

République Algérienne Démocratique et populaire
Ministère de l'Enseignement supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Mouloud MAMMARI de Tizi-Ouzou



Faculté de Génie de la Construction
Département Génie Mécanique



Mémoire de Fin d'Études

En vue de l'obtention du diplôme
Master Académique en Génie Mécanique
Spécialité : Construction Mécanique

Thème

*Robustesse de méthodes de détection
d'endommagements de structures mécaniques*

Réalisé par :

*Mr. AYACHE Anis
Mr. TIFAOUY Yacine*

Proposé par :

Mr. BOUZZOUNI Amar

Membres de Jury :

Mr. BILEK Ali	UMMTO	Président
Mr. BOUZZOUNI Amar	UMMTO	Encadreur
Mr. TIACHAHT Samir	UMMTO	Co-Encadreur
Mr. BEHTANI Amar	UMMTO	Examineur

Soutenu le 11/11/2017

Promotion 2016-2017

Avant-propos

Parallèlement aux développements des technologies, des moyens et techniques de plus en plus sophistiqués sont mis à la disposition des ingénieurs et chercheurs opérant dans toutes les branches de l'industrie, telle que la mécanique, l'aérospatial, le génie civil, etc...

Un des plus grands atouts actuels de l'ingénieur est l'exploitation de l'outil informatique de plus en plus performant, permettant de stocker et manipuler un volume important d'information en un temps très réduit. Cette capacité peut être mise à profit pour la modélisation et l'analyse de structures plus complexes.

En effet, dans le cadre de ce mémoire relatif au suivi de l'état de structures mécaniques, cet outil nous permet de considérer :

- l'utilisation de la méthode des éléments finis pour la modélisation des structures mécaniques considérées.
- l'implémentation des méthodes de détection et localisation d'endommagements considérées et la simulation des mesures de réponses vibratoires sur lesquelles sont basées.

Pour cela, le logiciel MATLAB est particulièrement utilisé.

Remerciements

Avant tout, nous tenons à remercier le dieu tout puissant qui nous a donné la santé, le courage, la détermination, la volonté, et la patience à mener ce modeste travail à terme.

Nous voudrions également remercier infiniment notre promoteur Monsieur A. BOUAZZOUNI de nous avoir prodigué son temps, ses conseils et surtout sa patience tout au long de ce présent travail.

Nous tenons aussi à remercier Monsieur S. TIACHACHT pour sa présence, son apport positif à chaque fois que on le sollicite.

Nous remercions dès maintenant les membres de jury pour le temps qu'ils voudraient consacrer à l'analyse de notre mémoire.

Nous tenons aussi à remercier tous les enseignants au département de génie mécanique à UMMTO qui ont contribué à notre formation.

Nos remerciements s'adressent aussi à toute personne ayant contribué de près ou de loin, à la réalisation de ce travail, à notre chère famille ainsi à tous nos amis(es).



Dédicaces...

Je dédie ce modeste travail à :

Mes chers parents.

Mes frères.

Mes deux sœurs.

Ainsi qu'à toute ma famille.

Et à tous mes amis(es).

Lacine

Dédicaces

Je dédie ce travail à :

A MES CHERS PARENTS

Aucune dédicace ne saurait exprimer mon respect, mon amour éternel et ma considération pour les sacrifices que vous avez consenti pour mon instruction et mon bien être.

Je vous remercie pour tout le soutien et l'amour que vous me portez depuis mon enfance et j'espère que votre bénédiction m'accompagne toujours.

Que ce modeste travail soit l'exaucement de vos vœux tant formulés, le fruit de vos innombrables sacrifices, bien que je ne vous en acquitterai jamais assez.

Puisse dieu, le très haut, vous accorder santé, bonheur et longue vie et faire en sorte que jamais je ne vous déçoive.

À ma bien aimée Akila, je te remercie pour tes sacrifices, ton soutien moral et ta gentillesse, ton profond attachement m'ont permis de réussir mes études, sans ton aide, tes encouragements ce travail n'aurait vu le jour.

À mes chers amis : Moussa. Ali, Mourad, Fatah et Samir.

ANIS.

Avant-Propos.

Remerciements

Dédicaces

Sommaire

<i>Liste des figures et tableaux.....</i>	<i>I.</i>
<i>Nomenclature.....</i>	<i>V.</i>
<i>Introduction générale.....</i>	<i>1</i>

Chapitre I. État de l'art sur le thème

I.1 INTRODUCTION.....	3
I.2 Vibration des structures mécaniques.....	3
I.3 L'endommagement des structures.....	4
I.3.1 Détection de l'endommagement.....	4
I.3.2 Classification des méthodes de détection et localisation des endommagements.....	5
I.3.3 Méthodes de détections d'endommagement.....	6
I.3.3.1 Méthode de détection d'endommagement basé sur la variation des fréquences..	6
I.3.3.2 Méthodes de détection d'endommagement basées sur le changement de forme modale.....	7
I.3.3.3 Méthode de détection d'endommagement basée sur l'énergie de déformation modale.....	9
I.3.3.4 Méthode de détection d'endommagement basée sur des mesures de fonction de la réponse fréquentielle	10
I.3.3.5 Méthode de détection d'endommagement basée sur l'amortissement.....	
I.3.3.6 Méthode de détection d'endommagement basée sur la variation des matrices de flexibilité modale.....	11
I.3.3.7 Méthode recalage des Matrices de masse et de raideur.....	12
I.4 Conclusion.....	13

Chapitre II : Rappels sur la dynamique des structures et la méthode des éléments finis

II.1. Introduction à la méthode des éléments finis.....	14
---	----

II.1.a. La formulation élémentaire au niveau de l'élément fini.....	15
II.1.b. La formulation globale au niveau de la structure complète.....	15
II.2. Démarche de formulation éléments finis.....	15
II.2.a. Discrétisation de la structure en éléments finis	15
II.2.b. Construction de l'approximation nodale par sous domaines	16
II.2.c. Établissement de la relation entre déformations et déplacements.....	16
II.2.d. Établissement de la relation entre contraintes et déformations.....	16
II.2.e. Calcul des matrices élémentaires.....	16
II.2.f. Assemblage des matrices élémentaires	17
II.3. Élément fini barre.....	17
II.3.a. Définition	17
II.3.b. Élément barre dans le plan	18
II.3.c. Fonction d'interpolation	19
II.3.d. Relation entre déformation et déplacement	20
II.3.e. Matrice de rigidité de l'élément barre	20
II.3.f. Matrice de masse de l'élément barre.....	20
II.3.j. Transformation dans le repère global	20
II.3.h. Barre tridimensionnelle	22
II.4. Élément finis poutre.....	23
II.4.1. Formulation d'un élément poutre en flexion dans le plan	24
II.4.1.a. Identification du problème	24
II.4.1.b. Fonction d'interpolation	24
II.4.1.c. Relation entre les déplacements et les déformations	25
II.4.d. Matrice de rigidité d'un élément poutre dans le plan	26
II.4.e. Matrice de transformation	27
II.5. Élément poutre tridimensionnelle.....	27
II.5.a. Matrice de rigidité	27
II.5.b. La matrice de masse	28
II.5.c. Transformation dans le repère global.....	29
II.5.d. Charge appliquée sur les éléments	31
II.5.e. Assemblage des matrices élémentaires	33
II.5.f. Système d'équations aux valeurs propres	34
II.6 Conclusion	35

IV.II.3.3.a Interprétation des résultats.....	57
IV.II.3.4 Cas tests N°3 : Portique 3D.....	58
IV.II.3.5 Conclusion.....	58
IV.II.4 Application de la méthode FRF.....	59
IV.II.4.1 Cas test présentés dans l'article.....	59
IV.II.4.2 Cas tests avec reconstitution des d.d.l non observés.....	60
IV.II.4.2.a Interprétation des résultats.....	63
IV.II.4.3 Choix de d.d.l d'excitation.....	63
IV.II.4.3.a Interprétation des résultats	65
IV.II.4.4 Application de la méthode sur d'autres structures.....	65
IV.II.4.4.1 Cas test N°2 : Poutre.....	65
IV.II.4.4.1.a Interprétation des résultats	66
IV.II.4.4.2 Cas tests N°3 : Portique 3D.....	66
IV.II.4.4.2.a Interprétation des résultats	67
IV.II.5 Application de la méthode de courbure modale.....	67
IV.II.5.1 Cas tests présentés dans l'article.....	68
IV.II.5.1.a Cas test n°1 poutre.....	68
IV.II.5.1.b Cas test n°2 treillis 13 éléments.....	69
IV.5.1.c.Interprétation des résultats.....	70
IV.II.5.2 Cas tests avec reconstitution des d.d.l non observés.....	70
IV.II.5.2.1 Cas test n°1 : poutre.....	71
IV.II.5.2.2 Cas test n°2 : treillis à 13 éléments.....	72
IV.II.2.2.a Interprétation des résultats.....	73
IV.II.5.2.3 Cas test n°3 : Portique 3D.....	73
IV.5.2.3.a Interprétation des résultats	75
VI.II.5.3 Conclusion	75
IV.II.6 Comparaison des méthodes	76
Conclusion générale	77
Références bibliographiques.....	78
Annexes.....	82

LISTE DES FIGURES ET TABLEAUX

Liste des figures

Fig.II.1 : Élément finis barre.....	18
Fig.II.2 : Élément finis barre dans le repère local (i, x, y).....	19
Fig.II.3 : Élément barre dans le repère global.....	21
Fig.II.4 : Éléments barre tridimensionnelle.....	22
Fig.II.5 : Élément poutre dans le plan avec 6 ddl.....	24
Fig.II.6 : Élément poutre tridimensionnel.....	28
Fig.II.7 : Axes locaux d'une poutre.....	29
Fig.II.8 : Rotation des axes sur l'élément poutre 3D.....	30
Fig.II.9 : Axes principaux d'un élément poutre.....	30
Fig.II.10 : Différentes formes de charge sur un élément.....	32
Fig.II.11 : Cas de poids propre d'une barre d'un treillis.....	32
Fig.III.1 : Organigramme de la méthode de l'énergie de déformation.....	39
Fig.III.2 : Organigramme des réponses fréquentielles.....	41
Fig.III.3 : Réponse fréquentiel des structures.....	42
Fig.III.4 : Organigramme de la méthode de courbure modale.....	44
Fig.IV.1 : Évolution de rang et du conditionnement.....	49
Fig.IV.2 : Poutre simplement-simplement appuyée.....	51
Fig.IV.3 : Discrétisation de la poutre avec MATLAB.....	51
Fig.IV.4 : Comportement dynamique de la structure poutre.....	51
Fig.IV.5 : Structure treillis à 13 éléments.....	52
Fig.IV.6 : Comportement dynamique de la structure treillis à 13 éléments.....	52
Fig.IV.7 : Structure treillis à 25 éléments.....	53
Fig.IV.8 : Discrétisation de la Structure portique 3D avec MATLAB.....	54
Fig.IV.9 : Comportement dynamique de la structure portique 3D.....	54
Fig.IV.10 : Évolution du conditionnement de la structure poutre.....	56
Fig.IV.11 : Positionnement des capteurs dans la structure poutre.....	56

LISTE DES FIGURES ET TABLEAUX

Méthode basée sur l'énergie de déformation modale :

Structure poutre :

Fig.IV.12 : Éléments endommagés 1, 3, 7, 13,17 et 20 avec un taux de 10%, 15% ,15%,20%,10%
.et 15% respectivement.....56

Fig.IV.13 : Positionnement des capteurs dans la structure treillis à 13 éléments.....57

Structure treillis à 13 éléments :

Fig.IV.14 : Éléments endommagés 1, 2, 4, 7, 8, 9, 11 et 13 avec un taux de 15%, 10%,
10%, 15%, 20%,15%,20% et 15%respectivement.....57

Structure portique 3D :

Fig.IV.15 : Éléments endommagés 6, 11, 14, 16, 21,28 et 34 avec un taux de
15%,20%,20%,15%,10%,10% et 15% respectivement.....58

Méthode basée sur la fonction de réponse fréquentiel :

Structure treillis à 25 éléments :

Fig.IV.16 : Éléments endommagés : 7 et 18 avec un taux de 40 % et 50% respectivement.....59

Fig.IV.17 : Éléments endommagés : 7, 14 et 18 avec un taux de 30 %,30% et 20% respectivement...60

Fig.IV.18 : Éléments endommagés : 4, 13, 15 ,20 et 25 avec un taux de 30 %.....60

Fig.IV.19 : Positionnement des capteurs dans la structure treillis à 25 éléments.....61

Fig.IV.20 : Réponses fréquentielles de structure treillis à 25 éléments.....61

Fig.IV.21 : Éléments endommagés : 4, 13, 15 ,20 et 25 avec un taux d'endommagement de 20 %.....62

Fig.IV.22 : Éléments endommagés: 2, 4, 7, 9,11 et 12 avec un taux de 10%, 15%, 15%, 20%, 10% et 15%
respectivement.....62

Fig.IV.23 : Éléments endommagés : 1, 2, 4,7, 9,11 et 13 avec un taux de 40%,30%,25%,40%,25%,30%
respectivement.....62

Fig.IV.24 : Graphe de d.d.l d'excitation en fonction de mode.....63

Fig.IV.25 : Éléments endommagés : 4, 13, 15 ,20 et 25 avec un taux d'endommagement de 20 %.....64

Fig.IV.26 : Éléments endommagés :2, 4, 7, 9,11 et 12 avec un taux de 10%, 15%, 15%, 20%, 10% et 15%
respectivement.....64

Fig.IV.27 : Éléments endommagés : 1, 2, 4,7, 9,11 et 13 avec un taux de 15 % respectivement.....64

Structure poutre :

Fig.IV.28 : Éléments endommagés :1, 3, 7, 13,17 et 20 avec un taux de 20%,25% 30% ,35%,40% et
45% respectivement.....66

Structure portique 3D :

Fig.IV.29 : Éléments endommagés 1, 2,3 et 4 avec un taux d'endommagement de 15%.....66

LISTE DES FIGURES ET TABLEAUX

Fig.IV.30 :Éléments endommagés : 2, 5, 15,17 et 20 avec un taux d'endommagement de 20%, 10%,15%, 10% et 15% respectivement.....67

Fig.IV.31 : Éléments endommagés :7, 10, 19, 29,30 et 33 avec un taux d'endommagement de 15%, 10%, 15%, 10% ,15% et 10% respectivement.....67

Méthode basée sur la courbure de forme modale

Structure poutre :

Fig.IV.32 : Élément endommagé : 10 avec un taux d'endommagement de 50%.....68

Fig.IV.33 : Éléments endommagés : 10 et 15 avec un taux d'endommagement de 50%.....69

Fig.IV.34 : Éléments endommagés : 4,10 et 15 avec un taux d'endommagement de 50%.....69

Structure treillis à 13 éléments :

Fig.IV.35 : Éléments endommagés : 11 avec un taux d'endommagement de 75%.....69

Fig.IV.36 : Éléments endommagés : 8 et 11 avec un taux d'endommagement de 50% et 75% respectivement.....70

Structure poutre avec sélection des d.d.l observés et reconstitution non observés :

Fig.IV.37 : Éléments endommagés : 4, 10,15 avec un taux d'endommagement de 10%71

Fig.IV.38 : Éléments endommagés : 4, 8,12 et 18 avec un taux d'endommagement de 10%, 15%, 15% et 10% respectivement.....71

Fig.IV.39 :Éléments endommagés : 3, 7, 13,16 et 19 avec un taux d'endommagement de 10%,15%,15%,10% et 20% respectivement.....72

Structure treillis à 13 éléments avec sélection des d.d.l observés et reconstitution non observés :

Fig.IV.40 : Éléments endommagés : 11 et 8 avec un taux d'endommagement de 10% et 15% respectivement.....72

Fig.IV.41 : Éléments endommagés : 5, 8 et 9 avec un taux d'endommagement de 15%.....72

Fig.IV.42 : Éléments endommagés : 1,2 ,9 et 8 avec un taux d'endommagement de 10%,15%,20% et 20% respectivement.....73

Structure portique 3D :

Fig.IV.43 : Éléments endommagés : 1, 2,3 et 4 avec un taux d'endommagement de 15% respectivement.74.....73

Fig.IV.44 : Éléments endommagés : 2, 5, 15, 17 et 20 avec un taux d'endommagement de 10%, 15%, 20%, 20% et15% respectivement.....74

Fig.IV.45 : Éléments endommagés : 7, 10, 19, 29,30 et 33 avec un taux d'endommagement de 10% respectivement.....75

LISTE DES FIGURES ET TABLEAUX

Liste des tableaux

Tab (4.1). Récapitulatif des cas test pour la poutre.....	55
Tab. (4.2). Récapitulatif des cas test pour le treillis à 13 éléments.....	55
Tab (4.3). Récapitulatif des cas test pour le portique 3D.....	55
Tab (4.4). Tableau récapitulatif des cas test utilisés dans l'article pour treillis 25 éléments.....	59
Tab. (4.5). Tableau récapitulatif des cas test pour le treillis à 25 éléments avec reconstitution....	61
Tab. (4.6). Récapitulatif des cas test présentés dans l'article.....	68
Tab. (IV.7). Récapitulatif des cas test avec reconstitution des d.d.l.....	71
Tab. (IV.8). Récapitulatif des cas test avec reconstitution des d.d.l pour la structure portique 3D.....	74
Tab.(IV.9). Récapitulatif de comparaison des méthodes.....	76

NOMENCLATURE

\bar{U}_e : Déplacement nodal.

$\{\boldsymbol{\varepsilon}\}$: Déformation.

E : Module de Young.

D : Matrice d'élasticité.

\vec{F}_e : Matrice de force.

\overline{K}_e : Matrice élémentaire de raideur dans le plan local.

\overline{M}_e : Matrice élémentaire de masse le plan local.

N : Matrice de forme.

C_x, C_y et C_z : Cosinus directeurs.

T_β, T_γ et T_α : Matrice de rotations.

T : Matrice de passage.

K : Matrice de raideur globale de la structure.

M : Matrice de masse globale de la structure.

λ : valeur propre.

\emptyset : vecteur propre.

IFM : Indicateur de forme modale.

\mathcal{V}_i : Courbure modale de la structure saine.

\mathcal{V}_i^d : Courbure modale de la structure endommagée.

X : Vecteur de déplacement.

$X_u(\omega)$: Réponse fréquentiel pour la structure saine.

$X_d(\omega)$: Réponse fréquentiel pour la structure endommagée.

Reu_i^{es} : Énergie de déformation de structure saine.

Reu_i^{ed} : Énergie de déformation de structure endommagée.

$MSEBI$: Indicateur d'endommagement basé sur l'énergie de déformation modale.

nr : Nombre de réponse fréquentielle.

NRU_i^{es} : Énergie de déformation normalisée de structure saine.

NRD_i^{ed} : Énergie de déformation normalisée de structure endommagée.

RTU_i^{es} : Énergie de déformation totale de la structure saine.

RTD_i^d : Énergie de déformation totale de la structure endommagée.

$indic_{FRF}$: Indice de base la méthode FRF.

MSE_i^{es} : Énergie de déformation modale pour une structure saine.

MSE_i^{ed} : Énergie de déformation modale pour une structure endommagée.

m : Nombre de modes.

n : Nombre d'élément de la structure.

$NMSE_i^{es}$: Énergie de déformation modale normalisée pour une structure saine.

$NMSE_i^{ed}$: Énergie de déformation modale normalisée pour une structure endommagée.

$MSEBI^e$: Indice de base d'énergie de déformation modale.

n_p : Nombre de modes projection.

C_0 : Nombre de ddl optimum.

(a) : Indice relatif à la structure élément finis.

(m) : Indice relatif à la structure mesurée.

C_v : Vecteur de projection.

Y_v : $V^{ième}$ Vecteur propre mesuré.

\mathbf{A} : Matrice spectrale.

\mathbf{Y} : Matrice modale.

$(\mathbf{Rang Z})$: Rang de la matrice \mathbf{Z} .

$(\mathbf{Cond Z})$: Conditionnement de la matrice \mathbf{Z} .

\mathbf{y}_{vb} : $V^{\text{ème}}$ Vecteur déplacement bruité au $V^{\text{ème}}$ capteur.

gn : Pourcentage de bruit aléatoire introduit.

$\mathbf{abs}(\mathbf{y}_v)$: Valeur absolue de vecteur \mathbf{y}_v .

\mathbf{y}_{vbt} : Vecteur contenant des valeurs aléatoires entre 0 et 1 uniformément distribuées

nn : Dimension du vecteur \mathbf{y}_v .

$\mathbf{Rand}(nn, 1)$: Vecteur de distribution uniforme de nombres aléatoire entre 0 et 1.

$\mathbf{d.d.l}$: Degré de liberté.

Introduction générale

La surveillance de l'intégrité structurale représente une partie importante et intéressante des structures dans les domaines mécanique et génie civil. Ces dernières années ont vu une augmentation rapide du nombre de recherches portant sur les moyens de surveillance car une défaillance structurelle imprévue peut causer aussi bien une catastrophe économique qu'une perte en vies humaines.

L'objectif de cette inspection est de surveiller en temps réel et à intervalles réguliers l'intégrité d'une structure, à travers de la détection des fissures ou de corrosion des éléments constituant la structure. Elle permet également de prédire le comportement dynamique de la structure sous l'action d'une excitation quelconque, d'optimiser les performances de la structure et définir les limites d'utilisation.

D'une manière générale, il y a deux types de techniques de détection d'endommagements utilisées : techniques non destructives et destructives.

Les techniques du premier type sont généralement les plus utilisées pour surveiller l'intégrité des structures ou des matériaux sans les dégrader contrairement à celles du deuxième type.

Certaines méthodes de détection d'endommagement consistent à chercher un indicateur d'endommagement à partir des données mesurées. L'évaluation de cet indicateur permet de juger l'état du système. La majorité de ces données nécessitent soit un modèle éléments finis, ou au moins, des données modales pour corréler l'état endommagée avec l'état initial intact de la structure en tant que référence. De ce fait, la structure est modélisée par discrétisation en éléments finis. Le nombre des capteurs placés sur la structure lors de la réalisation des essais est généralement réduit et la réponse dynamique n'est donc observée que sur un nombre limité de degrés de liberté (d.d.l).

En pratique, le nombre de d.d.l instrumentés est de un à deux fois plus petit que le nombre de d.d.l de modèle éléments finis (EF), et le nombre de modes mesurés est réduit. Ce problème nous conduit à des méthodes de reconstitution des d.d.l non observés afin de compléter les vecteurs propres mesurés de la structure.

L'objectif de ce travail est de faire une synthèse bibliographique sur les travaux concernant la surveillance de l'état de la structure, avec une définition, un récapitulatif et une application des méthodes de détection d'endommagement en utilisant les mesures vibratoires. En prenant comme référence les derniers travaux et les publications récentes.

Pour ce faire, nous avons structuré le mémoire de sorte qu'il comporte une introduction générale, quatre chapitres et une conclusion générale avec quelques perspectives.

Dans le chapitre I, nous avons fait une classification des méthodes de détection d'endommagement, selon le type de paramètres sur lequel se base la formulation d'un indicateur d'endommagement, comme les fréquences, les modes et vecteurs propres...etc.

Le chapitre II est consacré à quelque rappel sur la méthode des éléments finis (EF) et la dynamique des structures (DDS).

Le chapitre III est consacré à la présentation détaillée de trois méthodes de détection et localisation d'endommagement étudiées

Au chapitre IV, les cas tests considérés pour illustrer les méthodes sont présentés en fonction de nombre d'éléments endommagés, la position des éléments endommagés et le taux d'endommagement, afin que l'application des méthodes étudiées soit réelle et proche de l'expérimental, on a pris en considération la reconstitution des d.d.l (Degré de Liberté) non observés avec une introduction du bruit.

À la fin de ce chapitre nous avons tiré quelques conclusions sur la robustesse de ces méthodes et nous avons donné quelques perspectives.

Ce chapitre est consacré à l'état de l'art des différentes méthodes vibratoires de détection et de localisation d'endommagements utilisées dans la littérature.

Nous nous sommes plus particulièrement intéressés aux méthodes utilisant les paramètres modaux pour détecter des endommagements éventuels de structures. L'idée de base réside dans le fait que les paramètres modaux mesurés dépendent des propriétés physiques de la structure (rigidité, masse, amortissement). Nous allons détailler le principe des méthodes classiques fondées sur les déformées modales et les courbures modales, les méthodes utilisant la matrice de flexibilité ainsi que la méthode fondée sur l'énergie de déformation modale. Nous présentons également les méthodes utilisant les FRF.

I.1 INTRODUCTION

Un endommagement dans les structures de génie mécanique ou génie civil se caractérise par l'apparition de déformations permanentes dans un élément de structure et la diminution de la rigidité des matériaux. Ceci conduit à une dégradation du comportement physique de la structure pouvant conduire à une rupture. Ces endommagements, reliés aux conditions d'exploitation de l'ouvrage, dépendent principalement des sollicitations externes (passage de poids lourds, impact sur la structure, etc.) et de l'environnement de l'ouvrage (présence d'agents agressifs, cycles de gel-dégel, niveau d'humidité et de température, vent et séisme etc.

Le suivi de l'état des ouvrages ou le contrôle de santé des structures, plus couramment désigné par le sigle anglais SHM (Structural Health Monitoring) est devenu au cours des dernières années un enjeu important.

I.2 Vibration des structures mécaniques :

Une analyse statique donne des indications capitales de la résistance des structures aux sollicitations mais dans la réalité, l'étude du comportement vibratoire s'avère indispensable car elles peuvent permettre de :

1. Prévenir la ruine de la structure ou la défaillance de ses éléments par rupture (fatigue par endommagement ou dépassement de contrainte élastique)
2. Détecter les défauts de fabrication lors de l'usinage des pièces mécaniques avant même la mise en service de la structure.

L'analyse des vibrations et ondes dans les structures mécaniques, doit ainsi porter sur trois points essentiels :

1. L'environnement vibratoire (les forces extérieures)
2. La structure elle-même
3. La réponse de la structure due aux forces extérieures.

L'étude de comportement vibratoire d'une structure présente dans la plupart des cas, deux étapes principales :

1. Vibration libres : détermination des caractéristiques dynamiques de la structure (fréquence et modes propres de vibration)
2. Vibration forcées : analyse en fréquence ou temporelle de la réponse de la structure suite à un environnement (force d'excitation extérieure).

I.3 L'endommagement des structures :

Une structure soumise à des chargements dynamiques peut subir, selon la nature des sollicitations, de grandes variations dans son comportement allant de la phase de déformation élastique, la phase plastique jusqu'à la rupture en cas d'endommagement. La présence de ce dernier entraîne des dégradations des propriétés mécaniques des matériaux.

I.3.1 Détection de l'endommagement :

D'une manière générale, deux types de techniques non destructives et destructives sont utilisés pour le contrôle de l'état de la structure. Les techniques du premier type sont généralement les plus utilisées pour surveiller l'intégrité des structures ou des matériaux sans les dégradés, (contrairement à celle de deuxième type). Parmi les techniques les plus connues de ce type nous pouvons citer :

- Les techniques basées sur les caractéristiques mécaniques.
- Les contrôles par rayons X
- les techniques à base d'ultrasons,
- les émissions acoustiques
- les courants de corrosion,
- la radiographie,
- les Micro-ondes ...

Les méthodes de surveillance de l'intégralité des structures (SHM) (structural Health Monitoring) se subdivisent généralement en deux catégories : méthode locale et globale.

La première catégorie, comprend des méthodes destinées à fournir des informations sur une région relativement petite du système analyse en utilisant des mesures locales. De plus, il est nécessaire que les capteurs soient à proximité du lieu de l'endommagement.

La deuxième catégorie, consiste généralement en l'utilisation des modes basses fréquences. Elle utilise des mesures réalisées à partir d'un ensemble de capteurs repartis sur la structure pour obtenir des informations globales sur l'état de système.

Il n'est pas nécessaire que les capteurs soient situés à proximité du lieu d'endommagement. Ces deux approches sont complémentaires, et le choix optimal de la méthode dépend fortement de la nature du problème et de positionnement des capteurs.

L'inspection régulière de l'état des structures permet de détecter des défauts éventuels et d'assurer la fiabilité de ces structures pour leur usage quotidien.

I.3.2 Classification des méthodes de détection et localisation des endommagements :

Le développement de méthodes précises et efficaces pour l'identification de l'endommagement et la prédiction du comportement dynamique de la structure est un sujet de grande importance pour la communauté scientifique ces dernières années.

Rytter [1] a proposé quatre niveaux dans l'identification d'endommagement :

- Niveau 1 : détermination de l'existence de défaut dans la structure.
- Niveau 2 : localisation de l'endommagement.
- Niveau 3 : quantification de la sévérité de l'endommagement.
- Niveau 4 : prédiction de la durée de vie résiduelle.

Saadat et al [2] ont classé en deux types les méthodes de détection d'endommagement en fonction de leur amplitude et niveau de détection : méthodes globales et méthodes locales.

Les méthodes globales indiquent la présence d'endommagement alors que les méthodes locales vont jusqu'à leur localisation. Les méthodes globales tentent d'évaluer l'état de santé de toute la structure contrairement aux méthodes locales qui mettent au point des instruments non destructifs pour tous les éléments constitutifs de la structure.

Lee et al [3] classifient les différentes méthodes de détection d'endommagement selon les catégories suivantes :

- Méthodes utilisant la variation des paramètres modaux : changement en fréquence naturelle et déformée des modes propre.
- Méthodes basées sur les matrices de raideur ou la variation de flexibilité.
- Méthodes basées sur le changement de la fonction de réponse fréquentielle.

I.3.3 Méthodes de détection d'endommagement :

Il existe plusieurs méthodes de détection-localisation d'endommagement. Dans notre travail on a testé une méthode de chaque catégorie de méthodes de détection d'endommagement.

I.3.3.1 Méthodes de détection d'endommagement basées sur la variation des fréquences :

Ces méthodes basées sur l'identification des variations des fréquences propres résultent des variations des matrices de raideur ou de masse. Plusieurs articles contiennent des résultats numériques ou expérimentaux de détection d'endommagement à l'aide de telles méthodes avec plusieurs applications.

De nombreux auteurs ont étudié le changement de fréquences pour construire un indicateur d'endommagement. Cette approche repose sur l'hypothèse que les fréquences ont un indicateur sensible de l'intégrité structurelle. En effet, les changements des propriétés structurelles causent des modifications sur les fréquences propres de la structure.

Pour un type d'endommagement, l'indicateur permet de comparer les fréquences propres mesurées aux fréquences propres prédites à partir du modèle élément fini (E.F) de la structure saine.

De plus, le changement des paramètres modaux n'est pas nécessairement identique pour tous les modes : il dépend de la nature, de la localisation, et de la sévérité de l'endommagement. D'après Duggan et al [4] comme l'effet de l'endommagement change suivant l'ordre des modes, pour suivre correctement les changements, il est nécessaire d'identifier les déformées propres associées aux fréquences propres.

Kirmscher [5] a illustré l'effet des fissures sur la réponse structurelle en modélisant celles-ci par une simple réduction des sections du modèle en utilisant des méthodes énergétiques.

En utilisant la modélisation en éléments finis, certains auteurs ont établi un rapport entre l'endommagement et le changement des paramètres modaux, quand la structure est endommagée, l'endommagement dans la structure est modélisé par une réduction dans le

module de Young. Ils ont montré que les changements des solutions propres de la structure sont en relation directe avec le lieu et le seuil d'endommagement.

Beaucoup d'auteurs [5], [6], [7], [8], [9] et [10] ont essayé de détecter et localiser l'endommagement en utilisant les variations des fréquences propres. Une révision intensive de littérature sur cette catégorie a été faite par Salawu [11]. Le trait le plus attractif dans l'utilisation des fréquences propres est que ces dernières sont relativement faciles à obtenir et à extraire, la mesure de la fréquence peut être menée rapidement et l'exactitude est souvent réalisable.

Cependant, il est connu que le décalage de fréquences n'est pas sensible aux endommagements locaux. Les endommagements significatifs peuvent causer des changements très faibles des fréquences naturelles, dans le cas de grandes structures. Ces changements peuvent être indétectables dans les mesures menés après leur traitement. En outre, les variations des fréquences naturelles peuvent ne pas être suffisantes pour localiser les endommagements des structures.

I.3.3.2 Méthodes de détection d'endommagement basées sur le changement de forme modale :

Le changement de la rigidité et/ou de la masse provoquée par des endommagements provoque aussi des modifications des formes de mode de la structure. Comme les formes des modes représentent le déplacement relatif des différents points de la structure, ces modifications peuvent donc être utilisées pour la détection et la localisation des endommagements. Afin d'évaluer ces changements, on trouve dans la littérature deux principaux critères, "Modal Assurance Criterion" (MAC) (Allemang et Brown, 1982) [12] et "Coordinate Modal Assurance Criterion". Si $\underline{\phi}^a$ et $\underline{\phi}^b$ sont deux formes modales mesurées à partir de la structure à des temps différents (a et b), ces deux critères sont définis par :

$$MAC(j, k) = \frac{|\sum_{i=1}^{nd} (\phi_{ij}^a \phi_{ik}^b)^2|}{(\sum_{i=1}^{nd} |\phi_{ij}^a|^2)(\sum_{i=1}^{nd} |\phi_{ik}^b|^2)} \quad (1.1)$$

Et

$$COMAC(i) = \frac{|\sum_{i=1}^m (\phi_{ij}^a \phi_{ik}^b)^2|}{(\sum_{i=1}^m |\phi_{ij}^a|^2)(\sum_{i=1}^m |\phi_{ik}^b|^2)} \quad (1.2)$$

Ces critères expriment la corrélation existante entre deux formes modales mesurées. Les valeurs diagonales de la matrice MAC indiquent quels sont les modes les plus affectés par les endommagements. La valeur 1 représente une bonne corrélation entre deux modes.

En pratique, il est plus difficile d'identifier les formes modales que les fréquences propres. Là où quelques capteurs suffisent, il est nécessaire d'utiliser plusieurs capteurs pour assurer un maillage fin de la structure, afin d'identifier les formes modales.

(Pandey et Biswas,) [13] ont conclu que les changements des formes des modes dus à des endommagements sont en général très faibles et fournissent rarement une indication claire sur les endommagements. Par rapport à la forme modale, la courbure de forme modale est plus sensible à un changement de raideur locale de la structure. Quand un endommagement se produit dans une structure, la rigidité en flexion aux endroits des endommagements est réduite tandis qu'en même temps la courbure de forme de modes augmente.

(Pandey et al,) [14] ont mis en évidence que la différence absolue entre la courbure des formes modale de la structure saine ϕ_j'' et de la structure endommagée $\phi_j''^*$ peut être un bon indicateur d'endommagement :

$$MSC = \sum_{i=1}^{nm} |\phi_j''^* - \phi_j''| \quad (1.3)$$

Plus la réduction de la rigidité en flexion est grande (correspondant à un niveau d'endommagement plus élevé), plus le changement de courbure sera grand. Donc, les valeurs des composantes de MSC sont élevées dans les régions où l'endommagement est présent et négligeables dans toutes les autres régions. La position d'endommagement est donnée par la plus grande valeur.

La courbure peut être calculée par intégration numérique de la forme modale, par exemple en utilisant un schéma aux différences centrées :

$$\phi_{ij}'' = \frac{\phi_{(i+1)j} - 2\phi_{ij} + \phi_{(i-1)j}}{h^2} \quad (1.4)$$

Où, i est le numéro de nœud, j est le numéro de la forme modale et h_i est la distance entre les nœuds $(i - 1)$ et $(i + 1)$.

Les simulations montrent que les méthodes SHM à base de surveillance des courbures des formes des modes sont très sensibles au bruit de mesures. Ce qui limite leur utilisation dans la

pratique. La précision de la détection des endommagements s'améliore, si les contraintes dynamiques sont mesurées directement.

Ho et Ewins [15] ont étudié d'autres variations des caractéristiques basées sur des formes de modes comme la pente de formes modales et le carré de la courbure des formes modales. Ils ont conclu que la caractéristique basée sur le carré de la courbure des formes modales donne de meilleurs résultats.

I.3.3.3 Méthodes de détection d'endommagement basées sur l'énergie de déformation modale :

Une autre méthode de détection d'endommagement a été proposée par, Stubbs et al [16]. Celle-ci est basée sur le rapport entre l'énergie de déformation modale des éléments avant et après l'endommagement, les formes modales mesurées ont été d'abord différenciées et ensuite interpolées pour obtenir les courbures des formes des modes afin, de calculer l'énergie de déformation modale.

Le point fort de cette méthode est que la détection et la localisation de l'endommagement peuvent être obtenues avec un nombre réduit de modes de vibration,

Lorsque cet indicateur est négatif cela indique l'absence de l'endommagement dans la structure. Humar et al [17].

(Farrar et Doebling, 1999) [18] ont réussi à utiliser l'énergie de déformation modale pour localiser les endommagements d'un pont. Ils ont constaté que l'utilisation de cette caractéristique est meilleure que la comparaison directe des courbures des formes des modes pour la localisation des endommagements.

(Cornwell et al, 1999) [19] ont adopté cette caractéristique de structure 1-D pour une plaque 2-D, en la divisant en plusieurs bandes et en traitant chaque bande individuellement. L'algorithme qu'ils ont employé est capable de localiser des défauts de rigidité de (10 à 25) % sur la plaque en utilisant un nombre très réduits de mode (1 à 12), cependant l'utilisation de cette méthode nécessite de tracer un seuil de validation (dans le cas de cette plaque, seuil=2) de la localisation et aucune information n'est fournie sur la sévérité de celui-ci.

(Tiachacht et Bouazzouni, 2007) [20] ont proposé une nouvelle forme d'écriture de l'indicateur d'endommagement proposé par Cornwell, en second lieu ils ont élargi le concept de l'indicateur basé sur l'énergie de déformation vers l'exploitation de l'énergie cinétique des

structures avant et après endommagement pour construire une base pour le recalage du model éléments finis.

I.3.3.4 Méthodes de détection d'endommagement basées sur des mesures de fonction de réponse fréquentielle :

Les fonctions de réponse fréquentielle sont très utilisées dans la dynamique des structures et l'identification des systèmes mécaniques pour l'extraction des fréquences de résonance, l'estimation des vecteurs propres et des coefficients d'amortissement, et vérifier les matrices de masse, de raideur et d'amortissement.

Wang et al. [21] ont développé un algorithme pour localiser et quantifier l'endommagement en utilisant directement les données FRF mesurées. La position et l'ampleur de l'endommagement sont déterminées à partir d'un vecteur de différence calculée à partir des écarts entre les FRF mesurées et les FRF calculées.

Différents autres auteurs [22], [23], [24] ont exploité les mesures de réponses fréquentielles pour la détection et localisation d'endommagements de structures mécaniques.

I.3.3.5 Méthodes de détection d'endommagement basées sur l'amortissement :

La détection d'endommagement basée seulement sur le changement des paramètres d'amortissement n'a pas été intensément étudiée, comparée aux méthodes basées les fréquences naturelles et les vecteurs propres.

Cela peut être dû à l'existence de différents types d'amortissement et l'incertitude relativement haute dans son estimation.

A.Amziani et Bouazzouni [25] proposent dans leur travail l'utilisation d'une méthode énergétique pour la détection et la localisation d'endommagements des structures. Le principe de cette méthode est basé sur le fait que l'écoulement de l'énergie vibratoire est influencé par les caractéristiques mécaniques des structures. Les simulations qui ont été faites s'appuient sur l'influence de l'endommagement sur l'amortissement, car les endommagements augmentent sensiblement le taux d'amortissement des structures au voisinage de la position de ceux-ci.

Williams et Salawu [26] ont revu des études en génie civil, et ont conclu que l'amortissement seul ne peut pas donner une véritable signification à la détection d'endommagement (localisation et quantification). Par contre, le changement d'amortissement peut détecter l'endommagement là où les méthodes conventionnelles basées sur le changement de fréquences et de déformées propres ne sont pas sensibles.

Modena et al. [27] ont démontré que des microfissures causent des changements négligeables dans les fréquences naturelles, mais une augmentation considérable d'amortissement, ce qui peut être utilisé pour localiser la fissure.

Les techniques de détection basées sur la mesure d'amortissement sont capables de nous renseigner seulement sur l'existence de l'endommagement.

I.3.3.6 Méthodes de détection d'endommagement basées sur la variation des matrices de flexibilité modale :

La présence de l'endommagement ou d'une fissure dans une structure provoque une variation locale de leur rigidité, qui se reporte sur le comportement dynamique global de la structure. La réduction dans la rigidité réduit les fréquences et affecte les déformées modales, c'est-à-dire augmenter la flexibilité (Ulm et al [28]).

Li et al [29] ont présenté une nouvelle approche de localisation et quantification d'endommagements basée sur le changement de la matrice de flexibilité modale généralisée. La matrice de flexibilité modale généralisée réduit l'effet de troncature des modes d'ordre supérieur.

Kazemi et al [30] ont utilisé la variation de la flexibilité modale pour détecter des défauts sur des structures plaques minces. L'indicateur d'endommagement est formulé à partir de la matrice de flexibilité modale et des équations différentielles de variation des efforts.

Edwin R al [31] ont proposé une méthode basée sur la flexibilité quasi statique. La matrice de flexibilité modale est combinée avec des forces virtuelles qui causent des contraintes non nulles sur des petites parties de la structure, où de possibles changements de raideur sont à chercher.

Ils ont démontré, que le rapport entre certaines combinaisons de déformation avant et après endommagement fait apparaître un changement de raideur. Ce changement se traduit par la variation de flexibilité locale.

(Yan & Golinval, 2005) [32] proposent une méthode de détection et de localisation des endommagements basée sur la matrice de flexibilité et de la rigidité. Ils ont utilisé la matrice de flexibilité pour la détection de l'endommagement. Cette matrice est calculée à partir des formes de modes identifiées et la masse normalisée. Pour la matrice de rigidité ils ont utilisé le pseudo-inverse de la matrice de flexibilité pour son calcul. Les valeurs diagonales de la matrice de rigidité, indiquent l'endroit de l'endommagement.

I.3.3.7 Méthode recalage des matrices de masse et de raideur :

La méthode de recalage basée sur la notion de l'erreur en relation de comportement, cependant, l'évaluation de la qualité des prédictions se fait par le calcul de l'erreur globale, si cette dernière est supérieure à l'erreur spécifiée par l'utilisateur, le processus itératif du recalage paramétrique est enclenché en deux étapes :

- **Étape de localisation :**

Cette étape permet de localiser les zones présentant des défauts dominants au niveau de la modélisation initiale. Ces régions sont supposées responsables de l'écart entre les prédictions et le comportement réel de la structure, elles sont détectées en utilisant les erreurs locales élémentaires.

- **Étape de Correction :**

Dans cette étape un processus d'optimisation paramétrique cherche à minimiser la fonction objective, en corrigeant les paramètres de conception des seules régions décelées dans l'étape de localisation. Après chaque itération, l'erreur globale est recalculée. En cas de résultats non satisfaisants, on recommence l'opération autant de fois que nécessaire. Le processus itératif s'arrête lorsque le niveau toléré d'erreur défini par l'utilisateur est atteint.

Fritzen et al [33] ont étudié la possibilité de modélisation des erreurs et leurs influences pour l'exactitude de la localisation des défauts et ont présenté une approche pour des résultats plus fiables. Un intérêt particulier est porté à la sélection du paramètre pour traiter les équations de la sensibilité inverse mal posées.

Zang et Imregum [34] ont discuté sur La technique de recalage du modèle basé sur la sensibilité pour détecter et localiser des défauts d'une structure.

Bouazzouni et al. [35] ont proposé une technique des conditions aux limites artificielle pour fournir une base de données plus riches, pour le recalage du modèle. Il a été montré que les fonctions de la réponse fréquentielle de structures sous divers conditions aux limites sont disponibles sans aucune modification physique réelle des conditions aux limites, d'où le terme conditions aux limites artificielles. Cette technique a pu procurer potentiellement une base de connaissances plus riches de la structure.

I.4. Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons passé en revue différentes méthodes de contrôle non destructif, en faisant apparaître leurs potentialités et limites, ensuite nous nous sommes intéressés aux méthodes de détection d'endommagement basées sur des données vibratoires, en les classifiant par catégorie. Dans le chapitre suivant, nous développerons le model éléments finis que nous utiliserons pour calculer les paramètres modaux des structures considérées pour l'application des méthodes étudiées.

II.1. Introduction à la méthode des éléments finis :

La méthode des éléments finis (M.E.F.) est un des outils les plus efficaces et les plus généraux pour l'analyse des structures dans de nombreux secteurs de l'industrie aérospatial, automobile, nucléaire, génie civil, construction navale, mécanique, etc.

Dans le domaine du calcul des structures, la M.E.F. est une technique à caractère pluridisciplinaire qui met en œuvre des connaissances relevant de plusieurs disciplines de base telles que la mécanique des structures, l'analyse numérique et l'informatique appliquée. Les bases théoriques de la M.E.F. reposent d'une part sur les méthodes énergétiques de la mécanique des structures et d'autre part sur les méthodes d'approximation spatiale des fonctions (Ritz, Galerkin).

La M.E.F est basée sur une décomposition du domaine dans lequel on désire effectuer la simulation en sous-domaines de forme géométrique simple appelés 'éléments finis' pour lesquels on procède à des approximations nodales des champs de déplacements ou de contraintes qui prennent en général la forme de fonctions polynomiales. L'ensemble de ces éléments constitue ce que l'on appelle le maillage du domaine. Ces éléments sont liés par un nombre fini de conditions de continuité, exprimées en certains points communs à plusieurs éléments appelés 'nœuds'.

Ce sont les méthodes classiques du calcul des structures, méthode des déplacements et méthode des forces, qui sont à la base de la M.E.F. Selon que l'on approxime le champ des contraintes ou le champ de déplacements on crée le modèle contrainte ou le modèle déplacement. Le modèle déplacement semble plus commode à mettre en œuvre car il s'adapte généralement mieux aux problèmes de calcul des structures et sera adopté dans ce qui suit.

Dans la méthode des déplacements, la formulation du problème est faite en fonction des déplacements aux nœuds qui sont les inconnues cinématiques. La structure est préalablement discrétisée en éléments finis. Le calcul est conduit suivant deux niveaux de formulation : élémentaire au niveau de l'élément fini et global au niveau de la structure complète.

II.1.a. La formulation élémentaire au niveau de l'élément fini :

Pour chaque élément et dans un repère local, on choisit une fonction d'interpolation qui représente la variation des déplacements à l'intérieur de cet élément en termes de déplacements nodaux. Puis, on calcule pour chaque élément ses matrices de rigidité et de masse ainsi que son vecteur des forces. Ces caractéristiques élémentaires sont transformées par la suite dans le repère global de la structure.

II.1.b. La formulation globale au niveau de la structure complète :

Elle consiste à rechercher pour la structure complète l'expression matricielle de l'énergie potentielle en fonction des déplacements inconnus en tous les nœuds de la structure. Cette étape nécessite l'assemblage des matrices de rigidité et de masse et les vecteurs forces et déplacements de la structure à partir des caractéristiques élémentaires (matrices de rigidité et de masse et vecteurs forces et déplacements de chaque élément).

II.2. Démarche de formulation éléments finis :

L'analyse des structures de type treillis ou portique peut s'effectuer en considérant d'abord le comportement de chaque partie (élément barre ou poutre) indépendamment puis en assemblant ces parties de telle façon que l'équilibre des forces et la compatibilité des déplacements soient satisfaits en chaque nœud.

Dans la suite, toutes les grandeurs vectorielles et matricielles relatives à la base locale de l'élément sont surlignées d'une barre.

II.2.a. Discrétisation de la structure en éléments finis :

C'est l'ensemble des opérations à effectuer pour établir le modèle mathématique de calculs représentant au mieux la structure réelle. Pratiquement cette idéalisation consiste, du point de vue topologique, à ramener la structure à une géométrie simple c'est ainsi qu'on réduit les éléments unidimensionnels à leur axe et on définit les conditions d'appuis et les charges.

Au point de vue rhéologique, elle consiste à choisir la loi constitutive du matériau et à déterminer les constantes qui définissent cette loi.

II.2.b. Construction de l'approximation nodale par sous domaines :

Pour chaque élément, on choisit une fonction d'interpolation qui représente la variation des déplacements $u^e(x, y, z)$ à l'intérieur de cet élément en termes de déplacements nodaux \bar{U}^e . Ce modèle peut être représenté de façon commode par une expression polynomiale contenant un coefficient inconnu pour chaque degré de liberté.

Soit :

$$u^e(x, y, z) = N^t \bar{U}^e \quad (2.1)$$

où N est la matrice d'interpolation reliant les déplacements d'un point intérieur de l'élément aux déplacements nodaux.

II.2.c. Établissement de la relation entre déformations et déplacements :

Il s'agit ici de trouver la matrice B reliant les déformations ε de l'élément à ses déplacements nodaux \bar{U}^e . Cette relation est exprimée par :

$$\{\varepsilon\} = B \bar{U}^e \quad (2.2)$$

II.2.d. Établissement de la relation entre contraintes et déformations :

Pour un matériau élastique linéaire, les contraintes σ sont des fonctions linéaires des déformations ε . Elles sont exprimées par l'expression :

$$\{\sigma\} = D\{\varepsilon\} \quad (2.3)$$

Où D est la matrice d'élasticité :

II.2.e. Calcul des matrices élémentaires :

Cette étape constitue la partie la plus importante du problème. Les déplacements \bar{U}^e aux nœuds sont déterminés de telle façon que les contraintes engendrées dans l'élément équilibrent le chargement extérieur \bar{F}^e , c'est-à-dire que :

$$\bar{K}^e \bar{U}^e = \bar{F}^e \quad (2.4)$$

\bar{K}^e Est la matrice de rigidité de l'élément exprimée dans le repère local. Elle est déduite de l'énergie de déformation de l'élément (ROCKY 1979) [36] et exprimée par :

$$\bar{K}^e = \int_0^v B^T D B dv \quad (2.5)$$

Il faut aussi calculer la matrice de masse \bar{M}^e de chaque élément. Cette matrice est déduite de l'énergie cinétique de l'élément (ROCKY 1979) [36]. Dans le repère local de l'élément, cette matrice est donnée par l'expression

$$\bar{M}^e = \int_0^v \rho N^T N dv \quad (2.6)$$

où ρ est la masse volumique du matériau constituant l'élément.

Finalement, on exprime les matrices U^e, K^e, M^e et \bar{F}^e dans le repère global défini pour toute la structure.

II.2.f. Assemblage des matrices élémentaires :

La phase de l'assemblage consiste à construire les matrices K, M et F de la structure complète à partir des matrices élémentaire U^e, K^e, M^e, F^e , exprimées dans le repère global, des différents éléments en sommant les énergies de déformation et cinétique de chaque élément.

Pour une structure formée de poutres, on ne peut pas sommer les matrices directement. Pour chaque élément, il faut localiser la position des variables nodales dans le vecteur des déplacements de l'ensemble des nœuds de la structure.

II.3. Élément fini barre :

II.3.a. Définition :

Géométriquement une barre correspond à un solide orienté dans la direction x (repère local). Les dimensions dans le plan $(y-z)$ normal à x sont relativement petites par rapport à la dimension longitudinale (figure 2.5). Un élément fini barre (figure 2.6) schématise un composant d'une structure qui travaille uniquement en traction ou compression. C'est généralement un élément

à 2 nœuds, qui comporte 3 inconnues ou degrés de liberté (d.d.l.) par nœud, représentant les composantes de son déplacement dans l'espace.

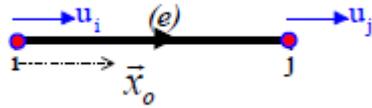


Fig. (II.1) : Élément finis barre

Les hypothèses principales pour un élément barre qui travaille qu'en traction compression sont :

Petit déplacement :

$$U_{(M,t)} = U_{(M,t)}X \quad (2.7)$$

Petit déformation :

$$\varepsilon = \frac{\partial U}{\partial x} \quad (2.8)$$

Loi de Hooke dans un milieu isotrope homogène et élastique :

$$\sigma = E\varepsilon \quad (2.9)$$

σ : Est la contrainte dans la barre

E : est le module de Young de matériau de la barre

En intégrant les contraintes sur la section A , on obtient la loi de comportement intégrée des barres :

$$n(x) = EA\varepsilon \quad (2.10)$$

où $n(x)$ est l'effort normal dans la barre dû à la force nodale F .

II.3.b. Élément barre dans le plan :

Considérons un élément barre dans le plan défini par deux nœuds i et j , de longueur L et de section A .

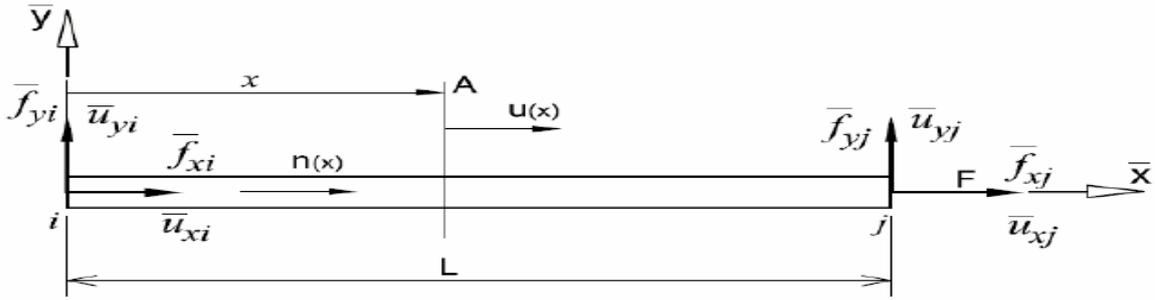


Fig. (II.2) : Élément fini barre dans le repère local (i, x, y) .

Dans le repère local (i, x, y) , on note par U_{xi} et U_{xj} les déplacements aux nœuds i et j , et par f_{xi} et f_{xj} les forces aux nœuds i et j .

Le vecteur force relatif à l'élément e est donné par :

$$\bar{F}^e = [\bar{f}_{xi}, \bar{f}_{yi}, \bar{f}_{xj}, \bar{f}_{yj}]^T \quad (2.11)$$

Le vecteur déplacement relatif à l'élément e est donné par :

$$\bar{U}^e = [\bar{u}_{xi}, \bar{u}_{yi}, \bar{u}_{xj}, \bar{u}_{yj}]^T \quad (2.12)$$

Dans le cas qui nous occupe, on travaille avec un élément barre qui subit des sollicitations de traction compression, ce qui veut dire que $\bar{f}_{xj}, \bar{f}_{yj}, \bar{u}_{xj}$ et \bar{u}_{yj} sont non nuls.

II.3.c. Fonction d'interpolation :

Pour un problème statique, lorsque l'élément est chargé au niveau de ses nœuds, l'effort normal est uniforme. Compte tenu des relations (2.8) et (2.10) la solution $u(x)$ sera linéaire. Pour chercher cette solution, nous utilisons une approximation polynomiale linéaire de la forme :

$$U(x) = N_1 \bar{u}_{xi} + N_2 \bar{u}_{xj} \quad (2.13)$$

où N_1 et N_2 sont les coordonner naturelles

Nous identifions aux nœuds i ($x=0$) et j ($x=L$) la valeur de l'approximation des déplacements axiaux. Nous en déduisons :

$$N_1 = \left(1 - \frac{x}{L}\right) \text{ et } N_2 = \left(\frac{x}{L}\right) \quad (2.14)$$

Sous forme matriciel

$$U(x) = N^T \bar{U}^e = \left[1 - \frac{x}{L} \quad \frac{x}{L} \right] \begin{bmatrix} \bar{u}_{xi} \\ \bar{u}_{xj} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

La matrice d'interpolation N relie les déplacements d'un point intérieur de la barre aux déplacements nodaux

$$N^T = \left[1 - \frac{x}{L} \quad \frac{x}{L} \right] \quad (2.16)$$

II.3.d. Relation entre déformation et déplacement :

La déformation est déduite des équations (2.8) et (2.13) :

$$\{\varepsilon\} = \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_{xi} \\ \bar{u}_{xj} \end{bmatrix} = B \bar{U}^e \quad (2.17)$$

La matrice B relie les déformations de la barre à ces déplacements nodaux :

$$B = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

II.3.e. Matrice de rigidité de l'élément barre :

La matrice de rigidité de l'élément barre dans le repère local est donné par l'équation (2.5), après intégration on aura la matrice sous forme :

$$\bar{K}^e = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

II.3.f. Matrice de masse de l'élément barre :

La matrice de masse de l'élément barre dans le repère local est donné par l'équation (2.6), après intégration on aura la matrice de masse sous forme :

$$\bar{M}^e = \frac{\rho AL}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

II.3.j. Transformation dans le repère global :

Les barres composant un treillis ou un portique plan sont positionnées arbitrairement dans l'espace et font des angles différents avec le repère global de la structure

On note θ l'angle entre l'axe \vec{X} , de repère global et l'axe \vec{x} de repère local de la barre.

Soit u_{xi}, u_{yi}, u_{xj} et u_{yj} les déplacements aux nœuds i et j exprimés dans le repère global, La relation entre les déplacements exprimés dans le repère local et ceux exprimés dans le repère global est donnée par

$$\bar{u}_{xi} = u_{xi}C + u_{yi}S \quad (2.21)$$

$$\bar{u}_{xj} = u_{xj}C + u_{yj}S$$

Où : C et S sont les cosinus directeurs : $C = \cos\theta$ et $S = \sin\theta$

$$C = \frac{1}{L}(x_j - x_i) \quad (2.22)$$

$$S = \frac{1}{L}(y_j - y_i)$$

L est la distance entre les nœuds i et j , (longueur de l'élément) :

$$L = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \quad (2.23)$$

Sous forme Matriciel :

$$\begin{bmatrix} \bar{u}_{xi} \\ \bar{u}_{xj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & S & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C & S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{xi} \\ u_{yi} \\ u_{xj} \\ u_{yj} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Où T est la matrice de transformation de repère local au repère global.

$$T = \begin{bmatrix} C & S & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C & S \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

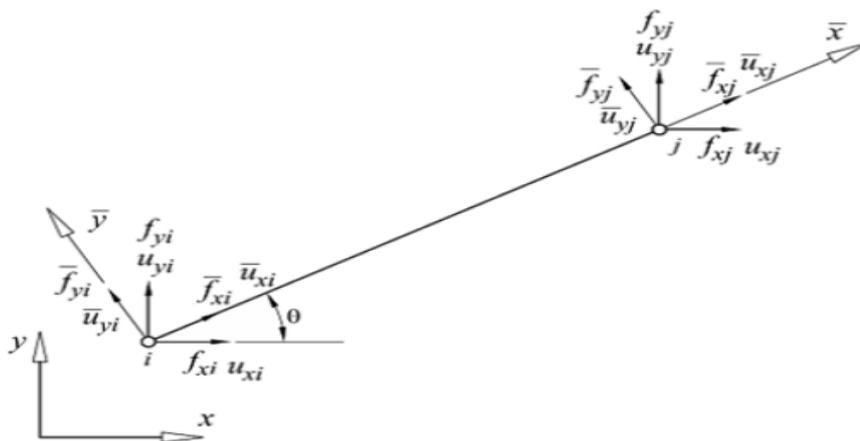


Fig. (II.3) : Élément barre dans le repère global.

La matrice de rigidité exprimée dans le repère global sera déduite de la matrice de rigidité exprimée dans le repère local par la relation :

$$K^e = T^T \bar{K}^e T \quad (2.26)$$

De même, pour la matrice de masse de l'élément barre dans le plan exprimée dans le repère global est :

$$M^e = T^T \bar{M}^e T \quad (2.27)$$

II.3.h. Barre tridimensionnelle :

La figure (II.4) montre une barre tridimensionnelle, le vecteur force relatifs à l'élément barre est donner par :

$$\bar{F}^e = [\bar{f}_{xi} \bar{f}_{yi} \bar{f}_{zi} \bar{f}_{xj} \bar{f}_{yj} \bar{f}_{zj}]^T \quad (2.28)$$

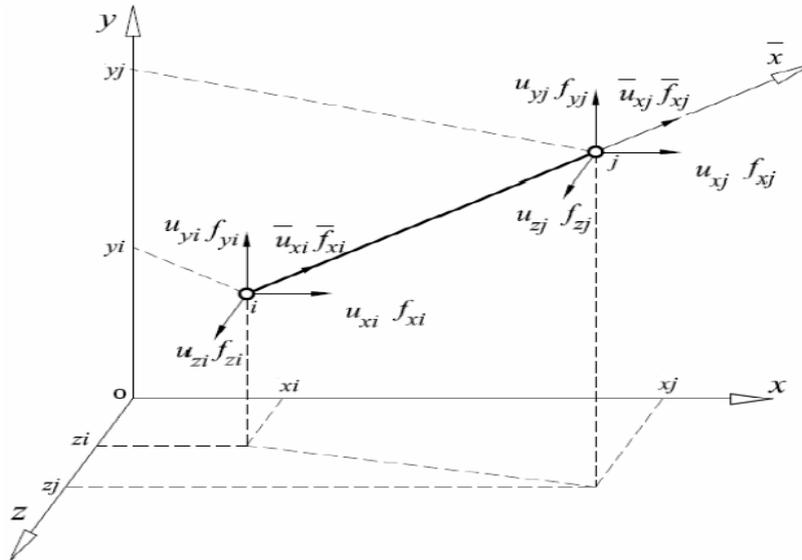


Fig. (II.4) : Élément barre tridimensionnelle

Le vecteur déplacement est donner par :

$$U^e = [\bar{u}_{xi} \bar{u}_{yi} \bar{u}_{zi} \bar{u}_{xj} \bar{u}_{yj} \bar{u}_{zj}]^T \quad (2.29)$$

De la même manière que pour un élément barre dans le plan, les relations entre les grandeurs mesurées dans le repère local et celles mesurées dans le repère global pour un élément barre tridimensionnelle sont données par :

$$\bar{u}_{xi} = C u_{xi} + S u_{yi} + Z u_{zi} \quad (2.30)$$

$$\bar{u}_{xj} = C u_{xj} + S u_{yj} + Z u_{zj}$$

avec :

$$C = \frac{1}{L}(x_j - x_i), \quad S = \frac{1}{L}(y_j - y_i), \quad Z = \frac{1}{L}(z_j - z_i) \quad (2.31)$$

$$L = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2} \quad (2.32)$$

Donc la matrice de transformation du repère local au repère global 3D est :

$$T = \begin{bmatrix} C & SZ & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 00 & C & S & Z \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

La matrice de rigidité d'une barre tridimensionnelle exprimée dans le repère global est donnée par :

$$K^e = T^T \bar{K}^e T \quad (2.34)$$

\bar{K}^e est donné par l'équation (2.19)

De même pour la matrice masse de l'élément barre tridimensionnelle exprimé dans le repère global

$$M^e = T^T \bar{M}^e T \quad (2.35)$$

\bar{M}^e est donné par l'équation (2.20)

II.4.Élément fini poutre :

Le comportement tridimensionnel d'un élément fini poutre dans le cadre de la théorie linéaire est obtenu par superposition de trois modèles mathématiques : le modèle de traction, le modèle de torsion et le modèle de flexion. C'est généralement un élément à 2 nœuds *i et j*, qui comporte 6 inconnues par nœud associées aux composantes de son déplacement et de sa rotation dans l'espace.

Pour une poutre plane, chaque nœud possède trois degrés de liberté par nœud (deux déplacements et une rotation), alors que pour une poutre tridimensionnelle, le nombre de degrés de liberté par nœud est six : trois rotations et trois translations.

II.4.1. Formulation d'un élément poutre en flexion dans le plan :

II.4.1.a. Identification du problème :

La figure (II.5) illustre un élément poutre dans le plan (x-y) orienté suivant son axe local \bar{x} ,

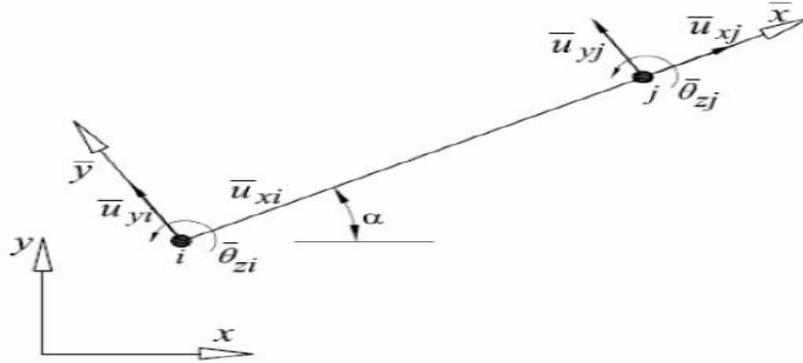


Fig. (II.5) : Élément poutre dans le plan avec 6 ddl.

Cet élément possède 6 ddl et son vecteur déplacement est le suivant :

$$\bar{U}^e = [\bar{u}_{xi} \bar{u}_{yi} \bar{\theta}_{zi} \bar{u}_{xj} \bar{u}_{yj} \bar{\theta}_{zj}]^T \quad (2.36)$$

où u_{xi} , u_{yi} , u_{xj} et u_{yj} sont les déplacements aux nœuds i et j suivant x et y ; θ_{zi} et θ_{zj} sont les rotations aux nœuds i et j autour de l'axe z .

Les coefficients de la matrice de rigidité de cet élément qui sont dus aux déplacements axiaux sont ceux définis pour un élément barre et n'influence pas sur le comportement de l'élément sous l'effet de u_{xi} , u_{yj} , θ_{zi} et θ_{zj} . Dans la suite nous cherchons à déterminer les coefficients de la matrice de rigidité relatifs aux déplacements u_{yi} , u_{yj} , θ_{zi} et θ_{zj} .

II.4.1.b. Fonction d'interpolation :

On choisit une fonction d'interpolation qui définit d'une façon approximative l'état de déplacement de tous les points de l'élément. Puisque l'élément possède quatre degrés de liberté (u_{yi} , u_{yj} , θ_{zi} et θ_{zj}), quatre coefficients inconnus doivent apparaître dans le polynôme représentant le modèle du déplacement.

$$\bar{u}^e = a_1 N_1^3 + a_2 N_2^3 + a_3 N_1^2 N_2 + a_4 N_1 N_2^2 \quad (2.37)$$

où N_1 et N_2 sont les coordonnées naturelles données par l'expression (2.14), a_1 , a_2 , a_3 et a_4 sont des coefficients à déterminer.

Sous forme matricielle l'expression (2.37) s'écrit :

$$\bar{u}_y^e = N^T \bar{U}^e \quad (2.38)$$

La rotation θ est liée au déplacement \bar{u}_y par la relation suivante :

$$\theta = \frac{\partial \bar{u}_y}{\partial x} = \frac{1}{L} [3a_2 N_2^2 + a_3 N_1^2 + 2a_4 N_1^2 N_2 - 3a_1 N_1^2 - 2a_3 N_3 - a_4 N_2^2] \quad (2.39)$$

$$N = [N_1^2(3 - 2N_1)N_1^2 N_2 L \quad N_2^2(3 - 2N_2) \quad -N_1 N_2^2 L]^T \quad (2.40)$$

II.4.1.c. Relation entre les déplacements et les déformations :

La seule déformation à considérer est la courbure autour de l'axe y . Le vecteur de déformation est donné par :

$$\varepsilon(x, y) = -y \frac{\partial^2 \bar{u}_y}{\partial x^2} \quad (2.41)$$

La contrainte σ et le moment m_z dus à la flexion dans le plan (x - y) sont (Kerguignas, 1977)

$$[37] : \quad \sigma = -Ey \frac{\partial^2 \bar{u}_y}{\partial x^2} \quad (2.42)$$

$$m_z = -EI_z \frac{\partial^2 \bar{u}_y}{\partial x^2} \quad (2.43)$$

E est le module de Young du matériau, et I_z est le moment d'inertie de la section par rapport à l'axe z .

De l'expression (2.38) et (2.40) on a :

$$m_z = [(6 - 12N_1) \quad L(2N_2 - 4N_1)(6 - 12N_2) \quad L(4N_2 - 2N_1)] \quad (2.44)$$

Les contraintes σ et les déformations ε correspondant au moment interne dans la poutre sont reliées par la relation :

$$\sigma = D\{\varepsilon\} = DB\bar{U}^e \quad (2.45)$$

Dans ce cas particulier, la matrice D contient un seul terme correspondant à la rigidité de flexion EI_z . La matrice reliant les déformations de l'élément à ses déplacements nodaux est donc :

$$B = \left[\frac{6}{L^2} - \frac{12x}{L^3} \frac{4}{L} - \frac{6x}{L^2} \frac{6}{L^2} - \frac{12x}{L^3} \frac{2}{L} - \frac{6x}{L^2} \right] \quad (2.46)$$

II.4.d. Matrice de rigidité d'un élément poutre dans le plan :

La matrice de rigidité de l'élément poutre à 4 d.d.l. dans le repère local est calculée à partir de l'expression (2.5) :

$$K^e = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

La matrice de masse de l'élément poutre à 4 d.d.l. dans le repère local est calculée à partir de l'expression (2.6) :

$$M^e = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

En tenant compte du coefficient dû au déplacement suivant l'axe x la matrice de rigidité de l'élément poutre dans le plan (à 6 d.d.l.) exprimée dans le repère local :

$$K^e = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 6L & 0 & -12 & 6L \\ 0 & 6L & 4L^2 & 0 & -6L & 2L^2 \\ \frac{-EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -12 & -6L & 0 & 12 & -6L \\ 0 & 6L & 2L^2 & 0 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Pour un élément poutre à 6 d.d.l. la matrice de masse est la superposition des deux matrices données par les Eq. (2.20) et (2.48). On obtient donc la matrice suivante :

$$M^e = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 54 & 13 \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 13L & -3L^2 \\ 70 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 156 & -22L \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

II.4.e. Matrice de transformation :

La matrice de transformation dans le repère global est :

$$T = \begin{bmatrix} C & S & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -S & C & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C & S & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -S & C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

C et S sont les cosinus directeurs définis par l'expression (2.31) :

II.5.Élément poutre tridimensionnelle :

II.5.a. Matrice de rigidité :

Considérons l'élément poutre tridimensionnelle représenté dans la (Fig. II.8).

L'axe x de la poutre coïncide avec l'axe neutre de cette dernière. Il est positif de i vers j . Les axes y et z sont choisis de telle sorte que les plans $(\bar{x}; \bar{y})$ et $(\bar{y}; \bar{z})$ soient les plans principaux de la flexion.

Notons par $\bar{u}_{xi}, \bar{u}_{yi}$, et \bar{u}_{zi} les déplacements au nœud i et par $\bar{\theta}_{xi}, \bar{\theta}_{yi}$ et $\bar{\theta}_{zi}$ les rotations, respectivement, autour de x, y et z au même nœud i .

$\bar{f}_{xi}, \bar{f}_{yi}$, et $\bar{f}_{zi}, \bar{m}_{xi}, \bar{m}_{yi}$ et \bar{m}_{zi} sont les forces et les moments au nœud i .

Le vecteur force est donné par :

$$\bar{F}^e = [\bar{f}_{xi}, \bar{f}_{yi}, \bar{f}_{zi}, \bar{m}_{xi}, \bar{m}_{yi}, \bar{m}_{zi}, \bar{f}_{xj}, \bar{f}_{yj}, \bar{f}_{zj}, \bar{m}_{xj}, \bar{m}_{yj}, \bar{m}_{zj}]^T \quad (2.52)$$

Le vecteur déplacement est donné par :

$$\bar{U}^e = [\bar{u}_{xi}, \bar{u}_{yi}, \bar{u}_{zi}, \bar{\theta}_{xi}, \bar{\theta}_{yi}, \bar{\theta}_{zi}, \bar{u}_{xj}, \bar{u}_{yj}, \bar{u}_{zj}, \bar{\theta}_{xj}, \bar{\theta}_{yj}, \bar{\theta}_{zj}]^T \quad (2.53)$$

Cet élément est la superposition de quatre éléments dont les matrices de rigidité ont déjà été déterminées : élément barre, élément poutre en torsion, élément poutre fléchie autour de z dans le plan $(\bar{x}; \bar{y})$ et élément poutre fléchie autour de y dans le plan $(\bar{y}; \bar{z})$ La matrice de rigidité d'un élément poutre tridimensionnelle est donc :

$$\bar{K}^e = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & -\frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12EI_y}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GI_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GI_x}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_y}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{2EI_y}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & 0 & -\frac{12EI_y}{L^3} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{GI_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GI_x}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{2EI_y}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_y}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{L} & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

II.5.b. La matrice de masse :

La matrice de masse d'un élément poutre tridimensionnelle est obtenue par la superposition des matrices de masse des éléments poutres en traction, torsion et flexion dans les deux plans ($\bar{x} ; \bar{y}$) et ($\bar{y} ; \bar{z}$) Soit :

$$\bar{M}^e = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 0 & 0 & 0 & 22L & 0 & 54 & 0 & 0 & 0 & -13L \\ 0 & 0 & 156 & 0 & -22L & 0 & 0 & 0 & 54 & 0 & 13L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 140I_t/A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 70I_t/A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -22L & 0 & 4L^2 & 0 & 0 & 0 & -13L & 0 & -3L^2 & 0 \\ 0 & 22L & 0 & 0 & 0 & 4L^2 & 0 & 13L & 0 & 0 & 0 & -3L^2 \\ 70 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 0 & 0 & 0 & 13L & 0 & 156 & 0 & 0 & 0 & -22L \\ 0 & 0 & 54 & 0 & -13L & 0 & 0 & 0 & 156 & 0 & 22L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 70I_t/A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 140I_t/A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 13L & 0 & -3L^2 & 0 & 0 & 0 & 22L & 0 & 4L^2 & 0 \\ 0 & -13L & 0 & 0 & 0 & -3L^2 & 0 & -22L & 0 & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

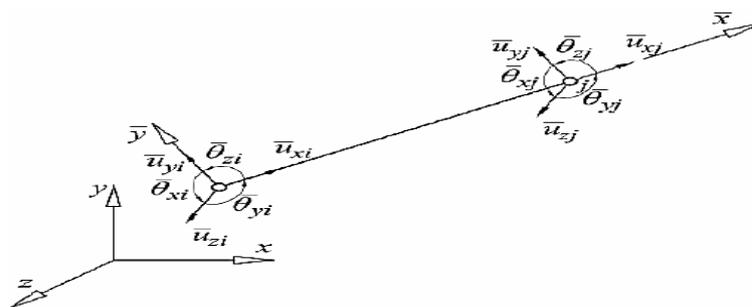


Fig. (II.6) : Élément poutre tridimensionnel.

II.5.c. Transformation dans le repère global

Dans le cas d'un élément barre tridimensionnelle, la position des deux nœuds d'extrémités suffit pour définir son orientation dans l'espace. Pour un élément poutre, la ligne liant les nœuds i et j définit l'axe local \bar{x} de la poutre. Un troisième nœud k est nécessaire pour définir les deux plans principaux de flexion $(\bar{x}; \bar{y})$ et $(\bar{y}; \bar{z})$ (figure II.7).

Pour aboutir à la matrice de transformation, le repère global est amené à coïncider avec le repère local par une séquence de rotations d'angles α , β et γ respectivement autour des axes x , y et z (figure II.8).

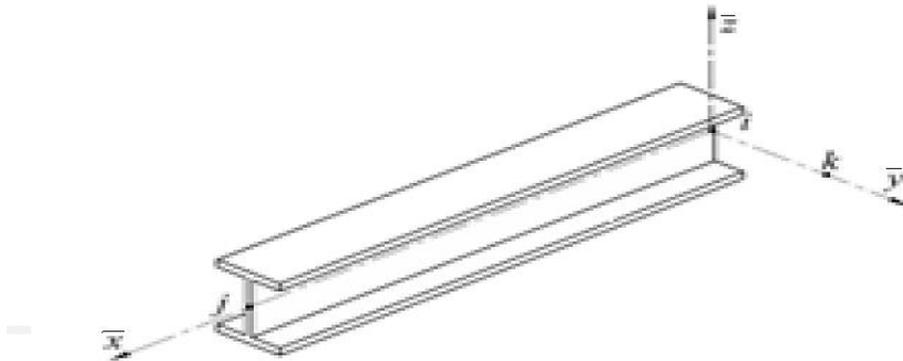


Fig. (II.7) : Axes locaux d'une poutre.

La première rotation autour de l'axe y avec un angle β place l'axe x en position x_β , qui est la projection de l'axe \bar{x} sur le plan $(x; z)$. L'axe z est placé en position z_β . La matrice de transformation correspondant à cette rotation est :

$$T_\beta = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

où :

$$\cos\beta = \frac{C}{\sqrt{C^2+Z^2}} \text{ Et } \sin\beta = \frac{Z}{\sqrt{C^2+Z^2}} \quad (2.57)$$

C S et Z sont les cosinus directeurs donnés dans l'équation (2.31).

La deuxième transformation consiste à faire tourner le nouveau système d'axes x_β , y_β et z_β autour de z_β , d'un angle γ pour faire coïncider l'axe x_β avec l'axe \bar{x} . Nous obtenons un nouveau système d'axes $(x_\gamma, y_\gamma, z_\gamma)$ La matrice de transformation correspondant à cette rotation est :

$$T_\gamma = \begin{bmatrix} \cos\beta & \sin\beta & 0 \\ -\sin\beta & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

Avec $\cos \gamma = \frac{C}{\sqrt{C^2 + Z^2}}$ et $\sin \gamma = \frac{Z}{\sqrt{C^2 + Z^2}}$

Finalement, le système d'axes $(x_\gamma, y_\gamma, z_\gamma)$ tourne d'un angle α autour de l'axe x pour amener les axes y_γ et z_γ à se confondre avec les axes \bar{y} et \bar{z} . La matrice de transformation correspondant à cette rotation est :

$$T_\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

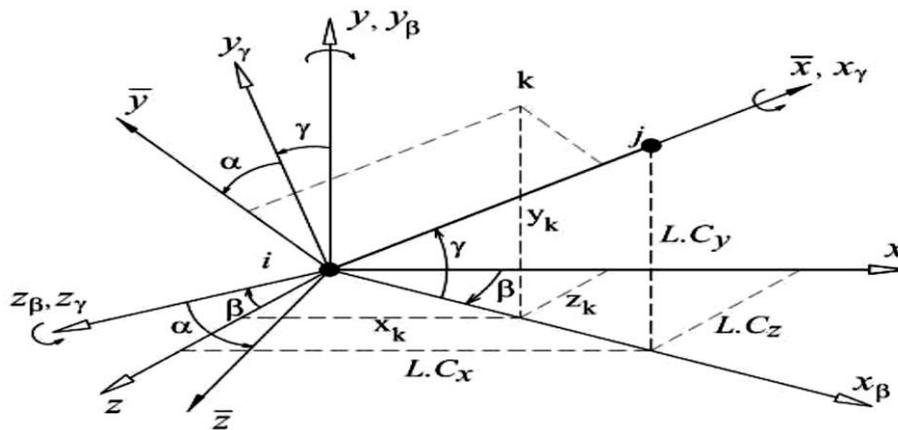


Fig. (II.8) : Rotation des axes sur l'élément poutre 3D.

Le nœud k est choisi sur l'axe principal \bar{y} de la section (fig.II.9). Les coordonnées de ce nœud 'i' par rapport exprimées dans le repère global sont :

$$\begin{aligned} x_{xi} &= x_k - x_i \\ y_{xi} &= y_k - y_i \\ z_{xi} &= z_k - z_i \end{aligned} \quad (2.60)$$

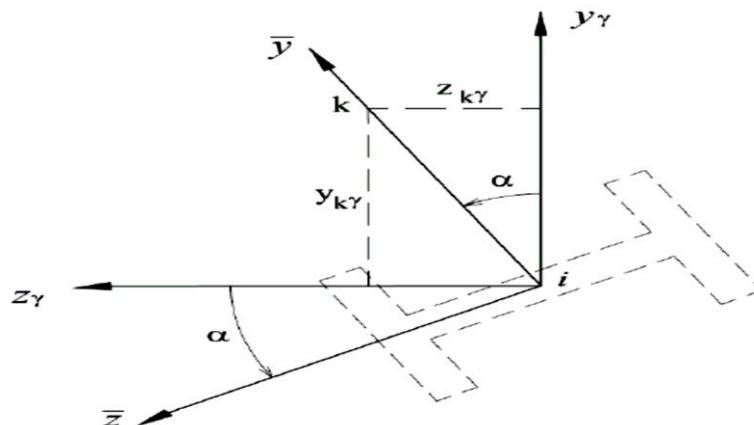


Fig. (II.9) : Axes principaux d'un élément poutre.

Les coordonnées du nœud k exprimées dans le repère $(i, x_\gamma, y_\gamma, z_\gamma)$ sont :

$$\begin{bmatrix} x_{k\gamma} \\ y_{k\gamma} \\ z_{k\gamma} \end{bmatrix} = T_\gamma T_\beta \begin{bmatrix} x_{ki} \\ y_{ki} \\ z_{ki} \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

Après simplification on obtient :

$$\begin{aligned} x_{k\gamma} &= C_{xki} + S_{yki} + Z_{zki} \\ y_{k\gamma} &= \frac{-z c}{\sqrt{C^2+Z^2}} x_{ki} + \sqrt{C_x^2 + Z_x^2} y_{ki} - \frac{s z}{\sqrt{C^2+Z^2}} z_{ki} \\ z_{k\gamma} &= -\frac{z}{\sqrt{C^2 + Z^2}} x_{ki} + \frac{C}{\sqrt{C^2 + Z^2}} z_{ki} \end{aligned} \quad (2.62)$$

Nous en déduisons l'angle α qui peut être calculé par ses relations trigonométriques comme suit :

$$\text{Cos}\alpha = \frac{y_{k\gamma}}{\sqrt{y_{k\gamma}^2 + z_{k\gamma}^2}} \quad \text{et} \quad \text{Sin}\alpha = \frac{z_{k\gamma}}{\sqrt{y_{k\gamma}^2 + z_{k\gamma}^2}} \quad (2.63)$$

Finalement la transformation correspondant à l'ensemble des rotations d'angles B , γ , et α est :

$$T = T_\alpha T_\beta T_\gamma \quad (2.64)$$

II.5.d. Charge appliquée sur les éléments :

Dans le cas d'une charge répartie q sur un élément, celle-ci est rapportée aux nœuds d'extrémités (figure II.10). Le vecteur de charge nodale correspondant est :

$$\bar{F}_r^e = \iint N^T q ds \quad (2.65)$$

Pour une charge uniformément répartie sur un élément poutre dans le plan (figure II.10-a) le vecteur de charges nodales équivalent est :

$$\bar{F}_r^e = \int_0^L N dl \quad (2.66)$$

Après intégration on aura :

$$\bar{F}_r^e = \left[0 \quad \frac{qL}{2} \quad \frac{qL^2}{12} \quad 0 \quad \frac{qL}{2} \quad -\frac{qL^2}{12} \right]^T \quad (2.67)$$

Dans le cas d'une charge répartie qui varie linéairement le long de l'élément (figure II.10-b) le vecteur de charges nodales équivalent est :

$$\bar{F}_r^e = \left[0 \quad \frac{(7q_1+3q_2)L}{20} \quad \frac{(3q_1+2q_2)L^2}{60} \quad 0 \quad \frac{(7q_1+3q_2)L}{20} \quad -\frac{(2q_1+3q_2)L^2}{60} \right]^T \quad (2.68)$$

Dans le cas d'une charge ponctuelle P appliquée sur l'élément (figure II.10-c) le vecteur de charges nodales prend la forme :

$$\bar{F}_r^e = \left[0 \quad \frac{Pb^2}{L^3}(3a+b) \quad \frac{Pab^2}{L^2} \quad 0 \quad \frac{Pa^2}{L^3}(a+3b) \quad \frac{Pa^2b}{L^2} \right] \quad (2.69)$$

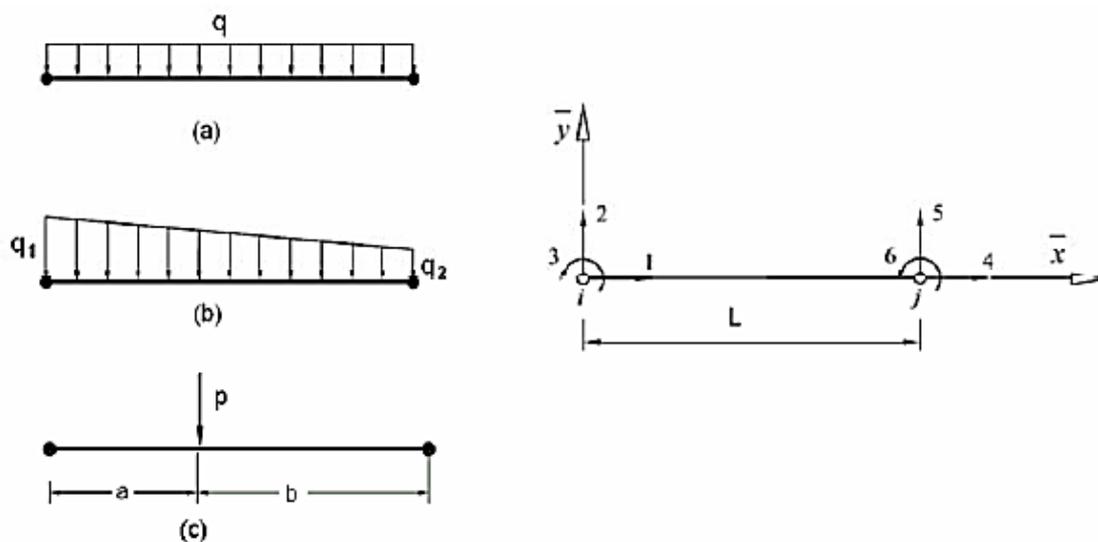


Fig. (II.10) : Différentes formes de charge sur un élément.

Pour une barre de treillis, la notion de charge répartie transversale n'est pas cohérente avec la théorie, la modélisation de type barre ne prenant pas en compte la raideur flexionnelle. Le poids propre d'une barre doit être modélisé par deux forces, concentrées aux nœuds d'extrémités, statiquement équivalentes au poids total de la barre (Figure II.11).



Fig. (II.11) : Cas de poids propre d'une barre d'un treillis.

II.5.e. Assemblage des matrices élémentaires :

La phase de l'assemblage consiste à construire les matrices globales, M^G, K^G et charge F^G de la structure à partir des matrices élémentaires $K^e, M^e, et F^e$, tout en respectant la compatibilité des déplacements et l'équilibre des forces aux nœuds.

Si les éléments ont la compatibilité requise, l'énergie potentielle Π totale de la structure est obtenue par sommation des énergies potentielles élémentaires Π^e (Imbert)[38]. Si on a une structure formée de n_e éléments, cette énergie s'écrit, comme suite :

$$\Pi = \sum_1^{n_e} \Pi^e = \sum_1^{n_e} \left(\frac{1}{2} U^{eT} K^e U^e + \frac{1}{2} U^{eT} M^e \ddot{U}^e - U^{eT} F^e \right) \quad (2.70)$$

Le premier terme de cette expression exprime l'énergie de déformation, le second traduit l'effet de l'inertie et le troisième correspond au travail de forces extérieures. La compatibilité des déplacements nodaux de la structure est obtenue en écrivant pour chaque élément une relation matricielle du type

$$U^e = C^e U \quad (2.71)$$

C^e est la matrice de localisation ou de connectivité géométrique d'ordre $n \times m$,

n : nombre de d.d.l. de l'élément, m : nombre de d.d.l. de la structure).

C est une matrice booléenne dont les éléments sont des 0 ou des 1. Chaque terme dont le d.d.l. coïncide avec celui du système prend la valeur 1. Cette relation permet de localiser chaque élément et ses d.d.l. dans l'ensemble des d.d.l. de la structure. En utilisant l'Eq. (2.70), on aura

$$\begin{aligned} \Pi^e &= \sum_1^{n_e} \left(\frac{1}{2} U^{eT} C^{eT} K^e C^e U^e - U^{eT} C^e F^e + \frac{1}{2} U^{eT} C^{eT} M^e C^e \ddot{U}^e \right) \\ \Pi^e &= \sum_1^{n_e} \left(\frac{1}{2} U^{eT} C^{eT} K^e C^e U^e - U^{eT} C^e F^e + \frac{1}{2} U^{eT} C^{eT} M^e C^e \ddot{U}^e \right) \end{aligned} \quad (2.72)$$

Soit :

$$\Pi = \frac{1}{2} U^T K^G U - U^T F^G + \frac{1}{2} U^T M^G \ddot{U} \quad (2.73)$$

Avec :

$$K^G = \sum_1^{n_e} C^{eT} K^e C^e \quad (2.74)$$

$$M^G = \sum_1^{n_e} C^{eT} M^e C^e \quad (2.75)$$

$$F^G = \sum_1^{n_e} C^e F^e \quad (2.76)$$

Les matrices M^G et K^G sont symétriques, définies positives et elles ne dépendent que du matériau et de la forme de la structure.

II.5.f. Système d'équations aux valeurs propres :

La recherche des fréquences et modes propres d'une structure s'appelle l'analyse modale. Compte tenu de l'Eq. (2.73) et en négligeant les amortissements de type visqueux, l'énergie potentielle totale Π de la structure due aux vibrations libres de l'élément s'écrit :

$$\Pi = \frac{1}{2} U^T K^G U + \frac{1}{2} U^T M^G \ddot{U} \quad (2.77)$$

Les extremums de cette énergie sont donnés par la relation

$$\frac{\partial \Pi}{\partial U} = M^G \ddot{U} + K^G U \quad (2.78)$$

Et l'équation matricielle associée à l'analyse élastodynamique pour un régime libre est définie

$$M^G \ddot{U} + K^G U \quad (2.79)$$

Les solutions recherchées pour l'Eq. (2.79) sont régies par une loi temporelle et, pour autant que la matrice de rigidité soit non singulière, sont de type harmonique [Gmür, 1997][39].

$$u(t) = q a \cos(\omega t - \varphi) \quad (2.80)$$

a , ω et φ sont des nombres réels dénotant respectivement l'amplitude de référence, la pulsation et la phase de la fonction. Cette relation traduit physiquement que chaque d.d.l. de la structure suit un mouvement en phase avec tous les autres déplacements généralisés.

Compte tenu de cette expression, l'Eq. (2.79) associée au régime libre devient :

$$(K^G - \omega^2 M^G) q = 0 \quad (2.81)$$

Ce système homogène de n équations linéaires admet n solutions non triviales q_i ($i = 1, 2, \dots, n$) telles que soit vérifiées les équations :

$$(K^G - \omega_i^2 M^G) q_i \quad (2.82)$$

Donc :

$$u_i(t) = q_i a_i \cos(\omega_i t - \varphi_i) \quad (2.83)$$

Le mode propre élastique de rang i à l'amplitude de référence a_i , et déphasage φ_i .

En termes de mécanique des structures le vecteur q_i est le vecteur modal et ω_i est la pulsation propre associée, mesurée en rd/s.

Les grandeurs ω_i^2 sont les racines de l'équation algébrique suivante :

$$\det(K^G - \omega^2 M^G) \quad (2.84)$$

II.6 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté les formulations élémentaires et globales utilisées dans le code de conception assisté par ordinateur MATLAB pour l'analyse statique et modale des structures par la méthode des éléments finis. La formulation élémentaire consiste à déterminer une fonction d'interpolation qui représente la variation des déplacements à l'intérieur de l'élément en termes de déplacements nodaux puis à calculer, pour chaque élément, sa matrice de rigidité, sa matrice de masse et vecteur force.

La formulation globale consiste à rechercher, pour la structure complète, l'expression matricielle de l'énergie potentielle totale en fonction des déplacements inconnus en tous les nœuds de discrétisation de la structure. Ceci nécessite l'assemblage des caractéristiques élémentaires (matrices de rigidité, de masses, vecteurs forces) de tous les éléments.

III.1.Présentation des méthodes :

III.1.1 Introduction

Les endommagements sous forme de perte de rigidité locale dans une structure, changent les propriétés physiques de système telles que, les paramètres de vibration de la structure, les vecteurs et les valeurs Propres. Les changements de ces paramètres peuvent être employés pour définir des indicateurs aidant à détecter et localiser les endommagements éventuels de structure.

Différentes techniques de détection et localisation de défauts ont été développées par plusieurs auteurs.

Dans ce chapitre, nous proposons trois méthodes ; **la première**, c'est la méthode basée sur l'énergie de déformation modale (MSE). De nombreux chercheurs ont développé différentes techniques de détection d'endommagements basés sur les paramètres modaux. Parallèlement à ces méthodes, il existe des approches énergétiques dont l'objectif est de déceler les éléments de structure qui possèdent une raideur plus faible et donc une énergie de déformation modale (MSE provenant de l'anglais, Modal Strain Energy) plus importante que celle des autres éléments. Ce paramètre de détection a été développé par Stubbs et al. [17]

La deuxième, est la méthode basée sur les fonctions de réponses fréquentielle (FRF). L'information contenue dans les données FRF est utilisée directement pour détecter l'endommagement sans avoir à les traiter pour extraire les paramètres modaux.

Et la **troisième**, c'est la méthode de courbure de la forme modale, qui est basée sur la différence des formes modales entre des structures saine et endommagée

III.1.2 La méthode basée sur l'énergie de déformation modale

III.1.2.a Présentation de la méthode :

Dans cette étude, un index effectif est basé sur l'énergie de déformation modale (MSE Modal Strain Energy) est présenté pour localiser correctement les éléments défectueux d'une structure endommagée.

Chapitre III Présentation des méthodes de détection d'endommagements

L'analyse modale est un outil pour déterminer les solutions propres d'une structure.

$$([K] - \lambda_i [M]) \{\phi\}_i = 0 \quad i = 1, \dots, m \quad \text{avec } m : \text{nombre de mode} \quad (3.1)$$

où $[K]$ et $[M]$ sont les matrices globales de rigidité et de masse de la structure, respectivement, λ et ϕ sont les valeurs et vecteurs propres. On a :

$$\left. \begin{aligned} \{\phi_i\}^T [M] \{\phi\}_i &= 1 \\ \{\phi_i\}^T [K] \{\phi\}_i &= \lambda_i \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

Puisque les vecteurs propres sont équivalents aux déplacements nodaux d'une structure, donc la MSE est distribuée dans chaque élément de la forme suivante :

$$\left. \begin{aligned} MSE_i^{es} &= \frac{1}{2} \{\phi^s\}_i^T [K]^e \{\phi^s\}_i \\ MSE_i^{ed} &= \frac{1}{2} \{\phi^d\}_i^T [K]^e \{\phi^d\}_i \end{aligned} \right\} i = 1, \dots, m \quad \text{et } e = 1, \dots, n \quad (3.3)$$

Sachant que :

MSE_i^{es} : Énergie de déformation modale pour une structure saine.

MSE_i^{ed} : Énergie de déformation modale pour une structure endommagée.

n : est le nombre d'élément de la structure

m : le nombre de modes

Après calcul des énergies MSE_i^{es} et MSE_i^{ed} on peut maintenant calculer l'énergie modale de toute la structure.

$$\left. \begin{aligned} MSE_i^s &= \sum_{e=1}^n MSE_i^{es} \\ MSE_i^d &= \sum_{e=1}^n MSE_i^{ed} \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

Et suite à la normalisation de MSE_i^{es} et MSE_i^{ed} , nous obtenons :

$$\left. \begin{aligned} NMSE_i^{es} &= \frac{MSE_i^{es}}{MSE_i^s} \\ NMSE_i^{ed} &= \frac{MSE_i^{ed}}{MSE_i^d} \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

où :

$NMSE_i^{es}$: Énergie de déformation modale normalisée de la structure saine.

$NMSE_i^{ed}$: Énergie de déformation modale normalisée de la structure endommagée.

En considérant les m premiers modes, on aura :

$$\left. \begin{aligned} MNMSE^{es} &= \frac{\sum_{i=1}^m NMSE_i^{es}}{m} \\ MNMSE^{ed} &= \frac{\sum_{i=1}^m NMSE_i^{ed}}{m} \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

Pour enfin pouvoir calculer l'indicateur de base d'énergie de déformation modale MSEBI.

$$MSEBI^e = \frac{MNMSE^{es} - MNMSE^{ed}}{MNMSE^{es}} \quad (3.7)$$

$MSEBI^e$: Indicateur basé sur l'énergie de déformation modale.

III.1.2.b Organigramme de la méthode d'énergie de déformation modale :

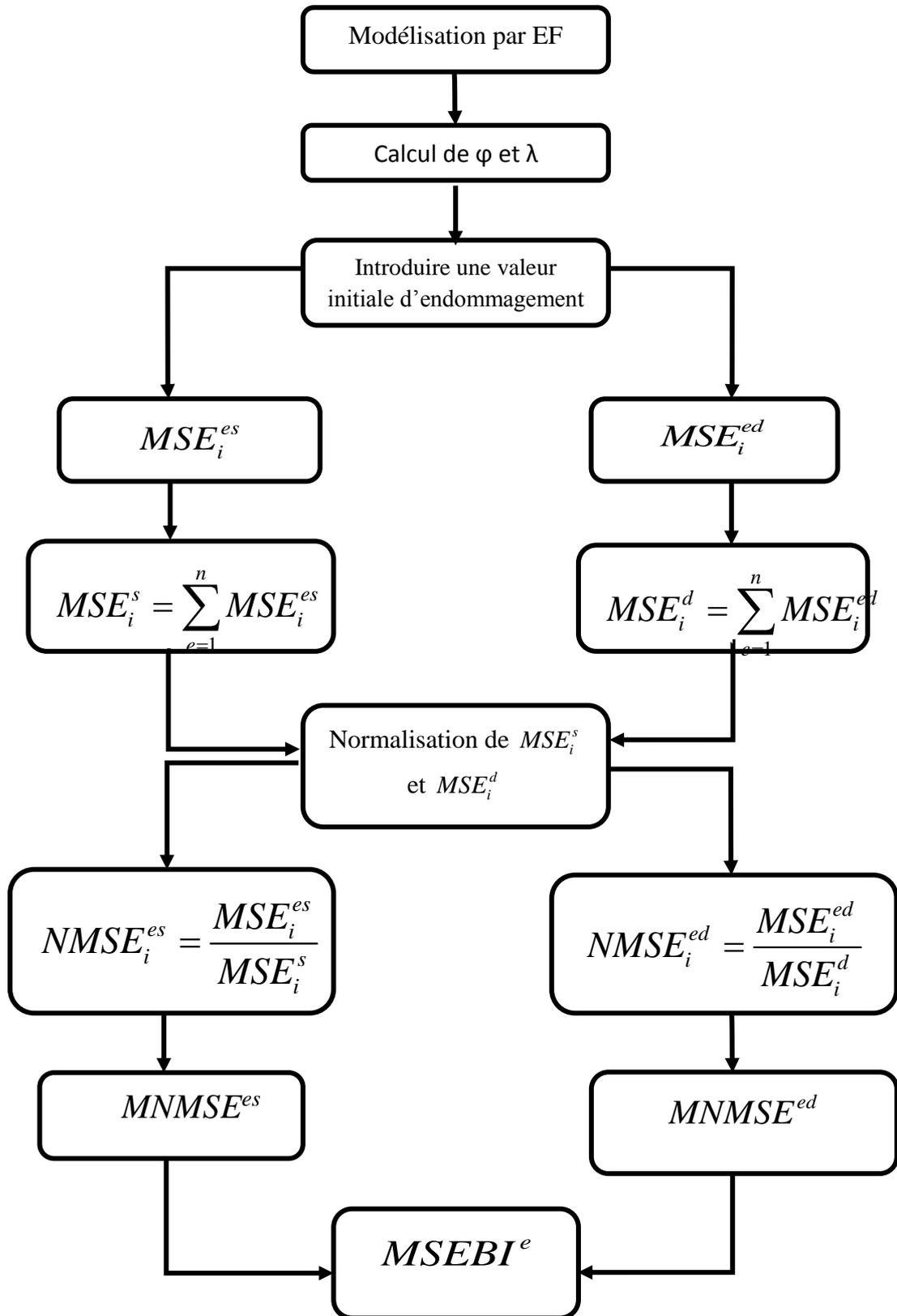


Fig. (III.1) : Organigramme de la méthode de l'énergie de déformation

III.1.3 Présentation de la méthode basée sur les réponses fréquentielles (FRF) [40] :

III.1.3.1 Introduction :

Cette méthode comporte deux étapes, la première consiste à détecter la présence d'endommagements en utilisant les réponses fréquentielles et la deuxième consiste à localiser ceux-ci.

III.1.3.2 Étapes 1 : Détection d'endommagements en utilisant les FRF :

Les endommagements modifient le comportement dynamique d'une structure. C'est à dire les réponses fréquentielles d'une structure endommagée sont différentes de celle d'une structure saine. S'il existe une différence c'est qu'elle est endommagée.

Les changements correspondent à des variations de certains paramètres structuraux, tels que la masse, l'amortissement et la raideur etc...

L'équation du mouvement d'une structure saine à N degrés de libertés (ddl) peut être exprimée comme suit :

$$[M_u]\{\ddot{x}(t)\} + [D]\{\dot{x}(t)\} + [K_u]\{x(t)\} = F(t) \quad (3.8)$$

où $[M]$, $[D]$ et $[K_u]$ représentent respectivement les matrices globales de masse, amortissement, et rigidité de la structure saine.

Nous avons négligé l'amortissement dans notre étude, donc l'équation (3.8) devient :

$$[M_u]\{\ddot{x}(t)\} + [K_u]\{x(t)\} = F(t) \quad (3.9)$$

Si nous supposons une excitation harmonique, la force extérieure et le déplacement peuvent être exprimés comme suit :

$$f(t) = \{F(w)\} e^{j\omega t} \quad \text{et} \quad x(t) = \{x(w)\} e^{j\omega t} \quad (3.10)$$

En remplaçant ces équations dans l'équation (3.9) on aura les deux équations (3.11) et (3.12) pour la structure saine et endommagée :

$$\{-w^2 [M_u] + [K_u]\} \{X(t)\} e^{j\omega t} = \{F(w)\} e^{j\omega t} \quad (3.11)$$

$$\{-w^2 [M_d] + [K_d]\} \{X(t)\} e^{j\omega t} = \{F(w)\} e^{j\omega t} \quad (3.12)$$

Tels que M_d et K_d représentent respectivement les matrices globales de masse, et rigidité de la structure endommagée.

En simplifiant $e^{j\omega t}$ de deux côtés de l'équation, on obtient les vecteurs de FRF $X_u(\omega)$ et $X_d(\omega)$ qui sont définies comme suit :

$$[X_u(\omega)] = \{(-\omega^2[M_u] + [K_u])^{-1}\} * (F(\omega)) \quad (3.13)$$

$$[X_d(\omega)] = \{(-\omega^2[M_d] + [K_d])^{-1}\} * (F(\omega)) \quad (3.14)$$

Tels que $[X_u(\omega)]$ et $[X_d(\omega)]$ représentent les réponses fréquentielles pour la structure saine et endommagée.

Pour la même excitation la réponse fréquentielle reste toujours la même, si la structure n'est pas endommagée. De là, l'indicateur de détection d'endommagement utilisé dans cette méthode est basé sur la comparaison des deux réponses fréquentielles $[X_u(\omega)]$ et $[X_d(\omega)]$.

III.1.3.2.a Organigramme de la détection d'endommagement basée sur la FRF

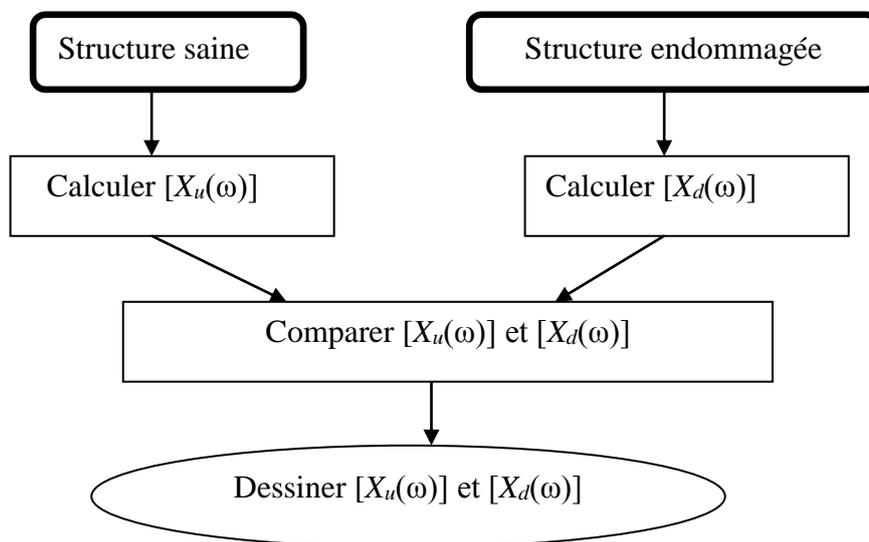


Fig. (III.2) : Organigramme de la méthode basée sur les réponses fréquentielles.

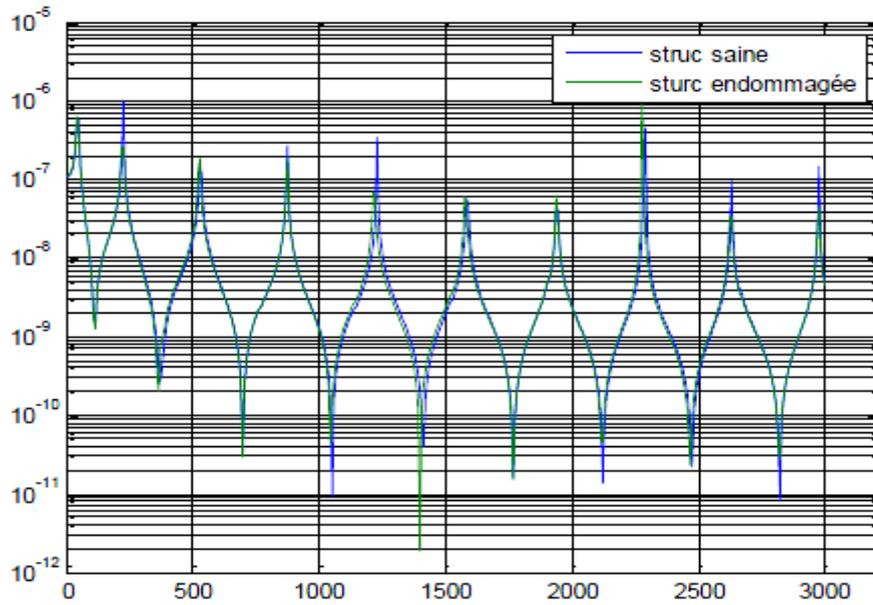


Fig.(III.3).Réponse fréquentielle des structures.

III.1.3.3 Étape 2 : Localisation des endommagements :

Après détection de la présence de défauts dans une structure, une deuxième étape s'impose. Cette étape consiste à repérer les positions de ces endommagements. Pour cela, nous proposons l'utilisation de l'expression de l'énergie de déformation modale comme suit :

$$\left. \begin{aligned} Reu_i^{es} &= \frac{1}{2} \{xu\}_i^t [K_{eu}(j)] \{xu\}_i \\ Red_i^{ed} &= \frac{1}{2} \{xd\}_i^t [K_{eu}(j)] \{xd\}_i^d \end{aligned} \right\} i = 1 : n_r ; j = 1 : Nel. \quad (3.15)$$

où:

Reu_i^{es} et Red_i^{ed} représentent respectivement l'énergie de déformation des structures saine et endommagée, Nel est le nombre d'éléments de la structure, n_r est le nombre de réponse fréquentielle.

$[K_{eu}]$ Est la matrice de rigidité élémentaire de la structure saine à la dimension de la matrice globale.

Toute l'énergie de la structure peut être calculée en additionnant les energies Reu et Red de tous les éléments, alors on peut écrire :

$$RTU_i^s = \sum_{j=1}^{Nel} Reu_i^{es} \quad ; \quad RTD_i^d = \sum_{j=1}^{Nel} Red_i^{ed} \quad (3.16)$$

Pour normaliser le Reu_i^{es} et Red_i^{ed} on divisera chaque énergie élémentaire par l'énergie totale, donc l'énergie normalisée s'écrit :

$$NRU_i^{es} = \frac{Reu_i^{es}}{RTU_i^s} \quad ; \quad NRD_i^{ed} = \frac{Red_i^{ed}}{RTD_i^s} \quad (3.17)$$

Après normalisation des RTU et RTD, on peut choisir une bande fréquentielle contenant les n_r premiers nombres des réponses fréquentielles comme paramètres efficaces, et on peut écrire :

$$MNRU^{es} = \frac{\sum_{i=1}^{n_r} NRU_i^{es}}{n_r} \quad ; \quad MNRD^{ed} = \frac{\sum_{i=1}^{n_r} NRD_i^{ed}}{n_r} \quad (3.18)$$

$$indic_{FRF} = \frac{MNRD^{ed} - MNRU^{es}}{MNRU^{es}} \quad (3.19)$$

III.1.4 Méthode de courbure de la forme modale :

III.1.4.a Définition :

La méthode de courbure de la forme modale est l'une des techniques de détection d'endommagements. Si un élément est endommagé, il y aura une réduction de sa rigidité, et par conséquent l'indice de courbure augmentera quand il y a une différence entre la forme modale de structure saine et celle de la structure endommagée qui s'appelle IFM (Indicateur de forme modale) ou MSI en anglais (Mode Shape Index).

L'indicateur d'endommagement ici utilisé est dû à Ho et Ewins [41]. Il s'écrit comme suit :

IFM : l'indice de forme modale. (MSI, (Mode Shape Index), en anglais)

v_i : Courbure modale de la structure saine.

N : nombre de modes.

v_i^d : Courbure modale de la structure endommagée.

h : la distance entre 2 nœuds.

Δv : Différence de courbure entre la structure saine et endommagée.

$$MSI_i = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (\Delta v_i)_n^2 \quad (3.20)$$

où :

$$\Delta v_i^2 = |(v_i^d)^2 - (v_i)^2| \quad (3.21)$$

Et

$$\mathcal{V}_i = \frac{(v_{i+1} - 2v_i + v_{i-1}))}{h} \quad (3.22)$$

III.1.4.b Organigramme de la détection d'endommagement basée sur la courbure modale :

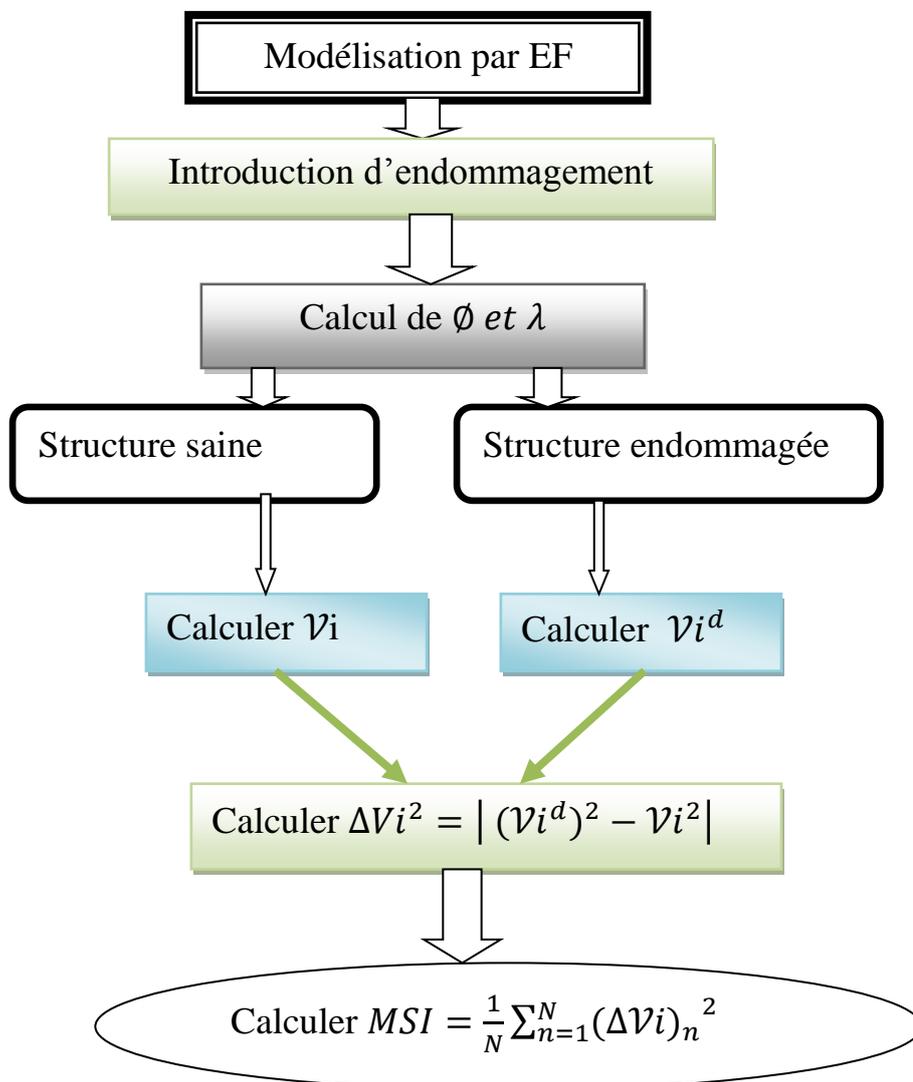


Fig. (III.4) : Organigramme de la méthode de courbure modale.

IV.I Reconstitution des ddl non observés et introduction du bruit.

Dans les expressions de calcul des indicateurs d'endommagements, les vecteurs et valeurs propres sont supposés totalement observés, mais en pratique, cette hypothèse n'est pas réaliste.

En effet, comme les temps d'expérimentation sont réduits, le nombre de ddl observés est généralement beaucoup plus petit que celui du modèle éléments finis et contiennent toujours des erreurs de mesures et d'application d'identification modale, et lorsque nous effectuons une reconstitution, les erreurs contenues dans le modèle éléments finis sont inconnues.

IV.I.1 Reconstitution des ddl non observés :

Il existe trois méthodes de reconstitution des sous vecteurs propres non observés qui sont :

a- la première est une méthode de projection sur la sous-base modale du modèle éléments finis. Les sous vecteurs propres non observés sont reconstitués par une combinaison linéaire des vecteurs propres du modèle éléments finis.

b- La deuxième est une méthode de reconstitution séparative. Les ddl de déplacements (selon les directions x, y et z) sont reconstitués séparément par la méthode de projection sur la sous-base modale du modèle éléments finis. Les ddl de rotations sont ensuite reconstitués en utilisant tous les ddl de déplacement par la méthode de reconstitution dynamique.

c- La troisième méthode consiste en une minimisation globale des erreurs résiduelles. Le développement théorique montre que cette méthode conduit aux mêmes résultats de reconstitution que la première méthode.

Dans notre travail, pour la reconstitution des ddl non observés, nous allons utiliser la méthode de projection sur la sous-base modale du modèle éléments finis, vue quelle est d'emploi simple et relativement efficace.

Cette méthode est basée sur l'hypothèse selon laquelle les vecteurs propres de la structure peuvent être représentés par une combinaison linéaire des vecteurs propres du modèle éléments finis :

$$y_v^{(m)} \approx Y^{(a)} c_v; v = 1 \text{ à } m \quad (4.23)$$

où : $y_v^{(m)} \in R^{N,1}$

$$Y^{(a)} \in R^{N,np}$$

Le vecteur de projection $c_v \in R^{np,1}$ est évalué, au sens des moindres carrés, à partir des seuls ddl observés :

$$c_v = \left[Y_c^{(a)} \right]^+ y_{cv}^{(m)} = \left[\left[Y_c^{(a)} \right]^t \left[Y_c^{(a)} \right] \right]^{-1} Y_c^{(a)} y_{cv}^{(m)} \quad (4.24)$$

où : $y_{cv}^{(m)} \in R^{c,1}$: $v^{\text{ème}}$ sous vecteur propre de la structure correspondant aux d.d.l observés.

$Y_c^{(a)} \in R^{c,np}$: Sous matrice modale du modèle éléments finis correspondant aux d.d.l observés.

Nous utilisons la sous matrice modale $Y^{(a)} \in R^{N,np}$ du modèle éléments finis pour reconstituer les ddl de la réponse fréquentielle expérimentale non observés.

Pour la reconstitution des sous -vecteurs propres non observés, nous allons utiliser les quantités suivantes :

Pour le modèle éléments finis :

$$\left[K^{(a)} - \lambda_v^{(a)} M^{(a)} \right] y_v^{(a)} = 0; v = 1 \text{ à } n \quad (4.25)$$

Les matrices $K^{(a)}; M^{(a)} \in R^{N,N}$ symétriques, respectivement positive définie et non négative sont connues.

Nous connaissons également n valeurs et vecteurs propres regroupés respectivement dans les matrices spectrale et modale :

$$\Lambda^{(a)} = \text{diag} \left\{ \lambda_v^{(a)} \right\} \in R^{N,n} \quad (4.26)$$

$$Y^{(a)} = \left[\dots \dots, y_v^{(a)}, \dots \right] \in R^{N,n} \quad (4.27)$$

Telles que :

$$\left(Y^{(a)} \right)^t K^{(a)} Y^{(a)} = \Lambda^{(a)} \quad (4.28)$$

$$\left(Y^{(a)} \right)^t M^{(a)} Y^{(a)} = I_n \quad (4.29)$$

Pour la structure :

$$\left[K^{(m)} - \lambda_v^{(m)} M^{(m)} \right] y_v^{(m)} = 0; v = 1 \text{ à } m \quad (4.30)$$

Dans (3.28), les matrices $K^{(m)}$ et $M^{(m)}$ sont inconnues. Le vecteur propre $y_v^{(m)}$ est observé partiellement. La partie observée correspond aux d.d.l capteurs.

$$y_v^{(m)} = \begin{bmatrix} y_{cv}^{(m)} \\ y_{iv}^{(m)} \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \rightarrow \text{partie observée ; } y_{cv}^{(m)} \in R^{c,1} \\ \rightarrow \text{partie non observée ; } y_{iv}^{(m)} \in R^{N-c,1} \end{array} \quad (4.31)$$

Les valeurs propres $\lambda_v^{(m)}$, $v=1$ à m sont connues.

Les m valeurs $\lambda_v^{(m)}$ et vecteurs propres complets $y_v^{(m)}$ sont regroupés dans les matrices spectrale et modale :

$$\Lambda^{(m)} = \text{diag} \{ \lambda_v^{(m)} \} \in R^{m,m} \quad (4.32)$$

$$Y^{(m)} = \left[\dots \dots, y_v^{(m)}, \dots \right] \in R^{N,m} \quad (4.33)$$

Satisfont :

$$(Y^{(m)})^t K^{(m)} Y^{(m)} = \Lambda^{(m)} \quad (4.34)$$

$$(Y^{(m)})^t M^{(m)} Y^{(m)} = I_m \quad (4.35)$$

À partir de ces deux types de quantités connues, nous cherchons à reconstituer les sous vecteurs propres non observés $y_{iv}^{(m)}$; $v = 1$ à m

Après le calcul du vecteur de projection $c_v \in R^{np,1}$, nous pouvons écrire la partie non observée $y_{iv}^{(m)}$ comme suit :

$$y_{iv}^{(m)} = Y_i^{(a)} \left[[Y_c^{(a)}]^t [Y_c^{(a)}] \right]^{-1} [Y_c^{(a)}]^t y_{cv}^{(m)} \quad (4.36)$$

Avec : $Y_i^{(a)} \in R^{N-c,np}$: sous matrice modale du modèle éléments finis correspondant aux ddl non observés.

Donc nous pouvons écrire à la fin, les vecteurs propres après reconstitutions sous la forme suivante :

$$y_v^{(m)} = \begin{bmatrix} y_{cv}^{(m)} \\ y_{iv}^{(m)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{cv}^{(m)} \\ Y_i^{(a)} \left[[Y_c^{(a)}]^t [Y_c^{(a)}] \right]^{-1} [Y_c^{(a)}]^t y_{cv}^{(m)} \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

La précision de cette évaluation dépend du choix des positions et des directions des ddl observés. G. Lallement et al [44], proposent une méthode d'optimisation du maillage capteur vis-à-vis de la reconstitution.

Le principe de cette méthode consiste à sélectionner un par un les ddl capteurs de manière à construire pas à pas une matrice $Y_c^{(a)}$ de rang maximal et de nombre de conditionnement minimal.

IV.I.1.a Sélection des ddl observés :

a. Sélection des ddl potentiels :

Considérant les contraintes techniques et les applications de recalage paramétrique, on élimine :

- les ddl inaccessibles (ddl intérieurs ; ddl de rotation ...),
- les ddl à faibles déplacements pour np modes choisies,
- les ddl associés aux régions spatialement non significatives.

Les ddl restants après élimination sont les ddl candidats utilisés dans les sélections suivantes.

b. Choix du premier ddl capteur :

En l'absence de ddl imposés, le premier ddl i est sélectionné parmi tous les ddl potentiels par la condition :

$$\|z_i^{(a)}\| = \max_j \|z_j^{(a)}\| ; j = 1 \text{ à } L$$

où : $z_j^{(a)}$, ligne de $y^{(a)}$ correspondant au $j^{\text{ème}}$ ddl potentiel.

L : nombre de ddl potentiels.

c. Choix du deuxième ddl capteur :

Nous formons les matrices telles que $z_{2j}^{(a)}$:

$$z_{2j}^{(a)} = \begin{bmatrix} z_i^{(a)} \\ z_j^{(a)} \end{bmatrix} \in R^{2,np} ; j=1 (1) \text{ et } j \neq i$$

Puis nous évaluons le nombre de conditionnement et le rang de toutes les matrices $z_{2j}^{(a)}$. Le deuxième d.d.l j sélectionné est celui maximisant le rang de la matrice $z_{2j}^{(a)}$ et minimisant son nombre de conditionnement.

d. Choix du $p^{\text{ème}}$ d.d.l capteur :

Conservant tous les ddl sélectionnés, nous construisons les matrices $Z_{pj}^{(a)}$:

$$Z_{2j}^{(a)} = \begin{bmatrix} Z_i^{(a)} \\ Z_j^{(a)} \\ \cdot \\ \cdot \\ Z_k^{(a)} \end{bmatrix} \in R^{p,np} ; k \neq i \text{ et } k \neq j$$

Le $p^{\text{ème}}$ d.d.l sélectionné est celui tel que la matrice $Z_k^{(a)}$ soit de rang maximal et de nombre de conditionnement minimal.

e. Choix du nombre de ddl optimum C_o :

Au cours de la sélection précédente, nous évaluons à chaque étape le rang et le nombre de conditionnement en fonction du nombre de ddl sélectionnés. Les évolutions de ces deux quantités sont illustrées ci-dessous. Le nombre de ddl optimum C_o est celui pour lequel le nombre de conditionnement passe un minimum local.

Cette détermination de C_o permet simultanément d'obtenir une matrice $Y_c^{(a)}$ de rang le plus élevé et le nombre de conditionnement le plus faible.

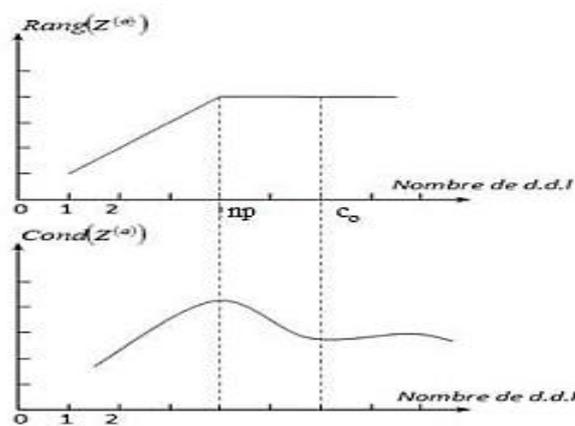


Fig. (IV.1).Évolution de rang et du conditionnement.

IV.I.2 Introductions du bruit (erreurs aléatoires) :

Pour des raisons de non fiabilité du matériel, d'appareillage et d'observation, nous sommes obligés de prendre en considération l'effet du bruit. Ces erreurs sont introduites de la façon suivante :

$$y_{vb} = y_v + g_n \cdot \max(abs(y_v)) \cdot y_{vbt}$$

y_{vb} : Vecteur déplacement bruité au $v^{ème}$ capteur.

y_v : Vecteur déplacement simulé au $v^{ème}$ capteur.

g_n : Pourcentage de bruit aléatoire introduit.

$abs(y_v)$: Valeur absolue de vecteur y_v .

y_{vbt} : Vecteur contenant des valeurs aléatoires entre 0 et 1 uniformément distribuées et données par :

$$y_{vbt} = 2 \cdot rand(nn, 1)$$

nn : Dimension du vecteur y_v .

$Rand(nn, 1)$: Vecteur de distribution uniforme de nombres aléatoires entre 0 et 1.

IV.I.3 Choix des d.d.l d'excitation :

Cette méthode consiste à localiser le d.d.l le plus sensible dans la structure, après avoir éliminé les d.d.l de rotations de la structure considérée. En sommant sur les np colonnes de la matrice modale \emptyset , nous avons :

$$Df = \max_j \left| \sum_{i=1}^{np} \emptyset_{j;i} \right| \quad (4.38)$$

Df : le d.d.l d'application de la force.

\emptyset : matrice modale.

Np : nombre de mode.

IV.I.4 Conclusion :

Afin de vérifier la fiabilité des méthodes présentées dans le chapitre précédent, et dans le but de faire une bonne simulation, nous avons utilisé la méthode de sélection des d.d.l observés et reconstitution des ddl non observés avec une introduction du bruit expérimental.

IV.II Validation des méthodes étudiées

IV.II.1 Introduction :

Afin de pouvoir estimer la fiabilité des méthodes présentées dans le chapitre précédent nous avons choisis plusieurs cas tests différents sur des différentes structures présentées dans ce qui suit. L'application des tests est exécutée avec le logiciel de programmation numérique MATLAB.

Pour cette étude, en premiers lieu nous allons traiter les cas comme ils sont enduits par les auteurs des articles utilisés comme référence et en deuxième lieu nous allons refaire les cas tests mais, avec la sélection des d.d.l observés et reconstitution des d.d.l. non observés et introduction d'un bruit de mesure aléatoire sur les vecteurs propres et les fréquences naturelles.

IV.II.2 Présentation des structures

IV.II.2.a structure poutre [43] :

La première structure est une poutre simplement appuyée, de longueur de 10 m, la poutre est discrétisée en 20 éléments finis qui comporte 21 nœuds et 63 ddl au total tels que définis dans la fig. (IV.3).



Fig. (IV.2). Poutre simplement appuyée.

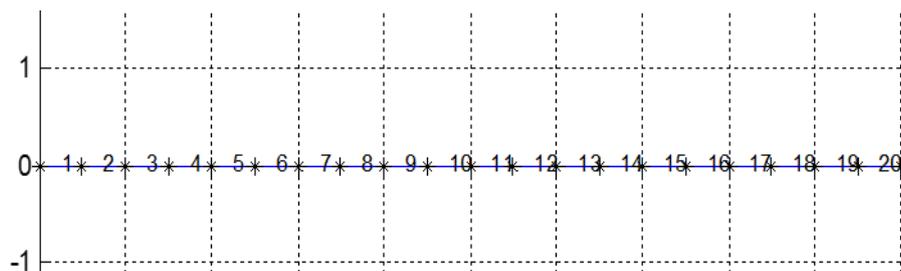


Fig.(IV.3). Discrétisation de la poutre avec MATLAB.



Fig. (IV.4).Comportement dynamique de la structure poutre.

Les caractéristiques de la poutre sont :

Hauteur : 200 (mm). / Épaisseur : 20 (mm).

Section : (200 x 20) (mm²).

Module du Young : $2 \cdot 10^5$ Mpa.

Masse volumique : 7800 kg /m³.

Moment d'inertie : $1.333 \cdot 10^{-7}$ m⁴.

IV.II.2.b Structure treillis à 13 éléments [44] :

La deuxième structure c'est un treillis composé de 13 éléments, de longueur de 12m (4*3), de hauteur de 2m, comme il est représenté dans la figure suivante :

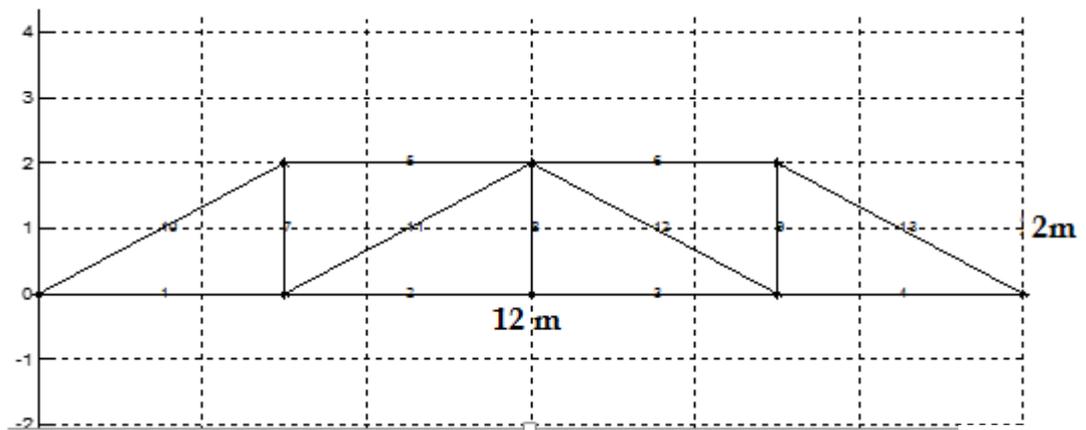


Fig. (IV.5) .Structure treillis à 13 éléments.

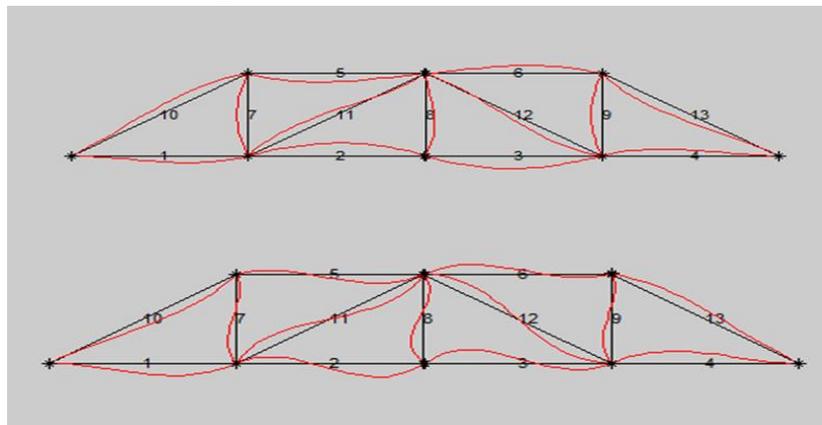


Fig. (IV.6).Comportement dynamique de la structure treillis à 13 éléments

Les propriétés mécaniques de matériau sont :

Hauteur : 200 (mm). Épaisseur : 20 (mm).

Module de Young : $E= 2 \cdot 10^5$ Mpa.

Section des barres : (200 x 20) (mm²).

Moment d'inertie : $I = 1.333 \cdot 10^{-7}$ m⁴.

Masse volumique : $\rho = 7800$ Kg/m³.

IV.II.2.c Structure treillis à 25 éléments [45] :

La troisième structure c'est un treillis composé de 25 éléments, de longueur de 12 m (6* 2), comme il est représenté dans la figure suivante :

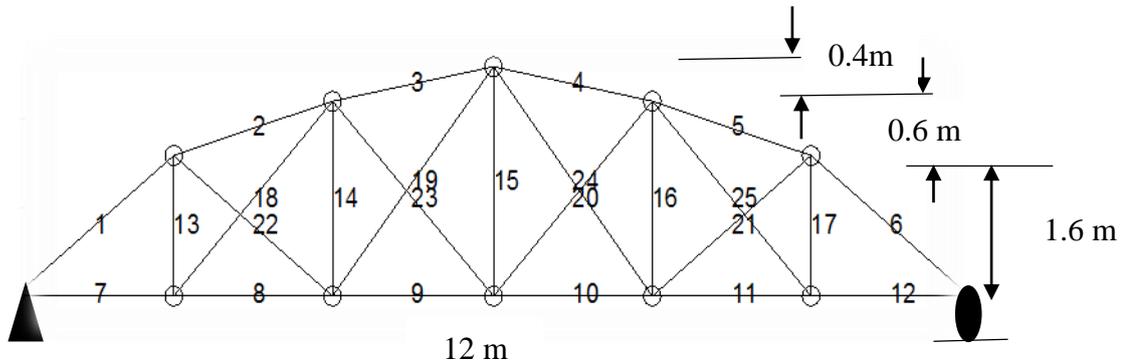


Fig. (IV.7).Structure treillis à 25 éléments.

Les propriétés mécaniques de matériau sont :

Module de Young : $E= 200 \text{ Gpa}$.

Masse volumique : $\rho = 7300 \text{ Kg/m}^3$.

Moment d'inertie :

- $I_x = 1.6114 * 10^{-8} \text{ m}^4$.
- $I_y = 1.1191 * 10^{-8} \text{ m}^4$.
- $I_z = 4.9736 * 10^{-9} \text{ m}^4$.
- $J_x = 7.162 * 10^{-9} \text{ m}^4$.

Section des barres :

Éléments	Section (cm ²)
1 - 6	18
7 - 12	15
13 - 17	10
18 - 25	12

IV.II.2.d Structure portique 3D :

La structure portique 3D est constituée de poutres reliées entre elles. Des poutres horizontaux de longueur $a=1 \text{ m}$, des poutres verticales de longueur $b=1 \text{ m}$ et des poutres diagonaux de longueur $c= 1.41 \text{ m}$. La section des éléments verticaux $S_v= 2.5 * 10^{-3} \text{ m}^2$, des éléments horizontaux, $S_h= 7.5 * 10^{-3} \text{ m}^2$ et des éléments diagonaux $S_d= 7.5 * 10^{-3} \text{ m}^2$.

Chapitre IV. Préparation des données et validation des méthodes étudiées.

Les caractéristiques mécaniques de la structure sont :

- Module de Young : $E = 219.9 * 10^9$ Mpa.
- Masse volumique : $\rho = 2770$ Kg/m³.
- Moment d’Inertie :
 - $I_x = 1$ m⁴.
 - $I_y = 1.4062 * 10^{-5}$ m⁴.
 - $I_z = 1.562 * 10^{-6}$ m⁴.
 - $J_x = 1.562 * 10^{-5}$ m⁴.
- Coefficient du poisson : $\nu = 0.3$
- Module de cisaillement : $G = E / 2 * (1 + \nu)$ N/m².

La structure portique 3D est discrétisée en 36 éléments finis qui comporte 12 nœuds et 48 ddl.

Comme elle est représentée dans la figure suivante :

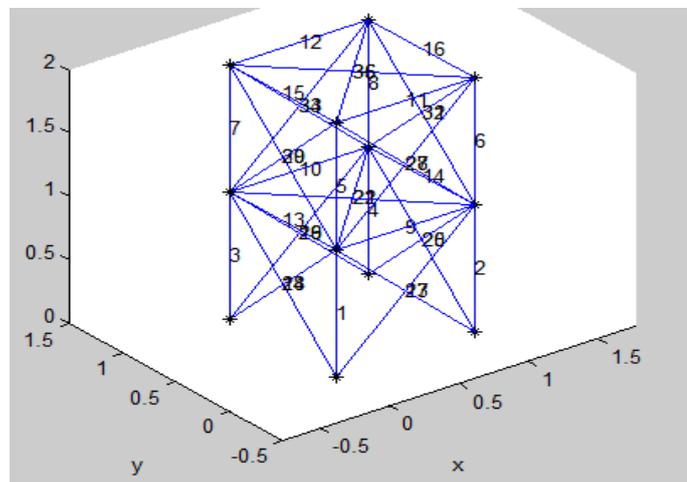


Fig. (IV.8).Discrétisation de la Structure portique 3D avec MATLAB

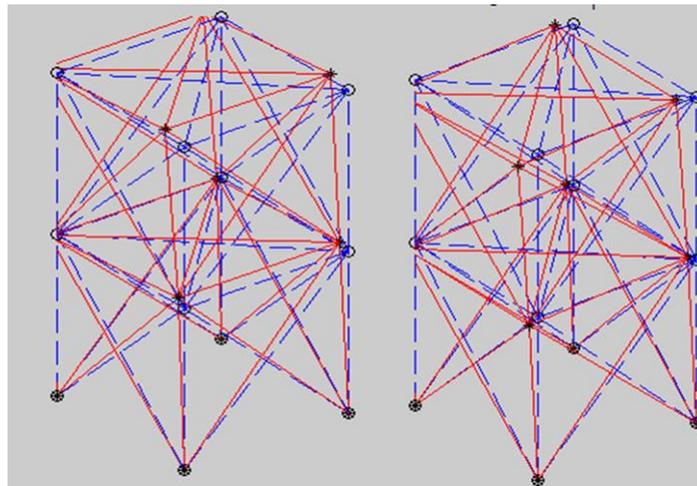


Fig. (IV.9).Comportement dynamique de la structure portique 3D

IV.II.3 Application de la méthode de l'énergie de déformation modale (MSE) :

Pour simuler les structures endommagées, la rigidité de la structure endommagée est réduite par rapport à la structure saine en multipliant le module de Young E par un facteur de réduction de rigidité $\alpha = 0.5$ à 0.95 et avec introduction d'un bruit de 2%.

IV.II.3.1 Cas tests :

Les tableaux suivants récapitulent les différents cas tests que nous avons envisagés pour le test de la méthode :

Structure poutre												
Cas test	Éléments endommagés						Taux d'endommagement (%)					
I.	1	3	7	13	17	20	10	15	15	20	10	15

Tab (4.1). Récapitulatif des cas test traités dans le cas de la structure poutre.

Structure treillis 13 éléments																	
cas	Nombre d'élément endommagé	Éléments endommagés									Réduction de rigidité (%)						
IV.	8	1	2	4	7	8	9	11	13	15	10	10	15	20	15	20	15

Tab. (4.2). Récapitulatif des cas test traités dans le cas d'un treillis à 13 éléments.

Structure portique 3D																
Cas	Nombre d'éléments endommagés	Éléments endommagés								Taux d'endommagement(%)						
IV.	7	6	11	14	21	28	34	16	15	20	20	15	10	10	15	

Tab (4.3). Récapitulatif des cas test traités dans le cas de la structure portique 3D.

IV.II.3.2 Cas tests N°1 : Poutre

En premier lieu, nous appliquons la méthode sans reconstitution des d.d.l et en deuxième lieu avec sélection des d.d.l observés et reconstitution des d.d.l non observés pour faire une comparaison entre les résultats obtenus.

Les résultats obtenus sont représentés par les figures qui suivent en ‘A ‘ c’est les résultats obtenu dans le cas où tous les ddl sont observés et en ‘B’ avec sélection de l’emplacement des capteurs et reconstitution des ddls non observés.

Dans le cas ‘B’, c-à-dire avec sélection de positionnement des capteurs, à partir de l’évolution du conditionnement dans la figure suivante, on peut tirer le nombre de ddls capteurs à employer dans le cas test 1.(poutre).

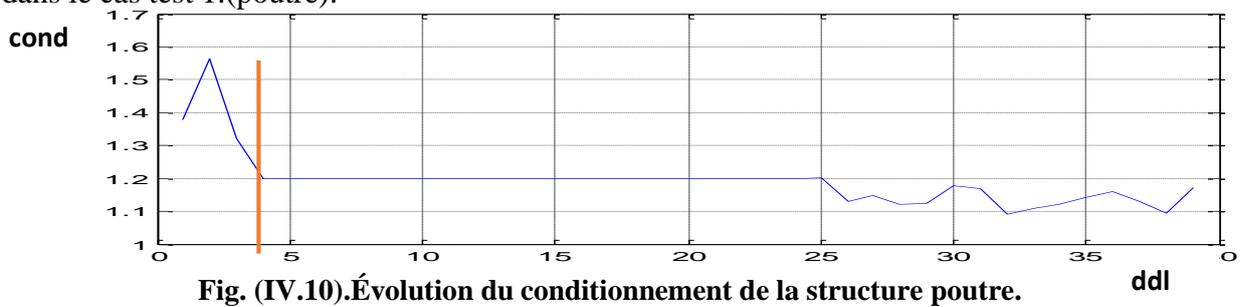


Fig. (IV.10).Évolution du conditionnement de la structure poutre.

Pour (np=3) on va installer 4 capteurs comme suit : 30 ; 8 ; 22 ; 26.

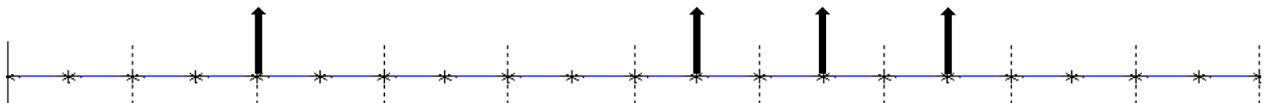


Fig. (IV.11).Positionnement des capteurs dans la structure poutre.

- **Six endommagements :**

On a introduit six endommagements au sein de la structure, en réduisant le module de Young (E) pour les éléments 1, 3, 7, 13,17 et 20 d’un pourcentage de 10%,15% ,15 %,20%,10% et 15% respectivement, Les figures ci-dessous montrent l’évolution de l’indicateur MSEBI en fonction des éléments endommagés :

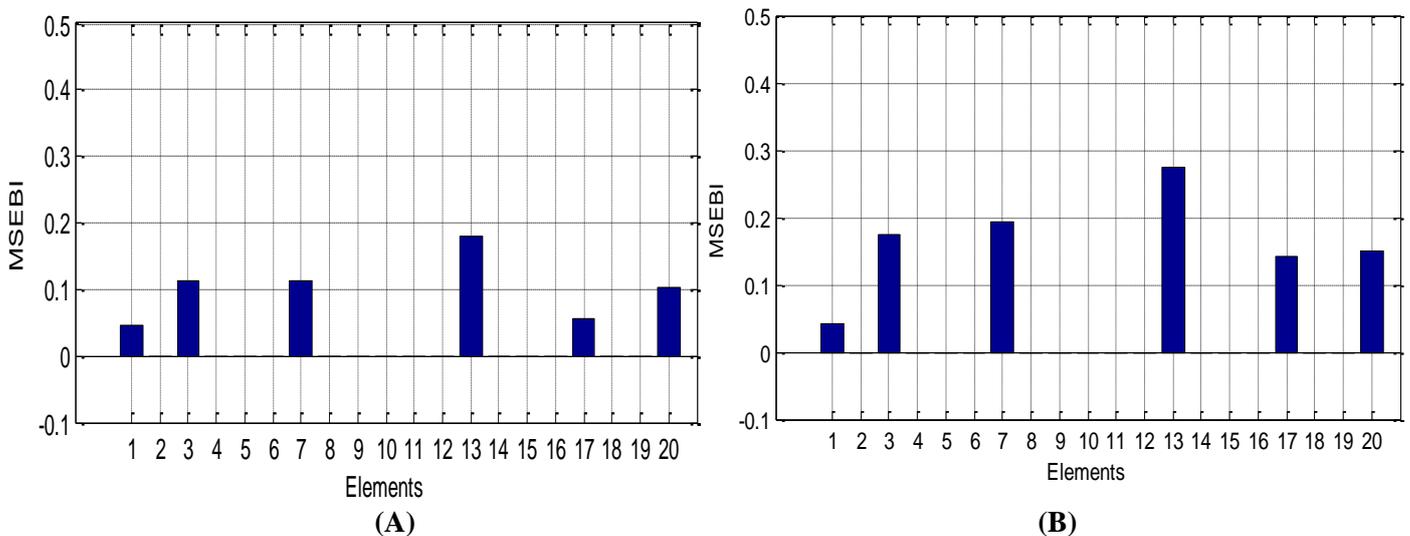


Fig. (IV.12).Éléments 1, 3, 7, 13,17 et 20 avec un taux de 10%, 15% ,15%,20%,10% et 15% respectivement.

IV.II.3.2.a Interprétation des résultats

Dans le cas test poutre, d’après les résultats obtenus on peut conclure que l’indicateur d’endommagement basé sur l’énergie de déformation modale détecte et localise tous les éléments endommagés.

IV.II.3.3 Cas tests N°2 : Treillis à 13 éléments.

Dans ce cas on applique directement la méthode avec la sélection des ddl observés et reconstitution des d.d.l non observés.

À partir de l’évolution du conditionnement dans l’annexe ‘A’, on peut tirer le nombre de ddl capteurs à employer, pour (np=9) on va installer 9 capteurs et les ddl capteurs utilisés sont les suivant : 10 ; 7 ; 3 ; 6 ; 1 ; 4 ; 13 ; 5 ; 8.

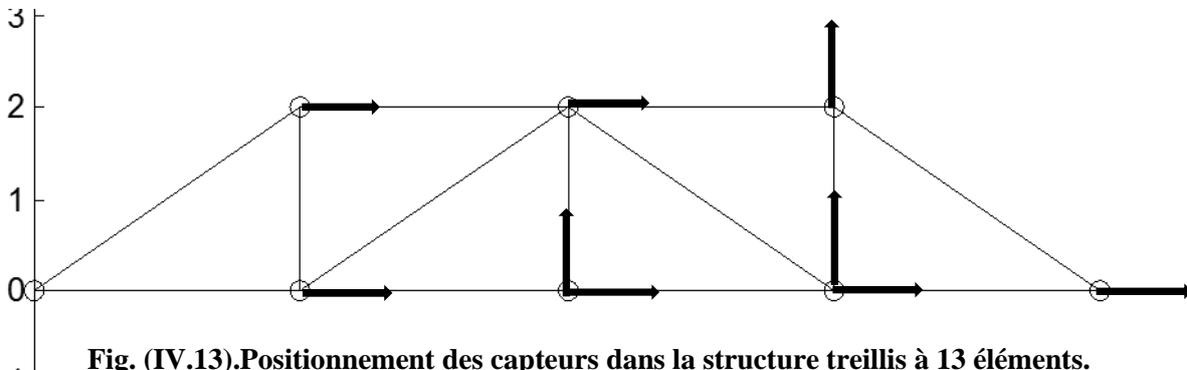


Fig. (IV.13).Positionnement des capteurs dans la structure treillis à 13 éléments.

• **Huit endommagements :**

On a introduit huit endommagements au sein de la structure treillis, en réduisant le module de Young (E) pour les éléments 1, 2,4, 7, 8,9 ,11 et 13 d’un pourcentage de 15%, 10% ,10 % , 15%, 20% ,15%, 20% et 15% respectivement, Les figures ci-dessous montrent l’évolution de l’indicateur MSEBI en fonction des éléments endommagés :

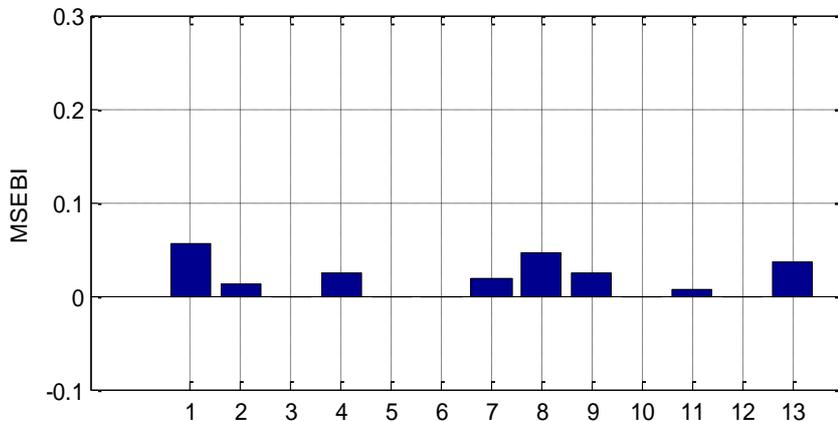


Fig. (IV.14).Éléments endommagés : 1, 2, 4, 7, 8, 9, 11 et 13 avec un taux de 15%, 10%, 10%, 15%, 20%, 15%, 20% et 15%respectivement.

IV.3.3.a Interprétation des résultats :

D’après les résultats obtenus par la fig. (IV.14), on constate clairement que l’indice basé sur l’énergie de déformation est nettement plus efficace pour la détection et la localisation d’endommagements dans la structure treillis à 13 éléments.

IV.II.3.4 Cas tests N°3 : Portique 3D

À partir de l’évolution du rang et du conditionnement dans l’annexe ‘A’, on peut tirer le nombre de ddl capteurs à employer sur le cas test 3, pour (np=7) on va installer 14 capteurs. Et les ddl capteurs utilisés sont les suivant :

20 ;19 ;13 ; 4 ;10 ; 16 ; 14 ; 18 ; 5 ; 11 ; 12 ; 3 ; 21 ; 7.

• **Sept endommagements :**

Dans ce cas on perturbe sept éléments 6, 11, 14, 16,21, 28 et 34 avec un taux de 15%,20%,20%,15%,15%,10% et 10% respectivement. Les résultats obtenus sont représentés dans la figure suivante :

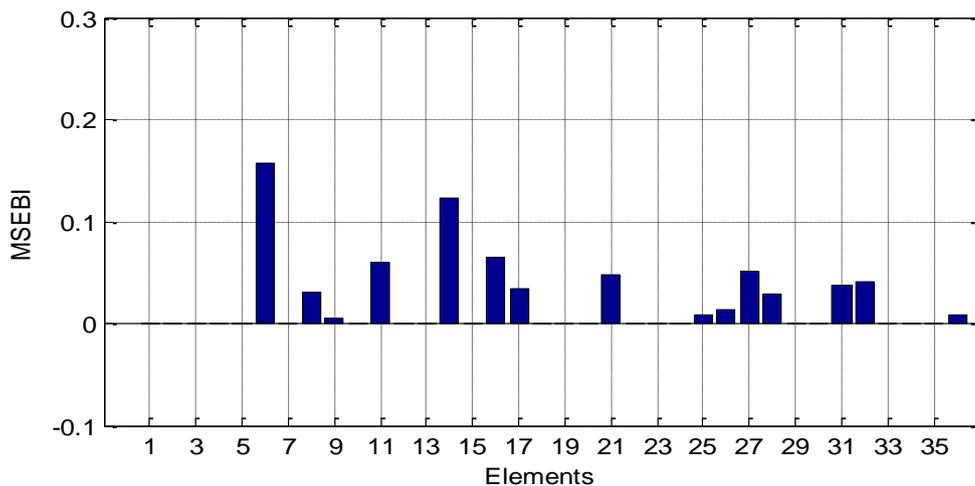


Fig. (IV.15).Éléments endommagés : 6, 11, 14, 16, 21,28 et 34 avec un taux de 15%,20%,20%,15%,10%,10% et 15% respectivement.

✚ On constate que les éléments endommagés ne sont pas tous détectés il manque l’élément 34, on peut aussi constater l’apparition de perturbation au niveau d’autres éléments voisinages qui ne sont pas endommagés exemple des éléments 17,27 et 31.

IV.II.3.5 Conclusion :

D’après les résultats obtenus dans l’utilisation de la méthode de localisation de plusieurs endommagements en utilisant la distribution d’énergie de déformation modale sur des structures simples (poutre) et complexes (treillis et portique3D) , nous remarquons qu’elle

donne des bons résultats sur les structures poutre et treillis, mais elle est partiellement fiable dans le cas de la structure portique 3D.

IV.II.4 Application de la méthode FRF :

Dans ce cas, nous appliquons la méthode en deux parties. En premiers lieu nous essayions d’avoir les mêmes résultats obtenus par l’auteur, et en deuxième lieu nous réappliquons la méthode avec la sélection des d.d.l observés et reconstitution des d.d.l non observés.

IV.II.4.1 Cas test présentés dans l’article :

La structure étudiée c’est un treillis à 25 éléments représenté dans la figure (IV.6), et les cas tests envisagés par l’auteur sont donnés par le tableau suivant :

Treillis 25 éléments										
Cas test	Élément endommagé					Taux d’endommagement(%)				
I.	7			18		40		50		
II.	7	14		18		30	30	20		
III.	4	13	15	20	25	30	30	30	30	30

Tab (4.4).Tableau récapitulatif des cas tests utilisés dans l’article.

La force d’excitation est appliquée au niveau des d.d.l 4,8 et 17 pour chaque cas test.

Les résultats obtenus sont représentés par les figures suivantes :

- **Deux endommagements :**

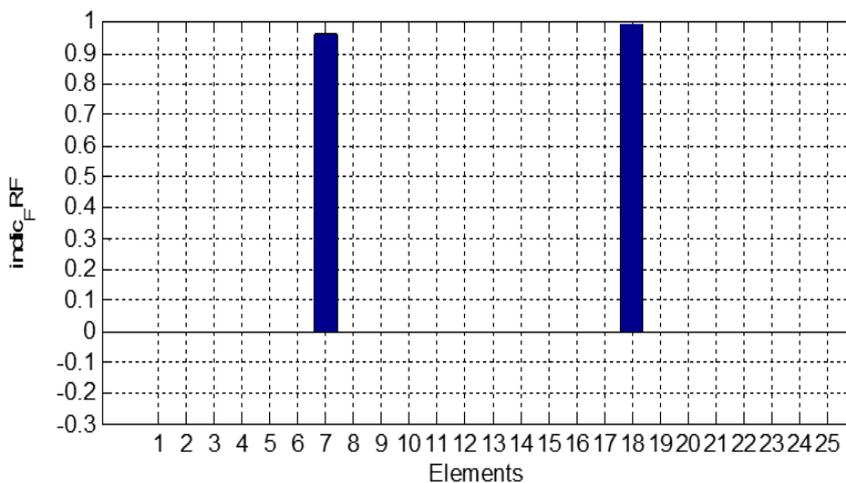


Fig. (IV.16).Éléments endommagés : 7 et 18 avec un taux de 40 % et 50% respectivement.

- Trois endommagements :

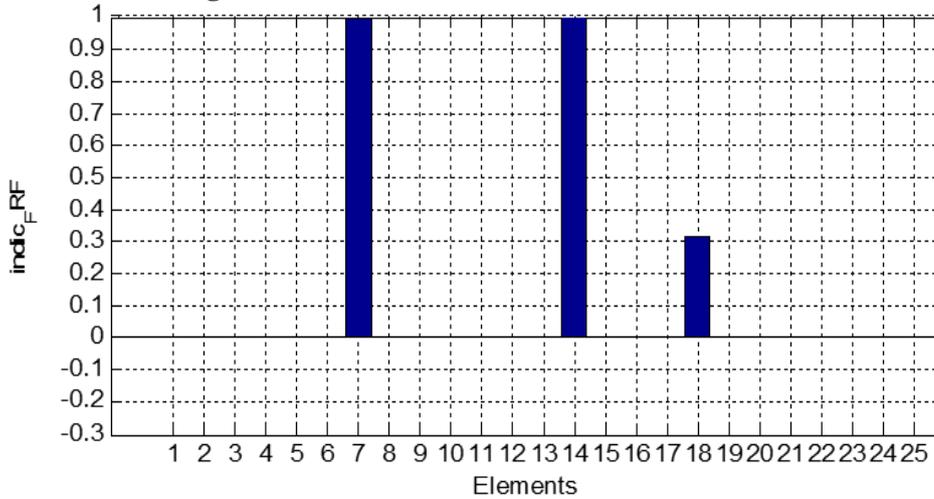


Fig. (IV.17).Éléments endommagés : 7, 14 et 18 avec un taux d'endommagement de 30 %,30% et 20% respectivement.

- Cinq endommagements :

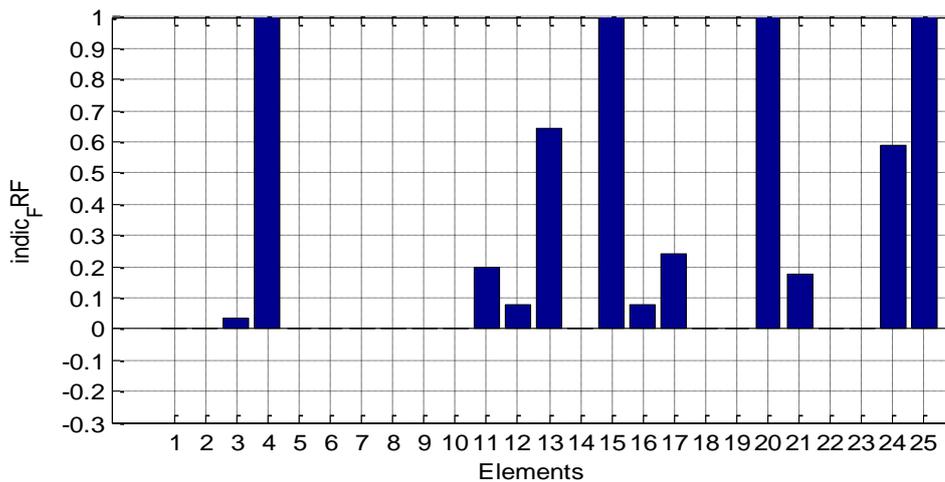


Fig. (IV.18).Éléments endommagés : 4, 13, 15 ,20 et 25 avec un taux d'endommagement de 30 %.

✚ D'après les résultats obtenus par la figures (IV.16) jusqu' à la figure (IV.18), on constate que les endommagements sont détectés et localisés avec précision. mais il y a des éléments qui viennent dans le résultat et qui ne sont pas endommagés.

IV.II.4.2 Cas tests avec sélection des d.d.l observés et reconstitution des d.d.l non observés.

Dans ce qui suit nous allons réappliquer la méthode FRF sur le même treillis à 25 éléments, avec les mêmes d.d.l de la force d'excitation (4,8 et 17), mais cette fois avec la sélection des d.d.l observés et reconstitution des d.d.l non observés.

Chapitre IV. Préparation des données et validation des méthodes étudiées.

Les différents cas tests envisagés sont récapitulés dans le tableau suivant :

Cas test	Éléments endommagés								Taux d'endommagement(%)										
	3	8	17	23	15	20	20	15	20	20	20	20	20	10	15	15	20	10	15
I.	3	8	17	23	15	20	20	15	20	20	20	20	20	10	15	15	20	10	15
II.	4	13	15	20	25	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
III.	2	4	7	9	11	12	10	15	15	20	10	15	15	20	10	15	10	15	15
IV.	1	2	4	7	9	11	13	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15

Tab. (4.5).tableau récapitulatif des cas test pour le treillis à 25 éléments avec perturbations.

On a utilisé $n_p = 11$ modes, avec 14 ddl capteurs (voir la courbe de conditionnement dans l'annexe 'B'). La force d'excitation est appliquée au niveau des d.d.l (4,8 et 17) et les ddl capteurs utilisés sont les suivants :

12 ; 14 ; 20 ; 11 ; 17 ; 6 ; 2 ; 3 ; 9 ; 4 ; 19 ; 21 ; 7 ; 8.

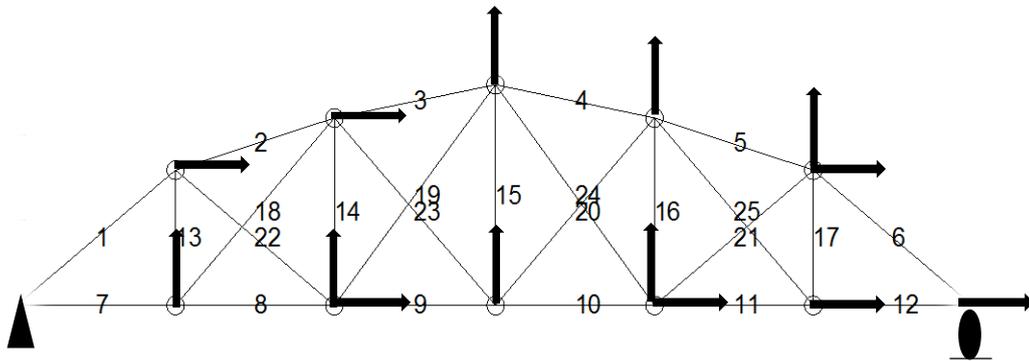


Fig. (IV.19).Positionnement des capteurs dans la structure treillis à 25 éléments.

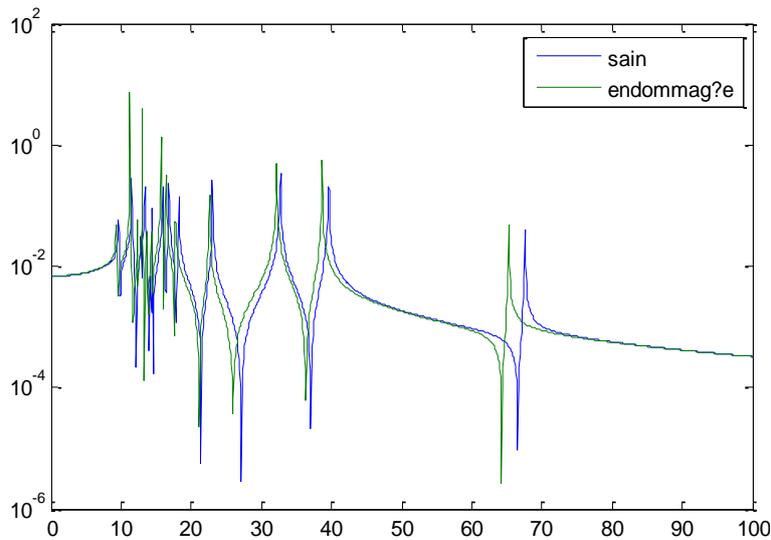


Fig. (IV.20).Réponses fréquentielles de structure treillis à 25 éléments.

- **Cinq endommagements :**

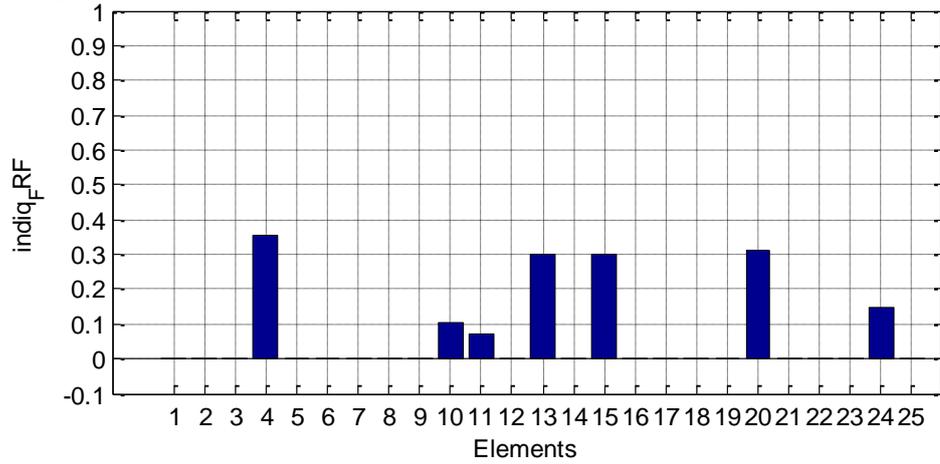


Fig. (IV.21).Éléments endommagés :4, 13, 15 ,20 et 25 avec un taux d’endommagement de 20 %.

- **Six endommagements :**

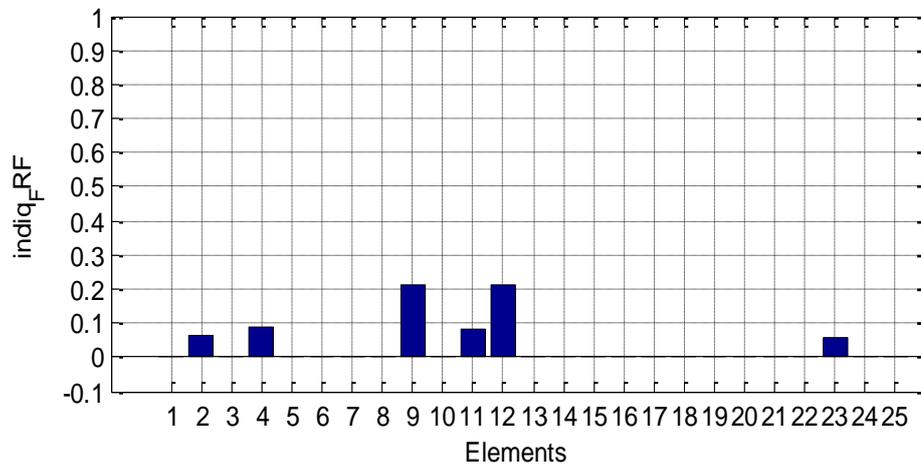


Fig. (IV.22).Éléments endommagés : 2, 4, 7, 9,11 et 12 avec un taux d’endommagement de 10%, 15%, 15%, 20%, 10% et 15% respectivement.

- **Sept endommagements :**

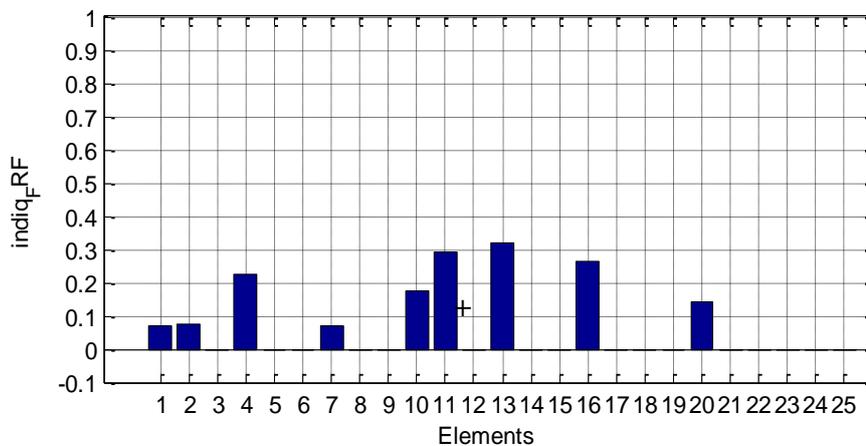


Fig. (IV.23).Éléments endommagés : 1, 2, 4,7, 9,11 et 13 avec un taux d’endommagement de 40%,30%,25%,40%,25%,30% et 25 % respectivement.

IV.II.4.2.a Interprétation des résultats :

D'après les résultats obtenus sur le cas test n°1, le premier constat qu'on fait, est que la méthode de l'indicateur d'endommagement avec la reconstitution des d.d.l non observés est partiellement efficace pour la détection de défaut de rigidité. Et cela en termes de nombre d'éléments endommagés détectables, elle ne détecte pas tous les éléments endommagés. Par exemple la figure (IV.22) qui est le résultat de la simulation de six endommagements (2, 4, 7, 9, 11 et 12). On constate que seulement 5 éléments qui sont détectés et localisés. Mais il manque l'élément '7', on constate aussi l'existence de quelques éléments qui ne sont pas endommagés, par exemple dans la fig. (IV.21), mis à part des éléments endommagés nous relevons l'apparition des éléments 10,11, 24 et l'élément 23 dans la fig. (IV.21).et fig. (IV.22) le cas de cinq et six éléments endommagés respectivement.

IV.II.4.3 Choix de d.d.l d'excitation :

Comme le nombre d'expériences coûte cher, nous avons opté à utiliser la méthode de choix de d.d.l d'excitation qui consiste à réduire le nombre des cas tests, en appliquant la force une seule fois selon le d.d.l le plus sensible dans la structure considérée.

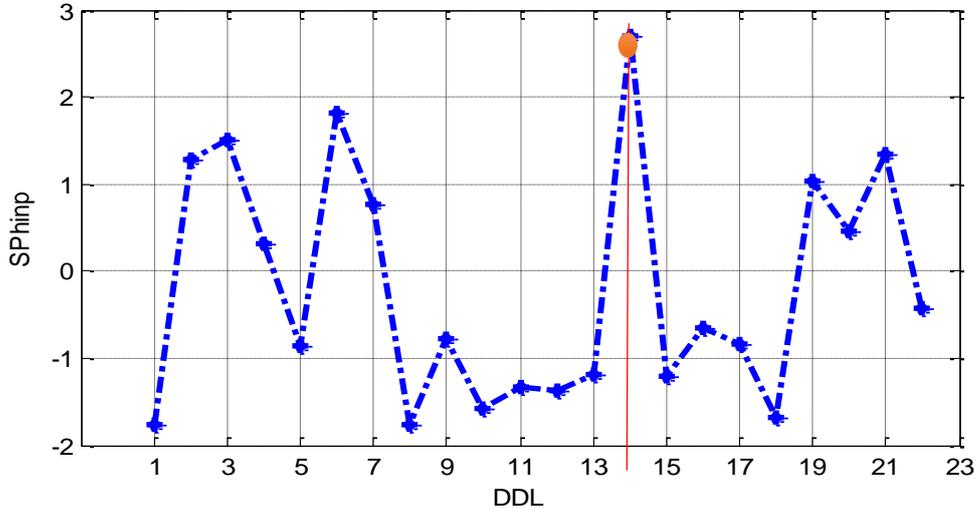


Fig. (IV.24).Graphe de d.d.l d'excitation en fonction de mode.

Pour ce cas le d.d.l d'excitation est le d.d.l '14', donc on applique la force d'excitation (F) au niveau de ce d.d.l. Et les résultats obtenus sont représentés dans les figures qui suivent :

• **Cinq endommagements :**

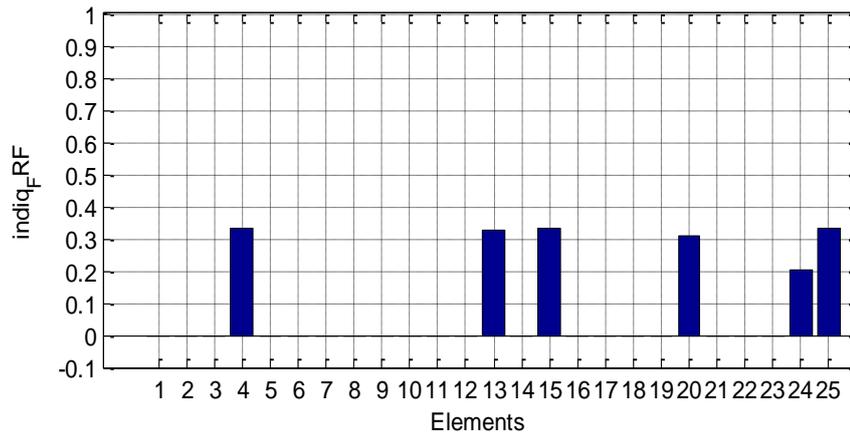


Fig. (IV.25).Éléments endommagés : 4, 13, 15 ,20 et 25 avec un taux d'endommagement de 20 %

• **Six endommagements :**

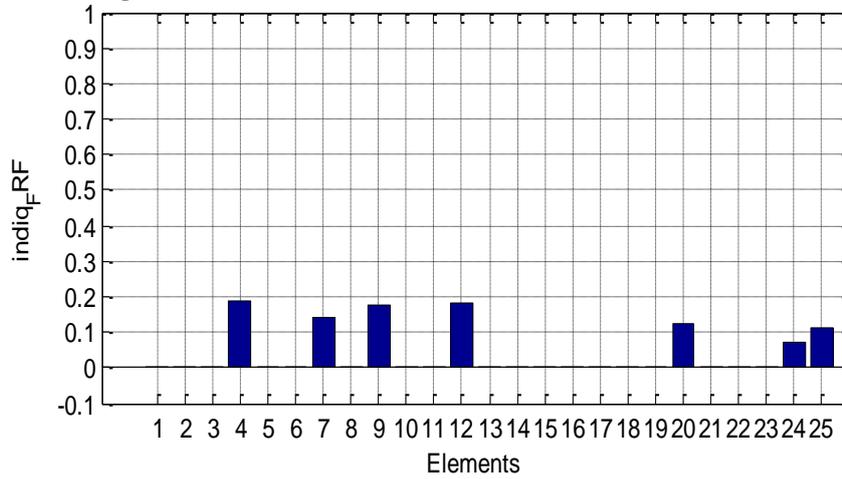


Fig. (IV.26).Éléments endommagés : 2, 4, 7, 9,11 et 12 avec un taux d'endommagement de 10%, 15%, 15%, 20%, 10% et 15% respectivement.

• **Sept endommagements :**

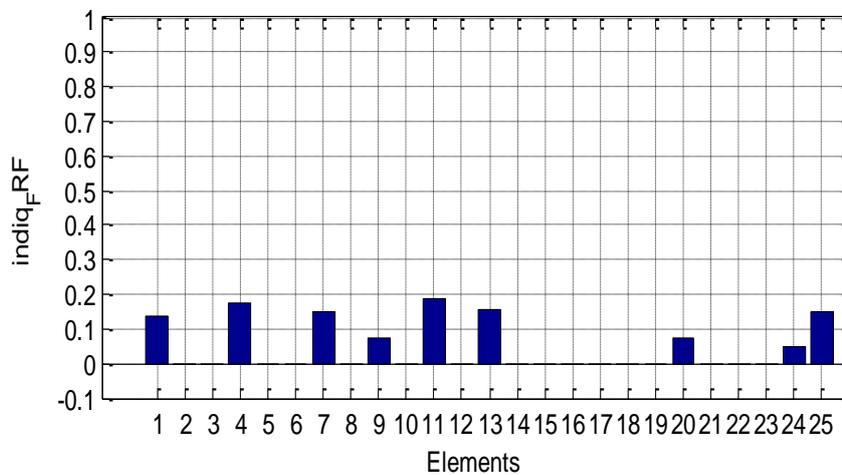


Fig. (IV.27).Éléments endommagés :1, 2, 4,7, 9,11 et 13 avec un taux d'endommagement de 15 % respectivement.

IV.II.4.3.a Interprétation des résultats :

On constate qu'après avoir appliqué la force d'excitation au niveau du d.d.l '14', les éléments endommagés ne sont pas tous détectés et localisés, il y a aussi l'apparition de quelques éléments qui ne sont pas réellement endommagés.

Donc on peut conclure que dans le cas d'une structure complexe (treillis) il faut appliquer la force d'excitation en différents points pour arriver à détecter et localiser les éléments endommagés.

Le choix de point d'application de la force est un facteur très important dans l'application de la méthode de localisation des endommagements de structures.

✚ D'après les résultats obtenus dans ce cas test on peut conclure que l'indicateur d'endommagement basé sur les réponses fréquentielles (FRF) est partiellement fiable pour la détection et la localisation des endommagements dans la structure treillis à 25 éléments. Les auteurs [40] de cette procédure ne l'avaient validée que sur un nombre d'éléments endommagés réduit et des taux d'endommagement très élevés car, à partir de cinq éléments endommagés on constate le manque de quelques éléments endommagés et l'existence de quelques autres qui ne sont pas réellement endommagés.

IV.II.4.4 Application de la méthode sur d'autres structures :

Afin de tester la fiabilité de la méthode FRF, nous avons appliqué cette méthode sur d'autres structures (poutre et portique) avec reconstitution des d.d.l non observés.

Les cas tests envisagés pour cette application sont résumés dans les tableaux (4.1) et (4.3) :

IV.II.4.4.1 Cas test N°2 : Poutre

Dans ce cas test on a utilisé $n_p=6$ modes, avec 10 ddl capteurs (voir la courbe de conditionnement dans l'annexe 'B') et la force d'excitation (F) est appliquée au niveau de d.d.l n° 27 de la poutre. Les d.d.l capteurs utilisés sont les suivants :

12 ; 30 ; 4 ; 34 ; 8 ; 22 ; 18 ; 26 ; 6 ; 2.

- Six endommagements :

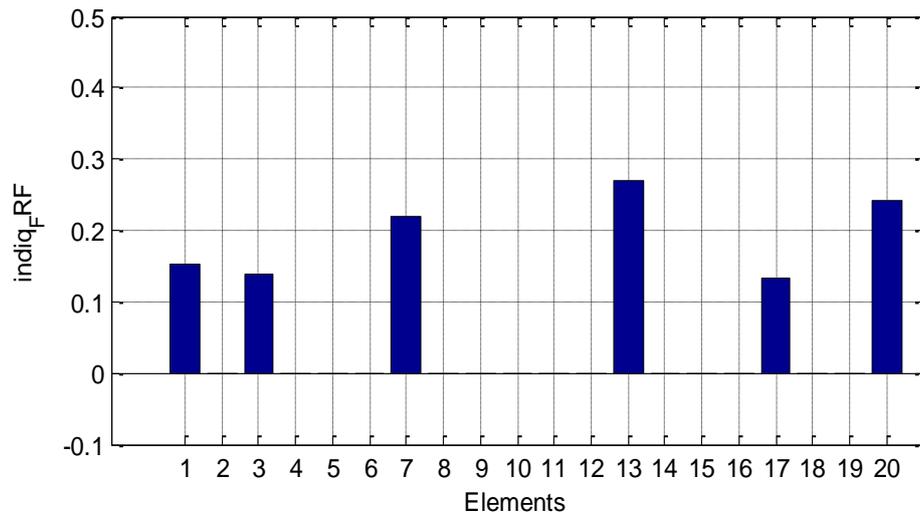


Fig. (IV.28).Éléments endommagés : 1, 3, 7, 13,17 et 20 avec un taux d'endommagement de 20%,25% 30% 35%,40% et 45%respectivement.

IV.II.4.4.1.a Interprétation des résultats :

En utilisant la méthode de FRF pour la structure poutre, dans le cas test n° 2, la figure(IV.27) présente avec précision les positions des éléments endommagés.

IV.II.4.4.2 Cas tests N°3 : Portique 3D

Nous avons vu précédemment les résultats de l'application de cette méthode sur une poutre et nous allons l'appliqué sur une structure portique 3D pour mieux juger l'efficacité de la méthode. La force d'excitation est appliquée au niveau de d.d.l '14' (voir l'annexe 'B'), (np= 12) et les d.d.l capteurs utilisés sont les suivants :

16 ; 20 ; 17 ; 7 ; 23 ; 1 ; 10 ; 9 ; 15 ; 5 ; 24 ; 13 ; 21 ; 18.

- Quatre endommagements :

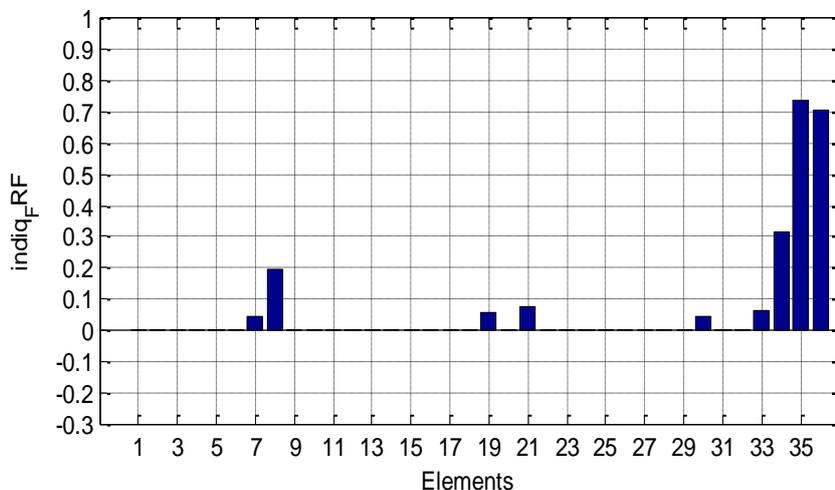


Fig. (IV.29).Éléments endommagés : 1, 2,3 et 4 avec un taux d'endommagement de 15%.

- **Cinq endommagements :**

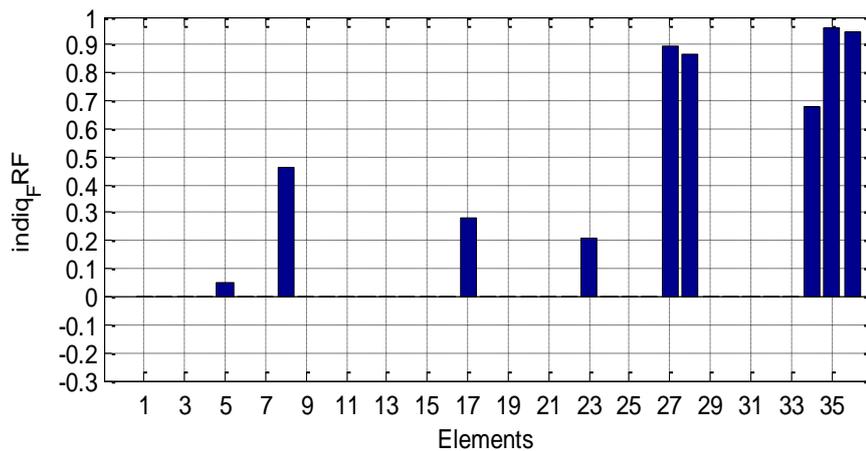


Fig. (IV.30).Éléments endommagés :2, 5, 15,17 et 20 avec un taux d’endommagement de 20%, 10%, 15%, 10% et 15% respectivement.

- **Six endommagements :**

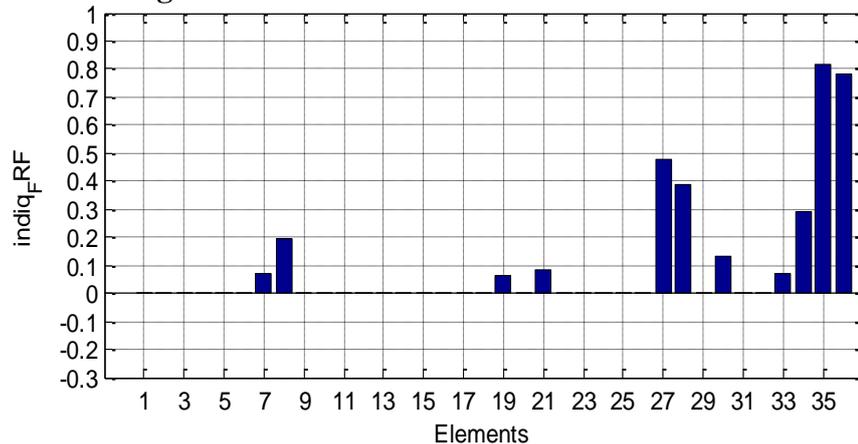


Fig. (IV.31).Éléments endommagés :7, 10, 19, 29,30 et 33 avec un taux d’endommagement de 15%, 10%, 15%, 10%, 15% et 10% respectivement.

IV.II.4.4.2.a Interprétation des résultats :

D’après les résultats obtenus dans ce cas test par la fig. (IV.29) jusqu’à la fig. (IV.31) on constate que ces derniers ne sont pas analysables. Cette méthode ne localise pas tous les éléments endommagés et il y a l’apparition de quelques éléments qui ne sont pas endommagés.

IV.II.5 Application de la méthode de courbure modale :

C’est la même chose que le cas précédent, en première partie nous cherchons à avoir les mêmes résultats obtenus par l’auteur, et en deuxième partie nous réappliquons la méthode avec la sélection des d.d.l observés et reconstitution des d.d.l non observés.

IV.II.5.1 Cas tests présentés dans l'article :

Le récapitulatif des cas tests est résumé dans le tableau suivant :

Structure poutre						
Cas test	Éléments endommagés			Taux d'endommagement(%)		
I.	10			50		
II.	10	15		50	50	
III.	4	10	15	50	50	50

Structure treillis 13 éléments				
Cas test	Éléments endommagés		Taux d'endommagement (%)	
I.	11		75	
II.	11	8	75	50

Tab. (4.6).Récapitulatif des cas tests présentés dans l'article.

IV.II.5.1.a Cas test n°1 : poutre.

- Un seul élément endommagé :

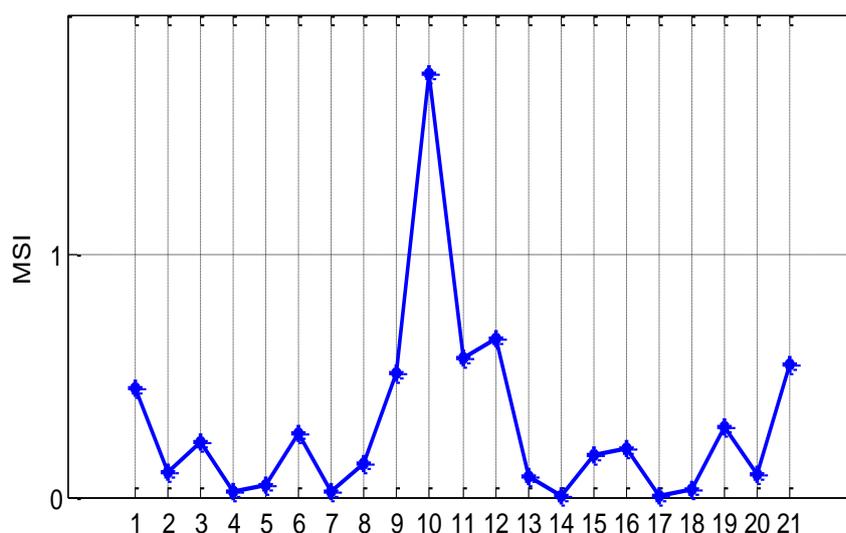


Fig. (IV.32).Élément endommagé : 10 avec un taux d'endommagement de 50%.

- Deux éléments endommagés :

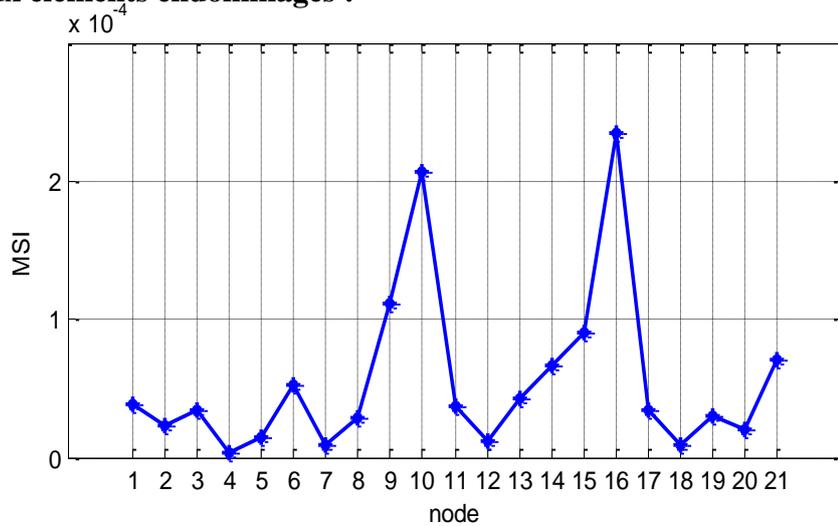


Fig. (IV.33).Éléments endommagés : 10 et 15 avec un taux d'endommagement de 50%

- Trois éléments endommagés :

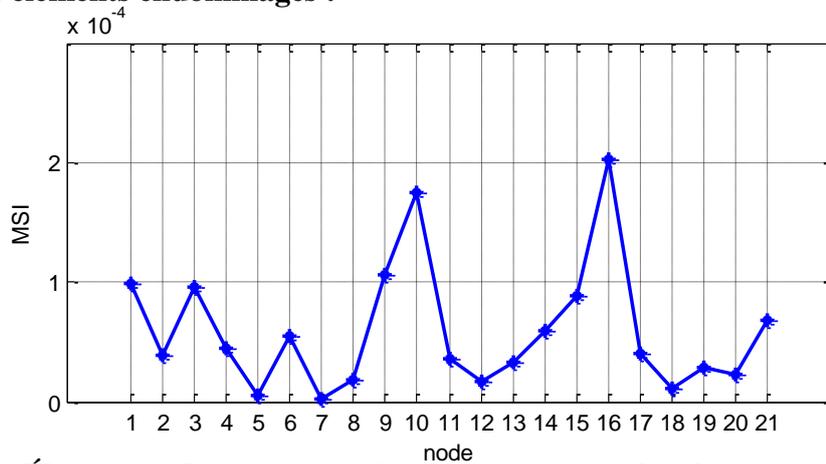


Fig. (IV.34).Éléments endommagés : 4,10 et 15 avec un taux d'endommagement de 50%.

IV.II.5.1.b Cas test n°2 : treillis à 13 éléments.

- Un seul endommagement :

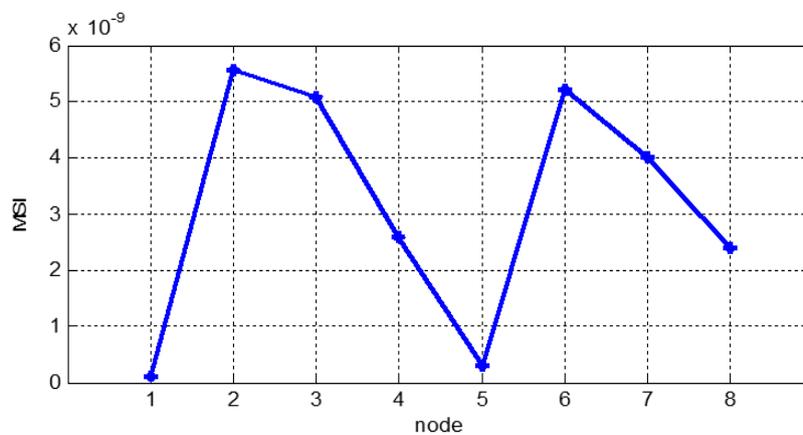


Fig. (IV.35).Élément endommagé : 11 avec un taux d'endommagement de 75%.

- **Deux endommagements :**

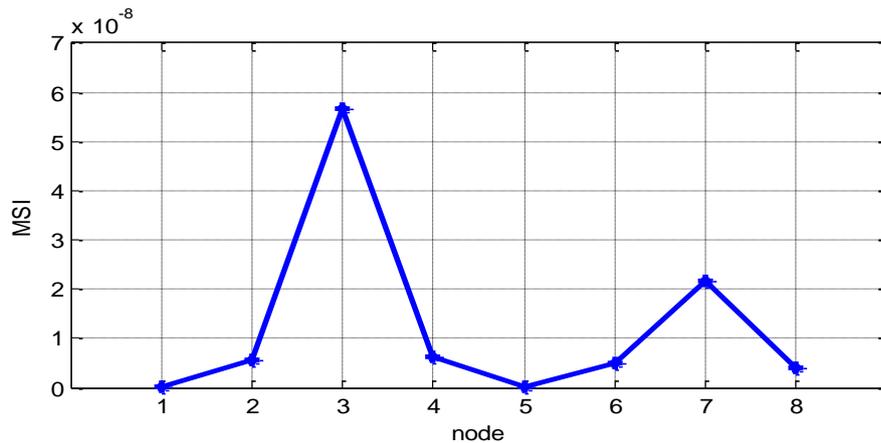


Fig. (IV.36).Éléments endommagés : 8 et 11 avec un taux d’endommagement de 50% et 75% respectivement.

IV.II.5.1.c Interprétation des résultats :

En regardant les différentes figures précédentes, nous constatons à première vue que la méthode permet de détecter un ou plusieurs endommagements à n’importe quelle position des structures poutre et treillis. Toutefois, l’analyse des résultats nous conduit aussi à constater que chaque endommagement au sein d’un élément se traduit par un changement brusque de l’indicateur (MSI) sous forme des pics au niveau des nœuds définisse l’élément supposé endommagé.

IV.II.5.2 Cas tests avec sélection de d.d.l observés et reconstitution des d.d.l non observés :

Dans ce cas, nous réappliquons la méthode sur les mêmes structures (poutre et treillis à 13 éléments), mais avec sélection des d.d.l observés et reconstitution des d.d.l non observés et avec un taux d’endommagement plus réduit (à l’état précoce).

Les cas tests envisagés sont résumés par le tableau suivant :

Structure poutre										
Cas tests	Éléments endommagés					Taux d’endommagement (%)				
	I.	4	10		15		10	10	10	
II.	4	8	12		18	10	15	15	10	
III.	3	7	13	16	19	10	15	15	10	20

Structure treillis 13 éléments										
Cas tests	Éléments endommagés								Taux d'endommagement(%)	
I.	11				8				10	15
II.	5	8			9			15	15	15
III.	1	2	9		8		10	15	20	20

Tab. (IV.7). Récapitulatif des cas test avec tests avec sélection de d.d.l observés et reconstitution des d.d.l non observés.

IV.II.5.2.1 Cas test n°1 : poutre.

Dans ce cas test on a utilisé $n_p = 4$ modes, avec 9 ddl capteurs (voir la courbe de conditionnement dans l'annexe 'C'). Les d.d.l capteurs utilisés sont les suivants :

10 ; 30 ; 20 ; 26 ; 2 ; 32 ; 8 ; 14 ; 6.

- **Trois éléments endommagés :**

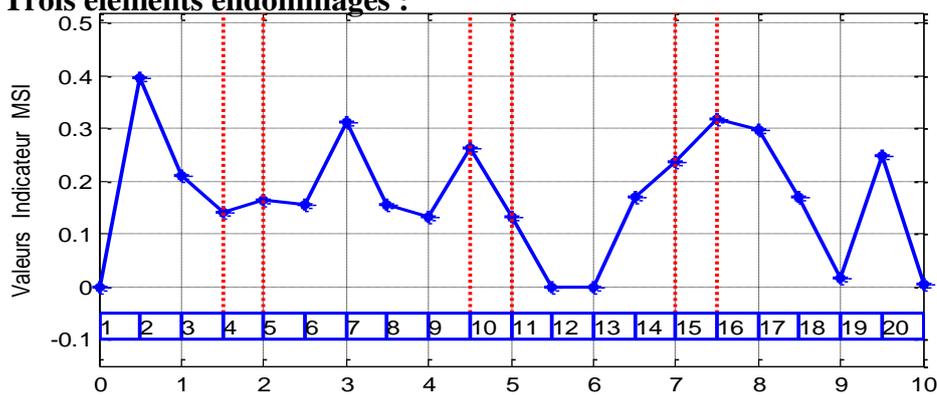


Fig. (IV.37).Éléments endommagés : 4, 10, 15 avec un taux d'endommagement de 10%.

- **Quatre éléments endommagés :**

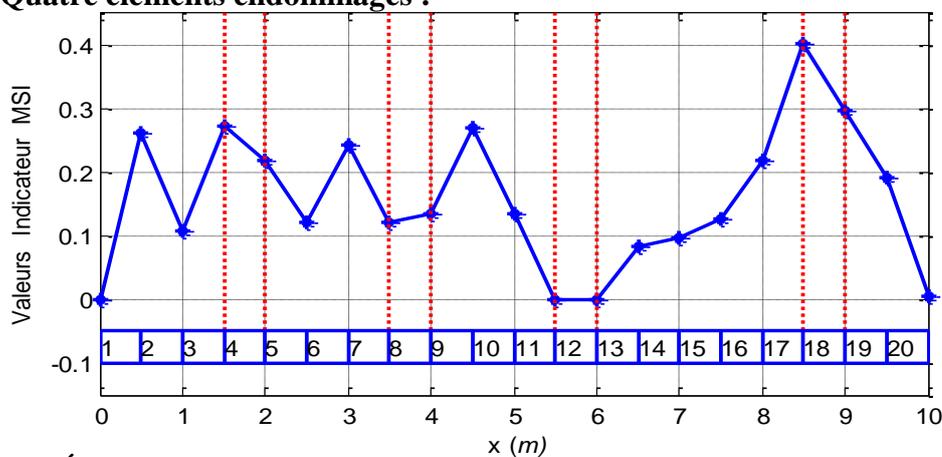


Fig. (IV.38).Éléments endommagés : 4, 8, 12 et 18 avec un taux d'endommagement de 10%, 15%, 15% et 10% respectivement.

- Cinq éléments endommagés :

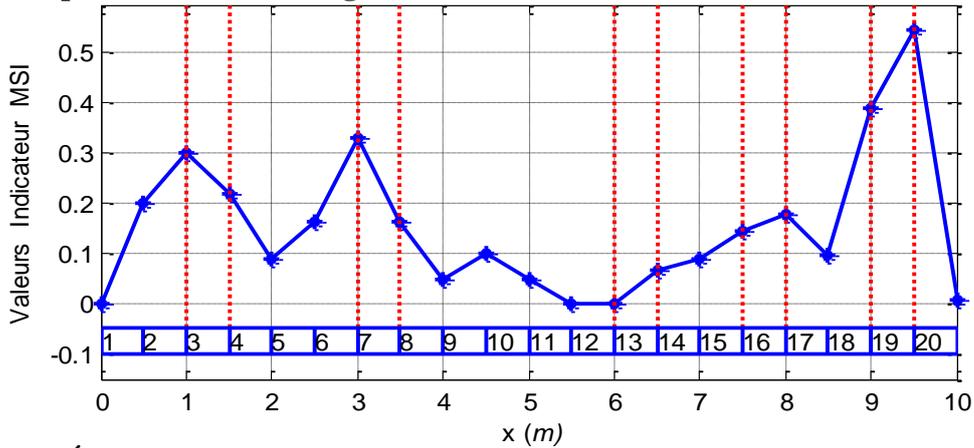


Fig. (IV.39).Éléments endommagés : 3, 7, 13,16 et 19 avec un taux d'endommagement de 10%,15%,15%,10% et 20% respectivement.

IV.II.5.2.2 Cas test n°2 : treillis à 13 éléments.

On prend $n_p = 10$ modes, avec 11 ddl capteurs (voir la courbe de conditionnement dans l'annexe 'C'). Les d.d.l capteurs utilisés sont les suivants :

10 ; 8 ; 3 ; 13 ; 1 ; 14 ; 12 ; 4 ; 5 ; 2 ; 7.

- Deux éléments endommagés :

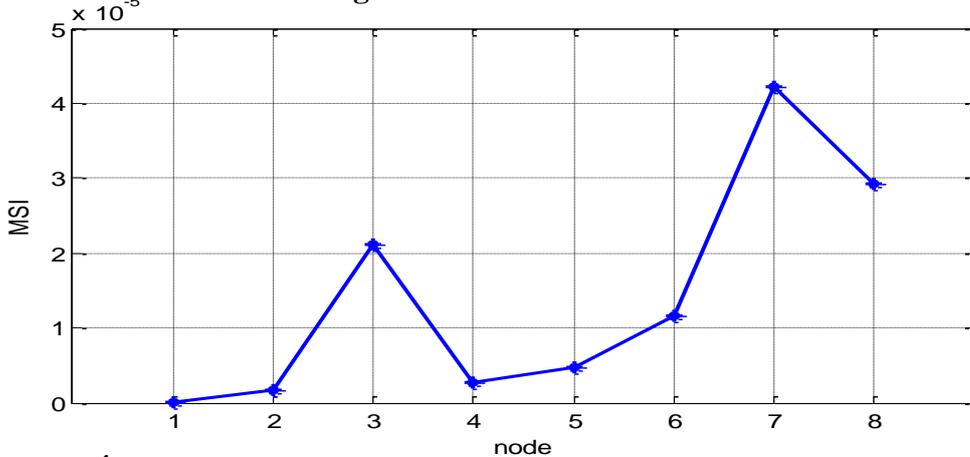


Fig. (IV.40).Éléments endommagés : 11 et 8 avec un taux d'endommagement de 10% et 15% respectivement

- Trois éléments endommagés :

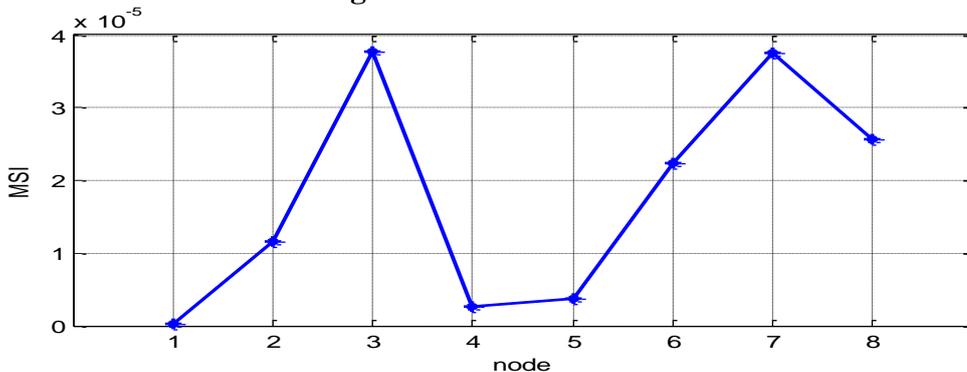


Fig. (IV.41).Éléments endommagés : 5, 8 et 9 avec un taux d'endommagement de 15%.

- **Quatre éléments endommagés :**

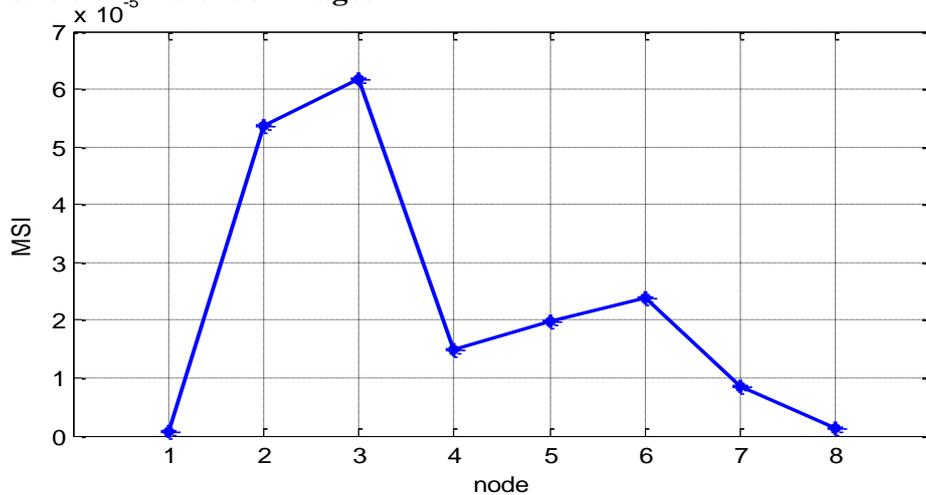


Fig. (IV.42).Éléments endommagés :2 ,9 et 8 avec un taux d'endommagement de 10%,15%,20% et 20% respectivement.

IV.II.5.2.2.a Interprétation des résultats :

En appliquant la méthode de courbure modale sur les deux structures poutre et treillis nous constatons que :

Dans le cas de la présence d'un ou deux endommagements, la méthode nous permet de localiser les perturbations introduites sur les éléments de la structure simple (poutre), et partiellement fiable dans le cas de plusieurs éléments endommagés.

Mais dans le cas de la structure complexe (treillis), la méthode nous permet de localiser seulement un ou deux endommagements fig. (IV.40), à partir de trois éléments endommagés les résultats obtenus (fig. (IV.41 et fig. (IV.42).) ne sont pas fiables. Cette méthode ne nous donne donc pas le lieu d'endommagement car, le déplacement des nœuds se produit suivant plusieurs directions, alors les structures de ce genre ont des nœuds reliés à plusieurs éléments qu'ils peuvent perturber.

IV.II.5.2.3 Cas test n°3 : Portique 3D.

Afin de tester encore la fiabilité de la méthode de courbure modale, nous avons appliqué cette méthode sur un portique 3D représentés par la figure (IV.7) avec la reconstitution des d.d.l non observés toujours. On prend $n_p = 8$ modes, avec 14 ddl capteurs (voir la courbe de conditionnement dans l'annexe 'C'). Les d.d.l capteurs utilisés sont les suivants :

20 ; 19 ; 13 ; 4 ; 10 ; 23 ; 16 ; 15 ; 18 ; 12 ; 9 ; 5 ; 8 ; 11.

Et les cas tests envisagés pour ce test sont de donnés dans le tableau suivant :

Cas test	Éléments endommagés					Taux d'endommagement(%)						
	1	2	3	4		15	15	15	15			
I.	1	2	3	4		15	15	15	15			
II	2	5	15	17	20	10	15	20	20	15		
III	7	10	19	29	30	33	10	10	10	10	10	10

Tab.(IV.8). Récapitulatif des cas test avec sélection des d.d.l observés et reconstitution des d.d.l non observés pour la structure portique 3D.

- **Quatre éléments endommagés :**

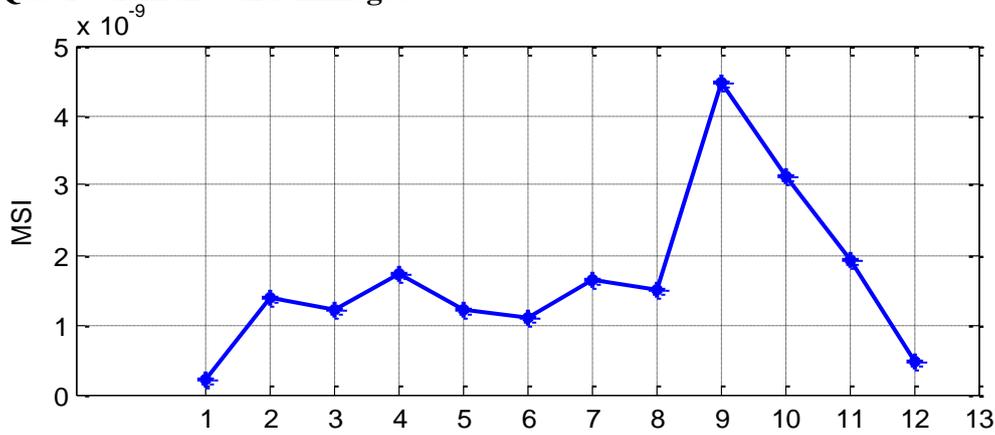


Fig. (IV.43).Éléments endommagés : 1, 2,3 et 4 avec un taux d'endommagement de 15% respectivement.

- **Cinq éléments endommagés :**

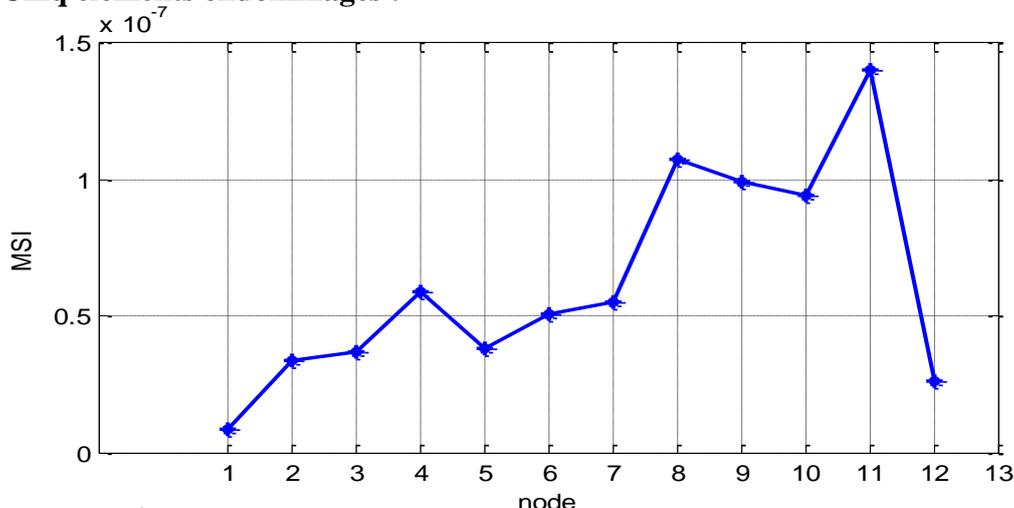


Fig. (IV.44). Éléments endommagés : 2, 5, 15, 17 et 20 avec un taux d'endommagement de 10%, 15%, 20%, 20% et 15% respectivement.

- **Six éléments endommagés :**

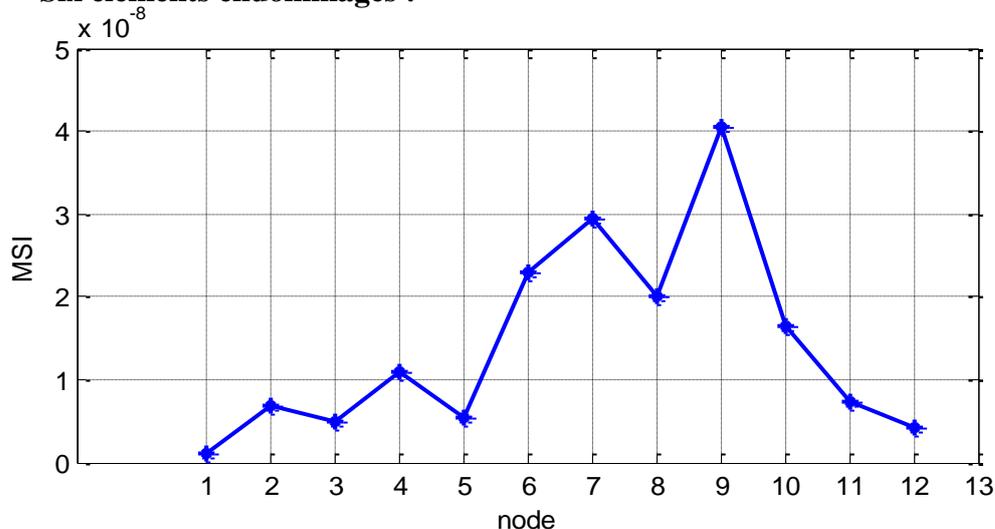


Fig. (IV.45).Éléments endommagés :7, 10, 19, 29,30 et 33 avec un taux d'endommagement de 10% respectivement.

IV.II.5.2.3.a Interprétation des résultats :

À partir des résultats obtenus dans les fig. (IV.43) jusqu'à la fig. (IV.45) on constate que c'est le même cas avec la structure treillis à 13 éléments dans le cas de plusieurs endommagements, les résultats obtenus ne sont pas fiables.

IV.II.5.3 Conclusion :

D'après les résultats obtenus on voit bien que l'utilisation de la méthode de localisation d'endommagements utilisant la variation de courbure modale n'est donc pas sûre. Les auteurs de cette procédure ne l'avaient validée que sur des cas tests simples et des taux d'endommagement très élevés.

IV.II.6 Comparaison des méthodes :

Le tableau suivant récapitule une comparaison des trois méthodes testées dans notre travail sur des structures simples (poutre) et complexes (treillis et portique 3D) :

Structure Méthode	Structure simple (poutre)		Structure treillis		Structure portique 3D	
	1ou 2 éléments endommagés	Plusieurs éléments	1ou 2 éléments endommagés	Plusieurs éléments	1ou 2 élément endommagé	Plusieurs éléments
Méthode d'énergie de déformation modale (MSE)	+	+	+	+	+	*
Méthode des réponses fréquentielle(FRF)	+	+	+	*	*	-
Méthode de courbure modale	+	*	+	-	*	-

- + : endommagements détectés.
- - : endommagements non détectés.
- * : endommagements partiellement détectés.

Tab.(IV.9).Récapitulatif de comparaison des méthodes.

Conclusion générale

Dans ce mémoire, nous avons testé trois méthodes de détection d'endommagement dans trois cas tests de simulations numériques : une poutre, un treillis et un portique tridimensionnel. Les méthodes de détection et localisation d'endommagement considérées sont : la méthode basée sur l'énergie de déformation modale, la méthode basée sur les FRF et la méthode de courbure modale.

Nous avons utilisé pour la modélisation numérique des structures, la méthode des éléments finis pour l'obtention des paramètres modaux nécessaires à notre étude.

En pratique, les vecteurs et les valeurs propres ne sont pas totalement observés. En effet, comme les temps d'expérimentation sont réduits, le nombre de ddl observés est généralement plus petit que celui du modèle analytique. Pour cela, nous avons utilisé la méthode de reconstitution des ddl non observés et un modèle du bruit expérimental.

Notre étude consiste à vérifier la robustesse des trois méthodes en introduisant une réduction de la rigidité des structures étudiées consistant en une réduction de section ou de module de Young de quelques éléments finis de la structure.

Le travail consiste à déterminer laquelle des méthodes est plus robuste et plus sensible aux endommagements à leur stade le plus précoce, il s'avère que les auteurs ont validé ces méthodes en utilisant des taux d'endommagements remarquables voir 50%. Mais les résultats obtenus avec des taux d'endommagement faibles sont manquants. Il ressort aussi que ces méthodes ne sont pas performantes car les endommagements doivent être détectés et localisés à leur état précoce et la mesure de comportement n'est conduite que sur un nombre limité de ddl et la reconstitution est donc un passage obligé.

Nous devons alors penser à améliorer ces méthodes pour les rendre plus performantes. Nous pouvons également réfléchir à optimiser la discrétisation en EF.

Références bibliographiques

- [1] Rytter, A., 1993, “Vibration based inspection of civil engineering structures,” Ph.D. Dissertation, Aalborg University, Denmark.
- [2] Saadat, S.A, Buckner, and Noori, M, N ” Structural system identification and damage detection using the intelligent parameter varying technique : an experimental study “ structural health monitoring, 6pp, (3.231-243).2007.
- [3] Lee, L, S, Karbhari, V M, and Sikoosky, C “ Investigation of integrity and effectiveness of RC bridge deck rehabilitation with CFRP composition “ Department of structural Engineering, University of California.2004.
- [4] Duggan D.M, Wallance E.R, Caldwell S.R, 1980, “ Measured and predicted Vibrational Behavior of Mexico Platforms“ In Proceedings of the 12th Annual Offshore Tech , Conf , 92-100.
- [5] Kirmscher, P, G. 1994. “ The effect of discontinuities on the natural frequency of beams“, Proceeding of American Society of Testing and Materials, Vol. 44, pp.897-904.
- [6] Lifshitz, J.M. and Rotem, 1969. “ Determination of reinforcement unbonding of composites by a vibration technique“, Journal of Composite Materials, Vol. 3, pp. 412-423.
- [7] Cawley, P. and Adams, R.D. 1979. “Location of defects in structures from measurements of natural frequencies“, Journal of Strain Analysis for Engineering Design, Vol. 14, pp.49-57.
- [8] Gudmundson, P. 1982. “ Eigenfrequency changes of structures due to cracks, notches or other geometrical changes“, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 30, pp. 339.353.
- [9] Yuen, M. M. F, 1985, “ A numerical study of the eigenparameters of a damaged cantilever“, Journal of Sound and Vibration, Vol. 103, pp. 301-310.
- [10] Osegueda, R.A., P.D. Dsouza, and Y. Qiang, 1992. “ Damage Evaluation of Offshore Structures Using Resonant Frequency Shifts, “ Serviceability of Petroleum, Process, and Power Equipment, ASME PVP 239/MPC 33,31-37.
- [11] Salawu, O.S.1997. 1997.“ Detection of structural damage through changes in frequency : A review“ Engineering Structures, Vol. 19, PP. 718-723.
- [12] Allemang, R. and Brown, D. (1982). Correlation coefficient for modal vector analysis. In proceedings of the International Modal Analysis Conference & Exhibit, pages 110-116.
- [13] Pandey, A. and Biswas, M. (1994). Damage detection in structures using changes in flexibility. Journal of Sound and Vibration, 169(1):3–17.
- [14] Pandey, A., Biswas, M., and Samman, M. (1991). Damage detection from changes in Curvature Mode shapes. Journal of Sound and Vibration, 145(2):321–332.

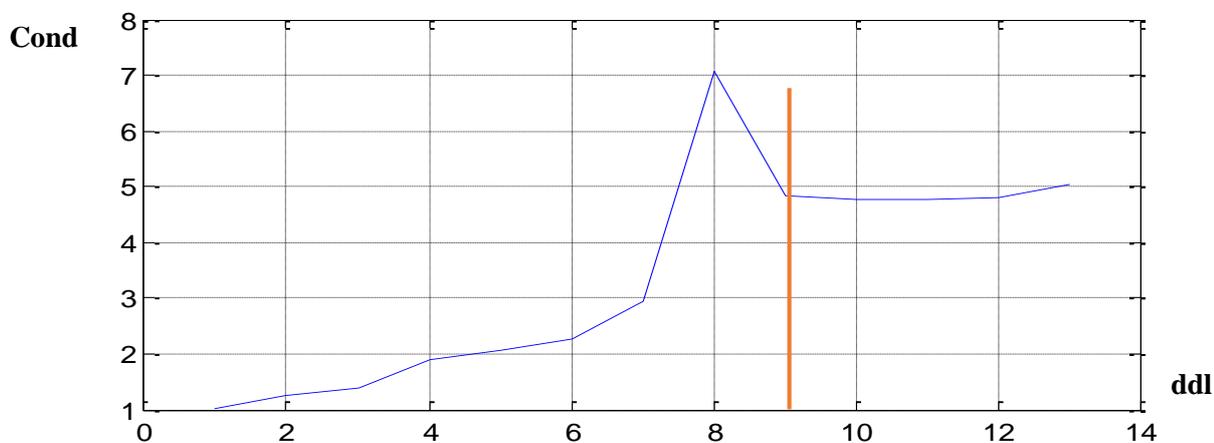
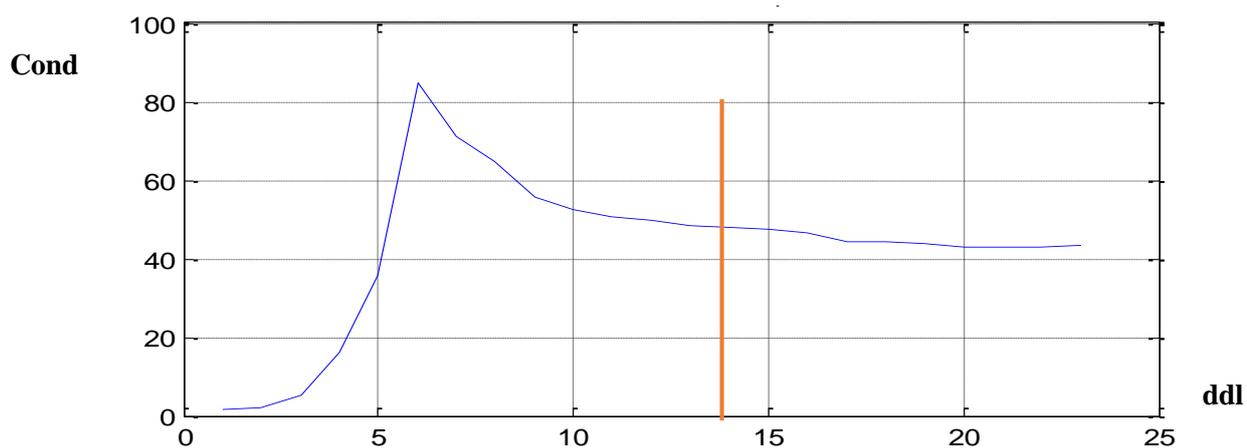
- [15] Ho, Y. and Ewins, D. (2000). On the structural damage identification with mode shapes. In Proceedings of the european COST F3 conference on system identification & structural health Monitoring, pages 677–684. Universidad Politecnica de Madrid, Spain.
- [16] Stubbs, N, Kim, J, and Topole, K. “An efficient and robust algorithm for damage localization in offshore platform“ Proc. ASCE Tenth Structures Congress.1992.
- [17] Humar, J, Bagchi, A, and Xu, H. “ Performance of vibration based techniques for the identification of structural damage“ Structural Health Monitoring (5 :3), pp. (215-241).2006.
- [18] Farrar, C. and Doebling, S. (1999). Modal analysis and testing, chapter Damage detection II: field applications to large structures. Nato science series. Kluwer Academic Publisher, Dordrecht, Netherlands.
- [19] Cornwell, P., Doebling, S., and Farrar, C. (1999). Application of the strain energy damage Detection method to plate-like structures. Journal of Sound and Vibration, 224(2):359 -374.
- [20] Samir TIACHACHT, Amar BOUAZZOUNI. ” Méthode d’identification d’endommagements dans les structure mécaniques par mesures vibratoires ”.Département de Génie Mécanique Université de Tizi-Ouzou 2007.
- [21] Wang, Z, Lin, R, M and Lim, M, K. “ Structural damage using measured FRF data“ Computer method in applied mechanics and engineering, 147(1-2),pp. (187-197).1997.
- [22] ALVANDI, Alireza. (2003). Contribution à l’utilisation pratique de l’évaluation dynamique pour la détection d’endommagements dans les ponts. Thèse doctorat, École Nationale des Ponts et Chaussées, France.
- [23] Mottershead, J. E., Kyprianou, A. and Ouyang, H, 2003, “Estimation of rotational frequency responses,” Mechanical and Corrosion Properties, A – Key Engineering Materials, 245/246, 157-116.
- [24] Vanhoenacker, K., Schoukens, J., Guillaume, P. and Vanlanduit, S., 2004, “The use of multisine excitations to characterize damage in structures,” Mechanical Systems and Signal Processing, 18(1), 43-57.
- [25] A.Amziani, A. Bouazzouni, 2006 « Energy flow method applied to the detection of structural damage ». ISMA
- S.C. Mohan, D.K. Maiti, D. Maity, 2014, "Structural assessment using FRF employing particle swarm optimisation"
- [26] Williams, C and Salawu, O.S. “ Damping as a damage indication parameter proceeding of the 15th international modal analysis conference, Orlando .FL,pp. (1531-1536). 1997.

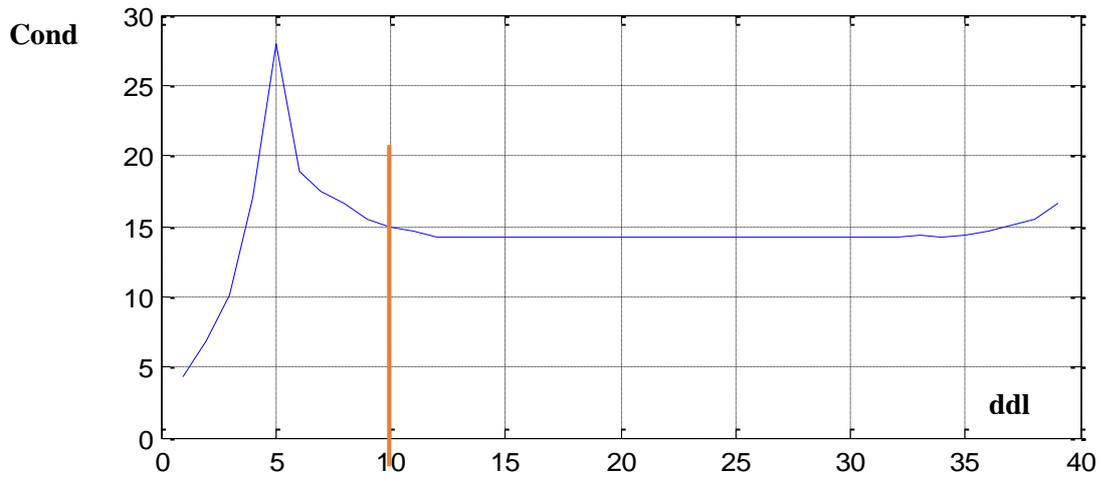
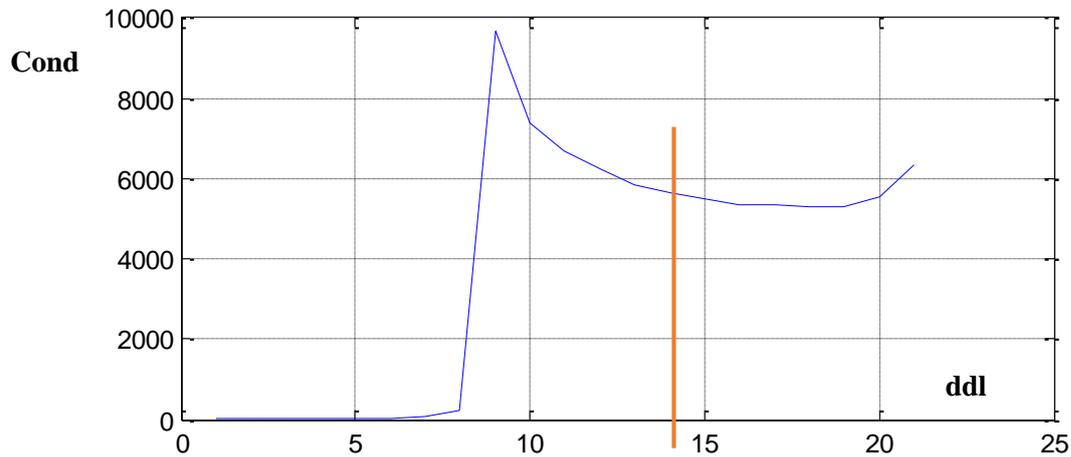
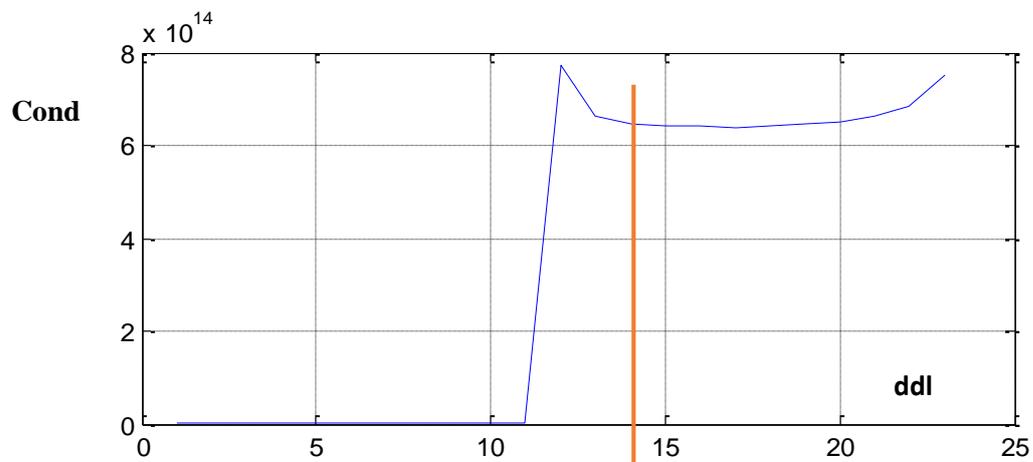
- [27] Modena, C, Sonda, D and Zonta, D. “ Damage localization in reinforced concrete structures by using damping measurements “ Mechanical and Corrosion properties, A-Key Engineering Materials. 167, pp. (132-141).1999.
- [28] Ulm, F. J, J.L. Clément, and P. Argoul. “ Coefficient de comportement : approche chute identification“. Philosophical Transaction of the Royal Socieity of London Series A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences (359-1778), pp. (131-149).2001.
- [29] Li J, Wu.B Zeng. Q. C and Lim.C.W.“A generalized flexibility matrix approach for structural damage detection“ Journal of Sound and Vibration.2010.
- [30] Kazemi S., Fooladi A. and Rahai A.R., 2010, “Implemenntation of the modal flexibility variation to fault identification in thin plates”, Acta Astronautica, 66 (2010), 414-426.
- [31] Edwin R and Guido D.R.“ A local flexibility method for vibration-based damage localization and quantification“ Journal of Sound and Vibration pp.(2367-2383).2010.
- [32] Yan, A. and Golinval, J. (2005). Structural damage localization by combining flexibility and Stiffness methods. Engineering Structures, 27(12):1752–1761.
- [33] Fritzen et al, 1998, “Damage detection based en modal updating methodes”, Mechanical Systems and Signal processing, Vol 12, pp. 163-186.
- [34] Zang C. and Imregum M. , 2003, “Structural damage detection and localization using FRF-based model updating approach”, Damage assessment of Structures, proceedings of IMAC 12, 462-468.
- [35] Bouazzouni, A. et Lallement G., 1995, “ Identification de modèles dynamiques dissipatif par addition de contraintes”, MECANIQUE INDUSTRIELLE ET MATERIAUX, Vol. 49, number 5, 99. 233-236
- [36] ROCKY, K.C., EVANS, H.R., GRIFFITHS, D.W., NETHERCOT D.A., introduction à la Méthode des éléments finis, Eyrolles, Paris, 1979,228 pages
- [37] M. Kerguignas, G, Caignaert. « Résistance des matériaux » Bordas, Paris, 1977-0416770311.
- [38] J.-F. IMBERT. « Analyse des structures par éléments finis » CEPAD 1995.3^e édition.
- [39] [Gmür, 1997]. « Introduction à la mécanique des solides et des structures».3^e édition.
- [40] . H.Y.Hawang, 2003. « Damage detection structures using a few frequency response measurements ».
- [41]] YK Ho et DJ Ewins, on structural Damage Identification with Mode Shapes, Proceeding of Cost F3.Conference on system Identification ans Structural Health Monitoring, Madrid, Spain, 2000, p. 677-686.

[42] ADRIAMBOLOLONA G, LALLEMENT G., COGAN S., « Optimal of selection the measure degrees of freedom and application to a method of parametric correction” Proceedings of 9th international modal analysis Conference, Florence, Italy, Apr.15-18-1991, pp.369-375.

[43] et [44] R.Frans, Y. Arfiadi, H.Parung. « Comparative study of mode shape curvature and damage locating vector methods for damage dection of sructures ». SCESCM 2016.

[45] A.Esfandiari, F.Bakhtiari-Nejad, A.Rahai. M.Sanayei. « Structural model updating using frequency response function and quasi-linear sensitivity equation ». Jornal of sound and vibration

Méthode basée sur l'énergie de déformation modale**Fig. (A.a).Évolution du conditionnement de la structure treillis à 13 éléments****Fig. (A.b).Évolution du conditionnement de la structure portique 3D**

Méthode FRF**Fig. (B.a).Évolution du conditionnement de la structure poutre****Fig. (B.b) Évolution du conditionnement de la structure treillis à 25 éléments.****Fig. (B.c) Évolution du conditionnement de la structure portique 3D.**

Méthode de courbure modale

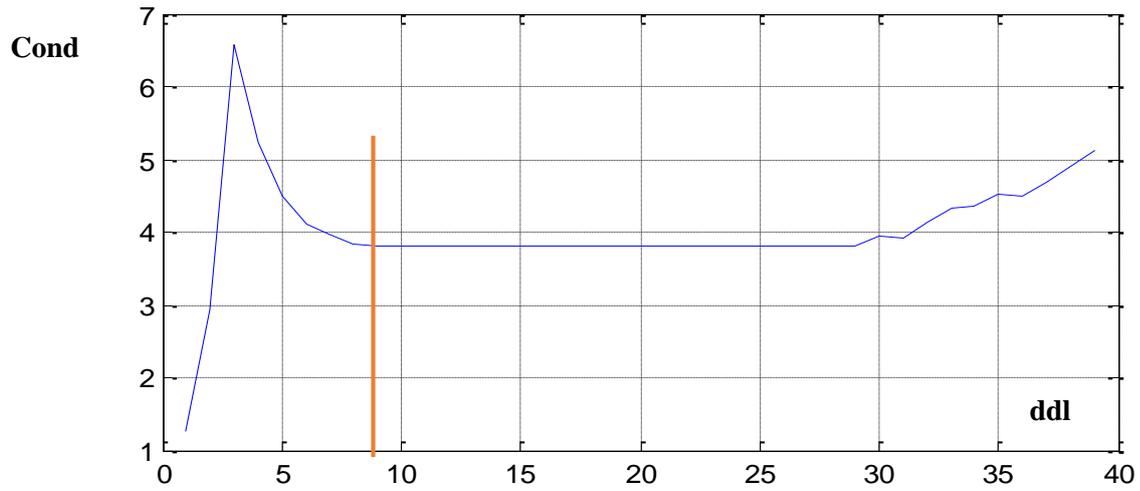


Fig. (C.a.) Évolution du conditionnement de la structure poutre

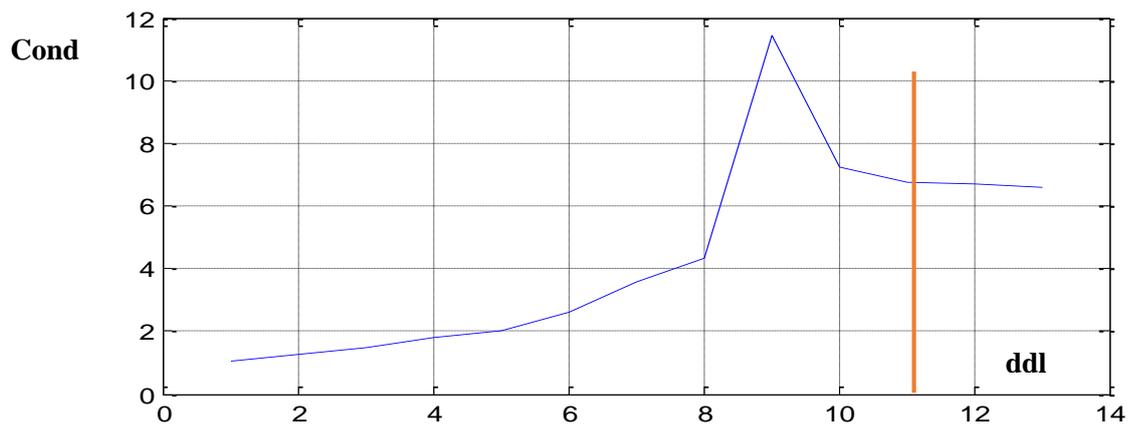


Fig. (C.b) Évolution du conditionnement de la structure treillis à 13 éléments

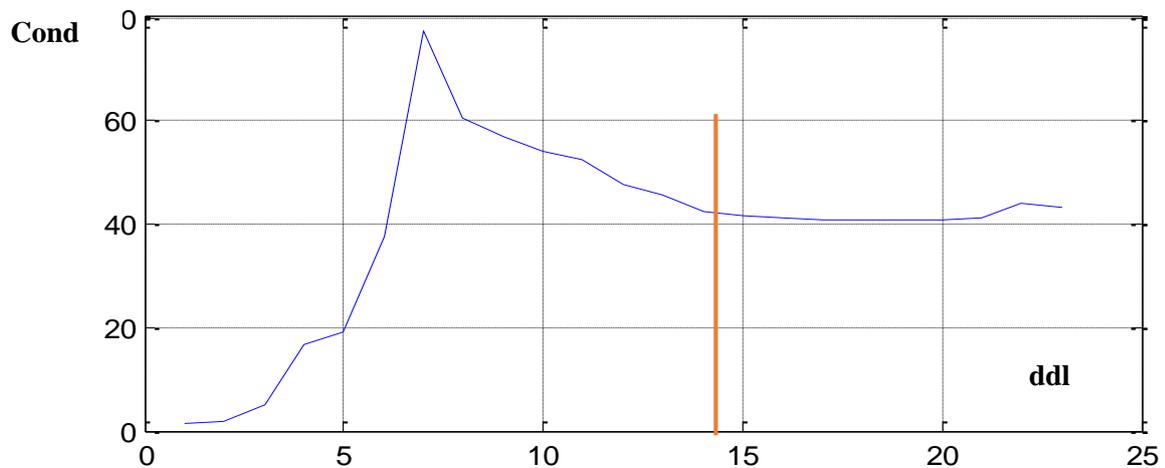


Fig. (C.c) Évolution du conditionnement de la structure portique 3D