

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de L'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE MOULOUD MAMMARI DE TIZI-OUZOU



FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE
DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE

Mémoire de Fin d'Etudes de MASTER ACADEMIQUE

Domaine : Sciences et Technologies

Filière : Génie Electrique

Spécialité : MACHINES ELECTRIQUES

Présenté par

Abderazak HADDAD
Meriama AMERANE

Thème

Etude de la stabilité d'une machine synchrone reliée à un réseau de puissance infinie

Mémoire soutenu publiquement le 28 Septembre 2014 devant le jury composé de :

M Slimane RABAHALLAH

Maître assistant classe A, UMMTO, Président

M Karim HADJ SAID

Maître assistant classe A, UMMTO, Rapporteur

M Ahmed CHALLAL

Maître assistant classe A, UMMTO, Examineur

M Hamza BESSAI

Maître assistant classe A, UMMTO, Examineur

Remerciements

Avant tout propos, nous remercions « Dieu » le tout puissant qui nous a donné sagesse et santé pour faire ce modeste travail.

Nous remercions notre promoteur Mr. K. HADJ SAID pour ses idées, ses conseils et ses critiques qui ont été pour nous une aide précieuse pour mener ce travail à bien.

Nous tenons également à exprimer nos sincères remerciements aux égards des membres de jury pour avoir accepté d'examiner et de juger ce travail.

Pour ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce modeste travail.

Sommaire

SOMMAIRE

Introduction générale.....	1
Chapitre I : Machine synchrone : Généralités et Modélisation	
A- Généralités	4
I-1- Définition	4
I-2- Constitution	4
I-3- Principe de fonctionnement	5
I-4 Différents types de machines synchrones.....	6
I-4-1 Machines synchrones à rotor bobiné.....	6
I-4-1-1 Rotor à pôles saillants.....	6
I-4-1-2 Rotor à pôles lisses.....	6
I-4-2- Machines synchrones à aimant permanent.....	6
I-4-3 Machine synchrones à réluctance variable.....	7
I-5- Avantages et inconvénients des machines synchrone.....	7
I-5-1 Avantages de la machine synchrone.....	7
I-5-2 Inconvénients de la machine synchrone.....	7
I-6- Domaine d'application des machines synchrones.....	8
B- Modélisation de la machine synchrone.....	9
I-1 Description de la machine synchrone	9
I-2 Hypothèses simplificatrices.....	10
I-3- Convention de signe.....	11
I-4- Équations électriques et magnétiques de la machine dans les axes abc.....	11
I-4-1- Equations électriques.....	11
I-4.2 Equations magnétiques.....	13
I-4.3 Matrice inductance statorique.....	14
I-4-5 Matrice inductance rotorique.....	15

I-4.4 Matrice de couplage entre le stator et le rotor.....	15
I-5- Equation mécanique.....	15
I-6. Equation électrique dans les deux axes d et q.....	16
I-6.1 Transformation de Park.....	16
I-6.2 Etablissement des équations électriques.....	18
I-7 Analyse de la machine synchrone en régime permanent.....	20
I-7-1 Expressions des tensions.....	20
I-7-2 Expressions des flux.....	20
I-8- Valeurs réduites.....	22
I-8-1- Définition et utilisation des valeurs réduites.....	22
I-8-2- Grandeurs réduites relatives au stator.....	23
I-8-2-2- Flux et courants	23
I-8-3- Valeur réduites des grandeurs de phases.....	24
I-8-4- Valeurs réduites relatives aux enroulements du stator.....	24
I-8-4-1- Enroulement inducteur.....	25
I-8-4-2- Enroulements amortisseurs.....	25
I-8-5- Equations en valeurs réduites.....	26
I-8-5-1- Résistance de l'induit : Equation de Park.....	27
I-8-5-2- Résistance des autres enroulements et équations électriques.....	27
I-8-5-3- Inductances propres et mutuelles et équations magnétiques.....	27
Conclusion.....	28

Chapitre II : Théorie des petits signaux

II.1- Représentation d'état	29
II.2- Linéarisation du système	30
II.3- Analyse des valeurs propres	31
II.3.1- Valeurs propres de la matrice A	31
II.3.2- Vecteur propre associé à une valeur propre	32
II.3.3- Matrices modales	33
II.4- Facteur de participation	35

II.5- Commandabilité et observabilité	36
Conclusion	36

Chapitre III : Application de la méthode d'analyse de la stabilité en petites perturbations

III- Application de la méthode d'analyse de la stabilité en petites perturbations...	37
III-1- Introduction.....	37
III-2- Le modèle électromécanique et électromagnétique simplifié de la machine synchrone.....	37
III-2-1-Modèle électromagnétique de la machine synchrone. Equation de mouvement électromécanique.....	37
III-2-2- Modèle électromagnétique simplifié de la machine synchrone en régime transitoire.....	42
III-3- Etude de la Stabilité aux petites perturbations du générateur synchrone connecté à un réseau de puissance infinie.....	49
III-4- Exemple de calcul de la stabilité en petits signaux d'une machine synchrone connectée à un réseau de puissance infinie.....	57
III-4-1- Introduction.....	57
III-4-2- Générateur représenté par le modèle classique.....	58
III-4-3-Exemple.....	63
III-4-4-Conclusion.....	69
III-5- Effets des dynamiques du circuit du champ de la M.S.....	70
III-5-1- Introduction.....	70
III-6- Représentation de la saturation dans les études en petites variations.....	78
III-6-1- Procédure pour former les matrices d'état.....	79
III-6-2- Représentation par un schéma bloc.....	81
III-6-3- Expression des constantes K en forme étendu.....	82
III-7- Effet de la variation du champ sur la stabilité du système.....	85
III-8- Application	86
Conclusion.....	94

Chapitre VI : Etude par simulation de la machine synchrone

IV- Introduction à la stabilité transitoire.....	95
IV- 1- Introduction.....	95
IV-2- Etude théorique.....	95
IV-3- Partie simulation.....	98
IV-3-1- Introduction.....	98
IV-3-2- Description de la machine synchrone.....	98
IV-3-3- Paramètres du système de simulation.....	100
IV-3-4- Machine synchrone.....	100
IV-3-5- Système de simulation.....	101
IV-3-6- Procédé de simulation.....	103
IV-3-7- Résultats de simulation.....	104
IV-3-8- Interpretation de simulation.....	106
Conclusion.....	106
Conclusion générale	107
Bibliographie	109

Introduction Générale

Introduction générale

Actuellement, les problèmes liés au fonctionnement des réseaux de transport et de production d'énergie électrique ont pris une importance considérable.

Face à une consommation d'électricité qui ne cesse d'augmenter, les réseaux électriques ont tendance à s'accroître et deviennent de plus en plus maillés et interconnectés.

Cette complexité de structure a de très nombreuses conséquences.

L'affaiblissement des capacités du réseau à retrouver un état de marche synchrone, suite à une perturbation est l'une des plus importantes car elle affecte directement la continuité de service.

Dans les réseaux, les machines synchrones sont très fréquentes ; elles peuvent être installées pour de nombreux besoins ; génération de l'énergie électrique, compensation de l'énergie réactive etc....

La stabilité des machines synchrones est un paramètre essentiel dans le comportement global du réseau. Cette stabilité concerne la capacité des machines synchrones d'un système de puissance interconnecté à rester en synchronisme suite à une perturbation. Elle dépend de la capacité de maintenir l'équilibre entre les couples électromagnétique et mécanique agissant sur le rotor de chaque machine synchrone dans le système.

L'étude de la machine synchrone ainsi que sa modélisation mathématique a été l'objet du premier chapitre.

Historiquement, les études de la stabilité des réseaux électriques ont fait appel à la théorie dite « petits signaux », c'est-à-dire, dans le langage de l'automaticien, c'est l'analyse du comportement dynamique du système étudié au voisinage d'un point de fonctionnement. Dans le second chapitre nous avons présenté la théorie d'analyse de la stabilité en petites perturbations. Dans cette théorie des petits signaux, on modélise le système en faisant appel à la notion de représentation d'état.

Le troisième chapitre est consacré à la modélisation du système en présentant les différentes équations différentielles qui décrivent les dynamiques des différentes parties de ce système.

Nous avons vu que ces équations sont non linéaires. Pour pouvoir utiliser les nombreux outils d'analyse disponibles en automatique linéaire, nous avons linéarisé ces équations autour d'un point de fonctionnement.

Le modèle ainsi obtenu aura une certaine validité dans un voisinage (plus ou moins grand selon le degré de non linéarité), de ce point de fonctionnement. C'est le principe de la théorie des petits signaux.

Afin d'illustrer cette méthode, nous avons étudié un système de puissance pour lequel nous l'avons appliqué en mettant en évidence la stabilité du système ainsi que l'étude de la saturation de la machine synchrone pour voir l'effet de la dynamique du champ rotorique.

Le dernier chapitre est consacré à la simulation de la machine synchrone reliée à un réseau de puissance infinie.

Cette simulation met en évidence un état de marche normal du réseau électrique caractérisé par la constante des angles rotoriques par rapport à un référentiel tournant à la vitesse de synchronisme. En variant la puissance mécanique de la machine synchrone, le système retrouve un autre état de fonctionnement stable après un régime transitoire caractérisé par des oscillations amorties, des paramètres de la machine qui sont : l'angle rotorique, la vitesse angulaire ainsi que la puissance (couple) électromagnétique.

Nous avons achevé notre travail par une conclusion générale en mettant l'accent sur l'importance de la stabilité statique de la machine synchrone comme élément d'un système global pour laquelle l'étude de la stabilité transitoire (grandes perturbations) doit compléter l'analyse pour prétendre à un système stable en régime de fonctionnement permanent.

CHAPITRE I

I- MACHINE SYNCHRONE : GENERALITES ET MODELISATION**A- GENERALITES SUR LA MACHINE SYNCHRONE :****I-1 Définition :**

Les machines électriques tournantes sont des dispositifs électromécaniques destinés à transformer de l'énergie mécanique en énergie électrique (fonctionnement alternateur) ou inversement, c'est-à-dire transformer l'énergie électrique en énergie mécanique (fonctionnement moteur). [8]

Les moteurs synchrones ou alternateurs constituent en fait deux appellations différentes de la même machine.

I-2 Constitution :

Elle est généralement constituée d'un stator, d'un rotor, d'un entrefer et d'un arbre.

Les conducteurs d'un bobinage triphasé et parcouru par des courants alternatifs.

Le stator est le siège des courants induit par la variation du flux du rotor d'où son nom induit. [8]

- **Rotor :** Le rotor est l'inducteur de la machine synchrone portant p paires de pôles alternés nord et sud, entraîné par la source d'énergie mécanique. Il est parcouru par un courant continu ou parfois constitué d'aimants permanents.

On distingue trois types de rotor :

- Rotor à pôles saillants :** conçu pour les machines à faible vitesse périphérique, cette structure correspond au nombre de paires de pôles élevés mais pouvant aussi être appliqué lorsque $p=2$. [9]
- Rotor à pôles lisses :** conçu pour les machines à grande vitesse périphérique, cette structure correspond aux machines bipolaire ($p=1$) ou quadripolaire ($p=2$).

- c) **Rotor à aimants permanents** : conçu pour les petites puissances (usuellement < 10 kW) n'ayant ni collecteur ni balais, cette machine appelée **brushless** pour des puissances plus importantes.

Le rotor est bobiné, son alimentation en courant continu (connexion du + et du -) peut être assurée par un collecteur à deux bagues.

- **L'entrefer** : c'est l'espace séparant le rotor du stator, il est supposé constant dans une machine à pôles lisses et variant dans une machine à pôles saillants, il permet de canaliser les lignes de champ magnétique.
- **L'arbre** : c'est un organe de transmission du mouvement de rotation, des paliers soutiennent le rotor et assurent sa libre rotation.

I-3 Principe de fonctionnement :

Les machines synchrones peuvent fonctionner en générateurs et sont alors appelées alternateurs ou en moteurs (moteurs synchrones).

Le passage d'un fonctionnement à un autre est continu et n'entraîne aucune modification de principe ou de technologie.

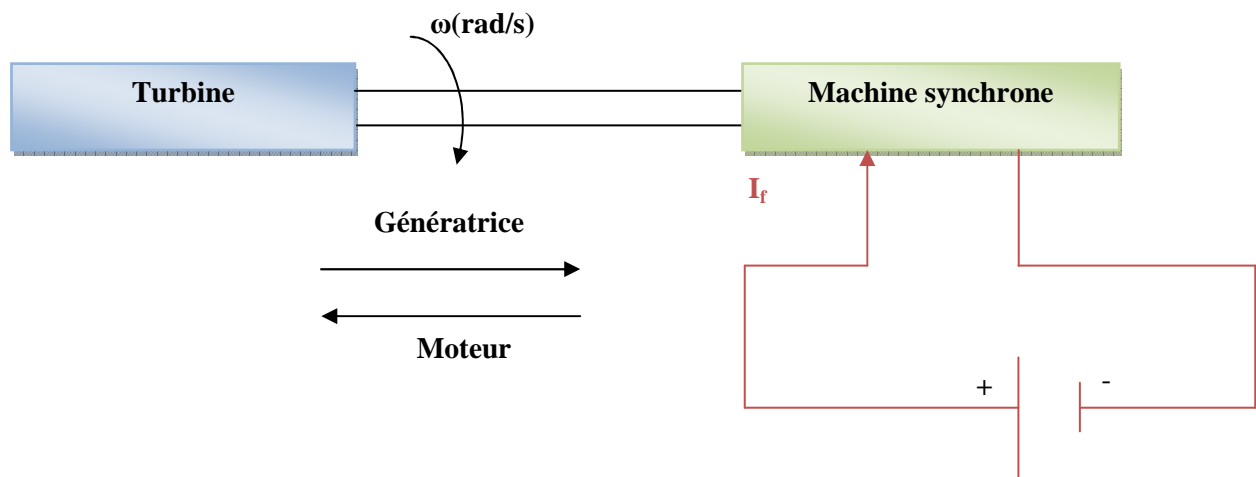


Figure I.1: réversibilité de la machine synchrone

I-4 Différents types de machines synchrones :

Suivant leur type et mode de fonctionnement, les machines sont classées en trois catégories:

I-4-1 Machines synchrones à rotor bobiné :

Ce sont des machines dont l'excitation est fournie par une excitatrice à courant continu associée à un redresseur tournant, pour éliminer tout contact glissant. Le rotor dans ce type de machine est soit à pôles lisses soit à pôles saillants

I-4-1-1 Rotor à pôles saillants :

Ce type de construction n'autorise pas de grandes vitesses de rotation. Elles sont de forte puissance mais de faible vitesse $n < 1500$ tr/min. Elles servent à la production d'énergie de 60 à 400 Hz dans les centrales hydrauliques et aussi dans les groupes électrogènes.

I-4-1-2 Rotor à pôles lisses :

Ce mode de construction qui assure une grande robustesse mécanique est systématiquement adopté pour les alternateurs de fortes puissances dont la vitesse de rotation est élevée (3000 et 1500 tr/min). On les trouve dans les productions d'énergie dans les centrales nucléaires.

I-4-2- Machines synchrones à aimant permanent :

L'aimant permanent est un matériau ferromagnétique qui a la propriété de conserver une très grande aimantation rémanente, et qui se désaimante difficilement lorsqu'il a été aimanté. L'utilisation des aimants permanents dans la machine synchrone présente un avantage considérable. L'excitation fournie par l'aimant permanent nous évite le contact glissant entre balais et collecteurs. Elle nous permet de réduire les pertes par effet joule dans les enroulements rotoriques. De plus, ces machines fonctionnent avec moins de bruit.

L'inconvénient de ces machines provient de l'absence de possibilité de réglage du flux d'excitation.

On distingue deux grandes familles selon la forme géométrique des aimants (radiale ou tangentielle) et la distribution des bobinages au stator (sinusoïdale ou trapézoïdale).

I-4-3 Machine synchrones à réluctance variable :

Ce sont des machines robustes, sans contact glissant, qui peuvent prendre des utilisations diverses. Ces machines possèdent en général un double système de denture, l'un au rotor, l'autre au stator, dont le déplacement relatif modifie la configuration du champ magnétique produit par un ou plusieurs bobinages.

I-5 Avantages et inconvénients de la machine synchrone :

Comme tout appareil électrique, la machine synchrone présente des avantages comme elle présente des inconvénients.

I-5-1 Avantages de la machine synchrone :

- Un excellent rendement.
- Vitesse de rotation constante, indépendante de la tension d'alimentation et de la charge entraînée.
- Fonctionnement réversible en moteur ou en alternateur, avec un bon facteur de puissances.

I-5-2 Inconvénients de la machine synchrone :

Dans le cas d'une surcharge brusque ou d'une chute de tension importante du réseau, la machine peut décrocher ce qui nécessite l'utilisation d'un dispositif de sécurité. Pour assurer son excitation, la machine doit être munie d'un générateur de courant continu ce qui encombre le dispositif et le rend plus cher.

Elle ne peut démarrer qu'à très faible charge, en exigeant soit un moteur auxiliaire de lancement, soit le démarrage en asynchrone avec un réducteur de tension de démarrage.

I-6 Domaine d'application des machines synchrone :

La quasi-totalité des générateurs de courant alternatif sont des alternateurs. Leurs puissances apparentes sont plus de 1600MVA. L'alternateur transforme en énergie électrique l'énergie mécanique qui lui est fournie par la machine qui l'entraîne. Il est conçu pour produire des tensions et des courants sinusoïdaux.

Il constitue le support principal dans la production d'énergie électrique. Le moteur synchrone effectue la conversion énergétique inverse, il transforme l'énergie électrique en énergie mécanique. Il est utilisé pour l'entraînement des engins de grandes puissances comme les navires et les trains à grandes vitesses (TGV de la deuxième génération).

Le moteur est équipé également de certains dispositifs dont la vitesse de rotation doit être rigoureusement constante (horloges synchrones,...). [10]

B- MODELISATION DE LA MACHINE SYNCHRONE :**I-1 Description de la machine synchrone :**

La machine synchrone triphasée à pôles saillants et inducteur bobiné possède :

- Trois enroulements statoriques fixes, repérés « *abc* » ;
- Un enroulement inducteur tournant, repéré *f* ;
- Deux enroulements amortisseurs tournants, repérés (*D*) et (*Q*).

Ces enroulements sont en court-circuit.

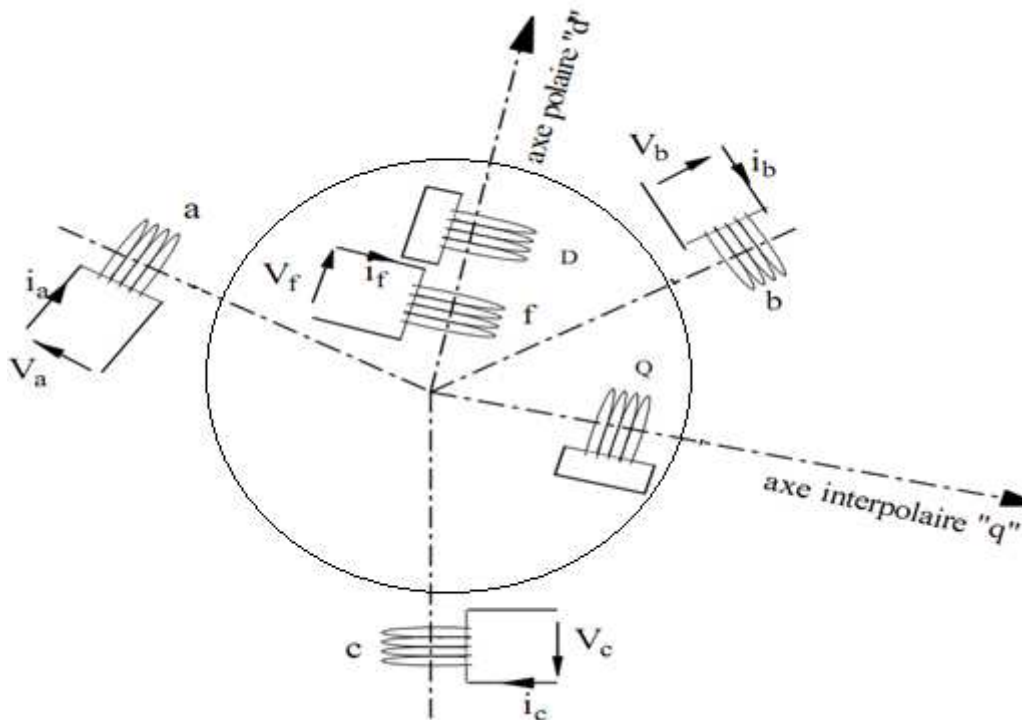


Figure. I.2 : Machine synchrone triphasée avec amortisseurs

$$(O_a, O_d) = \theta ; \quad (O_c, O_d) = \theta - (\omega/p) ; \quad (O_b, O_d) = \theta - (4\pi/3) .$$

On définit les axes suivants :

L'axe Od est l'axe du bobinage inducteur, et l'axe Oq est situé entre deux pôles. D'un point de vue électrique, ces deux axes sont en quadrature. En effet, les angles mécaniques et électriques sont liés par le nombre de paires de pôles :

$$(\Omega = \omega/p = 2\pi f/p \text{ soit } \theta_{\text{mec}} = \theta_{\text{élec}}/p).$$

Ces axes sont également ceux des enroulements amortisseurs. Ils sont liés au rotor et tournent avec lui.

Ω : La vitesse de rotation du rotor.

θ : Représente l'écart angulaire de l'axe Od du rotor par rapport à l'axe Oa du stator.

Durant un fonctionnement nominal de la machine, l'amortisseur en court-circuit ne sert à rien, en effet il tourne à la même vitesse que les champs tournants ; il n'est pas conséquent, soumis à aucune force électromotrice et n'est parcouru par aucun courant, donc leurs influences peut être négligée. En effet, ils interviennent essentiellement dans les régimes subtransitoires, et ne jouant aucun rôle significatif dans l'étude des régimes transitoire.

D'autre part les alternateurs synchrones étant quasiment toujours autopilotée, (il n'y a pas de changement brusque de courant ou de fréquence de l'alimentation), les vitesses de rotation du champ tournant et du rotor sont liées, ce qui réduit considérablement le rôle des amortisseurs.

I-2 Hypothèses simplificatrices :

Nous développons les équations de la machine synchrone suivant les hypothèses simplificatrices suivantes :

- 1) La saturation est négligée.
- 2) Le circuit magnétique est parfaitement feuilleté. Seuls les conducteurs sont parcourus par des courants. (on néglige les courants de Foucault)
- 3) La densité de courant est uniforme dans la section des conducteurs (on néglige l'effet de peau).

- 4) La distribution le long de l'entrefer de la f.m.m créée par les conducteurs statoriques est sinusoïdale. (on néglige les harmoniques d'espace de la f.m.m, on prend en considération que le fondamental).
- 5) Les amortisseurs peuvent être considérés comme deux enroulements fermés sur eux-mêmes. L'un dit amortisseur d'axe direct, noté D et d'axe magnétique dirigé suivant od , l'autre dit amortisseur d'axe en quadrature, noté Q et d'axe magnétique dirigé suivant oq .

I-3- Convention de signe :

- Un courant positif crée à travers son enroulement un flux positif.
- Une f.e.m positive fait circuler un courant positif.
- L'inducteur est considéré comme récepteur, l'induit comme générateur.

I-4- Équations électriques et magnétiques de la machine dans les axes abc :

Le modèle en abc découle des équations différentielles à coefficients périodiques régissant le fonctionnement de la machine synchrone. Ces équations s'obtiennent par application de la loi de Faraday à chaque enroulement de la machine.

I-4-1- Equations électriques :

Comme toutes les machines électriques alternatives, les équations électriques de la machine synchrone expriment en fonction des différents courants dans ces enroulements et de la dérivée de leur flux.

Le système d'équations des tensions de la machine synchrone est obtenu par l'application de la relation fondamentale (loi de mailles) aux différents circuits.

En appelant :

R_a : Résistance d'une phase de l'induit

R_f, R_D, R_Q : Résistance de l'inducteur, de l'amortisseur d'axe d, et de l'amortisseur d'axe q.

Les matrices suivantes désignent respectivement :

$$[V_s] = \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \text{ et } [V_r] = \begin{bmatrix} V_f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ matrices des tensions au stator et au rotor.}$$

$$(V_D = 0, V_Q = 0)$$

$$[i_s] = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \text{ et } [i_r] = \begin{bmatrix} i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} \text{ matrices des courants au stator et au rotor}$$

$$[\Phi_s] = \begin{bmatrix} \Phi_a \\ \Phi_b \\ \Phi_c \end{bmatrix} \text{ et } [\Phi_r] = \begin{bmatrix} \Phi_F \\ \Phi_D \\ \Phi_Q \end{bmatrix} \text{ matrices des flux au stator et au rotor}$$

$$[R_s] = \begin{bmatrix} R_a & 0 & 0 \\ 0 & R_b & 0 \\ 0 & 0 & R_c \end{bmatrix} \text{ matrices des résistances statoriques}$$

$$[R_r] = \begin{bmatrix} R_f & 0 & 0 \\ 0 & R_D & 0 \\ 0 & 0 & R_Q \end{bmatrix} \text{ matrices des résistances rotoriques}$$

- **Fonctionnement moteur :**

Le système d'équations sous forme de matrice :

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a & 0 & 0 \\ 0 & R_b & 0 \\ 0 & 0 & R_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_a \\ \Phi_b \\ \Phi_c \end{bmatrix} \quad (I.1)$$

$$\begin{bmatrix} V_f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_f & 0 & 0 \\ 0 & R_D & 0 \\ 0 & 0 & R_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_F \\ \Phi_D \\ \Phi_Q \end{bmatrix} \quad (I.2)$$

Le système d'équations sous forme condensées :

$$[v_s] = [R_s] \cdot [i_s] + \frac{d}{dt} [\Phi_s] \quad (I.3)$$

$$[v_r] = [R_r] \cdot [i_r] + \frac{d}{dt} [\Phi_r] \quad (I.4)$$

• **Fonctionnement generateur :**

Le système d'équations sous forme de matrice :

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} R_a & 0 & 0 \\ 0 & R_b & 0 \\ 0 & 0 & R_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} - \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_a \\ \Phi_b \\ \Phi_c \end{bmatrix} \quad (I.5)$$

$$\begin{bmatrix} V_f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_f & 0 & 0 \\ 0 & R_D & 0 \\ 0 & 0 & R_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_F \\ \Phi_D \\ \Phi_Q \end{bmatrix} \quad (I.6)$$

Le système d'équations sous forme condensées :

$$[v_s] = -[R_s] \cdot [i_s] - \frac{d}{dt} [\Phi_s] \quad (I.7)$$

$$[v_r] = [R_r] \cdot [i_r] + \frac{d}{dt} [\Phi_r] \quad (I.8)$$

I-4.2 Equations magnétiques :

$$\Phi_a = l_a \cdot i_a + M_{ab} \cdot i_b + M_{ac} \cdot i_c + M_{af} \cdot i_f + M_{aD} \cdot i_D + M_{aQ} \cdot i_Q \quad (I.9)$$

Même calcul est effectué pour toutes les autres phases, ainsi on obtient le système suivant :

$$\begin{bmatrix} \Phi_a \\ \Phi_b \\ \Phi_c \\ \Phi_F \\ \Phi_D \\ \Phi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_a & M_{ab} & M_{ac} & M_{af} & M_{aD} & M_{aQ} \\ M_{ab} & l_b & M_{bc} & M_{bf} & M_{bD} & M_{bQ} \\ M_{ac} & M_{bc} & l_c & M_{cf} & M_{cD} & M_{cQ} \\ M_{af} & M_{bf} & M_{cf} & l_f & M_{fD} & 0 \\ M_{aD} & M_{bD} & M_{cD} & M_{fD} & l_D & 0 \\ M_{aQ} & M_{bQ} & M_{cQ} & 0 & 0 & l_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} \quad (I.10)$$

Donc on peut écrire l'équation magnétique sous la forme matricielle suivante :

Au stator :

$$\begin{bmatrix} \Phi_a \\ \Phi_b \\ \Phi_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_a & M_{ab} & M_{ac} \\ M_{ab} & l_b & M_{bc} \\ M_{ac} & M_{bc} & l_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{af} & M_{aD} & M_{aQ} \\ M_{bf} & M_{bD} & M_{bQ} \\ M_{cf} & M_{cD} & M_{cQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} \quad (I.11)$$

Au rotor :

$$\begin{bmatrix} \Phi_F \\ \Phi_D \\ \Phi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{af} & M_{bf} & M_{cf} \\ M_{aD} & M_{bD} & M_{cD} \\ M_{aQ} & M_{bQ} & M_{cQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_f & M_{fD} & 0 \\ M_{fD} & l_D & 0 \\ 0 & 0 & l_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} \quad (I.12)$$

L'écriture sous forme condensés :

$$[\Phi_s] = [L_{ss}] [i_s] + [M_{sr}] [i_r] \quad (I.13)$$

$$[\Phi_r] = [M_{rs}] [i_s] + [L_{rr}] [i_r] \quad (I.14)$$

I-4.3 matrice inductance statorique :

L'expression de la matrice inductance statorique en fonction de θ :

$$[L_{ss}] = \begin{bmatrix} L_{a0} + L_{a2} \cos(2\theta) & M_{ab0} + L_{a2} \cos\left(2\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & M_{ab0} + L_{a2} \cos\left(2\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \\ M_{ab0} + L_{a2} \cos\left(2\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & L_{a0} + L_{a2} \cos\left(2\theta - \frac{4\pi}{3}\right) & M_{ab0} + L_{a2} \cos(2\theta) \\ M_{ab0} + L_{a2} \cos\left(2\theta - \frac{4\pi}{3}\right) & M_{ab0} + L_{a2} \cos(2\theta) & L_{a0} + L_{a2} \cos\left(2\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \quad (I.15)$$

Chaque inductance propre ou mutuelle comporte un terme constant L_{s0} et un terme variable, L_{sv} . Dans les machines à pôles lisses, le terme L_{sv} est nul, et donc on peut écrire :

$$[L_{ss}] = \begin{bmatrix} L_{a0} & M_{ab0} & M_{ab0} \\ M_{ab0} & L_{a0} & M_{ab0} \\ M_{ab0} & M_{ab0} & L_{a0} \end{bmatrix} \quad (I.16)$$

I-4.4 Matrice de couplage entre le stator et le rotor

L'expression de la matrice de couplage entre le stator et le rotor en fonction de θ :

$$[M_{sr}] = \begin{bmatrix} M_{af} \cos(\theta) & M_{aD} \cos(\theta) & -M_{aQ} \sin(\theta) \\ M_{af} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & M_{aD} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -M_{aQ} \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ M_{af} \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & M_{aD} \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & -M_{aQ} \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (I.17)$$

$$[M_{rs}] = [M_{sr}]^T$$

θ : Ecart angulaire entre deux phases, statorique et rotorique correspondant.

I-4-5 Matrice inductance rotorique :

Les éléments de la matrice inductance rotorique ne varie pas avec (θ) .

$$[L_{rr}] = \begin{bmatrix} L_f & M_{fD} & 0 \\ M_{fD} & L_D & 0 \\ 0 & 0 & L_Q \end{bmatrix} \quad (I.18)$$

I-5- Equation mécanique :

Le couple électromagnétique est donné par l'expression générale suivante :

$$T_{em} = \frac{1}{2} p [i]^T \frac{d[L]}{d\theta} [i] \quad (I.19)$$

Avec : $[i] = \begin{bmatrix} [i_s] \\ [i_r] \end{bmatrix}$: matrice de courant totale ;

$$[L] = \begin{bmatrix} L_{ss} & M_{sr} \\ M_{rs} & L_{rr} \end{bmatrix} : \text{matrice d'inductance totale ;}$$

p : le nombre de paires de pôles.

Compte tenu que tous les termes des sous matrices $[L_{ss}]$ et $[L_{rr}]$ sont à coefficients constants, on aura :

$$T_{em} = \frac{1}{2} [i_s]^T \frac{d[M_{sr}]}{d\theta} [i_r]$$

Donc l'équation mécanique de la machine s'écrit :

$$J \frac{d}{dt} \Omega = T_{em} - T_r - f_r \Omega \quad (\text{I.20})$$

Avec:

J : Moment d'inertie;

T_r : Couple résistant ;

f_r : Coefficient de frottement;

La résolution analytique dans ce repère est très difficile car le système d'équations est à coefficients variables en fonction de θ (angle de rotation de la machine).

I-6. Equation électrique dans les deux axes d et q :

I-6.1 Transformation de Park :

Ce modèle de la machine synchrone dans le repère a, b, c montre que les coefficients de matrice inductances sont constantes, on utilise généralement, une transformation de Park, cette transformation permet le passage de notre système réel triphasé (a, b, c) à un autre système d'axe (odq), formant le référentiel de Park, lié au rotor et repéré par l'angle θ par rapport au stator.

La figure (I.3) représente une machine synchrone à pôles lisses dans le repère de Park :

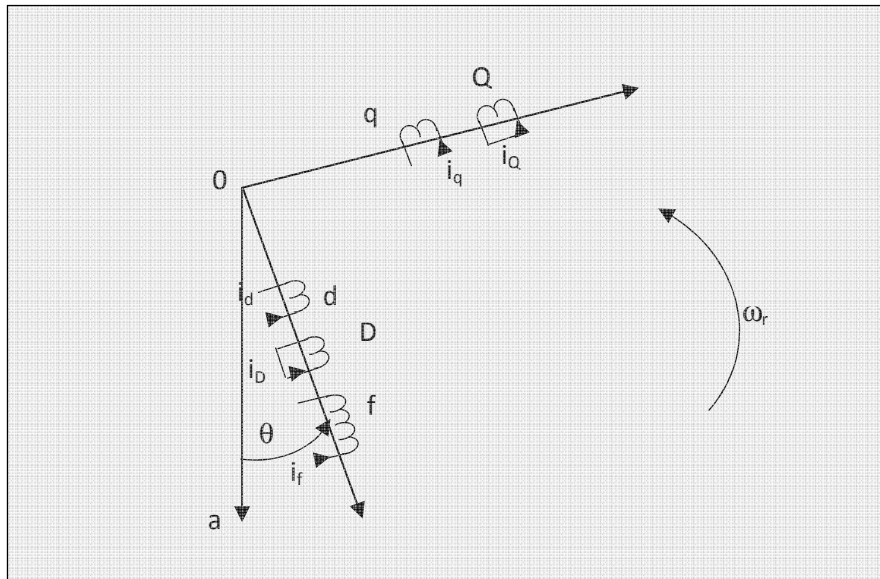


Figure. I.3 Machine synchrone dans le repère dq

❖ *La matrice de transformation de Park :*

$$[P(\theta)] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta - 4\pi/3) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta - 2\pi/3) & -\sin(\theta - 4\pi/3) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (I.21)$$

❖ *La matrice de transformation inverse de Park :*

$$[P(\theta)]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 1 \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \quad (I.22)$$

Le coefficient $\sqrt{\frac{2}{3}}$ pour une conservation de puissance

La transformation de Park se fait comme suit :

$$[i_{dq}] = [P(\theta)] \cdot [i_s] \Rightarrow [i_s] = [P(\theta)]^{-1} \cdot [i_{dq}] \quad (I.23)$$

$$[V_{dq}] = [P(\theta)] \cdot [V_s] \Rightarrow [V_s] = [P(\theta)]^{-1} \cdot [V_{dq}] \quad (I.24)$$

Avec : $\{[V_{dq}], [i_{dq}], [\Phi_{dq}]\}$ le système biphasé obtenu par la transformation de Park.

$$[V_{dq}] = [V_d \ V_q]^T$$

$$[i_{dq}] = [i_d \ i_q]^T$$

$$[\Phi_{dq}] = [\Phi_d \ \Phi_q]^T$$

I-6.2 Etablissement des équations électriques :

- **Fonctionnement moteur :**

Nous revenons aux premières équations et on obtient :

$$V_s = \frac{d\phi_s}{dt} + R_s \cdot i_s$$

$$p(\theta)^{-1} \cdot V_{dq0} = \frac{d(p(\theta)^{-1} \cdot \phi_{dq0})}{dt} + R_s \cdot p(\theta)^{-1} \cdot i_{dq0}$$

$$V_{dq0} = \frac{d\phi_{dq0}}{dt} + p(\theta) \frac{d(p(\theta)^{-1})}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} \cdot \phi_{dq0} + R_s \cdot i_{dq0}$$

Sachant que :

$$p(\theta) \frac{d(p(\theta)^{-1})}{d\theta} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \frac{d\theta}{dt} = \omega_r$$

On obtient les expressions des tensions au stator suivantes :

$$\begin{cases} V_d = R_s \cdot i_d + \frac{d\Phi_d}{dt} - \omega_r \Phi_q \\ V_q = R_s \cdot i_q + \frac{d\Phi_q}{dt} + \omega_r \Phi_d \end{cases} \quad (I.25)$$

et au rotor :

$$\begin{cases} V_f = R_f \cdot i_f + \frac{d\Phi_f}{dt} \\ V_D = 0 = R_D \cdot i_D + \frac{d\Phi_D}{dt} \\ V_Q = 0 = R_Q \cdot i_Q + \frac{d\Phi_Q}{dt} \end{cases} \quad (I.26)$$

- **Fonctionnement générateur :**

Nous revenons aux premières équations et on obtient :

$$V_s = - \frac{d\phi_s}{dt} - R_s \cdot i_s$$

$$p(\theta)^{-1} \cdot V_{dq0} = - \frac{d(p(\theta)^{-1} \cdot \Phi_{dq0})}{dt} - R_s \cdot p(\theta)^{-1} \cdot i_{dq0}$$

$$V_{dq0} = \frac{d\Phi_{dq0}}{dt} + p(\theta) \frac{d(p(\theta)^{-1})}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} \cdot \Phi_{dq0} + R_s \cdot i_{dq0}$$

Sachant que :

$$p(\theta) \frac{d(p(\theta)^{-1})}{d\theta} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \frac{d\theta}{dt} = \omega_r$$

Alors on obtient Les expressions des tensions au stator suivant :

$$\begin{cases} V_d = -R_s i_s - \frac{d\Phi_d}{dt} - \omega_r \Phi_q \\ V_q = -R_s i_s - \frac{d\Phi_q}{dt} + \omega_r \Phi_d \\ V_o = -\frac{d\Phi_o}{dt} - R_a i_o \end{cases} \quad (I.27)$$

et au rotor:

$$\begin{cases} V_f = R_f \cdot i_f + \frac{d\Phi_f}{dt} \\ V_D = 0 = R_D \cdot i_D + \frac{d\Phi_D}{dt} \\ V_Q = 0 = R_Q \cdot i_Q + \frac{d\Phi_Q}{dt} \end{cases} \quad (I.28)$$

I-7 Analyse de la machine synchrone en régime permanent :

Les équations électriques en régime permanent se présentent comme suit :

I-7-1 Expressions des tensions :

$$V_d = -\omega_r \cdot \Phi_q - R_a \cdot i_d \quad (I.29)$$

$$V_q = -\omega_r \cdot \Phi_d - R_a \cdot i_q \quad (I.30)$$

$$V_f = R_f \cdot i_f \quad (I.31)$$

$$0 = R_D \cdot i_D \quad \Rightarrow \quad i_D = 0 \quad (I.32)$$

$$0 = R_Q \cdot i_Q \quad \Rightarrow \quad i_Q = 0 \quad (I.33)$$

I-7-2 Expressions des flux:

$$\Phi_d = L_d \cdot i_d + M_{af} \cdot i_f \quad (I.34)$$

$$\Phi_q = L_q \cdot i_q \quad (I.35)$$

Les équations électriques deviennent :

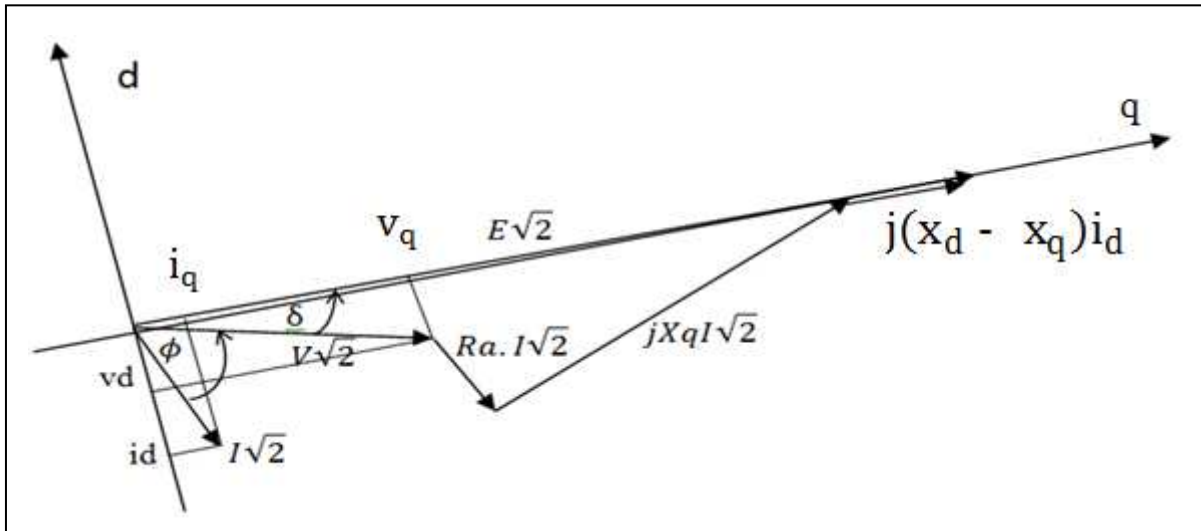
$$V_d = -\omega \cdot L_q \cdot i_q - R_a \cdot i_d = -X_q \cdot i_q - R_a \cdot i_d \quad (I.36)$$

$$V_q = \omega(L_d \cdot i_d + Maf \cdot i_f) - R_a \cdot i_q = X_d \cdot i_d + Maf \cdot \omega \cdot i_f - R_a \cdot i_q \quad (I.37)$$

$$E\sqrt{2} = Maf \cdot \omega \cdot i_f \quad \Rightarrow \quad V_q = E\sqrt{2} + X_d \cdot i_d - R_a \cdot i_q \quad (I.38)$$

Avec :

$E\sqrt{2}$: la fem interne



$$v_d = -V\sqrt{2} \cdot \sin \delta \quad ; \quad v_q = V\sqrt{2} \cdot \cos \delta$$

$$i_d = -I\sqrt{2} \cdot \sin(\varphi + \delta) \quad ; \quad i_q = I\sqrt{2} \cdot \cos(\varphi + \delta)$$

I-8- Valeurs réduites**I-8-1- Définition et utilisation des valeurs réduites :**

Une grandeur physique est ramenée en valeur réduite en la divisant par une valeur dite de « base », ce rapport est exprimé en « p.u » venant de l'anglais per unit et est souvent sans dimension.

Certaines valeurs de bases peuvent être choisies arbitrairement, mais les valeurs de bases dans leur ensemble ne sont pas indépendantes et doivent respecter certaines règles de cohérence.

Les valeurs réduites dans le cas des machines électriques sont souvent associées aux grandeurs nominales :

- S_n : puissance apparente nominale en VA
- V_n : tension nominale simple en V
- $U_n = V_n\sqrt{3}$: Tension nominal composée en V
- I_n : courant nominale de ligne en A
- $Z_n = \frac{V_n}{I_n}$: impédance nominale en Ω

Il vient que :

$$Z(p.u) = \frac{Z}{Z_n} = \frac{ZI_n}{V_n}$$

$$i(p.u) = \frac{I}{I_n} \tag{I.39}$$

$$v(p.u) = \frac{V}{V_n} \tag{I.40}$$

$$s(p.u) = \frac{S}{S_n} \tag{I.41}$$

En p.u les relations $V = ZI$, $S = 3VI$

s'écrivent : $v = zi$, $s = vi$.

L'utilisation des valeurs réduites présente les avantages suivants :

- Les coefficients numériques des équations sont souvent supprimés (s=vi ci-dessus)
- Les courants et les tensions en valeurs réduites fournissent rapidement une estimation de la sévérité des contraintes du régime étudié.

I-8-2- Grandeurs réduites relatives au stator :

On définit d'abord les valeurs relatives aux grandeurs d'axes (d,q,o) puis celle relatives aux grandeurs de phases (a,b,c).

I-8-2-1- Tension, courant, puissance :

Les valeurs nominales associées à i_d et i_q en régime permanent synchrone sont $I_n\sqrt{2}$ qu'on choisira comme valeur de base pour le courant stator et on posera :

$$i_d(p.u) = \frac{i_d(A)}{I_n\sqrt{2}}, \quad i_q(p.u) = \frac{i_q(A)}{I_n\sqrt{2}}, \quad i_o(p.u) = \frac{i_o(A)}{I_n\sqrt{2}} \quad (I.42)$$

-pour les tensions on choisira $V_n\sqrt{2}$ comme valeur de base d'où :

$$v_d(p.u) = \frac{v_d(V)}{V_n\sqrt{2}}, \quad v_q(p.u) = \frac{v_q(V)}{V_n\sqrt{2}}, \quad v_o(p.u) = \frac{v_o(V)}{V_n\sqrt{2}} \quad (I.43)$$

- les différentes puissances électriques seront rapportées à $3V_nI_n$ d'où

$$P_e(p.u) = \frac{P_e(W)}{3V_nI_n}$$

On a d'après (I-21) :

$$P_e = \frac{3}{2}(v_d i_d + v_q i_q + 2v_o i_o)$$

En (p.u) cette relation s'écrira :

$$P_e = (v_d i_d + v_q i_q + 2v_o i_o) \quad (I.44)$$

I-8-2-2- Flux et courant :

Les valeurs réduites des flux sont définies par référence à la tension nominale V_n soit :

$$\psi_d(p.u) = \frac{\psi_d(Wb)}{V_n\sqrt{2}} \quad \psi_q(p.u) = \frac{\psi_q(Wb)}{V_n\sqrt{2}} \quad \psi_o(p.u) = \frac{\psi_o(Wb)}{V_n\sqrt{2}} \quad (I.45)$$

De sorte que ce seront les quantités $\omega\psi_d$, $\omega\psi_q$ qui seront exprimées en (p.u) et non pas ψ_d et ψ_q (ω étant la pulsation synchrone). Il résulte que les valeurs réduites des flux ont la dimension d'un temps.

Le couple nominal est défini par référence à la puissance apparente nominale :

$$T_n = \frac{3pV_nI_n}{\omega}$$

$$T_e(p.u) = \frac{T_e(N.m)}{C_n}$$

$$T_m(p.u) = \frac{T_m(N.m)}{C_n}$$

La relation

$$T_e = \frac{3}{2}(\psi_d i_q - \psi_q i_d) \text{ s'écrit en (p.u)}$$

$$T_e(p.u) = \omega(\psi_d i_q - \psi_q i_d) \quad (I.46)$$

I-8-3- Valeur réduites des grandeurs de phases :

Pour des raisons de commodité, la transformation de Park s'exprime avec les mêmes coefficients en valeurs réduites et en unité physique. Les mêmes valeurs de base sont adoptées pour les grandeurs de phases que pour les grandeurs d'axes, soit :

$$i_a(p.u) = \frac{i_a(A)}{I_n\sqrt{2}} \quad v_a(p.u) = \frac{v_a(V)}{V_n\sqrt{2}} \quad \psi_a(p.u) = \frac{\psi_a(Wb)}{V_n\sqrt{2}} \quad (I.47)$$

De même pour les phases b et c.

Le coefficient $\frac{3}{2}$ placé devant la transformation de Park contribue notamment à la clarté et la simplicité des expressions en valeurs physiques comme en valeur réduites correspondant aux calculs relatifs aux régimes permanent et transitoire.

I-8-4- Valeurs réduites relatives aux enroulements du stator :**I-8-4-1- Enroulement inducteur :**

On définit le courant inducteur de base I_{fb} par son rapport avec la valeur de base des courant statorique

$$\frac{I_{fb}}{I_n\sqrt{2}} = K_f \quad (\text{I.48})$$

K_f : est appelé coefficient d'équivalence des courant inducteurs et d'induit, et peut être choisi arbitrairement, mais une fois K_f choisi V_{fb} est alors imposé par des considérations énergétiques.

Soit : p_e la puissance électrique associée a v_d et i_d

$$P_e(W) = \frac{3}{2}(v_d i_d)$$

Et soit : p_f la puissance électrique associée à v_f et i_f

$$P_f(W) = \frac{3}{2}(v_f i_f)$$

Ces deux puissances doivent être égales lorsque les différentes grandeurs ont leurs valeurs de base.

$$v_d = V_n\sqrt{2}$$

$$i_d = I_n\sqrt{2}$$

$$v_f = V_{fb}$$

$$i_f = I_{fb}$$

Et compte tenu de (I.47) on aura :
$$\frac{V_{fb}}{V_n\sqrt{2}} = \frac{3}{2K_f} \quad (\text{I.49})$$

Les valeurs réduites sont alors telles que :

$$i_f(p. u) = \frac{i_f(A)}{I_{fb}} = \frac{i_f(A)}{K_f I_n\sqrt{2}} \quad (\text{I.50})$$

$$v_f(p. u) = \frac{v_f(V)}{V_{fb}} = \frac{2K_f v_f(V)}{3V_n\sqrt{2}} \quad (\text{I.51})$$

$$\psi_f(p.u) = \frac{\psi_f(Wb)}{V_{fb}} = \frac{2K_f\psi_f(Wb)}{3V_n\sqrt{2}} \quad (I.52)$$

I-8-4-2- Enroulements amortisseurs :

De même que pour l'enroulement inducteur, on définit le courant I_{Db} et I_{Qb} par leurs rapports avec la valeur de base des courants d'induit d'où :

$$K_D = \frac{I_{Db}}{I_n\sqrt{2}} \quad K_Q = \frac{I_{Qb}}{I_n\sqrt{2}}$$

Le choix de I_{Db} et I_{Qb} n'est pas imposé.

Les tensions de base et les valeurs réduites sont alors définies par les relations suivantes :

$$\frac{V_{Db}}{V_n\sqrt{2}} = \frac{3}{2K_D} \quad , \quad \frac{V_{Qb}}{V_n\sqrt{2}} = \frac{3}{2K_Q} \quad (I.53)$$

$$i_D(p.u) = \frac{i_D(A)}{K_D I_n\sqrt{2}} \quad , \quad i_Q(p.u) = \frac{i_Q(A)}{K_Q I_n\sqrt{2}} \quad (I.54)$$

$$\psi_D(p.u) = \frac{2K_D \psi_D(Wb)}{3V_n\sqrt{2}} \quad , \quad \psi_Q(p.u) = \frac{2K_Q \psi_Q(Wb)}{3V_n\sqrt{2}} \quad (I.55)$$

I-8-5- Equations en valeurs réduites :

I-8-5-1- Résistance de l'induit : Equation de Park :

Conformément à l'expression de l'impédance nominale exprimée en (I-48) on pose :

$$r_a = \frac{RI_n}{V_n} \quad (I.56)$$

Les équations de Park s'écrivent alors en (p.u) :

$$v_d = -\frac{d\psi_d}{dt} - \psi_q\omega - r_a \quad (I.57)$$

$$v_q = -\frac{d\psi_q}{dt} + \psi_d\omega_r - r_a i_q \quad (I.58)$$

$$v_o = -\frac{d\psi_o}{dt} - r_a i_o \quad (\text{I.59})$$

I-8-5-2- Résistance des autres enroulements et équations électriques :

Les résistances en valeurs réduites sont telles que :

$$r_f = \frac{R_f I_{fb}}{V_{fb}} \quad r_D = \frac{R_D I_{Db}}{V_{fb}} \quad r_Q = \frac{R_Q I_{Qb}}{V_{Qb}} \quad (\text{I.60})$$

Soit en tenant compte des relations établies au paragraphe 3 :

$$r_f = \frac{2K_f^2 R_f I_n}{3V_n} \quad r_D = \frac{2K_D^2 R_D I_n}{3V_n} \quad r_Q = \frac{2K_Q^2 R_Q I_n}{3V_n} \quad (\text{I.61})$$

Les équations électriques relatives au rotor s'écrivent en (p.u) :

$$v_f = r_f i_f + \frac{d\psi_f}{dt} \quad (\text{I.62})$$

$$0 = r_D i_D + \frac{d\psi_D}{dt} \quad (\text{I.63})$$

$$0 = r_Q i_Q + \frac{d\psi_Q}{dt} \quad (\text{I.64})$$

I-8-5-3- Inductances propres et mutuelles et équations magnétiques :

Les inductances propres et mutuelles sont définies comme le quotient du flux dû au courant de base par la tension de base. On aura donc :

$$l_d = \frac{L_d I_n}{V_n} \quad l_q = \frac{L_q I_n}{V_n} \quad l_o = \frac{L_o I_n}{V_n} \quad (\text{I.65})$$

$$l_{ff} = \frac{L_{ff} I_{fb}}{V_{fb}} = \frac{2K_f^2 L_{ff} I_n}{3V_n}$$

$$l_{DD} = \frac{L_{DD} I_{Db}}{V_{Db}} = \frac{2K_D^2 L_{DD} I_n}{3V_n} \quad (\text{I.66})$$

$$l_{QQ} = \frac{L_{QQ} I_{Qb}}{V_{Qb}} = \frac{2K_Q^2 L_{QQ} I_n}{3V_n}$$

$$m_{af} = \frac{M_{af} I_{fb}}{V_n \sqrt{2}} = \frac{K_f M_{af} I_n}{V_n}$$

$$m_{aD} = \frac{M_{aD}I_{Db}}{V_n\sqrt{2}} = \frac{K_D M_{aD}I_n}{V_n} \quad (I.67)$$

$$m_{aQ} = \frac{K_Q M_{aQ}I_n}{V_n}$$

$$m_{fD} = \frac{M_{fD}I_{Db}}{V_{fb}} = \frac{2K_f K_D M_{fD}I_n}{3V_n} \quad (I.68)$$

Les équations magnétiques s'écrivent en valeurs réduites comme suit :

$$\begin{pmatrix} \Phi_d \\ \Phi_f \\ \Phi_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_d & M_{af} & M_{aD} \\ M_{af} & L_{ff} & M_{fD} \\ M_{aD} & M_{fD} & L_{DD} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_d \\ i_f \\ i_D \end{pmatrix} \quad (I.69)$$

$$\begin{pmatrix} \Phi_q \\ \Phi_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_q & M_{aq} \\ M_{aq} & L_{QQ} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_q \\ i_Q \end{pmatrix} \quad (I.70)$$

$$\Phi_0 = l_0 \cdot i_0 \quad (I.71)$$

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons établi un modèle mathématique de la machine synchrone à pôles saillants avec amortisseurs dont la complexité a été réduite en utilisant un certain nombre d'hypothèses simplificatrices, le modèle de Park réduit le système d'état électrique de la machine de six à cinq équations et d'éliminer la complexité du modèle vis à vis de la variation des paramètres de la machine en fonction de la position du rotor.

Nous voulons considérer maintenant le comportement de la machine synchrone en petits signaux connectés à un réseau de puissance infini, Le chapitre suivant sera donc consacré à l'étude de la théorie des petits signaux.

CHAPITRE II

II - THEORIE DES PETITS SIGNAUX

II-1- Représentation d'état :

Le comportement dynamique d'un système tel qu'un système de puissance peut être décrit par un jeu de « n » équations différentielles non linéaires du premier ordre.

$$\frac{\partial x_i}{\partial t} = f_i(x_1, \dots, x_n, u_{1i}, \dots, u_r, t) \quad \text{pour } i=1, \dots, n \quad (\text{II.1})$$

n : ordre du système

r : nombre de variables d'entrée

f_i : $i^{\text{ème}}$ fonction non linéaire

x_i : $i^{\text{ème}}$ variables d'état

u_j : $j^{\text{ème}}$ variable d'entrée

t : temps

en écrivant cette équation sous forme matricielle :

$$\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \quad (\text{II.2})$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ \dots \\ u_r \end{bmatrix} \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_1 \\ \dots \\ f_n \end{bmatrix}$$

\mathbf{x} : vecteur d'état

\mathbf{u} : vecteur des variables d'entrée

\mathbf{f} : vecteur de fonctions non linéaires

si $\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t}$ ne dépend pas explicitement du temps, le système est dit autonome. Alors :

$$\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (\text{II.3})$$

De la même manière, les variables de sortie peuvent être exprimées en fonction des variables d'état et des variables d'entrée.

$$\mathbf{y} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (\text{II.4})$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_m \end{bmatrix} \quad \mathbf{g} = \begin{bmatrix} g_1 \\ \dots \\ g_m \end{bmatrix}$$

y : vecteur des variables de sortie

y_k : $k^{\text{ième}}$ variables de sortie

g : vecteur de fonctions non linéaire

g_k : $k^{\text{ième}}$ fonction non linéaire

Cette représentation est la représentation d'état du système. Elle peut être utilisée par exemple dans le cas de l'étude de stabilité transitoire, par traitement numérique. Cependant, dans le cas de la stabilité dynamique, les perturbations sont faibles, ce qui permet de linéariser le système. [6]

II-2- Linéarisation du système :

Soit x_0 le vecteur d'état initial et u_0 le vecteur des variables d'entrée correspondant au point d'équilibre. De l'équation (II-3), on en déduit :

$$\frac{\partial x_0}{\partial t} = f(x_0, u_0) = 0 \quad (\text{II.5})$$

Une perturbation dans le système peut s'exprimer sous la forme suivante :

$$x = x_0 + \Delta x \quad u = u_0 + \Delta u$$

Par conséquent, il est possible d'écrire :

$$\frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial x_0}{\partial t} + \frac{\partial \Delta x}{\partial t} = f[(x_0 + \Delta x), (u_0 + \Delta u)] \quad (\text{II.6})$$

Si cette perturbation est sur l'ensemble des variables de faible amplitude, les fonctions non linéaires $f(x,u)$ peuvent s'exprimer sous la forme de séries de Taylor. Si les termes supérieurs au premier ordre sont négligés,

$$\frac{\partial \Delta x_i}{\partial t} = \frac{\partial f_i}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial x_n} \Delta x_n + \frac{\partial f_i}{\partial u_1} \Delta u_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial u_r} \Delta u_r \quad \text{pour } i=1, \dots, n \quad (\text{II.7})$$

De même, on obtient :

$$\Delta y_i = \frac{\partial g_i}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial g_i}{\partial x_n} \Delta x_n + \frac{\partial g_i}{\partial u_1} \Delta u_1 + \dots + \frac{\partial g_i}{\partial u_r} \Delta u_r \quad \text{pour } i=1, \dots, m \quad (\text{II.8})$$

De (II-7) et (II-8), il est possible d'écrire :

$$\frac{\partial x}{\partial t} = A. \Delta x + B. \Delta u \quad (\text{II.9})$$

$$\Delta y = C. \Delta x + D. \Delta u$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial u_r} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial u_r} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial g_1}{\partial x_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial g_m}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial g_m}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial g_1}{\partial u_r} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial g_m}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial g_m}{\partial u_r} \end{bmatrix}$$

Δx : vecteur d'état de dimension « n »

Δy : vecteur des variables de sortie de dimension « m »

Δu : vecteur des variables d'entrée de dimension « r »

A : matrice d'état de dimension « n x n »

B : matrice des variables d'entrée de dimension « n x r »

C : matrice des variables de sortie de dimension « m x n »

D : matrice de dimension « m x r » définissant le facteur de dépendance des valeurs d'entrée par apport aux variables de sortie.

Nous obtenons ainsi la représentation d'état linéarisée du système. Il est alors possible de calculer les valeurs propres de la matrice d'état et d'utiliser les propriétés liées à celles-ci. [6]

II-3- Analyse des valeurs propres

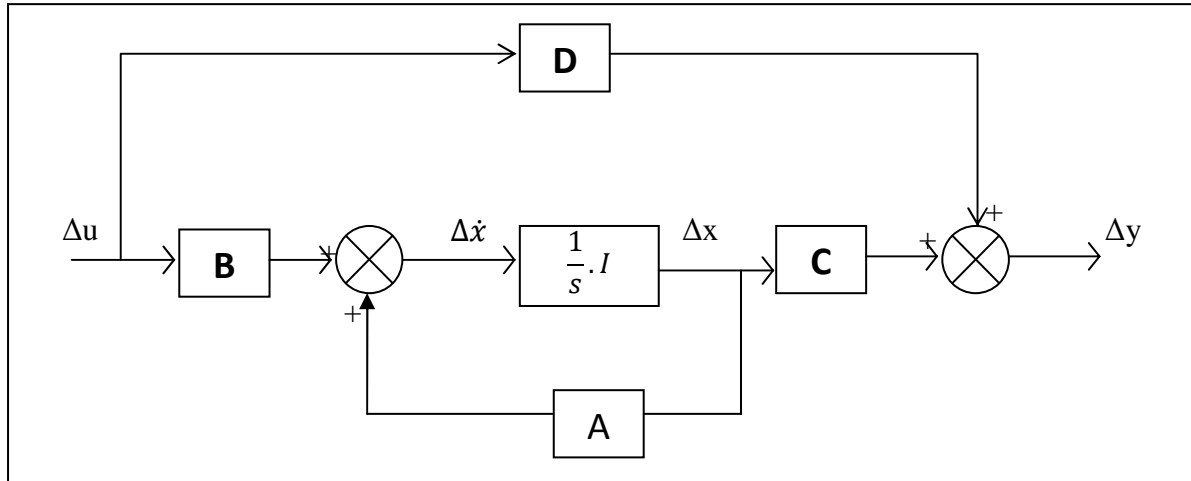
II-3-1- Valeurs propres de la matrice A :

En utilisant la transformation de Laplace et depuis le système (II-9), il en résulte les équations d'état.

$$s. \Delta x(s) - \Delta x(0) = A. \Delta x(s) + B. \Delta u(s)$$

$$\Delta y(s) = C. \Delta x(s) + D. \Delta u(s) \quad (\text{II-10})$$

Ce système, si $\Delta x(0)=0$, peut se représenter par le schéma bloc ci-dessous :



On en déduit :

$$\Delta x(s) = (s.I - A)^{-1} . [\Delta x(0) + B. \Delta u(s)] \tag{II-11}$$

$$\Delta x(s) = \left[\frac{\text{adj}(s.I-A)}{\det(s.I-A)} \Delta x(0) + B. \Delta u(s) \right] \tag{II-12}$$

De même on obtient :

$$\Delta y(s) = C \left[\frac{\text{adj}(s.I-A)}{\det(s.I-A)} \Delta x(0) + B. \Delta u(s) \right] + D. \Delta u(s) \tag{II-13}$$

Les transformées de Laplace de Δx et Δy ont deux composantes, l'une dépendant des conditions initiales et l'autre des variables d'entrée.

Les pôles de $\Delta x(s)$ et $\Delta y(s)$ sont les racines de l'équation :

$$\det(s.I - A) = 0 \tag{II-14}$$

Les valeurs de « s » satisfaisant cette équation sont les valeurs propres de la matrice A. Ce sont les valeurs du paramètre scalaire λ pour lesquelles il existe une solution non triviale à l'équation caractéristique de la matrice A :

$$A. \Phi = \lambda. \Phi \tag{II-15}$$

Les valeurs propres peuvent être réelles ou complexes. Si les coefficients de la matrice A sont réels (cas des systèmes physiques et donc des réseaux électriques), les valeurs complexes sont conjuguées.

II-3-2- Vecteur propre associé à une valeur propre :

Pour chaque valeur propre λ_i , le vecteur Φ_i satisfaisant l'équation caractéristique de la matrice A est le vecteur propre de droite de A associé à la valeur propre λ_i .

$$A. \Phi_i = \lambda_i. \Phi_i \quad \text{pour } i=1, \dots, n \tag{II-16}$$

$$\Phi_i = \begin{bmatrix} \Phi_{1i} \\ \dots \\ \Phi_{ni} \end{bmatrix}$$

De même, le vecteur Ψ_i satisfait l'équation :

$$\Psi_i \cdot A = \lambda_i \cdot \Psi_i \text{ pour } i=1, \dots, n \quad (\text{II-17})$$

$\Psi_i = [\Psi_{i1} \dots \Psi_{in}]$ est appelé vecteur propre de gauche associé à la valeur propre λ_i .

Les vecteurs propres de gauche et de droite correspondant aux différentes valeurs propres sont orthogonaux :

$$\Psi_j \cdot \Phi_i = 0 \quad \text{si } i \neq j \quad (\text{II-18})$$

Si ces vecteurs sont normalisés :

$$\Psi_j \cdot \Phi_i = 1 \quad (\text{II-19})$$

II-3-3- Matrices modales

Les matrices modales Φ et Ψ sont définies par :

$$\Phi = [\Phi_1 \dots \Phi_n] \quad \Psi = \begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \dots \\ \Psi_n \end{bmatrix}$$

Soit Λ matrice diagonale ($\lambda_1 \dots \dots \lambda_n$) de dimension « n x n » :

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \lambda_n \end{bmatrix}$$

Il est alors possible d'écrire :

$$A \cdot \Phi = \Phi \cdot \Lambda \quad (\text{II-20})$$

$$\Psi \cdot \Phi = 1 \quad \Psi = \Phi^{-1} \quad (\text{II-21})$$

$$\Phi^{-1} \cdot A \cdot \Phi = \Lambda \quad (\text{II-22})$$

La réponse libre du système est donnée par :

$$\frac{\partial \Delta x}{\partial t} = A \cdot \Delta x \quad (\text{II-23})$$

Soit la variable « z » telle que :

$$\Delta x = \Phi \cdot z \quad (\text{II-24})$$

Depuis (II.23) et (II.24), on obtient :

$$\Phi \cdot \frac{\partial z}{\partial t} = A \cdot \Phi \cdot z \quad (\text{II-25})$$

$$\Rightarrow \frac{\partial z}{\partial t} = \Phi^{-1} \Lambda \cdot \Phi \cdot z \quad (\text{II-26})$$

Au vu de l'équation (II.22) :

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \Lambda \cdot z \quad (\text{II-27})$$

La matrice Λ étant diagonale, cette équation représente « n » équations du premier ordre non couplées.

$$\frac{\partial z_i}{\partial t} = \lambda_i \cdot z_i \quad \text{pour } i=1, \dots, n \quad (\text{II-28})$$

Ces équations ont pour solution :

$$z_i(t) = z_i(0) \cdot e^{\lambda_i t} \quad (\text{II-29})$$

Or $\Delta x(t) = \Phi \cdot z(t)$, soit :

$$\Delta x(t) = [\Phi_1 \dots \Phi_n] x \begin{bmatrix} z_1(t) \\ \dots \\ z_n(t) \end{bmatrix} \quad (\text{II-30})$$

Donc :

$$\Delta x(t) = \sum_{i=1}^n \Phi_i \cdot z_i(0) \cdot e^{\lambda_i t} \quad (\text{II-31})$$

De plus, $z_i(0) = \Psi_i \cdot \Delta x(0)$. Soit C_i le produit scalaire $\Psi_i \cdot \Delta x(0)$. On a donc :

$$\Delta x_i(t) = \Phi_{i1} \cdot C_1 \cdot e^{\lambda_1 t} + \dots + \Phi_{in} \cdot C_n \cdot e^{\lambda_n t} \quad (\text{II-32})$$

L'équation précédente donne l'expression de la réponse libre dans le temps suivant les valeurs propres et les vecteurs propres.

Ainsi, la réponse libre est donnée par une combinaison linéaire de « n » modes dynamiques correspondant aux « n » valeurs propres de la matrice d'état. Le produit scalaire $C_1 = \Psi_i \cdot \Delta x(0)$ représente l'amplitude de l'excitation du $i^{\text{ème}}$ mode.

La caractéristique temporelle d'un mode correspondant à une valeur propre λ_i est donnée par $e^{\lambda_i t}$.

La stabilité du système est déterminée par les valeurs propres comme suit :

- Une valeur propre réelle correspond à un mode non oscillatoire. Une valeur propre réelle négative représente un mode amorti. Une valeur propre réelle

positive représente une instabilité aperiodique. Les valeurs des C_i et des vecteurs propres associés aux valeurs propres réelles sont aussi réelles.

- Les valeurs propres complexes viennent par paires et chaque paire correspond à un mode d'oscillation. Les valeurs des C_i et des vecteurs propres associés sont telles que $x(t)$ soit réelle à tout instant t . Par exemple :

$$(a + j.b). e^{(\sigma-j.\omega).t} + (a - j.b). e^{(\sigma+j.\omega).t} \text{ est de la forme } e^{\sigma.t} . \sin(\omega.t + \theta)$$

La partie réelle de la valeur propre donne l'amortissement. La partie imaginaire donne la pulsation de l'oscillation. Une partie réelle négative représente une oscillation amortie alors qu'une partie réelle positive représente une oscillation d'amplitude croissante et donc une instabilité.

Pour une valeur propre $\lambda = \sigma \pm j.\omega$,

La valeur la fréquence d'oscillation est : $f = \frac{\omega}{2\pi}$

Le taux d'amortissement est $\xi = \frac{-\sigma}{\sqrt{\sigma^2 + \omega^2}}$

Les valeurs propres de la matrice d'état nous permettent donc d'identifier les différents modes d'oscillation présents dans le réseau.

II-4- Facteur de participation :[4]

La matrice de participation P est définie par :

$$P = [P_1 \dots P_n] \text{ avec } P_i = \begin{bmatrix} \Phi_{1i} \cdot \Psi_{i1} \\ \dots \\ \Phi_{ni} \cdot \Psi_{in} \end{bmatrix} \quad (\text{II-33})$$

Φ_{ki} = élément de la $k^{\text{ième}}$ ligne et de la $i^{\text{ème}}$ colonne de la matrice modale Φ .

Ψ_{ik} = élément de la $i^{\text{ème}}$ ligne et de la $k^{\text{ième}}$ colonne de la matrice modale Ψ .

L'élément $P_{ki} = \Phi_{ki} \cdot \Psi_{ik}$ est appelé le facteur de participation. Il permet de mesurer la participation relative de la $k^{\text{ième}}$ variable d'état au $i^{\text{ème}}$ mode d'oscillation et vice-versa.

Les différents facteurs de participation permettent donc d'identifier quelles sont les variables d'état les plus impliquées dans chaque mode d'oscillation. Ils pourront être utilisés pour caractériser les différents modes d'oscillation.

II-5- Commandabilité et observabilité :

Le système a été représenté précédemment par l'équation (II.9).

$$\frac{\partial \Delta x}{\partial t} = A. \Delta x + B. \Delta u$$

$$\Delta y = C. \Delta x + D. \Delta u$$

En utilisant la variable « z » définie par l'équation (II.24), on obtient :

$$\Phi. \frac{\partial z}{\partial t} = A. \Phi. z + B. \Delta u$$

$$\Delta y = C. \Phi. z + D. \Delta u \quad (\text{II-34})$$

Ces équations peuvent être réécrites sous la forme :

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \Lambda. z + B_m. \Delta u$$

$$\Delta y = C_m. z + D. \Delta u \quad (\text{II-35})$$

Avec : $B_m = \Phi^{-1}. B$ et $C_m = C. \Phi$.

La matrice B_m , de dimension « n x r », est appelée matrice de commandabilité. L'élément $B_m(i, j)$ est le facteur de commandabilité du mode λ_i par le signal de sortie y_j . Si la $i^{\text{ème}}$ colonne de la matrice C_m est nulle, le mode correspondant est dit inobservable. [6]

Conclusion :

La théorie des petits signaux nous fournit donc des outils d'étude des phénomènes d'interactions de régulation, les valeurs propres de la matrice d'état, matrice provenant de la représentation linéarisée du système, fournissent un outil d'étude de ces oscillations en termes de fréquences et d'amortissement.

De plus l'utilisation des propriétés liées à ces valeurs propres permet entre autre de mesurer la participation des différentes variables d'état à chaque mode d'oscillation.

Conclusion :

La théorie des petits signaux nous fournit donc des outils d'étude des phénomènes d'interactions de régulation, les valeurs propres de la matrice d'état, matrice provenant de la représentation linéarisée du système, fournissent un outil d'étude de ces oscillations en termes de fréquences et d'amortissement.

De plus l'utilisation des propriétés liées à ces valeurs propres permet entre autre de mesurer la participation des différentes variables d'état à chaque mode d'oscillation.

CHAPITRE III

III- APPLICATION DE LA METHODE D'ANALYSE DE LA STABILITE EN PETITES PERTURBATIONS

III-1- Introduction :

Le problème principal dans l'analyse de la stabilité des systèmes électriques consiste dans la détermination des conditions de fonctionnement en synchronisme des machines synchrones. Par conséquent, la modélisation mathématique des régimes dynamiques de la machine synchrone présente une importance fondamentale dans l'étude de la stabilité.

Ce paragraphe présente le modèle électromécanique classique de la machine synchrone.

L'équation du mouvement, ainsi qu'un modèle électromagnétique simplifié qui couvre un domaine large d'analyse préliminaire de la stabilité aux petites perturbations et de la stabilité transitoire.

III-2- Le modèle électromécanique et électromagnétique simplifié de la machine synchrone

III-2-1-Modèle électromagnétique de la machine synchrone. Equation de mouvement électromécanique

L'équation « de mouvement » décrit l'accélération / décélération de rotor du générateur synchrone et de la turbine primaire lors de l'apparition d'un déséquilibre entre le couple mécanique et le couple électromagnétique.

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = T_a^a = T - T_e^a \quad (\text{III-1})$$

Où : J est le moment d'inertie de la turbine et du générateur [kg.m²]

ω_m : la vitesse angulaire du rotor [radians mécaniques /s]

T_a^a : le couple d'accélération [N.m]

T_m^a : le couple mécanique [N.m]

T_e^a : le couple électromagnétique [N.m]

t : le temps [s]

En définissant la constante d'inertie H comme étant l'énergie cinétique du rotor (en joule = watt. seconde) rapportée à la puissance apparente de base (S_b en VA) :

$$H = \frac{1}{2} \frac{J \omega_{0m}^2}{S_b} \text{ [s]} \quad (\text{III-2})$$

Où ω_{0m} est la vitesse angulaire nominale du rotor (en radian mécanique /s) et par l'introduction de la relation (III-2) en (III-1) on obtient :

$$\frac{2H}{\omega_{0m}^2} \cdot S_b \cdot \frac{d\omega_m}{dt} = T_m^a - T_e^a$$

Ou :

$$2H \frac{d}{dt} \left(\frac{\omega_m}{\omega_{0m}} \right) = \frac{T_m^a - T_e^a}{S_b / \omega_{0m}} \quad (\text{III-3})$$

La partie droite de l'équation (III -3) représente la différence des couples en unités réduites. approximativement égale à la différence entre la puissance mécanique et la puissance électromagnétique en p.u:

$$\frac{T_m^a - T_e^a}{S_b / \omega_{0m}} = T_a = T_m - T_e \cong P_m - P_e \quad [\text{p.u}]$$

Où : T_m, T_e sont exprimés en p.u. de couple ;

P_m, P_e en p.u. de puissance (rapportées à S_b)

Dans la partie gauche de l'équation (III.3), on tient compte du fait que :

$$\frac{\omega_m}{\omega_{0m}} = \frac{\frac{\omega_r}{P}}{\frac{\omega_0}{P}} = \frac{\omega_r}{\omega_0}$$

ω_r : la vitesse angulaire du rotor en [radian électrique/s]

ω_0 : la vitesse angulaire nominale du rotor [radian électrique/s]

p : le nombre de paires de pôles du générateur synchrone

Il en résulte de (III-3) :

$$2H \frac{d}{dt} \left(\frac{\omega_r}{\omega_{0m}} \right) = T_a = T_m - T_e \cong P_m - P_e \quad \text{(III-4)}$$

Si l'on note : $\omega = \frac{\omega_r - \omega_0}{\omega_0}$ Compte tenu du fait que $\frac{d}{dt} \left(\frac{\omega_r}{\omega_0} \right) = \frac{d\omega}{dt}$,

Il en résulte : $2H \cdot \frac{d\omega}{dt} = T_m - T_e \cong P_m - P_e \quad \text{(III-5)}$

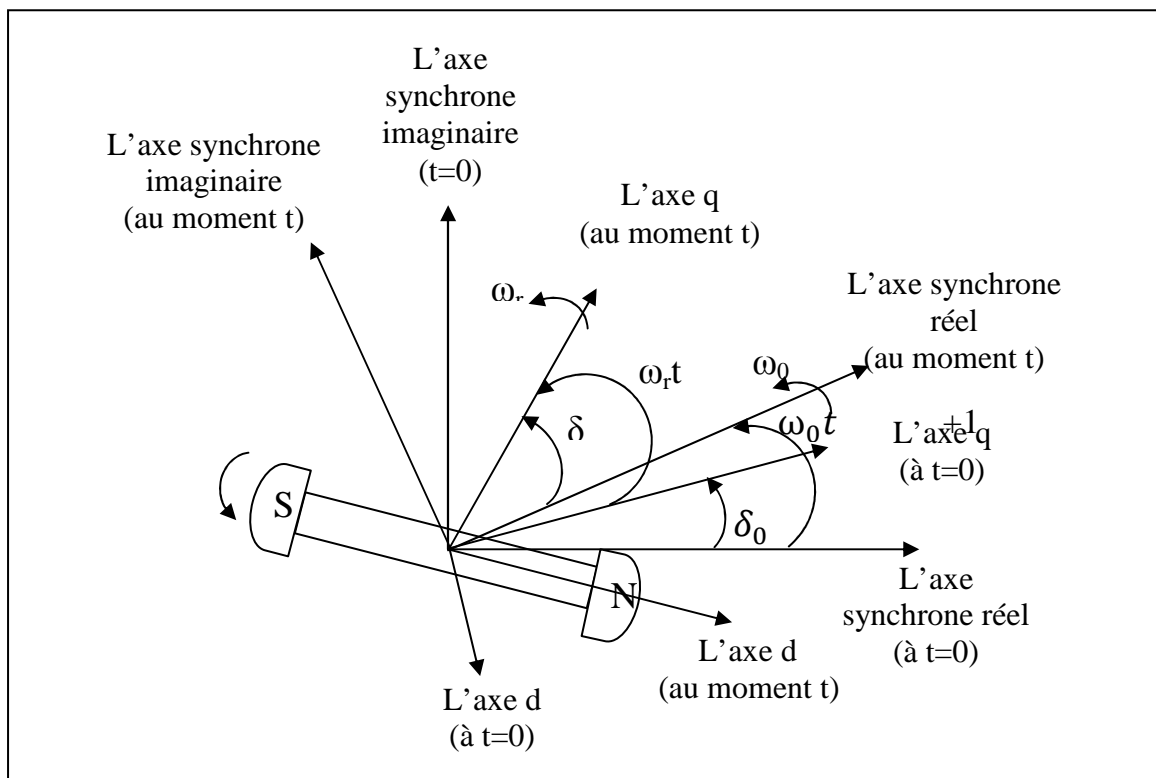


Figure.III.1. a) Définition des axes

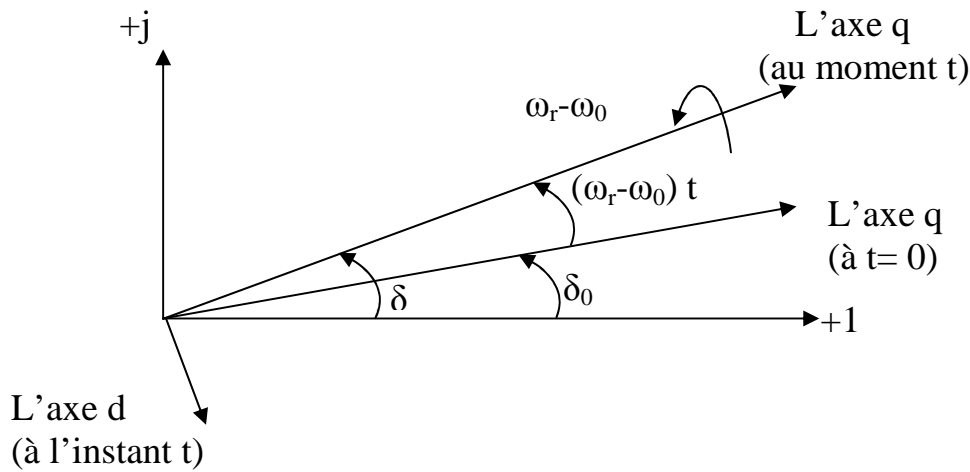


Figure.III.2. Définition des angles

Observations :

- Le système de référence synchrone tourne à la vitesse angulaire constante ω_0 ; le système (d, q) tourne à la vitesse angulaire ω_r .
- Le système de coordonnées (+1, +j) est fixe ; le système (d, q) tourne à la vitesse angulaire relative $(\omega_r - \omega_0)$.

On note par δ l'angle qui détermine la position du rotor (en radian électrique) par rapport à un système de référence synchrone et δ_0 sa valeur à :

$$t=0. \delta = \omega_r t - \omega_0 t + \delta_0 = (\omega_r - \omega_0)t + \delta_0$$

$$\text{D'où il en résulte : } \frac{d\delta}{dt} = \omega_r - \omega_0 = \omega_0 \left(\frac{\omega_r - \omega_0}{\omega_0} \right) = \omega_0 \cdot \omega \quad (\text{III-6})$$

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \omega_0 \frac{d\omega}{dt} = \frac{\omega_0}{2H} (T_m - T_e) \quad (\text{III-7})$$

Où :

$$\frac{2H}{\omega_0} \frac{d^2\delta}{dt^2} = (T_m - T_e) \cong P_m - P_e \quad (\text{III-8})$$

D'habitude, l'équation différentielle de mouvement comprend aussi une composante du couple d'amortissement qui s'obtient en ajoutant un terme proportionnel à la variation de vitesse ω respectivement aux équations (III-7) et (III.8).

$$\frac{2H}{\omega_0} \frac{d\omega}{dt} + D \cdot \omega = (T_m - T_e) \cong P_m - P_e$$

$$\frac{2H}{\omega_0} \frac{d^2\delta}{dt^2} + \frac{D}{\omega_0} \frac{d\delta}{dt} = (T_m - T_e) \cong P_m - P_e \quad (\text{III-9})$$

Où : D est un coefficient d'amortissement (p.u)

De l'équation
$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\omega_r}{\omega_0} \right) = \frac{1}{2H} C_a ,$$

On peut définir le temps de lancer du groupe noté par M (en s),comme étant l'intervalle de temps où le générateur partant de l'état de repos arrive à la vitesse angulaire nominale si l'on lui applique un couple d'accélération égale à 1p.u ;on obtient :

$$\frac{\omega_r}{\omega_0} = 1 = \int_0^M \frac{1}{2H} \cdot dt = \frac{M}{2H}$$

Donc il en résulte : M=2H

Le modèle électromagnétique de la machine synchrone se présente sous la forme des équations différentielles suivantes :

$$M \frac{d\omega}{dt} + D\omega = (T_m - T_e) \cong P_m - P_e \quad (\text{III-10})$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega_0 \omega$$

Et :

$$\frac{M}{\omega_0} \frac{d^2\delta}{dt^2} + \frac{D}{\omega_0} \frac{d\delta}{dt} = (T_m - T_e) \cong P_m - P_e$$

III-2-2- Modèle électromagnétique simplifié de la machine synchrone en régime transitoire

On présente un modèle simplifié classique de la machine synchrone, ayant au rotor uniquement l'enroulement d'excitation dans l'axe d et un circuit d'amortissement dans l'axe q. On utilise les équations de Park exprimées dans le système de référence (d,q) propre à chaque machine synchrone, avec les hypothèses précisées antérieurement, et en négligeant le phénomène de saturation magnétique des axes d et q.

-Equation de Park dans l'axe direct :

Les équations des flux magnétiques au stator (Ψ_d) et au rotor (Ψ_f) sont :

$$\begin{aligned}\Psi_d &= -L_d \cdot I_d + L_{md} \cdot I_f \\ \Psi_f &= -L_{md} \cdot I_d + L_f \cdot I_f\end{aligned}\quad (\text{III-11})$$

Où : I_d : est la composante dans l'axe d du courant du stator
 I_f : courant de l'enroulement d'excitation.

L'équation de la composante V_q de la tension aux bornes de la machine (en négligeant la tension de transformation) :

$$V_q = \omega_0 \cdot \Psi_d - R_a \cdot I_q \cong \omega_0 \cdot \Psi_d \quad (\text{III-12})$$

Où : R_a est la résistance de l'enroulement statorique, négligeable pour les générateurs synchrones de grandes puissances.

L'équation des tensions dans les enroulements d'excitation :

$$V_f = R_f I_f + \frac{d\Psi_f}{dt} \quad (\text{III-13})$$

Où : V_f est la tension appliquée à l'enroulement d'excitation.
 R_f est la résistance de l'enroulement d'excitation.

Des équations aux paramètres internes précédentes, on obtient des équations équivalentes aux paramètres externes (qui contiennent des forces électromotrices, des résistances et des constantes de temps) :

$$V_q = -X_d \cdot I_d + E_{Iq}$$

$$V_q = -X'_d \cdot I_d + E'_q$$

$$E_f = -E_{Iq} + T'_{d0} \frac{dE'_q}{dt}$$

Où : $X_d = \omega_0 \cdot L_d$: réactance synchrone longitudinale

$X'_d = \omega_0 \cdot L_d = \omega_0 \left(L_d - \frac{L_{md}}{L_f} \right)$: réactance transitoire longitudinale

$E_f = \omega_0 \cdot L_{md} \frac{V_f}{R_f}$: f.é.m proportionnelle à la tension
d'excitation

$E_{Iq} = \omega_0 \cdot L_{md} I_f$: f.é.m proportionnelle au courant d'excitation

$E'_q = \omega_0 \frac{L_{md}}{L_f} \Psi_f$: f.e.m transitoire proportionnelle au flux de
l'enroulement d'excitation

$T'_{d0} = \frac{L_f}{R_f}$: constante de temps de l'enroulement
d'excitation

Dans les relations (III.11, III.12, III.13) par l'élimination des grandeurs E_{Iq} et I_d , on obtient l'équation différentielle (III.14) qui définit la f.é.m transitoire E'_q :

$$T_d \frac{dE'_q}{dt} + E'_q = \frac{X_d}{X'_d} E_f + \frac{X_d - X'_d}{X'_d} V_q \quad (\text{III-14})$$

Où : $T'_d = T'_{d0} \frac{X_d}{X'_d}$

De l'équation différentielle (III.14) il résulte, par l'intégration numérique, la variation de grandeur E'_q en régime transitoire.

-Equation de Park dans l'axe en quadrature :

Les équations des flux magnétique du stator Ψ_d et du rotor Ψ_{Iq} :

$$\begin{aligned}\Psi_q &= -L_q \cdot I_q + L_{mq} \cdot I_{Iq} \\ \Psi_{Iq} &= -L_{mq} \cdot I_q + L_{Iq} \cdot I_{Iq}\end{aligned}\quad (\text{III-15})$$

Où : I_q est la composante dans l'axe q du courant du stator ;

: I_{Iq} courant du circuit d'amortissement.

L'équation de la composante V_d de la tension aux bornes :

$$V_d = -\omega_0 \Psi_q - R_a I_d \simeq -\omega_0 \Psi_q$$

L'équation des tensions du circuit d'amortissement :

$$0 = R_{Iq} \cdot I_{Iq} + \frac{d\Psi_{Iq}}{dt} \quad \text{où } R_{Iq} \text{ : est la résistance du circuit d'amortissement}$$

*À partir des équations (III.11) à (III.12) on obtient les équations aux paramètres externes :

$$V_d = X_q \cdot I_q + E_{Id} \quad (\text{III-16})$$

$$V_q = X'_q \cdot I_q + E'_d \quad (\text{III-17})$$

$$0 = E_{Id} + T'_{q0} \frac{dE'_d}{dt} \quad (\text{III-18})$$

Où : $X_q = \omega_0 \cdot L_q$ est la réactance synchrone transversale,

$$X'_q = \omega_0 \cdot L'_q = \omega_0 \left(L_q - \frac{L_{mq}^2}{L_{Iq}} \right) \quad \text{: la réactance transitoire transversale}$$

$$E_{Id} = -\omega_0 L_{mq} I_{Iq} \quad \text{: la f.e.m proportionnelle au courant } I_{Iq}$$

$$E'_d = -\omega_0 \frac{L_{mq}}{L_{Iq}} \Psi_{Iq} \quad \text{: la f.e.m transitoire proportionnelle aux flux}$$

du circuit d'amortissement

$$T'_{q0} = \frac{L_{Iq}}{R_{Iq}} \quad \text{: la constante de temps de l'enroulement}$$

d'amortissement

Par l'élimination des grandeurs E_{Iq} et I_q des les équations (III-16) à (III-18) on obtient l'équation différentielle qui définit la f.e.m E'_d :

$$T'_q \frac{dE'_d}{dt} + E'_d = \frac{X_q - X'_d}{X_q} V_d \quad (III-19)$$

D'où il résulte par intégration numérique, la variation de la grandeur E'_d en régime transitoire.

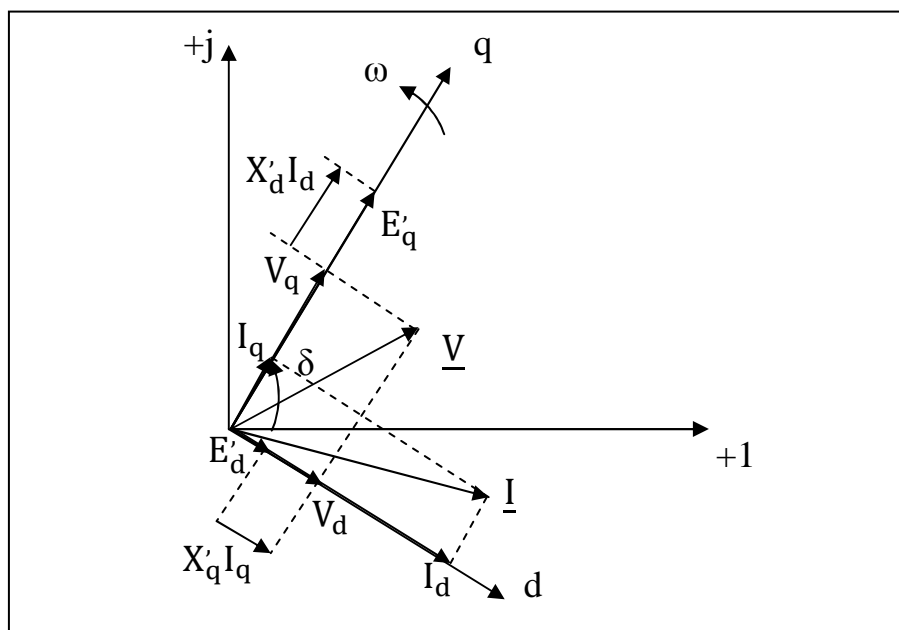


Fig. III.3. Représentation vectorielle des tensions et des courants en régime transitoire.

La représentation complexe des grandeurs correspondantes du modèle simplifié (fig.III.3) fait apparaitre le système de coordonnées (d,q) propre à chaque machine synchrone qui tourne à la vitesse ω par rapport au système de coordonnées générale (+1,+j).

Etant donné que :

$$V = V_d + jV_q, I = I_d + jI_q, \text{ et } I_d = \frac{E'_q - V_q}{X'_d} \text{ et } I_q = \frac{V_d - E'_d}{X'_q}$$

Il résulte l'expression suivante de la puissance active de la machine synchrone :

$$P_e = \operatorname{Re}(\underline{VI})^* = V_d I_d + V_q I_q = \frac{E'_q V_d}{X'_d} - \frac{E'_d V_q}{X'_q} + V_d \cdot V_q \left(\frac{1}{X'_q} - \frac{1}{X'_d} \right) \quad (\text{III-20})$$

Avec l'hypothèse $X'_d = X'_q$ (on néglige l'anisotropie transitoire) du modèle présenté précédemment on obtient :

$$\begin{aligned} \underline{V} &= V_d + jV_q = (E'_d + X'_q I_q) + j(E'_q - X'_d I_d) \\ &= E'_d + jE'_q - jX'_d (I_d + jI_q) - \underline{E}' = jX'_d \underline{I} \end{aligned} \quad (\text{III-21})$$

Où l'on a noté $\underline{E}' = E'_d + jE'_q$ le vecteur de la f.e.m transitoire derrière la réactance X'_d .

L'utilisation de ce modèle réduit considérablement le volume des calculs nécessaires pour la simulation temporelle du régime transitoire du fait qu'il simplifie le procédé d'interconnexion de la machine synchrone au réseau électrique. On observe que le vecteur \underline{E}' a les composantes E'_d et E'_q qui sont des grandeurs d'état – à variation lente (ne varient pas par à-coups lors de l'apparition de certaines discontinuités dans les réseaux). Par conséquent \underline{E}' est constant en grandeur et position au moment t , le module et son argument ayant les valeurs des instants t .

La relation (III.20) écrit pour chaque machine synchrone avec les équations algébriques des tensions aux nœuds qui définissent le régime de fonctionnement du réseau (dans l'hypothèse de la modalisation des consommateurs par admittances constantes) permet le calcul direct du régime transitoire aux instants t .

En connaissant le régime de fonctionnement du système électrique à un moment donné, par intégration numérique des équations différentielles (III-14) et (III.19) où l'on introduit $X'_q = X'_d$, ainsi que les équations de mouvement (III.6) on détermine les valeurs des variables d'état E'_q , E'_d , ω , et δ pour chaque machine synchrone à la fin d'un pas d'intégration ; le calcul est poursuivi par la détermination d'un nouveau régime du système électrique suivi du parcours d'un nouveau pas d'intégration etc.

La puissance active d'une machine synchrone, dans ces conditions

($X'_q = X'_d$), l'expression (III.20) devient plus simple :

$$P_e = \frac{E'_q V_d - E'_d V_q}{X'_d} \tag{III.22}$$

La figure III.4 présente le diagramme vectoriel de tension et des courants dans l'hypothèse $X'_d = X'_q$ et le modèle transitoire correspondant à la machine synchrone.

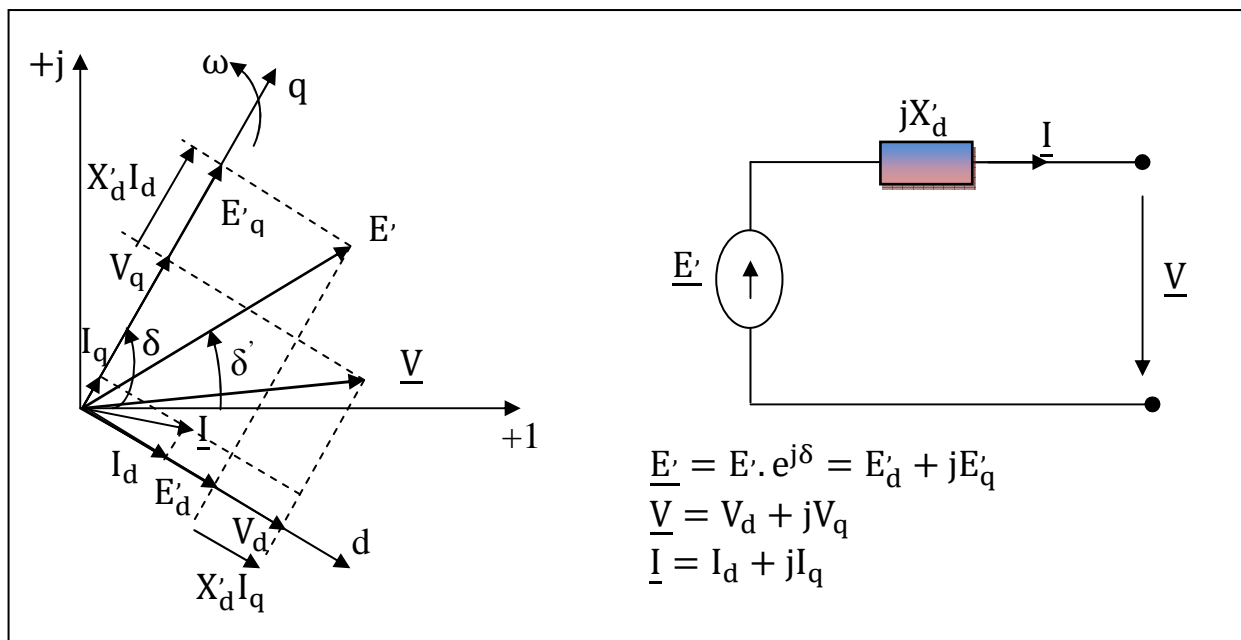


Fig.III.4. Représentation vectoriel et le modèle transitoire de la machine synchrone dans l'hypothèse $X'_d = X'_q$

En général, l'étude de stabilité transitoire sont conduits sur une durée de quelques secondes, intervalle dans lequel on décide de la stabilité ou de l'instabilité du système lors de la première oscillation. Si dans cet intervalle de temps on peut considérer que le flux magnétique Ψ_f et Ψ_{lq} du rotor sont approximativement constants et égaux à ceux du moment antérieur à la perturbation, il résulte une autre hypothèse simplificatrice qui conduit au modèle classique de la machine synchrone pour les calculs de stabilité transitoire.

Dans ce cas les composantes E'_q et E'_d du vecteur \underline{E}' sont constantes sur la courte durée de temps considérée dans les calculs par rapport au système de référence (d,q) propre à chaque machine synchrone ; il en résulte que le vecteur \underline{E}' a une valeur constante et une orientation constante dans le système de référence (d,q) qui tourne à la vitesse ω . Quand la vitesse du rotor se modifie, l'angle δ' du vecteur \underline{E}' par rapport au système de référence générale (+1,+j) peut être utilisé au lieu de l'angle δ comme mesure de modification de la position du rotor.

Il en ressort que le modèle classique de la machine synchrone pour l'analyse de la stabilité transitoire à court terme est formé des équations différentielles électromécaniques mise sous la forme :

$$M \frac{d\omega}{dt} + D\omega = P_m - P_e \quad (\text{III-23})$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega - \omega_0 \quad (\text{III-24})$$

et de l'équation vectoriel $\underline{E}' = E' \cdot e^{j\delta} = V + jX'_d \cdot \underline{I}$, où le module E' est constant sur toute la durée du régime transitoire.

La puissance active de la machine synchrone a l'expression suivante du modèle classique :

$$P_e = \frac{E' \cdot V}{X'_d} \sin \delta'$$

Un autre modèle simplifié de la machine synchrone prend en considération l'existence dans le rotor uniquement de l'enroulement d'excitation (on ne tient pas compte de présence des circuits d'amortissement) ; le modèle est utilisé dans l'analyse dynamique de la stabilité lors des petites perturbations. Le modèle est formé de l'équation différentielle (III.14) qui définit la f.e.m transitoire E'_q , des équations de mouvement (III.6) qui définissent les variable ω et δ ainsi que les équations algébriques (III.25) :

Une forme particulière de ce modèle considéré $E'_q = \text{constante}$ dans des régimes à petites perturbations.

III-3- Etude de la Stabilité aux petites perturbations du générateur synchrone connectée à un réseau de puissance infinie

Ce paragraphe analyse la stabilité du régime de fonctionnement d'un schéma type simple formé d'un générateur synchrone connecté par une réactance externe à un réseau de puissance infini, lors de l'apparition d'une petite perturbation (fig.III.5.b). L'examen de ce cas simple permet de mettre en évidence les concepts de base de la stabilité de la machine synchrone compte tenu des effets de réglage automatique de la tension.

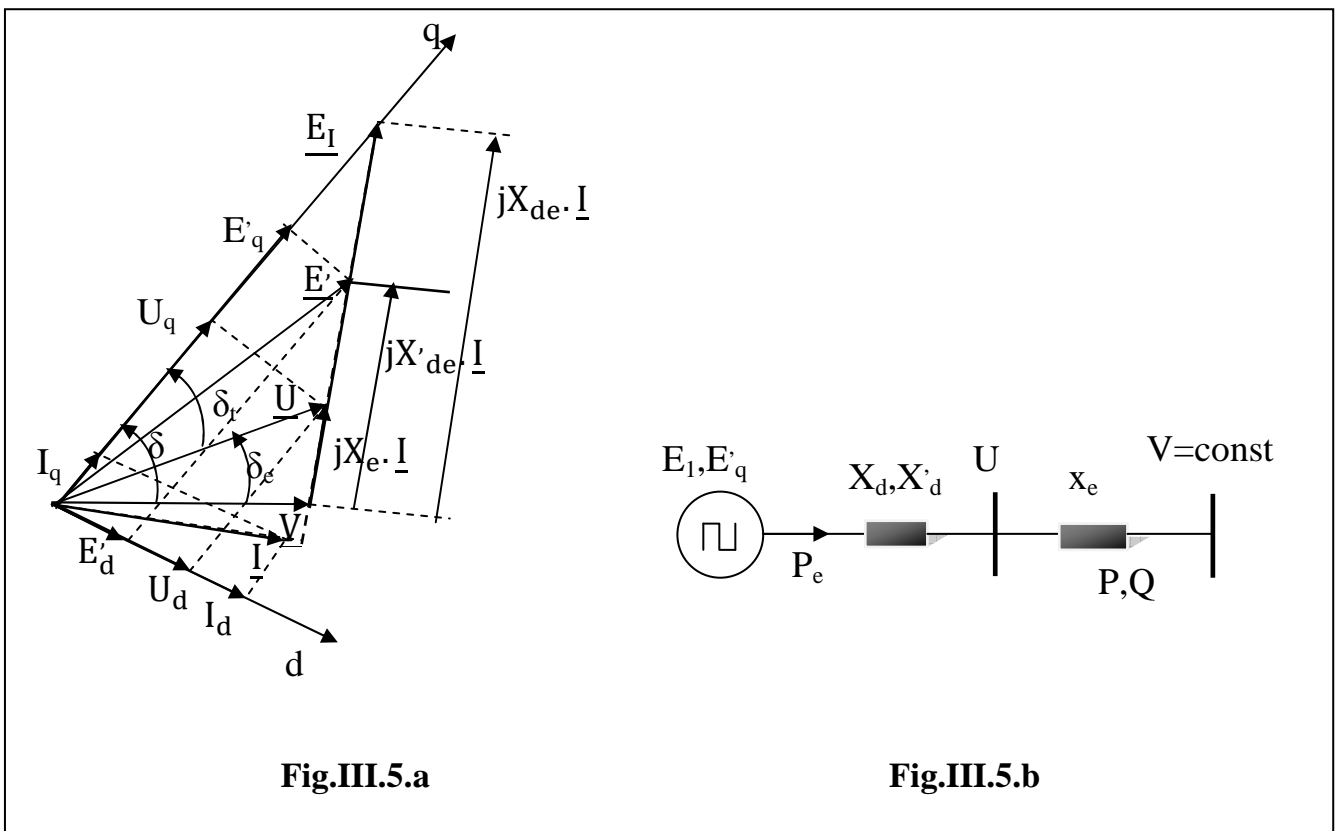


Fig.III.5. Diagramme vectoriel (figure (a)) et schéma de calcul du cas d'un générateur synchrone connecté à un réseau de puissance infini (figure (b)).

L'analyse de la stabilité aux petites perturbations est faite dans les hypothèses suivantes :

On ne prend pas en considération les effets des circuits d'amortissement du rotor, Le générateur synchrone est considéré à pôles lisses c'est-à-dire avec l'égalité $X_q=X_d$;

Le système d'excitation a comme grandeur d'entrée la tension aux bornes du générateur et il est modélisé par une fonction de transfert simple ;

On étudie aussi l'influence sur l'amortissement des oscillations d'un stabilisateur de tension (power système stabiliser-PSS) introduit dans le système d'excitation.

Il en résulte les relations suivantes de calcul conformément au diagramme vectoriel :

$$I_d = \frac{U_q - V \cos \delta}{X_e} = \frac{E'_q - V \cos \delta}{X'_{de}} = \frac{E_I - V \cos \delta}{X_{de}}$$

$$I_q = \frac{V \sin \delta - U_d}{X_e} = \frac{V \sin \delta}{X_{de}}$$

Où : $U_d = V \sin \delta - X_e I_q$; $0 = V \sin \delta - X_{de} I_q$

$$U_q = V \cos \delta + X_e I_d$$
 ; $E'_q = V \cos \delta + X'_{de} I_d$

$$E_t = V \cos \delta + X_{de} I_d$$

Et : $P_e = P = R_e (\underline{V} \underline{I}^*) = V \cdot (\sin \delta) \cdot I_d + V \cdot (\cos \delta) \cdot I_q$

D'où il résulte : $P_e = \frac{E'_q V}{X'_{de}} \sin \delta + \frac{V^2}{2} \left(\frac{1}{X_{de}} - \frac{1}{X'_{de}} \right) \sin 2\delta$ (III-25)

En régime de petites perturbations les équations de mouvement (III-10) sont linéarisées sous la forme :

$$M \frac{d\Delta\omega}{dt} + D \cdot \Delta\omega = \Delta P_m - \Delta P_e$$

$$\frac{d\Delta\delta}{dt} = \omega_0 \cdot \Delta\omega$$
 (III-26)

Dans le système d'équations linéaires (III.26), ΔP_e s'exprime en fonction des variations des grandeurs E'_q et δ en utilisant la relation (III.25).

Il résulte : $\Delta P_e = K_1 \cdot \Delta \delta + K_2 \cdot \Delta E'_q$ (III-27)

Où les constantes K_1 et K_2 sont :

$$K_1 = \left(\frac{\partial P_e}{\partial \delta} \right)_{E'_q = \text{const}} = \frac{E'_q V}{X'_{de}} \cos \delta + \frac{V^2}{2} \left(\frac{1}{X_{de}} - \frac{1}{X'_{de}} \right) \cos 2\delta$$

$$K_2 = \left(\frac{\partial P_e}{\partial E'_q} \right)_{\delta = \text{const}} = \frac{V}{X'_{de}} \sin \delta$$

De la relation (III.19) écrite sous la forme :

$$T_d \frac{dE'_q}{dt} + E'_q = \frac{X'_{de}}{X_{de}} \left(E_f + \frac{X_{de} - X'_{de}}{X'_{de}} V \cos \delta \right)$$

On obtient par linéarisation :

$$T'_d \frac{d\Delta E'_q}{dt} + \Delta E'_q = K_3 (\Delta E_f - K_4 \Delta \delta)$$
 (III-28)

Où : $K_3 = \frac{X'_{de}}{X_{de}}$; $T'_d = T'_{d0} K_3$; $K_4 = \frac{X_{de} - X'_{de}}{X'_{de}} V \sin \delta$

Le système d'excitation du générateur modifie automatiquement la f.e.m. E_f lors de la variation de la tension U aux bornes du générateur ; on considère l'équation différentielle suivante décrivant cette fonction:

$$T_e \frac{dE_f}{dt} + E_f = K_e (U_0 - U)$$

Où : U_0 : la tension de consigne ;

U : la tension aux bornes du générateur ;

K_e, T_e : Le gain statique, respectivement la constante de temps du système d'excitation (qui inclut le générateur automatique de tension).

En régime de petites perturbations par linéarisation, on obtient :

$$T_e \frac{d\Delta E_f}{dt} + \Delta E_f = K_e (\Delta U_0 - \Delta U)$$
 (III-29)

De la relation $U^2 = U_d^2 + U_q^2$ on obtient par linéarisation :

$$\Delta U = \frac{U_d}{U} \Delta U_d + \frac{U_q}{U} \Delta U_q$$

Où les variations des composantes de la tension aux bornes dans les axes d, q, sont données par les relations :

$$\Delta U_d = \frac{X_{de} - X_e}{X_{de}} V(\cos\delta)\Delta\delta$$

$$\Delta U_q = \frac{X_e}{X'_{de}} \Delta E'_q - \frac{X'_{de} - X_e}{X'_{de}} V(\sin\delta)\Delta\delta$$

Des derniers trois relations on obtient : $\Delta U = K_5 \Delta\delta + K_6 E'_q$

$$\text{Où : } K_5 = \left(\frac{\partial U}{\partial \delta} \right)_{E'_q = \text{const}} = \frac{U_d}{U} \frac{X_{de} - X_e}{X_{de}} V \cdot \cos\delta - \frac{U_q}{U} \frac{X'_{de} - X_e}{X'_{de}} V \sin\delta$$

$$K_6 = \left(\frac{\partial U}{\partial E'_q} \right)_{\delta = \text{const}} = \frac{U_q}{U} \frac{X_e}{X'_{de}} m$$

Les équations différentielles (III.27) et (III.29) deviennent :

$$T_e \frac{d\Delta E_f}{dt} + \Delta E_f = K_e [\Delta U_0 - (K_5 \Delta\delta + K_6 \Delta E'_q)] \quad (\text{III-30})$$

Les équations opérationnelles correspondantes aux équations différentielles (III.17), (III.19) et (III.21) qui définissent les variables d'état sont les suivantes :

$$(M_p + D)\Delta\omega = \Delta P_m - K_1 \Delta\delta - K_2 \Delta E'_q$$

$$p\Delta\delta = \omega_0 \Delta\omega$$

$$(T'_d p + 1)\Delta E'_q = K_3 (\Delta E_f - K_4 \Delta\delta) \quad (\text{III-31})$$

$$(T_e s + 1)\Delta E_f = K_e (\Delta U_0 - K_5 \Delta\delta - K_6 \Delta E'_q) ; \text{ où } p \text{ est l'opérateur } \frac{d}{dt}$$

A ces équations correspondent le schéma bloc de la figure III.6

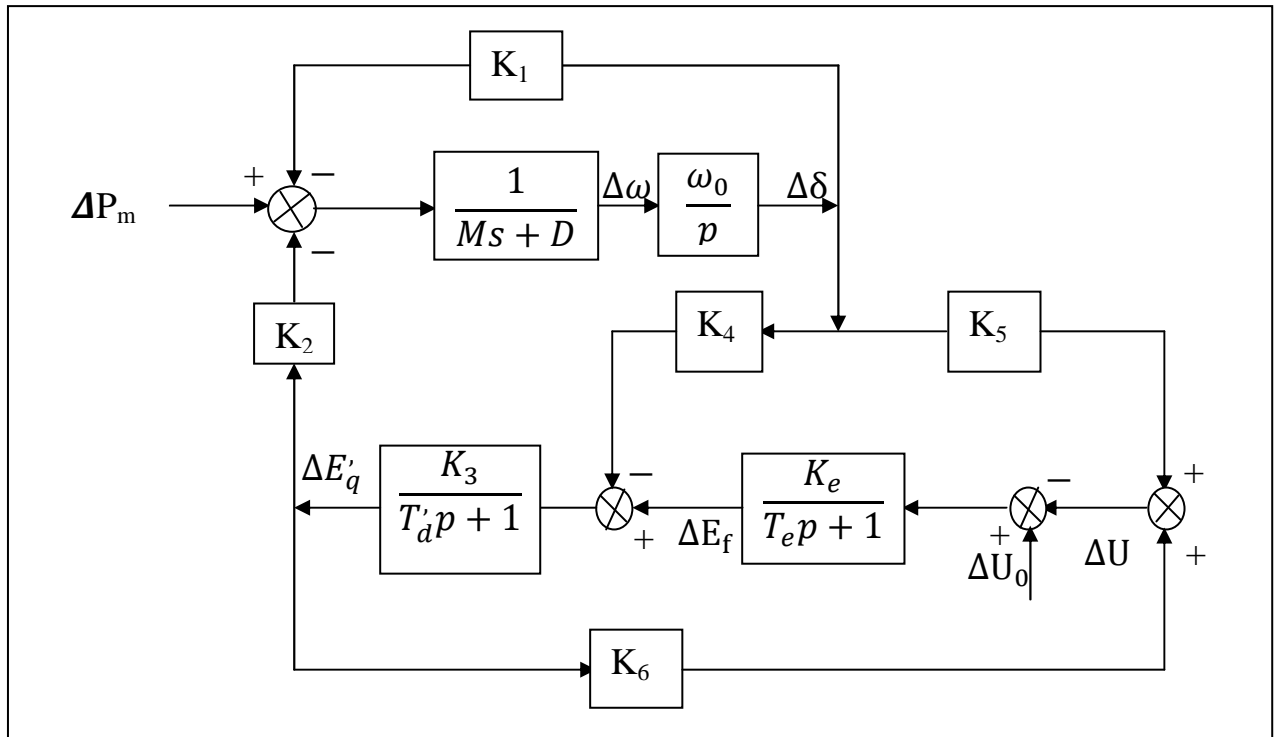


Fig.III.6. Schéma bloc correspondant au régime sous petites perturbation d'un générateur synchrone connecté à un réseau de puissance infini

On examine par la suite quelques cas particuliers.

a. Cas $E'_q = \text{constante}$

Si l'on considère qu'après une faible perturbation, le flux résultant de l'enroulement d'excitation est constant ($E'_q = \text{const.}$) il résulte des équations antérieures :

$$M \frac{d\Delta\omega}{dt} + \Delta D\omega = \Delta P_m - K_1 \cdot \Delta\delta$$

$$\frac{d\Delta\delta}{dt} = \omega_0 \cdot \Delta\omega$$

A ce système de deux équations différentielles correspond le schéma bloc de la figure III.7.

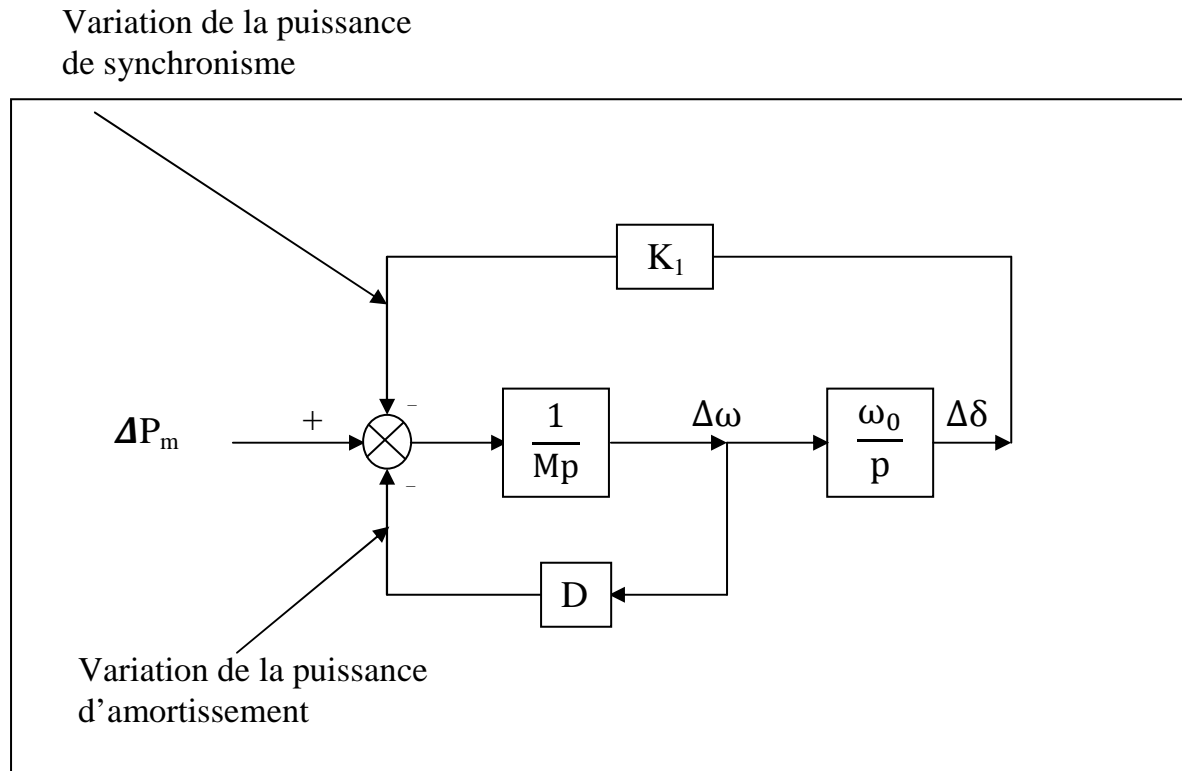


Fig.III.7. Schéma bloc correspond au fonctionnement du générateur synchrone à $E'_q = \text{constante}$.

Dans l'hypothèse où $P_{\text{mec}} = \text{constante}$, on obtient l'équation suivante :

$$[\dot{\Delta x}] = [A] \cdot [\Delta x] \quad [A] = \begin{bmatrix} -\frac{D}{M} & -\frac{K_1}{M} \\ \omega_0 & 0 \end{bmatrix}$$

L'équation caractéristique correspondante est :

$$\det(A - \lambda \cdot I) = \begin{vmatrix} -\frac{D}{M} - \lambda & -\frac{K_1}{M} \\ \omega_0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 + \frac{D}{M} \lambda + \frac{K_1}{M} \omega_0 = 0$$

En l'absence de l'amortissement ($D = 0$), l'équation caractéristique a les racines (valeurs propres) imaginaire si $K_1 > 0$:

$$\lambda_{1,2} = \pm j \sqrt{\frac{K_1 \omega_0}{M}} \equiv j \omega_n \quad \text{Où : } \omega_n \text{ est la pulsation naturelle}$$

En présence d'amortissement ($D \neq 0$), en, général, l'équation caractéristique a les valeurs propres complexes conjuguées :

$$\lambda_{1,2} = \frac{D}{2M} \pm j \sqrt{\frac{K_1 \omega_0}{M} + \left(\frac{D}{2M}\right)^2} \equiv \sigma \pm j \omega$$

Dans ce cas on peut être exprimée sous la forme générale (ou standard) :

$$\xi = -\frac{\sigma}{\sqrt{\sigma^2 + \omega^2}} = \frac{D}{2} \cdot \frac{1}{K_1 \omega_0 / M}$$

L'équation caractéristique peut être exprimée sous la forme générale (ou standard) :

$$\lambda^2 - (\lambda_1 + \lambda_2)\lambda + \lambda_1 \lambda_2 = \lambda^2 + 2\xi \omega_n \lambda + \omega_n^2 = 0$$

Avec les valeurs propres : $\lambda_{1,2} = -\xi \omega_n \pm j \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$

Où : $\omega = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$ représente la pulsation amortie.

b.cas $E_f = \text{constante}$

Ce cas correspond au fonctionnement de la machine synchrone à tension d'excitation constante (sans réglage automatique de tension).

La variation de la puissance produite par le générateur a l'expression suivante :

$$\Delta P_e = K_1 \Delta \delta + K_2 \Delta E'_q$$

Et l'équation opérationnelle qui définit la grandeur $\Delta E'_q$ devient :

$$(T'_d \cdot s + 1) \Delta E'_q = -K_3 K_4 \cdot \Delta \delta$$

Donc il en résulte :

$$\Delta P_e = \left(K_1 - \frac{K_2 K_3 K_4}{1 + sT_d} \right) \cdot \Delta \delta$$

La contribution de la variation $\Delta E'_q$ dans les composantes des puissances de synchronisation et d'amortissement dépend de la fréquence d'oscillation.

- Lors des fréquences très basses $S = j\omega \rightarrow 0$, il en résulte une baisse du coefficient de synchronisation qui devient :

$$K = K_1 - K_2 K_3 K_4$$

En effectuant les calculs nécessaires on obtient : E_1

$$K = \left(\frac{\partial P_e}{\partial \delta} \right) E_1 = \text{cte} = \frac{E_1 V}{X_{de}} \cos \delta$$

Avec la signification :

K : est le coefficient de synchronisation calculé dans l'hypothèse $E_1 = \text{constante}$ (f.e.m derrière la réactance X_{de}), la condition $K > 0$ correspond au critère $\delta < 90^\circ$ (la stabilité naturelle du générateur).

Lors des fréquences d'oscillations beaucoup plus grandes que $\frac{1}{T_d}$ il résulte :

$$\Delta P_e \simeq - \frac{K_2 K_3 K_4}{j\omega T_d'} \Delta \delta = j \frac{K_2 K_3 K_4}{\omega T_d'} \Delta \delta.$$

Cette composante de la puissance est déphasée à 90° avant $\Delta \delta$ donc en phase avec $\Delta \omega$, il résulte une composante positive de la puissance d'amortissement à une fréquence typique d'oscillation de 1 Hz l'effet cumulé de la considération de l'équation de l'enroulement d'excitation du générateur (en négligeant le réglage automatique de tension) est :

La réduction coefficient de synchronisme depuis K_1 à K et l'accroissement du coefficient d'amortissement, au cas où K devient négatif l'instabilité a un caractère quasi-apériodique.

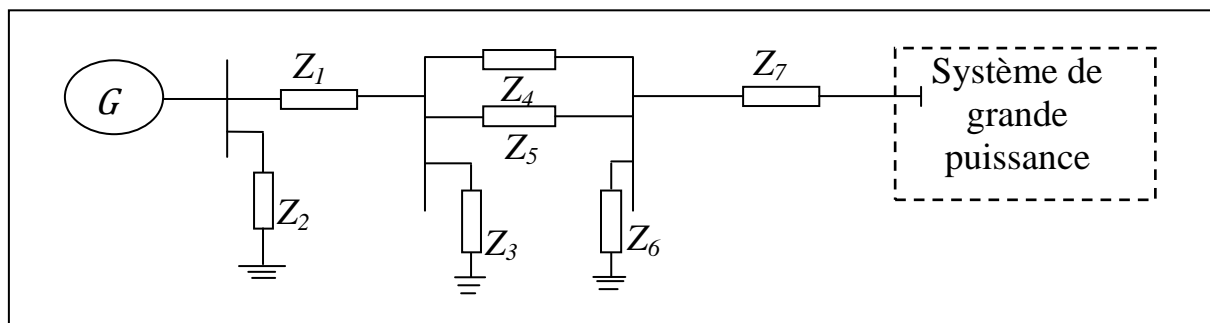
III-4- Exemple de calcul de la stabilité en petits signaux d'une machine synchrone connectée à un réseau de puissance infinie

III-4-1- Introduction :

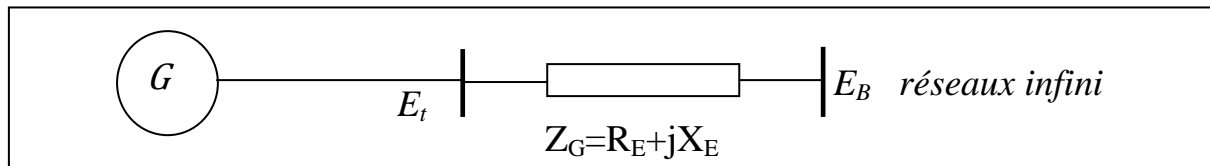
Nous étudions les performances en petits signaux d'une machine synchrone connectée à un système de grande puissance à travers des lignes de transmission.

L'analyse des systèmes ayant des configurations simples est entièrement utile dans la compréhension des effets et des concepts de base.

Une configuration du système est montrée dans la figure III-8-a



a- configuration générale.



b- système équivalent.

Figure III-8

Pour l'analyse, le système, doit être réduit à la forme de la figure III-8-b en utilisant l'équivalence de Thevenin du réseau de transmission entre la machine et le réseau adjacent.

En raison de la dimension relativement grande du système auquel la machine est connectée, la dynamique associée à la machine ne causera aucun changement dans la tension et la fréquence de la f.e.m de Thevenin E_B .

Une telle source de tension constante et de fréquence constante est assimilée à un réseau infini.

Pour toute condition donnée du système, la grandeur de la tension du réseau infinie E_B reste constante quand la machine est perturbée. Cependant quand les conditions du système en régime permanent changent, la grandeur de E_B doit changer, représentant un changement des conditions de fonctionnement du réseau externe.

Dans ce qui suit, nous analysons, la stabilité en petits signaux du système de la figure 1-b avec une machine synchrone représentée par des modèles à débit variable. Nous commençons avec un modèle classique et graduellement on ajoute le détail du modèle en tenant compte des effets de la dynamique du circuit du champ, du système d'excitation et des amortisseurs.

Dans chaque cas, nous développerons les expressions, pour les éléments des matrices d'états comme fonction explicite des paramètres du réseau.

Cela aide à rendre claire les effets de divers facteurs avec la machine synchrone sur la stabilité du système.

En plus de la représentation dans l'espace d'état et de l'analyse modale, nous utilisons la représentation en schéma synoptique (schémas block) pour l'analyse des caractéristiques de la stabilité du système.

III-4-2- Générateur représenté par le modèle classique :

Avec le générateur représenté par le modèle classique et toutes les résistances négligées, la représentation du système est montrée sur la figure III.9

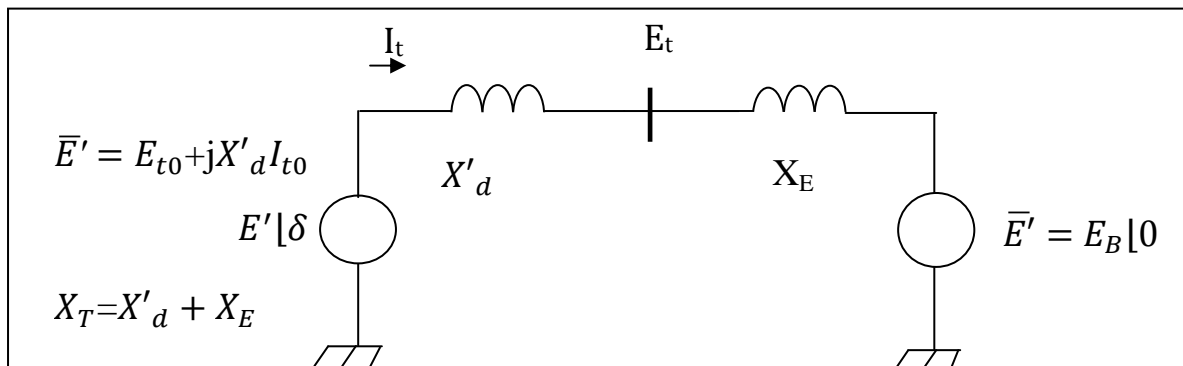


Figure.III-9 : Générateur « Modèle classique »

E' : est la tension derrière X'_d , sa grandeur est supposée rester constante pour des valeurs de pré-perturbation.

δ : angle avec lequel E' avance sur la tension du réseau infini E_B .

Comme le rotor oscille durant une perturbation, δ change

Avec E' comme référence de phase

$$\bar{I}_t = \frac{E' [0 - E_B]_{-\delta}}{jX_T} = \frac{E' - E_B (\cos\delta - j\sin\delta)}{jX_T} \quad (\text{III.32})$$

La puissance complexe derrière X'_d est donnée par :

$$\begin{aligned} \hat{S} &= \hat{P} + j\hat{Q} = \bar{E} \cdot I_t^* \\ \hat{S} &= \frac{\acute{E}E_B \sin\delta}{X_T} + j \frac{E'(\acute{E} - E_B \cos\delta)}{X_T} \end{aligned} \quad (\text{III.33})$$

En négligeant la résistance du stator, la puissance active de la machine synchrone est égale à la puissance terminale.

En unité réduite (p.u), le couple est égal à la puissance active.

$$\text{D'où :} \quad T_e = P_e = \frac{\acute{E} E_B}{X_T} \sin \delta \quad (\text{III.34})$$

En linéarisant autour de la condition initiale de fonctionnement représentée par $\delta = \delta_0$ on aura :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta T_e = \frac{\partial T_e}{\partial \delta} \Delta \delta = \frac{\acute{E} E_B}{X_T} \cos \delta_0 (\Delta \delta) \quad (\text{III.35}) \\ \text{Les équations de mouvement en p.u} \\ p \Delta \omega_r = \frac{1}{2H} (T_m - T_e - K_D \cdot \Delta \omega_r) \quad (\text{III.36}) \\ p \delta = \omega_0 \cdot \Delta \omega_r \quad (\text{III.37}) \end{array} \right.$$

Où : $\Delta\omega_r$: variation de la vitesse en p.u

δ : angle du rotor en radian électrique

ω_0 : vitesse du rotor en rad/s

$p = \frac{d}{dt}$: opérateur différentiel avec t en seconde.

En linéarisant l'équation : $[p \Delta\omega_r = \frac{1}{2H} (T_m - T_e - K_D \cdot \Delta\omega_r)]$

Et en lui substituant ΔT_e donné par l'équation ($\Delta T_e = \frac{\partial T_e}{\partial \delta} \Delta\delta = \frac{E_B}{X_T} \cos\delta_0 \cdot \Delta\delta$)

On obtient : $p \Delta\omega_r = \frac{1}{2H} [\Delta T_m - K_S \Delta\delta - K_D \cdot \Delta\omega_r]$ (III.38)

Où : $K_S = \frac{E_B}{X_T} \cos\delta_0$: coefficient du couple synchronisant (III.39)

En linéarisant l'équation (III.37), on trouve :

$p \Delta\delta = \omega_0 \cdot \Delta\omega_r$ (III.40)

En écrivant l'équation (III.38) et l'équation (III.40) sous la forme matricielle on obtient :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta\omega_r \\ \Delta\delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-K_D}{2H} & \frac{-K_S}{2H} \\ \omega_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\omega_r \\ \Delta\delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2H} \\ 0 \end{bmatrix} \Delta T_m \quad (III.41)$$

L'équation (III.41) est de la forme $X = A\dot{X} + BU$.

Les éléments de la matrice d'état A sont dépendants des paramètres du système : K_D , H, X_T et les conditions initiales de fonctionnement représentées par les valeurs de \dot{E} et δ_0

La représentation par un schéma fonctionnel montré par la figure (III.10) peut être utilisé pour décrire les performances du système en petit signaux .

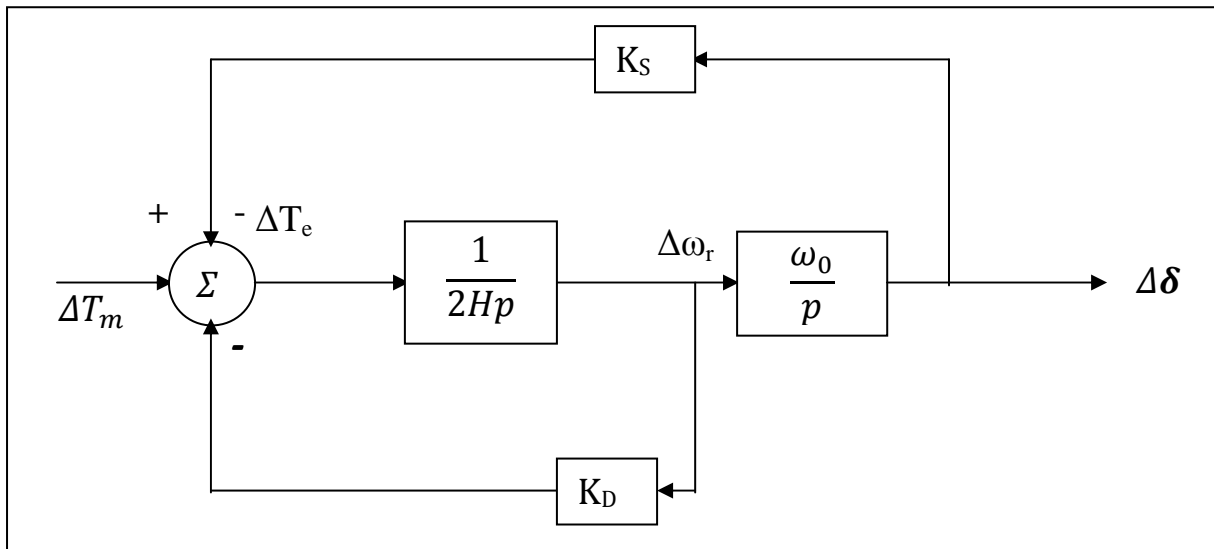


Figure.III-10 : Schéma fonctionnel d'une machine reliée à un réseau infini avec un modèle classique du générateur.

Dans le schéma fonctionnel de la figure (III.10) nous avons :

$$\Delta\delta = \frac{\omega_0}{p} \left[\frac{1}{2Hp} (-K_S\Delta\delta - K_D\Delta\omega_r + \Delta T_m) \right] = \frac{\omega_0}{p} \left[\frac{1}{2Hp} \left(-K_S\Delta\delta - K_D p \frac{\Delta\delta}{\omega_0} + \Delta T_m \right) \right] \quad (\text{III.42})$$

En réarrangeant l'équation (III.41) on trouve :

$$p^2(\Delta\delta) + \frac{K_D}{2H} p \Delta\delta + \frac{K_S}{2H} \omega_0(\Delta\delta) = \frac{\omega_0}{2H} \Delta T_m.$$

Par conséquent l'équation caractéristique est donnée par :

$$p^2 + \frac{K_D}{2H} p + \frac{K_S\omega_0}{2H} = 0 \quad (\text{III.43})$$

Cette équation est de la forme générale :

$$p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2 = 0$$

Par conséquent la pulsation naturelle non amortie est donnée par :

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_S\omega_0}{2H}} \text{ rad/s} \quad (\text{III.44})$$

K_S : Coefficient de synchronisation.

K_D : Coefficient d'amortissement ou coefficient du couple d'amortissement en p.u

$\Delta\omega r$: variation de la vitesse en p.u $\Delta\omega r = \frac{\omega r - \omega_0}{\omega_0}$.

$\Delta\delta$: variation de l'angle du rotor en rad/s

p : opérateur de Laplace (P)

ω_0 : vitesse angulaire nominale du rotor en rad/s $= 2\pi f_0 = 377$ rad/s pour un système à 60hz.

$\omega_0 = 314$ rad/s pour un système à 50 Hz

Et le coefficient d'amortissement est :

$$\xi = \frac{1}{2} \frac{K_D}{2H\omega_n} \quad (\text{III.45})$$

$$\xi = \frac{1}{2} \frac{K_D}{\sqrt{K_S} 2H\omega_0} \quad (\text{III.46})$$

Quand le coefficient du couple synchronisant K_S augmente, la pulsation naturelle augmente et le coefficient d'amortissement diminue.

Une augmentation du coefficient du couple d'amortissement K_D augmente le facteur d'amortissement alors qu'une augmentation de la constante d'inertie décroît aussi bien ω_r que ξ .

III-4-3-Exemple :

Un système représenté par une station de production d'énergie électrique consistant en 4 unités de 555MVA, 24kV ,60Hz est montré sur la figure suivante :

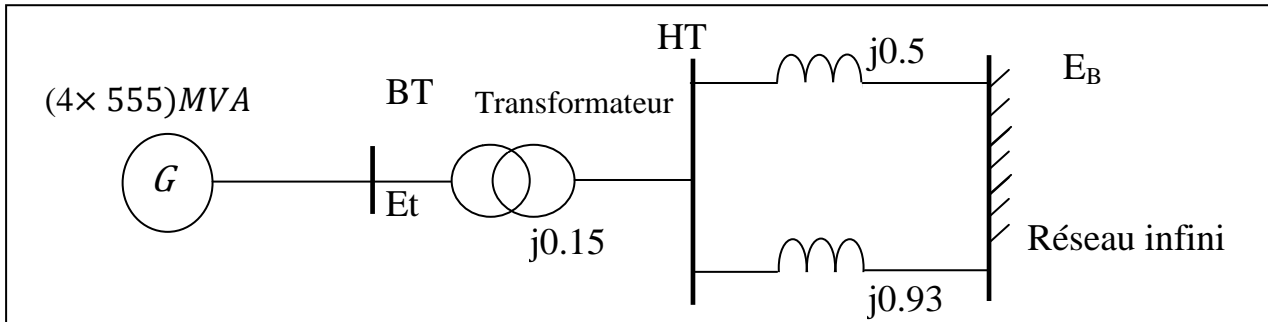


Figure III.11. Schéma équivalent d'une centrale de production d'énergie

Les réactances de la figure.III.11 sont en unités réduites p.u sur la base de $S_b = 2220\text{MVA}$; $U_b = 24\text{kV}$.

Les résistances sont supposées négligeables.

L'objectif de ce système est l'analyse des caractéristiques de la stabilité en petits signaux du système autour de la condition de fonctionnement en régime permanent à la suite de la perte du circuit 2.

$$P=0.9 \quad Q=0.3 \text{ (sur excitée)} \quad E_t=1.0\angle 86^\circ ; \quad E_B= 0.995\angle 0^\circ$$

Les générateurs sont modélisés comme générateurs équivalents représentés par le modèle classique avec les paramètres suivant exprimés en p.u sur $S_b= 2220\text{MVA}$; $U_b = 24\text{kV}$ comme base.

$$X_d = 0.3 \quad H = 3.5 \text{ MW.s/MVA.}$$

Le modèle du circuit qui représente le système dans les conditions de fonctionnement après défaut avec tous les paramètres en p.u sur la base de $S_b = 2220\text{MVA}$, $U_b = 24\text{Kv}$ est le suivant :

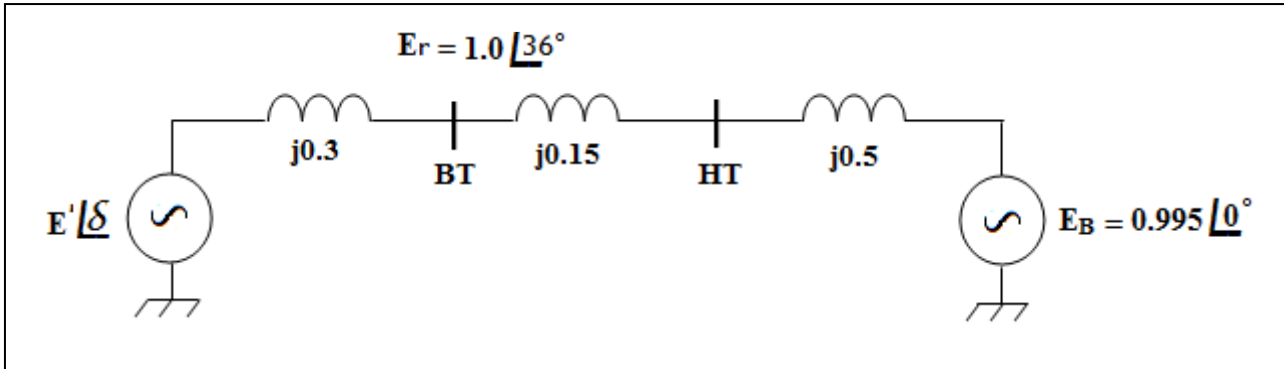


Figure III-12 : Le modèle du circuit après défaut.

Avec E_t comme référence, le courant du stator du générateur est donnée par :

$$\bar{I}_t = \frac{(P+jQ)^*}{\bar{E}_t^*} = \frac{0.9-j0.3}{1.0} = 0.9 - j0.3 \text{ (p.u)}$$

La tension derrière la réactance transitoire est :

$$\bar{E} = \bar{E}_t + jX_d \cdot \bar{I}_t^* = 1.0 + j0.3(0.9 - j0.3) = 1.09 + j0.27$$

$$\bar{E} = 1.123 \angle 13.92^\circ \text{ (p.u)}$$

L'angle avec lequel \bar{E} avance E_B est $\delta_0 = 13.92 + 36 = 49.92^\circ$

La réactance totale du système est :

$$X_T = 0.3 + 0.15 + 0.5 = 0.95 \text{ (p.u.)}$$

Le coefficient du couple synchronisant correspondant est donné par l'équation :

$$K_S = \frac{\bar{E} E_B}{X_T} \cos \delta_0 = \frac{1.123 \cdot 0.995}{0.95} \cos 49.92^\circ$$

$$K_S = 0.757 \text{ p.u}$$

Les équations linéarisés du système sont :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta \dot{\omega}_r \\ \Delta \dot{\delta} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{K_D}{2H} & -\frac{KS}{2H} \\ \omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \omega_r \\ \Delta \delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta T_m \\ &= \begin{bmatrix} -0.143K_D & -0.108 \\ 377.0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \omega_r \\ \Delta \delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.143 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta T_m \end{aligned}$$

Les valeurs propres de la matrice d'état sont données par :

$$\begin{vmatrix} -0.143K_D - \lambda & -0.108 \\ 377.0 & -\lambda \end{vmatrix} = 0 \quad \text{Ou} \quad \lambda^2 + 0.143K_D\lambda + 40.79 = 0$$

Ceci est de la forme : $\lambda^2 + 2\xi\omega_n + \omega_n^2 = 0$

Avec $\omega_n = \sqrt{49.79} = 6.387 \text{ rad/s} = 1.0165\text{Hz}$

$$\xi = \frac{0.143K_D}{2 \cdot 6.387} = 0.0112 \cdot K_D$$

Les valeurs propres sont :

$$\lambda_1 = \lambda_2 = -\xi\omega_n \pm \sqrt{1 - \xi^2}$$

Le tableau suivant donne :

- Les valeurs propres.
- La fréquence amortie de l'oscillation en Hz.
- Le rapport coefficient d'amortissement.
- La fréquence naturelle non amortie.

Pour chaque valeur du coefficient d'amortissement K_D (en p.u) avec :

$$K_D = 0, K_D = -10.0 ; K_D = 10.0$$

K_D	0	+10	-10
Valeur propre λ	$0 \pm j6.39$	$-0.714 \pm j6.35$	$0.714 \pm j6.36$
Fréquence amortie w_d	1.0165 Hz	1.0101 Hz	1.0101 Hz
Fréquence d'amortissement ξ	0	0.112	-0.112
Fréquence naturelle non amortie	1.0165Hz	1.0165Hz	1.0165Hz

Pour $K_D = 10.0$, cherchons les vecteurs propres de droite et de gauche et la matrice de participation.

Les vecteurs propres de droite sont données par : $(A - \lambda I) \Phi = 0$

Pour notre système, avec $K_D = 10$, les équations ci-dessus deviennent :

$$\begin{bmatrix} -1.43 - \lambda_i & -0.108 \\ 337.0 & -\lambda_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{1i} \\ \Phi_{2i} \end{bmatrix} = 0$$

Pour $\lambda = -0.714 + j6.35$ les équations correspondantes sont :

$$\begin{cases} (0.714 + j6.35)\Phi_{11} + 0.108\Phi_{21} = 0 \\ 337.0\Phi_{11} + (0.714 - j6.35)\Phi_{21} = 0 \end{cases}$$

Les équations ci-dessus ne sont pas linéairement indépendantes.

L'un des vecteurs propres correspondant à une valeur propre doit être choisi arbitrairement.

Par conséquent, soit :

$$\Phi_{21} = 1.0 \text{ alors : } \Phi_{11} = -0.0019 + j0.0168$$

De la même manière, les vecteurs propre correspondants à

$$\lambda_2 = -0.714 - j6.35$$

Sont :

$$\Phi_{22} = 1.0 \Rightarrow \Phi_{21} = -0.0019 - j0.0168$$

La matrice modale du vecteur propre de droite est :

$$\Phi = \begin{bmatrix} -0.0019 + j0.0168 & -0.0019 - j0.0168 \\ 1.0 & 1.0 \end{bmatrix}$$

Les vecteurs propres de gauches normalisés sont tels que $\Psi_i \Phi_i = 1.0$ et sont donnés par :

$$\Psi = \Phi^{-1} = \frac{adj(\Phi)}{|\Phi|}$$

$$\Psi = \frac{\begin{bmatrix} 1.0 & -1 \\ 0.0019 + j0.0168 & -0.0019 + j0.0168 \end{bmatrix}}{(0.0019 + j0.0168 + 0.0019 + j0.0168)}$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} -j29.76 & 0.5 - j0.056 \\ j29.76 & 0.5 - j0.056 \end{bmatrix}$$

Matrice de participation est :

$$P = \begin{bmatrix} \Phi_{11} \Psi_{11} & \Phi_{12} \Psi_{21} \\ \Phi_{21} \Psi_{12} & \Phi_{22} \Psi_{22} \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} 0.5 + j0.056 & 0.5 - j0.056 \\ 0.5 - j0.056 & 0.5 + j0.056 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} 0.503[6.4^0] & 0.503[-6.4^0] \\ 0.503[-6.4^0] & 0.503[6.4^0] \end{bmatrix}$$

La réponse temporelle est donnée par :

$$\begin{bmatrix} \Delta\omega r(t) \\ \Delta\delta(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 e^{\lambda_1 t} \\ C_2 e^{\lambda_2 t} \end{bmatrix}$$

Avec : $\Delta\delta = 5^\circ = 0.0873 \text{ rad}$ et $\Delta\omega_r = 0$ à $t = 0$, nous avons donc :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\omega_r(0) \\ \Delta\delta(0) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -j29.76 & 0.5 - j0.056 \\ j29.76 & 0.5 - j0.056 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0.0873 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0.0436 - j0.0049 \\ 0.0436 + j0.0049 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

La réponse temporelle de la variation de la vitesse est :

$$\begin{aligned} \Delta\omega_r(t) &= \Phi_{11}C_1e^{\lambda_1 t} + \Phi_{12}C_2e^{\lambda_2 t} \\ &= (-0.0019 + j0.0168)(0.0436 - j0.0049)e^{(-0.714 + j6.35)t} \\ &\quad + (-0.0019 - j0.0168)(0.0436 + j0.0049)e^{(-0.714 - j6.35)t} \\ \Delta\omega_r(t) &= -0.0015e^{-0.714t} \sin(6.35t) \quad p.u. \end{aligned}$$

La figure suivante montre l'allure de $\Delta\omega_r$ en fonction du temps .

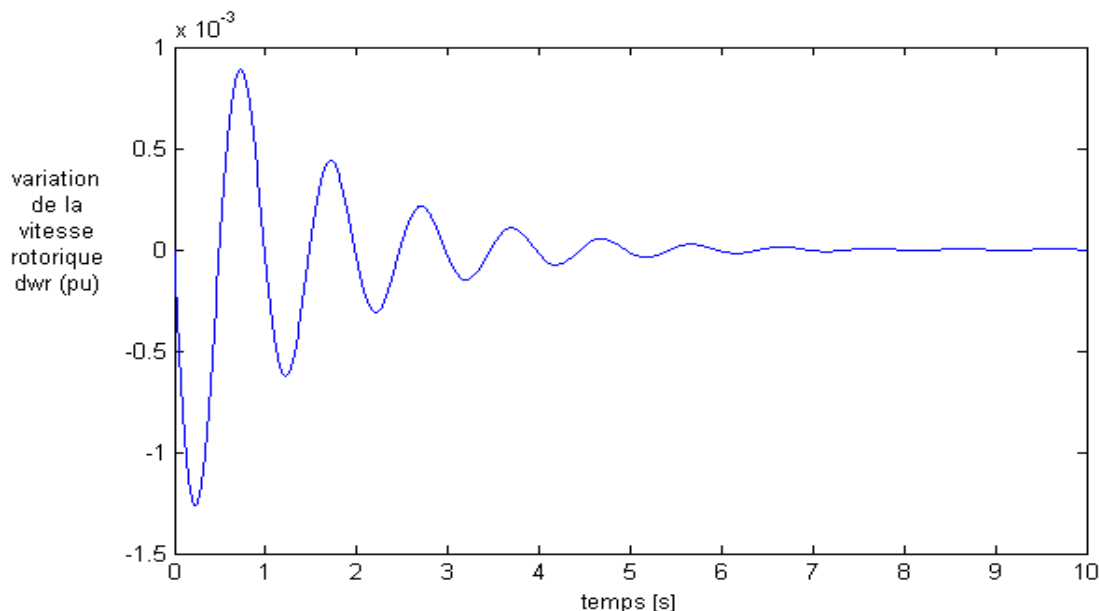


Figure .III.13 : Réponse temporelle de $\Delta\omega_r$ en fonction du temps.

De la même manière, la réponse temporelle de la variation de l'angle du rotor est :

$$\Delta\delta(t) = 0.088e^{-0.714t} \cos(6.35t - 0.112) \text{ rad.}$$

Ceci est système de second ordre avec le modèle oscillatoire de la réponse ayant une fréquence amortie de 6.35 rad/s ou 1.0101Hz.

La figure suivante montre la réponse temporelle de $\Delta\delta$ en fonction de temps.

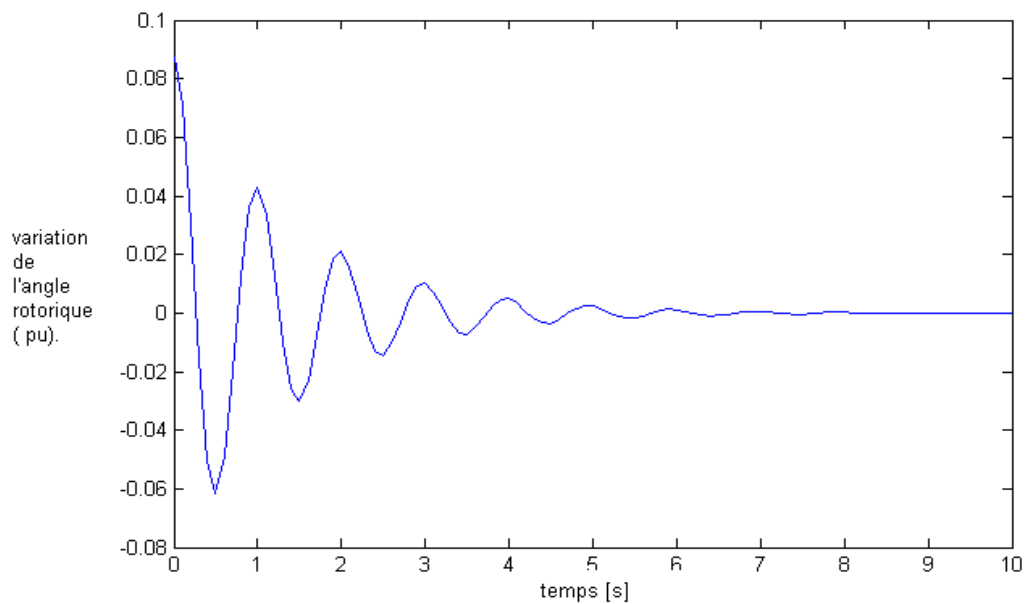


Figure .III.14 : réponse temporelle de $\Delta\delta$ en fonction du temps.

III-4-4-Conclusion :

Dans cet exemple, nous avons appliqué la théorie de la méthode dite « petits signaux » et nous avons illustré comme on l'applique pour l'étude de la stabilité quand il s'agit d'une petite perturbation.

III-5- Effets des dynamiques du circuit du champ de la machine synchrone**III-5-1- Introduction :**

Nous considérons maintenant les performances du système incluant l'effet des variations du flux du champ.

Les effets des amortisseurs seront négligés et la tension du champ sera considérée constante (contrôle manuel de l'excitation).

Dans ce qui suit, nous développerons un modèle d'état du système en réduisant les équations de la machine synchrone en forme appropriée et ensuite les combiner avec les équations du réseau.

Nous exprimerons le temps en secondes, les angles en radians électriques et toutes les autres variables en unités réduites.

-Equations de la machine synchrone :

Comme dans le cas d'un modèle de générateur classique, les équations d'accélération sont :

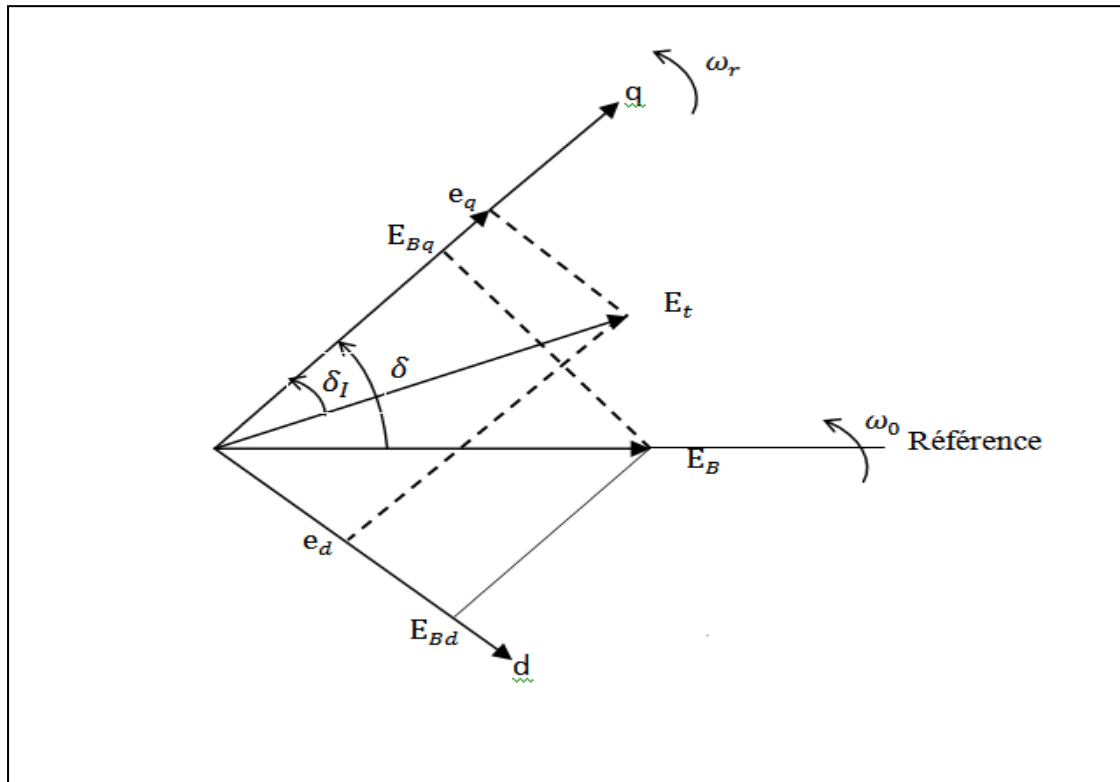
$$\rho \Delta \omega_r = \frac{1}{2H} (T_m - T_e - K_D \Delta \omega_r) \quad (\text{III.47})$$

$$\rho \delta = \omega_0 \Delta \omega_r \quad (\text{III.48})$$

Où: $\omega_0 = 2\pi f_0$ rad elect/s

δ : est l'angle (rad elect) entre l'axe q et le référence E_B .

Comme le montre la figure suivante, l'angle du rotor δ est la somme de l'angle interne δ_i et l'angle entre E_t et E_B .



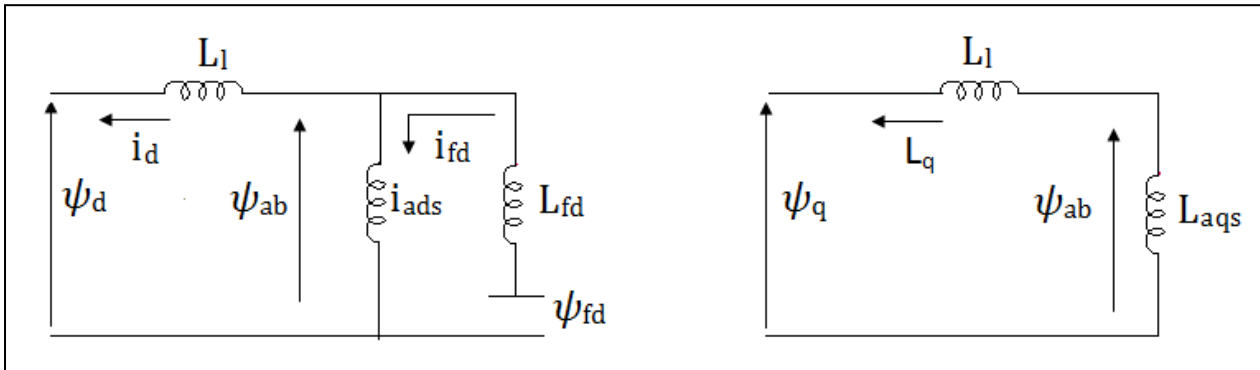
L'équation dynamique du circuit du champ en pu est :

$$\begin{aligned} \rho \Psi_{fd} &= \omega_0 (e_{fd} - \omega_0 R_{fd} i_{fd}) \\ &= \frac{\omega_0 R_{fd}}{L_{adu}} E_{fd} - \omega_0 R_{fd} i_{fd} \end{aligned} \quad (\text{III.49})$$

E_{fd} : tension d'excitation.

$\Delta\omega_r, \delta$, et Ψ_{fd} : sont des variables d'état; cependant les dérivées de ces variables font apparaître les paramètres T_e et i_{fd} qu'on doit exprimer en fonction des variables d'état.

En négligeant les circuits amortisseurs, les circuits équivalents liant les flux, les courants sont :



Les flux du rotor et du stator sont :

$$\begin{aligned} \Psi_d &= -L_1 i_d + L_{ads}(-i_d + i_{fd}) & (III.50) \\ &= -L_1 i_d + \Psi_{ad} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Psi_q &= -L_1 i_q + L_{aqs}(-i_q) & (III.51) \\ &= -L_1 i_q + \Psi_{aq} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Psi_{fd} &= L_{ads}(-i_d + i_{fd}) + L_{fd} i_{fd} & (III.52) \\ &= \Psi_{ad} + L_{fd} i_{fd} \end{aligned}$$

Ψ_{ad} et Ψ_{aq} : sont les flux mutuels dans l'entrefer.

L_{aqs} : valeurs des inductances mutuelles à la saturation.

Le courant du champ peut être exprimé comme suit :

$$i_{fd} = \frac{\Psi_{fd} - \Psi_{ad}}{L_{fd}} \quad (III.53)$$

Le flux mutuel selon l'axe d peut être exprimé en terme de Ψ_{fd} et i_d comme suit :

$$\begin{aligned}\Psi_{ad} &= -L_{ads}i_d + L_{ads}i_{fd} \\ &= -L_{ads}i_d + \frac{L_{ads}}{L_{fd}} (\Psi_{fd} - \Psi_{ad}) \\ &= L'_{ads} \left(-i_d + \frac{\Psi_{fd}}{L_{fd}} \right)\end{aligned}\quad (III.54)$$

$$\text{Où: } L'_{ads} = \frac{1}{\frac{1}{L_{ads}} + \frac{1}{L_{fd}}}\quad (III.55)$$

Puisque il n'ya pas de circuits rotoriques suivant l'axe q, le flux mutuel est donné par :

$$\Psi_{aq} = -L_{aqs}i_d\quad (III.56)$$

Le couple à l'entrefer :

$$\begin{aligned}T_e &= \Psi_d i_q - \Psi_q i_d \\ &= \Psi_{ad} i_q - \Psi_{aq} i_d\end{aligned}\quad (III.57)$$

En négligeant les variations de vitesse, les équations des tensions du stator sont :

$$e_d = -R_a i_d - \Psi_q = -R_a i_d + (L_l i_q - \Psi_{aq})\quad (III.58)$$

$$e_q = -R_a i_q - \Psi_d = -R_a i_q + (L_l i_d - \Psi_{ad})\quad (III.59)$$

En première étape, nous avons exprimé i_{fd} et T_e en fonction de Ψ_{fd} , i_d , i_q , Ψ_{ad} et Ψ_{aq} . Ensuite nous avons exprimé e_d et e_q en fonction de ces variables et seront reliées aux équations du réseau pour exprimer i_d et i_q en fonction des variables d'état.

-Equation du réseau :

Puisqu'il n'y a qu'une seule machine, la machine en plus des équations du réseau peut être exprimé dans un seul référentiel, c'est-à-dire le référentiel d,q.

En se référant à la figure précédente, les tensions sont :

$$\underline{E}_t = e_d + je_q \quad (III.60)$$

$$\underline{E}_B = E_{Bd} + jE_{Bq} \quad (III.61)$$

$$\text{Alors que nous avons } \underline{E}_t = \underline{E}_B + (R_E + jX_E)\underline{I}_t \quad (III.62)$$

$$\text{Donc : } (e_d + je_q) = (E_{Bd} + jE_{Bq}) + (R_E + jX_E)(i_d + ji_q)$$

En décomposant selon chacun des axes d et q.

$$e_d = R_E i_d - X_E i_q + E_{Bd} \quad (III.63)$$

$$e_q = R_E i_q - X_E i_d + E_{Bq} \quad (III.64)$$

Où :

$$E_{Bd} = E_B \sin \delta \quad (III.65)$$

$$E_{Bq} = E_B \cos \delta \quad (III.66)$$

En éliminant e_d , e_q et en utilisant les expressions pour Ψ_{ad} et Ψ_{aq} nous obtenons :

$$i_d = \frac{X_{Tq} \left[\Psi_{fd} \left(\frac{L_{ads}}{L_{ads} + L_{ads}} \right) - E_B \cos \delta \right] - R_T E_B \sin \delta}{D} \quad (III.67)$$

$$i_q = \frac{R_T \left[\Psi_{fd} \left(\frac{L_{ads}}{L_{ads} + L_{fd}} \right) - E_B \cos \delta \right] + X_{Td} E_B \sin \delta}{D} \quad (III.68)$$

Où :

$$\begin{cases} R_T = R_a + R_E \\ X_{Tq} = X_E + (L_{aqs} + L_l) = X_E + X_{qs} \\ X_{Td} = X_E + (L'_{aqs} + L_l) = X_E + X'_{ds} \\ D = R_T^2 + X_{Tq}X_{Td} \end{cases} \quad (\text{III.69})$$

X_{qs} et X'_{ds} sont des valeurs en saturation.

-Equations linéarisées du système :

En petites variations on peut écrire :

$$\Delta i_d = m_1 \Delta \delta + m_2 \Delta \Psi_{fd} \quad (\text{III.70})$$

$$\Delta i_q = n_1 \Delta \delta + n_2 \Delta \Psi_{fd} \quad (\text{III.71})$$

Où :

$$\begin{cases} m_1 = \frac{E_B(X_{Tq} \sin \delta_0 - R_T \cos \delta_0)}{D} \\ n_1 = \frac{E_B(R_T \sin \delta_0 - X_{Td} \cos \delta_0)}{D} \\ m_2 = \frac{X_{Tq} L_{ads}}{D(L_{ads} + L_{fd})} \\ n_2 = \frac{R_T L_{ads}}{D(L_{ads} + L_{fd})} \end{cases} \quad (\text{III.72})$$

En linéarisant les équations (III.54) et (III.56) donnant Ψ_{ad} , Ψ_{aq} on trouve :

$$\begin{aligned} \Delta \Psi_{ad} &= L'_{ads} \left(-\Delta i_d + \frac{\Delta \Psi_{fd}}{L_{fd}} \right) \\ &= \left(\frac{1}{L_{fd}} - m_2 \right) L'_{ads} \Delta \Psi_{fd} - m_1 L'_{ads} \Delta \delta \end{aligned} \quad (\text{III.73})$$

$$\begin{aligned}\Delta\Psi_{aq} &= -L_{aqs}\Delta i_q \\ &= -n_2L_{aqs}\Delta\Psi_{fd} - n_1L_{aqs}\Delta\delta\end{aligned}\quad (III.74)$$

$$\begin{aligned}\Delta i_{fd} &= \frac{\Delta\Psi_{fd} - \Delta\Psi_{ad}}{L_{fd}} \\ &= \frac{1}{L_{fd}}\left(1 - \frac{L'_{ads}}{L_{fd}} + m_2L'_{ads}\right)\Delta\Psi_{fd} + \frac{1}{L_{fd}}m_1L'_{ads}\Delta\delta\end{aligned}\quad (III.75)$$

L'équation linéarisée du couple est :

$$\Delta T_e = \Psi_{ad0}\Delta i_q + i_{q0}\Delta\Psi_{ad} - \Psi_{aq0}\Delta i_d - i_{d0}\Delta\Psi_{aq}$$

On pourra écrire alors :

$$\left\{\begin{array}{l}\Delta T_e = K_1\Delta\delta + K_2\Delta\Psi_{fd} \\ \text{Tel que :} \\ K_1 = n_1(\Psi_{ad0} + L_{aqs}i_{d0}) - m_1(\Psi_{aq0} + L'_{ads}i_{q0}) \\ K_2 = n_2(\Psi_{ad0} + L_{aqs}i_{d0}) - m_2(\Psi_{aq0} + L'_{ads}i_{q0}) + \frac{L'_{ads}}{L_{fd}}i_{q0}\end{array}\right.\quad (III.76)$$

(III.76)

$$K_1 = n_1(\Psi_{ad0} + L_{aqs}i_{d0}) - m_1(\Psi_{aq0} + L'_{ads}i_{q0})\quad (III.77)$$

(III.77)

$$K_2 = n_2(\Psi_{ad0} + L_{aqs}i_{d0}) - m_2(\Psi_{aq0} + L'_{ads}i_{q0}) + \frac{L'_{ads}}{L_{fd}}i_{q0}\quad (III.78)$$

(III.78)

Le système d'équation sera alors :

$$\begin{bmatrix}\Delta\omega_r \\ \Delta\delta \\ \Delta\Psi_{fd}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & 0 & 0 \\ 0 & a_{32} & a_{33}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\omega_r \\ \Delta\delta \\ \Delta\Psi_{fd}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}b_{11} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & b_{32}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta T_m \\ \Delta E_{fd}\end{bmatrix}\quad (III.79)$$

(III.79)

Où :

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{11} = -\frac{K_D}{2H} \\ a_{12} = -\frac{K_1}{2H} \\ a_{13} = -\frac{K_2}{2H} \\ a_{21} = \omega_0 = 2\pi f_0 \\ a_{32} = -\frac{\omega_0 R_{fd}}{L_{fd}} m_1 L'_{ads} \\ a_{33} = -\frac{\omega_0 R_{fd}}{L_{fd}} \left[1 - \frac{L'_{ads}}{L_{fd}} + m_2 L'_{ads} \right] \\ b_{11} = \frac{1}{2H} \\ b_{32} = \frac{\omega_0 R_{fd}}{L_{adu}} \end{array} \right. \quad (III.80)$$

ΔT_m et ΔE_{fd} dépendent de contrôles de l'excitation et des moteurs. Avec un couple mécanique constant $\Delta T_m = 0$, avec une tension d'excitation constante $\Delta E_{fd} = 0$. [4]

Il est intéressant de comparer les équations d'états ci-dessus avec celles trouver dans la section précédente en supposant un modèle du générateur classique.

C'est-à-dire prendre $R_{fd} = 0$, $R_a = 0$ et $X_q = X'_d$.

Les inductances mutuelles L_{ads} et L_{aqs} sont les valeurs de saturation.

L'analyse en petites variations en tenant compte de la saturation est la suivante.

III-6- Représentation de la saturation dans les études en petites variations

Puisque nous étudions les performances en termes de variation des courants et des flux de couplage, une distinction est faite entre une saturation totale et une saturation croissante.

La saturation totale est associée aux valeurs totales des courants et des flux de couplage.

La saturation croissante est associée aux variations des valeurs des courants et des flux.

Par conséquent, la pente croissante de la courbe de saturation est utilisée pour le calcul, cette saturation est croissante.

En notant $K_{sd(incr)}$ facteur de saturation croissante nous avons :

$$L_{ads(incr)} = K_{sd(incr)} L_{adu} \quad (III.81)$$

On montre que :

$$K_{sd(incr)} = \frac{1}{1 + B_{sat} A_{sat} e^{B_{sat}(\Psi_{at0} - \Psi_{T1})}} \quad (III.82)$$

A_{sat} , B_{sat} , Ψ_{T1} sont des courants dépendants de la caractéristique de saturation (zone de coude de la courbe).

Pour calculer les valeurs initiales des variables du système (noté indice 0), la saturation totale est utilisée.

Pour calculer les valeurs initiales en régime permanent, on suit les étapes du paragraphe précédent.

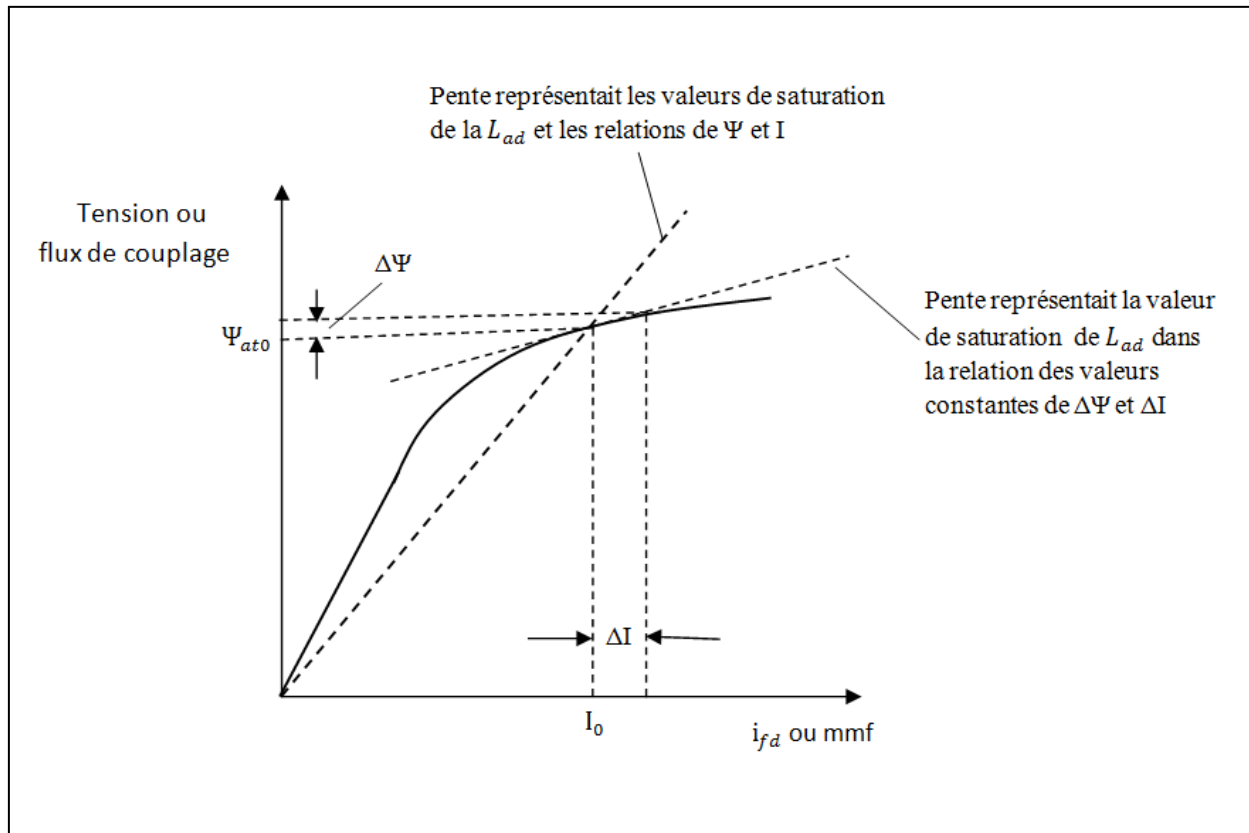


Figure III.16: distinction entre la saturation totale et la saturation croissante (incrémentale)

III-6-1- Procédure pour former les matrices d'état :

- a) Les paramètres de la machine ainsi que les paramètres du réseau suivants sont données pour le régime de fonctionnement permanent

$$P_t \quad Q_t \quad E_t \quad R_E \quad E_t \quad X_E.$$

$$L_d \quad L_q \quad L_e \quad R_a \quad L_{fd} \quad R_{fd} \quad A_{sat} \quad B_{sat} \quad \Psi_{T1}$$

Alternativement E_B peut être spécifié à la place de Q_t et E_t .

- b) La première étape est de calculer les valeurs initiales en régime permanent des variables du système.

I_t , le facteur de puissance $\cos \Phi$.

Le facteur de saturation totale K_{sd} et K_{sq}

$$X_{ds} = L_{ds} = K_{sd} L_{adu} + L_l$$

$$X_{qs} = L_{ds} = K_{sq} L_{aqu} + L_l$$

$$\delta_i = \operatorname{tng}^{-1} \left[\frac{I_t X_{qs} \cos \phi - I_t R_a \sin \phi}{E_t + I_E R_a \cos \phi + I_t X_{qs} \sin \phi} \right]$$

$$e_{d0} = E_t \sin \Delta_i$$

$$e_{q0} = E_t \sin \Delta_i$$

$$i_{d0} = E_t \sin (\delta_i + \phi)$$

$$i_{q0} = E_t \cos (\Delta_i + \phi)$$

$$E_{Bd0} = e_{d0} - R_E i_{d0} + X_E i_{q0}$$

$$E_{Bq0} = e_{q0} - R_E i_{q0} + X_E i_{d0}$$

$$\delta_0 = \operatorname{tng}^{-1} \left(\frac{E_{Bd0}}{E_{Bq0}} \right)$$

$$E_B = \left(E_{Bd0}^2 + E_{Bq0}^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$i_{fd0} = \frac{R_{q0} + R_a i_{q0} + L_{ds} i_{d0}}{L_{ads}} \quad ; \quad E_{fd0} = L_{adu} \cdot i_{fd0}$$

$$\psi_{ad0} = L_{ads} (-i_{d0} + i_{fds})$$

$$\psi_{ad0} = -L_{ads} i_{q0}$$

- c) La prochaine étape est de calculer les facteurs de saturation incrémentale (croissante) et les valeurs de saturation correspondantes de L_{ads} , L_{aqs} , L'_{ads} et ainsi que :

$$R_T, X_{Td}, X_{Tq}, D \text{ des équations (III.69)}$$

$$m_1, m_2, n_1, n_2 \text{ des équations (III.72)}$$

$$K_1, K_2 \text{ des équations (III.77)}$$

- d) Finalement on calcule les éléments de la matrice A des équations (III.80)

III-6-2- Représentation par un schéma bloc :

La figure suivante montre la représentation en schéma bloc des performances en petites variations du système.

Dans cette représentation, les caractéristiques dynamiques du système sont exprimées en termes en prétendant les paramètres K constants.

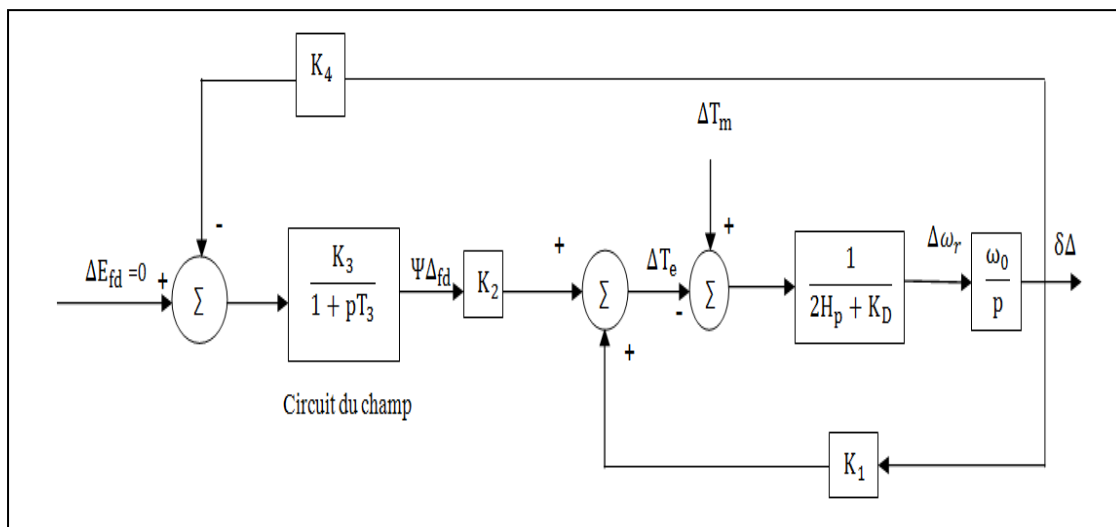


Figure III.17 : représentation en schéma bloc avec $E_{fd} = \text{constante}$.

Le schéma bloc ci-dessus est basé sur les équations suivantes :

L'équation donnant ΔT_e défini précédemment peut être exprimée comme suit :

$$\Delta T_e = K_1 \cdot \Delta \delta + K_2 \Delta \Psi_{fd}$$

Avec :

$$K_1 = \frac{\Delta T_e}{\Delta \delta} \quad \text{avec : } \Psi_{fd} \text{ constant}$$

$$K_2 = \frac{\Delta T_e}{\Delta \Psi_{fd}} \quad \text{avec : } \delta \text{ constant}$$

Les expressions de K_1 et K_2 sont données par les équations précédentes

La composante $K_1\Delta\delta$ en phase avec $\Delta\delta$, par conséquent représente la composante du couple synchronisant.

La composante du couple résultant des variations du champ est donnée par $\Delta\Psi_{fd}$.

La variation de Ψ_{fd} est déterminée par l'équation dynamique du circuit du champ.

$$p\Delta\Psi_{fd} = a_{32}\Delta\delta + a_{33}\Delta\Psi_{fd} + b_{32}\Delta E_{fd}$$

En regroupant les termes impliquant $\Delta\Psi_{fd}$ est en réarrangeant l'équation, on aura :

$$\Delta\Psi_{fd} = \frac{K_3}{1+pT_3} [\Delta E_{fd} - K_4\Delta\delta] \quad (III.83)$$

$$\text{Où : } K_3 = -\frac{b_{32}}{a_{33}}$$

$$K_4 = -\frac{a_{32}}{b_{32}} \quad (III.84)$$

$$T_3 = -\frac{1}{a_{33}} = K T'_{d0} \frac{L_{adu}}{L_{ffd}}$$

III-6-3- Expression des constantes K en forme étendu :

Nous avons exprimé les constantes K en fonction des éléments de la matrice A. dans la littérature elles sont exprimées en fonction des paramètres du système.

Nous avons vu que :

$$K_1 = n_1(a_{d0} + L_{aqs}L_{d0}) - m_1(a_{q0} + L'_{ads}L'_{q0})a_{d0} + L_{aqs}L_{d0} = e_{q0} + R_a L'_{q0} + X_{qs}L'_{d0} = E_{q0} \quad (III.85)$$

E_{q0} : Valeur de la tension derrière

$$\begin{aligned} R_a + jX_{qaq0} + L'_{qds}L'_{q0} &= -L_{aqs}L'_{q0} + L'_{ads}L'_{q0} \\ &= -(X_q - X'_d)L'_{q0} \end{aligned} \quad (III.86)$$

En substituant n_1, m_1 l'expression de K_1 sera :

$$K_1 = \frac{E_B E_{q0}}{D} (R_T \sin \delta_0 + X_{Td} \cos \delta_0) + \frac{E_B L'_d}{D} (X_q - X'_d) (X_{Ta} \sin \delta_0 - R_T \cos \delta_0) \quad (\text{III.87})$$

De la même manière l'expression de K_2 est :

$$K_2 = \frac{R_T}{L_{ads} + L_{fd}} \left[\frac{R_T}{D} E_{q0} + \left(\frac{X_{Tq} (X_{Tq} - X'_d)}{D} + 1 \right) L'_{q0} \right] \quad (\text{III.88})$$

D'après tous ce qui a précédé on peut écrire :

$$\begin{aligned} a_{33} &= -\omega_0 \frac{R_{fd}}{L_{fd}} \left[1 - \frac{L_{ads}}{L_{ads} + L_{fd}} + \frac{X_{Ta}}{D} \frac{L_{ads}}{L_{ads} + L_{fd}} \frac{L_{ads} L_{fd}}{L_{abs} + L_{fd}} \right] \\ &= -\omega_0 \frac{R_{fd}}{L_{abs} + L_{fd}} \left[1 + \frac{X_{Tq}}{D} \frac{L_{abs}^2}{L_{abs} + L_{fd}} \right] \\ &= -\omega_0 \frac{R_{fd}}{L_{abs} + L_{fd}} \left[1 + \frac{X_T}{D} (X_d - X'_d) \right] \end{aligned} \quad (\text{III.89})$$

En substituant ces valeur les expressions de K_3 et T_3 on trouve :

$$K_3 = \frac{L_{ads} + L_{fd}}{L_{ad0}} \frac{1}{1 + \frac{X_{Tq}}{D} (X_d - X'_d)} \quad (\text{III.90})$$

$$\begin{aligned} T_3 &= \frac{L_{abs} + L_{fd}}{\omega_0 R_{fd}} \frac{1}{1 + \frac{X_{Tq}}{D} (X_d - X'_d)} \\ &= \frac{T'_{dos}}{1 + \frac{X_{Tq}}{D} (X_d - X'_d)} \end{aligned} \quad (\text{III.91})$$

Où : T'_{dos} est la valeur de saturation de T'_{d0}

De la même manière on trouve :

$$a_{32} = -\omega_0 \frac{R_{fd} E_B}{L_{fd} D} (X_{Tq} \sin \delta_0 - R_T \cos \delta_0) \frac{L_{ads} L_{fd}}{L_{ads} + L_{fd}}$$

En substituant l'expression précédente dans K_4 on trouve :

$$K_4 = L_{ad0} \frac{L_{ads}}{L_{ads} + L_{fd}} \frac{E_B}{D} (X_{Tq} \sin \delta_0 - R_T \cos \delta_0) \quad (\text{III.92})$$

Si l'effet de saturation est négligé, on trouve :

$$K_4 = \frac{E_B}{D} (X_d - X'_d) (X_{Ta} \sin \delta_0 - R_T \cos \delta_0) \quad (\text{III.93})$$

Si les éléments de la matrice A sont connus, ces constantes K peuvent être calculées directement de ces éléments.

En littérature, $E'_q = \left(\frac{L_{ad}}{L_{ffd}}\right)_{fd}$ est souvent utilisée comme variable d'état à la place de i_{fd} .

En conséquence il faut éliminer $\frac{L_{ad}}{L_{ad} + L_{fd}}$ des expressions K_2 et K_3 .

Le produit $K_2 K_3$ reste cependant le même. [4]

III-7- Effet de la variation du champ sur la stabilité du système :

Nous avons vu d'après le schéma bloc fonctionnel avec la tension du champ constante ($\Delta E_{f0}=0$), les variations des flux du champ sont causées seulement par le retard de $\Delta\delta$ à travers le coefficient K_4 . Cela représente l'effet démagnétisant de la réaction de l'inducteur.

Le changement du couple dans l'entrefer du aux variations du flux causé par les variations de l'angle rotorique est donné par :

$$\frac{\Delta T_e}{\Delta\delta} \Big|_{du \text{ à } \Delta\psi_{fd}} = \frac{-K_2 K_3 K_4}{1+sT_3} \quad (\text{III.94})$$

Les constantes K_2 , K_3 et K_4 sont habituellement positives. La contribution de $\Delta\psi_{fd}$ à la synchronisation et aux composantes du couples d'amortissements dépend de la fréquence d'oscillation.

a) En régime permanent et aux basses fréquences d'oscillation

($p = j\omega \rightarrow 0$) :

$$\Delta T_e \text{ du à } \Delta\psi_{fd} = -K_2 K_3 K_4 \cdot \Delta\delta \quad .$$

La variation du champ du au retour de $\Delta\delta$ (c'est-à-dire du a la variation de l'inducteur) introduit une composante du couple synchronisant négative.

Le système devient instable quand il excite $K_1 \Delta\delta$.

La limite de stabilité en régime permanent est atteinte quand :

$$K_2 K_3 K_4 = K_1$$

b) Aux fréquences d'oscillation supérieures à $\frac{1}{T_3}$

$$\Delta T_e = -\frac{K_2 K_3 K_4}{j\omega T_3} \Delta\delta = \frac{K_2 K_3 K_4}{\omega T_3} j\Delta\delta$$

III-8- Application :

Nous voulons étudier la stabilité en petites variations d'un système de puissance.

On considérera le système de l'application précédente en incluant les effets de la dynamique du circuit du champ du générateur.

Les paramètres des générateurs en pu sont comme suit :

$$\begin{array}{llll} X_d = 1.81 & X_q = 1.78 & X'_d = 0.3 & X_l = 0.16 \\ R_a = 0.003 & T'_{d0} = 8.0s & H = 3.5 & K_D = 0 \end{array}$$

Ces valeurs sont les grandeurs des paramètres avant la saturation.

L'effet de la saturation est représentée en supposant que les axes d et q ont les mêmes caractéristiques de saturation.

Avec :

$$A_{\text{sat}} = 0.031 \qquad B_{\text{sat}} = 6.93 \qquad \Psi_{T1} = 0.8$$

Les effets des amortisseurs peuvent être négligés.

$E_{fd} = \text{cte}$ (contrôle manuel) et le circuit -2- est hors service.

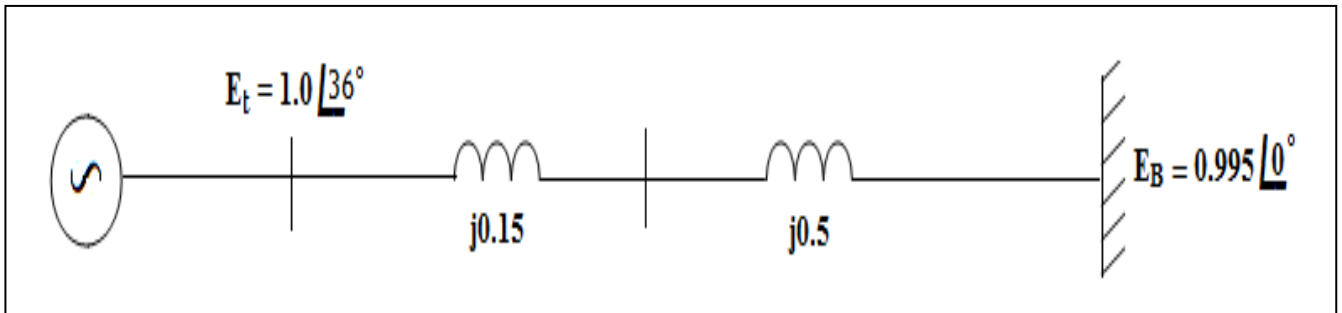
a) On prend $S_b = 2220 \text{MVA}$; $U_b = 24 \text{KV}$ et on a :

$$P = 0.9 \qquad Q = 0.3 \text{ (surexcitée)} \qquad E_t = 1.0$$

i) Calculons les éléments de la matrice A représentant les performances en petites variations du système.

Le système peut être représenté par un générateur dont les paramètres sont ceux de l'application précédente.

Le schéma de la saturation est le suivant :



Le générateur a les paramètres suivants :

$$\begin{array}{lll}
 L_{adu} = 1.65 & L_{aqu} = 1.60 & L_1 = 0.16 \\
 R_a = 0.003 & R_{fd} = 0.0006 & L_{fd} = 0.153
 \end{array}$$

Les valeurs initiales en régime permanent ont été calculées en suivant la procédure résumée dans le présent chapitre.

$$\begin{array}{llll}
 K_{sd} = K_{sq} = 0.8491 & \delta = 43.13^\circ & & \\
 e_{d0} = 0.6836 & e_{q0} = 0.7298 & i_{d0} = 0.8342 & i_{q0} = 0.4518 \\
 \delta_0 = 79.13^\circ & E_{fd0} = 2.395 & K_{sd(incr)} = K_{sd(incr)} = 0.434 &
 \end{array}$$

On trouve aussi :

$$m_1 = 1.0437 \quad m_2 = 0.8802 \quad n_1 = 0.1268 \quad n_2 = 0.0018$$

La matrice d'état sera alors :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -0.1092 & -0.1236 \\ 376.991 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1938 & [-0.4229] \end{bmatrix}$$

i.i) calcul des constantes K_1, K_2, K_3 et K_4 ainsi que T_3 .

$$K_1 = 0.7643$$

$$K_2 = 0.8649$$

$$K_3 = 0.3230$$

$$K_4 = 1.4187$$

$$T_3 = 20365$$

i.i.i) valeurs propres de la matrice A ainsi les vecteurs propres correspondants, la matrice de participation, la fréquence et le rapport d'amortissement du mode oscillatoire.

Les valeurs propres sont :

$$\lambda_1 = -0.11 + j6.4$$

$$\lambda_2 = -0.11 - j6.41$$

$$\lambda_3 = -0.204$$

$$\omega_d = 1.02 \text{ Hz}$$

$$\xi = 0.017$$

La matrice des vecteurs propre de droit est :

$$\phi = \begin{bmatrix} 0.0169 - j0.0014 & 0.0169 + j0.0014 & 0.0004 \\ -0.0988 - j0.9945 & -0.0988 + j0.9945 & -0.7490 \\ 0.0301 - j0.0015 & 0.0301 + j0.0015 & 0.6625 \end{bmatrix}$$

La matrice des vecteurs de gouache est :

$$\Psi = \begin{bmatrix} 29.3884 + j1.9097 & -0.0410 + j0.4992 & -0.0643 + j0.5632 \\ 29.3884 - j1.9097 & -0.0410 - j0.4992 & -0.0643 - j0.5632 \\ -0.26820 & 0.0014 & 1.5126 \end{bmatrix}$$

La matrice de participation est :

$$\begin{array}{ccc} \left[\begin{array}{ccc} 0.501 \angle 1.0^\circ & 0.501 \angle 1.0^\circ & 0.001 \angle 180^\circ \\ 0.501 \angle 1.0^\circ & 0.501 \angle 1.0^\circ & 0.001 \angle 180^\circ \\ 0.017 \angle 94^\circ & 0.017 \angle -94^\circ & 1.002 \angle 0^\circ \end{array} \right] & \begin{array}{l} \Delta w_r \\ \Delta \delta \\ \Delta \psi_{fd} \end{array} \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 \end{array}$$

D'après la matrice de participation, on voit que $\Delta \omega_r$ et $\Delta \delta$ ont une grande participation dans le mode oscillatoire (correspondants aux valeurs propres λ_1 et λ_2). le flux du champ est une grande participation dans le mode non oscillatoire représenté par la valeur propre λ_3 .

iv) Calcul du coefficient du couple synchronisant en régime permanent, l'amortissement et les coefficients du couple à la fréquence d'oscillation du rotor.

- Le coefficient du couple synchronisant en régime permanent du à Δ_{fd} est :

$$\begin{aligned} -K_2 K_3 K_4 &= -0.8649 \times 0.323 \times 1.4187 \\ &= -0.3963 \end{aligned}$$

- Le coefficient du couple synchronisant total en régime permanent est :

$$\begin{aligned} K_s &= K_1 - K_2 K_3 K_4 = 0.7643 - 0.3963 \\ &= 0.3679 \text{ pu couple/rad} \end{aligned}$$

Du schéma bloc on a :

$$\frac{\Delta T_e(s)}{\Delta \delta(s)} \Big|_{\text{du à } \Delta \psi_{fd}} = \frac{-K_2 K_3 K_4}{1+sT_3} = \frac{-K_2 K_3 K_4 (1-sT_3)}{1+s^2 T_3^2}$$

Par conséquent ΔT_e du à Δ_{fd} est :

$$\begin{aligned} \Delta T_e | \Delta \psi_{fd} &= \frac{-K_2 K_3 K_4}{1-s^2 T_3^2} \Delta \delta + \frac{K_2 K_3 K_4 T_3}{1-s^2 T_3^2} s \Delta \delta \\ &= K_s (\Delta \psi_{fd}) \Delta \delta + k_D (\Delta \psi_{fd}) \Delta \omega_r \omega_0 \end{aligned}$$

D'après les valeurs propres, la fréquence complexe des oscillations du rotor est

-0.11+j6.41. Puisque la composante réelle est très petite devant la composante imaginaire, on peut calculer K_s et K_D à la fréquence d'oscillation en mettant

$s = j0.641$ sans grande erreur.

$$K_S(\Delta\psi_{fd}) = \frac{-K_2 K_3 K_4}{1-s^2 T_3^2} = \frac{-0.3963}{1-(j6.41 \times 2.365)^2}$$

$$= 0.00172 \text{ pu couple/rad}$$

$$K_D(\Delta\psi_{fd}) = \frac{K_2 K_3 K_4 T_3 \omega_0}{1-s^2 T_3^2} = \frac{-0.3963 \times 2.365 \times 377}{1-(j6.41 \times 2.365)^2}$$

$$= 1.53 \text{ pu couple/pu vitesse}$$

L'effet de la variation du flux du champ (réaction de l'induit) est ainsi de réduire légèrement le couple synchronisant et d'ajouter une composante du couple d'amortissement.

La composante nette du couple synchronisant est :

$$K_S = K_1 + K_S(\Delta\psi_{fd}) = 0.7643 - 0.000172$$

$$= 0.7626 \text{ pu couple/rad}$$

La seule source d'amortissement est due à la variation du flux du champ, par conséquent le coefficient du couple d'amortissement net est :

$$K_D = K_D(\psi_d) = 1.53 \text{ pu couple/pu vitesse}$$

La fréquence naturelle non amortie est :

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_S \omega_0}{2H}} = \sqrt{\frac{0.7626 \times 377}{2 \times 3.5}} = 6.41 \text{ rad/s}$$

Le taux d'amortissement est :

$$\xi = \frac{1}{2} \frac{K_D}{2\sqrt{K_S 2H\omega_0}} = \frac{1}{2} \frac{1.53}{\sqrt{0.7626 \times 2 \times 3.5 \times 377}} = 0.0171$$

Les valeurs ci-dessus de ω_n et ξ concordent avec celles calculées par les valeurs propres.

b) Déterminons la valeur de P limite (entre ± 0.025 pu) et la valeur correspondante à l'angle du rotor δ au-delà de laquelle le système est instable.

La limite de stabilité est déterminé par l'accroissement de P avec $Q = \frac{P}{3}$ et $E_t = 1.0$ pu (E_B prend des valeurs appropriées pour satisfaire les équations du réseau).

Les résultats avec et sans les effets de saturation sont comme suit :

I-) Avec les effets de saturation :

Les limitations de P (entre ± 0.025 pu) et les conditions du système

Correspondantes en pu sont :

$$P=1.3875 \quad Q=0.4625 \quad E_t = 1.0$$

$$K_B = 1.1413 \quad \delta = 102.6^\circ \quad E_{fd} = 3.3$$

Les constantes K correspondantes sont :

$$K_1 = 0.4566 \quad K_2 = 0.960 \quad K_3 = 0.3028 \quad K_4 = 1.5749$$

Par conséquent, le coefficient du couple synchronisant en régime permanent est :

$$K_s = K_1 - K_2 K_3 K_4 = -0.0014 \text{ pu couple/rad}$$

Les valeurs propres de la matrice d'état du système sont :

$$\lambda_1 = -0.226 + j4.95$$

$$\lambda_2 = -0.226 - j0.00142$$

$$\omega_d = 0.79 \text{ Hz}$$

$$\xi = 0.046$$

Ces paramètres ci-dessus représentent la condition juste avant la limite de la stabilité. Cela est reflété dans la valeur propre réelle qui devient légèrement positive représentant un mode d'insatiabilité à travers un mode non oscillatoire.

II-) Sans les effets de saturation :

La valeur limite de P et les conditions du système correspondantes dans ce cas sont :

$$P = 1.0375 \quad Q = 0.3458 \quad E_t = 1.0$$

$$E_b = 1.0275 \quad \delta = 89.6 \quad E_{fd} = 2.49$$

Les constantes k sont :

$$K_1 = 0.6862 \quad K_2 = 0.9956 \quad K_3 = 0.422 \quad K_4 = 0.1.633$$

Les coefficients du couple synchronisation en régime permanente est :

$$K_s = K_1 - K_2 K_3 K_4 = 0.0001 \text{ pu couple/rad}$$

Les valeurs propres sont :

$$\lambda_1 = -0.162 + j6.08$$

$$\lambda_2 = -0.162 - j0.08$$

$$\lambda_3 = -0.0006$$

$$\omega_d = 0.79 \text{ Hz}$$

$$\xi = 0.027$$

Conclusion :

Le système est sur le bord d'instabilité, l'angle δ du rotor limite est très proche de 90° . Avec E_{fd} constante et la saillance négligée, l'angle du rotor limite sera égale à 90° si les valeurs de L_{ad} et L_{aq} utilisées pour le calcul des conditions de fonctionnement initial sont les mêmes que les valeurs utilisées pour relier les flux croissants et les courants.

Dans le cas (i), quand on a représenté la saturation, nous avons fait une distinction entre la saturation totale et la saturation incrémentale (croissante). Par conséquent l'angle du rotor limite était autour de 102° significativement plus grand que 90° .

L'étude de la stabilité de la machine synchrone en régime de saturation nécessite un modèle mathématique conséquent, même en faisant des hypothèses simplificatrices en négligeant les effets des circuits amortisseurs.

La saturation peut être donc l'objet de toute une étude à elle seule et ainsi pouvoir prendre en compte tous les phénomènes et les paramètres qui apparaissent dans le fonctionnement de la machine synchrone.

CHAPITRE IV

IV- Introduction à la stabilité transitoire :**IV- 1- Introduction :**

La stabilité transitoire est la capacité du système de puissance de maintenir le synchronisme quand il est soumis à une perturbation transitoire telle que les défauts dans les équipements de transmission, perte de génération de puissance ou pertes de grandes charges.

Le régime du système à de telles perturbations impliquant de grands écarts des angles rotoriques de générateurs, des répartitions de puissances, des tensions de ligne et autres variables du système.

La stabilité est influencée par les caractéristiques non linéaires du système de puissance.

Si l'écart angulaire résultant entre la machine du système reste dans certaines limites, le système maintient son synchronisme.

La perte de synchronisme en raison des problèmes de la stabilité transitoire, si elle se produit, sera évidente dans deux à trois secondes après la perturbation initiale.

IV-2- Etude théorique :

L'équation du mouvement peut être écrite comme suit :

$$\frac{2H}{\omega_0} \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_{\max} \sin \delta$$

Où :

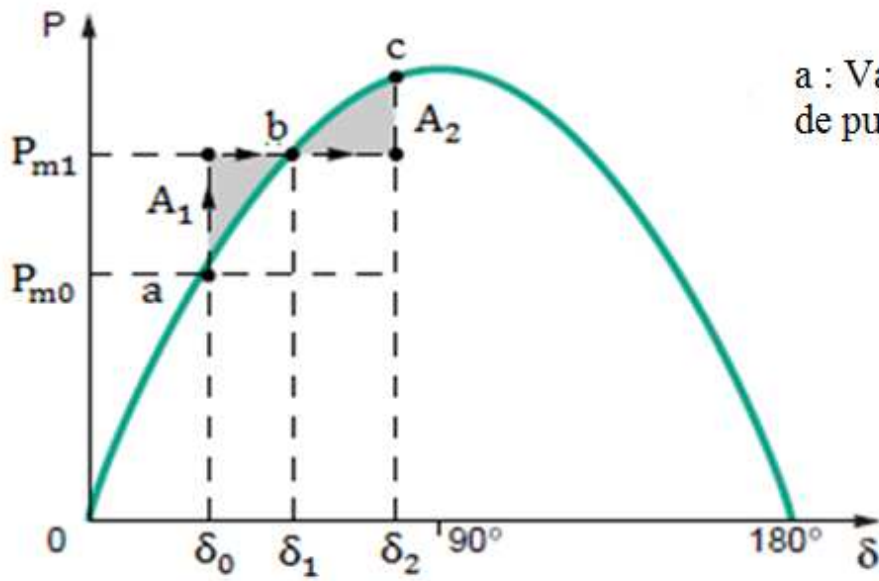
P_m : puissance mécanique en p.u

P_{\max} : puissance électrique maximale en p.u

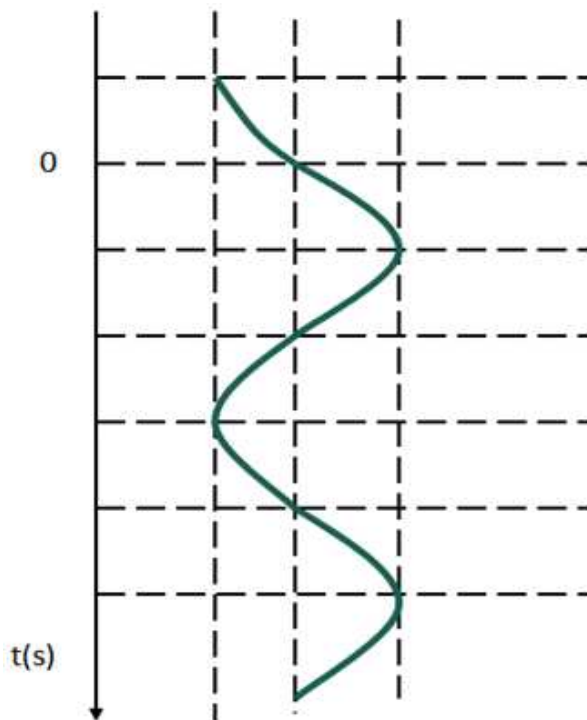
H : constante d'inertie

t : temps

La courbe de la puissance sera :



a : Variation de l'angle de puissance



b: Réponse temporaire de l'angle rotorique

En augmentant soudainement la puissance P_m de P_{m0} à P_{m1} , en raison de l'inertie du rotor, l'angle du rotor δ ne peut pas varier instantanément de la valeur δ_0 à δ_1 correspondant au nouveau point d'équilibre b ou $P_e = P_{m1}$. La puissance mécanique devient plus grande que P_e , cela causera une accélération du rotor du point de fonctionnement en suivant la courbe $P_e(\delta)$.

Quand le point est atteint, l'accélération est nulle mais la vitesse du rotor est supérieure à la vitesse du synchronisme ω_0 (qui correspond à la fréquence du réseau de puissance infinie). D'où l'angle rotorique continue à augmenter.

Pour les valeurs de δ supérieure à δ_1 , P_e est supérieure à P_m , le rotor décélère (ralentie).

A la valeur δ_m , la vitesse du rotor atteint la vitesse synchrone ω_0 , mais P_e est supérieure à P_{m1} .

Le rotor continue à décélérer avec une vitesse inférieure à ω_0 , le point de fonctionnement suit la courbe $P_e(\delta)$ de c à b et ensuite jusqu'à a.

L'angle rotorique δ oscille indéfiniment autour de δ_1 .

Dans notre représentation du système de puissance, l'analyse est faite en négligeant toutes les résistances et en utilisant un modèle classique du générateur.

En effet, nous avons négligés toutes les sources d'amortissement.

IV-3- Partie simulation**IV-3-1- Introduction :**

Nous voulons étudier la dynamique de la machine synchrone en variant un des paramètres d'entrée (dans notre cas on varie la puissance mécanique) et ainsi voir l'évolution des paramètres de la machine comme : le couple, la vitesse, la puissance électrique transmise et surtout l'angle de puissance (l'angle de charge).

Nous utiliserons un modèle simplifiée de la machine synchrone en le représentant uniquement comme une tension en serie avec une réactance synchrone.

Les inductances de magnétisation des inducteurs, de l'induit et des enroulements d'amortissement sont négligées.

L'effet des enroulements amortisseurs est approximé par le facteur K_d .

IV-3-2- Description de la machine synchrone :

Le modèle de la machine utilisée est une source de tension en série avec une impédance R, L qui représente l'impédance interne de la machine.

On prend $R = 0$ (valeur négligeable).

Les équations du mouvement de la machine :

$$\Delta\omega(t) = \frac{1}{2H} \int_0^t (T_m - T_e) dt - K_d \Delta\omega(t)$$

$$\omega(t) = \Delta\omega(t) + \omega_0$$

Avec :

$\Delta\omega$: variation de vitesse

H : constante d'inertie

T_m : couple mécanique

T_e : couple électromagnétique

K_d : facteur d'amortissement

ω : vitesse mécanique du rotor

ω_0 : la vitesse de synchronisme = 1 p.u

❖ Schéma bloc du modèle de la machine :

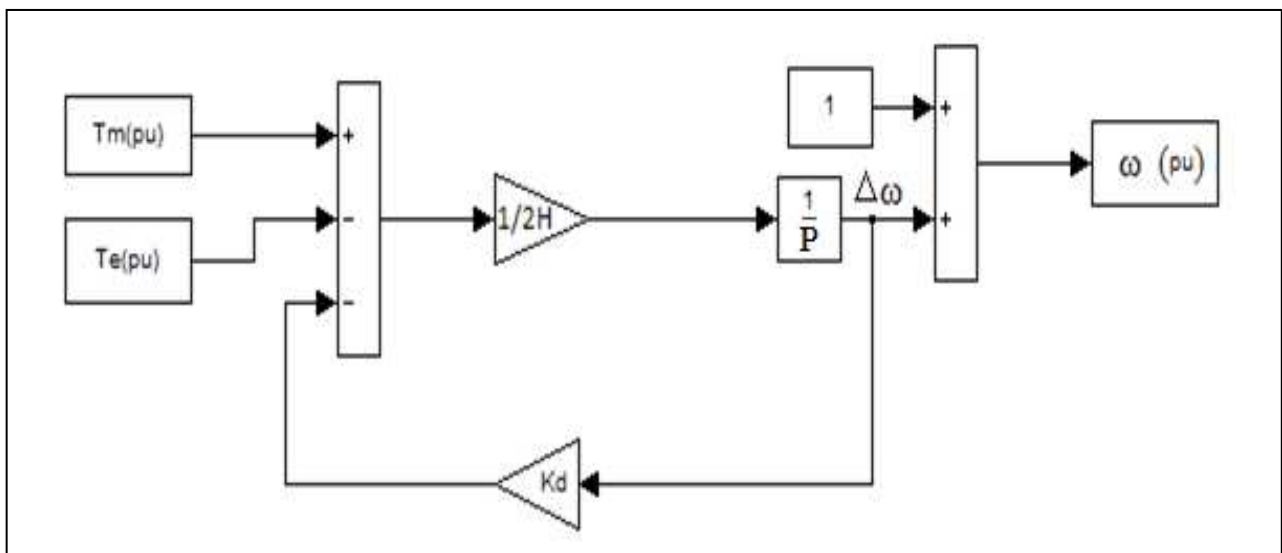


Figure. IV-1 : Modèle de la machine synchrone

Lorsque la machine est connectée à un réseau de puissance infinie, la variation de l'angle delta δ de la machine résultant de la variation de la puissance mécanique P_m qui peut être approchée par la fonction de transfert du second ordre suivante:

$$\delta/P_m = \frac{\frac{\omega_s}{2H}}{p^2 + 2\xi\omega_n + \omega_n^2}$$

Avec :

δ : angle de puissance, angle entre la f.e.m E et la tension à l'extrémité en rad.

P_m : puissance mécanique en p.u

ω_n : fréquence des oscillations électromécaniques

$$\omega_n = \sqrt{\omega_s \cdot P_{\max} / (2H)} \text{ rad/s}$$

ζ : taux d'amortissement

$$\zeta = (K_d/4) \sqrt{2 / (\omega_s \cdot H \cdot P_{\max})}$$

ω_s : fréquence électrique en rad/s

P_{\max} : puissance transmise maximale

$$P_{\max} = V_t \cdot E / X \text{ (pu)} \quad \text{avec : } V_t, E \text{ et } X \text{ en pu}$$

Cette relation est obtenue en prenant $\sin \delta = 1$ qui est variable pour ($\delta < 30^\circ$).

$$K_d = 4\xi \sqrt{\frac{\omega_s \cdot H \cdot P_{\max}}{2}}$$

IV-3-3- Paramètres du système de simulation :

- La Puissance apparente $S_n = 1000 \text{ MVA}$
- La tension $U_n = 315 \text{ KV}$
- La fréquence $f = 60 \text{ HZ}$

IV-3-4- Machine synchrone :

- La machine synchrone est utilisée en générateur
- Résistance interne $R_s = 1.9845 \Omega = 0.02 \text{ pu}$
- Réactance : $X_d = 19.845 \Omega$
- L'inductance : ($L_s = 0.0526 \text{ H}$) C'est-à-dire 0.2 pu

- L'inertie de la machine $J = 168.870 \text{ Kg} / \text{m}^2$
- Constante : d'inertie $H = 3\text{s}$
- Vitesse : $\omega = 2.\pi.f = 2 \times 3.14 \times 60 = 377 \text{ rad/s}$
- La machine comporte 2 paires de pôles
- Vitesse du synchronisme $\omega_s = 2.\pi.\frac{f}{2} = 2 \times 3.14 \times \frac{60}{2} = 188.5 \text{ rad/s}$
 $\omega_s = 1800 \text{ tr/min}$

Une représentation de puissance est effectuée pour initialiser la machine afin de lancer la simulation en régime permanent, la puissance de la machine est $P = 500 \text{ MVA}$.

La f.e.m nécessaire est calculé par $E = 315.10^3 \times 1.0149 = 319.69 \text{ V}$

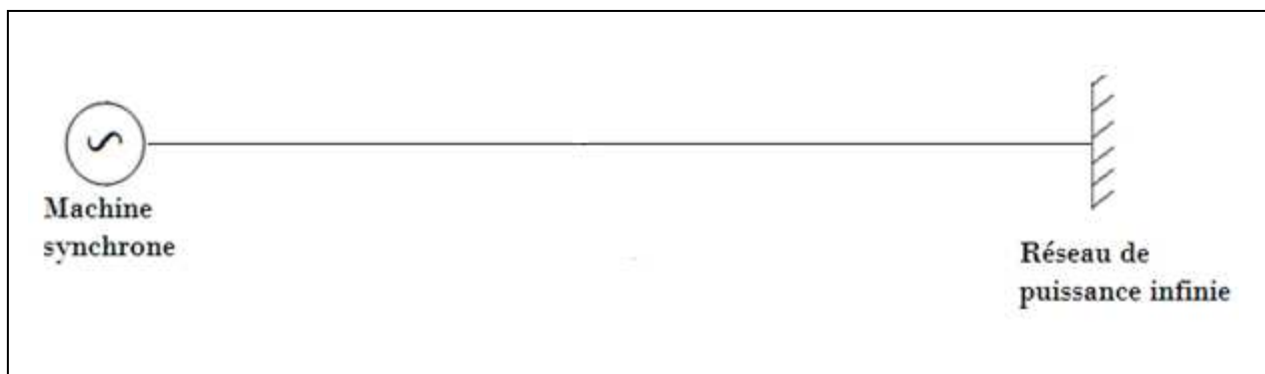
La puissance transmise est de :

$$P_{e \max} = \frac{V_t \cdot E}{X} = \frac{1 \times 1.0149}{0.2} = 5.0745 \text{ pu}$$

En prenant $\xi = 0.3$ la valeur de K_d est :

$$K_d = 4. \xi \sqrt{\omega_s \cdot H \cdot \frac{P_{e \max}}{2}} = 64.3$$

IV-3-5- Système de simulation :



Le système simulé représente une machine synchrone reliée à un nœud infini.

Le nœud infini est une source de fréquence et de tension invariable (en module et en phase). La plus part des nœuds des systèmes énergétiques de très grandes capacités sont approximativement considérés comme des nœuds infinis.

L’inertie des machines dans un grand système fera que les grandes tensions nodales soient essentiellement constantes pour des transitoires se produisant à l’extérieur du système comme dans une machine par rapport au reste du réseau.

Schéma bloc sous MATLAB/Simulink est :

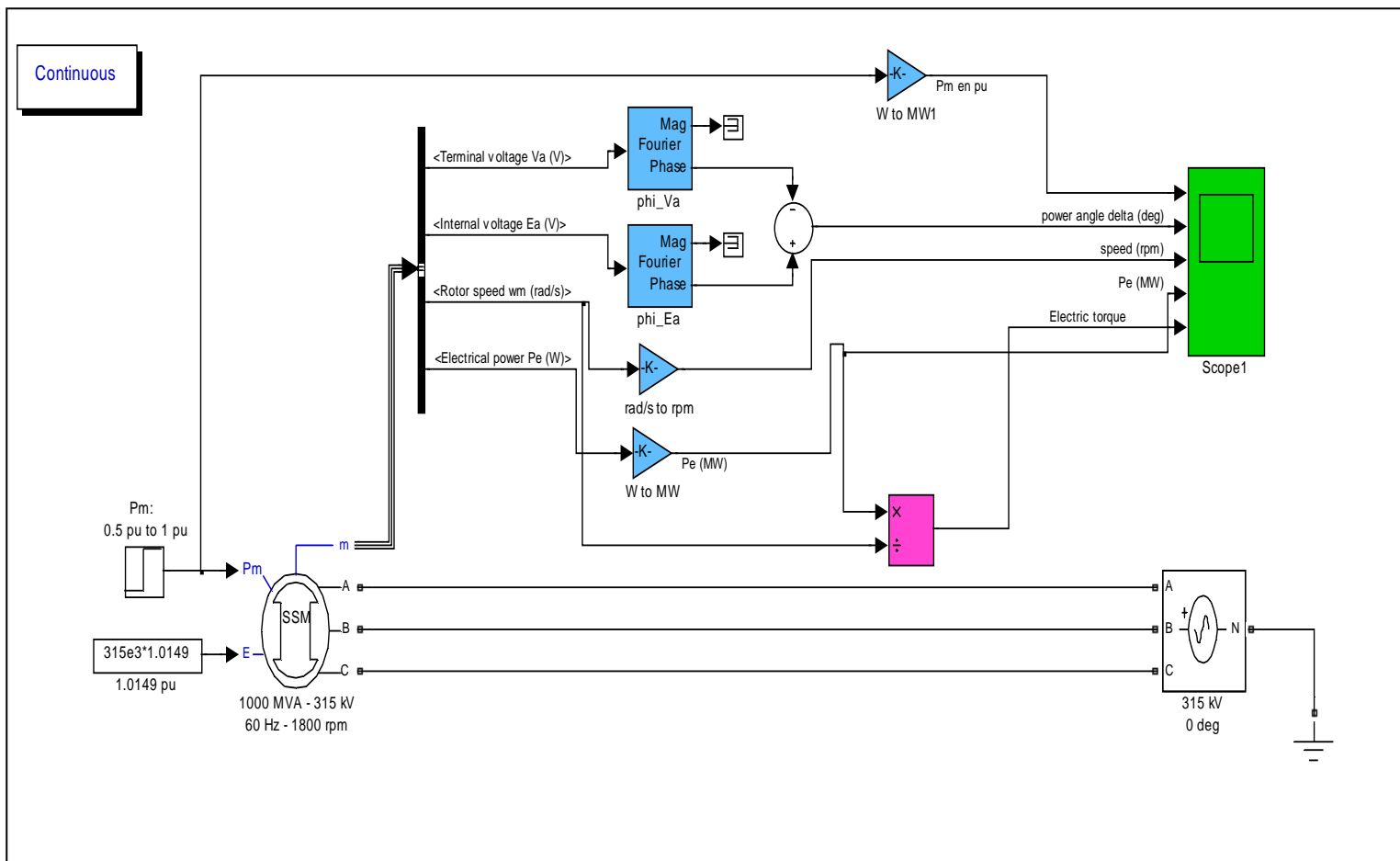


Figure. IV-3

IV-3-6- Procédé de simulation :

On lance la simulation en appliquant une puissance mécanique $p_m = 505 \text{ MW}$.

Cette puissance est requise pour une puissance électrique de sortie de 500 MW en tenant compte des pertes par effet Joule.

La puissance est transmise avec un angle de charge $\delta = 5.65^\circ$.

On aura donc :

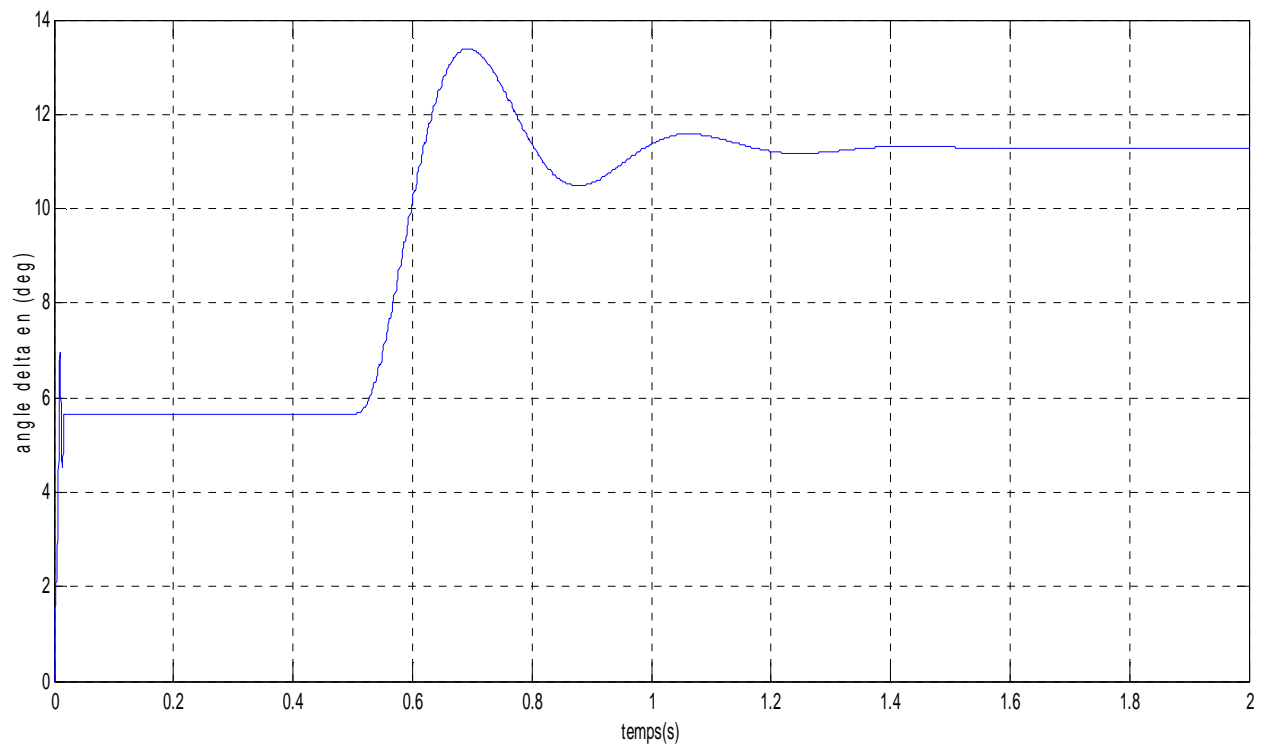
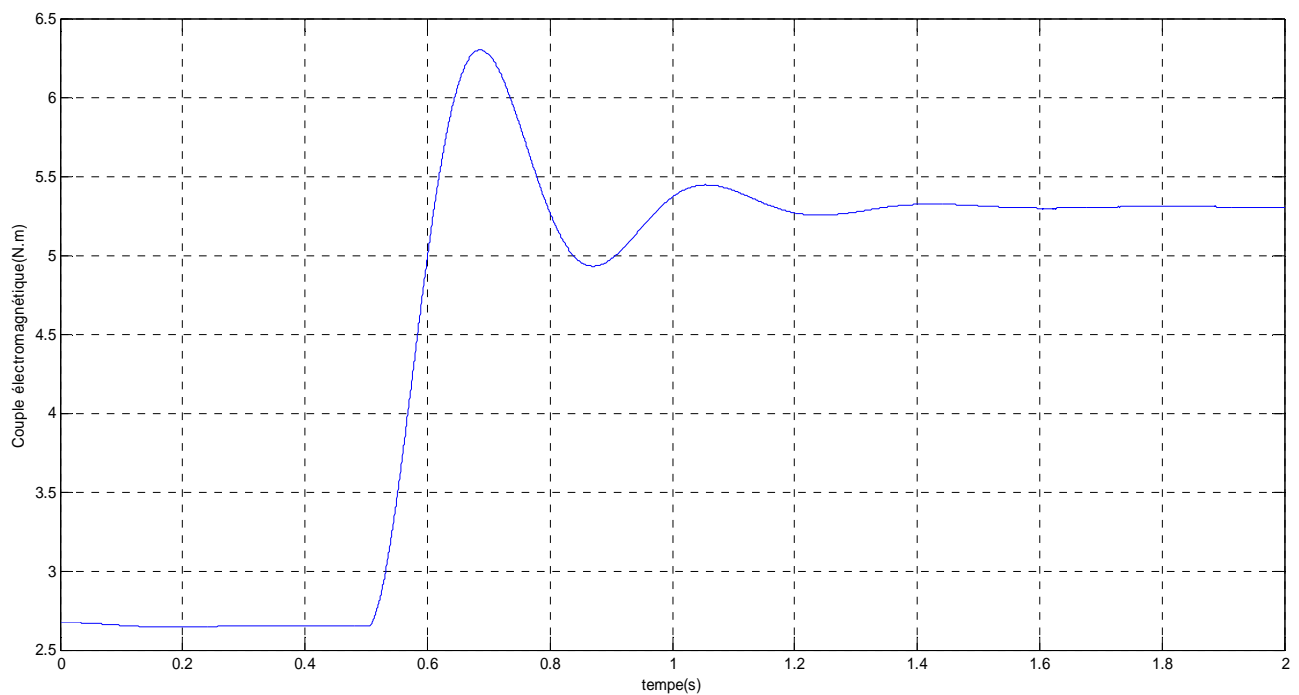
$$p_e = \frac{V_t \cdot E}{X} \sin \delta = \frac{1.0 \times 1.0149}{0.2} \sin 5.65^\circ$$

$$p_e = 0.5 \text{ pu.}$$

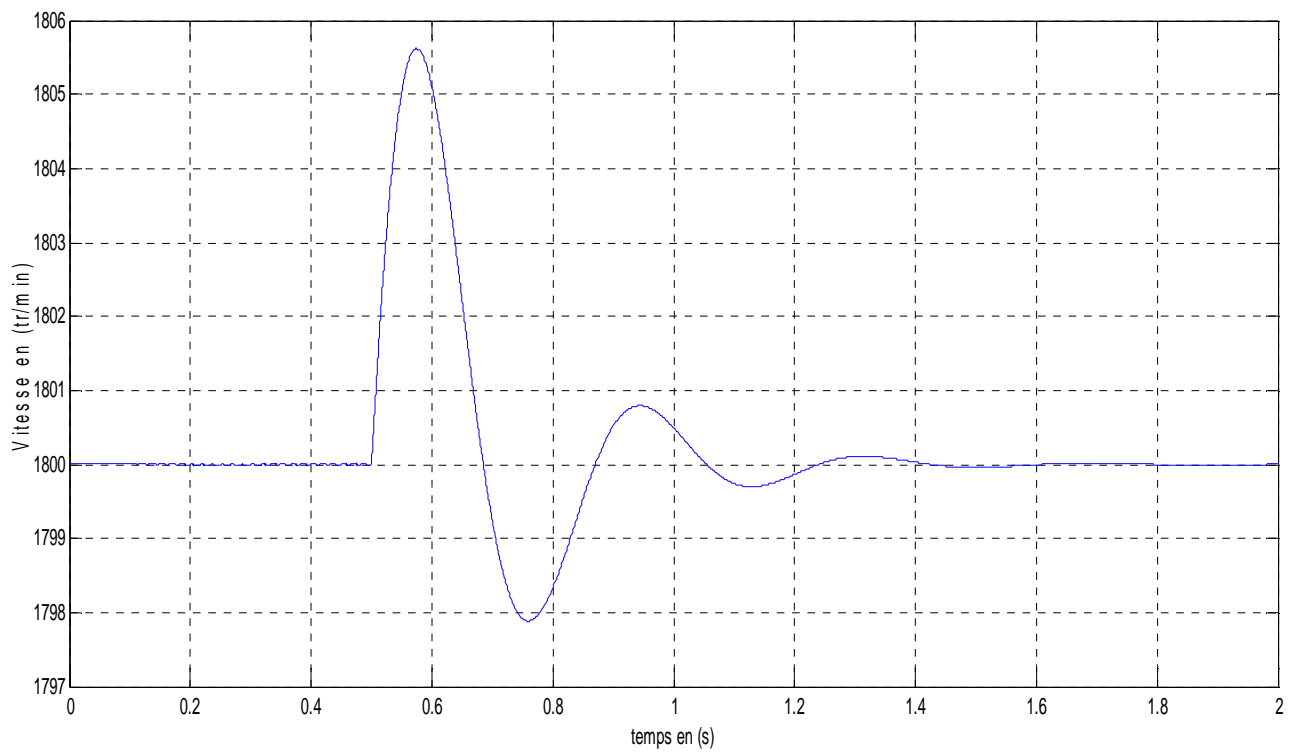
A $t = 0.5 \text{ s}$, la puissance mécanique est soudainement augmentée à 1000 MW .

On donne ici l'évolution des paramètres δ , ω et p_e (donc C_e) en fonction du temps.

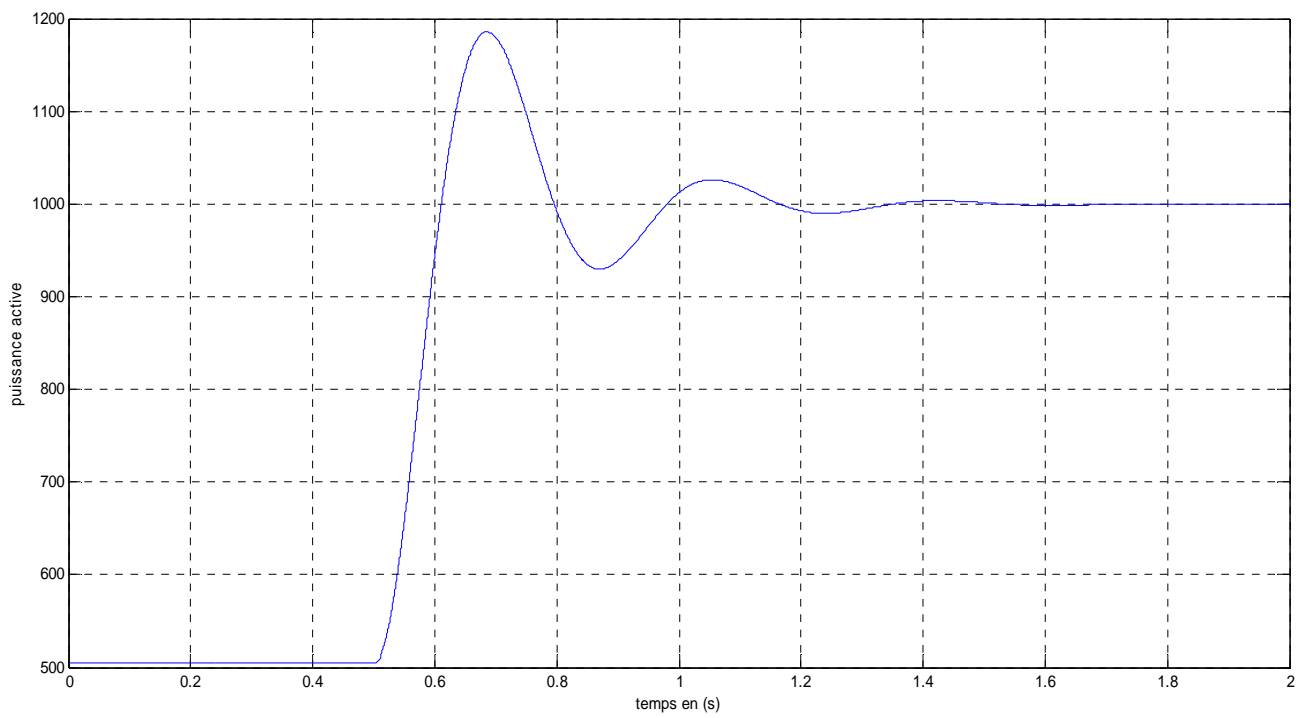
IV-3-7- Résultats de simulation

Courbe de l'angle de charge (δ) en fonction du temps.

Courbe du couple électromagnétique en fonction du temps.



Courbe de la vitesse rotorique en fonction du temps.



Courbe de la puissance active en fonction du temps.

IV-3-8- Interpretation de simulation

Le système simulé consiste en une machine synchrone en modèle simplifié représentée par le schéma bloc de la figure (IV-3).

La perturbation concerne la variable d'entrée p_m qu'on représente en pu et pour laquelle on donne une valeur $P_{m1} = 0.5$ pu à $t = 0.5$ s on l'augmente subitement à $P_{m2} = 1$ pu .

Les variables de sortie étant, l'angle δ , la vitesse angulaire ω et la puissance électrique P_e (donc le couple électrique C_e).

Sur les figures qui représentent les résultats des simulations on remarque que :

- L'angle rotorique δ augmente significativement et oscille pour enfin prendre une valeur constante à partir de 1.2 seconde.
- La vitesse angulaire augmente aussi et reprend sa valeur de synchronisme au bout de 0.9 seconde.
- La puissance électrique (le couple) croit aussi et passe de 505MW à 1000MW.

Conclusion

Une perturbation positive de la puissance mécanique ΔP_m détermine l'accroissement de la vitesse angulaire et de l'angle rotorique.

L'angle rotorique après quelques oscillations amorties prend une valeur constante correspondant au régime permanent post-perturbation.

Le régime permanent de fonctionnement post-perturbation est différent du régime permanent initial.

Pour qu'un générateur soit stable, il est nécessaire que l'angle δ qui mesure la position du rotor ne croisse pas continuellement dans le temps, la condition de stabilité étant que l'angle δ arrive à une valeur maximale après que celui-ci commence à décroître.

Conclusion Générale

Conclusion générale

Dans un système de puissance, l'écoulement de puissance est lié aux positions angulaires des rotors de générateurs. Les positions des rotors doivent être réglées à tout moment pour faire face à tout changement de conditions de fonctionnement (variations de charge, de puissance de sortie de turbine,...).

Un déséquilibre entre les couples mécanique et électromagnétique agissant sur le rotor, provoque une variation du mouvement du rotor par rapport à une référence synchrone tournante.

Ainsi, le couple électromagnétique joue un rôle important dans la stabilité angulaire.

En fonctionnement nominal équilibré, la puissance électrique fournie par le générateur aux charges doit être égale en négligeant les pertes à la puissance mécanique fournie par la turbine.

Quand le système est perturbé, la puissance électrique de la machine varie rapidement, mais la variation de la puissance mécanique fournie à la machine est relativement lente.

En raison de cette différence de vitesse de réponse, un écart temporaire d'équilibre de puissance a lieu. Par conséquent, ce déséquilibre de puissance entraîne une variation des couples agissant sur le rotor. Ceci entraîne une accélération ou décélération du rotor selon le sens du déséquilibre, voir un glissement de champ de synchronisme en entraînant une perte de synchronisme du générateur avec le reste du système. Si l'équilibre de puissance n'est pas rétabli, la machine est mise hors de service par une protection de survitesse ou de pertes de synchronisme et la stabilité du système est mise en danger.

Dans le cas d'un réseau ayant une seule machine connectée à un réseau infini, il est préférable d'utiliser le critère d'égalité de surfaces pour résoudre l'équation différentielle qui donne l'angle δ en fonction du temps.

Pour un réseau multi machines, la loi des aires ne peut pas s'appliquer à cause de l'influence mutuelle entre les différentes machines. Il est donc nécessaire d'utiliser des méthodes d'analyse du comportement dynamique du système en le modélisant sous forme d'équations différentielles.

Pendant les perturbations (régimes transitoires), les échanges de puissance entre les machines et le réseau donnent des à-coups de couple.

Les contraintes mécaniques résultantes peuvent provoquer des défaillances mécaniques (cas extrême : rupture d'arbre...).

Notre travail a consisté à étudier la machine synchrone comme élément principal de tout système de puissance énergétique. La stabilité de ces systèmes dépend essentiellement de la stabilité de la machine synchrone par conséquent l'étude de la stabilité de tout système exige l'analyse et l'étude de la machine synchrone fonctionnant en générateur d'énergie électrique.

Nous avons appliqué la théorie dite « petits signaux » présentée au deuxième chapitre pour l'étude de la stabilité en supposant que la machine est soumise à des petites perturbations. Cette méthode exige la mise en équation et la modélisation de la machine ainsi que le système auquel elle est reliée.

Nous avons illustré notre étude par deux exemples afin de montrer l'application pratique de cette méthode.

Un modèle mathématique complexe est élaboré avec des résultats numériques de tous les paramètres entrant dans les phénomènes de la stabilité.

Une simulation d'un système de puissance simple est présentée afin de mettre en évidence la contribution de l'outil informatique dans la simplification de l'étude de la stabilité à l'origine très complexe.

Bibliographie

Bibliographie

[1] : P.BARRET ; « Régimes transitoires des machines tournantes électriques »
Edition EYROLLES - 1982.

[2] : T.WILDY et G.SYBILLE ; « Electrotechnique »
Quatrième Edition « DE BOECK » - 2005.

[3]: P.M.ANDERSON et A.A.FOUAD; « Power System control and Stability »
The iowa state university press iowa-usa - 1977.

[4] : P.KANDOUR; «Power System stability and control »
Edit by: Electric power reserch institute California.

[5] : R.GOMA; «Stabilisation des réseaux électriques, mise en œuvre sur bancs d'essai de commandes non linéaires »
Thèse d'état de l'université PARIS XI soutenue le 06/12/2004.

[6] : H.ALKHATIB ; « Etude de la stabilité aux petites perturbations dans les grands réseaux électriques : Optimisation de la régulation par une méthode de méta heuristique »
Thèse d'état de l'université AIX MARSEILLE III soutenue le 05/12/2008.

[7] : A.R.ROOSTA ; « Contribution à la Commande décentralisée Non-Linéaire des réseaux électriques »
Thèse d'état présentée à L'INP de Grenoble soutenue le 16/12/2003.

[8] : S.SI TAYEB, M.BENFERHAT et S.LAMARAMAHAMED ;
«Dimensionnement des saillances rotoriques d'une machine synchrone à pôles saillants avec la méthode des éléments finis »
Mémoire d'ingénieur université M.MAMMERI TIZI- OUZOU-2003.

[9] :M.FARHI et I.ZABCHI ; « Etude de la machine synchrone autopilotée alimentée

Par un commutateur de courant à commutation assistée »

Mémoire d'ingénieur université M.MAMMERI TIZI- OUZOU-2002.

[10] :N.AIT SAADI et M.HANIFI ; «Détermination expérimentale des paramètres inductifs d'une machine synchrone à pôles saillants »

Mémoire de fin d'étude D.E.U.A ; Université M.MAMMERI TIZI- OUZOU-2006.

[11] : YADADENE Houria , OUERK Nouara ; «comparaison de différents modèles de l'alternateur pour le besoin des études de stabilité »

Mémoire de fin d'étude pour diplôme d'ingénieur d'état en électrotechnique ; Université M.MAMMERI TIZI-OUZOU.