RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

> UNIVERSITÉ MOULOUD MAMMERI -TIZI-OUZOU FACULTÉ DU GÉNIE DE LA CONSTRUCTION DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE Tasdawit n Lmulud At Mæammer Tazeddayt n Tasmedna n Taskekt Agezdu n Tasmedna n Tamicanict



MÉMOIRE DE FIN D'ÉTUDES AKATAY N TAGGARA N TEZRAWT

EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLÔME MASTER EN GENIE MECANIQUE OPTION : CONSTRUCION MECANIQUE

THÈME

Méthode de détection d'endommagement en utilisant la méthode de l'énergie de déformation modal *Tarrayt n tifin n wayen yettwayen s useqdec n tarrayt n tzemmar s wudem n usezleg.*

Encadré par: M.TIACHACHT SAMIR <u>Présenté par</u>: M. IBOUKHOULEF FOUAD M. MAMMERI FATEH



Remerciement

Nous tenons à exprimer nos vifs remerciements et notre gratitude à notre promoteur Mr TIACHACHT SAMIR pour ses conseils, ses orientations ainsi que sa disponibilité tout au long de notre travail.

Nos plus vifs remerciements vont aussi à tous les membres de jury pour avoir accepté d'honorer par leur jugement notre travail.

Nous gratitudes sincère pour l'ensemble des Enseignants qui ont contribué à notre formation, et nous remercions ainsi, l'ensemble d'étudiants du département de Génie Mécanique de l'U.M.M.T.O, pour leurs soutiens.

Dédicaces

- Je dédie ce travail a Nana et vava qui m'ont entouré d'amour, d'affection et de soutien, je leurs doit toutes mes réussites et réalisations
- À mes Sœurs et Frères, à leurs enfants,
- À toute la famille at meemer,
- À mes ami(es) Doudou, Muhand, Madjed, Houssam, Abderzak, Sara, Chavane, Zizou, Rachid et Lamara et a tout ceux qui m'ont soutenu,
- À la mémoire de mon Cousin Said .

Mammari Fateh

DÉDICACES

- Je remerciée tout d'abord le bon Dieu qui m'a donné la foi et le courage pour accomplir ce projet.
- À mon très cher père, et à ma précieuse mère, à qui jedois mon existence, et le succès dans mon cursus. Que dieulesgarde, et les protège.
- A mon chère oncle Khaled et ma tente Chacha, mes deuxièmes parents, qui m'ont encourage et soutenue durant tout mon parcours universitaire et toujours été la pour moi.
- La mère de ma grande mère et ma grande mère que dieux les garde ,a la mémoire de mes grandes pères Ouahcen, Tahar et Tasedidt qui ont m'ont toujours encouragé pour continuer mes études et réaliser mes rêves .
- ➤ A mon frère et mes sœurs, et a tout ma famile.
- ➤ A mes amis , camarde de classe et la J.V.C
- ➤ A la mémoire de mon ami Majed
- A ma bien aimé qui était toujours là pour moi pour m'encourage et me donnez la volonté pour finir mes études

FOUAD IBOUKHOULEF

Table des matières

1	Rec	herche	bibliographique	23
	1.1	Travau	1x sur les méthodes basées sur l'énergie de déformation modale	23
	1.2	Classif	fication des méthodes utilisant l'énergie de déformation modale	32
		1.2.1	Méthode de l'indice des endommagements	32
		1.2.2	Méthode de Stubbs de l'indice d'endommagement SIE	33
		1.2.3	méthode de la décomposition de l'énergie de déformation modale	
			DEMD	33
		1.2.4	La méthode de changement de l'énergie de déformation modale CEDM	33
		1.2.5	La méthode de pourcentage de changement de l'énergie de défor-	
			mation modale PCEDM	34
		1.2.6	Énergie de déformation modale élémentaire	34
		1.2.7	Méthode de l'énergie de déformation intermodale EDIM	35
2	Mét	thode of	des éléments finis	37
	2.1	Théori	e de la méthode des éléments finis	37
		2.1.1	Description général de la méthode des éléments finis	37
		2.1.2	Analyse de treillis, poutres et portiques	38
			Elément treillis dans l'espace	38
			Elément poutre	41
			Elément portique tridimensionnel	43
			Déplacement de flexion sur le plan xy	46
			Déplacement de flexion sur le plan xz	46
		2.1.3	Assemblage des matrices et vecteurs, obtention des systèmes d'équa-	
			tions	51
			Transformation du système de coordonnées locales vers le système	
			de coordonnées globales	51
		2.1.4	Assemblage des équations élémentaires	53
			L'intégration des conditions aux limites	57
	2.2	Analys	se vibratoire	61
		2.2.1	Analyse de vibrations libres	61
		2.2.2	Matrice masse dans le système de coordonnés global	62
			Matrice de masse d'un treillis dans l'espace	62
ર	Mái	hode c	de l'énergie de déformation modale	67
J	3.1	Détect	ion d'endommagement structurels basée sur l'énergie de déformation	01
	0.1	modale		68
	3.2	Applic	ations	69
	<u> </u>	3.2.1	Premier exemple	69
		3.2.2	Deuxième exemple	72
	3.3	Conch	1sion	73

4	Mét	thodes	d'optimisation	75
	4.1	Introd	uction	. 75
	4.2	Harris	s Hawks Optimization	. 76
		4.2.1	Origine de la méthode	. 76
		4.2.2	Les différentes étapes de HHO	. 76
			Phase d'exploration	. 76
			Transition de l'exploration a l'exploitation	. 78
			Phase d'exploitation	. 78
		4.2.3	Pseudo-code de HHO	. 81
	4.3	Optim	isation de Grey Wolf	. 82
		4.3.1	L'origine de la méthode	. 82
		4.3.2	L'alghorithme GWO	. 83
			Hiérarchie sociale	. 83
			Encerclement de la proie	. 83
			Chasse	. 83
			Attaquer les proies (exploitation)	. 84
			Recherche de proies (exploration)	. 84
5	Rés	ultats	et discussion	87
		5.0.1	Structure 25 cas 01 mode 6 \ldots	. 92
		5.0.2	Structure 25 cas 01 mode 10 \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots	. 96
		5.0.3	Structure 25 cas 01 tout les modes	. 100
		5.0.4	Structure 25 cas 02 mode 3 \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots	. 104
		5.0.5	Structure 25 cas 02 mode 6 $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$. 109
		5.0.6	Structure 25 cas 02 mode 10 \ldots	. 113
		5.0.7	Structure 25 cas 02 tout les modes	. 117
		5.0.8	Structure 52cas 01 mode 3 \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots	. 121
		5.0.9	Structure 52cas 01 mode 6 \ldots	. 126
		5.0.10	Structure 52cas 01 mode 10 \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots	. 130
		5.0.11	Structure 52cas 01 tout les modes	. 134
		5.0.12	Structure 52cas 02 mode $3 \ldots \ldots$. 138
		5.0.13	Structure 52cas 02 mode 6 \ldots	. 143
		5.0.14	SStructure 52cas 02 mode $10 \dots \dots$. 147
		5.0.15	Structure 52cas 02 tout les modes	. 151
	5.1	Temps	$de calcul \dots \dots$. 155
6	Cor	nclusion	n générale	163
7	Anr	ıexe		165

Table des figures

2.1	Élément treillis dans l'espace	39
2.2	Poutre sollicitée par des charges transversales	42
2.3	Déformation d'un élément poutre sur le plan xy	42
2.4	Degrés de libertés d'un élément portique selon différents modes de sollici-	
	tation	45
2.5	Élément portique de section rectangulaire	46
2.6	Les degrés de liberté globaux et locaux d'un élément portique tridimensionnel	48
2.7	Système de coordonnées globales et locales	50
2.8	Transformation d'un élément vertical	52
2.9	Treillis plan comme assemblage d'éléments unidimensionnels	54
2.10	Élement treillis dans l'espace	63
3.1	Structure treillis 3D à (52) éléments.	69
3.2	Identification d'endommagements du treillis 3D à 52 éléments (Premier scé-	
	nario d'endommagement).	71
3.3	Identification d'endommagements de structure treillis 3D à (52) éléments(Deux	ième
	scénario d'endommagement)	71
3.4	Structure treillis 2D à (25) éléments	72
3.5	Identification d'endommagements de la structure a 25 éléments(Premier	
	scénario d'endommagement)	73
3.6	Identification d'endommagements de la structure a 25 éléments(Deuxième	70
	scenario d'endommagement)	13
4.1	Buse de Harris	77
4.2	différentes étape de l'algorithme HHO	77
4.3	Hiérarchie du loup gris (la dominance diminue de haut en bas)	82
5.1	finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en uti-	
	lisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant 3	
	modes	88
5.2	finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en uti-	
	lisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant 3	
	modes	88
5.3	Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de	
	50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 1	00
F 4	en utilisant 3 modes	89
5.4	Taux d'endomagement en fonction des iterations pour des Population de	
	en utilisent 3 modes	80
		09

5.5	finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant 3 modes	90
5.6	finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant 3 modes	90
5.7	Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant 3 modes	90
5.8	Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant 3 modes	91
5.9	finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en uti- lisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant 6 modes	92
5.10	Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en uti- lisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant 6 modes	92
5.11	Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant 6 modes	93
5.12	Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant 6 medes	03
5.13	Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant	90
5.14	Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant 6	93
5.15	modes	94 94
5.16	Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas	05
5.17	Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en uti- lisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant 10 modes	95
5.18	Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en uti- lisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant 10	90
5.19	Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 1	90
5.20	Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 1	97
	en utilisant 10 modes	97

5.21	Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant 10 modes	. 98
5.22	Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant	
5.23	10 modes	. 98
5.24	1 en utilisant 10 modes	. 99
5.95	1 en utilisant 10 modes	. 99
5.25	lisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas tout les modes Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en uti-	. 100
	lisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 1 cas tout les modes	. 100
5.27	Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant tout les modes	101
5.28	Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 1	. 101
5.29	en utilisant tout les modes	. 101
5.30	tout les modes	. 102
5 91	tout les modes	. 102
0.01	de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant tout les modes	. 103
5.32	Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas	100
5.33	Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en uti- lisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 3	. 103
5.34	modes	. 104
5.35	modes	. 105
5.36	en utilisant 3 modes	. 105
5.37	en utilisant 3 modes	. 106
-	utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 3 modes	. 106

5.38	Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 3 modes	107
5.39	Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 3 modes	107
5.40	Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 3 modes	108
5.41	Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en uti- lisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 6 modes	109
5.42	Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en uti- lisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 6 modes	109
5.43	Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 6 modes	110
5.44	Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 6 modes	110
5.45	Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 6 modes	111
5.46	Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 6 modes	111
5.47	Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 6 modes	112
5.48	Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 6 modes	112
5.49	Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en uti- lisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 10 modes	112
5.50	Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en uti- lisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 10 modes	113
5.51	Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 10 modes	114
5.52	Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 10 modes	114
5.53	Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 10 modes	115

5.54	Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 10 modes	. 115
5.55	Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 10 modes	. 116
5.56	Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 10 modes	. 116
5.57	Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utili- sant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant tout les modes	. 117
5.58	Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en uti- lisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant tout les modes	. 117
5.59	Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant tout les modes	. 118
5.60	Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant tout les modes	. 118
5.61	Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant tout les modes	. 119
5.62	Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant tout les modes	. 119
5.63	Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant tout les modes	. 120
5.64	Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant tout les modes	. 120
5.65	Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en uti- lisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 3 modes	121
5.66	Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en uti- lisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 3 modes	. 122
5.67	Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 3 modes	. 122
5.68	Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 3 modes	. 123
5.69	Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 3 modes	. 123

5.70	Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 3 modes	. 124
5.71	Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 3 modes	. 124
5.72	Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 3 modes	. 125
5.73	Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en uti- lisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 6 modes	. 126
5.74	Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en uti- lisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 6 modes	. 126
5.75	Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 6 modes	. 127
5.76	Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 6 modes	. 127
5.77	Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 6 modes	128
5.78	Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 6 modes	. 128
5.79	Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 6 modes	. 129
5.80	Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 6 modes	. 129
5.81	Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en uti- lisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 10 modes	130
5.82	Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en uti- lisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 10 modes	130
5.83	Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 10 modes	. 131
5.84	Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 10 modes	. 131
5.85	Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 10 modes	. 132

5.86	Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 10 modes	. 132
5.87	Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas	100
5.88	Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas	. 133
5.89	1 en utilisant 10 modes	. 133 . 134
5.90	Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en uti- lisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 1 cas tout les modes	134
5.91	Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 1	105
5.92	Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 1	. 135
5.93	en utilisant tout les modes	. 135
5.94	tout les modes	. 136
5.95	tout les modes	. 136
5 96	de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant tout les modes	. 137
0.00	de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant tout les modes	. 137
5.97	Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en uti- lisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 3 modes	. 138
5.98	Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en uti- lisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 3	100
5.99	Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 2	. 139
5.100	en utilisant 3 modes	. 139
5.101	en utilisant 3 modes	. 140
5.102	3 modes	. 140
	utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 3 modes	. 141

 5.103Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 3 modes	141
 5.104Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 3 modes	142
5.105Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en uti- lisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 6 modes	143
5.106Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en uti- lisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 6 modes	. 143
5.107Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 6 modes	144
5.108Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 6 modes	144
 5.109Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 6 modes	145
5.110Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 6 modes	. 145
5.111Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 6 modes	146
5.112Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 6 modes	146
5.113Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en uti- lisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 10 modes	147
 5.114Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 10 modes 	1/17
 5.115Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 2 on utilisant 10 modes 	1/18
 5.116Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 2 on utilisant 10 modes 	140
5.117Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 10 modes	1/10
 5.118Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 10 modes 	149

5.119Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations	
de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas	
$2 \text{ en utilisant } 10 \text{ modes} \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots $	150
5.120 Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations	
de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas	
$2 \text{ en utilisant } 10 \text{ modes} \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots $	150
5.121Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utili-	
sant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant tout	
les modes	151
5.122Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en uti-	
lisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant tout	
les modes	151
5.123 Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de	
50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 2	
en utilisant tout les modes	152
5.124 Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de	
50 à 500 en utilisant la methode HHO pour la structure 52 pour le cas 2	150
en utilisant tout les modes \dots	152
5.125Finesse en fonction des la population pour des iterations de 50 à 500 en	
taut las madas	159
5 126 Finance on fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en	105
utilisant la méthodo HHO pour la structure 52 pour la cas 2 on utilisant	
tout les modes	153
5 197 Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations	100
de 50 à 500 en utilisent la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas	
2 en utilisant tout les modes	154
5 128 Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations	101
de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas	
2 en utilisant tout les modes	154
	- U I

Liste des tableaux

2.1	Matrice de rigidité et vecteur de charge de l'élément (1)	55
2.2	Localisation des éléments $[K^{(1)}]$ et $\vec{P}^{(1)}$ dans $[K]$ et P .	56
2.3	Matrice de rigidité et vecteur charge de l'élément (2)	57
2.4	Assemblage de $[K^{(1)}]$, $\vec{P}^{(1)}$, $[K^{(2)}]$, et $\vec{P}^{(2)}$	58
2.5	Matrice de rigidité élémentaire et vecteur charge pour $e=3$ et $e=4$	59
2.6	Assemblage de la matrice de rigidité et vecteur de charge	60
3.1	Propriétés mécaniques et géométriques de la structure treillis 3D à (52)	
	éléments	69
3.2	Scénarios d'endommagements de la structure treillis 3D à (52) éléments	70
3.3	Fréquences naturelles saines et endommagées de la structure portique 3D	70
3.4	Propriétés mécanique et géométrique de la structure a 25 éléments	72
3.5	Scénarios d'endommagements de la structure a 25 éléments	72
3.6	Fréquences naturelles saines et endommagées de la structure a 25 éléments	72
5.1	Temps de calcul, structure (25), poppulation 100, itérations 100 $\ .\ .\ .\ .$.	155
5.2	Temps de calcul, structure 25, de population, variation d'itérations, pre-	
	mier mode	155
5.3	Temps de calcul, structure(52), poppulation 100, itérations 100	156
5.4	Temps de calcul, structure 52, variation de population, variation d'itéra-	
	tions, premier mode.	156
5.5	valeurs de BEST, structure 25 – premier cas –Itérations 100	157
5.6	valeurs de BEST, structure 52 – premier cas –Itérations 100	158
5.7	Finesse Structure 52, Cas 1, Iteration 100	159
5.8	Finesse Structure 25, Cas 1, Iteration 100	160
7.1	valeurs de BEST, structure 25 – premier cas –Population 100	166
7.2	valeurs de BEST, structure 52 – premier cas –Population 100	167
7.3	valeurs de BEST, structure 25 – deuxième cas -Population 100	168
7.4	valeurs de BEST, structure 52 – deuxième cas -Population 100	169
7.5	valeurs de BEST, structure 25 – deuxième cas -Itération 100	170
7.6	valeurs de BEST, structure 52 – deuxième cas -Itération 100	171
7.7	Fitness Structure 25 ,Cas 1, Population 100	172
7.8	Fitness Structure 25 ,Cas 2, Itérations 100	173
7.9	Fitness Structure 25 ,Cas 2, population 100	174
7.10	Fitness Structure 52 ,Cas 1, population 100	175
7.11	Fitness Structure 52 ,Cas 2, Iteration 100	176
7.12	Fitness Structure 25, Cas 2, Iteration 100	177

Nomenclature :

 \vec{P} : Vecteur de force externe

- \vec{Q} : amplitude des déplacement
- ω : fréquence naturelle

 $.\vec{Q_a}$: vecteur propre

 $\dot{Q^{(e)}}$: vitesse nodal

 $\vec{Q^{(e)}}$: déplacement nodal

 $\left[M^e\right]$: la matrice de masse de l'élément dans le système global .

 ρ : densité

 $[K^e]$: Matrice de rigidité .

 \vec{P}^e : vecteur de charge

 $\left[K\right]$: matrice de rigidité

 $\vec{\Theta}$: vecteur de déplacement no dales .

 $\left| \vec{P} \right|$: vecteur des forces nodales .

 q_1, q_2 : degré de liberté

e: numéro de l'élement

 ε_{xx} : déplacement axial

 σ_{xx} : contrainte-déformation

E : Module de Young

 $[\lambda]$: Matrice de transformation .

 l_{ij}, m_{ij}, etn_{ij} : Cosinus directeur

 $\vec{P_i^e}$: Vecteur de charge uniforme

 $\vec{P_i^b}$: vecteur de charge du a la charge du corps

 P_x : surface de contrainte

 $\left[N\right]$: matrice des fonctions de forme .

 $q_1, q_2, q_3 et q_4$: les déplacement no daux

 $v(x)\,;$ déplacement cubique . G : Module de torsion

 $\frac{GJ}{l}$: rigidité de torsion de l'élément portique

 J_{zz} : moment d'inertie de la section droite

 ${\bf NB}$: largeur de bande de la matrice caractéristique globale . ${\bf NE}$: nombre d'éléments

 \mathbf{NNE} : nombre de n œuds dans chaque élément

 ${\bf NN}$: nombre total de n œuds dans le corps complet (on suppose un degré de liberté pour chaque nœud)

GK : matrice caractéristique globale ou globale du système (taille : NN _NN s'il est stocké en tant que matrice carrée, NN _ NB : si elle est stockée sous forme de bande) .

 $\mathbf{E}\mathbf{K}$: matrice des caractéristiques des éléments (taille = NNE _ NNE) .

 $\mathbf{ID}(\mathbf{I},\mathbf{J})$: numéro de nœud global correspondant au Jème coin du Ième élément (taille de l'ID : NE _ NNE.

 ${\bf ED}$: énergie de déformation .

MADEDM : Méthode améliorée de décomposition de l'énergie de déformation modale **CAEDFM** : critère d'assurance de l'énergie de déformation à fréquence modale

RCF : rapport de changement de fréquence.

CAM : le critère d'assurance modale.

EDM : énergie de déformation modale.

 ${\bf FM}$: flexibilité modale

RNA : réseau neuronal artificiel

CEDM : changement de l'énergie de déformation modale

ID : indice d'endommagements MFG : matrice de flexibilité généralisée **VLD** : vibromètre laser Doppler **MDE** : machine à décharge électrique **EDMA** : énergie de déformation modale **BVE** : Boite de vitesse d'une éolienne **CEDM** : changement de l'énergie de déformation modale **IE** : Indice d'endommagement ESD : énergie statique de déformation **AOB** : algorithme d'optimisation des baleines **EDMDA** : Méthode améliorée de la décomposition de l'énergie de déformation modale MEFI : méthode des éléments finis inverse **CBF** : capteur à réseau de Bragg sur fibre **CNN** : réseau neuronal convolutif **EFI** : énergie à fréquence instantanée IED : indice d'endommagement par déplacement FDPN : fonction de densité de probabilité normale **EM** : énergie modale EDM : énergie de déformation modale **CM** : combinaisons de modes **MF** : flexibilité modale MFG : matrice de flexibilité généralisée **FI** : facteur d'impact EDR : énergie de déformation résiduelle **ID** : indice de dommage MSR : modèle de surface de réponse **EDME** : énergie de déformation modale des éléments **MDMED** : méthode de décomposition modale de l'énergie de déformation EDMGVP : énergie de déformation modale géométrique et la valeur propre **IE** : indice des endommagements **CEDM** : méthode de changement d'énergie de déformation modal **SIE** : Stubbs de l'indice d'endommagement **DEMD** : décomposition de l'énergie de déformation modal

CEDM : changement de l'énergie de déformation modal

Introduction

Aux cours des années, l'être humain ne cesse de développer la recherche des moyens qui simplifie sa vié, malgré toutes ces années d'existence qui laissent supposer une parfaite connaissance des moyens mis en jeu, il existe encore des soucis pour rendre son milieu de vié plus sûr , l'homme n'a pas failli à cette quête perpétuelle de sécurité mais aux contraire, il s'est beaucoup investi en édifiant des constructions plus sures et en développant des moyen de contrôle de plus en plus performants .

D'autre part La surveillance de l'intégrité structurale représente une partie importante et intéressante des structures dans les domaines mécanique et génie civil. Ces dernières années ont vu une augmentation rapide du nombre de recherches portant sur les moyens de surveillance car une défaillance structurelle imprévue peut causer aussi bien une catastrophe économique qu'une perte en vies humaines.

Dans le passé, de nombreuses méthodes d'inspection des endommagements et des systèmes de surveillance tels que les rayons X, le balayage électronique, les ultrasons, l'imagerie par résonance magnétique, la frappe de pièces de monnaie, la pénétration de colorants et l'inspection visuelle ont été développés. Ces méthodes ont tendance à être longues et coûteuses et nécessitent souvent l'exposition d'éléments structurels pour la détection des endommagements locaux.

Les méthodes d'identification des endommagements sont communément classées en quatre niveaux : Niveau 1 : détermination de la présence d'un endommagement dans la structure, Niveau 2 : détermination de la localisation géométrique du l'endommagement, Niveau 3 : quantification de la gravité du l'endommagement, et Niveau 4 : prédiction de la durée de vie restante de la structure.

Les endommagements altèrent les propriétés physiques de la structure telles que les modes propres, les fréquences naturelles. Ces paramètres modaux caractérisent l'état d'une structure. Par conséquent, en se basant sur les changements des fréquences naturelles, des modes propres ou de leurs combinaisons, plusieurs techniques de détection des endommagements structurels ont été proposées ces dernières années.

Parmi ses méthodes efficaces pour la détection d'endommagement, la méthode de détection des endommagent utilisant l'énergie de déformation modal, ce travail de recherche est destinée a explorez les déférents facettes de cette méthode de la détection et la localisation des endommagements en utilisant des modèles d'élément finis, A la quantification de ses endommagements en utilisant des algorithmes d'optimisation à travers ce plan de travail :

Chapitre 01 : on a traiter et parler de la théorie des des éléments finis et de l'analyse vibratoire , à partir desquelles les algorithmes de la méthode de détection des endomma-

gements en utilisant l'énergie de déformation modale sont tirer , ou exactement la MEF et l'analyse vibratoire sont utiliser pour extraire les modes propres et les fréquences naturelles pour ensuite être utilisé dans les algorithmes pour la détection des endommagements sont tiré .

Chapitre 02 : est une recherche bibliographique sur les différents travaux récents de la littérature sur les méthodes de détection des endommagement à partir de l'année 2015 et plus précisément sur les méthodes de détection des endommagements en utilisant l'énergie de déformation modale.

Chapitre 03 : Aux sien de se volet, nous avons décrit et présenté les deux algorithmes d'optimisation utilisés dans se travail à savoir : Buse de Harris, et le loup gris.

Chapitre 04 : Dans ce chapitre nous avons effectué une étude de cas, dans laquelle on a traité deux structures, (25) éléments (structure Plane) et (52) éléments (structure dans l'espace), dans cette partie on a pu localiser les endommagements grâce à la méthode de l'énergie modale, on a par la suite commenté et discuté les résultats obtenus.

Chapitre 05 : Dans cette partie, nous avons quantifié la sévérité des endommagements dans les structure étudiées dans le chapitre précédent en utilisant deux (02) algorithmes d'optimisation « Buse de Harris et le Loup gris en utilisant différents nombre d'itérations et de la population afin d'évaluer différents paramètres à savoir : le temps de calcul, Best et fitntnes.

Chapitre 1

Recherche bibliographique

Beaucoup de travaux ont été réalisés dans plusieurs disciplines sur la détection des endommagements que ça soit dans le Génie civil, le génie mécanique, l'aéronautique ou bien l'aérospatial. Tous ses travaux ont convergé sur l'importance de la détection et la prévision des endommagements dans les structures pour faire face aux problème liés à la rigidité, à la solidité et la santé d'une structure avant qu'ils arrivent pour supprimer les coûts de réparation que peuvent engendrer des problèmes et garantir une plus grande vie pour ses structures . Dans ce travail de recherche nous allons commencer par citer les nombreux travaux les plus récents sur les méthodes de détection des endommagements utilisant l'énergie de déformation, puis nous allons en parler des méthodes utilisant l'énergie de déformation suivant leur classement.

1.1 Travaux sur les méthodes basées sur l'énergie de déformation modale

Plusieurs travaux ont été réalisés durant la dernière décennie sur la détection d'endommagements en utilisant l'énergie de déformation modale, les plus importants sont : Khosravan et al [22]ont mis au point une nouvelle méthode appelée "Méthode améliorée de décomposition de l'énergie de déformation modale" (MADEDM) pour détecter les endommagements structurels dans des plates-formes offshore de type "jacket" en utilisant un nombre de capteurs juste au-dessus de l'eau. La méthode proposée a deux contributions principales. La première est l'utilisation simultanée des fréquences modales et des modes qui rendent la détection des endommagements plus précise. La seconde est la décomposition de l'énergie de déformation modale en énergie axiale et en énergie de flexion. le MADEDM localise les éléments endommagés en considérant les impacts des endommagements sur l'énergie de déformation modale axiale et de flexion. La méthode est évaluée à l'aide d'une plate-forme offshore expérimentale de type "jacket". Les résultats confirment que le MADEDM peut détecter efficacement les endommagements avec des données incomplètes.

Minshui et al [15] ont présenté un cadre d'identification des endommagements basé sur le critère d'assurance de l'énergie de déformation à fréquence modale (CAEDFM), la flexibilité modale et l'optimisation améliorée de la flamme des papillons de nuit. Trois exemples numériques, une poutre continue en béton à trois travées tenant compte des variations de température par gradient, un cadre de cisaillement de 40 étages sous l'effet du bruit aléatoire et une structure en treillis de 31 barres sous la double influence du bruit aléatoire et des températures, sont ensuite endommagée, et une comparaison entre CAEDFM et le rapport de changement de fréquence (RCF) a était faite , at aussi entre le critère d'assurance modale (CAM) à l'énergie de déformation modale (EDM) et à la flexibilité modale a était fait , afin d'évaluer la précision de l'identification des endommagements de la fonction objective proposée.

Jayasundara et al [36] ont développé et appliqué une méthode basée sur les vibrations, particulièrement adaptée aux ponts en arc, pour détecter, localiser et quantifier les endommagements dans les composants structurels. Dans la méthode proposée, des formes modifiées des indices d'endommagements basés sur la flexibilité modale (FM) et l'énergie de déformation modale (EDM) couplées à la technologie du réseau neuronal artificiel (RNA) sont utilisées pour fournir une évaluation globale des endommagements.

Dewangan et al [5] on etudier la détection des endommagements causés à la boîte de vitesses d'une éolienne, qui est réalisée à l'aide de l'énergie de déformation modale (EDM). L'analyse modale d'une éolienne à trois étages est effectuée, et les paramètres modaux sont utilisés pour calculer l'EDM de divers composants du réducteur de l'éolienne. L'analyse de la distribution de l'EDM d'une éolienne saine est effectuée pour la caractérisation dynamique des modes. Deux indicateurs d'endommagements, à savoir le changement de l'énergie de déformation modale (C) et l'indice d'endommagements (ID) basé sur l', sont utilisés pour indiquer les endommagements. Une comparaison entre ces deux indicateurs est effectuée pour évaluer la capacité à localiser les endommagements de manière précise et efficace. On observe que l'ID localise les endommagements avec plus de précision que le C.

Yan el al [54] ont proposé un cadre de modélisation basé sur la sensibilité à l'énergie de déformation modale des éléments, qui est développé pour identifier les endommagements des poutres fonctionnellement graduées. L'ensemble des équations de dommages des éléments du faisceau d'Euler-Bernoulli à gradation fonctionnelle est établi sur la base de la sensibilité de la déformation modale des éléments et du taux de changement de l'énergie de déformation modale des éléments, de saine à endommagée. L'algorithme de régularisation de Tikhonov incorporé à la validation croisée généralisée est utilisé pour résoudre le problème de fiabilité de l'ensemble d'équations de dommages. Des exemples numériques illustratifs contenant une poutre d'Euler-Bernoulli simplement soutenu et continu fonctionnellement gradué sont considérés pour démontrer la performance de la méthode. Les influences de l'indice de gradient, de l'étendue des endommagements, de mode propre et du niveau de bruit sont étudiées respectivement. Les résultats des endommagements impliquent que la méthode proposée peut donner un moyen valable de détecter avec précision les endommagements des structures de type poutre .

Kaveh et al [20] ont mis au point une méthode méta-heuristique multi-agents, appelée Algorithme de parthénogenèse cyclique (CPA), incorporée dans une technique de détection des endommagements structurels basée sur l'énergie de déformation modale guidée. Un indice basé sur l'énergie de déformation modale est utilisé pour guider le processus d'identification des endommagements structurels, qui est formulé comme un problème d'optimisation inverse. La matrice de flexibilité généralisée (MFG) de la structure est utilisée pour définir la fonction objective du problème d'optimisation. Trois exemples numériques sont fournis afin d'examiner la viabilité de la méthode proposée. Les résultats indiquent que la méthode proposée est capable de localiser et de quantifier les endommagements structurels en utilisant uniquement les premiers modes propres de la structure. Les résultats sont également comparés à ceux de trois autres algorithmes méta-heuristiques afin de montrer l'efficacité de la MFG pour résoudre le problème. Liu et al [23] ont élaboré une nouvelle méthode de détection des endommagements structurels des plates-formes offshore basée sur le regroupement de l'énergie de déformation modale. Cette méthode divise l'énergie de déformation modale unitaire en tensioncompression axiale et en flexion. Elle peut non seulement étendre les paramètres modaux connus et surmonter les paramètres modaux incomplets sous l'excitation naturelle de la charge, mais aussi estimer les emplacements des endommagements en fonction des paramètres modaux d'ordre inférieur.

Duy et al [52] Ont utilisé une approche en deux étapes basée sur la méthode de l'énergie de déformation modale et un algorithme d'évolution différentielle amélioré pour la détection des dommages dans les structures composites laminées. Tout d'abord, la méthode basée sur l'énergie de déformation modale est utilisée pour identifier un ensemble d'éléments potentiellement endommagés. Ensuite, l'algorithme d'évolution différentielle amélioré est utilisé pour minimiser la fonction d'erreur de forme modale avec des variables de conception relatives à l'étendue des éléments endommagés identifiés.

Nick et al [34] ont proposé une technique d'identification des endommagements en deux étapes pour localiser et estimer les endommagements dans les ponts à poutres d'acier. La performance et la faisabilité de la méthode proposée ont été évaluées en appliquant plusieurs scénarios d'endommagements simples et multiples à un modèle d'éléments finis (EF) validé du pont I-40. Dans un premier temps, la localisation des endommagements a été déterminée à l'aide de la méthode de l'indice d'endommagement basé sur l'énergie de déformation modale. À cette fin, l'indice d'endommagement a été calculé séparément pour les trois premiers modes de flexion du pont. Les vecteurs d'endommagement calculés ont été combinés sur la longueur des poutres.

Tan et al [51] ont présenté une technique basée sur les vibrations, utilisant uniquement le premier mode de vibration, pour prédire les endommagements, leur emplacement et leur gravité dans les poutres en acier qui sont des composants structurels importants des bâtiments et des ponts. Pour des scénarios d'endommagements uniques, l'indice d'endommagement basé sur l'énergie de déformation modale β a permis de détecter, de localiser et de quantifier les endommagements. Pour les scénarios d'endommagements multiples, le réseau neuronal artificiel incorporant β comme couche d'entrée a été utilisé. Cette recherche a utilisé des simulations informatiques appuyées par des expériences limitées.

Ramesh et al [40] ont effectué une analyse modale expérimentale sur une poutre en porte-à-faux en aluminium pour obtenir les modes propres avant et après endommagement dans une condition limite libre fixée par vibromètre laser Doppler (VLD). Une petite perturbation est créée en utilisant une machine à décharge électrique (MDE) et une fissure simulée par séparation des nœuds à l'emplacement de la fissure dans les poutres. L'objectif de l'étude est de présenter la méthode de l'indice d'endommagement et les approches de transformation spatiale par ondelettes pour identifier l'emplacement et la quantification de la fissure de surface dans la structure des poutres. Une analyse par éléments finis (FEA) est également réalisée pour accéder à ces approches et illustre un processus réalisable pour le travail expérimental. Tout d'abord, les modes propres de déplacement obtenues à partir des poutres intactes et endommagées sont utilisées pour obtenir le rapport de l'énergie de déformation de la poutre avant et après l'endommagement, puis ces signaux répartis dans l'espace sont analysés par la transformation en ondelettes. Li et al [56] ont mis au point une méthode améliorée de l'énergie de déformation modale (A) pour détecter les endommagements dans les structures des plates-formes offshore, basée sur une méthode traditionnelle d'énergie de déformation modale (la méthode de l'indice de Stubbs). La différence la plus significative par rapport à la méthode de l'indice de Stubbs est l'application de fréquences modales. L'objectif était d'améliorer la robustesse de la méthode traditionnelle. Afin de démontrer l'efficacité et la praticabilité de la méthode A proposée, des études numériques et expérimentales ont été menées pour différents scénarios d'endommagements en utilisant une structure de plate-forme à gaine. Les résultats ont démontré l'efficacité de la méthode A dans la localisation des endommagements lorsque seules des données modales limitées, spatialement incomplètes et polluées par le bruit sont disponibles. Des études comparatives ont montré que l'indice A était plus performant que l'indice de Stubbs et présentait une plus grande robustesse, confirmant la supériorité de l'approche proposée.

Dewangan et al [37] ont réalisé une méthode pour la détection des endommagements causés à la boîte de vitesses d'une éolienne BVE qui est réalisée à l'aide de l'énergie de déformation modale (). L'analyse modale d'un BVE à trois étages est effectuée, et les paramètres modaux sont utilisés pour calculer l' dans diverses composantes du BVE. L'analyse de la distribution de l' d'une BVE saine est effectuée pour la caractérisation dynamique des modes. Deux indicateurs d'endommagements, à savoir le changement de l'énergie de déformation modale (C) et l'indice d'endommagement (IE) basé sur l', sont utilisés pour indiquer les endommagements. Une comparaison entre ces deux indicateurs est effectuée pour évaluer la capacité à localiser les endommagements de manière précise et efficace. On observe que l'IE localise les endommagements avec plus de précision que la C.

Hosseini [14] ont présenté deux nouvelles fonctions objectives basées sur les différences entre la structure endommagée et le modèle analytique en fonction de la mise à jour du modèle par éléments finis . Afin de trouver la localisation et la gravité des endommagements dans les études numériques, le problème de l'identification des endommagements est proposé comme un problème d'optimisation. De plus, pour résoudre le problème, l'algorithme d'optimisation de la flamme de papillon de nuit (MFO) est utilisé. Dans la première méthode, une fonction objective basée sur l'énergie statique de déformation (ESD) et la matrice de flexibilité généralisée (MFG) est introduite afin de déterminer la localisation et l'étendue des endommagements dans les structures. Dans la deuxième méthode, une fonction objective basée sur la combinaison de l'énergie de déformation modale et de la fréquence naturelle est proposée. Afin d'évaluer les méthodes proposées, quatre exemples de tests différents sont étudiés pour chaque méthode, dont une poutrelle plane à 13 et 25 barres, un cadre plan à 23 et 28 éléments, un cadre spatial à 16 éléments, un cadre de cisaillement à 10 et 15 étages. En outre, de nombreux défis sont pris en considération, notamment l'effet du nombre de modes de vibration utilisés pour identifier les endommagements et l'effet du bruit aléatoire dans les résultats de détection des endommagements afin qu'ils indiquent la capacité des méthodes proposées.

Thanh-Cao Le et al [33] ont présenté une méthode améliorée de l'énergie de déformation modale () pour la détection des endommagements dans les structures en forme de plaque. Tout d'abord, la théorie de la méthode établie pour les structures en plaques avec différentes conditions aux limites est brièvement exposée. Ensuite, une procédure en deux étapes basée sur l', une étape globale et une étape locale, est proposée pour améliorer la précision de la détection de l'emplacement et de la gravité des endommagements. Une plaque rectangulaire en aluminium est étudiée afin de vérifier la faisabilité de la méthode

1.1. TRAVAUX SUR LES MÉTHODES BASÉES SUR L'ÉNERGIE DE DÉFORMATION MODALE27

proposée. Les modèles d'éléments finis de la plaque sont analysés pour obtenir les fréquences naturelles et les modes propres avant et après l'apparition des endommagements. un indice de dommages est présenté pour évaluer la précision de la méthode proposée. Les résultats de l'analyse montrent que l'étape globale du MSE identifie bien la zone de dommage dans la plaque; ensuite, l'étape locale du MSE détecte avec précision la longueur de la fissure dans la zone de dommage.

Yang et al [4] ont développé un cadre de modélisation basé sur la sensibilité à l'énergie de déformation modale des éléments est pour identifier les endommagements des poutres fonctionnellement graduées. L'ensemble des équations d'endommagement des éléments de la poutre d'Euler-Bernoulli à gradation fonctionnelle est établi sur la base de la sensibilité de la déformation modale des éléments et du taux de changement de l'énergie de déformation modale des éléments, de saine à endommagée.

Dehcheshmeh et al [30] ont proposé une approche basée sur un modèle pour l'identification et la quantification des endommagements structurels. En utilisant des vecteurs pseudo-modaux d'énergie de déformation et de mode propre, une fonction objective sensible aux endommagement est introduite, qui convient à l'estimation et à la quantification des endommagements dans le cadre de cisaillement. L'algorithme d'optimisation des baleines (AOB) est utilisé pour résoudre le problème et rapporter la solution optimale comme résultats de la détection des endommagements.

Ghasemi et al [41] a proposé une méthode de détection des dommages en deux étapes . Dans la première étape, les éléments les plus probables qui pourraient être endommagés sont déterminés en utilisant le concept d'énergie de déformation modale de la structure. À cette fin, un indice efficace basé sur la conversion de l'énergie de déformation modale est proposé. Dans la deuxième étape, le problème d'identification des endommagements structurels est défini comme un problème d'optimisation qui doit être résolu par un algorithme génétique modifié.

Ashory et al [31] Ont réalisé un travail qui porte sur une enquête sur la réalisation d'une technique d'identification des endommagements utilisant une mise à jour du modèle d'éléments finis basée sur un algorithme génétique, et fournissant une approche d'évaluation avec une sensibilité améliorée pour la détection des paramètres quantitatifs. À cette fin, une fonction objective appropriée a été développée sur la base de l'énergie de déformation pondérée, présentant le plus haut niveau de sensibilité par rapport aux autres méthodes de diagnostic des endommagements. Il est démontré que la précision de l'identification de la localisation et de l'intensité des endommagements est améliorée grâce à la méthode proposée.

Moradipour et al [38] ont mis au point une méthode mathématiquement basée sur l'énergie de déformation modale puis numériquement appliquée à une poutre fixe et à un cadre à trois étages comprenant des scénarios d'endommagements simples et multiples en absence et en présence de jusqu'à 5 % de bruit. Pour chaque scénario d'endommagement, toutes les modes propres et les fréquences naturelles des structures intactes et les cinq premiers modes propres des structures supposées endommagées ont été obtenues à l'aide de STRAND7. Les modes propres dérivées de chaque structure intacte et endommagée pour chaque scénario d'endommagement ont ensuite été utilisées séparément dans la formulation améliorée en utilisant MATLAB pour détecter l'emplacement et quantifier la gravité des endommagements par rapport à ceux obtenus par la méthode précédente. Wu et al [42] ont proposé une nouvelle approche de détection des dommages structurels basée sur l'énergie de déformation modale, dans laquelle l'énergie de déformation modale élémentaire est reformulée avec les modes de déformation. La méthode est introduite sur une poutre d'Euler-Bernoulli de section transversale uniforme. Seules les données de déformation sont adoptées dans la nouvelle méthode proposée et aucune information sur la rotation de la structure n'est requise.

Shokrgozar et al [43] ont mis au point 'une nouvelle méthode appelée "Méthode améliorée de la décomposition de l'énergie de déformation modale" (DA) pour détecter les endommagements structurels des plateformes offshore de type "jacket" en utilisant un nombre limité de capteurs juste au-dessus de l'eau. La méthode proposée a deux contributions principales. La première est l'utilisation simultanée des deux fréquences modales et des modes propres qui rendent la détection des endommagements plus précise. La seconde est la décomposition de l'énergie de déformation modale en énergie axiale et en énergie de flexion. L'DA localise les éléments endommagés en considérant les impacts des endommagements sur l'énergie de déformation modale axiale et de flexion.

Xu et al [27] ont développé une nouvelle méthodologie pour l'évaluation des endommagements en combinant deux approches, dans laquelle l'approche de l'intégralité est d'abord utilisée pour localiser approximativement les élements potentiellement endommagés, et les emplacements finaux des endommagements et les étendues associées sont exactement estimés avec l'approche de la localité dans la deuxième étape. Pour étudier et comparer efficacement le comportement de la méthode de l'énergie de déformation intermodale, deux facteurs sont introduits, l'un mesurant la capacité de reconnaissance de la localisation des endommagements et l'autre mesurant la précision de l'estimation de la gravité.

Yang et al [10] ont combiné le capteur à réseau de Bragg sur fibre (CBF) et la méthode des éléments finis inverse (MEFI) afin de reconstruire le champ de contraintes global à partir des données de contraintes mesurées en des points limités. Ils ont acquis un mode de mesure complet approximatif basé sur le champ de contraintes global. Ainsi, l'indice d'endommagement modal de la déformation a un avantage naturel en utilisant directement la déformation. Ensuite, ils ont proposé un indice de détection directe des endommagements basé sur la forme du modèle de déformation, qui permet de localiser les endommagements avec uniquement les données modales de déformation après l'endommagement et ne nécessite pas de données avant l'endommagements. Les résultats des calculs ont montré que le champ de contrainte global pouvait être reconstruit rapidement sur la base du CBF et de MEFI, ce qui permettait de détecter les endommagements en se basant sur la méthode du modèle de contrainte.

Young-Ji Cha et al [57] Ont proposé une nouvelle approche de détection des endommagements utilisant des algorithmes d'optimisation hybrides multi-objectifs basés sur l'énergie de déformation modal EDM pour détecter les endommagements dans diverses structures en acier tridimensionnelles (3-D). Les endommagements mineurs ont peu d'effet sur la différence des propriétés modales de la structure, et donc de tels endommagements avec des emplacements multiples dans une structure sont difficiles à détecter en utilisant les méthodes traditionnelles de détection des endommagements basées sur les propriétés modales. Différents scénarios d'endommagements mineurs sont créés pour les structures 3D afin d'étudier l'approche multi-objectifs nouvellement proposée. L'algorithme génétique hybride multi-objectif proposé détecte les emplacements et les étendues exactes des endommagements mineurs induits dans la structure.

Teng et al [44] ont utilisé le réseau neuronal convolutif (CNN) pour extraire les caractéristiques de détérioration d'une structure à ossature métallique. Comme les dommages structurels peuvent induire des changements des paramètres modaux de la structure, l'opération de convolution a été utilisée pour extraire les caractéristiques des paramètres modaux, et un algorithme de classification a été utilisé pour juger l'état de l'endommagement de la structure. La méthode des éléments finis a été appliquée pour analyser la vibration libre de la structure en acier et obtenir l'énergie de déformation modale du premier ordre pour divers scénarios d'endommagement, qui a été utilisée comme échantillon d'entraînement CNN. Ensuite, des expériences de vibration ont été réalisées et des paramètres modaux ont été obtenus à partir de l'analyse modale des signaux de vibration. Les données expérimentales ont été introduites dans le CNN pour vérifier sa capacité de détection des endommagements.

Khosraviani et al [18] ont présenté une nouvelle méthode de détection des endommagements permettant d'identifier les lieux d'endommagements par l'utilisation simultanée des indices d'endommagements liés à l'énergie et au déplacement. Grâce à cette nouvelle méthode, l'endroit endommagé et même le sol endommagé sont détectés avec précision. La première méthode consiste à utiliser une combinaison de l'indice d'énergie à fréquence instantanée (EFI) et des réponses d'accélération structurelle. Pour évaluer la première méthode et présenter également une méthode d'évaluation rapide, on introduit l'indice d'endommagement par déplacement (IED), qui se compose des indices de fiabilité d'erreur (β) et de fonction de densité de probabilité normale (FDPN). L'innovation de cette méthode est l'utilisation simultanée de réponses de déplacement et d'accélération au cours d'un processus, ce qui est plus efficace dans l'évaluation rapide des modèles d'endommagement avec des vecteurs de vitesse.

Xu et al [53] ont présenté une stratégie spécialisée pour les méthodes basées sur l'énergie modale (EM), y compris l'énergie de déformation modale (EDM) et l'énergie cinétique modale (ECM), afin de sélectionner le meilleur sous-ensemble de modes avant l'identification des endommagements. Les endommagements dus aux changements de rigidité et de masse des éléments structurels sont tous deux pris en compte. Afin d'appliquer le schéma proposé à une situation plus générale, la sensibilité de l'énergie intermodale (EIM) au lieu de la sensibilité habituelle de l'EM est dérivée et désignée comme indice de sensibilité. Selon cet indice, les combinaisons de modes (CM) qui sont les plus sensibles aux changements de rigidité et de masse sont retenues, tandis que les CM restants compliquent le processus de détection des dommages sont éliminés.

Nedushan et al [3] ont proposé une nouvelle méthode de détection des endommagements structurels en deux étapes utilisant la flexibilité modale et l'indice basé sur l'énergie de déformation (MFMIED) et un algorithme modifié d'optimisation basé sur l'enseignement et l'apprentissage (MAMOEA). Dans la première étape, un nouvel indice d'endommagement (MFMIED) est proposé, basé sur la combinaison de deux propriétés structurelles modales, dont l'énergie de déformation modale des éléments et les éléments diagonaux de la matrice de flexibilité structurelle, afin d'identifier les éléments suspectés d'être endommagés. La performance de cet indicateur est comparée à la performance d'un indicateur dérivé de l'énergie de déformation modale. Comme le changement des propriétés structurelles modales est également affecté par les variations environnementales, dans cette étude, l'effet des conditions environnementales variables sur la performance du MFMIED est également examiné. Dans un deuxième temps, la réponse modale de la structure est utilisée, puis mise à jour par le MAMOEA pour estimer l'étendue des endommagements causés par les éléments suspects. À ce stade, l'algorithme MAMOEA est proposé en améliorant la qualité de l'enseignement et de l'apprentissage de l'algorithme EABO grâce à de nouveaux mécanismes de mise à jour de chaque position de l'apprenant.

Hosseini et al [26] ont examiné les études liées aux fonctions objectives basées sur l'énergie de déformation modale (EMD) et les méthodes de flexibilité, y compris la flexibilité modale (MF), et la matrice de flexibilité généralisée (MFG). Pour illustrer le degré d'efficacité de ces fonctions objectives basées sur les paramètres modaux mentionnés cidessus, un indice d'efficacité appelé facteur d'impact (FI) est défini. Enfin, la meilleure fonction objective est introduite pour chaque étude de cas numérique basée sur le FI par le biais de l'évaluation du résultat obtenu.

Xu et al [28] ont présenté une nouvelle méthode de localisation des endommagements, appelée méthode EDR (énergie de déformation résiduelle), qui est capable de localiser les endommagements sur des structures 3D sous l'effet de variations environnementales. Cette méthode EDR utilise les modes propres résiduels pour construire l'indicateur de localisation des endommagements, dans lequel l'algorithme d'analyse des composantes principales est introduit pour éliminer l'influence des variations environnementales.

Wang et [45] ont étudié diverses techniques liées à l'EDM sur l'identification des dommages structurels et les a classées comme la méthode de l'indice de dommage (DI), la méthode du changement d'énergie de déformation modale (MSEC), la méthode de l'énergie de déformation intermodale (Cross-MSE), et d'autres méthodes. Quatre méthodes typiques liées à l'ESM sont sélectionnées et sont d'abord présentées. Ensuite, l'identification des dommages des structures des faisceaux 1-D et des plates-formes offshore 3-D, en tenant compte des problèmes d'incomplétude spatiale, de contamination par le bruit, etc. est examinée systématiquement à l'aide de simulations numériques et de données expérimentales. La capacité de ces quatre méthodes à localiser les dommages est comparée. Enfin, certains critères généralisés sur ces méthodes d'identification des dommages sont conclus, et des suggestions pour des travaux futurs sont discutées.

Niu et al [19] sur la base de la mise à jour du modèle de surface de réponse (MSR) et de l'indice d'endommagement de l'énergie de déformation modale des éléments (EDME), a proposé une nouvelle méthode d'identification des endommagements pour les structures de ponts à poutres. L'efficacité de la méthode d'identification des endommagement proposée est étudiée à l'aide d'expériences sur quatre poutres en acier simplement supportées. Avec le pont de Xiabaishi, un pont à ossature rigide continue précontrainte de grande portée, comme toile de fond de l'ingénierie, la méthode d'identification des endommagement proposée est validée en utilisant la simulation numérique pour générer différents scénarios d'endommagement des roulements. Enfin, l'efficacité de la méthode est justifiée en considérant son application à l'identification des endommagement dus aux fissures pour un pont à poutres continues réel appelé pont de Xinyihe.

Xu et al [29] ont présenté une approche itérative en deux étapes d'identification des endommagements structurels qui combine la méthode de décomposition modale de l'énergie de déformation (MDMED) avec l'algorithme d'optimisation des essaims de particules à objectifs multiples. Le schéma proposé s'inspire de l'approche générale non itérative en deux étapes, qui tente de localiser les endommagements dans la première étape et d'estimer la gravité des endommagements dans la deuxième étape; toutefois, l'approche actuelle diffère en construisant un indicateur MSED itératif pour effectuer la localisation des endommagements et l'estimation de la gravité de manière cyclique. Par conséquent, les indications faussement positives des endommagement sont progressivement supprimées et la précision de l'estimation de la gravité des endommagement est améliorée au fur et à mesure que l'itération se poursuit. En outre, une nouvelle opération d'activation des éléments est intégrée dans le processus itératif; au cours de cette étape, les éventuelles fausses indications négatives d'endommagement exclues lors de la première étape peuvent être activées et ensuite testées à nouveau pour identifier les endommagement, réduisant ainsi le taux de faux négatifs.

Wei et al [49] ont présenté une méthode en deux étapes basée sur l'énergie de déformation modale pour l'identification des endommagements dans les plaques minces. Dans la première étape, les endommagement sont localisés avec l'approche du rapport de changement d'énergie de déformation modale. Une méthode est proposée pour affaiblir]l'effet de proximité, ce qui réduit les fausses alertes dans la localisation des endommagements. Dans la deuxième étape, l'étendue des endommagements des éléments suspectés d'être endommagés est obtenue de manière itérative avec l'approche de mise à jour du modèle d'éléments finis basée sur la sensibilité au changement d'énergie de déformation modale.

Bannen et al [50] ont présenté une approche sans ligne de base pour améliorer la précision de la détection des endommagements en utilisant la méthode de l'énergie de déformation modale. Les résultats de simulations numériques avec essais expérimentaux sur une poutre sont présentés en considérant différents scénarios d'endommagement, c'est-àdire des endommagement simples et multiples avec une réduction d'épaisseur aussi faible que 25 % et aussi importante que 50 %. Dans tous les cas, l'approche proposée permet d'obtenir des résultats avec des pics relativement moins bruyants dans l'indice d'endommagement sans nécessiter de données de référence ou de base.

Zhong et al [11] ont généralisé la méthode basée sur la courbure de mode propre pour s'adapter à l'identification des endommagements des structures en forme de plaque, en utilisant des courbures des modes propres bidimensionnelles. La méthode modifiée ne nécessite que les premières modes propres de courbure de la plaque avant et après l'endommagement, ou ne nécessite des informations sur le mode de la plaque endommagée que si la technique de lissage par espacement est utilisée. Pour évaluer l'efficacité de la méthode proposée, des simulations numériques prenant en compte divers scénarios d'endommagement aux plaques en termes de localisation des endommagement, de la gravité des endommagement et des endommagements multiples ont été réalisées, et une analyse modale expérimentale sur une plaque d'acier avec des bords serrés et libres est également effectuée pour corréler les résultats numériques.

Nizar et al [35] ont présenté un travail sur les aspects critiques de l'identification des endommagement structurels à l'aide d'un algorithme évolutif basé sur la mise à jour du modèle d'éléments finis. Tout d'abord, un contexte théorique comprenant le problème de la détection des endommagement structurels et les différents types d'approches de mise à jour des modèles d'éléments finis est illustré. Ensuite, les différents résidus entre les caractéristiques dynamiques du modèle d'éléments finis et le modèle physique correspondant, utilisé pour construire la fonction objective de suivi des endommagement, sont résumés. Troisièmement, les préoccupations concernant la sélection des paramètres pour la mise à jour du modèle d'éléments finis sont examinées. Quatrièmement, l'utilisation d'algorithmes évolutifs pour la mise à jour des modèles d'éléments finis pour la détection des endommagements est examinée. Cinquièmement, une étude de cas comparant les applications de deux évaluations environnementales à objectif unique et d'une évaluation environnementale à objectifs multiples pour la mise à jour des modèles d'éléments finis en vue de la détection des endommagements est présentée. Enfin, des orientations de recherche possibles pour l'utilisation d'algorithmes évolutifs basés sur la mise à jour de modèles d'éléments finis pour résoudre les problèmes de détection des dommages sont recommandées.

Nguyen et al [21] ont présenté une nouvelle méthode d'identification des endommagement pour localiser et quantifier les endommagements en utilisant des modes propre mesurées et des fréquences naturelles. Un nouveau paramètre de vibration, le rapport entre l'énergie de déformation modale géométrique et la valeur propre (EDMGVP), a été développé et sa modification due à la réduction de la rigidité a été formulée à l'aide d'une matrice de sensibilité. Cette matrice de sensibilité est estimée à partir des paramètres modaux mesurés et des informations de base sur la structure. Pour l'identification des endommagements, tout d'abord, les emplacements des endommagements et les étendues corrélatives des endommagements sont identifiés en maximisant le niveau de corrélation entre un vecteur de changement analytique EDMGVP et un vecteur mesuré. L'algorithme génétique, qui est un puissant algorithme d'optimisation évolutionnaire, est utilisé pour résoudre ce problème d'optimisation. Ensuite, l'ampleur des endommagement peut être estimée à l'aide de la technique EDMGVP proposée et comparée à une technique conventionnelle utilisant le changement de fréquence. Un pont numérique en treillis 2D est utilisé pour démontrer la performance de la méthode proposée dans l'identification des cas d' endommagement simples et multiples.

1.2 Classification des méthodes utilisant l'énergie de déformation modale

Grâce à sa grande adaptabilité et à son efficacité, l'identification des endommagements basée sur l'EDM "énergie de déformation modale " a été un domaine d'intérêt distinct dans la détection des endommagements structurels. Bien entendu, l'EDM a été appliquée à divers problèmes, Voir [17], etc. Les techniques d'identification des endommagements basées sur l'EDM sont classées en quatre catégories dans le présent chapitre : (1) la méthode de l'indice des endommagements (IE); (2) la méthode de changement d'énergie de déformation modale (CEDM); (3) la méthode de l'énergie de déformation inter-modale et (4) autres méthodes.

1.2.1 Méthode de l'indice des endommagements

Par définition, la méthode de l'indice d'endommagements permet de déterminer l'état de santé d'un élément de structure grâce à un indice d'endommagement formé par ses propriétés modales et physiques.

1.2.2 Méthode de Stubbs de l'indice d'endommagement SIE

La méthode SIE exige que les modes propres avant et après l'apparition des endommagements soient connus. Cependant, les valeurs des modes propres normalisées en masse ne sont pas essentielles pour calculer l'indice de l'endommagement, car c'est toujours un cas pratique pour plusieurs autres méthodes, comme la méthode de flexibilité.

Les premiers rapports ont confirmé que la méthode SIE est adaptée à la structure qui se comporte globalement comme une poutre ou qui peut être démontée en éléments de poutre. Plus tard, L'application réussie de La SIE a également été présentée sur les plaques composites avec raidisseurs [39]

Malheureusement, la méthode SIE ne peut qu'identifier la localisation des endommagements, mais ne peut quantifier l'ampleur des endommagements.

Jusqu'à présent, deux courants de pensées semblent dominer les efforts visant à améliorer la précision de l'estimation de la gravité des endommagements. La première consiste à mettre au point une méthode qui peut localiser et dimensionner les dégâts avec précision. Bien entendu, cette approche peut changer la forme naturelle de l'index de Stubbs.L'autre, La méthode de quantification est appliquée afin d'obtenir une prévision plus précise des niveaux d'endommagements.

1.2.3 méthode de la décomposition de l'énergie de déformation modale DEMD

La méthode SIE est très prometteuse pour localiser un endommagement régulier. Imparfaitement, cette méthode est incapable d'identifier un petit endommagement dans des conditions de bruit intense, la méthode de décomposition modale de l'énergie de déformation (DEDM), afin d'améliorer la capacité de localisation de l'indice SIE. Contrairement à l'indice d'endommagement unique défini dans la méthode SIEI, la méthode DEDM définie deux indices d'endommagements, à savoir l'indice des endommagements axiaux et l'indice des endommagements transversaux, qui sont associés à des coordonnées nodales axiales et transversales, respectivement.l'analyse des informations des deux indicateurs d'endommagements, améliore considérablement la précision de la localisation des endommagements. Les résultats ont montré que la DEDM était supérieure à la méthode SIE pour localiser les petits endommagements potentiels. En outre, la méthode DEDM était également robuste aux variations de température [46] Récemment, Li et al [55] ont également construit un nouvel indice d'endommagements basé sur les recherches de Stubbs.

1.2.4 La méthode de changement de l'énergie de déformation modale CEDM

Une autre catégorie de la méthode basée sur l'EDM est la méthode CEDM, qui est ancrée dans le changement de l'énergie de déformation modale de chaque élément. Lorsqu'un endommagement survient sur une structure d'une étendue spécifique, les paramètres physiques et modaux changent en conséquence. Ainsi, l'analyse de ces changements est un choix logique de critères dans la détection des endommagements. L'avantage le plus significatif de cette méthode est sa formule simple mais efficace qui tient compte de la localisation des endommagements.

1.2.5 La méthode de pourcentage de changement de l'énergie de déformation modale PCEDM

La méthode PCEDM est très attrayante, Certaines questions critiques sont sensibles dans cette méthode, notamment l'utilisation des valeurs absolues de la PCEDM, l'expression exacte d'une faible variation de l'EDM et les critères de convergence de l'équation de sensibilité, D'autres applications réussies de la méthode CEDM ont également été présentées sur une poutre sandwich composite [48] et un pont réel.[16] L'inconvénient de la méthode PCEDM est que le processus de quantification des endommagements est très susceptible d'être affecté par le bruit de mesure et le caractère incomplet des formes de mode mesurées; Bien que la méthode PCEDM ait été largement adoptée au cours des deux dernières décennies, elle sert généralement de base théorique pour développer d'autres techniques de détection des endommagements plus qu'une méthode de détection des endommagements individuels. Jusqu'à présent, ces techniques se répartissent en trois grandes catégories.

1.2.6 Energie de déformation modale élémentaire

Des formules de sensibilité du premier ordre de l'EDM élémentaire ont été déduite pour un système réel symétrique non amorti. Les formules de sensibilité ont ensuite été utilisées pour établir systématiquement les équations d'endommagements élémentaires pour résoudre simultanément la localisation et la gravité des endommagements , au cours desquelles un algorithme de régularisation basé sur la décomposition de valeurs singulières a été utilisé pour surmonter le problème mal conditionné causé par le bruit de mesure.Des recherches plus récentes concernant la méthode basée sur la sensibilité à l'énergie de déformation modale des éléments ont également été rapportées par Entezami et al [1].

Il convient de mentionner que la sensibilité de L'EDM n'est pas seulement un indice des endommagements structurels, mais aussi une preuve permettant d'examiner si l'endroit endommagé peut être identifié ou non. Si l'on prend comme exemple une poutre simplement soutenue, les endommagements dans les éléments adjacents au support sont toujours plus difficiles à détecter que les autres. En outre, la caractéristique de sensibilité à la position du l'EDM donne également un bon aperçu de l'application des modes spécifiques à des endroits donnés.

La deuxième catégorie de techniques CEDM améliorées, bénéficie d'avantage des algorithmes d'optimisations populaires. En général, ces techniques comportent deux étapes. Dans la première étape, le changement de l'énergie de déformation modale est utilisé pour donner les emplacements approximatifs des endommagements. Ces prédictions sont ensuite introduites dans la deuxième étape, pour une localisation et une quantification plus fines des endommagements à l'aide d'un algorithme d'optimisation. Par rapport à l'utilisation directe d'un algorithme d'optimisation, cette technique de fusion réduit considérablement les ressources et le temps de calcul, en particulier lorsqu'il s'agit d'une structure à grande échelle. Des travaux similaires ont été réalisés par Kaveh et Zolghadr [2] La dernière catégorie de la méthode CEDM est basée sur la fusion de données ou la technologie de prise de décision. Une caractéristique notable de la méthode CEDM est lorsque l'endommagement se produit dans un élément de structure, le PCEDM de cet endroit et de la zone voisine s'agrandit. Ces augmentations supplémentaires de CCEDM peuvent entraver la reconnaissance correcte des endroits endommagés. Ainsi, Wei et al [58] ont proposé une méthode en deux étapes basée sur la variation de l'énergie de déformation modale pour l'identification des endommagements dans les plaques minces. Une technologie de prise de décision a été utilisée pour affaiblir l'effet de proximité, réduisant ainsi les fausses alertes dans la localisation des endommagements.

1.2.7 Méthode de l'énergie de déformation intermodale EDIM

Les méthodes ED et CEMD reposent toutes deux sur l'EDM formé avec un mode jumelé de la structure non endommagée ou endommagée. Cependant, l'identification modale précise est parfois difficile à réaliser en raison de certaines incertitudes pratiques, ce qui conduit en outre à l'échec de la détection des endommagements.

Par rapport à d'autres méthodes basées sur l'EDM, les avantages intéressants de la méthode EDIM peuvent être résumés comme suit : 1) C'est une méthode de solution exacte et non itérative, tandis que la méthode CCEMD utilise une procédure de solution itérative et que les indices de Stubbs et de CEMD impliquent des présomptions grossières et des approximations significatives. 2) Elle ne requiert que les informations de quelques modes mesurés à partir de la structure endommagée. Et 3) elle n'exige pas que les informations des modes appariés provenant du même mode pour la structure de base et la structure endommagée, et que les modes analytiques et mesurés soient cohérents en termes d'échelle, ou soient normalisés d'une manière spécifique.

La méthode EDIM initialement mise au point n'était applicable que si les lieux d'endommagements corrects avaient été identifiés auparavant. En d'autres termes, la méthode EDIM ne peut pas déterminer les emplacements des endommagements structurels. Afin de pallier cette lacune, deux méthodes de résolution EDIM ont été proposées, Les caractéristiques intrinsèques, en particulier l'applicabilité de ces deux méthodes, ont ensuite été discutées par Xu et Wang [32]. Une nouvelle procédure combinant ces deux méthodes a ensuite été mise au point pour mieux appliquer la méthode EDIM.

A proprement parler, l'application de la méthode EDIM est limitée au scénario où les distributions de masse des structures pré et post-dommages sont identiques. Compte tenu des changements intervenus au niveau de la rigidité et des distributions de masse, la méthode EDIM a été étendue à la méthode IMIM (inter-model inter-mode) pour la mise à jour des modèles structurels [47] l'identification des endommagements.
Chapitre 2

Méthode des éléments finis

2.1 Théorie de la méthode des éléments finis

2.1.1 Description général de la méthode des éléments finis

En Méthode des éléments finis, le sujet d'étude (gaz, liquide, solide) est représenté par un assemblage de subdivisions nommé « éléments finis », ses derniers sont inter-connectés dans des points nodaux (nœuds). Les nœuds lient les extrémités des éléments adjacents, (Déformation, contrainte, température ou la vitesse) dans le sujet étudié sont inconnus. On suppose que la variation de la variable à l'intérieur de l'élément fini peut-être approché par une fonction simple. Ces fonctions d'approximations dites :(modèles d'interpolation), sont définis sur la base des valeurs des variables sur les nœuds. A l'écriture des équations de champ (e.g. ,équation d'équilibre) , les nouveaux inconnus seront les valeurs du champ nœuds . En résolvant les équations du champ ,écrites le plus souvent en forme matricielles , les valeurs du champ aux nœuds seront connues .Dès lors, Les fonctions d'approximations vont définir les variables à travers l'assemblage des éléments. La solution générale du problème par la méthode des éléments finis, suit un processus ordonné d'étapes, dans le cas des problèmes des structures statiques, ces étapes sont décrites comme suit :

Étape 01 Discrétisation de l'élément, la première étape dans la méthode des éléments finis est de diviser la structure ou la région de solutions en subdivisions ou éléments, par conséquent, la structure est à modéliser avec une nombre approprié d'éléments finis. Le nombre, type, volume, et l'ordre des éléments est à décider.

Étape 02 Choix du modèle de déplacement ou de l'interpolation appropriée. Les déplacements d'une structure complexe sous une charge donnée ne peuvent être prédit de manière exacte, de ce fait, on opte pour une solution adaptée pour obtenir des approximations. La solution adoptée est de forme simple d'un point de vue calcul , Cependant elle doit vérifier certaines conditions de convergences. En général la solution ou le modèle d'interpolation est de forme polynomiale.

Étape 03 Dérivation des matrices de rigidités élémentaires et des vecteurs de charges à partir du modèle de déplacement supposé, la matrice de rigidité $[K^e]$ et le vecteur de charge $\vec{P}^{(e)}$ sont dérivés en utilisant les conditions d'équilibre ou un principe de variation adapté.

Étape 04 Assemblage des équations élémentaires pour obtenir les équations d'équilibre global Les matrices de rigidité et vecteurs d'efforts élémentaires devrait être assemblés de

manière appropriée, et l'équation d'équilibre global est formulé comme suit :

$$[\vec{k}]\vec{\phi} = [\vec{P}] \tag{2.1}$$

Où $[\vec{K}]$ est la matrice de rigidité assemblée , $\vec{\phi}$ est le vecteur du déplacement nodal et $[\vec{P}]$ est le vecteur des forces nodales.

Etape 05 solution pour les déplacement nodaux inconnus : toutes les conditions d'équilibre doivent être modifiées pour compter pour les conditions aux limites du problème, après l'introduction des conditions aux limites, l'équation d'équilibre peut être exprimé comme suit :

$$[\vec{K}]\vec{\phi} = \vec{P} \tag{2.2}$$

Etape 06 Calcul des contraintes et déformations élémentaires : Une fois les déplacements nodaux $\vec{\phi}$ sont connus, les contraintes et déformations sont calculées en utilisant les équations de la mécanique des structures et des solides déformables.

2.1.2 Analyse de treillis, poutres et portiques

Elément treillis dans l'espace

Considérons un élément du treillis montré dans 2.1, où l'axe local x est pris dans la direction axiale de l'élément, a pour origine son extrémité (Nœud local 1) on adopte le modèle linéaire de déplacement suivant :

$$u(x) = q_1 + (q_2 - q_1)\frac{x}{l}$$
$$\{u(x)\} = [N]\vec{q}^{(e)}$$
(2.3)

 \sim

 et

$$[N] = \left[\left(1 - \frac{x}{l}\right) \frac{x}{l} \right] \tag{2.4}$$

$$\vec{q}^{(e)} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} \tag{2.5}$$

où q_1 et q_2 représentent le degré de liberté des nœuds en coordonnées locales du système (inconnus), l la longueur de l'élément, et l'exposant e le numéro de l'élément.Le déplacement axial est exprimé comme suit :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u(x)}{\partial x} = \frac{q_2 - q_1}{l}$$
$$\{\varepsilon_{xx}\} = [B]\vec{q}^{(e)}$$
(2.6)

оù

$$[B] = \begin{bmatrix} -\frac{1}{l} & \frac{1}{l} \end{bmatrix}$$
(2.7)

la relation contrainte-déformation est donnée par

$$\sigma_{xx} = E\varepsilon_{xx} \tag{2.8}$$

$$\sigma_{xx} = [D]\varepsilon_{xx} \tag{2.9}$$



FIGURE 2.1 – Élément treillis dans l'espace

où [D] = [E], et E est le module de Young du matériau. La matrice de rigidité de l'élément (en coordonnées locales du système) est obtenue à partir de l'équation suivante :

$$[K^{(e)}] = \iiint_{V^{(e)}} [B]^T [D] [B] dV = A \int_{x=0}^l \left\{ -\frac{1}{l} \right\} E \left\{ -\frac{1}{l} \quad \frac{1}{l} \right\} = \frac{AE}{l0} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$
(2.10)

Où A est la surface de la section droite de la barre. Pour trouver la matrice de la barre en coordonnées globales du système, on aura besoin de trouver la matrice de transformation. En général, l'élément considéré sera un des éléments d'une structure treillis dans l'espace. Admettons que les noeuds (locaux) 1 et 2 de l'élément correspondent aux nœuds *i* et *j*, respictivement , du système global comme montré dans la figure 2.1. Les déplacements locaux q_1 et q_2 peuvent êtres décomposés en $Q_{3i-2}, Q_{3i-1}, Q_{3i}$ et $Q_{3j-2}, Q_{3j-1}, Q_{3j}$ parralels aux axes globaux X, Y, Z, les deux groupes du déplacement s'écrivent :

$$\vec{Q}^{(e)} = [\lambda] \vec{Q}^{(e)}$$
 (2.11)

Où, la matrice de transformation $[\lambda]$ et le vecteur des déplacements nodaux de l'élément e dans les coordonnées globales, $\vec{Q}^{(e)}$ sont donnés par :

$$[\lambda] = \begin{bmatrix} l_{ij} & m_{ij} & n_{ij} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & l_{ij} & m_{ij} & n_{ij} \end{bmatrix}$$
(2.12)

$$\vec{Q}^{(e)} = \begin{cases} Q_{3i-2} \\ Q_{3i-1} \\ Q_{3i} \\ Q_{3j-2} \\ Q_{3j-1} \\ Q_{3j} \end{cases}$$
(2.13)

et l_{ij} , m_{ij} et n_{ij} sont les cosinus directeurs des ongles entre la ligne (ij) et les directions OX, OY, et OZ, respectivement .Les cosinus directeurs peuvent être calculés en terme des coordonnées globales des nœuds (i) et (j) comme suit :

$$l_{ij} = \frac{X_j - X_i}{l}, \ m_{ij} = \frac{Y_j - Y_i}{l}, \ n_{ij} = \frac{Z_j - Z_i}{l}$$
(2.14)

Où (X_i, Y_i, Z_i) et (X_j, Y_j, Z_j) sont les coordonnées globales des nœuds (i) et (j), respectivement, et l est la longueur de l'élément (ij) donnée par :

$$l = \sqrt{(X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2 + (Z_j - Z_i)^2}$$
(2.15)

Donc, la matrice de rigidité dans les coordonnées de l'élément dans les coordonnées globales peut être obtenue en utilisant l'équation :

$$[K^{(e)}] = [\lambda^{(e)}]^T [k^{(e)}] [\lambda^{(e)}]$$

Comme suit :

$$[K^{(e)}] = [\lambda^{(e)}]^T [k^{(e)}] [\lambda^{(e)}]$$

$$= \frac{AE}{l} \begin{bmatrix} l_{ij}^{2} & l_{ij}m_{ij} & l_{ij}n_{ij} & -l_{ij}^{2} & -l_{ij}m_{ij} & -l_{ij}n_{ij} \\ l_{ij}m_{ij} & m_{ij}^{2} & m_{ij}n_{ij} & -l_{ij}m_{ij} & -m_{ij}^{2} & -m_{ij}n_{ij} \\ l_{ij}n_{ij} & m_{ij}n_{ij} & n_{ij}^{2} & -l_{ij}n_{ij} & -m_{ij}n_{ij} & -n_{ij}^{2} \\ -l_{ij}^{2} & -l_{ij}m_{ij} & -l_{ij}n_{ij} & l_{ij}^{2} & l_{ij}m_{ij} & l_{ij}n_{ij} \\ -l_{ij}m_{ij} & -m_{ij}^{2} & -m_{ij}n_{ij} & l_{ij}m_{ij} & m_{ij}^{2} & m_{ij}n_{ij} \\ -l_{ij}n_{ij} & -m_{ij}n_{ij} & -n_{ij}^{2} & l_{ij}n_{ij} & m_{ij}n_{ij} & n_{ij}^{2} \end{bmatrix}$$

$$(2.16)$$

Vecteur charge uniforme Le vecteur charge uniforme est calculé en utilisant les équations suivantes :

$$\vec{P}_{i}^{e} = \iiint_{V^{(e)}} [B]^{T} [D] \vec{\varepsilon_{0}} dv$$

$$A \int_{0}^{l} \begin{bmatrix} -\frac{1}{l} \\ \frac{1}{l} \end{bmatrix} E\{\alpha T\} . dx = A E \alpha T \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$
(2.17)

 $\vec{P_i^b} =$ le vecteur de charge dû à la charge du corps $(\phi_0) = \iiint_{V^e} [N]^T \vec{\phi} dV$

$$=A\int_{0}^{l} \left\{ \frac{-1-\frac{x}{l}}{\frac{x}{l}} \right\} \left\{ \phi_{0} \right\} dx = \frac{\phi_{0}Al}{2} \left\{ \begin{array}{c} 1\\1 \end{array} \right\}$$
(2.18)

La seule surface de contrainte qui peut exister est P_x et doit être appliquée à l'un des points nodaux nodaux, supposant que P_x est appliqué au noeud 1, le vecteur de charge deviendra :

$$\vec{p}_{S1}^{(e)} = \iint_{S_1^{(e)}} [N]^T \{ p_x \} dS_1 = p_0 \begin{cases} 1\\0 \end{cases} \iint_{S_1} dS_1 = p_0 A_1 \begin{cases} 1\\0 \end{cases}$$
(2.19)

où $p_x = p_0$ est supposé être une constante et l'indice 1 est utilisé pour désigner le nœud. La matrice des fonctions de forme [N] se réduit à $\begin{cases} 1\\0 \end{cases}$ puisque le stress est situé au nœud 1. De même, lorsque $p_x = p_0$ est appliqué au nœud 2, le vecteur de charge devient :

$$\vec{p}_{S2}^{(e)} = \iint_{S_1^{(e)}} [N]^T \{ p_x \} dS_1 = p_0 \left\{ \begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix} \right\} \iint_{S_2} dS_1 = p_0 A_2 \left\{ \begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix} \right\}$$
(2.20)

Le vecteur de charge uniforme total dans le système de coordonnées locales est donné par :

$$\vec{p}^{(e)} = \vec{p_i}^{(e)} + \vec{p_b}^{(e)} + \vec{p_{S_1}}^{(e)} + \vec{p_{S_2}}^{(e)}$$
(2.21)

Ce vecteur de charge, par rapport au système global de coordonnées, sera :

$$\vec{P}^{(e)} = [\lambda]^T \vec{p}^{(e)}$$

ou λ est donné par cette équation :

$$\begin{cases} l_{ij} & m_{ij} & n_{ij} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l_{ij} & m_{ij} & n_{ij} \end{cases}$$

Calcul de contraintes Après avoir trouvé la solution de déplacement du système, le vecteur de déplacement nodal de l'élément $\vec{Q}^{(e)}$ peut être identifié. La contrainte induite dans l'élément e est déterminé en utilisant les équations :

$$[\lambda] = \begin{bmatrix} 0 & m_{ox} & 0\\ -m_{ox}\cos\alpha & 0 & m_{ox}\sin\alpha\\ \sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{bmatrix}$$
(2.22)

Et:

$$\vec{q}^{(e)} = [\lambda] \vec{Q}^{(e)}$$

Tel que :

$$\sigma_{xx} = E[B][\lambda]Q(e)$$

ou [B] et $[\lambda]$ sont donnée respectivement par les équations :

$$l_{o\bar{x}} = l_{ox} = \frac{X_j - X_i}{l}$$

$$m_{o\bar{x}} = m_{ox} = \frac{Y_j - Y_i}{l}$$

$$n_{o\bar{x}} = n_{ox} = \frac{Z_j - Z_i}{l}$$
(2.23)

Élément poutre

Une poutre est un élément barre droite qui est initialement sollicitée par des charges transversales. La déformée de la poutre est décrite par un déplacement et une rotation de la poutre. Par conséquent , le nombre de degrés de liberté inconnus est calculé à partir des déplacement transversaux et la rotation aux extrémités de la poutre.

Considérons un élément poutre de longueur l dans le plan xy comme montré sur la Figur 2.2. Les quatres degrés de liberté dans les coordonnées locales (xy) sont indiquées par q_1, q_2, q_3 , et q_4 . Du moment qu'on a quatre déplacements nodaux, on suppose qu'on a un modèle de déplacement cubique v(x) comme sur la figure 2.2.

$$v(x) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 x^2 + \alpha_4 x^3 \tag{2.24}$$

Ou les constantes α_1 , α_4 sont trouvées en utilisant les conditions suivantes

$$v(x) = q_1 \quad et \quad \frac{dv}{dx}(x) = q_2 \quad pour \quad x = 0$$
 (2.25)



FIGURE 2.2 – Poutre sollicitée par des charges transversales



FIGURE 2.3 – Déformation d'un élément poutre sur le plan xy

$$v(x) = q_3 \quad et \quad \frac{dv}{dx}(x) = q_4 \quad pour \quad x = l \tag{2.26}$$

L'équation 2.24 peut être exprimée de la manière suivante :

$$v(x) = [N]\vec{q} \tag{2.27}$$

Ou $\left[N\right]$ est donné par

$$[N] = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & N_3 & N_4 \end{bmatrix}$$
(2.28)

$$\begin{cases} N_1(x) = (2x^3 - 3lx^2 + l^3)/l^3 \\ N_2(x) = (x^3 - 2lx^2 + l^2x)/l^2 \\ N_3(x) = -(2x^3 - 3lx^2)/l^3 \\ N_4(x) = (x^3 - lx^2)/l^2 \end{cases}$$
(2.29)

 et

$$\vec{q} = \begin{cases} \vec{q}_1 \\ \vec{q}_2 \\ \vec{q}_3 \\ \vec{q}_4 \end{cases}$$
(2.30)

Selon la théorie des poutres, les sections planes de la poutre restent planes après déformation et donc le déplacement axial μ dû au déplacement transversal peut être exprimé ainsi (à partir de la Figure 2.3).

 (q_1)

$$u = -y \frac{\partial v}{\partial x}$$

où y est la distance par rapport à l'axe neutre. La contrainte axiale est donnée par :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} = -y \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = [B] \vec{q}$$
(2.31)

Où

$$[B] = -\frac{y}{l^3}(12x - 6l)l(6x - 4l) - (12x - 6l)l(6x - 2l)$$
(2.32)

En utilisant les équations :

$$[B] = -\frac{y}{l^3}(12x - 6l)l(6x - 4l) - (12x - 6l)l(6x - 2l)$$
(2.33)

En utilisant les équations (2.32) et (2.10) avec [D] = [E], la matrice de rigidité s'écrit :

$$[k^{(e)}] = \iint_{V^{e}} [B]^{T}[D][B]dV = E \int_{0}^{t} dx \iint_{A} [B]^{T}[B]dA$$
$$= \frac{EI_{zz}}{l^{3}} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^{2} & -6l & 2l^{2} \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^{2} & -6l & 4l^{2} \end{bmatrix}$$
(2.34)

Élément portique tridimensionnel

Un élément portique tridimensionnel est un élément barre droite de section constante soumis a des forces axiales, moments fléchissant autour des axes principaux du plan de sa section droite, moment de torsion sur son axe de centre de gravité. les degrés de liberté correspondants à ses déplacements sont montré sur la figure 2.4. On constate que la matrice de rigidité d'un élément portique est d'ordre (12×12) . Si les axes locaux xyz sont choisis d'une manière à ce qu'ils coïncident avec les axes principaux de la section, il sera possible d'obtenir une matrice d'ordre (12×12) constituée de sous matrices d'ordre (2×2) et (4×4) . D'après la théorie des poutres, les déplacements axiaux q_1 et q_7 dépendent seulement des forces axiales, les rotations q_4 et q_{10} dépendent seulement des moments de torsion. Cependant, pour un système de coordonnées xyz arbitraire, le déplacement de flexion sur le plan xy, à savoir $q_2, q_6, q_8 et q_{12}$, ne dépendent pas seulement des forces fléchissantes agissantes sur le le même plan (i.e., efforts tranchants agissants sur la direction de l'axe y et les moments agissants sur le plan(xy) mais également sur les forces fléchissantes agissantes sur le plan xz. D'autre part, si les plans xy et xz coïncident avec l'axe principal de la section droite, les déplacements de flexion et les forces sur ces deux plans sont considérés être indépendants l'un de l'autre.

Nous choisissons les systèmes de coordonnées locales xyz pour coïncider avec l'axe principal de la section droite avec, l'axe x étant l'axe centroïde de la portique, ainsi, les déplacements sont scindés en deux groupes, chacun indépendant de l'autre. On considère d'abord la matrice de rigidité correspondante au différents groupes de déplacements, ensuite nous obtenons la matrice locale de rigidité de l'élément par superposition .

Déplacements axiaux Les déplacements nodaux sont q_1 et q_2 (Figure 2.4). Un modèle de déplacement linéaire nous conduit à la matrice de rigidité (du déplacement axial) suivante :

$$[k_a^{(e)}] = \iiint_{v^{(e)}} [B]^T [D] [B] dV = \frac{AE}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1\\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$
(2.35)

Où A,E, et $l,\!\mathrm{respectivement},$ surface de la section, module de Young et longueur de l'élément .

Déplacements de torsion Ici, les degrés de liberté (déplacements de torsion) sont donnés par q_4 et q_{10} . En supposant une variation linéaire des déplacements de torsion et les angles de torsion, le modèle de déplacement est exprimé de la manière suivante :

$$\theta(x) = [N]\vec{q_t} \tag{2.36}$$

$$[N] = [(1 - \frac{x}{l})(\frac{x}{l})]$$
(2.37)

$$\vec{q_t} = \begin{bmatrix} q_4\\q_{10} \end{bmatrix} \tag{2.38}$$

Supposons que la section droite de l'élément est circulaire , alors la contrainte de cisaillement est exprimée comme suit :

$$\varepsilon_{\theta x} = r \frac{d\theta}{dx} \tag{2.39}$$

ou r est la distance de la fibre par raport à l'axe centroide de l'élément. Ainsi, la relation contrainte-déplacement s'écrit :

$$\vec{\varepsilon} = [B]\vec{q}_t\vec{\varepsilon} = \{\varepsilon_{\theta x}\}et[B] = \{-\frac{r}{l} \quad \frac{r}{l}\}$$
(2.40)

En utilisant la loi de Hook, on obtient l'expression contrainte-déformation

$$\vec{\sigma} = [D]\vec{\varepsilon} \qquad \vec{\sigma} = \{\sigma_{\theta x}\}; [D] = [G] \tag{2.41}$$

G est le module de cisaillement du matériau. La matrice de rigidité de l'élément correspondante aux déplacements de torsion s'écrit :

$$[k_t^{(e)}] = \iiint_{v^{(e)}} [B]^T [D] [B] dV$$
(2.42)

$$G\int_{x=0}^{1} dx \iint Ar^2 dA \begin{bmatrix} -\frac{1}{l} \\ \frac{1}{l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{1}{l} & \frac{1}{l} \end{bmatrix}$$
(2.43)

tel que $J=\iint_A r^2 dA$ est le moment d'inertie polaire de la section droite , l'équation 2.43 peut s'écrire alors

$$[k_t^e] = \frac{GJ}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1\\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$
(2.44)

Notons que le quotient $\frac{GJ}{l}$ est dit , rigidité de torsion de l'élément portique de la Figure (2.1).









(e)

FIGURE 2.4 – (a) Elément avec 12 degrés de liberté;(b) Déplacements axiaux; (c) Déplacements de torsion; (d) Déplacements de flexion sur le plan xy; (e) Déplacements de flexion sur le plan xz.



FIGURE 2.5 – Élément portique de section rectangulaire

Déplacement de flexion sur le plan xy

Les quatre degrés de liberté de flexion sont q_3, q_5, q_9 et q_{11} au lieu de q_2, q_6, q_8 et q_{12} (Figure 2.4 (d)), La matrice de rigidité correspondante est la suivante :

$$[k_{xy}^{(e)}] = \frac{EI_{zz}}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix}$$
(2.45)

 $I_{zz} = \iint_A y^2$ est le moment d'inertie de la section droite de l'élément par raport a l'axe z.

Déplacement de flexion sur le plan xz

Ici, la flexion des éléments se fait sur le plan xz au lieu du plan xy, ainsi, il sera question des degrés de liberté suivants : q_3, q_5, q_9 et q_{11} au lieu de q_2, q_6, q_8 et q_{12} (figure 2.4 (e)), respectivement. En procédant comme dans le cas de flexion sur le plan xy on obtient la matrice de rigidité suivante :

$$[k_{xz}^{(e)}] = \frac{EI_{yy}}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix}$$
(2.46)

 I_{yy} est le moment d'inertie de la section droite de l'élément par raport a l'axe y.

Matrice globale de rigidité de l'élément Les matrices de rigidité issues des différents déplacements sont maintenant assemblées (par superposition) afin d'obtenir la matrice globale de l'élément.

$$[k^{(e)}] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & & & \\ 0 & \frac{12EI_{zz}}{l^3} & & Symetrique \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{l} & & \\ 0 & 0 & \frac{-6EI_{yy}}{l^2} & 0 & \frac{4EI_{yy}}{l} & & \\ 0 & \frac{6EI_{zz}}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_{zz}}{l} & & \\ -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-6EI_{zz}}{l^2} & 0 & \frac{12EI_{zz}}{l^3} & \\ 0 & 0 & \frac{-12EI_{yy}}{l^3} & 0 & \frac{6EI_{yy}}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_{yy}}{l^3} & \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-GJ}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{l} & \\ 0 & 0 & \frac{-6EI_{yy}}{l^2} & 0 & \frac{2EI_{yy}}{l} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_{zz}}{l^2} & \\ 0 & 0 & \frac{-6EI_{yy}}{l^2} & 0 & \frac{2EI_{yy}}{l} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_{zz}}{l^2} & \\ 0 & \frac{6EI_{zz}}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_{zz}}{l} & 0 & \frac{-6EI_{zz}}{l^2} & 0 & 0 & \frac{4EI_{zz}}{l} \end{bmatrix}$$

$$(2.47)$$

Matrice de rigidité globale On peut voire que la matrice de rigidité d'ordre 12×12 donnée par l'equation 2.47 est exprimée dans le système de coordonnées ordinaires, cependant, les déplacements nodaux dans les systèmes local et global de coordonnées sont reliés l'équation 2.6

la matrice de transformation $[\lambda]$, peut être identifiée comme :

$$[\lambda]_{12\times 12} = \begin{bmatrix} [\underline{\lambda}] & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [\underline{\lambda}] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [\underline{\lambda}] & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [\underline{\lambda}] \end{bmatrix}$$
(2.49)

Où

$$[\lambda]_{3\times3} = \begin{bmatrix} l_{ox} & m_{ox} & n_{oz} \\ l_{oy} & m_{oy} & n_{oz} \\ l_{oz} & m_{oz} & n_{oz} \end{bmatrix}$$
(2.50)

 Et

$$[0]_{3\times3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(2.51)



FIGURE 2.6 – Les degrés de liberté globaux et locaux d'un élément portique tridimensionnel

 l_{ox}, m_{ox} et n_{ox} désignent les cosinus de direction de l'axe des x (ligne ij de la Figure 2.6); l_{oy}, m_{oy} et n_{oy} représentent les cosinus de direction de l'axe des y; et l_{oz}, m_{oz} et n_{oz} indiquent les cosinus de direction de l'axe z par rapport aux axes globauxX, Y, Z. on peut voir que, trouvez la direction des cosinus de l'axe des x est un calcul simple depuis :

$$l_{ox} = \frac{X_j - X_i}{l}, \quad m_{ox} = \frac{Y_j - X_i}{l}, \quad n_{ox} = \frac{Y_j - X_i}{l}$$
(2.52)

Où X_K, Y_K, Z_K indiquent les coordonnées du nœudk(k = i, j) dans le système global. Cependant, le calcul des cosinus de direction des axes y et z nécessite quelques

effort. Enfin, la matrice de rigidité de l'élément en référence au système de coordonnées peut être obtenue comme suit :

$$[K^{(a)}] = [\lambda]^T [k^{(e)}] [\lambda]$$
(2.53)

Matrice de Transformation Nous obtenons la matrice de transformation $[\underline{\lambda}]$ entre les coordonnées locales et globales en deux étapes, dans la première étape, on dérive une matrice de transformation $[\lambda_1]$ entre les coordonnées globales XYZ et coordonnées \bar{x} , \bar{y}, \bar{z} en assumant que l'axe \bar{z} doit être parallèle au plan XZ Fig (2.7 (a)).

$$\begin{cases} \tilde{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{cases} = [\lambda_1] \begin{cases} X \\ Y \\ Z \end{cases}$$
 (2.54)

Dans un deuxième temps, nous conduisons une matrice de transformation $[\lambda_2]$ entre les coordonnées locales xyz (axes principaux des membres) et les coordonnées $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$, comme :

$$\begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases} = [\lambda_2] \begin{cases} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{cases}$$
 (2.55)

En supposant que le système de coordonnées locales (xyz) peut être obtenu en faisant tourner les axes $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ autour de l'axe \bar{x} par un angle α . Ainsi la transformation entre le système xyz et le système XYZ peut être obtenue comme suit :

$$[\underline{\lambda}] = [\lambda_2][\lambda_1] \tag{2.56}$$

$$\begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases} = [\underline{\lambda}] \begin{cases} X \\ Y \\ Z \end{cases}$$
 (2.57)

Expression de $[\lambda_1]$ A partir de la figure 2.7 (a), les cosinus de direction de l'axe longitudinal de l'élément du cadre (\bar{x} où x est le premier axe local) peuvent être obtenus comme suit :

$$l_{ox\bar{i}} = l_{ox} = \frac{X_j - X_i}{l}$$

$$m_{ox\bar{i}} = m_{ox} = \frac{Y_j - Y_i}{l}$$

$$n_{ox\bar{i}} = n_{ox} = \frac{Z_j - Z_i}{l}$$
(2.58)

où i et j désignent le premier et le second nœuds de l'élément e dans le système global, et l représente la longueur de l'élément e :

$$\sqrt{(X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2 + (Z_j - Z_i)^2}$$
(2.59)

Puisque le vecteur unitaire \vec{k} (parallèle à l'axe \vec{z}) est normal aux deux vecteurs unitaires \vec{J} (parallèle à l'axe Y) et \vec{i} (parallèle à l'axe \bar{x}) :

$$\vec{k} = \frac{\vec{i} \times \vec{J}}{\left\|\vec{i} \times \vec{J}\right\|} = \frac{1}{d} \times \begin{bmatrix} \vec{I} & \vec{J} & \vec{K} \\ l_{ox} & m_{ox} & n_{ox} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{d} (-\vec{I}n_{ox} + \vec{K}l_{ox})$$
(2.60)

Où

$$d = \sqrt{(l_{ox}^2 + l_{ox}^2)} \tag{2.61}$$

Ainsi, les cosinus directeurs de l'axe \vec{y} sont donnés par :

$$l_{o\bar{z}} = -\frac{n_{ox}}{d}$$

$$m_{o\bar{z}} = 0$$

$$n_{o\bar{z}} = \frac{l_{ox}}{d}$$
(2.62)

Pour trouver les cosinus directeurs de l'axe \bar{y} , on utilise la condition selon laquelle \bar{y} (de vecteur unitaire \vec{j}) est normal à l'axe \bar{x} (\vec{i}) et l'axe \bar{y} du vecteur unitaire (\vec{k}), ainsi, \vec{j} s'écrit:

$$\vec{j} = \vec{k} \times \vec{i} = \left\| \vec{i} \times \vec{J} \right\| = \frac{1}{d} \times \begin{bmatrix} \vec{I} & \vec{J} & \vec{K} \\ l_{o\bar{z}} & -m_{o\bar{z}} & n_{o\bar{z}} \\ l_{ox} & m_{ox} & n_{ox} \end{bmatrix} = \frac{1}{d} [\vec{I}(-l_{ox}m_{ox}) - \vec{J}(-n_{ox}^2 - l_{ox}^2) + \vec{K}(-m_{ox}nox)]$$
(2.63)

Ainsi, les cosinus directeurs s'écrivent :

$$l_{o\bar{y}} = -\frac{l_{ox}m_{ox}}{d}$$

$$m_{o\bar{y}} = \frac{n_{ox}^2 + lox^2}{d}$$

$$n_{o\bar{y}} = -\frac{m_{ox}n_{ox}}{d}$$
(2.64)



FIGURE 2.7 – Système de coordonnées globales et locales XZ (axe principal de la section droite qui coïncide avec $\bar{y}et\bar{z}$) coïncident pas avec $\bar{y}et\bar{z}$)

(a) l'axe \bar{z} est parallèle a

(b) cas général (y et z ne

Où, la matrice $[\lambda_1]$ est donnée par :

$$[\lambda_1] = \begin{bmatrix} l_{o\bar{x}} & m_{o\bar{x}} & n_{o\bar{x}} \\ l_{o\bar{y}} & m_{o\bar{y}} & n_{o\bar{y}} \\ l_{o\bar{z}} & m_{o\bar{z}} & n_{o\bar{z}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{ox} & m_{ox} & n_{ox} \\ -(l_{ox}m_{ox})/d & (l_{ox}^2 + n_{ox}^2)/d & -(m_{ox}n_{ox})/d \\ -n_{ox}/d & 0 & l_{ox}/d \end{bmatrix}$$
(2.65)

Où l_{ox} , m_{ox} , n_{ox} sont données par les équations 2.58 et par l'équation 2.62

Expression de λ_2 Lorsque les axes principaux de la section droite de l'élément portique (*xyz*) font arbitrairement un angle α avec les axes (l'axe *x* est identique à l'axe \bar{x}). La transformation entre les deux systèmes peut être exprimée ainsi :

$$\begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{cases} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{cases} \equiv [\lambda_2] \begin{cases} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{cases}$$
(2.66)

donc :

$$[\lambda_2] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$
(2.67)

Ainsi, la transformation entre les axes de coordonnées XYZ et xyz peut être trouvée en utilisant l'équation (2.56).

Dans ce cas, nous pouvons redéfinir l'angle α comme l'angle dans le plan horizontal (XZ) entre les axes Z et z, positifs lorsqu'on passe de Z à l'axeX, comme le montre la figure 2.8 :

$$[\underline{\lambda}] = \begin{bmatrix} 0 & m_{ox} & 0 \\ -m_{ox}\cos\alpha & 0 & m_{ox}\sin\alpha \\ \sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{bmatrix}$$
(2.68)

Où $m_{ox} = 1$ dans ce cas de figure.

La matrice $[\lambda]$ Finalement, la matrice de transformation $[\lambda]$,qui relie les degrés de liberté dans les systèmes de coordonnées locales et globales est donnée par l'équation 2.49.

2.1.3 Assemblage des matrices et vecteurs, obtention des systèmes d'équations.

Transformation du système de coordonnées locales vers le système de coordonnées globales

La transformation de coordonnées est nécessaire quand la variable du champ est un vecteur quantité tel qu'un vecteur déplacement ou vitesse. Dans certains cas, les matrices élémentaires et les vecteurs sont calculés dans les coordonnées locales et orientés de manière à minimiser les calculs. Le système de coordonnées locales peut-être différent d'un élément à un autre.Quand on travaille sur un système de coordonnées locales, les directions des degrés de liberté nodaux sont également prit d'une manière judicieuse.Dans ce cas, avant que les equations élémentaires ne soient assemblées, il est nécessaire de transformer les matrices et les vecteurs élémentaires en coordonnées locales, ainsi , toutes les équations élémentaires seront exprimées dans un système global de coordonnées. Le choix du système de coordonnées global est arbitraire, en pratique on prend généralement le système de coordonnées utilisé en dessein technique .



FIGURE 2.8 – Transformation d'un élément vertical

En général, pour un problème d'équilibre, les équations élémentaires en coordonnées locales sont exprimées sous la forme standard montré ci-dessous

$$[K^{(e)}]\vec{\phi}^{(e)} = \vec{p}^{(e)} \tag{2.69}$$

Où $[K^{(e)}]$ et $\vec{p}^{(e)}$ sont la matrice et vecteur caractéristiques de l'élément, ,respectivement, $\vec{\phi}^{(e)}$ est le vecteur des déplacements nodaux de l'élément *e*. On utilise des miniscules et majuscules aux entités exprimées en coordonnées locales et globales, respectivement.Soit la matrice $[\lambda(e)]$ exprimé en coordonnés locales et globales selon les équations suivantes :

$$\vec{\phi}^{(e)} = [\lambda(e)]\vec{\Phi}^{(e)} \tag{2.70}$$

$$\vec{p}^{(e)} = [\lambda(e)]\vec{P}^{(e)}$$
 (2.71)

En remplacant l'équations 2.70 on obtient

$$[k^{(e)}][\lambda^{(e)}]\vec{\Phi}^{(e)} = [\lambda^{(e)}]\vec{P}^{(e)}$$
(2.72)

En multipliant les deux parties de l'équation par $[\lambda^{(e)}]^{-1}$ on obtient

$$[\lambda^{(e)}]^{-1}[k^{(e)}][\lambda^{(e)}]\vec{\Phi}^{(e)} = \vec{P}^{(e)}$$
(2.73)

Où

$$[k^{(e)}]\vec{\Phi}^{(e)} = \vec{P}^{(e)} \tag{2.74}$$

Où la matrice caractéristique élémentaire correspondante au système de coordonnées globales est donné par :

$$[k^{(e)}] = [\lambda^{(e)}]^{-1} [K^{(e)}] [\lambda^{(e)}]$$
(2.75)

2.1.4 Assemblage des équations élémentaires

Une fois les caractéristiques de l'élément (Matrice de rigidité et vecteurs) trouvées dans le système global commun des coordonnées, la prochaine étape est de construire le système d'équations. La procédure pour construire ce dernier en partant des caractéristiques de l'élément est la même quelque soit le type du problème, et le nombre et type d'éléments utilisés.

La procédure d'assemblage de matrices élémentaires et vecteurs est basée sur le critère de compatiblité aux nœuds.ce qui signifie que sur les nœuds, la valeur du degré de liberté inconnue où la variable est la même pour tout les éléments qui sont interconnectés sur ce dernier. Dans les problèmes de la mécanique du solide et des structures, les variables nodales sont généralement les déplacements généralisé, qui peuvent être des déplacements , rotations ou d'autres dérivations ou translations. Quand les déplacements généralisés sont reliés à un nœud, la rigidité nodale et les charges nodales de chacun des éléments interconnectés à ce nœud, sont additionnés pour obtenir la rigidité nette et la charge nette du nœud .

Soit Nbr et M désignent le nombre total des éléments et les degrés de liberté nodales (Incluant les degrés de liberté limites et restreints), respectivement. Soit $\vec{\Phi}$ désigne le vecteur de M degrés de liberté nodales et [K] la matrice caractéristiques du système assemblé d'ordre $M \times M$. Puisque la matrice caractéristique du système $[k^{(e)}]$ et le vecteur caractéristique de l'élément $\vec{P^{(e)}}$ sont d'ordre $n \times n$ et $M \times 1$, respectivement, en incluant des zéros dans les autres endroits. Donc, La matrice globale caractéristique et le vecteur global caractéristique sont obtenu par addition algébrique .

$$[\underline{K}] = \sum_{e=1}^{Nbr} [\underline{K}^{(e)}]$$
(2.76)

Et

$$\vec{P} = \sum_{e=1}^{E} [\vec{P}^{(e)}] \tag{2.77}$$

Où $[\underline{K}^{(e)}]$ est la matrice caractéristique étendue de l'élément e (d'ordre $M \times M$), $\underline{\vec{P}}^{(e)}$ et le vecteur caractéristique étendue de l'élément e (d'ordre $M \times l$). Même si l'assemblage contient différents types d'éléments, les équations (2.76) et (2.77) seront valides, bien que le nombre de degrés de liberté de l'élément , n, changent d'un élément à un autre.

Concrètement, l'extension de la matrice élémentaire $[K^{(e)}]$ et le vecteur $\vec{P}^{(e)}$ a la taille de $[\underline{K}]$ et $\vec{\mathcal{P}}$ n'est pas nécessaire . $[\underline{K}]$ et $\vec{\mathcal{P}}$ peuvent être obtenus en localisant les éléments de $[K^{(e)}]$ et $\vec{P}^{(e)}$ dans $[\underline{K}]$ et $\vec{\mathcal{P}}$, respectivement, et en les additionnant aux valeurs existantes, cette procédure est illustrés en référence à l'assemblage de quatre éléments unidimensionnels de la structure treillis plan montré sur la Figure 2.9 (a). comme les éléments se trouvent sur le plan XY, chaque élément a quatre degrés de liberté comme montrée sur la Figure 2.9 (b).On suppose qu'une transformation de coordonnées propre est utilisé et $[K^{(e)}]$ d'ordre 4×4 et $\vec{P}^{(e)}$ d'ordre 4×1 de l'élément e (e = 1 - 4) sont obtenues dans le système de coordonnées globales.

Pour assembler $[K^{(e)}]$ et $\vec{P}^{(e)}$, on considère les éléments un après l'autre. Pour e = 1, la matrice de rigidité élémentaire $[K^{(2)}]$ et le vecteur charge de l'élément $\vec{P}^{(1)}$ s'écrivent comme montré sur le Tableau 2.1.4 La localisation (Lignel et colonne m) d'un élément $K_{ii}^{(1)}$ de la matrice globale de rigidité $[\underline{K}]$ est identifiée par le nombre de degrés de liberté



FIGURE 2.9 – Treillis plan comme assemblage d'éléments unidimensionnels (a) Géométrie du treillis (assemblage de quatre éléments unidimensionnels) (b) Les derré de liberté relabel et les el de différente élémente.

(b) Les degré de liberté global et local de diférents éléments

	degré de liberté	$({\Phi_j}^{(1)})$	\longrightarrow	1	2	3	4
	local	degré de liberté					
	$(\Phi_i^{(1)})$	global correspondant	$(\Phi_m) \rightarrow$	1	2	5	6
		(ϕ_l)					
	\downarrow	\downarrow		_ ()			() -
	1	1		$K_{11}^{(1)}$	$K_{12}^{(1)}$	$K_{13}^{(1)}$	$K_{14}^{(1)}$
[V(1)]	2	2		$K_{21}^{(1)}$	$K_{22}^{(1)}$	$K_{23}^{(1)}$	$K_{24}^{(1)}$
$\begin{bmatrix} K^{(1)} \end{bmatrix} = 4 \times 4$	3	5		$K_{31}^{(1)}$	$K_{32}^{(\bar{1})}$	$K_{33}^{(1)}$	$K_{34}^{(1)}$
	4	6		$K_{41}^{(1)}$	$K_{42}^{(1)}$	$K_{43}^{(1)}$	$K_{44}^{(1)}$
		degré de liberté		degré d	e liber	té	
		local		global o	corresp	ondant	
		$({\Phi_i}^{(1)})$		(Φ_l)			
	$(P_1^{(1)})$	1		1			
ر آر) ا آر) ا	$P_2^{(1)}$	2		2			
$\begin{bmatrix} P^{(1)} \end{bmatrix} = 4 \times 1$	$P_{3}^{(1)}$	3		5			
	$\left(P_{4}^{(1)} \right)$	4		6			

TABLE 2.1 – Matrice de rigidité et vecteur de charge de l'élément (1)

globales Φ_l et Φ_m correspondant aux degrés de liberté locals $\Phi_i^{(1)}$ et $\Phi_j^{(1)}$, respectivement, pour i = 1 - 4 et j = 1 - 4. La correspondance entre Φ_l et $\Phi_i^{(1)}$, et entre Φ_m et $\Phi_j^{(1)}$, est aussi montré dans le tableau 2.1.4. Donc, la localisation de l'élément $K_{ij}^{(1)}$ dans $[\underline{K}]$ sera comme montré sur le tableau 2.1.4 (a), de même la position des composantes du vecteur charge de l'élément $\vec{P}^{(1)}$ dans $\vec{\underline{P}}$ sera également comme montré dans le tableau 2.1.4(b). Pour e = 2, la matrice de rigidité élémentaire $[K^{(2)}]$ et le vecteur charge de l'élément $\vec{P}^{(2)}$ peut s'écrire comme montré sur le tableau 2.1.4. Dans le cas où e = 1 les localisations des éléments $K_{ij}^{(2)}$ pour i = 1 - 4 et j = 1 - 4 dans la matrice globale de rigidité $[\underline{K}]$ et $P^{(2)}$ pour i = 1 - 4 Dans le vecteur charge global $\vec{\underline{P}}$ peut être identifié . Donc, ces éléments seront placés dans $[(\underline{K})]$ et $\vec{\underline{P}}$ dans des emplacements appropriés comme montré sur le tableau 2.1.4. On peut voire que si plus d'un élément contribu a la rigidité K_{lm} de $[\underline{K}]$,la rigidité $K_{ij}^{(e)}$ pour tout les éléments e qui contribuent a K_{lm} sont additionnés pour obtenir K_{lm} . De la même manière on obtient P_l et $\vec{\underline{P}}$.

Pour e = 3 et 4, la matrice de rigidité élémentaire $[K^{(3)}]$ et $[K^{(4)}]$ et les vecteurs de charge élémentaire $\vec{P}^{(3)}$ et $\vec{P}^{(4)}$ sont montrés dans le tableau 2.1.4. En procédant avec e = 3 et e = 4 comme dans les cas e = 1 et e = 2,la matrice de rigidité globale $[\underline{K}]$ et le vecteur charge \vec{P} sont obtenus comme montré sur le tableau 2.1.4. Dans le cas ou y a aucune contribution d'un élément a K_{lm} dans $[\underline{K}]$, ainsi les coefficients K_{lm} seront nuls, donc chaque emplacement vide $[\underline{K}]$ dans le tableau 2.1.4 sera considéré comme nul.de même pour les emplacements vides du vecteur \vec{P} . Il est important de noter que ,bien que, une structure composée de quatre éléments comme celle de la figure 2.9, la même procédure s'applique pour n'importe quel nombre d'éléments. la procédure est applicable équitablement pour tout les types de problèmes.



TABLE 2.2 – Localisation des éléments $[K^{(1)}]$ et $\vec{P}^{(1)}$ dans [K] et P.

	degré de liberté	$(\Phi_{i}^{(2)})$	\rightarrow	1	2	3	4
	local	degré de liberté					
	$(\Phi_i^{(2)})$	global correspondant	$(\Phi_m) \rightarrow$	1	2	5	6
		(ϕ_l)					
	\downarrow	\downarrow					
	1	1		$K_{11}^{(2)}$	$K_{12}^{(2)}$	$K_{13}^{(2)}$	$K_{14}^{(2)}$
[V(2)]	2	2		$K_{21}^{(2)}$	$K_{22}^{(2)}$	$K_{23}^{(2)}$	$K_{24}^{(2)}$
$\begin{bmatrix} K^{(2)} \end{bmatrix} = 4 \times 4$	3	5		$K_{31}^{(2)}$	$K_{32}^{(\bar{2})}$	$K_{33}^{(2)}$	$K_{34}^{(2)}$
	4	6		$K_{41}^{(2)}$	$K_{42}^{(2)}$	$K_{43}^{(2)}$	$K_{44}^{(2)}$
		degré de liberté		degré d	le liber	té	
		local		global o	corresp	ondant	
		$({\Phi_i}^{(2)})$		(Φ_l)			
	$(P_1^{(2)})$	1		1			
$[\vec{P}^{(2)}]_{4 \times 1} =$	$P_2^{(2)}$	2		2			
	$P_{3}^{(2)}$	3		5			
	$\left(P_{4}^{(2)}\right)$	4		6			

TABLE 2.3 – Matrice de rigidité et vecteur charge de l'élément (2)

L'intégration des conditions aux limites

Après avoir obtenu la matrice $[K^{(e)}]$, et le vecteur $\vec{P}^{(e)}$, les équations globales ou de systém de l'ensemble du domaine ou du corps peuvent être écrites (pour un problème d'équilibre) comme :

$$[\underline{K}]\vec{\phi} = \underline{\vec{P}} \tag{2.78}$$

Ces équations ne peuvent être résolues pour $\vec{\Phi}$ puisque la matrice $[\underline{K}]$ sera singulière et donc son inverse n'existe pas. La signification physique de celle-ci, dans le cas de la mécanique des solides, est que le corps ou la structure chargé(e) est libre de subir une rigidité illimitée à moins que certaines contraintes de soutien ne soient imposées pour maintenir le corps ou l'équilibre de la structure sous les charges. Par conséquent, certaines conditions limites ou de soutien doivent être

appliqués à l'équation 2.69 avant de résoudre $\vec{\Phi}$. Dans les problèmes non structurels, nous devons préciser la valeur d'au moins un et parfois de plus d'un degré de liberté nodal. Le nombre de degrés de liberté spécifier peut être dicté par la physique du problème.

Il existe deux types de conditions aux limites : les forces, les géométriques ou essentiel et libre ou naturel. Si nous utilisons une approche vibrationnelle pour dériver les équations du système, nous devons préciser que seulement les conditions aux limites essentielles et les conditions aux limites naturelles seront implicitement satisfaites dans la procédure de solution.



TABLE 2.4 – Assemblage de $[K^{(1)}], \vec{P}^{(1)}, [K^{(2)}], \text{et } \vec{P}^{(2)}$

	Degré								
	de liberté	$(\phi_j^{(3)})$	\rightarrow			1	2	3	4
	local	Degré de liberté							
	$(\phi_i^{(3)})$	$\operatorname{correspondant}$		(ϕ_m)	\rightarrow	5	6	7	8
		(ϕ_l)							
	\downarrow	\downarrow							() _
	1	5				$K_{11}^{(3)}$	$K_{12}^{(3)}$	$K_{13}^{(3)}$	$K_{14}^{(3)}$
[V(3)]	2	6				$K_{21}^{(3)}$	$K_{22}^{(3)}$	$K_{23}^{(3)}$	$K_{24}^{(3)}$
$\begin{bmatrix} \Lambda^{(3)} \end{bmatrix} = 4 \times 4$	3	7				$K_{31}^{(3)}$	$K_{32}^{(3)}$	$K_{33}^{(3)}$	$K_{34}^{(3)}$
	4	8				$K_{41}^{(3)}$	$K_{42}^{(\bar{3})}$	$K_{43}^{(3)}$	$K_{44}^{(3)}$
	Degré					L II	-12	40	- T T
	de liberté	$(\phi_{i}^{(4)})$	\rightarrow			1	2	3	4
	local	Degré de liberté							
	$(\phi_{i}^{(4)})$	correspondant		(ϕ_m)	\rightarrow	3	4	7	8
		(ϕ_l)		(/ 110)					
	\downarrow	\downarrow							
	1	3				$K_{11}^{(4)}$	$K_{12}^{(4)}$	$K_{13}^{(4)}$	$K_{14}^{(4)}$
$\left[\mathbf{r} \mathbf{r} (\mathbf{A}) \right]$	2	4				$K_{21}^{(4)}$	$K_{22}^{(4)}$	$K_{22}^{(4)}$	$K_{24}^{(4)}$
$\begin{bmatrix} K^{(4)} \end{bmatrix} = 4 \times 4$	3	7				K_{21}^{21}	$K_{22}^{(4)}$	$K_{22}^{(4)}$	K_{24}^{24}
1/1	4	8				$K^{(4)}_{41}$	$K_{42}^{(4)}$	$K_{49}^{(4)}$	$\frac{1-34}{K^{(4)}}$
	(a) Ma	atrices de rigidité él	émer	taires		L41	42	43	44]
	Deg	gré Degré					Degr	é	Degré
	de lib	perté de libert	é				de libe	rté	de liberté
	loc	al global					loca	1	global
	$(\Phi_i^{(i)})$	³⁾) correspond	lant				$(\Phi_i^{(4)})$)	corresponda
	× U	(Φ_l)							(Φ_l)
	\downarrow	· ↓					\downarrow		\downarrow
(-	$P_1^{(3)}$ 1	5			($P_1^{(4)}$	1		3
(3)	$P_2^{(3)}$ 2	6		$\vec{\mathbf{D}}(4)$		$P_2^{(4)}$	2		4
$\times 1 = 1$	$P_3^{(3)}$ 3	7		$P^{(1)} = 4 \times 1$		$P_{3}^{(4)}$	3		7
	$P_{4}^{(3)} / 4$	8				$\tilde{P}_{4}^{(4)}$	4		8
``	ч /		(b) Vecte	eurs	charge			

TABLE 2.5 – Matrice de rigidité élémentaire et vecteur charge pour e=3 et e=4

	degré c	le								
lib	perté –	\rightarrow	1	2	3	4	5	6	7	8
gl	obal ↓		(1)	(-)			(4)	(1)		
	1	Γ	$K_{11}^{(1)}$	$K_{12}^{(1)}$	0	0	$K_{13}^{(1)}$	$K_{14}^{(1)}$	0	0 7
	2		$K_{21}^{(1)}$	$K_{22}^{(1)}$	0	0	$K_{23}^{(1)}$	$K_{24}^{(1)}$	0	0
	3		0	0	$K_{33}^{(2)} +$	$K_{34}^{(2)} +$	$K_{31}^{(2)}$	$K_{32}^{(2)}$	$K_{13}^{(4)}$	$K_{14}^{(4)}$
					$K_{11}^{(4)}$	$K_{12}^{(4)}$				
	4	:	0	0	$K_{43}^{(2)} +$	$K_{44}^{(2)} +$	$K_{41}^{(2)}$	$K_{42}^{(2)}$	$K_{23}^{(4)}$	$K_{24}^{(4)}$
					$K_{21}^{(4)}$	$K_{22}^{(4)}$				
	5		$K_{31}^{(1)}$	$K_{32}^{(1)}$	$K_{13}^{(2)}$	$K_{14}^{(2)}$	$K_{33}^{(1)} +$	$K_{34}^{(1)} +$	$K_{13}^{(3)}$	$K_{14}^{(3)}$
							$K_{11}^{(2)} +$	$K_{12}^{(2)} +$		
$[K] = \sum_{e=1}^{4} [K^{(e)}]$	$^{e)}] =$						$K_{11}^{(3)}$	$K_{12}^{(\bar{3})}$		
8×8	0		$\tau_{\mathcal{L}}(1)$	$\tau_{\mathcal{L}}(1)$	$\tau_{\mathcal{L}}(2)$	$\tau_{\mathcal{L}}(2)$	$\mathbf{r}(1)$	$r_{\ell}(1)$	1 2(3)	TC(3)
	6		K_{41}	K_{42}	K_{23}'	$K_{24}^{(1)}$	$K_{43}^{(2)} +$	$K_{44}^{(1)} +$	$K_{23}^{(3)}$	$K_{24}^{(1)}$
							$K_{21}^{(2)} +$	$K_{22}^{(2)} +$		
							$K_{21}^{(3)}$	$K_{22}^{(3)}$		
	7	,	0	0	$K_{31}^{(4)}$	$K_{32}^{(4)}$	$K_{31}^{(3)}$	$K_{32}^{(3)}$	$K_{33}^{(3)}+$	$K_{34}^{(3)}$
									$K_{33}^{(4)}$	$K_{34}^{(4)}$
	8		0	0	$K_{41}^{(4)}$	$K_{42}^{(4)}$	$K_{41}^{(3)}$	$K_{42}^{(3)}$	$K_{43}^{(3)} +$	$K_{44}^{(3)} +$
					11			12	$K_{22}^{(4)}$	$K_{22}^{(4)}$
		L							55	34

(a) Matrice de rigidité global

$$\vec{\mathcal{P}}_{8\times 1} = \sum_{e=1}^{4} \vec{P}^{(e)} = \begin{pmatrix} P_1^1 \\ P_2^1 \\ P_3^2 + P_1^4 \\ P_4^2 + P_2^4 \\ P_3^1 + P_1^2 + P_1^3 \\ P_4^1 + P_2^2 + P_2^3 \\ P_3^3 + P_4^4 \\ P_3^3 + P_4^4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \downarrow \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \\ P_4^3 + P_4^4 \\ P_4^3 + P_4^4 \end{pmatrix}$$
 (b) vecteur charge total

degré de liberté global

TABLE 2.6 – Assemblage de la matrice de rigidité et vecteur de charge

_

2.2 Analyse vibratoire

2.2.1 Analyse de vibrations libres

Si nous perturbons une structure élastique de manière appropriée au départ à l'instant t = 0 (c'est-à-dire en imposant des déplacements initiaux correctement sélectionnés puis en relâchant ses contraintes), La structure peut être amenée à osciller de manière harmonieuse. Ce mouvement oscillatoire est une caractéristique propriété de la structure et elle dépend de la répartition de la masse et de la rigidité dans la structure. En cas d'amortissement, les amplitudes des oscillations diminuent progressivement et si l'ampleur de l'amortissement dépasse une certaine valeur critique, le caractère oscillatoire du mouvement cessera complètement. En revanche, si l'amortissement est absent, l'oscillation mouvement se poursuivra indéfiniment, les amplitudes des oscillations dépendant de la distribution au départ, des perturbations ou des déplacements imposés. Le mouvement oscillatoire se produit à certaines fréquences dites naturelles ou valeurs caractéristiques, et elle suit un modèle bien définie de déformation connu sous le nom de formes de mode ou de modes caractéristiques. L'étude de ces vibrations libres (libres parce que la structure vibre sans aucune force extérieure après t = 0) est très important dans la recherche de la réponse dynamique de la structure élastique.

En supposant que le vecteur de force externe \vec{P} sera égal à zéro et que les déplacements seront harmoniques comme suite :

$$\vec{Q} = \underline{\vec{Q}} \exp\{i\omega t\} \tag{2.79}$$

L'équation du mouvement dynamique de la structure ou du corps en négligeant l'amortissement s'écrit : $\vec{}$

$$[\underline{M}]\overset{\vec{Q}}{\underbrace{\mathcal{Q}}} + [\underline{K}]\overset{\vec{Q}}{\underbrace{\mathcal{Q}}} = \overset{\vec{P}}{\underbrace{\mathcal{P}}}$$
(2.80)

On obtient l'équation de vibration libre suivante :

$$[[K] - w^2[M]]\vec{Q} = \vec{0}$$
(2.81)

Où $\underline{\vec{Q}}$ représente les amplitudes des déplacements \vec{Q} (appelé le mode forme ou vecteur propre) et ω indique la fréquence naturelle de la vibration. L'équation 2.81) est appelée problème de valeur propre algébrique "linéaire", car ni l'un ni l'autre [K] ou [M] est une fonction de la fréquence circulaire ω , et il aura une solution non nulle pour $\underline{\vec{Q}}$ à condition que le déterminant de la matrice coefficient $([K] - \omega^2[M])$ est de zéro, c'est-à-dire :

$$([K] - \omega^2[M]) = 0 \tag{2.82}$$

En général, toutes les valeurs propres de l'équation (2.82) seront différentes, et donc la structure aura (n) différents fréquences naturelles. Seulement pour ces fréquences naturelles, une solution non nulle peut être obtenue pour $\underline{\vec{Q}}$ à partir de l'équation (2.81). Nous désignons le vecteur propre(forme du mode) correspondant à la j^{me} fréquence naturelle (ω_j) comme $\underline{\vec{Q}}_i$.

On a supposé que les degrés de liberté du corps rigide étaient éliminés en dérivant l'équation (2.81). Si les degrés de liberté des corps rigides ne sont pas éliminés lors de la dérivation des matrices [K] et [M], certaines fréquences naturelles ω seraient nulles. Dans un tel cas, pour une structure tridimensionnelle, il y aura six degrés de liberté du corps rigide, donc six zéro fréquence. On peut facilement voir pourquoi $\omega = 0$ est une solution pour l'équation (2.81). Pour $\omega = 0$, $\vec{Q} = \vec{Q}$ =vecteur constant dans l'équation (2.79) et l'équation (2.81)donne :

$$[K]\underline{\vec{Q}}_{corps\ rigide} = \vec{0} \tag{2.83}$$

Qui est évidemment satisfait, car les déplacements de corps rigides ne sont pas à eux seuls produisent des forces de restauration élastique dans la structure. Les degrés de liberté du corps rigide en l'analyse dynamique peut être éliminée en supprimant les lignes et les colonnes correspondant à ces degrés de liberté par rapport à la matrices [K] et [M] et en supprimant les éléments des vecteurs de déplacement (\vec{Q}) et de charge(\vec{P}).

2.2.2 Matrice masse dans le système de coordonnés global

Pour réduire l'effort de calcul, généralement les matrices de masses cohérentes des éléments qui sont pas assemblée sont dérivées dans des systèmes de coordonnées locales appropriées et sont ensuite transformées en système global sélectionné pour la structure assemblée. si $[m^e]$, \vec{q} , et $\dot{\vec{q}}$ désignent la matrice de masse, le vecteur de déplacement nodal et le vecteur de vitesse nodal dans la coordonnée locale, l'énergie cinétique associée au mouvement de l'élément peut être exprimée comme :

$$T = \frac{1}{2} \dot{\vec{q}}^{\ (e)T}[m^{(e)}] \dot{\vec{q}}^{\ (e)}$$
(2.84)

Si les déplacements no daux et les vitesses no dales des éléments sont indiqués par les lettres $\vec{Q}^{(e)}$ et $\vec{Q}^{(e)}$ dans le système global, nous avons les relations de transformations suivantes :

$$\vec{q}^{(e)} = [\lambda] \vec{Q}^{(e)}$$
 (2.85)

$$\dot{\vec{q}}^{(e)} = [\lambda] \vec{Q}^{(e)}$$
 (2.86)

En substituant l'équation 2.86 dans l'équation 2.84, on obtient :

$$T = \frac{1}{2} \vec{Q}^{(e)T} [\lambda]^T [m^{(e)}] [\lambda] \vec{Q}^{(e)}$$
(2.87)

En désignant la matrice de masse de l'élément dans le système global de coordonnées $comme[M^e]$, l'énergie cinétique associée au mouvement de l'élément peut être exprimée comme :

$$T = \frac{1}{2} \dot{\vec{Q}}^{(e)}[M^{(e)}] \dot{\vec{Q}}^{(e)}$$
(2.88)

L'énergie cinétique étant une quantité scalaire, elle doit être indépendante du système de coordonnées. En utilisant les équations (2.87) et (2.88) on obtient la matrice de masse cohérente de l'élément dans le système global comme :

$$[M^{(e)}] = [\lambda]^T [m^{(e)}] [\lambda]$$
(2.89)

Notez que cette relation de transformation est similaire à celle utilisée dans le cas de l'élément matrice de rigidité.

Matrice de masse d'un treillis dans l'espace

Comme dans le cas de la dérivation de la matrice de rigidité, on suppose un modèle de déplacement linéaire comme sur la Figure (2.2.2):

$$\vec{U}(x) = \begin{bmatrix} u(x)\\v(x)\\w(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N \end{bmatrix} \vec{Q}^{(e)}$$
(2.90)





Où :

$$[N] = \begin{bmatrix} (1 - \frac{x}{l}) & 0 & 0 & \frac{x}{l} & 0 & 0\\ 0 & (1 - \frac{x}{l}) & 0 & 0 & \frac{x}{l} & 0\\ 0 & 0 & (1 - \frac{x}{l}) & 0 & 0 & \frac{x}{l} \end{bmatrix}$$
(2.91)

Et:

$$\vec{Q}^{(e)} = \begin{cases} Q_{3i-2} \\ Q_{3i-1} \\ Q_{3i} \\ Q_{3j-2} \\ Q_{3j-1} \\ Q_{3j} \end{cases}$$
(2.92)

Où Q_{3i-2} , Q_{3i-1} , et Q_{3i} sont les composantes du déplacement du nœud i (nœud local 1) et Q_{3j-2} , Q_{3j-1} et Q_{3j} sont les composantes du déplacement du nœud j (nœud local 2) dans le système global XYZ, si la densité (ρ) les sections transversales (A) de la barre sont constantes, la matrice de masse cohérente de l'élément peut être obtenue comme :

$$[m^{e}] = [M^{e}] = \iiint_{V^{e}} \rho[N]^{T}[N].dV = \frac{\rho A l}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$
(2.93)

Matrice de masse d'un élément portique 3D Un élément barre dans l'espace a (12) degré de liberté, six déflexions, et six rotations, comme montré dans la Figure 2.4

(a). En prenant comme origine du système de coordonnées locales le nœud 1, l'axe x sur la directionn de l'élément , et les axes y et z sont confondus avec les axes principaux de la section droite de l'élément , le modèle de déplacement est exprimé ainsi :

$$\vec{U}(x) = \begin{cases} u(x) \\ v(x) \\ w(x) \end{cases} = [N(x)]\vec{q}^{(e)}$$
(2.94)

Où

$$[N(x)] = \begin{bmatrix} 1 - \frac{x}{l} & 0 & 0 & 0\\ 0 & \frac{1}{l^3}(2x^3 - 2lx^2 + l^3) & 0 & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{l^3}(2x^3 - 3lx^2 + l^3) & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{ccccc} 0 & 0 & \frac{x}{l} & 0 \\ 0 & \frac{1}{l^2}(x^3 - 2lx^2 + l^2x) & 0 & -\frac{1}{l^3}(2x^3 - 3lx^2) \\ -\frac{1}{l^2}(x^3 - 2lx^2 + l^2x) & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{l^2}(x^3 - lx^2) \\ -\frac{1}{l^3}(2x^3 - 3lx^2) & 0 & \frac{1}{l^2}(lx^2 - x^3) & 0 \end{bmatrix}$$
(2.95)

$$\vec{q}^{(e)} = \begin{cases} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_{12} \end{cases}^{(e)}$$
(2.96)

La matrice masse homogène de l'élément dans le système de coordonnées locales xyzs'écrit : $[m^{(e)}] = \iiint_{V^{(e)}} \rho[N]^T[N] dV =$

$$\rho Al \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & & & & & \\ 0 & \frac{13}{35} & & & & \\ 0 & 0 & \frac{13}{25} & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3A} & & & & \\ 0 & 0 & -\frac{11}{210}l & 0 & \frac{l^2}{105} & & & & \\ 0 & \frac{11}{210}l & 0 & 0 & 0 & \frac{l^2}{105} & & & & \\ \frac{1}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{13}{35} & & & & \\ 0 & \frac{9}{70} & 0 & 0 & 0 & \frac{13}{420}l & 0 & \frac{13}{35} & & & \\ 0 & 0 & \frac{9}{70} & 0 & -\frac{13}{420}l & 0 & 0 & 0 & \frac{13}{35} & & \\ 0 & 0 & \frac{13l}{6A} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{11}{210} & 0 & \frac{l^2}{105} & \\ 0 & 0 & \frac{13l}{420} & 0 & -\frac{l^2}{140} & 0 & 0 & 0 & \frac{11}{210} & 0 & \frac{l^2}{105} \end{bmatrix}$$

$$(2.97)$$

Où ρ est la densité, A est la surface de la section droite, l est la longueur, et j est le moment d'inertie quadratique de l'élément .

Matrice de masse d'un élément portique Pour un élément portique plan , seul figure les degré de liberté axial et de flexion plane et la matrice de masse homogène

$$[m^{(e)}] = \rho A l \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & Symtrique & & \\ 0 & \frac{13}{35} & & & \\ 0 & \frac{11l}{210} & \frac{l^2}{105} & & \\ \frac{1}{6} & 0 & 0 & \frac{1}{3} & \\ 0 & \frac{9}{70} & \frac{13l}{420} & 0 & \frac{13}{35} & \\ 0 & -\frac{13l}{420} & -\frac{l^2}{140} & 0 & -\frac{11l}{420} & \frac{l^2}{105} \end{bmatrix}$$
(2.98)

Matrice masse d'un élément poutre Pour un élément poutre , les degrés de liberté des déplacements axiaux n'ont pas besoin d'être considérés et la matrice de masse homogène devient :

$$[m^{(e)}] = \frac{\rho A l}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22l & 54 & -13l \\ 22l & 4l^2 & 13l & -3l^2 \\ 54 & 13l & 156 & -22l \\ -13l & -3l^2 & -22l & 4l^2 \end{bmatrix}$$
(2.99)

Les matrices de transformations nécessaires à la dérivation des matrices de masse des éléments dans Les systèmes de coordonnées globales de celles données par les équations (2.2.2), (2.98) et (2.99) sont données par les équations (2.49) et (2.99), respectivement.

Si la section transversale de l'élément du cadre (ou de la poutre) n'est pas petite, les effets d'inertie rotatives et de déformations en cisaillements deviennent importants dans l'analyse dynamique. La dérivation des matrices de masses et de rigidité des éléments de la poutre, y compris les effets de l'inertie rotative et de la déformation de cisaillement, peuvent être trouvées dans les références [8] et [9].

Chapitre 3

Méthode de l'énergie de déformation modale

Les modes propres représentent les déplacements nodaux de la structure en vibration. Par conséquent, l'énergie de déformation stockée dans les éléments associés à ces déplacements peut être définie comme l'énergie de déformation modale (MSE). L'énergie de déformation modale du ième élément dans le mode jéme peut être formulé comme suit :

$$MSE_j^i = \frac{1}{2}\phi_j^{iT}k^i\phi_j^i$$

 $Où k^i$, i est la matrice de rigidité du ième élément et ϕ_j^i est le vecteur des déplacements nodaux correspondant au ième mode de vibration du i ème élément. La somme des énergies de déformation modale des éléments donne l'énergie de déformation modale totale de la structure dans le mode j :

$$MSE_j = \sum_{i=1}^{Ne} MSE_j^i$$

Pour des raisons de calcul, il est préférable de normaliser le **MSE** des éléments par rapport à La **MSE** totale de la structure :

$$nMSE_j^i = \frac{MSE_j^i}{MSE_j}$$

La moyenne des valeurs **MSE** normalisées sur les m premiers modes de vibration peut être utilisée comme un paramètre efficace pour la localisation des endommagements structurels :

$$mnMSE^{i} = \frac{\sum_{m}^{i=1} mnMSE_{j}^{i}}{m}$$

L'apparition d'un endommagent dans un élément structurel entraîne une diminution de sa rigidité et les déplacements modaux correspondants sont censés augmenter. Par conséquent, le paramètre **mnMSE** défini augmente par rapport à l'état non endommagé et cela peut être utilisé comme un moyen d'identifier les éléments endommagés. En définissant l'indice suivant basé sur l'énergie de déformation modale (**MSEBI**), une méthode de détection des dommages structurels en deux étapes est formulée :

$$MSEBI^{i} = max \left[0, \frac{(mnMSE^{i})^{d} - (mnMSE^{i})^{h}}{(mnMSE^{i})^{h}} \right]$$

Dans laquelle les exposants d et h représentent les structures endommagées et saines, respectivement. L'approche en deux étapes est basée sur l'hypothèse que les valeurs de

l'indice *MSEBI* sont positives pour les éléments probablement endommagés et nulles pour les éléments non endommagés. Bien que l'hypothèse ci-dessus soit correcte dans la plupart des cas, comme nous le verrons dans la section suivante, des problèmes peuvent survenir lorsque l'étendue des dommages dans les éléments est sensiblement différente. Comme nous le verrons, dans ces cas, les valeurs de **MSE** pour les éléments légèrement endommagés peuvent être négatives et, par conséquent, l'hypothèse de la détection des dommages en deux étapes peut être rejetée.

Il convient de noter qu'étant donné que l'emplacement et la gravité des dommages ne sont pas connus au préalable, les matrices de rigidité des éléments sains sont utilisées pour calculer les **MSE** des structures endommagées.

3.1 Détection d'endommagement structurels basée sur l'énergie de déformation modale

L'approche de détection des endommagements structurels basée sur l'énergie de déformation modale est présentée dans cette section. La méthode utilise les données de l'énergie de déformation modale des éléments de la structure pour diriger le processus de recherche. Dans la première étape de la méthode proposée, les valeurs moyennes de l'énergie de contrainte modale normalisée de tous les éléments sont calculées pour les structures saines et endommagées. Ensuite, le **MSEBI** pour le ième élément est calculé comme suit :

$$MSEBI^{i} = \frac{(mnMSE^{i}) - (mnMSE^{i})^{h}}{(mnMSE^{i})^{h}}$$

Lorsque l'étendue des dommages induits dans différents éléments de la structure est relativement proche, les valeurs de l'indice **MSEBI** sont généralement positives pour tous les éléments endommagés.

Dans ce cas, il est pratique de réduire la taille du problème d'optimisation en excluant tous les éléments pour lesquels les valeurs de **MSEBI** sont négatives. Cependant, lorsque l'étendue des dommages est radicalement différente dans les éléments de la structure, les valeurs de MSEBI pour certains éléments endommagés peuvent être négatives. Il convient de noter que les valeurs de **MSEBI** pour les éléments plus gravement endommagés sont toujours positives. Ces observations constituent la base de la méthode de détection guidée des endommagements proposée. Après avoir évalué les valeurs **MSEBI**, les membres sont divisés en deux groupes. Le premier groupe comprend les membres ayant des valeurs **MSEBI** positives. On suppose que tous les membres fortement endommagés font partie de ce groupe (naturellement, certains membres non endommagés peuvent également présenter des valeurs **MSEBI** positives). Par conséquent, pour les éléments de ce groupe, d_i peut varier entre zéro et un[0-1]. Le deuxième groupe est constitué d'éléments présentant des valeurs **MSEBI** négatives.

On suppose que ces éléments sont soit non endommagés, soit très légèrement endommagés. Par conséquent, pour ces éléments, la valeur d_i varié entre zéro et $\varepsilon < 1$ De plus, dans le processus d'optimisation, ces membres ne pourraient être présents que comme variables avec une probabilité de stoch, sinon leur d_i est pris comme zéro.

3.2 Applications

3.2.1 Premier exemple

Une structure treillis 3D simulée est utilisée pour vérifier la technique proposée. Le modèle est constituéde 52 éléments de 3 ddl pour chaque nœud.une masse non strucutelles de 454 kg est attaché aux nœds libres (Figure 3.2.1) Les propriétés de l'élément de poutre sont énumérées dans le tableau 3.2.1. Les six premières fréquences naturelles et les modes propres de la structure treillis non endommagée sont présentés sur la Figure 3.2.1.



FIGURE 3.1 – Structure treillis 3D à (52) éléments.

Section \mathbf{S}	Module de Young E	Masse volumique ρ	Masse ajoutée
$[m^2]$	$[N/m^2]$	Kg/m^3	[Kg]
1.75×10^{-4}	2.09×10^{11}	7800	50

TABLE 3.1 – Propriétés mécaniques et géométriques de la structure treillis 3D à (52) éléments.

Afin de valider la technique d'évaluation des endommagements proposée, deux scénarios sont considérés, dans lesquels les endommagements simples ainsi que les endommagements multiples sont étudiés comme indiqué dans le Tableau 3.2.1. Dans ce dernier, les numéros d'éléments et le pourcentage de réduction de la rigidité sont listés. Les fréquences naturelles de chaque scénario d'endommagements sont présentées dans le Tableau 3.2.1.

Scénario d'endommagement	Élément e	endommagés (% réduction de rigidité)
D1	4 (30 %)	-
D2	9 (20 %)	10 (35 %)

70

Mode	Saine f [Hz]	D1		D2	
		f [Hz]	%	f [Hz]	%
1	22.1933	21.5024	3.11	22.1690	0.10
2	25.7333	25.7236	0.03	25.4234	1.20
3	25.7333	25.7333	0	25.7108	0.08
4	32.1867	32.1545	0.1	31.8771	0.96
5	34.3286	33.9994	0.95	32.2581	6.03

TABLE 3.2 – Scénarios d'endommagements de la structure treillis 3D à (52) éléments.

TABLE 3.3 – Fréquences naturelles saines et endommagées de la structure portique 3D.

Les résultats des indicateurs d'endommagements de différents scénarios d'endommagement sont présentés dans les Figures (3.2),(3.3).

Les 8 premières fréquences naturelles, énumérées dans le Tableau 3.2.1, sont utilisées dans ce cas pour tous les scénarios d'endommagements afin de calculer la forme physique, et par conséquent leurs emplacements ainsi que leurs sévérités. Les résultats identifiés sont illustrés dans les Figure 3.2 et 3.3, pour les différents scénarios d'endommagements. Dans ces figures,quatre graphiques sont tracés; le premier représente la sévérité et l'emplacement des endommagements en utilisant 3 premiers modes propres, le deuxième en utilisant 6 premiers modes propres et le troisième en utilisant 10 premier modes propres, et le dernier en utilisant tout les modes propres .



FIGURE 3.2 – Identification d'endommagements du treillis 3D à 52 éléments(Premier scénario d'endommagement).



FIGURE 3.3 – Identification d'endommagements de structure treillis 3D à (52) éléments(Deuxième scénario d'endommagement).

3.2.2 Deuxième exemple

Une poutre en treillis composé de 25 éléments en 2D, le modèle est divisé en 25 éléments de 2 ddl pour chaque nœud, les propriétés de l'élément de poutre sont énumérées dans la figure 3.2.2, et les propriété mécaniques et géométriques de la structure sont donnée dans le tableau 3.2.2



FIGURE 3.4 – Structure treillis 2D à (25) éléments

Section S		Module de Young E	Masse volumique rho
$[m^2]$		$[Kg/m^2]$	$[Kg/m^3]$
Eléments 1-6	18×10^{-4}		
Eléments 7-12	15×10^{-4}	2×10^{11}	7850
Eléments 13-17	10×10^{-4}		1000
Eléments 18-25	12×10^{-4}		

TABLE 3.4 – Propriétés mécanique et géométrique de la structure a 25 éléments

Afin de valider la technique d'évaluation des endommagements proposée, deux scénarios sont considérés, dans lesquels les endommagements simples ainsi que les endommagements multiples sont étudiés comme indiqué dans le tableau 3.2.2 . Dans ce dernier, les numéros d'éléments et le pourcentage de réduction de la rigidité sont listés. Les fréquences naturelles de chaque scénario d'endommagements sont présentées dans le tableau 3.2.2.

Scénario d'endommagement	Eléments endommagés(Réduction de rigidité %)			
D1	$14\ (25\%)$	-		
D2	14 (15%)	18 (30%)		

TABLE 3.5 – Scénarios d'endommagements de la structure a 25 éléments

Mode	Saine f [Hz]	D1		D2		
		f [Hz]	%	f [Hz]	%	
1	30.2053	30.2466	0.1367	30.2466	0.1367	
2	68.7315	68.6552	0.111	68.1844	0.7959	
3	93.0636	95.9617	3.1141	95.9610	3.1133	
4	181.1829	181.1287	0.0982	178.3801	5.0781	
5	222.5256	222.3688	0.0729	222.1179	0.9072	

TABLE 3.6 – Fréquences naturelles saines et endommagées de la structure a 25 éléments


FIGURE 3.5 – Identification d'endommagements de la structure a 25 éléments(Premier scénario d'endommagement).



FIGURE 3.6 – Identification d'endommagements de la structure a 25 éléments(Deuxième scénario d'endommagement).

Les 8 premières fréquences naturelles, énumérées dans le Tableau 3.2.2, sont utilisées dans ce cas pour tous les scénarios d'endommagements afin de calculer la forme physique, et par conséquent leurs emplacements ainsi que leurs sévérités. Les résultats identifiés sont illustrés dans les Figure 3.5 et 3.6, pour les différents scénarios d'endommagements. Dans ces figures,quatre graphiques sont tracés; le premier représente la sévérité et l'emplacement des endommagements en utilisant 3 premiers modes propres, le deuxième en utilisant 6 premiers modes propres et le troisième en utilisant 10 premier modes propres, et le dernier en utilisant tout les modes propres .

3.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons utilisé la méthode de l'énergie de déformation modale basée sur les modes propres pour déterminer l'emplacement et le niveau d'endommagement dans les structures en treillis utilisant l'indicateur NMSE. Nous avons prouvé la faisabilité et l'efficacité de la MSE en tant qu'indicateur d'endommagement. La validation de cette approche a été faite, implantée et calculé grâce aux MATLAB[™], afin me mettre en exergue sa précision et son l'efficacité dans la détermination des emplacements des endommagements .

Chapitre 4

Méthodes d'optimisation

4.1 Introduction

De nombreux problèmes du monde réel dans le domaine de l'apprentissage automatique et de l'intelligence artificielle sont généralement de nature continue, discrète, contrainte ou non contrainte [7]. En raison de ces caractéristiques, il est difficile d'aborder certaines classes de problèmes à l'aide d'approches de programmation mathématique conventionnelles telles que le gradient conjugué, la programmation quadratique séquentielle, la méthode de la pente rapide et la méthode quasi-Newton.

Plusieurs types de recherches ont permis de vérifier que ces méthodes ne sont pas suffisamment ou toujours efficaces pour traiter de nombreux problèmes multimodaux, non-continus et non-différentiables à plus grande échelle dans le monde réel.

En conséquence, les algorithmes métaheuristiques ont été conçus et utilisés pour résoudre de nombreux problèmes en tant que solutions alternatives compétitives. Utilisés pour résoudre de nombreux problèmes en tant que solutions alternatives compétitives, en raison de leur simplicité et de leur processus de mise en œuvre facile. En outre, les opérations de base de ces méthodes ne reposent pas sur les informations de gradient du paysage objectif ou sur ses caractéristiques mathématiques. Cependant, le défaut commun de la majorité des algorithmes métaheuristiques est qu'ils montrent souvent une sensibilité délicate au réglage des paramètres définis par l'utilisateur. Un autre inconvénient est que les algorithmes métaheuristiques ne convergent pas toujours vers l'optimum global. [6].

En général, les algorithmes métaheuristiques sont de deux types : basés sur une solution unique (par exemple, le recuit simulé (SA)) et basés sur une population (par exemple, l'algorithme génétique (GA) [13]). Comme leur nom l'indique, dans le premier type, une seule solution est traitée pendant la phase d'optimisation, tandis que dans le second type, un ensemble de solutions (c'est-à-dire une population) évolue à chaque itération du processus d'optimisation.

Les techniques basées sur la population peuvent souvent trouver une solution optimale ou sous-optimale qui peut être identique à l'optimum exact ou située dans son voisinage. Les techniques métaheuristiques basées sur la population (P-métaheuristiques) imitent la plupart du temps les phénomènes naturels [24].

Ces algorithmes commencent le processus d'optimisation en générant un ensemble (population) d'individus, où chaque individu de la population représente une solution candidate au problème d'optimisation.

La population évoluera de manière itérative en remplaçant la population actuelle par une population nouvellement générée en utilisant des opérateurs souvent stochastiques [12]. Le processus d'optimisation est poursuivi jusqu'à ce qu'un critère d'arrêt (c'est-àdire le nombre maximum d'itérations) soit satisfait [25].

Dans se travaille de recherche , nous allons appliquer deux algorithme d'optimisation :L'algorithme de buse de harris et l'optimisation des loups gris .

4.2 Harris Hawks Optimization

4.2.1 Origine de la méthode

L'idée principale de cette méthode d'optimisation est inspirée de comportements coopératifs et d'entraide entre les membres d'un même groupe de l'un des oiseaux les plus intelligents, Buse de Harris, dans la chasse de leurs parois, des lapins dans la plupart des cas.

La principale tactique des Buses de Harris pour capturer une proie est "l'attaque par surprise", également connu sous le nom de stratégie des "SevenKills" .Dans cette stratégie intelligente, plusieurs faucons tentent d'attaquer en même temps depuis différentes directions et de converger simultanément vers un lapin détecté en train de s'échapper à l'extérieur de son terrier. L'attaque peut se terminer rapidement par la capture de la proie surprise par l'attaque en quelques secondes, mais occasionnellement, en fonction des capacités de fuite et des comportements de la proie, la stratégie de "SevenKills" peut inclure de multiples plongées rapides et de courte durée à proximité de la proie pendant plusieurs minutes. Les buses de Harris peuvent démontrer plusieurs styles de chasses en fonction de la nature dynamique des circonstances et des schémas de fuite de leur proie. Une tactique de changement se produit lorsque le meilleur faucon (leader) se penche sur la proie et se perd, la poursuite sera ensuite poursuivie par l'un des membres du groupe. Ces activités de commutation peuvent être observées dans différentes situations car elles sont bénéfiques pour crée de la confusion chez le lapin en fuite pour être une paroi plus facile a chassé. Le principal avantage de ces tactiques de coopération entre les Buses de Harris est qu'elles peuvent poursuivre le lapin détecté jusqu'à son épuisement, ce qui augmente sa vulnérabilité. De plus, en rendant la proie qui s'échappe confus, elle ne peut pas récupérer ses capacités défensives et enfin, elle ne peut pas échapper aux siège de l'équipe de faucons à laquelle il est confrontée car l'un des faucons, qui est souvent le plus puissant et le plus expérimenté, capture sans effort le lapin fatigué et le partage avec les autres membres du groupe.

4.2.2 Les différentes étapes de HHO

Phase d'exploration

Si l'on considère la nature des faucons de Harris, ils peuvent suivre et détecter leurs proies grâce à leurs yeux puissants, mais il arrive que la proie ne soit pas facilement visible. Par conséquent, les faucons attendent, observent et surveillent le site désertique pour détecter une proie peut-être après plusieurs heures. Dans HHO, les buses de Harris sont



FIGURE 4.1 – Buse de Harris



FIGURE 4.2 – différentes étape de l'algorithme HHO

les solutions candidates et la meilleure solution candidate à chaque étape est considérée comme la proie visée ou presque l'optimum. Dans HHO, les éperviers de Harris se perchent aléatoirement à certains endroits et attendent de détecter une proie selon deux stratégies. Si l'on considère une chance égale q pour chaque stratégie de perchage, ils se perchent en fonction des positions des autres membres de groupe de buses (pour être suffisamment proches d'eux lors de l'attaque) et du lapin, pour la condition de q < 0.5, ou se percher sur des grands arbres aléatoires (emplacements aléatoires à l'intérieur du domaine vital du groupe), ce qui est modélisé dans l'équation (1) pour la condition de $q \ge 5$.

$$X(t+1) = \begin{cases} X_{alat}(t) - r_1 |X_{rand}(t) - 2r_2 X(t)| & q \ge 0.5\\ (X_{lapin}(t) - X_m(t)) - r_3 (LB + r_4 (UB - LB)) & q \le 0.5 \end{cases}$$
(4.1)

où X(t + 1) est le vecteur de position des Buses de Harris à la prochaine itération t, $X_{lapin}(t)$ est la position du lapin, X(t) est le vecteur de position actuel des Buses, r_1, r_2 , r_3 , r_4 et q sont des nombres aléatoires à l'intérieur de (0,1), qui sont mis à jour à chaque itération, LB et UB indiquent les limites supérieure et inférieure des variables, $X_{alat}(t)$ est un buses choisi aléatoirement dans la population actuelle et X_m est la position moyenne de la population actuelle des buses.

un modèle simple pour générer des emplacements aléatoires à l'intérieur du domaine vital du groupe (LB, UB). La première règle de l'équation 1 génère des solutions basées sur un emplacement aléatoire et celui des buses. Dans la deuxième règle de l'équation (1), nous avons la différence de l'emplacement.Dans la deuxième règle de l'équation (1), nous avons la différence entre l'emplacement du meilleur jusqu'à présent et la position moyenne du groupe plus une composante à échelle aléatoire basée sur la gamme des variables, tandis que r_3 est un coefficient d'échelle pour augmenter encore la nature aléatoire de la règle une fois que r_4 prend des valeurs proches de 1 et que des modèles de distribution similaires peuvent se produire. Dans cette règle, nous ajoutons une longueur de mouvement à échelle aléatoire à la LB. Ensuite, nous avons considéré un coefficient d'échelle aléatoire pour la composante afin de fournir des tendances plus diversifiées et d'explorer différentes régions de l'espace des caractéristiques. Il est possible de construire différentes règles de mise à jour, mais nous avons utilisé la règle la plus simple, qui est capable d'imiter le comportement des faucons.

$$X_m(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} X_i(t)$$
(4.2)

Où X_i indique l'emplacement de chaque faucon à l'itération t et N désigne le nombre total de faucons. Il est possible d'obtenir l'emplacement moyen de différentes manières, mais nous avons utilisé la règle la plus simple.

Transition de l'exploration a l'exploitation

L'algorithme HHO peut passer de l'exploration à l'exploitation, puis changer de comportement d'exploitation en fonction de l'énergie de fuite de la proie. L'énergie d'une proie diminue considérablement pendant le comportement de fuite. Pour modéliser ce fait, l'énergie d'une proie est modélisée comme suit :

$$E = 2E_0(1 - \frac{t}{T})$$
(4.3)

où E indique l'énergie de fuite de la proie, T est le nombre maximum d'itérations, et E_0 est l'état initial de son énergie. Dans HHO, E_0 change aléatoirement à l'intérieur de l'intervalle (-1, 1) à chaque itération.Lorsque la valeur de E_0 diminue de 0 à -1, le lapin est physiquement en train de faiblir, tandis que lorsque la valeur de E_0 augmente de 0 à 1, cela signifie que le lapin se renforce.L'énergie d'échappement dynamique E a une tendance décroissante au cours des itérations. Lorsque l'énergie d'échappement $|E| \ge 1$, les buses recherchent différentes régions pour explorer un emplacement de lapin, donc, le HHO effectue la phase d'exploration, et lorsque |E| < 1, l'algorithme essaie d'exploiter le voisinage des solutions pendant les étapes d'exploitation. En bref, l'exploration se produit lorsque $|E| \ge 1$, tandis que l'exploitation se produit dans les étapes ultérieures lorsque |E| < 1.

Phase d'exploitation

Dans cette phase, les buses de Harris effectuent le bondissement surprise (la stratégie des Sevenkils) en attaquant la proie visée détectée dans la phase précédente. Cependant,

les proies tentent souvent de s'échapper de situations dangereuses. Par conséquent, différents styles de poursuite se produisent dans des situations réelles. En fonction des comportements de fuite des proies et des stratégies de poursuite des buses de Harris, quatre stratégies possibles sont proposées dans le HHO pour modéliser la phase d'attaque.Les proies essaient toujours de s'échapper des situations menaçantes. Supposons que r soit la chance qu'a une proie réussir à s'échapper (r < 0.5) ou de ne pas réussir à s'échapper $(r \ge 0.5)$, avant le bondir par surprise des buses de Harris. Quel que soit le comportement de la proie, les éperviers effectueront un assiégement dur ou doux pour l'attraper. Cela signifie qu'ils encerclent la proie dans différentes directions, de manière douce ou forte, selon l'énergie retenue par la proie. En situation réelle, les faucons se rapprochent de plus en plus de la proie visée afin d'augmenter leurs chances de coopérer pour tuer le lapin en effectuant un bond surprise. Après plusieurs minutes, la proie en fuite perd de plus en plus d'énergie ; les faucons intensifient alors le processus d'assiégement pour attraper sans effort la proie épuisée. Le paramètre E est utilisé pour modéliser cette stratégie et permettre à la HHO de passer d'un processus d'assiégement doux à un processus d'assiégement dur.

À cet égard, lorsque $|E| \ge 0.5$, l'assiégement doux se produit, et lorsque |E| < 0.5, l'assiégement dur se produit.

L'assiégement doux Lorsque $r \ge 0.5$ et $|E| \ge 0.5$, le lapin a encore assez d'énergie, et tente de s'échapper par quelques sauts aléatoires trompeurs mais finalement il n'y arrive pas. Pendant ces tentatives, les buses de Harris l'encerclent doucement pour l'épuiser encore plus, puis effectuent le bond surprise. Ce comportement est modélisé par les règles suivantes :

$$X(t+1) = \Delta X(t) - E \left| J X_{lapin}(t) - X(t) \right|$$

$$(4.4)$$

$$DeltaX(t) = X_{lapin}(t) - X(t)$$
(4.5)

Où $\Delta X(t)$ est la différence entre le vecteur de position du lapin et la position actuelle à l'itération t, r_5 est un nombre aléatoire compris dans (0,1), et $J = 2(1 - r_5)$ représente la force de saut aléatoire du lapin tout au long de la procédure d'évasion. La valeur de J change aléatoirement à chaque itération pour simuler la nature des mouvements du lapin.

L'assiégement dur Lorsque $r \ge 0.5$ et $|\mathbf{E}| < 0.5$, la proie est tellement épuisée qu'elle a une faible énergie de fuite. De plus, les buses de Harris ont du mal à encercler la proie visée pour finalement effectuer le bond surprise. Dans cette situation, les positions actuelles sont mises à jour en utilisant l'équation 4.4

$$X(t+1) = X_{lapin}(t) - E|\Delta X(t)$$
(4.6)

L'assiégement doux avec des plongées rapides progressives Lorsque toujours $|E| \ge 0.5$ mais r <0.5, le lapin a assez d'énergie pour réussir à s'échapper et toujours un assiégeage doux est construit avant le bond surprise. Cette procédure est plus intelligente que le cas précédent.

Pour modéliser mathématiquement les schémas de fuite des proies et les mouvements de saute-mouton, le concept de vol de lévitation (LF) est utilisé dans l'algorithme HHO. Le LF est utilisé pour imiter les mouvements trompeurs en zigzag réel des proies (en particulier les lapins) pendant la phase de fuite et les plongeons irréguliers, brusques et rapides des faucons autour de la proie en fuite. En fait, les faucons effectuent plusieurs plongées rapides en équipe autour du lapin et tentent de corriger progressivement leur position et leurs directions en fonction des mouvements trompeurs de la proie.

Inspirés par les comportements réels des faucons, nous supposons qu'ils peuvent progressivement sélectionner le meilleur plongeon possible vers la proie lorsqu'ils souhaitent l'attraper dans des situations de compétition. Par conséquent, pour effectuer un assiégement en douceur, nous supposons que les faucons peuvent évaluer (décider) de leur prochain mouvement sur la base de la règle suivante dans l'équation 4.5.

$$X_{lapin}(t) - E|JX_{lapin}(t) - X(t)$$

$$(4.7)$$

Ensuite, ils comparent le résultat possible d'un tel mouvement au plongeon précédent pour détecter s'il s'agit d'un bon plongeon ou non. Si ce n'était pas raisonnable (lorsqu'ils voient que la proie effectue des mouvements plus trompeurs), ils commencent également à effectuer des plongées irrégulières, abruptes et rapides lorsqu'ils s'approchent du lapin. Nous avons supposé qu'ils plongeront en fonction des motifs basés sur les ondes kilométriques en utilisant la règle suivante :

$$Z = Y + SxLF(D) \tag{4.8}$$

où D est la dimension du problème et S est un vecteur aléatoire de taille $1 \times D$ et LF est la fonction de levyfonction de vol, qui est calculée à l'aide de 4.9 :

$$LF(x) = 0.01 X \frac{u X \sigma}{|\nu|^{\frac{1}{\beta}}}$$

$$\sigma = \left(\frac{\Gamma(1+\beta) \times \sin(\frac{\pi\beta}{2}))}{\Gamma(\frac{1+\beta}{2}) \times \beta \times 2^{\frac{\beta-1}{2}}}\right)$$
(4.9)

Où u, v sont des valeurs aléatoires à l'intérieur de (0,1), β est une constante par défaut fixée à 1,5. Par conséquent, la stratégie finale de mise à jour des positions des faucons dans la phase d'assiégement doux peut être exécutée par l'équation 4.10 :

$$X(t+1) = \begin{cases} Y & if \quad F(Y) < F(X(t)) \\ Z & if \quad F(Z) < F(X(t)) \end{cases}$$
(4.10)

où Y et Z sont obtenus à l'aide des équations 4.8 et 4.7.

Assiège dur avec des plongées rapides progressives : Lorsque |E| < 0.5 et r < 0.5, le lapin n'a pas assez d'énergie pour s'échapper et un siège dur est construit avant le bond surprise pour attraper et tuer la proie. La situation de cette étape du côté de la proie est similaire à celle de l'assiégement doux, mais cette fois, les faucons essaient de diminuer la distance de leur emplacement moyen avec la proie en fuite. Par conséquent, la règle suivante est exécutée en condition d'assiégement dur :

$$X(t+1) = \begin{cases} Y & if \quad F(Y) < F(X(t)) \\ Z & if \quad F(Z) < F(X(t)) \end{cases}$$
(4.11)

où Y et Z sont obtenus en utilisant les nouvelles règles des équations 4.12 et 4.13

$$Y = X_{lapin} - E | J X_{lapin}(t) - X_m \tag{4.12}$$

$$Z = Y + SXLF(D) \tag{4.13}$$

4.2.3 Pseudo-code de HHO

Harris Hawks optimization(HHO)Pseudo code
Entrées : La taille de la population N et le nombre maximal d'itérations T
Sorties : L'emplacement du lapin et sa valeur de fitness
Initialiser la population aléatoire $X_i (i = 1, 2,, N)$
tandis que (la condition d'arrêt n'est pas remplie)
faire Calculez les valeurs de fitness des buses.
Définir X_{lapin} comme l'emplacement du lapin (meilleur emplacement)
pour (chaque faucon (X_i)) faire
Mettre à jour l'énergie initiale E0 et la force de saut $J \rightarrow E_0 = 2rand() - 1$,
J = 2(1 - rand())
Mettre à jour le E
Si $(\mathbf{E} \ge 1)$ alors
Mettre à jour le vecteur de localisation
Si ($ \mathbf{E} < 1$) alors \rightarrow phase d'exploration
Si $(r \ge 0.5 \text{ et } E \ge 0.5$) alors \rightarrow assiégement doux
Mettre à jour le vecteur de localisation
Sinon Si $(r \ge 0.5 \text{ et } \mathbf{E} < 0.5)$ alors \rightarrow assiégement dur
Mettre à jour le vecteur de localisation
Sinon si (r< 0.5 et $ E \ge 0.5$) alors \rightarrow assiégement doux avec des
plongées Rapides progressives
Mettre à jour le vecteur de localisation
Sinon si (r< 0.5 et E< 0.5) alors \rightarrow assiégement doux avec des Plongées rapide progressives
Mettre à jour le vecteur de localisation
Retourner à X_{lapin}

4.3 Optimisation de Grey Wolf

4.3.1 L'origine de la méthode

Le loup gris (Canis lupus) appartient à la famille des canidés. Le loup gris est considéré comme un prédateur apex, ce qui signifie qu'il se situe au sommet de la chaîne alimentaire. Les loups gris préfèrent vivre en meute. La taille du groupe est de 5 à 12 personnes en moyenne.. Il est particulièrement intéressant de noter qu'ils ont une hiérarchie sociale dominante très stricte, comme le montre la figure 4.3.1



FIGURE 4.3 – Hiérarchie du loup gris (la dominance diminue de haut en bas).

Les chefs sont un mâle et une femelle, appelés alphas. L'alpha est principalement responsable des décisions concernant la chasse, le lieu de couchage, l'heure du réveil, etc. Les décisions de l'alpha sont dictées à la meute. Cependant, une sorte de comportement démocratique a également été observé, dans lequel un alpha suit les autres loups de la meute. Lors des rassemblements, toute la meute reconnaît l'alpha en baissant la queue. Le loup alpha est également appelé loup dominant car ses ordres doivent être suivis par la meute. Les loups alpha ne sont autorisés à s'accoupler qu'au sein de la meute. Il est intéressant de noter que l'alpha n'est pas nécessairement le membre le plus fort de la meute mais le meilleur en termes de gestion de la meute. Cela montre que l'organisation et la discipline d'une meute sont bien plus importantes que sa force.

Le deuxième niveau de la hiérarchie des loups gris est le bêta. Les bêta sont des loups subordonnés qui aident l'alpha dans la prise de décision ou dans d'autres activités de la meute. Le loup bêta peut être un mâle ou une femelle, et il est probablement le meilleur candidat pour devenir l'alpha au cas où l'un des loups alpha décède ou devient très vieux. Le loup bêta doit respecter l'alpha, mais il commande également les autres loups de niveau inférieur. Il joue le rôle de conseiller de l'alpha et de disciplinaire pour la meute. Le bêta renforce les ordres de l'alpha dans toute la meute et donne son avis à l'alpha.

Le loup gris de rang le plus bas est l'oméga. L'omega joue le rôle de bouc émissaire. Les loups oméga doivent toujours se soumettre à tous les autres loups dominants. Ils sont les derniers loups à avoir le droit de manger. Il peut sembler que l'oméga n'est pas un individu important dans la meute, mais il a été observé que toute la meute fait face à des combats internes et des problèmes en cas de perte de l'oméga. Ceci est dû à l'évacuation de la violence et de la frustration de tous les loups par l'oméga (s). Cela permet de satisfaire l'ensemble de la meute et de maintenir la structure de dominance. Dans certains cas, l'oméga est également le gardien de la meute.

Si un loup n'est pas un alpha, un bêta ou un oméga, il est appelé subordonné (ou delta dans certaines références). Les loups delta doivent se soumettre aux alphas et aux bêtas, mais ils dominent les omégas. Les éclaireurs, les sentinelles, les anciens, les chasseurs et

les gardiens appartiennent à cette catégorie. Les éclaireurs sont chargés de surveiller les limites du territoire et de prévenir la meute en cas de danger. Les sentinelles protègent et garantissent la sécurité de la meute. Les aînés sont les loups expérimentés qui ont été alpha ou bêta. Les chasseurs aident les alphas et les bêtas à chasser les proies et à fournir de la nourriture à la meute. Enfin, les soigneurs sont chargés de prendre soin des loups faibles, malades et blessés de la meute.

En plus de la hiérarchie sociale des loups, la chasse en groupe est un autre comportement social intéressant des loups gris, les principales phases de la chasse des loups gris sont les suivantes :

- Traquer, poursuivre et approcher la proie.
- Poursuivre, encercler et harceler la proie jusqu'à ce qu'elle cesse de bouger.
- Attaque vers la proie.

Cette technique de chasse et la hiérarchie sociale des loups gris sont modélisées mathématiquement afin de concevoir le GWO et d'effectuer l'optimisation.

4.3.2 L'alghorithme GWO

Hiérarchie sociale

Afin de modéliser mathématiquement la hiérarchie sociale des loups lors de la conception du GWO, nous considérons la solution la plus adaptée comme l'alpha (α) Par conséquent, les deuxième et troisième meilleures solutions sont nommées respectivement bêta (β) et delta (δ). Le reste des solutions candidates est supposé être omega (ω). Dans l'algorithme GWO, la chasse (optimisation) est guidée par α , β et δ . Les loups ω suivent ces trois loups.

Encerclement de la proie

Comme mentionné ci-dessus, les loups gris encerclent leurs proies pendant la chasse. Afin de modéliser mathématiquement le comportement d'encerclement, les équations suivantes sont proposées :

$$\vec{D} = \left| \vec{C} \cdot Xp(t) - \vec{X}(t) \right| \tag{4.14}$$

$$\vec{X}(t+1) = \vec{X}_p(t) - \vec{A}.\vec{D}$$
(4.15)

où t indique l'itération courante, \vec{A} . et \vec{C} sont des vecteurs de coefficients, $\vec{X_p}(t)$ est le vecteur de position de la proie, et \vec{X} indique le vecteur de position d'un loup gris.

Les vecteurs \vec{A} et \vec{C} . sont calculés comme suit :

$$\vec{A} = 2\vec{a}.\vec{r_1} - \vec{a} \tag{4.16}$$

$$\vec{C} = 2.\vec{r}_2 \tag{4.17}$$

Où les composantes de \vec{a} sont linéairement réduites de 2 à 0 au cours des itérations et r_1 , r_2 sont des vecteurs aléatoires dans [0, 1].

Chasse

Les loups gris ont la capacité de reconnaître l'emplacement de leurs proies et de les encercler. La chasse est généralement guidée par l'alpha. Le bêta et le delta peuvent également participer à la chasse de manière occasionnelle. Cependant, dans un espace de recherche abstrait, nous n'avons aucune idée de l'emplacement de l'optimum (la proie) . Afin de simuler mathématiquement le comportement de chasse des loups gris, nous supposons que les alpha (meilleure solution candidate) bêta et delta ont une meilleure connaissance de l'emplacement potentiel de la proie. sur l'emplacement potentiel de la proie. Par conséquent, nous sauvegardons les trois meilleures solutions obtenues jusqu'à présent et nous obligeons les autres agents de recherche (y compris les omégas) à les utiliser. recherche (y compris les omégas) à mettre à jour leurs positions en fonction de la position des meilleurs agents de recherche. Position en fonction de la position des meilleurs agents de recherche. Les formules suivantes sont proposées à cet égard.

$$\vec{D}_{\alpha} = |\vec{C}_{1}.\vec{X}_{\alpha} - \vec{X}|
\vec{D}_{\beta} = |\vec{C}_{2}.\vec{X}_{\beta} - \vec{X}|
\vec{D}_{\delta} = |\vec{C}_{3}.\vec{X}_{\delta} - \vec{X}|$$
(4.18)

$$\vec{X}_1 = \vec{X}_{\alpha} - \vec{A}_1 \cdot \vec{D}_{\alpha}
\vec{X}_2 = \vec{X}_{\beta} - \vec{A}_2 \cdot \vec{D}_{\beta}
\vec{X}_3 = \vec{X}_{\delta} - \vec{A}_3 \cdot \vec{D}_{\delta}$$
(4.19)

$$\vec{X}(t+1) = \frac{\vec{X}_1 + \vec{X}_2 + \vec{X}_3}{3} \tag{4.20}$$

Attaquer les proies (exploitation)

Comme mentionné ci-dessus, les loups gris terminent la chasse en attaquant la proie lorsqu'elle ne bouge plus. Afin de modéliser mathématiquement l'approche de la proie, nous diminuons la valeur de \vec{a} . Notez que la plage de fluctuation de \vec{A} . est également diminuée par \vec{a} . En d'autres termes, \vec{A} est une valeur aléatoire dans l'intervalle [-2a, 2a] où \vec{A} . est diminué de 2 à 0 au cours des itérations. Lorsque les valeurs aléatoires de \vec{A} . se situent dans l'intervalle [1, 1], la prochaine position d'un agent de recherche peut se situer à n'importe quelle position entre sa position actuelle et la position de la proie.

Avec les opérateurs proposés jusqu'à présent, l'algorithme GWO permet à ses agents de recherche de mettre à jour leur position en fonction de l'emplacement de l'alpha, du bêta et du delta; et d'attaquer vers la proie. Cependant, l'algorithme GWO est enclin à la stagnation dans les solutions locales avec ces opérateurs. Il est vrai que le mécanisme d'encerclement proposé montre l'exploration dans une certaine mesure, mais GWO a besoin de plus d'opérateurs pour mettre l'accent sur l'exploration.

Recherche de proies (exploration)

Les loups gris cherchent principalement en fonction de la position de l'alpha, du bêta et du delta. Ils divergent les uns des autres pour rechercher des proies et convergent pour attaquer des proies. Afin de modéliser mathématiquement la divergence, nous utilisons \vec{A} . avec des valeurs aléatoires supérieures à 1 ou inférieures à -1 pour obliger l'agent de recherche à diverger de la proie. Cela met l'accent sur l'exploration et permet à l'algorithme GWO de rechercher globalement.

Une autre composante de GWO qui favorise l'exploration est \vec{C} . Comme on peut le voir dans l'équation 19, le vecteur \vec{C} . contient des valeurs aléatoires dans [0, 2]. Cette composante fournit des poids aléatoires pour les proies afin de souligner (C > 1) ou de

déprécier (C < 1) de manière stochastique l'effet des proies dans la définition de la distance dans l'équation 1.

Cela aide GWO à montrer un comportement plus aléatoire pendant l'optimisation, favorisant l'exploration et l'évitement des optima locaux. Il est utile de mentionner ici que C ne diminue pas linéairement contrairement à A. Nous demandons délibérément à C de fournir des valeurs aléatoires à tout moment afin de mettre l'accent sur l'exploration non seulement pendant les itérations initiales mais aussi pendant les itérations finales. Cette composante est très utile en cas de stagnation des optima locaux, surtout dans les dernières itérations.

Le vecteur C peut également être considéré comme l'effet des obstacles à l'approche des proies dans la nature. D'une manière générale, les obstacles dans la nature apparaissent sur les chemins de chasse des loups et les empêchent en fait de s'approcher rapidement et commodément de leurs proies. C'est exactement ce que fait le vecteur C. Selon la position d'un loup, il peut aléatoirement donner un poids à la proie et la rendre plus difficile et plus éloignée à atteindre pour les loups, ou vice versa.

En résumé, le processus de recherche commence par la création d'une population aléatoire de loups gris (solutions candidates) dans l'algorithme GWO. Au cours des itérations, les loups alpha, beta et delta estiment la position probable de la proie. Chaque solution candidate met à jour sa distance par rapport à la proie. Le paramètre a est diminué de 2 à 0 afin de mettre l'accent sur l'exploration et l'exploitation, respectivement. Les solutions candidates ont tendance à s'éloigner de la proie lorsque $\left|\vec{A}\right| > 1$ et à converger vers la proie lorsque $\left|\vec{A}\right| < 1$. Enfin, l'algorithme GWO se termine par la satisfaction d'un critère de fin.

Pour voir comment GWO est théoriquement capable de résoudre des problèmes d'optimisation, certains points peuvent être notés :

- La hiérarchie sociale proposée aide GWO à sauvegarder les meilleures solutions obtenues jusqu'à présent au cours de l'itération.
- Le mécanisme d'encerclement proposé définit un voisinage en forme de cercle autour des solutions qui peut être étendu à des dimensions supérieures comme une hypersphère. peut être étendu à des dimensions plus élevées comme une hyper-sphère.
- Les paramètres aléatoires A et C permettent aux solutions candidates d'avoir des hyper-sphères avec des rayons aléatoires différents.
- La méthode de chasse proposée permet aux solutions candidates de localiser la position probable de la proie.
- L'exploration et l'exploitation sont garanties par les valeurs adaptatives de a et A.
- Les valeurs adaptatives des paramètres a et A permettent à GWO de faire une transition en douceur entre l'exploration et l'exploitation.
- Avec un A décroissant, la moitié des itérations sont consacrées à l'exploration $(|A| \ge 1)$ et l'autre moitié est consacrée à l'exploitation (|A| < 1).
- Le GWO a seulement deux paramètres principaux à ajuster (a et C).

Il est possible d'intégrer des mutations et d'autres opérateurs évolutifs pour imiter l'ensemble du cycle de vie des loups gris.

Pseudo-code de Grey Wolf Optimisation

Intialiser la population de loups gris $X_i = (i = 1, 2, ...n)$ Intialiser a, A et C Calculer le fitness de chaque agent de recherché X_{α} =le meilleur agent de recherche $X_{\beta} =$ le deuxième meilleur agent de recherche $X_{\delta} =$ le troisième meilleur agent de recherche Tandis que (t < Nombre maximal d'itérations) Pour chaque agent de recherche Mettre à jour la position de l'agent de recherche actuel Fin (boucle) Mettre à jour a, A et C Calculer le fitness de tous les agents de recherche Update X_{α}, X_{β} et X_{δ} T = t + 1Fin Tandis que Retourner à X_{α}

Chapitre 5 Résultats et discussion

Dans cette section, grâce aux résulta obtenue a partir de calcul de la fonction objective **Finesse** qui indique la vitesse de l'endommagement dans une structure et **Best** qui indique le taux d'endommagement dans une structure, qui ont été calculé grâce a deux algorithmes d'optimisation (HHO, Harris Hawks Optimization) et (IGWO, Improved Grey wolf optimizer, nous avons établie huit types de graphiques pour représenter les résultat de quantification des endommagements sur les deux structures : Une structure en treilles à (25) éléments en 2 D pour deux scénario d'endommagements :

- 1. Premier scénario : Elément (14) de cette structure est endommagé.
- 2. Deuxième scénarios : les éléments (14) et (18) sont endommagés.

Une structure en treilles à (52) éléments en 3 D pour deux scénario d'endommagements

- 1. Premier scénario : Elément (4) de cette structure est endommagé.
- 2. Deuxième scénarios : les éléments (9) et (10) sont endommagés .

Afin de réalisés une étude comparative ,l'étude a été faite à la base d'indicateurs d'endommagement obtenu précédemment , en utilisant (03), (06), (10) et tout les modes propres de vibration. Nous avons fait varier les itérations (50,100,200,500) en fixant la population à 100 et vis versa.



FIGURE 5.1 – finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant 3 modes



FIGURE 5.2 – finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant 3 modes



FIGURE 5.3 – Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant 3 modes



FIGURE 5.4 – Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant 3 modes



FIGURE 5.5 – finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant 3 modes



FIGURE 5.6 – finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant 3 modes



FIGURE 5.7 – Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant 3 modes



FIGURE 5.8 – Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant 3 modes



5.0.1 Structure 25 cas 01 mode 6

FIGURE 5.9 – finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant 6 modes



FIGURE 5.10 – Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant 6 modes



FIGURE 5.11 – Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant 6 modes



FIGURE 5.12 – Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant 6 modes



FIGURE 5.13 – Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant 6 modes



FIGURE 5.14 – Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant 6 modes



FIGURE 5.15 – Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant 6 modes



FIGURE 5.16 – Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant 6 modes





FIGURE 5.17 – Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant 10 modes



FIGURE 5.18 – Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant 10 modes



FIGURE 5.19 – Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant 10 modes



FIGURE 5.20 – Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant 10 modes



FIGURE 5.21 – Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant 10 modes



FIGURE 5.22 – Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant 10 modes



FIGURE 5.23 – Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant 10 modes



FIGURE 5.24 – Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant 10 modes



5.0.3 Structure 25 cas 01 tout les modes

FIGURE 5.25 – Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas tout les modes



FIGURE 5.26 – Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 1 cas tout les modes



FIGURE 5.27 – Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant tout les modes



FIGURE 5.28 – Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant tout les modes



FIGURE 5.29 – Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant tout les modes



FIGURE 5.30 – Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant tout les modes



FIGURE 5.31 – Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant tout les modes



FIGURE 5.32 – Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 1 en utilisant tout les modes

Pour la structure 25 cas 1 Dans cette structure a (25) éléments a un scénario où un seul élément est endommagés. Nous avons constaté que la vitesse de convergence Finesse en utilisant l'algorithme IGWO est plus élevé que celle de l'algorithme HHO.

Le taux de convergence de l'algorithme IGWO est également plus précis que celui de l'algorithme HHO.

On constate également que pour un nombre d'itération fixée à 100, la vitesse de convergence optimum est celle ou la population est plus élevé (500).

Pour une population fixé à 100, la vitesse de convergence optimum est celle ou les itérations sont plus élevé (500).

(a) 10^{0} IGWO - Populaion : 50 IGWO - Populaion: 100 IGWO - Populaion : 200 IGWO - Populaion : 500 10⁻² Fitness 10⁻⁴ 10⁻⁶ 20 0 40 60 80 100 Iteration

5.0.4 Structure 25 cas 02 mode 3

FIGURE 5.33 – Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 3 modes



FIGURE 5.34 – Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 3 modes



FIGURE 5.35 – Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 3 modes



FIGURE 5.36 – Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 3 modes



FIGURE 5.37 – Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 3 modes



FIGURE 5.38 – Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 3 modes



FIGURE 5.39 – Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 3 modes



FIGURE 5.40 – Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 3 modes
5.0.5 Structure 25 cas 02 mode 6



FIGURE 5.41 – Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 6 modes



FIGURE 5.42 – Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 6 modes



FIGURE 5.43 – Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 6 modes



FIGURE 5.44 – Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 6 modes



FIGURE 5.45 – Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 6 modes



FIGURE 5.46 – Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 6 modes



FIGURE 5.47 – Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 6 modes



FIGURE 5.48 – Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 6 modes

5.0.6 Structure 25 cas 02 mode 10



FIGURE 5.49 – Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 10 modes



FIGURE 5.50 – Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 10 modes



FIGURE 5.51 – Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 10 modes



FIGURE 5.52 – Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 10 modes



FIGURE 5.53 – Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 10 modes



FIGURE 5.54 – Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 10 modes



FIGURE 5.55 – Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 10 modes



FIGURE 5.56 – Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant 10 modes

5.0.7 Structure 25 cas 02 tout les modes



FIGURE 5.57 – Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant tout les modes



FIGURE 5.58 – Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant tout les modes



FIGURE 5.59 – Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant tout les modes



FIGURE 5.60 – Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant tout les modes



FIGURE 5.61 – Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant tout les modes



FIGURE 5.62 – Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant tout les modes



FIGURE 5.63 – Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant tout les modes



FIGURE 5.64 – Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 25 pour le cas 2 en utilisant tout les modes

Dans cette structure à (25 éléments), au scénario de deux éléments endommagés. Nous avons constaté que la vitesse de convergence Finesse en utilisant l'algorithme IGWO est plus élevé que celle de l'algorithme HHO. Le taux de convergence de l'algorithme IGWO est également plus précis que celui de l'algorithme HHO.

On constate également que pour un nombre d'itération fixée à 100, la vitesse de convergence optimum est celle ou la population est plus élevé (500).

Pour une population fixé à 100, la vitesse de convergence optimum est celle ou les itérations sont plus élevé (500).

La la vitesse de convergence est plus élevée dans le cas du scénario à un seul endommagement que celui à endommagement multiple.

5.0.8 Structure 52cas 01 mode 3



FIGURE 5.65 – Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 3 modes



FIGURE 5.66 – Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 3 modes



FIGURE 5.67 – Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 3 modes



FIGURE 5.68 – Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 3 modes



FIGURE 5.69 – Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 3 modes



FIGURE 5.70 – Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 3 modes



FIGURE 5.71 – Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 3 modes



FIGURE 5.72 – Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 3 modes



5.0.9 Structure 52cas 01 mode 6

FIGURE 5.73 – Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 6 modes



FIGURE 5.74 – Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 6 modes



FIGURE 5.75 – Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 6 modes



FIGURE 5.76 – Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 6 modes



FIGURE 5.77 – Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 6 modes



FIGURE 5.78 – Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 6 modes



FIGURE 5.79 – Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 6 modes



FIGURE 5.80 – Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 6 modes

5.0.10 Structure 52cas 01 mode 10



FIGURE 5.81 – Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 10 modes



FIGURE 5.82 – Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 10 modes



FIGURE 5.83 – Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 10 modes



FIGURE 5.84 – Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 10 modes



FIGURE 5.85 – Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 10 modes



FIGURE 5.86 – Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 10 modes



FIGURE 5.87 – Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 10 modes



FIGURE 5.88 – Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant 10 modes



5.0.11 Structure 52cas 01 tout les modes

FIGURE 5.89 – Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas tout les modes



FIGURE 5.90 – Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 1 cas tout les modes



FIGURE 5.91 – Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant tout les modes



FIGURE 5.92 – Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant tout les modes



FIGURE 5.93 – Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant tout les modes



FIGURE 5.94 – Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant tout les modes



FIGURE 5.95 – Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant tout les modes



FIGURE 5.96 – Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 1 en utilisant tout les modes

Dans cette structure à (52 éléments), au scénario d'un seul élément endommagé . Nous avons constaté que la vitesse de convergence Finesse en utilisant l'algorithme IGWO est plus élevé que celle de l'algorithme HHO. Le taux de convergence de l'algorithme IGWO est également plus précis que celui de l'algorithme HHO.

On constate également que pour un nombre d'itération fixée à 100, la vitesse de convergence optimum est celle ou la population est plus élevée (500).

Pour une population fixé à 100, la vitesse de convergence optimum est celle ou les itérations sont plus élevée (500).

5.0.12 Structure 52cas 02 mode 3



FIGURE 5.97 – Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 3 modes



FIGURE 5.98 – Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 3 modes



FIGURE 5.99 – Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 3 modes



FIGURE 5.100 – Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 3 modes



FIGURE 5.101 – Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 3 modes



FIGURE 5.102 – Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 3 modes



FIGURE 5.103 – Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 3 modes



FIGURE 5.104 – Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 3 modes

5.0.13 Structure 52cas 02 mode 6



FIGURE 5.105 – Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 6 modes



FIGURE 5.106 – Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 6 modes



FIGURE 5.107 – Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 6 modes



FIGURE 5.108 – Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 6 modes


FIGURE 5.109 – Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 6 modes



FIGURE 5.110 – Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 6 modes



FIGURE 5.111 – Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 6 modes



FIGURE 5.112 – Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 6 modes

5.0.14 SStructure 52cas 02 mode 10



FIGURE 5.113 – Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 10 modes



FIGURE 5.114 – Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 10 modes



FIGURE 5.115 – Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 10 modes



FIGURE 5.116 – Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 10 modes



FIGURE 5.117 – Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 10 modes



FIGURE 5.118 – Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 10 modes



FIGURE 5.119 – Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 10 modes



FIGURE 5.120 – Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant 10 modes

5.0.15 Structure 52cas 02 tout les modes



FIGURE 5.121 – Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant tout les modes



FIGURE 5.122 – Finesse en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant tout les modes



FIGURE 5.123 – Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant tout les modes



FIGURE 5.124 – Taux d'endomagement en fonction des itérations pour des Population de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant tout les modes



FIGURE 5.125 – Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant tout les modes



FIGURE 5.126 – Finesse en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant tout les modes



 $\rm FIGURE~5.127-Taux$ d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode IGWO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant tout les modes



FIGURE 5.128 – Taux d'endommagement en fonction des la population pour des itérations de 50 à 500 en utilisant la méthode HHO pour la structure 52 pour le cas 2 en utilisant tout les modes

Dans cette structure à (52 éléments), au scénario de deux éléments endommagés. Nous avons constaté que la vitesse de convergence Finesse en utilisant l'algorithme IGWO est plus élevé que celle de l'algorithme HHO. Le taux de convergence de l'algorithme IGWO est également plus précis que celui de l'algorithme HHO.

On constate également que pour un nombre d'itération fixée à 100, la vitesse de convergence optimum est celle ou la population est plus élevée (500).

Pour une population fixé à 100, la vitesse de convergence optimum est celle ou les itérations sont plus élevée (500).

La la vitesse de convergence est plus élevée dans le cas du scénario à un seul endommagement que celui à endommagement multiple.Cependant, il est a remarquer qu'elle est moins élevée pour la structure a (52) qu'a celle à (25) éléments.

Note : dans tout les graphiques ci-dessus , la mention (a) et (b) est faite pour faciliter la lecture, il s'agit de résultats analogues (a) pour IGWO pour l'algorithme et (b) pour l'algorithme HHO.

5.1 Temps de calcul

Nombre	Temps de calcul (s)							
de	Cas 1		Cas 2					
nodes	IGWO	HHO	IGWO	HHO				
3	169	289	239	288				
6	242	360	386	473				
10	282	379	453	549				
Tout	441	528	907	831				

TABLE 5.1 – Temps de calcul, structure(25), poppulation 100, itérations 100

Itérations fixées a 100								
	Temps of	de calcu	l(s)					
Population	Cas 1		Cas 2					
	IGWO HHC		IGWO	HHO				
50	110	151	193	235				
100	169	289	239	288				
200	487	589	771	930				
500	1221	1416	1936	2318				
	Populat	ion fixé	es a 100					
	Temps of	de calcu	l(s)					
Itérations	Cas 1		Cas 2					
	IGWO	HHO	IGWO	HHO				
50	127	136	203	239				
100	242	289	386	484				
200	433	583	720	932				
500	1082	1483	1764	2342				

TABLE 5.2 – Temps de calcul, structure 25, de population , variation d'itérations, premier mode

Dans le tableau 5.1 on a présenté le temps de calcul en secondes des deux algorithmes pour HHO et IGWO pour les deux scénarios d'endommagements D1 et D2, et ceci en utilisant (03),(06),(10) et tout les modes de la structure. Le tableaux nous montre d'abord que plus on utilise de modes plus le temps augmente (i.e., le temps de calcul est plus élevé pour (10) mode que le calcul fait avec (03) modes seulement). Il montre également que algorithme IGWO est plus rapide que algorithme standard HHO. De plus, on constate que le temps de calcul pour un scénario d'endommagement a deux éléments prends plus de temps que celui a un seul élément (pour la même structure et le même mode).

A partir du tableau 5.1, où, on a présenté le temps de calcul pour la structure treillis dans l'espace (52) pour 100 itération et en variant la population de 50,100,200 à 500, on constate que pour un nombre d'itérations constant, plus on augmente la population plus le temps de calcul augmente.

Nombre	Temps de calcul (s)								
de	Cas 1		Cas 2						
nodes	IGWO	HHO	IGWO	HHO					
3	412	491	826	1001					
6	556	689	1082	1152					
10	831	950	1101	1235					
Tout	1056	1295	1116	1310					

TABLE 5.3 – Temps de calcul, structure(52), poppulation 100, itérations 100

Itérations fixées a 100									
	Temps de calcul								
Populations	Cas 1		Cas 2						
	IGWO HHO		IGWO	HHO					
50	204	248	415	500					
100	412	491	826	1001					
200	883	976	1644	1984					
500	2289	2479	4134	4932					
	Populat	ion fixé	es a 100						
	Temps of	de calcu	l(s)						
Itérations	Cas 1		Cas 2						
	IGWO	HHO	IGWO	HHO					
50	204	253	414	502					
100	412	491	826	1001					
200	808	1018	1638	2015					
500	2074	2552	4059	4992					

TABLE 5.4 – Temps de calcul, structure 52, variation de population, variation d'itérations, premier mode.

Dans le tableau 5.1 on a présenté le temps de calcul en secondes des deux algorithmes pour HHO et IGWO pour les deux scénarios d'endommagements D1 et D2, et ceci en utilisant (03),(06),(10) et tout les modes de la structure. Le tableaux nous montre d'abord que plus on utilise de modes plus le temps augmente (i.e., le temps de calcul est plus élevé pour (10) mode que le calcul fait avec (03) modes seulement). Il montre également que algorithme IGWO est plus rapide que algorithme standard HHO. De plus, on constate que le temps de calcul pour un scénario d'endommagement a deux éléments prends plus de temps que celui a un seul élément (pour la même structure et le même mode). A partir du tableau 5.1 , où, on a présenté le temps de calcul pour la structure treillis dans l'espace (52) pour 100 itération et en variant la population de 50,100,200 à 500 , on constate que pour un nombre d'itérations constant , plus on augmente la population plus le temps de calcul augmente.

Itération	Dopulation	Nombre de	Méthode	itérati	itérations						
Iteration	Population	modes	d'optimisation	1	25	50	75	100			
		2	IGWO	26.34	24.99	25.00	24.99	24.99			
		3	ННО	27.69	24.99	24.99	24.99	24.99			
		C	IGWO	23.37	24.99	24.99	24.99	25.00			
	50	0	ННО	24.94	24.99	25.00	24.99	25.00			
	50	10	IGWO	25.02	24.99	25.00	24.99	24.99			
		10	ННО	24.60	24.99	24.99	24.99	25.00			
		Tous les	IGWO	27.69	24.99	24.99	24.99	24.99			
		modes	ННО	27.57	24.99	24.99	24.99	24.99			
		3	IGWO	25.53	25.00	24.99	25.00	24.99			
		5	ННО	24.87	24.99	25.00	25.00	24.99			
		6	IGWO	29.51	29.99	30.00	29.99	29.99			
	100	0	ННО	29.62	30.00	29.99	25.00	24.99			
	100	10	IGWO	24.77	24.99	24.99	25.00	25.00			
		10	ННО	26.07	25.00	25.00	25.00	25.00			
		Tous les	IGWO	24.71	24.99	25.00	25.00	25.00			
		modes	ННО	24.22	25.00	24.99	24.99	25.00			
100		·									
		3	IGWO	24.42	25.00	24.99	24.99	24.99			
		3	ННО	24.94	25.00	24.99	24.99	24.99			
		6	IGWO	25.32	25.00	25.00	25.00	24.99			
	200	0	ННО	25.10	25.00	24.99	25.00	24.99			
	200	10	IGWO	24.97	24.99	24.99	24.99	24.99			
		10	ННО	24.56	24.99	25.00	24.99	25.00			
		Tous les	IGWO	25.08	25.00	24.99	24.99	25.00			
		modes	ННО	24.95	24.99	25.00	24.99	25.00			
			-								
		3	IGWO	25.00	24.99	25.00	25.00	25.00			
		0	HHO	24.93	24.99	25.00	24.99	24.99			
		6	IGWO	24.95	24.99	24.99	25.00	25.00			
	500	0	ННО	24.97	25.00	25.00	24.99	25.00			
		10	IGWO	24.89	24.99	25.00	25.00	24.99			
		10	ННО	25.14	24.99	25.00	25.00	25.00			
		Tous les	IGWO	25.01	24.99	24.99	24.99	25.00			
		modes	HHO	25.29	24.99	25.00	25.00	25.00			

TABLE 5.5 – valeurs de BEST, structure 25 – premier cas –Itérations 100

Teterretterre	Develotion	Nombre de	Méthode	itérati	ons						
Iteration	Population	modes	d'optimisation	1	25	50	75	100			
		9	IGWO	30.57	30.00	30.00	29.99	29.99			
		3	ННО	30.26	29.99	29.99	29.99	30.00			
		C	IGWO	30.54	30.00	29.99	30.00	29.99			
	FO	0	ННО	30.15	30.00	29.99	30.00	29.99			
	50	10	IGWO	27.90	30.00	29.99	30.00	29.99			
		10	ННО	29.21	30.00	29.99	29.99	29.99			
		Tous les	IGWO	30.75	29.99	29.99	29.99	29.99			
		modes	ННО	31.70	30.00	30.00	29.99	30.00			
		2	IGWO	30.21	29.99	30.00	29.99	29.99			
		5	ННО	28.69	30.00	29.99	29.99	30.00			
		6	IGWO	29.51	29.99	30.00	29.99	29.99			
	100	0	ННО	29.62	30.00	29.99	30.00	29.99			
	100	10	IGWO	29.81	29.99	30.00	29.99	30.00			
		10	ННО	29.16	29.99	29.99	29.99	29.99			
		Tous les	IGWO	29.29	30.00	30.00	30.00	30.00			
		modes	ННО	28.47	29.99	29.99	29.99	30.00			
100											
		3	IGWO	29.18	29.99	29.99	29.99	29.99			
		3	ННО	30.06	30.00	29.99	30.00	30.00			
		6	IGWO	30.64	30.00	29.99	29.99	29.99			
	200	0	ННО	29.25	29.99	30.00	30.00	29.99			
	200	10	IGWO	29.78	30.00	30.00	29.98	29.99			
		10	ННО	29.76	30.00	30.00	30.00	29.99			
		Tous les	IGWO	29.97	30.00	29.99	30.00	29.99			
		modes	ННО	29.92	29.99	29.99	29.99	30.00			
		3	IGWO	29.99	29.99	30.00	29.99	30.00			
		0	ННО	30.06	30.00	30.00	30.00	30.00			
		6	IGWO	30.29	30.00	30.00	29.99	30.00			
	500	0	ННО	29.79	30.00	29.99	29.99	29.99			
		10	IGWO	30.00	30.00	30.00	29.99	30.00			
			ННО	29.84	30.00	30.00	29.99	29.99			
		Tous les	IGWO	29.62	30.00	29.99	30.00	30.00			
		modes	HHO	30.14	29.99	30.00	29.99	30.00			

TABLE 5.6 – valeurs de BEST, structure 52 – premier cas – Itérations 100

Itération	Dopulation	Nombre de	Méthode	itérations				
neration	ropulation	modes	d'optimisation	1	25	50	75	100
		2	IGWO	0,03186335	6,25E-07	8,42E-08	3,09E-09	9,37E-11
		5	HHO	0,01452729	0,00034393	1,88E-06	5,31E-11	0
		6	IGWO	0,02306564	5,50E-06	8,90E-08	3,70E-09	4,84E-10
	50	0	HHO	0,006476	0,00020061	2,28E-05	5,56E-08	2,73E-16
	50	10	IGWO	0,10690295	1,26E-05	2,58E-07	2,57E-09	5,47E-10
		10	HHO	0,04119363	3,65E-05	1,71E-05	7,63E-08	1,23E-16
		Tous les	IGWO	0,0389687	4,28E-05	1,40E-07	1,48E-08	3,69E-10
		modes	HHO	0,08942762	3,52E-05	1,09E-06	1,03E-08	4,33E-16
		2	IGWO	0,01171114	1,06E-05	8,34E-08	0,00	0,00
		5	HHO	0,07005268	1,21E-05	3,49E-06	1,05E-07	0
		6	IGWO	0,02017122	3,88E-06	4,31E-09	1,12E-09	3,48E-11
	100	0	HHO	0,01572648	2,70E-05	1,14E-05	4,85E-10	2,73E-16
		10	IGWO	0,01002473	8,49E-06	1,55E-07	2,91E-09	1,24E-10
		10	HHO	0,04371108	3,06E-06	1,23E-06	1,15E-09	1,23E-16
		Tous les	IGWO	0,0358087	3,07E-07	6,39E-09	2,04E-09	1,50E-10
		modes	HHO	0,07611514	7,94E-06	7,46E-07	3,17E-09	4,33E-16
100								
		2	IGWO	0,04393136	2,40E-08	5,18E-09	2,74E-11	2,74E-11
		3	HHO	0,00379812	1,71E-05	9,00E-07	2,86E-10	0
		6	IGWO	0,02766949	1,50E-06	1,54E-09	2,32E-11	8,19E-12
	200	0	HHO	0,0309759	3,10E-05	1,30E-07	6,55E-10	2,73E-16
	200	10	IGWO	0,01147375	5,07E-07	3,32E-08	2,61E-09	6,22E-12
		10	HHO	0,01256481	1,78E-07	1,21E-07	8,40E-10	1,23E-16
		Tous les	IGWO	0,0011801	6,97E-07	2,53E-08	8,71E-10	6,67E-11
		modes	HHO	0,00383692	8,44E-06	9,51E-07	4,92E-10	4,33E-16
		2	IGWO	0,00037441	5,12E-08	3,96E-09	8,75E-10	1,85E-11
		5	HHO	0,00365449	1,59E-07	1,59E-07	4,60E-12	0
		6	IGWO	0,01243881	4,65E-07	6,03E-10	4,83E-10	2,04E-11
	500	0	HHO	0,00852568	1,23E-06	9,45E-08	8,15E-12	2,73E-16
	500	10	IGWO	0,00199563	3,98E-07	7,66E-09	1,87E-09	5,56E-12
		10	HHO	0,00810156	1,22E-06	1,02E-07	9,08E-12	1,23E-16
		Tous les	IGWO	0,01919435	1,79E-06	9,09E-09	2,93E-10	7,37E-11
		modes	HHO	0,00735277	5,18E-07	1,80E-07	1,45E-11	4,33E-16

TABLE 5.7 – Finesse Structure 52 , Cas 1, Iteration 100

Itération	Population	Nombre de	Méthode	itérations				
Iteration	1 opulation	modes	d'optimisation	1	25	50	75	100
		2	IGWO	0.0759510371060445	4.13324406239973e-06	1.49173223189330e-08	6.36397736816258e-09	2.61728266382956e-10
		5	HHO	0.155146318626933	2.13584552833673e-05	7.53866898417316e-06	2.86028200352847e-09	4.00426034187758e-16
		6	IGWO	0.0977584620508567	5.62670194036603e-07	1.21490408786686e-07	4.41377573399926e-09	2.43836717628898e-11
	50	0	HHO	0.00364749654211043	0.000403006206970090	6.79933224724388e-06	2.28022751523705e-08	4.66182425444791e-16
	50	10	IGWO	0.00120771353093514	3.32259782664270e-06	9.74980926638072e-08	5.51058873756489e-09	1.64640182959670e-11
		10	HHO	0.0182968117196107	7.02042077658730e-05	4.45727113252228e-07	1.36647024548414e-08	1.17717848534013e-16
		Tous les	IGWO	0.136548586655232	2.03010453358076e-06	2.19317124705480e-07	2.92057125578046e-09	5.41048657155639e-10
		modes	HHO	0.130553357861739	4.08469872943286e-05	3.68808307191071e-06	9.89709512034451e-08	1.17726865412572e-16
		2	IGWO	0.0881323260082365	4.60828329607040e-06	1.35477237714504e-07	5.50064942844197e-09	1.52229564991126e-10
		5	HHO	0.0159186912860922	3.18246552962219e-06	7.78155858291292e-07	1.75284494335520e-11	4.00426034187758e-16
		6	IGWO	0.0214525111068552	8.19304472171327e-06	4.40960669564734e-08	5.81260178742405e-10	2.37462760719933e-10
	100	0	HHO	0.00794746824948651	6.80612445088867e-05	1.83066339881842e-06	1.72305173467981e-09	4.66182425444791e-16
	100	10	IGWO	0.0102329995434483	1.47628371789252e-06	1.86615750924000e-11	3.31722257882190e-09	1.86615750924000e-11
		10	HHO	0.0500942500465030	8.04898748589676e-06	7.38332595057317e-07	5.16404657949007e-12	1.17717848534013e-16
		Tous les	IGWO	0.0141761589695294	7.42996317050115e-07	2.15747683936495e-08	3.55965142694575e-09	1.64219323647575e-1
		modes	HHO	0.0382732450784788	7.93930427497001e-05	1.76859545990366e-05	8.51729148618225e-11	1.17726865412572e-16
100								
		9	IGWO	0.0398636251198000	1.95885642373725e-07	9.03200362074855e-10	9.03200362074855e-10	1.84997228220778e-10
		3	HHO	0.00286945178641178	6.53661439411811e-06	3.50821909186396e-06	6.11919052664706e-10	4.00426034187758e-16
		6	IGWO	0.0202909201001086	3.21330086349487e-06	7.36150563828400e-09	3.17175604435022e-10	4.46220493987245e-1
	200	0	HHO	0.00675638691923244	9.48763215359766e-05	1.96231085556398e-06	6.34508312347418e-10	4.66182425444791e-16
	200	10	IGWO	0.00118591456547014	1.44629333621436e-06	4.13080877062339e-10	4.13080877062339e-10	9.79999911867171e-11
		10	HHO	0.0201955139406020	8.58188549848904e-06	1.41698938202574e-06	5.58312212027115e-11	1.17717848534013e-16
		Tous les	IGWO	0.00406291691639975	1.51705722843390e-07	1.59221983028423e-09	7.57634774168572e-10	3.32225214194279e-11
		modes	HHO	0.00234976768181628	7.69186854926724e-06	1.51446614665541e-06	1.60121016008832e-10	1.17726865412572e-16
		2	IGWO	0.000460376113080840	1.50415034196970e-06	0.30632942442485e-08	7.93663019570726e-10	3.17045321088841e-11
		5	HHO	0.00360327813873180	1.21532753785183e-05	2.10996983058939e-06	1.67077762764842e-12	4.00426034187758e-16
		6	IGWO	0.00297647002779752	1.31726105294794e-06	1.10909103431044e-08	1.06242974758868e-12	1.06242974758868e-12
	500	0	HHO	0.00181272505259904	1.02941578482037e-05	6.37835526400576e-07	1.37649684761083e-11	4.66182425444791e-16
	500	10	IGWO	0.00499025906142675	5.56961631619349e-08	1.23441264431810e-08	8.25954335275562e-10	4.87622643982441e-12
		10	HHO	0.00664920063905016	1.02127621852067e-05	2.76445417115365e-10	6.70167711704134e-13	1.17717848534013e-16
	F	Tous les	IGWO	0.000878650293025248	1.49541485362188e-06	8.17204156023305e-09	5.80835275409875e-10	4.14219621416828e-11
		modes	HHO	$0.0\overline{144265814085917}$	1.85279224626350e-05	$2.7\overline{2594494641310e-07}$	1.39800652677430e-12	1.17726865412572e-16

TABLE 5.8 – Finesse Structure 25 , Cas 1, Iteration 100 $\,$

Dans les quatre tableaux ci-dessus 5.1,5.1,5.1 et 5.1 on a confirmé les conclusions faites auparavant, à savoir que la vitesse de convergence dépend du nombre d'élément de la structure , ainsi que sa modélisation , une structure dans l'espace a une vitesse plus lente qu'une structure plane. Nos deux exemples illustrent parfaitement cette conclusion. La suite de résultats est présenté sous forme de tableaux en annexe.

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons utilisé deux algorithmes d'optimisation pour quantifier la sévérité des endommagements dans les structures en treillis utilisant les algorithmes IGWO et HHO ,les simulations nous ont permis d'évaluer les valeurs de la fonction Best qui représente le taux d'endommagement et Finesse,la vitesse de convergence. Nous avons prouvé la faisabilité et l'efficacité des algorithmes HHO et IGWO en tant que quantificateurs d'endommagement, dans la résolution de la fonction objectif dans les méthodes d'optimisation a savoir les fonction Best et Finesse, La validation de notre approche s'est adossée sur l'analyse numérique de structures en treillis par la méthode MEF et implémentée dans MATLAB[™], afin de mettre en exergue sa précision et son efficacité pour la détermination des emplacements des endommagements.

Chapitre 6 Conclusion générale

Le travail présenté dans ce mémoire a pour objectif la détection d'endommagement dans des structures par techniques vibratoires ,nous avons opté pour la méthode de l'énergie de déformation, qui rentre dans le cadre du contrôle non destructif.

Dans un premier lieu, nous avons procédé à la localisation des endommagements dans deux (02) structures treillis distinctes, une plane (25 éléments) et une autre dans l'espace (52 éléments), en utilisant la méthodes de détection des endommagements basé l'énergie de déformation modal grâce aux modes propres. On a obtenu différents résultats pour (03), (06),(10) ou tout les modes propres de la structure et pour les deux scénarios d'endommagement, la représentation graphique de l'indicateur NMSE utilisé nous a permis de localisé avec exactitude les éléments endommagés qu'on a met dans la simulation.

Après l'étape de la localisation, nous avons cherché a quantifier la sévérité des endommagement en utilisant deux algorithmes d'optimisation, à savoir : l'algorithme de loup gris (IGWO), Buse de Harris (HHO).

Les résultats obtenu a travers les simulations faites par le biais de ses deux méthodes d'optimisations ont été présenté sous formes de tableaux et graphiques, l'analyse et la lecture faite de ses derniers sont basés sur trois paramètre à savoir :(1) le temps de calcul,(02) BEST, le taux d'endommagement ,(03)Finesse , la convergence des taux du taux d'endommagement.

Les résultats nous ont montré qu'en terme de temps de calcul la méthode IGWO est plus efficace que la méthode HHO.Le temps de calcul plus long pour un nombre de mode élevé , ainsi que pour des scénarios d'endommagement multiples.

Le taux d'endommagement BEST ainsi que la vitesse de convergence, nous ont montré tout au long des simulations, que l'algorithme IGWO est plus performant, sa convergence est plus rapide, et le taux d'endommagement obtenu est plus précis. On a également constaté,les calculs sont plus précis et prennent plus de temps pour des structures compliqué et des scénarios d'endommagement multiples. L'utilisation de plusieurs modes de vibrations donne des taux d'endommagement précis, et des vitesses de convergence assez rapide.

pour plus de précision il est suggéré d'utiliser des populations variés avec des itérations fixes , et pour plus de précisions encore il est suggéré d'utiliser un nombre de n itération fixé a un grand chiffre et une population varié avec de très grands nombres.

En somme, bien que l'algorithme IGWO est clairement plus performant que HHO, les résultats donnés par ses derniers sont assez satisfaisant pour quantifier les endommagements.

Chapitre 7

Annexe

Demalation	Tránstian	Nombre de	Méthode	itérati	ons			
Population	Iteration	modes	d'optimisation	1	15	25	35	50
		9	IGWO	24.80	25.00	24.99	24.99	25.00
		3	ННО	25.67	24.99	24.99	25.00	24.99
		6	IGWO	25.98	24.99	24.99	25.00	24.99
	50	0	ННО	24.20	25.00	24.99	25.00	25.00
	50	10	IGWO	24.81	25.00	25.00	25.00	25.00
		10	ННО	24.89	25.00	25.00	24.99	25.00
		Tous les	IGWO	24.72	25.00	25.00	24.99	24.99
		modes	ННО	25.10	25.00	25.00	24.99	24.99
				1	25	50	75	100
		3	IGWO	26.55	24.99	25.00	24.99	24.99
		5	ННО	25.11	25.00	25.00	25.00	25.00
		6	IGWO	25.34	25.00	24.99	25.00	24.99
	100	0	ННО	24.87	24.98	25.00	25.00	24.99
	100	10	IGWO	24.77	24.99	24.99	25.00	25.00
		10	ННО	26.07	25.00	25.00	25.00	25.00
		Tous les	IGWO	25.81	25.00	24.99	24.99	24.99
		modes	ННО	25.42	25.00	25.00	24.99	25.00
100				1	50	100	150	200
		3	IGWO	25.10	24.99	24.99	25.00	25.00
		3	ННО	25.50	25.11	24.99	25.00	25.00
		6	IGWO	24.69	24.99	24.99	24.99	24.99
	200		ННО	25.05	24.99	25.00	25.00	25.00
	200	10	IGWO	25.31	24.99	24.99	24.99	24.99
		10	ННО	25.12	25.00	25.00	25.00	25.00
		Tous les	IGWO	25.55	25.00	25.00	25.00	25.00
		modes	ННО	24.79	25.00	24.99	25.00	25.00
				1	150	250	350	500
		3	IGWO	25.00	25.00	25.00	25.00	25.00
			ННО	24.42	25.00	24.99	25.00	25.00
		6	IGWO	24.95	24.99	24.99	24.99	25.00
	500		ННО	25.10	24.99	24.99	25.00	25.00
	000	10	IGWO	24.72	25.00	25.00	25.00	25.00
			ННО	25.05	25.00	25.00	24.99	25.00
		Tous les	IGWO	24.49	25.00	25.00	25.00	25.00
		modes	HHO	24.66	24.99	24.99	25.00	25.00

TABLE 7.1 – valeurs de BEST, structure 25 – premier cas – Population 100

Depulation	Itération	Nombre de	Méthode	itérati	ons			
Population	Iteration	modes	d'optimisation	1	15	25	35	50
		2	IGWO	30.09	29.99	30.00	30.00	30.00
		3	ННО	29.67	29.99	29.99	30.00	30.00
		6	IGWO	30.23	30.00	30.00	30.00	29.99
	50	0	ННО	28.55	29.99	30.00	30.00	29.99
	50	10	IGWO	28.58	29.99	30.00	30.00	29.99
		10	ННО	30.22	29.99	29.99	29.99	29.99
		Tous les	IGWO	29.93	30.00	30.00	29.99	29.99
		modes	ННО	28.58	29.99	29.99	29.99	29.99
				1	25	50	75	100
		3	IGWO	30.21	29.99	30.00	29.99	29.99
		5	ННО	28.69	30.00	29.99	29.99	30.00
		6	IGWO	29.51	29.99	30.00	29.99	29.99
	100	0	ННО	29.62	30.00	29.99	25.00	24.99
	100	10	IGWO	29.81	29.99	30.00	29.99	30.00
		10	ННО	29.16	29.99	29.99	29.99	29.99
		Tous les	IGWO	29.29	30.00	30.00	30.00	30.00
		modes	ННО	28.47	29.99	29.99	29.99	30.00
100				1	50	100	150	200
		3	IGWO	28.84	30.00	29.99	29.99	29.99
		5	ННО	29.93	29.99	29.99	30.00	
		6	IGWO	30.15	30.00	30.00	29.99	30.00
	200		ННО	30.25	30.00	30.00	29.99	29.99
	200	10	IGWO	30.77	29.99	;29.99	30.00	29.99
		10	ННО	30.29	30.00	30.00	30.00	29.99
		Tous les	IGWO	30.25	30.00	29.99	30.00	29.99
		modes	ННО	29.92	30.00	30.00	29.99	30.00
				1	150	250	350	500
		3	IGWO	30.06	29.99	30.00	30.00	30.00
		0	ННО	30.12	30.00	30.00	29.99	30.00
		6	IGWO	29.96	30.00	29.99	29.99	29.99
	500		ННО	30.54	29.99	30.00	30.00	29.99
	000	10	IGWO	30.78	29.99	29.99	29.99	29.99
			ННО	28.58	30.00	29.99	29.99	29.99
		Tous les	IGWO	28.58	30.00	30.00	30.00	30.00
		modes	ННО	29.93	30.00	29.99	30.00	30.00

TABLE 7.2 – valeurs de BEST, structure 52 – premier cas – Population 100

Popu-	itér-	nombdre	méthode										
lation	ation	de	d'optim-		Itérations								
		mode	isation	1		15		25		35		50	
		9	IGWO	11,77	31,76	14,95	29,96	14,98	30,01	15,00	30,01	15,00	30,00
		J	ННО	10,42	28,34	15,02	30,00	15,02	30,00	15,01	30,00	15,00	30,00
		6	IGWO	10,78	34,70	14,91	30,14	15,01	29,98	15,00	30,00	15,00	30,00
	50	0	HHO	6,97	37,59	15,29	29,72	$15,\!18$	29,79	$15,\!15$	29,82	15,04	29,96
	50	10	IGWO	12,99	$30,\!63$	14,89	30,01	15,01	30,00	15,00	29,99	15,00	30,00
		10	ННО	$12,\!69$	$32,\!85$	15,03	29,95	15,04	29,98	15,04	29,98	15,04	29,98
		tout los modos	IGWO	16,04	29,59	14,96	30,04	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00
		tout les modes	ННО	18,10	22,74	15,03	29,99	15,01	29,99	15,01	29,99	15,01	29,99
				1		25		50		75		100	
		3	IGWO	20,53	30,30	15,04	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00
		5	HHO	$3,\!17$	$23,\!54$	14,98	30,01	14,99	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00
		6	IGWO	18,22	25,04	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00
	100	0	ННО	20,56	19,80	15,00	29,70	15,05	29,95	15,03	29,96	15,03	29,97
	100	10	IGWO	20,56	27,72	14,98	29,98	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00
		10	ННО	12,99	30,63	14,92	30,08	14,99	30,01	14,99	30,00	14,99	30,00
		tout los modos	IGWO	13,23	29,90	15,03	30,00	15,00	30,00	15,00	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		
100		tout les moues	ННО	16,01	31,18	14,98	30,02	14,99	30,00	14,99	30,00	14,99	30,00
100				1		50		100		150		200	
		3	IGWO	15,93	28,29	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00
		5	HHO	3,53	31,21	15,00	30,00	$15,\!00$	30,00	15,00	$30,\!00$	15,00	30,00
		6	IGWO	19,92	$27,\!20$	15,00	30,00	$15,\!00$	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00
	200	0	HHO	17,26	$26,\!66$	15,03	29,97	15,01	29,98	15,01	29,99	15,00	30,00
	200	10	IGWO	12,25	21,99	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00
		10	HHO	21,66	24,76	15,02	29,99	15,01	29,99	15,01	30,00	15,00	30,00
		tout los modos	IGWO	19,26	$23,\!83$	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00
		tout les moues	HHO	10,44	29,56	15,01	29,99	$15,\!01$	29,99	15,01	29,99	15,01	30,00
				1		150		250		350		500	
		3	IGWO	12,99	$30,\!63$	15,00	30,00	$15,\!00$	30,00	15,00	$30,\!00$	15,00	30,00
		0	HHO	22,88	$35,\!53$	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00
		6	IGWO	18,76	32,10	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00
	500	0	HHO	15,47	$27,\!31$	14,99	30,02	$14,\!99$	30,01	15,00	30,01	15,00	30,00
	000	10	IGWO	20,26	$33,\!94$	15,00	30,00	$15,\!00$	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00
		10	HHO	$20,\!63$	29,29	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00
		tout les modes	IGWO	17,83	25,51	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00
		tout les modes	HHO	13,21	34,18	14,99	30,01	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00

TABLE 7.3 – valeurs de BEST, structure 25 – deuxième cas -Population 100

Popu-	itér-	nombdre	méthode					
lation	ation	de	d'optim-			Itérations		
		mode	isation	1	15	25	35	50
		ე	IGWO	15,23 35,74	19,99 35,06	19,99 35,00	20,00 34,99	20,00 35,00
		3	HHO	15,53 31,87	19,51 35,12	19,68 35,06	19,72 35,06	19,82 35,05
		6	IGWO	20,57 35,27	20,23 34,99	19,99 34,99	19,99 35,00	20,00 35,00
	50	0	HHO	20,80 36,84	19,95 $35,00$	19,96 $35,01$	20,02 35,00	20,00 35,00
	50	10	IGWO	23,91 36,48	20,01 34,95	19,97 35,00	20,00 35,01	20,00 35,00
		10	HHO	24,33 35,00	20,10 $35,02$	20,09 35,01	20,09 35,01	20,08 35,01
		tout los modos	IGWO	31,76 34,50	19,98 34,92	20,02 35,00	20,00 35,00	20,00 35,00
	tout les modes		ННО	14,47 33,64	20,10 34,91	20,02 34,95	20,01 35,00	20,01 35,00
				1,00	25,00	50,00	75,00	100,00
		3	IGWO	18,72 30,32	19,9934,98	20,00 35,00	20,00 35,00	20,00 35,00
		5	HHO	13,65 34,60	19,98 35,01	19,98 35,01	19,99 35,00	19,99 35,00
		6	IGWO	25,42 35,32	20,03 35,00	20,0035,00	20,00 35,00	20,00 35,00
	100	0	HHO	25,31 37,40	20,06 35,06	20,0135,00	20,01 35,00	20,01 35,00
	100	10	IGWO	0,57 29,26	20,10 35,05	19,99 35,00	20,00 35,00	20,00 35,00
		10	HHO	19,37 31,59	19,99 35,00	20,00 35,00	20,00 35,00	20,00 35,00
		tout les modes	IGWO	23,63 33,66	20,03 34,96	20,00 35,00	20,00 35,00	20,00 35,00
100		tout its mouts	HHO	21,44 42,56	20,00 35,00	20,0035,00	20,00 35,00	20,00 35,00
100				1,00	50,00	100,00	150,00	200,00
		3	IGWO	23,43 $37,28$	20,00 35,00	20,00 35,00	20,00 35,00	20,00 $35,00$
			HHO	25,23 34,23	20,13 34,98	19,99 35,00	20,00 35,00	20,00 $35,00$
		6	IGWO	16,41 $35,18$	20,01 35,00	20,00 35,00	20,00 35,00	20,00 $35,00$
	200		HHO	25,43 $35,32$	20,00 35,00	20,00 $35,00$	20,00 35,00	20,00 $35,00$
	200	10	IGWO	24,28 37,89	19,99 35,00	20,00 35,00	20,00 35,00	20,00 $35,00$
		10	HHO	20,00 $36,21$	19,95 35,00	20,01 35,00	20,00 35,00	20,00 $35,00$
		tout les modes	IGWO	14,36 34,67	20,00 35,00	20,00 $35,00$	20,00 35,00	20,00 35,00
		tout les modes	ННО	21,83 40,30	19,94 35,02	19,97 35,01	20,00 35,00	20,00 35,00
				1,00	150,00	250,00	350,00	500,00
		3	IGWO	26,58 32,18	20,00 35,00	20,00 $35,00$	20,00 35,00	20,00 35,00
			HHO	19,85 26,85	19,96 35,01	19,98 35,01	20,00 35,00	20,00 35,00
		6	IGWO	22,39 35,23	20,00 35,00	20,00 35,00	20,00 35,00	20,00 35,00
	500		HHU	22,10 32,95	20,00 35,00	20,00 35,00	20,00 35,00	20,00 35,00
		10	IGWO	25,43 35,32	20,00 35,00	20,00 $35,00$	20,00 35,00	20,00 35,00
			HHU	25,43 35,32	20,00 35,00	20,00 35,00	20,00 35,00	20,00 35,00
		tout les modes	IGWO	24,90 35,21	20,00 35,00	20,00 35,00	20,00 35,00	20,00 35,00
		list its model	нно	17,5930,79	20,00 35,00	20,00 35,00	20,00 35,00	20,00 35,00

TABLE 7.4 – valeurs de BEST, structure 52 – deuxième cas -Population 100

itér-	Popu-	nombdre	méthode										
ation	lation	de	d'optim-					Itéra	tions				
		mode	isation	1	-	2	5	5	0	7	5	1(00
	50	n	IGWO	7,08	34,36	14,94	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00
		9	HHO	20,52	28,15	15,02	29,96	15,04	30,00	15,01	30,00	15,01	30,00
		6	IGWO	7,89	35,61	15,04	30,01	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00
		0	ННО	16,03	27,89	$15,\!67$	29,16	15,42	29,40	15,41	29,46	15,42	29,48
		10	IGWO	22,09	23,74	14,96	29,98	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00
		10	HHO	6,69	$22,\!67$	14,86	30,09	14,89	30,05	14,92	30,04	14,92	30,04
		tout les	IGWO	10,07	39,46	15,06	30,02	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00
		modes	HHO	19,59	25,06	14,98	29,91	15,02	29,99	15,02	29,99	15,02	29,99
		3	IGWO	20,53	30,30	15,04	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00
	100		HHO	3,17	23,54	14,98	30,01	14,99	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00
		6	IGWO	18,22	25,04	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00
			ННО	20,56	19,80	15,00	29,70	15,05	29,95	15,03	29,96	15,03	29,97
	100	10	IGWO	12,99	30,63	14,89	30,01	15,01	30,00	15,00	29,99	15,00	30,00
		10	ННО	12,99	30,63	14,92	30,08	14,99	30,01	14,99	30,00	14,99	30,00
		tout les	IGWO	13,23	29,90	15,03	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00
100		modes	ННО	16,01	31,18	14,98	30,02	14,99	30,00	14,99	30,00	14,99	30,00
100		3	IGWO	15,29	30,60	15,02	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00
			HHO	3,18	26,22	14,99	30,00	14,99	29,99	14,99	29,99	15	30
		6	IGWO	15,20	28,96	14,99	29,98	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00
	200		HHO	15,39	29,43	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00
	200	10	IGWO	10,26	28,66	14,99	29,98	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00
		10	ННО	15,73	31,51	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00
		tout les	IGWO	13,38	27,26	15,03	29,98	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00
		modes	HHO	15,43	29,30	15,04	30,05	15,01	29,99	15,00	30,00	15,00	30,00
		3	IGWO	16,90	30,09	15,01	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00
		5	HHO	14,80	29,36	14,99	30,00	15,00	29,99	15,00	30,00	15	30
		6	IGWO	12,87	29,31	15,00	30,02	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00
	500	0	HHO	12,87	29,31	15,00	30,02	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00
	500	10	IGWO	$13,\!62$	30,30	14,99	30,01	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00
		10	HHO	14,70	27,37	14,99	30,01	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00
		tout les	IGWO	16,72	31,98	14,99	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00
		modes	ННО	14,15	30,35	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00	15,00	30,00

TABLE 7.5 – valeurs de BEST, structure 25 – deuxième cas -Itération 100

itér-	Popu-	nombdre	méthode										
ation	lation	de	d'optim-					Itéra	tions				
		mode	isation]		2	5	50		7	5	10)0
		2	IGWO	20,05	34,93	20,12	35,00	20,00	35,00	20,00	35,00	20,00	35,00
		3	ННО	23,23	32,86	21,72	34,47	21,16	34,61	20,16	34,96	20,12	34,97
		6	IGWO	3,57	25,43	19,95	35,02	20,00	35,00	20,00	35,00	20,00	35,00
	50	0	HHO	14,14	31,68	20,22	34,99	20,17	34,99	20,16	35,01	20,14	35,00
	50	10	IGWO	22,12	36,90	19,99	34,95	19,98	35,00	20,00	35,00	20,00	35,00
		10	ННО	$3,\!57$	$25,\!43$	20,03	34,99	20,03	35,00	20,01	35,00	20,01	35,00
		tout les	IGWO	17,64	30,49	20,04	35,08	20,00	35,00	20,00	35,00	20,00	35,00
		modes	HHO	31,99	21,81	23,93	34,75	18,89	35,93	19,30	35,19	19,31	35,17
		2	IGWO	18,72	30,32	19,99	34,98	20,00	35,00	20,00	35,00	20,00	35,00
	100	9	ННО	$13,\!65$	34,60	19,98	35,01	19,98	35,01	19,99	35,00	19,99	35,00
		6	IGWO	$25,\!43$	35,32	20,03	35,00	20,00	35,00	20,00	35,00	20,00	35,00
		0	ННО	25,31	37,40	20,06	35,06	20,01	35,00	20,01	35,00	20,01	35,00
	100	10	IGWO	$0,\!57$	29,26	20,10	35,05	19,99	35,00	20,00	35,00	20,00	35,00
		10	ННО	19,37	31,59	19,99	35,00	20,00	35,00	20,00	35,00	20,00	35,00
		tout les	IGWO	$23,\!63$	33,66	20,03	34,96	20,00	35,00	20,00	35,00	20,00	35,00
100		modes	HHO	21,44	42,56	20,00	35,00	20,00	35,00	20,00	35,00	20,00	35,00
100		2	IGWO	28,08	$35,\!68$	20,02	34,97	20,00	35,00	20,00	35,00	20,00	35,00
		3	HHO	18,92	36,19	19,98	35,02	20,00	35,00	20,00	35,00	20,00	35,00
		6	IGWO	25,31	37,40	20,06	35,06	20,01	35,00	20,01	35,00	20,01	35,00
	200		HHO	$16,\!84$	34,54	20,00	35,00	20,00	35,00	20,00	35,00	20,00	35,00
	200	10	IGWO	$9,\!65$	33,33	20,02	34,99	20,00	35,00	20,00	35,00	20,00	35,00
		10	ННО	17,58	35,11	20,01	35,00	20,01	35,00	20,00	35,00	20,00	35,00
		tout les	IGWO	18,91	35,47	19,98	35,01	20,00	35,00	20,00	35,00	20,00	35,00
		modes	HHO	18,28	31,75	20,01	35,00	20,01	35,00	20,00	35,00	20,00	35,00
		2	IGWO	18,90	$35,\!63$	19,99	34,99	20,00	35,00	20,00	35,00	20,00	35,00
		5	ННО	20,43	$35,\!37$	20,00	35,00	20,00	35,00	20,00	35,00	20,00	35,00
		6	IGWO	17,51	31,50	19,98	35,00	20,00	35,00	20,00	35,00	20,00	35,00
	500	0	HHO	19,93	34,52	19,99	35,00	20,00	35,00	20,00	35,00	20,00	35,00
	500	10	IGWO	18,80	35,44	20,03	35,01	20,00	35,00	20,00	35,00	20,00	35,00
		10	ННО	14,94	34,14	20,00	35,00	20,00	35,00	20,00	35,00	20,00	35,00
		tout les	IGWO	16,97	32,72	20,00	34,98	20,00	35,00	20,00	35,00	20,00	35,00
		modes	ННО	23,30	32,29	20,00	35,00	20,00	35,00	20,00	35,00	20,00	35,00

TABLE 7.6 – valeurs de BEST, structure 52 – deuxième cas -Itération 100

Population	itération	Nombre de	Méthode	itérations					
ropulation	liciation	modes	d'optimisation	1	15	25	35	50	
		2	IGWO	0,01072022	2,90E-05	2,08E-06	5,54E-07	1,63E-08	
	50	5	HHO	0,03765106	0,00019525	5,88E-05	2,98E-07	1,20E-13	
		6	IGWO	0,06256704	2,08E-05	2,45E-06	3,01E-07	2,82E-08	
		0	HHO	0,04861669	8,41E-05	1,67E-06	1,41E-13	1,41E-13	
	50	10	IGWO	4,63E-05	0,00103203	1,29E-05	2,09E-08	2,08E-08	
		10	HHO	0,00462898	3,16E-05	3,16E-05	2,20E-07	8,71E-14	
		Tous les	IGWO	0,01344974	9,15E-07	9,15E-07	4,37E-07	1,35E-08	
		modes	HHO	0,00536305	5,62E-05	5,28E-05	8,93E-07	9,87E-14	
				1	25	50	75	100	
	100	3	IGWO	0,08813233	4,61E-06	1,35E-07	5,50E-09	1,52E-10	
			HHO	0,0063043	2,62E-05	5,82E-06	1,13E-08	4,00E-16	
		6	IGWO	0,02145251	8,19E-06	4,41E-08	5,81E-10	2,37E-10	
			HHO	0,00794747	6,81E-05	1,83E-06	1,72E-09	4,66E-16	
		10	IGWO	0,010233	1,48E-06	3,32E-09	1,87E-11	1,87E-11	
		10	HHO	0,05009425	8,05E-06	7,38E-07	5,16E-12	1,18E-16	
		Tous les	IGWO	0,04060366	7,05E-06	3,51E-09	2,14E-09	8,61E-11	
		modes	HHO	0,02088148	2,81E-06	8,35E-07	5,09E-09	1,18E-16	
100				1	50	100	150	200	
		3	IGWO	0,00600777	2,83E-08	9,32E-11	5,36E-13	2,00E-15	
			HHO	0,02787798	2,64E-06	2,26E-06	9,47E-11	8,01E-16	
		6	IGWO	0,01871614	6,84E-08	1,73E-11	6,16E-13	7,77E-15	
	200		HHO	0,00346861	1,76E-05	1,37E-06	7,40E-14	4,66E-16	
	200	10	IGWO	0,01468998	2,34E-09	1,30E-10	5,23E-12	1,78E-14	
		10	HHO	0,00579719	5,13E-07	5,76E-09	8,03E-12	1,18E-16	
		Tous les	IGWO	0,02755768	1,60E-08	2,89E-11	$2,\!17\text{E-}13$	1,22E-14	
		modes	HHO	0,01034384	6,00E-05	8,90E-07	$1,\!15\text{E-}11$	1,18E-16	
				1	150	250	350	500	
		3	IGWO	3,14E-06	3,05E-12	4,00E-16	4,00E-16	4,00E-16	
		5	HHO	0,03152293	1,61E-06	1,30E-07	4,10E-13	4,00E-16	
		6	IGWO	0,00276318	2,84E-07	3,32E-08	$3,\!63E-12$	4,66E-16	
	500	0	HHO	0,00675639	6,67E-07	5,28E-09	1,24E-13	4,66E-16	
		10	IGWO	0,01248911	5,98E-12	1,18E-16	1,18E-16	1,18E-16	
		10	HHO	0,00259189	1,90E-08	7,64E-09	1,14E-11	1,18E-16	
		Tous les	IGWO	0,02486953	1,39E-13	7,06E-16	1,18E-16	1,18E-16	
		modes	ННО	$0,\overline{01673423}$	1,71E-06	9,89E-08	3,34E-12	1,18E-16	

TABLE 7.7 – Fitness Structure 25 , Cas 1, Population 100 $\,$

Itánotion	Donulation	Nombre de	Méthode	itérations				
Iteration	Population	modes	d'optimisation	1	15	25	35	50
		9	IGWO	0.311029327523600	0.00241867074081095	0.000126293169881831	1.10849016596985e-05	7.35769267590764e-06
		3	ННО	0.291866844748068	0.00248462659708846	0.00155896058023608	0.000241758692519253	0.000239396642371829
		6	IGWO	0.273933907173495	0.00189968406416019	0.000156945031825885	1.70570131334097e-05	4.26348017373457e-06
	50	0	ННО	0.0632602170175819	0.0302490552650947	0.0202372175176166	0.0190299950517584	0.0188322039650683
	50	10	IGWO	0.306687242301636	0.00154296931628905	0.000155975320280888	4.10620302007648e-06	1.17123864863365e-06
		10	ННО	0.384534345846907	0.00521178815979973	0.00370816476946663	0.00300253087002453	0.00300251828574046
		Tous les	IGWO	0.366426186436436	0.00221665337559370	0.000125210093914431	1.31125438879324e-05	1.19385019779144e-06
		modes	ННО	0.219001399844319	0.00334142386077591	0.000875965795165079	0.000836464035814867	0.000646971190414445
			1	1	25	50	75	100
		3	IGWO	0.00161887650792770	2.16011060969226e-05	8.01822912811113e-06	1.00832918035380e-06	1.00832918035380e-06
			HHO	0.291192968546408	0.00100798291017009	0.000486199429958886	5.54797487881946e-05	3.49203492777565e-05
	100	6	IGWO	0.159020040162368	0.000725730795861724	9.13814167446529e-05	3.92071424267700e-05	2.65036239435726e-06
			HHO	0.296975341257669	0.0106490179704252	0.00215577458510629	0.00139569707307683	0.00121013599756776
		10	IGWO	0.0672899287993802	0.00377090883336074	0.000467705259662537	0.000328019621613353	0.000106545355350780
		10	ННО	0.0672899287993802	0.00357883028002034	0.000489145362549431	0.000317331414904510	0.000311562658893701
		Tous les	IGWO	0.0624346327582954	0.000921740453002112	7.84257891826620e-05	7.75607749182881e-06	1.60518279538238e-06
		modes	ННО	0.0584282924892209	0.000854537030693392	0.000299474009048876	0.000282807360459960	0.000280178873571678
100				1	50	100	150	200
		9	IGWO	0.0270955459146712	0.000937702160551797	0.000188098041645201	1.92922740264457e-05	4.14873027883065e-06
		5	ННО	0.212193987707749	0.000167074521922880	0.000111058938167061	8.66423140739886e-08	4.55607852247246e-15
		6	IGWO	0.0324174115112817	0.000837927944108591	3.17356610181986e-05	1.21388409383737e-05	2.78006619800740e-06
	200		HHO	0.0190902807486389	5.11725018559241e-05	4.35452503287176e-05	2.41493354467213e-05	1.53114342381516e-05
	200	10	IGWO	0.166662565528120	0.000843708672322821	3.00545332776463e-05	1.02181424554133e-05	9.41717068278871e-07
		10	HHO	0.0642996810656556	8.61700011970706e-05	4.50777343366107e-05	2.63772725993050e-06	9.70018174207820e-11
		Tous les	IGWO	0.114756214445392	0.00114262687288359	3.32795990829741e-05	6.63448182078602e-06	4.00869623730778e-07
		modes	HHO	0.0266327916973908	0.00225484911616951	0.000416194953518140	0.000189319506334255	1.04623829421783e-05
				1	150	250	350	500
		9	IGWO	0.0766790503627858	0.000233175026314430	6.27015211485332e-05	1.44381591680948e-05	2.93546308142295e-06
		Э	HHO	0.0287493139157661	0.000166712457087240	2.61580563294357e-05	1.24643815720583e-08	5.18183196182242e-15
		C	IGWO	0.111927847324249	0.000631637364422906	2.78544810184859e-05	4.78022212964224e-06	1.95920835763547e-06
	500	0	ННО	0.0765553687474088	0.000457978500538774	2.59113943950121e-05	2.22146740641148e-05	1.35003224671024e-05
	500	10	IGWO	0.0453350028329538	0.000509380418638638	1.52153116540072e-05	3.67134790357855e-06	5.33709298860150e-07
		10	ННО	0.0962109545822775	0.000435153381079079	3.37288317988932e-05	5.34919798100014e-06	1.39929140115233e-14
		Tous les	IGWO	0.0994084554090015	0.000422039526006797	5.66280466079080e-05	1.03531971731827e-05	7.94523202524059e-07
		modes	HHO	0.0308117799847638	0.000105362220258179	2.51028674058253e-05	1.58009111656682e-05	9.28191361051564e-13

TABLE 7.8 – Fitness Structure 25 , Cas 2, Itérations 100 $\,$

Donulation	iténation	Nombre de	Méthode	itérations					
Population	neration	modes	d'optimisation	1	15	25	35	50	
	50	2	IGWO	0,1821649	0,00446625	0,00064782	1,83E-04	4,56E-05	
		5	HHO	0,3228653	0,01203439	0,00797916	0,00673272	0,00153277	
		C	IGWO	0,1821649	0,00446625	0,00064782	1,83E-04	4,56E-05	
		0	HHO	0,3228653	0,01203439	0,00797916	0,00673272	0,00153277	
		10	IGWO	0,06728993	0,00377091	0,00046771	0,00032802	0,00010655	
		10	HHO	0,12324857	0,00187014	0,00146263	0,00138315	0,00134157	
		Tous les	IGWO	0,03787457	0,00196951	0,0001655	3,68E-05	3,68E-05	
		modes	HHO	0,24781491	0,00121767	0,00044585	0,00044163	0,00029381	
				1	25	50	75	100	
		2	IGWO	0,15902004	0,00072573	9,14E-05	3,92E-05	2,65E-06	
	100	5	HHO	0,29697534	0,01064902	0,00215577	0,0013957	0,00121014	
		6	IGWO	0,15902004	0,00072573	9,14E-05	3,92E-05	2,65E-06	
		0	HHO	0,29697534	0,01064902	0,00215577	0,0013957	0,00121014	
		10	IGWO	0,19791741	0,00121768	9,52E-05	9,48E-06	1,76E-06	
		10	HHO	0,06728993	0,00357883	0,00048915	0,00031733	0,00031156	
		Tous les	IGWO	0,06243463	0,00092174	7,84E-05	7,76E-06	1,61E-06	
		modes	HHO	0,05842829	0,00085454	0,00029947	0,00028281	0,00028018	
100				1	50	100	150	200	
	200	3	IGWO	0,22123009	0,00013603	4,12E-06	1,29E-07	8,22E-09	
			HHO	0,10989319	0,00121179	0,00065477	0,00030722	0,00015041	
		6	IGWO	0,22123009	0,00013603	4,12E-06	1,29E-07	8,22E-09	
			HHO	0,10989319	1,21E-03	6,55E-04	3,07E-04	1,50E-04	
	200	10	IGWO	0,29833002	8,13E-05	2,20E-06	1,25E-07	2,13E-08	
		10	HHO	0,27544006	0,00079236	0,00038204	0,00029171	0,0001121	
		Tous les	IGWO	0,23859913	6,93E-05	4,27E-06	8,25E-08	6,28E-09	
		modes	HHO	0,15870591	0,00058373	0,00042945	0,00038631	0,00020183	
				1	150	250	350	500	
		3	IGWO	0,25272451	4,80E-07	1,90E-09	5,19E-11	9,37E-14	
		5	ННО	0,08275377	0,00062517	0,00028304	0,00019776	0,00013704	
		6	IGWO	0,25272451	4,80E-07	1,90E-09	5,19E-11	9,37E-14	
	500	0	HHO	0,08275377	0,00062517	0,00028304	0,00019776	0,00013704	
	500	10	IGWO	0,25162056	6,29E-08	1,01E-09	1,01E-11	3,24E-14	
		10	HHO	0,19220627	0,00010481	4,24E-05	2,48E-05	1,65E-05	
		Tous les	IGWO	0,16930993	5,51E-08	2,34E-10	7,10E-12	4,46E-14	
			modes	ННО	0,1527445	0,00031428	2,93E-05	2,05E-06	1,78E-07

TABLE 7.9 – Fitness Structure 25 , Cas 2, population 100 $\,$

Damalation	:1 <	Nombre de Méthode		itérations					
Population	iteration	modes	d'optimisation	1	15	25	35	50	
		2	IGWO	0,0050235	4,45E-05	5,05E-07	5,05E-07	7,97E-09	
		3	ННО	0,01795895	3,95E-05	3,88E-05	9,34E-07	1,73E-13	
		C	IGWO	0,00978385	9,59E-06	8,45E-06	3,36E-07	5,84E-08	
	-	0	ННО	0,05916072	0,00029427	5,09E-06	1,73E-06	1,31E-12	
	50	10	IGWO	0,07316268	2,14E-05	7,08E-07	4,03E-07	7,56E-08	
		10	HHO	0,01183207	7,10E-05	7,64E-06	4,06E-06	1,13E-13	
		Tous les	IGWO	0,00320973	3,23E-06	3,23E-06	4,93E-07	2,12E-09	
		modes	HHO	0,07084237	3,82E-06	3,82E-06	2,80E-06	2,89E-15	
				1	25	50	75	100	
		3	IGWO	0,01171114	1,06E-05	8,34E-08	8,12E-10	2,80E-10	
	100		HHO	0,07005268	1,21E-05	3,49E-06	1,05E-07	0	
		6	0,02017122	3,88E-06	4,31E-09	1,12E-09	3,48E-11	3,48E-11	
			0,01572648	2,70E-05	1,14E-05	4,85E-10	2,73E-16	2,73E-16	
		10	IGWO	0,01002473	8,49E-06	1,55E-07	2,91E-09	1,24E-10	
		10	HHO	0,04371108	3,06E-06	1,23E-06	1,15E-09	1,23E-16	
		Tous les	IGWO	0,0358087	3,07E-07	6,39E-09	2,04E-09	1,50E-10	
		modes	HHO	0,07611514	7,94E-06	7,46E-07	3,17E-09	4,33E-16	
100				1	50	100	150	200	
		3	IGWO	0,06235148	2,40E-08	4,52E-10	2,88E-13	9,00E-14	
			HHO	0,00366328	2,48E-05	7,70E-07	4,77E-13	0	
		6	0,00655081	2,80E-08	1,53E-10	7,08E-13	6,25E-14	6,25E-14	
	200		0,01095681	5,71E-07	1,80E-07	1,61E-11	2,73E-16	2,73E-16	
	200	10	IGWO	0,04153317	8,10E-08	1,87E-10	6,14E-13	2,18E-14	
		10	HHO	0,0155006	3,93E-06	4,12E-07	2,26E-12	1,23E-16	
		Tous les	IGWO	0,01325141	1,29E-07	3,55E-10	3,88E-13	4,69E-14	
		modes	HHO	0,00383692	1,67E-05	4,74E-07	4,87E-12	4,33E-16	
				1	150	250	350	500	
		3	IGWO	0,00354262	1,70E-12	2,17E-16	0	0	
		0	HHO	0,00673677	4,80E-07	9,69E-08	1,31E-11	0	
	500	6	IGWO	0,00135586	7,07E-14	2,73E-16	2,73E-16	2,73E-16	
		0	HHO	AAAAA	BBBBB	CCCCC	DDDDD	EEEEE	
		10	IGWO	0,04214586	1,81E-13	1,23E-16	1,23E-16	1,23E-16	
			HHO	0,07316268	6,81E-07	1,25E-08	9,12E-14	1,23E-16	
		Tous les	IGWO	0,07084237	1,55E-12	4,33E-16	4,33E-16	4,33E-16	
		modes	HHO	0,00341326	4,22E-06	5,97E-07	2,51E-10	4,33E-16	

TABLE 7.10 – Fitness Structure 52 , Cas 1, population 100 $\,$

D 1.0		Nombre de	Méthode	itérations					
Population	iteration	modes	d'optimisation	1	15	25	35	50	
		2	IGWO	0,11086693	0,00327132	0,0004029	0,00028344	0,00015361	
	50	3	ННО	0,22064784	0,01276755	0,0082398	0,00743094	0,00489809	
		C	IGWO	0,01299227	0,00491938	0,00035001	0,00028397	3,74E-05	
		0	ННО	0,06848994	0,00105102	0,00104045	0,00039239	4,58E-08	
		10	IGWO	0,10978006	0,00325118	0,00092568	0,00053266	6,79E-05	
		10	ННО	0,12110989	0,00233691	0,00225695	0,00213721	0,00200753	
		Tous les	IGWO	0,35439076	0,00305505	0,00061714	4,76E-05	4,76E-05	
		modes	ННО	0,14341362	0,00425739	0,00199477	0,00017938	0,00014698	
				1	25	50	75	100	
		9	IGWO	0,24502438	0,00132857	6,11E-05	2,19E-05	3,65E-06	
	100	5	ННО	0,15784972	0,00061794	0,00059259	0,00029172	0,00021489	
		6	0,02017122	0,12055877	0,00064056	5,05E-05	4,99E-06	1,73E-06	
		0	0,01572648	0,12662627	0,00227414	0,00016435	0,00014123	0,00012664	
		10	IGWO	0,29971943	0,00319464	0,00014058	1,01E-05	3,26E-06	
		10	HHO	0,17848157	0,00024757	3,59E-05	1,17E-05	1,36E-13	
		Tous les	IGWO	0,11019354	0,00162227	0,00010168	2,83E-05	2,44E-06	
		modes	HHO	0,32859326	3,55E-05	4,24E-06	1,53E-06	5,28E-11	
100				1	50	100	150	200	
	200	3	IGWO	0,20069157	5,49E-05	2,31E-06	1,78E-07	1,33E-08	
			HHO	0,15480343	0,0032728	0,00017903	3,43E-05	1,86E-05	
		6	0,00655081	0,0723641	0,00014734	9,79E-07	2,41E-07	2,40E-08	
			0,01095681	0,12055877	4,06E-05	2,90E-05	1,80E-05	1,77E-05	
	200	10	IGWO	0,1800359	0,00024612	8,12E-06	8,77E-08	4,01E-08	
		10	HHO	0,07344806	0,00118042	0,00020088	1,45E-05	5,86E-06	
		Tous les	IGWO	0,13710665	0,00012165	2,99E-06	4,77E-08	6,24E-09	
		modes	HHO	0,22584322	0,00177491	0,00072941	9,37E-06	4,75E-08	
				1	150	250	350	500	
		3	IGWO	0,21820898	2,35E-07	5,41E-10	4,92E-11	2,03E-13	
		5	ННО	0,37027317	0,00101729	0,00062603	2,62E-06	1,89E-12	
		6	IGWO	0,04956928	1,76E-07	1,35E-09	1,20E-11	1,16E-13	
	500	0	ННО	0,10930653	9,43E-05	3,22E-05	8,87E-06	9,07E-07	
		10	IGWO	0,14793553	3,31E-07	4,38E-10	5,25E-11	1,04E-13	
		10	HHO	$0,\overline{14793553}$	9,52E-05	1,94E-05	3,16E-06	1,23E-15	
		Tous les	IGWO	0,13473939	2,16E-07	1,89E-09	2,95E-12	9,04E-14	
		modes	HHO	0,16392996	4,44E-05	3,80E-05	2,42E-05	2,16E-05	

TABLE 7.11 – Fitness Structure 52 , Cas 2, Iteration 100 $\,$

Denvelation	:	Nombre de	Méthode	thode itérations							
Population	neration	modes	d'optimisation	1	25	50	75	100			
		2	IGWO	0,11086693	0,00327132	0,0004029	0,00028344	0,00015361			
		9	HHO	0,22064784	0,01276755	0,0082398	0,00743094	0,00489809			
		C	IGWO	0,01299227	0,00491938	0,00035001	0,00028397	3,74E-05			
	50	0	HHO	0,06848994	0,00105102	0,00104045	0,00039239	4,58E-08			
	50	10	IGWO	0,10978006	0,00325118	0,00092568	0,00053266	6,79E-05			
		10	HHO	0,12110989	0,00233691	0,00225695	0,00213721	0,00200753			
		Tous les	IGWO	0,35439076	0,00305505	0,00061714	4,76E-05	4,76E-05			
		modes	HHO	0,14341362	0,00425739	0,00199477	0,00017938	0,00014698			
		3	IGWO	0,24502438	0,00132857	6,11E-05	2,19E-05	3,65E-06			
	100	0	HHO	0,15784972	0,00061794	0,00059259	0,00029172	0,00021489			
		6	0,02017122	0,12055877	0,00064056	5,05E-05	4,99E-06	1,73E-06			
			0,01572648	0,12662627	0,00227414	0,00016435	0,00014123	0,00012664			
		10	IGWO	0,29971943	0,00319464	0,00014058	1,01E-05	3,26E-06			
		10	HHO	0,17848157	0,00024757	3,59E-05	1,17E-05	1,36E-13			
		Tous les	IGWO	0,11019354	0,00162227	0,00010168	2,83E-05	2,44E-06			
		modes	HHO	0,32859326	3,55E-05	4,24E-06	1,53E-06	5,28E-11			
100											
		3	IGWO	0,20069157	5,49E-05	2,31E-06	1,78E-07	1,33E-08			
			HHO	0,15480343	0,0032728	0,00017903	3,43E-05	1,86E-05			
		6	0,00655081	0,0723641	0,00014734	9,79E-07	2,41E-07	2,40E-08			
	200		0,01095681	0,12055877	4,06E-05	2,90E-05	1,80E-05	1,77E-05			
	200	10	IGWO	0,1800359	0,00024612	8,12E-06	8,77E-08	4,01E-08			
		10	HHO	0,07344806	0,00118042	0,00020088	1,45E-05	5,86E-06			
		Tous les	IGWO	0,13710665	0,00012165	2,99E-06	4,77E-08	6,24E-09			
		modes	HHO	0,22584322	0,00177491	0,00072941	9,37E-06	4,75E-08			
		3	IGWO	0,21820898	2,35E-07	5,41E-10	4,92E-11	2,03E-13			
		Ů	HHO	0,37027317	0,00101729	0,00062603	2,62E-06	1,89E-12			
		6	IGWO	0,04956928	1,76E-07	1,35E-09	1,20E-11	1,16E-13			
	500	0	HHO	0,10930653	9,43E-05	3,22E-05	8,87E-06	9,07E-07			
	500	10	IGWO	0,14793553	3,31E-07	4,38E-10	5,25E-11	1,04E-13			
		10	HHO	$0,\overline{14793553}$	9,52E-05	1,94E-05	$3,\overline{16E-06}$	1,23E-15			
		Tous les	IGWO	$0,\overline{13473939}$	2,16E-07	1,89E-09	2,95E-12	9,04E-14			
		modes	HHO	$0,\overline{16392996}$	4,44E-05	3,80E-05	2,42E-05	2,16E-05			

TABLE 7.12 – Fitness Structure 25 , Cas 2, Iteration 100 $\,$

Bibliographie

- Entezami A, Shariatmadar H, and Sarmadi H. Structural damage detection by a new iterative regularization method and an improved sensitivity function. J Sound Vib 2017, 399 :285–307.
- [2] Kaveh A and Zolghadr A. Cyclical parthenogenesis algorithm for guided modal strain energy based structural damage detection. *Appl Soft Comput*, 57 :250–264.
- [3] Ahmadi-Nedushan Behrouz and Fathnejat Hamed. A modified teaching-learning optimization algorithm for structural damage detection using a novel damage index based on modal flexibility and strain energy under environmental variations. *Engineering With Computers*, 75.
- [4] Yang Delei, Kang Chunyan, Hu Zhongming, Ye Bailong, and Xiang Ping. On the study of element modal strain energy sensitivity for damage detection of functionally graded beams. *Composite Structures*, 224.
- [5] Palash Dewangan, Anand Parey, Ahmed Hammami, Fakher Chaari, and Mohamed Haddar. Damage detection in wind turbine gearbox using modal strain energy. *En*gineering Failure Analysis, 107 :104228, 1996.
- [6] J. Dr'eo, A. P'etrowski, P. Siarry, and E. Taillard. Taillard, metaheuristics for hard optimization : methods and case studiess. *Springer Science Business Media*.
- [7] H. Faris, A. M. Al-Zoubi, A. A. Heidari, I. Aljarah, M. A. Hassonah M. Mafarja, and H. Fujita. An intelligent system for spam detection and identification of the most relevant features based on evolutionary random weight networks. *Information Fusion* 48, 97 :67–83.
- [8] A.K. Gupta. Effect of rotary inertia on vibration of tapered beams. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 23:871–882, jul 1986.
- [9] R.S. Gupta and S.S. Rao. Finite element eigenvalue analysis of tapered and twisted timoshenko beams. *Journal of Sound and Vibration*, 56 :187–200, 1996.
- [10] Yang H, Wu Z, Sun P, and Zhang K. Strain modal method for damage detection based on ifem. Advances in Mechanical Engineering, 37.
- [11] Zhong Hai and Yang Mijia. Damage detection for plate-like structures using generalized curvature mode shape method. *Journal of Civil Structural Health Monitoring*, 6.
- [12] A. A. Heidari, R. A. Abbaspour, and A. R. Jordehi. An efficient chaotic water cycle algorithm for optimization tasks. *Neural Computing and Applications*, 28:57–85, 2018.
- [13] J. H. Holland. Genetic algorithms. *Scientific american*, 267:66–73.
- [14] Hosseini and Seyed Milad. Structural damage detection using model updating method based on modal flexibility and modal strain energy.

- [15] Minshui Huang, Xifan Li, Yongzhi Lei, and Jianfeng Gu. Structural damage identification based on modal frequency strain energy assurance criterion and flexibility using enhanced moth-flame optimization. Ocean Engineering, page 1119–1136, 1996.
- [16] Niu J, Zong ZH, and Chu FP. Damage identification method of girder bridges based on finite element model updating and modal strain energy. *Compos Struct*, 58 :701– 711.
- [17] Seo J, Hu JW, and Lee J. Summary review of structural health monitoring applications for highway bridges. J Perform Constr Fac 2016, 30.
- [18] Khosraviani Mohammad javad, Bahar Omid, Ghasemi, and Seyed Hooman. Damage detection using both energy and displacement damage index on the asce benchmark. *Structural Engineering Mechanics*, 75.
- [19] Niu Jie, Zong ZhouHong, and Chu FuPeng. Modal strain energy-based structural damage identification : A review and comparative study. *Science China Technological Sciences*, 58.
- [20] A. Kaveh and A. Zolghadr. Cyclical parthenogenesis algorithm for guided modal strain energy based structural damage detection. *Applied Soft Computing*, 57 :250– 264.
- [21] Nguyen Khac-Duy, Chan Tommy, and Thambiratnam David. Structural damage detection using finite element model updating with evolutionary algorithms : a survey. *Smart Materials and Structure*, 25.
- [22] Azita Khosravan, Behrouz Asgarian, and Hamed R. Shokrgozar. Improved modal strain energy decomposition method for damage detection of offshore platforms using data of sensors above the water level. *Ocean Engineering*, 219 :108–337, 1996.
- [23] Guijie Liu, Yuanzhuang Zhai, Dingxin Leng, Xiaojie Tian, and Weilei Mu. Research on structural damage detection of offshore platforms based on grouping modal strain energy. *Ocean Engineering*, 140 :43–49, 2017.
- [24] J. Luo, H. Chen, Y. Xu, H. Huang, X. Zhao, and al. An improved grasshopper optimization algorithm with application to financial stress prediction. *Scientific american*, 64 :654–668, 2018.
- [25] M. Mafarja, I. Aljarah, A. A. Heidari, H. Faris, P. Fournier-Viger, X. Li, and S. Mirjalili. An improved grasshopper optimization algorithm with application to financial stress prediction. *Scientific american*, 161 :185–204.
- [26] Hosseini Seyed Milad, amiri gholamreza, and Mohamadi dehcheshmeh Mohamad. Efficiency evaluation of proposed objective functions in structural damage detection based on modal strain energy and flexibility approaches.
- [27] X Mingqiang and Wang Shuqing. Cross modal strain energy-based structural damage detection in the presence of noise effects. Advances in Mechanical Engineering, 9.
- [28] Xu Mingqiang, Wang Shuqing, and Li Huajun. A residual strain energy based damage localisation method for offshore platforms under environmental variations. *Ships and Offshore Structures*, 14.
- [29] Xu Mingqiang, Wang Shuqing, and Jiang Yufeng. Iterative two-stage approach for identifying structural damage by combining the modal strain energy decomposition method with the multiobjective particle swarm optimization algorithm. *Structural Control and Health Monitoring*, 26.
- [30] Dehcheshmeh Mohamad, Amiri Gholamreza, and Zare Hosseinzadeh Ali. Feasibility study on model-based damage detection in shear frames using pseudo modal strain energy. *SMART STRUCTURES AND SYSTEMS*, 25.
- [31] Ashory Mohammad, Ghasemi Ghalebahman Ahmad, and Kokabi Mohammad Javad. An efficient modal strain energy-based damage detection for laminated composite plates. *Advanced Composite Materials*, 27.
- [32] Xu MQ and Wang SQ. Cross modal strain energy-based structural damage detection in the presence of noise effects. Adv Mech Eng, 9:1–14.
- [33] Le Cao Nguyen, Tan-Thinh, Huynh, Thanh-Canh, and Ho Duc-Duy. Damage detection in plates with different boundary conditions using improved modal strain energy method. Springer Nature Singapore Pte Ltd.
- [34] Hooman Nick, Armin Aziminejad, Mir Hamid Hosseini, and Karim Laknejadi. Damage identification in steel girder bridges using modal strain energy-based damage index method and artificial neural network. *Engineering Failure Analysis*, 119 :105010.
- [35] Alkayem Nizar, Cao Maosen, Zhang Yufeng, Bayat Mahmoud, and Su Zhongqing. Structural damage detection using finite element model updating with evolutionary algorithms : a survey. *Neural Computing and Applications*, 6 :389–411.
- [36] N.Jayasundara, D.P.Thambiratnam, T.H.T.Chan, and A.Nguyen. Damage detection and quantification in deck type arch bridges using vibration based methods and artificial neural networks. *Engineering Failure Analysis*, pages 4–25, 1996.
- [37] Dewangan Palash, Parey Anand, Ahmed Hammami, and Mohamed Haddar. Damage detection in wind turbine gearbox using modal strain energy, engineering failure analysis. Journal of Marine Science and Application, 107.
- [38] Moradipour Parviz, Chan Tommy, and Gallage Chaminda. An improved modal strain energy method for structural damage detection 2d simulation. *Structural Engineering and Mechanics*, 54.
- [39] Loendersloot R, Ooijevaar TH, Warnet L, and al. Vibration based structural health monitoring of a composite plate with stiffeners. *International Conference on Noise* and Vibration Engineering. Leuven, Belgium : ISMA, 2017, page 2007–2015.
- [40] Lanka Ramesh and Putti Srinivasa Rao. Damage detection in structural beams using model strain energy method and wavelet transform approach. *Materials Today : Proceedings*, 5 :19565–19575.
- [41] Ghasemi Mohammad Reza, Nobahari M, and Shabakhty Naser. Enhanced optimization-based structural damage detection method using modal strain energy and modal frequencies. *Engineering with Computers*, 34.
- [42] Wu Shaoqing, Zhou Jixiang, Rui Sheng, and Fei Qingguo. Reformulation of elemental modal strain energy method based on strain modes for structural damage detection. Advances in Structural Engineering, 20.
- [43] Rahman shokrgozar Hamed, Asgarian Behrouz, and Khosravan Azita. Improved modal strain energy decomposition method for damage detection of offshore platforms using data of sensors above the water level. *Elsevier Ocean Engineering Series*.
- [44] Teng Shuai, Chen Gongfa, Lv Jianbin Liu Gen, and Cui Fangsen. Modal strain energy-based structural damage detection using convolutional neural networks. Applied Sciences, 9 :3376.
- [45] Wang Shuqing and Xu Mingqiang. Modal strain energy-based structural damage identification : A review and comparative study. *Structural Engineering International*, 29.
- [46] Wang SQ, Zhang M, and Li HJ. Damage localization of an offshore platform considering temperature variations. *Math Probl Eng*, pages 1–10.

- [47] Wang SQ, Li YC, and Li HJ. Structural model updating of an offshore platform using the cross model cross mode method : An experimental study. Ocean Eng, 97:57–64.
- [48] Vo-Duy T, Ho-Huu V, Dang-Trung H, and al. A two-step approach for damage detection in laminated composite structures using modal strain energy method and an improved differential evolution algorithm. *Compos Struct*, 15 :42–52.
- [49] Wei Z T, Liu J K, and Lu Z R. Damage identification in plates based on the ratio of modal strain energy change and sensitivity analysis. *Inverse Problems in Science* and Engineering, 24.
- [50] Wei Z T, Liu J K, and Lu Z R. Damage identification in plates based on the ratio of modal strain energy change and sensitivity analysis. *Inverse Problems in Science and Engineering*, 24.
- [51] Z.X. Tan, D.P. Thambiratnam, T.H.T. Chan, and H. Abdul Razak. Detecting damage in steel beams using modal strain energy based damage index and artificial neural network. *Engineering Failure Analysis*, 79 :253–262.
- [52] T. Vo-Duy, V. Ho-Huu, H. Dang-Trun, and T. Nguyen-Thoi. A two-step approach for damage detection in laminated composite structures using modal strain energy method and an improved differential evolution algorithm. *Composite Structures*, 147 :42–53, 2016.
- [53] Mingqiang Xu, Shuqing Wang, and Yufeng Jiang. Structural damage identification by a cross modal energy sensitivity based mode subset selection strategy. *Marine Structures*, 77.
- [54] Delei Yang, Chunyan Kang, Zhongming Hu, Bailong Ye, and Ping Xiang. On the study of element modal strain energy sensitivity for damage detection of functionally graded beams. *Composite Structures*, 224, 1996.
- [55] Li YC, Wang SQ, and al. An improved modal strain energy method for damage detection in offshore platform structures. J Mar Sci Appl, 15 :182–192.
- [56] Li Yingchao, Wang Shuqing, Zhang Min, and Zheng Chunmei. An improved modal strain energy method for damage detection in offshore platform structures. T1.
- [57] Cha Young-Jin and Buyukozturk Oral. Structural damage detection using modal strain energy and hybrid multiobjective optimization. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 30.
- [58] Wei ZT, Liu JK, and Lu ZR. Damage identification in plates based on the ratio of modal strain energy change and sensitivity analysis. *Inverse Probl Sci Eng 2016*, 24:265–283.