

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MOULOUD MAMMERI DE TIZI-OUZOU



FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE
DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE

Mémoire de MAGISTER En ELECTROTECHNIQUE

OPTION : Machines Electriques

Présenté par :

CHERIF Salma

Ingénieur d'Etat en Electrotechnique
de l'UMMTO (Tizi-Ouzou)

Thème

**Modélisation électromagnétique de systèmes multicapteurs-
pièces à défauts complexes pour le Contrôle Non Destructif
par Courants de Foucault**

Soutenu publiquement le 28 /11 /2011 devant le jury composé de :

Nacer Eddine BENAMROUCHE	Professeur	UMMTO	Président
M'hemed RACHEK	Maître de Conférence (A)	UMMTO	Rapporteur
Salah HADDAD	Professeur	UMMTO	Examineur
Youssef BOUTORA	Maître de Conférence (B)	UMMTO	Examineur
Tahar OTMANE CHERIF	Maître de Conférence (A)	UMMTO	Examineur

Remerciements

Je remercie en premier lieu dieu le tout puissant pour m'avoir donné la force et la volonté d'accomplir ce travail

Je tiens à remercier très vivement Monsieur M'hemed RACHEK maître de conférence A à l'Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, pour la confiance qu'il m'a accordé en me **proposant ce thème**. Que toute ma gratitude lui soit exprimée pour m'avoir encadré et encouragé tout au long de ces travaux de mémoire ainsi que pour toute la documentation qu'il a mis à ma disposition. **A sa grande expérience scientifique et à ses qualités** humaines s'ajoute une capacité de prospection magique. Par sa disponibilité lors de mes différentes sollicitations et par ses conseils répétés, il m'a constamment guidé et formé. Je lui **serais toujours redevable**.

J'adresse mes plus vifs remerciements à **Monsieur Nacer Eddine BENAMROUCHE Professeur** à l'Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou pour l'honneur qu'il me fait en acceptant de présider le jury.

Mes remerciements vont également à tous les membres du jury pour l'honneur qu'ils me font en **acceptant** de participer au jury, en l'occurrence :

- **Salah HADDAD**, Professeur à l'Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou
- **Youcef BOUTORA**, Maître de Conférence B à l'Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou
- **Tahar OTMANE CHERIF**, Maître de Conférence A à l'Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou

J'exprime ma profonde reconnaissance à mes parents, mes frères et mes soeurs pour leurs encouragements qui m'ont permis de finaliser ce travail.

Je remercie tous ceux qui ont contribué, de près ou de loin, pour la réalisation de ce travail.

Salma CHERIF

Dédicaces

Je dédie ce mémoire :

A la lumière de ma vie, ma très chère mère.

A mon chère père.

A mes frères et soeurs et leurs conjoints

ainsi qu'à leurs petits anges.

A toute ma famille

A mes amies Taous, Yamina, Ouiza, Nassima.

Aux membres de la PG Machines, promotion 2010/2011,

A tous ceux qui me sont chers.

Salma CHERIF
Tizi-Ouzou Mai 2011

Table des matières

Introduction Générale	1
I. Etat de l'art sur le Contrôle Non destructif (CND) par Courant de Foucault (CF)	
I.1 Introduction.....	4
I.2 Définition et intérêt du CND.....	5
I.3 Les techniques de CND.....	6
I.3.1 Les procédés optiques	6
I.3.2 Le contrôle par ressuage	6
I.3.3 La radiographie.....	7
I.3.4 L'ultrasons.....	8
I.3.5 La magnétoscopie	9
I.3.6 Les Courants de Foucault.....	9
I.3.7 Les méthodes couplées.....	10
I.3.8 Comparaison entre les différentes méthodes du CND.....	10
I.4 Le CND par Courant de Foucault (CF)	11
I.4.1 Principe physique du (CND) par (CF)	11
I.4.1.1 Création des (C F)	11
I.4.1.2 Création du champ magnétique de réaction et mesure.....	12
I.4.1.3 Perturbation des courants induits et variation d'impédance.....	13
I.4.2 Impédance normalisée et plan d'impédance normalisé.....	14
I.4.3 Mode d'excitation.....	15
I.4.3.1 Courants de Foucault mono fréquence	15
I.4.3.2 Courants de Foucault multifréquence.....	15
I.4.3.3 Courants de Foucault pulsée.....	15
I.4.4 Types de capteurs à CF.....	16
I.4.4.1 Capteur caractérisé par sa position.....	16
I.4.4.2 Capteur caractérisé par sa fonction.....	17
I.4.4.3 Capteur caractérisé par le mode de contrôle.....	18
I.4.5 Matériau à inspecter.....	19
I.4.5.1 Contrôle par courant de Foucault des matériaux composites	19
I.4.5.2 Caractéristiques électromagnétiques du matériau à contrôler.....	20
I.4.5.3 Caractéristiques géométriques du matériau à contrôler.....	21
I.4.6 Défauts.....	22
I.4.6.1 Défauts internes.....	22
I.4.6.2 Défauts de surface.....	22
I.5 Avantages et Inconvénients du CND par CF.....	22
I.6 Les voies prometteuses de l'évolution des CND	23
I.6.1 Système multi-capteurs et capteurs multiéléments.....	24
I.6.2 Avantages des microbobines et systèmes multicapteurs.....	25
I.7 Conclusion.....	25
II. Mise en équations électromagnétiques	
II.1 Introduction.....	26
II.2 Equations de l'électromagnétisme.....	27
II.2.1 Equations de Maxwell.....	27

II.2.2	Lois de comportement des milieux.....	28
II.2.2.1	Relations constitutives.....	28
II.2.2.2	Loi d'ohm.....	28
II.2.3	Diagramme de Tonti.....	29
II.3	Relations de passage.....	29
II.4	Electromagnétisme en régime quasi-stationnaire.....	30
II.4.1	Hypothèses simplificatrices.....	30
II.4.2	Equations magnétodynamiques.....	31
II.5	Mise en équation du problème physique.....	31
II.5.1	Introduction des potentiels	31
II.5.2	Modèle magnétodynamique en potentiel vecteur magnétique $A...$	32
II.5.3	Equation dans les différentes régions.....	34
II.5.4	Equations magnétodynamiques bidimensionnelles	34
II.5.4.1	Modèle bidimensionnel en coordonnées cartésiennes.....	35
II.5.4.2	Modèle bidimensionnel en coordonnées cylindriques.....	36
II.6	Modèles en potentiel vecteur magnétique A	38
II.7	Modèle couplé Potentiel vecteur magnétique-Densité de courant totale (A - J)	39
II.8	Conditions aux limites.....	41
II.8.1	Condition de Dirichlet.....	41
II.8.2	Condition de Neumann.....	41
II.9	Méthodes de résolution des modèles électromagnétiques.....	41
II.9.1	Méthodes analytiques.....	42
II.9.2	Méthodes numériques.....	42
II.10	Conclusion.....	43

III. Formulation Eléments Finis et calcul des grandeurs globales

III.1	Introduction.....	44
III.2	Démarche de La Méthode des Eléments Finis.....	44
III.2.1	Discretisation spatiale (Maillage).....	45
III.2.2	D'une équation différentielle vers une équation intégrale.....	46
III.2.2.1	Formulation variationnelle.....	46
III.2.2.2	Formulation résidus pondérés	46
III.2.3	Approximation nodale	47
III.2.4	Système matriciel d'équations et résolution.....	47
III.3	Formulation éléments finis du modèle magnétodynamique en A	48
III.3.1	Modèle magnétodynamique cartésien.....	48
III.3.2	Modèle magnétodynamique en coordonnées cylindriques	51
III.4	Formulation éléments finis du modèle couplé (A - J).....	53
III.4.1	Modèle cartésien.....	53
III.4.2	Modèle en coordonnées cylindriques	55
III.5	Méthodes de calcul de l'impédance du système.....	58
III.5.1	Impédance à travers les énergies électromagnétiques.....	58
III.5.2	Impédance à travers l'induction ou le flux magnétique	59
III.5.3	Impédance à travers le potentiel électrique modifié G	60
III.6	Conclusion.....	61

IV. Méthodes de prise en compte du mouvement

IV.1 Introduction.....	62
IV.2 Les techniques de remaillage.....	63
IV.3.1 Remaillage complet.....	63
IV.3.2 Remaillage partiel : Bande de mouvement.....	63
IV.3 Les méthodes analytiques.....	64
IV.4.1 Méthode Intégrales de frontières-éléments finis.....	64
IV.4.2 Méthode du macro-élément	65
IV.4 Les méthodes de raccordement de maillages fixe et mobile.....	66
IV.4.1 Multiplicateurs de Lagrange.....	67
IV.4.2 La ligne de glissement	67
IV.4.3 Méthode d'interpolation nodale.....	68
IV.5 Méthode de la bande géométrique : affectation des propriétés.....	69
IV.6 Conclusion	70

V. Implantation des codes de calcul et résultats

V.1 Introduction.....	71
V.2 Modélisation du CND par CF d'une pièce tubulaire.....	71
V.2.1 Présentation et description du dispositif d'application.....	71
V.2.2 Description de la simulation.....	72
V.2.3 Validation.....	74
V.2.3.1 Défaut interne (DI 40-L4)	74
V.2.3.2 Défaut externe (DE40-L4)	78
V.2.4 Exploitation du modèle (A-J) pour l'étude de l'influence des caractéristiques géométriques du défaut	80
V.2.4.1 Forme du défaut.....	80
V.2.4.2 Dimension du défaut.....	82
V.2.5 Interprétation des résultats.....	84
V.3 Modélisation du CND par CF d'une pièce tubulaire à deux couches.....	85
V.3.1 Modèle géométrique et maillage	85
V.3.2 Résultats de la simulation.....	85
V.3.2.1 Influence des paramètres électromagnétiques de la pièce.....	85
V.3.2.2 Influence des paramètres électromagnétiques du défaut.....	88
V.3.3 Interprétation des résultats.....	90
V.4 Modélisation du CND par CF d'une pièce tubulaire avec un système multi-capteurs.....	90
V.4.1 Résultats de la simulation.....	91
V.4.2 Interprétation des résultats	93
V.5 Conclusion.....	94
Conclusion Générale	95

Introduction générale

Généralités

Le Contrôle Non Destructif, dernière étape du processus industriel, vise à contrôler sans endommager la qualité des pièces soumises à de contraintes mécaniques, thermiques,.... Le (CND) est devenu une nécessité industrielle, la défaillance de ces pièces pouvant entraîner des conséquences plus ou moins importantes. Par exemple, dans les domaines aéronautique et nucléaire, ces conséquences s'expriment souvent en termes de sécurité des personnes ou de dégâts environnementaux. L'enjeu du (CND) est aussi d'ordre économique : la rapidité et la fiabilité des techniques employées sont capitales pour la réduction des coûts de maintenance et l'optimisation de la durée de vie des installations [Ravat 08]. De nombreuses techniques de contrôle sont actuellement utilisées : la radiographie, les ultrasons, le ressuage, les courants de Foucault.... Le choix de l'une d'entre elles dans une application dépend de la nature des matériaux à contrôler, de la nature de l'information recherchée (détection ou mesure), du type de contrôle à effectuer (contrôle en ligne, sur pièce mobile, possibilité de contact ou non) et du contexte économique (coût, ...). Pour que l'une de ces techniques soit appliquée, il est bien sûr nécessaire que les propriétés des matériaux à contrôler soient compatibles avec le phénomène physique mis en jeu par la méthode de (CND) choisie et que les grandeurs mesurées soient significatives afin d'être correctement interprétées [Zaoui 08].

Dans ce travail, nous nous intéressons au (CND) par Courants de Foucault (CF). Ce procédé est employé dans tous les types d'industrie utilisant des pièces en matériau conducteur d'électricité, particulièrement la métallurgie, le nucléaire, la pétrochimie, l'aéronautique, l'aérospatiale, l'armement, l'industrie navale, automobile et ferroviaire [Maouche 09]. Cette méthode est en effet sensible à des défauts dans l'état géométrique ou électromagnétique d'une pièce, comme des inclusions, des fissures ou les effets de la corrosion. De plus, elle est aisée à mettre en oeuvre, robuste dans le cadre des applications industrielles et relativement peu coûteuse. Le principe du (CND) par (CF) consiste à exploiter la fluctuation des courants de Foucault induits au niveau du matériau conducteur qui se traduit par la variation de l'impédance ou de la tension induite, mesurée par un capteur.

Dans le domaine du (CND), le but principal de la modélisation des courants de Foucault est d'arriver à des modèles directs qui établissent une réponse en fonction des caractéristiques géométriques et électromagnétiques du dispositif et de celles des défauts éventuellement présents. Ainsi il est possible de prévoir les conséquences de différents choix (configuration géométrique, choix de matériaux, . . .) tout en limitant le nombre de prototypes à réaliser [Choua 09], [Maouche 07]. Ces modèles sont basés sur la résolution des équations de Maxwell. Selon la complexité de la configuration cette résolution peut être analytique ou numérique. Les méthodes analytiques demandent un temps de développement considérable et un traitement particulier pour chaque configuration géométrique. Or, les besoins industriels en matière de contrôle non destructif exigent que les résultats d'investigation soient disponibles rapidement. L'évolution rapide de l'informatique et des techniques de calcul a contribué à

résoudre ce problème. La méthode numérique la plus souvent utilisée est la Méthode des Eléments Finis (MEF) puisqu'elle permet de prendre en compte les géométries complexes de sondes et de pièces. Elle s'est en effet imposée comme un outil efficace pour résoudre numériquement les problèmes électromagnétiques. La solution ainsi obtenue fournit une approximation des grandeurs locales, lesquelles sont exploitées par la suite pour déterminer les valeurs globales.

Problématique et motivations

Ce présent mémoire s'inscrit dans le domaine de la modélisation numérique par la Méthode des Eléments Finis des systèmes électrotechniques en générale et des systèmes de contrôle par courant de Foucault en particulier.

Deux aspects importants s'y présentent. Le premier concerne la modélisation par les équations générales de l'électromagnétisme, des systèmes de contrôle non destructifs par courants de Foucault.

La représentation du capteur par un seul bloc en substituant la forme filaire des conducteurs par un conducteur massif, dans lequel les courants induits sont nuls est la démarche habituellement adaptée lors de la modélisation d'un dispositif de (CND) par (CF). Le modèle magnétodynamique général, ayant pour seul inconnu le potentiel vecteur magnétique A (modèle (A) conducteur massif) suppose l'absence de l'effet de peau dans le capteur (inducteur) et des effets de proximité, du fait qu'il ne considère aucune influence de la pièce conductrice sur la distribution de la densité du courant dans le capteur. La modélisation d'une configuration réelle de (CND) par (CF) en tenant compte de tous les phénomènes se produisant entre le capteur et la charge et à l'intérieur du capteur lui-même, nécessite de considérer toutes les spires de la bobine comme des régions géométriques distinctes dans lesquels les courants induits sont réellement nuls. Le modèle en potentiel vecteur magnétique A ; (modèle (A) conducteur multi-spires) tient compte des effets de proximité entre les conducteurs dans le capteur. Cependant la modélisation par la (MEF) de la configuration multi-spires engendre des temps de calcul importants qui augmentent avec le nombre de spires, de plus, les faibles dimensions des spires nécessitent un maillage très fin, donc un temps de calcul plus important. La solution que nous proposons pour la modélisation de la configuration massive du capteur tout en tenant compte des effets de proximités et de l'effet de peau dans ce dernier, est l'introduction de l'équation de la densité du courant totale dans le capteur, incluant la densité du courant source et celle des courants induits pour tenir compte de la non uniformité de la densité du courant dans le capteur. Ce modèle couplé ayant pour inconnu, le potentiel vecteur magnétique A et la densité du courant source ; Modèle (A-J) conducteur massif a été appliqué pour la modélisation des câbles électriques souterrains [Rachek 08], et à notre connaissance, il n'a jamais été appliqué pour le (CND) par (CF).

Le second aspect est lié à la prise en compte du mouvement. La prise en compte du déplacement du capteur le long de la pièce nécessite l'introduction d'une technique de simulation du mouvement. Les deux techniques utilisées sont l'affectation de propriétés dans le cas d'un conducteur massif et le macro-élément dans le cas d'un conducteur multi-spires. Pour parer à la considération du mouvement du capteur, et réduire le temps d'inspection, l'utilisation des systèmes multicapteurs permet de limiter la surface de scan par la couverture d'une grande région en un seul passage du capteur.

Structure du mémoire

La présentation de ce travail de mémoire est structurée en cinq chapitres :

Le premier chapitre est consacré à exposer un état de l'art du contrôle non destructif par Courants de Foucault après une revue générale sur les différentes techniques utilisées dans le (CND).

Le second chapitre traite des équations électromagnétiques de base qui décrivent la création et le comportement des courants de Foucault. Il est consacré, d'une part, à un rappel de la simplification de ces équations aux configurations géométriques imposées et au développement de trois modèles ; Modèle (A) conducteur multi-spires, Modèle (A) conducteur massif et le modèle couplé (A-J) pour la modélisation du (CND) par (CF), et d'autre part, à l'exposé des différentes méthodes de résolution des équations du champ électromagnétique.

Le troisième chapitre est dédié à présenter la méthode des éléments finis qui sera utilisée pour la résolution des modèles développés au chapitre précédent, et au calcul des grandeurs globales à travers un exposé des différentes formulations de l'impédance du système capteur-pièce.

Le quatrième chapitre aborde les diverses stratégies ou techniques numériques de prise en compte du mouvement dans les systèmes électromagnétiques en général, et en particulier dans les systèmes de contrôle à courant de Foucault.

Le dernier chapitre intervient pour clôturer l'étude et la rattacher au but pour lequel elle est faite à travers les différentes applications et les résultats de simulation. Les applications présentées concernent l'application des différents modèles développés pour les systèmes de contrôle non-destructif par courants de Foucault, en vue de la localisation de différents types de défaut dans les pièces conductrices tubulaires. Les dispositifs considérés sont :

- Une pièce conductrice tubulaire avec un capteur en mode différentiel.
- Une pièces tubulaire à deux couches, l'une saine et l'autre munie d'un défaut avec un capteur en mode différentiel.
- Une pièce conductrice tubulaire avec un système multi-capteurs

On terminera notre travail par une conclusion générale et les perspectives envisagées.

I. Etat de l'art sur le Contrôle Non destructif (CND) par Courant de Foucault (CF)

Sommaire

I.1 Introduction.....	4
I.2 Définition et intérêt du CND.....	5
I.3 Les techniques de CND	6
I.4 Le CND par Courant de Foucault (CF)	11
I.5 Avantages et Inconvénients du CND par CF.....	22
I.6 Les voies prometteuses de l'évolution des CND	23
I.7 Conclusion.....	25

I.1 Introduction

Les contrôles non destructifs sont nés de la nécessité devant laquelle se sont trouvés les ingénieurs de devoir garantir la sécurité des personnes et des matériels. Ainsi, les industries de pointes telles l'industrie aéronautique et l'industrie nucléaire ont implanté des techniques sophistiquées pour « débuser » dans le stade final de l'élaboration des produits, les dernières imperfections de la matière [Durouchoux 85].

Le (CND) constitue un champ d'application privilégié des découvertes de la physique. Aussi l'histoire du CND commence-t-elle avec celle de la physique moderne à la fin du XIX siècle : découverte des rayons X, des courants de Foucault, de la piézo-électricité, etc. Ce n'est toutefois qu'à partir de la seconde guerre mondiale que les techniques de (CND) ont pris leur essor dans l'industrie, en particulier dans la métallurgie : contrôle des aciers, radiographie des soudures. Une importante accélération du progrès et du développement des (CND) s'est manifestée ensuite vers les années 1960-1970 avec le développement rapide de secteurs très demandeurs tels que les centrales électriques nucléaires ou encore l'aéronautique.

Aujourd'hui on assiste à une demande très importante et généralisée, émanant de tous les secteurs industriels. **La « qualité » est devenue une nécessité vitale pour les entreprises confrontées à la concurrence internationale et à une clientèle exigeante. Devant cette réalité, les (CND) étant un moyen d'évaluer un aspect de cette qualité, sont donc plus largement utilisés aujourd'hui, et voient ainsi leur performance mise à l'épreuve. Une grande variété de méthodes existent et permettent de détecter des anomalies internes ou de surface, de déterminer la composition ou la structure des matériaux. Leur principe, leur domaine d'utilisation et leur exploitation sont très différentes l'une de l'autre. Le choix de l'une d'entre elles dans une application est basé par la nécessité que les propriétés de la pièce à contrôler soient compatibles avec le phénomène physique mis en jeu.**

Pour les matériaux conducteurs de l'électricité, le choix est évident ; c'est les courants de **Foucault**. Le contrôle non destructif par courants de Foucault est une méthode d'inspection des pièces métalliques sans contact. Comme d'autres méthodes **non destructives, les essais par courants de Foucault ne se limitent pas à la détection des défauts mais aussi ils permettent la mesure des propriétés électromagnétiques, géométriques et la détection des discontinuités des pièces conductrices. Les essais par courants de Foucault fournissent des mesures presque instantanées. Par conséquent, ils peuvent opérer d'une manière continue et simultanée avec le fonctionnement d'une installation. Ils sont employés dans des chaînes pour examiner des barres en mouvement, des tubes qui acheminent des gaz toxiques, des tôles, l'état des soudures, etc.**

L'objectif de ce chapitre consiste à exposer un état de l'art du contrôle non destructif en passant en revue les différentes méthodes du CND et en particulier celle basée sur les courants de Foucault qui sera l'objet d'étude de ce manuscrit.

I.2 Définition et intérêt du CND

Le contrôle non destructif a pour objectif, comme son nom l'indique, de contrôler l'état des pièces industrielles sans pour autant que les examens correspondants ne puissent nuire à leur utilisation future. Ceci peut correspondre à deux types de contrôles : l'estimation d'un paramètre constitutif de la pièce comme par exemple l'épaisseur d'une paroi [Yi 06], la distance à un objet[Ding 04], les propriétés électromagnétiques constitutives du matériau ; la recherche d'une rupture de ces paramètres[Le Blanc 96]. Dans le deuxième cas, il s'agit en général de défauts, qui peuvent être par exemple des fissures, des inclusions, des porosités, des effets de la corrosion ou de la fatigue mécanique. Cette procédure de contrôle se produit souvent plusieurs fois au cours de la vie d'une pièce et doit satisfaire au mieux les critères suivants :

- **la rapidité d'exécution** : Il faut que le contrôle soit rapide pour qu'il ne soit pas trop pénalisant à la fois en termes d'immobilisation de chaque pièce, mais aussi au niveau des coûts que sont le temps de travail de la main-d'oeuvre ou les frais de fonctionnement de l'usine.
- **Le coût** : Le contrôle qualité représente sur les pièces complexes un coût non négligeable et qui doit être minimisé dans la mesure du possible.
- **La reproductibilité** : La mesure ne doit pas souffrir des circonstances extérieures : une même pièce contrôlée plusieurs fois doit toujours donner le même résultat.
- **La fiabilité** : Le contrôle doit remplir son cahier des charges, et par exemple détecter tous les défauts qu'il est censé être capable de détecter, indépendamment des conditions d'inspection.
- **La sensibilité** : La sensibilité est le rapport des variations de la mesure et du mesurande. Plus la sensibilité est grande, plus les petites variations du mesurande sont détectables, comme par exemple les défauts de faibles dimensions (fissures).
- **La résolution** : La résolution est la plus petite variation de signal pouvant être détecté, par exemple la dimension du plus petit défaut. Usuellement est défini le pouvoir de résolution, ici la dimension du plus petit défaut visible. Le pouvoir de résolution est fort si cette dimension est petite.

Parmi ces six critères, il est naturel de penser que la rapidité, la reproductibilité et la sensibilité sont respectivement fortement liées au coût, à la fiabilité et à la résolution. Il est très souvent nécessaire de consentir à des compromis entre les trois groupes ainsi définis.

I.3 Les techniques de CND

I.3.1 Les procédés optiques

Les procédés optiques constituent un type de techniques qu'il convient de séparer en deux catégories, selon que le contrôle soit automatisé ou non. L'examen visuel, contrôle ancestral le plus élémentaire, est la base des contrôles optiques non automatisés. Il peut être aidé, par un éclairage laser ou classique, une loupe binoculaire, ou un système de télévision. Il reste cependant sujet aux inconvénients liés à l'oeil humain, c'est-à-dire une faible productivité et une certaine subjectivité, entraînant un manque de fiabilité. De façon automatique, sont réalisées en général des acquisitions d'images par balayage laser ou par utilisation de barrettes de capteurs optiques, suivies de traitement d'images tel que le seuillage ou la reconnaissance de formes [Ravat 08] .

Ce type de contrôle, beaucoup plus efficace, est cependant beaucoup plus complexe à mettre en œuvre. Le champ d'application des procédés optiques est celui du contrôle industriel en ligne, qu'il s'agisse du contrôle des produits fabriqués en continu tels que les bandes de tôle, de papier, de verre, de plastique ou du contrôle de pièces fabriquées en grande série. Le contrôle optique est de pratique courante dans les opérations de maintenance telles qu'on les effectue dans les domaines de l'aéronautique, du génie nucléaire ou chimique, dans le génie civil. Le contrôle optique intervient enfin comme étape ultime des procédés de contrôle décrits par ailleurs tels que le ressuage ou la magnétoscopie [Dumont 96].

I.3.2 Le contrôle par ressuage

Ce procédé consiste à appliquer sur la surface à contrôler, préalablement nettoyée et séchée, un liquide coloré ou fluorescent. Le liquide pénètre, en particulier par capillarité, dans les ouvertures des défauts. Après un certain temps correspondant à la pénétration du liquide d'imprégnation dans les défauts, l'excès de liquide présent à la surface de la pièce est éliminé par lavage (figure I.1). La surface est ensuite séchée puis recouverte d'un révélateur du liquide. L'éclairage approprié de la pièce, qui dépend du liquide utilisé, permet l'observation visuelle des défauts à la surface de la pièce [Zaoui 08], [Oukhellou 97].

Le ressuage est une technique rapide et peu coûteuse, mais ne permet de mettre en évidence que les défauts débouchant en surface (fissures de fatigue, piqûres de corrosion, impacts, porosités, criques) et ne fournit pas le degré de leurs gravités. De plus, le liquide utilisé est souvent un liquide toxique ou polluant [Kringe 06], d'autant plus dangereux s'il s'agit du contrôle de pièces de l'industrie nucléaire. Les normes environnementales de plus en plus contraignantes tendent à décourager l'emploi de cette technique, au profit des autres techniques existantes.

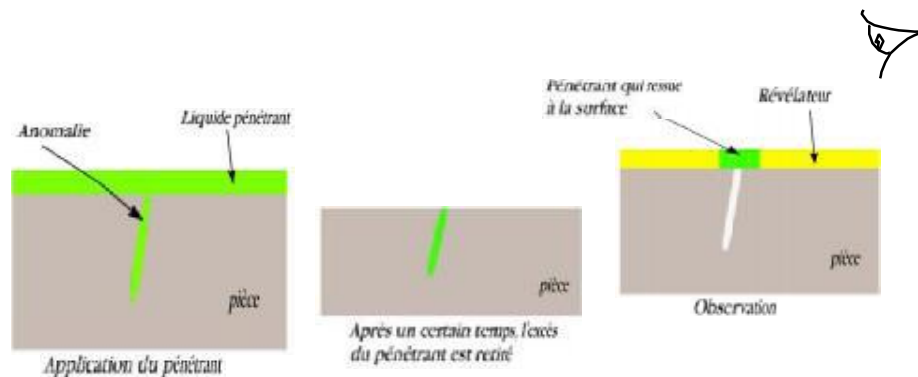


Figure I.1 Principe du ressuage

I.3.3 La radiographie

La radiographie industrielle est comparable à la radiographie médicale : elle consiste à faire traverser par un rayonnement électromagnétique de très courte longueur d'onde, comme les rayons X ou les rayons γ , la matière à inspecter. Lors de leur passage à l'intérieur de la pièce, les photons voient leur énergie absorbée totalement ou partiellement par la matière, selon sa densité. Un film placé derrière la pièce est irradié par les photons qui ont encore suffisamment d'énergie. Il récupère ainsi le radiogramme, où les zones avec des défauts sont représentées par une variation de la densité optique [Tillack 00].

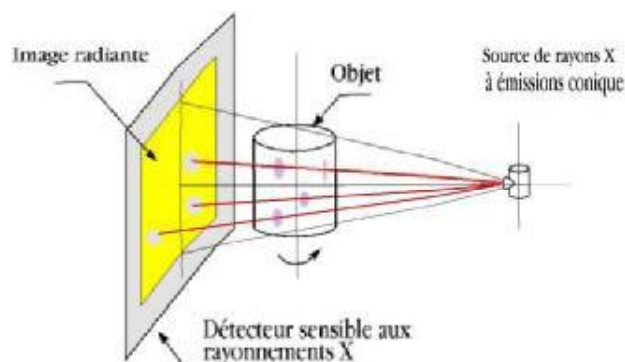


Figure I.2 Principe de la radiographie

Si la radiographie réussit à produire des images précises, fiables et interprétables, l'utilisation de tels dispositifs reste complexe, en particulier à cause de la mise en place nécessaire de procédures de protection du personnel et de la faible productivité qui engendrent un coût de contrôle important. La radiographie est utilisée notamment dans le domaine de la fonderie ou pour la recherche de défauts dans les soudures.

I.3.4 L'ultrasons

Le contrôle non destructif par ultrasons est un procédé qui a fait ces preuves dans l'industrie aéronautique. Son principe est basé sur la transmission, la réflexion et l'absorption d'une onde ultrasonore se propageant dans la pièce à contrôler. Le transducteur émet un faisceau ultrasonore au travers de l'objet suivant un angle fixé. Le train d'onde émis se réfléchit dans le fond de la pièce et sur les défauts puis revient vers le transducteur qui joue souvent le rôle d'émetteur et de récepteur. L'interprétation des signaux permet de positionner le défaut.

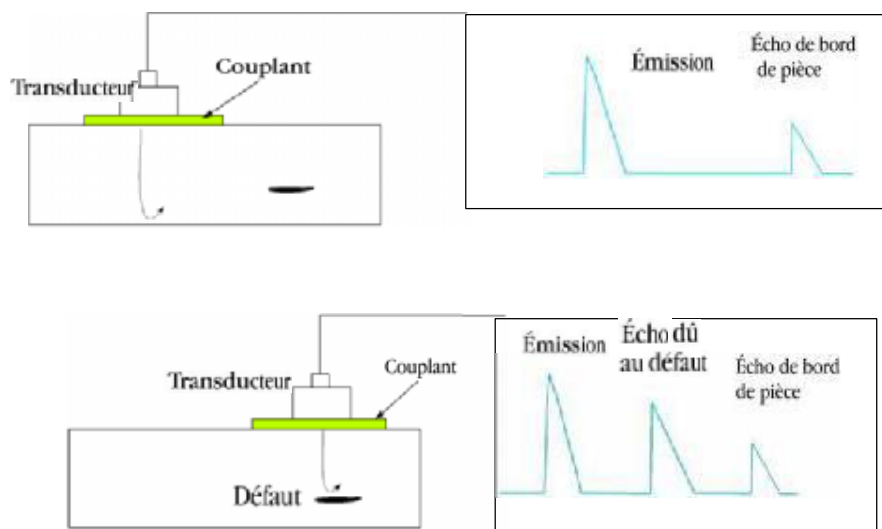


Figure I.3 Principe de l'ultrasonore

Le contact entre le transducteur et la pièce n'est jamais parfait du fait de l'existence d'un film d'air les séparant. Quel que soit le matériau testé, la grande différence d'impédance acoustique entre le transducteur et l'air d'une part et entre l'air et le matériau d'autre part constitue un obstacle majeur à la réalisation de la mesure. En effet, la quasi-totalité de l'énergie émise par le transducteur est réfléchiée à l'interface air-matériau. Il est alors nécessaire de déposer un couplant (eau, huile, graisse par exemple) entre le transducteur et le matériau ou encore, d'opérer en immersion totale dans une cuve remplie d'eau. Le milieu de couplage permet de réaliser une meilleure adaptation d'impédance avec le matériau [Choua 09], [Zaoui 08], [Doirat 07].

I.3.5 La magnétoscopie

La magnétoscopie est une technique de contrôle non destructif qui consiste à créer un flux magnétique intense à l'intérieur d'un matériau ferromagnétique. Lors de la présence d'un défaut sur son chemin, le flux magnétique est dévié et crée une fuite. Ils sont ensuite généralement visualisés à l'aide d'un produit indicateur porteur de limaille de fer [Goe 90].

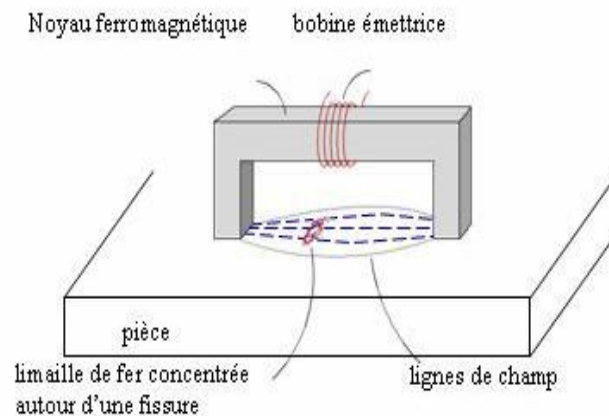


Fig. I.4 – Principe de la magnétoscopie

Cette technique n'est utilisable que pour les matériaux ferromagnétiques. Elle est particulièrement efficace pour les défauts de surface de très petites dimensions, mais donne difficilement de bons résultats pour les défauts enfouis. La mise en oeuvre technique peut être complexe, à cause de la magnétisation originelle des matériaux et de la démagnétisation souvent nécessaires.

I.3.6 Les Courants de Foucault (CF)

Cette technique utilise des courants induits à l'intérieur de la pièce, appelés Courants de Foucault (CF). Pour ce faire, un excitateur externe est employé, souvent constitué d'une bobine parcourue par un courant alternatif. Les courants induits, parce qu'ils forment des boucles et sont à la même fréquence que le courant d'excitation, engendrent un champ magnétique alternatif de réaction sortant de la pièce à inspecter. Les défauts superficiels dévient les lignes des courants de Foucault, et par suite modifient le champ magnétique résultant [Libby 79].

La variation du champ magnétique est enfin mesurée au moyen d'un élément sensible au champ magnétique alternatif, qui peut être une bobine ou un capteur de champ magnétique.

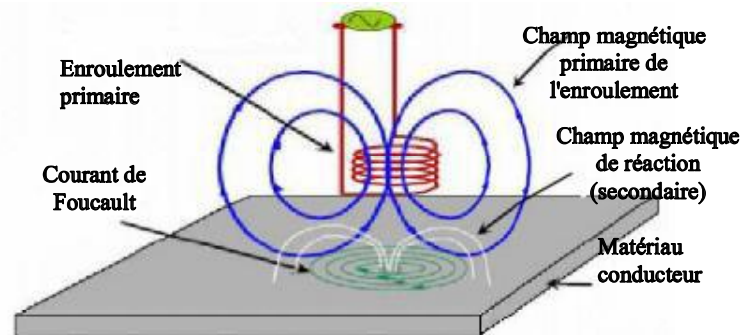


Fig. I.5 Principe du CND par courants de Foucault

I.3.7 Les méthodes couplées

Les méthodes non destructives considérées isolément ne fournissent pas nécessairement l'ensemble des réponses aux questions posées : les réponses peuvent être partielles ou insuffisamment précises. L'association de différentes techniques peut compléter et améliorer le diagnostic. Récemment, des méthodes couplées ont vu le jour, et pour certaines sont encore dans le domaine de la recherche : les méthodes électromagnétiques acoustiques, électromagnétiques ultrasonores ou magnéto-optiques [Zaoui 08].

I.3.8 Comparaison entre les différentes méthodes du (CND)

La présentation de ces méthodes ne serait pas complète sans une synthèse comparative selon les critères énoncés à la section I.2. Ainsi, le tableau I.1 présente une vue d'ensemble des qualités et défauts de chacune de ces techniques [Ravat 08]:

	Rapidité	Coût	Reproductibilité	Fiabilité	Sensibilité	Résolution
Optique automatisé	--	+	-	--	--	-
Optique non automatisé	++	-	+	-	-	+
Ressuage	++	++	-	-	--	-
Radiographie	++	-	+	+	-	-
Ultrasons	+	+	-	-	++	+
Magnétoscopie	+	+	-	-	++	+
Courants de Foucault	+	+	++	+	+	-

Tab. I.1 Comparatif des principales techniques de (CND)

I.4 Le (CND) par Courant de Foucault (CF)

I.4.1 Principe physique du (CND) par (CF)

I.4.1.1 Création des (CF)

Le flux inducteur peut être fourni par un aimant ou plus généralement par des bobines. Cependant, les courants de Foucault n'existent que si le flux inducteur varie. Il faut donc, soit déplacer l'aimant, soit utiliser un courant alternatif pour exciter les bobines. Ce courant génère, sous la loi de Maxwell-Ampère un champ magnétique variable (primaire) source. La pénétration à l'intérieure de la pièce de ce champ crée au sein de cette pièce des courants induits suivant la loi Maxwell-Faraday. En régime harmonique, ces courants sont à la même fréquence que le champ et donc à la même fréquence que le courant inducteur [Rachek 07], [Dufour 94]. Ces courants sont représentés sur la figure I.6 dans l'exemple d'une bobine excitatrice.

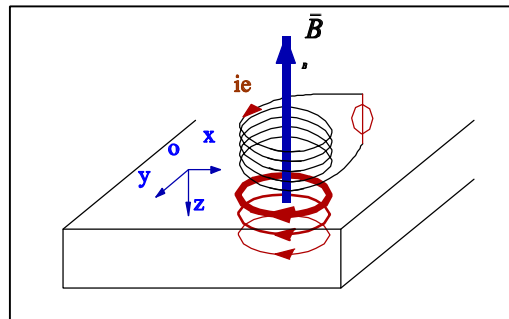


Fig. I.6 Distribution des courants de Foucault générés par une bobine excitatrice

Si on considère une pièce plane infinie excitée par une nappe de courants extérieure, de fréquence f parallèle au plan, le module de la densité de courant dans la pièce est exprimé par la relation suivante [Perez 96]:

$$J(z) = J_s \exp\left(-z \sqrt{\frac{\omega \sigma \mu}{2}}\right) \quad (\text{I.1})$$

où J_s est l'amplitude de la densité des courants induits au niveau de la surface de la pièce et ω la pulsation associée au courant excitateur.

L'équation (I.1) montre que l'amplitude de la densité des courants induits varie de façon exponentielle en fonction de la profondeur, avec une grandeur caractéristique [Bossavit 93], [Fournet 85]:

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \sigma \mu}} \quad (\text{I.2})$$

Correspondant à la distance au-delà de laquelle les courants induits ont perdu 63% de leur amplitude. Cette longueur δ est appelée « profondeur de pénétration » ou « épaisseur de peau », et est essentielle dans la compréhension du fonctionnement du (CND) par (CF).

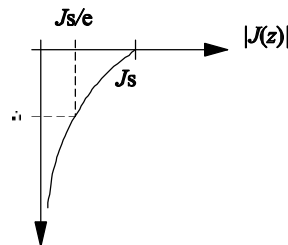


Fig. I.7 Distribution des courants de Foucault en fonction de la profondeur, dans le cas d'une excitation en onde plane.

L'amplitude du courant induit est affectée par plusieurs paramètres, entre autre les conductivités électrique σ et thermique λ , du matériau, la distance (*lift-off*) entre le capteur et le matériau, la présence de défaut dans le matériau, la perméabilité magnétique du matériau, (dans le cas de matériau ferromagnétique), la taille et la géométrie de la bobine (nombre de spires, diamètre), la fréquence f et la dimension de l'échantillon. Un des problèmes majeurs est donc d'isoler les paramètres significatifs pour obtenir un résultat optimum pour minimiser les erreurs d'interprétation du signal permettant une meilleure localisation des défauts [Rachek 07], [Le Bihan 02].

I.4.1.2 Création du champ magnétique de réaction et mesure

Les courants ainsi créés suivent des chemins à l'image de spires virtuelles situées à l'intérieur du matériau conducteur. Ils engendrent donc à leur tour un champ électromagnétique de réaction (secondaire) qui s'oppose à l'action qui lui a donné naissance d'après la loi de Lenz. Ce dernier se combine au champ source pour enfin modifier le courant dans l'inducteur. Ce champ est présent au niveau de la sonde. Son amplitude dépend en particulier de la circulation des courants de Foucault dans la pièce.

La mesure des courants de Foucault n'est pas directement accessible à l'expérience. On passe donc par l'intermédiaire de l'impédance du système capteur-pièce. L'analyse des composantes réelles et imaginaire de l'impédance Z (respectivement résistance R et réactance X) permet non seulement de localiser dans l'espace la position du défaut ainsi que son orientation mais de préciser aussi sa nature géométrique et physique [Ravat 08], [Maouche 07].

I.4.1.3 Perturbation des courants induits et variation d'impédance

La présence d'un défaut va provoquer une modification locale de la répartition des courants de Foucault ce qui entraîne une variation en amplitude et phase du flux magnétique secondaire qui à son tour va affecter la tension électrique apparaissant aux bornes du capteur.

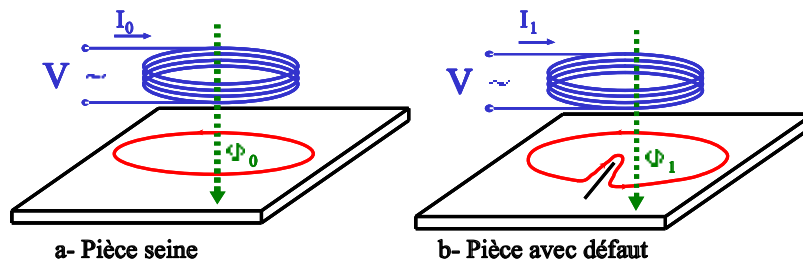


Fig. I.8 Distribution des courants de Foucault

Ce dernier étant alimenté en courant constant, une variation de tension peut être assimilée à une variation d'impédance électrique de l'ensemble capteur-matériau. Une inspection par courant de Foucault consiste à mesurer ce changement d'impédance que l'on calcule par l'intermédiaire des pertes joule et de l'énergie magnétique [Bakhtiari 99], ou par les flux traversant le capteur [Le Bihan 02].

L'organigramme de la figure I.9 schématise la variation de l'impédance à partir de la variation du champ magnétique traversant le capteur et les pertes Joule dans la pièce conductrice

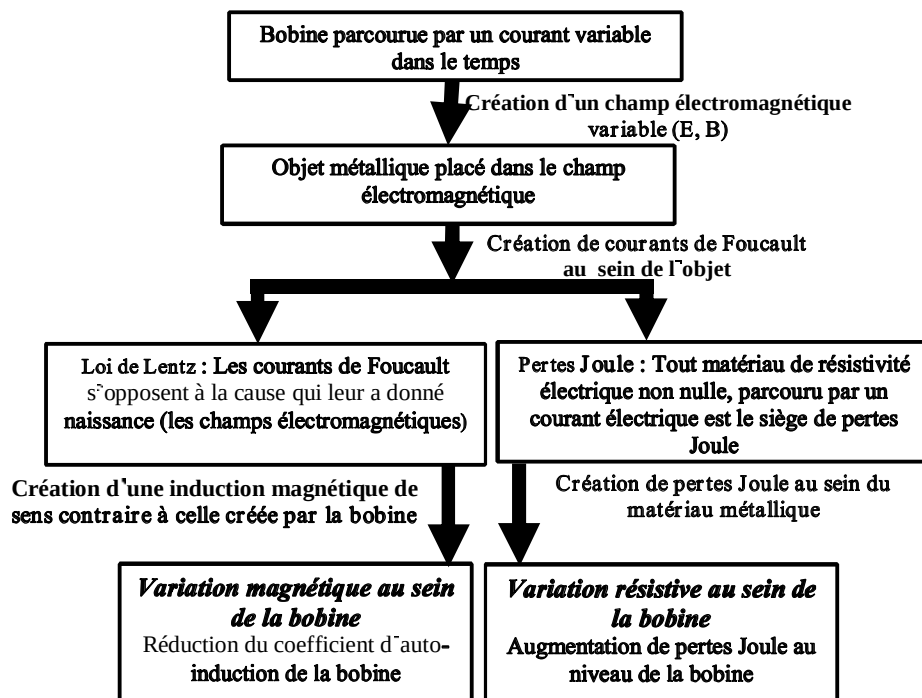


Fig. I. 9 -Principe de la variation d'impédance d'une bobine suite à la génération des courants de Foucault

I.4.2 Impédance normalisée et plan d'impédance normalisé

L'inspection des matériaux consiste à mesurer les variations d'impédance de la bobine. En général, on utilise une méthode comparative, dont l'objet est de mesurer la différence entre l'impédance Z de la bobine en présence de la pièce à inspecter et l'impédance Z_0 de la bobine pour une pièce de référence.

En absence du matériau à contrôler, l'impédance complexe Z_0 du capteur est [Zaoui 08],[Maouche 07]

$$Z_0 = R_0 - jX_0 \quad (I.5)$$

R_0 et X_0 sont respectivement la résistance et la réactance à vide de la bobine du capteur.

En présence du matériau à contrôler, le champ réactif provoque une modification de l'impédance du capteur. L'impédance complexe en charge Z est :

$$Z = R + jX \quad (I.6)$$

R est la composante résistive qui englobe les pertes internes du bobinage d'excitation et les pertes par courants de Foucault dues à la pénétration du champ dans le matériau. X est la composante inductive qui représente la réactance du bobinage d'excitation, liée à la topologie des lignes de champ magnétique émises par le capteur.

Pour éliminer les composantes de l'impédance à vide R_0 et X_0 (pertes à vide, l'inductance propre du capteur) et garder uniquement la géométrie du capteur, sa position relative au matériau (*lift-off*) et les caractéristiques géométriques et physiques du matériau, on procède à la normalisation de l'impédance complexe du capteur en présence du matériau. Cette normalisation est donnée par :

$$Z_n = \frac{Z - R_0}{X_0} = R_n - jX_n \text{ avec } \begin{cases} R_n = \frac{R - R_0}{X_0} \\ X_n = \frac{X}{X_0} \end{cases} \quad (I.7)$$

R_n et X_n sont respectivement la résistance et la réactance normalisées du capteur.

L'étude des variations de Z_n s'effectue dans le plan d'impédance normalisée en traçant X_n en fonction de R_n . La variation de l'un de ces paramètres (*lift-off*, σ , μ) engendrera le déplacement du point représentatif sur le diagramme d'impédance normalisée.

Il est à noter que, la présence d'une anomalie (défaut) dans la cible induit une modification de l'un ou de plusieurs des trois paramètres physiques et géométriques.

I.4.3 Mode d'excitation

Les courants de Foucault sont gérés par les lois du phénomène électromagnétique d'induction. Ce phénomène d'induction a pour **racine la variation du flux magnétique. Cette variation est due soit à celle de la section traversée par le champ magnétique ou à la variation temporelle de ce champ lui-même** ou les deux simultanément. Dans le contrôle non destructif par courant de Foucault, c'est la variation temporelle du champ d'excitation qui cause l'induction. Sur la base de **génération des** champs d'excitations variables dans le temps, on peut distinguer plusieurs techniques de contrôle :

I.4.3.1 Courants de Foucault mono fréquence

Les courants de Foucault sont obtenus par une excitation sinusoïdale, de fréquence fixe. Le choix de la fréquence dépend essentiellement de l'application visée et de la sensibilité aux paramètres recherchés. Pour une fréquence très basse, l'amplitude des courant de Foucault sera faible et la précision de mesure insuffisante à cause des bruits. Une fréquence trop élevée fait apparaître des phénomènes capacitifs parasites, engendrés notamment par les capacités inter spires du capteur [Zaoui 08].

I.4.3.2 Courants de Foucault multifréquence

La méthode multifréquence est sans doute celle qui est la plus utilisée dans le domaine du (CND) à courant de Foucault. Elle est utilisée pour l'inversion des données fournies par la sonde en vue de déterminer des paramètres du matériau en regard [Lê 95]. Selon les applications considérées, ces paramètres peuvent être de différentes natures :

- **distance sonde / cible (*lift-off*).**
- **conductivité électrique de la cible (σ).**
- **perméabilité magnétique de la cible (μ).**
- **défauts dans le matériau.**
- **épaisseur du matériau à contrôler.**

En réalisant des mesures à plusieurs fréquences d'excitation, il est possible d'atténuer fortement l'effet des grandeurs perturbatrices. L'utilisation de n fréquences permet d'avoir $2 \times n$ informations réelles [Choua 09].

I.4.3.3 Courants de Foucault pulsée

Cette technique a vu le jour dans le milieu des années 50, avec pour application l'évaluation de l'épaisseur de revêtements métalliques, puis elle a été appliquée à la détection de défauts profonds [Clauzon99].

Cette technique est très sollicitée pour le contrôle des matériaux multicouche et d'épaisseur plus importante [Boucherou 07]. Elle représente une alternative à l'excitation multifréquence. La forme des signaux d'alimentation peut être rectangulaire, triangulaire ou semi-sinusoïdale, cette dernière étant la plus utilisée en raison de sa simplicité de mise en œuvre.

Le choix de la technique dépend essentiellement du type de contrôle qu'on veut effectuer, de la base de la variation temporelle du champ d'excitation et de la géométrie du dispositif de contrôle [Salhi 08], [Maouche 07]. Le procédé de contrôle par courants de Foucault permet d'effectuer des contrôles;

- Dimensionnels qui s'appliquent à des mesures d'épaisseur de revêtement (peinture, couche de matière...) ou de diamètre extérieur de petits tubes.
- De santé pour la recherche de la présence de défauts (fissures).
- De caractérisations métallographiques, destinés à discriminer les matériaux, de dureté, de composition chimique ou de structure métallographique différente (présence de corps étranger).

I.4.4 Types de capteurs à (CF)

Le capteur est une bobine ou un ensemble de bobines, il sert à générer les courants de Foucault ainsi qu'à capter leurs effets. La grandeur mesurée est l'impédance ou une différence de potentiel représentant l'image des courants de Foucault. La forme du capteur, sa position relative au matériau, sa fonction et sa conception varient en fonction de son utilisation. Il peut être classé en fonction de trois caractéristiques : sa position, sa fonction et son mode de contrôle.

I.4.4.1 Capteur caractérisé par sa position

a. Capteur encerclant

C'est un capteur dont les enroulements de mesure entourent le matériau à examiner. Il analyse un anneau de la pièce ayant une largeur égale à la largeur active de la bobine (Tubes, barres,...). La bobine encerclante exige que la pièce remplisse bien le volume intérieur du capteur. Ce type de capteur est plus répandu dans le domaine industriel.

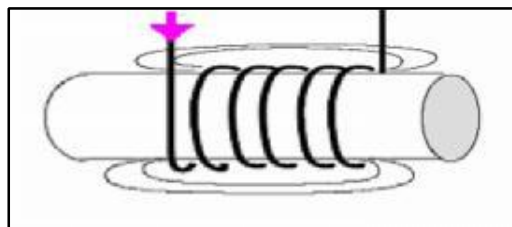


Figure I.10- Bobine encerclante

b. Capteur ponctuel ou palpeur

C'est un capteur destiné à l'examen local de la pièce à partir **de sa surface sur laquelle il peut se déplacer avec deux degrés de liberté**. Il s'agit d'une petite bobine qui peut être placée sur ou à **proximité de la surface de la pièce. Il permet une inspection locale de la pièce et il peut atteindre des régions d'accès difficiles**. Dans le cas d'examen d'une surface importante, il nécessite un balayage **méthodique de la surface de la pièce**.

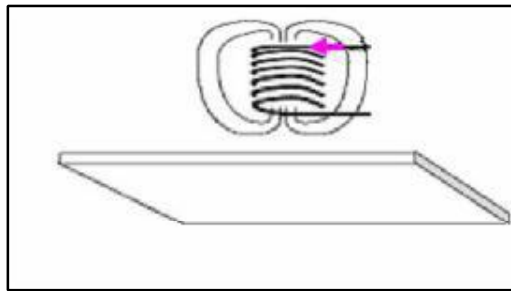


Figure I.11- Palpeur, bobine plate

c. Capteur-sonde

C'est un capteur destiné à l'examen d'un produit par l'intérieur dont les enroulements d'excitations et de mesures entourent l'axe de translation. Ils sont utilisés pour contrôler les produits **creux (tubes)**. **Ces capteurs opèrent** soit avec le noyau ferromagnétique ou sans noyau, tel qu'il est **présenté dans la figure I.12**.

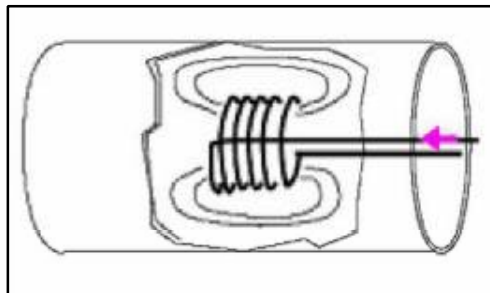


Figure I.12- Capteur-sonde.

I.4.4.2 Capteur caractérisé par sa fonction

Le capteur peut être caractérisé par sa fonction. On distingue deux types de capteurs : capteur à double fonction et capteur à fonctions séparées.

a. Capteur à double fonction

Capteur dans lequel les fonctions d'excitation et de réception sont assurées par le ou les mêmes enroulements tels qu'il est présenté dans la figure I.13.

b. Capteur à fonction séparée

Capteur dans lequel les fonctions d'excitation et de réception sont assurées par des enroulements distincts. Il est destiné souvent à détecter des défauts de grande taille ou profond, (figure I.14).

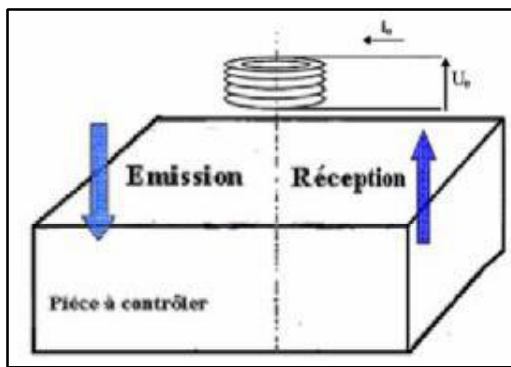


Figure I.13-Capteur à double fonction.

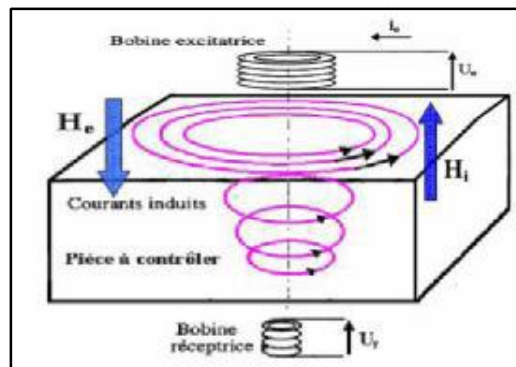


Figure I.14- capteur à fonction séparée.

I.4.4.3 Capteur caractérisé par le mode de contrôle

En fonction de l'intensité du champ, qui dépend des caractéristiques électromagnétiques de la pièce à identifier ou à contrôler et des perturbations éventuelles, on compte deux modes de mesure : le mode absolu et le mode différentiel.

a. Capteurs à mode absolu

Un capteur absolu est destiné à mesurer la valeur effective des caractéristiques du produit à examiner par rapport à une référence fixe. Le signal récupéré par la bobine est très faible en comparaison au signal émis. C'est pourquoi on utilise, en contrôle par courants de Foucault, une mesure comparative. La méthode absolue utilise un capteur à double fonction et la mesure se fait par comparaison du signal reçu à une référence artificielle électronique.

Ce mode de mesure permet d'accéder simultanément aux grandeurs utiles et perturbatrices (par exemple la température qui fait varier la perméabilité magnétique et la conductivité électrique du matériau à tester) [Salhi 08], [Maouche 07].

b. Capteurs à mode différentiel

Ils sont constitués de deux bobines rigidement liées. La mesure différentielle est équivalente à comparer deux mesures effectuées simultanément en deux emplacements voisins. Dans le cas de pièce saine, l'impédance du capteur différentiel est nulle. La réponse est sensible seulement aux variations brusques de la géométrie de la pièce à contrôler [Maouche 09], [Salhi 08]. La figure I.15 présente un montage différentiel pour le contrôle d'un tube.

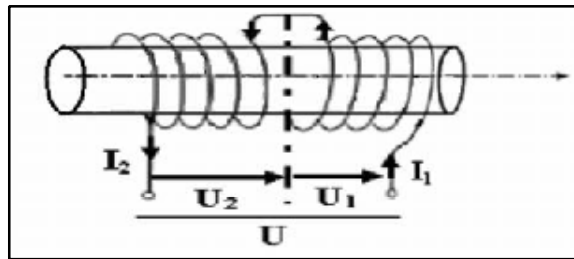


Figure I.15- Mode différentiel

Cette méthode est essentiellement utilisée en contrôle de santé. Elle permet de mettre en évidence des défauts métallurgiques et les variations dimensionnelles brutales telles que des fissures.

L'avantage de ce mode de mesure réside dans la suppression de tout signal dû à des variations lentes telles que les variations dimensionnelles ou les fluctuations de température ou de conductivité.

I.4.5 Matériau à inspecter

Au cours des années, la technologie des capteurs et le traitement des données ont continuellement progressé et aujourd'hui la technique par courants de Foucault est reconnue comme étant rapide, simple et précise. C'est la raison pour laquelle elle est utilisée largement dans les industries de production et d'utilisation de produits métalliques pour la détection en surface ou en volume et la caractérisation physique des matériaux comme l'aluminium, l'acier inoxydable, le cuivre, le titane, le laiton, l'Inconel et même l'acier au carbone, le matériau à inspecter étant le siège des courants de Foucault.

I.4.5.1 Contrôle par courant de Foucault des matériaux composites

Principalement limitée à l'inspection de matériaux métalliques, la technique des courants de Foucault a été utilisée avec succès pour localiser et caractériser des défauts dans des matériaux composites conducteurs, et plus particulièrement des matériaux composites à base de fibres de carbone.

Les courants de Foucault sont sensibles aux ruptures de fibres de carbone, même lorsque celles-ci sont si petites qu'elles ne peuvent être détectées par d'autres techniques, et cela représente un avantage significatif.

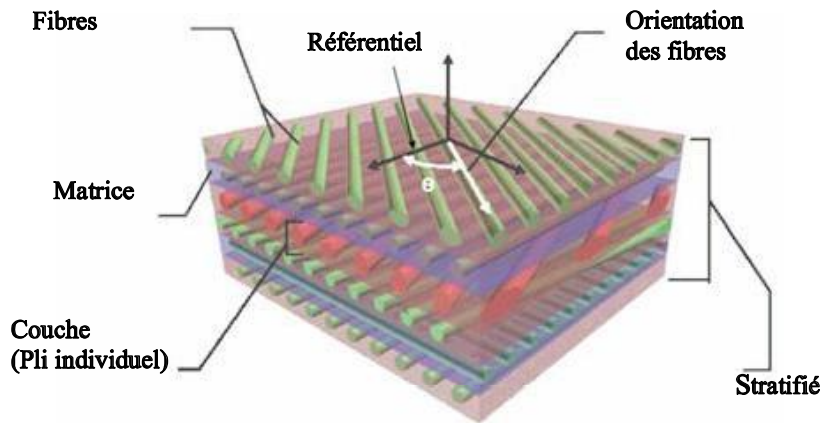


Figure I.16- Composite à fibres de carbone stratifié [Menana 09]

La plupart des travaux réalisés dans le domaine du CND par courants de Foucault des matériaux composites concernent les matériaux composites à fibres de carbone à matrice isolante, bien qu'ils ne soient pas les seuls matériaux composites conducteurs. Cela est dû à la large utilisation de ces matériaux dans des secteurs exigeant une grande fiabilité comme l'aéronautique [Menana 09].

I.4.5.2 Caractéristiques électromagnétiques du matériau à contrôler

Les faibles variations de la composition chimique d'un matériau (exemple de l'acier) influent sur l'amplitude et la phase du signal. Ces variations de composition agissent surtout sur la dureté qui, à son tour, par l'intermédiaire de la conductivité et de la perméabilité, modifie l'amplitude du signal fondamental et de ses harmoniques.

Si la conductivité et la perméabilité sont considérées comme étant des éléments perturbateurs dans la détection des défauts et dans la caractérisation géométrique, il n'en est pas de même quand on s'intéresse à leurs évaluations. C'est la caractérisation électromagnétique des matériaux, entre autres, l'identification des différents matériaux dans une pièce en multi couches (Figure I.17) [Boucherou 10], [Boucherou 07], [Lê 95].

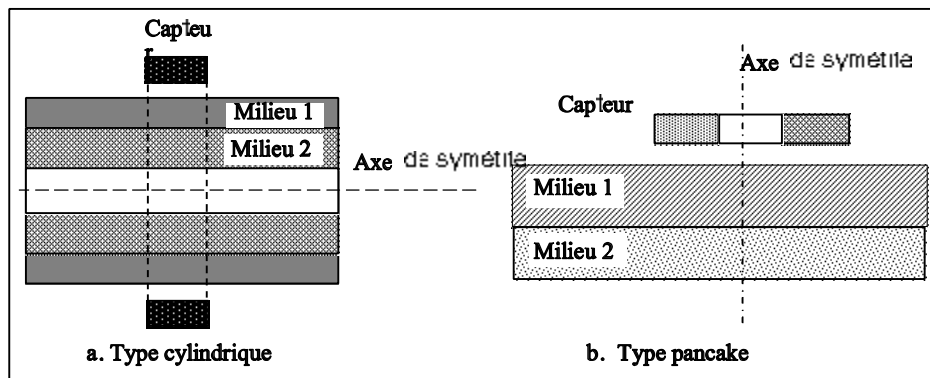


Figure I.17- Configuration axisymétrique multi couches

I.4.5.3 Caractéristiques géométriques du matériau à contrôler

Pour réaliser le contrôle complet d'une pièce, il faut déplacer, à une vitesse qui peut atteindre quelques mètres par seconde, la bobine à la surface de celle-ci et déceler les variations d'impédance qui traduisent la présence d'une anomalie à l'intérieur de la pièce. Ce déplacement provoque des variations de position du capteur par rapport à la surface de la pièce et engendre ainsi des fluctuations d'impédance dites *lift-off* (Figure I.18). Ces fluctuations peuvent prendre une amplitude telle qu'elles masqueront des indications sur les caractéristiques des défauts. Il est donc essentiel d'en connaître l'influence et de maîtriser au mieux ce paramètre expérimental.

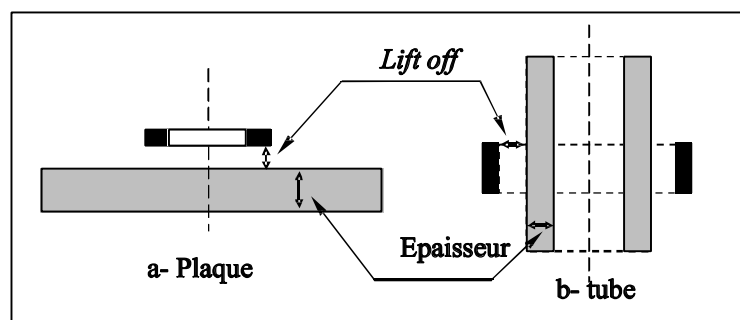


Figure I.18- Définition des paramètres géométriques.

Une des utilisations de la technique du contrôle par courants de Foucault est l'évaluation dimensionnelle des couches constitutives de la pièce [Maouche 06]. Cela revient à mesurer l'épaisseur des différentes couches isolante et conductrice. La détection dimensionnelle des couches isolantes, du point de vue électromagnétique, est équivalente à la mesure de l'entrefer entre le capteur et la partie conductrice : c'est le *lift-off*. Dans ce cas, ce paramètre n'est plus perturbateur.

I.4.6 Défauts

Le défaut se traduit, du point de vue géométrique, soit par l'absence **de matière ou par une anomalie non conductrice** alors que du point de vue électromagnétique, il cause la déviation des lignes de courants de Foucault. Il provoque la même variation de la tension induite qu'une variation de conductivité électrique du matériau. On classe les défauts en deux grandes catégories liées à leur emplacement : les défauts internes, les défauts de surface [Dumont 96].

I.4.6.1 Défauts internes

Ils sont des **hétérogénéités** localisées dans le volume du corps à contrôler. Il s'agit, d'une part, de criques internes, de porosité, de soufflures, et qui affectent la santé de la pièce. D'autre part, il s'agit simplement de la présence d'un corps étranger dans le produit.

I.4.6.2 Défauts de surface

Accessible à l'observateur direct mais pas toujours visible à l'oeil nu, peuvent se classer en deux catégories distinctes :

- Défauts ponctuels correspondant aux défauts les plus nocifs sur le plan technologique puisqu'il s'agit des **criques, piqûres, fissures, craquelures**, généralement aptes à provoquer à terme la rupture de la pièce, en initiant par exemple des fissures de fatigue.
- Défauts d'aspect, à des plages dans lesquelles **une variation de paramètre géométriques ou physiques attire le regard et rend le produit inutilisable** (rugosité, surépaisseur, taches diverses).

I.5 Avantages et Inconvénients du (CND) par (CF)

Le (CND) par (CF) :

- Permet la détection des défauts débouchant ou faiblement enfouis (quelques millimètres) dans tout matériau conducteur.
- Ne nécessite pas l'utilisation de produits couplants. Ceci en facilite par conséquent l'utilisation. De même, aucune nuisance ou pollution n'est engendrée ni pour l'utilisateur ni pour l'environnement, contrairement, par exemple au **ressuage, largement utilisé, qui nécessite** l'application de produits chimiques nocifs.
- Ne nécessite pas de dispositif encombrant, et peut donc être effectué à des endroits difficilement accessibles moyennant un équipement portable. De même les contrôles à températures élevées sont possibles [Choua 09], [Ravat 08].

La méthode présente aussi ses limites :

- Elle est limitée aux pièces électriquement conductrices.
- Elle n'est pas adaptée pour détecter des défauts à forte profondeur (à une distance très supérieure à l'épaisseur de peau).
- La résolution : Un défaut ponctuel de dimensions micrométriques dévie toutes les lignes de courants qui s'approchent de lui. Si l'émetteur fait une surface de l'ordre du millimètre carré, les courants induits parcourent une surface au moins égale voire plus grande que celle-ci. Par conséquent, le défaut micrométrique correspond à une réponse qui s'étend sur plusieurs millimètres carrés, ce qui a pour conséquence de détériorer nettement la résolution spatiale d'une sonde à courant de Foucault.
- Le positionnement : L'induction des courants de Foucault est fonction du couplage entre la sonde et la pièce. Si celui-ci varie au cours de la mesure ou n'est pas celui attendu, la mesure sera faussée. Un décollement ou une inclinaison de la sonde par rapport à la surface de la pièce sont les deux principaux problèmes de positionnement rencontrés, qui conduisent à une variation parasite de l'impédance mesurée.
- L'interprétation des signaux est souvent complexe [Choua 09], [Ravat 08].

I.6 Les voies prometteuses de l'évolution des (CND)

Les exigences de sécurité et de qualité des produits utilisés dans les domaines de l'aéronautique, du nucléaire et du transport sont de plus en plus élevées, et l'on assiste aujourd'hui à une forte demande des industriels pour obtenir des procédés de contrôle rapides, fiables, et sensibles.

L'inspection des grandes surfaces pose le problème du temps et du coût, les systèmes à courants de Foucault (CF) multiéléments peuvent répondre à ces besoins en fournissant en temps réel une "image magnétique" permettant de révéler des défauts débouchants ou enfouis dans des pièces de forme complexe [Gilles 05]. Cette solution consiste donc en la mise en oeuvre de multicapteurs utilisant des éléments sensibles de dimensions de l'ordre du millimètre ou inférieures (microbobines) afin de réaliser une imagerie courants de Foucault de la pièce contrôlée [Ravat 08].

La technologie des courants de Foucault multiéléments (ECA, eddy current array) permet d'exciter et de lier électroniquement plusieurs capteurs (CF) disposés côte à côte dans un même assemblage de sonde.

I.6.1 Système multi-capteurs et capteurs multiéléments

L'une des préoccupations du (CND) est d'augmenter la rapidité et la résolution spatiale du contrôle. La rapidité peut être réalisée par un parallélisme de contrôle en utilisant une matrice de capteurs tandis que la résolution spatiale peut être assurée par la miniaturisation. De nouveaux types de capteurs à multi-éléments permettant un examen plus global [Zaoui 08].

La figure I.19 montre la réduction du déplacement mécanique par l'utilisation d'un système multi capteur. Un système mono capteur exige un balayage dans les deux directions (x et y). Par contre une disposition en rang des capteurs nécessite un déplacement dans une seule direction et l'utilisation d'une matrice de capteurs peut assurer l'inspection de la surface qu'elle couvre sans déplacement.

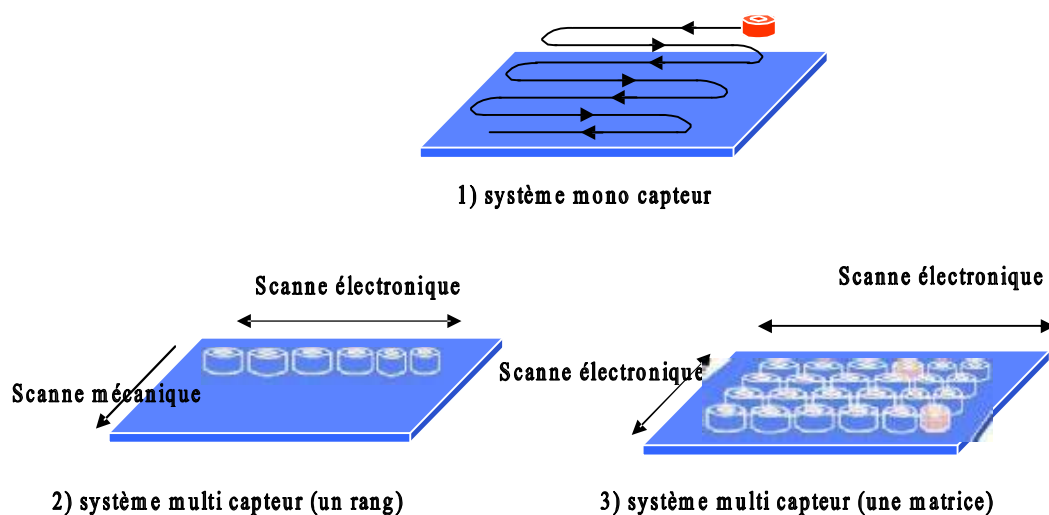


Figure I.19 -Système multi-capteur.

La miniaturisation des capteurs à micro bobines et la flexibilité de leurs substrats permettent leur application à des géométries complexes (surfaces ondulées, courbées) (figure I.20). D'autre part, le développement récent dans le domaine de la gravure, permet de concevoir un système qui intègre sur un même bloc, la matrice de capteurs ainsi que l'électronique rapprochée du traitement de signal.

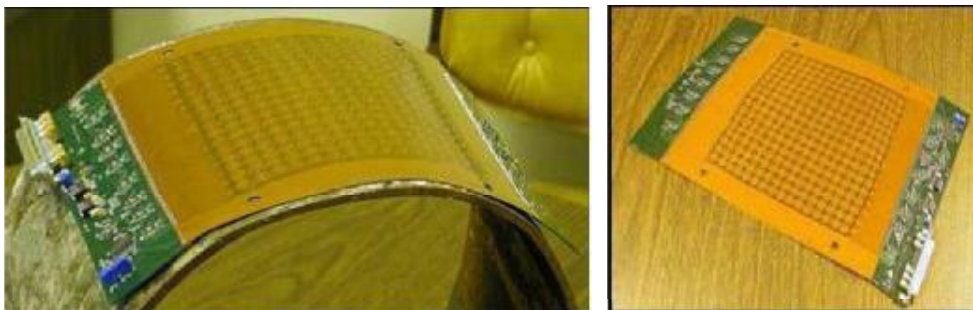


Figure I.20- Une sonde multiéléments à courants de Foucault (matrice flexible)

I.6.2 Avantages des microbobines et systèmes multicapteurs

La mise en oeuvre de microbobines est très souvent plus aisée que celle d'autres capteurs de champ **magnétique. En effet, la mesure de champ par l'intermédiaire d'une bobine** consiste simplement à la mesure d'une tension en général supérieure au millivolt.

Les bobines sont les seuls éléments à pouvoir réaliser les deux fonctions d'émission et de réception. **En effet, une bobine traversée par un courant crée un champ électromagnétique et réalise une fonction d'émission.** Au contraire, une bobine non alimentée transforme le champ électromagnétique externe en tension à ses bornes, réalisant par conséquent la fonction de réception. L'un des intérêts de **cette double possibilité** est pour l'utilisation d'une matrice d'éléments. Il est alors envisageable de déplacer virtuellement l'émission et la réception à travers la trame de la sonde à l'aide d'un multiplexage temporel, d'où **une réduction considérable du temps d'inspection par** la couverture d'une grande région **en un seul passage du capteur. De plus la miniaturisation des capteurs à micro bobines et la flexibilité de leurs substrats permettent leur application à des géométries complexes [Ravat 08], [Zaoui 08].**

I.7 Conclusion

Par leurs possibilités de détection, de reconnaissance et de dimensionnement de défauts isolés dans un matériau ainsi que l'estimation de ses caractéristiques microstructurales et propriétés d'emploi, les techniques de contrôle non destructif font partie des outils incontournables de l'évaluation de la qualité des produits. **Selon la nature du matériau à tester et du phénomène physique mis en jeu, plusieurs techniques sont utilisées, ce qui a été présenté dans ce chapitre.** L'une des techniques les plus utilisées est celle des courants de Foucault, l'intérêt que nous avons porté à celle-ci **dans ce travail est le plus important à cause de son appartenance à notre domaine de formation (électromagnétisme).** Le procédé de contrôle par Courant de Foucault permet d'effectuer des contrôles de santé, de **caractérisations métallographiques, et de mesures** à la fois d'épaisseur de matériaux conducteur et d'entrefer entre matériaux conducteurs. De plus, l'application de la méthode de contrôle par Courant de Foucault aux matériaux composites à fibre de carbone est envisageable.

En principe, cette technique est basée sur la mesure de la variation de l'impédance qui est souvent fonction de plusieurs paramètres. En effet, la variation de l'un de ces paramètres **engendrera une** modification de l'impédance aux bornes du capteur. **Ce dernier pouvant être classé en fonction de sa position, sa fonction et de son mode de contrôle.** De plus, selon les exigences de rapidité, de fiabilité, et de sensibilité, le capteur peut être constitué de plusieurs éléments formant ainsi un système multicapteurs dont l'utilisation **réduit considérablement le temps d'inspection.**

La modélisation des systèmes de (CND) par (CF) nécessite une compréhension préalable du mécanisme de création des Courants de Foucault et des équations fondamentales de l'électromagnétisme. Cette tâche fera l'objet du prochain chapitre.

II. Mise en équations électromagnétiques

Sommaire

II.1 Introduction.....	26
II.2 Equations de l'électromagnétisme.....	27
II.3 Relations de passage.....	29
II.4 Electromagnétisme en régime quasi-stationnaire.....	30
II.5 Mise en équation du problème physique.....	31
II.6 Modèles en potentiel vecteur magnétique A.....	38
II.7 Modèle couplé Potentiel vecteur magnétique-Densité de courant totale (A-J)	39
II.8 Conditions aux limites.....	41
II.9 Méthodes de résolution des modèles électromagnétiques.....	41
II.10 Conclusion.....	43

II.1 Introduction

Le développement de toute technologie s'appuie non seulement sur l'expérimentation qui demeure **nécessaire, mais aussi sur un modèle de simulation qui décrit le plus fidèlement possible le comportement du dispositif à concevoir. Ceci va permettre de voir les répercussions de nos choix** (configuration géométrique, nature du matériau, ...) sur le comportement du dispositif sans avoir **besoin de réaliser de prototype ce qui constitue un intérêt économique évident. Dans le domaine du (CND) par (CF)**, la compréhension des phénomènes physiques mis en jeu permet d'élaborer un **modèle mathématique qui pourra prédire la réponse de la sonde en fonction des paramètres physiques** et géométriques de la cible, qui doivent être connus. Les équations de base de l'**électromagnétisme**, dont les équations de Maxwell constituent l'essentiel, auxquelles sont associées les relations **constitutives, les conditions de continuité et les conditions aux limites, donneraient le modèle complet régissant le fonctionnement du système capteur-pièce.**

L'objectif de ce chapitre est de résumer les équations mathématiques de base qui décrivent les **phénomènes électromagnétiques intervenant dans systèmes de contrôle par courants de Foucault. Nous** débuterons par un rappel sur la théorie de l'**électromagnétisme, en présentant les équations générales** de l'électromagnétisme que sont les équations de Maxwell. **De ces équations seront formulés les modèles magnétodynamiques devant nous intéresser dans les parties ultérieures.**

La **considération de la configuration multi-spires du capteur, permet une modélisation fine du problème (modèle (A) conducteur multi-spires)** du fait qu'elle permet de considérer les effets de proximité entre les spires de la bobine (capteur), **cependant, les faibles dimensions des conducteurs et le grand nombre de spires constituant les bobines font que ce modèle est très lourd pour la résolution, ce qui signifie des temps de calculs relativement importants. Pour remédier à cela, on considère la représentation habituelle de la bobine par un seul bloc (conducteur massif). Ce modèle ayant pour seul** inconnu le potentiel vecteur magnétique A (modèle (A) conducteur massif) suppose l'absence des **courants induits dans le capteur et ne permet pas la prise en compte des effets de proximité du fait qu'il ne considère aucune influence de la pièce conductrice sur la distribution de la densité du courant dans le capteur. Pour pouvoir considérer cette influence, l'équation de la densité du courant totale dans le capteur incluant la densité du courant source et celle des courants induits est introduite (Modèle (A-J) conducteur massif), cette représentation en courant total offre la possibilité de prendre en compte l'effet de peau et les effets de proximité entre les conducteurs du capteur ainsi qu'entre le capteur et la charge.**

Nous traitons à la fin de ce chapitre les voies de résolution des modèles ainsi élaborés en présentant les différentes méthodes de résolution des équations du champ électromagnétique.

II.2 Equations de l'électromagnétisme

Les phénomènes qui se produisent dans le cadre du contrôle par courant de Foucault sont régis par les équations de Maxwell. Ces dernières définissent les propriétés locales associées aux grandeurs électriques et magnétiques vectorielles dépendant du temps t et de l'espace $p(x,y,z)$.

Les grandeurs physiques fondamentales mises en jeu sont [Hulin 91] :

$H(p, t)$: Champ magnétique [A/m].

$E(p, t)$: Champ électrique [V/m].

$B(p, t)$: Induction magnétique [T].

$D(p, t)$: Induction électrique [C/m²].

$J(p, t)$: Densité de courant de conduction [A/m²].

$\rho(p, t)$: Densité de charges électriques libres [C/m³].

II.2.1 Equations de Maxwell

Tous les phénomènes électromagnétiques que l'on veut généralement étudier au sein des dispositifs électrotechniques sont régis par les quatre équations aux dérivées partielles de Maxwell. Elles spécifient que toute variation spatiale d'un champ (électrique ou magnétique), en un point de l'espace, entraîne (ou est due à) l'existence; ou la variation temporelle d'un autre champ au même point de l'espace. Ces équations sont donc locales et sont valables dans n'importe quel système d'axes. Les répartitions spatiale et temporelle des champs magnétiques et électriques sont obtenues par [Albanese 99], [Hulin 98], [Fournet 85], [Durand 68] :

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \text{Théorème d'Ampère-Maxwell} \quad (\text{II.1})$$

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{Loi de Faraday} \quad (\text{II.2})$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho \quad \text{Théorème de Gauss} \quad (\text{II.3})$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad \text{Loi de conservation de flux} \quad (\text{II.4})$$

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \vec{J}_D : \text{densité de courant de déplacement.}$$

$$\vec{J}_c : \text{densité de courant de conduction.}$$

L'équation (II.1) est une généralisation de la loi d'Ampère, elle constitue avec (II.2) les équations dites de couplage électromagnétique, alors que les équations (II.3) et (II.4) traduisent respectivement la conservation de la charge électrique et du champ magnétique.

II.2.2 Lois de comportement des milieux

Les grandeurs et les liaisons des cinq champs vectoriels précédents dépendent des caractéristiques électromagnétiques du milieu où ils règnent. La loi d'ohm et les équations constitutives des matériaux définissent ce milieu.

II.2.2.1 Relations constitutives

Les deux types de champs de vecteurs sont liés par les relations constitutives, décrivant les caractéristiques des matériaux. Les propriétés de la matière où se développent ces champs interviennent sous la forme de relation entre $\vec{B}$ et $\vec{H}$ d'une part et entre $\vec{D}$ et $\vec{E}$ d'autre part. Pour des milieux diélectriques de permittivité ϵ , et magnétique de perméabilité μ , ces relations s'écrivent respectivement comme suit [Hulin 98], [Fournet 85]:

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad \text{Dans un milieu linéaire} \quad (\text{II.5.a})$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r(\|\vec{E}\|) \vec{E} \quad \text{Dans un milieu non linéaire} \quad (\text{II.5.b})$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad \text{Dans un milieu linéaire} \quad (\text{II.6.a})$$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r(\|\vec{H}\|) \vec{H} \quad \text{Dans un milieu non linéaire} \quad (\text{II.6.b})$$

ϵ_0 : Permittivité électrique du vide et égale à $(10^{-9}/36\pi) [F.m^{-1}]$

ϵ_r : Permittivité électrique relative du milieu considéré

μ_0 : Perméabilité magnétique du vide, égale à $4\pi 10^{-7} [H.m^{-1}]$

μ_r : Perméabilité magnétique relative du milieu considéré.

II.2.2.2 Loi d'Ohm

La loi d'ohm exprime la relation liant la densité de courant $\vec{J}$ au champ électrique $\vec{E}$ à travers la conductivité électrique σ dans les milieux conducteurs. Cette loi est donnée:

$$\vec{J}_c = \sigma \vec{E} \quad \text{Dans un milieu sans mouvement} \quad (\text{II.7.a})$$

$$\vec{J}_c = \sigma (\vec{E} + (\vec{V}_d \wedge \vec{B})) \quad \text{Dans un milieu en mouvement de vitesse } \vec{V}_d \quad (\text{II.7.b})$$

II.2.3 Diagramme de Tonti

Les équations de Maxwell se présentent en deux systèmes duaux [Tonti 01]:

- Les lois de Faraday et de conservation de flux d'une part (système magnétique).
- Les théorèmes d'Ampère-Maxwell et de Gauss d'autre part (système électrique).

La dualité des deux systèmes en tenant compte des relations des milieux peut être mise en évidence à l'aide du **Diagramme de Tonti** :

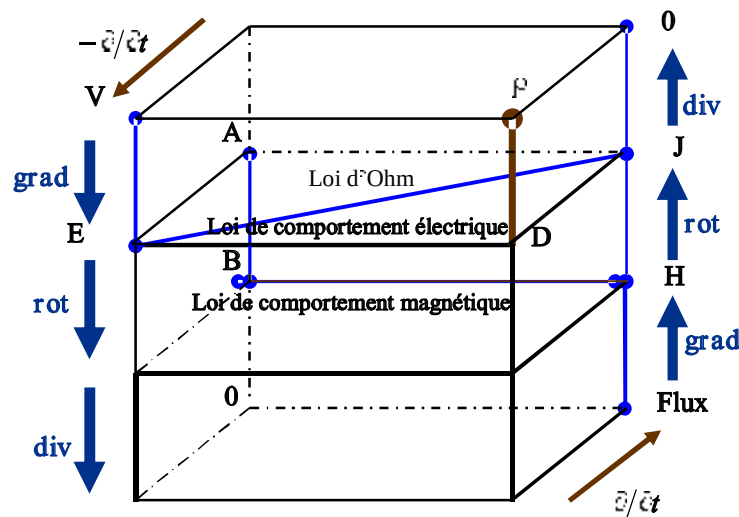


Figure II 1-Diagramme de Tonti

II.3 Relations de passage

Les grandeurs électromagnétiques pourraient être discontinues à l'interface entre deux milieux de propriétés différentes. Les conditions de passage (ou de transmission) permettent alors d'exprimer les relations entre deux grandeurs U_1 et U_2 sur ces frontières. Ces conditions sont obtenues en intégrant les équations de Maxwell entre deux points voisins différents situés de part et d'autre de la surface séparant les deux milieux [Diche 03], [Mohellebi 01], [Hulin 98].

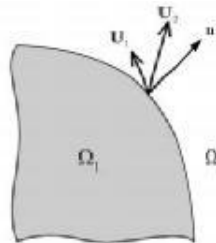


Figure II.2 Interface entre deux milieux

Les relations de passage à l'interface de passage, entre deux milieux de propriétés différentes, s'écrivent alors [Hulin 98], [Fournet 85], [Durand 68]:

$$(D_1 - D_2) \cdot n = \rho_s \quad (\text{II.9})$$

$$(B_1 - B_2) \cdot n = 0 \quad (\text{II.10})$$

$$(E_1 - E_2) \wedge n = 0 \quad (\text{II.11})$$

$$(H_1 - H_2) \wedge n = K_s \quad (\text{II.12})$$

K_s et ρ_s sont respectivement les densités de courant et de charges surfaciques et n la normale unitaire à l'interface orientée du milieu d'indice 1 vers celui d'indice 2 (figure II.2).

Les équations (II.10) et (II.11) expriment successivement la continuité de la composante normale de l'induction magnétique et de la composante tangentielle du champ électrique. Les équations (II.9) et (II.12) indiquent, quand à elles, la discontinuité de la composante normale de l'induction électrique et de la composante tangentielle du champ magnétique.

II.4 Electromagnétisme en régime quasi-stationnaire

II.4.1 Hypothèses simplificatrices

Les équations développées jusque là décrivent globalement les phénomènes électromagnétiques et s'appliquent à des états quelconques. Dans la pratique suivant les dispositifs considérés, certains phénomènes deviennent négligeables et par conséquence ces équations se découpent alors en donnant naissance à des modèles plus simples. En effet, toutes les études menées jusqu'à présent dans le domaine de l'électrotechnique pour le calcul du champ électromagnétique, sont basées sur plusieurs hypothèses simplificatrices [Maouche 07], [Bossavit 93], [Durand 68].

Dans le domaine de l'électrotechnique, la fréquence maximale utilisée est de l'ordre de 1MHz et par conséquent la propagation des ondes électromagnétiques est considérée négligeable. Les matériaux utilisés dans le contrôle non destructif par courant de Foucault sont assez conducteurs pour considérer que le rapport (σ/ω) très faible. Ce qui nous ramène à l'approximation du régime quasi-stationnaire qui consiste à négliger le courant de déplacement $\bar{J}_D$ devant le courant de conduction $\bar{J}_C$. De plus, le rapport (σ/ω) étant faible, on déduit que la charge électrique statique ρ ainsi que l'effet capacitif du système sont négligés.

II.4.2 Equations magnétodynamiques

Compte tenu des simplifications effectuées précédemment, les équations de Maxwell simplifiées appliquées à la magnétodynamique s'écrivent comme suit :

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J}_c \quad (\text{II.14})$$

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II.15})$$

$$\text{div } \vec{D} = 0 \quad (\text{II.16})$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (\text{II.17})$$

Un problème magnétodynamique consiste à trouver les grandeurs locales satisfaisant aux équations de Maxwell simplifiées, aux lois de comportement des milieux, aux conditions d'interface ainsi qu'aux conditions aux limites associées au domaine d'étude.

II.5 Mise en équation du problème physique

II.5.1 Introduction des potentiels

Les équations différentielles aux dérivées partielles (II.14) et (II.15) correspondent aux équations de diffusion des grandeurs H et E , toute fois, les formulations en champs utilisant seulement les éléments finis d'arêtes présentent un inconvénient majeur, c'est celui de la discontinuité aux interfaces et particulièrement aux coins [Ratnajeevan 95], ce qui est justifié par les relations de passage présentées au paragraphe II.3.

De plus les vecteurs ont généralement trois composantes augmentant de ce fait le nombre d'inconnues, et par conséquent un temps de calcul prohibitif. Pour palier à ce problème, on fait appel à une entité mathématique connue sous le nom de potentiel, dont la variation est physiquement significative.

Le choix comme variables d'états, du potentiel vecteur magnétique $\vec{A}$ et du potentiel scalaire électrique V permet de réduire le nombre d'inconnues et de rendre la résolution numérique plus souple.

La condition (II.17) permet de définir un potentiel vecteur magnétique $\vec{A}$ tel que :

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A} \quad (\text{II.18})$$

Pour que $\vec{A}$ soit totalement défini, il faudra fixer la valeur de sa divergence. On ajoute alors la condition, $\text{div } \vec{A} = 0$. Dans le cas le plus général, il existe une infinité de vecteurs pouvant satisfaire la relation (II-18). En effet, puisque le rotationnel du gradient de toute fonction f est nul, donc tout vecteur $\vec{A} + \text{grad}(f)$ satisfait la relation (II.18), d'où la nécessité d'imposer une condition de Jauge de Coulomb afin d'assurer l'unicité de la solution. Dans le cas particulier des systèmes 2D, cette condition est vérifiée automatiquement.

L'introduction de l'équation (II.18) dans (II.15) nous donne:

$$\text{rot}(\vec{E}) + \text{rot}\left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right) = \text{rot}\left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right) = 0 \quad (\text{II.19})$$

L'expression (II.19) implique l'existence d'un potentiel scalaire V:

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad} V \quad (\text{II.20})$$

En considérant la loi d'ohm (II.7.a), on obtient:

$$\vec{J}_c = \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \sigma \text{grad} V \quad (\text{II.21})$$

avec :

$$\vec{J}_{ind} = \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} : \text{La densité de courant induit.}$$

$$\vec{J}_s = -\sigma \text{grad} V : \text{La densité du courant source.}$$

II.5.2 Modèle magnétodynamique en potentiel vecteur magnétique A

Ce modèle s'applique aux dispositifs électromagnétiques dans lesquels les sources de courant ou de tension varient dans le temps. Les champs électriques et magnétiques sont alors couplés par la présence des courants induits.

Par combinaison des équations (II.14), (II.18) et (II.6.a), on va aboutir à :

$$\text{rot} \left(\frac{1}{\mu} \text{rot } \vec{A} \right) = \vec{J}_c \quad (\text{II.22})$$

On remplace l'équation (II. 21) dans (II.22), on obtient l'équation de diffusion électromagnétique de la grandeur A

$$\text{rot} \left(\frac{1}{\mu} \text{rot} A \right) + \sigma \frac{\partial \bar{A}}{\partial t} = -\sigma \text{grad} V \quad (\text{II.23})$$

A est le potentiel vecteur magnétique [T.m], V est le potentiel scalaire électrique [V].

L'équation (II.23) représente l'équation magnétodynamique transitoire en terme de potentiel vecteur magnétique A avec terme source. Elle traduit les phénomènes d'effet de peau dans les conducteurs ou le régime transitoire des dispositifs électromagnétiques.

L'étude de cette équation en régime statique (indépendant du temps) constitue le régime magnétostatique défini par :

$$\text{rot} \left(\frac{1}{\mu} \text{rot} A \right) = \bar{J}_s = -\sigma \text{grad} V \quad (\text{II.24})$$

Mais si on prend en compte la dépendance au temps avec une alimentation sinusoïdale, cela constitue

le modèle magnétodynamique en régime harmonique avec : $\frac{\partial \bar{A}}{\partial t} = j\omega \bar{A}$.

L'utilisation des nombres complexes permet alors de remplacer le terme induit par :

$$\bar{J}_{ind} = \sigma j\omega \bar{A} \quad (\text{II.25})$$

avec :

j : unité imaginaire ($j^2 = -1$)

$\omega = 2\pi \cdot f$: pulsation des sources [rad / s]

f : fréquence des sources [Hz]

La combinaison de la relation (II.25) et l'équation (II.23) conduit à l'équation magnétodynamique en notation complexe suivante :

$$\text{rot} \left(\frac{1}{\mu} \text{rot} \bar{A} \right) = (j\omega \bar{A} + \sigma \text{grad} V) \quad (\text{II.26})$$

Selon les matériaux utilisés, μ et σ peuvent être soit des scalaires modélisant le comportement de matériaux isotropes, soit des tenseurs qui permettent de tenir compte des effets d'anisotropie. Pour cette raison, nous présentons le concept du " tenseur de perméabilité " dénoté par $|\mu|$, pour la modélisation numérique d'appareils électromagnétiques en considérant l'anisotropie des matières.

Dans ce cas la perméabilité est représentée par un tenseur du deuxième rang, où nous avons supposé que les termes non diagonaux sont nuls ou que nous avons un tenseur diagonal [Joao 03]. Ce dernier lie la densité du flux B à la force de champ H .

$$|\mu| = \begin{vmatrix} \mu_{xx} & 0 \\ 0 & \mu_{yy} \end{vmatrix} \quad (\text{II.27})$$

En considérant le tenseur de perméabilité magnétique $|\mu|$, l'équation (II.26) devient :

$$\text{rot} \left(\frac{1}{|\mu|} \text{rot} \vec{A} \right) = (j\omega \vec{A} + \text{grad} V) \quad (\text{II.28})$$

II.5.3 Equation dans les différentes régions

Dans la plupart des problèmes de modélisation, les phénomènes électromagnétiques dans le domaine du contrôle non destructif réalisés jusqu'à présent, considèrent une bobine inductrice où le courant est imposé, une région ferromagnétique ou conductrice qui représente la cible à contrôler et la troisième région qui représentera l'air environnant.

L'adaptation de l'équation (II.26) aux différentes régions constituera le dispositif d'étude.

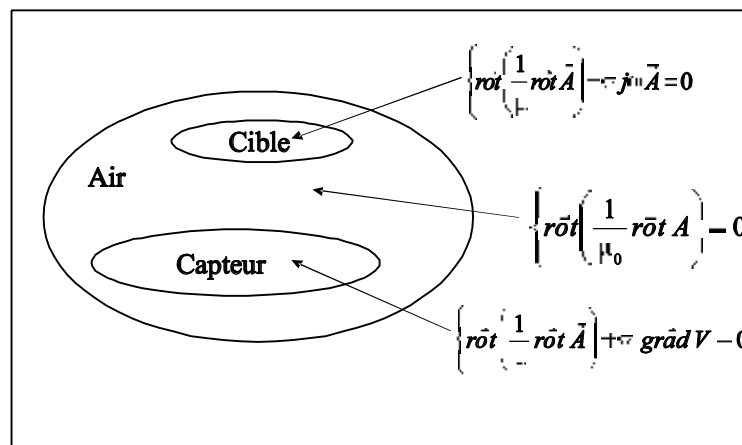


Figure II.3– Equations dans les différents milieux

II.5.4 Equations magnétodynamiques bidimensionnelles

Lorsqu'une approche bidimensionnelle est permise, de grandes simplifications peuvent se faire, pour le cas de l'équation (II.26) le potentiel vecteur magnétique ne présente qu'une seule **composante dans la direction où** aucune variation n'a lieu.

Dans les problèmes bidimensionnels on peut avoir deux cas types:

Le premier concerne les systèmes à symétrie translationnelle, où aucune variation n'est enregistrée sur l'une des trois directions d'un plan cartésien. Pris communément comme l'axe $\vec{Oz}$. Dans l'autre cas on **trouve les systèmes axisymétriques**, où aucune variation n'a lieu le long de la direction orthoradiale (r) dans un plan cylindrique (r, φ, z) .

II.5.4.1 Modèle bidimensionnel en coordonnées cartésiennes

Considérons le système de longueur infinie suivant l'axe Oz . L'étude peut se ramener donc à un système bidimensionnel dans le plan $[x, y]$, cela revient à considérer $\frac{\partial}{\partial z} = 0$. Le potentiel vecteur ne comporte qu'une seule composante parallèle à l'axe $\vec{Oz}$ et donc perpendiculaire au plan d'étude.

La densité de courant source $\vec{J}_s$ ne comporte qu'une seule composante dans la même direction que celle de potentiel vecteur A [Khebbab 07], [Diche 03], [Fournet 85].

$$\begin{aligned} \vec{A} &= (0, 0, A_z) \\ \vec{J}_s &= (0, 0, J_{sz}) \end{aligned} \quad (\text{II.29})$$

Le plan d'étude étant (x, y) nous aurons:

$$\text{rot} \left(\frac{1}{\mu} \text{rot} \vec{A} \right) = - \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right) \vec{k} \quad (\text{II.30})$$

$\vec{k}$: vecteur unitaire suivant l'axe $\vec{Oz}$

Les équations dans les différentes régions s'écrivent alors en coordonnées cartésiennes:

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right) = \begin{cases} 0 & \text{Dans l'air} \\ j \omega A_z & \text{Dans la charge} \\ -\text{grad}^2 V & \text{Dans le capteur} \end{cases} \quad (\text{II.31})$$

La considération de l'anisotropie magnétique par le tenseur de perméabilité magnétique $|\mu|$ revient à écrire l'équation (II.31) sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{ll} 0 & \text{Dans l'air} \\ j\omega A_z & \text{Dans la charge} \\ -\text{grad}V & \text{Dans le capteur} \end{array} \right. \quad (\text{II.32})$$

II.5.4.2 Modèle bidimensionnel en coordonnées cylindriques

En considérant la configuration dont l'inducteur est un plan spiral face à une charge plane (Figure II.4.b) ou une forme cylindrique (Figure II.4.a) et en négligeant l'hélicité des spires inductrices, ce système possède une symétrie de révolution. Le problème devient bidimensionnel.

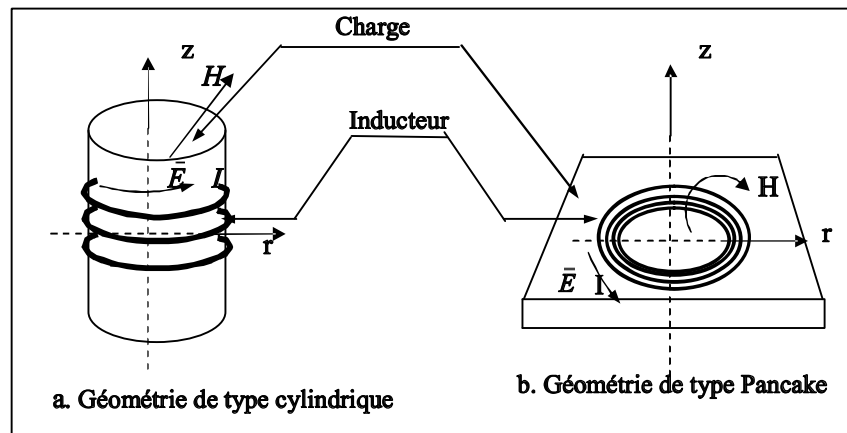


Figure II.4- Configurations axisymétriques

En coordonnée cylindrique (r, φ, z) , le potentiel vecteur magnétique ne présente que la composante orthoradiale [Mouche 09], [Mohellebi 01], [Fournet 85].

L'inconnue qui est la composante orthoradiale $A_r(r, z)$ du vecteur A ne dépend alors que de r et z et est perpendiculaire au plan $[r, z]$.

$$\begin{aligned} \vec{A}(r, z) &= (0, A_r(r, z), 0) \\ \vec{J}_s(r, z) &= (0, J_s(r, z), 0) \end{aligned} \quad (\text{II.33})$$

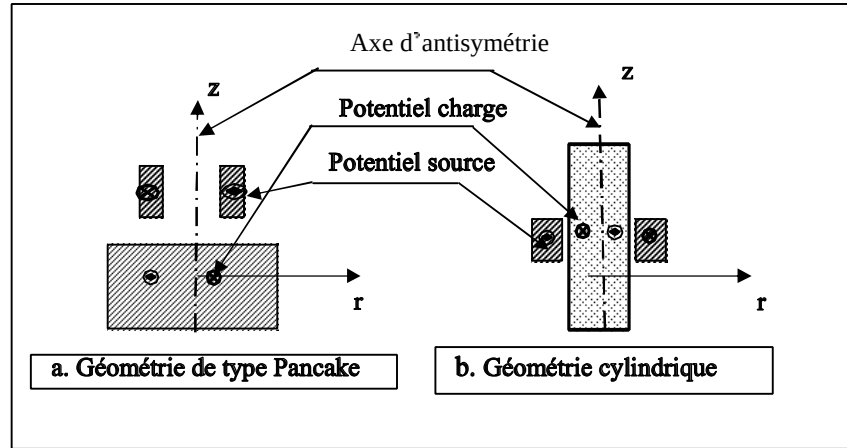


Figure II.5 – Dispositif d'étude 2D en coordonnées cylindriques

En coordonnées cylindriques, le rotationnel de A s'exprime par :

$$\text{rot } A = -\frac{\partial A_z}{\partial z} e_r + \frac{1}{r} \frac{\partial (r A_r)}{\partial r} e_z \quad (\text{II.34})$$

On considérant la transformation précédente, les équations dans les différentes régions s'écrivent alors en coordonnées cylindriques:

$$\left\{ \begin{array}{ll} 0 & \text{Dans l'aire} \\ j\omega A_z & \text{Dans la charge} \\ -\text{grad} \bar{V} & \text{Dans le capteur} \end{array} \right. \quad (\text{II.35})$$

Si nous considérons comme inconnue du problème, la variable A^* tel que

$$A^* = r A_z \quad (\text{II.36})$$

On aura l'équation magnétodynamique 2D axisymétrique suivante :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A^*}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A^*}{\partial z} \right) - \frac{\sigma}{r} j\omega A^* - \sigma \text{grad} \bar{V} = 0 \quad (\text{II.37})$$

L'écriture de l'équation précédente en terme de A^* est adaptée au calcul numérique pour sa résolution [Zaouia 01].

II.6 Modèles en potentiel vecteur magnétique A

Pour la modélisation de la configuration réelle du capteur, on est amené à considérer toutes les spires de la bobine comme des régions géométriques distinctes, ce qui permet de tenir compte des effets de proximité entre les spires de la bobine (capteur). A cet effet, nous considérons une bobine formée de N_s spires de section S_{cond} , disposées en série et parcourues par une intensité de courant I_{cond} . La densité du courant dans la section de la spire est donnée par :

$$\bar{J}_{cond} = \frac{I_{cond}}{S_{cond}} \quad (II.38)$$

En considérant la relation (II.38), l'équation (II.26), s'écrit sous la forme :

$$\begin{aligned} \text{rot} \left(\frac{1}{\mu} \text{rot} A \right) &= \begin{cases} 0 & \text{Dans l'air} \\ \frac{I_{cond}}{S_{cond}} & \text{Dans le capteur } i = 1, \dots, N_s \\ j_{cond} \bar{A} & \text{Dans la charge} \end{cases} \quad (II.39) \end{aligned}$$

Le modèle en potentiel vecteur magnétique A en considérant une représentation multi-spires, donné par l'équation (II.39) permet de considérer les effets de proximité, ce qui permet de se ramener au cas réel. Cependant, la disposition filaire des conducteurs se prête mal pour une résolution par éléments finis du fait des faibles dimensions des conducteurs et du grand nombre de spires constituant le capteur, ce qui induit des temps de calculs très importants.

Le faisceau de conducteurs est donc substitué par un conducteur massif de section S (figure II.6) dans lequel les courants induits sont nuls.

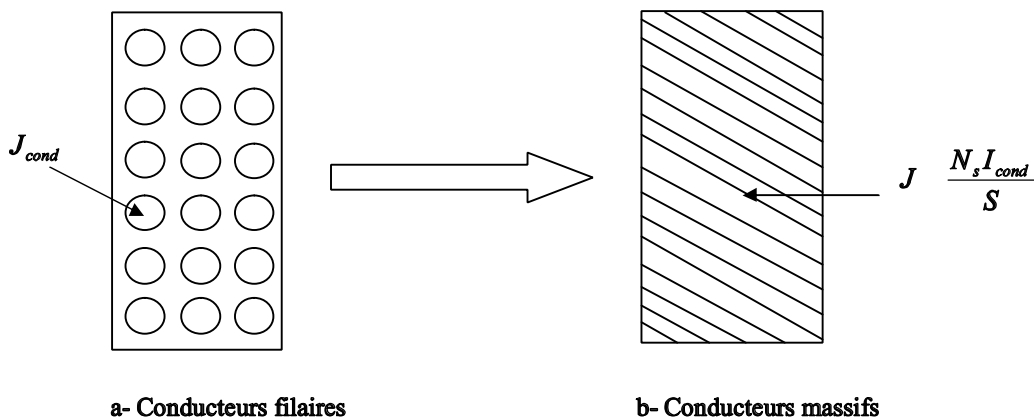


Figure II.6- Représentation des conducteurs dans la bobine

J est la densité du courant source dans le conducteur massif

En considérant cette configuration massive, l'équation (II.26), s'écrit sous la forme :

$$\left[\begin{array}{c} \nabla \cdot \vec{A} \\ \nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} \right) \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} 0 \\ \frac{N_s \vec{I}_{cond}}{S} \\ j\omega \epsilon \vec{A} \end{array} \right] \quad \begin{array}{l} \text{Dans l'air} \\ \text{Dans le capteur} \\ \text{Dans la charge} \end{array} \quad (II.40)$$

Le modèle (II.40) qui constitue le modèle en A avec un conducteur massif ne prend pas en considération l'effet de peau dans le capteur et les effets de proximité entre les conducteurs de ce dernier, cela est dû au fait que ce modèle suppose l'absence des courants induits dans le capteur.

II.7 Modèle couplé Potentiel vecteur magnétique-Densité de courant totale (A-J)

La substitution de la configuration filaire par un conducteur massif permet de réduire les temps de résolution mais n'offre pas la possibilité de prendre en compte les phénomènes considérés dans une représentation multi-spires. Afin de pouvoir considérer ces phénomènes avec une configuration massive du capteur, il est nécessaire de développer un modèle permettant de tenir compte de la non uniformité du courant dans ce dernier. Le modèle (A-J) exprimant le couplage entre les phénomènes magnétiques et électriques à travers la densité du courant total dans le capteur, incluant la densité du courant source et celle des courants induits dans ce dernier permet de prendre en compte l'effet de peau et les effets de proximité.

En considérant la densité du courant totale dans le capteur comme :

$$\vec{J}_{tot} = \vec{J}_s - j\omega \epsilon_s \vec{A} \quad (II.41)$$

ϵ_s : la conductivité électrique du matériau constituant le capteur.

Pour un capteur différentiel, les deux bobines sont parcourues par le même courant mais de signe opposé, ce qui permet de considérer deux densités de courant total relatives aux deux bobines (deux conducteurs massifs) $\vec{J}_{s1}^{tot}$ et $\vec{J}_{s2}^{tot}$.

L'adaptation de l'équation (II.26) aux différentes régions permet d'écrire :

$$\begin{array}{rcl}
 0 & & \text{Air} \\
 -j\omega\epsilon_0 \vec{A} & & \text{Charge} \\
 \vec{\nabla} \cdot \left(\frac{1}{\mu_0} \vec{\nabla} \vec{A} \right) = & & \text{Source 1} \\
 j\omega\epsilon_0 \vec{A} + \vec{J}_{s1} & & \\
 -j\omega\epsilon_0 \vec{A} + \vec{J}_{s2} & & \text{Source 2}
 \end{array} \quad (\text{II.42})$$

La formulation symétrique de (II.42) est obtenue après avoir utilisé la substitution de la variable $\vec{J}_s = j\omega\epsilon_0 \vec{G}$, où $\vec{G}$ est le potentiel électrique modifié [Rachek 08]. L'équation (II.42) s'écrit alors comme suit :

$$\begin{array}{rcl}
 0 & & \text{Air} \\
 -j\omega\epsilon_0 \vec{A} & & \text{Charge} \\
 \vec{\nabla} \cdot \left(\frac{1}{\mu_0} \vec{\nabla} \vec{A} \right) = & & \text{Source 1} \\
 j\omega\epsilon_0 \left(\vec{A} + \vec{G}_1 \right) & & \\
 j\omega\epsilon_0 \left(\vec{A} + \vec{G}_2 \right) & & \text{Source 2}
 \end{array} \quad (\text{II.43})$$

Les densités du courant totale dans les deux conducteurs sont données par :

$$j\omega\epsilon_0 \left(\vec{A} + \vec{G}_1 \right) = \vec{J}_{s1}^{tot} \quad (\text{II.44.a})$$

$$j\omega\epsilon_0 \left(\vec{A} + \vec{G}_2 \right) = -\vec{J}_{s2}^{tot} \quad (\text{II.44.b})$$

Le modèle $(A - J)$ couplant directement les équations (II.43) et (II.44), résolu simultanément pour l'inconnu potentiel vecteur magnétique et la densité de courant de source, permet de considérer l'influence de la charge conductrice sur le capteur en prenant en compte l'effet de peau et les effets de proximité dans ce dernier. La solution ainsi obtenue permet de déduire les grandeurs globales: Flux, différence de potentiel, impédances (plan de phase), puissances... .

II.8 Conditions aux limites

Au-delà des milieux traversés par les ondes, le domaine d'étude n'est pas infini et nécessite l'emploi de conditions supplémentaires à ses frontières. Cela exige la connaissance des valeurs des potentiels où de leurs dérivées sur les frontières du domaine d'étude.

II.9.1 Condition de Dirichlet

Cette condition est décrite par les valeurs de l'inconnue connues sur toutes les **surfaces entourant le milieu où l'on cherche sa distribution**

$$A|_S = A_0 \quad (\text{II.45})$$

II.9.2 Condition de Neumann

Cette condition est décrite par les valeurs de la dérivée de l'inconnue connues sur toutes les surfaces entourant le milieu où l'on cherche sa distribution :

$$\frac{\partial A}{\partial n}|_S = A_0 \quad (\text{II.46})$$

En plus des conditions de Neumann et Dirichlet, il existe des conditions cycliques et anti-cycliques (périodicité et anti-périodicité).

II.9 Méthodes de résolution des modèles électromagnétiques

Les phénomènes qui décrivent le comportement des dispositifs électromagnétiques sont représentés par des équations aux dérivées partielles reliant les champs magnétiques et électriques. Ces phénomènes se trouvent dans des régions de géométrie très variée. Selon la complexité de la configuration, la résolution de ces équations peut être analytique, semi analytiques ou numérique. La **résolution analytique** des équations de Maxwell permet d'obtenir une solution mathématique exacte du problème, néanmoins elle reste limitée à des configurations simples et s'avère très difficile, voir impossible, dès que la complexité de la géométrie accroît et que les matériaux présentent des caractéristiques non linéaires. Pour appréhender les problèmes particulièrement ardues et dont la géométrie est complexe, on a donc recouru à des méthodes numériques qui font appel à des techniques de discrétisation et quelque fois à des méthodes semi analytiques [Merzouki 09], [Salhi 08].

II.10.1 Méthodes analytiques

Dans la majorité des cas, les méthodes analytiques sont utilisées dans les modélisations de configurations ayant des structures électromagnétiques à symétries et géométries simples. Les modèles électromagnétique et géométrique traités sont respectivement linéaires et unidimensionnels ou bidimensionnels mais rarement tridimensionnels. Ces méthodes donnent une solution exacte mais qui n'est pas facile à trouver ou elle n'est pas du tout évidente vu la complexité du problème.

Les modèles analytiques trouvent leur grand intérêt dans l'étude des phénomènes avec mouvement (dynamique) et à effet de peau important (fréquence élevée) dans les induits (charges). Ils apportent aussi des avantages importants en terme de coût de calcul, l'espace mémoire de volume d'informations et de facilité d'exploitation. Les méthodes analytiques trouvent aussi leur grand intérêt lorsqu'elles sont couplées à des méthodes numériques. Parmi les principales méthodes analytiques de résolution des équations aux dérivées partielles [Merzouki 09], [Maouche 07], [Diche 03] :

- La Méthode de Séparation des Variables (MSV)
- La Méthode Intégrale (MI)
- La Méthode de séries exponentielles.

II.9.2 Méthodes numériques

Pour un problème dont la modélisation analytique est plus délicate, un modèle approché peut être obtenu par résolution numérique des équations de Maxwell. L'évolution rapide de l'informatique et des techniques de calcul numérique a contribué largement à l'évolution de ce type de modélisation. L'utilisation des méthodes numériques de discrétisation consiste à ramener la résolution des équations aux dérivées partielles du champ, compte tenu des conditions aux limites à celle d'un système d'équations algébriques dans le domaine d'étude dont la solution conduit à la distribution des champs électromagnétiques. Parmi ces méthodes, nous pouvons citer [Zaoui 08], [Euvrad 87], [Dhatt 84] [Sabonnadière 82]:

- Méthode des Différences Finies (MDF)
- Méthode d'Intégrales de Frontières (MIF)
- Méthode des Volumes Finis (MVF)
- Méthode des Eléments Finis (MEF)

II.10 Conclusion

Pour l'étude des phénomènes se produisant dans les systèmes électromagnétiques, l'évaluation des **champs électriques et magnétiques apparaît comme un travail nécessaire et incontournable**. Ce chapitre a été essentiellement consacré au rappel des équations de l'électromagnétisme que sont les équations de Maxwell et les relations du comportement des milieux considérés, ainsi qu'à leurs **formulations en terme de potentiel vecteur magnétique en coordonnées cartésiennes et cylindriques pour la modélisation des systèmes du (CND) par (CF)**.

En fonction de la nature de la source et des phénomènes à prendre en compte, trois modèles ont été développés. Pour modéliser la configuration réelle du système capteur-pièce, nous avons considéré la configuration multi-spires du capteur en considérant comme seul inconnu du problème le potentiel vecteur magnétique A (Modèle A multi-spires). Ce modèle permet de considérer les effets de proximité dans le capteur, mais possède comme inconvénient majeur le temps nécessaire à la résolution de plus que le nombre de spires augmente. Un autre modèle ayant toujours comme seul inconnu le potentiel vecteur, mais dans lequel on considère un conducteur massif (modèle A conducteur massif) a été ensuite développé pour remédier à ce problème. Ce modèle suppose l'absence des courants induits dans le capteur et ne permet pas la prise en compte de l'effet de peau et des effets de proximité dans ce dernier. Pour jumeler les avantages des deux modèles déjà établis, c'est-à-dire à considérer un conducteur massif avec la prise en compte de tous les phénomènes se produisant dans une configuration réelle du système, l'équation de la densité du courant totale dans le capteur incluant la densité du courant source et celle des courants induits est introduite (Modèle $(A-J)$ conducteur massif) pour considérer l'interaction pièce-capteur dans les deux sens.

Pour analyser les systèmes physiques, en termes de leurs qualités et états de santé, on doit procéder à la résolution des modèles électromagnétiques par l'une des méthodes de résolution qu'on a citées ci-dessus. Le choix de la méthode dépend du degré de la complexité de la géométrie : pour les géométries simples, la résolution se fait par les méthodes analytiques alors que pour les géométries complexes, elle se fait par les méthodes numériques ou semi-analytiques. Parmi les différentes techniques de résolution numérique, la méthode des éléments finis présente l'avantage de pouvoir traiter les géométries complexes et de tenir compte de l'hétérogénéité des matériaux.

Dans notre travail, on procédera à l'analyse de systèmes **de contrôle par courants de Foucault par la Méthode des Eléments Finis (MEF) 2D** qui sera présentée dans le prochain chapitre pour la résolution des modèles établis.

III. Formulation Eléments Finis et calcul des grandeurs globales

Sommaire

III.1 Introduction.....	44
III.2 Démarche de La Méthode des Eléments Finis.....	44
III.3 Formulation éléments finis du modèle magnétodynamique en A	48
III.4 Formulation éléments finis du modèle couplé (A-J).....	53
III.5 Méthodes de calcul de l'impédance du système.....	58
III.6 Conclusion.....	61

III.1 Introduction

Les phénomènes qui décrivent le comportement des dispositifs électromagnétiques sont représentés par des équations aux dérivées partielles (EDP) régissant la répartition spatiale et temporelle des champs vectoriels H et E ou potentiels vecteur A ou scalaire V . En général, la résolution de telles équations ne peut pas être obtenue analytiquement et l'utilisation de méthodes numériques est nécessaire pour avoir une solution approchée du problème [Rachek 07]. Cette résolution numérique donne une précision suffisante pour envisager des applications de conception ou d'optimisation des systèmes électromagnétiques.

Parmi ces méthodes, on distingue la plus utilisée qui est la **Méthode des Eléments Finis (MEF)**. C'est une méthode générale qui s'applique à la majorité des problèmes rencontrés dans la pratique : électrique, thermique, mécanique... etc, stationnaires ou non stationnaires, linéaire ou non linéaire, définis dans un domaine géométrique quelconque à une, deux ou trois dimensions. De plus, elle s'adapte très bien aux milieux hétérogènes souvent rencontrés dans la pratique par l'ingénieur. Son principe consiste à remplacer la forme différentielle des formulations par des équations algébriques à travers l'approximation de l'inconnue sur des points dans le domaine d'étude. [Euvrad 87], [Feliachi 78], [Zaouia 01].

Nous débuterons ce chapitre par une représentation de la méthode des Eléments Finis utilisée dans le cadre de nos travaux, on s'intéressera à la résolution des équations aux dérivées partielles régissant les phénomènes électromagnétiques intervenant dans les systèmes du (CND) par (CF) dans une configuration bidimensionnelle. Pour ce faire, les modèles développés précédemment, seront formulés en utilisant la méthode projective de Galerkin, ce qui permet d'obtenir des systèmes d'équations algébriques dont la résolution est relativement rapide. La solution ainsi obtenue fournit une approximation des grandeurs locales (champs magnétique et électriques par exemple). Ces grandeurs sont exploitées par la suite pour déterminer les grandeurs globales (flux, courants, inductances, résistances...).

Nous allons présenter par la suite les différentes méthodes de calcul de l'impédance du système capteur-pièce, qui est la grandeur résultante de la topologie des courants de Foucault et qui nous informera sur l'état dimensionnel, physique et de santé du matériau à contrôler.

III.2 Démarche de La Méthode des Eléments Finis

Les principales étapes de la mise en oeuvre de la méthode des éléments finis sont représentées dans le synoptique de la figure III.1

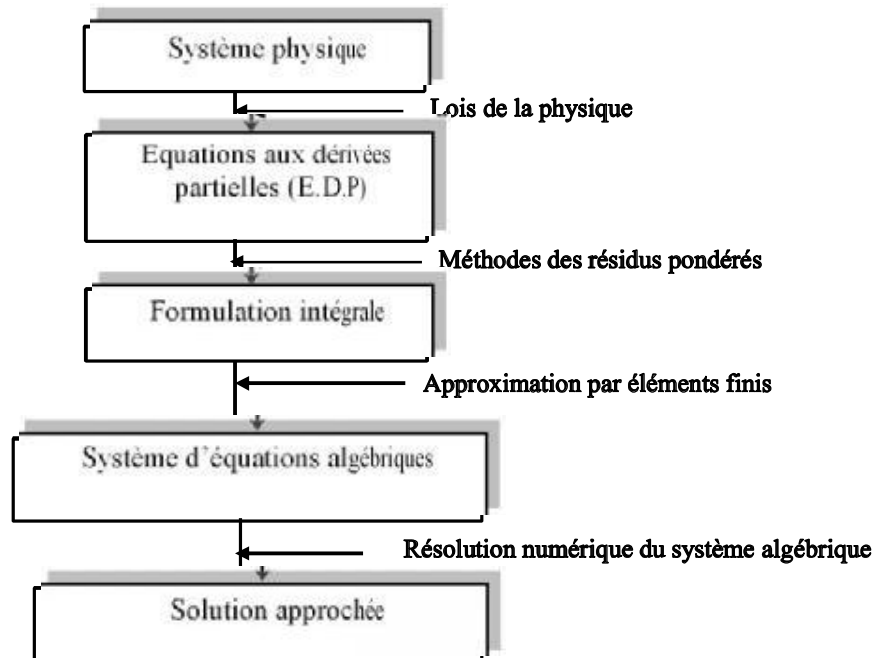
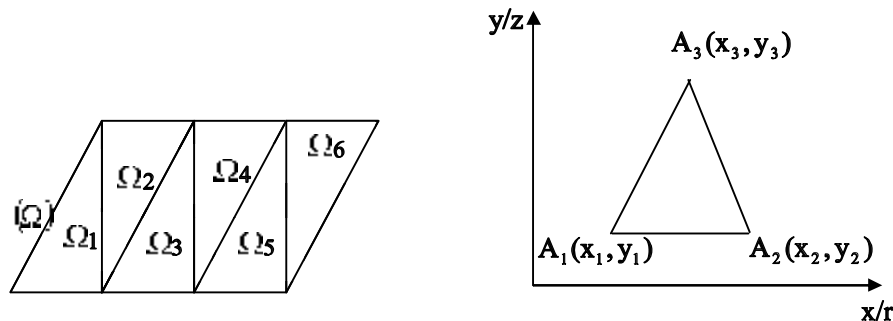


Figure III.1- Etapes de la mise en œuvre de la méthode des éléments finis.

III.2.1 Discrétisation spatiale (Maillage)

La résolution des problèmes physiques par la méthode des éléments finis, nécessite de subdiviser la région où se déroule le phénomène étudié Ω en petites sous régions Ω^e (figure III.2) appelées éléments finis constituant le maillage élément finis. Parmi les types d'éléments utilisés dans la majorité des cas bidimensionnels, on rencontre les éléments triangulaires, les éléments rectangulaires et quadrilatéraux [Bendjima 96], [Dhatt 84].

Dans une configuration triangulaire, chaque élément est déterminé par trois nœuds. Au total, le maillage produit N_e éléments et N_n nœuds. Dans les zones où une plus grande précision des résultats est nécessaire, il faut procéder au remaillage de ces dernières, ce qui conduit à un temps de calcul plus important.

Figure III.2- Découpage en éléments finis du domaine Ω et repérage d'un élément fini

III.2.2 D'une équation différentielle vers une équation intégrale

La MEF ne s'applique pas directement aux EDP, mais à une formulation intégrale qui est équivalente **au problème à résoudre. Cette formulation intégrale** constitue une substitution à la forme d'équations **aux dérivées partielles et de leurs conditions aux limites associées au phénomène à étudier. Le passage** d'une EDP à une équation intégrale se fait en utilisant l'une des deux approches suivantes [Sabonnadière 88], [Feliachi 78], [Bendjima 96] :

III.2.2.1 Formulation variationnelle

L'utilisation de cette méthode nécessite la connaissance de la fonctionnelle d'énergie du système **physique, équivalente au problème différentiel que l'on veut résoudre, elle s'exprime par :**

$$f(A) = \int_{\Omega} L \, d\Omega \quad (\text{III.1})$$

$L = w_c - w_p$: **Lagrangien construit à partir de la différence entre l'énergie cinétique et l'énergie potentielle.**

Le principe de cette méthode consiste à trouver une fonctionnelle à partir de l'EDP telle que le **minimum de celle-ci** correspond à la solution de l'EDP sous les conditions aux limites.

La minimisation de la fonctionnelle $f(A)$ est effectuée par le principe de Rayleigh Ritz qui consiste à écrire :

$$\frac{\partial f(A)}{\partial A_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial f(A)}{\partial A_1} = \frac{\partial f(A)}{\partial A_2} = \dots = \frac{\partial f(A)}{\partial A_n} = 0 \quad (\text{III.2})$$

n : Nombre de nœuds du domaine d'étude.

A_i : Inconnu au nœud i du domaine.

III.2.2.2 Formulation résidus pondérés

La méthode des résidus pondérés présente un intérêt particulier par rapport à la formulation variationnelle car elle ne nécessite pas la connaissance au préalable de la fonctionnelle d'énergie. Le principe de la méthode des résidus pondérés consiste à chercher la solution approchée du problème en partant directement des EDP exprimées sous forme générale par :

$$L(A) = -f \quad \text{Sur un domaine } \Omega \quad (\text{III.3})$$

$$G(A) = g \quad \text{Sur la frontière } \Gamma \quad (\text{III.4})$$

La méthode des résidus pondérés consiste à déterminer les valeurs du potentiel vecteur magnétique A permettant d'annuler l'intégrale du résidu donné par :

$$\int_{\Omega} \alpha_i R_i d\Omega = \int_{\Omega} \alpha_i (L(A) - f) d\Omega = 0 \quad (\text{III.5})$$

R_i : Résidu de l'approximation.

f : Fonction source définie sur le domaine Ω .

α_i : Fonction de pondération ou de projection.

G, L : Opérateurs différentiels.

On se limitera dans ce qui suit, à présenter la méthode projective de Galerkin qui consiste à choisir des fonctions de pondération identiques aux fonctions de formes de la fonction d'approximation, pour obtenir un système algébrique symétrique dont la résolution devient relativement rapide.

III.2.3 Approximation nodale

La fonction inconnue, en l'occurrence le vecteur potentiel, dans un élément du découpage peut être approchée par des fonctions d'approximation dites de forme, dont l'expression varie d'un type d'élément à un autre. Ces fonctions d'approximation doivent assurer la continuité du potentiel aux interfaces des éléments.

La valeur approchée du potentiel dans un point du domaine (Ω) est donnée par :

$$A = \sum_{j=1}^{N_n} \alpha_j A_j \quad (\text{III.6})$$

La relation (III.6) représente la fonction d'approximation du potentiel vecteur A sous sa forme discrétisée pour chaque nœud du maillage.

A : Fonction d'approximation.

α_j : Fonction de forme associée au nœud j du domaine.

A_j : Inconnu au nœud j .

III.2.4 Système matriciel d'équations et résolution

Suite à la formulation intégrale et à la discrétisation, nous obtenons un système matriciel d'équations dont les inconnus sont les valeurs du potentiel vecteur aux nœuds du domaine. La résolution de ce système constituera la dernière étape de la méthode des éléments finis. Après l'assemblage, le système algébrique à résoudre prendra la forme suivante:

$$[K][A] = [F] \quad (\text{III.7})$$

$[A]$ est un vecteur dont les composantes sont les inconnus du problème représentant les valeurs nodales du potentiel vecteur magnétique, $[K]$ est une matrice symétrique dont les composantes sont fonction des propriétés magnétique des matériaux et de la géométrie du maillage, $[F]$ est un vecteur fonction des sources du champ.

Ce système est linéaire lorsque la matrice $[K]$ ne dépend pas de $[A]$. La précision de la MEF est limitée par les dimensions du système à résoudre.

Les méthodes de résolution de système linéaire peuvent être classées en deux catégories [Lascaux 94], [Nougier 91]:

- Les méthodes directes qui conduisent à la solution en un nombre d'opérations connu. Nous citons la méthode de Crammer, la méthode de Cholesky.
- Les méthodes itératives qui conduisent à la solution par une succession d'amélioration d'une solution approchée, le nombre d'itérations nécessaire est difficile à prévoir, il dépend de la structure de la matrice. Nous citons la méthode Jacobi, la méthode de Gauss-Seidel, la méthode de relaxation.

Les méthodes directes sont commodes pour les systèmes denses d'ordre peu élevé. Alors que les méthodes itératives sont mieux adaptées aux matrices d'ordre élevé comportant de nombreux éléments nuls.

III.3 Formulation éléments finis du modèle magnétodynamique en A

III.3.1 Modèle magnétodynamique cartésien

III.3.1.a Cas linéaire isotrope

L'équation électromagnétique (II.26) exprimée en potentiel vecteur magnétique en coordonnées cartésiennes s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) - \sigma j \omega A_z = -J_{sz} \quad (\text{III.8})$$

La formulation intégrale de l'équation (III.8) en utilisant la méthode projective de Galerkin sera :

$$\iint_{\Omega_i} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) - j \omega \sigma A_z \right] dx dy = \iint_{\Omega_i} J_{sz} dx dy \quad (\text{III.9})$$

L'application du théorème de Green, nous permet d'écrire :

$$\begin{aligned}
 & \left[\iint_{\Omega} \alpha_i \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\beta} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\beta} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right] dx dy \right. \\
 & \left. = - \iint_{\Omega} \frac{1}{\beta} \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) dx dy + \int_{\Gamma} \frac{1}{\beta} \frac{\partial A_z}{\partial x} \alpha_i \cos(n, x) + \frac{\partial A_z}{\partial y} \alpha_i \cos(n, y) d\Gamma \right] \quad (III.10)
 \end{aligned}$$

Où $\cos(n, x)$ et $\cos(n, y)$ représentent les cosinus directeurs au point considéré de la frontière (1) du domaine de résolution.

L'équation (III.9) peut être réécrite comme suit :

$$\iint_{\Omega} \frac{1}{\beta} \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) dx dy - \int_{\Gamma} \frac{1}{\beta} \alpha_i \frac{\partial A_z}{\partial n} d\Gamma + \iint_{\Omega} j \cos \alpha_i A_z dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i J_{sz} dx dy \quad (III.11)$$

En considérant des conditions aux limites type Dirichlet ou Neumann homogènes, le terme sur la frontière s'annule :

$$\int_{\Gamma} \frac{1}{\beta} \alpha_i \frac{\partial A_z}{\partial n} d\Gamma = 0$$

L'expression (III.11) devient alors :

$$\iint_{\Omega} \frac{1}{\beta} \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) dx dy + \iint_{\Omega} j \cos \alpha_i A_z dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i J_{sz} dx dy \quad (III.12)$$

En remplaçant A par sa fonction d'approximation définie par (III.6) dans (III.12), on obtient :

$$\sum_{j=1}^{N_n} \left[\iint_{\Omega} \frac{1}{\beta} \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \frac{\partial \alpha_j}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \frac{\partial \alpha_j}{\partial y} \right) A_j dx dy + j \cos \alpha_i \iint_{\Omega} \alpha_j A_j dx dy \right] = \iint_{\Omega} \alpha_i J_{sz} dx dy \quad (III.13)$$

Avec :

$$i, j = 1, \dots, N_n$$

L'équation (III.13) peut être écrite sous une forme condensée de la manière suivante :

$$\sum_{j=1}^{N_n} \left[\iint_{\Omega} \frac{1}{\beta} \text{grad}(\alpha_i) \text{grad}(\alpha_j) dx dy + j \cos \alpha_i \iint_{\Omega} \alpha_j dx dy \right] A_j = \iint_{\Omega} \alpha_i J_{sz} dx dy \quad (III.14)$$

En écrivant cette équation pour tous les nœuds du domaine, on obtient le système matriciel à résoudre donnée par l'expression suivante :

$$[M].[A] - j\omega [K].[A] = [F] \quad (\text{III.15})$$

Avec :

$$M_{ij} = \iint_{\Omega} \frac{1}{\mu} \text{grad}(\phi_i) \cdot \text{grad}(\phi_j) dx dy$$

$$K_{ij} = \iint_{\Omega} \sigma \phi_i \cdot \phi_j dx dy$$

$$F_i = \iint_{\Omega} \phi_i J_{sz} dx dy$$

$$J_{sz} = \begin{cases} \frac{I_{cond}}{S_{cond}} & i = 1, \dots, N_s \quad \text{Conducteur multi - spires} \quad (\text{III.16.a}) \\ \frac{N_s I_{cond}}{S} & \text{Conducteur massif} \quad (\text{III.16.b}) \end{cases}$$

Le système (III.15) représente, en considérant respectivement les relations (III.16.a) et (III.16.b) le modèle (A) avec un conducteur multi-spaires et le modèle (A) avec un conducteur massif en coordonnées cartésiennes.

En annulant le terme $j\omega$ dans l'équation (III.15), on obtient la formulation éléments finis du modèle magnétostatique et le système matriciel à résoudre est de la forme:

$$[M].[A] = [F] \quad (\text{III.17})$$

III.3.1.b Cas linéaire anisotrope

L'équation électromagnétique (II.28) exprimée en potentiel vecteur magnétique en considérant l'anisotropie magnétique, s'écrit en coordonnées cartésiennes comme suit :

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu_{yy}} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu_{xx}} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right) = j\omega A_z - J_{sz} \quad (\text{III.18})$$

En adoptant la même démarche qu'au cas précédent, on abouti à :

$$\sum_{j=1}^{Nn} \left[\iint_{\Omega} \left(\frac{1}{\mu_{yy}} \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial \alpha_j}{\partial x} \right) + \frac{1}{\mu_{xx}} \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial \alpha_j}{\partial y} \right) \right) A_j dx dy + j\omega \iint_{\Omega} \left(\alpha_i \alpha_j \right) A_j dx dy \right] = \iint_{\Omega} \alpha_i J_{sz} dx dy \quad (III.19)$$

Finalement, le système matriciel à résoudre est donné comme suit :

$$[M] \cdot [A] - j\omega [K] \cdot [A] = [F] \quad (III.20)$$

Avec:

$$M_{ij} = \iint_{\Omega} \left(\frac{1}{\mu_{yy}} \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial \alpha_j}{\partial x} \right) + \frac{1}{\mu_{xx}} \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial \alpha_j}{\partial y} \right) \right) dx dy$$

Les termes K_{ij} , et F_i sont les mêmes que ceux obtenus précédemment.

III.3.2 Modèle magnétodynamique en coordonnées cylindriques

III.3.2.a Cas linéaire isotrope

L'équation électromagnétique exprimée en potentiel vecteur magnétique ($A^* = r A_z$) en coordonnées cylindriques s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A^*}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A^*}{\partial z} \right) - \frac{\sigma}{r} j\omega A^* = -J_{sz} \quad (III.21)$$

La formulation intégrale de l'équation (III.21) est donnée par :

$$\iint_{\Omega} \left(\alpha_i \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A^*}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A^*}{\partial z} \right) - \frac{\sigma}{r} j\omega A^* \right) dr dz = - \iint_{\Omega} \alpha_i J_{sz} dr dz \quad (III.22)$$

L'application du théorème de Green, permet d'écrire :

$$\begin{aligned} & \iint_{\Omega} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \frac{\partial A^*}{\partial r} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial A^*}{\partial z} \right) \frac{dr dz}{r} - \int_{\Gamma} \frac{1}{r} \alpha_i \frac{\partial A^*}{\partial n} \frac{dl}{r} - j\omega \iint_{\Omega} \alpha_i \sigma A^* \frac{dr dz}{r} \\ & = \iint_{\Omega} \alpha_i J_{sz} dr dz \end{aligned} \quad (III.23)$$

En considérant des conditions aux limites de type Dirichlet ou Neumann homogène, le terme sur la frontière s'annule :

$$\int_{\Omega} \alpha_i \frac{\partial(A)}{\partial n} d\Gamma = 0$$

L'expression (III.23) devient alors :

$$\left[\int_{\Omega} \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial A}{\partial z} \right) dr dz + j\omega \int_{\Omega} \alpha_i \sigma A \frac{dr dz}{r} \right] = \int_{\Omega} \alpha_i J_{s1} dr dz \quad (III.24)$$

En remplaçant (III.6) dans (III.24), on obtient :

$$\sum_{j=1}^{N_n} \left[\int_{\Omega} \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \frac{\partial \alpha_j}{\partial r} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} \right) A_j \frac{dr dz}{r} + j\omega \int_{\Omega} \alpha_i \alpha_j \sigma A_j \frac{dr dz}{r} \right] = \int_{\Omega} \alpha_i J_{s1} dr dz \quad (III.25)$$

En écrivant (III.25) sous une forme condensée, on obtient:

$$\sum_{j=1}^{N_n} \left[\int_{\Omega} \frac{1}{r} \text{grad}(\alpha_i) \text{grad}(\alpha_j) \frac{dr dz}{r} + j\omega \int_{\Omega} \alpha_i \alpha_j \sigma \frac{dr dz}{r} \right] A_j = \int_{\Omega} \alpha_i J_{s1} dr dz \quad (III.26)$$

En écrivant cette équation pour tous les nœuds du domaine, on obtient le système matriciel à résoudre suivant:

$$[M] \cdot [A] + j\omega [K] \cdot [A] = [F] \quad (III.27)$$

Avec :

$$M_{ij} = \int_{\Omega} \frac{1}{r} \text{grad}(\alpha_i) \cdot \text{grad}(\alpha_j) \frac{dr dz}{r}$$

$$K_{ij} = \int_{\Omega} \alpha_i \alpha_j \sigma \frac{dr dz}{r}$$

$$F_i = \int_{\Omega} \alpha_i J_{s1} \frac{dr dz}{r}$$

$$J_{s1} = \begin{cases} I_{cond} \\ S_{cond} \end{cases} \quad i = 1, \dots, N_s \quad \text{Conducteur multi - spires} \quad (III.28.a)$$

$$\begin{cases} N_s I_{cond} \\ S \end{cases} \quad \text{Conducteur massif} \quad (III.28.b)$$

Le système (III.27) représente, en considérant respectivement les relations (III.28.a) et (III.28.b) le modèle (A) avec un conducteur multi-spires et le modèle (A) avec un conducteur massif en coordonnées cylindriques.

III.3.2.b Cas linéaire anisotrope

L'équation électromagnétique (II.28) s'écrit en coordonnées cylindriques comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\mu_z} \frac{\partial A^*}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A^*}{\partial z} \right) - \frac{\sigma}{r} j\omega A^* = -J_{s1} \quad (\text{III.29})$$

En adoptant la même démarche qu'au cas précédent, on abouti à :

$$\sum_{j=1}^{Nn} \left[\iint_{\Omega} \frac{1}{\mu_z} \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \cdot \frac{\partial \alpha_j}{\partial r} \right) + \frac{1}{\mu_r} \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \cdot \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} \right) \right] A_j^* \frac{drdz}{r} + j\omega \iint_{\Omega} \left(\alpha_i \cdot \alpha_j \right) A_j^* \frac{drdz}{r} = \iint_{\Omega} \alpha_i J_s drdz \quad (\text{III.30})$$

D'où, le système matriciel à résoudre :

$$[M] \cdot [A] - j\omega [K] \cdot [A] = [F]$$

Avec:

$$M_{ij} = \iint_{\Omega} \left(\frac{1}{\mu_z} \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \cdot \frac{\partial \alpha_j}{\partial r} \right) + \frac{1}{\mu_r} \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \cdot \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} \right) \right) \frac{drdz}{r}$$

Les termes K_{ij} , et F_i sont les mêmes que ceux obtenus au cas précédent.

III.4 Formulation éléments finis du modèle couplé (A-J)

III.4.1 Modèle cartésien

Le modèle (A-J) décrit par les équations (II.43), (II.44.a) et (II.44.b), en coordonnées cartésiennes s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned}
& 0 & \text{Air} \\
& \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) + \frac{j\omega\sigma}{j\omega\sigma_s} \left(A_z - G_1 \right) & \text{Charge} \\
& & \text{Source 1} \\
& & \text{Source 2}
\end{aligned} \quad (III.31)$$

$$j\omega\sigma_s \cdot \left(A_z + G_1 \right) = J_{s1}^{tot} \quad (III.32.a)$$

$$j\omega\sigma_s \cdot \left(A_z + G_2 \right) = -J_{s2}^{tot} \quad (III.32.b)$$

La formulation éléments finis de l'équations (III.31) ainsi que l'intégration des équations des densités de courant totales (III.32.a) et (III.32.b) respectivement sur la surface des deux conducteurs avec l'approximation du potentiel vecteur magnétique A permettent d'aboutir au système d'équations suivant :

$$\begin{aligned}
& \sum_{j=1}^{Nn} \left(\iint_{\Omega_{air}} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \frac{\partial \alpha_j}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \frac{\partial \alpha_j}{\partial y} \right) d\Omega \right) A_j \\
& - j\omega\sigma_{ch} \sum_{j=1}^{Nn} \left[\iint_{\Omega_{ch}} \alpha_i \alpha_j d\Omega_{ch} \right] A_{chj} \\
& + j\omega\sigma_s \left\{ \sum_{j=1}^{Nn} \left[\iint_{\Omega_{s1}} \alpha_i \alpha_j d\Omega_{s1} \right] A_{sj} - \sum_{j=1}^{Nn} \left[\iint_{\Omega_{s1}} \alpha_i d\Omega_{s1} \right] G_1 \right\} \\
& - j\omega\sigma_s \left\{ \sum_{j=1}^{Nn} \left[\iint_{\Omega_{s2}} \alpha_i \alpha_j d\Omega_{s2} \right] A_{sj} - \sum_{j=1}^{Nn} \left[\iint_{\Omega_{s2}} \alpha_i d\Omega_{s2} \right] G_2 \right\}
\end{aligned} \quad (III.33)$$

$$j\omega\sigma_s \cdot \sum_{j=1}^{Nn} \left[\iint_{\Omega_{s1}} \alpha_j d\Omega_{s1} \right] A_{sj} + j\omega\sigma_s \cdot \sum_{j=1}^{Nn} \left[\iint_{\Omega_{s1}} d\Omega_{s1} \right] G_1 - I_{s1}^{tot} \quad (III.34.a)$$

$$- j\omega\sigma_s \cdot \sum_{j=1}^{Nn} \left[\iint_{\Omega_{s2}} \alpha_j d\Omega_{s2} \right] A_{sj} + j\omega\sigma_s \cdot \sum_{j=1}^{Nn} \left[\iint_{\Omega_{s2}} d\Omega_{s2} \right] G_2 - I_{s2}^{tot} \quad (III.34.b)$$

Avec:

I_{s1}^{tot} et I_{s2}^{tot} : sont respectivement le courant total traversant la première et la deuxième bobine.

L'écriture sous forme matricielle du système d'équations formé par (III.33), (III.34.a) et (III.34.b) est de la forme [Rachek 08]:

$$\begin{bmatrix} [M + j\omega K] & -j\omega\sigma_s [Q_{s1} & Q_{s2}] \\ j\omega\sigma_s \begin{bmatrix} Q_{s1} \\ Q_{s2} \end{bmatrix} & j\omega\sigma_s \begin{bmatrix} W_{s1} & 0 \\ 0 & W_{s2} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ G_{s1} \\ G_{s2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ I_{s1}^{tot} \\ -I_{s2}^{tot} \end{bmatrix} \quad (III.35)$$

Les matrices des densités de courant sont $Q_{s1}(np,1)$, $Q_{s2}(np,1)$ et $W_{s1}(1,1)$, $W_{s2}(1,1)$.

$$\text{avec : } Q_{si} = \int_{\Omega} \omega_i d\Omega_{si}$$

$$W_{si} = \int_{\Omega} d\Omega_{si} \quad i=1,2$$

Le système (III.35) représente le modèle couplé (A-J) avec un conducteur massif en coordonnées cartésiennes.

III.4.2 Modèle en coordonnées cylindriques

Le modèle (A-J) décrit par les équations (II.43), (II.44.a) et (II.44.b), en coordonnées cylindriques s'écrit comme suit :

$$\begin{array}{ccc} 0 & \text{Air} & \\ & & \\ j\omega\sigma_s \frac{A}{r} & \text{Charge} & \\ \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\mu} \frac{1}{r} \frac{\partial A^*}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu} \frac{1}{r} \frac{\partial A^*}{\partial z} \right) & j\omega\sigma_s \left(\frac{A^*}{r} - G_1 \right) & \text{Source 1} \\ & & \\ j\omega\sigma_s \left(\frac{A^*}{r} - G_2 \right) & \text{Source 2} & \end{array} \quad (III.36)$$

$$j\omega\sigma_s \left[\frac{A^*}{r} + G_1 \right] = J_{s1}^{tot} \quad (III.37.a)$$

$$j\omega\sigma_s \left[\frac{A^*}{r} + G_2 \right] = J_{s2}^{tot} \quad (III.37.b)$$

Sachant que la densité du courant source dans le conducteur est donnée en fonction du potentiel électrique modifié par : $J_s = j\omega\epsilon_0 G$.

avec $J_s = -\sigma_s \text{grad} V$

$\text{grad} V$ représente le gradient du potentiel électrique dans les conducteurs qui est constant sur la section de chaque conducteur.

Le potentiel électrique modifié G , s'écrit alors :

$$G = \frac{\text{grad} V}{j\omega} \quad (\text{III.38})$$

Si on désigne par L_k la longueur d'un conducteur selon la direction φ , l'expression de la tension appliquée à ses bornes est :

$$\Delta V = L_k (\text{grad} V_k) \quad (\text{III.39})$$

Dans les géométries cylindriques de rayon r_k pour la spire k , on a :

$$L_k = 2\pi r_k \quad (\text{III.40})$$

En considérant la relation (III.39) et (III.40), le potentiel électrique modifié G sur le conducteur massif

$$\text{s'écrit sous la forme: } G = -\frac{\Delta V}{j\omega 2\pi r_k} \quad (\text{III.41})$$

En remplaçant (III.41), les équations (III.36), (III.37.a) et (III.37.b) deviennent:

0	Air	
$j\omega\epsilon_0 \text{ch} \cdot \frac{A''}{r}$	Charge	
$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\mu} \frac{1}{r} \frac{\partial A''}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu} \frac{1}{r} \frac{\partial A''}{\partial z} \right) = j\omega\epsilon_0 \left[s \cdot \frac{A''}{r_k} + \frac{1}{j\omega 2\pi} \frac{\Delta V_1}{r_k} \right]$	Source 1	(III.42)
$j\omega\epsilon_0 \left[s \cdot \frac{A''}{r_k} + \frac{1}{j\omega 2\pi} \frac{\Delta V_2}{r_k} \right]$	Source 2	
$j\omega\epsilon_0 \left[s \cdot \left(\frac{A''}{r_k} - \frac{1}{j\omega 2\pi} \frac{\Delta V_1}{r_k} \right) \right] = J_{s1}^{tot}$		(III.43.a)
$j\omega\epsilon_0 \left[s \cdot \left(\frac{A''}{r_k} - \frac{1}{j\omega 2\pi} \frac{\Delta V_2}{r_k} \right) \right] = J_{s2}^{tot}$		(III.43.b)

La formulation éléments finis de l'équations (III.42) ainsi que l'intégration des équations des densités de courant totales (III.43.a) et (III.43.b) respectivement sur la surface des deux conducteurs avec l'approximation du potentiel vecteur magnétique A, permettent d'aboutir aux équations suivantes :

$$\sum_{j=1}^{Nn} \left[\frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \frac{\partial \Omega_j}{\partial r} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \frac{\partial \Omega_j}{\partial z} \right) \frac{d\Omega_j}{r} \right] A_j = 0 \quad \Omega_{air}$$

$$- j\omega \sigma_{ch} \sum_{j=1}^{Nn} \left[\left(\int_{\Omega_c} \alpha_i \alpha_j \frac{d\Omega_{ch}}{r} \right) A_{chj} \right] \quad \Omega_{ch}$$

$$- j\omega \sigma_s \left[\sum_{j=1}^{Nn} \left(\int_{\Omega_{s1}} \frac{\alpha_i \alpha_j}{r_k} d\Omega_{s1} \right) A_{sj} + \sum_{j=1}^{Nn} \left[\left(\int_{\Omega_{s1}} \frac{\alpha_i}{r_k} \frac{1}{j\omega 2\pi} \Delta V_1 d\Omega_{s1} \right) \right] \right] \quad \Omega_{s1}$$

$$- j\omega \sigma_s \left[\sum_{j=1}^{Nn} \left(\int_{\Omega_{s2}} \frac{\alpha_i \alpha_j}{r_k} d\Omega_{s2} \right) A_{sj} + \sum_{j=1}^{Nn} \left[\left(\int_{\Omega_{s2}} \frac{\alpha_i}{r_k} \frac{1}{j\omega 2\pi} \Delta V_2 d\Omega_{s2} \right) \right] \right] \quad \Omega_{s2} \quad (III.44)$$

$$- j\omega \sigma_s \sum_{j=1}^{Nn} \left[\left(\int_{\Omega_{s1}} \frac{\alpha_j}{r_k} d\Omega_{s1} \right) A_{sj} - j\omega \sigma_s \sum_{j=1}^{Nn} \left[\left(\int_{\Omega_{s1}} \frac{1}{j\omega 2\pi} \Delta V_1 \frac{d\Omega_{s1}}{r_k} \right) \right] \right] I_{s1}^{tot} \quad (III.45.a)$$

$$j\omega \sigma_s \sum_{j=1}^{Nn} \left[\left(\int_{\Omega_{s2}} \frac{\alpha_j}{r_k} d\Omega_{s2} \right) A_{sj} - j\omega \sigma_s \sum_{j=1}^{Nn} \left[\left(\int_{\Omega_{s2}} \frac{1}{j\omega 2\pi} \Delta V_2 \frac{d\Omega_{s2}}{r_k} \right) \right] \right] I_{s2}^{tot} \quad (III.45.b)$$

L'écriture sous forme matricielle du système d'équations précédent est de la forme:

$$\begin{bmatrix} [M + j\omega K] & \frac{\sigma_s}{2\pi} [Q_{s1} \quad Q_{s2}] \\ j\omega \sigma_s \begin{bmatrix} Q_{s1} \\ Q_{s2} \end{bmatrix} & \frac{\sigma_s}{2\pi} \begin{bmatrix} W_{s1} & 0 \\ 0 & W_{s2} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ I_{s1}^{tot} \\ I_{s2}^{tot} \end{bmatrix} \quad (III.46)$$

$$\text{avec : } Q_{si} = \int_{\Omega} \frac{\alpha_i}{r_k} d\Omega_{si}$$

$$W_{si} = \int_{\Omega} \frac{d\Omega_{si}}{r_k} \quad i=1,2$$

Le système (III.46) représente le modèle couplé (A-J) avec un conducteur massif en coordonnées cylindriques.

III.5 Méthodes de calcul de l'impédance du système

Une fois les valeurs du potentiel vecteur magnétique en tout nœud de la région maillée sont déterminées, l'impédance de la bobine qui est notre paramètre d'intérêt peut être calculée en utilisant l'une des trois approches suivantes :

III.5.1 Impédance à travers les énergies électromagnétiques

Le comportement électromagnétique de l'ensemble bobine-matériau à contrôler peut-être étudié au moyen d'une analogie électrique : un circuit constitué de deux bobines couplées de manière inductive est équivalent à un seul circuit dont les paramètres sont ramenés à la bobine source. D'après cette équivalence, l'énergie magnétique du système (capteur - pièce) est égale à l'énergie magnétique du circuit équivalent. Il en est de même pour l'énergie dissipée par effet Joule.

La résistance R vue par le capteur peut-être évaluée à travers le calcul de la puissance perdue par effet Joule [Maouche 07], [Bakhtiari 99], [Ida 88], [Durand 68]:

$$W_J = \int_V \frac{J^2}{\sigma} d\Omega, \quad W_J = RI^2 \rightarrow R = \frac{W_J}{I^2} \quad (\text{III.47})$$

De même l'énergie magnétique emmagasinée nous permet de déduire l'inductance L du système [Maouche 07], [Bakhtiari 99], [Ida 88] .

$$W_m = \frac{1}{2} \int_V \frac{B^2}{\mu} d\Omega, \quad W_m = \frac{1}{2} LI^2. \text{ D'où } L = \frac{2W_m}{I^2} \quad (\text{III.48})$$

Ce qui permet de déduire l'impédance du système comme suit :

$$Z = (R + jX) = \frac{1}{I^2} (W_J + j\omega 2W_m) \quad (\text{III.49})$$

Avec :

R : Résistance vue par le capteur.

X : Réactance vue par le capteur.

I : Courant traversant le capteur.

W_J : Energie correspondant aux pertes joule dans le conducteur.

W_m : Energie magnétique emmagasinée dans tout l'espace.

III.5.2 Impédance à travers l'induction ou le flux magnétique

L'impédance du bobinage peut-être calculée à l'aide d'une méthode générale reposant sur le calcul du flux ou de l'induction magnétique.

Considérons une bobine de section S composée de N_s conducteurs, parcourus par un courant I_{cond} .

Le flux traversant un tube de courant d'un rayon r et de section S' , est donné par l'expression suivante :

$$d\Phi = k \int_{S'} \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot d\vec{s}' \quad (III.50)$$

k étant le nombre de conducteurs contenus dans S' .

Sachant la relation (II.18), L'équation (III.50) devient alors :

$$d\Phi = k \int_{S'} r \vec{\omega} \cdot \vec{A} \cdot \vec{n} \cdot d\vec{s}' \quad (III.51)$$

L'application du théorème du rotationnel, nous permet d'écrire

$$d\Phi = k \int_C \vec{A} \cdot d\vec{l} \quad (III.52)$$

Avec C : contour fermé s'appuyant sur S' .

Après intégration de l'expression (III.52), on a :

$$d\Phi = k \cdot 2\pi \cdot r A \quad (III.53)$$

En considérant la relation (II.33). On obtient :

$$d\Phi = k \cdot 2\pi \cdot r A_r(r, z) \quad (III.54)$$

Le flux total traversant la bobine, est alors donné par :

$$\Phi = \int_S d\Phi \cdot ds = \int_S k \cdot 2\pi \cdot r A_r \cdot ds \quad (III.55)$$

En considérant une répartition uniforme des conducteurs dans la bobine, on aura :

$$k = \frac{N_s}{S}$$

En remplaçant dans (III.55), on trouve Le flux traversant S

$$\Phi = \frac{N_s}{S} \int_S 2\pi \cdot r A_r \cdot ds \quad (III.56)$$

L'impédance est donnée par : $Z = \frac{U}{I_{cond}}$, U étant la tension d'alimentation.

Avec :

$$U = \frac{d\psi}{dt} \quad \text{et} \quad J = I_{cond} \cdot \frac{N_s}{S}$$

En remplaçant dans (III.56), on obtient:

$$Z = \frac{N_s^2}{J.S^2} \int_s \int_s 2.\pi.r \frac{\partial A_t}{\partial t} .ds \quad (\text{III.57})$$

Dans le cas d'une alimentation sinusoïdale, le potentiel vecteur est de la forme

$$A = \text{Re}(A) + j.\text{Im}(A) \quad (\text{III.58})$$

L'expression de l'impédance devient :

$$Z = j.\frac{N_s^2}{J.S^2} \omega \int_s \int_s 2.\pi.r A .ds \quad (\text{III.59})$$

En introduisant la relation (III.58), on obtient la nouvelle expression de l'impédance Z du capteur [Diche 03] [Ida 88]:

$$\begin{cases} \text{Re}(Z) = -\frac{N_s^2}{J.S^2} \omega \int_s \int_s 2.\pi.r \text{Im}(A) .ds \\ \text{Im}(Z) = \frac{N_s^2}{J.S^2} \omega \int_s \int_s 2.\pi.r \text{Re}(A) .ds \end{cases} \quad (\text{III.60})$$

III.5.3 Impédance à travers le potentiel électrique modifié G

En plus des deux méthodes de calcul d'impédance déjà présentées, l'impédance du système capteur-pièce peut être déterminée dans le cas du modèle (A-J) en utilisant le potentiel électrique modifié G.

D'après les relations (III.40) et (III.41), la tension au borne d'un conducteur s'écrit comme suit :

$$\Delta V_i = j\omega L_i G_i \quad i=1,2 \quad (\text{III.61})$$

L_i étant la longueur du conducteur i

L'impédance vue par le capteur est donnée par :

$$Z_i = \frac{AV_i}{I_{si}^{tot}} - \frac{j\omega L_i G_i}{I_{si}^{tot}} \quad i=1,2 \quad (\text{III.62})$$

G_i étant déterminé, le courant total étant une donné du problème, L'impédance ainsi vue par le capteur différentiel peut être calculée par :

$$Z = \sum_{i=1}^2 - \frac{j\omega L_i G_i}{I_{si}^{tot}} \quad i=1,2 \quad (\text{III.63})$$

III.7 Conclusion

Les phénomènes physiques qui caractérisent les systèmes électrotechniques sont régit par des équations aux dérivées partielles. Parmi les différentes techniques de résolution numérique de ces équations, la méthode des éléments finis présente l'avantage de pouvoir traiter des géométries complexes et de tenir compte des hétérogénéités des matériaux. Ce chapitre a été consacré à la présentation de cette méthode pour la résolution des équations aux dérivées partielles, permettant ainsi l'étude du comportement des grandeurs électromagnétiques dans les dispositifs électrotechniques en général et les systèmes de contrôle par courant de Foucault en particulier.

Les trois modèles développés précédemment, à savoir le modèle en potentiel vecteur A avec un conducteur multi-spires et le modèle en potentiel vecteur A avec un conducteur massif ainsi que le modèle (A-J) exprimant le couplage entre l'équation électromagnétique en A et la densité de courant totale incluant la densité du courant source et celle des courants induits dans le capteur, sont résolus pour obtenir les grandeurs locales qui sont exploitées pour la détermination des grandeurs globales tel que l'impédance du système capteur-pièce puisque c'est la grandeur qui nous informera sur l'état dimensionnel, physique et de santé du matériau à contrôler. Celle-ci peut être calculée en utilisant l'une des méthodes citées ci-dessus.

La modélisation du mouvement dans les dispositifs de contrôle par courant de Foucault pose le problème de la continuité du champ entre les parties fixes et mobiles. Plusieurs approches ont été développées pour assurer la jonction entre les deux parties. Le prochain chapitre fera l'objet d'une représentation des différentes techniques de simulation du mouvement dans les dispositifs électromagnétiques.

IV. Méthodes de prise en compte du mouvement

Sommaire

IV.1 Introduction.....	62
IV.2 Les techniques de remaillage.....	63
IV.3 Les méthodes analytiques.....	64
IV.4 Les méthodes de raccordement de maillages fixe et mobile.....	66
IV.5 Méthode de la bande géométrique : affectation des propriétés.....	69
IV.6 Conclusion	70

IV .1 Introduction

Les dispositifs électromagnétiques peuvent comporter des parties en mouvement. Il peut s'agir de la rotation pour les machines électriques tournantes ou de translation pour les actionneurs linéaires, lanceurs, électroaimants, dispositif de contrôle non destructif par courant de Foucault. La modélisation numérique de tels systèmes nécessite le développement de techniques permettant la prise en compte du mouvement ce qui a fait l'objet de diverses études.

Pour simuler le mouvement d'un système électromagnétique, lorsqu'on effectue une modélisation avec la méthode des éléments finis, diverses stratégies ou techniques numériques peuvent être envisagées, l'objectif étant d'éviter, entre autre, le remaillage de toute la géométrie, l'adaptation à une large gamme de dispositif et la simplicité d'implémentation. Ces techniques peuvent être classées en deux catégories [Rachek 07], [Shi 05], [Benali 97]:

- Les méthodes directes basées sur l'utilisation d'un seul référentiel indépendant de la position de la partie mobile. Cette méthode n'est plus d'actualité.
- Les méthodes basées sur l'utilisation de deux référentiels, l'un mobile lié à la partie mobile et l'autre fixe lié à la partie fixe.

Bon nombre d'études nécessitent l'utilisation de logiciels élément finis prenant en compte les régimes dynamiques engendrés par le déplacement d'une pièce par rapport aux autres. Ces derniers se caractérisent par des changements au niveau de l'entrefer. Dans le cadre de nos travaux, l'exposé des méthodes de prise en compte du mouvement sera restreint à celle appartenant à la deuxième catégorie ; celle utilisant deux référentiels. Le premier lié à la partie mobile du domaine D_m limité par la frontière Γ_m et le second lié à la partie fixe du domaine D_f limité par la frontière Γ_f . Les parties fixe et mobile sont séparées par un entrefer D_e .

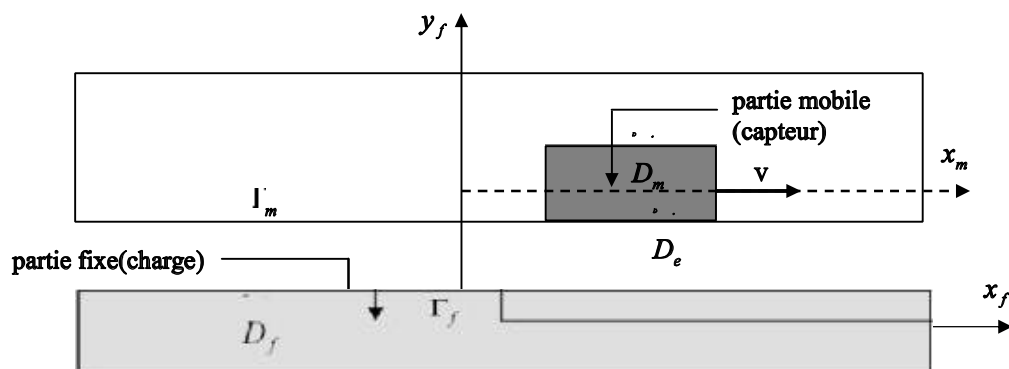


Figure IV.1-Utilisation de deux référentiels

L'objectif de ce chapitre est d'exposer **sommairement les différentes techniques permettant la considération du mouvement dans les systèmes électromagnétiques et plus particulièrement, dans les systèmes de contrôle à courant de Foucault dont le déplacement se fait par translation (déplacement linéaire).**

Le capteur et la cible du système sont considérés dans deux référentiels différents qui sont liés l'un à l'autre par l'application de **différentes techniques**. Dans le système à deux repères, les techniques de prise en compte du mouvement peuvent être classées comme suit [Rachek 07], [Shi 05], [Benali 97], [Perrin 95]:

- les techniques de remaillage (local ou global)
- les méthodes analytiques
- les méthodes de raccordement de maillages fixe et mobile

IV.2 Les techniques de remaillage

IV.2.1 Remaillage complet

Le principe de cette méthode consiste à remailler complètement la géométrie du domaine pour chaque déplacement de la partie mobile, ce qui signifie la nécessité d'existence d'un générateur de maillage automatique capable de produire un maillage optimale et homogène [Perrin 95]. Le remaillage complet impose donc un couplage entre le code de calcul par éléments finis et le mailleur automatique. Dans la plupart des cas, le remaillage automatique est basé sur la géométrie et non sur les données du maillage effectué pour la position précédente, de ce fait, l'homogénéité du maillage n'est pas garantie. Ainsi, on peut se retrouver avec un nombre d'éléments qui varie en fonction de la position [Benali 79]. Cette technique est économique en temps de calcul et espace mémoire lorsque le maillage a un faible nombre d'éléments. De plus, les propriétés de la matrice du système sont inchangées. Mais lorsque la géométrie se complique, cette méthode est jugée trop lourde et coûteuse en terme de temps opérateur avec la difficulté de réaliser le transfert de données sans occasionner une perte de précision en passant d'un pas de calcul à un autre [Mohellebi 01].

IV.2.2 Remaillage partiel : Bande de mouvement

Cette méthode est basée sur le remaillage de l'entrefer D_e à chaque déplacement, en maintenant les domaines fixe D_f et mobile D_m inchangés. Cette technique consiste à créer une bande d'éléments réguliers dans l'entrefer reliant les parties fixe et mobiles, C'est la bande de mouvement ou **roulement**. A chaque déplacement de la partie mobile D_m , la bande de mouvement est démaillée, les noeuds du maillage mobile sont déplacés et la bande est remaillée.

Le remaillage peut être effectué par un mailleur automatique intégré au code de calcul ou en développant un algorithme de connexion des noeuds des bords Γ_m et Γ_f de l'entrefer [Rachek 07], [Benali 97].

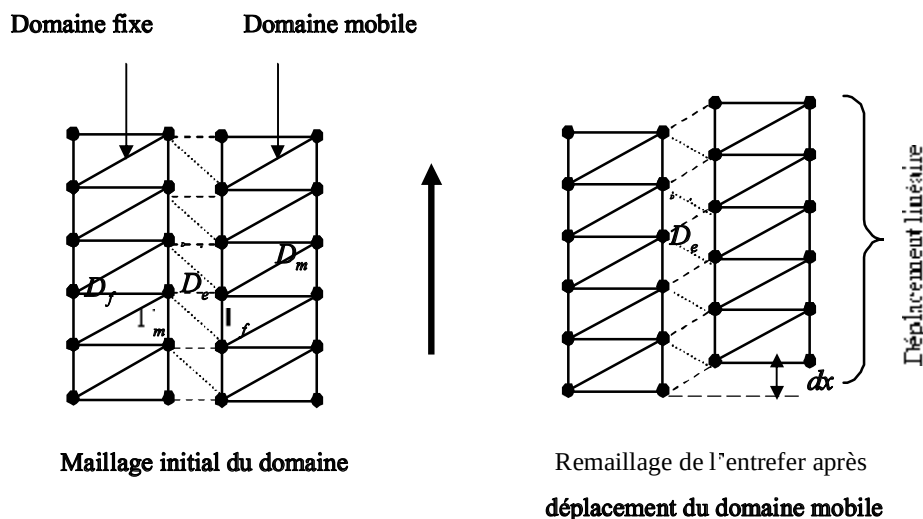


Figure IV.2- Prise en compte du mouvement par la bande de mouvement

L'utilisation de la bande de mouvement permet de garder les propriétés de la matrice éléments finis (creuse et symétrique). Par rapport à la technique de remaillage complet, cette méthode présente comme avantage certain la rapidité d'exécution puisqu'il suffit de corriger uniquement les termes de la matrice élémentaire des éléments situés dans la bande de mouvement. Ces termes sont liés à l'évolution de la forme de ces éléments [Merzouki 09], [Shi 05].

IV.3 Les méthodes analytiques

Afin d'apporter une amélioration dans la démarche de prise en compte du mouvement avec une manipulation plus avantageuse lors du traitement du mouvement, des méthodes appelées mixtes (méthode mixte Intégrales de frontières-éléments finis, méthode couplée éléments finis-macro-élément) ont été mises en œuvre.

IV.3.1 Méthode Intégrales de frontières-éléments finis

Son principe consiste à ramener la solution du problème défini dans une surface à une solution équivalente sur la frontière entourant cette surface qui ne doit pas englober des matériaux non-linéaires. Cette méthode présente une bonne qualité de la solution dans l'entrefer indépendamment du pas de déplacement. Elle est très générale, car elle peut s'appliquer sur les géométries de formes quelconques [Shi 05], [Benali 97].

Cependant, l'utilisation de cette méthode conduit à ajouter, au niveau de la matrice de raideur, une matrice pleine qui relie tous les termes de la frontière. Cela entraîne alors un stockage plus important et des temps de calcul relativement lourds.

IV.3.2 Méthode du macro-élément

La méthode du macro-élément a été appliquée en premier lieu [Feliachi 82] pour la prise en compte du mouvement d'une machine électrique tournante dont les avantages sont la souplesse d'utilisation et la précision des calculs apportée par l'introduction d'un calcul analytique dans la résolution du problème global. Le principe est basé sur l'expression analytique du champ dans un entrefer non maillé vu comme un seul élément fini mais possédant des noeuds sur la partie fixe et mobile. L'entrefer constitue alors une sorte d'élément fini à plusieurs noeuds, d'où le nom de macro-élément.

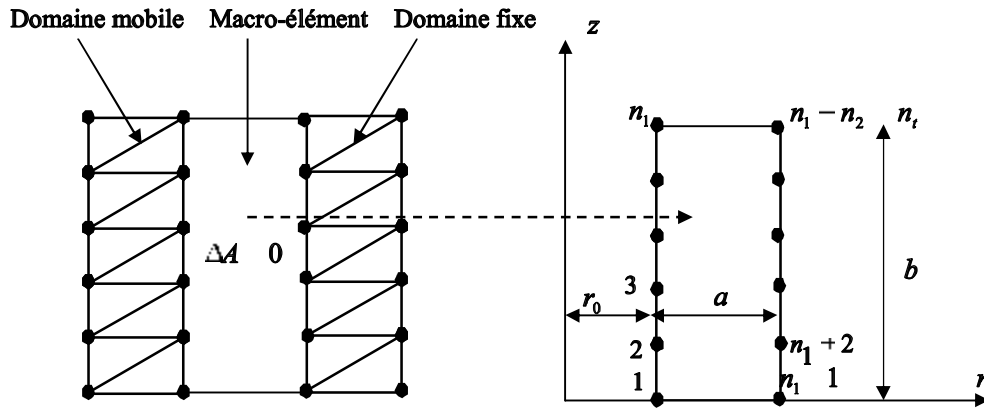


Figure IV.3- Prise en compte du mouvement par macro-élément

La méthode consiste à déterminer une solution analytique de l'équation de Laplace dans l'entrefer par la méthode de séparation des variables. La solution est obtenue par un développement en série de Fourier.

La solution obtenue aussi bien pour $r_1 = r_0$ que pour $r_2 = r_0 + a$ a pour expression [Azzouz 99] :

$$A_r(r, z) = \sum_{i=1}^m \left[\sum_{n=1}^{\infty} B_{ni} \frac{r}{c} \frac{I_1(\lambda_n r)}{I_1(\lambda_n c) - \frac{I_1(\lambda_n c_1)}{K_1(\lambda_n c_1)} K_1(\lambda_n r)} \sin(\lambda_n z) \right] A_i \quad (IV.1)$$

$c = r_1$ et $c_1 = r_2$ si $i = 1, 2, 3, \dots, n_1$

$c = r_2$ et $c_1 = r_1$ si $i = n_1 + 1, n_1 + 2, \dots, n_t$

Avec :

$$\tilde{r}_{v_n} = \frac{n\pi}{b}$$

I_1 et K_1 sont des fonctions de Bessel d'ordre 1, respectivement de 1^{er} et 2nd espèces.

A_i : Valeur du potentiel vecteur A au nœud i de la frontière.

n_1 : Nombre de nœud du macro-élément sur la frontière située à la cordonnée r_0 .

n_t : Nombre total de nœud sur la frontière du macro-élément.

$$B_{mi} = \frac{2}{b} \left[\frac{1}{\lambda_n} \left(1 + \frac{1}{\lambda_n} \right) \frac{1}{z_j - z_{j-1}} \left(\sin \lambda_n (z_j + \Delta z) - \sin \lambda_n (z_{j-1} + \Delta z) \right) + \frac{1}{\lambda_n} \left(1 + \frac{1}{\lambda_n} \right) \frac{1}{z_j - z_{j-1}} \left(\sin \lambda_n (z_{j-1} + \Delta z) - \sin \lambda_n (z_j + \Delta z) \right) \right] \quad (IV.2)$$

Le macro-élément est représenté par sa matrice raideur qu'il faut assembler avec les matrices issues des éléments finis classiques subdivisant les deux parties fixes et mobiles, ce qui donne une matrice pleine au niveau des degrés de libertés liés à $\mathcal{L}_m$ et $\mathcal{L}_f$. De plus, pour obtenir une précision suffisante, il faut utiliser un grand nombre d'harmoniques pour la série de Fourier. Pour ces raisons, le macro-élément engendre des temps de calcul élevé. Néanmoins, il donne des résultats précis et n'impose pas de contrainte sur le choix du déplacement.

IV.4 Les méthodes de raccordement de maillages fixe et mobile

La connexion du maillage fixe et mobile est conduite au niveau d'une interface $\mathcal{L}_e$ qui peut être confondue avec les frontières $\mathcal{L}_m$ et $\mathcal{L}_f$ ou située entre les deux (figure IV.4). Dans cette dernière configuration, une partie du volume entrefer est liée à D_m et l'autre à D_f .

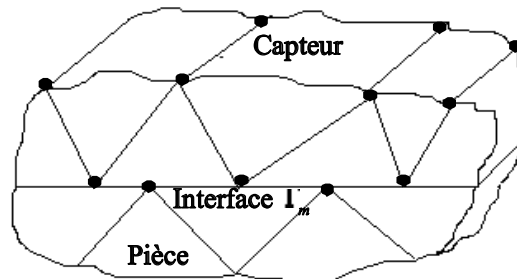


Figure IV.4-Configuration de connexion des maillages capteur et charge

Dans la perspective d'établir cette connexion, plusieurs techniques ont été mises en œuvre :

- Les multiplicateurs de Lagrange.
- La ligne de glissement en 2D.
- La méthode d'interpolation nodale.

IV.4.1 Multiplicateurs de Lagrange

Cette méthode permet le recollement des parties fixe et mobile en utilisant des contraintes additionnelles liées à la continuité du champ ou de l'induction. En d'autres termes, à chaque déplacement, on ajoute des équations qui assurent les conditions de transmissions de H ou de B à l'interface Γ_e . Pour le potentiel vecteur A , le principe consiste à déterminer le minimum des fonctionnelles d'énergie dans les domaines D_m et D_f et d'une fonctionnelle liée à la continuité de A .

Cette dernière fait intervenir une inconnue supplémentaire λ , appelée Lagrangien. Ce minimum est calculé en annulant la différentielle.

L'avantage de cette méthode est qu'elle génère un système proche de ceux des éléments finis. Donc, économique en espace mémoire. Cependant, elle est liée à la formulation utilisée et aux fonctions d'approximation. Il faut donc développer des routines de calcul spécifiques à chaque approche [Benali 97].

IV.4.2 La ligne de glissement

Le principe est basé, sur le raccordement d'un maillage fixe et d'un maillage mobile qui s'effectue sur la frontière Γ_e . Cette frontière est une ligne en 2D et une surface en 3D. Cette méthode exige un maillage régulier au niveau de la frontière. Elle doit être discrétisée en segments de même longueur en 2D ou en surfaces élémentaires parfaitement identiques en 3D. Pour conserver un maillage conforme, le pas de mouvement doit correspondre à un nombre entier de pas de maillage [Shi 05]. Cette méthode est relativement facile à mettre en œuvre mais impose des déplacements discrets du capteur qui correspond au pas de discrétisation spatiale sur la ligne (ou sur surface de glissement).

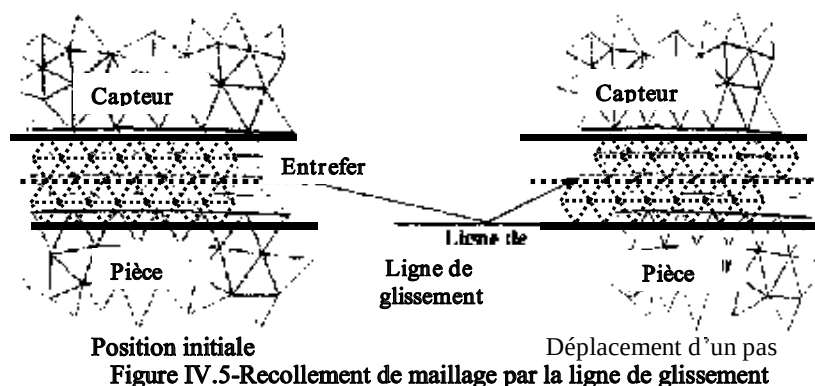


Figure IV.5-Recollement de maillage par la ligne de glissement

IV.4.3 Méthode d'interpolation nodale

Avec la ligne de glissement, le pas de mouvement doit correspondre à un nombre entier du pas de maillage. Si l'on considère un déplacement quelconque, les éléments et donc les noeuds ne sont plus coïncidant. Pour le recollement des deux maillages et donc des inconnues, on a alors recours à une technique d'interpolation [Shi 05]. La technique d'interpolation proposée par [Perrin 95] est basée sur la connexion des noeuds du bord mobile situés sur Γ_e aux éléments de la partie fixe (figure IV.6). Les maillages fixe et mobile peuvent être réalisés séparément. Pour chaque noeud de l'interface de couplage du côté mobile, on détecte la position dans l'élément appartenant au maillage fixe.

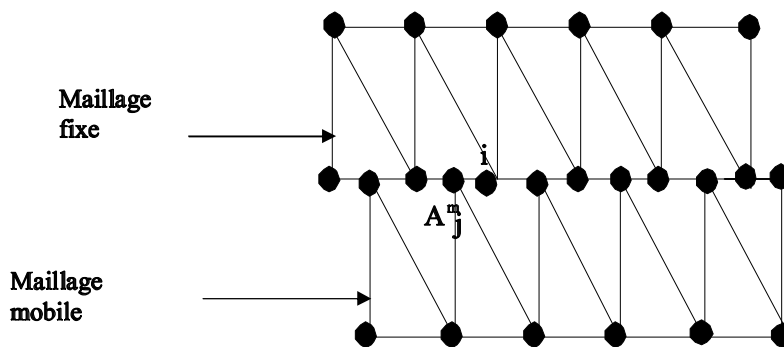


Figure IV.6- Recollement de maillage par interpolation nodale

En utilisant les fonctions d'interpolation de l'élément fixe, on peut écrire que le potentiel vecteur magnétique A_j^m au noeud mobile j est :

$$A_j^m = \sum_{i=1}^N \omega_i^j \cdot A_{fi} \quad (IV.3)$$

Avec ω_i^j les fonctions d'interpolation nodales évaluées au noeud j , N le nombre de noeuds par élément fixe et A_{fi} sont les valeurs nodales du potentiel vecteur de l'élément fixe.

L'avantage de cette technique indépendante de la formulation utilisée, est de garder la structure de la matrice du système sans engendrer d'inconnues supplémentaires. Cependant, elle peut être mise en défaut lorsqu'il s'agit d'un maillage fortement hétérogène. Par ailleurs, son caractère nodal, n'assure qu'en moyenne la continuité du potentiel vecteur [Rachek 07].

IV.5 Méthode de la bande géométrique : affectation des propriétés

Cette méthode permet le traitement des structures en déplacement rectiligne tout en gardant la même topologie du maillage quel que soit la course utile des parties mobiles du dispositif d'étude [Rachek 07], [Srairi 96].

Elle consiste à créer une bande géométrique au sein du modèle d'étude, et la subdiviser en sous régions élémentaires définissant ainsi le capteur et une partie de l'air environnant (figure IV.7). A ces sous régions sont affectées les propriétés physiques (perméabilité magnétique et conductivité électrique) appropriées.

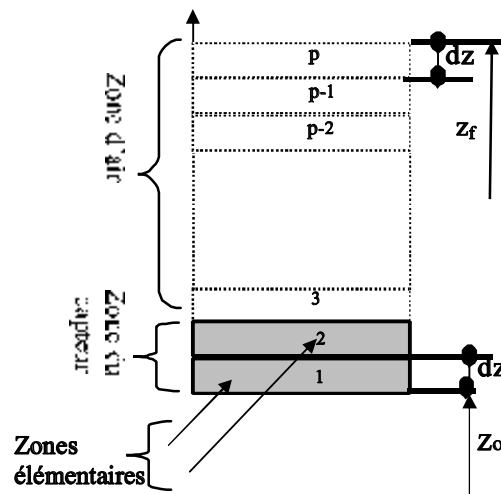


Figure IV.7- Bande géométrique avant déplacement

La région de mouvement est constituée de p couches ayant une épaisseur Δz . La région constituant le capteur (inducteur) est repérée par les couches 1 et 2 et la région de l'air environnant par les couches 3, 4, ..., $p-2$, $p-1$, p . Selon ce repérage des éléments du maillage, les propriétés physiques sont affectées.

Après un déplacement du capteur d'une distance Δz , les propriétés physiques affectées aux sous régions vont être modifiées selon leurs nouvelles appartenances physiques, traduisant le déplacement du capteur d'une distance égale à la largeur de la sous région élémentaire Δz . Ainsi la région constituant le capteur est repérée par les couches 2 et 3 et la région de l'air environnant par les couches 1 et 4, ..., $p-2$, $p-1$, p .

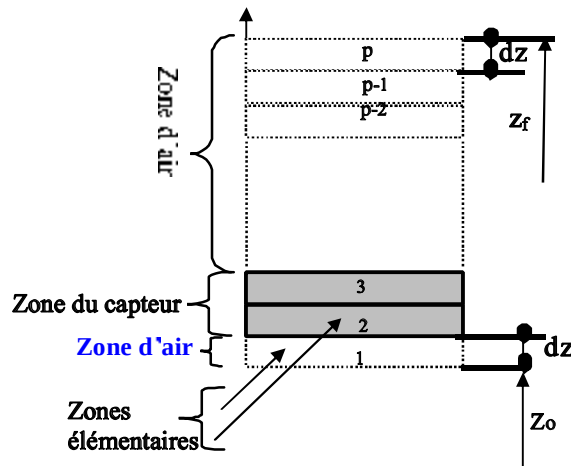


Figure IV.8- Bande géométrique après un pas de déplacement

Il ressort que la méthode permet la prise en compte des régions en mouvement sans modification de la topologie du maillage. La simulation du déplacement se fait par simple affectation des propriétés physiques. Cette méthode est simple du point de vue implémentation, mais elle peut générer un maillage dense du fait du prolongement de la géométrie de l'objet le long de la direction de déplacement. Cette forte densité du maillage constitue l'inconvénient majeur de cette technique. Dans notre cas, nous avons choisi cette méthode pour sa simplicité d'implémentation.

VI.6 Conclusion

Dans ce chapitre, sont exposées les méthodes de prise en compte du mouvement en vue de la modélisation par éléments finis des systèmes électromagnétiques 2-D ayant des structures en déplacement.

Parmi les méthodes présentées ci-dessus, comme nous l'avons indiqué celle basée sur la régénération du maillage en fonction du changement de la géométrie, en plus du problème de précision, nécessite un temps de calcul important. Dans ces conditions, dans le cadre de cette étude nous avons retenu, outre la méthode d'affectation de propriétés, la méthode du macro-élément.

En plus du problème de temps, le degré de complexité de l'implantation des techniques de prises en compte du mouvement diffère d'une méthode à une autre. Dans les systèmes de (CND) par (CF), l'utilisation d'un système multi-capteur, offre la possibilité d'éliminer le balayage mécanique et de ce fait, réduire le temps d'inspection. Sur le plan modélisation et résolution numérique, ces systèmes constituent un avantage majeur, du fait de permettre d'éviter l'implémentation de techniques de prise en compte du mouvement pour considérer le déplacement du capteur le long de la pièce.

Dans le chapitre suivant, les trois modèles établis seront implémentés sous MATLAB pour la modélisation du contrôle par Courant de Foucault des pièces conductrices tubulaires.

V. Implantation des codes de calcul et résultats

Sommaire

V.1 Introduction.....	71
V.2 Modélisation du CND par CF d'une pièce tubulaire.....	71
V.2.1 Présentation et description du dispositif d'application.....	71
V.2.2 Description de la simulation.....	72
V.2.3 Validation.....	74
V.2.4 Exploitation du modèle (A-J) pour l'étude de l'influence des caractéristiques géométriques du défaut	80
V.2.5 Interprétation des résultats.....	84
V.3 Modélisation du CND par CF d'une pièce tubulaire à deux couches.....	85
V.3.1 Modèle géométrique et maillage	85
V.3.2 Résultats de la simulation.....	85
V.3.3 Interprétation des résultats.....	90
V.4 Modélisation du CND par CF d'une pièce tubulaire avec un système multi-capteurs	90
V.4.1 Résultats de la simulation.....	91
V.4.2 Interprétation des résultats	93
V.5 Conclusion.....	94

V.1 Introduction

Ce chapitre sera consacré à la validation et à l'exploitation du modèle couplé (A-J) **conducteur massif à travers la modélisation de dispositifs de contrôle non destructif par courant de Foucault de pièces conductrices tubulaires munies de défauts de forme**. La validation se fera par comparaison des résultats obtenus à ceux obtenus par le modèle(A) **conducteur multi-spires et le modèle(A) conducteur massif**.

Le processus de détection du défaut est basé sur le calcul de la variation de l'impédance **vue du capteur en fonction du déplacement de celui-ci le long de la pièce**. Les modèles (A-J) **conducteur massif, (A) conducteur massif, (A) conducteur multi-spires** sont résolus pour obtenir les grandeurs locales tels que l'induction magnétique et les courants induits, l'impédance est ainsi calculée à chaque position du capteur dont nous avons simulé le déplacement par la méthode d'affectation de propriétés dans le cas d'un conducteur massif, et par la méthode du macro-élément dans le cas d'un conducteur multi-spire.

Les dispositifs considérés pour la modélisation du contrôle non destructif par courants de Foucault sont:

- **Une pièce conductrice tubulaire avec un capteur en mode différentiel.**
- **Une pièces tubulaire à deux couches, l'une saine et l'autre munie d'un défaut avec un capteur en mode différentiel.**
- **Une pièce conductrice tubulaire avec un système multi-capteurs.**

V.2 Modélisation du CND par CF d'une pièce tubulaire

V.2.1 Présentation et description du dispositif d'application

L'inspection de tubes **est usuellement effectuée en utilisant le contrôle non destructif par courant de Foucault en analysant les variations de l'impédance d'une ou plusieurs bobines (capteurs) placées à l'intérieur du tube ayant un défaut**.

Le dispositif que nous étudions est montré en figure V.1. Il comprend un tube de conductivité électrique $10^6 \text{ [f}\Omega\text{m)]}^{-1}$, d'épaisseur 1.27mm, de rayon intérieur 9.84mm et de longueur 40mm. Le capteur différentiel est une sonde glissante à l'intérieur du tube. Le capteur est en cuivre de conductivité $5.6 \cdot 10^7 \text{ [f}\Omega\text{m)]}^{-1}$. Chaque bobine de ce capteur comporte 70 spires parcourues par un courant de 5 [mA], et a une hauteur de 0.75mm, un rayon intérieur de 7.83mm et une largeur de 0.67mm. La distance qui sépare les deux bobines est de 0.5mm.

Le Défaut rectangulaire circonférentiel Interne (DI40-L4) et Externe (DE40-L4) ont une hauteur de 4 mm et une largeur de (40%) de l'épaisseur du tube. Les dimensions des défauts considérés ainsi que celles du capteur, sont présentés par la (figure V.1) suivante :

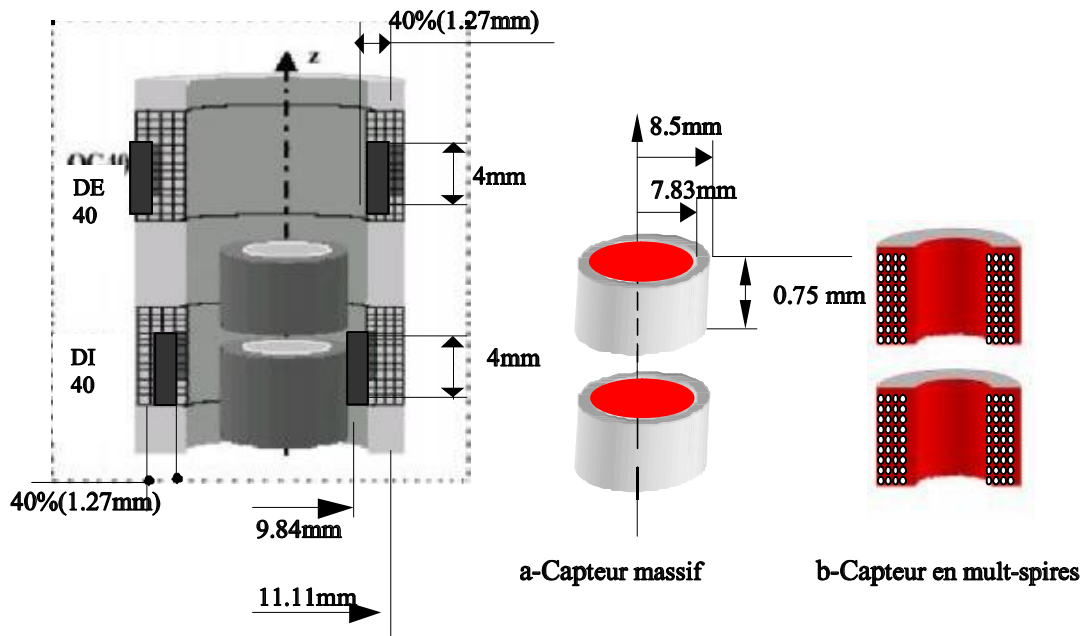


Figure V.1- Géométrie du tube-défauts et capteur différentiel.

V.2.2 Description de la simulation

Nous présentons, dans ce qui suit, les résultats de la modélisation, par la méthode des éléments finis, du contrôle non destructif par courant de Foucault des tubes présentant des défauts axisymétriques surfaciques (interne et externe). Le capteur utilisé est une sonde différentielle glissante à l'intérieur du tube.

Après l'introduction des paramètres géométriques et électromagnétiques du dispositif. Les trois modèles sont résolus, ce qui nous permet de visualiser la répartition des courants de Foucault dans la pièce, les lignes d'induction magnétique ainsi que les lignes équipotentielles. Ces résultats sont en fait secondaires, le plus important est le calcul de l'impédance système capteur-pièce. La simulation est faite pour les deux fréquences 100 et 240khz.

Pour simuler la détection de défauts, le capteur est supposé se déplacer le long du tube, ce déplacement est simulé par la technique de la bande géométrique (affectation des propriétés) dans le cas d'un conducteur massif avec un pas de 0.25 mm, et par la technique du macro-élément dans le cas de la configuration multi-spires du conducteur. A chaque pas de déplacement, nous recueillons l'impédance vue par le capteur.

L'Organigramme suivant résume les différentes étapes effectuées par le programme de calcul utilisant la méthode d'affectation des propriétés:

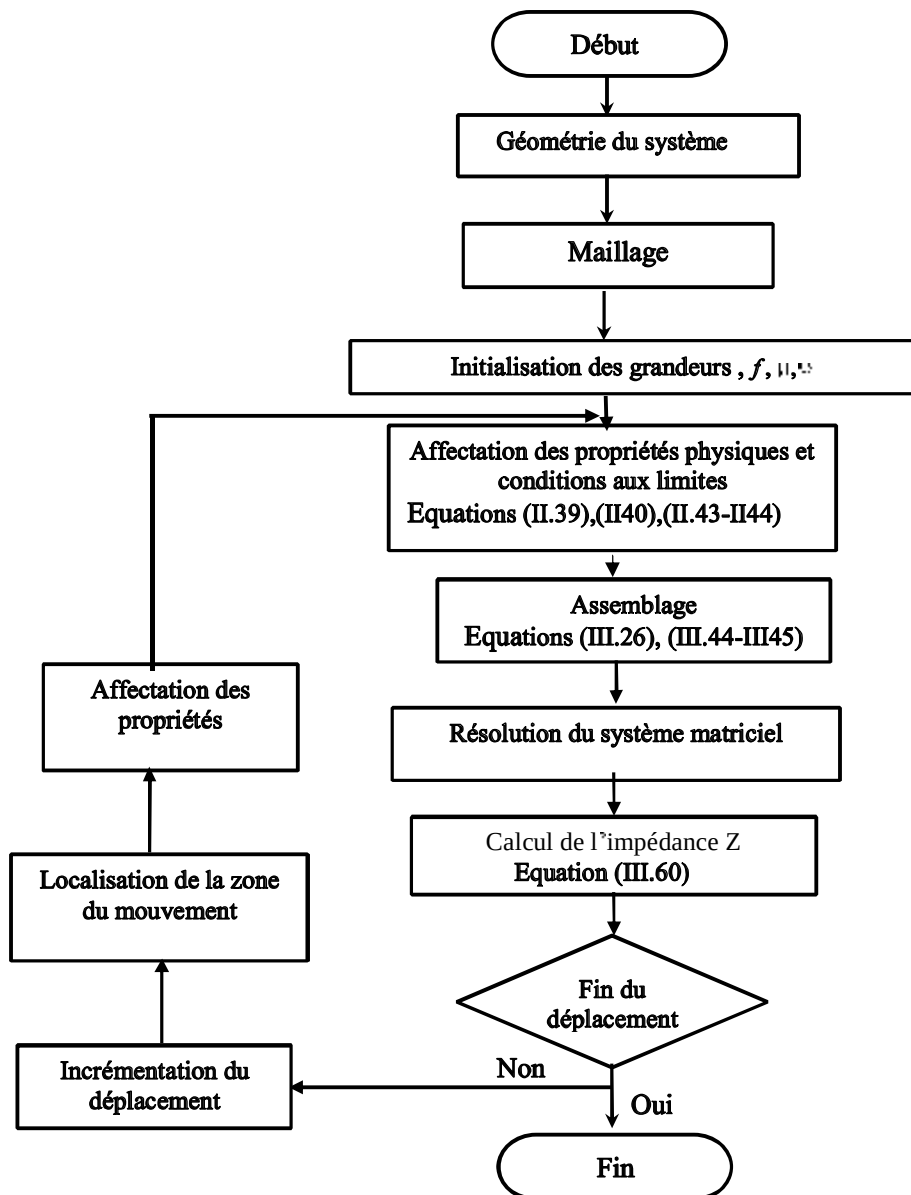


Figure V.2- Organigramme de la simulation



V.2.3 Validation

Pour la validation du modèle (A-J), nous présentons dans ce qui suit les résultats obtenus avec les trois modèles. Dans le cas d'un conducteur multi-spires, le nombre de spires est réajusté à 72 spires réparties en 8 spires de rayon de la section 0.041mm suivant la direction radiale et 9 spires suivant la direction axiale, pour pouvoir considérer les dimensions du capteur.

V.2.3.1 Défaut interne (DI 40-L4)

V.2.3.1.a Modèle géométrique

Le système étant à symétrie de révolution, le domaine de résolution se réduit à la moitié du dispositif comme le montre les figures V.2 et V.3.

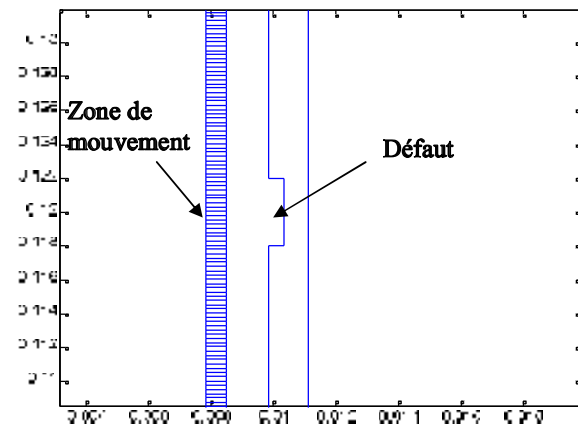


Figure V.2- Domaine d'étude avec bande géométrique de mouvement

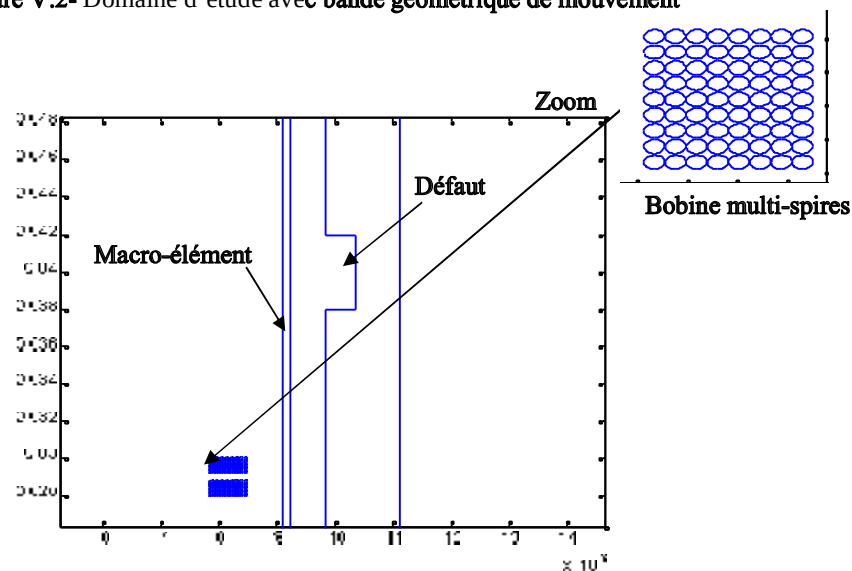


Figure V.3- Domaine d'étude avec macro-élément

V.2.3.1.b Résultats de la simulation

Les figures suivantes présentent les allures de la partie réelle et imaginaire du potentiel vecteur magnétique A pour les trois modèles, à savoir le modèle A avec un conducteur massif ((A) C-Massif), le modèle (A-J) avec un conducteur massif ((A-J) C-Massif) et le modèle A avec une configuration multi-spire ((A)-Multi-Spires).

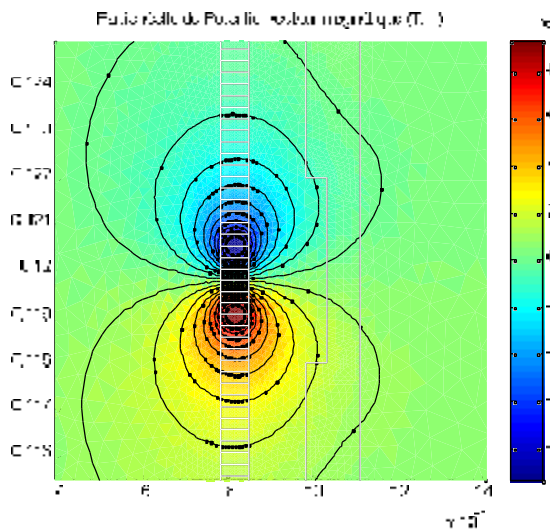


Figure V.4- Isovaleurs de la partie réelle du potentiel vecteur magnétique((A) C-Massif)

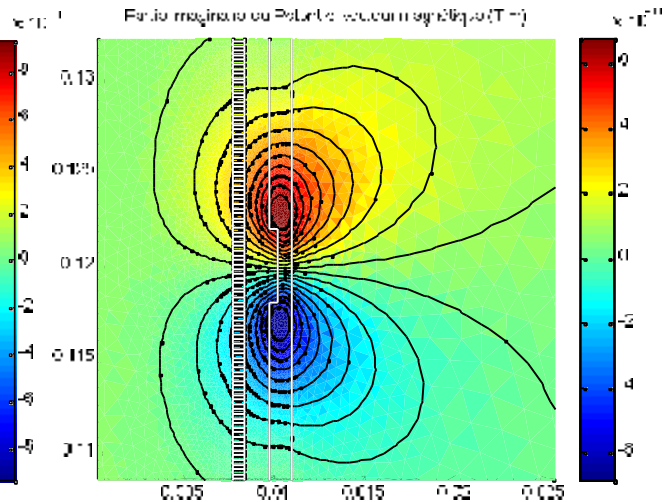


Figure V.5- Isovaleurs de la partie imaginaire du potentiel vecteur magnétique((A) C-Massif)

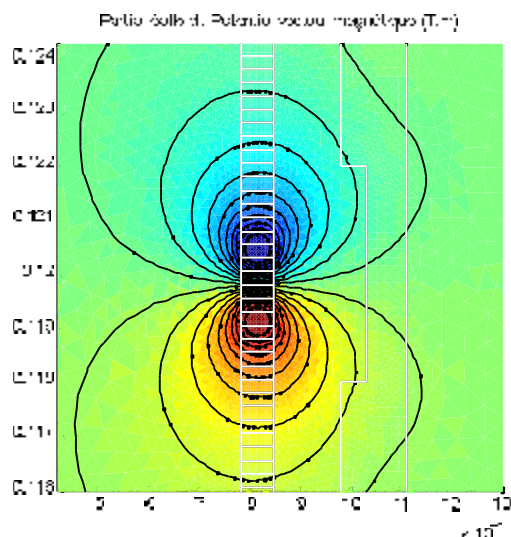


Figure V.6- Isovaleurs de la partie réelle du potentiel vecteur magnétique((A-J) C-Massif)

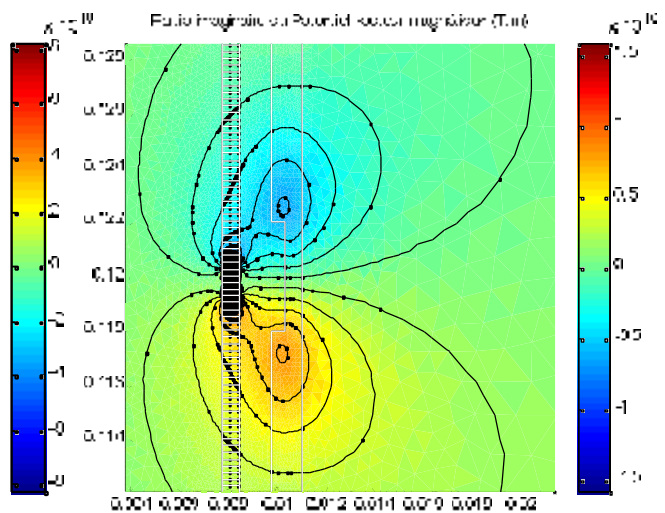


Figure V.7- Isovaleurs de la partie imaginaire du potentiel vecteur magnétique((A-J) C-Massif)

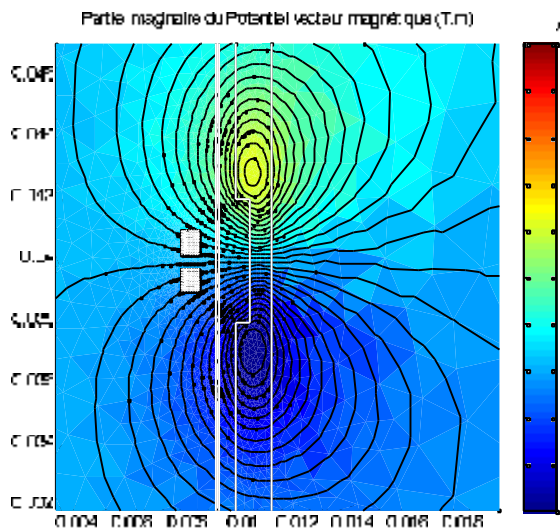


Figure V.8- Isovaleurs de la partie imaginaire du potentiel vecteur magnétique ((A) Multi-spires)

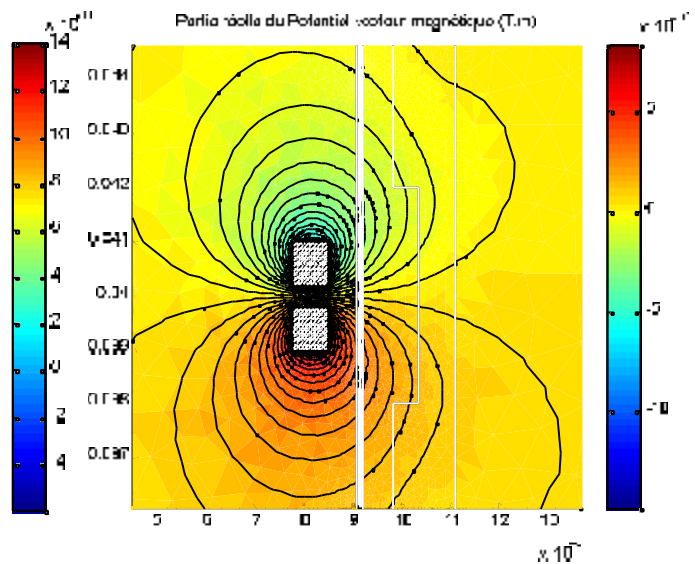


Figure V.9- Isovaleurs de la partie réelle du potentiel vecteur magnétique ((A) Multi-spires)

Les figures V.10 et V.11 représentent respectivement la variation de l'impédance en fonction du déplacement du capteur aux fréquences 100 et 240 kHz pour les trois modèles considérés.

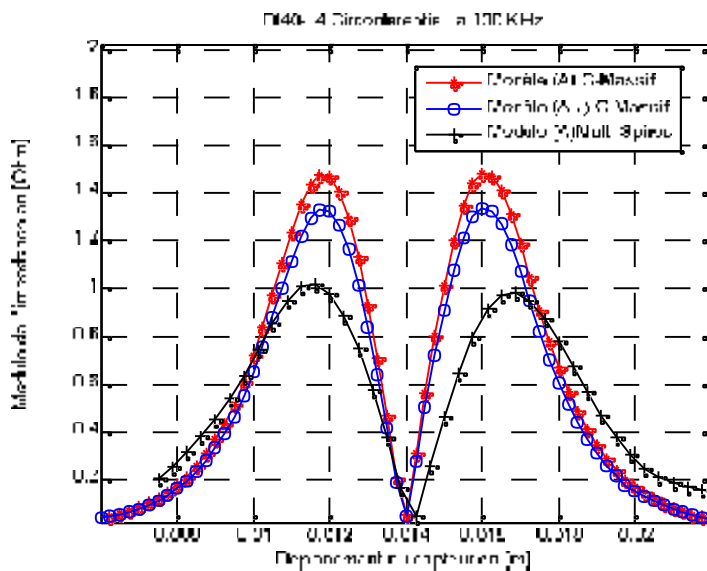


Figure V.10- Variation du module de l'impédance en fonction du déplacement pour un défaut interne à $f=100\text{kHz}$.

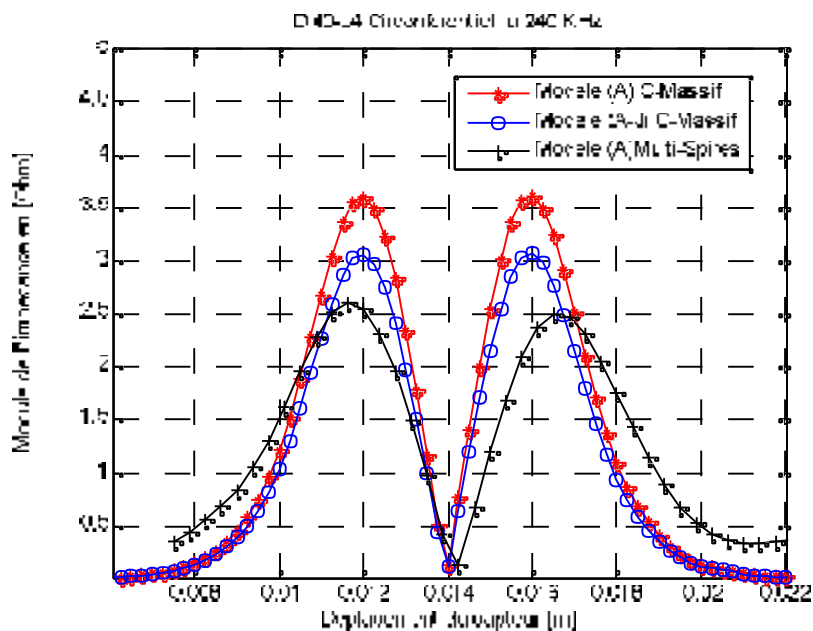


Figure V.11- Variation du module de l'impédance en fonction du déplacement pour un défaut interne à $f=240\text{kHz}$.

Les résultats obtenus en terme de signature du défaut, pour les fréquences 100 et 240 kHz, sont représentés par les figures V.12 et V.13 suivantes :

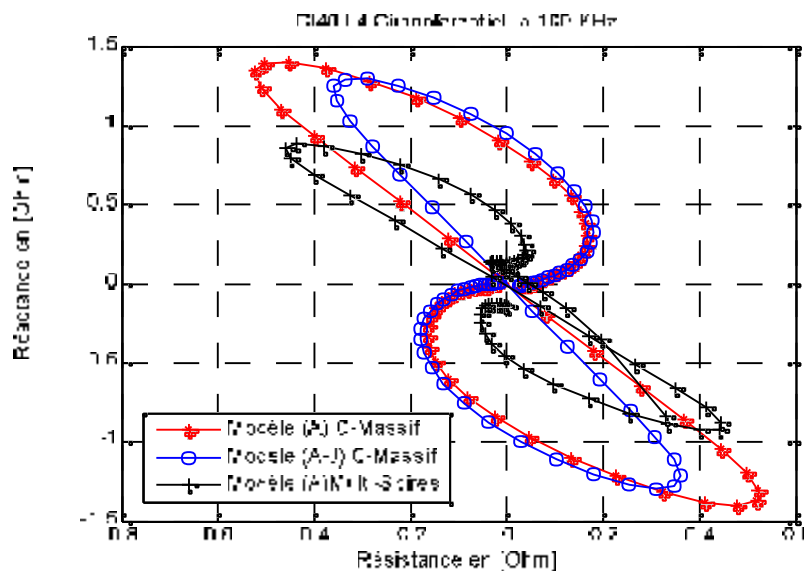


Figure V.12- Signature du défaut interne à $f=100\text{kHz}$.

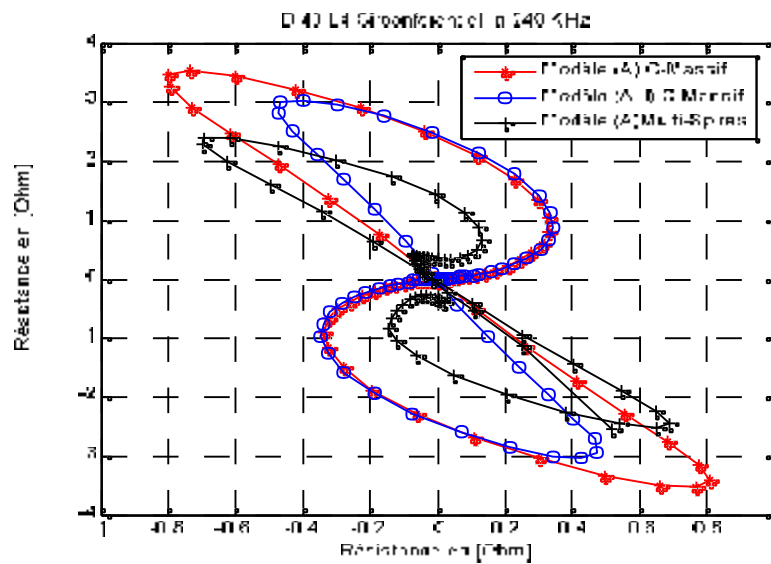


Figure V.13- Signature du défaut interne à $f=240\text{kHz}$.

V.2.3.2 Défaut externe (DE40-L4)

La figure V.14 représente la variation de l'impédance en fonction du déplacement du capteur pour une fréquence 100 kHz.

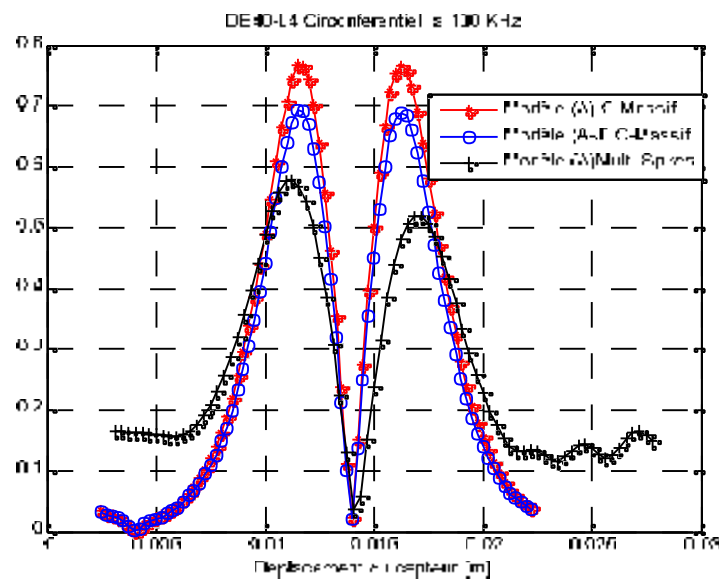


Figure V.14- Variation du module de l'impédance en fonction du déplacement pour un défaut externe à $f=100\text{kHz}$.

Pour s'assurer de la validité du modèle (A-J), nous allons considérer un autre capteur dont les caractéristiques géométriques sont les mêmes que celui précédant sauf que la hauteur d'une seule bobine est de 2mm au lieu de 0.75mm, les 70 spires sont réparties en 5 spires suivant la direction radiale et 14 spires suivant la direction axiale.

Le défaut considéré est le défaut interne circonférentiel.

Les figures V.15 et V.16 représentent respectivement la variation de l'impédance en fonction du déplacement du capteur pour les fréquences 100 et 240 kHz.

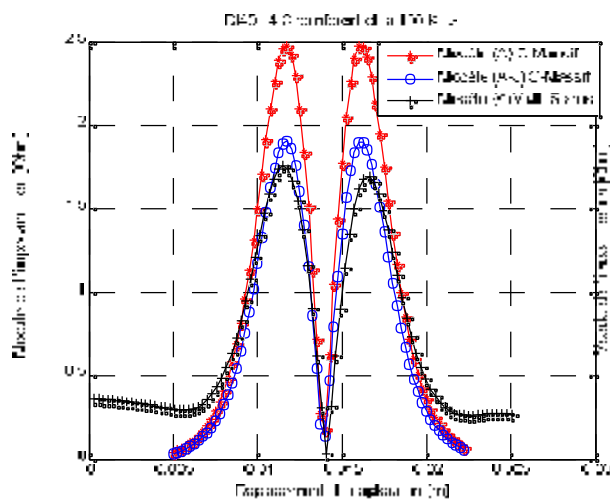


Figure V.15- Variation du module de l'impédance en fonction du déplacement à $f=100\text{kHz}$

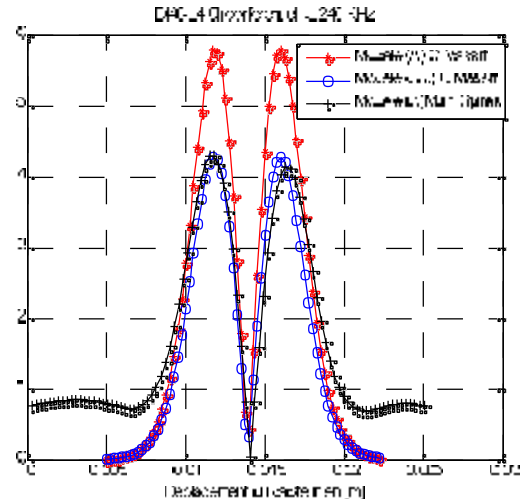


Figure V.16- Variation du module de l'impédance en fonction du déplacement à $f=240\text{kHz}$

Les résultats obtenus en terme de signature du défaut, pour les fréquences 100 et 240 kHz sont représentés par les figures V.17 et V.18 suivantes :

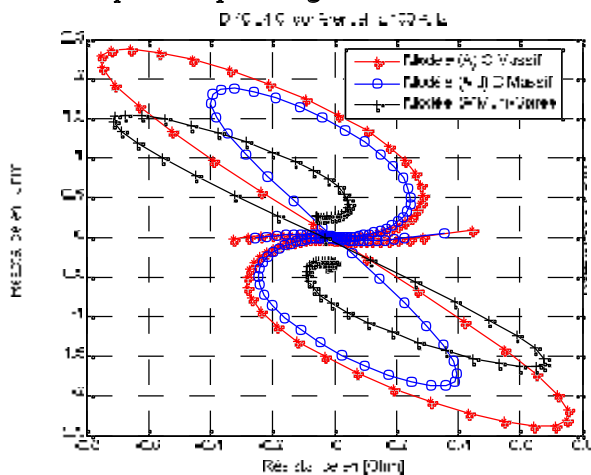


Figure V.17- Signature du défaut interne à $f=100\text{kHz}$.

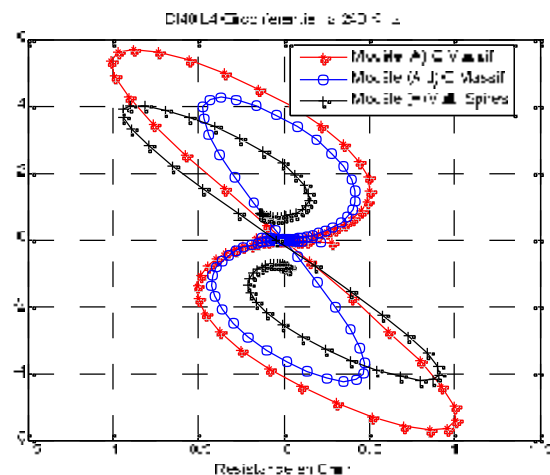


Figure V.18- Signature du défaut interne à $f=240\text{kHz}$.

La comparaison des résultats obtenus avec les deux capteurs par le modèle (A-J) à une fréquence de 100kHz est représentée par les figures suivantes :

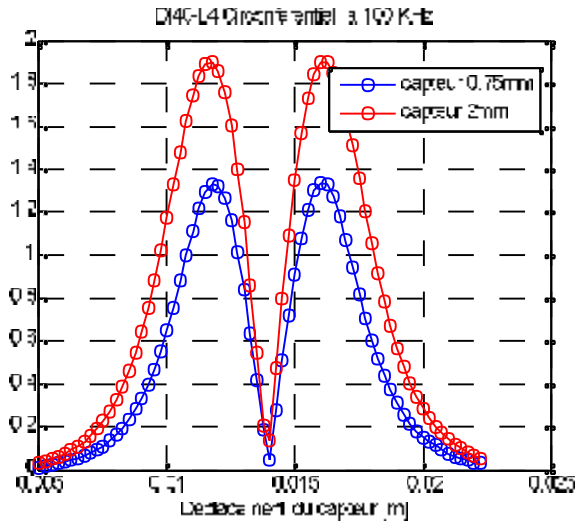


Figure V.19- Variation de l'impédance en fonction du déplacement pour les deux capteurs

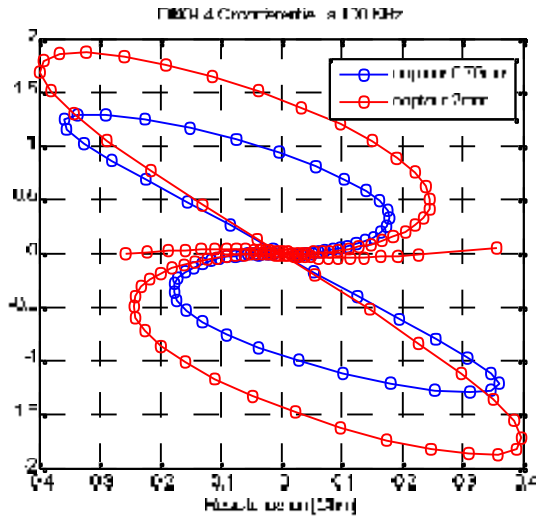


Figure V.20- Signature du défaut pour les deux capteurs

V.2.4 Exploitation du modèle (A-J) pour l'étude de l'influence des caractéristiques géométriques du défaut

Le modèle (A-J) sera exploité pour le calcul de l'impédance du système capteur-pièce, en considérant différents types de défauts internes, en modifiant sa forme, sa profondeur et sa longueur. Le capteur considéré est celui ayant la hauteur d'une seule bobine 0.75mm.

V.2.4.1 Forme du défaut

Nous allons considérer différents types de défauts internes (rectangulaire (def-rec), triangulaire (def-tria), escalier (def-esc), circulaire (def-cir)) figure (V.21)

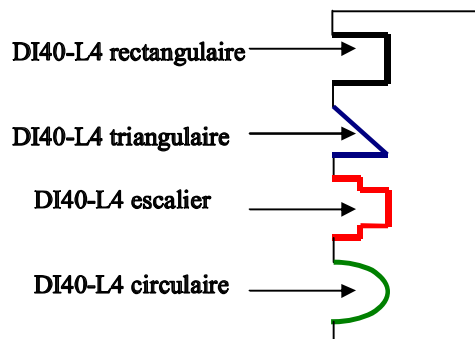


Figure V.21.- tube présentant différents types de défauts

Les résultats obtenus pour la variation de l'impédance en fonction du déplacement du capteur ainsi que les courbes de Lissajous pour une fréquence de 100kHz sont représentés respectivement par les figures (V.22) et (V.23).

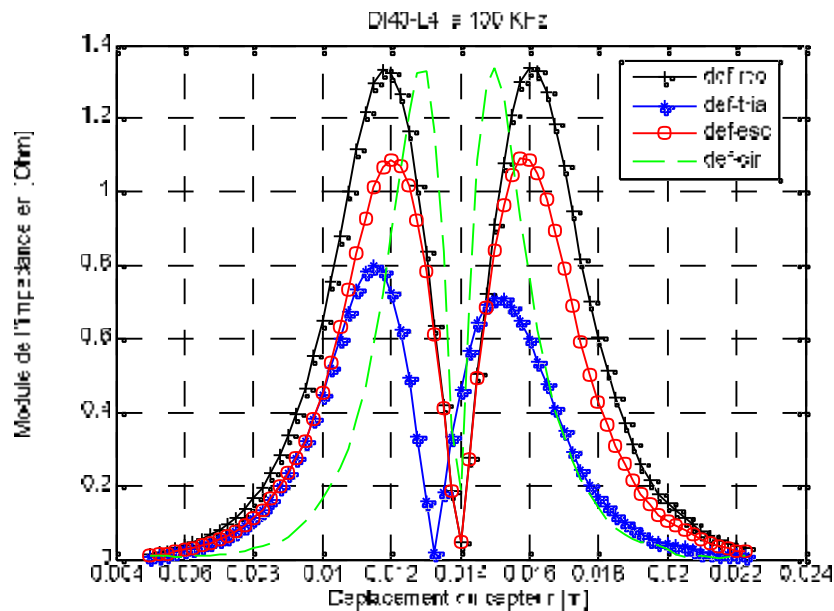


Figure V.22 Variation de l'impédance en fonction du déplacement pour différents types de défauts à 100kHz

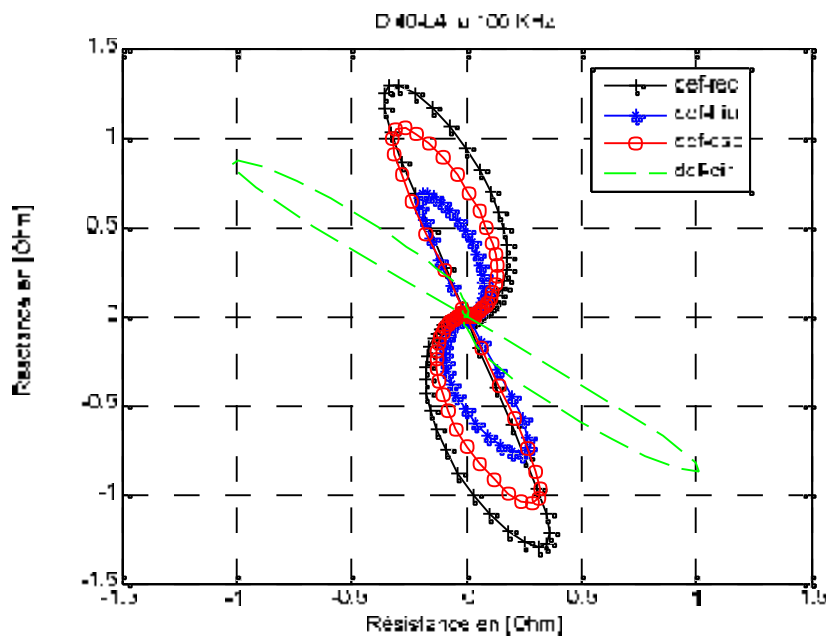


Figure V.23 Courbes de Lissajous pour différents types de défauts à 100kHz

V.2.4.2 Dimensions du défaut

V.2.4.2.a Profondeur radiale du défaut

Nous allons modifier la profondeur du défaut interne tout en gardant sa longueur 4mm (figure V.24).

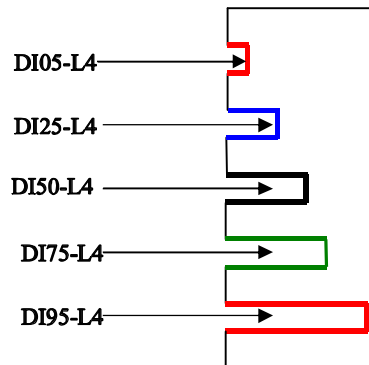


Figure V24- tube présentant des défauts de profondeurs différentes

Les résultats obtenus à une fréquence de 100kHz sont représentés par les figures suivantes :

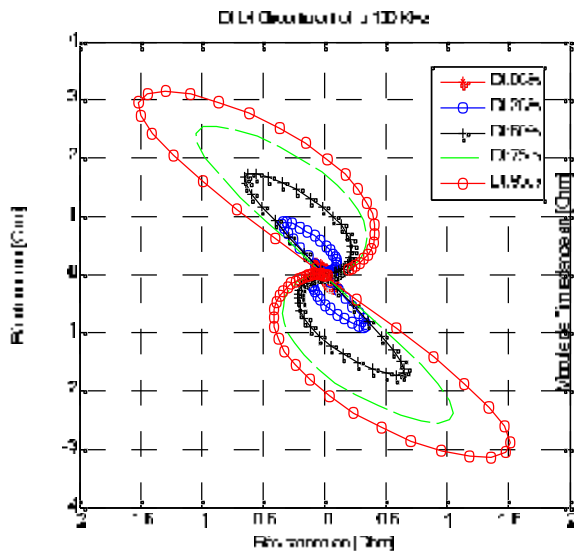


Figure V.25- Courbe de Lissajous pour différentes profondeurs du défauts

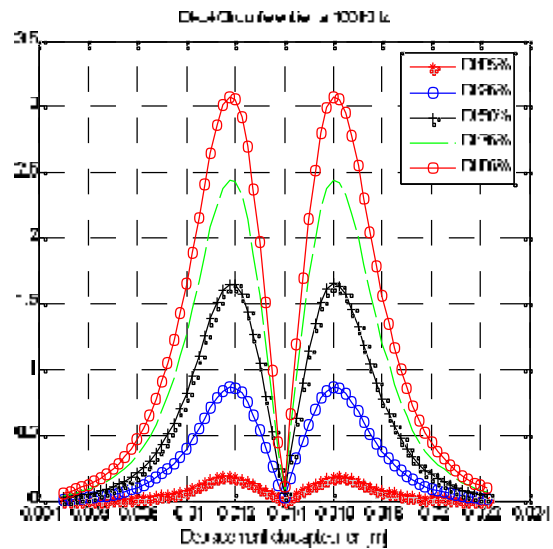


Figure V.26 Variation de l'impédance en fonction du déplacement pour différentes profondeurs du défaut

V.2.4.2.b Longueur axiale du défaut

Concernant toujours les dimensions du défaut, cette fois-ci, nous modifions la longueur axiale du défaut tout en gardant sa profondeur de 50 % de l'épaisseur du tube (figure V.27)

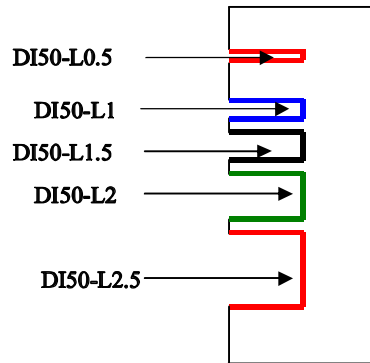


Figure V27- tube présentant des défauts de longueurs différentes

Les résultats obtenus respectivement pour la variation de l'impédance en fonction du déplacement du capteur et la signature du défaut à une fréquence de 100 kHz, sont présentés par les figures (V.28) et (V.29).

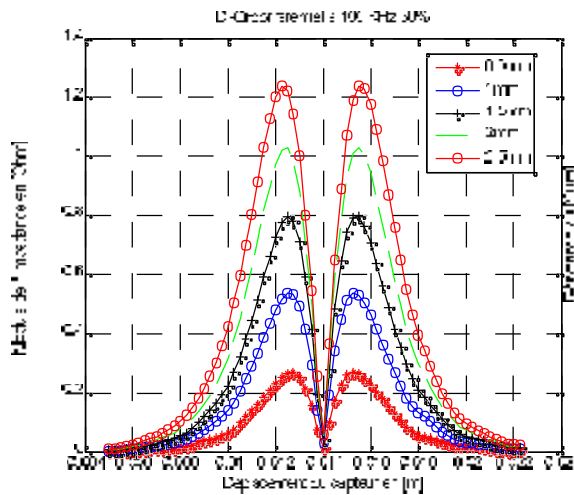


Figure V.28– Variation de l'impédance en fonction du déplacement pour différentes longueurs du défaut

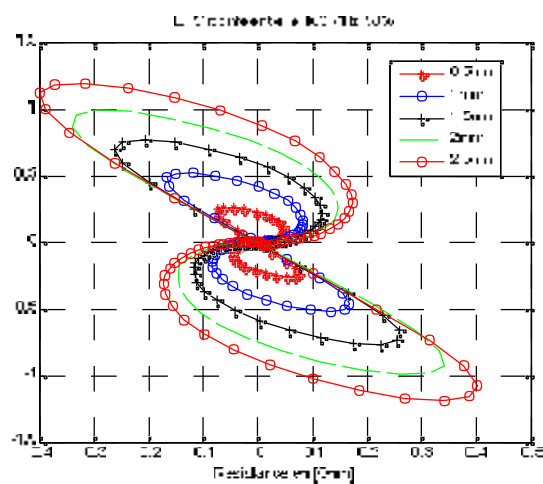


Figure V.29- Courbe de Lissajous pour différentes longueurs du défaut

V.2.5 Interprétation des résultats

L'analyse des différents **résultats** de l'impédance du capteur différentiel **aussi bien pour un défaut situé sur la surface interne du tube, que pour le défaut externe, montre que le modèles ((A-J) C-Massif))** se situe entre les deux modèles en A dans le cas d'une configuration massive et **multi-spires du capteur**. Avec l'augmentation de la fréquence à 240 kHz, on constate la diminution de l'écart entre le modèle **couplé (A-J) développé et le modèle (A) Multi-spires, ce qui signifie la validité de ce modèle** tenant compte des effets de proximité et de l'effet de peau dans le capteur.

On remarque que pour les cas étudiés, lorsque le capteur est loin du défaut, l'impédance du capteur différentiel est nulle. Cela s'explique par le fait que la partie de la pièce en face du capteur est saine. Lorsque le capteur se rapproche du défaut, nous observons l'augmentation de l'impédance jusqu'à une **valeur maximale. Cette augmentation est due au fait que la première bobine du capteur voit le défaut à une position différente de celle de la deuxième bobine. Cela engendre une perturbation du champ source et par conséquent la variation d'impédance. Quand le capteur arrive en face du défaut, l'impédance est nulle car les deux bobines sont situées symétriquement par rapport au centre du défaut.**

Il est montré clairement que l'amplitude de l'impédance dans le cas d'un défaut interne représente une amplitude plus importante que celle d'un défaut externe. Ce phénomène est dû à la **distribution radiale du courant dans le tube. Le courant est maximal à la surface interne (proche du capteur) et diminue** au fur et à mesure qu'il pénètre dans l'épaisseur du tube. C'est l'effet de peau électromagnétique.

L'amplitude de l'impédance **dans le cas d'un défaut interne** est d'autant plus importante que la **fréquence est élevée. Cela est dû** au phénomène de l'effet de peau dont l'épaisseur est inversement proportionnelle à la fréquence.

Par la variation des paramètres géométriques du défaut, on constate que l'impédance du système **capteur-pièce** varie fortement avec la forme du défaut ainsi que ses dimensions. L'amplitude de l'impédance ainsi que l'aire de la courbe de Lissajous est d'autant plus importante que la profondeur du défaut augmente, cela s'explique **par le fait que les courants de Foucault sont très perturbés par des défauts de grande taille. Nous constatons aussi que contrairement à l'influence de sa profondeur, sa longueur n'agit que sur l'amplitude de la variation d'impédance. En repérant la valeur maximale de l'amplitude, on aperçoit que la phase de la variation d'impédance est parfaitement inchangée par la modification de la longueur axiale du défaut.**

V.3 Modélisation du CND par CF d'une pièce tubulaire à deux couches

Le dispositif d'étude est **une pièce** tubulaire constituée de deux couches, l'une saine et l'autre munie d'un défaut sur la surface interne avec un capteur en mode différentiel. Les caractéristiques géométriques des deux couches sont les mêmes que celle du tube étudié dans l'application précédente. Le défaut a une longueur de 4mm et une profondeur de 10% de l'épaisseur d'une couche. La hauteur d'une seule bobine du capteur est de 2mm, son **rayon intérieur est de 7.83mm et sa largeur est de 0.67mm, le nombre de spires est de 70 spires parcourues par un courant de 5mA.**

L'objectif de cette application est de mettre en évidence l'influence du phénomène d'anisotropie magnétique de la pièce à contrôler ainsi que la nature électromagnétique du défaut sur la réponse du capteur.

V.3.1 Modèle géométrique et maillage

Le domaine d'étude et le maillage EF sont donnés par les deux figures suivantes

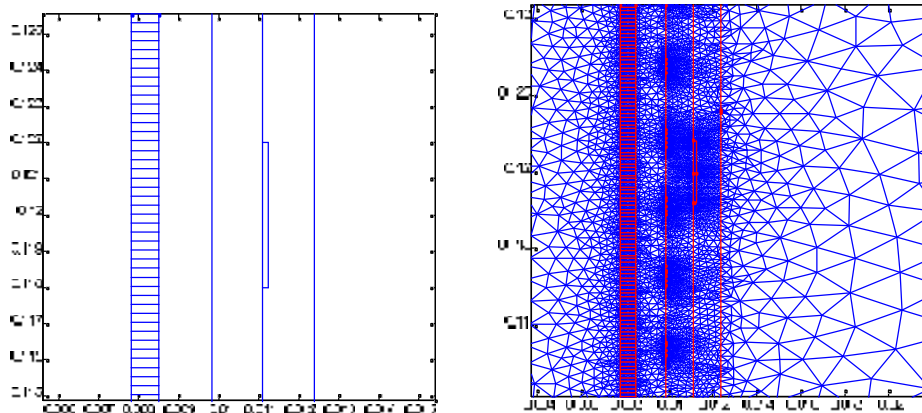


Figure V.30- Domaine d'étude et maillage EF

V.3.2 Résultats de la simulation

V.3.2.1 Influence des paramètres électromagnétiques de la pièce

Nous allons d'abord présenter les résultats obtenus dans le cas où les deux couches présentent un **caractère isotrope (la même perméabilité magnétique suivant les deux directions (μ_{xx} μ_{yy} 1) pour les deux couches).**

Les lignes isovalues du module du potentiel vecteur magnétique A pour une fréquence de 100kHz sont représentées par la figure suivante :

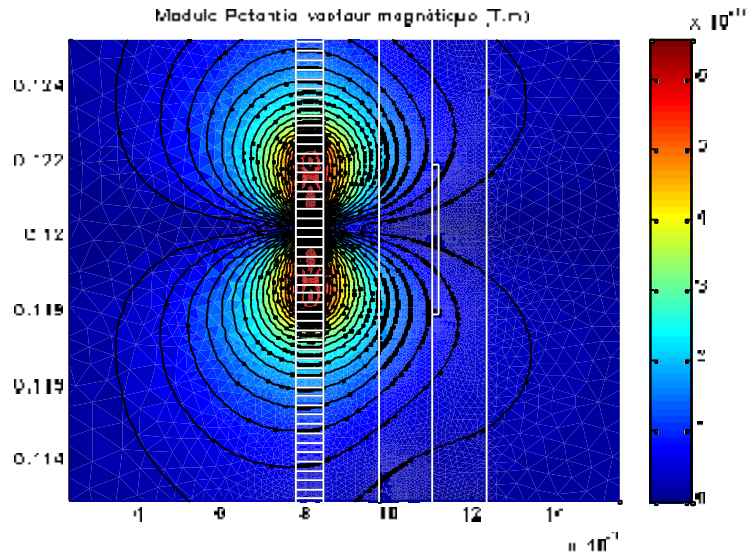


Figure V.31- Isovalues du module du potentiel vecteur magnétique

Nous allons maintenant considérer que le tube présente un caractère anisotrope, $\mu_{xx1} = \mu_{xx2} = 1$, $\mu_{yy1} = \mu_{yy2} = 100$. La figure suivante présente l'allure du module du potentiel vecteur magnétique A

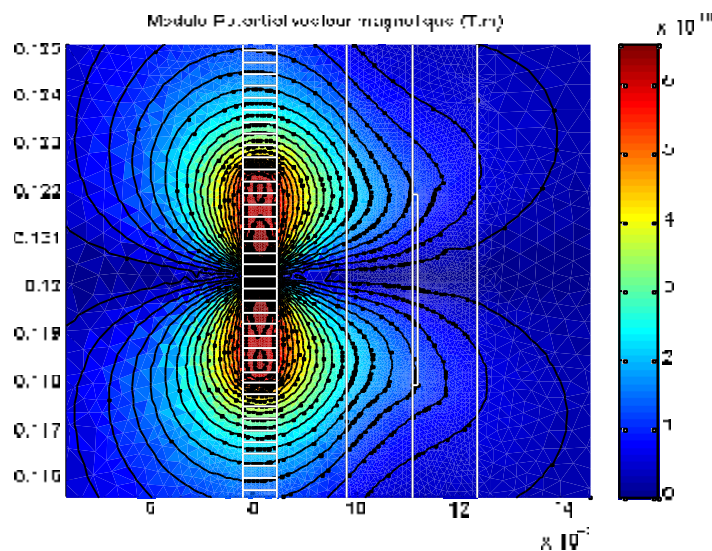


Figure V.32- Isovalues du module du potentiel vecteur magnétique

Nous allons considérer cette fois ci, qu'une seule couche du tube présente un caractère anisotrope : $\mu_{xx1} = \mu_{xx2} = 1, \mu_{yy1} = 1, \mu_{yy2} = 100$, puis $\mu_{xx1} = \mu_{xx2} = 1, \mu_{yy1} = 100, \mu_{yy2} = 1$. Les allures du module du potentiel vecteur magnétique A sont représentées par les figures suivantes :

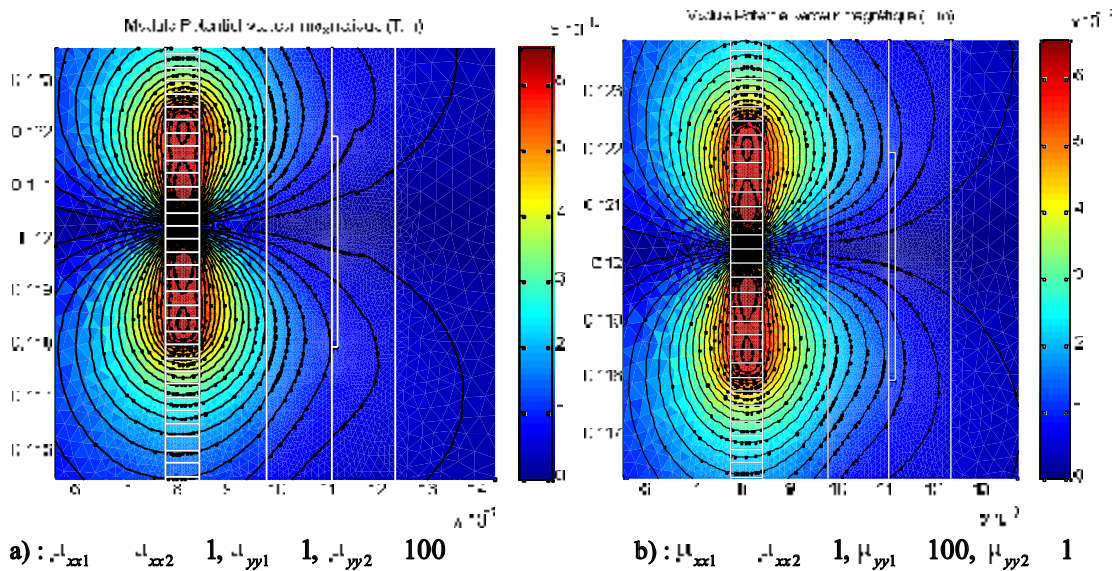


Figure V.33- Isovaleurs du module du potentiel vecteur magnétique

Les figures V.34 et V.35 rassemblent les réponses du capteur respectivement en terme de signature du défaut et de la variation d'impédance selon la position du capteur pour les quatre cas considérés.

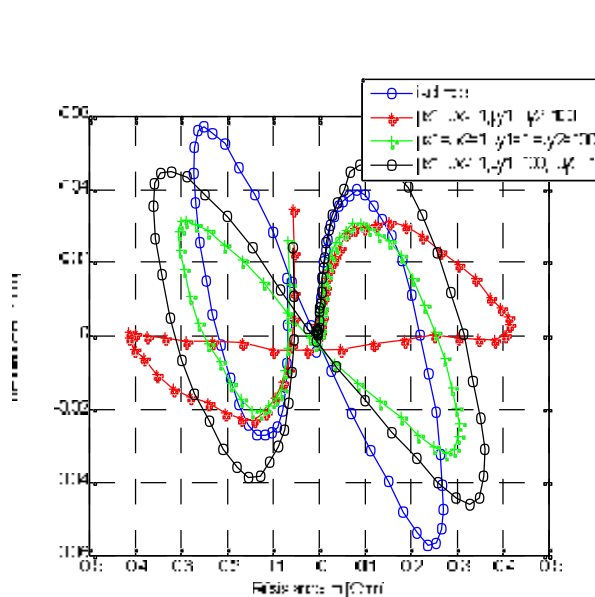


Figure V.34- Signature du défaut

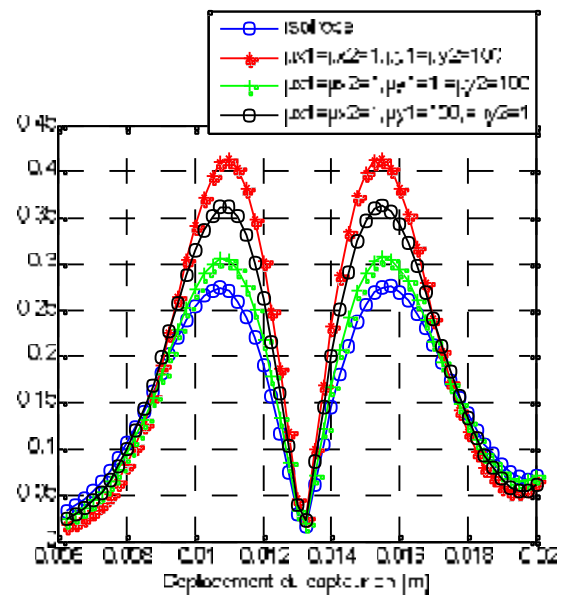


Figure V.35- Variation de l'impédance en fonction du déplacement

V.3.2.2 Influence des paramètres électromagnétiques du défaut

Nous allons nous intéresser cette fois à la structure électromagnétique du défaut. La perméabilité magnétique du tube est $\mu_{xx1} = \mu_{xx2} = \mu_{yy1} = \mu_{yy2} = 1$, le défaut considéré est un défaut magnétique non conducteur de perméabilité $\mu_{xdf} = 100$, $\mu_{ydf} = 1$ puis $\mu_{xdf} = 1$, $\mu_{ydf} = 100$.

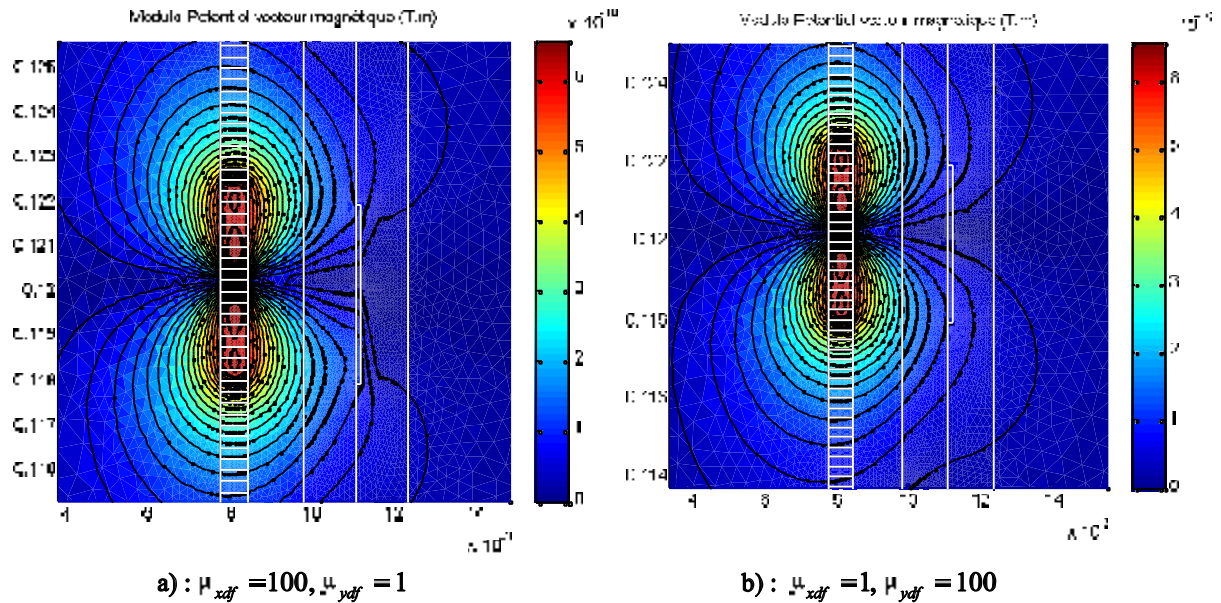


Figure V.36- Isovaleurs du module du potentiel vecteur magnétique

La comparaison des résultats obtenus en terme de variation d'impédance ainsi que de la signature du défaut avec ceux obtenus dans le cas d'un défaut isotrope ($\mu_{xx} = \mu_{yy} = 1$) est représentée par les figures V.37 et V.38.

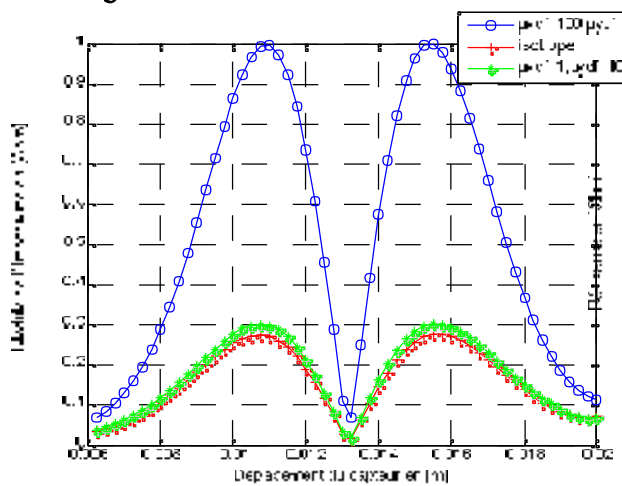


Figure V.37- Variation de l'impédance

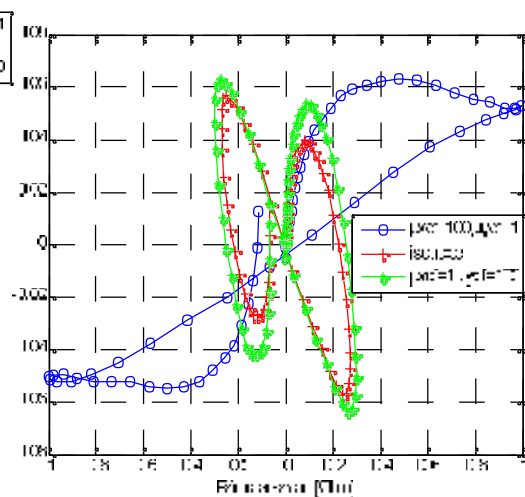


Figure V.38- Signature du défaut

Dans ce qui suit, nous allons considérer la présence d'un défaut conducteur magnétique: $\sigma = 5.6 \cdot 10^7 [\Omega \cdot m]^{-1}$, $\mu_{xdf} = \mu_{ydf} = 1$ (défaut1), puis un défaut conducteur magnétique: $\sigma = 10^6 [\Omega \cdot m]^{-1}$, $\mu_{xdf} = \mu_{ydf} = 100$ (défaut 2).

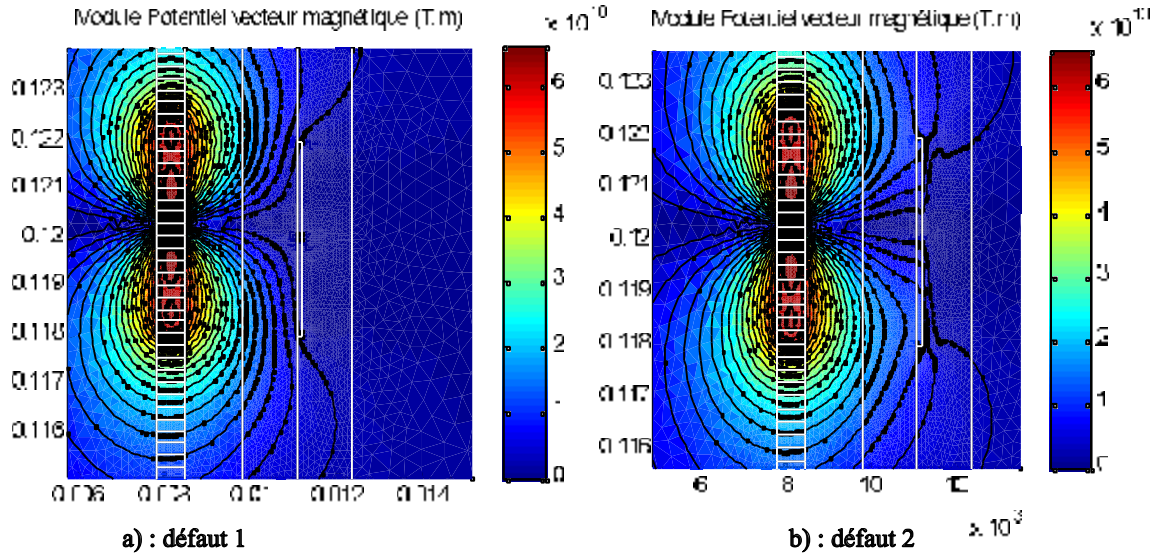


Figure V.39- Isovaleurs du module du potentiel vecteur magnétique

La comparaison des résultats obtenus en terme de variation d'impédance ainsi que de la signature du défaut avec ceux obtenus dans le cas d'un défaut non conducteur magnétique: $\sigma = 0$, $\mu_{xdf} = \mu_{ydf} = 1$ (défaut 3) est représentée par les figures V. 40 et V.41.

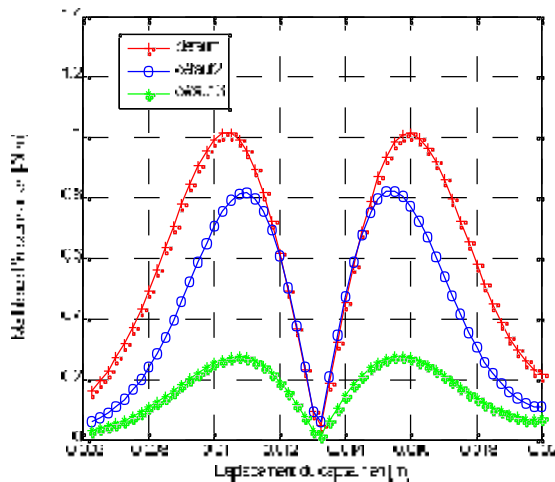


Figure V.40- Variation de l'impédance en fonction du déplacement

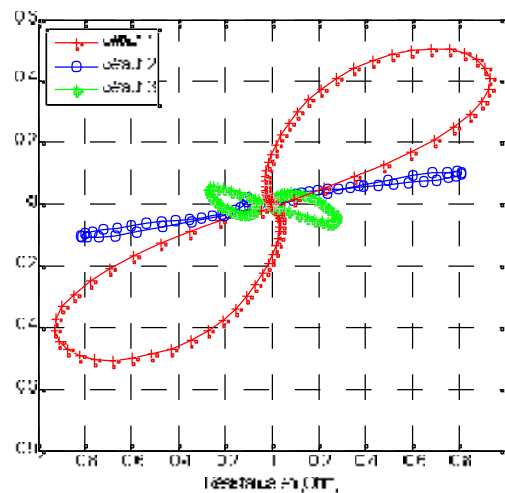


Figure V.41- Signature du défaut

V.3.3 Interprétation des résultats

Les figures V.34 et V.35 représentent l'influence de l'anisotropie **magnétique du matériau sur la réponse du capteur**, il est montré que l'amplitude de l'impédance du système est plus importante lorsque les deux couches du tube présentent une anisotropie magnétique ($\mu_{xx1} \quad \mu_{xx2} \quad 1, \mu_{yy1} \quad \mu_{yy2} \quad 100$), ce qui permet d'attirer les lignes du champ dans la pièce (figure V.33), cette augmentation en amplitude correspond à une dilatation de la courbe de la signature du défaut suivant l'axe des abscisses (résistances).

Par la comparaison des réponses du capteur dans le cas d'un défaut ayant une structure isotrope à celle obtenue dans le cas d'un défaut présentant une perméabilité magnétique $\mu_{xdf}=100, \mu_{ydf}=1$, nous constatons une augmentation de l'amplitude de l'impédance (figure V.37) et une dilatation de la courbe de signature du défaut, ce qui s'explique par la concentration des lignes du champ au voisinage du défaut (suivant sa longueur) (figure V.36.a). Cependant lorsque la perméabilité du défaut est $\mu_{xdf}=1, \mu_{ydf}=100$, la réponse n'est affectée que légèrement par cette variation de perméabilité.

La comparaison des signatures du défaut non conducteur amagnétique (défaut 3 ; défaut manque de matière) avec celle du défaut 1 (inclusion conductrice), montre que l'aire de la signature d'un défaut conducteur est plus importante que celle du défaut non conducteur, ce ci est dû au fait que le défaut conducteur constitue un écran à la pénétration des lignes de champ (figure V.39.a) ; le champ se concentre dans une surface proche du capteur, ce qui fait augmenter l'impédance vue par celui-ci. Dans le cas du défaut conducteur magnétique (défaut 2), nous constatons que l'augmentation de l'amplitude de l'impédance est due principalement à l'augmentation de la résistance.

V.4 Modélisation du CND par CF d'une pièce tubulaire avec un système multicapteurs

L'utilisation d'un système multicapteurs sous forme d'une matrice de sondes à courant de Foucault dans le contrôle non destructif (CND) fournit une inspection à grande vitesse et une meilleure résolution de l'espace par la miniaturisation de leurs bobines. Ces systèmes peuvent faire une mesure de grandes surfaces sans balayage, ce qui résulte en un gain dans la réduction du bruit, du temps et de mesure.

Dans le cas de défaut en 3D. Le système multicapteurs sera formé d'une matrice de capteurs de dimensions $(n \times m)$ afin de couvrir toute la surface de la pièce à contrôler et d'éviter le déplacement du capteur suivant les deux axes. La variation d'impédance sera évaluée par le calcul de la matrice variation d'impédance $\Delta Z_{n \times m}$ [Zaoui 08]. Cependant dans le cas où l'étude peut être menée en 2D, le

système multicapteurs sera formé d'un rang de capteurs (matrice de dimension $(1 \times m)$) pouvant remplacer le mouvement du capteur qui est dans ce cas suivant un seul axe.

Le dispositif que nous allons étudier comporte un tube portant un défaut sur la surface interne (DI40-L4) avec un système multicapteurs composant 7 bobines identiques à l'intérieur du tube. L'influence de la présence du défaut est évaluée par la variation de la matrice impédance Z_{17} . Les paramètres physiques et géométriques de chaque capteur et de la cible sont les mêmes que ceux de la première application (paragraphe V.2.1). La distance séparant deux capteurs successifs fonctionnant chacun en mode absolu est de 0.5mm.

V.4 .1 Résultats de la simulation

Le domaine d'étude et le maillage sont représentés par la figure V.42 suivante.

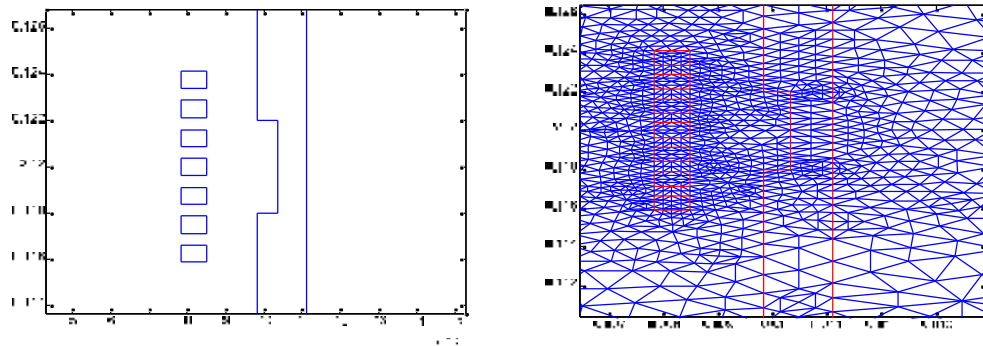


Figure V.42- Domaine d'étude et maillage EF

Nous allons nous intéresser à la répartition des lignes du champ lors de l'alimentation de la bobine dont l'axe est confondu avec celui du défaut. On représente dans ce qui suit, les allures du module, de la partie réelle et imaginaire du potentiel vecteur magnétique A pour une fréquence de 100kHz dans le cas du tube sans défaut et avec défaut.

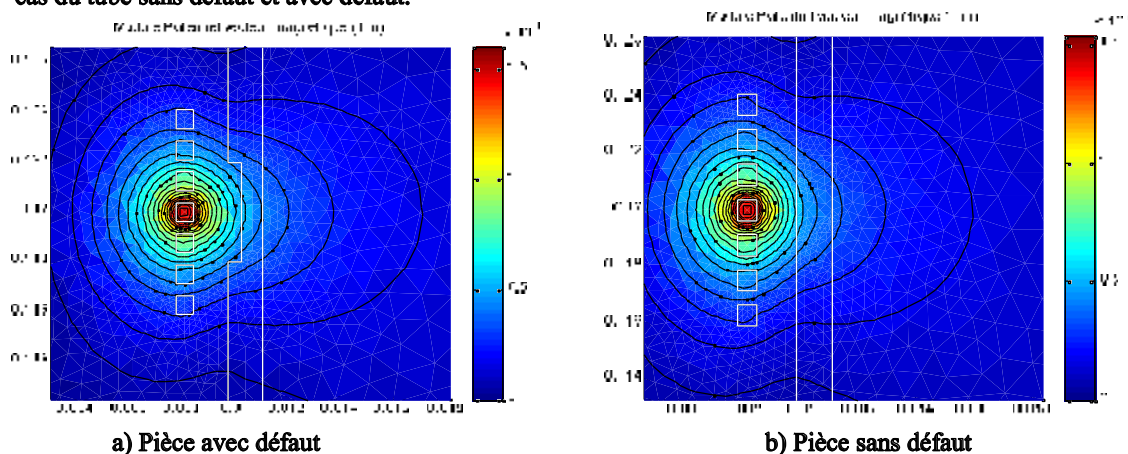


Figure V.43- Isovaleurs du module du potentiel vecteur magnétique

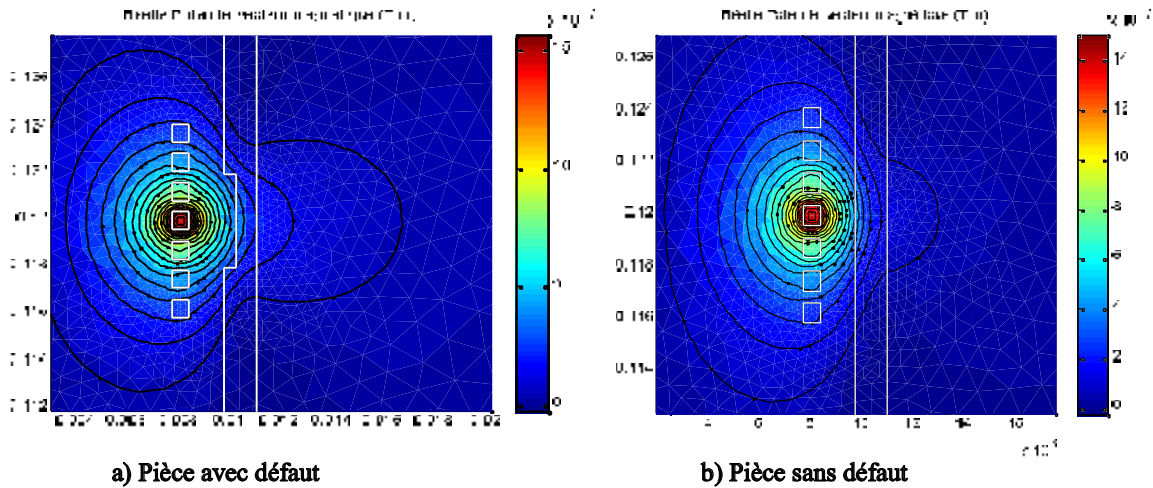


Figure V.44- Isovaleurs de la partie réelle du potentiel vecteur magnétique

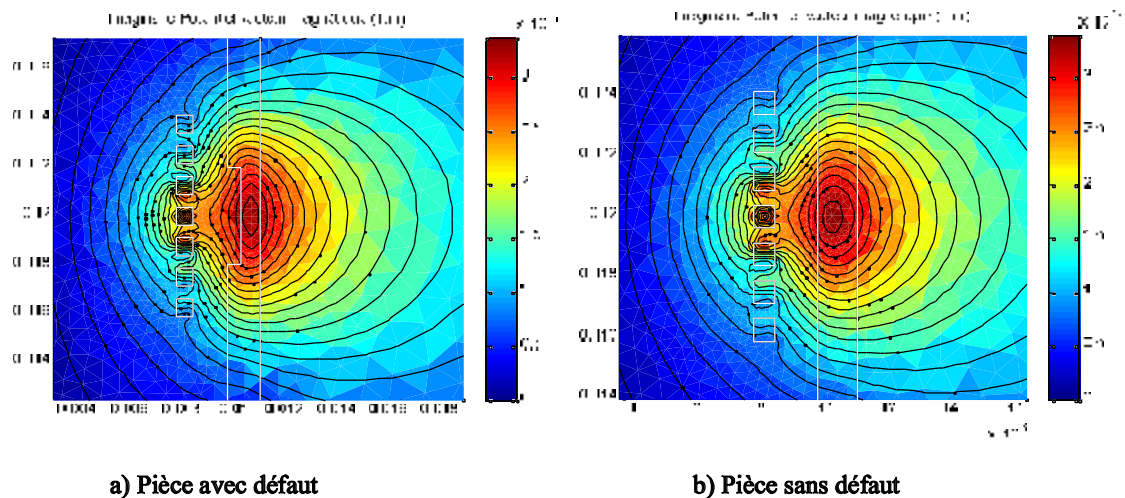


Figure V.45- Isovaleurs de la partie imaginaire du potentiel vecteur magnétique

L'influence de la présence du défaut sur la valeur de l'impédance du système est mise en évidence par le calcul de la variation de la matrice impédance entre l'état sain du tube et l'état avec défaut.

La matrice impédance dans le cas du tube sans défaut est :

$$Z_{sd} \begin{bmatrix} 77.968 & 76.690 & 76.497 & 76.487 & 76.571 & 76.748 & 78.207 \end{bmatrix} \quad [\Omega]$$

Dans le cas de présence du défaut, l'impédance Z_d est :

$$Z_d \begin{bmatrix} 78.947 & 78.483 & 79.495 & 79.921 & 79.50 & 78.501 & 78.836 \end{bmatrix} \quad [\Omega]$$

La matrice variation d'impédance due à la présence du défaut ΔZ est :

$$\Delta Z \begin{bmatrix} 0.979 & 1.793 & 2.998 & 3.434 & 2.929 & 1.753 & 0.629 \end{bmatrix} \quad [\Omega]$$

La figure V.46 représente le tracé 2D de l'impédance ΔZ en fonction de l'éloignement des centres des bobines par rapport à la surface inférieure du tube.

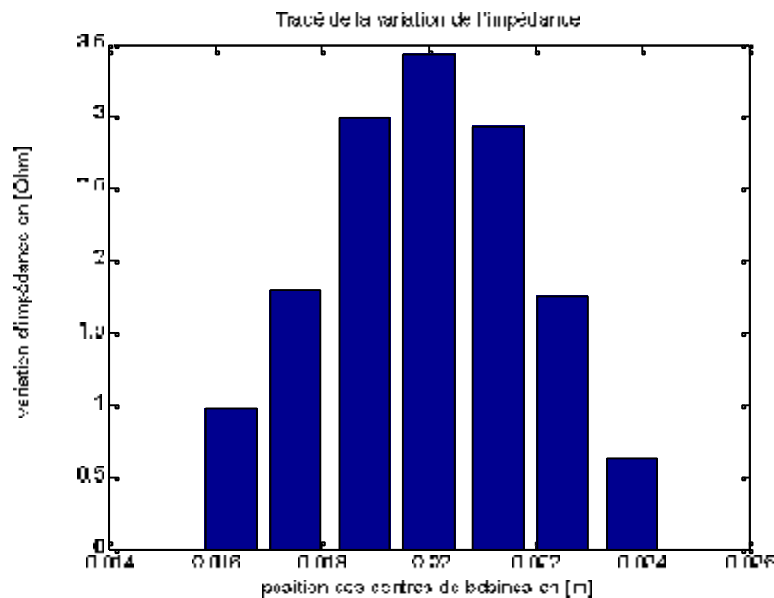


Figure V.47-La variation de l'impédance ΔZ

V.4 .2 Interprétation des résultats

La figure V.46 donne un aperçu quantitatif de la variation de l'impédance vue par chaque capteur. L'axe des ordonnées représente l'amplitude de la variation de l'impédance due à la présence du défaut et l'axe des abscisses donne la distance entre le centre de chaque bobine et la surface inférieure du tube. Il est montré que la variation de l'impédance est plus importante pour le capteur situé au milieu longitudinal du tube (l'axe de la bobine est confondu avec celui du défaut), ce qui correspond à la bobine dont la hauteur de son centre est 0.12m (figure V.42) et l'éloignement à la surface inférieure du tube est 0.02m. Cette variation diminue au fur et à mesure que cette distance s'éloigne de 0.02m en valeurs inférieures ou supérieures, ce qui signifie l'éloignement des capteurs du défaut. L'ensemble des variations d'impédances vues par chaque capteur donne l'allure de la variation d'impédance vue par un capteur fonctionnant en mode absolue glissant à l'intérieur du tube.

V.5 Conclusion

Essentiellement, Ce dernier chapitre a traité de la validation et de l'exploitation du modèle (A-J) proposé. Pour ce faire, nous avons considéré une configuration axisymétrique constituée d'un capteur fonctionnant en mode différentiel et d'une pièce tubulaire présentant des défauts circonférentiels internes et externes. La validation du modèle (A-J) a été faite en comparant les résultats obtenus à ceux obtenus par la résolution du modèle en potentiel vecteur A dans le cas d'une configuration multi-spires du capteur et dans le cas d'une configuration massive.

L'influence des paramètres géométriques du défaut **sur la réponse du capteur a été mise en évidence** par l'exploitation du modèle (A-J) **pour la simulation de différents types de défauts internes présentant des formes différentes, des profondeurs différentes et des longueurs différentes. Les informations sur la taille radiale d'un défaut sont extraites à la fois des variations de l'amplitude et de la phase de l'impédance, ce qui peut rendre l'analyse difficile. En ce qui concerne la longueur axiale du défaut, l'analyse est plus simple du moment où l'influence n'agit que sur l'amplitude.**

Dans le but d'analyser la variation de la réponse du capteur en fonction des propriétés **électromagnétiques du dispositif, plusieurs simulations ont été faites sur un tube constitué de deux couches, l'une saine et l'autre munie d'un défaut interne. La réponse varie en considérant différents cas d'anisotropie magnétique pour les deux couches et le défaut ainsi que l'introduction de la conductivité électrique du défaut (inclusion conductrice). Cette variation se traduit par l'augmentation de l'amplitude de l'impédance vue par le capteur et une dilatation de la courbe de signature du défaut. Nous avons terminé ce chapitre par une application sur un système multicapteur comportant 7 capteurs fonctionnant en mode absolu pour l'inspection d'un tube présentant un défaut sur la surface interne. La variation de la matrice d'impédance en fonction de l'éloignement de chaque capteur par rapport au défaut donne l'allure de l'impédance habituellement obtenue pour un capteur absolu glissant à l'intérieur du tube pour la détection du défaut.**

Conclusion générale

Les exigences croissantes en termes de sûreté de fonctionnement d'un produit industriel ainsi que la volonté d'optimisation de la durée de vie des pièces qui le constituent, conduisent à mettre en place des contrôles qualités de plus en plus poussés. L'utilisation des courants de Foucault permet un **contrôle non destructif fiable, rapide et peu coûteux des milieux conducteurs. La simplicité de ce contrôle et sa robustesse d'utilisation en font une technique très utilisée industriellement depuis plusieurs décennies.**

Les travaux présentés dans ce mémoire traitent de la modélisation par la méthode des éléments finis de configurations cylindriques de contrôle non destructif par courants de Foucault. Les codes de calcul Eléments Finis s'appuyant sur la discrétisation des équations de Maxwell ont été implantés sous environnement Matlab.

La modélisation des systèmes de contrôle par courant de Foucault en utilisant le modèle magnétodynamique général en potentiel vecteur magnétique A , ne permet pas de considérer au sens fort l'influence de la pièce contrôlée sur le capteur dans lequel la densité de courant est uniforme. Cette dernière revient à négliger l'effet de peau et les effets de proximité entre les conducteurs dans le capteur. En utilisant une configuration multi-spires du capteur, il est possible de tenir compte de ces effets et d'avoir des résultats reflétant le comportement réel du dispositif. Cependant en terme de temps de calcul et espace mémoire, ce modèle s'avère très lourd lors d'une résolution par EF. C'est dans ce contexte qu'un modèle de couplage (A-J) liant l'équation électromagnétique en potentiel vecteur magnétique à la densité de courant total, incluant la densité du courant source et celle des courants induits dans le capteur a été développé pour tenir compte de tous les phénomènes électromagnétiques se produisant entre le capteur et la pièce à contrôler.

Le mouvement du capteur le long de la pièce a été pris en considération par l'utilisation de la technique d'affectation de propriétés dans le cas d'un conducteur massif et la technique du macro-élément, basé sur l'introduction d'une solution analytique dans la résolution du problème global dans le cas d'un conducteur multi-spires.

La validation du modèle (A-J) a été faite par comparaison des résultats obtenus par celui-ci avec ceux issus de la résolution du modèle en potentiel vecteur A dans le cas d'un conducteur massif et dans le cas d'un conducteur multi-spires. Les résultats obtenus par le modèle (A-J) proposé sont proches de ceux du modèle considérant la configuration multi-spires dans le capteur.

Le modèle (A-J) développé a été exploité dans un premier temps pour l'étude de l'influence des caractéristiques géométriques du défaut dans une pièce tubulaire avec un capteur sonde fonctionnant en mode différentiel et dans un deuxième temps à l'étude de l'influence des caractéristiques électromagnétiques de la pièce contrôlée et du défaut dans un tube à deux couches.

Dans le but de réduire l'espace mémoire et le temps de calcul nécessaire à la simulation du mouvement du capteur le long de la pièce pour la détection du défaut, le modèle (A-J) a été implémenté pour l'étude de la variation d'impédance due à la présence d'un défaut sur la surface interne d'un tube avec un système multicapteurs. Les résultats obtenus en terme de variation d'impédance vue par chaque capteur reflètent le comportement d'un seul capteur absolu en mouvement à l'intérieur du tube.

Dans le cas de défaut nécessitant une étude en 3D, ces systèmes multicapteurs sont d'une grande importance, du fait qu'ils permettent de parer à la simulation du mouvement du capteur qui se fait suivant les deux axes. L'influence du défaut sera simplement évaluée par le calcul d'une matrice variation d'impédance entre l'état sain et l'état affecté de la pièce à inspecter.

En perspective, le modèle (A-J) sera étendu:

- **Au traitement en trois dimensions de dispositif de (CND-CF) avec un système multicapteurs**
- **Au contrôle de matériaux composite.**

👍 ጽሑፍዎን ይጻፉ

✱ *“Contribution à la modélisation de système Non destructifs par Courant de Foucault. Application à la caractérisation physique et dimensionnelle de matériaux de l'aéronautique”*. Thèse de Doctorat Université de Nantes ,2007.

✱ *“General analysis of inductive sensor based systems for non destructive testing”*, J, phy. III. 1481-1493, France, 1994.

✱ *“Magnétostatique ”*. Edition Masson et Cie, 1968.

✱ *“La recherche en contrôle non destructif”, traitement du signal, Vol 2- N0 5 Sp, 1985.*

✱ *“Résolution des équations aux dérivées partielles : différence finies, éléments finis ”*. Edition Masson, Paris, 1987.

✱ *“Considération du mouvement du rotor des machines électriques dans une modélisation par éléments finis”*. Revue Générale d'Electricité, 10/82, pp 673-679, Octobre 1982.

✱ *“La méthode de différences et la méthode des éléments finis pour la résolution des équations du champ électromagnétique ”*. Rapport d'étude bibliographique, 1978.

✱ *“Electromagnétisme à partir des équations locales”*, Edition Masson, 1985.

✱ *“Système CF multiéléments pour le contrôle de petits défauts débouchants”*, CEA/LIST, Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette France, 29 Juillet 2005.

✱ *“Surface crack detection by magnetic particle inspection”*. NDT & E International, 23(3):171, juin 1990.

✱ *“les bases de l'électromagnétisme, cours et problèmes”* Edition Dunod, Paris, 1991.

✱ *“Equations de Maxwell, ondes électromagnétiques, cours, exercice, et problèmes résolus”*. 3^{ème} Edition, Université Pierre Marie Curie(Paris VI), Dunod , Paris, 1998

✱ *“Alternative approach to the numerical calculation of impedance”*. NDT International, Volume 21 Number 1 february 1988.

✱ *“Electromagnetic modeling by Finite Element Methods”* Library of Congress Cataloging -in-Publication Data, Universidade Federal de Santa Catarina Florianopolis, Brazil .ISBN: 0-8247-4269-9. 2003.

✱ *“Etude et Modélisation de Capteur à Courant de Foucault pour le contrôle non destructif (CND) ”* Mémoire de Magister Université Mentouri de Constantine 2007.

✱ *“Performance of water-washable, fluorescent penetrants on water-basis as compared to traditional water-washable, fluorescent penetrants on petroleum-basis”*. In ECNDT 2006, novembre 2006.

የሂሳብ ምዝገባ ምዝገባ ምዝገባ “Analyse numérique matricielle appliquée à l’art de l’ingénieur. Tom 2-Méthodes itératives”. Edition Masson, 1994.

የሂሳብ ምዝገባ ምዝገባ “Nouvelle structure de capteur à courants de Foucault et algorithme associé pour la mesure des propriétés électriques et magnétiques d’un métal”. Journal de Physique III, pp. 807-824, 1995.

የሂሳብ ምዝገባ ምዝገባ ምዝገባ “Subsurface cracks detection in Inconel using pulsed eddy currents technique”. In 14th International Conference on NDE in the nuclear and pressure vessel industries, pages 347-349. ASM International, janvier 1996.

የሂሳብ ምዝገባ ምዝገባ “Lift-off and tilt effects on eddy current sensor measurements a 3-D finite element study”. The European physical Journal (EPJ), Applied physics 17, pp 25-28, EDP Sciences 2002.

የሂሳብ ምዝገባ ምዝገባ “Introduction to electromagnetic non-destructive methods”. Roberty Krieger Publishing Company, 1979.

የሂሳብ ምዝገባ ምዝገባ ምዝገባ “A half-analytical formulation for the impedance variation in axisymmetrical modelling of eddy current non destructive testing”. European Physical Journal Applied P hysics, Vol. 33, February 2006, pp. 59 -67.

የሂሳብ ምዝገባ ምዝገባ “Elaboration de modèles couplés basés sur la méthode des moments pour la modélisation de structures électromagnétiques - Application à l’étude du Contrôle Non Destructif par Induction ” Thèse de Doctorat. Université de Ferhat Abbass – SETIF 2007.

የሂሳብ ምዝገባ ምዝገባ ምዝገባ “Semi-analytical calculation of the impedance of a differential sensor for eddy current non -destructive testing” NDT&E International 42 (2009) 573– 580.

የሂሳብ ምዝገባ ምዝገባ ምዝገባ “3-D Eddy Current Computation in Carbon-Fiber Reinforced Composites”. IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, Vol. 45, N° 3, 2009

የሂሳብ ምዝገባ ምዝገባ ምዝገባ “Modélisation Couplée Electrique-Magnétique- Mécanique des machines Asynchrones à cage en Régime T ransitoires par la Méthode des Eléments finis”. Mémoire de Magister, Université Mouloud Mammeri de TIZI OUZOU, Avril 2009.

የሂሳብ ምዝገባ ምዝገባ ምዝገባ “Elaboration des modèles 2D analytico-numérique pour l’étude des systèmes comportant des pièces en mouvement ”.Thèse de Doctorat d’état, Université Mouloud Mammeri de TIZI OUZOU, 2001.

[Nougier 91] J.P Nougier “Méthode de calcul numérique”. Edition Masson, 3^{ème} édition revue, 3^{ème} tirage, Paris 1991.

የሂሳብ ምዝገባ ምዝገባ ምዝገባ “Paramétrisation et classification de signaux en contrôle non destructif. Application à la reconnaissance des défauts de rails par courant de Foucault”. Thèse de docteur en science, Orsay, paris XI, 04 juillet 1997.

የሂሳብ ምዝገባ ምዝገባ ምዝገባ “Electromagnétisme, fondements et applications”, Masson 1996

