)}{I_1(\lambda_n a_1) - \frac{I_1(\lambda_n c_1)}{K_1(\lambda_n c_1)} K_1(\lambda_n a_1)} \quad (\text{II-122})$$

$$D_{nj} = \frac{B_{nj}}{a_2 \left[I_1(\lambda_n a_2) - \frac{I_1(\lambda_n c_2)}{K_1(\lambda_n c_2)} K_1(\lambda_n a_2) \right]} \cdot \left\{ \begin{aligned} & \left[I_1(\lambda_n r) + \frac{(\lambda_n r)}{2} (I_0(\lambda_n r) + I_2(\lambda_n r)) \right] - \\ & \left[-\frac{I_1(\lambda_n c_2)}{K_1(\lambda_n c_2)} \left[K_1(\lambda_n r) - \frac{(\lambda_n r)}{2} (K_0(\lambda_n r) + K_2(\lambda_n r)) \right] \right] \end{aligned} \right. \quad (\text{II-123})$$

Avec :

$$\begin{aligned} a_1 &= r_1 \text{ et } c_1 = r_2 \text{ si } i = 1, \dots, n_1 \\ a_2 &= r_2 \text{ et } c_1 = r_1 \text{ si } i = n_1 + 1, \dots, n_t \\ a_2 &= r_1 \text{ et } c_1 = r_2 \text{ si } j = 1, \dots, n_1 \\ a_2 &= r_2 \text{ et } c_2 = r_1 \text{ si } j = n_1 + 1, \dots, n_t \end{aligned}$$

$$B_{nj} = \frac{2}{b} \left\{ \frac{1}{\lambda_n^2} \left[\frac{1}{z_j - z_{j-1}} (\sin(\lambda_n z_j) - \sin(\lambda_n z_{j-1})) + \frac{1}{z_j - z_{j+1}} (\sin(\lambda_n z_{j+1}) - \sin(\lambda_n z_j)) \right] \right\} \quad (\text{II-124})$$

I_0 et K_0 sont les fonctions de Bessel modifiées d'ordre zéro de première et deuxième espèce.

I_2 et K_2 sont les fonctions de Bessel modifiées du deuxième ordre de première et deuxième espèce [68], [69], [70].

II.18. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les différents modèles mathématiques régissant les phénomènes électromagnétiques et mécaniques des dispositifs électromagnétiques. Des équations aux dérivées partielles issues de la combinaison des principales équations de Maxwell et des relations de continuité ont été exposées. Ces équations décrivent les champs en termes de potentiel vecteur magnétique en présence de courants inducteurs et d'aimants permanents ainsi que des non-linéarités caractérisant les parties ferromagnétiques. L'équation mécanique, déduite du principe fondamental de la mécanique, caractérisant les systèmes ayant un mouvement linéaire qui intéresse notre étude a été aussi présentée. La méthode numérique des éléments finis

Chapitre II : Modèles mathématiques en vue de l'étude des dispositifs électromagnétiques

de résolution des équations aux dérivées partielles que nous allons utiliser lors de notre étude a été exposée.

Dans le but d'établir le modèle de couplage des phénomènes physiques régissant nos systèmes particulièrement les phénomènes électromagnétiques et mécaniques il est nécessaire d'évaluer d'autres termes tel que la force magnétique qui représente le terme de couplage entre les deux phénomènes suscités. Nous avons présenté les principales méthodes de calcul des forces magnétiques. Concernant le travail qui nous intéresse, c'est essentiellement l'évaluation de la force globale exercée sur les dispositifs électromagnétiques contenant les parties constituées de matériaux ferromagnétiques et ceux comportant des parties conductrices. En s'appuyant sur le critère d'adaptation au problème traité et à la facilité d'implémentation, les méthodes qui seront mises en œuvre dans notre travail seront basées principalement sur l'application de la méthode du tenseur de Maxwell et de la méthode de Lorentz. Dans ce chapitre, la méthode du Macro-Élément élément a été présentée d'une manière détaillée, car celle-ci sera utilisée pour la prise en compte du mouvement lors de l'étude de nos dispositifs. Elle a été choisie pour sa précision lors du calcul des pas de déplacement lors de la résolution de l'équation mécanique, ces derniers peuvent être variables d'un pas à l'autre.

Chapitre III : Méthodes de calcul des forces magnétiques

III.1. Introduction

L'objectif principal de ce chapitre est la présentation des modèles numériques régissant les phénomènes électromagnétique et mécanique qui seront appliqués à l'étude de nos dispositifs. Après avoir exposé les équations aux dérivées partielles, ces dernières doivent être résolues par une méthode numérique en l'occurrence la méthode des éléments finis. Nous avons opté pour la méthode des éléments finis contrairement aux autres méthodes, à cause de la complexité des phénomènes régissant nos systèmes tels que les non-linéarités physiques, le mouvement des parties mobiles, ainsi que leurs géométries. La méthode des éléments finis est une méthode d'approximation basée sur l'application de méthode projective de Galerkin. Nous utiliserons cette méthode pour la formulation des équations aux dérivées partielles en terme de potentiel vecteur magnétique qui régissent les dispositifs qui intéressent nos études. Nous aboutirons à des systèmes algébriques que nous utiliserons pour élaborer notre code de calcul qui est développé sous environnement Matlab. Nous allons par la suite présenter le processus numérique de couplage des équations caractérisant les phénomènes électromagnétique et mécanique.

Dans chaque dispositif électromagnétique, lors de son alimentation, des forces magnétiques seront créées qui font déplacer les parties mobiles. Le déplacement de ces dernières modifie à son tour la distribution du champ magnétique et celle de la force. Pour cela, le comportement du système électromagnétique est régi par l'interaction entre deux phénomènes de natures différentes. La technique qui sera utilisée pour la simulation du mouvement des parties mobiles, est la technique du Macro-Elément. Elle sera couplée à la méthode des éléments finis pour l'étude de nos systèmes. Il est donc nécessaire de coupler les équations électromagnétiques avec celles régissant le phénomène mécanique. Les modèles électromagnétiques qui seront discrétisés par l'application de la formulation éléments finis concerneront deux types de dispositifs, il s'agit du type de dispositifs présentant les non-linéarités liées à la saturation des matériaux magnétiques en absence de courants induits, le second type concerne les dispositifs présentant des courants induits en absence de saturation.

III.2. Formulation éléments finis de l'équation électromagnétique

Nous considérons l'équation électromagnétique générale non-linéaire (II-53) présentée au deuxième chapitre et exprimée en coordonnées cylindriques avec le potentiel vecteur magnétique modifié $A^* = r A_\phi$ et en considérant la perméabilité relative de l'aimant permanent égale à l'unité :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \nu(B^2) \frac{\partial A^*}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \nu(B^2) \frac{\partial A^*}{\partial z} \right) - \frac{\sigma}{r} \frac{DA^*}{Dt} = -J_s - \nu_0 \left(\frac{\partial b_z}{\partial r} - \frac{\partial b_r}{\partial z} \right)$$

$$\frac{DA^*}{Dt} = -\frac{\partial A^*}{\partial t} + \rho \wedge (\text{rot} A)$$

$$J_s = \frac{Ni}{S_c}$$
(III-1)

Chapitre III : Modélisation numérique du couplage électromagnétique-mécanique

En appliquant la méthode de Galerkin à l'équation précédente (III-1), nous obtenons la forme intégrale suivante :

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \left[\left(\nu(B^2) \frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \frac{\partial A^*}{\partial r} \right) \right] \frac{dr dz}{r} + \int_{\Omega} \left[\left(\nu(B^2) \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial A^*}{\partial z} \right) \right] \frac{dr dz}{r} + \int_{\Omega} \left[\sigma \alpha_i \frac{DA^*}{Dt} \right] \frac{dr dz}{r} - \\ & \left(\int_{\Gamma} \left[\nu(B^2) \frac{\partial A^*}{\partial n} \alpha_i \right] \frac{d\Gamma}{r} \right) - \int_{\Omega} [\alpha_i J_s] dr dz - \int_{\Omega} \left[\nu_0 \alpha_i \left(\frac{\partial b_z}{\partial r} - \frac{\partial b_r}{\partial z} \right) \right] dr dz = 0 \end{aligned} \quad (III-2)$$

Le terme $\left(\int_{\Gamma} \left[\nu(B^2) \frac{\partial A^*}{\partial n} \alpha_i \right] \frac{d\Gamma}{r} \right)$ représente la condition aux limites naturelles de l'équation.

Dans le cas de la condition de Neumann homogène, ce terme est nul.

L'approximation du potentiel vecteur magnétique à l'aide des fonctions d'interpolation nous donne la relation suivante :

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{nn} \int_{\Omega} \left[\nu(B^2) \text{grad}(\alpha_i) \text{grad}(\alpha_j A^*_j) \right] \frac{dr dz}{r} + \sum_{j=1}^{nn} \int_{\Omega} \left[\sigma \alpha_i \frac{D(\alpha_j A^*_j)}{Dt} \right] \frac{dr dz}{r} - \\ & \int_{\Omega} [\alpha_i J_s] dr dz - \int_{\Omega} \left[\nu_0 \alpha_i \left(\frac{\partial b_z}{\partial r} - \frac{\partial b_r}{\partial z} \right) \right] dr dz = 0 \end{aligned} \quad (III-3)$$

Le terme de la dérivée temporelle est traité en utilisant la méthode d'Euler explicite :

$$\left\{ \frac{DA^*}{Dt} \right\} = \frac{1}{\Delta t} (\{A^*_{t+\Delta t}\} - \{A^*_t\}) \quad (III-4)$$

En remplaçant la relation (III-4) dans (III-3), on aura :

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{aligned} & \left\{ \sum_{j=1}^{nn} \int_{\Omega} \left[\nu(B^2) \text{grad}(\alpha_i) \text{grad}(\alpha_j) \right] \frac{dr dz}{r} \right\} A^*_{j,t+\Delta t} \\ & + \left\{ \int_{\Omega} [\alpha_i J_s] dr dz + \int_{\Omega} \left[\nu_0 \alpha_i \left(\frac{\partial b_z}{\partial r} - \frac{\partial b_r}{\partial z} \right) \right] dr dz \right\} \\ & + \sum_{j=1}^{nn} \left(\left\{ \int_{\Omega} [\sigma \alpha_i \alpha_j] \frac{dr dz}{r} \right\} \left(\frac{A^*_{j,t+\Delta t} - A^*_{j,t}}{\Delta t} \right) \right) \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (III-5)$$

Le système algébrique à résoudre dans ce cas est donné comme suit :

$$\Delta t (\{S(A^*)\} \{A^*_{t+\Delta t}\} - \{F\} + \{G\}) + [K] (\{A^*_{t+\Delta t}\} - A^*_t) = 0 \quad (III-6)$$

Avec :

$$S_{ij} = \int_{\Omega} \left[\nu(B^2) \text{grad}(\alpha_i) \text{grad}(\alpha_j) \right] \frac{dr dz}{r} \quad (\text{III-7})$$

$$F_i = \int_{\Omega} [\alpha_i J_s] dr dz \quad (\text{III-8})$$

$$G_i = \int_{\Omega} \left[\nu_0 \alpha_i \left(\frac{\partial b_z}{\partial r} - \frac{\partial b_r}{\partial z} \right) \right] dr dz \quad (\text{III-9})$$

$$K_{ij} = \int_{\Omega} \left[\sigma \alpha_i \alpha_j \right] \frac{dr dz}{r} \quad (\text{III-10})$$

L'équation (III-5) est une équation non linéaire, le résidu est donné comme suit :

$$\{R(A)\} = \Delta t \left(\{S(A)\} \{A^{*t+\Delta t}\} + \{F\} + \{G\} \right) + [K] \left(\{A^{*t+\Delta t} - A^t \} \right) \quad (\text{III-11})$$

Cette équation sera résolue par la méthode de Newton –Raphson.

III.3. Cas des dispositifs présentant la saturation en l'absence des courants induits

Dans le cas particulier qui nous intéresse, nous considérons les courants induits comme étant négligeables ce qui implique que le terme $\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$ est nul. Le mouvement de la partie mobile est pris en compte implicitement par la technique du Macro-Element par l'intermédiaire de la matrice raideur donnée dans le chapitre II, section II.17, donc le terme $\vec{v} \wedge (\text{rot } \vec{A})$ est évité. En présence de la saturation des matériaux magnétiques et en présence d'aimants permanents, les équations (III-1) du système deviendront comme suit :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \nu(B^2) \frac{\partial A^*}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \nu(B^2) \frac{\partial A^*}{\partial z} \right) = -J_s - \nu_0 \left(\frac{\partial b_z}{\partial r} - \frac{\partial b_r}{\partial z} \right) \\ J_s = \frac{N i}{S_c} \end{cases} \quad (\text{III-12})$$

Les équations qui seront résolues dans ce cas, dans chaque région du domaine de nos applications, sont données comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \nu(B^2) \frac{\partial A^*}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \nu(B^2) \frac{\partial A^*}{\partial z} \right) = 0 \quad \text{Dans les parties ferromagnétiques}$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \nu_0 \frac{\partial A^*}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \nu_0 \frac{\partial A^*}{\partial z} \right) = -J_s \quad \text{Dans l'inducteur}$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \nu_0 \frac{\partial A^*}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \nu_0 \frac{\partial A^*}{\partial z} \right) = -\nu_0 \left(\frac{\partial b_z}{\partial r} - \frac{\partial b_r}{\partial z} \right) \quad \text{Dans les aimants permanents}$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \nu_0 \frac{\partial A^*}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \nu_0 \frac{\partial A^*}{\partial z} \right) = 0 \quad \text{Dans l'air}$$

Chapitre III : Modélisation numérique du couplage électromagnétique-mécanique

L'application de la méthode de Galerkin à l'équation précédente (III-12) conduira à la forme intégrale suivante :

$$\int_{\Omega} \left[\left(\nu(B^2) \frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \frac{\partial A^*}{\partial r} \right) \right] \frac{dr dz}{r} + \int_{\Omega} \left[\left(\nu(B^2) \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial A^*}{\partial z} \right) \right] \frac{dr dz}{r} + \left(\int_{\Gamma} \left[\nu_0 \frac{\partial A^*}{\partial n} \alpha_i^{ME} \right] \frac{d\Gamma_{ME}}{r} \right) - \int_{\Omega} [\alpha_i J_s] dr dz - \int_{\Omega} \left[\nu_0 \alpha_i \left(\frac{\partial b_z}{\partial r} - \frac{\partial b_r}{\partial z} \right) \right] dr dz = 0 \quad (III-13)$$

Le système algébrique de la relation (III-13) avec l'introduction de la matrice raideur nécessaire à la prise en compte du mouvement deviendra comme suit :

$$([S(A^*) + S^{ME}] \{A^*\} = \{F\} + \{G\}) \quad (III-14)$$

Le résidu est donné comme suit :

$$\{R(A^*)\} = ([S(A^*) + S^{ME}] \{A^*\} - \{F\} - \{G\}) \quad (III-15)$$

Ce système sera résolu par la méthode de Newton-Raphson ce qui revient à chercher un vecteur $\{A^*\}$ qui rend le résidu $\{R(A^*)\}$ proche de zéro.

En prenant l'équation qui régit les parties ferromagnétiques, le système qui sera résolu est comme suit :

$$\{R(A^*)\} = ([S(A^*) + S^{ME}] \{A^*\}) \quad (III-16)$$

Sous forme matricielle, on aura le système suivant :

$$\left(\frac{\nu}{4r\Delta} \begin{pmatrix} S_{ii} & S_{ij} & S_{ik} \\ S_{ji} & S_{jj} & S_{jk} \\ S_{ki} & S_{kj} & S_{kk} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} S_{ii}^{ME} & S_{ij}^{ME} & S_{ik}^{ME} \\ S_{ji}^{ME} & S_{jj}^{ME} & S_{jk}^{ME} \\ S_{ki}^{ME} & S_{kj}^{ME} & S_{kk}^{ME} \end{pmatrix} \right) \begin{Bmatrix} A_i^* \\ A_j^* \\ A_k^* \end{Bmatrix} = 0 \quad (III-17)$$

On pose

$$L = \frac{\nu}{4r\Delta} \begin{pmatrix} S_{ii} & S_{ij} & S_{ik} \\ S_{ji} & S_{jj} & S_{jk} \\ S_{ki} & S_{kj} & S_{kk} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} A_i^* \\ A_j^* \\ A_k^* \end{Bmatrix} \quad (III-18)$$

$$L^{ME} = \begin{pmatrix} S_{ii}^{ME} & S_{ij}^{ME} & S_{ik}^{ME} \\ S_{ji}^{ME} & S_{jj}^{ME} & S_{jk}^{ME} \\ S_{ki}^{ME} & S_{kj}^{ME} & S_{kk}^{ME} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} A_i^* \\ A_j^* \\ A_k^* \end{Bmatrix} \quad (III-19)$$

On obtient le système suivant :

Chapitre III : Modélisation numérique du couplage électromagnétique-mécanique

$$L_1 = \frac{\nu}{4r\Delta} \begin{pmatrix} S_{ii} & S_{ij} & S_{ik} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} A_i^* \\ A_j^* \\ A_k^* \end{Bmatrix} \quad (\text{III-20})$$

$$L_2 = \frac{\nu}{4r\Delta} \begin{pmatrix} S_{ji} & S_{jj} & S_{jk} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} A_i^* \\ A_j^* \\ A_k^* \end{Bmatrix} \quad (\text{III-21})$$

$$L_3 = \frac{\nu}{4r\Delta} \begin{pmatrix} S_{ki} & S_{kj} & S_{kk} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} A_i^* \\ A_j^* \\ A_k^* \end{Bmatrix} \quad (\text{III-22})$$

Si on prend le système matriciel L_1 donné par (III-20) et en appliquant la méthode de Newton –Raphson à ce système et pour chaque nœud d'un élément fini, il vient :

$$\frac{\partial L_1}{\partial A_i^*} = \frac{\nu}{4r\Delta} S_{ii} + \frac{1}{4r\Delta} (S_{ii} A_i^* + S_{ij} A_j^* + S_{ik} A_k^*) \frac{\partial \nu}{\partial B^2} \frac{\partial B^2}{\partial A_i^*} \quad (\text{III-23})$$

$$\frac{\partial L_1}{\partial A_j^*} = \frac{\nu}{4r\Delta} S_{ij} + \frac{1}{4r\Delta} (S_{ii} A_i^* + S_{ij} A_j^* + S_{ik} A_k^*) \frac{\partial \nu}{\partial B^2} \frac{\partial B^2}{\partial A_j^*} \quad (\text{III-24})$$

$$\frac{\partial L_1}{\partial A_k^*} = \frac{\nu}{4r\Delta} S_{ik} + \frac{1}{4r\Delta} (S_{ii} A_i^* + S_{ij} A_j^* + S_{ik} A_k^*) \frac{\partial \nu}{\partial B^2} \frac{\partial B^2}{\partial A_k^*} \quad (\text{III-25})$$

On remplace le terme $\frac{\partial \nu}{\partial A^*}$ par $\frac{\partial \nu}{\partial B^2} \frac{\partial B^2}{\partial A^*}$

L'équation de Newton Raphson est :

$$\frac{\partial L_1}{\partial A_i^*} \Delta A_i^* + \frac{\partial L_1}{\partial A_j^*} \Delta A_j^* + \frac{\partial L_1}{\partial A_k^*} \Delta A_k^* = -L_1(A_i^*, A_j^*, A_k^*) \quad (\text{III-26})$$

En substituant les relations (III-23), (III-24), (III-25) dans (III-26) on aura :

$$\begin{aligned} & \frac{\nu}{4r\Delta} (S_{ii} \Delta A_i^* + S_{ij} \Delta A_j^* + S_{ik} \Delta A_k^*) + \\ & + \frac{1}{4r\Delta} (S_{ii} A_i^* + S_{ij} A_j^* + S_{ik} A_k^*) \left(\frac{\partial \nu}{\partial B^2} \right) \left(\frac{\partial B^2}{\partial A_i^*} \Delta A_i^* + \frac{\partial B^2}{\partial A_j^*} \Delta A_j^* + \frac{\partial B^2}{\partial A_k^*} \Delta A_k^* \right) = \\ & - \frac{\nu}{4r\Delta} (S_{ii} \Delta A_i^* + S_{ij} \Delta A_j^* + S_{ik} \Delta A_k^*) \end{aligned} \quad (\text{III-27})$$

En notation matricielle, on aura :

Chapitre III : Modélisation numérique du couplage électromagnétique-mécanique

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial v}{4r\Delta} (S_{ii}, S_{ij}, S_{ik}) \begin{Bmatrix} \Delta A_i^* \\ \Delta A_j^* \\ \Delta A_k^* \end{Bmatrix} + \\
 & + \frac{1}{4r\Delta} \frac{\partial v}{\partial B^2} \left[\left(\sum_{n=1}^k S_{in} A_n^* \right) \frac{\partial B^2}{\partial A_i^*}, \left(\sum_{n=1}^k S_{in} A_n^* \right) \frac{\partial B^2}{\partial A_j^*}, \left(\sum_{n=1}^k S_{in} A_n^* \right) \frac{\partial B^2}{\partial A_k^*} \right] \begin{Bmatrix} \Delta A_i^* \\ \Delta A_j^* \\ \Delta A_k^* \end{Bmatrix} = \quad (III-28) \\
 & = -\frac{v}{4r\Delta} (S_{ii}, S_{ij}, S_{ik}) \begin{Bmatrix} \Delta A_i^* \\ \Delta A_j^* \\ \Delta A_k^* \end{Bmatrix}
 \end{aligned}$$

En considérant les équations L_1 , L_2 et L_3 et en introduisant les systèmes représentant le Macro-Elément, les aimants permanents ainsi que les courants d'alimentation, nous obtiendrons le système global suivant :

$$\begin{aligned}
 & \frac{v}{4r\Delta} \begin{pmatrix} S_{ii} & S_{ij} & S_{ik} \\ S_{ji} & S_{jj} & S_{jk} \\ S_{ki} & S_{kj} & S_{kk} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta A_i^* \\ \Delta A_j^* \\ \Delta A_k^* \end{Bmatrix} + \frac{1}{4r\Delta} \frac{\partial v}{\partial B^2} \begin{pmatrix} \sum_{n=1}^k S_{in} A_n^* & \sum_{n=1}^k S_{in} A_n^* & \sum_{n=1}^k S_{in} A_n^* \\ \sum_{n=1}^k S_{jn} A_n^* & \sum_{n=1}^k S_{jn} A_n^* & \sum_{n=1}^k S_{jn} A_n^* \\ \sum_{n=1}^k S_{kn} A_n^* & \sum_{n=1}^k S_{kn} A_n^* & \sum_{n=1}^k S_{kn} A_n^* \end{pmatrix} \\
 & \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial B^2}{\partial A_i^*} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial B^2}{\partial A_j^*} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial B^2}{\partial A_k^*} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta A_i^* \\ \Delta A_j^* \\ \Delta A_k^* \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} S_{ii}^{ME} & S_{ij}^{ME} & S_{ik}^{ME} \\ S_{ji}^{ME} & S_{jj}^{ME} & S_{jk}^{ME} \\ S_{ki}^{ME} & S_{kj}^{ME} & S_{kk}^{ME} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} A_i^* \\ A_j^* \\ A_k^* \end{Bmatrix} = \quad (III-29) \\
 & = -\frac{v}{4r\Delta} \begin{pmatrix} S_{ii} & S_{ij} & S_{ik} \\ S_{ji} & S_{jj} & S_{jk} \\ S_{ki} & S_{kj} & S_{kk} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} A_i^* \\ A_j^* \\ A_k^* \end{Bmatrix} + \frac{J_s \Delta}{3} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} + \frac{v_0}{2} \left(\mathbf{b}_z \begin{pmatrix} b_i \\ b_j \\ b_k \end{pmatrix} - \mathbf{b}_r \begin{pmatrix} c_i \\ c_j \\ c_k \end{pmatrix} \right)
 \end{aligned}$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} S_{ij}^{ME} \neq 0 & \text{sur les noeuds des frontières du Macro - Elément} \\ S_{ij}^{ME} = 0 & \text{Ailleurs} \end{cases}$$

$b_{i,j,k}$ et $c_{i,j,k}$ sont les coefficients de la fonction d'interpolation correspondant à chaque nœud d'un élément.

III.4. Cas des dispositifs présentant des courants induits en l'absence de saturation

Dans ce cas particulier la formulation élément finis des équations aux dérivées partielles concerne les dispositifs présentant des courants induits ce qui implique que le terme $\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$ n'est plus nul et que les matériaux considérés ne présentent pas de saturation car il s'agit de matériaux conducteurs. Le mouvement de la partie mobile est pris en compte implicitement comme dans le cas précédent par la technique du Macro-Element par l'intermédiaire de la matrice raideur donnée dans le chapitre II, section II.17. Donc, en présence des courants induits et en absence de la saturation des matériaux magnétiques on aura le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \nu \frac{\partial A^*}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \nu \frac{\partial A^*}{\partial z} \right) - \frac{\sigma}{r} \frac{DA^*}{Dt} = -J_s \\ J_s = \frac{Ni}{S_c} \end{cases} \quad (III-30)$$

Les équations qui seront résolues dans chaque région du domaine concernant nos applications sont données comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \nu_0 \frac{\partial A^*}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \nu_0 \frac{\partial A^*}{\partial z} \right) - \frac{\sigma}{r} \frac{DA^*}{Dt} = 0 \quad \text{Dans la charge conductrice}$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \nu_0 \frac{\partial A^*}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \nu_0 \frac{\partial A^*}{\partial z} \right) = -J_s \quad \text{Dans l'inducteur}$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \nu_0 \frac{\partial A^*}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \nu_0 \frac{\partial A^*}{\partial z} \right) = 0 \quad \text{Dans l'air}$$

L'application de la méthode de Galerkin à l'équation précédente (III-30) conduira à la forme intégrale suivante :

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \left[\left(\nu \frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \frac{\partial A^*}{\partial r} \right) \right] \frac{dr dz}{r} + \int_{\Omega} \left[\left(\nu \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial A^*}{\partial z} \right) \right] \frac{dr dz}{r} + \int_{\Omega} \left[\sigma \alpha_i \frac{DA^*}{Dt} \right] \frac{dr dz}{r} \\ & \left(\int_{\Gamma} \left[\nu_0 \frac{\partial A^*}{\partial n} \alpha_i^{ME} \right] \frac{d\Gamma_{ME}}{r} \right) - \int_{\Omega} [\alpha_i J_s] dr dz = 0 \end{aligned} \quad (III-31)$$

Le système algébrique à résoudre dans ce cas est donné comme suit :

$$\Delta t \left\{ [S + S^{ME}] \{A^{*t+\Delta t}\} - \{F\} \right\} + [K] \left\{ \{A^{*t+\Delta t}\} - \{A^{*t}\} \right\} = 0 \quad (III-32)$$

Avec :

Chapitre III : Modélisation numérique du couplage électromagnétique-mécanique

$$S_{ij} = \int_{\Omega} [\nu \text{grad}(\alpha_i) \text{grad}(\alpha_j)] \frac{dr dz}{r} \quad (\text{III-33})$$

$$F_i = \int_{\Omega} [\alpha_i J_s] dr dz \quad (\text{III-34})$$

$$K_{ij} = \int_{\Omega} [\sigma \alpha_i \alpha_j] \frac{dr dz}{r} \quad (\text{III-35})$$

Le système algébrique global avec l'introduction de la matrice raideur nécessaire à la prise en compte du mouvement deviendra comme suit :

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\nu}{4r\Delta} \begin{pmatrix} S_{ii} & S_{ij} & S_{ik} \\ S_{ji} & S_{jj} & S_{jk} \\ S_{ki} & S_{kj} & S_{kk} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} S_{ii}^{ME} & S_{ij}^{ME} & S_{ik}^{ME} \\ S_{ji}^{ME} & S_{jj}^{ME} & S_{jk}^{ME} \\ S_{ki}^{ME} & S_{kj}^{ME} & S_{kk}^{ME} \end{pmatrix} \right) \begin{Bmatrix} A_i^{*t+\Delta t} \\ A_j^{*t+\Delta t} \\ A_k^{*t+\Delta t} \end{Bmatrix} \\ & + \frac{\nu}{4r\Delta} \frac{1}{\Delta t} \begin{pmatrix} K_{ii} & K_{ij} & K_{ik} \\ K_{ji} & K_{jj} & K_{jk} \\ K_{ki} & K_{kj} & K_{kk} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} A_i^{*t+\Delta t} \\ A_j^{*t+\Delta t} \\ A_k^{*t+\Delta t} \end{Bmatrix} = \frac{J_s \Delta}{3} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} + \frac{\nu}{4r\Delta} \frac{1}{\Delta t} \begin{pmatrix} K_{ii} & K_{ij} & K_{ik} \\ K_{ji} & K_{jj} & K_{jk} \\ K_{ki} & K_{kj} & K_{kk} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} A_i^{*t} \\ A_j^{*t} \\ A_k^{*t} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{III-36})$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} S_{ij}^{ME} \neq 0 & \text{sur les noeuds des des frontières du Macro – Elément} \\ S_{ij}^{ME} = 0 & \text{Ailleurs} \end{cases}$$

III.5. Discrétisation des expressions de la force magnétique

Dans ce qui suit nous allons présenter la discrétisation des expressions de la force magnétique qui intéresse nos applications. Concernant les dispositifs constitués de parties ferromagnétiques tels que les moteurs pas à pas, l'expression de la force magnétique à évaluer est calculée en utilisant la méthode du tenseur de Maxwell le long de la surface enfermant la partie en mouvement localisée dans l'entrefer. A partir de la formule donnée par (II-103) suivant la composante z, l'expression discrétisée est donnée comme suit :

$$F_z = \sum_{k=1}^{nk} (2\pi r_e) \nu_o [B_z(k) \cdot B_r(k)] \Delta Z \quad (\text{III-37})$$

r_e représente le rayon de la partie en mouvement. Δz est la distance entre les barycentres des deux éléments finis successifs à la frontière de l'entrefer et n_k est le nombre de nœuds successifs le long de l'entrefer.

Pour les dispositifs constitués de parties conductrices, tels que les lanceurs électromagnétiques, l'expression de la force magnétique à évaluer est calculée en utilisant la méthode de Lorentz dont l'expression exprimée dans (II-77) suivant la composante z, est donnée comme suit :

$$F_z = -\iint J_{s\phi} B_r d\Omega \quad (\text{III-38})$$

Chapitre III : Modélisation numérique du couplage électromagnétique-mécanique

L'expression discrétisée est reformulée comme suit :

$$F_z = -\sum_{n=1}^{nn_t} ((2\pi) \cdot [J_{\text{in}\phi}(n) \cdot B_r(n)] \text{aire}(\Delta(n)) \cdot r_{\text{moy}}) \quad (\text{III-39})$$

$J_{\text{in}\phi}$ et B_r sont respectivement la densité des courants induits et la composante de l'induction magnétique dans le domaine où est évaluée la force magnétique. r_{moy} représente le rayon moyen et nn_t est le nombre d'éléments dans ce domaine.

III.6. Discrétisation de l'équation mécanique

L'équation mécanique générale à discrétiser est celle donnée par (II-67). Le terme dépendant du temps dans cette équation est celui de la vitesse, il est donné par l'équation (II-68), pour discrétiser l'équation mécanique nous utiliserons la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4.

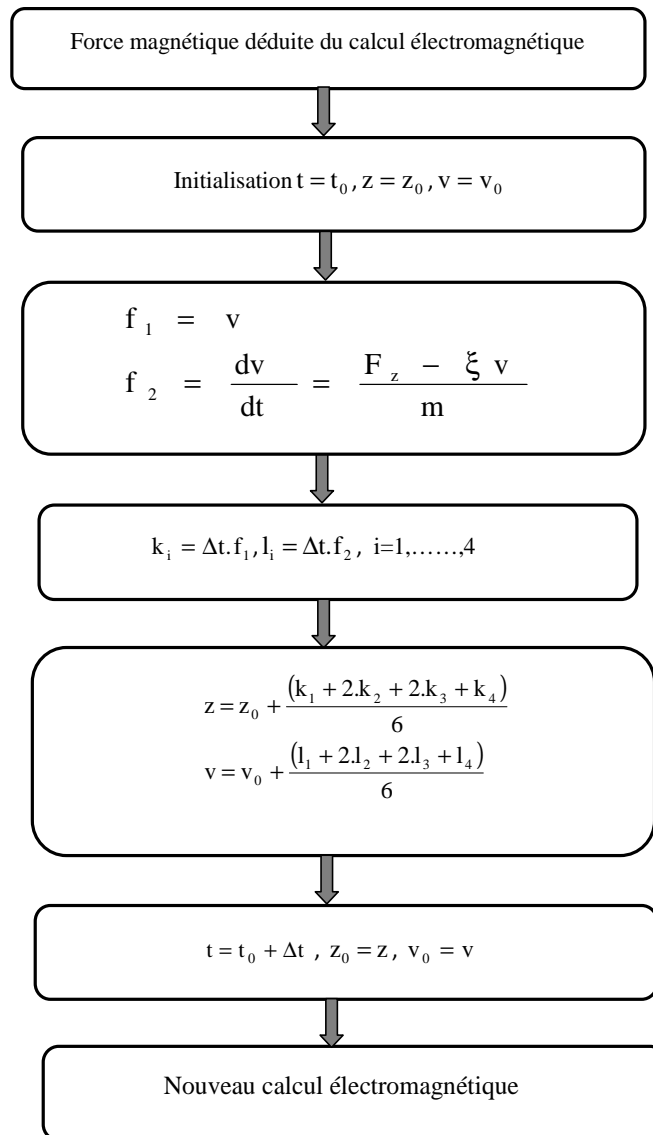


Figure III.1. Organigramme de discrétisation de l'équation mécanique

III.7. Modes de Couplages

Les forces magnétiques peuvent être créées par l'interaction entre deux courants, entre un courant et un circuit ferromagnétique, entre un aimant et un courant ou un circuit ferromagnétique. Ces forces font déplacer les pièces mobiles avec une certaine vitesse.

Le déplacement des pièces mobiles modifie la distribution du champ magnétique et par conséquent celle de la force magnétique. Le comportement des dispositifs électromagnétiques est régi par l'interaction entre deux phénomènes de natures différentes. Ainsi, les dispositifs qui intéressent notre étude nécessitent l'analyse du phénomène électromagnétique et le phénomène mécanique. Pour cela, il est nécessaire de coupler les équations électromagnétiques avec celles régissant le phénomène mécanique. On distingue plusieurs types de couplage : le couplage paramétrique, le couplage fort et le couplage faible ou indirect. Chacun de ces couplages présente des avantages et des inconvénients.

III.7.1. Couplage paramétrique

Le champ magnétique est décrit par les flux vis à vis du circuit électrique et par les forces magnétiques vis à vis du système mécanique. Connaissant la variation de ces grandeurs en fonction des paramètres variables tels que le courant et le déplacement, les équations du circuit électrique et du mouvement mécanique peuvent être résolues indépendamment du champ magnétique. Le modèle paramétrique est constitué de deux étapes à savoir la paramétrisation qui consiste à déterminer la variation des flux et des forces (ou des inductances) en fonction des propriétés magnétiques, thermiques et du mouvement de la structure. Ceci s'effectue dans la plage de variation possible des courants et des déplacements liés aux applications à traiter. Ces variables (la force et le flux) constituent les paramètres du problème électromagnétique-mécanique, et sont déterminées à partir de l'équation magnétostatique. La détermination des fonctions de la force et du flux est faite en utilisant une méthode numérique d'interpolation [4] qui nous permettra de connaître avec précision les valeurs du flux et de la force pour toutes les valeurs du courant et du déplacement. L'étape de résolution est basée sur la résolution simultanée des équations du circuit électrique et du système mécanique en tenant compte des deux paramètres flux et force magnétique pré-calculés en fonction des variables du problème courant et déplacement.

III.7.2. Couplage direct ou fort

Dans ce modèle (Figure. III.2), les équations électromagnétique et mécanique sont résolues simultanément pour des interactions importantes entre les phénomènes magnétique et mécanique. La difficulté d'un tel couplage est que le système d'équations matricielles est non linéaire et non symétrique. Ce mode de couplage relativement lourd pour la mise en équations, conduit à un système matriciel dont la résolution nécessite le recours à la méthode de Newton-Raphson. Cependant il évite l'influence du pas de calcul sur la précision de la simulation [4], [75].

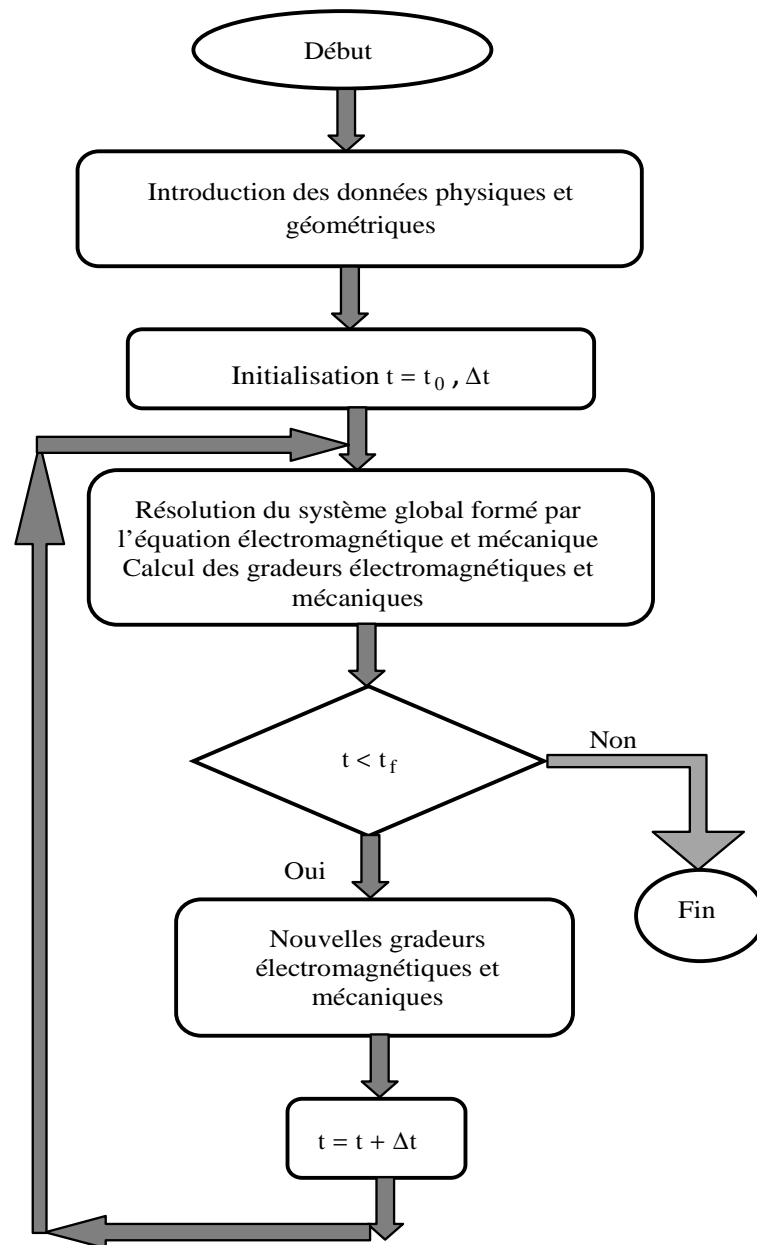


Figure III.2. Organigrammes de couplage fort

III.7.3. Couplage indirect ou alterné

Le modèle indirect est un modèle de couplage séquentiel (Figure.III.3). A chaque pas de temps, le champ électromagnétique et le courant dans les inducteurs sont déterminés par la résolution simultanée de l'équation magnétodynamique transitoire par éléments finis et de l'équation donnant le courant total dans l'inducteur. Une fois les grandeurs magnétiques déterminées, nous procédons au calcul de la force magnétique globale, source d'excitation de l'équation mécanique dont la résolution par la méthode d'Euler ou Runge-Kutta d'ordre 4 nous permettra d'obtenir les paramètres mécanique tels que le déplacement et la vitesse. Ce

Chapitre III : Modélisation numérique du couplage électromagnétique-mécanique

modèle nécessite un pas de temps, relativement petit, sinon un algorithme de prédiction-corrrection doit être utilisé afin d'obtenir une bonne précision de simulation.

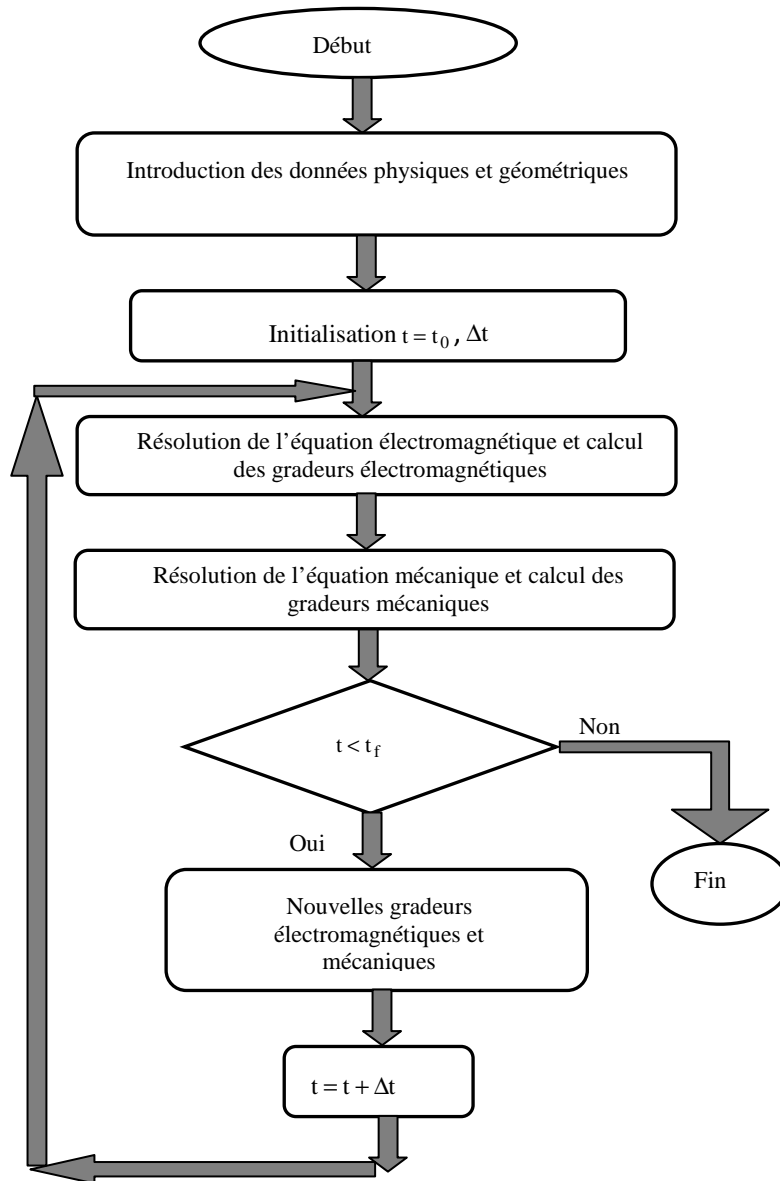


Figure III.3. Organigrammes de couplage Indirect ou alterné

III.8.Conclusion

Dans ce chapitre nous avons décrit le développement des modèles numériques qui permettent la résolution des équations régissant les phénomènes électromagnétique et mécanique en utilisant la discrétisation par la méthode des éléments finis, ainsi que la manière de coupler ces deux phénomènes. Ces modèles s'appliquent à deux types de dispositifs électromagnétiques. Le premier modèle s'applique aux types de dispositifs qui sont régis par les équations qui prennent en compte le phénomène de la saturation des matériaux magnétiques en présence d'aimants permanents et en l'absence des courants

Chapitre III : Modélisation numérique du couplage électromagnétique-mécanique

induits. Le second modèle s'applique à ceux qui sont régis par les équations qui prennent en considération les courants induits et qui sont alimentés en régime transitoire, la saturation n'est pas prise en compte dans ce cas car il s'agit de matériaux conducteurs. Nous avons aussi exposé la manière de discrétiser les expressions des forces magnétiques ainsi que la discrétisation de l'équation mécanique qui sont utilisés pour évaluer les forces magnétiques, les déplacements et les vitesses générées par les différents dispositifs électromagnétiques considérés. La technique de prise en compte du mouvement en l'occurrence le Macro-Elément a été également introduite pour les deux modèles cités précédemment et qui est adaptée aux types de dispositifs étudiés qui ont la particularité d'être en mouvement linéaire. Les différents modes de couplage sont présentés, dans notre cas nous considérerons le mode de couplage alterné. Le chapitre suivant, nous le consacrerons à l'application des modèles développés aux dispositifs électromagnétiques de position et de vitesse ainsi qu'à leur validation.

Chapitre IV : Application, validation et discussion des résultats

IV.1.Introduction

Après avoir établi les modèles mathématiques nécessaires à la représentation des phénomènes électromagnétiques et mécaniques ainsi que la manière de les coupler, nous les appliquerons à des dispositifs réels. Le premier modèle développé s'appliquera à l'étude d'une machine linéaire tubulaire à réluctance variable pas à pas (MLTRVP) existante [1], [2], [3], [4], [5]. Ce type de dispositifs est à géométrie axisymétrique et ses parties ferromagnétiques sont considérées comme saturables. Ces machines sont utilisées principalement dans la commande de position. Cette application est considérée comme un exemple type de validation du modèle électromagnétique-mécanique développé car elle met en jeu des phénomènes complexes. L'analyse de ce dispositif se traduira principalement par la détermination de la force magnétique temporelle de démarrage, du déplacement en fonction du temps de la partie en mouvement ainsi que de la vitesse. Dans ce type de dispositifs, la position est un paramètre important, le déplacement s'effectue d'une manière incrémentale. L'équation électromagnétique non-linéaire en terme de potentiel vecteur magnétique régissant ce dispositif sera résolue en utilisant la méthode des éléments finis en considérant un problème 2D axisymétrique. La non-linéarité sera prise en compte et sera résolue en utilisant la méthode de Newton-Raphson. L'équation mécanique issue de la loi fondamentale de Newton sera couplée à l'équation électromagnétique par l'intermédiaire de l'expression de la force magnétique évaluée en utilisant la méthode du tenseur de Maxwell. L'équation mécanique est résolue suivant l'algorithme de Runge-Kutta d'ordre 4. Le couplage des phénomènes électromagnétiques et mécaniques sera effectué en se basant sur un couplage alterné. La simulation du mouvement est faite en utilisant la technique du Macro-Elément. Le choix de cette dernière est dicté par sa précision qui est nécessaire pour l'étude du moteur pas à pas où la précision de la position de la partie en mouvement est un critère important. La faible épaisseur de l'entrefer est également un problème à considérer. La résolution du problème du couplage entre les deux phénomènes électromagnétiques et mécaniques sera effectuée sous environnement Matlab. Dans le but de valider le modèle développé, nous confrontons nos résultats de simulation, particulièrement ceux concernant le déplacement temporel avec les résultats expérimentaux issus de la littérature [2].

La deuxième application traite de l'amélioration de la force magnétique de démarrage de la structure initiale (MLTRVP). Nous proposerons de rajouter au niveau du stator de la structure initiale des aimants permanents de type Néodyme-Fer-Bore (NdFeB). La structure résultante sera dénommée moteur linéaire tubulaire à aimant permanent pas à pas (MLTAPP). L'intérêt principal de l'insertion d'un aimant permanent dans la machine initiale est de renforcer le champ magnétique créé par l'alimentation de la phase du moteur pas à pas et par conséquent d'améliorer la force magnétique de démarrage en gardant le pas élémentaire de déplacement de la machine initiale. Enfin, Les résultats obtenus après application du modèle du MLTAPP seront comparés à ceux obtenus pour le MLTRVP. Après confrontation et comparaison des résultats obtenus pour les deux machines nous aurons à évaluer principalement la force magnétique de démarrage ainsi que le déplacement et la vitesse engendrés par l'effet des aimants permanents.

Le second modèle sera appliqué pour étudier le comportement dynamique d'un lanceur électromagnétique à induction tubulaire constituée de six bobines inductrices [27], [28], [32].

Ces bobines sont constituées de plusieurs conducteurs en cuivre de forme rectangulaire. Le lanceur comporte une charge représentant une armature conductrice (projectile) en aluminium de forme tubulaire creuse. Le dispositif est alimenté par un banc de condensateurs. Ce banc délivre une décharge de fort courant électrique afin d'accélérer le projectile avec une force magnétique de poussée importante à une certaine position et à une vitesse importante, dans ce cas la vitesse est un paramètre essentiel. L'étude s'effectuera en considérant l'équation électromagnétique transitoire en terme de potentiel vecteur magnétique. L'équation électrique d'excitation est obtenue en modélisant un circuit électrique de type RLC. Le phénomène de saturation ne sera pas considéré car les matériaux constituant le dispositif sont purement conducteurs. La méthode de calcul utilisée pour évaluer la force magnétique est la méthode de Lorentz car elle sera calculée dans un matériau conducteur. La force sera le terme de couplage entre l'équation électromagnétique et l'équation mécanique. Comme dans le cas du moteur linéaire pas à pas l'équation mécanique est résolue suivant l'algorithme de Runge-Kutta d'ordre 4. Le couplage des phénomènes électromagnétiques et mécaniques sera effectué en se basant sur un couplage alterné. La simulation du mouvement est faite en utilisant la technique du Macro-Elément. Dans le but de valider les résultats obtenus après application du modèle du lanceur électromagnétique, une confrontation entre la force magnétique et la vitesse de propulsion du projectile obtenues et celles fournies par la littérature sera effectuée [27][32].

IV.2. Etude de la machine linéaire tubulaire pas à pas (MLTRVP)

IV.2.1. Description de la MLTRVP

La Figure IV.1 présente la constitution de la machine linéaire tubulaire à réluctance variable pas à pas (MLTRVP) [1], [2] existante sur laquelle sera appliqué et validé le premier modèle de couplage électromagnétique-mécanique développé et qui représente notre première application. Elle est caractérisée par une structure dentée de la partie statorique et de la partie rotorique. Le circuit magnétique est constitué d'un matériau saturable. La constitution du moteur linéaire pas à pas représentée par la Figure IV.1 montre que le stator ferromagnétique est sous forme de modules assemblés (Figure IV.1.a).

Chaque module est constitué d'un bobinage (Figure IV.1.b). Les modules sont séparés entre eux par des anneaux amagnétiques en bronze (Figure IV.1.b). Le rotor est une tige ferromagnétique dentée (Figure IV.1.c). La Figure IV.2 montre le prototype représentant le moteur linéaire à réluctance variable tubulaire pas à pas [1], [2]. Le rôle de ce dispositif est de motoriser un chariot de perceuse de circuits imprimés permettant la translation et le positionnement du perçage. Ce dispositif doit être capable de développer un déplacement linéaire incrémental d'un certain pas et d'une certaine force de démarrage sur chaque pas de déplacement.

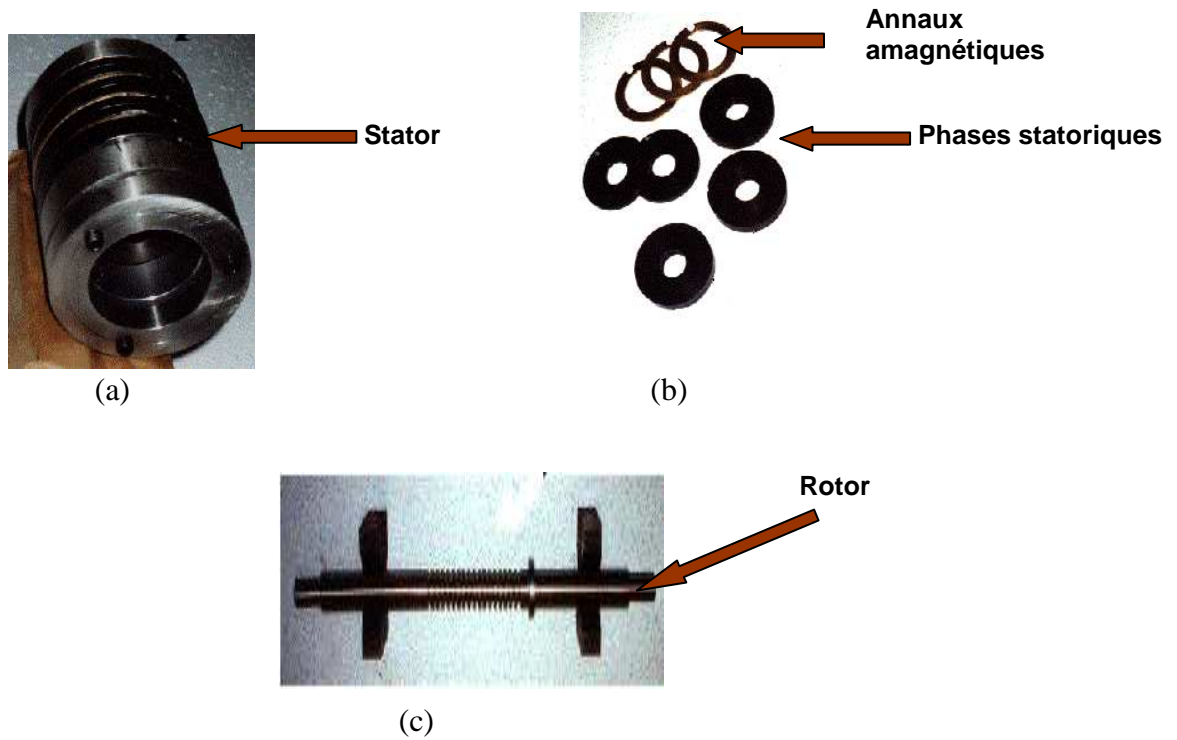


Figure IV.1 Constitution du moteur (MLTRVP) [2]



Figure IV.2 Prototype représentant le moteur pas à pas (MLTRVP) [1],[2]

La Figure IV.3 montre une vue en perspective de la structure (MLTRVP) et une vue en demi axiale en considérant deux modules.

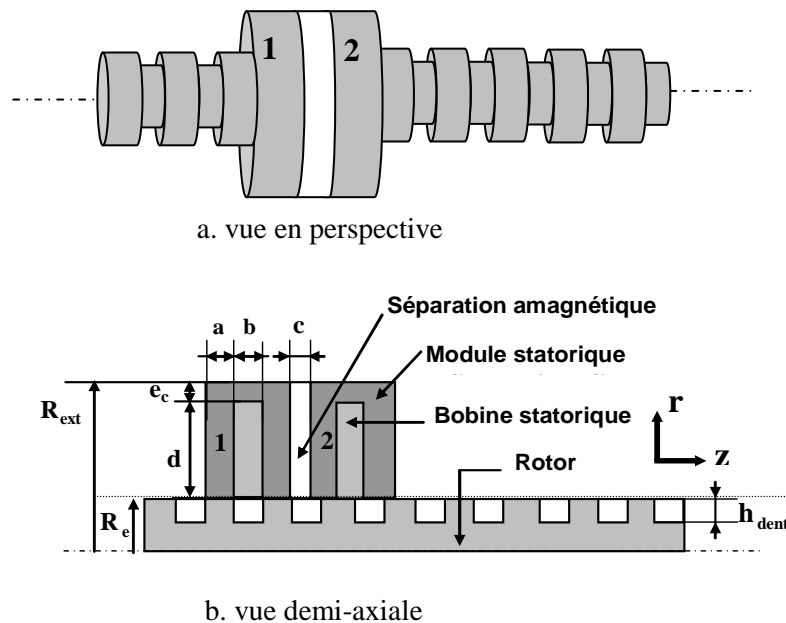


Figure IV.3 La structure représentant la (MLTRVP)

IV.2.2.Fonctionnement de la MLTRVP

Le déplacement de la partie mobile de la machine linéaire tubulaire à réluctance variable pas à pas (MLTRVP) est obtenu par la réaction entre un champ magnétique créé par le stator et un rotor saillant. Ce champ conduit à une disposition alignée de la partie saillante avec le pôle créé par le champ magnétique. Dans ces conditions, le flux magnétique est maximal et la réluctance du circuit magnétique est minimale. L'alimentation d'une phase statorique crée une force magnétique permettant le déplacement du rotor vers une position d'équilibre qu'il garde tant que l'alimentation est maintenue. Cet état d'équilibre correspond à une position alignée entre les dents statoriques comportant la phase alimentée et les dents rotoriques. Chaque nouvelle séquence d'alimentation établit un nouvel équilibre. Le rotor de la machine se déplace donc avec un pas élémentaire qui est dans notre cas la dimension de la largeur d'une demi-dent. Sachant que le stator et le rotor présentent le même nombre de dents et le mouvement est obtenu par décalage mécanique du rotor ou du stator.

IV.2.3. Caractéristiques géométriques et physiques de la MLTRVP

Les caractéristiques et les dimensions géométriques des parties constituant le moteur sont données par le Tableau IV.1 [2] :

Tableau IV.1. Caractéristiques géométriques de la MLTRVP [2].

Paramètres géométriques	désignation	Dimensions (mm)
Rayon extérieur	R_{ext}	46
Largeur de l'encoche	a	5.08
Largeur de la dent	b	5.08
Epaisseur de la séparation amagnétique	c	2.54
Hauteur d'une dent du mobile	h_{dent}	4
Epaisseur de la culasse	e_c	5
Epaisseur de l'entrefer	e	0.2
Rayon d'entrefer	R_e	15.05

Les caractéristiques physiques sont d'une part électriques; le bobinage statorique en cuivre est constitué d'un nombre de spires et d'autre part mécaniques représentées par une masse m, un coefficient de viscosité ξ , une force f_0 traduisant les frottements et enfin une force F_c due à la charge. Les différentes caractéristiques physiques du moteur sont données par le Tableau IV.2 [2] :

Tableau IV.2. Caractéristiques physiques de la MLTRVP [2].

Paramètres géométriques	désignation	Dimensions
Nombre de spires	N_c	560
Coefficient de viscosité	ξ	0.65Ns/cm
La force due au frottement	f_0	0.1 N
La force due à la charge	F_c	0 N
La masse de la partie mobile	m	5 Kg
Section d'un conducteur	S	0.11 mm ²

A toutes ces caractéristiques, nous rajoutons la courbe de première aimantation du matériau qui caractérise le stator et le rotor. Les matériaux ferromagnétiques formant le stator et le rotor sont de même nature et considérés comme étant saturables. Les paramètres ε , c_1 , η , et τ sont déterminés de tel sorte que la caractéristique de première aimantation $B(H)$ construite analytiquement soit la plus proche de la caractéristique réelle. Pour le matériau

ferromagnétique considéré les valeurs des paramètres sont respectivement $\epsilon = 1.1 \cdot 10^{-4}$, $c_1 = 1$, $\eta = 5.23$ et $\tau = 7.02 \cdot 10^4$ [2].

La courbe de première aimantation associée au matériau considéré est donnée par la figure ci-dessous :

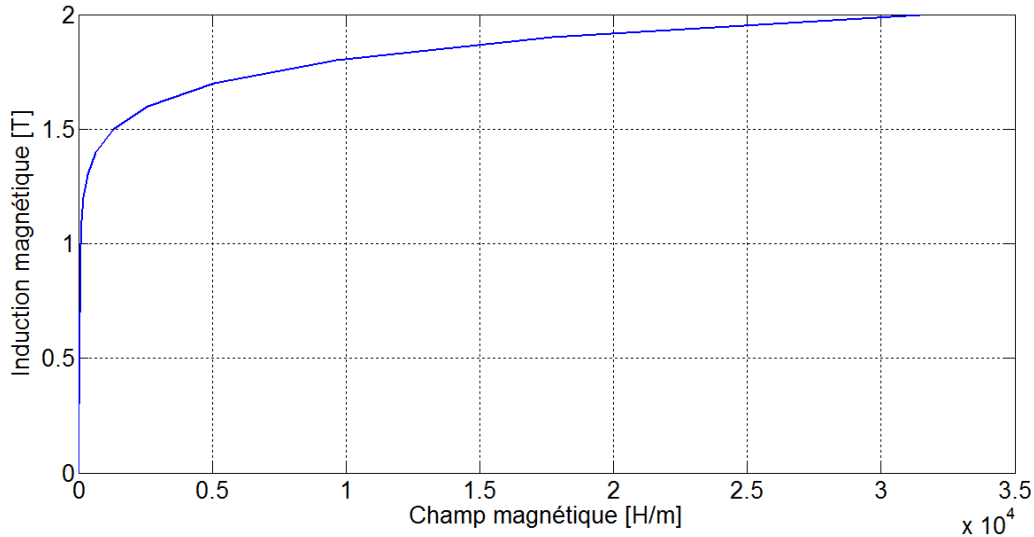


Figure IV.4 Courbe de première aimantation du matériau utilisé [2].

La prise en compte des non-linéarités dues à la saturation du matériau ferromagnétique constituant la machine est effectuée par la méthode de Newton-Raphson dans le modèle numérique développé et implémenté sous environnement Matlab. L'approximation de la perméabilité magnétique en fonction de l'induction magnétique est considérée en utilisant la méthode de Marroco [49], la relation qui exprime cette approximation est donnée par (II-54).

IV.3. Domaine d'étude et maillage

La Figure IV.5 présente le domaine d'étude du MLTRVP et le maillage éléments finis associé au Macro-Élément. Par raison de symétrie cylindrique, seul un quart du dispositif est considéré. Une condition aux limites de type Dirichlet nulle est imposée sur le pourtour du domaine d'étude. La Figure IV.5 montre le maillage éléments finis utilisé, les éléments sont de premier ordre avec 38980 éléments et 20569 nœuds. Ce maillage est généré d'une manière automatique sous environnement Matlab, il est affiné au niveau de la région de l'entrefer donc dans la zone du Macro-Élément. Il est à noter que l'augmentation de la densité de maillage dans cette zone augmente le nombre d'inconnues et par conséquent le temps de calcul lors de la résolution du problème électromagnétique-mécanique. Une comparaison de l'étude du moteur avec la technique du Macro-Élément et la technique de prise en compte du mouvement utilisée par [2] pour l'étude du même moteur a été effectuée [86].

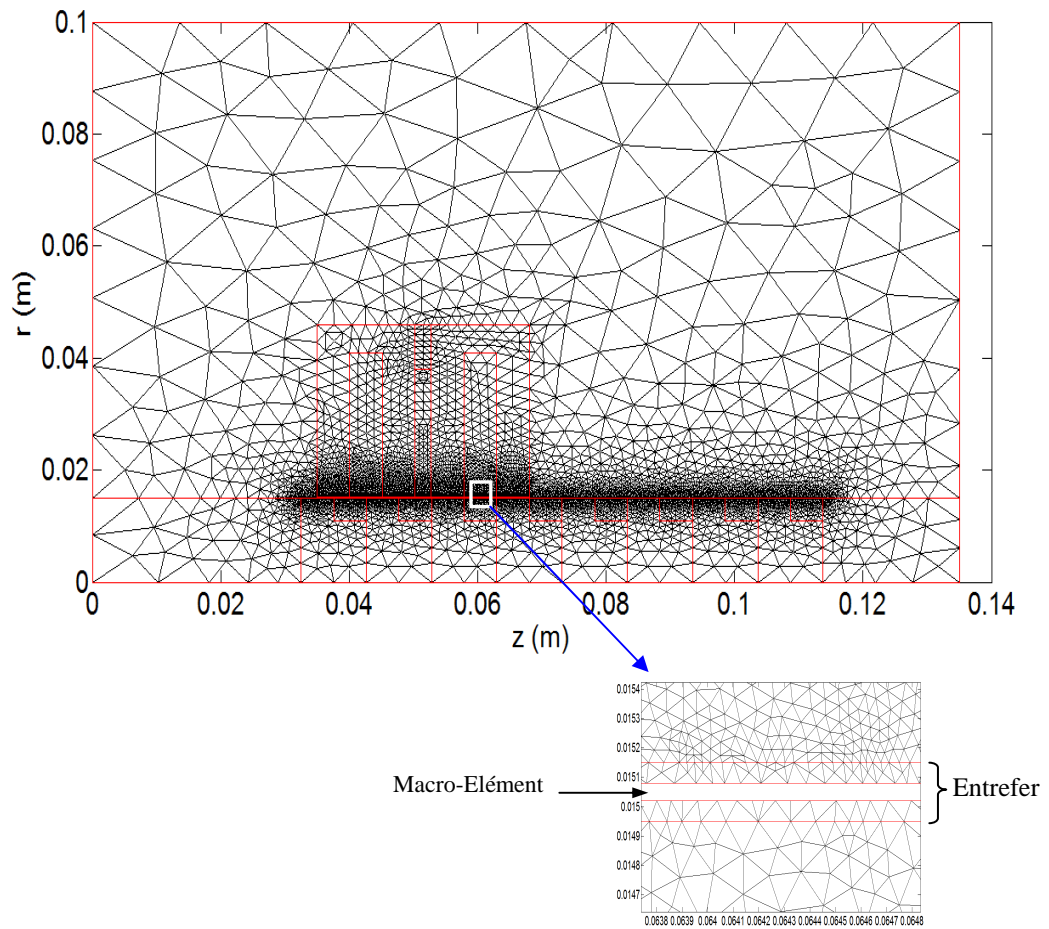


Figure IV.5. Maillage éléments finis du modèle associé au Macro-Elément

La Figure IV.6 montre la topologie du maillage élément finis utilisé pour l'étude de la même structure [2]. Le maillage est de type éléments finis de premier ordre.

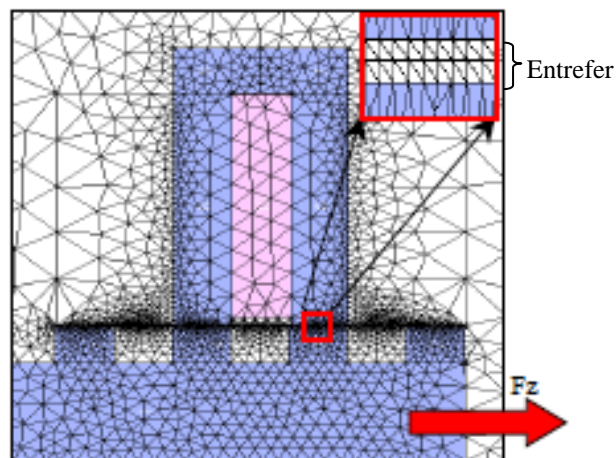


Figure IV.6. Maillage éléments finis utilisé par [2]

Dans ce cas, pour calculer la force magnétique par la méthode du tenseur de Maxwell, le maillage dans l'entrefer doit être à la fois dense et régulier, de plus la forme des éléments doit être respectée. Nous remarquons que l'entrefer est maillé en considérant deux bandes de triangles juxtaposées et les triangles sont semblables et de la même forme. Pour garder cette régularité du maillage au niveau de l'entrefer et éviter la distorsion des éléments, le contrôle de la régularité de cette densité du maillage est assuré par le calcul du coefficient de distorsion à chaque pas de déplacement. Il est représenté par le rapport entre α et β (Figure IV.7), il est donné par la relation suivante [2] :

$$\delta = \frac{\beta}{\alpha} \quad (\text{IV-1})$$

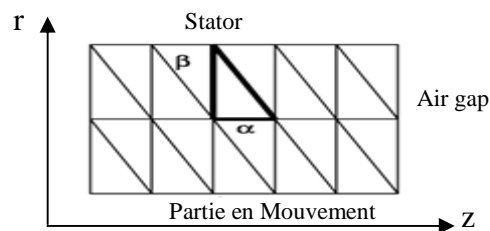


Figure IV.7. Maillage éléments finis de l'entrefer [2]

Dans notre modèle, les conditions utilisées par [2] qui sont lourdes pour la mise en œuvre lors de la programmation, sont totalement évitées par l'utilisation de la technique du Macro-Élément. Cette technique nous permet l'utilisation d'un seul maillage éléments finis pour chaque déplacement de la partie mobile ce qui présente un avantage et une certaine précision pour le calcul de la force magnétique en utilisant la méthode du tenseur de Maxwell et le calcul du déplacement avec une bonne précision particulièrement lorsque ce déplacement est variable d'un pas à un autre et aussi dans le cas où l'épaisseur de l'entrefer est faible. C'est le cas de notre machine.

VI.4. Etude du comportement dynamique de la MLTRVP

Le premier modèle électromagnétique-mécanique développé sous environnement Matlab est appliqué à l'étude d'une machine linéaire tubulaire à réluctance variable pas à pas existante (MLTRVP), dans le cas de deux valeurs de courants d'alimentation en l'occurrence $N_c I = 300At$ et $N_c I = 450At$, qui correspondent respectivement à une faible et une moyenne saturation. L'alimentation concernera la première phase donc le premier module du moteur seulement. L'alimentation de la première phase du moteur doit correspondre à un déplacement élémentaire de 2.54 mm ce qui équivaut à une demi-dent. La résolution des équations électromagnétique et mécanique régissant notre système, est effectuée suivant l'organigramme du couplage alterné donné par la Figure IV.8. ρ étant le facteur de relaxation ϵ_p est le coefficient de précision (tolérance) et q représente les itérations du schéma de Newton-Raphson.

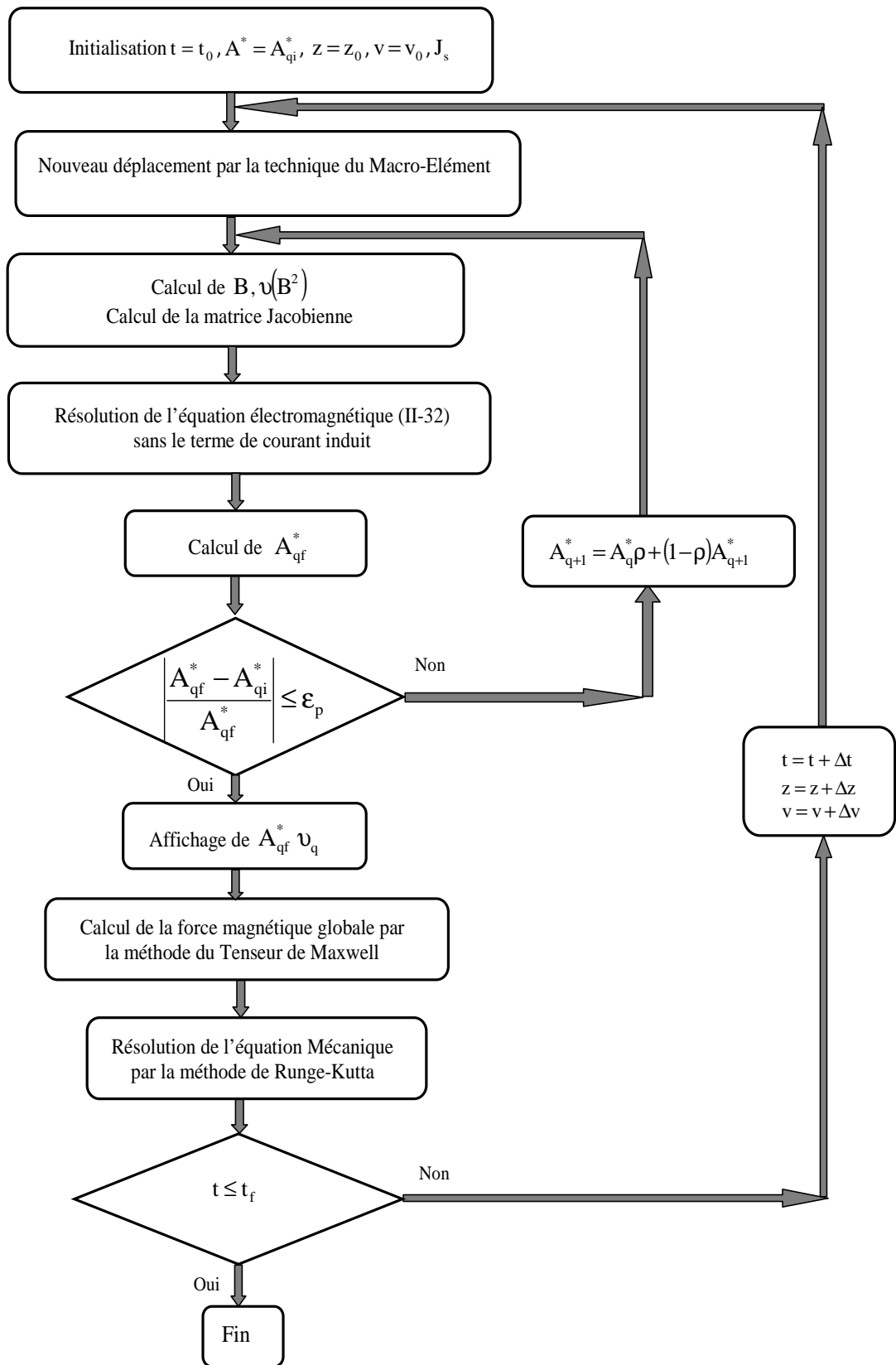


Figure IV.8. Organigramme de couplage électromagnétique-mécanique alterné de résolution pour l'étude du moteur pas à pas

La Figure IV.9 montre la distribution des lignes isovaleurs du potentiel vecteur magnétique (champ). La Figure IV.10 représente l'allure du potentiel vecteur magnétique en fonction de la position le long du Macro-Elément à la position initiale et à la position finale de la partie mobile du moteur. Les deux allures ont une forme similaire, l'écart existant entre ces deux allures en continu et en pointillé traduit le déplacement de la partie mobile, ce qui explique la bonne prise en compte du mouvement par la technique du Macro-Elément.

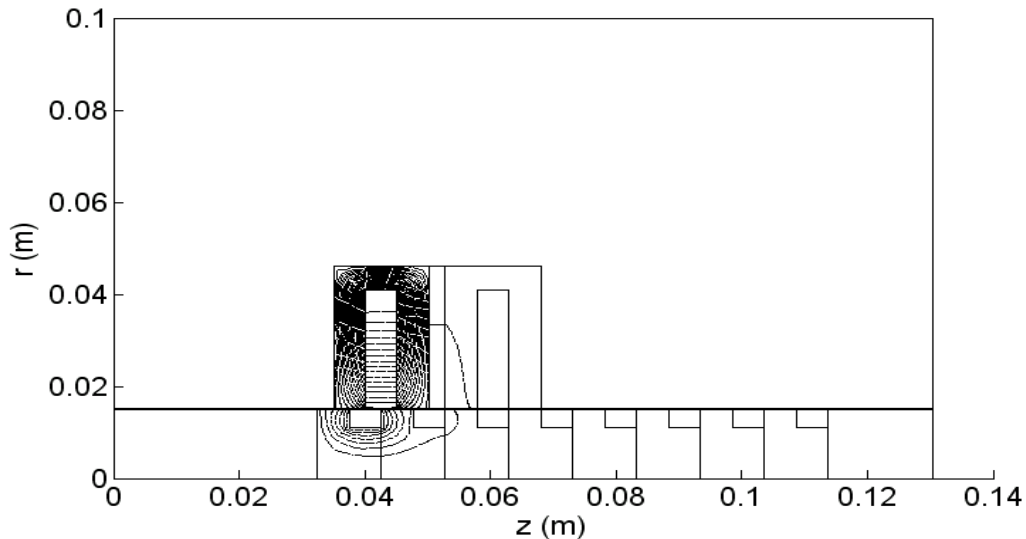


Figure IV.9. Ligne de champ dans la MLTRVP pour $N_c I= 300At$

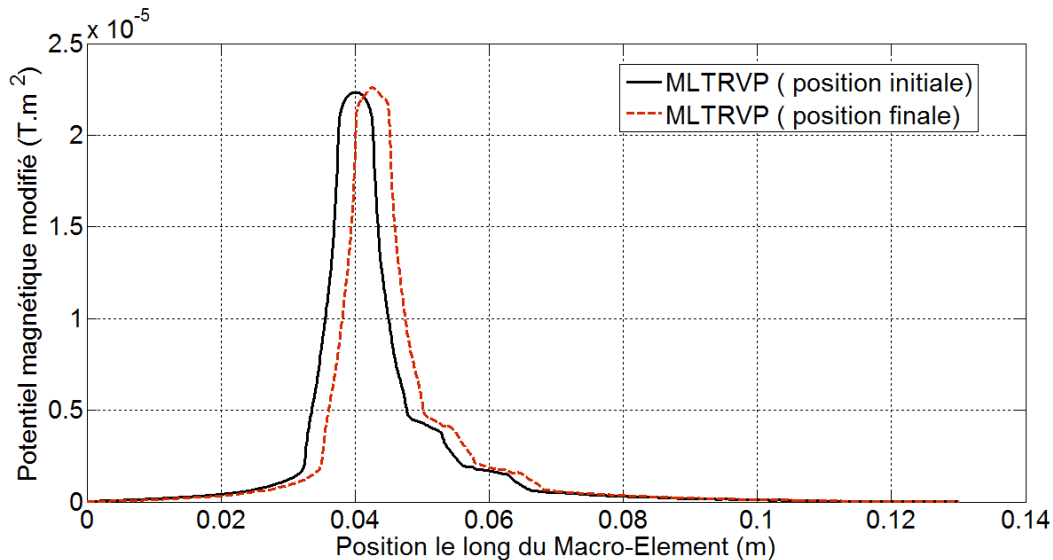


Figure IV.10. Allure du potentiel vecteur magnétique dans la MLTRVP pour $N_c I= 300At$

Les Figure IV.11 présente la distribution de l'induction magnétique dans la MLTRVP. Nous remarquons dans le cas de la distribution de l'induction magnétique que celle-ci est très importante au niveaux des pointes des encoches et les dents constituant le rotor et le stator de la machine. La Figure IV.12 montre l'allure de l'induction magnétique dans l'entrefer de la

MLTRVP pour les deux courants considérés à savoir $N_c I = 300At$ et $N_c I = 450At$. Cette allure met en évidence l'importance de l'induction magnétique au niveau des pointes constituant les encoches et les dents de la machine.

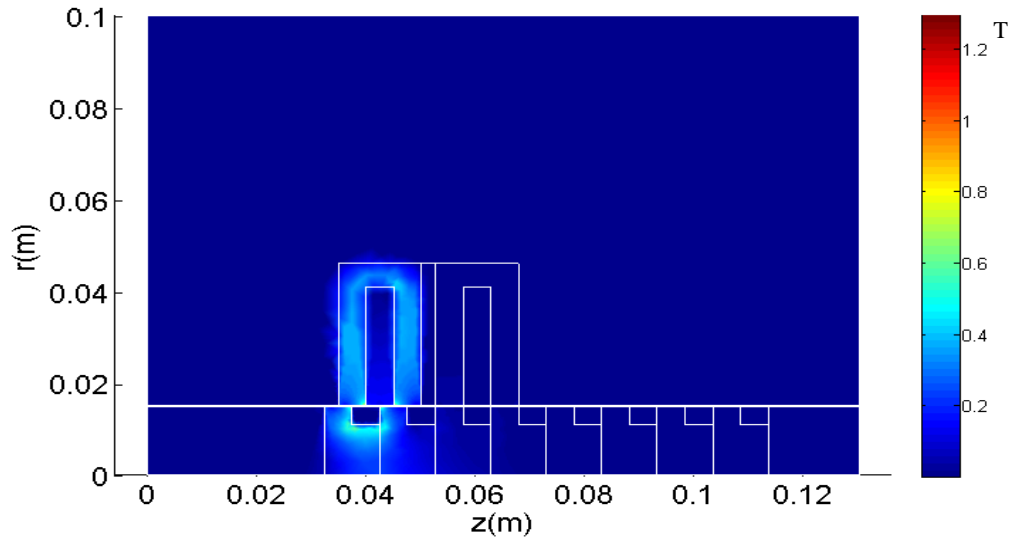


Figure IV.11. Distribution de l'induction magnétique dans la MLTRVP pour $N_c I = 300At$

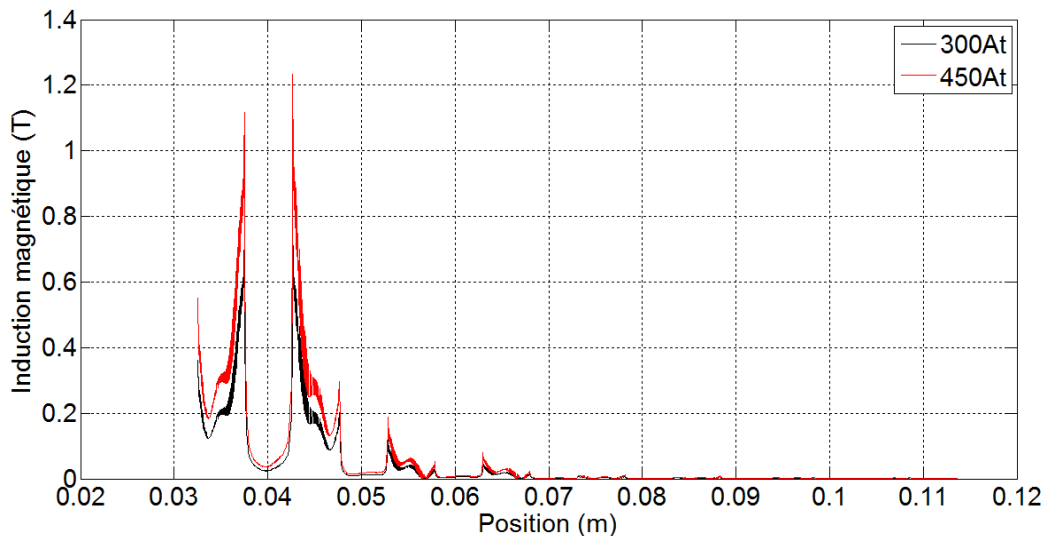


Figure IV.12. Allures de l'induction magnétique dans l'entrefer de la MLTRVP

Afin de valider le modèle électromagnétique-mécanique développé, le déplacement de la partie mobile de la MLTRVP déterminé par notre modèle est comparé aux résultats expérimentaux et calculés du déplacement fourni par [2]. La confrontation est donnée par la Figure IV.13 qui représente le déplacement calculé par le modèle développé et la Figure IV.14 qui représente le déplacement fourni. Nous remarquons en visualisant la Figure IV.13 que l'allure du déplacement calculé par notre modèle est en bonne concordance avec les résultats expérimentaux et calculés donnés par la Figure IV.14, ce qui nous permet de valider notre modèle. L'allure du déplacement calculé présente des oscillations autour de la position d'équilibre qui est de 2.54mm qui représente le pas élémentaire du déplacement de la partie mobile de la machine. Il est à signaler que le résultat du déplacement calculé fourni par [2] est

obtenu en combinant les résultats fournis par le logiciel commercial OPERA 2D [2], ce dernier résout seulement les problèmes électromagnétiques en statique. Il fournit la force magnétique statique pour des pas de déplacement constants. Le déplacement temporel et les paramètres mécaniques sont obtenus par identification lors de la résolution de l'équation mécanique en choisissant un pas de temps de discrétisation et les résultats obtenus sont confrontés aux résultats expérimentaux [2].

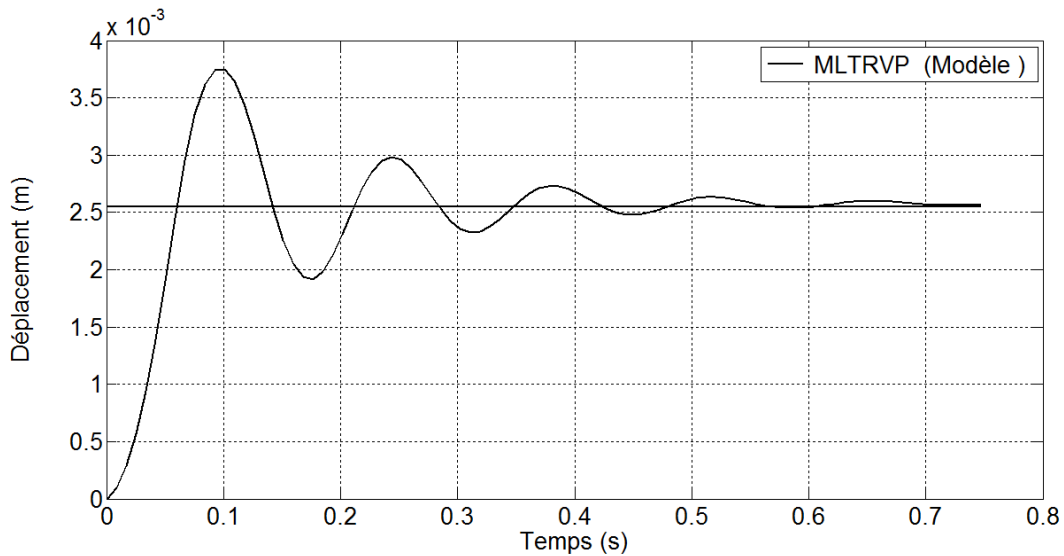


Figure IV.13. Allure du déplacement en fonction du temps calculé en utilisant le modèle développé pour $N_c I = 300At$.

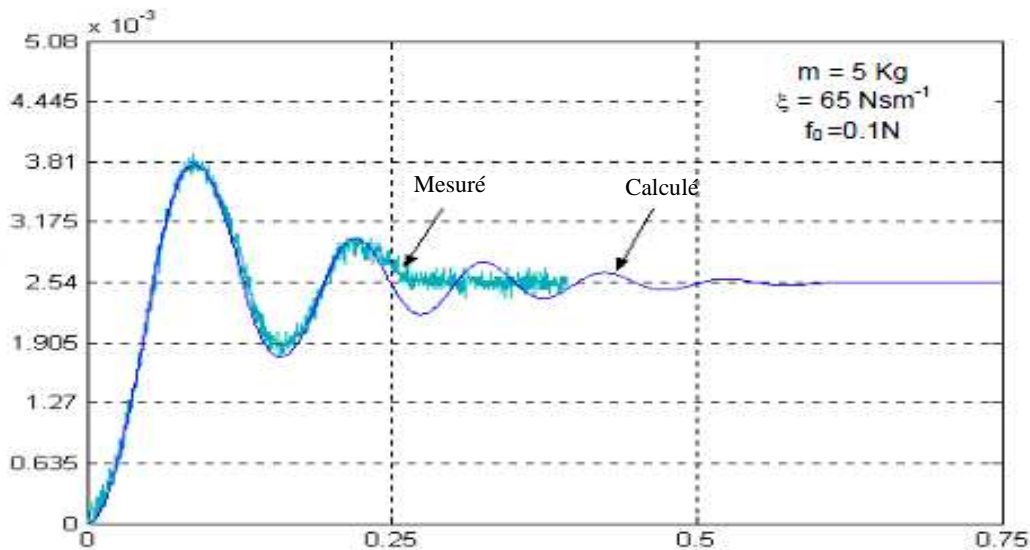


Figure IV.14. Allure du déplacement en fonction du temps mesuré et calculé fournie par [2] pour $N_c I = 300At$.

La Figure IV.15 montre l'allure du déplacement en fonction du temps de la partie mobile de la MLTRVP pour les différents courants d'alimentations $N_c I = 300At$ et $N_c I = 450At$. Nous constatons en visualisant les allures du déplacement qu'en augmentant le courant d'alimentation, le régime transitoire devient plus important et se traduit par l'importance des

oscillations autour du déplacement élémentaire. Nous remarquons que le déplacement final pour le courant correspondant à $N_c I = 450\text{At}$ est légèrement supérieur au déplacement élémentaire (voir le zoom).

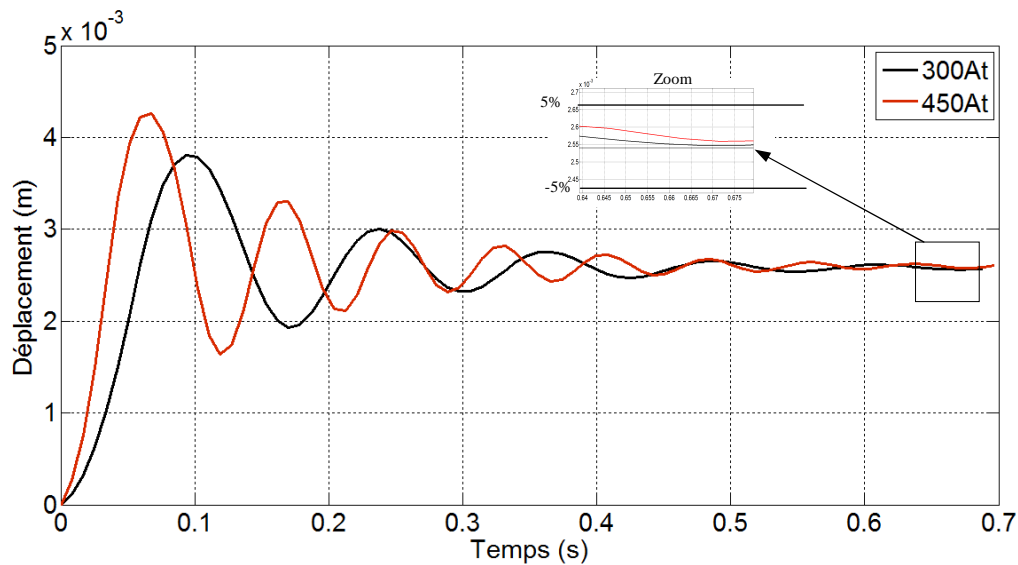


Figure IV.15. Déplacement en fonction du temps calculé de la MLTRVP

La Figure IV.16 présente l'évolution de la force magnétique en fonction du temps de la MLTRVP pour les différents courants d'alimentation $N_c I = 300\text{At}$ et $N_c I = 450\text{At}$. La force commence d'une certaine valeur qui représente la force de démarrage, ensuite oscille jusqu'à atteindre la valeur nulle de la force magnétique. Cette valeur nulle correspond au déplacement final élémentaire. La valeur de la force au démarrage est de 8.66 N pour le courant de $N_c I = 300\text{At}$ et de 19.92N pour $N_c I = 450\text{At}$. Nous remarquons que les oscillations augmentent avec l'augmentation du courant. Le même phénomène est observé pour la vitesse, où elle est de l'ordre de 0.066m/s pour un courant de $N_c I = 300\text{At}$ et de 0.12 m/s pour un courant de $N_c I = 450\text{At}$ comme le montre la Figure IV.17.

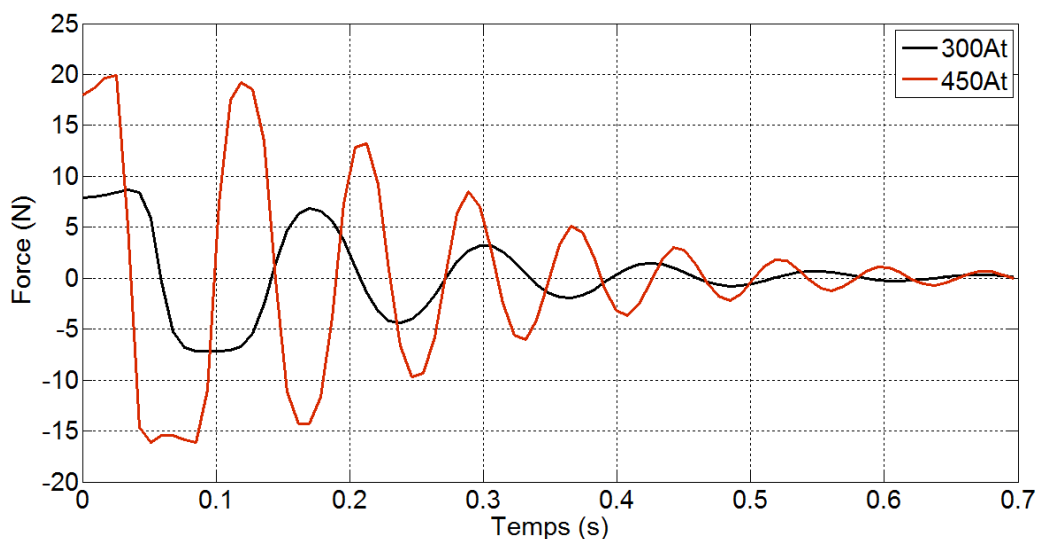


Figure IV.16. Force de démarrage en fonction du temps calculée de la MLTRVP

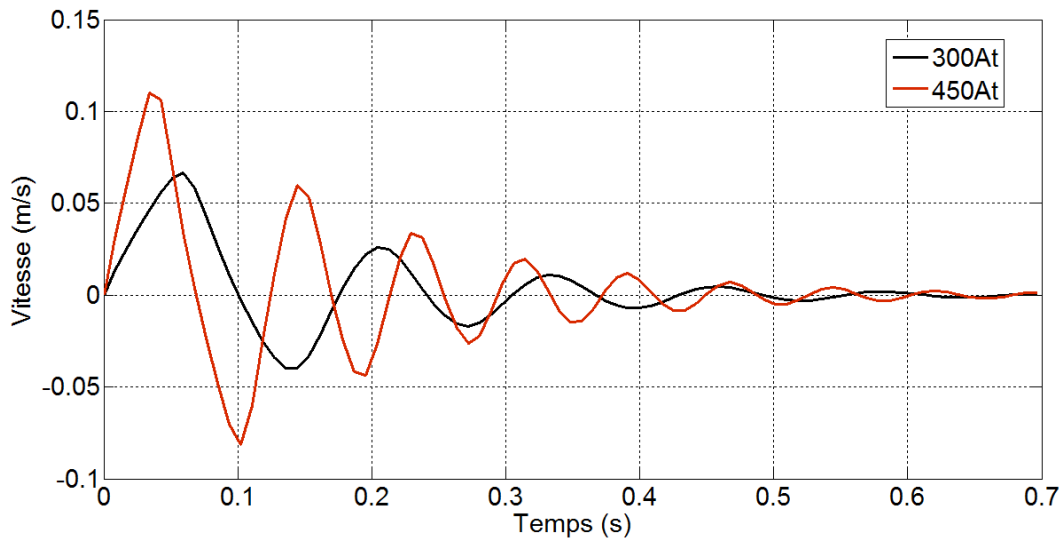


Figure IV.17. Vitesse en fonction du temps calculée de la MLTRVP

La Figure IV.18 représente la vitesse en fonction du déplacement dans la MLTRVP. Nous constatons que le système fonctionne d'une manière stable, et nous voyons bien qu'il atteint le déplacement élémentaire pour les deux alimentations. Nous remarquons que le positionnement pour un courant de 450At est plus énergétique.

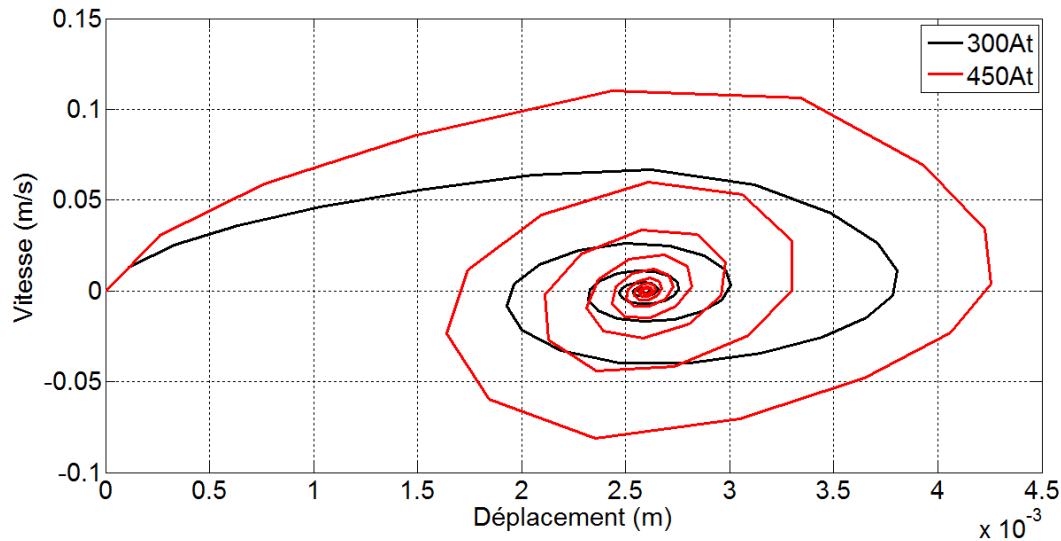


Figure IV.18. Vitesse en fonction du déplacement dans la MLTRVP

IV.5. Amélioration de la force magnétique de la MLTRVP

Afin d'améliorer la force magnétique de démarrage de la structure existante tout en gardant la position du pas élémentaire aux alentours de 2.54mm, nous proposons de rajouter à la structure initiale des aimants permanents de type Néodyme-Fer-Bore (NdFeB) au niveau du stator. Le choix d'intégrer des aimants permanents est principalement le renforcement du

champ magnétique statorique et donc l'amélioration de la force magnétique. La structure proposée est dénommée moteur linéaire tubulaire à aimant permanent pas à pas (MLTAPP).

IV.5.1. Présentation de la structure modifiée (MLTAPP)

La Figure.IV.19 illustre la vue en perspective de la structure représentant la MLTAPP et la vue en demi-axiale en considérant deux modules. Il s'agit de la machine initiale en l'occurrence la (MLTRVP) à laquelle nous avons ajouté un aimant permanent de type Néodyme Fer Bore (Nd-Fe-B) au niveau de chaque module du stator afin d'augmenter la force magnétique de démarrage. Nous allons étudier l'influence de ces aimants permanents sur le comportement dynamique de la structure tel que la force magnétique, le déplacement et enfin la vitesse. Les dimensions géométriques principales de cette structure sont les mêmes que celles de la machine initiale, les caractéristiques électriques et mécaniques ainsi que la courbe d'aimantation du matériau magnétique restent inchangées. L'épaisseur de l'aimant permanent inséré au niveau des modules du stator est de $d_m=1.7\text{mm}$ et son induction rémanente est de 1.2T et la perméabilité relative de l'aimant est égale à l'unité.

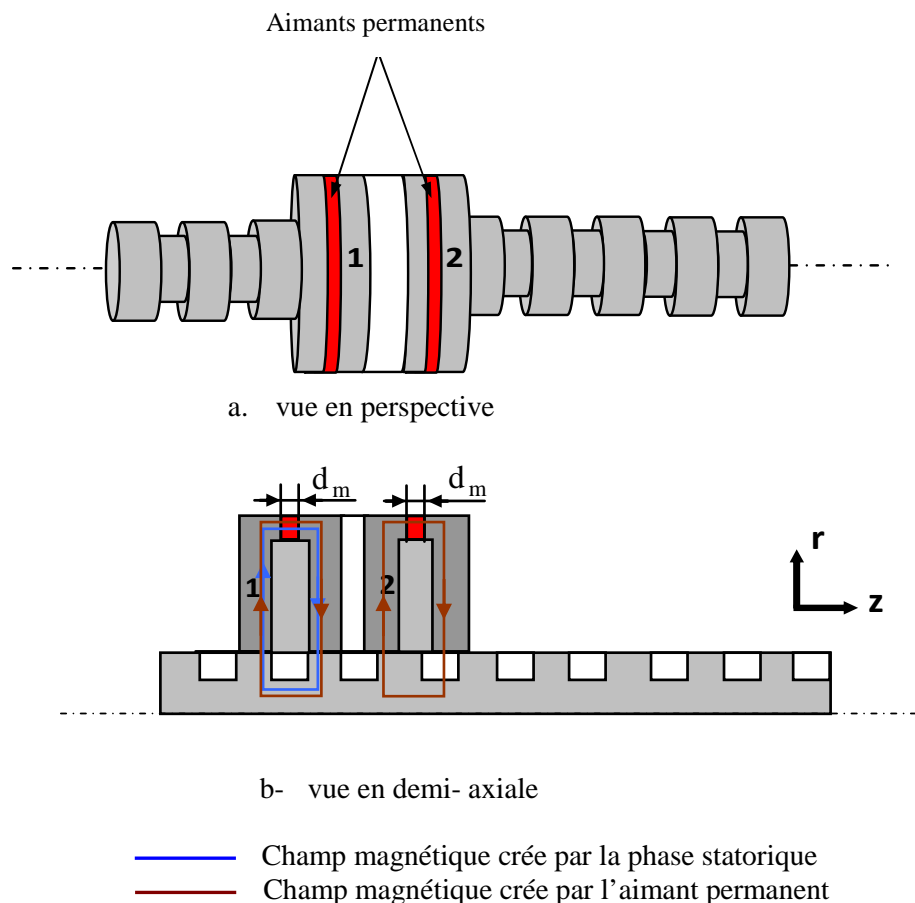


Figure IV.19. La structure représentant la (MLTAPP)

La Figure IV.20 montre la distribution des lignes de champ magnétique dans tout le MLTAPP pour un courant de 300At.

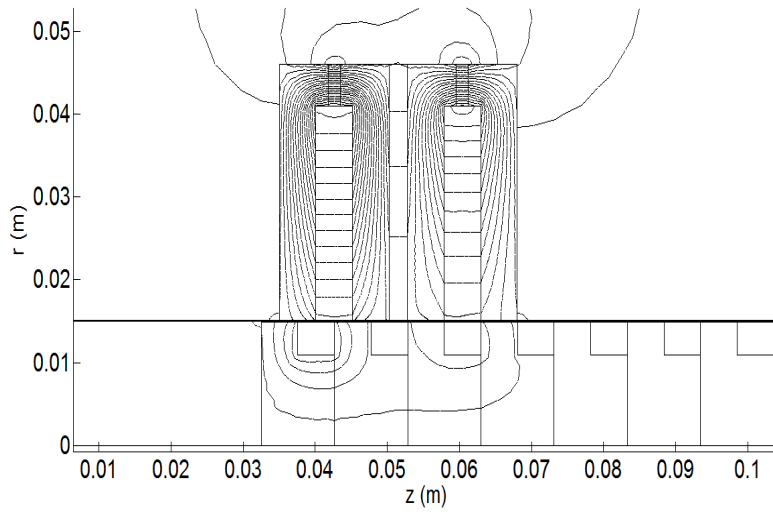


Figure IV.20. Lignes de champ dans la MLTAPP pour $N_c I = 300\text{At}$

La Figure IV.21 illustre l'allure de l'induction magnétique dans l'entrefer du MLTAPP pour un courant de $N_c I = 300\text{At}$. Cette allure montre que l'induction magnétique dans l'entrefer a augmenté par rapport à celle obtenue dans le cas de la machine initiale (MLTRVP).

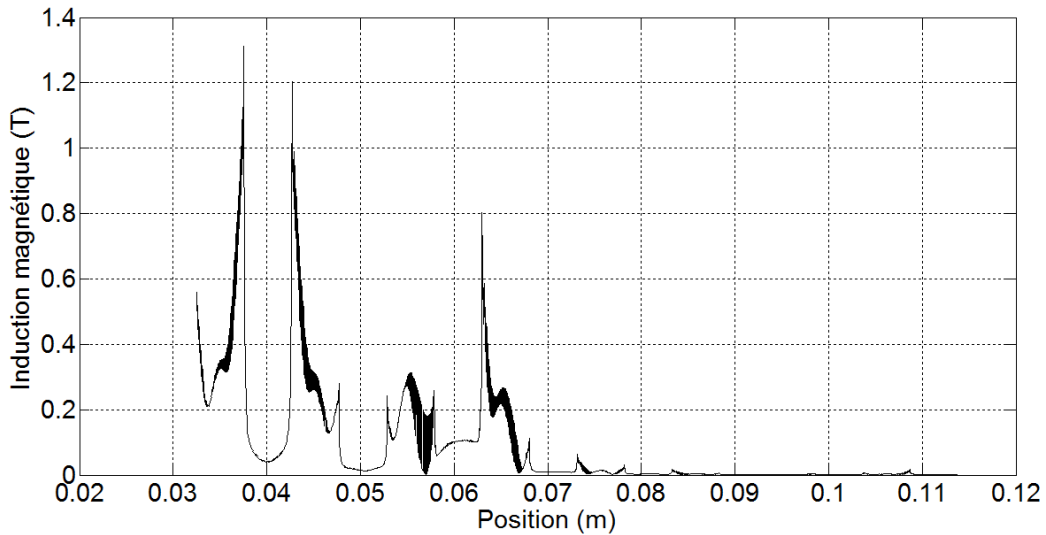


Figure IV.21. Allure de l'induction magnétique dans l'entrefer de la MLTAPP $N_c I = 300\text{At}$

La Figure IV.22 montre l'allure du déplacement en fonction du temps de la partie mobile du MLTAPP pour le courant d'alimentation $N_c I = 300At$. Nous remarquons en visualisant cette figure que le régime transitoire dure plus longtemps par rapport aux déplacements dans le cas du moteur initial.

Il en résulte une détérioration du régime dynamique qui se traduit par une augmentation des oscillations autour du pas élémentaire et l'état repos prend plus de temps à s'établir par rapport au cas de la machine initiale.

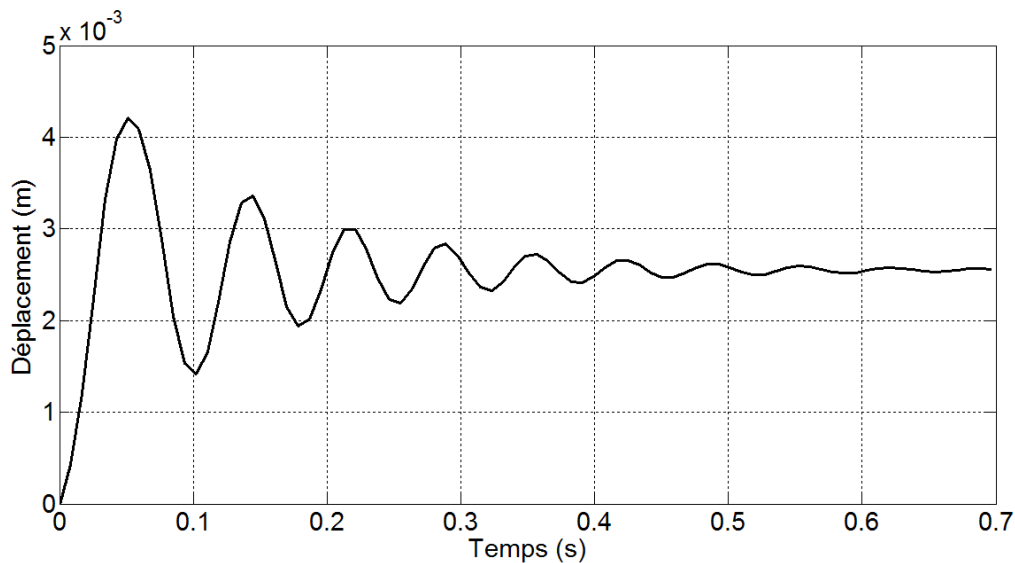


Figure IV.22. Déplacement en fonction du temps calculé de la MLTAPP

La Figure IV.23 représente l'évolution de la force magnétique en fonction du temps dans le MLTAPP. Nous remarquons que la force magnétique a augmenté de manière significative par rapport à la force magnétique générée par le moteur initial. Cette force évolue avec des oscillations importantes. La force magnétique est de 29.78 N pour une alimentation de $N_c I = 300At$ comparée à 8.66N pour la machine initiale (MLTRVP).

Le même phénomène est observé concernant la vitesse à laquelle se déplace la partie mobile comme présenté par la Figure IV.24. En effet la valeur de la vitesse pour le même courant d'alimentation a augmenté, elle est de 0.127 m/s.

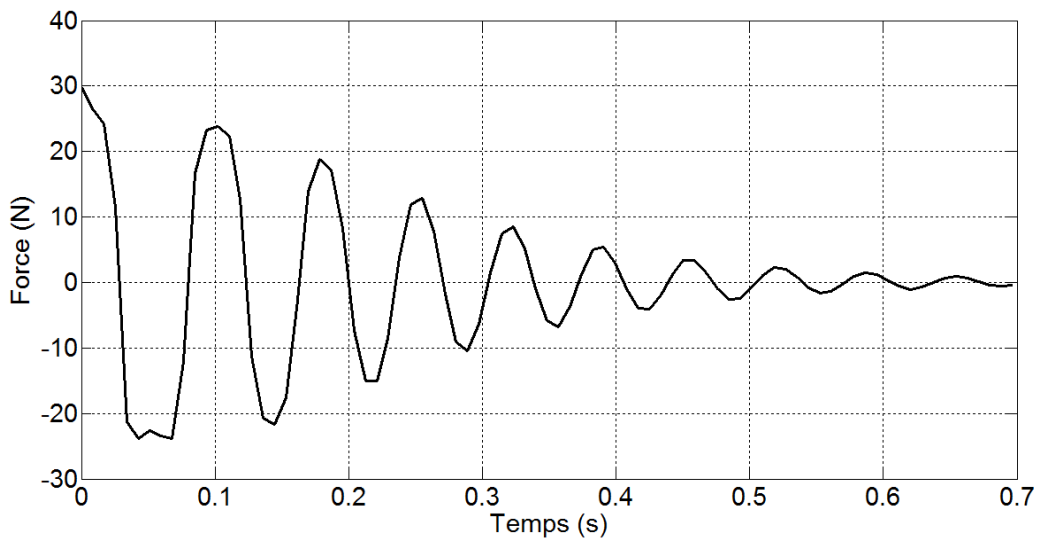


Figure IV.23. Force en fonction du temps calculée de la MLTAPP

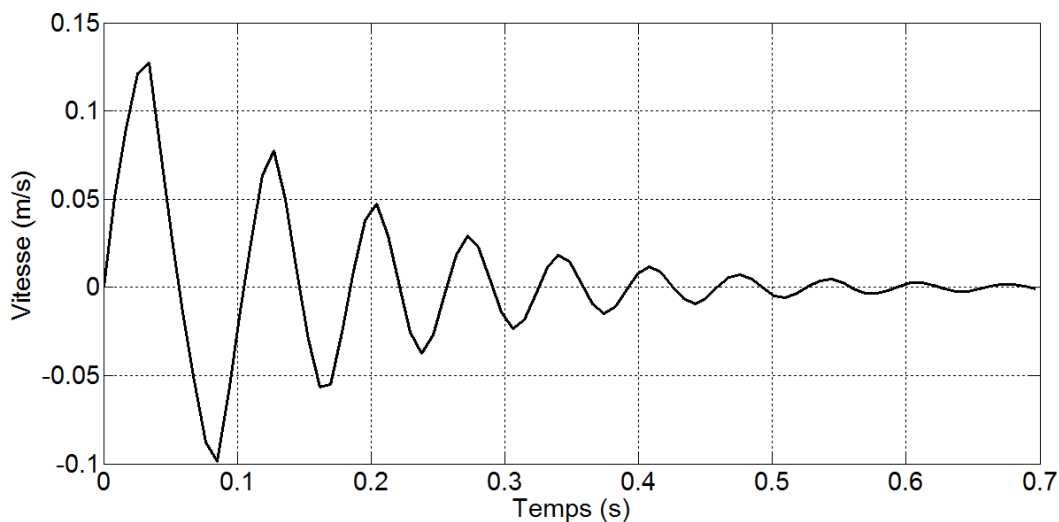


Figure IV.24. Vitesse en fonction du temps calculée de la MLTAPP

La Figure IV.25 montre l'allure de la vitesse en fonction du déplacement, nous remarquons que le moteur fonctionne toujours d'une manière stable. La partie mobile se stabilise aux alentours du pas de déplacement élémentaire et nous constatons que le positionnement pour le moteur en présence des aimants permanents est plus énergétique que le positionnement dans le cas de la machine initiale.

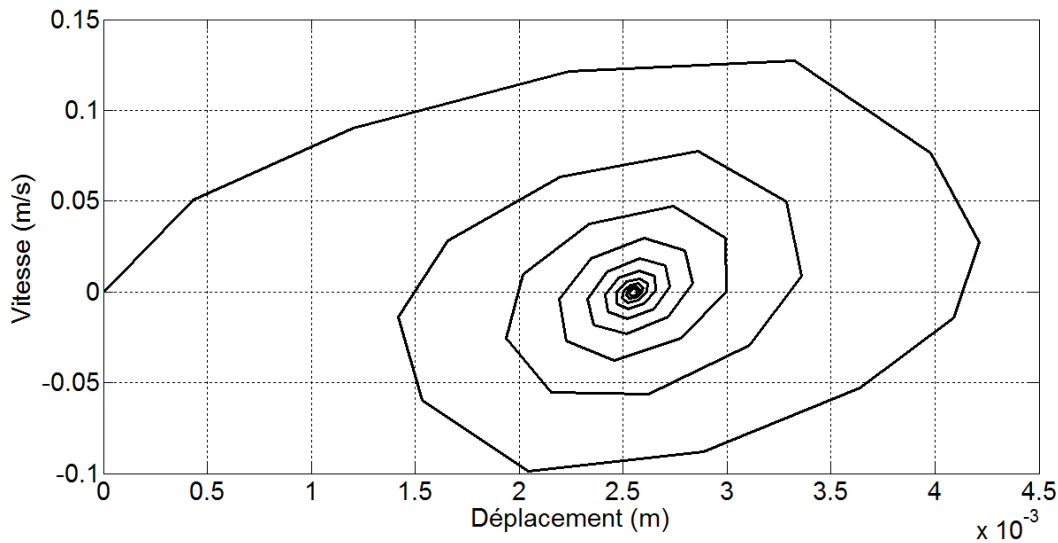


Figure IV.25 Vitesse en fonction du déplacement dans la MLTAPP

Dans le Tableau ci-dessous, sont récapitulées les différentes valeurs des forces magnétiques de démarrage et vitesses correspondant à la structure initiale (MLTRVP) et la structure modifiée proposée (MLTAPP) pour les deux valeurs du courant d'alimentation.

Tableau IV.3 Comparaison des caractéristiques dynamiques de la MLTRVP et de la MLTAPP

Dispositif	Courant d'alimentation	Force magnétique	Vitesse
MLTRVP	300At	8.66 N	0.066m/s
MLTAPP	300At	29.78 N	0.127 m/s

On remarque bien qu'en rajoutant des aimants permanents, on a bel et bien augmenté la force de démarrage mais en contre partie on a détérioré la réponse dynamique du moteur. Ceci peut être interprété par un problème de dimensionnement de l'aimant permanent utilisé.

IV.6. Etude de l'influence du coefficient de viscosité

Nous avons constaté que l'ajout des aimants permanents a conduit à l'augmentation des oscillations. Afin de diminuer ces dernières, nous pouvons agir sur l'aspect mécanique en amortissant les oscillations de telle sorte qu'ils ne produisent que peu de dépassements. En pratique cet amortissement peut se réaliser à l'aide d'un fluide tel que de l'air comprimé ou de l'huile pour ralentir le rotor. Un amortissement visqueux peut produire une force de freinage proportionnelle à la vitesse ; par contre son influence est nulle lorsque le rotor est au repos. Nous pouvons aussi agir sur l'aspect commande en réalisant une boucle fermée afin de diminuer ces oscillations.

Nous avons calculé le déplacement en fonction du temps pour différents coefficients de viscosité. La Figure IV.26 montre respectivement les allures du déplacement en fonction du temps pour les différents coefficients de viscosité à savoir 0.35 Ns/cm, 0.65 Ns/cm et 0.95 Ns/cm. En visualisant ces figures, nous constatons que pour un coefficient de viscosité de

0.95 Ns/cm, les oscillations ont diminué d'une manière importante et la valeur finale du déplacement est atteinte plus rapidement. Pour le coefficient de viscosité de 0.35 Ns/cm, les oscillations ont augmenté et la valeur finale n'est pas encore atteinte.

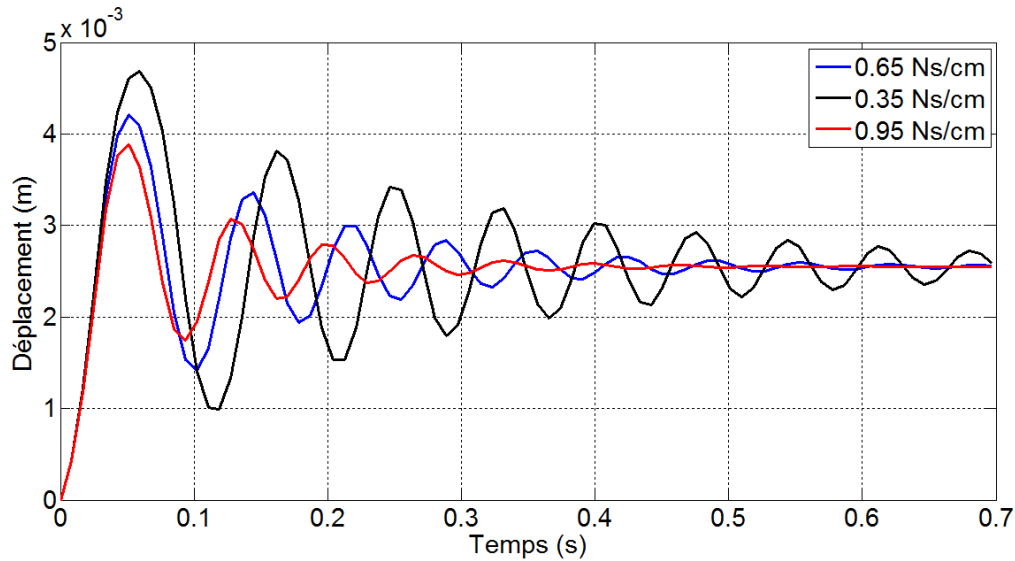


Figure IV.26. Déplacement en fonction du temps pour différents coefficients de viscosité pour $N_c I = 300At$

La Figure IV.27 donne la force où est montré que pour un coefficient de viscosité de 0.95 Ns/cm les oscillations sont atténuées d'une manière importante et la force magnétique nulle est atteinte plus rapidement. La valeur nulle de la force correspond au régime permanent qui représente le déplacement final. Pour le coefficient de viscosité de 0.35 Ns/cm, les oscillations sont importantes et le régime permanent n'est pas encore atteint. Nous remarquons aussi que la force est la même pendant un temps égal à 0.03s environ. Le même constat est observé pour la vitesse en fonction du coefficient de viscosité qui est illustrée par la Figure IV.28.

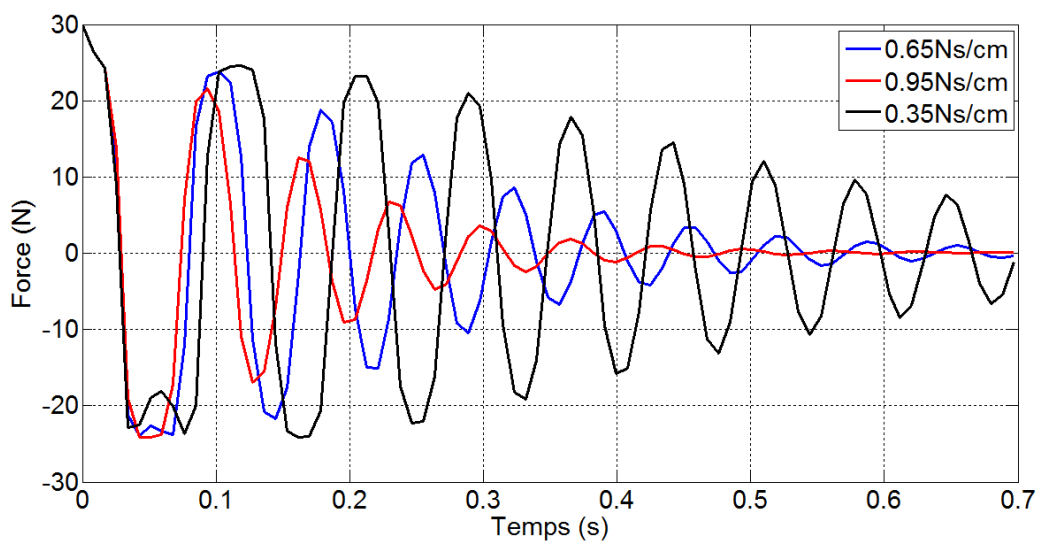


Figure IV.27. Force en fonction du temps pour différents coefficients de viscosité pour $N_c I = 300At$

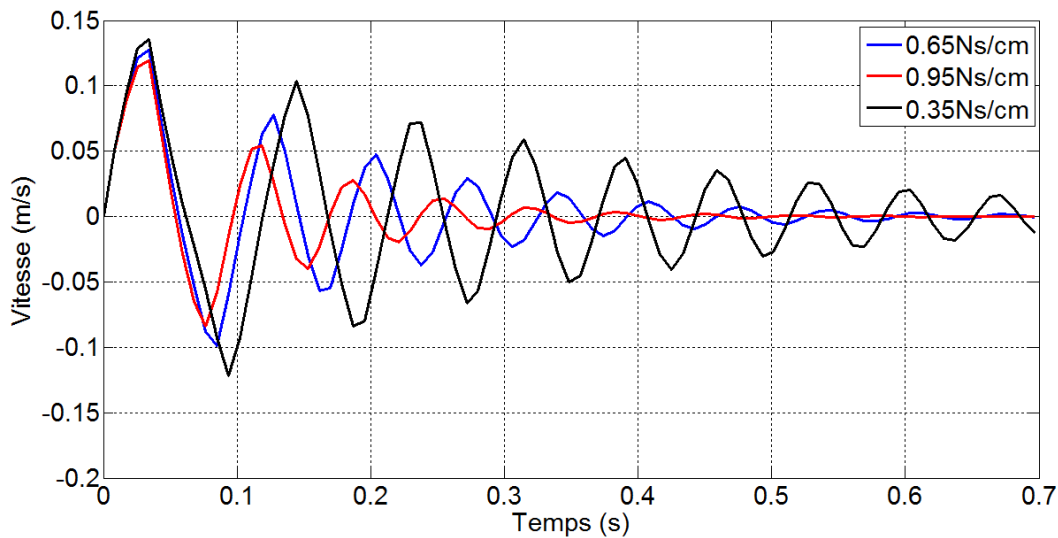


Figure IV.28. Vitesse en fonction du temps pour différents coefficients de viscosité pour $N_c I = 300At$

On peut dire que l'augmentation du coefficient de viscosité en insérant un liquide adéquat au moteur peut être envisagé pour améliorer les performances dynamiques, ceci n'est pas une priorité pour notre travail, ce qui nous intéresse le plus c'est que dans le modèle développé, la variation de ce coefficient a été bien prise en charge ce qui permet de valider notre modèle.

IV.7. Etude du lanceur électromagnétique tubulaire

Dans cette étude qui concerne le lanceur électromagnétique tubulaire, nous appliquerons le second modèle électromagnétique –mécanique développé afin d'évaluer principalement la vitesse à la quelle le projectile se propulse en alimentant les bobines inductrices par des bancs de condensateurs. Un calcul de la force magnétique générée dans le projectile et de son déplacement sera également effectué. Le calcul se fera en considérant un déphasage entre les phases A, B et C de 60° . La validation de notre programme se fera en comparant la force magnétique calculée et la force magnétique fournie par la littérature. D'autres résultats seront présentés à savoir l'influence de quelques paramètres géométriques et électriques principalement sur la vitesse de propulsion de l'armature tels que la position initiale de l'armature et la tension de charge des condensateurs.

IV.7.1. Description du lanceur électromagnétique

Le dispositif étudié est un lanceur électromagnétique linéaire tubulaire à géométrie axisymétrique comportant six bobines inductrices et une charge représentant une armature conductrice (projectile) en aluminium [27], [29], [32]. Les six bobines inductrices sont connectées deux à deux en série pour former un système de trois phases. La géométrie du dispositif est donnée par la Figure IV.29.

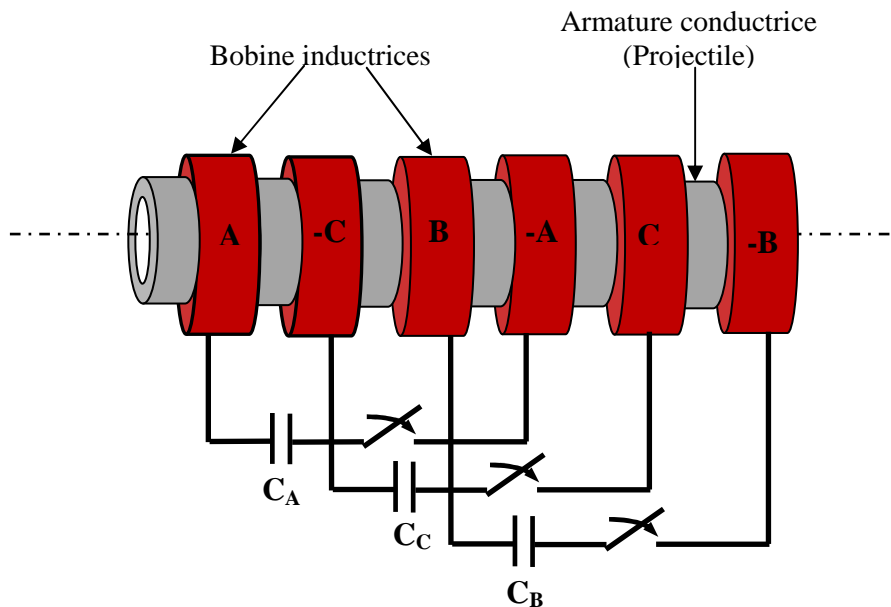


Figure IV.29. Géométrie représentant le lanceur électromagnétique avec alimentation par banc de condensateurs

La Figure IV.30 représente le domaine d'étude du lanceur électromagnétique, il est limité à un quart du dispositif en raison de sa symétrie.

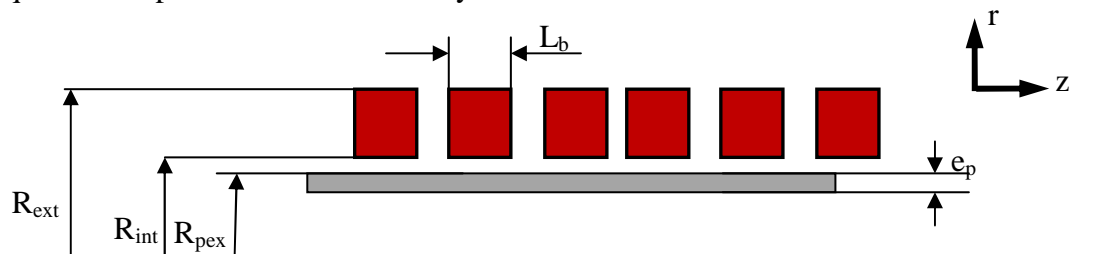


Figure IV.30. Géométrie représentant une vue en demi-axiale du lanceur électromagnétique

IV.7.2. Caractéristiques géométriques et physiques du lanceur électromagnétique

Les dimensions géométriques et les caractéristiques physiques constituant le lanceur électromagnétique sont données par les Tableaux IV.4, et IV.6 [27], [29], [32].

Tableau IV.4. Dimensions géométriques de la bobine inductrice

Paramètres géométriques	Valeurs
La longueur totale des bobines inductrices	20 cm
Nombre total de bobines inductrices	6
Rayon extérieur de la bobine inductrice	5.15 cm
Rayon intérieur de la bobine inductrice	2.8 cm
longueur d'une bobine inductrice	3.15 cm
Nombre de spires de chaque bobine	10 en double pancake
La section du cuivre du conducteur	0.33 cm ²

Tableau IV.5. Dimensions géométriques de l'armature conductrice

Paramètres géométriques	Valeurs
La longueur de la pièce inductrice	20 cm
Rayon extérieur de la pièce inductrice	2.55 cm
L'épaisseur de la pièce inductrice	1.6 mm
Le poids de la pièce inductrice	137 g
Matériau	Aluminium

Tableau IV.6. Caractéristiques électriques

Paramètres électriques	Valeurs
Capacité	1200 μF
Fréquence	1250 Hz
Tension	3900 V
Résistance des phases A et C incluant le circuit extérieur	18 m Ω
Résistance de la Phase B incluant le circuit extérieur	17.6 m Ω
Inductance de chaque phase	14.1 μH

IV.8. Equations électriques régissant le lanceur électromagnétique

A chaque phase inductrice du dispositif représentant le lanceur électromagnétique est associée un circuit équivalent électrique d'alimentation de type RLC. Le schéma électrique est donné par la figure IV.31 :

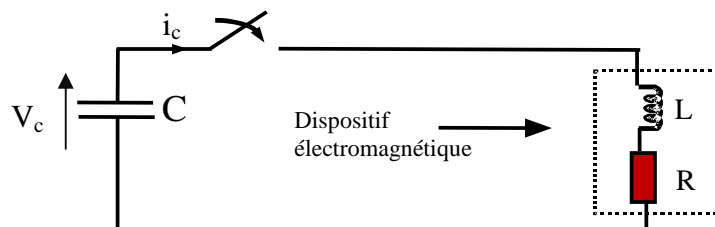


Figure IV.31. Circuit électrique équivalent

Où :

$C(F)$ est la capacité représentant le banc de condensateurs d'alimentation.

$L(H)$ représente la somme de l'inductance du circuit extérieur d'alimentation et de l'inductance d'une phase du lanceur.

$R(\Omega)$ est La résistance représentant la somme de la résistance du circuit extérieur d'alimentation et de la résistance d'une phase du lanceur.

Les équations électriques régissant le circuit électrique équivalent de la Figure.IV.31 sont données par:

$$\frac{d^2 i_c(t)}{dt^2} + 2\zeta\omega \frac{di_c(t)}{dt} + \omega^2 i_c(t) = 0 \quad (IV-2)$$

$$V_c(t) = \frac{1}{C} \int i_c(t) dt \quad (IV-3)$$

Où :

$i_c(t)$ (A) est le courant de décharge du banc de condensateurs et $V_c(t)$ (V) est la tension de charge du banc de condensateur.

ζ est le coefficient d'amortissement donné par :

$$\zeta = \frac{1}{2} R \sqrt{\frac{C}{L}} \quad (IV-4)$$

ω (rd/s) est la pulsation propre amortie donnée par :

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad (IV-5)$$

La résolution de l'équation différentielle précédente (IV-2), aboutit au courant de décharge en fonction du temps qui est donné comme suit :

$$i_c(t) = V_{c0} \sqrt{\frac{C}{L}} \exp(-\zeta \omega t) \sin(2\pi f t) \quad (IV-6)$$

Où $V_{c0}(t)$ et f sont respectivement la tension de charge et la fréquence d'alimentation.

Pour une alimentation en triphasé, les trois courants de décharge sont donnés comme suit :

$$i_{cA}(t) = V_{c0} \sqrt{\frac{C}{L}} \exp(-\zeta \omega t) \sin(2\pi f t) \quad (IV-7)$$

$$i_{cB}(t) = V_{c0} \sqrt{\frac{C}{L}} \exp(-\zeta \omega t) \sin(2\pi f t + \varphi) \quad (IV-8)$$

$$i_{cC}(t) = V_{c0} \sqrt{\frac{C}{L}} \exp(-\zeta \omega t) \sin(2\pi f t - \varphi) \quad (IV-9)$$

φ (°) représente le déphasage entre deux phases.

La Figure IV.32 et la Figure IV.33 montrent respectivement la forme des ondes des tensions de décharge et des courants de décharge correspondant aux phases A, B et C.

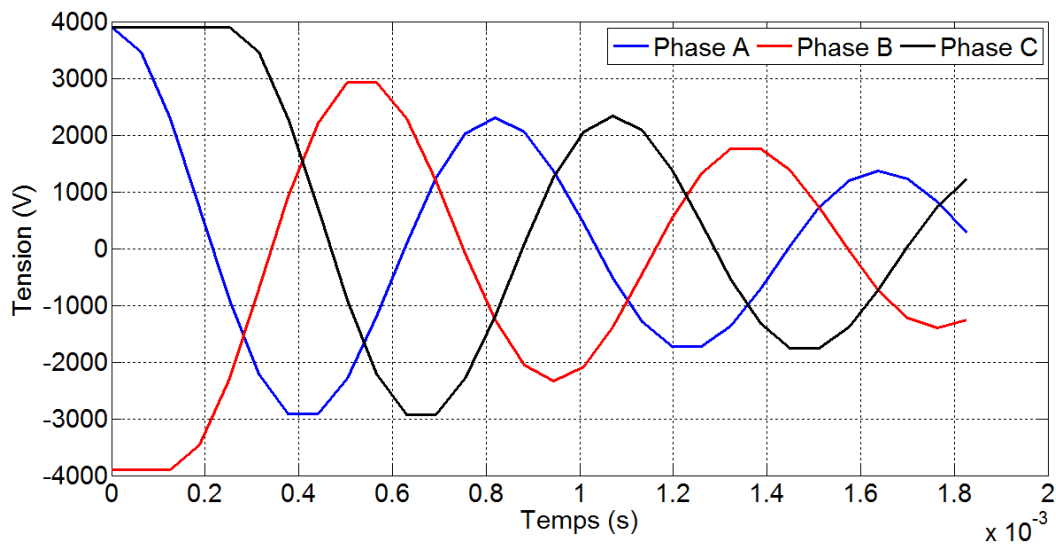


Figure IV.32. Formes d'ondes des tensions de décharge alimentant le lanceur

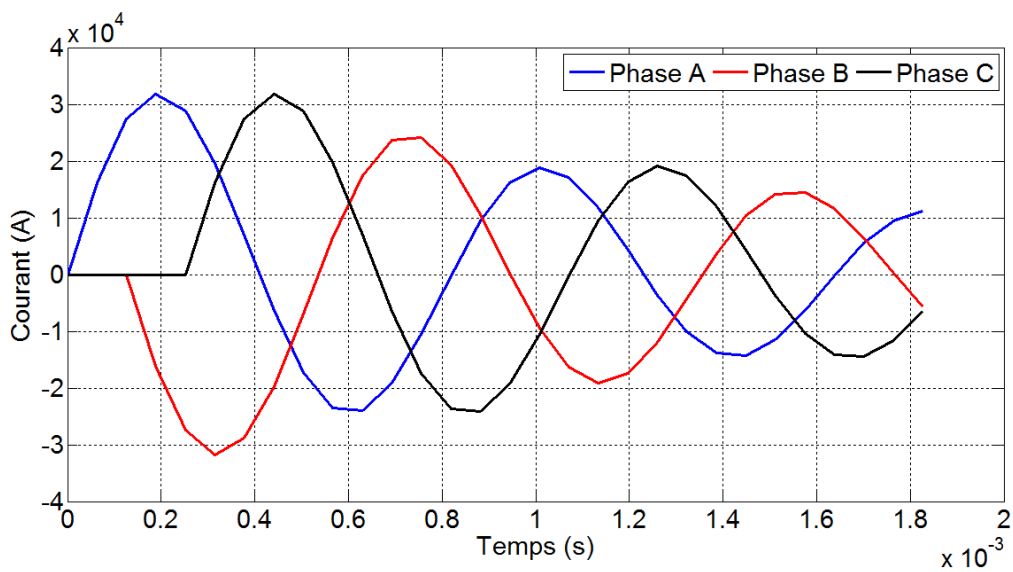


Figure IV.33. Formes d'ondes des courants de décharge alimentant le lanceur

La Figure IV.34 montre le maillage éléments finis du premier ordre associé au Macro-Elément. Nous remarquons que le maillage éléments finis est beaucoup plus dense aux niveaux des bobines inductrices, du projectile et de la zone de l'entrefer.

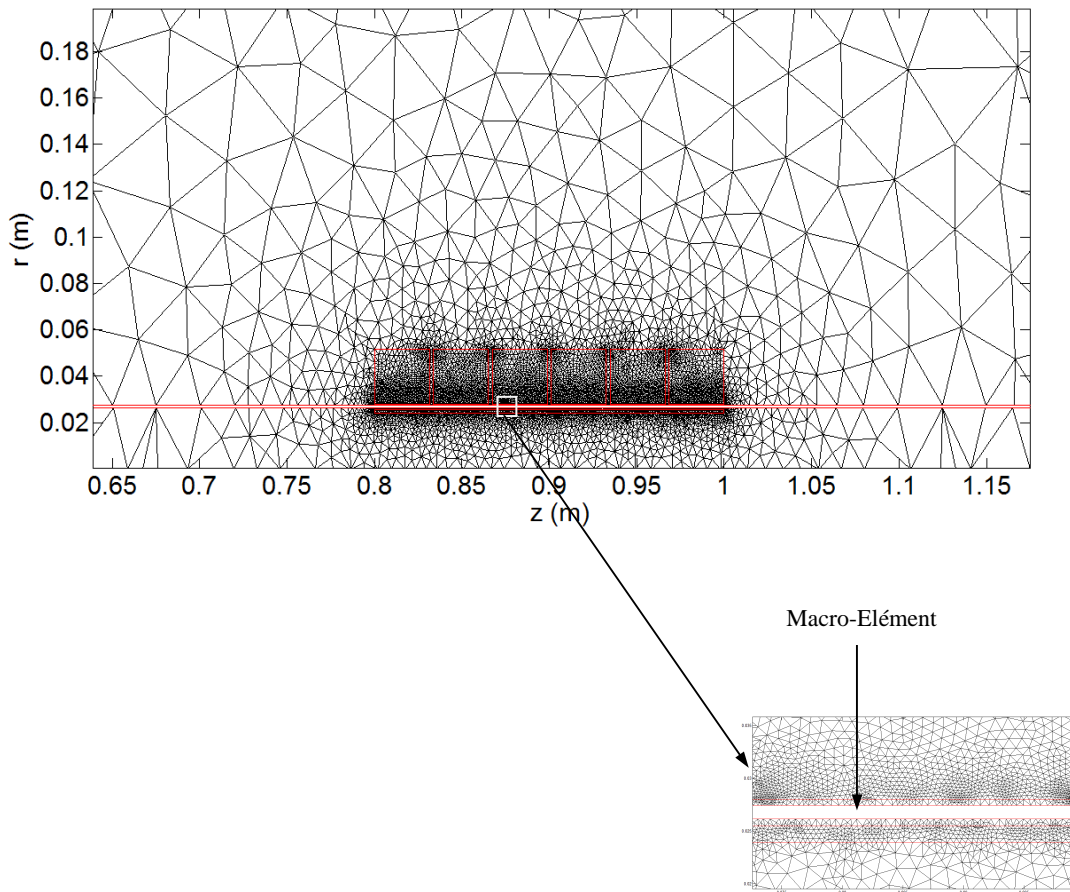


Figure IV.34. Maillage élément finis associé au Macro-Elément du domaine d'étude du lanceur

IV.9. Etude du comportement dynamique du lanceur électromagnétique

Le modèle de couplage électromagnétique-mécanique développé en considérant un problème transitoire qui représente le second modèle, est appliqué à l'étude du lanceur électromagnétique tubulaire dans le cas d'une alimentation par banc de condensateurs délivrant des courants et des tensions transitoires dont les formes sont données par les figures IV.32 et IV.33. Le problème est résolu suivant les étapes données par l'organigramme de couplage alterné montré par la Figure IV.35 :

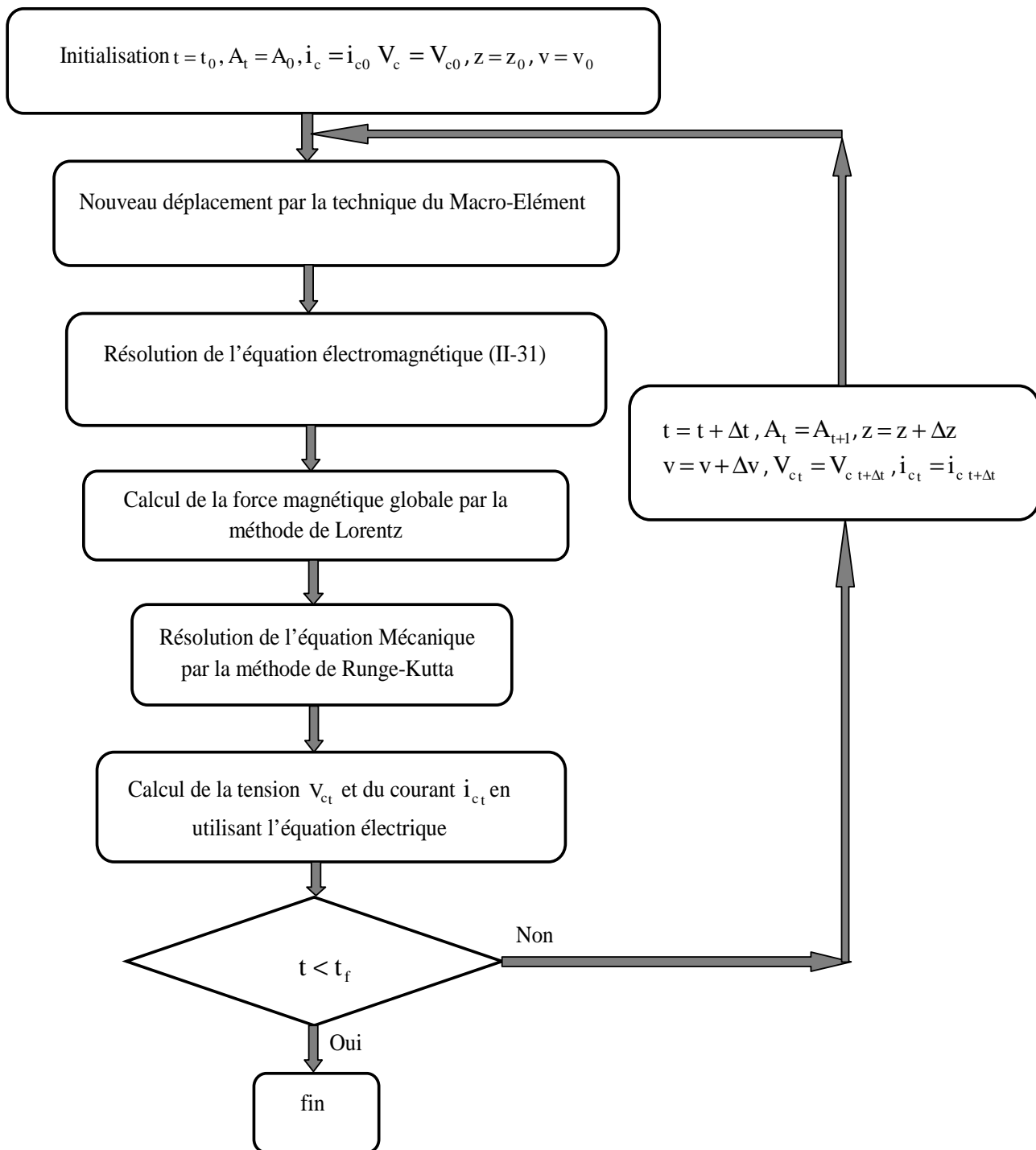


Figure IV.35. Organigramme de couplage électromagnétique-mécanique alterné de résolution Pour l'étude du lanceur électromagnétique

La Figure.IV.36 montre les lignes de champ dans le lanceur électromagnétique à $t=1.1\text{ms}$.

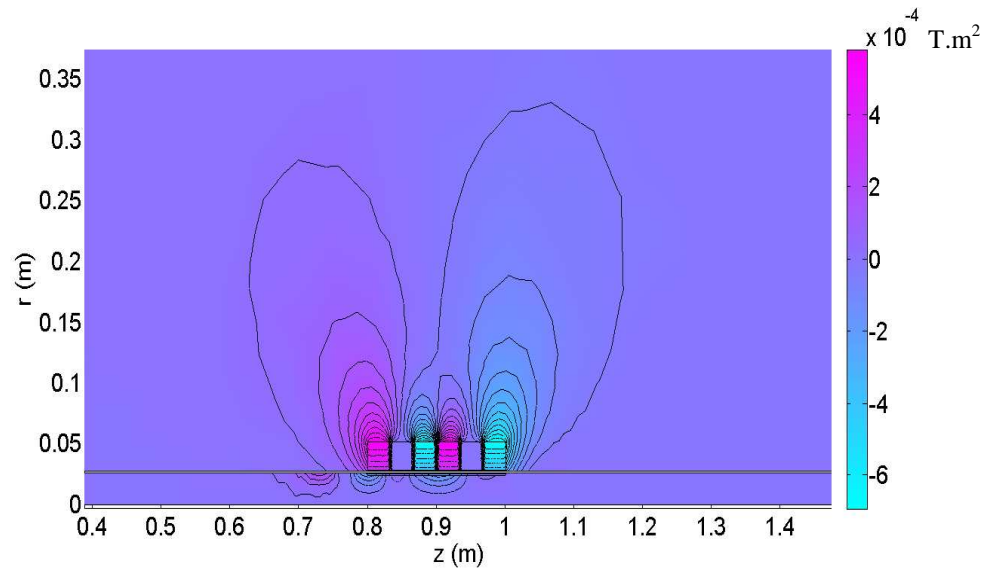
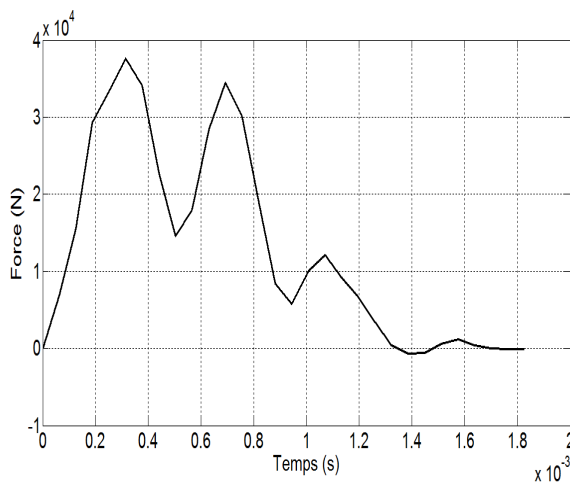
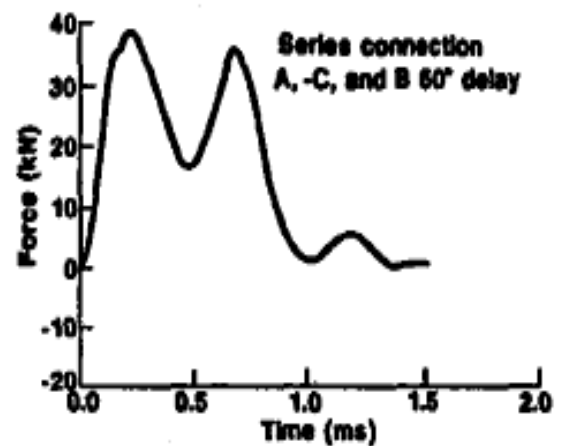


Figure IV.36. Ligne de champ dans le lanceur électromagnétique à $t=1.1\text{ms}$

Afin de valider le programme de calcul développé, nous avons comparé la force magnétique calculée donnée par la Figure IV.37(a) à celle fournie par [27] qui est donnée par la Figure IV.37(b). Nous remarquons que les deux allures sont similaires. La force magnétique calculée est évaluée dans le projectile, sa valeur maximale est environ $3.8 \cdot 10^4 \text{ N}$. L'importance de cette valeur est due principalement à l'importance des courants de décharge alimentant les trois phases constituant les bobines inductrices du lanceur.



(a)



(b)

Figure IV.37. Force magnétique générée par le lanceur électromagnétique

(a)- Force magnétique calculée

(b)- Force magnétique fournie par [27]

La Figure IV.38 montre l'allure de la vitesse de propulsion du projectile calculée. Nous constatons qu'au démarrage du projectile, l'allure de la vitesse est presque linéaire, jusqu'à environ 1.2 ms où apparaît un palier, dans cet intervalle la vitesse de propulsion est constante, ce qui correspond à la sortie du projectile de l'intérieur des bobines inductrices. La valeur finale de la vitesse est de 175.2 m/s, cette valeur est proche de celle fournie par [27], [32] qui est de 173 m/s.

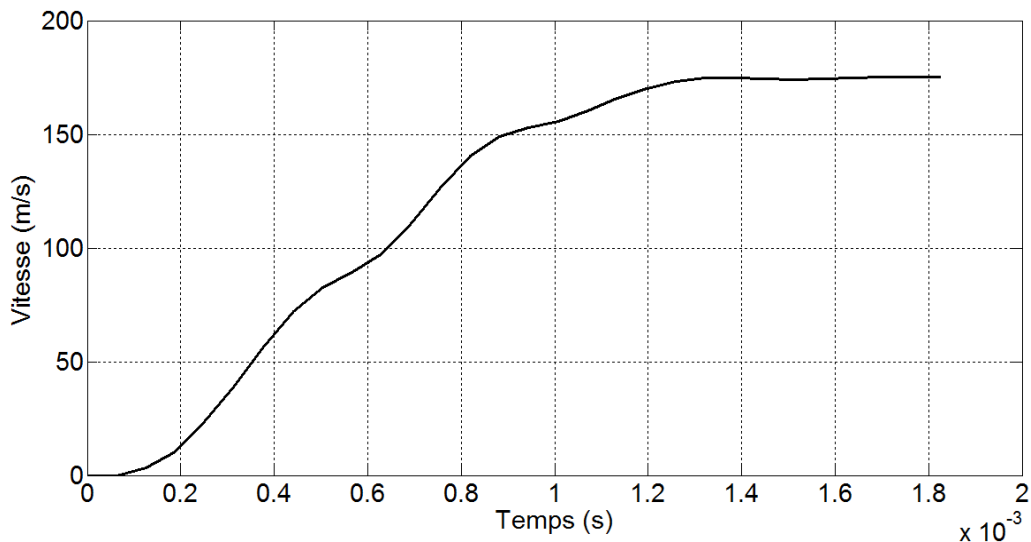


Figure IV.38. Vitesse de propulsion du projectile du lanceur

La Figure IV.39 présente l'allure du déplacement du projectile calculée. Nous constatons qu'au démarrage du projectile, l'allure du déplacement présente un léger trainage jusqu'à l'instant de 0.4 ms où le projectile se déplace d'une manière quasi linéaire jusqu'au déplacement final.

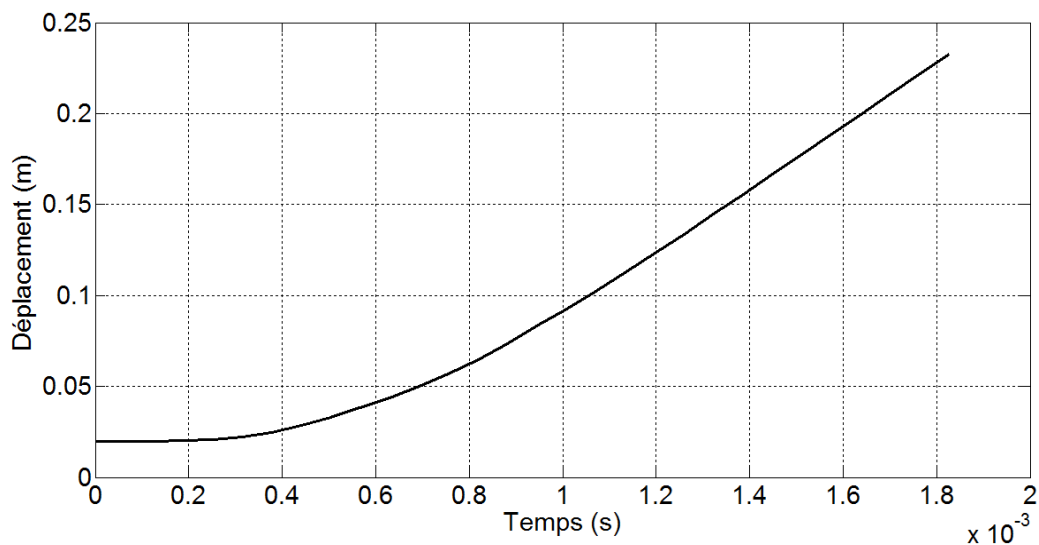


Figure IV.39. Déplacement en fonction du temps du projectile du lanceur

La Figure IV.40. illustre l'allure du courant induit dans le projectile. L'importance de ce courant est due à la nature de l'alimentation du lanceur électromagnétique.

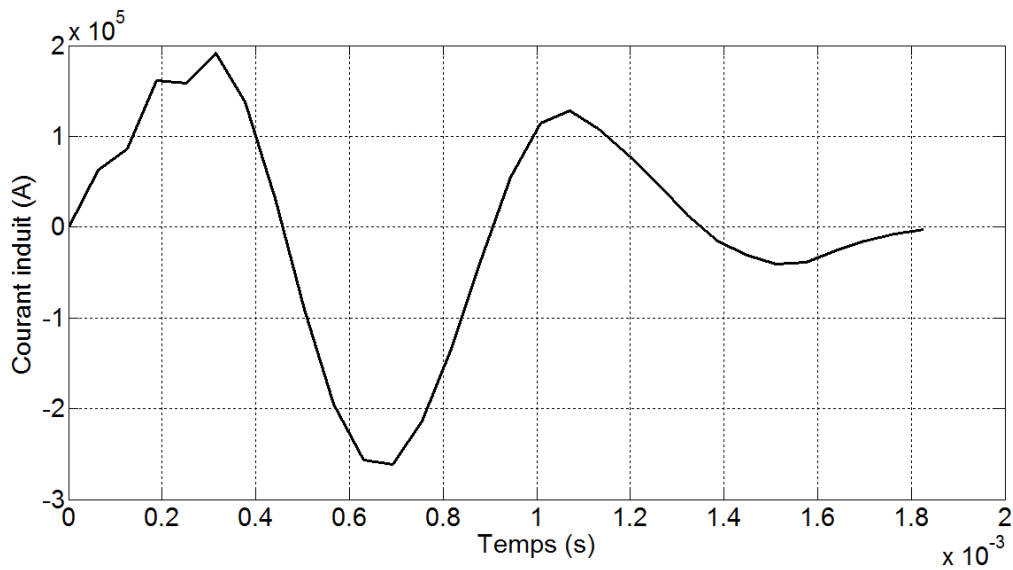


Figure IV.40. Courant induit en fonction du temps dans le projectile du lanceur

IV.10. Etude de l'influence de la position initiale du projectile

Dans ce qui suit, nous nous intéressons à l'influence de la position initiale du projectile sur les différentes grandeurs globales à savoir la force magnétique, le déplacement et principalement la vitesse de propulsion du projectile. La Figure IV.41 montre l'allure de la force magnétique en fonction du temps pour différentes valeurs de la position initiale du projectile. Nous constatons que la force est importante pour la position initiale relative à $z = -0.02\text{m}$ et diminue à chaque fois que la position initiale du projectile augmente.

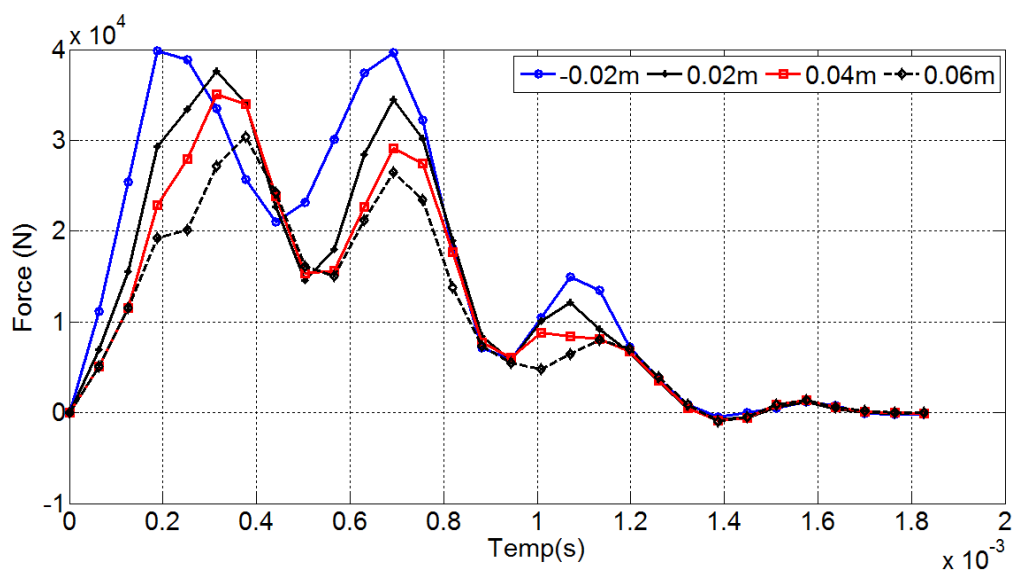


Figure IV.41. Force magnétique en fonction du temps pour différentes positions initiales

Les Figure IV.42 et Figure IV.43 illustrent respectivement les allures de la vitesse de propulsion et du déplacement du projectile en fonction du temps pour différentes valeurs de la position initiale du projectile. En examinant les allures de la vitesse et le Tableau IV.7 donnant la comparaison des valeurs finales de la vitesse en fonction de la position initiale du projectile, nous constatons que la vitesse de propulsion dépend fortement de la position initiale, elle est importante pour $z=-0.02\text{m}$, cela est du principalement à la durée d'accélération du projectile qui est importante pour cette position. A chaque fois que la position initiale du projectile augmente, la vitesse finale diminue comme l'indique le Tableau IV.7 car la force de poussée diminue.

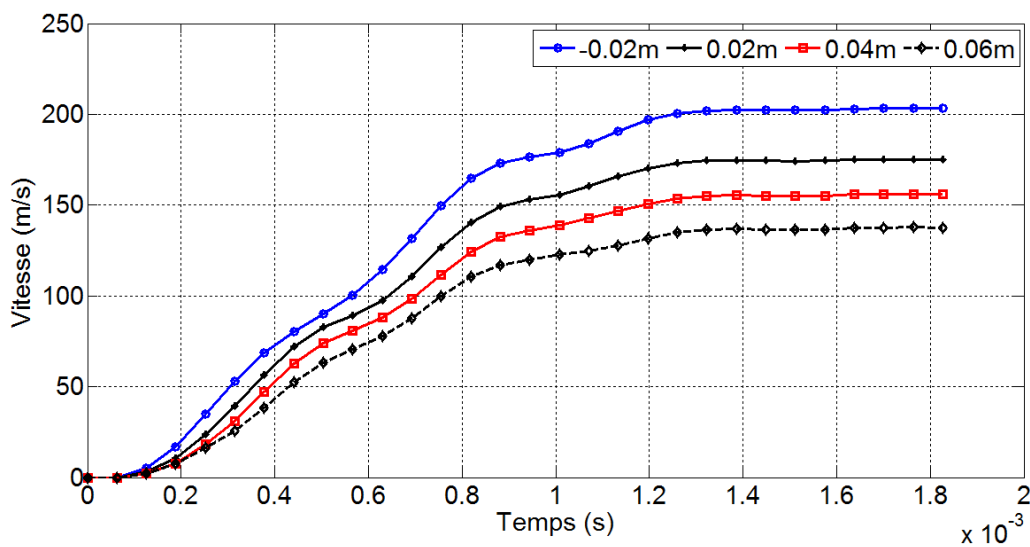


Figure IV.42. Vitesse de propulsion en fonction du temps du pour différentes positions initiales

Le tableau ci-dessous résume les valeurs de la vitesse finale de propulsion du projectile obtenues pour les valeurs de la position initiale considérée.

Tableau IV.7. Comparaison des vitesses en fonction de la position initiale du projectile

Position initiale du projectile (m)	-0.02	0.02	0.04	0.06
Vitesse de propulsion (m/s)	203.31	157.2	156.12	137.69

Les allures du déplacement de la Figure IV.43 montrent que le projectile démarre à partir de différentes positions initiales, il atteint la même position finale mais à des vitesses différentes.

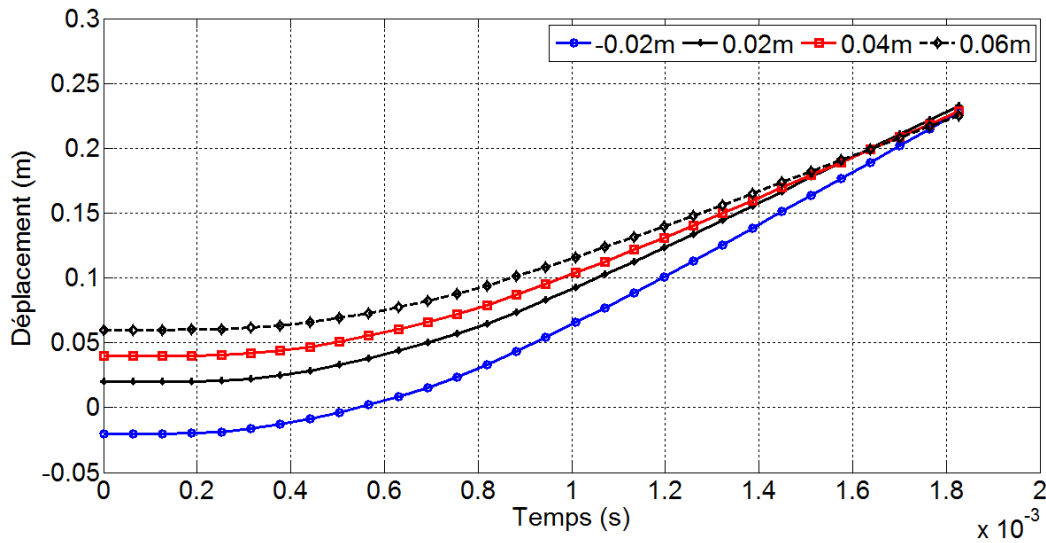


Figure IV.43. Déplacement en fonction du temps pour différentes positions initiales

La Figure IV.44 représente l'allure des courants induits en fonction du temps dans le projectile pour différentes positions initiales. Il ressort de cette figure que le courant est important pour la valeur de la position initiale de -0.02 m. Cette importante valeur par rapport aux autres, s'explique par le fait que le projectile est soumis à la variation du champ électromagnétique de toutes les bobines inductrices, ce qui n'est pas le cas pour la position initiale de 0.06m.

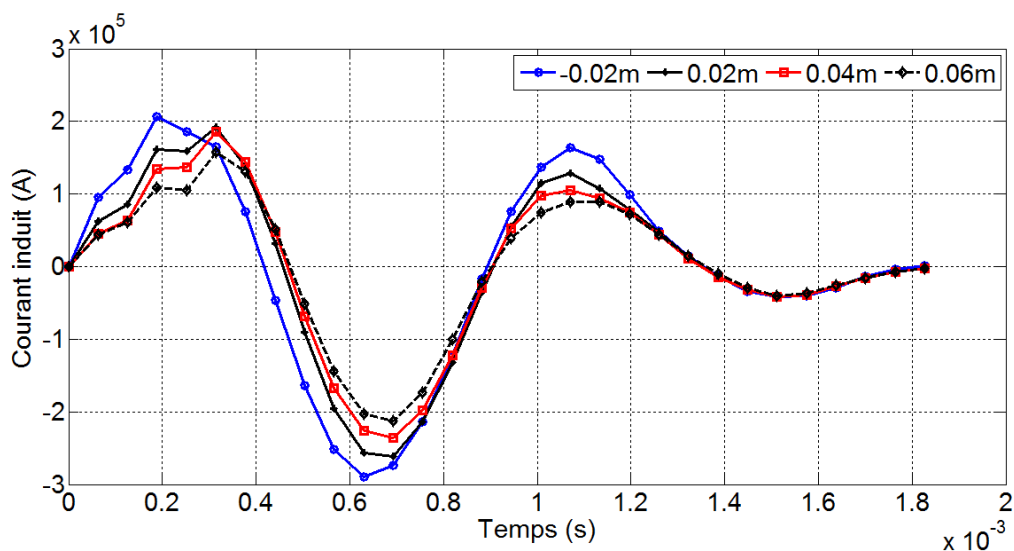


Figure IV.44. Courant induit en fonction du temps pour différentes positions initiales

IV.11. Etude de l'influence de la tension initiale de décharge du condensateur

Dans cette partie, nous allons mettre en évidence l'influence de la tension initiale de décharge des condensateurs sur les différentes grandeurs à savoir la force magnétique de poussée, le déplacement et principalement la vitesse de propulsion du projectile. Les Figures IV.45, IV.46 et IV.47 montrent respectivement l'influence de la tension sur la force magnétique temporelle, la vitesse temporelle et le déplacement temporel. Nous remarquons en visualisant ces figures que la tension influe énormément sur la force magnétique, la vitesse, et le déplacement.

Le Tableau IV.8 montre clairement l'importance de l'influence de la tension sur la vitesse de propulsion du projectile. Nous remarquons que la vitesse finale la plus importante correspond à la tension de charge la plus importante en l'occurrence 254.93 m/s pour une tension de 5500V. On peut dire que pour avoir des vitesses importantes il est intéressant de pouvoir utiliser des tensions importantes donc des courants de décharge importants. Il est à signaler aussi la nécessité d'utiliser des bobines supportant ces forts courants.

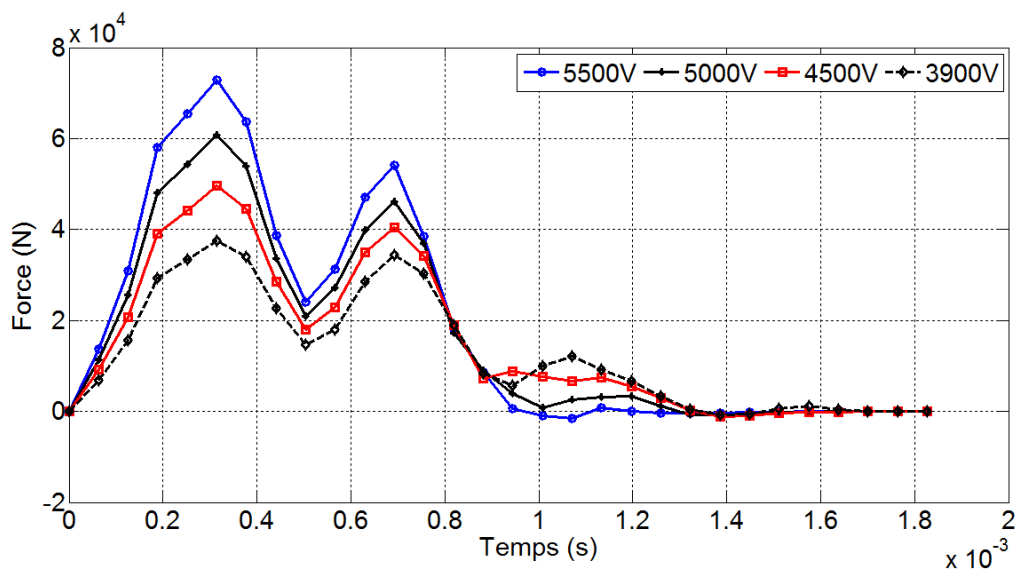


Figure IV.45. Force magnétique en fonction du temps pour différentes tensions initiales de décharge

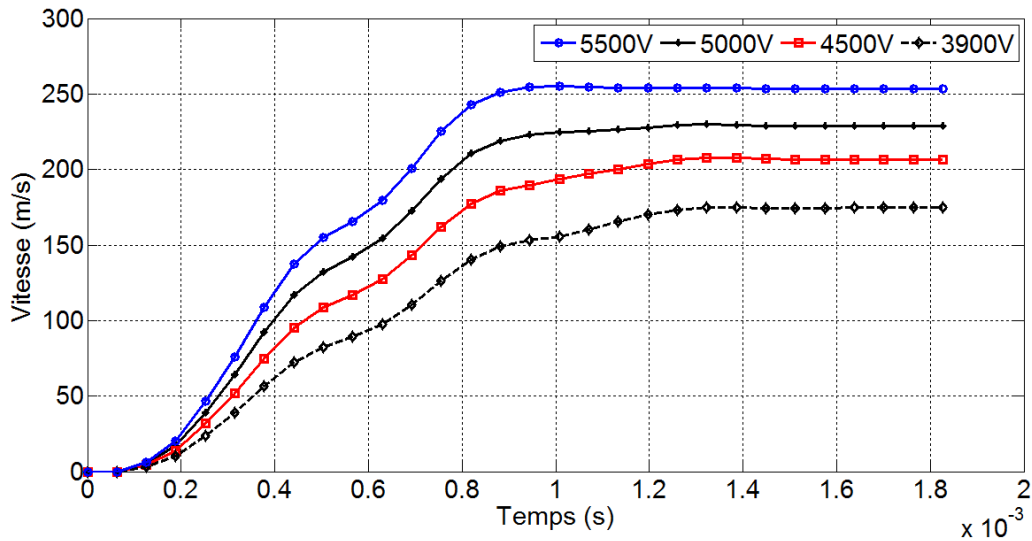


Figure IV.46. Vitesse en fonction du temps pour différentes tensions initiales de décharge

Le Tableau IV.8 résume les valeurs de la vitesse finale de propulsion du projectile obtenues pour les différentes valeurs de la tension initiale de décharge.

Tableau IV.8. Comparaison des vitesses en fonction de la tension d'alimentation

Tension d'alimentation (V)	5500	5000	4500	3900
Vitesse de propulsion (m/s)	254.93	229.76	207.72	175.2

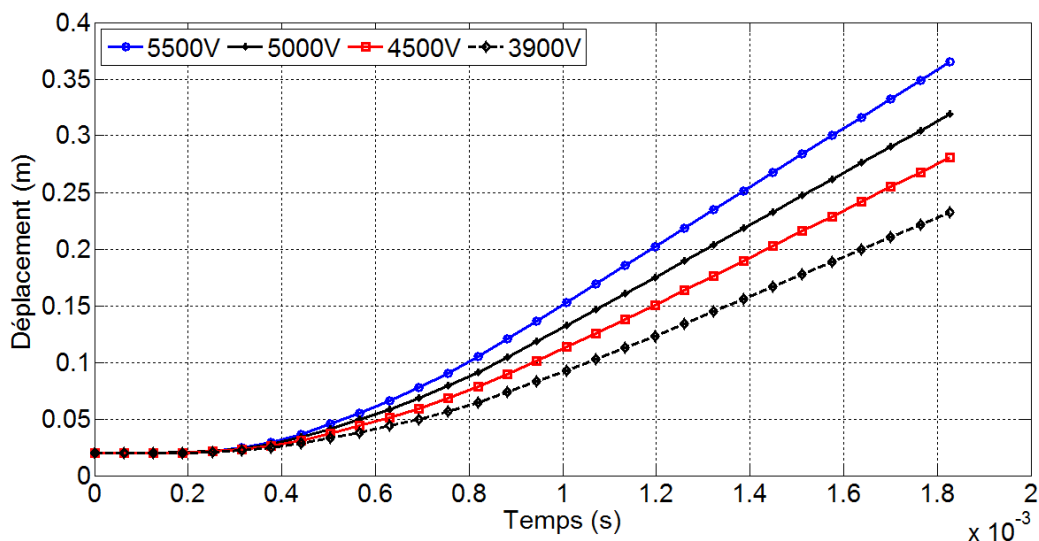


Figure IV.47. Déplacement en fonction du temps pour différentes tensions initiales de décharge

La Figure IV.48 montre la vitesse de propulsion calculée en fonction du déplacement pour différentes tensions initiale de décharge. La Figure IV.49 présente la vitesse en fonction du

déplacement fournie par [32] pour les mêmes tensions appliquées. Nous constatons que les résultats de la vitesse calculée arrivent à reproduire les résultats fournis par [32] ce qui nous permet une validation des résultats obtenus par notre modèle. Nous remarquons que pour la vitesse calculée correspondant à la tension de 5500V est légèrement supérieure à celle de [32].

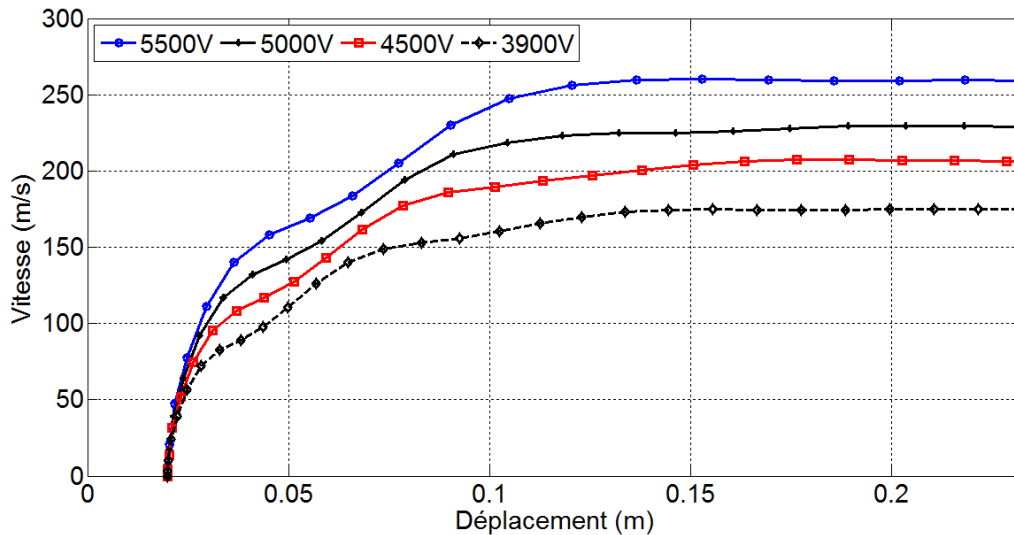


Figure IV.48. Vitesses en fonction du déplacement pour différentes tensions initiales de décharge.

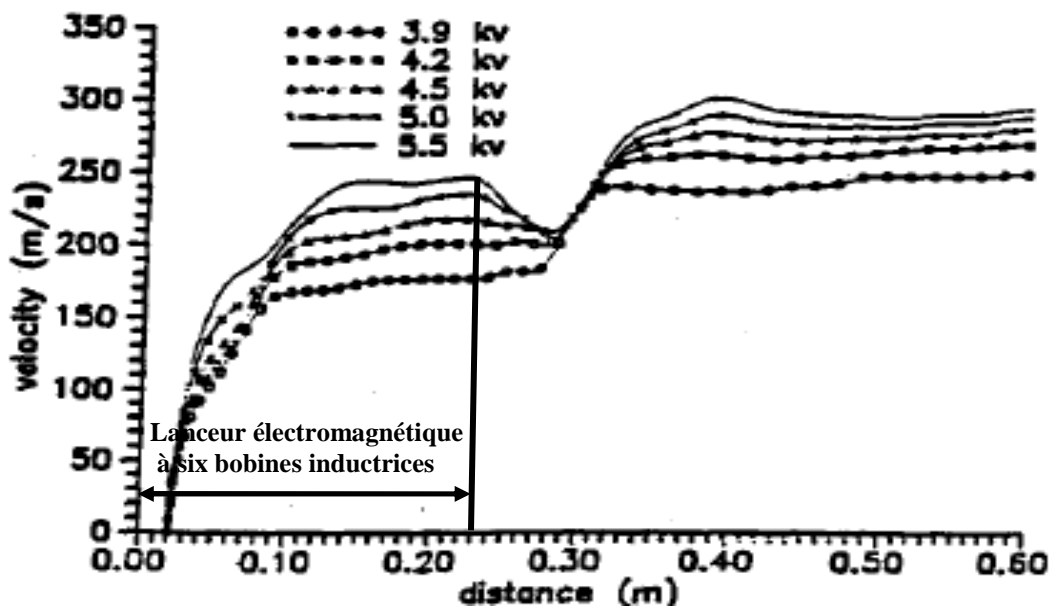


Figure IV.49. Vitesses en fonction du déplacement pour différentes tensions initiales de décharge fournies par [32]

IV.12. Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à l'application des modèles de couplage électromagnétique et mécanique développés pour l'étude du comportement dynamique des dispositifs électromagnétiques tubulaires linéaires de position et/ou de vitesse. Ce chapitre est abordé à travers deux étapes, la première étape est consacrée à l'analyse du comportement dynamique d'un moteur linéaire tubulaire à réluctance variable pas à pas, en évaluant principalement le déplacement temporel et la force magnétique temporelle ainsi que la vitesse. Dans cette application plusieurs phénomènes sont présentés à savoir le phénomène de saturation donc la prise en compte des non-linéarités à laquelle s'ajoute la faible épaisseur de l'entrefer qui influe sur la prise en compte du mouvement et l'évaluation de la force magnétique par la méthode du tenseur de Maxwell, d'où le choix avantageux de la technique du Macro-Elément pour la simulation du mouvement et le calcul de la force magnétique. Les résultats obtenus sont globalement satisfaisants en comparaison avec les résultats expérimentaux et théoriques fournis particulièrement pour le terme déplacement [2]. Une structure composée du moteur pas à pas initial auquel nous avons ajouté des aimants permanents de type NdFeB au niveau du stator a été étudiée et les résultats obtenus ont montré que la force magnétique de démarrage a été augmentée comme prévue grâce à l'augmentation du champ magnétique d'excitation due à l'aimant permanent, tout en gardant le déplacement final proche du pas élémentaire. L'augmentation du coefficient de viscosité a eu l'effet de diminuer les oscillations. Ces phénomènes que nous avons étudiés, à savoir l'influence de l'effet des aimants permanents ainsi que l'effet du coefficient de viscosité ont été vérifiés et pris en charge par notre programme de calcul et les résultats concordent bien avec les résultats théoriques attendus. Il est à signaler que les résultats concernant le déplacement temporel, la force magnétique, ainsi que la vitesse sont obtenus pour un fonctionnement du moteur en boucle ouverte.

La deuxième application représente un lanceur électromagnétique tubulaire à induction, constitué de six bobines formant trois phases, auquel nous avons appliqué le second modèle pour analyser son comportement dynamique. Les bobines inductrices sont alimentées par des courants de décharge créés par un banc de condensateurs. Le problème a été étudié en régime transitoire et en présence de courants induits dans la partie mobile. Les résultats obtenus sont principalement la vitesse de propulsion ainsi que la force magnétique de poussée. La confrontation des résultats obtenus à travers l'application de notre modèle a été effectuée en

comparant la force magnétique calculée et la vitesse finale à celles fournies par la littérature [27], [32] où une concordance acceptable a été constatée.

L'application des modèles développés nous a permis d'aboutir à des résultats satisfaisants qui ont été validés par des résultats fournis par la littérature. L'influence de certains paramètres a été mise en évidence en comparant les résultats obtenus à ceux attendus théoriquement. Ces modèles peuvent être appliqués à d'autres dispositifs qui présentent des géométries axisymétriques, le phénomène de saturation, les faibles entrefers, la présence d'aimants permanents ainsi que des courants induits.

Conclusion générale

Ce travail représente une contribution à la modélisation des phénomènes électromagnétiques et mécaniques dans les structures linéaires tubulaires. Nous nous sommes intéressés principalement au développement de modèles de couplage de ces phénomènes pour étudier le comportement dynamique des dispositifs électromagnétiques linéaires tubulaires de position et/ou de vitesse. L'étude du comportement dynamique se traduit particulièrement par l'évaluation de différentes grandeurs telles que les forces magnétiques générées, les déplacements et les vitesses. Cette modélisation s'appuie sur des équations électromagnétiques issues des équations de Maxwell et des relations du milieu ainsi que sur l'équation fondamentale de la mécanique.

Nous avons rappelé les principaux modèles mathématiques régissant les dispositifs électromagnétiques suscités. Ces modèles sont représentés par des équations aux dérivées partielles et cela dans le cas particulier des géométries axisymétriques en deux dimensions avec prise en compte de certains phénomènes tels que la saturation et les courants induits, et dans certains cas en présence d'aimants permanents. L'équation mécanique, déduite du principe fondamental de la dynamique, caractérisant les systèmes ayant un mouvement linéaire a été aussi présentée. La méthode numérique des éléments finis utilisée pour la résolution des équations aux dérivées partielles a été exposée.

Nous avons décrit aussi les différentes méthodes de calcul et d'évaluation des forces magnétiques, adaptées aux dispositifs étudiés. Nous avons opté pour l'application de la méthode du tenseur de Maxwell pour évaluer la force magnétique dans les dispositifs présentant des matériaux ferromagnétiques. La seconde méthode utilisée est la méthode de Lorentz, celle-ci est appliquée pour les dispositifs composés de matériaux purement conducteurs. Ces méthodes présentent une certaine simplicité d'implémentation sous environnement Matlab.

La prise en compte du mouvement est une autre préoccupation importante dans l'étude de ce type de dispositifs. Dans le cadre de notre travail, nous avons proposé la technique du Macro-Élément pour sa précision et son adaptation aux types de dispositifs étudiés, particulièrement ceux où le paramètre position est important et ceux dont l'épaisseur de l'entrefer est très faible. C'est le cas dans l'une de nos applications. Cette technique a été exposée d'une manière plus au moins détaillée. Elle prend en compte avec une bonne précision des déplacements variables d'un pas à un autre ainsi que l'évaluation de la force magnétique.

Nous avons exposé ensuite, les étapes de la discrétisation des équations aux dérivées partielles régissant nos systèmes par la méthode des éléments finis afin d'aboutir à des systèmes matriciels simples à résoudre et à implémenter sous environnement Matlab. Deux équations électromagnétiques ont été discrétisées, la première équation tient compte du phénomène de la saturation, cette dernière est non linéaire, le système algébrique doit être rendu linéaire en utilisant la méthode de Newton-Raphson. Cette équation comporte aussi des expressions régissant les aimants permanents. Le système algébrique que nous avons obtenu est complexe. La seconde équation considérée tient compte d'une source d'alimentation transitoire ainsi que

des courants induits dans les parties en mouvement. Dans ce cas nous avons abouti à un système algébrique moins complexe comparativement au premier. Les expressions des forces magnétiques représentant la méthode du tenseur de Maxwell ainsi que la méthode de Lorentz ont été discrétisées en utilisant la méthode des éléments finis. L'équation mécanique est discrétisée à travers son terme temporel en utilisant la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4.

Enfin la dernière partie de notre travail a été consacrée à l'application des modèles développés aux dispositifs réels ainsi qu'à leur validation. Le premier modèle est appliqué aux dispositifs de position, en l'occurrence un moteur linéaire tubulaire pas à pas à réluctance variable. Ce dernier est régi par des phénomènes non-linéaires qui se traduisent par la saturation des matériaux ferromagnétiques le constituant et en absence des courants induits. Nous avons étudié et analysé le comportement dynamique de ce moteur en évaluant le déplacement temporel de la partie mobile ainsi que sa vitesse et aussi l'évaluation de la force magnétique temporelle. Nous avons validé notre modèle en confrontant le déplacement calculé avec celui fourni dans [2] où une bonne concordance est remarquée. Les résultats obtenus correspondent à un fonctionnement en boucle ouverte. Une autre structure a été proposée, il s'agit du moteur initial auquel nous avons ajouté des aimants permanents afin d'améliorer la force magnétique de démarrage. En comparant les résultats obtenus, nous avons remarqué que la force magnétique de démarrage a été augmentée grâce à l'augmentation du champ magnétique créé par l'aimant. Nous avons, dans une autre étape, étudié l'influence du coefficient de viscosité où nous avons constaté que les résultats obtenus après application de notre modèle de calcul concordent bien avec la théorie, ce qui nous a permis de valider notre modèle dans toutes les situations envisagées.

Le second modèle développé est appliqué aux dispositifs électromagnétiques représentant des lanceurs linéaires tubulaires à induction où la vitesse est le paramètre le plus important. Dans ces derniers, les courants induits sont présents et la saturation n'est pas prise en compte car les matériaux les constituants sont purement conducteurs. Le lanceur est alimenté par un courant transitoire généré par un banc de condensateurs. Les résultats obtenus sont principalement la vitesse de propulsion du projectile, la force magnétique de propulsion, le déplacement, ainsi que les courants induits dans le projectile. La validation dans ce cas, est effectuée en comparant la force magnétique de poussée temporelle et la vitesse de propulsion finale calculées à celles fournies par la littérature [27], [32]. Nous avons constaté une bonne concordance. Dans cette partie de l'étude, nous avons également étudié l'influence de quelques paramètres sur les grandeurs globales à savoir l'influence de la position initiale du projectile ainsi que la tension de décharge. Il nous est apparu à travers les résultats obtenus, que ces paramètres ont été pris en charge d'une manière correcte par le modèle numérique de calcul développé car les résultats obtenus concordent avec ceux attendus théoriquement.

La prise en charge par les modèles développés de certains paramètres a été mise en évidence en comparant les résultats obtenus à ceux attendus théoriquement. Cela nous a permis de valider les deux modèles qui peuvent être utilisés et généralisés pour d'autres applications d'électrotechnique présentant des géométries axisymétriques caractérisées par le phénomène de saturation, l'existence de faibles entrefers, la présence d'aimants permanents ainsi que les

courants induits. Ces phénomènes complexes sont des facteurs importants à prendre en considération.

Comme perspective, dans le cas des moteurs linéaires tubulaires pas à pas, il est intéressant de déterminer certains paramètres comme l'inductance magnétique en fonction du déplacement de la partie mobile, pour éventuellement l'utiliser dans le but d'étudier la commande de ce moteur en boucle fermée. L'optimisation en fonction de plusieurs paramètres afin de maximiser la force magnétique et aussi un des points intéressants à insérer dans les programmes de recherches futures.

Dans le cas du lanceur électromagnétique tubulaire linéaire à induction, il est intéressant d'étudier l'effet de l'inclinaison et la déformation dues aux forces agissant sur le projectile, et le phénomène thermique dû aux courants induits générés.

Bibliographie

- [1] Wadhah Missaoui, Lilia EL Amraoui, Frederic Gillon, Mohamed Benrejeb and Pascal Brochet, “*Performance Comparison of Three and Four-Phase Linear Tubular Stepping Motors*”, in Proc. ICEM06 , Greece , paper No.467, 2006.
- [2] Lilia EL Amraoui, “*Conception Electromécanique d’une Gamme d’actionneurs Linéaires Tubulaires à réluctance variable*”, Thèse de Doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille, France 2002.
- [3] L. EL Amraoui, F.Gillon, S.Vivier, P.Brochet, and M. Benrejeb, “*Optimal design approach for tubular linear machines*”, IEEE SMC02. IEEE International conference and Man Cybernetic Hammamet, Tunisia, 2002.
- [4] L. EL Amraoui, F.Gillon, S.Vivier, P.Brochet, and M. Benrejeb, “*Robust Electromagnetic Optimisation of Linear Tubular Actuators*”, IEEE Transactions On Magnetics, Vol.40, No.2, 1192–1195 March 2004.
- [5] L. EL Amraoui Ouni, F. Gillon, P. Brochet, M. Benrejeb, “*Use of Inverse models built for accurate micro stepping of linear switched reluctance step actuators*”, IMACS Multi-conference on Computational Engineering in Systems Applications (CESA), 424-430, October 4-6, Beijing, China 2006.
- [6] B.A. Abdessattar, “*Experimental identification of a linear tubular four phase stepping motor*”, IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, 4 pp. vol.5, 6-9 October 2002, Tunis, Tunisia.
- [7] A.K.Daud, R. Hanitsch “*Linear stepping motor (LSM) with reduced force ripple*”, SPEEDAM Capri, Italy, pp.870-874, 16-18 June, 2004.
- [8] J. Corda and J.K. Al-Tayie, “*Enhanced performance variable-reluctance transducer for linear-position sensing*”, IEE Proc. Electrical Power Appl., Vol. 150, No.5, pp.623-628, September 2003
- [9] S. H. Khan, A. A. Ivanovo, “*Finite element modeling of magnetic fields and calculation of static characteristics of linear step motors for control rod drives of nuclear reactors*”, Second International Conference on Computation in Electromagnetics, London U.K,1994.
- [10] Sanowar H. Khan, Anatoly A. Ivanov, “*Modelling and Computation of Nonlinear Magnetic Fields in Linear Step Motors by Finite Element Method*”, IEEE Transactions On Magnetics, Vol. 30, no. 6, pp. 4293- 4295, November 1994.
- [11] D. Casadei, C. Rossi, G. Serra and A. Tani, “*Optimal design of a tubular hybrid stepping motor under volumetric constraints*”, SPEEDAM Capri, Italy, pp.857-853, 16-18 June, 2004
- [12] Jul-Ki Seok, Tai-Sik Hwang, and Dong-Hun Kim, “*Initial Position Estimation for Closed-Loop Linear Hybrid Stepping Motor Drives Using DC Excitation*”, IEEE Transactions On Magnetics, Vol.42, No.8, pp. 2071–2076, September 2006.

-
- [13] Tai-Sik Hwang, and Jul-Ki Seok , “*Observer-Based Ripple Force Compensation for Linear Hybrid Stepping Motor Drives*”, IEEE Trans. Ind. Electronics., Vol. 54, No.5, 2417–2424, October 2007.
- [14] Hu Zhijie, Bo Qinhuo; Xiong Guangyu, “*Simulation of dynamics of hybrid Linear Stepping motor*”, ICEMS 2001, Proceedings of the Fifth International Conference on Electrical Machines and Systems vol.1, 2001, pp.456 - 458 , 18 -20 August 2001, Shenyang , China .
- [45] R. Wang, J. Gieras, M. Wing, “*Electromagnetic field distribution in a hybrid permanent magnet linear stepping motor*”, 4th IEEE AFRICON, Vol. , 1 pp.200 – 205, 24-27 September 1996.
- [16] Feng-Chieh Lin , Sheng-Ming Yang, “*Two-phase linear stepping motor control with three-leg vsi and on-line dead-time compensation*”, Journal of the Chinese Institute of Engineers, Vol. 28, No. 6, pp. 967-975 (2005).
- [17] T. Yokozuka, E. Baba, “*Force-displacement characteristics of linear stepping motors*”, IEE proceedings-B, vol. 139, no.1, pp. 37-43 January 1992.
- [18] Tai-Sik Hwang, Jul-Ki Seok, and Dong-Hun Kim, “*Active Damping Control of Linear Hybrid Stepping Motor for Cogging Force Compensation*”, IEEE Transactions On Magnetics, Vol. 42, No.2, 2417–2424, February 2006.
- [19] Bronisław Tomczuk, Andrzej Waindok, “*A coupled field-circuit model of a 5-phase permanent magnet tubular linear motor*”, Archives of Electrical Engineering, Vol. 60(1), pp. 5-14, 2011.
- [20] Dan-Cristian POPA, Vasile IANCU, Ioan-Adrian VIOREL, Loránd SZABÓ, “*On the design of the modular linear transverse flux reluctance motors*”, 6th international conference on electromechanical and power systems, October 4-6, 2007, Moldova
- [21] R. Gehrking, S. Demmig, B. Ponnick, M. Feldmann, S. Buttgenbach , “*A Micro Linear Motor with Integrated Passive Magnetic Guidance*”, 32nd Annual Conference on IEEE Industrial Electronics, IECON 2006 , pp.1245 - 1250 6-10 November. 2006, Paris, France.
- [22] Loránd SZABÓ, Ioan-Adrian VIOREL, Imre Szepi, “*FEM Analysis of Three-Phases Modular Doubly Salient Linear Motor*”, Workshop on Variable Reluctance Electrical Machines, Technical University of Cluj-Napoca, 17th September 2002.
- [23] Théodore Wildi, Gilbert Sybille, “*Electrotechnique*”, 4^{ème} Edition, Edition De Boeck et Larcier, 2005.
- [24] Olivier Liebfried, “*The Investigation of electromagnetic processes launchers using colossal magnetoresistance sensors*”, Thèse de Doctorat, Vilnius Gediminas Technical University, State Research Institute, Center for Physical Sciences and Technology, 2011.

-
- [25] H.D.Fair “*Advances in electromagnetic launch science and technology and its applications*”, IEEE Transactions on Magnetics. 2009, Vol. 45, No.1, pp. 225–230.
- [26] J. L. He, z. Zabar, E. Levi , L. Birenbaum “*Transient Analysis of Multisession Induction-Type Coil-Launchers*”, 7th Pulsed Power Conference , pp. 140 – 143.
- [27] Z.Zabar, X.N.Lu, E.Levi, L.Birenbaum, and J. creedon , “*Experimental Result and Performance Analysis of 500 m/s Linear Induction Launcher (LIL)*” , IEEE Transactions On Magnetics, Vol.31, No 1, pp. 522-527 January 1995.
- [28] Z..Zabar, X.N.Lu, J.L.He, L. Birenbaum, L. Lovi, S.B.Kuznetsov, M.D Nathemow, “*Test results for three prototype Models of a Linear Induction Launcher*”, IEEE Transaction on Magnetics, vol.27 No1, pp 558-562 January 1991.
- [29] X.N.Lu, Z. Zabar, E.Levi, and L. Birenbaum, “*Transition Between two sections in a Linear Induction Launcher (LIL)* ”, IEEE Transactions On Magnetics, Vol.31, No 1, pp. 491-498 January 1995.
- [30] M.Jarnieux, D.Grenier, G. Reyne, G.Meunier, “*F.E.M Computation of Eddy Current and Forces in Moving Systems Application to Linear Induction Launcher*”, IEEE Transactions On Magnetics, Vol.29, No2, pp. 1989-1992, March 1993.
- [31] X.N. Lu, E. Levi , Z . Zabar and L. Birenbaum, “*Behavior of Azimuthal Currents induced in the Projectile of the Linear Induction Launcher [LIL]* ”, IEEE Transactions On Magnetics, Vol.29, No1, pp. 696-700, March 1993.
- [32] Z. Zabar, X.N. Lu, L. Birenbaum, E. Levi and J.L. He, “*A 500 m/s Linear Induction Launcher*” proc. IEEE 8th Pulsed Power Cod., San Diego, CA; June 17-19,1991.
- [33] Z. Zabar, X.N. Lu, J.L. He, L. Birenbaum, E. Levi, S. Kuznetsov and M. D. Nahemow, “*Test Results for Three Prototype Models of a Linear Induction Launcher*”, IEEE Transactions On Magnetics, Vol. 27, No. 1, pp. 558-562, Jan.1991.
- [34] J. L. He, Z. Zabar, E. Levi and L. Birenbaum, “*Transient Performance of Linear Induction Launchers fed by Generators and by Capacitor Banks*”, IEEE Transactions On Magnetics, Vol. 27, No. 1, pp. 585-590, January 1991
- [35] J. L. He, E. Levi, Z. Zabar, L. Birenbaum, “*Concerning the Design of Capacitively-driven Induction Coil-Guns*”, IEEE Transactions On Plasma Science, Vol. 17, No. 3, June 1989.
- [36] J. L. He, E. Levi, Z. Zabar, and L. Birenbaum, “*Equivalent circuits and parameters for induction-type electromagnetic launchers* IEEE Transactions On Magnetics, Vol. 29, no.1, pp. 667–674, Jan. 1993.
- [37] A. Balikci, Z. Zabar, L. Birenbaum, and D. Czarkowski, “*Improved Performance of Linear Induction Launchers*”, IEEE Transactions On Magnetics, Vol. 41, no. 1, pp. 171–174, Jan. 2005.

-
- [38] David G. Elliott, “*Traveling-wave induction launchers*”, IEEE Transactions On Magnetics, Vol. 25, No.1, pp. 159–162, Jan. 1989.
- [39] Sami Barmada, Antonino Musolino, Marco Raugi, and Rocco Rizzo, “*Analysis of the Performance of a Multi-Stage Pulsed Linear Induction Launcher*”, IEEE Transactions On Magnetics, Vol. 37, No. 1, pp. 111–115, Jan. 2001.
- [40] J. L. He, E. Levi, Z. Zabbar, “L. Birenbaum and Y. Naot, “*Analysis of Induction-Type Coilgun Performance Based on Cylindrical Current Sheet Model*” , IEEE Transactions On Magnetics, Vol. 27, No. 1, pp 579-584, January 1991.
- [41] M.M. Widner, “*A Numerical Simulation Model for the Cylindrical Reconnection Launcher*”, IEEE Transactions On Magnetics, Vol. 27, No.1, pp 634-638, January 1991.
- [42] M.Jarnieux, “*Modélisation de lanceurs électromagnétiques par la méthode des éléments finis*” Thèse de Doctorat de l’INP Grenoble, France, 1994.
- [43] S. Aksoy M. Faruk Yavuz A. Balikci “*Transient modelling of a linear induction launcher-type coil gun with two-dimensional cylindrical finite-difference time domain method*”, IET Electric Power Applications, Vol.5, No.1, pp. 153–158, 2011.
- [44] Thomas Henneron, “*Contribution à la prise en compte des Grandeurs Globales dans les Problèmes d’Electromagnétisme résolu avec la Méthode des Eléments Finis*”, Thèse de Doctorat, Université de Lille I, Décembre 2004.
- [45] E. Durand, “*Magnétostatique*”, Edition Masson et Cie, 1968.
- [46] F. Fournet, “*Electromagnétisme à partir des équations locales*”, Edition Masson, 1985.
- [47] G. Dhatt et D.Touzot “*Une présentation de la méthode des éléments finis*”, Edition Maloine, Paris, 1984.
- [48] P. Silvester, R. L. Ferrari, “*Finite element for electrical engineer*”, Cambridge University Press, Second Edition, 1990.
- [49] A.Marroco, “*Analyse Numerique des problèmes d’électrotechnique*”, *Ann.Sc.Math.Québec*, 1977.Vol.1, N°2, pp.217-296.
- [50] R. Lateb, “*Modélisation des machines asynchrones et synchrones à aimants avec prise en compte des harmoniques d’espace et de temps : application à la propulsion marine par POD*” Thèse de Doctorat en Génie Electrique, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2006.
- [51] B. M. Irons, “*A frontal solution program for finite element analysis*”, International Journal for Numerical Methods in Engineering 2, pp. 5-32 (1970).
- [52] M. Benzi “*Preconditioning Techniques for Large Linear Systems: A Survey*”, Journal of Computational Physics N°182 (2002) pp. 418 – 477.

-
- [53] M. Boumahrat et A. Gourdin "*Méthodes numériques appliquées avec nombreux problèmes résolus en Fortran 77*" OPU Editions, Alger, 1993.
- [54] Samuel Chevailler, "*Comparative study and selection criteria of linear motors*", Thèse de Doctorat ès sciences, Ecole polytechnique fédérale de Lausanne, Juillet 2006.
- [55] Ramon Bargallo, "*Finite Elements for electrical engineering*", Electrical Engineering Department, Universitat Politecnica De Cataunya, 2006
- [56] Jeau Louis Coulomb, "*Analyse tridimensionnelle des champs électriques et magnétiques par la méthode des éléments finis*", Thèse de Docteur ès-sciences physiques, Université scientifique médicale, INP Grenoble, 24 Juin 1981.
- [57] N. Sadowski, Y. Lefèvre, M. Lajoie-Mazenc et J.P.A. Bastos, "*Sur le calcul des forces magnétiques*", J. Phys.III, N2, pp 859-870, Mai 1992.
- [58] O. Barre, "*Contribution à l'étude des formulations de calcul de la force magnétique en magnétostatique, approche numérique et validation expérimentale*", Thèse de Doctorat de l'Université et de l'école centrale de Lille. 15 Décembre 2003.
- [59] Kamel Srairi, "*Modélisation d'Actionneurs Electromagnétiques en Régime Transitoire*", Thèse de Doctorat de l'Université de Nantes, 14 Novembre 1996.
- [60] S. J. Salon, "*Finite element analysis of electrical machines*", Kluwer Academic Publishers, 1995.
- [61] Kenji Miyata and Kohji maki, "*Air-gap remeshing technique for Rotating machines in 3D Finite Element Modeling*", Compumag , Sapporo, October 25-28, Japan, 1999.
- [62] M.V. Ferreira da Luz, P. Dular, N. Sadowski, C. Geuzaine, J.P.A. Bastos, "*Analysis of a Permanent magnet generator with Dual Formulation Using Periodicity Conditions and Moving Band*" Compumag , Evian July 2-5 2001, France.
- [63] Igor. Tsukerman, "*Accurate computation of ripple solution on moving finite element meshes*", 6th Biennial IEEE conference on electromagnetic field computation (CEFC), July 5-7, Alpes France, 1994.
- [64] Boualem Benali, "*Contribution à la Modélisation des Systèmes Electrotechniques à l'aide des Formulations en Potentiels : Application a la machine Asynchrone*", Thèse de Doctorat de l'Université des Sciences et Technologie de Lille, 2 Juillet 1997.
- [65] M. Feliachi, "*Contribution au calcul du champ électromagnétique par la méthode des éléments finis en vue d'une modélisation dynamique des machines électriques*" Thèse de Docteur Ingénieur, Conservatoire National des Arts et Métiers (CNAM), Université de Paris VI, Janvier 1981.
- [66] Ki – sik Lee, M. J. De Bortoli, M. J. Lee, S. J. Salon, "*Coupling Finite Elements and Analytical Solution in The Air gap of Electric Machines*" IEEE Transactions On Magnetics, Vol.27, No.5, September 1991.

- [67] H.Mohellebi, M. Feliachi, K. Srairi, “ *Coupled axisymmetric-analytical and finite element analysis for induction device having moving parts*” Compumag, The 11th conference on the computation of electromagnetic fields, Rio de Janeiro, pp 487-488, November 03-06, 1997.
- [68] F. Azzouz, B. Bendjima, M. Féliachi and M.E Latrèche “*Application of the Macro-Element and finite element coupling for the behavior analysis of magnetofforming systems*”, IEEE Transactions On Magnetics, Vol.35, No.3, pp 1845-1848, May 1999.
- [69] H.Mohellebi, M.E.Latrèche, and M.Féliachi, “*Coupled axisymmetric analyticval and finite element analysis of induction devices having moving parts*”, IEEE Transactions On Magnetics, Vol.34, No.5, 3308–3310, September 1998.
- [70] Hassane Mohellebi, “*Elaboration de modèles 2D analytic-numériques pour l’étude des systemes électromagnétiques comportant des pièces en Mouvement*” Thèse de Doctorat d’Etat en Electrotechnique, Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, Janvier 2001.
- [71] R. Wang, H. Mohellebi, T.J. Flack, M.J. Kamper, J.D Buys and M. Feliachi, “*Two dimensional cartesian air-gap element (CAGE) for dynamical finit-element modelling of electrical machines with a flat air gap*”, IEEE Transactions On Magnetics, Vol.38, No.2, pp 1357-1360, March 2002.
- [72] D-H. Im, C-E. Kim, “*Finite Element Force Calculation of a Linear Induction Motor Taking Account of the Movement*”, IEEE Transactions On Magnetics, Vol. 30, No. 5, September 1994, pp. 3495 – 3498.
- [73] Youcef Boutora, “*Elaboration de nouvelles méthodes de renumérotation des maillages en vue d’une modélisation électromagnétique de machines synchrones à aimants permanents avec la méthode des éléments finis*”, Thèse de Doctorat, En Sciences en Génie Electrique Option : Electrotechnique, Ecole Nationale Polytechnique, 2007.
- [74] M’hemed Rachek, “*Modélisation par éléments finis de systèmes électromagnétiques en mouvement de structures tridimensionnelles application au couplage magnétique-mécanique et au contrôle non-destructif par courants de Foucault*”, Thèse de Doctorat en Sciences spécialité: Electrotechnique, Option machines électriques, Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, 2007.
- [75] Aldo Canova, Marco Ottella, Roger John Hill-Cottingham “*3D eddy current FE analysis of electromachanical devices*”, The international Journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering (COMPEL), Vol 20, N2, pp 332-347, 2001.
- [76] Yves Marechal, “*Modélisation des phénomènes magnétostatiques avec terme de Transport, Application aux ralentisseurs électromagnétiques*” Thèse de Doctorat, INP Grenoble, 05 février 1991.
- [77] Y. Ouazir, " *Contribution à la modélisation électromagnétique des machines à induction*", Thèse de Docteur d’état, ENP Alger, Décembre 2006.

-
- [78] D-H. Im, C-E. Kim, “*Finite Element Force Calculation of a Linear Induction Motor Taking Account of the Movement*”, IEEE Transactions on Magnetics. vol. 30, no. 5, September 1994, pp. 3495 – 3498.
- [79] N.Sadowski, Y.Lefevre M.Lajoie-Mazenc J.Cros “*Finite Element Torque Calculation in Electrical Machines While Considering Movement*”, IEEE transactions on Magnetics, vol. 28, n0.2, March 1992, pp. 1410 – 1413.
- [80] A Demenko, “*Movement Simulation in Finite Element Analysis of Electric Machine Dynamics*”, IEEE Transactions on Magnetics, Vol.32. No.3, May 1996, pp. 1553-1556.
- [81] Rémy Perrin-Bit, “*Modélisation des machines tournantes par la méthode des éléments finis tridimensionnels : calcul des grandeurs magnétiques avec prise en compte du mouvement*”, Thèse de Doctorat, INP Grenoble, septembre 1994.
- [82] F.Bouillault, A.Razek, “*Hybrid numerical methods for movement consideration in electromagnetic systems*”, IEEE Transactions on Magnetics, Vol.24, No.1, pp 259-261, 1988.
- [83] Brahim. Bendjima, “*Contribution a la modélisation par éléments finis des phénomènes électromagnétiques relatifs au magnétoformage.*” Thèse de Doctorat, Université de Nantes, GE44-LRTI, Novembre 1997.
- [84] Stiaan Gerber “*A Finite Element Based Optimisation Tool for Electrical Machines*”, Master of Science in the Faculty of Engineering at Stellenbosch University, Mars2011.
- [85] Dan-Cristian POPA, Vasile IANCU, “*Particularities of design of variable reluctance linear machine in modular construction*”, SNET’09, ISSN: 2067-4147, November 2009.
- [86] Mustapha Zaouia, Nacereddine Benamrouche, M’hemed Rachek , “*Numerical Modeling of the Coupled Electromagnetic and Mechanical Phenomena of Linear Stepping Motors*”, Journal of Electromagnetic Analysis and Application , Volume 4, No.1, January 2012, pp.1-9, ISSN-1942-0730 (Print).

Résumé

Cette thèse représente une contribution à la modélisation des phénomènes électromagnétiques et mécaniques particulièrement appliqués aux dispositifs électromagnétiques tubulaires linéaires de position et/ou de vitesse. Les formulations numériques des modèles physico-mathématiques étudiés prennent en compte des phénomènes complexes telles que la saturation des matériaux ferromagnétiques, la prise en compte du mouvement des parties mobiles, ainsi que l'évaluation des forces magnétiques. Ce travail porte essentiellement sur le développement de deux modèles. Le premier modèle couplant séquentiellement les phénomènes électromagnétiques et mécaniques intégrant la saturation magnétique par l'algorithme de Newton-Raphson et la simulation du mouvement par la technique du Macro-Elément. Ce modèle est appliqué à l'étude d'un moteur linéaire tubulaire de position, en l'occurrence un moteur pas à pas. A partir de la résolution par éléments finis de l'équation électromagnétique dont la source est un courant constant, l'évaluation de la force est effectuée en utilisant la méthode du Tenseur de Maxwell. Cette dernière est le terme source de l'équation mécanique résolue à son tour par la méthode Runge-Kutta d'ordre 4. La validation du modèle est effectuée en confrontant, particulièrement le terme déplacement aux résultats expérimentaux et théoriques fournis par la littérature spécialisée. Le second modèle est appliqué à l'étude des lanceurs électromagnétiques tubulaires linéaires où l'alimentation est de nature transitoire produite par des bancs de condensateur créant des courants induits dans le projectile. La force magnétique dans ce cas est calculée par la méthode de Lorentz. Les résultats obtenus à savoir la force magnétique de poussée et la vitesse de propulsion sont comparées à ceux fournis par la littérature.

Mots clés: Modélisation numérique, Couplage électromagnétique-mécanique, Eléments finis, Mouvement, Moteurs pas à pas linéaires, Lanceurs électromagnétiques linéaires.

Abstract

This Thesis represents a contribution into modelling electromagnetic and mechanical phenomena applied to electromagnetic linear tubular machines used for position and/or velocity control. The numerical formulation of the studied models takes into account complex phenomena such as saturation, the movement and the evaluation of magnetic forces. This work deals essentially with developing two models. The first model deals with coupling sequentially electromagnetic and mechanical phenomena taking into account saturation using Newton-Raphson algorithm and the movement using Macro-Element technique. This is applied to study linear tubular stepping motors. Starting from solving the electromagnetic equation which source is a constant current using finite element, the determination of the force is achieved using Maxwell Tensor. This force represents the term source for solving the mechanical equation using Runge-Kutta 4 method. The model validation was achieved by comparing the calculated displacement to that given experimentally available in the specialized literature. The second model is applied to study tubular linear electromagnetic launchers where the supply is transitory produced by capacitors bank producing eddy currents in the projectile. The force is calculated using Lorentz method. The results obtained viz the magnetic force and the propulsion velocities are compared to those given in the literature.

Key words: Numerical modeling, Electromagnetic-mechanical coupling, Finite elements, Movement, Linear stepping motors, Linear electromagnetic launcher.