

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de L'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou

Faculté du Génie de la Construction

Département de Génie Civil



THÈSE DE DOCTORAT

En vue de l'obtention du diplôme de
Docteur en Génie Civil

Présentée par :

M^{me} BELHOCINE Malika ; Ep : Idiri

THÈME

*Evaluation du comportement non linéaire des structures
en béton armé vis-à-vis des sollicitations sismiques*

Devant le jury d'examen composé de :

M. DAHMANI Lahlou	Professeur	UMMTO	Président
M. BOUAFIA Youcef	Professeur	UMMTO	Rapporteur
M. HALFAOUI Rachid	Professeur	UMB Boumerdès	Examineur
M. BOUZIDI Mohamed Amin	MCA	UAM Bejaia	Examineur

Soutenue le : 25 / 05 / 2023

Remerciements

Je tiens à exprimer mes sincères remerciements et ma profonde gratitude à Monsieur BOUAFIA Youcef, Professeur au département de Génie Civil à l'Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou (UMMTO), pour m'avoir pris sous son aile en m'orientant, me conseillant et d'avoir bien voulu reprendre la direction de ce travail, et ce ; depuis janvier 2016, il m'a effectivement éclairée avec son savoir.

Mes remerciements vont aussi à mon encadreur initial, Feu Monsieur DRIZI Said, Maître de Conférences au département de génie civil, à l'université UMMTO, pour ses orientations, ses conseils et son aide en phase de démarrage de ce travail : période qui s'est arrêtée brusquement suite à sa regrettable maladie durant l'année 2015, puis ; son décès tragique, en janvier 2016 (Que Dieu tout puissant le bénisse et l'accueille en son vaste paradis).

Je remercie vivement Monsieur DAHMANI Lahlou, Professeur à l'UMMTO, pour l'honneur qu'il me fait en acceptant d'être président du jury, et d'avoir pris le temps de lire et juger ce travail.

J'adresse mes vifs remerciements à Monsieur HALFAOUI Rachid, Professeur à UMB de Boumerdès, et Monsieur BOUZIDI Mohamed Amin, Maître de Conférences à l'UAM de Béjaia, d'avoir bien voulu participer à ce jury et d'avoir pris le temps de lire et juger ce travail.

Mes immenses remerciements vont également à mes parents et ma petite famille pour leur soutien et leur aide durant toutes mes années d'études.

Et pour finir, merci pour mes amis et mes collègues qui m'ont prêté main forte et à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

Dédicaces

Je tiens à dédier ce travail à :

- ❖ *Mes très chers parents à qui je dois tout et à qui je ne rendrais jamais assez.*
- ❖ *Mon mari Idiri Salah et mes enfants Alycia et massine.*
- ❖ *Mes chers frères et mes chères sœurs.*
- ❖ *Tous mes amis (es) et toute la famille.*

Résumé

Le facteur le plus important pour qu'une structure en béton armé se comporte de façon adéquate lors d'un séisme est sa ductilité, qui est la capacité de celle-ci à subir des déformations inélastiques avant sa rupture. On s'intéresse à l'étude du comportement en termes de ductilité locale et globale des éléments structuraux (portiques) de bâtiment en béton armé. Dans la première partie, nous présentons deux méthodes d'analyse du comportement non linéaire en flexion, des portiques (de type poteau-poutre) en béton armé sous chargement statique monotone, croissant jusqu'à la rupture. La première méthode est effectuée pour le cas des sections fléchies en béton armé, illustré sous forme de programme « [Sectenol 1](#) », est-ce pour déduire la ductilité locale de la section étudiée. La seconde méthode, nous permet d'évaluer le comportement non linéaire des éléments structuraux poteau poutre et portique en béton armé, en utilisant l'outil de calcul « [Poutre mince 2](#) » et déduire la ductilité globale de l'élément étudié. Dans la deuxième partie, le comportement dynamique est étudié par application de la méthode « Push-over » dans le cas d'une analyse statique non linéaire sur un portique, qui consiste à superposer la courbe représentant la capacité résistante du portique, avec la courbe représentative de la sollicitation apportée par le séisme (spectre de réponse). L'intersection de ces deux courbes, présente le point de performance du portique, ensuite, déduire sa ductilité globale. Les résultats numériques obtenus avec la présente étude, pour valider le programme « [Poutre mince 2](#) », sont en concordance favorable avec ceux obtenus par l'expérience, en confrontant nos résultats numériques à des résultats analytiques ou expérimentaux obtenus par d'autres auteurs. Les résultats permettent aussi une meilleure compréhension du comportement non linéaire des éléments structuraux en béton armé soumis à des charges statiques monotone jusqu'à la rupture. L'étude paramétrique montre que les facteurs, tel que la résistance à la compression du béton, le pourcentage d'armatures longitudinales idéale a un effet favorable sur la ductilité. Inversement, l'effort normal de compression et la résistance élevée des armatures tendues dégradent la ductilité.

Mots clés : Comportement non linéaire, simulation, modélisation, ductilité locale, ductilité globale.

Abstract

The most important factor for a reinforced concrete structure to perform adequately in an earthquake is its ductility, which is the ability of the structure to undergo inelastic deformation before failure. We are interested in studying the behavior in terms of local and global ductility of structural elements (frames) of reinforced concrete buildings. In the first part, we present two methods for analyzing the non-linear bending behavior of reinforced concrete frames (column-beam type) under monotonic static loading, increasing until failure. The first method is carried out for the case of reinforced concrete bent sections, illustrated in the form of the "Sectenol 1" program, and is used to deduce the local ductility of the section studied. The second method allows us to evaluate the non-linear behavior of reinforced concrete column, beam and frame structural elements, using the calculation tool "Thin beam 2", and to deduce the global ductility of the studied element. In the second part, the dynamic behavior is studied by applying the "Push-over" method in the case of a non-linear static analysis on frame, which consists in superimposing the curve representing the resistant capacity of the frame, with the curve representing the stress brought by the earthquake (response spectrum). The intersection of these two curves, presents the performance point of the frame, then, deduce its global ductility. The numerical results obtained with the present study, to validate the "Thin beam 2" program, are in favorable agreement with those obtained by experiment, by confronting our numerical results with analytical or experimental results obtained by other authors. The results also allow a better understanding of the non-linear behavior of reinforced concrete structural elements subjected to monotonic static loads until failure. The parametric study shows that factors such as the compressive strength of the concrete and the percentage of ideal longitudinal reinforcement have a favorable effect on the ductility. Conversely, the normal compressive stress and the high strength of the tensioned reinforcement degrade the ductility.

Keywords: Nonlinear behavior, simulation, modeling, local ductility, global ductility.

Table des matières

Résumé	III
Introduction Générale	1
Chapitre 1 : Synthèse bibliographique	
1.1 Introduction	3
1.2 Notions de base sur la ductilité	4
1.2.1 Définition de la ductilité	4
1.2.2 Différents types de ductilité	4
a. Ductilité du matériau.....	5
b. Ductilité en courbure ou ductilité locale.....	5
c. Ductilité en déplacement ou ductilité globale.....	5
1.2.3 Comportement ductile et fragile	8
1.2.4 Relation déformabilité –ductilité.....	9
1.2.5 Classe de ductilité	10
1.2.6 Ductilité des matériaux.....	10
1.2.6.1 Béton	11
1.2.6.2 Acier	11
1.2.7 Ductilité d’une section en béton armé.....	12
1.2.8 Ductilité des éléments de la structure.....	12
1.2.9 Ductilité en chargement statique monotone croissante.....	13
1.2.10 Facteurs influençant la ductilité	14
1.3 Bref sur la méthode d’analyse non linéaire de structure en béton armé	14
1.3.1 Principe de la méthode des éléments finie (MEF).....	15
1.4 Comportement non linéaire des structures conçues béton armé.....	15
a. Non linéarité matérielle.....	16
b. Non linéarité géométrique.....	16
1.5 Aperçu sur les travaux consacrés à l’analyse non linéaire des structures en béton armé	16
1.6 Aperçu sur le comportement des matériaux.....	22
1.6.1 Modélisation du comportement du béton.....	22
1.6.1.1 lois de comportement du béton en compression.....	22
a. Loi de Sargin avec branche parabolique.....	22

b. Loi de Sargin avec branche linéaire.....	23
c. Modèle du béton confiné par armatures transversales proposé par Bouafia et al.....	24
1.6.1.2 Lois de comportement du béton en traction	26
a. Modèle proposé par Grelat	26
b. Modèle proposé par Drizi et Fouré.....	27
1.6.2 Modélisation du comportement de l'acier.....	28
1.6.2.1 Modèle élasto – plastique parfait	28
1.6.2.2 Modèle élasto - plastique avec raffermisssement.....	28
1.7 Aperçu sur le comportement non linéaire des éléments en béton armé	29
1.7.1 Comportement des éléments poutres	30
1.7.2 Comportement des éléments poteaux	31
1.7.3 Comportement des nœuds poutres – poteaux	32
1.7.4 Comportement des portiques	33
1.7.4.1 Essais de CEBTP – CEA.....	33
1.7.4.2 Essai de Vecchio et Emara.....	34
1.8 Conclusion.....	34

Chapitre 2 : Méthode d'analyse non linéaire des sections fléchiées en béton armé dans le plan

2.1 Introduction	36
2.2 Approche utilisée et hypothèses de base	36
2.3 Relations efforts-déformations dans la section.....	36
2.4 Calcul de la matrice de rigidité de la section.....	39
2.5 Méthode de résolution non linéaire.....	41
a. Méthode incrémentale	41
b. Méthode itérative	41
c. Méthodes mixtes	42
2.6 Organigramme de calcul (au niveau de la section).....	45
2.7 Programme informatique et validation.....	46
2.8 Conclusion.....	46

Chapitre 3 : Méthode d'analyse non linéaire des éléments poteau poutre en béton armé

3.1 Introduction.....	47
3.2 Changements apportés au programme « poutre mince 2 »	47
3.2.1 Introduction du type de chargement	47
3.2.2 L'introduction des charges réparties	48
3.3 Approche utilisée et hypothèses de base.....	49
3.3.1 Cinématique.....	50
3.3.2 Relation déformations – déplacements.....	51
3.3.3 Relation efforts – déplacements.....	52
3.3.4 Discrétisation par élément finis	53
3.3.5 Discrétisation de la section transversale	56
3.3.6 Evaluation des rigidités de la section	57
3.3.7 Evaluation du vecteur des forces résiduelles $\{\Psi\}^e$ pour chaque élément	57
3.4 Méthode de résolution non linéaire.....	58
3.5 Algorithme de résolution.....	58
3.6 Organigramme de calcul	60
3.7 Programme de calcul poutre_mince2.....	61
3.8 Conclusion	61

Chapitre 4 : Validation du programme « poutre mine 2 » et étude paramétrique

4.1 Introduction	62
4.2 Validation du programme informatique « poutre mince 2 ».....	63
4.2.1 Essai CEBTP, CEA.....	63
4.2.2 Exemple de (Koris and Szalai, 1998).....	65
4.2.3 Exemple de Low_Moehle.....	67
4.3. Etude paramétrique du poteau de Low_Mohle.....	69
4.3.1 Influence de l'effort normal.....	69
4.3.1.1 Évaluation de la ductilité locale (courbes moment-courbure).....	70
4.3.1.2 Évaluation de la ductilité globale (courbes charge - flèche).....	72
4.3.2 Influence du pourcentage du ferrailage longitudinal	73
4.3.2.1 Évaluation de la ductilité locale (courbes moment-courbure).....	74

4.3.2.2 Évaluation de la ductilité globale (courbes charge-déplacement).....	75
4.3.3 Influence de la résistance de compression du béton.....	77
4.3.3.1 Évaluation de la ductilité locale (courbes moment-courbure).....	77
4.3.3.2 Évaluation de la ductilité globale (courbes contraintes-déplacement).....	78
4.4 Conclusion	80

Chapitre 5 : Application de la méthode « Push-over »

5.1 Introduction.....	82
5.2 Analyse push over du portique en béton armé	82
5.2.1 Définition et origine de l'analyse	82
5.2.2 Principe et but de la méthode push-over.....	83
5.2.2.1 Principe de la méthode push-over.....	83
5.2.2.2 But de l'analyse push-over.....	83
5.2.3 Comportement non linéaire des éléments structuraux en béton armé	84
5.2.4 Courbe de capacité	84
5.2.4.1 Schématisation de la courbe de capacité	84
5.2.4.2 Transformation du système à plusieurs degrés de liberté à un système équivalent à un seul degré de liberté	85
5.2.4.3 Transformation en spectre de capacité	86
5.2.5 Idéalisations bilinéaires de la courbe de capacité	86
5.2.6 Détermination du spectre amorti à 5%	87
5.2.7 Transformation du spectre vers le format ($S_a - S_d$)	87
5.2.8 Calcul de l'amortissement effectif	88
5.2.9 Calcul de l'amortissement effectif	89
5.2.10 Détermination du point de performance	90
5.3 Application de la méthode d'analyse non linéaire Push-over sur le portique CEBTP-CEA.....	92
5.3.1 Caractéristiques du portique.....	92
5.3.2 Application de la méthode d'analyse non linéaire Push-over.....	93

5.4 Résultats de l'analyse push-over.....	95
5.4.1 Courbe de capacité du portique ($V_{\text{base}}-D_{\text{sommet}}$).....	95
5.4.2 Courbe de capacité du système équivalent (S_a-S_d).....	96
5.4.3 Détermination du point de performance du système équivalent (S_a-S_d)	96
5.4.4 Détermination du point de performance du portique ($V_p - D_p$)	97
5.4.5 Ductilité globale du portique (μ_D).....	97
5.5 Conclusion	98
Conclusion générale	99
Bibliographie	102
Annexes	117

Liste des figures

Chapitre 1 : Synthèse bibliographique

Figure 1.1 : Relation entre ductilité globale (μ_{Δ}) et la ductilité locale (μ_{ϕ})	6
Figure 1.2 : Réduction de la force sismique et taux de ductilité.....	7
Figure 1.3 : Relation entre facteur de réduction et demande de ductilité.....	8
Figure 1.4 : Comportement d'un élément ductile et fragile.....	8
Figure 1.5 : Relation déformabilité - ductilité.....	9
Figure 1.6 : Déformabilité et ductilité.....	9
Figure 1.7 : Classe de comportement des éléments structurel	10
Figure 1.8 : Courbes contrainte-déformation du béton sous compression uni axiale.....	11
Figure 1.9 : Courbes contrainte-déformation de quelques types d'acier.....	12
Figure 1.10.a : Courbe $\sigma - \varepsilon$ du béton comprimé selon Sargin	22
Figure 1.10.b : Loi de Sargin avec branche linéaire.....	23
Figure 1.11 : Diagramme contrainte – déformation du béton confiné, proposé par Bouafia et al.....	24
Figure 1.12 : Comportement fictif du béton tendu selon Grelat	26
Figure 1.13 : Modèle de Drizi et Fouré pour le béton tendu.....	27
Figure 1.14 : Modèle élasto – plastique parfait.....	28
Figure 1.15 : Modèle élasto – plastique avec raffermissement.....	29
Figure 1.16 : (a) poutre ferrillée normalement, (b) boucles d'hystérésis.....	30
Figure 1.17 : (a) poutre avec ferrillage diagonal, (b) boucles d'hystérésis.....	31

Figure 1.18 : Specimen S3. (a) mode de rupture, (b) comportement d'hystérésis.....	32
Figure 1.19 : Caractéristiques géométriques et ferrailage du portique.....	33
Figure 1.20 : Les caractéristiques géométriques et ferrailage du portique du Vecchio.....	34

Chapitre 2 : Méthode d'analyse non linéaire des sections fléchies en béton armé dans le plan

Figure 2.1 : Section en béton armé sous M et N, déformations et contraintes normales.....	37
Figure 2.2 : Comportement contrainte-déformation en présentant le module sécant.....	38
Figure 2.3 : Discrétisation de la section en tranches horizontales.....	40
Figure 2.4 : Schéma de résolution pour le calcul M- \emptyset (N : constant).....	43
Figure 2.5 : Organigramme de calcul au niveau de la section.....	45

Chapitre 3 : Méthode d'analyse non linéaire des éléments poteau poutre en béton armé

Figure 3.1 : Discrétisation par élément finis poutres	49
Figure 3.2 : L'élément poutre mince de Bernoulli	49
Figure 3.3 : Déplacement de P (x ; z) d'un tronçon de poutre.....	51
Figure 3.4 : Élément à deux nœuds.....	53
Figure 3.5 : Discrétisation de la section transversale.....	56
Figure 3.6 : Organigramme de calcul au niveau de la structure.....	60

Chapitre 4 : Validation du programme « poutre mine 2 » et étude paramétrique

Figure 4.1: Caractéristiques géométriques du portique CEBTP	63
Figure 4.2 : Courbes numériques calculées et expérimentale du portique CEBTP	64
Figure 4.3 : Caractéristiques géométriques et ferrailage de la poutre.....	65
Figure 4.4 : Chargement équivalent concentré aux nœuds.....	66
Figure 4.5 : Courbe charge flèche de la poutre dans les deux cas.....	66
Figure 4.6 : Données géométriques du poteau de Low_Mohle	67
Figure 4.7 : Les courbes charge - flèche expérimentale, L. Moehle et calculée avec poutre mince2.....	68
Figure 4.8 : Courbes moments-courbures de la section en fonction de l'effort normal.....	71
Figure 4.9 : Variation de la ductilité locale en fonction de l'effort normal.....	71
Figure 4.10 : Courbes charges-déplacements du poteau de Low en fonction de l'effort normal.....	72
Figure 4.11 : Ductilité globales- efforts normaux.....	73
Figure 4.12 : Courbes moments-courbures pour différentes valeurs de ω	74
Figure 4.13 : Ductilité locales- pourcentages du ferrailage longitudinal ω	75
Figure 4.14 : Courbes charges-déplacements pour différentes valeurs de ω au niveau de l'élément.....	76
Figure 4.15 : Ductilités globales – pourcentages du ferrailage longitudinal ω	76
Figure 4.16 : Les courbes moments-courbures pour différentes valeurs de f_{cj}	77
Figure 4.17 : Courbe ductilité locale-résistances à la compression du béton f_{cj}	78
Figure 4.18 : Les courbes charges déplacements pour différentes valeurs de f_{cj}	79
Figure 4.19 : Ductilités globales- résistances à la compression du béton.....	79

Chapitre 5 : Application de la méthode « Push-over »

Figure 5.1 : Niveaux d'endommagement décrits par une courbe de capacité.....	85
Figure 5.2 : Système équivalent à un seul degré de liberté.....	85
Figure 5.3 : Transformation de la courbe de capacité.....	86
Figure 5.4 : Idéalisations bilinéaires de la courbe de capacité.....	87
Figure 5.5 : Spectre élastique amorti à 5% au format traditionnel.....	88
Figure 5.6 : Spectre de réponse élastique dans le format accélérations-déplacements.....	88
Figure 5.7 : Détermination du point (a^*, d^*)	91
Figure 5.8 : Détermination du point (a_y, d_y)	91
Figure 5.9 : Détermination du point de performance.....	92
Figure 5.10 : Caractéristiques géométriques du portique CEBTP-CEA.....	93
Figure 5.11 : Loi de comportement utilisée par le logiciel Etabs.....	94
Figure 5.12 : Courbe de capacité du portique CEBTP CEA (V_{base} - D_{sommet}).....	96
Figure 5.13 : Courbe de capacité du système équivalent du portique CEBTP CEA à un seul DDL (S_a - S_d).....	96
Figure 5.14 : Point de performance du système équivalent du portique CEBTP CEA.....	97

Annexes

Figure a.1 : Organigramme général du programme SECTNOL1.....	118
Figure a.2 : Organigramme détaillé du bloc calcul du programme « Poutre mince 2 ».....	124

Liste des tableaux

Chapitre 3 : Méthode d'analyse non linéaire des éléments poteau poutre en béton armé

Tableau III.1 : Charges nodales équivalentes dues aux chargements répartis sur un élément donné de la structure.....	48
---	----

Chapitre 4 : Validation du programme « poutre mine 2 » et étude paramétrique

Table IV.1 : Caractéristiques des matériaux du portique.....	63
Table IV.2 : Comparaison entre les résultats expérimental, ETABS, A. Tai et les résultats donnés avec poutre mince2.....	64
Tableau IV.3 : Caractéristiques des matériaux de la poutre.....	66
Tableau IV.4 : Caractéristiques du béton et l'acier du poteau de Low.....	68
Tableau IV.5 : Comparaison entre les résultats expérimental, A. Tai et les résultats calculés avec poutre mince2.....	68
Tableau IV.6 : Différentes valeurs de l'effort normal considéré.....	70
Tableau IV.7 : Résultats numériques au niveau de la section du poteau de Low en fonction de l'effort N.....	70
Tableau IV.8 : Les principaux résultats numériques du poteau de Low.....	72
Tableau IV.9 : Pourcentage d'armatures longitudinales ω	74
Tableau IV.10 : Les résultats après calculs en fonction du pourcentage du ferrailage ω	74
Tableau IV.11 : Résultats après calcul correspondants aux différentes valeurs de ω du poteau.....	75
Tableau IV.12 : Résultats après calcul au niveau de la section du poteau de Low en fonction de la résistance à la compression du béton f_{cj}	77
Tableau IV.13 : Résultats après calcul correspondants aux différentes valeurs de f_{cj} du poteau.....	78

Chapitre 5 : Application de la méthode « Push-over »

Tableau V.1 : Détermination de l'amortissement effectif de la structure.....	89
Tableau V.2 : Type de comportement structurel.....	90

Principales Notations

ε_z : La déformation élastique du matériau.

ε_u : La déformation maximale du matériau.

f_{c28} : Résistance caractéristique du béton à l'âge de 28 jours.

f_{tj} : Résistance à la traction du béton à l'âge j.

f_e : limite élastique des aciers.

ε_g : La déformation longitudinale au niveau du centre géométrique G d'une section.

ϕ : La courbure.

$\varepsilon(z)$: La déformation longitudinale d'une fibre horizontale située à l'ordonnée z /GZ.

σ_{bc} : Contrainte de la fibre de béton la plus comprimée.

σ_{bt} : Contrainte de la fibre de béton la plus tendue.

ε_{bc} : Déformation de la fibre de béton la plus comprimée.

ε_{bt} : Déformation de la fibre de béton la plus tendue.

σ_s : Contrainte de l'acier.

ε_{bc} : Déformation de la fibre de béton la plus comprimée.

ε_s : Déformation de l'acier.

$\sigma(z)$: La contrainte normale au niveau d'une fibre considérée.

n : Nombre de points de Gauss (n = 3).

ξ_i : Abscisse du point de Gauss i.

α_i : Poids d'intégration au point de Gauss i.

\overline{EA} : Rigidité à l'effort normal (rigidité de membrane).

\overline{ES} : Rigidité due au couplage flexion – effort normal.

\overline{EI} : Rigidité à la flexion.

[K] : La matrice de rigidité sécante de la section.

A : Aire de la section.

S : Moment statique de la section / GZ.

I : Moment d'inertie de la section/ GZ.

M : Moment de flexion appliqué sur la section.

N : Effort normal appliqué sur la section.

ΔM : Incrémentation du moment de flexion.

ΔN : Incrémentation de l'effort normal.

nb : Nombre de tranches horizontales dans la section du béton.
 na : Nombre de lits d'aciers.
 E_{bi} : Module d'élasticité sécant du béton au niveau de la tranche i .
 E_{aj} : Module d'élasticité sécant de l'acier du lit j .
 A_j : Aire du lit d'acier j .
 z_{bi} : Ordonnée au niveau du milieu de la tranche de béton i/gz .
 z_{aj} : Ordonnée du lit d'acier j/gz .
 ΔS_i : Aire de la tranche i du béton.
 $b(z_{bi})$: Largeur de la tranche de béton i .
 Δh_i : Hauteur de la tranche de béton i .
 $u(x, z)$: Déplacement axial selon x .
 $w(x, z)$: Déplacement transversal selon z .
 $u_0(x)$: Déplacement axial au niveau de l'axe de référence de la poutre.
 $\theta(x)$: Rotation de la normale de la section transversale d'abscisse x .
 w_1, w_2 : La valeur du déplacement transversal au nœud 1 et 2 respectivement,
 θ_1, θ_2 : La valeur de la rotation au nœud 1 et 2 respectivement.
 γ : La rotation due au cisaillement transversal.
 $\varepsilon_0(x)$: Déformation longitudinale au niveau de l'axe de référence, à l'abscisse x .
 $\phi(x)$: Courbure de la section transversale, à l'abscisse x .
 $[D]$: Matrice des propriétés élastiques de l'élément.
 $[N]$: Matrice des fonctions d'interpolation (de forme).
 u_i : La valeur du déplacement longitudinal au nœud i .
 w_i : La valeur du déplacement transversal au nœud i .
 θ_i : La valeur de la rotation au nœud i .
 $[B]$: Matrice de déformation.
 N : L'intensité de l'effort normal de compression.
 σ : La contrainte normale de compression.
 ω : Le pourcentage du ferrailage longitudinal.
 f_{bc} : Résistance à la compression du béton.
 ε_b : Déformation de la fibre la plus comprimé.
 ε_{b0} : Déformation de pic correspondant à f_{bc} .
 k et k' : paramètres du modèle.
 E_{b0} : le module d'élasticité initial du béton.

E_a : Le module élastique de l'acier.

E_{bc} : Le module élastique du béton.

ε_i : déformation du béton au niveau de l'armature la plus tendue.

σ_t : contrainte dans le béton au niveau de l'armature la plus tendue.

ε_y : déformation correspondant à la plastification des aciers.

μ_m : Le facteur de ductilité du matériau (de déformation).

μ_ϕ : Le facteur de ductilité en courbure.

ϕ_u : La courbure maximale.

$\phi_{\varepsilon l}$: La courbure élastique.

D_u : Le déplacement maximal d'un niveau défini de la structure.

$D_{\varepsilon l}$: Le déplacement correspondant à la limite élastique.

μ_D : Le facteur de ductilité en déplacement.

Introduction générale

Les structures de génie civil sont généralement conçues de manière à obtenir un comportement suffisamment ductile et une bonne capacité de dissipation d'énergie, lors d'un mouvement produit par une action sismique. Ceci leur permet de subir des déplacements hors du domaine linéaire sans dommage important, ni risque de rupture brutale ou perte de stabilité. Plusieurs études expérimentales et analytiques sont menées sur l'étude du comportement non linéaire des constructions en béton armé, elles permettent d'apprécier leur ductilité locale et globale. La conception des structures repose aussi sur l'approche en capacité qui fait partie intégrante de plusieurs codes de calcul. Dans ce contexte, les éléments structuraux sont dimensionnés et conçus de manière à pouvoir supporter des déplacements latéraux importants tout en préservant l'équilibre global de la structure. La ductilité est alors une propriété mécanique importante à prendre en compte lors de la conception des structures.

Il s'agit, dans le cadre de cette thèse, d'étudier et d'apprécier le comportement en termes de ductilité locale et globale des éléments structuraux (portiques) de bâtiment en béton armé (structures de type poteaux-poutres). Le comportement dynamique est étudié par application de la méthode « Push-over ».

Dans un premier temps, on s'intéresse à la modélisation et la simulation numérique du comportement non linéaire en flexion, jusqu'à la rupture, des portiques en béton armé sous chargement statique monotone croissant. L'analyse est effectuée pour le cas des sections fléchies en béton armé. Ceci a permis de tracer les courbes d'évolution de type moment-courbure et d'en déduire le facteur de ductilité locale. Le tracé des courbes charge-déplacement (ou flèche) des portiques analysés permet d'en déduire le facteur de ductilité globale. Cette modélisation est effectuée en utilisant la méthode des éléments finis dans le cadre de l'hypothèse de Navier Bernoulli. En effet, cette méthode de discrétisation en éléments finis qui cherche une solution approchée fournit des résultats raisonnablement précis à divers problèmes de l'ingénieur. Elle est très utilisée pour évaluer le comportement de tout type de structure. Celle-ci est donc discrétisée en éléments finis de type « poutre » à 2 nœuds avec six degrés de liberté (6 ddl).

Dans la seconde partie du travail, il s'agit d'appliquer la méthode « Push-over » dans le cas d'une analyse statique non linéaire. L'analyse du comportement statique non linéaire, jusqu'à rupture, des portiques (poteaux -poutres) en béton armé est effectuée et a permis

d'obtenir des courbes d'évolution de la charge en fonction du déplacement. L'analyse est aussi faite pour un portique soumis à un chargement latéral.

La thèse est structurée comme suit :

Le premier chapitre est une synthèse bibliographique où l'on reprend les aspects et les différentes approches relatives à la ductilité des structures en béton armé vis-à-vis des sollicitations statique et sismique. Il décrit brièvement la méthode d'analyse en éléments finis ainsi qu'un aperçu sur l'historique et l'évolution de cette méthode. On présente quelques lois de comportement non linéaire des matériaux (béton et acier).

Le second chapitre décrit le procédé d'analyse numérique non linéaire effectué pour une section transversale fléchie, et ce ; jusqu'à la rupture. Cette partie se concrétise par l'élaboration d'un programme informatique « *Sectnol 1* ». Il permet d'évaluer la ductilité locale au niveau des sections fléchies en béton armé.

Le troisième chapitre est consacré à la présentation du procédé de formulation de la méthode d'analyse numérique effectuée, pour modéliser le comportement non linéaire des structures de type « poteau-poutre » en béton armé. On décrit les étapes de calcul (sous forme d'algorithme), conduisant au programme informatique « *Poutre mince 2* ». Celui-ci sera ensuite appliqué pour évaluer la ductilité globale de la structure.

La validation du programme « *Poutre mince 2* » est effectuée dans le quatrième chapitre. Des confrontations entre les résultats numériques obtenus avec la présente étude et les résultats expérimentaux ou analytiques obtenus par d'autres auteurs sont présentées. On présente aussi une étude paramétrique, qui porte sur l'influence de divers paramètres ; tels que : l'intensité de l'effort normal, le pourcentage du ferrailage longitudinal et la résistance à la compression du béton sur la ductilité locale et globale dans le cas d'un poteau.

Le cinquième chapitre est consacré à l'application de la méthode « *Push-over* ». Celle-ci est appliquée au cas d'un portique, réalisé au CEBTP-CEA (France), soumis à une charge horizontale variable. La courbe de capacité du portique étudié est obtenue en effectuant une analyse « *push-over* » ; l'effort tranchant à la base est donné en fonction du déplacement latéral en tête du portique. Le spectre de capacité est ensuite transformé sous la forme de valeurs de $(S_a - S_d)$ en utilisant le logiciel « *ETABS - V. 9* ». Le point de performance est obtenu par application de la méthode « *ATC 40* ». Ce qui a permis d'apprécier le comportement et la ductilité globale de la structure.

Enfin, la conclusion générale présente quelques remarques et perspectives.



**Synthèse
bibliographique**

1.1 Introduction :

Les structures parasismiques sont conçues de manière à ce que l'énergie induite par l'action sismique soit absorbée et dissipée par des larges déformations inélastiques. Ces déformations doivent être limitées à des valeurs qui évitent à la structure de subir un certain degré de dégradation susceptible de compromettre la vie des occupants et leur sécurité. Il est donc important de connaître la capacité de résistance et de déformation de chaque élément structurel, pour être sûr que le mécanisme de rupture se développe de la manière souhaitée (Park, 1992 [1]).

La ductilité est la capacité d'un matériau, d'une section, d'un élément ou d'une structure à subir une déformation irréversible jusqu'à la rupture, sans perte significative de résistance sous des contraintes alternées. Il existe trois façons de quantifier la ductilité dans la littérature : la ductilité en déformation, la ductilité en courbure et la ductilité en déplacement. La première concerne la capacité de déformation locale des matériaux, la seconde concerne la capacité de rotation dans une section et la troisième concerne le comportement global de la structure. La ductilité locale est la ductilité propre du matériau de construction (béton et acier). La ductilité globale de la structure permet d'apprécier son niveau de résistance dans la phase élastique et les dégradations dus aux déplacements qu'elle peut subir sous l'effet des sollicitations plus importantes, et ; qui entraînent le plus souvent des rotules plastiques dans certains points de cette structure.

Actuellement, la conception des structures à l'égard de leur sécurité antisismique, repose sur l'approche en capacité qui fait partie intégrante de plusieurs codes tels que : RPA, 2003 [2] ; NZS, 1992 [3] ; ACI, 1989 [4] ; NBCC, 1990 [5] ; EC8, 2003 [6]. Les codes parasismiques récents exigent des dispositions constructives assez spéciales dans les zones critiques, des éléments résistants des constructions, afin de préserver d'une manière implicite une ductilité suffisante. Les différents règlements parasismiques introduisent 3 grandes classes de ductilité : faible (L), moyenne (M) et élevée (H). Il convient dans la présente étude de faire le dimensionnement des structures poteaux-poutres en respect du règlement parasismique Algérien RPA 99 modifié 2003. Ce dernier intègre la ductilité globale en fonction du coefficient du facteur de comportement de la structure R. En revanche, il tente de relier d'une manière implicite la ductilité locale par des dispositions dans les zones critiques, en imposant des valeurs minimales dans le dimensionnement et le ferrailage.

1.2 Notions de base sur la ductilité :

Avant 1960, la notion de ductilité été utilisée seulement dans le comportement non linéaire des matériaux utilisés dans la conception des structures. Après les études de Baker et les travaux de recherches dans les problèmes sismiques de Housner G.W, 1959 [7], ce concept s'est étendu au niveau de la structure et associé avec les notions de résistance et de rigidité de la structure globale (V. Gioncu, 2000 [8] ; Gioncu V et Mazzolani F.M., 2002 [9]). Un grand nombre de recherches expérimentales et analytiques, ont été conduites dans des laboratoires, pour analyser et quantifier la ductilité des éléments poteau poutre et portique en béton armé, dimensionnés par divers règlements tels que : Park R et Ruiting D., 1988 [10] ; Haddad, M.S., 1995 [11] ; Kassoul, A et al., 2004 [12] ; Pam H.J., 2001 [13] Bengar, H.A et Maghsoudi A.A, 2007 [14] ; Kwan, A.K.H et Ho, J.C.M., 2002 [15] ; Bertero V.V., 1988 [16] ; Fuentes A., [17] ; N. Djebbar., 2003 [18] ; Kappos A.J et al, 1999 [19] ; Nelson Lam *et al.*, 1998 [20] ; Mendis et Kovacic, 1999 [21] ; Paultre et Legeron, 2008 [22] ; Watson et al., 1994 [23].

1.2.1 Définition de la ductilité :

Lors d'un mouvement produit par une action sismique, les structures en béton armé présentent un comportement non linéaire dû à l'apparition de non linéarités, telles que la fissuration et l'écrasement du béton, la plastification des aciers, le glissement d'interface entre l'acier et le béton etc.... La ductilité caractérise l'aptitude d'une structure, d'un élément de structure ou des matériaux constitutifs, à se déformer dans le domaine non linéaire, au-delà de la limite élastique, jusqu'à la ruine. En génie civil l'ingénieur vise à obtenir un comportement suffisamment ductile. Ceci confère à la structure une bonne capacité de dissipation de l'énergie transmise par le séisme et éviter une rupture fragile et soudaine qui peut être catastrophique. Elle est définie aussi par le facteur, présentant le rapport entre la déformation ultime et la déformation élastique. Cette définition s'applique aux déformations, aux rotations, aux courbures et aux déplacements.

1.2.2 Différents types de ductilité :

L'analyse du comportement non linéaire des structures auto-stables de type poteaux poutres, nécessite la connaissance des critères caractérisant le domaine non linéaire de celles-ci (V. Gioncu, 2000, [8]). Sous chargement statique monotone croissante, on s'intéresse à la ductiles du matériau et d'élément étudié. On distingue donc trois types de ductilité Gioncu et al. 2002 [9]) :

a. Ductilité du matériau :

La ductilité du matériau peut être définie comme le rapport de la déformation maximale ε_m , correspondant à la contrainte maximale, sur la déformation ε_y , correspondant à la limite élastique. Le facteur de ductilité du matériau désigné par μ_m a pour expression :

$$\mu_m = \frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_y} \dots\dots\dots(1.1)$$

La définition de ce facteur dans le cas de chargement monotone est sans ambiguïté, ce qui n'est pas le cas lorsqu'il s'agit d'un chargement cyclique. Dans ce cas ε_m peut être défini, soit comme la déformation maximale depuis l'état initial, soit comme la déformation depuis le comportement d'un cycle, jusqu'à leurs niveaux maximums.

b. Ductilité en courbure :

C'est la capacité de rotation des rotules plastiques développées dans la section fléchis des éléments structuraux (poteau, poutre et portique), elle est définie comme étant le rapport de la courbure maximale à la courbure élastique.

$$\mu_\phi = \frac{\phi_u}{\phi_y} \dots\dots\dots (1.2)$$

Pour l'étude du chargement cyclique, ϕ_u est la rotation totale correspondant à un demi-cycle de charge. Si un élément a des capacités de rotation différentes dans les deux sens opposés, il aura des facteurs de ductilité μ_ϕ différents dans les deux sens. La capacité de rotation des éléments, est un paramètre très important non seulement en calcul sismique, mais également en analyse plastique des structures pour le chargement monotone. Cette capacité permet la redistribution des moments dans le système.

c. Ductilité en déplacement ou ductilité globale :

La ductilité en déplacement est une mesure de la ductilité globale de la structure conçue en béton armé. Elle est souvent employée en calcul sismique, est reliée au déplacement d'un point de celle-ci, le facteur de ductilité en déplacement μ_Δ est défini comme le rapport du déplacement maximal Δ_u d'un niveau défini de la structure, sur le déplacement Δ_y correspondant à la limite élastique.

$$\mu_\Delta = \frac{\Delta_u}{\Delta_y} \dots\dots\dots (1.3)$$

Δ_y : Consiste en l'examen de la relation charge-déplacement de toute la structure et à noter le début de la déviation du comportement par rapport à la partie élastique linéaire.

Il reste à préciser la différence entre les trois facteurs de ductilité précédemment définis, et on ne doit pas les confondre, chacun d'eux a son importance et sa signification. Le facteur de ductilité μ_m , caractérise les propriétés mécaniques des matériaux, un μ_m élevé indique un matériau ductile, un μ_m faible indique un matériau fragile.

Le facteur de ductilité de rotation μ_ϕ , représente la performance d'un élément ou d'un joint de la structure. Une telle construction ne peut pas avoir un comportement ductile si les valeurs de μ_ϕ pour ses éléments et ses joints sont insuffisantes pour redistribuer les moments internes. Finalement le facteur de ductilité en déplacement Δ_u , fournit un indice pour le comportement global de la construction en béton armé, c'est-à-dire l'aptitude de la construction à se déformer au-delà de la limite élastique [Chertout. ABLA, 2010 \[24\]](#).

Cependant, il faut bien distinguer entre ductilité globale et ductilité locale. La ductilité globale correspond au rapport des déformations horizontales au sommet et considère les déformations au niveau de la construction en béton armé. La ductilité locale considère les déformations au niveau des zones ou section fléchée (rotules plastiques). Elle correspond aux sollicitations effectives des matériaux et ses valeurs sont nettement plus élevées de la ductilité globale. La relation entre la ductilité locale et la ductilité globale pour une poutre console est représentée sur la figure 1.1.

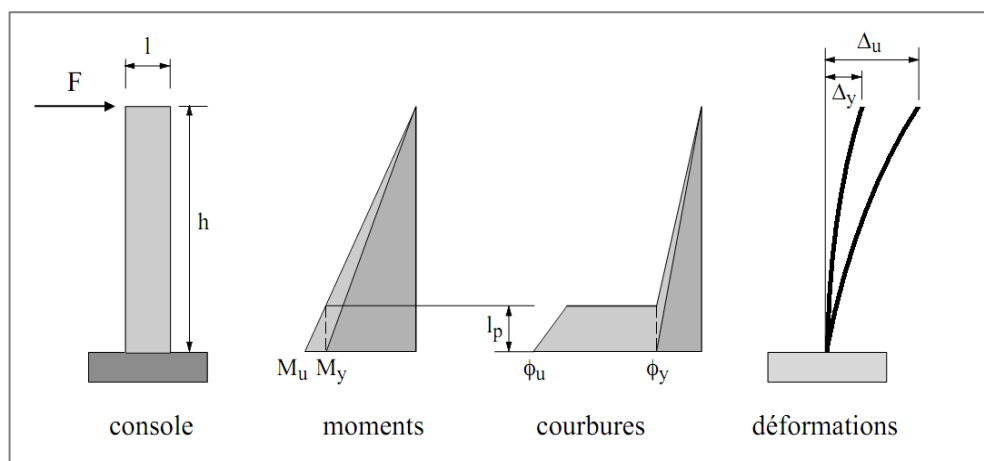


Figure 1.1 : Relation entre ductilité globale (μ_Δ) et la ductilité locale (μ_ϕ) [25].

Selon le RPA 99 v2003, le facteur de ductilité en déplacement est appelé coefficient de comportement R, celui-ci dépend naturellement de la ductilité globale et la dissipation d'énergie d'une structure soumise à une action sismique, il consiste à réduire cette charge. Cependant, quel niveau de ductilité doit-on adopter pour une certaine catégorie de structure (Badoux et al., 2003[25]), une simple réponse à cette question est quasi-impossible vue la grande diversité dans les formes de structures et le grand nombre d'incertitudes impliquées. Plusieurs approches ont été faites sur le facteur de comportement R dans la littérature tels que : Newmark et Hall [26], Riddell, 1989 [27], Krawinkler, 1992 [28], Miranda, 1994 [29] et Fadjfar, 2002 [30]. Louzai. A et Abed. A, 2020 [31]. La figure (1.2) montre deux conditions définissant les limites de la relation entre le facteur de réduction des forces R, et le taux de ductilité d'ensemble (Δ_u), la figure 1.3 montre la relation entre le facteur de réduction et la demande en ductilité :

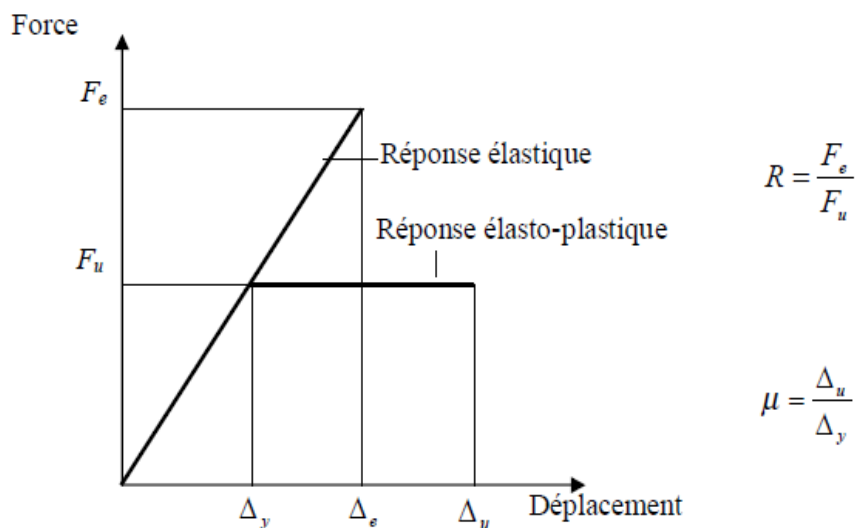
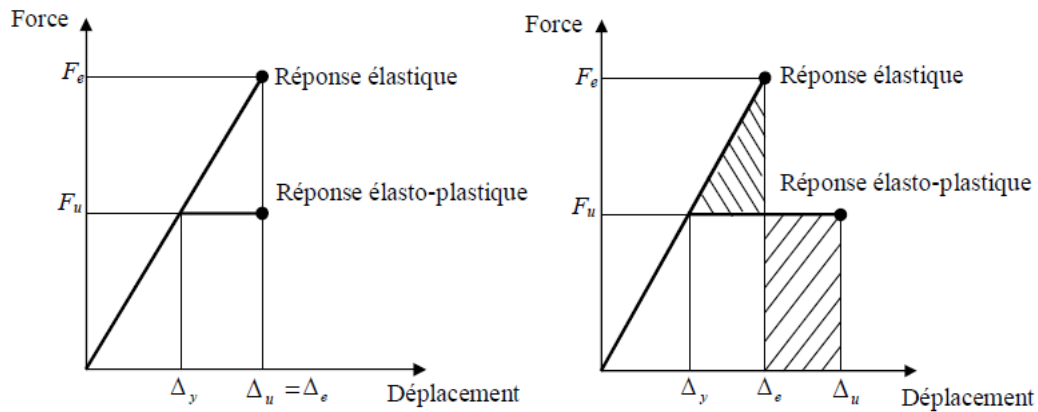


Figure 1.2 : Réduction de la force sismique et taux de ductilité.



*Approximation de déplacements égaux :
Structures avec des périodes naturelles
relativement longues.*

*Approximation d'énergie égales :
Structures avec des périodes
naturelles moyennes.*

Figure 1.3 : Relation entre facteur de réduction et demande de ductilité.

1.2.3 Comportement ductile et fragile :

Pour les éléments structuraux de type poteau poutre conçus en béton armé, lorsque le palier de non linéarité est long, on dit que l'élément est ductile. Cependant, lorsque le palier de non linéarité est court, on dit que l'élément est fragile (figure 1.4) Park. R et Paulay. T, 1957 [32], Généralement un comportement fragile aura lieu dans le cas où l'élément possède une quantité d'armature insuffisante et dans le cas où l'élément possède une quantité suffisante d'armatures, l'élément est dit rigide (Park R, 1989 [33]).

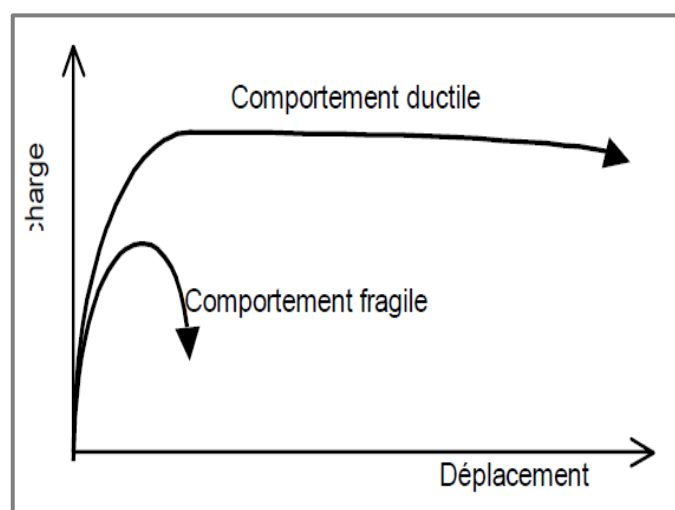


Figure 1.4: Comportement d'un élément ductile et fragile [32].

1.2.4 Relation déformabilité -ductilité :

La déformabilité est la capacité d'un matériau, d'un élément de la structure ou d'une structure entière de se déformer avant l'effondrement. Par contre, la ductilité est la capacité de subir une déformation, après la fin de la phase élastique jusqu'à avant la ruine [Bertero, V.V, 1988 \[34\]](#), comme le montre la figure 1.5. Par conséquent, le facteur de ductilité est le rapport entre la déformation maximale et la déformation obtenue à la fin de la phase élastique ([Park, 1989\[33\]](#)).

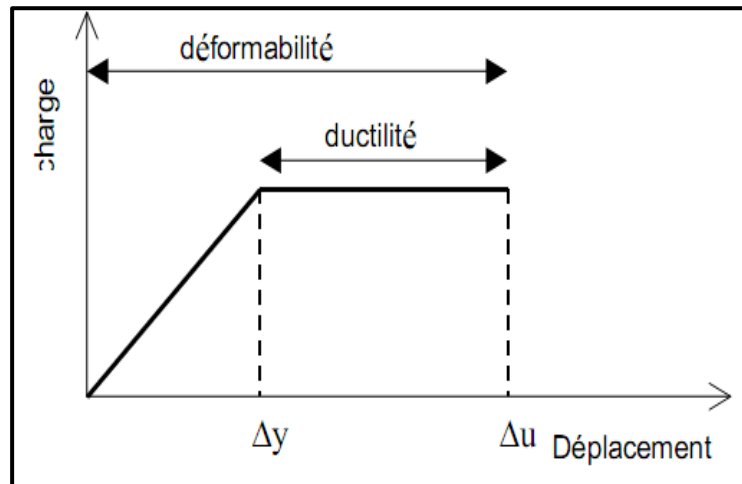


Figure 1.5 : Relation déformabilité – ductilité [34].

Une structure peut avoir une grande déformabilité alors qu'elle est moins ductile. Comme le montre la figure 1.6, où on constate que l'élément 1 possède une faible déformation alors qu'il est plus ductile comparativement à l'élément 2, qui est plus déformable et moins ductile.

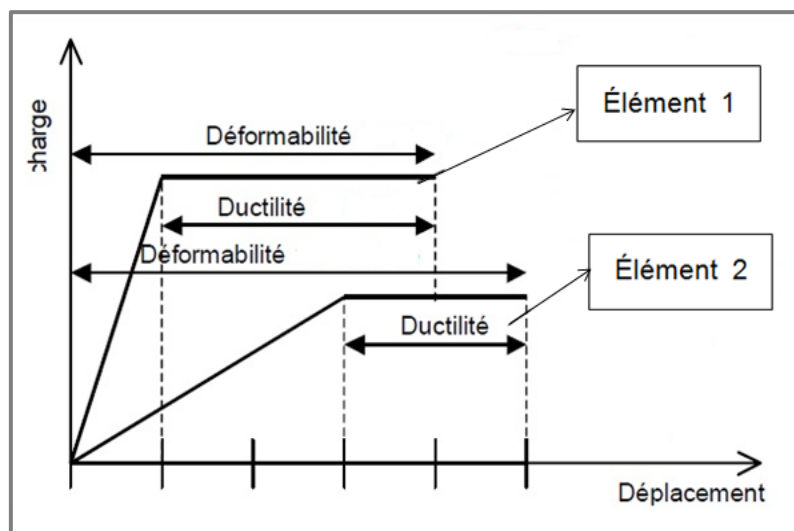


Figure 1.6 : Déformabilité et ductilité.

1.2.5 Classe de ductilité :

L'Eurocode 8, 2004[35], divise la ductilité des structures conçues en béton armé en trois classes : la classe de ductilité limitée (DCL), la classe de ductilité moyenne (DCM) et la classe de ductilité élevée (DCH). Ce code fait un lien direct entre la ductilité en courbure disponible durant le dimensionnement de chaque section et de la ductilité globale, en imposant des critères de ductilité locale. Il est à noter que les règles parasismiques algériennes, appuie directement ces recommandations sur la conception des structures avec une classe de ductilité élevée (RPA99/v 2003). La figure 1.7 montre bien les classe de la ductilité (Gioncu, Victor et Federico, Mazzolani, 2002 [9]) :

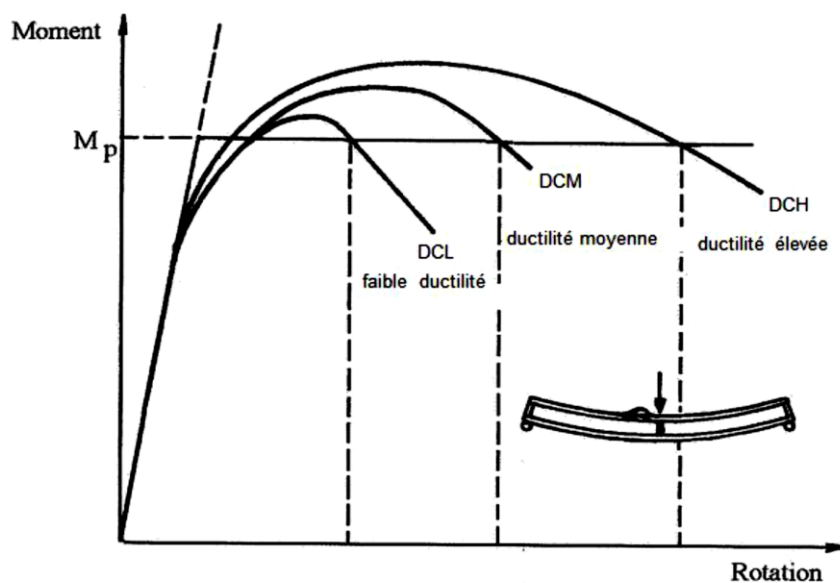


Figure 1.7 : Classe de comportement des éléments structurels.

1.2.6 Ductilité des matériaux :

Les matériaux de construction des structures en béton armé, subissant un chargement statique monotone croissant, présentent la plupart une modification de leurs propriétés. La connaissance et la prise en compte de celles-ci, paraît indispensable pour estimer la réponse des structures soumises à de telles charges. La ductilité offerte par les matériaux de construction l'acier en particulier, constitue un facteur important dans la résistance de la structure et ces éléments sollicités aux actions statique monotone croissantes ou dynamiques. En effet, leurs déformations inélastiques jouent un rôle très important dans le mécanisme d'absorption d'énergie induite par ces charges accidentelles.

1.2.6.1 Béton :

La résistance à la compression du béton est déterminée sur des cylindres dont le rapport de la hauteur au diamètre est de 2. Les cylindres sont chargés longitudinalement avec une résistance maximale atteinte au bout de 2 à 3 minutes. La résistance à la compression du béton varient de 14 à 56 MPa. La déformation correspondant à la résistance maximale est de l'ordre de 0.002. Les courbes contrainte-déformation en fonction de la résistance ont l'allure présentée sur la figure 1.8 (A. Asghar, Taï, 1981[36]) :

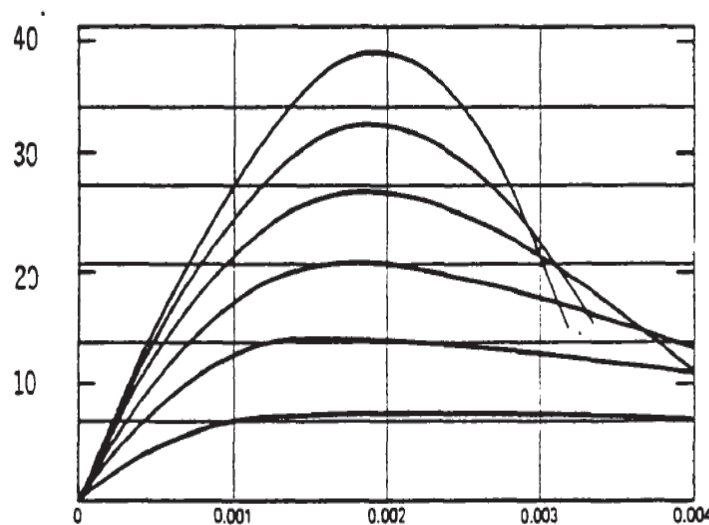


Figure 1.8 : Courbes contrainte-déformation du béton sous compression uni axiale.

Ces courbes montrent qu'une augmentation de pression latérale, apporte une augmentation la résistance et la ductilité du béton.

1.2.6.2 Acier :

La loi contrainte-déformation de l'acier sous chargement présente successivement des parties élastique, plastique et écrouie. La partie écrouie n'existe pas dans le cas de l'acier naturel. La figure 1.9 présente le tracé des courbes contrainte-déformation de plusieurs types d'acier. Cette loi est supposée la même en traction et en compression. Les résultats d'essais confirment la validité de cette hypothèse (A. Asghar, Taï, 1981[36]) :

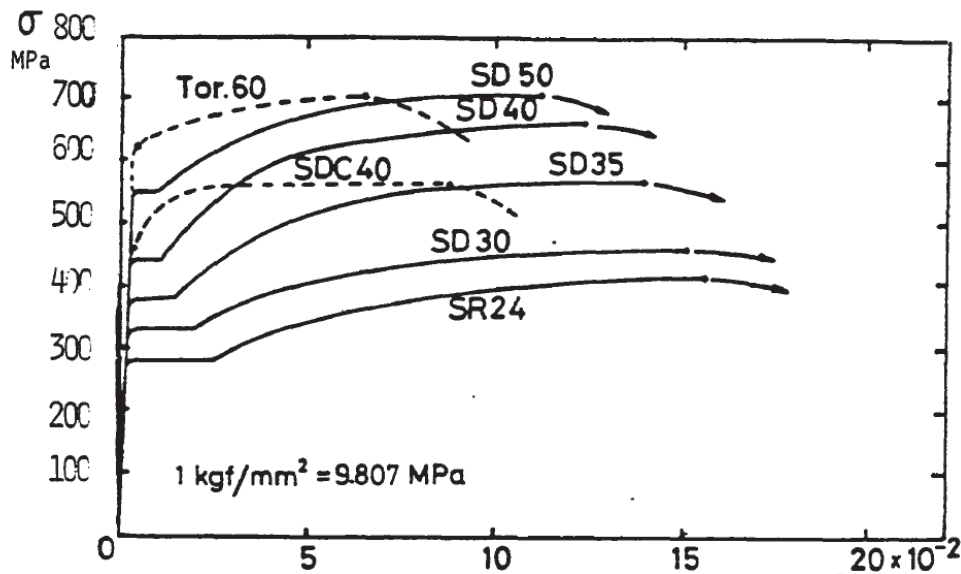


Figure 1.9 : Courbes contrainte-déformation de quelques types d'acier.

La comparaison des diagrammes contraintes-déformations, pour l'acier de construction et pour un béton traduit la ductilité importante de l'acier par rapport au béton. Cependant, il est à noter que le facteur de ductilité d'un degré de liberté d'une structure n'est pas seulement fonction de la nature des matériaux constitutifs, mais qu'il dépend aussi du champ des déformations relatives à ce degré de liberté. La ductilité en section est donc significative.

1.2.7 Ductilité d'une section en béton armé :

Le béton est un matériau peu ductile, car il possède une résistance faible à la traction. Par contre, le béton combiné avec des armatures ou "béton armé", constitue un matériau composite satisfaisant au point de vue ductilité, grâce au comportement ductile de l'acier. L'interaction de ces deux matériaux n'est cependant pas toujours parfaite. Lorsque l'acier subit des contraintes élevées, on peut voir apparaître un glissement entre le béton et l'acier, en particulier, lorsqu'il s'agit d'une contrainte alternée répétée. Son comportement sous une sollicitation extérieure, dépend aussi de son confinement par les armatures transversales, dès que la charge atteint le sommet de la courbe "charge-déformation". [Ali Asghar Tai, 1981\[36\]](#).

1.2.8 Ductilité des éléments de la structure :

L'apport de l'outil informatique a facilité grandement l'analyse des éléments structuraux (de type poteaux poutres et portiques), conçus en béton armé (approche par la méthode des éléments finis). Mais aucun code ne spécifie les charges de ruine ou mécanismes de ruine. Ceci ne peut avoir lieu qu'en laboratoire ou les structures ou éléments de structures (portiques), sont poussés à l'extrême (jusqu'à la ruine). L'objectif principale de l'analyse non

linéaire des structures est de répondre à cette attente, c'est-à-dire la détermination de vraies charges de ruine et des vrais mécanismes de ruine. L'analyse non linéaire donc consiste à considérer, qu'au fur et à mesure que la charge augmente il y a apparition de rotules plastiques à chaque fois que le moment dans une section donnée atteint la valeur du moment plastique. Ce dernier est indépendant du chargement ou de sa nature. Il est une caractéristique de la section elle-même et ne dépend que des caractéristiques géométriques et mécaniques (ductilité locale). La ductilité de l'élément structurel (ductilité globale) dépend de la déformation, plus la déformation est grande plus la ductilité est grande, elle est définie par le rapport des déplacements ultimes (à la rupture) sur des déplacements élastiques.

1.2.9 Ductilité en chargement statique monotone croissante :

Un grand nombre de problèmes rencontrés en génie civil, peuvent nécessiter la prise en compte des non linéarités aussi bien géométrique que matérielle. La première utilisation de la théorie non linéaire était pour décrire le comportement des matériaux, elle a été initialement élaborée à partir de constatations expérimentales relatives au comportement bidimensionnel et tridimensionnel des matériaux. On résout actuellement, par les méthodes analytiques ou numériques, des problèmes non linéaires des éléments structuraux de type poteau poutre et portique conçus en béton armé. Il convient toutefois de signaler que des travaux de recherche effectués au cours des trois dernières décennies, ont abouti à la mise sur pied, de la théorie de non linéarité (Lee et al, 1969[37]). Pour étudier le comportement des structures en béton armé soumises aux actions statiques monotones croissantes, il est très important d'avoir des informations sur le comportement de l'acier et du béton et des éléments structurels sous de telles charges.

Des essais statiques monotones ont été réalisés sur la table vibrante, celle du C.E.A, en collaboration avec le C.E.B.T.P [36], ils ont montré l'importante diminution de rigidité que subit une structure (portique) en béton armé, avant l'atteinte de son état limite. Les méthodes simplement linéaires, se révèlent insuffisantes pour une analyse complète du comportement de cette dernière. Les charges statiques monotones sollicitent la structure en dehors du domaine d'élasticité. Celle-ci doit être en mesure de résister en absorbant de grandes énergies de déformation, sans se ruiner. La ductilité offerte par les matériaux de construction, l'acier en particulier, constitue un facteur important dans la résistance du portique étudié.

1.2.10 Facteurs influençant la ductilité :

Plusieurs facteurs influencent la ductilité des structures en béton armé (Taï, 1981[36] ; Mariateresa et al., 2020 [38]) tel que :

- La résistance à la compression du béton ;
- Le pourcentage d'armatures tendues et comprimées ;
- La limite d'élasticité des armatures ;
- Le confinement par les armatures transversales ;
- L'effort normal dans le poteau ;
- L'élancement des éléments.

Shdeed et Kasoul, 2002 [39] ; Park et al., 1982 [40] ; Kaverchine et Grelat, 1979 [41] ; Mander et al., 1988 [42] ; Priestly et Park, 1987 [43] ; Sheikh et Uzemri, 1980 [44] ; Paulay et al., 1978 [45] ; Park, 1989 [33] ; Sheikh et Yeh, 1990 [46] ; Watson et al., 1994 [47], ont montrés que certains facteurs ont un effet défavorable sur la ductilité, tels que la résistance élevée des armatures tendues et la contrainte normale dans les éléments. Par ailleurs, les autres facteurs ont un effet favorable sur la ductilité, à savoir la haute résistance à la compression du béton et le pourcentage élevé des armatures comprimées. Ainsi, notamment le confinement transversal d'éléments en béton armé par des cadres ou par des cerces. Des auteurs tels que : (Bai et Au, 2013 [48] ; Kwan et Ho, 2010 [49] ; Mendis et al., 2000 [50] ; Paultre et Legeron, 2008 [22] ; Kristombu et al., 2019 [51]), ont développés des équations analytiques et des diagrammes de conception incluant ces paramètres.

1.3 Bref sur la méthode d'analyse non linéaire de structure en béton armé :

Les structures conçus en béton armé de type poteaux poutres sont les plus utilisées dans le domaine des constructions civiles et industrielles. La méthode des éléments finis Zienkiewicz, O.C, 1991[52], a connu un développement considérable dans l'analyse des structures complexes. Sa première utilisation avec une approche linéaire à l'analyse des poutres en béton armé revient à Ngo et Scordolis 1967 [53]. Alors que sa première utilisation dans l'analyse non linéaire a été présentée par Nilson, A.H, 1968 [54] (propose une analyse non-linéaire de structure en béton armé en utilisant la méthode des éléments finis). Depuis cette date, plusieurs recherches avancées dans le domaine d'analyse des structures par éléments finis des structures en béton armé ont été publiées [55- 65].

La MEF est basée sur une idée simple, qui consiste à discrétiser une forme complexe en un grand nombre d'éléments de forme géométrique simple, liés par des points appelés nœuds.

Nous considérons le comportement mécanique de chaque élément séparément, puis nous assemblons ces éléments de telle façon que l'équilibre des forces et la compatibilité des déplacements, soient satisfaits en chaque nœud. La MEF utilise des approximations simples des variables inconnues dans chaque élément, pour transformer les équations aux dérivées partielles en équations algébriques. Nous pouvons dire aussi, que c'est une approche numérique qui peut être utilisées pour faire cette discrétisation, grâce à des équations différentielles qui peuvent être résolues de façon approximative. Elle permet le passage du problème continu au problème discret équivalent. L'obtention d'une solution exacte étant impossible, l'idée dans la M.E.F est de chercher une solution approchée $U(x)$, sous la forme d'une combinaison linéaire de fonctions indépendantes connus $P(x)$, qui sont généralement des polynômes.

1.3.1 Principe de la méthode des éléments finie (MEF) :

1. Définir les nœuds et les éléments.
2. Pour chaque élément, établir la matrice de rigidité élémentaire $[K]_e$, reliant les degrés de libertés (déplacements) nodaux $\{U_e\}$ et les forces $\{F_e\}$ Appliquées aux nœuds : $[K]_e\{U_e\} = \{F_e\}$
3. Assembler les matrices et les vecteurs élémentaires en un système global : $[K]\{U\} = \{F\}$, de manière à satisfaire les conditions d'équilibre aux nœuds.
4. Modifier le système global en tenant compte des conditions aux limites.
5. Résoudre le système $[K]\{U\} = \{F\}$ et obtenir les déplacements $\{U\}$ aux nœuds.
6. Calculer les gradients (flux de chaleur, déformations et contraintes) dans les éléments et les réactions aux nœuds sur lesquels les conditions aux limites sont imposées.

Le programme poutre_mince2 est basé sur la méthode des déplacements classique. Les fonctions de forme sont utilisées pour interpoler le champ de déplacement. En suite en utilisant le principe des travaux virtuels (P T V), on aboutit à la formation de la matrice de rigidité (stiffness method).

1.4 Comportement non linéaire des structures conçues en béton armé :

L'analyse des structures conçues en béton armé est une tâche très complexe. Plusieurs facteurs la compliquent, tenant compte du comportement non linéaire matériel et géométrique, celles-ci supportent de grandes charges, engendrant de grands déplacements. La littérature est riche en ce qui concerne ce type de non-linéarité tels que : Gruttmann, F et al 2000 [66] ; LI, Q.S et Chen, J.M, 2003 [67], Davenne, L et al, 2003 [68] ; S, Khalfallah., A et Charif, 2004

[58] ; Lee, P.S et McClure, G 2006 [69]. On distingue : les non linéarités géométriques et les non linéarité matérielles.

a. Non linéarité matérielle :

Elles proviennent de la loi de comportement élastique parfaitement plastique, qui implique la prise en compte du comportement réel des différents matériaux comme :

- La fissuration du matériau.
- Le béton tendu entre les fissures.
- L'assemblage (béton-acier).
- Le béton.
- L'acier.

b. Non linéarité géométrique :

Elles sont dues aux déplacements de la structure, lorsqu'ils sont très importants l'équilibre du système ne peut plus être décrit dans la configuration initiale non déformé, mais doit être étudié dans la configuration déformée. La prise en compte du non linéarité géométrique, est fondamentale pour l'étude de la stabilité de forme des pièces élancées. Plusieurs auteurs se sont penchés sur ce type de non-linéarité tel que : Djeghaba, K., 1990 [70] ; Park, M.S et Lee B.C, 1996 [71] ; Hjelmstad, K. D et Taciroglu, E 2003 [72].

1.5 Aperçu sur les travaux consacrés à l'analyse non linéaire des structures conçues en béton armé :

L'analyse des structures conçues en béton armé été l'un des grands axes de recherche dans le siècle passé, celle-ci a vu des grands progrès aux années 60 et le début des années 70 et cela revient au développement de l'outil informatique. Plusieurs méthodes ont été développées, la méthode la plus utilisée est celle des éléments finis MEF. La prise en compte des effets des non linéarités matériel et géométrique sont prise en considération par plusieurs chercheurs, on peut citer :

Frinklin, H. A., 1970 [73], a développé une approche reposant sur un élément de type poutre à 3 degrés de liberté par nœud (2 translations, une rotation), dans laquelle il a introduit les effets des non-linéarités matérielles, son étude a été limitée à la théorie du premier ordre des déplacements.

Gunnin, B.L et al., 1970 [74], c'est les premiers qui ont pris en compte, l'analyse d'un élément à 6 degrés de liberté. La considération des effets de second ordre des déplacements n'est qu'approximative. En ce qui concerne la non linéarité matérielle, ils ont supposé que les

rigidités flexionnelles et extensionnelle sont constantes le long de l'élément, la résistance à la traction du béton n'est pas prise en considération.

Lazarro, A. L et Richards, R., 1973 [75], ont introduit quelques corrections sur le modèle de **Gunnin**, pour prendre en compte la fissuration du béton.

Blaauwendraad, J., 1972 [76], est le premier à étudier des éléments finis classique, issus de la méthode des déplacements. Il introduit les fonctions de forme pour interpoler le champ des déplacements et déduire les quantités k_0 , k_1 et k_2 résultants d'une intégration numérique des déformations issues du champ des déplacements.

Jennings, Alan., 1968 [77], a pris en compte la non linéarité géométrique en 2D d'une façon exacte grâce à l'additivité et la commutativité des rotations planes.

Menegotto, M et Pinto, P. E., 1973 [78], ont développés une méthode qui tient compte des effets de non-linéarité géométrique dans un repère mobile, lié à la position déformée de l'élément. La prise en compte de ces effets repose sur l'intégration des déformations des sections le long de l'élément structurel. Cette approche aboutit à la formulation de la matrice de flexibilité élémentaire, la section transversale est discrétisée en fibres horizontales, le béton tendu et sa résistance est négligée.

Grelat. Alan., 1978 [79], inspiré par **Menegotto et Pinto**, il a introduit pour le béton comprimé la loi de **Sargin, M.** 1971 [80], ainsi qu'une forme originale et efficace de tension- stiffening, et valide son programme par de nombreux cas test.

Ferraro Maia, A C., 1979 [81], **Ferraro Maia**, et al., 1983 [82], poursuivent le travail de **Grelat** au **CEBTP**, en développant la prise en compte des effets différés et de la précontrainte. Cette dernière est introduite par la méthode de **Fauchart.**, 1972 [83]. Le tracé des câbles est supposé parabolique. L'influence de l'inclinaison des câbles dans la formation de la matrice de rigidité n'est pas considérée. **Carol, I., Murcia, J.**, 1974 [84], ils ont aussi utilisé la méthode semi-inverse.

Aldstedt, E et Bergan, P G., 1974 [85] et **Aldstedt, E.**, 1975 [86] en 1975, intègrent les fonctions de formes de **Blaauwendraad** dans un cadre de discrétisation lagrangiennes actualisée approchée. Ces travaux sont ensuite utilisés par **Kang, Y G.**, 1977 [87], **Kang, Y.G et Scordelis, A.C.**, 1980 [88].

Espion (Bruxelles) entre 1980-1986 [89], a fait une approche plus réaliste et plus complète sur la prise en compte des non linéarités matérielles sur la théorie de second ordre des

déplacements. L'auteur utilise un élément de poutre à 9 degrés de liberté. Son approche bien que mathématiquement consistante reste encombrante numériquement. En effet, l'analyse théorique aboutit à la formation de la matrice de rigidité élémentaire (9x9). Elle est donc lourde à étudier numériquement.

Mazars en 1984 [83], a mené une étude reposant sur l'application de la mécanique d'endommagement et de rupture des structures en béton armé. Ce travail tient compte de la fissuration du béton et du béton tendu.

Bouafia Y. 1987 [90], il s'agit d'une simulation numérique du comportement moyen d'une zone de poutre jusqu'à rupture en flexion – application au béton armé, béton précontraint et/ou béton de fibres métalliques. Il applique la loi de Sargin pour le béton en compression, les relations de Grelat pour la traction et l'auteur propose des relations pour tenir compte du pourcentage de fibres incorporées dans la masse de béton. La méthode des accroissements d'efforts est appliquée pour la résolution numérique.

Abou – Ezzi en 1989 [83], a utilisé un modèle basé sur la mécanique de l'endommagement afin de prendre en compte le comportement non -linéaire du béton. Tandis qu'en 1990, Kwak [83] a introduit la non -linéarité matérielle dans ses travaux sur des structures en appliquant la méthode des éléments finis.

Nait-Rabah., 1990 [89], a développé une méthode d'analyse non linéaire applicable en particulier aux structures en béton armé et/ou précontraint, la non linéarité est considérée sous ses deux aspects : mécanique et géométrique. La structure étudiée est modélisée par des éléments finis reliant deux nœuds à six degrés de liberté chacun. Le comportement de la structure est étudié pas à pas en appliquant des charges aux nœuds par incrément.

Park, 1996 [71], a développé et examiné un élément poutre élasto-plastique 3D, capable d'incorporer les grands déplacements et les grandes rotations. En premier lieu l'auteur donne une présentation des équations pour le cas des poutres. En suite procède à une linéarisation des équations élément finis suivi par l'intégration des équations constitutives de l'élasto plasticité. La matrice raideur matérielle tangente a été dérivée en utilisant un module élasto plastique résultant de l'algorithme d'intégration. Elle sera ensuite, développée et combinée à la matrice géométrique de raideur tangente (d'où combinaison entre non linéarité matérielle et géométrique).

Filippou et al. 1997 [91], a utilisé un élément en béton armé sous charges monotones par la méthode des éléments finis.

Bouafia, Y., Fouré, B., Kachi, MS, 1998 [92], 2000 [93], 2002 [94], Bouafia Y., Kachi MS., Ghazi F., Ait Tahar K, 2006 [95], ont présentés les relation contrainte - déformation et relation effort - ouverture des fissures dans le cas du béton armé de fibres d'acier. Ils ont donné aussi la prédiction de la rupture des sections circulaires en béton armé et béton armé de fibres. Bouafia, Y., Saad, M., Kachi, MS [96], ont présentés les relations contraintes – déformations moyennes et ouvertures des fissures dans le cas d'un tirant en béton armé.

Bouafia, Y., Hammoum, H., Fouré, B, 1999 [97], Bouafia Y et Hammoum H, 2004 [98] et [99], ont développés une méthode d'analyse non linéaire des ossatures planes, applicable au béton armé (béton ordinaire et béton de haute performance) et béton précontraint. La tendance actuelle de dimensionnement aux états limites ultimes, conduit à considérer le comportement non linéaire des structures. En considérant la non linéarité géométrique et mécanique. Dans cette méthode, la structure est discrétisée en éléments finis reliant deux nœuds.

Robbert, 1999 [100], l'objectif de la thèse présenté par Robbert est d'implanter les formulations non linéaires (géométriques et matérielles), des éléments de type poutre dans un produit existant PCP (pont construit par phases). PCP était à l'origine un programme de calcul linéaire d'ouvrage d'art qui dispose de toutes les fonctionnalités nécessaires à la simulation de la construction des ouvrages d'arts à savoir : chargement quelconque, phasage de construction, mise en précontrainte phasée, prise en compte des effets différés (fluage, retrait du béton, relaxation de précontraint), mise en tension de haubans. L'ensembles de ces fonctionnalités devrait être maintenus dans le cadre d'un calcul non linéaire. L'auteur propose d'introduire la non linéarité géométrique en grandes déplacements et en grande rotation à partir de l'analyse non linéaire matériel de Nait Rabah établi en 1991, dont les performances ont été améliorés, l'approche sera combinée en coordonnées convectées en 2D puis en 3D avec prise en compte de la non linéarité matérielle.

Spasone et al, en 2000 [91], a pris en compte l'adhérence entre l'acier et le béton sur des éléments de type poutre.

Ramire et Ragueneau en 2005 [91], ont prise en compte l'effet d'adhérence dans la distribution des fissures dans un élément structurel en béton armé.

LI Q.S., Chen J.M, 2003 [67], les auteurs développent une technique d'éléments fins non-linéaires dynamiques dans le but d'analyser la réponse élasto-plastique dynamique des coques

uni couches réticulées, soumises à de fortes sollicitations sismiques et ce en employant l'élément de type poutre 3D non-linéaire. La matrice de raideur tangente élasto-plastique, pour la poutre 3D est dérivée en utilisant la formulation Lagrangienne dans laquelle ont été utilisés : le modèle isotrope rigide, le critère de Von-Mises et les relations de Prandtl-Reuss. Cette procédure considère les linéarités géométriques et matérielles.

Mohri et al, 2008 [101], Les auteurs proposent un élément de type poutre pour l'analyse non linéaire des éléments structuraux minces. Le but est de rechercher un modèle théorique et numérique capable d'étudier le comportement des poutres minces à section fléchie en présence de grandes rotations. Le modèle prend en compte l'effet de raccourcissement, déformation et le couple flexion-torsion. En analyse numérique, une poutre 3D avec 2 nœuds et 7 degrés de liberté est adoptée. Les équations d'équilibres et le comportement matériel sont dérivées en formes discrètes.

Kachi M S, Bouafia Y, Muller P, Fouré B, 2008[102] ; Kachi, Bouafia, Fouré, Muller, 2009 [103] ; Adjrad A., Bouafia Y., Kachi MS, Dumontet H, 2014 [104], proposent des relations et une méthode de résolution numérique pour les poutres en béton à précontrainte intérieur, extérieure.

Bouafia Y, Iddir A, Kachi M S, 2008 [105],2010[106], ont présentés l'influence de la prise en compte du confinement dans le calcul non linéaire des sections en béton armé. Bouafia, Y., Atlaoui, D., Kachi, MS, 2005 [107], ont étudiés une section en béton armé soumise à la flexion composée déviée hors du domaine linéaire.

Khalfalaah et al., 2011[108], ont présentés une contribution de l'analyse bidimensionnelle par éléments finis du comportement non linéaire, des structures en béton armé sous chargement monotone. La non-linéarité du matériau se caractérise par plusieurs phénomènes tels que la non-linéarité du béton, l'acier et le comportement du béton fissuré.

Alioua et al., 2014[109], ont formulé un modèle en s'appuyant sur la théorie de Navier Bernoulli pour les sections transversales dans des structures planes en béton armé et en béton de fibre. Cette modélisation est réalisée à l'aide de poutres éléments finis, qui prend en compte la non linéarité due : aux matériaux béton et acier, à l'interaction acier béton, au problème de fissuration et aussi à l'influence des fibres sur le comportement. Un programme informatique « frame_2d » est élaboré en FORTRAN 90, qui permettra la simulation numérique des structures en béton armé.

Zhao et Aribert, 2016 [110], ont développés un modèle original d'éléments finis en utilisant une formulation approximative, afin d'analyser le comportement des ossatures en béton armé, contreventées ou non avec des effets de cisaillement complètes ou partielles.

Benyahi et al., 2018 [111], proposent un modèle analytique pour prendre en compte les non-linéarités mécaniques et géométriques, dans le cas des structures métallique et en particulier structures en treillis. La non linéarité géométrique est prise en compte dans le cas de petits déplacements. La modélisation adoptée est validée sur des structures en treillis métalliques tridimensionnelles.

Dans l'étude de Lee et al., 2020 [112], une analyse par éléments finis à l'aide du logiciel ABAQUS a été réalisée pour étudier le comportement des poutres en béton posttension. Cette étude est une tentative d'examiner le comportement d'endommagement du béton à l'aide d'un modèle de plasticité du béton endommagé dans ABAQUS, ainsi que l'effet d'un système de tiges d'acier de posttension externe.

Benyahi et al., 2021[113], proposent un modèle numérique basé sur une méthode matricielle des déplacements relative à la simulation du comportement non linéaire des poutres mixtes acier-béton, sous un chargement statique monotone (croissant) jusqu'à la rupture. Un logiciel de calcul a été développé sous le langage FORTRAN, afin de mettre en œuvre la méthode de calcul proposée et de prendre en compte le comportement réel des matériaux. Plusieurs calculs ont été effectués sur des poutres mixtes de différentes tailles. Les résultats sont comparés à l'expérimental et à d'autres modèles numériques.

Benyahi et al., 2021[114], proposent un modèle théorique efficace pour l'analyse du comportement des sections sollicitées au cisaillement dans le cas de poutres en béton précontraint, tout en tenant compte des différentes formes de sections et du comportement réel des matériaux. Ainsi, une procédure d'évaluation des probabilités de rupture par une procédure (FORM/SORM), pour différentes zones de transition de l'état limite des modèles mécaniques étudiés.

Enfin, plusieurs chercheurs comme Ahmed et Liang, 2020 [115] ; Merkulov et al., 2021[116] ; Chi et al., 2017 [117] ; Nazim et al., 2009 [118] et Yu et al., 2010 [119], ont décrit l'analyse non linéaire des structures en béton armé en utilisant la méthode des éléments finis.

1.6 Aperçu sur le comportement des matériaux :

Dans la littérature, on trouve une multitude de modèles proposés par divers auteurs. On s'intéresse au comportement uni axial des matériaux béton et acier. Dans ce cadre, on présente les principaux modèles utilisés :

1.6.1 Modélisation du comportement du béton :

Le béton est un matériau obtenu par un mélange adéquat de granulat (sable, gravier...) de liant hydraulique (ciment) et d'eau. Il présente une bonne résistance en compression de l'ordre de 20 à 40 MPA pour un béton ordinaire. Par contre, son comportement est fragile vis-à-vis de la traction.

1.6.1.1 lois de comportement du béton en compression :

Le béton présente des résistances à la compression assez élevée et une faible résistance à la traction. On s'intéresse au comportement non linéaire des matériaux en béton armé. Différents modèles existent pour représenter le comportement du béton. Dans notre cas on a utilisé le modèle proposé par [Sargin](#) (en compression) et [Grelat](#) (en traction).

a. Loi de Sargin avec branche parabolique :

En général, le comportement du béton comprimé est décrit par la loi de [Sargin](#) [80]. Les relations qui lient les contraintes aux déformations des fibres de béton comprimé sont connues à l'âge j quelconque. On admet un comportement élastique non linéaire qui sera décrit par la loi de [Sargin](#). L'allure générale de la courbe contrainte déformation est donnée par le diagramme représenté sur la figure 1.10.a :

$$\frac{\sigma_b}{f_{bc}} = \frac{k \cdot \left(\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{b0}} \right) + (k' - 1) \cdot \left(\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{b0}} \right)^2}{1 + (k - 2) \left(\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{b0}} \right) + k' \cdot \left(\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{b0}} \right)^2} \quad \dots(1.4)$$

Avec :

f_{bc} : Résistance à la compression du béton.

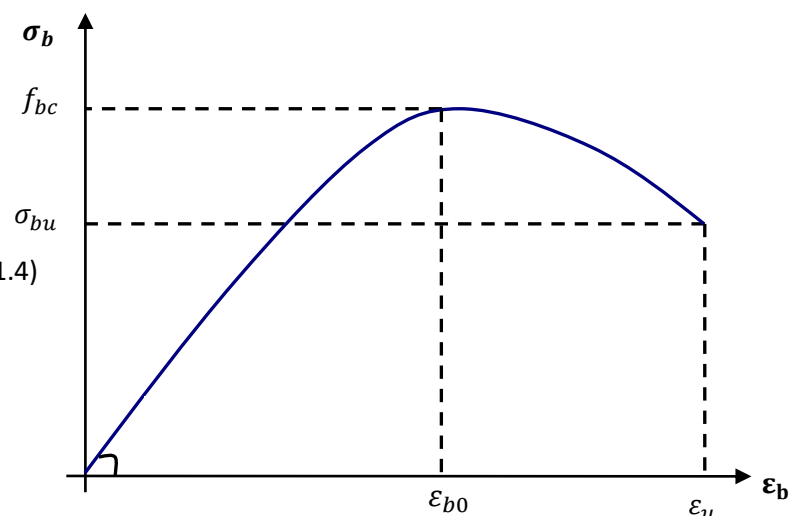


Figure 1. 10. a : Courbe $\sigma - \varepsilon$ du béton comprimé selon [Sargin](#).

ϵ_{bo} : Déformation de pic correspondant à f_{bc} .

k et k' : paramètres du modèle.

Le paramètre k est défini par la relation : $k = E_{bo} \left(\frac{\epsilon_{bo}}{f_{bc}} \right)$ (1.5)

Où E_{bo} représente le module d'élasticité initial du béton.

Le paramètre k' caractérise l'allure de la branche descendante. Avec $k' = 0$, on obtient des courbes correspondant à des bétons fragiles, avec une branche descendante brutale et avec $k' = 1$, on obtient des courbes correspondant à des bétons moins fragiles, avec une branche descendante assez plate.

Remarque :

- Pour $k = 2$ et $k' = 0$, on retrouve la loi parabole recommandée par le CEB.
- Pour $k = 2$ et $k' = 1$, on retrouve la loi proposée par Desayi et Krishnan.
- Pour $k = 1$ et $k' = 0$, on obtient la loi linéaire.

b. Loi de Sargin avec branche linéaire :

Cette loi est caractérisée par une branche linéaire descendante après le pic (figure 1.10.b), dont l'équation est donnée par :

$$\frac{\sigma_b}{f_{bc}} = 1 - \frac{\left(1 - \frac{\sigma_{bu}}{f_{bc}}\right) \left(\frac{\epsilon_b}{\epsilon_{bo}} - 1\right)}{\left(\frac{\epsilon_{bu}}{\epsilon_{bo}} - 1\right)} \dots (1.6)$$

Pour : $\epsilon_{bo} \leq \epsilon_b \leq \epsilon_{bu}$

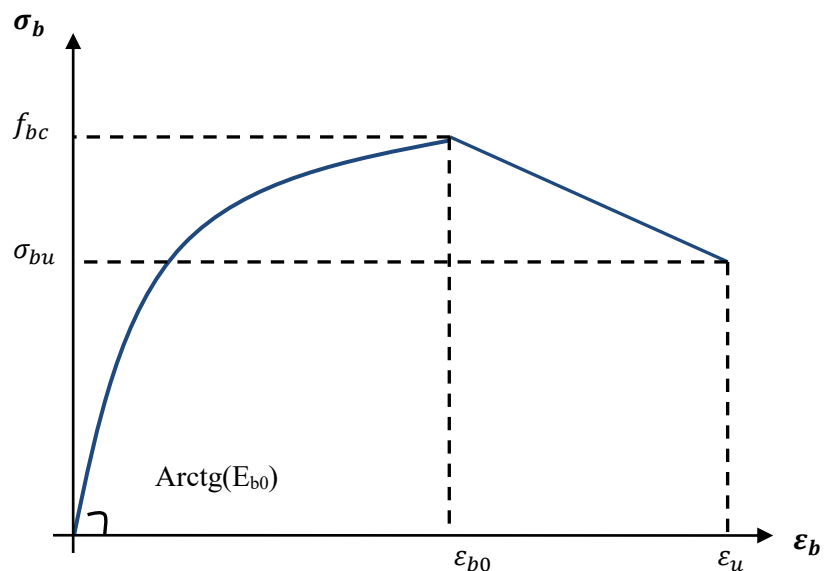


Figure 1. 10. b : loi de Sargin avec branche linéaire.

Où :

σ_{bu} : Représente la contrainte de rupture du béton en compression.

ε_{bu} : La déformation ultime correspondante.

Remarque : Pour $k = 2$, $k' = 0$, et $\sigma_{bu} = f_{bc}$, on retrouve la loi parabole rectangle prévue par les règles BAEL.

c. Modèle du béton confiné par des armatures transversales proposé par Bouafia et al :

Le modèle de confinement proposé par Bouafia, Y et al [120] [121] a été adopté pour la prise en compte du confinement du béton par les armatures transversales. La courbe définissant la relation contrainte –déformation du béton confiné est défini par les trois relations suivantes :

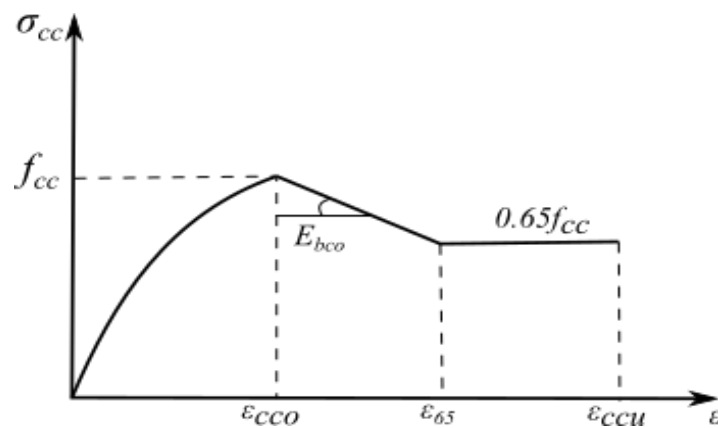


Figure 1.11 : Diagramme contrainte – déformation du béton confiné, Modèle de Bouafia et al.

La première partie est une courbe ascendante non linéaire, la loi de Sargin a été modifiée pour tenir compte du confinement :

Pour : $0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cc0}$

$$\sigma_{cc} = f_{cc} \frac{k_c \bar{\varepsilon}_c + (k'_c - 1) \bar{\varepsilon}_c^2}{1 + (k_c - 2) \bar{\varepsilon}_c + k'_c \cdot \bar{\varepsilon}_c^2} \dots\dots\dots (1.7)$$

Avec :

$$\bar{\varepsilon}_c = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc0}} \dots\dots\dots (1.8)$$

$$\varepsilon_{cc0} = \varepsilon_{c0} \left[1 + 5 \left(\frac{f_{cc}}{f_{c0}} - 1 \right) \right] \dots\dots\dots (1.9)$$

$$k_c = \frac{E_{bo} \cdot \varepsilon_{cc0}}{f_{cc}} \dots\dots\dots (1.10)$$

$$E_{bc0} = 11000 \sqrt[3]{f_{cc}} \dots\dots\dots (1.11)$$

$$k'_c = k_c - 1 \dots\dots\dots (1.12)$$

Suivie d'une partie descendante linéaire après le pic (poste pic), la relation est décrite par :

Pour : $\varepsilon_{cc0} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{65}$

$$\sigma_{cc} = f_{cc} - E_s (\varepsilon_c - \varepsilon_{cc0}) \dots\dots\dots (1.13)$$

Avec :

$$E_s = \frac{6 \cdot f_{co}^2}{k_e \cdot \rho_s f_{yh}} \dots\dots\dots (1.14)$$

$$\varepsilon_{65} = \frac{0,35 \cdot f_{cc}}{E_s} + \varepsilon_{cc} \dots\dots\dots (1.15)$$

Et la troisième partie est un palier linéaire, la relation contrainte –déformation est donnée par :

$$\sigma_{cc} = 0,65 f_{cc} \dots\dots\dots (1.16)$$

$$\varepsilon_{cc0} = 0,0035 + 0,4 \frac{f_l}{f_{co}} \dots\dots\dots (1.17)$$

La résistance à la compression du béton confiné est donnée par :

$$f_{cc} = f_{co} \left(-1,254 + 2,254 \sqrt{1 + \frac{7,94 f_l^e}{f_{co}} - \frac{2 f_l^e}{f_{co}}} \right) \dots\dots\dots (1.18)$$

f_{co} : résistance à la compression du béton confiné.

f_l^e : pression de confinement latérale effective : $f_l^e = f_l \cdot k_e$

f_l : pression latérale du renforcement transversal supposer uniformément distribuer sur la surface du béton.

k_e : coefficient de confinement effectif.

$$k_e = \frac{A_e}{A_{cc}} \dots\dots\dots (1.19)$$

A_e : section effective confinée qui est obtenue après la soustraction de toutes les paraboles non confinées. Dont la section de la parabole est de $w_t^e/6$. w_t^e : la distance entre deux armatures longitudinales adjacentes. f_{yh} : Contrainte limite élastique des armatures transversales.

1.6.1.2 lois de comportement du béton en traction :

Le béton est un matériau fragile, il présente une faible résistance à la traction de l'ordre de 1/10^{ème} de sa résistance en compression. Dans les calculs les plus usuels en béton armé la résistance du béton à la traction, ainsi que la contribution du béton tendu entre les fissures sont négligées. Par contre, pour représenter la déformabilité moyenne d'un élément fissuré, le béton tendu entre les fissures contribue à la rigidité de l'élément.

a. Modèle proposé par Grelat :

La formulation de Grelat [122] consiste à attribuer une distribution triangulaire fictive des contraintes dans la zone tendue fissurée de la section transversale (figure 1.12). Au-delà du pic, la contrainte du béton au niveau de l'armature la plus tendue décroît paraboliquement jusqu'à s'annuler complètement lorsque l'armature est plastifiée. Ceci suppose que la contribution du béton tendu entre les fissures disparaît après la plastification des aciers. Ce modèle s'exprime comme suit :

Avant fissuration : $\sigma_t = E_{b0} \cdot \varepsilon_t$ (1.20)

Après fissuration : $\sigma_t = f_{ij} \left(\frac{\varepsilon_y - \varepsilon_i}{\varepsilon_y - \varepsilon_{ct}} \right)^2$ (1.21)

Avec :

ε_i = déformation du béton au niveau de l'armature la plus tendue.

σ_t = contrainte dans le béton au niveau de l'armature la plus tendue.

ε_y = déformation correspondant à la plastification des aciers.

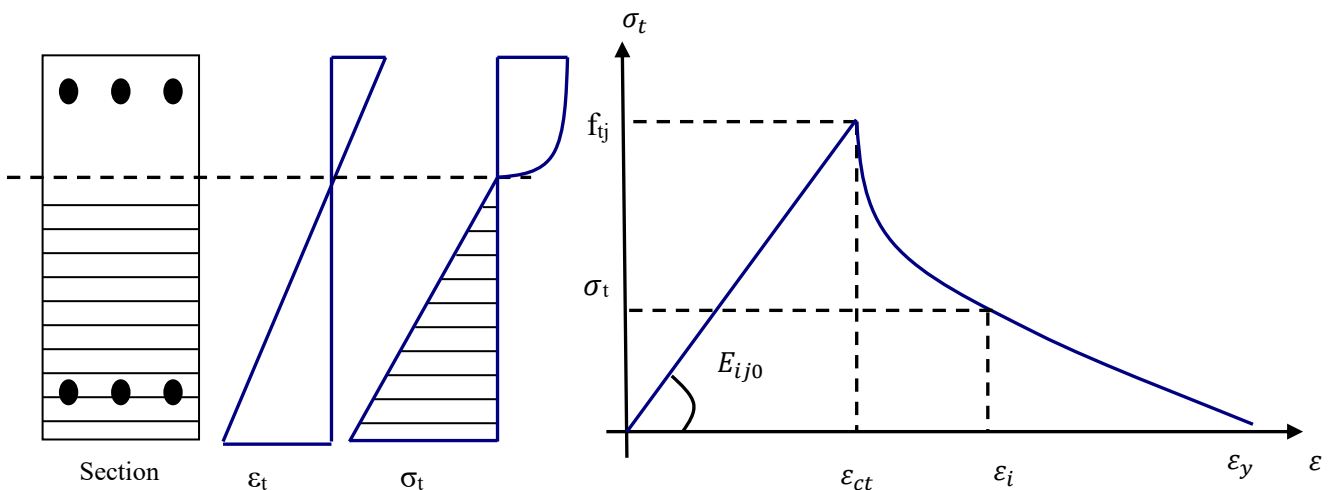


Figure 1.12: Comportement fictif du béton tendu selon Grelat [122].

b. Modèle proposé par Drizi et Fouré [123] :

Ce modèle, est basé sur le concept de la fissure critique d’Hillerborg. Il est bien adapté pour les éléments en béton non armé ou très faiblement armé (figure 1.13). Il se présente comme suit :

- Avant fissuration, le comportement est linéaire :

$$\sigma = E_{b0} \cdot \varepsilon , \quad \text{si } \varepsilon \leq \varepsilon_t$$

- Après fissuration : $\sigma = f_{tj} \left(\frac{a \cdot (\varepsilon_c + \varepsilon_t - \varepsilon)}{a \cdot \varepsilon_c - \varepsilon_t + \varepsilon} \right)^2$, si $\varepsilon_t \leq \varepsilon \leq \varepsilon_u$ (1.22)

- $\sigma = 0$, si $\varepsilon > \varepsilon_u$

Avec : $\varepsilon_c = w_c / s$, $\varepsilon_u = \varepsilon_t + \varepsilon_c$

w_c = ouverture critique de la fissure, donné par : $w_c = 0.08(\phi_g)^{1/3}$ (1.23)

ϕ_g = diamètre maximale des granulats utilisés dans le béton

$$a = (0.365\phi_g^2 - 1.25\phi_g + 111.) \cdot 10^{-3}$$

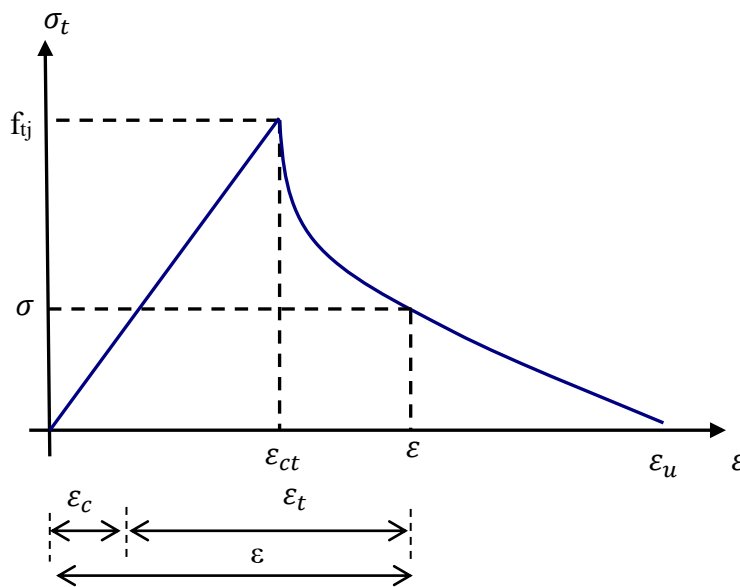


Figure 1.13: Modèle de Drizi et Fouré pour le béton tendu [123].

1.6.2 Modélisation du comportement de l'acier :

L'acier est utilisé dans le béton armé afin de compenser la faiblesse du béton et reprendre les efforts de traction. Il est habituellement considéré que les armatures ne sont sollicitées qu'après la fissuration du béton. Elles présentent une importante ductilité après l'atteinte de la limite élastique. La loi contrainte déformation est supposée identique en traction et en compression sous chargement monotone. On distingue :

1.6.2.1 Modèle élasto-plastique parfait :

Adopté pour les calculs aux états limites de résistance où l'évolution précise des déformations n'est pas nécessaire. Ce modèle (BAEL 91, 1999 [124]) simplifié se présente comme suit :

$$\sigma_s = E_a \varepsilon \quad \text{si } \varepsilon \leq f_e / E_a \quad \dots\dots\dots (1.24)$$

$$\sigma_s = f_e \quad \text{si } \varepsilon > f_e / E_a \quad \dots\dots\dots (1.25)$$

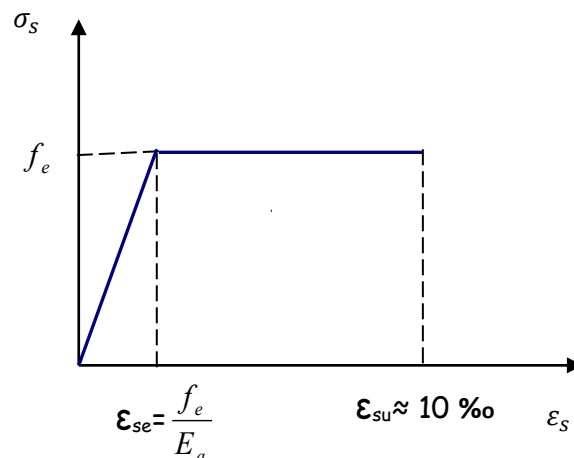


Figure 1.14 : Modèle élasto – plastique parfait.

1.6.2.2 Modèle élasto - plastique avec raffermissement :

Ce modèle caractérise les aciers naturels. Il s'agit d'une loi de comportement élasto-plastique avec raffermissement figure (1.15) :

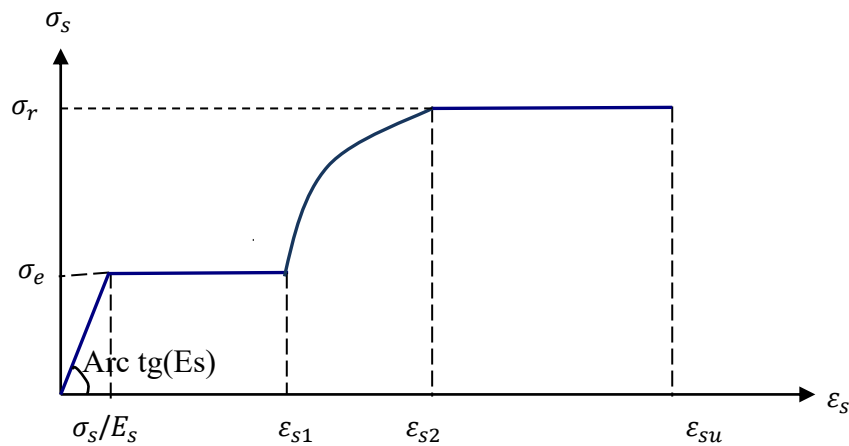


Figure 1.15 : Modèle élasto – plastique avec raffermissement.

$$\begin{aligned} \sigma_s &= E_a \cdot \varepsilon_s && \text{pour } 0 < \varepsilon_s < f_e / E_a \\ \sigma_s &= f_e && \text{pour } f_e / E_a < \varepsilon_s < \varepsilon_{s1} \\ \sigma_s &= f_e + (f_r - f_e) \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_{s1})}{(\varepsilon_{s2} - \varepsilon_{s1})} \left(2 - \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_{s1})}{(\varepsilon_{s2} - \varepsilon_{s1})} \right) && \text{pour } \varepsilon_{s1} < \varepsilon_s < \varepsilon_{s2} \quad \dots \quad (1.26) \\ \sigma_s &= f_r && \text{pour } \varepsilon_s > \varepsilon_{s2} \end{aligned}$$

Où ε_{s1} est la déformation correspondant à la fin du palier plastique, ε_{s2} la déformation correspondant à la fin du raffermissement et ε_{su} la déformation de rupture.

1.7 Aperçu sur le comportement non linéaire des éléments en béton armé :

Les structures auto-stables sont constituées de portiques en béton armé, obtenus par assemblage d'éléments poutres et poteaux. Les poutres sont des éléments horizontaux sollicités en flexion. Les poteaux permettent de reprendre les efforts verticaux dus aux poids propres ou des sollicitations extérieures, ils sont sollicités en flexion composée. Pour ces éléments le comportement et le mode de rupture sont gouvernés soit par la flexion soit par l'effort tranchant soit par la combinaison des deux. Ils sont essentiellement influencés par l'élançement, le ferrailage, l'effort tranchant et l'intensité de l'effort normal. Pour les éléments élancés ($h/l \geq 2$), le comportement est gouverné par la flexion. La rupture se produit généralement dans la zone de moment fléchissant maximal. Leurs ductilités sont assez importantes. Pour les éléments peu élancés, le comportement est dominé par l'effort tranchant. Leurs ductilités sont généralement assez faibles.

1.7.1 Comportement des éléments poutres :

Les éléments poutres sont, soumis à la flexion simple sans effort normal. La revue bibliographique montre que la majorité des études expérimentales a porté sur des consoles en béton armé, qui représentent la moitié des poutres courantes dans les structures réelles. Parmi ces études, on peut citer :

- Les essais de *Brown et Jirsa* [125].
- les essais de *Wight et Soze* [126].
- Les essais de *Bertero et Popov* [127].

Tous ces essais ont porté sur des séries de consoles élancées de section rectangulaire, soumises à un chargement cyclique en flexion simple. Les paramètres d'études sont le ferrailage et l'élancement. A partir de ces essais, on a fait les constatations suivantes :

- le comportement des poutres est non linéaire dès que la charge dépasse la résistance du béton à la traction. L'aire des boucles d'hystérésis caractérisant la capacité d'absorption et dissipation d'énergie croît au fur et à mesure que la charge augmente.
- la dégradation de la rigidité est due essentiellement à la fissuration du béton, la détérioration de l'adhérence acier – béton et le cisaillement dans la section critique. L'allure des boucles d'hystérésis devient plus pincée lorsque le cisaillement est important.
- la disposition des armatures en diagonales permet un meilleur comportement d'hystérésis, comme on peut le constater sur les figures (1.16 et 1.17), tirée des essais de *Bertero et Popov* [127].

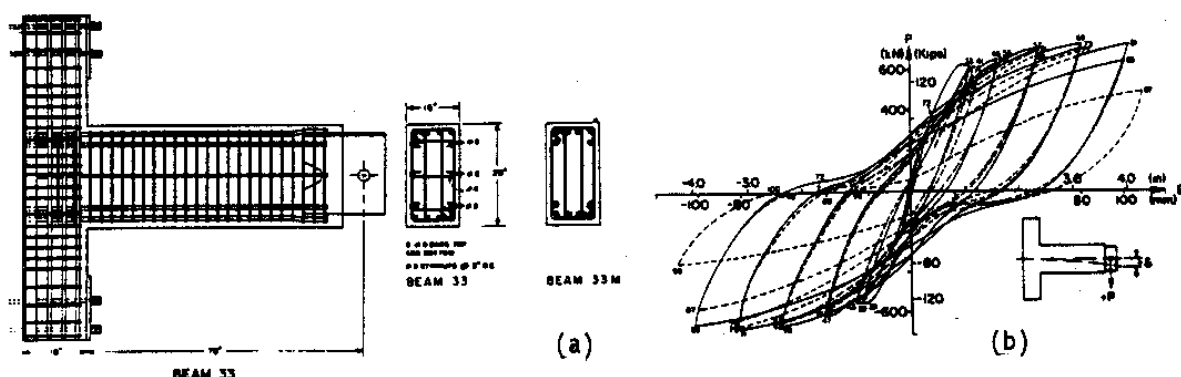


Figure 1.16 : (a) poutre ferrillée normalement.

(b) boucles d'hystérésis.

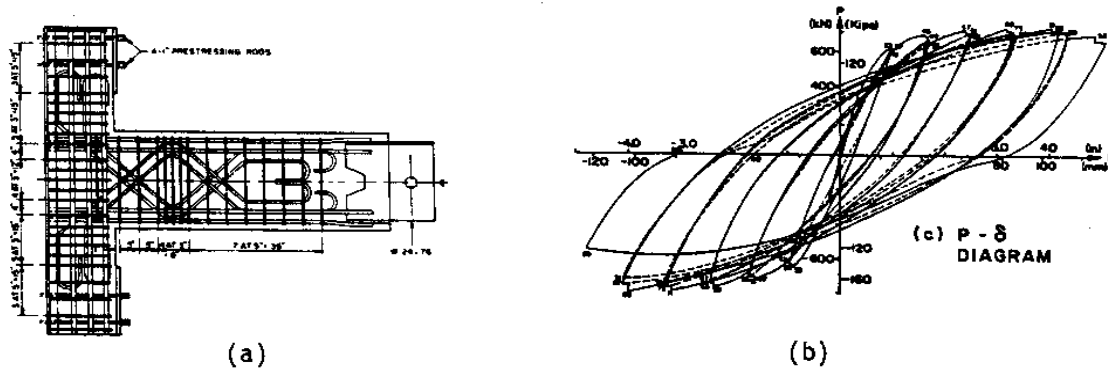


Figure 1.17 : (a) poutre avec ferrailage diagonal. (b) boucles d'hystérésis.

1.7.2 Comportement des éléments poteaux :

Un poteau est défini comme une membrure soumise à un effort normal de compression, sa longueur est égale au moins trois fois la plus petite dimension de la section (Omar. Chaallal, 2014 [128]). Les poteaux jouent un rôle important dans la stabilité des structures en portique en béton armé et pour obtenir la réponse sismique ductile. Les rotules plastiques ne doivent pas se former dans les poteaux. La différence entre les éléments poutres et les éléments poteaux est l'existence de l'effort normal pour ces derniers. Le comportement des poteaux en béton armé sous chargement cyclique alterné en tenant compte du paramètre effort normal, a été étudié expérimentalement par plusieurs auteurs. Dans ce cadre, on peut citer les travaux suivants :

-Essais de *Kaverchine et Grelat* [129].

-Essais de *Park, Priestley et Gill* [130].

-Essais d'*Abram*. [131].

-Essais *Saatccioğlu et Ozcebe* [132].

Ces essais ont porté sur des poteaux en béton armé de section carrée ou rectangulaire soumis à des sollicitations cycliques en flexion composée. Les paramètres considérés sont l'intensité de l'effort normal, la disposition et l'espacement des armatures transversales.

Ces essais ont mis en évidence l'influence de l'espacement des cadres sur la forme de la rupture finale et sur la courbe charge – flèche au-delà de la charge maximale.

Au cours des premiers cycles de chargement – déchargement, les auteurs ont constatés une fissuration sur les deux cotés tendus successivement par la flexion, avec une dissipation

d'énergie d'autant plus importante que la sollicitation est plus élevée au cours du premier cycle. Lorsque l'effort normal est faible, la rupture est caractérisée par plastification des armatures dans la zone tendue et fissurée. Pour un effort normal important, la rupture est obtenue par écrasement du béton dans la zone comprimée.

Les poteaux d'élanement élevé sont caractérisés par un type de dommages par flexion. Ce type de dommage est constitué d'écaillage de l'enrobage, puis l'écrasement de la zone de compression, flambement des barres longitudinales et des fractures des étriers en raison de l'expansion du noyau (H. Sezen et AS Whittaker 2006 [133]). Les poteaux courts ou d'élanement faible présentent une rupture fragile par cisaillement et une charge axiale élevée (Amr S, Elnashai ,2008 [134]). Lorsqu'ils sont soumis à des chargements cycliques, ils peuvent avoir des fissures inclinées par cisaillement.

1.7.3 Comportement des nœuds poutres – poteaux :

Afin d'avoir un comportement ductile des portiques vis à vis des sollicitations sismiques, les assemblages poutres – poteaux (ou nœuds) sont conçus de façon à obtenir la plastification des poutres avant celle des poteaux. Le comportement d'un assemblage poutres – poteaux dépend essentiellement de la géométrie, du confinement du béton et de la résistance au cisaillement de l'assemblage. Parmi les essais réalisés dans ce domaine, citons les essais d'Uzumeri [135] et de Paulay et al [130] et parmi les plus récents les essais de Zaid et al [136].

La figure 1.18, montre un exemple de mode de rupture d'un assemblage poutre –poteau ainsi que la courbe d'hystérésis lui correspondant, tirés de [136]

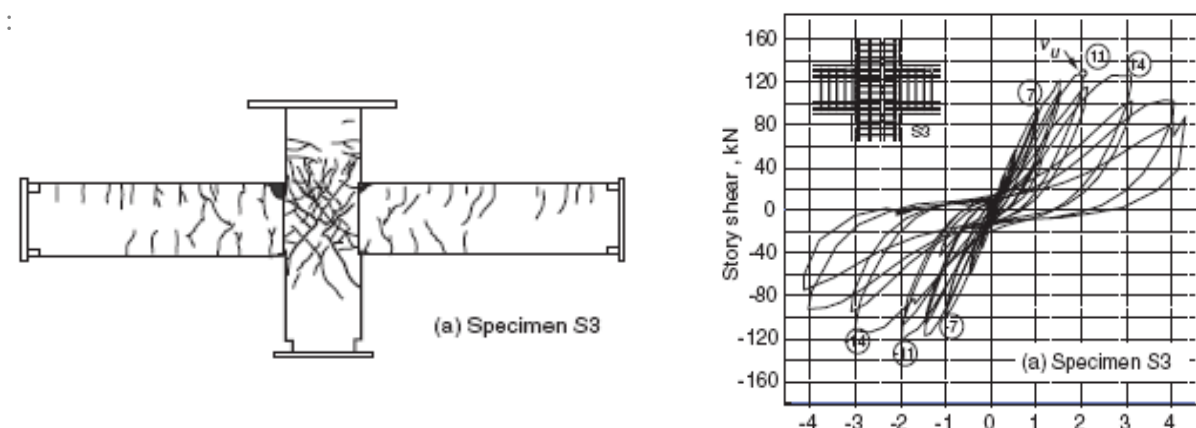


Figure 1.18: Spécimen S3. (a) mode de rupture

(b) comportement d'hystérésis.

1.7.4 Comportement des portiques :

Certaines études expérimentales ont porté sur des portiques à échelle réduite ayant un, deux ou plusieurs niveaux. Parmi ces études citons les essais de CEBTP – CEA (Ali A. Tai, 1981 [36]) et ceux de Vecchio et Emara [137].

1.7.4.1 Essais de CEBTP – CEA :

Ces essais ont été réalisés au SES du CEBTP en France (Ali A. Tai, 1981 [36]), chaque portique est constitué de deux poteaux en béton armé de section carré 13.5x13.5 cm, de 20 cm d'épaisseur et une poutre de section 23.5x13.5 cm, de 1.83 m de longueur (voir figure 1.19). Au sommet de chaque poteau est fixée une masse de 5 tonnes sur la poutre on a fixé une charge de 1.5 tonne. Les corps d'épreuve ont été bridés sur la plateforme d'essais de SES. Ils sont sollicités par deux vérins hydrauliques qui agissent horizontalement. Les détails du portique sont représentés sur la figure (1.19) :

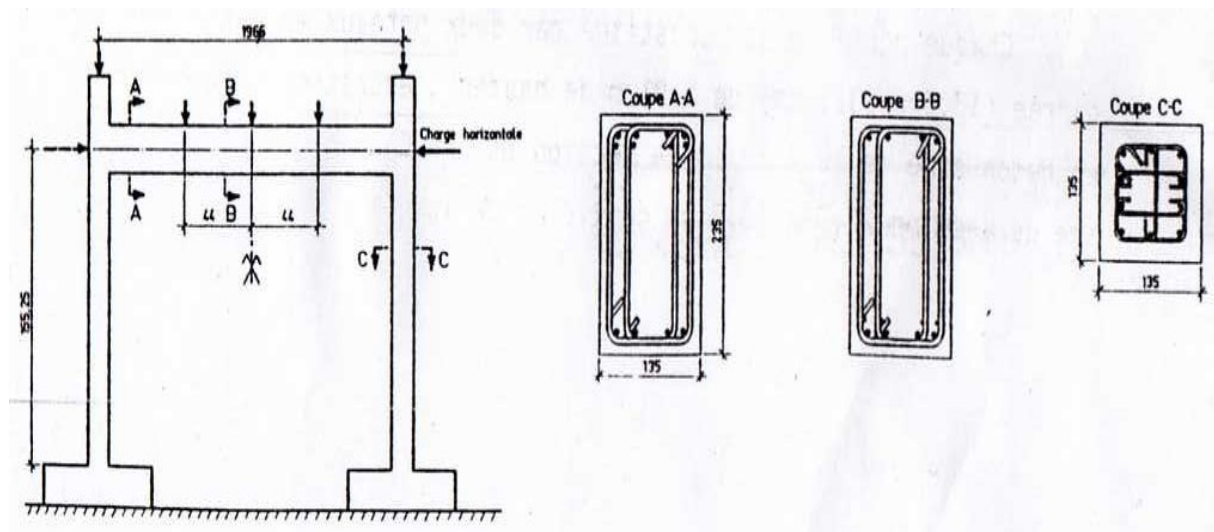


Figure 1.19 : Caractéristiques géométriques et ferrailage du portique.

Les résultats obtenus sont:

Au cours du chargement, des fissures de flexion se sont développées sur les faces de chaque poteau. La rupture est obtenue au niveau des encastrement des poteaux par plastification des armatures tendues puis écrasement du béton.

1.7.4.2 Essai de Vecchio et Emara :

Dans cet exemple Vecchio et Emara ont testé un portique de deux étages encastrés à sa base. Les caractéristiques géométriques et le ferrailage sont représentés sur la figure (1.20) (J. Vecchio et M B. Emara, 1992 [137]).

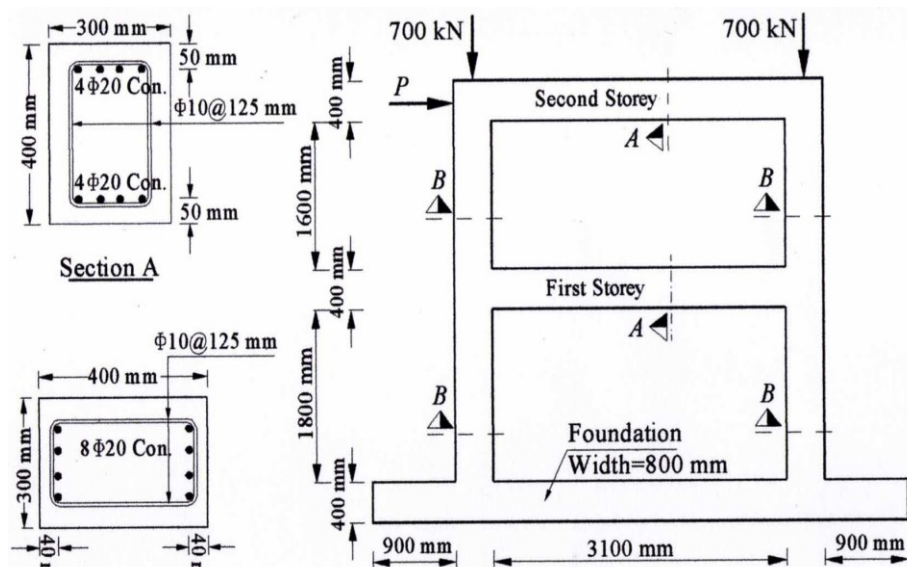


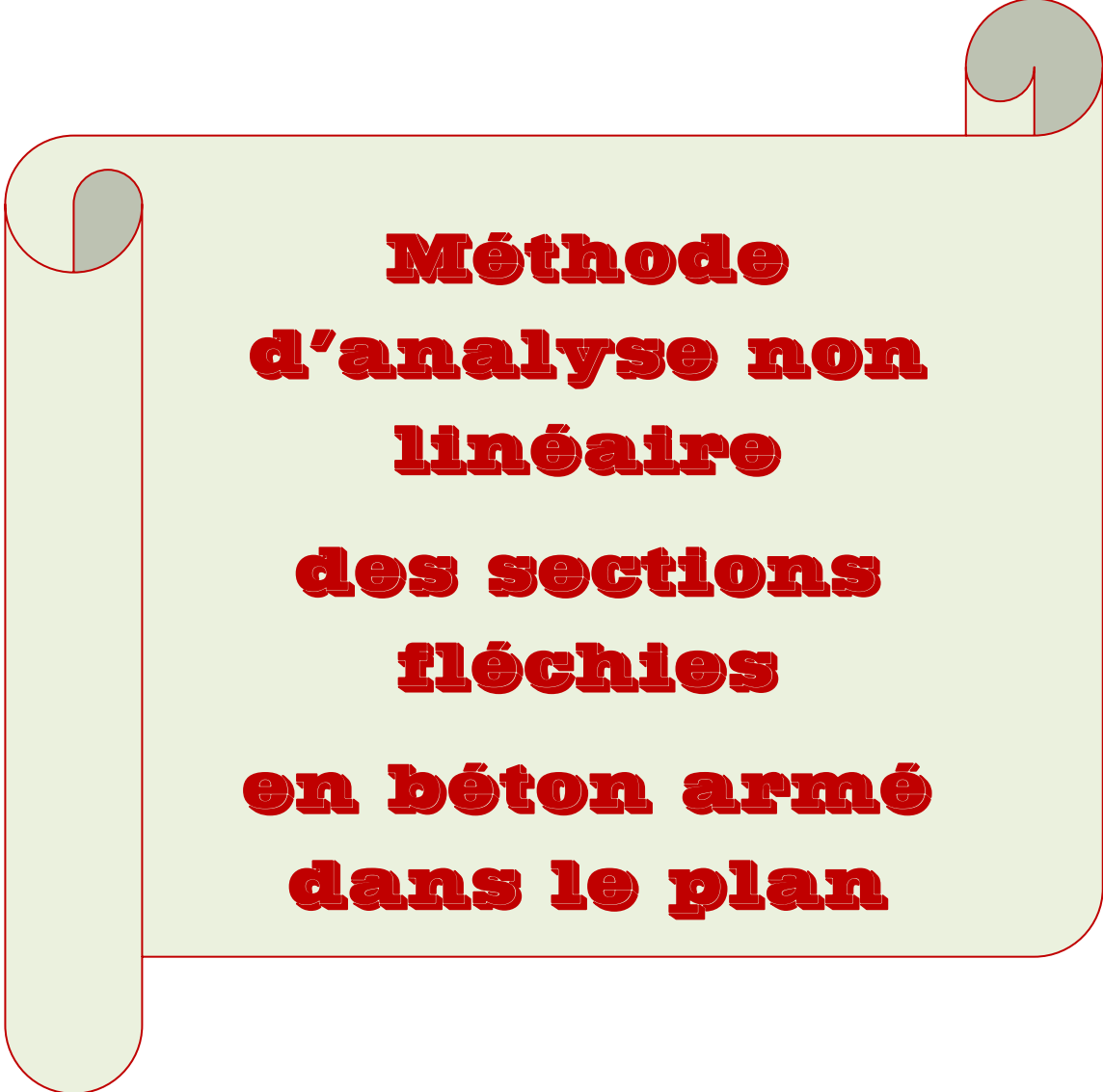
Figure 1.20 : Caractéristiques géométriques et ferrailage du portique du Vecchio.

Le portique est soumis à un chargement vertical fixe et un chargement horizontal croissant jusqu'à la rupture, comme montré sur la figure (1.20). Les résultats d'essais du comportement non linéaire du portique donnent une charge de rupture de 332 kN et une flèche de 85 mm. Les fissures de flexion se sont développées sur les faces de chaque poteau. La rupture est obtenue par écrasement du béton comprimé et plastification des aciers tendus au niveau des bases des poteaux et également au niveau des nœuds poteaux – poutres. Des fissures inclinées d'effort tranchant ont été également constatées.

1.8 Conclusion :

A travers ce chapitre, nous avons présenté une synthèse bibliographique où l'on reprend les aspects et les différentes approches relatives à la ductilité des structures en béton armé vis-à-vis des sollicitations statique et sismique. On a défini les différents types de ductilité, les classes de ductilités et les paramètres influençant cette dernière. Un aperçu sur l'histoire et l'évolution de la méthode des éléments finis est présenté dans le but de cerner au mieux, le

comportement réel des structures et de développer des logiciels de calcul performants. On a présenté aussi quelques lois de comportement non linéaire des matériaux (béton et acier). Enfin, on a donné un aperçu sur des travaux antérieurs consacrés à l'étude des éléments structuraux de type poteaux poutres et portiques conçus en béton armé.

A decorative scroll graphic with a light green background and a dark red border. The scroll is partially unrolled, with the top and bottom edges curving upwards. The text is centered on the scroll.

**Méthode
d'analyse non
linéaire
des sections
fléchies
en béton armé
dans le plan**

2.1 Introduction :

On s'intéresse à la présentation de procédé de formulation d'analyse non linéaire effectué sur une section transversale soumise à la flexion, et ce jusqu'à la rupture. Cette partie se concrétise par l'élaboration d'un programme informatique « Sectnol 1 » (analyse d'une **SECTION NON Linéaire** jusqu'à la rupture). Il permet d'évaluer la ductilité locale au niveau des sections fléchies en béton armé, exprimée par le rapport entre la courbure maximale sur à la courbure élastique de la section étudiée.

2.2 Approche utilisée et hypothèses de base :

On s'intéresse au calcul et à la modélisation du comportement instantané d'une section en béton armé, soumise à la flexion composée. On admet les hypothèses de calcul suivantes :

- La flexion plane d'une section à plan moyen, chargée dans son plan est symétrique par rapport à l'axe gy passant par son centre géométrique.
- Conservation de la section plane après déformation.
- Absence de glissement relatif entre le béton et l'acier.
- L'influence de l'effort tranchant est négligée.

2.3 Relations Efforts-Déformations dans la section

On considère une section en béton armé (figure 2a) modélisée (figure 2b) en équilibre sous un moment fléchissant M et un effort normal N , agissant au centre géométrique g de la section (figure 2c). En tenant compte des hypothèses de calcul les déformations dans cette section sont définies à l'aide de deux paramètres : la déformation longitudinale ε_g au niveau du centre géométrique g de la section et la courbure ϕ (figure 2d).

Les déformations longitudinales $\varepsilon(z)$, d'une fibre horizontale située à l'ordonnée z par rapport à l'axe (gy) sont données par la relation (2.1).

Les contraintes normales correspondantes (figure 3.e) au niveau de la fibre considérée sont données par :

$$\sigma(z) = f(\varepsilon(z))$$

La fonction $f(\varepsilon)$ est définie par la loi de comportement $\sigma - \varepsilon$ du matériau constituant la fibre considérée.

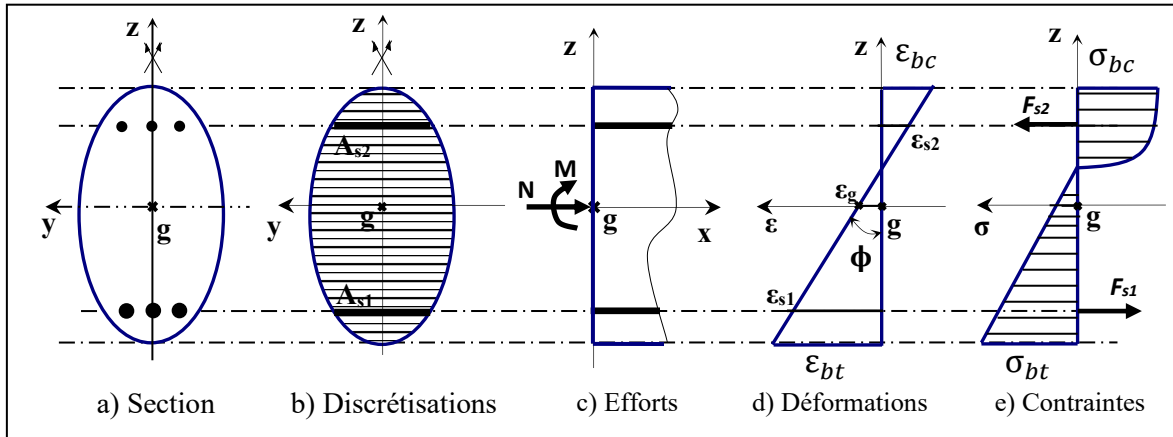


Figure 2.1 : Section en béton armé sous M et N, déformations et contraintes normales [138]

$$\varepsilon = \varepsilon (z) = \varepsilon_g + \phi \cdot z \dots \dots \dots (2.1)$$

Avec :

- σ_{bc} : Contrainte de la fibre de béton la plus comprimée,
- σ_{bt} : Contrainte de la fibre de béton la plus tendue,
- ε_{bc} : Déformation de la fibre de béton la plus comprimée,
- ε_{bt} : Déformation de la fibre de béton la plus tendue,
- ε_z : Déformation d'une fibre située à une hauteur z , à partir du centre de gravité de la section.

La contrainte normale au niveau de la fibre considérée est donnée par :

$$\sigma(z) = f(\varepsilon(z)) \dots \dots \dots (2.2)$$

La fonction $f(\varepsilon)$ est définie par la loi de comportement $\sigma - \varepsilon$ du matériau constituant la fibre considérée.

Les efforts (N et M) équilibrés par la section droite A rapportés aux centres de gravité g s'écrivent :

$$N = \int_A \sigma(z) d \dots \dots \dots (2.3)$$

$$M = \int_A \sigma(z) z dA \dots \dots \dots (2.4)$$

Sachant que : $\sigma(z) = E \cdot \varepsilon(z)$, on obtient :

$$N = \int_A E \varepsilon(z) dA \dots\dots\dots (2.5)$$

$$M = \int_A E \varepsilon(z) z dA \dots\dots\dots (2.6)$$

Où E désigne le module d'élasticité longitudinal sécant est fonction de $\varepsilon(z)$, (Figure 2.2).

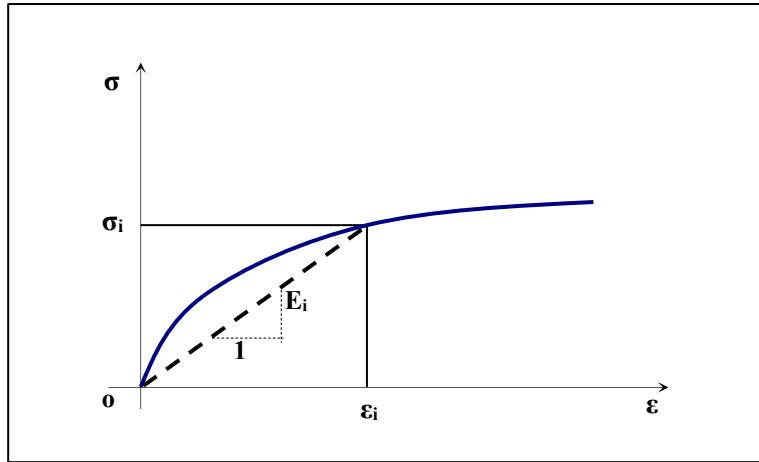


Figure 2.2 : Comportement contrainte-déformation en présentant le module sécant.

En tenant compte de la relation (2.1), on obtient :

$$N = \int_A E (\varepsilon_g + \phi \cdot z) dA \dots\dots\dots (2.7)$$

$$M = \int_A E (\varepsilon_g + \phi \cdot z) z dA \dots\dots\dots (2.8)$$

Ou encore :

$$N = (\int_A E \cdot dA) \cdot \varepsilon_g + (\int_A E \cdot z \cdot dA) \phi \dots\dots\dots (2.9)$$

$$M = (\int_A E \cdot z \cdot dA) \cdot \varepsilon_g + (\int_A A \cdot z^2 \cdot dA) \phi \dots\dots\dots (2.10)$$

En posant :

$$\left. \begin{aligned} \overline{EA} &= \int_A E \cdot dA : \text{Rigidité à l'effort normal (rigidité de membrane).} \\ \overline{ES} &= \int_A E \cdot z \cdot dA : \text{Rigidité due au couplage flexion - effort normal.} \\ \overline{EI} &= \int_A E \cdot z^2 \cdot dA : \text{Rigidité à la flexion.} \end{aligned} \right\} \dots (2.11)$$

Les relations entre les efforts et les déformations dans la section droite s'écrivent :

$$N = \overline{EA} \cdot \varepsilon_g + \overline{ES} \cdot \phi \dots\dots\dots (2.12)$$

$$M = \overline{ES} \cdot \varepsilon_g + \overline{EI} \cdot \phi \dots\dots\dots (2.13)$$

Ou encore, sous forme matricielle :

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{EA} & \overline{ES} \\ \overline{ES} & \overline{EI} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_g \\ \phi \end{Bmatrix} = [K] \begin{Bmatrix} \varepsilon_g \\ \phi \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (2.14)$$

[K] : est la matrice de rigidité sécante de la section.

Inversement, la relation (2.14) s'écrit :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_g \\ \phi \end{Bmatrix} = [K]^{-1} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (2.15)$$

Avec :

$$[K]^{-1} = \frac{1}{\det[K]} \begin{bmatrix} \overline{EA} & -\overline{ES} \\ -\overline{ES} & \overline{EI} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2.16)$$

La matrice [K] est inversible si $\det[K] = \overline{EA} \cdot \overline{EI} - \overline{ES} \cdot \overline{ES} \neq 0$

Dans le cas d'un comportement élastique linéaire, le module E_s indépendant de $\varepsilon(z)$ et pour une section homogène, les rigidités données par (2.11) deviennent :

$$\left. \begin{aligned} \overline{EA} &= E \int_A dA = E \cdot A \\ \overline{ES} &= E \int_A z \cdot dA = E \cdot S \\ \overline{EI} &= E \int_A z^2 \cdot dA = E \cdot I \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.17)$$

Où :

$A = \int_A dA$: Aire de la section.

$S = \int_A z \cdot dA$: Moment statique de la section /Gy.

$I = \int_A z^2 \cdot dA$: Moment d'inertie de la section/Gy.

Dans ce cas, connaissant les efforts N et M, il est possible de calculer les déformations ε_g et ϕ

par :
$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_g \\ \phi \end{Bmatrix} = \frac{1}{E(A \cdot I - S^2)} \begin{bmatrix} I & -S \\ -S & A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (2.18)$$

Dans le cas d'un comportement non linéaire, le module sécant dépend de ε_g . La détermination des déformations à partir des efforts n'est pas directe. Elle s'effectue par un calcul itératif non linéaire.

2.4 Calcul de la matrice de rigidité de la section :

Les composantes de la matrice de rigidité [K], sont déterminées en effectuant une discrétisation de la section (figure 2.3), ceci en tenant compte du béton et des armatures d'acier.

L'expression (2.17) prend alors la forme :

$$\left. \begin{aligned} \overline{EA} &= \sum_{i=1}^{nb} E_{bi} \Delta S_i + \sum_{j=1}^{na} E_{aj} A_j \\ \overline{ES} &= \sum_{i=1}^{nb} E_{bi} \cdot z_{bi} \cdot \Delta S_i + \sum_{j=1}^{na} E_{aj} \cdot z_{aj} \cdot A_j \\ \overline{EI} &= \sum_{i=1}^{nb} E_{bi} \cdot z_{bi}^2 \cdot \Delta S_i + \sum_{j=1}^{na} E_{aj} \cdot z_{aj}^2 \cdot A_j \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.19)$$

- nb : Nombre de tranches horizontales dans la section du béton.
- na : Nombre de lits d'aciers.
- E_{bi} : Module d'élasticité sécant du béton au niveau de la tranche i .
- E_{aj} : Module d'élasticité sécant de l'acier du lit j .
- A_j : Aire du lit d'acier j .
- z_{bi} : Ordonnée au niveau du milieu de la tranche de béton i /gz.
- z_{aj} : Ordonnée du lit d'acier j /gz.
- ΔS_i : Aire de la tranche i du béton.

Cette aire est donnée par :

$$\Delta S_i = b(z_{bi}) \cdot \Delta h_i$$

- $b(z_{bi})$: Largeur de la tranche de béton i .
- Δh_i : Hauteur de la tranche de béton i .

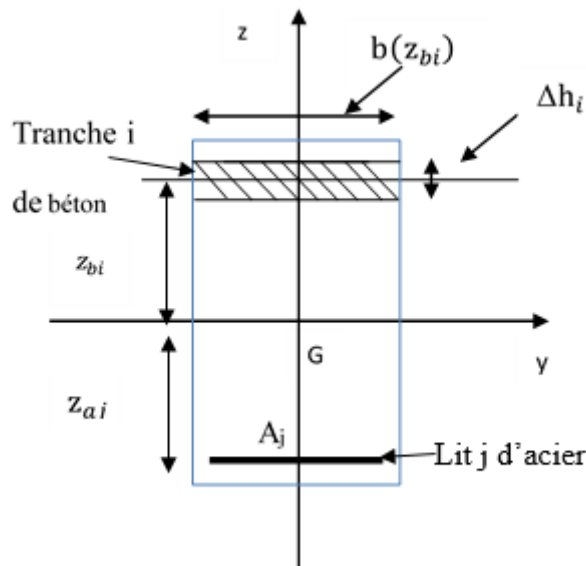


Figure 2.3 : Discrétisation de la section en tranches horizontales.

2.5 Méthode de résolution non linéaire :

Il existe plusieurs méthodes numériques de résolution de problèmes non linéaires, D, ville Goyet V, 1988-1989 [139], Djeghaba, K, 1990 [70] ; Zienkiewicz, O C et Taylor, R L, 2000 [140] ; Briki L, 2004 [141] ; Boukhrouf, B, 2006 [142] ; Wong, M. B, 2009, [143] ; Crisfield, M. A, 2000 [144] ; Belytschko, T., Liu W. K., Moran B, 2001 [145], On cite :

- **Les méthodes directes** : Elles aboutissent à la solution en un nombre fini d'opération.
- **Méthodes d'approximation incrémentales et itératives** :

Elles sont basées sur le même principe suivant : A partir d'une approximation initiale des déplacements, on calcule les contraintes selon le modèle constitutif. Ces contraintes sont équivalentes à un système de forces internes $\{F_i\}$ devant équilibrer les forces nodales extérieures $\{F\}$. Les deux systèmes de forces ne sont pas égaux et la différence $\Delta F = F - F_i$ est appelée « résidu » ou « force résiduelle ». Afin d'assurer l'équilibre, ces résidus doivent être éliminés. Pour un niveau de charge donné, un certain nombre d'itérations linéaires est nécessaire pour réduire les forces résiduelles à un certain degré de précision fixé. Pour plus de précision on a :

a. Méthode incrémentale

Le chargement est subdivisé en plusieurs incréments (pas forcément égaux). Durant chaque incrément, on obtient les déplacements par la résolution d'un système linéaire : $[K] \cdot \{U\} = \{F\}$ où $[K]$ est déduite des résultats de l'incrément précédent auxquels sont ajoutés les déplacements précédemment cumulés. Le processus est répété jusqu'à chargement final.

b. Méthode itérative

Le chargement est appliqué en un seul incrément. Les forces résiduelles déduites des résultats de l'itération précédente sont appliquées à leur tour et on déduit de nouveaux les déplacements, qu'on doit ajouter aux précédents. Ces déplacements cumulés donnent de nouvelles contraintes et de nouveaux résidus. Le procédé continue jusqu'à élimination des résidus à la précision désirée. La redistribution des forces résiduelles peut se faire avec une matrice de rigidité constante ou variable (tangente ou sécante). Les méthodes itératives sont plus lentes que les méthodes incrémentales mais permettent un meilleur contrôle de la précision et le procédé d'itération peut être facilement inclus dans un algorithme linéaire.

c. Méthodes mixtes

Le chargement est appliqué par incrément et dans chaque incrément, plusieurs itérations sont effectuées afin d'assurer la convergence. Les algorithmes de ces méthodes peuvent se ramener aisément à un seul incrément de la méthode itérative.

- **Principales méthodes numériques itératives en analyse non-linéaire**

Il existe trois méthodes principales de calcul non linéaire des structures, leurs algorithmes sont similaires et consistent à éliminer les forces résiduelles. Le résidu initial ΔF^0 étant bien entendu l'incrément de charge appliquée. Les conditions F^0 et U^0 sont connues. Le résidu appliqué à l'itération est ΔF^0 qui est égal à la différence entre les forces extérieures et les forces nodales internes résultant de l'état de contraintes à l'itération $i=1$: $\Delta F^{i-1} = F - F^{i-1}$

Parmi ces méthodes itératives les plus utilisées par les chercheurs, on cite :

- *La méthode de Newton-Raphson (méthode de la rigidité tangente) :*

L'Avantage de cette méthode est la rapidité de se converger, les inconvénients résident dans, le coût élevé à cause des actualisations des matrices de rigidité élémentaires $[K_i]$ à chaque itération et la nécessité de prévoir des algorithmes de résolution des systèmes dissymétriques dans le cas où $[K_i]$ perdrait sa forme symétrique.

- *La méthode de la rigidité sécante :*

La matrice de rigidité est recalculée à chaque itération, et la solution converge de façon sensiblement moins rapide, mais son implémentation est beaucoup plus légère. Cette méthode est mieux adaptée pour les cas des structures ayant un comportement adoucissant (cas du béton tendu fissuré dans les structures en béton armé). L'avantage de la méthode réside dans la rapidité de la convergence, son inconvénient est le coût élevé à cause des actualisations des $[K_i]$ à chaque itération.

- *La méthode de Newton-Raphson modifiée (méthode de la rigidité modifiée) :*

Cette méthode est plus économique que les deux précédentes car elle évite les actualisations répétées de la matrice de rigidité $[K]$, Cette méthode exige un grand nombre d'itérations pour atteindre la convergence et arriver à la solution.

Dans notre cas, en élasticité non linéaire, on peut calculer les efforts (N, M) développés dans la section pour des déformations (ϵ_g, θ) données. Le calcul inverse, c'est-à-dire la détermination des déformations à partir des efforts n'est pas possible par une méthode directe. On doit, dans

ce cas, utiliser une méthode de calcul **itérative** Filippou, F. C et Kwak, G, 1990. [146]. Initialement, on considère l'état d'équilibre de la section sous de faibles valeurs des efforts N et M . On démarre alors, les calculs en considérant un comportement élastique linéaire. Dans ce cas les déformations $(\varepsilon_g, \varnothing)$ correspondants sont données par l'expression (2.18).

Sous un incrément $(\Delta N, \Delta M)$ des efforts, l'accroissement des déformations $(\Delta\varepsilon_g, \Delta\varnothing)$ dans la section est recherché par la méthode des **substitutions successives** utilisant la méthode **matrice de rigidité sécante** [146].

Remarque :

L'incrémentation des efforts peut se faire de trois façons :

- a) Incrémentation du moment fléchissant avec un effort normal constant ($\Delta N = 0$).
- b) Incrémentation de l'effort normal avec un moment fléchissant constant ($\Delta M = 0$).
- c) Incrémentation, au même temps, de l'effort normal et du moment fléchissant telle que $e = \Delta N / \Delta M$ soit constant.

La figure (2.4) présente le schéma de résolution pour l'obtention de la courbe moment-courbure ($M-\varnothing$) lorsque la section subit une incrémentation du *moment fléchissant* avec un effort *normal constant*.

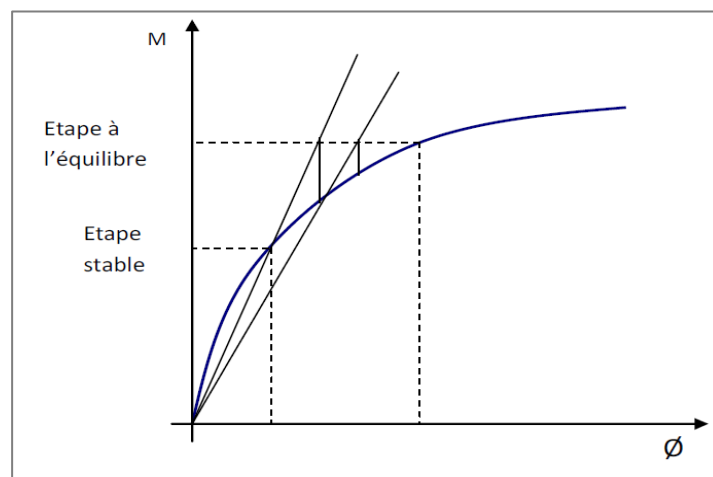


Figure 2.4 : Schéma de résolution pour le calcul $M-\varnothing$ ($N=$ constant).

La méthode de résolution non linéaire s'effectue selon l'algorithme suivant :

1. Soit l'étape stable $j-1$, correspondant aux efforts $\langle N, M \rangle^{j-1}$ et les déformations $\langle \varepsilon_g, \varnothing \rangle^{j-1}$.
2. Incrémentation des efforts :

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix}^j = \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix}^{j-1} + \begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix}$$

2.2 On démarre le compteur des itérations $i=1$.

3. Evaluation de la matrice de rigidité sécante de la section en fonction de la section de l'étape précédente $j-1$.

$$[K]^i = [K(\varepsilon_g, \varnothing)^{j-1}]$$

4. Résolution du système d'équilibre :

$$[K]^i \begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_g \\ \Delta \varnothing \end{Bmatrix}^i = \begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix}^i$$

5. Cumul des déformations :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_g \\ \varnothing \end{Bmatrix}^i = \begin{Bmatrix} \varepsilon_g \\ \varnothing \end{Bmatrix}^{j-1} + \begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_g \\ \Delta \varnothing \end{Bmatrix}^i$$

6. Calcul des efforts équilibrés par la section :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_g \\ \varnothing \end{Bmatrix}^i \rightarrow \begin{Bmatrix} N_R \\ M_R \end{Bmatrix}^j$$

7. Test de convergence sur les efforts non équilibrés :

$$N_R^i - N^j \leq \text{Précision}$$

$$M_R^i - M^j \leq \text{Précision}$$

7.1 Si convergence, l'étape j actuelle est stable (équilibrée), passer à l'incrément de charge suivante : $j \rightarrow j+1$ et revenir à l'étape (2).

7.2 Sinon, passer à l'itération suivante : $i \rightarrow i+1$ et revenir à l'étape (3).

7.3 Si au bout d'un certain nombre d'itérations fixé auparavant, la convergence n'est pas obtenue, la section ne peut être équilibrée et le calcul est arrêté.

2.6 Organigramme de calcul (au niveau de la section)

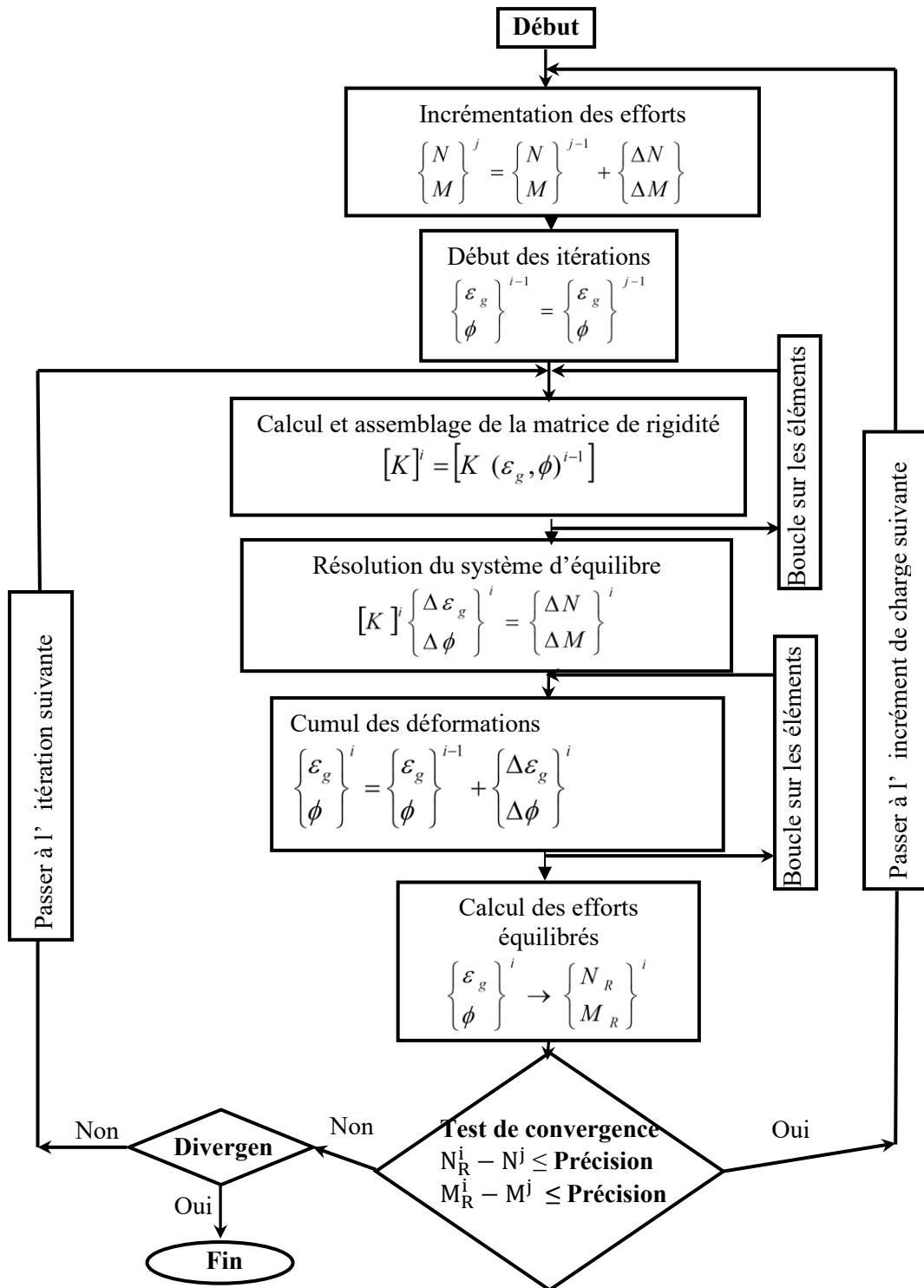


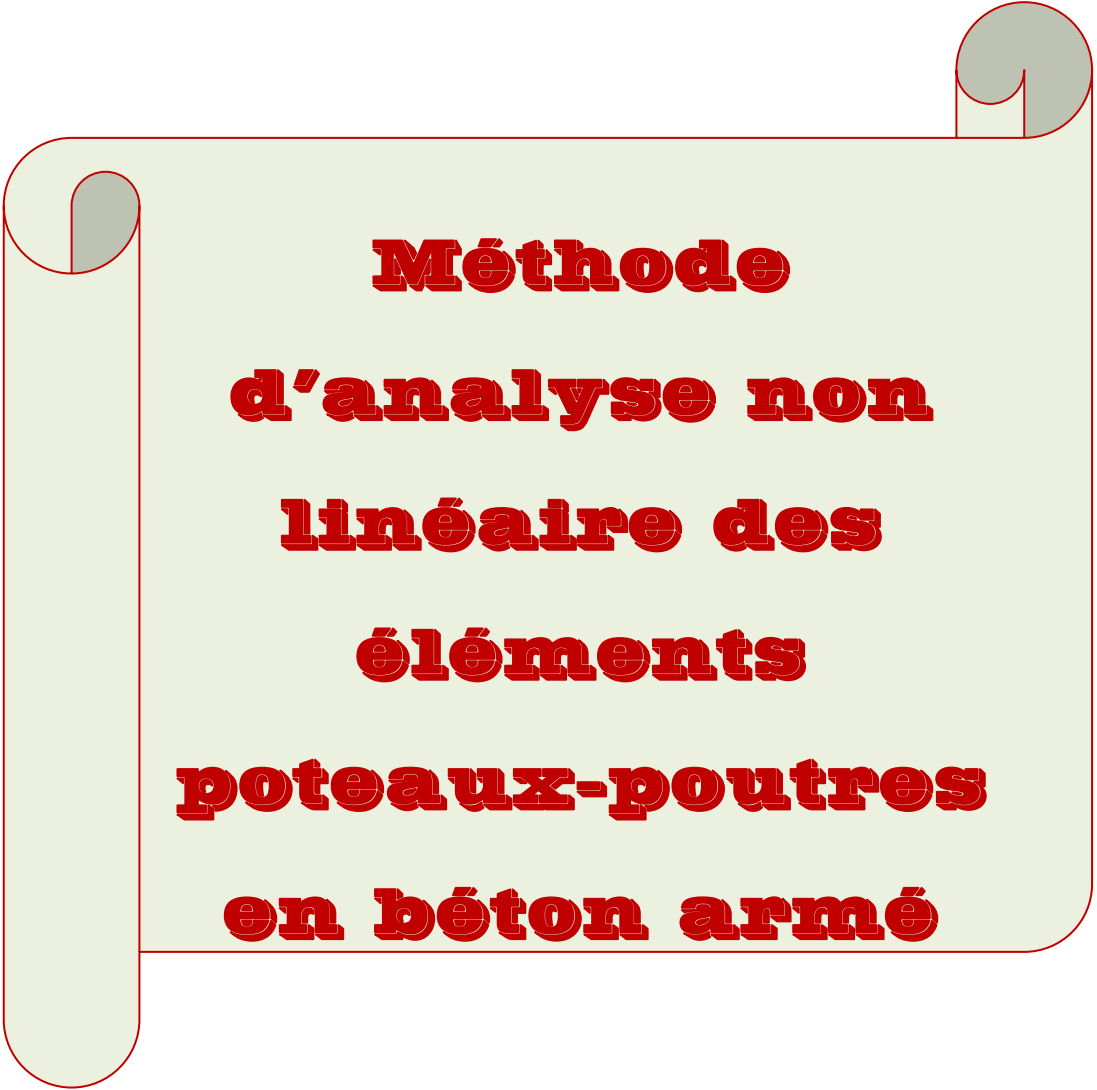
Figure 2.5 : Organigramme de calcul au niveau de la section

2.7 Programme informatique et validation :

Le programme informatique « SECTNOL1 » est basé sur la méthode d'analyse non linéaire d'une section fléchie en béton armé. Il permet d'effectuer des simulations numériques du comportement non linéaire, d'une section en béton armé en tracé de courbes moments courbures. La description des différentes **subroutines**, la description des **variables du fichier** de données et la description du **fichier résultats** sont présentés en **annexe A**.

2.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présentés le procédé de formulation de d'analyse non linéaire des sections transversales en béton armé soumissent à la flexion composée, jusqu'à la rupture. On a décrit les étapes de calcul (sous forme d'algorithme), conduisant au programme informatique « *Sectnol1* ».

A decorative graphic of a scroll with a light green background and a dark red border. The scroll is partially unrolled at the top and bottom, with the unrolled sections showing a darker green color. The text is centered on the scroll.

**Méthode
d'analyse non
linéaire des
éléments
poteaux-poutres
en béton armé**

3.1 Introduction :

Dans le présent chapitre, on s'intéresse à la modélisation et simulation numérique du comportement non linéaire en flexion, des éléments structuraux de type poteau poutre et portique conçus en béton armé, sous chargement statique monotone croissant. La méthode d'analyse non linéaire est basée sur la méthode des éléments finis et l'hypothèse de **Navier Bernoulli**. L'objectif est de démontrer le procédé d'une formulation qui se concrétise par l'élaboration d'un programme informatique existant (**Meziane, R [91]**) modifié, qui servira comme outil de calcul par la suite, ce dernier permettra l'analyse d'une structure plane quelconque. Il permet de calculer leur résistance, déplacement et aussi évaluer et apprécier leur facteur de ductilité globale, qui est définie comme le rapport du déplacement ultimes (à la rupture) sur le déplacement élastique.

3.2 Changements apportés au programme « poutre mince 2 » :

Dans le programme existant, le chargement est introduit sous forme de forces concentrées agissant aux nœuds. Dans le cas d'une charge répartie, c'est à l'utilisateur d'évaluer et d'introduire les charges nodales équivalentes dans le fichier de données. Par ailleurs, le programme effectue la simulation en faisant accroître, en même temps toutes les charges nodales agissant sur la structure. Ceci en utilisant un paramètre d'accroissement de charge α :

$$\{F\} = \alpha\{F_1\}$$

$\{F_1\}$: correspond aux charges nodales introduites par l'utilisateur. L'analyse est effectuée pas à pas pour des valeurs croissantes de α jusqu'à la rupture. Afin d'adapter ce programme au cas de notre étude, il a été nécessaire d'effectuer plusieurs modifications :

3.2.1 Introduction du type de chargement :

La première modification apportée au programme concerne le type de chargement (fixe ou variable). Elle consiste en l'ajout d'une boucle supplémentaire dans la procédure globale de calcul. La version modifiée permet la simulation numérique en considérant deux types de chargement :

- Un premier chargement croissant jusqu'à la valeur fixée par l'utilisateur (chargement de type 1) correspondant par exemple aux charges verticales fixes.

Chapitre 3 : Méthode d'analyse non linéaire des éléments poteau poutre en béton armé

- Ensuite, le chargement de type 1 étant maintenu fixe, on fait accroître le chargement variable (charge de type 2) jusqu'à la rupture. Il s'agit par exemple des charges horizontales variables dues aux sollicitations statiques monotones.

$$\{F\} = \{F_0\} + \alpha\{F_1\}$$

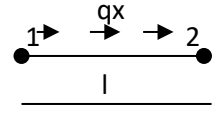
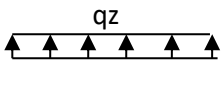
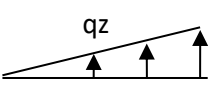
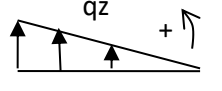
F_0 : Charge fixe (type 1) ; F_1 : Charge variable (type 2).

3.2.2 L'introduction des charges réparties :

La deuxième modification du programme, consiste en l'introduction du chargement réparti appliqué le long d'un ou plusieurs éléments de la structure étudiée. Pour cela, la **subroutine loadps** a été modifiée et on a ajouté une nouvelle **subroutine** :

equivalent_node : La subroutine equivalent_node permet d'évaluer automatiquement les charges nodales équivalentes dues aux chargements répartis sur un élément donné de la structure. Cette deuxième modification permet à l'utilisateur d'introduire directement le chargement réparti, sans avoir à effectuer des calculs manuels intermédiaires pour évaluer les charges nodales équivalentes (tableau III.1).

Tableau III.1 : Charges nodales équivalentes dues aux chargements répartis sur un élément donné de la structure.

N° cas	Charge répartie	Charges nodales équivalentes					
		F_{1x}	F_{1z}	M_1	F_{2x}	F_{2z}	M_2
1		$\frac{q_x l}{2}$	0	0	$\frac{q_x l}{2}$	0	0
2		0	$\frac{q_z l}{2}$	$\frac{q_z l^2}{12}$	0	$\frac{q_z l}{2}$	$-\frac{q_z l^2}{12}$
3		0	$\frac{3 q_z l}{10}$	$\frac{q_z l^2}{30}$	0	$\frac{7 q_z l}{10}$	$-\frac{q_z l^2}{20}$
4		0	$-\frac{q_z l}{10}$	$\frac{q_z l^2}{20}$	0	$\frac{3 q_z l}{10}$	$-\frac{q_z l^2}{30}$

3.3 Approche utilisée et hypothèses de base

Pour l'analyse du comportement non linéaire des structures constituées de portiques ou de voiles en béton armé, on se base sur la méthode des éléments finis. La structure est discrétisée en éléments finis de type poutre figure 3.1.

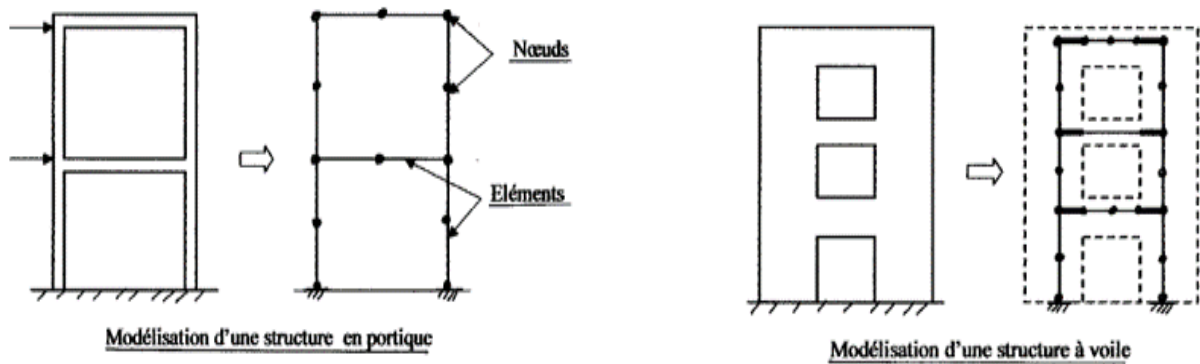


Figure 3.1 : Discretisation par éléments finis poutres.

On considère l'élément « **poutre mince** » (figure 3.2a), basé sur l'hypothèse de « **Navier – Bernoulli** » et fonctionnant en flexion composée. Les origines de cette théorie datent de XVIII^e siècle. C'est la première théorie traitant les poutres en considérant que la section plane reste plane et perpendiculaire à la ligne moyenne après déformation. Une des conséquences de l'hypothèse cinématique de la théorie de **Bernoulli** est que les déformations de cisaillement sont nulles. Par conséquent, les contraintes de cisaillement ne peuvent pas être prises en compte. Ceci limite le domaine de l'utilisation de la théorie aux poutres élancées. En effet, dans le cas des poutres courtes l'effet de cisaillement est important et ne peut pas être négligé. La poutre est représentée ici par le segment g_{AGB} (figure 3.2b) :

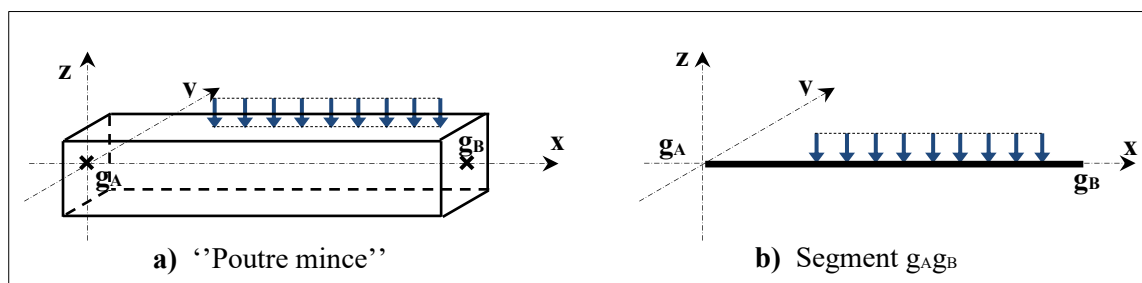


Figure 3.2 : L'élément poutre mince de Bernoulli.

Chapitre 3 : Méthode d'analyse non linéaire des éléments poteau poutre en béton armé

- L'élément considéré est une poutre plane droite de section transversale constante et symétrique par rapport au plan xz ;
- Les chargements agissant sur la poutre, sont appliqués dans le plan de symétrie xz ;
- La poutre se déforme dans le plan de symétrie xz ;
- La poutre transmet des efforts normaux $N_x(x)$ suivant x, des efforts tranchants $T_z(x)$ suivant z et des moments fléchissant $M_y(x)$ autour de l'axe local y ;
- Les déformations et déplacement du second ordre sont négligés ;
- Adhérence parfaite entre le béton et les armatures d'acier ;
- Pour un élément « poutre mince », on vérifie l'hypothèse de **Navier – Bernoulli** :
Les sections planes et droites avant déformation, restent planes et droites après déformation. Par conséquent, les déformations d'effort tranchant sont négligées.

3.3.1 Cinématique :

Considérons le tronçon de poutre de la figure 3.3, après déformation, le point p (x, z) subit un déplacement axial u (x, z) selon x et un déplacement transversal w (x, z) selon z tels que :

$$u(x, z) = u_0(x) - z \cdot \theta(x) \dots\dots\dots (3.1)$$

$$w(x, z) = w(x) \dots\dots\dots (3.2)$$

Où :

$u_0(x)$ = déplacement axial au niveau de l'axe de référence de la poutre.

$\theta(x)$ = rotation de la normale de la section transversale, d'abscisse x.

Tel que :

$$\theta(x) = -\frac{dw}{dx} + \gamma \dots\dots\dots (3.3)$$

Où : γ : La rotation due au cisaillement transversal.

Dans le cadre de l'hypothèse de Navier- Bernoulli, les déformations dues à l'effort tranchant (ou cisaillement) sont négligées, d'où $\gamma = 0$.

Donc :

$$\theta(x) = -\frac{dw}{dx} \dots\dots\dots (3.4)$$

La relation (3.1) devient :

$$u(x, z) = u_0(x) + z \frac{dw(x)}{dx} \dots\dots\dots (3.5)$$

Cette relation (3.5) exprime l'hypothèse de Navier-Bernoulli valable dans le cas des poutres minces

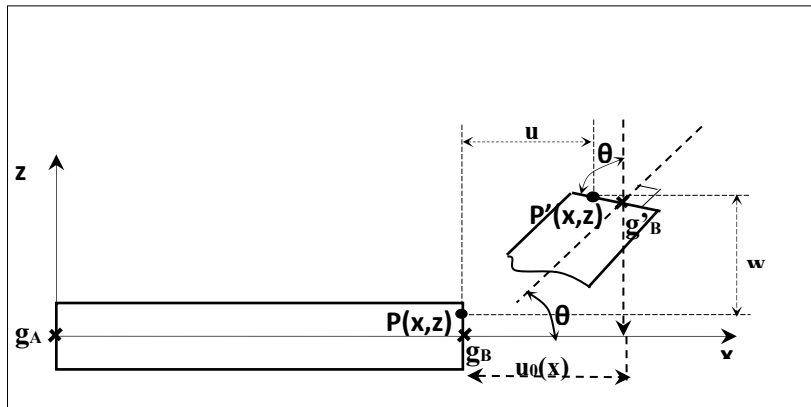


Figure 3.3 : Déplacement de P (x ; z) d'un tronçon de poutre.

3.3.2 Relation déformations – déplacements :

Selon l'hypothèse (Les déformations et les déplacements du second ordre sont négligés), la relation entre déformations et déplacements est linéaire.

$$\epsilon_x = - \frac{\partial u(x,z)}{\partial x} \dots\dots\dots (3.6)$$

En tenant compte de la relation (3.1) on obtient :

$$\epsilon_x(x) = \frac{du_0(x)}{dx} - z \frac{d^2w(x)}{dx^2} \dots\dots\dots (3.7)$$

Ou encore :

$$\epsilon_x(x) = \epsilon_0(x) + z\phi(x) \dots\dots\dots (3.8)$$

Avec :

$$\epsilon_0(x) = \frac{du_0(x)}{dx} \dots\dots\dots (3.9)$$

$$\phi(x) = - \frac{d^2w(x)}{dx^2} \dots\dots\dots (3.10)$$

$\epsilon_0(x)$: Déformation longitudinale au niveau de l'axe de référence à l'abscisse x.

$\phi(x)$: Courbure de la section transversale à l'abscisse x.

3.3.3 Relation efforts – déplacements :

L'expression de l'effort normal et le moment fléchissant s'écrit comme suit :

$$N = \overline{EA} \cdot \varepsilon_{0x} + \overline{ES} \cdot \phi \dots\dots\dots (3.11)$$

$$M = \overline{ES} \cdot \varepsilon_{0x} + \overline{EI} \cdot \phi \dots\dots\dots (3.12)$$

Ou encore, sous forme matricielle :

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{EA} & \overline{ES} \\ \overline{ES} & \overline{EI} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_g \\ \phi \end{Bmatrix} = [K] \begin{Bmatrix} \varepsilon_g \\ \phi \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (3.13)$$

[K] : est la matrice de rigidité sécante de la section.

Inversement, la relation (3.13) s'écrit :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_g \\ \phi \end{Bmatrix} = [K]^{-1} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} \quad \text{avec :} \quad [K]^{-1} = \frac{1}{\det[K]} \begin{bmatrix} \overline{EA} & -\overline{ES} \\ -\overline{ES} & \overline{EI} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (3.14)$$

La matrice [K] est inversible si $\det[K] = \overline{EA} \cdot \overline{EI} - \overline{ES} \cdot \overline{ES} \neq 0$

Dans le cas d'un comportement élastique linéaire, le module E est indépendant de $\varepsilon(z)$ et pour une section homogène, les rigidités deviennent :

$$\overline{EA} = E \int_A dA = E \cdot A \quad \overline{ES} = E \int_A z \cdot dA = E \cdot S \quad \overline{EI} = E \int_A z^2 \cdot dA = E \cdot I$$

Où : $A = \int_A dA$: Aire de la section ;

$S = \int_A z \cdot dA$: Moment statique de la section /gy ;

$I = \int_A z^2 \cdot dA$: Moment d'inertie de la section/gy.

Dans ce cas, connaissant les efforts N et M, il est possible de calculer les déformations ε_g et ϕ

par :
$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_g \\ \phi \end{Bmatrix} = \frac{1}{E(A \cdot I - S^2)} \begin{bmatrix} I & -S \\ -S & A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (3.15)$$

Dans le cas d'un comportement non linéaire, le module sécant E dépend de ε_g . La détermination des déformations à partir des efforts n'est pas directe. Elle s'effectue par un calcul itératif non linéaire.

Où :

$\overline{EA} = \int_A E \cdot dA$: Rigidité à l'effort normal (rigidité de membrane).

$\overline{ES} = \int_A E \cdot z \cdot dA$: Rigidité due au couplage flexion – effort normal.

$\bar{E}I = \int_A E \cdot z^2 \cdot dA$: Rigidité à la flexion.

Avec : E est le module d'élasticité longitudinal au point Mde la poutre.

3.3.4 Discrétisation par élément finis :

La discrétisation est effectuée en utilisant un élément fini poutre à 2 nœuds ayant 3 degrés de liberté par nœud (u, w, θ) (soit 6 degrés de liberté par élément), figure 3.4.

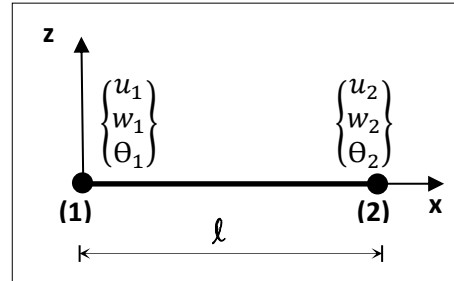


Figure 3.4 : Elément à deux nœuds

Les déplacements sont représentés par un vecteur de dimension 1x 6 de la manière suivante :

$$u^T = \{u_1 \quad w_1 \quad \theta_1 \quad u_2 \quad w_2 \quad \theta_2\}$$

Le déplacement longitudinal $u_0(x)$ est approché par des fonctions d'interpolation de type Lagrange de degré 1.

$$u_0(x) = N_1 \cdot u_1 + N_4 \cdot u_2 \quad \dots \dots \dots (3.16)$$

Avec : u_1 et u_2 sont les valeurs de déplacement longitudinal aux nœuds 1 et 2 respectivement.

Où : $N_1 = (1 - \frac{x}{l})$ et $N_4 = \frac{x}{l}$; en posant $\xi = \frac{x}{l}$; on a :

$$u_0(x) = (1 - \xi) \cdot u_1 + \xi \cdot u_2 \quad \dots \dots \dots (3.17)$$

Le déplacement transversal $w(x)$ est approché par des fonctions d'interpolation de type Hermite de degré 3.

$$w(x) = N_2 \cdot w_1 + N_3 \cdot \theta_1 + N_5 \cdot w_2 + N_6 \cdot \theta_2$$

Avec : w_1, w_2 : les valeurs de déplacement transversal aux nœuds 1 et 2 respectivement, θ_1, θ_2 : les valeurs de la rotation aux nœuds 1 et 2 respectivement.

Où : avec $\xi = \frac{x}{l}$ et les fonctions d'interpolation N_2, N_3, N_5 et N_6 ; on peut écrire :

$$w(x) = \langle N_2 \quad N_3 \quad N_5 \quad N_6 \rangle \begin{Bmatrix} w_1 \\ \theta_1 \\ w_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} ; \text{ Avec : } \begin{Bmatrix} N_2 = 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 \\ N_3 = l(\xi - 2\xi^2 + \xi^3) \\ N_5 = 3\xi^2 - 2\xi^3 \\ N_6 = l(-\xi^2 + \xi^3) \end{Bmatrix} \quad \dots \dots (3.18)$$

La déformation relative longitudinale au niveau de l'axe de référence de l'élément poutre est donnée par :

Chapitre 3 : Méthode d'analyse non linéaire des éléments poteau poutre en béton armé

$$\varepsilon_{0x} = \frac{du_0(x)}{dx} = -\frac{1}{l} \cdot u_1 + \frac{1}{l} \cdot u_2 \quad \dots\dots\dots (3.19)$$

La rotation $\theta(x)$ s'écrit sous la forme suivante :

$$\theta(x) = -\frac{dw(x)}{dx} = \left(\frac{6x}{l^2} - \frac{6x^2}{l^3}\right) w_1 + l\left(-\frac{1}{l} + \frac{4x}{l^2} - \frac{3x^2}{l^3}\right) \cdot \theta_1 + \left(-\frac{6x}{l^2} + \frac{6x^2}{l^3}\right) w_2 + l\left(\frac{2x}{l^2} - \frac{3x^2}{l^3}\right) \cdot \theta_2 \quad (3.20)$$

La courbure $\phi(x)$ est donnée par :

$$\phi(x) = -\frac{d^2w(x)}{dx^2} = \left(\frac{6}{l^2} - \frac{12x}{l^3}\right) w_1 + l\left(\frac{4}{l^2} - \frac{6x}{l^3}\right) \cdot \theta_1 + \left(-\frac{6}{l^2} + \frac{12x}{l^3}\right) w_2 + l\left(\frac{2}{l^2} - \frac{6x}{l^3}\right) \cdot \theta_2 \dots \quad (3.21)$$

La relation entre les déformations de la section transversale à l'abscisse x de l'élément et les déplacements nodaux u_n s'écrit :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{0x} \\ \phi \end{Bmatrix} = [B]\{u_n\} \quad \dots\dots\dots (3.22)$$

Avec :

$$\{u_n\} = \langle u_1 \ w_1 \ \theta_1 \ u_2 \ w_2 \ \theta_2 \rangle \quad ; [B] = \begin{bmatrix} -\frac{1}{l} & 0 & 0 & \frac{1}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{6}{l^2} - \frac{12x}{l^3}\right) & \left(\frac{4}{l^2} - \frac{6x}{l^3}\right) & 0 & \left(\frac{6}{l^2} - \frac{12x}{l^3}\right) & \left(\frac{2}{l^2} - \frac{6x}{l^3}\right) \end{bmatrix}$$

Au niveau de la section transversale à l'abscisse x de l'élément, la relation entre les efforts internes et les déplacements nodaux sont évalués à partir des relations (3.15), (3.22).

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = [D][B]\{u_n\} \quad \dots\dots\dots (3.23)$$

Avec : $[D] = \begin{bmatrix} \overline{EA} & \overline{ES} \\ \overline{ES} & \overline{EI} \end{bmatrix}$

En utilisant le *principe des travaux virtuels*, pour cet élément, on définit la matrice de rigidité élémentaire (6 x 6).

$$[K]_e = \int_0^l [B]^T [D] [B] dx = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} [B(\xi)]^T [D(\xi)] [B(\xi)] d\xi \quad \dots\dots\dots (3.24)$$

Le calcul de la matrice de rigidité élémentaire donne :

$$[K]_e = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} \\ & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} \\ & & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} \\ \text{sym} & & & k_{44} & k_{45} & k_{46} \\ & & & & k_{55} & k_{56} \\ & & & & & k_{66} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (3.25)$$

Avec :

$$k_{11} = \frac{1}{l^2} \int_0^l EA(x) dx$$

$$k_{12} = \frac{-6}{l^3} \int_0^l ES(x) dx + \frac{12}{l^4} \int_0^l ES(x) x dx$$

$$k_{13} = \frac{-4}{l^2} \int_0^l ES(x) dx + \frac{6}{l^3} \int_0^l ES(x) x dx$$

$$k_{14} = -k_{11} ; k_{15} = -k_{12}$$

$$k_{16} = \frac{-2}{l^2} \int_0^l ES(x) dx + \frac{6}{l^3} \int_0^l ES(x) x dx$$

$$k_{22} = \frac{-36}{l^4} \int_0^l ES(x) dx - \frac{144}{l^5} \int_0^l ES(x) x dx + \frac{144}{l^5} \int_0^l ES(x) x^2 dx$$

$$k_{23} = \frac{24}{l^3} \int_0^l EI(x) dx - \frac{84}{l^4} \int_0^l EI(x) x dx + \frac{72}{l^5} \int_0^l EI(x) x^2 dx$$

$$k_{24} = -k_{12} ; k_{25} = -k_{22}$$

$$k_{26} = \frac{12}{l^3} \int_0^l EI(x) dx - \frac{60}{l^4} \int_0^l EI(x) x dx + \frac{72}{l^5} \int_0^l EI(x) x^2 dx$$

$$k_{23} = \frac{16}{l^2} \int_0^l EI(x) dx - \frac{48}{l^3} \int_0^l EI(x) x dx + \frac{36}{l^4} \int_0^l EI(x) x^2 dx$$

$$k_{34} = -k_{13} ; k_{35} = -k_{23}$$

$$k_{36} = \frac{8}{l^2} \int_0^l E\bar{I} \cdot (x) \cdot dx - \frac{36}{l^3} \int_0^l E\bar{I} \cdot (x) \cdot x \cdot dx + \frac{36}{l^4} \int_0^l E\bar{I} \cdot (x) \cdot x^2 \cdot dx$$

$$k_{44} = k_{11} ; k_{45} = k_{12} ; k_{46} = -k_{16} ; k_{55} = k_{22} ; k_{56} = -k_{26}$$

$$k_{66} = \frac{4}{l^2} \int_0^l E\bar{I} \cdot (x) \cdot dx - \frac{24}{l^3} \int_0^l E\bar{I} \cdot (x) \cdot x \cdot dx + \frac{36}{l^4} \int_0^l E\bar{I} \cdot (x) \cdot x^2 \cdot dx$$

Le calcul de la matrice de rigidité élémentaire est effectué par intégration numérique en utilisant 3 points de Gauss :

$$\int_{-1}^{+1} [B(\xi)]^T [D(\xi)] [B(\xi)] d\xi = \sum_{i=1}^n [B(\xi_i)]^T [D(\xi_i)] [B(\xi_i)] \alpha_i \dots\dots\dots (3.26)$$

Où :

- n = nombre de point de Gauss (n = 3)
- ξ_i = abscisse de point de Gauss i
- α_i = poids d'intégration au point de Gauss i

3.3.5 Discrétisation de la section transversale :

On utilise une modélisation multicouche, la section est subdivisée en couches ou tranches horizontales, représentant le béton et les lits des armatures en acier.

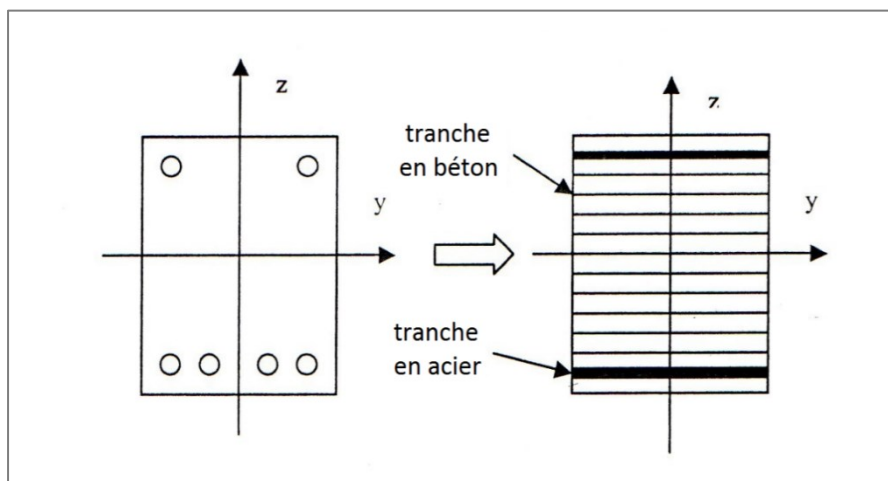


Figure 3.5 : Discrétisation de la section transversale.

3.3.6 Evaluation des rigidités de la section :

Les quantités \overline{EA} , \overline{ES} et \overline{EI} sont alors, évaluées par intégration numériques sur la section transversale :

$$\left. \begin{aligned} \overline{EA} &= \int_0 E(x, z) dA = \sum_{i=1}^n E_i b_i h_i \\ \overline{ES} &= \int_0 E(x, z) z dA = \sum_{i=1}^n E_i z_i b_i h_i \\ \overline{EI} &= \int_0 E(x, z) z^2 dA = \sum_{i=1}^n E_i z_i^2 b_i h_i \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.27)$$

Où :

- n = Nombre de couches horizontales discrétisant la section.
- b_i = Largeur de la couche i .
- h_i = Hauteur de la couche i .
- z_i = Position de la couche i par apport à l'axe de référence.

Connaissant la déformation longitudinale ϵ_i au niveau de la couche i transversale, on calcule la contrainte normale σ_i , au niveau de cette couche à partir de la loi de comportement du matériau constituant cette couche. Le module d'élasticité E_i est alors donné par :

$$E_i = \frac{\sigma_i}{\epsilon_i} \dots\dots\dots (3.28)$$

3.3.7 Evaluation du vecteur des forces résiduelles $\{\Psi\}^e$ pour chaque élément :

Dans le cas non linéaire les efforts intérieurs dépendent de la solution $\{U_n\}^e$, à chaque étape de résolution, il reste des forces résiduelles qu'il faut équilibrer à l'étape suivante :

$$\{F\} - [K(U)]\{U\} = \{\psi(U)\} \neq \{0\} \dots\dots\dots (3.29)$$

Le processus de calcul non linéaire consiste à rechercher la solution $\{U_n\}$ qui rend les forces résiduelles aussi proche que possible de zéro.

Avec : $[K(U)]$: Matrice de rigidité de la structure dépendant de vecteur $\{U\}$.

$\{F\}$: Vecteur de forces nodales appliquées à la structure.

3.4 Méthode de résolution non linéaire :

Dans l'analyse de comportement non linéaire d'une structure par la méthode des éléments finis, on a un système d'équations algébriques de la forme :

$$\{F\} - [K(U)]\{U\} = \{\psi(U)\} \neq 0 \dots\dots\dots (3.30)$$

$[K(U)]$: Matrice de rigidité de la structure dépendant de vecteur $\{U\}$

$\{F\}$: Vecteur de forces nodales appliquées à la structure,

$\{\psi(U)\}$: Vecteur des forces résiduelles exprimant le déséquilibre entre les efforts appliqués à la structure et les efforts internes, à une étape du chargement donné.

$\{U\}$: Vecteur des déplacements nodaux.

Dans l'analyse non linéaire le chargement extérieur est appliqué par incréments successifs. On adopte alors une méthode *incrémentale itérative* selon le mode de calcul de la matrice de rigidité dans notre cas la méthode utilisée et la méthode de la *rigidité sécante*, mieux adaptée pour des structures ayant un comportement adoucissant comme c'est le cas du béton tendu fissuré.

3.5 Algorithme de résolution

L'algorithme de résolution non linéaire se présente comme suit :

1. Pour l'étape $j-1$, correspondant au chargement extérieurs $\{F\}^{j-1}$, on suppose connu l'état de la structure étudiée (déplacement $\{U\}^{j-1}$, forces résiduelles $\{\Psi\}^{j-1}$) l'étape initiale $j=1$ correspond au chargement nul ($\{U\}^0 = \{0\}$ et $\{\Psi\}^0 = \{0\}$).

2. Incrémentation du chargement extérieur.

$$\{F\}^j = \{F\}^{j-1} + \{\Delta F\}^j$$

- 2.2. Début de la procédure itérative $i=1$:

- 2.3. Incrémentation des forces résiduelles à équilibrer.

$$\{\Psi\}^i = \{\Delta F\}^j + \{\Psi\}^{j-1}$$

3. Evaluation des matrices de rigidité élémentaires $[K]_e^i$, puis assemblage de la matrice de rigidité globale $[K]^i$ en fonction de la solution $\{U\}^{i-1}$ de l'itération précédente $i - 1$.

$$[K]^i = [K(U)^{i-1}]$$

*s'il s'agit de la première itération ($i = 1$), alors : $\{U\}^{i-1} = \{U\}^{j-1}$ de l'étape de convergence précédente $j - 1$.

Chapitre 3 : Méthode d'analyse non linéaire des éléments poteau poutre en béton armé

4. Résolution du système d'équations :

$$\{K\}^i \{\Delta U\}^i = \{\Psi\}^i$$

5. Cumul du vecteur des déplacements nodaux :

$$\{U\}^i = \{U\}^{i-1} + \{\Delta U\}^i$$

6. Calcul des vecteurs des forces nodales élémentaire résultant des efforts intérieurs, à l'itération i : $\{F_R\}_e^i$ et assemblage dans le vecteur global $\{F_R\}^i$ des efforts résistants dans la structure.

7. Evaluation du vecteur des forces résiduelles non équilibrées à l'itération i :

$$\{\psi\}^i = \{F\}^j - \{F_R\}^i$$

8. Test de convergence :

8.1. Si convergence, l'étape actuelle est convergente → passage à l'étape (2) pour l'incrément de chargement suivant $j+1$ et retourner à l'étape 2.

8.2. Sinon, passage à l'itération suivante $i+1$ → revenir à l'étape (3). (Si le nombre maximal d'itération est dépassée processus est divergent → arrêt de calcul)

3.6 Organigramme de calcul :

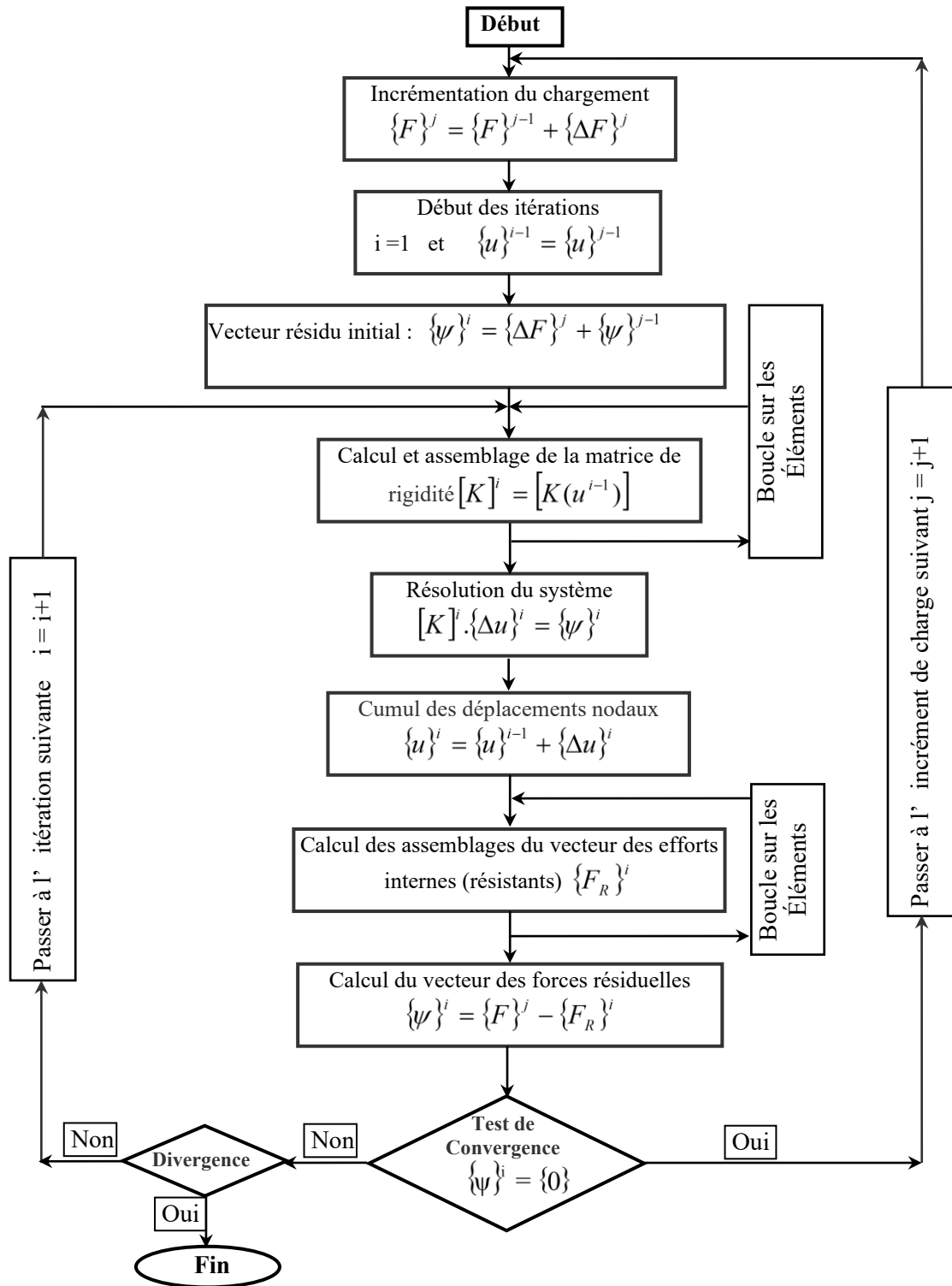


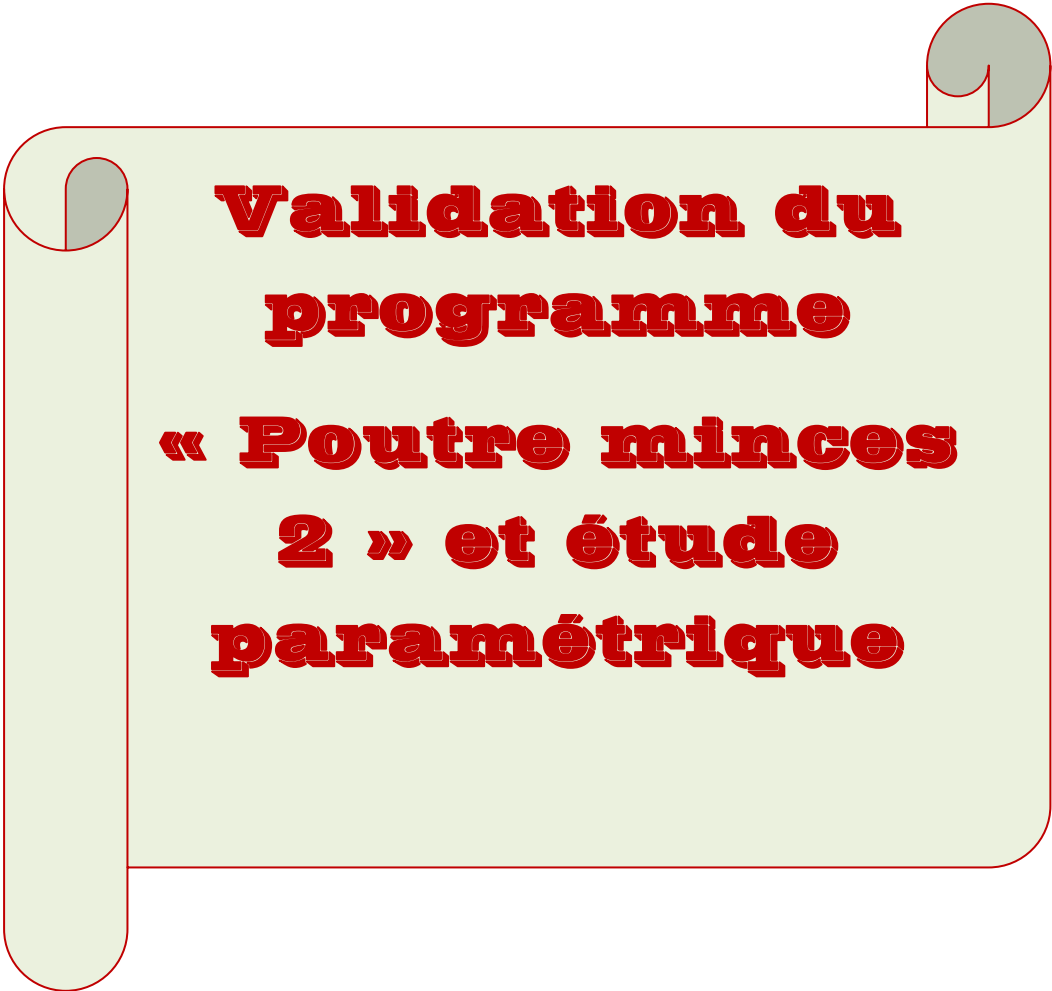
Figure 3.6 : Organigramme de calcul au niveau de la structure.

3.7 Programme de calcul poutre_mince2 :

Le programme existant « **poutre_mince2** » élaboré en Fortran 90 [91], permet la simulation numérique du comportement statique non linéaire jusqu'à rupture d'une structure plane, constituée d'éléments poutres et poteaux en béton armé. Ce programme est caractérisé par une conception modulaire permettant sa modification et son enrichissement. Il est constitué d'un programme principal bloc – calcul et de plusieurs **subroutines**. Les subroutines, les variables du fichier de données et du fichier résultats sont présentées en **annexe B**.

3.8 Conclusion

Ainsi, on a présenté le procédé de formulation de la méthode d'analyse numérique effectuée pour modéliser le comportement non linéaire des structures de type « poteau-poutre », conçus en béton armé. On a décrit les étapes de calcul (sous forme d'algorithme), conduisant au programme informatique « *Poutre mince 2* ». Ce programme effectue un calcul itératif portant sur la recherche de l'équilibre global de la structure étudiée. Il permet d'effectuer des simulations numériques des structures de type poteau poutre en béton armé dans le plan (tracé de courbes charge -déplacement).



**Validation du
programme
« Poutre minces
2 » et étude
paramétrique**

4.1 Introduction :

L'objectif de ce chapitre, d'une part est de valider le programme informatique « poutre mince 2 », en effectuant des confrontations entre nos résultats numériques obtenus et les résultats expérimentaux ou analytiques issues des études réalisées par les auteurs : [A. A Tai, 1981\[36\]](#) ; [Koris et Szalai, 1998\[147\]](#) ; [Limkatanyu et Samakrattakit, 2003\[148\]](#).

Ensuite, faire une étude paramétrique par simulations numériques en utilisant le poteau de [Low Moelle](#) conçus en béton armé, sollicité a une charge verticale fixe et une charge latérale croissante jusqu'à la rupture. Pour ce faire, on utilise les deux outils informatiques « [Sectnol 1](#) » et « poutre mince2 » élaborés. Le programme Sectnol 1, permet d'effectuée l'analyse de la section fléchie du poteau. Ceci a permis de tracer les courbes d'évolution de type moment-courbure et d'en déduire le facteur de ductilité locale, ce dernier est le rapport de la courbure maximale sur la courbure élastique de la section étudiée. Le programme « [poutre mince 2](#) », nous permet d'effectuer l'analyse de l'élément poteau en flexion. Le tracé des courbes charge-déplacement (ou flèche), permet d'en déduire le facteur de ductilité globale, qui est le rapport du déplacement maximal obtenu sur le déplacement élastique du poteau étudié.

L'étude paramétrique, porte sur l'influence de divers paramètres tels que : l'intensité de l'effort normal, le pourcentage du ferrailage longitudinal et la résistance à la compression du béton sur la ductilité locale et globale dans le cas du poteau de [Low](#). Afin d'avoir une vision très claire sur ces critères où :

- L'effort normal N appliqué sur le poteau de [low](#) est exprimé par la contrainte normale de compression $\sigma = N / B$. avec B est l'aire de la section transversale du poteau. Le choix des valeurs de σ est effectué de manière à avoir une valeur minimale de 0,2 ($\alpha = \sigma/f_{cj} = 0,2$), et une valeur maximale de l'ordre de 0,6 fois la résistance à la compression, cette dernière étant l'état limite de compression du béton.
- Pour étudier l'influence du pourcentage du ferrailage longitudinal ω ($\omega = A_s/B$ (%)), sur le comportement non linéaire du poteau, on a effectué plusieurs simulations numériques, en considérant plusieurs valeurs de ω . D'après les règles du RPA 2003, le ferrailage minimal d'une section rectangulaire des poteaux est de 0.8% et le ferrailage maximal est de 4%.
- Les valeurs de la résistance à la compression f_{cj} , sont comprises entre 15 MPa et 50 MPa, ces valeurs correspondent à celles qu'on peut rencontrer, en pratique, pour un béton ordinaire.

4.2 Validation du programme informatique « poutre mince 2 » :

Pour valider le programme informatique « poutre mince 2 », on a traité plusieurs exemples :

4.2.1 Essai CEBTP, CEA :

Il s'agit d'un portique bi encastré, défini par le CEA (Commissariat à l'Énergie Atomique) et construit et testé par le service d'étude du CEBTP (Centre Expérimental de Recherche et d'Études du Bâtiment en Travaux Publics) (Taï, 1981) [36]. Les caractéristiques géométriques du portique sont présentées dans la figure 4.1 :

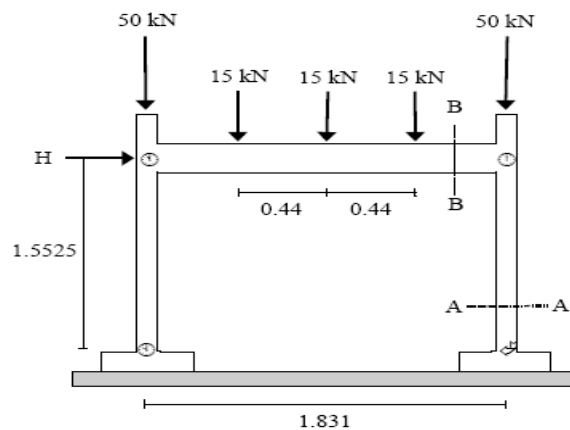


Figure 4.1: Caractéristiques géométriques du portique CEBTP.

Les sections du portique sont définies comme suit :

- **Section A-A** : 0.135 x 0.135 m, (8T8 + 2T6).
- **Section B-B** : 0.235 x 0.135 m, (8T8 + 4T6).

Les caractéristiques des matériaux sont données dans le tableau Table IV.I:

Table IV. I : Caractéristiques des matériaux du portique.

Béton	Acier
-La résistance caractéristique à 28 jours du béton : $f_{cj} = 33$ MPa.	- La résistance élastique limite de l'acier : $\sigma_s = 475$ MPa,
-La résistance à la traction du béton $f_{ij} = 3.3$ MPa,	- Le module d'élasticité de l'acier $E_a = 213\ 000$ MPa.
-Le module d'élasticité du béton : $E_{bc} = 32\ 500$ MPa.	

Le portique est soumis à une charge latérale H monotone et des charges concentrées appliquées sur la poutre. Pour apprécier sa réponse sismique, on lui applique la méthode « Push-over » en utilisant le logiciel ETABS- V.9.

La figure (4.2) montre les différentes courbes numériques et expérimentale obtenus, elles décrivent l'évolution des charges appliquées aux portiques en fonction des déplacements.

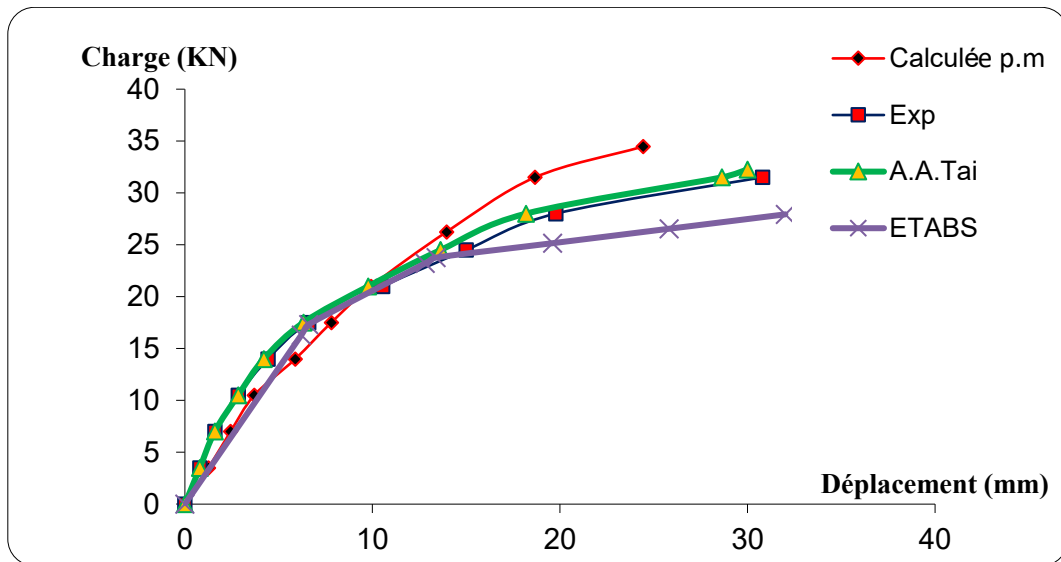


Figure 4.2 : Courbes numériques calculées et expérimentale du portique.

La comparaison entre le résultat obtenu avec poutre mince2 (p. m) et ceux de A. Tai, ETABS et expérimental est présentée dans le tableau IV.2.

Table IV.2 : Comparaison entre les résultats expérimental, ETABS, A. Tai et le résultat numérique donné par « poutre mince2 ».

	Exp	Notre étude p.m	Étude de A. Tai	Etude ETABS	Différence entre (%)		
					Notre étude et exp	Notre étude et A.A Tai	Notre étude et ETABS
F_{max} (KN)	31.5	34,475	32,27	27,93	8,6	6,39	18.98
D_{max} (mm)	30,7954	24,441	30	32,021	20,6	18,5	23,67

Abréviation : F_{max} (KN): Charge maximale, D_{max} (mm): Déplacement maximal.

Le tableau IV.2, illustre la différence entre le résultat numérique obtenu avec le programme « poutre mince2 » et les résultats numériques de A.A. Tai, ETABS et la courbe expérimentale.

On constate que le comportement du portique est bien approché par le calcul. La simulation montre une bonne estimation des charges maximales : 8,6% de différence entre l'étude expérimentale et la nôtre, 6,39 % entre notre étude et celle de A. A Tai et 18.98% entre la nôtre et celle obtenue avec le logiciel ETABS. On remarque aussi une différence de moyenne de 23.67% entre le déplacement maximum obtenu avec notre étude et l'étude ETABS. La différence entre le déplacement maximal obtenu avec notre étude et celle de l'étude expérimentale est de 20,6%. Ceci est dû à la non prise en compte des déformations dues à l'effort tranchant dans la nôtre. En effet, dans notre calcul nous nous basons sur le modèle de [Navier-Bernoulli](#), ou l'effort tranchant est négligé. Par conséquent, les contraintes de cisaillement ne peuvent pas être prises en compte. Les déplacements et déformations du second ordre sont négligés.

4.2.2 Exemple de (Koris and Szalai, 1998) :

Cet exemple est considéré dans le but de valider les modifications relatives à l'introduction du chargement réparti dans le programme. Il s'agit d'une poutre simplement appuyée aux extrémités, avec un chargement uniformément réparti d'intensité 11Kn /ml de longueur 5 m, les caractéristiques géométriques et le ferrailage de la poutre sont présentés dans la figure 4.3(Koris et Szalai, 1998 [147]) :

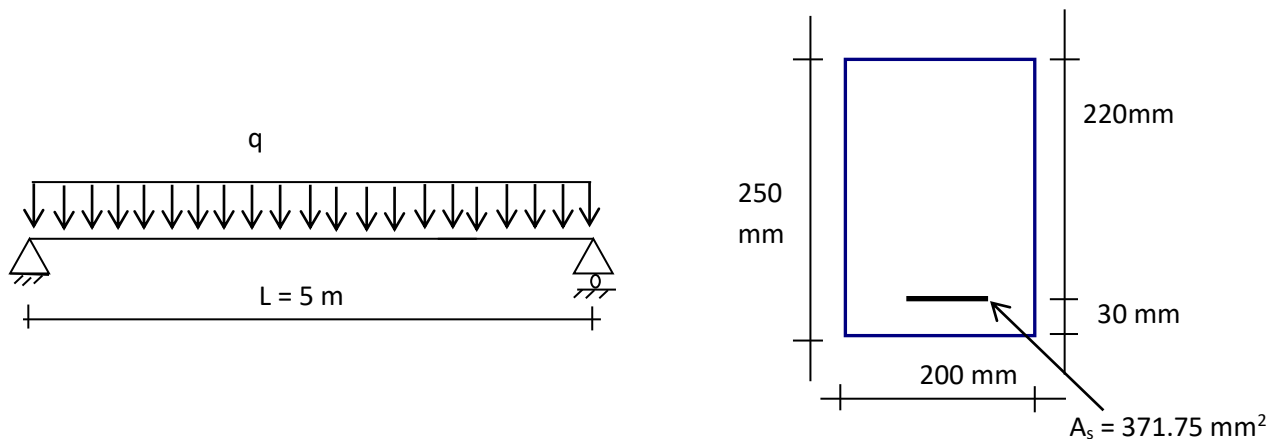
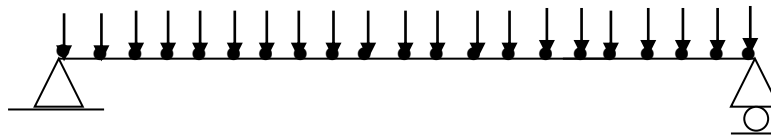


Tableau IV. 3 : Caractéristiques des matériaux de la poutre.

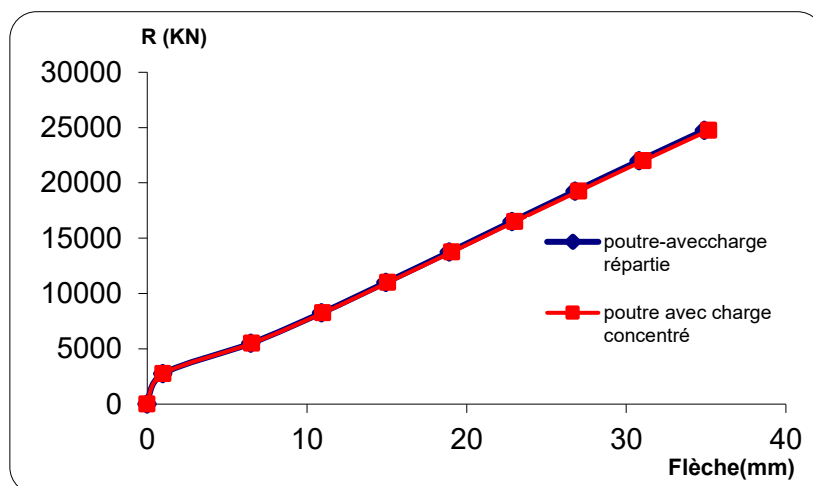
Béton	Acier
-Le module d'élasticité du béton : $3.25.10^4$ MPa.	-Le module d'élasticité de l'acier : 2.10^5 MPa.
-La résistance caractéristique à 28 jours du béton : 26.67 MPa.	-La résistance élastique limite de l'acier : 554.75 MPa.
-La résistance à la traction du béton : 2.2 MPa.	

Pour vérifier le bon fonctionnement du programme dans le cas d'un chargement reparté, on a effectué deux calculs différents équivalents pour cette poutre :

- 1) Dans le premier calcul, on a évalué d'abord les forces nodales équivalentes. Ensuite elles sont introduites dans le calcul, comme charges concentrées en considérant 21 nœuds, ce qui correspond à une discrétisation en 20 éléments.
- 2) Dans le deuxième calcul, on a introduit directement le chargement reparté comme donnée. On a utilisé la même finesse de discrétisation pour que les deux calculs soient équivalents.

**Figure 4.4 :** Chargement équivalent concentré aux nœuds.

Les résultats de calcul sont présentés en considérant l'évaluation de la réaction d'appuis R en fonction de la flèche à mi-travée (figure 4.5) :

**Figure 4.5 :** Courbe charge flèche de la poutre dans les deux cas.

Les résultats du calcul sont présentés en considérant l'évaluation de la réaction d'appui R en fonction de la flèche à mi-portée. La courbe charge flèche dans les deux cas est représentée sur la figure 4.5. Les deux courbes sont pratiquement identiques, ce qui prouve le bon fonctionnement de la version modifiée du programme. De plus, la charge de rupture ultime donnée par le programme est la même que la charge de rupture de Koris maximale qui est de 35 KN.

4.2.3 Exemple de Low_Moehle :

Il s'agit d'un poteau de hauteur 514.4 mm, encasté à sa base (Limkatanyu et Samakrattakit, 2003) [148], soumis à une charge verticale fixe $N = 44,5$ kN et une charge horizontale variable F variable jusqu'à la rupture. Les caractéristiques géométriques du poteau sont données sur la figure 5.6. Les principales caractéristiques des matériaux utilisés sont présentées dans le tableau IV.4. Les études expérimentale, numérique de L. Moehle et l'étude faite avec poutre mince 2 sont présentées dans la figure 5.6 :

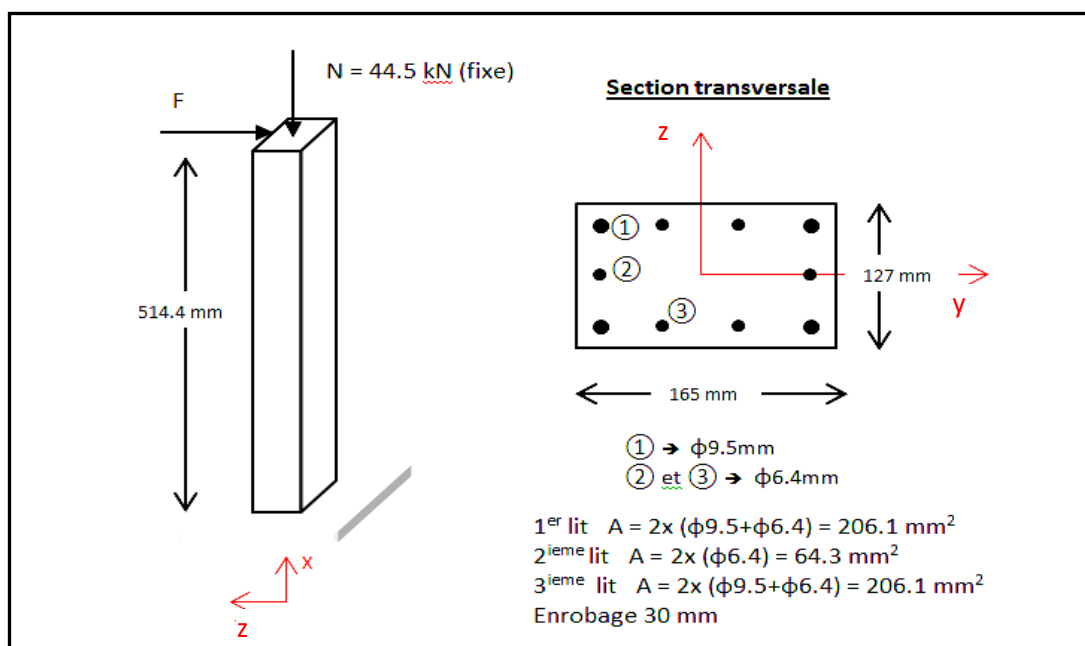


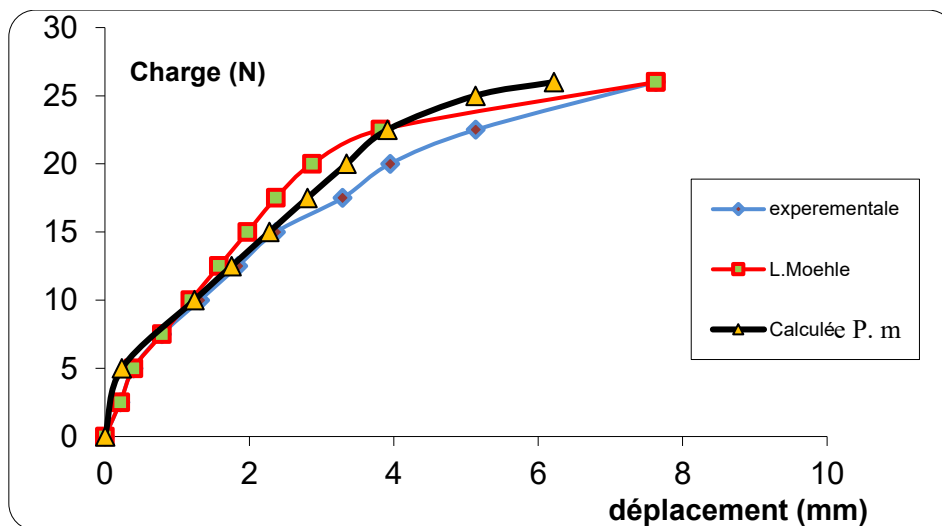
Figure 4. 6 : Données géométriques du poteau de Low_Moehle.

Les caractéristiques du béton et l'acier du poteau de Low sont données dans le tableau IV.4 :

Tableau IV.4 : Caractéristiques du béton et l’acier du poteau.

Caractéristiques du béton		Caractéristiques des aciers		1 ^{er} et 3 ^{eme} lit	2 ^{ieme} lit
Module d'élasticité E (GPa)	33	Module d'élasticité E (GPa)		200	200
Coefficient de poisson	0.2	Coefficient de poisson		0.3	0.3
Résistance en compression f_{cj} (MPa)	42.13	Limite d'élasticité (MPa)		465.1	444
Résistance à la rupture en compression du béton (MPa)	44	Résistance à la rupture (MPa)		500	500
Résistance en traction f_{ij} (MPa)	3.05				

Les courbes : charge – flèche expérimentale, L. Moehle et poutre mince en tête des poteaux, sont présentées dans la figure 4.7:



La figure 4.7 : Les courbes charge - flèche expérimentale, L. Moehle et calculée avec poutre mince.

La comparaison entre le résultat expérimental, L. Moehle et le résultat calculé avec « poutre mince2 » est présentée dans le tableau IV.5.

Table IV. 5 : Comparaison entre le résultat expérimental, A. Tai et le résultat calculé avec poutre mince2.

	Exp	Notre étude p. m	Étude de L. Moehle	Difference entre (%)	
				Exp et notre étude	Notre étude et L. Moehle
F_{max} (KN)	26	26	26	0	0
D_{max} (mm)	7,63	6,2162	7.63	18,5	18,5

La figure 4.7, montre de manière générale que le résultat obtenu avec « poutre mince 2 » est proche de l'expérimental, cela montre le bon fonctionnement du programme. La comparaison entre ces dernières montre que le comportement expérimental du poteau est bien simulé par le calcul (0% de différence entre la charge maximale expérimentale et calculée et 0% entre la charge calculée et celle de l'étude de L. Moehle). En revanche, une différence de 18,5% entre les déplacements correspondant à ces derniers, vu que le modèle de Bernoulli ne prend pas en compte les déformations dus à l'effort tranchant et les déformations et déplacements du second ordre sont négligées.

4.3. Etude paramétrique du poteau de Low_Mohle [148] :

L'objectif de cette partie est de réaliser une étude paramétrique par simulation numérique, afin d'évaluer la ductilité locale et globale du poteau L. Moehle, à l'aide des outils informatiques élaboré. On considère l'effet de plusieurs paramètres, en l'occurrence l'intensité de l'effort normal N , le pourcentage d'armature longitudinale ω ainsi que la résistance à la compression du béton f_{cj} . Pour ce faire, nous comparons pour chaque paramètre le tracé des courbes moment-courbure au niveau de la section fléchie du poteau évaluées à l'aide du programme « Sectnol1 » et ce pour quantifier la ductilité locale. L'évaluation de la ductilité globale est réalisée à l'aide du programme « Poutre mince 2 », qui permet le tracé des courbes charge-déplacement au niveau de l'élément poteau en béton armé. La capacité de courbure de la section et la capacité de déplacement du poteau sont des paramètres importants pour évaluer la performance du poteau.

4.3.1 Influence de l'effort normale :

On considère le poteau de Low, pour étudier l'influence de l'effort normal sur la ductilité locale en utilisant le programme « Sectnol 1 », on fait varier l'effort normal N en gardant les autres caractéristiques géométriques et mécaniques constantes. N est exprimé par la contrainte normale de compression $\sigma = N / B$. Où B est l'aire de la section transversale $B = b \times h$. Le choix des valeurs de σ est effectué de manière à avoir une valeur minimale de 0,2 ($\alpha = \sigma / f_{cj} = 0,2$) et une valeur maximale de l'ordre de 0,6 fois la résistance à la compression, cette dernière étant l'état limite de compression du béton. Le tableau IV.6 résume les différentes valeurs du rapport $\alpha = \sigma / f_{cj}$, σ et N utilisées dans le calcul.

Tableau IV.6 : Différentes valeurs de l'effort normal considéré.

N	$\alpha = \sigma/f_{cj}$	σ (MPa)	N (kN)
N ₁	0.2	5	104.77
N ₂	0.3	7.5	157.16
N ₃	0.4	10	209.55
N ₄	0.5	12,5	261.94
N ₅	0.6	15	314.32

Abréviation : Rapport : $\alpha = \sigma/f_{cj}$; σ : contrainte de compression ; N : effort normal.

4.3.1.1 : Évaluation de la ductilité locale (tracé des courbes moment-courbure)

Pour chaque valeur de N correspondant au rapport α , on effectue une simulation numérique du comportement non linéaire de la section fléchée sous un moment fléchissant croissant jusqu'à rupture à l'aide du programme « Sectnol 1 ». Les principaux résultats numériques au niveau de la section du poteau de Low en fonction de l'effort normal N sont présentés dans le tableau IV.7 :

Tableau IV.7 : Résultats numériques au niveau de la section du poteau de Low en fonction de l'effort N.

Résultats dans la section transversale du poteau				
N	M _{max} (kN.m)	Φ_u (1/m)	Φ_{el} (1/m)	μ_ϕ
N ₁	11.149	0.06986	0.05816	1.201
N ₂	11.699	0.06117	0.06102	1.002
N ₃	11.600	0.05587	0.05587	1.000
N ₄	11,399	0,05032	0.05032	1.000
N ₅	11.149	0.04565	0.04565	1.000

Les courbes moments-courbures et la variation de la ductilité locale pour les différentes valeurs de N, sont présentées respectivement sur les figures 4.8 et 4.9 :

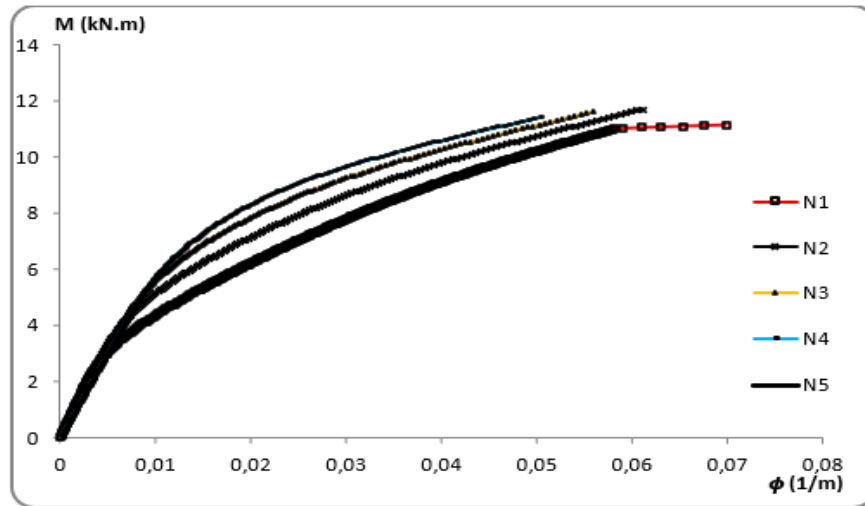


Figure 4.8 : Courbes moments-courbures de la section du poteau en fonction de l'effort normal.

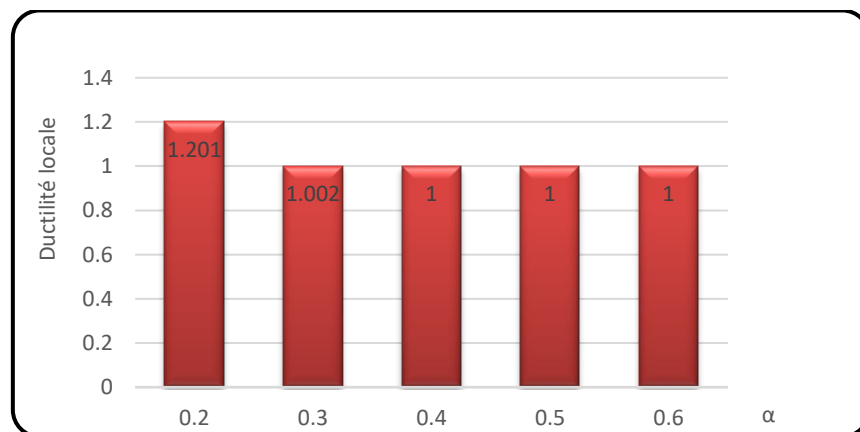


Figure 4.9: Variation de la ductilité locale en fonction de l'effort normal.

La figure 4.8, illustre le tracé des courbes moment-courbure de la section fléchée du poteau de **Low** en fonction de la force normale N , elle montre que le moment M_{\max} de rupture augmente à une valeur de 11,69 (kN. m), puis il diminue légèrement avec l'augmentation de N . La courbure Φ diminue aussi en fonction de la charge normale N appliquée sur la section fléchée du poteau. On constate que la ductilité locale diminue significativement (de 16 %), lorsque l'effort normal de compression augmente, jusqu'à une valeur correspondant à $\alpha = 0,3$. Au-delà, le comportement devient fragile. Pour les valeurs de α supérieures à 0,3. L'augmentation de la charge axiale entraîne donc une diminution légère de la ductilité du poteau. Ce phénomène a été observé par : Sheikh et Uzemri, 1980 [44] ; Cheikh et Khoury, 1993 [149] ; Légeron, 1994 [150] et Park, 1989 [33].

4.3.1.2 : Évaluation de la ductilité globale (tracé des courbes charge - flèche)

Pour chaque valeur de N , on effectue une simulation numérique du comportement non linéaire de l'élément poteau, sous un effort normal croissant jusqu'à rupture à l'aide du programme « poutre minces 2 ». Les principaux résultats de calcul au niveau de l'élément poteau en fonction de l'effort normal N sont présentés dans le tableau IV.8 :

Tableau IV.8 : Les principaux résultats numériques du poteau de Low.

Résultats dans le cas poteau				
N	F_{\max} (kN)	D_u (mm)	D_{el} (mm)	μ_D
N ₁	22,41	4.161	1.0455	3.98
N ₂	23.43	3.7933	1.0931	3.51
N ₃	23.14	3.2322	1.0796	2.99
N ₄	22.00	2.5662	1.0263	2.50
N ₅	22.21	2.5889	1.0362	2.50

Les courbes charges-déplacements et la variation de la ductilité globale du poteau de Low, obtenues pour les différentes valeurs de N sont présentées respectivement par les figures 4.10 et 4.11.

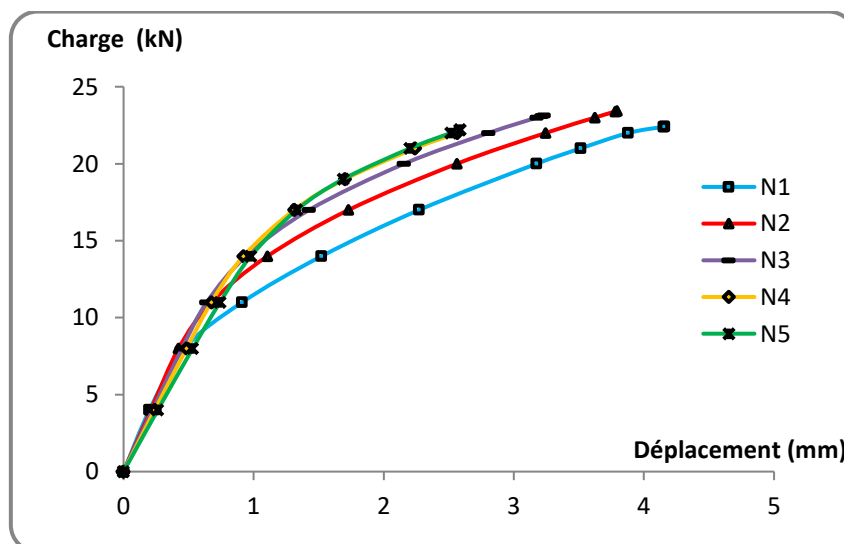


Figure 4.10: Courbes charges-déplacements du poteau de Low en fonction de l'effort normal.

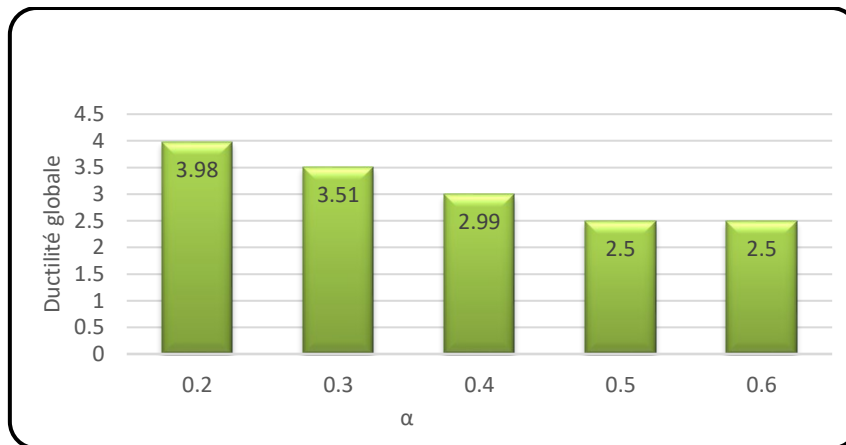


Figure 4.11 : Ductilités globales - effort normaux.

La figure 4.10 montre que la charge de rupture augmente à 23,43 kN, puis diminue avec l'augmentation de la charge N. Cependant, le déplacement maximal diminue en fonction de la charge N. le poteau sous la charge N_1 et N_2 à présenter un comportement suffisamment ductile ($\mu_D = 3.98$ et 3,51). Au-delà de N_2 , le comportement du poteau devient moins ductile. Donc on constate que la ductilité globale diminue sensiblement, lorsque l'effort normal de compression augmente, car la ductilité globale du poteau varie de 11,8 % à 16,4 % pour des valeurs de α comprises entre 0,2 et 0,5 ; pour des valeurs supérieures à 0,5 la ductilité globale ne semble pas influencée par le facteur N. les résultats de Sheikh et Uzemri, 1980 [44] ; Parc, 1989[33] ; Sheikh et Khoury, 1993[149], ont montrés que la force normale N, influence négativement la ductilité globale du poteau.

La ductilité locale au niveau de la section de l'élément passe de 1,201 pour un effort normal N_1 à 1 pour N_5 , la ductilité globale dans l'élément est un peu plus importante, elle passe de 3,98 pour un effort normal N_1 à 2,5 pour N_5 , on estime une différence de 30 à 40 % entre les deux dernières.

4.3.2 Influence du pourcentage du ferrailage longitudinal :

Pour étudier l'influence du pourcentage du ferrailage longitudinal ω ($\omega = A_s/B$ (%)), sur le comportement non linéaire du poteau, on effectue plusieurs simulations numériques en considérant plusieurs valeurs de ω avec le programme « Sectnol 1 ». D'après les règles du RPA 2003, le ferrailage minimal d'une section rectangulaire des poteaux en béton armé est de 0.8% et le ferrailage maximal est de 4% , comme indiqué dans le tableau IV.9.

Tableau IV.9 : Pourcentage d'armatures longitudinales ω .

$\omega = A_s/B$ (%)	$A_s(\text{mm}^2)$
0.8	167.64
2	419.10
3	628.65
4	838.20

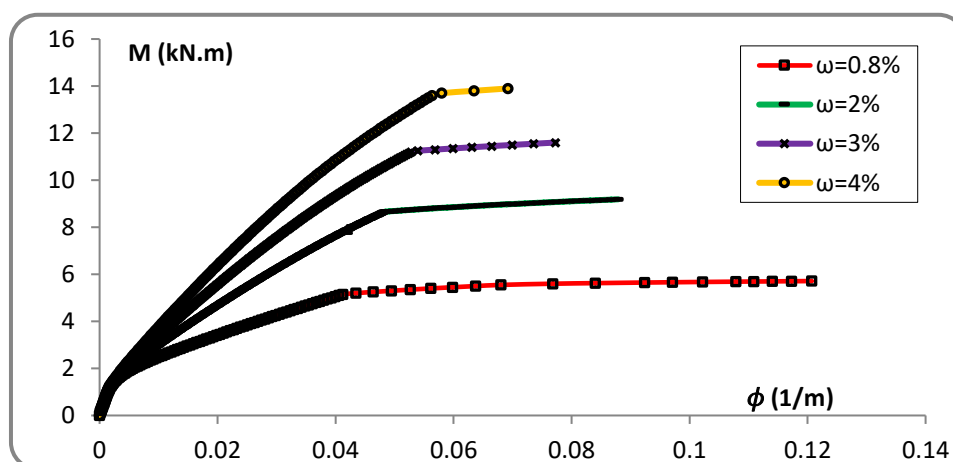
4.3.2.1 Évaluation de la ductilité locale (tracé des courbes moment-courbure)

Pour chaque valeur ω correspondant au pourcentage de ferrailage, une simulation numérique du comportement non linéaire de la section est effectuée, sous un moment de flexion croissant jusqu'à la rupture. Les résultats obtenus après calculs sont présentés dans le tableau IV.10.

Tableau IV.10 : Les résultats après calculs en fonction du pourcentage du ferrailage ω .

Résultats dans la section transversal du poteau				
$\omega\%$	M_{\max} (kN.m)	Φ_u (1/m)	Φ_{el} (1/m)	μ_ϕ
0.8	5.71246	0.12073	0.04127	2.92
2	9.18744	0.08791	0.04823	1.82
3	11.59994	0.07729	0.05279	1.46
4	13.89994	0.06927	0.05638	1.23

Les courbes moment-courbure et la variation de la ductilité locale au niveau de la section pour les différentes valeurs du pourcentage d'armature longitudinale ω , sont représentées respectivement sur les Figures 4.12-4.13.

**Figure 4.12** : Courbes moments-courbures pour différentes valeurs de ω .

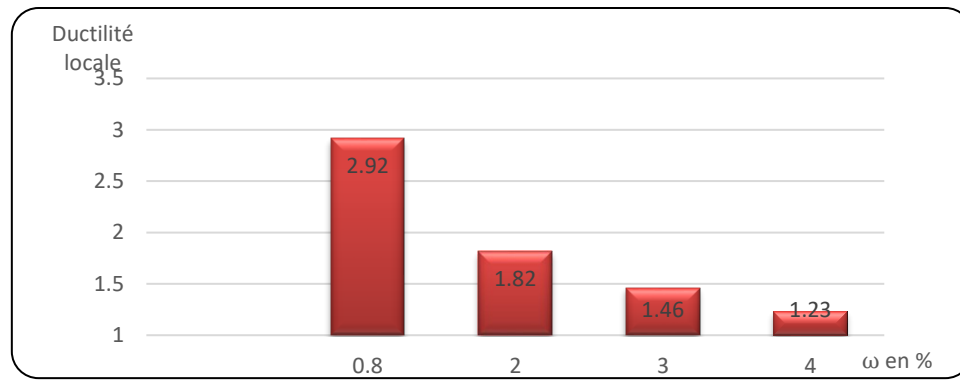


Figure 4.13 : Ductilités locales- pourcentages du ferrailage longitudinal ω .

La figure 4.12 montre que le moment M_{\max} de rupture augmente avec l'augmentation du pourcentage du ferrailage, cependant les courbures diminuent. On peut noter que la ductilité locale décroît en fonction du pourcentage du ferrailage longitudinal ω jusqu'à une valeur minimale inférieure à 2, pour une section fortement renforcée. Pour $\omega = 0,8\%$, la section a montré un comportement moyennement ductile ($\mu_D = 2,92$), au-delà de cette valeur le comportement devient fragile, il passe à $\mu_D = 1,82$ pour $\omega = 2\%$ avec un écart de 37,67% et se dégrade de 18% et 19% pour un excès de ferrailage ($\omega = 3\%$ et 4%). Cette observation est approuvée par Sheikh et Uzemri, 1980 [44]; Parc, 1989 [33]; Dok et al., 2017[151] ; Sheikh et Khoury, 1993[149], ils ont montrés qu'un excès d'armatures tendues dégrade la ductilité locale de la section du poteau.

4.3.2.2 Évaluation de la ductilité globale (tracé des courbes charge-déplacement)

On effectue plusieurs simulations numériques au niveau de l'élément poteau, en considérant plusieurs valeurs du pourcentage des armatures ω de 0.8% à 4%. Les résultats des calculs correspondants aux différentes valeurs de ω sont présentés dans le tableau IV.11.

Tableau IV.11 : Résultats après calculs correspondants aux différentes valeurs de ω .

Résultats dans le cas poteau				
$\omega\%$	F_{\max} (kN)	D_u (mm)	D_{el} (mm)	μ_D
0.8	11.69	5.0149	0.57909	8.66
2	18.53	4.7295	0.87172	5.42
3	23.33	4.7687	1.0650	4.47
4	27.94	4.8538	1.2388	3.91

Les courbes charges-déplacement et la variation de la ductilité globale, pour les différentes valeurs de ω sont présentées respectivement sur les figures 4.14-4.15.

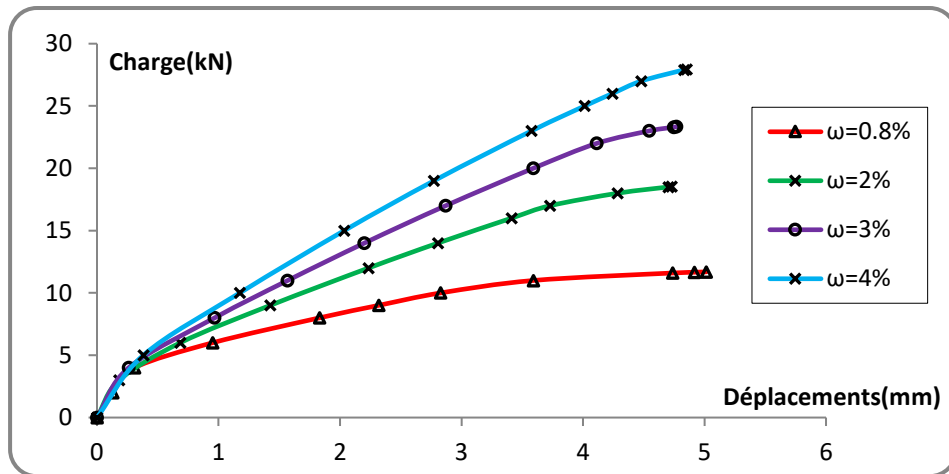


Figure 4.14 : Courbes charges-déplacements pour différentes valeurs de ω au niveau de l'élément.

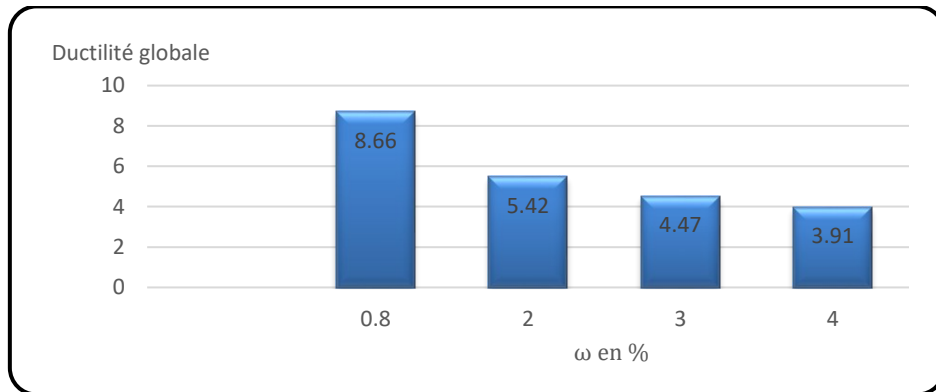


Figure 4.15 : Ductilité globales – pourcentages du ferrailage longitudinal ω .

La figure 4.14 montre que la capacité de charge de rupture augmente avec l'augmentation du pourcentage ω , le déplacement diminue puis augmente légèrement avec ω . D'après la figure 5.15, on remarque que la ductilité globale diminue avec un excès d'armature. On remarque aussi, pour $\omega = 0.8$ le poteau a montré un comportement suffisamment ductile ($\mu_D = 8.66$), qui est une valeur supérieure aux facteurs du comportement R adopté par le RPA 99/v2003, 2003. Au-delà de cette valeur la ductilité diminue avec une différence de 17% à 12% pour un excès de ferrailage ($\omega = 3\%$ et 4%), Les travaux de Sheikh et Uzemri, 1980 [44]; Parc et al. 1982 [33]; Sheikh et Khoury, 1993 [149], montrent que la ductilité globale diminue avec un excès d'armatures longitudinales (ω).

La ductilité locale au niveau de la section de l'élément passe de 2,92 pour un pourcentage de ferrailage $\omega = 0,8$ (%) à 1,23 pour un pourcentage de ferrailage $\omega = 4$ (%), la ductilité globale est plus importante, il passe de 8,66 pour un pourcentage de ferrailage $\omega = 0,8$ (%) à 3,91 pour un pourcentage de ferrailage $\omega = 4$ (%), soit une différence de 57,87% et 54,84% respectivement.

4.3.3 Influence de la résistance de compression du béton

On fait varier la valeur de la résistance à la compression f_{cj} , en gardant les autres caractéristiques géométriques et mécaniques constantes. On considère les valeurs de f_{cj} comprises entre 15 MPa et 50 MPa. Ces valeurs correspondent à celles qu'on peut rencontrer en pratique pour un béton ordinaire.

4.3.3.1 Évaluation de la ductilité locale (tracé des courbes moment-courbure) :

On considère la section d'encastrement du poteau (la section critique), pour chaque valeur de f_{cj} , on effectue une simulation numérique du comportement non linéaire de la section du poteau sous un moment croissant jusqu'à rupture.

Les principaux résultats obtenus par le calcul sont résumés dans le tableau IV.12 :

Tableau IV.12 : Résultats des calculs au niveau de la section du poteau de Low en fonction de la résistance à la compression du béton.

Résultats dans la section transversal du poteau				
f_{cj} (MPa)	M_{max} (kN.m)	Φ_u (1/m)	Φ_{el} (1/m)	μ_ϕ
15	8.399	0.06572	0.05929	1.11
25	9.849	0.08336	0.04941	1.68
30	10.449	0.08767	0.04676	1.87
40	12.049	0.11148	0.04664	2.39
50	12.799	0.12615	0.04439	2.84

Les courbes moment-courbure et la variation de la ductilité locale obtenues pour les différentes valeurs de f_{cj} sont présentées respectivement sur les Figures 4.16-4.17 :

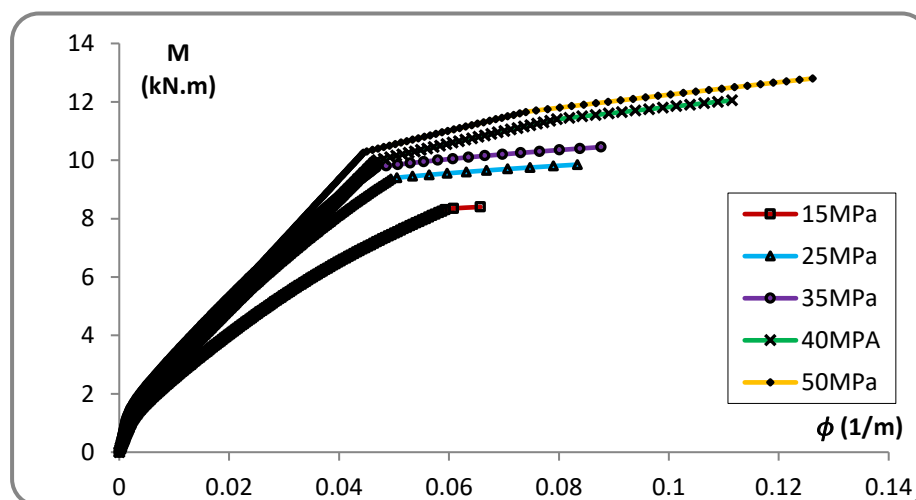


Figure 4.16 : Les courbes moments-courbures pour différentes valeurs de f_{cj} .

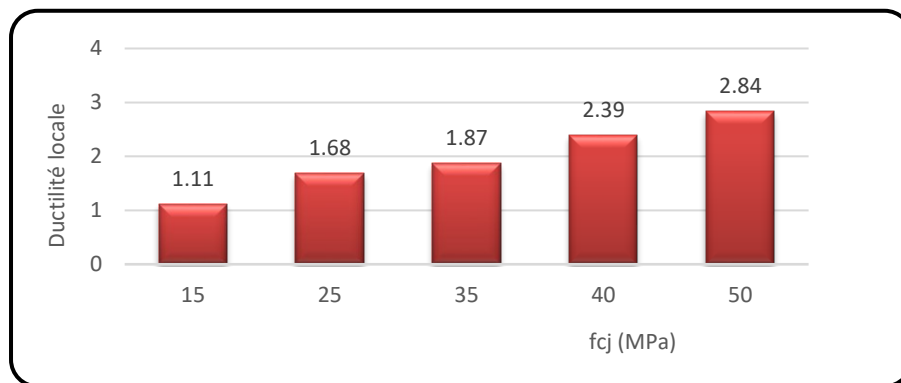


Figure 4.17 : Ductilité locales-résistances à la compression du béton f_{cj} .

La Figure 4.16 montre que les moments maximaux de rupture augmentent en fonction de la résistance à la compression f_{cj} , les courbures correspondantes augmentent aussi (d'une Moyenne de 19,75%). La Figure 5.17 montre que la ductilité locale augmente en fonction de la résistance à la compression du béton. Dans le même contexte de travaux de recherche Sheikh et Uzemri, 1980 [44] ; Park et al., 1982 [33], Dok et al., 2017 [151] et Sheikh et Khoury, 1993 [149], ont montrés que l'augmentation de f_{cj} jusqu'à 50 Mpa, enrichit fortement la ductilité locale.

4.3.3.2 Évaluation de la ductilité globale (courbes charges-déplacement)

Pour chaque valeur de f_{cj} , on effectue une simulation numérique du comportement non linéaire de l'élément poteau en utilisant le programme poutre mince. Les résultats obtenus après calcul sont résumés dans le tableau IV.13.

Tableau IV.13 : Résultats après calcul correspondants aux différentes valeurs de f_{cj} du poteau.

Résultats dans le cas poteau				
f_{cj} (MPa)	F_{max} (kN)	D_u (mm)	D_{el} (mm)	μ_D
15	16.83	4.6346	0.91919	5.04
25	19.88	4.7361	0.92748	5.11
30	21.22	4.8718	0.93542	5.21
40	23.13	5.1301	0.93193	5.50
50	24.76	5.4328	0.93005	5.84

Les courbes contraintes - déplacements et la variation du facteur de ductilité obtenues pour les différentes valeurs de f_{cj} sont présentées respectivement dans les Figures 4.18-4.19 :

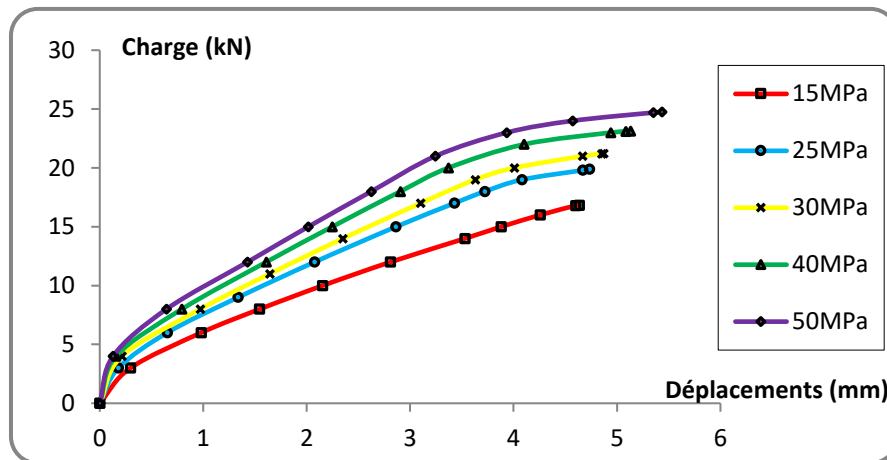


Figure 4.18 : Les courbes charges déplacements pour différentes valeurs de f_{cj} .

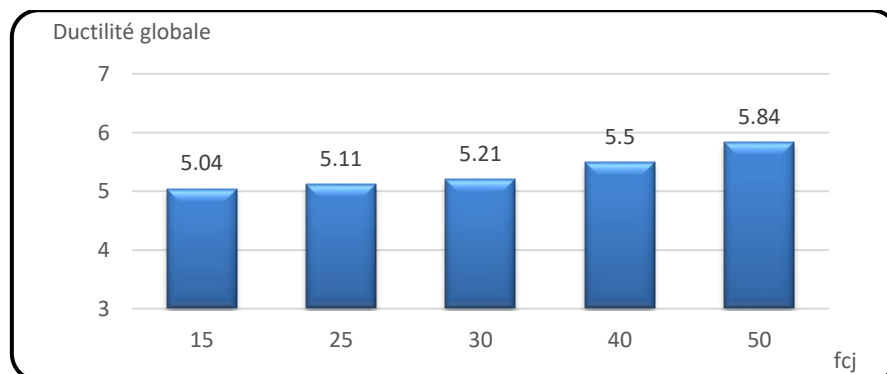


Figure 4.19 : Ductilités globales- résistances à la compression du béton.

Les résultats de l'analyse numérique ont montré sur la figure 5.18, que la capacité de charge du poteau augmente de manière significative avec la résistance à la compression f_{cj} . Le poteau a montré un comportement suffisamment ductile avec des valeurs qui montent de 5,04 à 5,84 qui sont supérieures à celles adoptées par le facteur de comportement R du RPA 99/v2003. Dans notre exemple, cette augmentation ne semble pas très importante, il y a une légère différence entre la ductilité correspondant à 15 ; 25 et 30 MPa qui est de l'ordre de 1,6%, à partir de 30MPa jusqu'à 50 MPa l'écart est estimé à 5%. Ainsi, une augmentation de la contrainte de compression tout en gardant l'effort normal est ferrailage constant, conduit à une augmentation de la ductilité globale, ce facteur a été étudié par Sheikh et Uzemri, 1980 [44]; Park et al., 1982 [33]; Cheikh et Houry, 1993 [149].

La ductilité locale au niveau de la section de l'élément passe de 1.1 pour une contrainte $f_{cj} = 15$ MPa à 2.84 pour une contrainte de $f_{cj} = 50$ MPa, la ductilité globale dans l'élément est un peu plus importante, elle passe de 5,04 pour une contrainte $f_{cj} = 15$ MPa à 5,84 pour une contrainte de $f_{cj} = 50$ MPa, soit une différence de 61,26% et 13,69% respectivement.

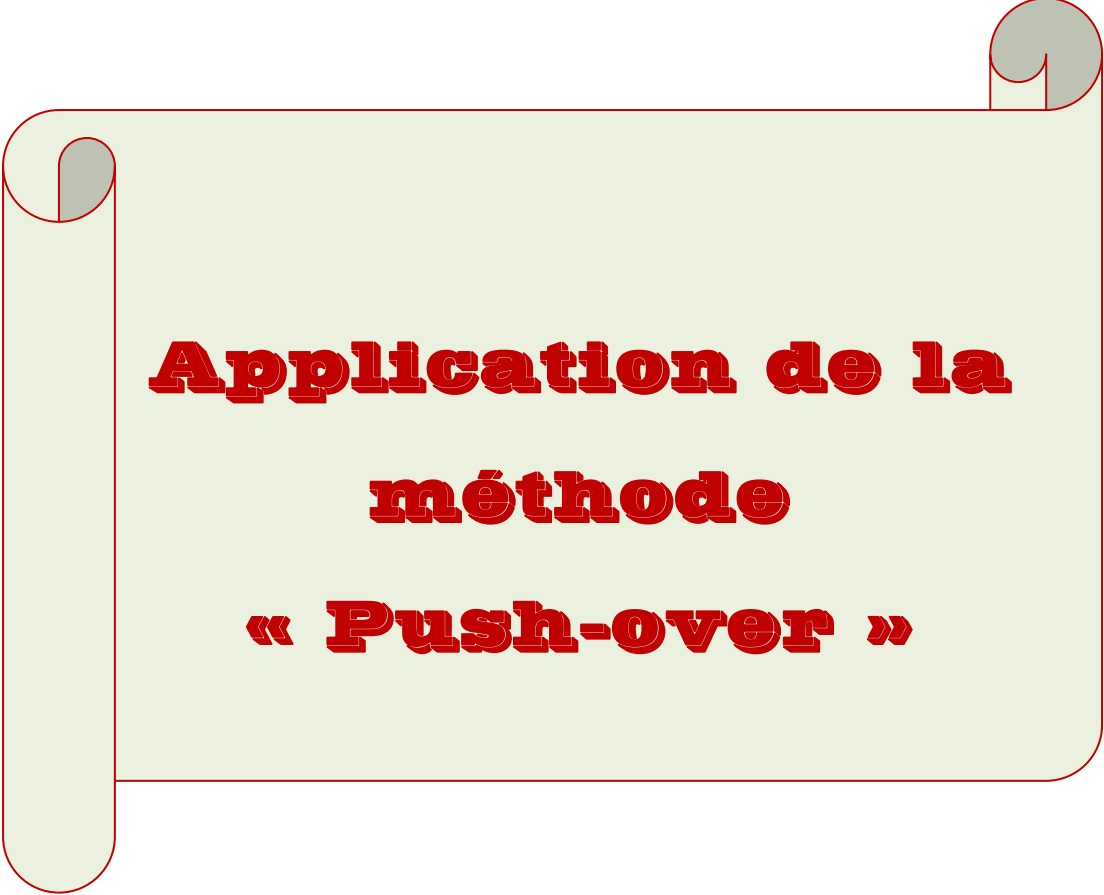
4.4 Conclusion :

Les résultats numériques de validation du programme « Poutre mince 2 » sont satisfaisantes, en faisant une confrontation entre nos résultats et les résultats expérimentaux et analytiques calculés par d'autres auteurs. Une étude paramétrique est réalisée, portant sur l'influence de divers paramètres sur la ductilité locale et globale du poteau de [Low Moehle](#), à savoir l'intensité de l'effort normal N , la résistance à la compression du béton ainsi le pourcentage du ferrailage longitudinal. On constate que les comportements locale et globale semblent être affectés par ces paramètres. De cette étude paramétrique on a tiré les remarques suivantes :

- La ductilité locale diminue de 16 %, lorsque l'effort normal de compression augmente, jusqu'à une valeur correspondante à $\alpha = 0,3$. Au-delà, pour les valeurs α supérieures à 0,3, la ductilité locale ne semble pas être influencée par le facteur N . Dans le comportement global, le poteau sous la charge N_1 et N_2 a présenté un comportement suffisamment ductile ($\mu_D = 3,98$ et $3,51$). Au-delà de N_2 , le comportement du poteau devient moins ductile. La ductilité globale du poteau varie de 11,8 % à 16,4 % pour des valeurs de α comprises entre $\alpha = 0,2$ et $\alpha = 0,5$; pour des valeurs supérieures à 0,5, la ductilité globale ne semble pas influencée par le facteur N .
- La ductilité locale décroît en fonction du pourcentage du ferrailage longitudinal ω , pour $\omega = 0,8\%$, la section a montré un comportement moyennement ductile ($\mu_D = 2,92$). Au-delà de cette valeur le comportement devient fragile, elle passe à $\mu_D = 1,82$ pour $\omega = 2\%$ avec un écart de 37,67% et se dégrade de 18% et 19%, pour un excès de ferrailage ($\omega = 3\%$ et 4%). La ductilité globale diminue avec un excès d'armature, pour $\omega = 0,8\%$ la section a montré un comportement suffisamment ductile ($\mu_D = 8,66$), qui est une valeur supérieure aux facteurs du comportement adopté par (RPA 99/v2003, 2003). Au-delà de cette valeur la ductilité diminue avec une différence de 17% à 12% pour un excès de ferrailage ($\omega = 3\%$ et 4%).
- La ductilité locale augmente d'une Moyenne de 19,75% en fonction de la résistance à la compression f_{cj} . La ductilité globale augmente aussi en fonction de f_{cj} , le poteau a

montré un comportement suffisamment ductile avec des valeurs qui montent de 5,04 à 5,84. Il y a une légère différence entre la ductilité correspondant à 15 ; 25 et 30 MPa, qui est de l'ordre de 1,6%, à partir de 30MPa jusqu'à 50 MPa l'écart est estimé à 5%.

Au terme de cette étude paramétrique, on constate que la variation de la ductilité globale est toujours supérieure à celle de la ductilité locale estimée en moyenne de 32 % à 53 %.



**Application de la
méthode
« Push-over »**

5.1 Introduction :

On applique la méthode d'analyse « Push-over », sur le cas portique réalisé au CEBTP CEA, soumis à une charge latérale horizontale variable, pour apprécier sa réponse sismique. Cette méthode est basée sur les courbes de capacité, celle-ci représente une nouvelle approche d'estimation du dommage structurel, incluant les effets du comportement non linéaire sur la structure. La technique d'analyse consiste essentiellement à comparer un paramètre de demande de déplacement avec un paramètre de capacité. La méthode d'analyse « Push-over » était la méthode privilégiée pour l'évaluation de la performance sismique en raison de sa simplicité. Il s'agit aussi d'une analyse statique qui est directement définie par des caractéristiques non linéaires des matériaux. La courbe de capacité du portique étudié est obtenue, où l'effort tranchant à la base est donné en fonction du déplacement latéral en tête du portique. Le spectre de capacité est ensuite transformé sous la forme de valeurs de $(S_a - S_d)$ en utilisant le logiciel « ETABS - V. 9 » (Extended 3D Analyses of Building Systems). Le point de performance est obtenu par application de la méthode « ATC 40 », ou on a introduit le spectre élastique amorti à 5% du règlement parasismique Algérien RPA99 modifié en 2003. Ce qui a permis d'apprécier le comportement et la ductilité globale de la structure.

5.2 Analyse push-over du portique en béton armé :

5.2.1 Définition et origine de l'analyse :

La méthode statique non linéaire ou l'analyse « push-over » est une méthode appropriée pour les structures à plan symétrique, à faible et à moyenne hauteur pour lesquelles les contributions aux modes supérieurs sont susceptibles d'être minimales. C'est une méthode efficace pour estimer la demande sismique des bâtiments, en raison de sa simplicité et de sa précision raisonnable. Elle permet une évaluation directe de la performance de la structure à chaque état limite (Tehranizadeh et Moshref 2011 [152]). Elle a été présentée pour la première fois par Freeman et al (méthode de spectre de capacité) en 1978 [153]. Saidi et Sozen 1981 [154] ont produit un modèle analytique peu coûteux pour le calcul historique des déplacements des structures en béton armé à plusieurs étages soumis aux mouvements de terre. Ce modèle a impliqué deux simplifications, la réduction d'un modèle de MDOF d'une structure à un oscillateur de SDOF et l'approximation de la variation des propriétés de rigidité de la structure entière par un seul ressort pour tenir compte des relations non linéaires de force-déplacement qui caractérisent ses propriétés. La méthode est également décrite et recommandée en tant qu'outil de conception et d'évaluation par le programme national de réduction des risques sismiques (NEHRP), pour la réhabilitation sismique des bâtiments existants. Diverses

améliorations et applications de la méthode push-over (Fajfar et Gaspersic 1996[155] et Bracci et al. 1997[156] ; Kim et D'Amore, 1999 [157] ; Fajfar, 2000 [158], Athanassiadou, 2008 [159], Lagaros et Fragiadakis, 2011[160], Poursha et al. 2014[161], sont toujours d'actualité.

L'analyse statique « push-over » est donc basée sur l'hypothèse que la réponse de la structure peut être assimilée à la réponse d'une structure équivalente à un seul degré de liberté. Ce qui implique que la réponse est fondamentalement contrôlée par un seul mode de vibration et la forme de ce mode reste constante durant la durée de la charge appliquée. Elle est effectuée en appliquant à la structure une distribution de forces latérales incrémentée, jusqu'à ce que le déplacement au sommet de la structure atteigne un déplacement cible défini (Y. Manasri et al, 2010[162]). La courbe traduisant le comportement de la structure (courbe de capacité) est tracée en portant en abscisse le déplacement du sommet D et en ordonnée l'effort tranchant à la base V .

5.2.2 Principe et but de la méthode push-over :

5.2.2.1 Principe de la méthode push-over :

Le principe de la méthode « push-over » consiste à superposer une courbe représentative de la capacité résistante d'une structure, issue d'une analyse non linéaire sous chargement statique incrémentale, avec une courbe représentative de la sollicitation apportée par le séisme (spectre de réponse) (Y. Manasri et al, 2010[162]). L'intersection de ces deux courbes, représente un point de performance permettant d'estimer le déplacement maximal subit par la structure étudiée et son degré de pénétration dans le domaine non linéaire (Sermin Oguz, 2005 [163]). Elle revient donc à faire superposer la capacité et la demande sismique.

5.2.2.2 But de l'analyse push-over :

Le but de l'analyse « push-over » est de décrire le comportement réel de la structure et d'évaluer les différents paramètres en termes de sollicitations et déplacements dans les éléments de la structure. L'analyse « push-over » fournit des informations sur plusieurs caractéristiques de la réponse qui ne peuvent être obtenues par une simple analyse élastique, on cite :

- L'estimation des déformations des éléments qui doivent subir des déformations inélastiques afin de dissiper l'énergie induite par le mouvement du sol.
- La détermination des sollicitations réelles sur les éléments fragiles, telles que les sollicitations axiales sur les poteaux, sur les joints poteaux-poutres et les sollicitations de cisaillement.

- Estimation des conséquences de détérioration de la résistance des éléments sur le comportement global de la structure.
- L'identification des zones critiques dans lesquelles les déformations sont supposées être grandes.
- L'estimation des déplacements inter-étage qui tiennent compte des discontinuités de la rigidité et de la résistance.

5.2.3 Comportement non linéaire des éléments structuraux en béton armé :

Dans l'analyse non linéaire « push-over » le comportement des éléments structuraux en béton armé est traduit par l'introduction des rotules plastiques, aux niveaux des sections susceptibles de se plastifier (M. N El Din Abd- Alla, 2007 [164]). La formation de rotules plastiques est limitée aux extrémités de l'élément. Un des premiers moyens de modélisation de ce comportement était l'utilisation des rotules plastiques de longueur égale à zéro, en tant que ressorts non linéaires situés aux endroits critiques. Ces modèles intègrent un certain nombre de ressorts connectés en série ou en parallèle (Clough et Johnston, 1966 [165] ; Takizawa, 1976 [166] ; Giberson, 1967 [167]). Dans le but d'analyser efficacement la réponse non linéaire des éléments en béton armé, les chercheurs ont simplifié la région de la rotule plastique en la représentant par une longueur constante, appelée la longueur de la rotule plastique (Park et Paulay 1975 [32], Priestley et al. 1996 [168]). Toute déformation plastique est supposée produite dans la rotule plastique avec des rotations, qui se produisent en un seul point au milieu de la longueur de la rotule plastique (Priestley et al. 2007[169]). Pour définir cette longueur équivalente plusieurs modèles ont été étudiés depuis le début des années 1950. Divers chercheurs ont proposé des expressions pour la longueur de la rotule plastique tels que : Priestley et Park, 1987 [43], Paulay et Priestley, 1992 [170], Berry et al, 2008[171].

5.2.4 Courbe de capacité :

5.2.4.1 Schématisation de la courbe de capacité :

Elle traduit la capacité des structures à résister au séisme, qui représente l'effort tranchant à la base V sollicitant la structure en fonction du déplacement au sommet D . Cette courbe est formée par une phase élastique linéaire suivie d'une phase non linéaire, qui correspond à la formation des rotules plastiques (Ait L'hadj Lamia, 2013) [172].

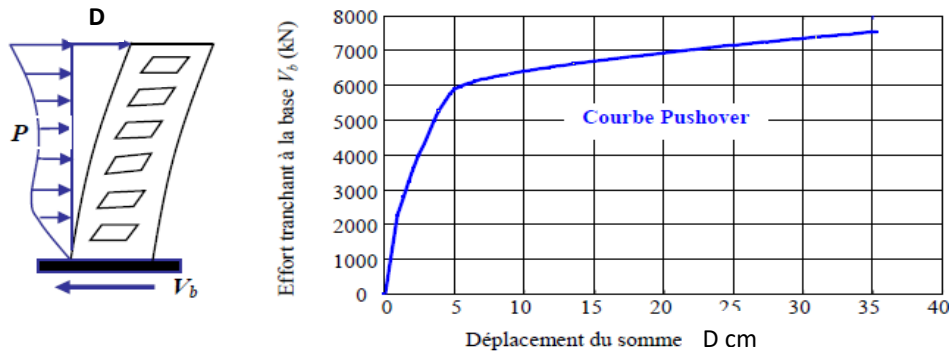


Figure 5.1 : Niveaux d’endommagement décrits par une courbe de capacité.

5.2.4.2 Transformation du système à plusieurs degrés de liberté à un système équivalent à un seul degré de liberté :

La structure à plusieurs degrés de liberté est modélisée par un oscillateur équivalent à un seul degré de liberté (1SDL) (Figure 5.2) :

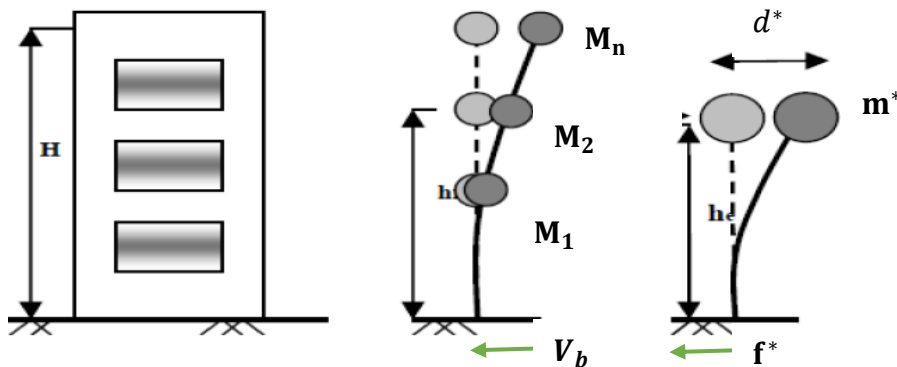


Figure 5.2 : Système équivalent à un seul degré de liberté.

L’expression des déplacements de la structure en fonction des déplacements modaux est donnée par l’équation :

$$d_t = \Gamma_1 \Phi_1 D_1(t) \dots \dots \dots (5.1)$$

$D_1(t)$: Déplacement au sommet à un instant t.

Γ_1 : Facteur de participation modale correspondant au premier mode de vibration.

Φ_1 : Amplitude du premier mode de vibration au sommet.

La relation entre le déplacement au sommet d_t et le déplacement correspondant au premier mode du système équivalent d^* est :

$$d^* = \frac{d_t}{\Gamma} \dots \dots \dots (5.2)$$

La relation entre l’effort tranchant à la base de la structure et l’accélération correspondante du système équivalent à un seul DDL est exprimé par:

$$f^* = \frac{V}{\Gamma} \dots \dots \dots (5.3)$$

Le facteur de participation modale Γ , contrôle la transformation des quantités du système à plusieurs degrés de liberté au système à un seul degré de liberté, il est déterminé à partir de l'équation suivante :

$$\Gamma = \frac{\sum m_i \phi_i}{\sum m_i \phi_i^2} = \frac{m^*}{\sum m_i \phi_i^2} \dots \dots \dots (5.4)$$

5.2.4.3 Transformation en spectre de capacité :

Lors de l'analyse « push-over », la courbe obtenue représente la variation de l'effort tranchant à la base V en fonction du déplacement au sommet D , traduisant une courbe sous le format $V-D$. Celle-ci doit faire l'objet d'une transformation vers un autre format ($S_a - S_d$), pour donner un spectre de capacité.

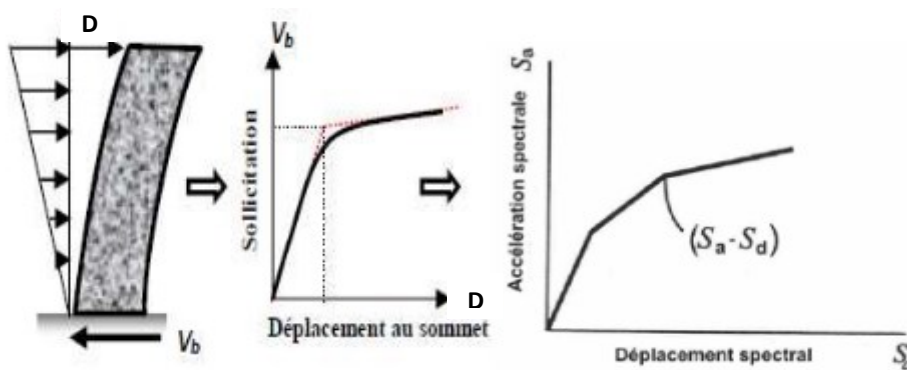


Figure 5. 3 : Transformation de la courbe de capacité.

5.2.5 Idéalisation bilinéaire de la courbe de capacité :

Une idéalisation bilinéaire de la courbe de capacité est demandée, pour estimer l'amortissement effectif et définir le point de performance d'essai réalisé. La première estimation du point (a_{pi}, d_{pi}) , est définie en utilisant le principe d'égalité des déplacements maximaux (Newmark et Hall,1996) [173]. Pour tracer la représentation bilinéaire de la courbe de capacité, le premier segment est donné à partir de l'origine avec une pente correspondant à la rigidité initiale de la structure étudiée. Le deuxième segment est tracé en reliant le point (a_{pi}, d_{pi}) à un point (a_y, d_y) , qui est tracé de telle façon à avoir l'égalité des surfaces A_1 et A_2 (Belkheir, Mohammed Aghiles, 2012) [174] :

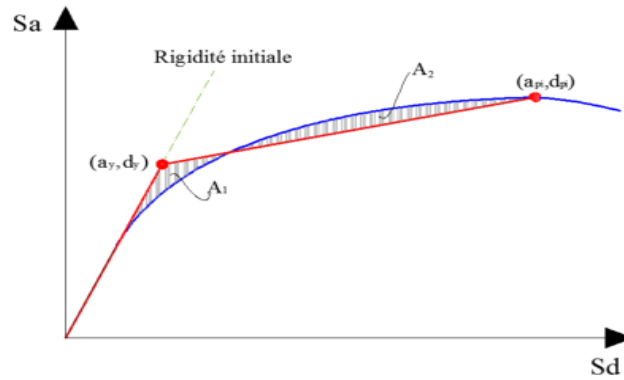


Figure 5.4 : Id alisat on bilinéaire de la courbe de capacité [165].

5.2.6 Demande sismique :

La détermination de la demande sismique inélastique passe par plusieurs étapes :

- Schématisation du spectre élastique amorti à 5%.
- Transformation du spectre élastique du format (Sa – T) au format (Sa – Sd).
- Id alisat on bilinéaire de la courbe de capacité.
- Détermination de l’amortissement effectif β_{eff} et réduction du spectre élastique.

5.2.7 Détermination du spectre amorti à 5% :

On utilise le spectre du RPA 99/2003 [2], qui est un spectre amorti   5% tracé avec une courbe de réponse d’accélération (Sa /g), pour un système à un degré de liberté. Soumis à une excitation donnée pour les valeurs successives de périodes propres T. Pour obtenir un spectre élastique amorti à 5%, il suffit d’attribuer une valeur égale à l’unité pour le facteur d’amortissement (η).

$$\frac{S_a}{g} = \begin{cases} 1.25A \left(1 + \frac{T}{T_1} \left(2.5\eta \frac{Q}{R} - 1 \right) \right) & 0 \leq T \leq T_1 \\ 2.5\eta(1.25A) \left(\frac{Q}{R} \right) & T_1 \leq T \leq T_2 \\ 2.5\eta(1.25A) \left(\frac{Q}{R} \right) \left(\frac{T_2}{T} \right)^{2/3} & T_2 \leq T \leq 3.0s \\ 2.5\eta(1.25A) \left(\frac{T_2}{3} \right)^{2/3} \left(\frac{3}{T} \right)^{5/3} \left(\frac{Q}{R} \right) & T > 3.0s \end{cases} \dots\dots\dots (5.5)$$

A : Coefficient d’accélération de zone.

η : Facteur de correction d’amortissement.

ξ : Pourcentage d'amortissement critique.

R : Coefficient de comportement de la structure.

T_1, T_2 : Périodes caractéristiques associées à la catégorie de site.

Q : Facteur de qualité.

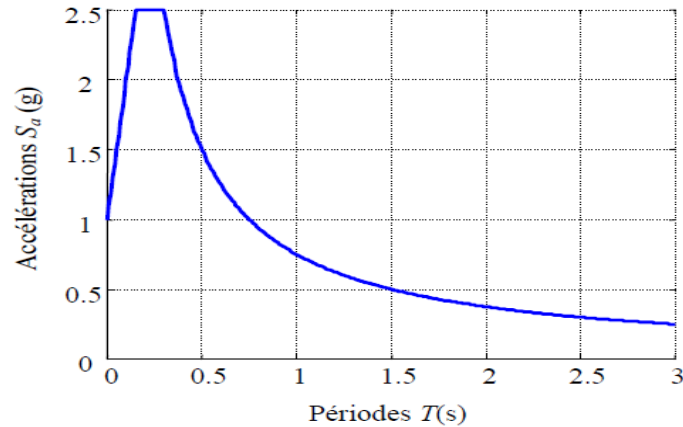


Figure 5.5 : Spectre élastique amorti à 5% au format traditionnel.

5.2.8 Transformation du spectre vers le format ($S_a - S_d$) :

Le spectre obtenu grâce au RPA 99/2003 est au format ($S_a - T$), pour le convertir vers le format ($S_a - S_d$), il suffit d'utiliser la méthode ATC 40 [173] où :

$$S_{de} = \frac{T_n^2}{4\pi^2} S_{ae} \dots\dots\dots (5.6)$$

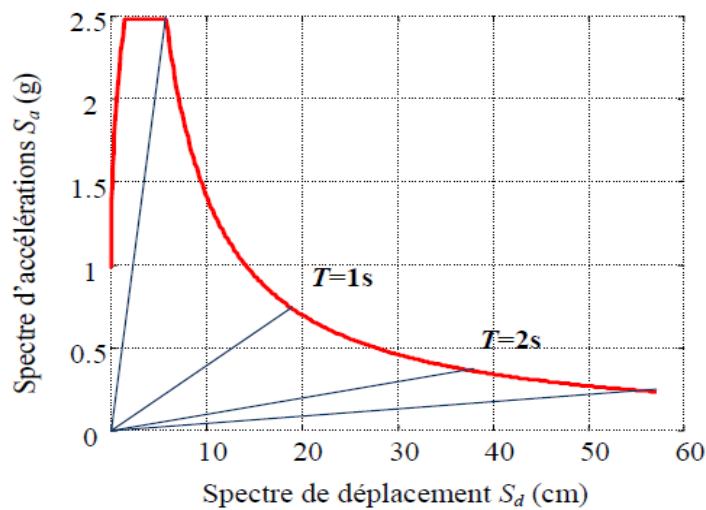


Figure 5.6 : Spectre de réponse élastique dans le format accélérations-déplacements.

5.2.9 Calcul de l'amortissement effectif :

Cette partie du travail est faite après idéalisation bilinéaire du spectre de capacité. Un autre amortissement qui intervient, c'est l'amortissement d'hystérésis équivalent donné par :

$$\beta_{\text{eff}} = \beta_0 + 5 \quad \dots\dots\dots (5.7)$$

Après transformation β_0 peut être calculer grâce à la formule (8.6) de l'ATC 40 [173]:

$$\beta_0 = \frac{63.7(a_y d_{pi} - d_y a_{pi})}{a_{pi} d_{pi}} \dots\dots\dots (5.8)$$

Un facteur correcteur k est introduit pour mieux représenter le phénomène d'hystérésis de la structure :

$$\beta_{\text{eff}} = k \beta_0 + 5 \dots\dots\dots (5.9)$$

Dans l'ATC 40, trois procédures (A, B, C) sont proposées pour la détermination du point de performance. Les procédures A et B sont des méthodes analytiques basées sur des formules mathématiques. Tandis que la procédure C est graphique (Sermin Oguz, 2005 [163]). La procédure A est itérative, la convergence vers le point de performance peut nécessiter plusieurs itérations, tandis que la procédure B est basée sur une hypothèse simplificatrice qui conduit à une solution directe (FEMA 2005[175]).

Le facteur K dépend du comportement structurel du bâtiment donné dans le tableau V.1 :

Tableau V.1 : Détermination de l'amortissement effectif de la structure.

Type de comportement structurel	β_0 (%)	k
Type A	$\leq 16,25$	1.0
	$\geq 16,25$	$1.13 - \frac{0,51(a_y d_{pi} - d_y a_{pi})}{a_{pi} d_{pi}}$
Type B	≤ 25	0,67
	≥ 25	$0,845 - \frac{0,51(a_y d_{pi} - d_y a_{pi})}{a_{pi} d_{pi}}$
Type C	Toutes les valeurs	0,33

Le choix du type de comportement (type A, B, et C) dépend de la qualité des éléments structuraux et de la durée de l'onde sismique (Tableau V.2).

Tableau V.2 : Type de comportement structurel.

Durée du séisme	Structures neuves	Structures existantes	Structures dégradées
Court	Type A	Type B	Type C
Long	Type B	Type C	Type C

Le spectre de demande réduit est obtenu en introduisant les valeurs de β_{eff} dans les équations (5.6).

5.2.10 Détermination du point de performance :

Nous utilisant la procédure B de l'ATC 40 pour la détermination du point de performance, elle repose sur l'hypothèse que la pente du segment élastique, le point (a_y , d_y) et la pente du segment post élastique sont constants (ATC 1996, [173]). Cette hypothèse simplificatrice implique que l'amortissement effectif dépend seulement du terme (d_{pi}). Elle est décrite comme suit :

1. Développement du spectre élastique amorti à 5%.
2. Représentation du spectre amorti à 5% ainsi qu'une famille de spectres réduits $\beta_{eff} > 5\%$.
3. Transformation de la courbe de capacité dans le format ($V - S_d$), vers un spectre de capacité dans le format ($S_a - S_d$) et représentation du spectre de capacité avec les spectres de demande sismique.
4. Développement de la courbe d'idéalisation bilinéaire du spectre de capacité, la pente initiale du spectre de capacité représente la rigidité initiale de la structure. Le point d'intersection entre la pente du spectre de capacité et le spectre élastique amorti à 5%, sera projeté sur le spectre de capacité pour donner le point (a^* , d^*). Le segment post élastique doit être déterminé en faisant tourner le segment post élastique autour du point (a^* , d^*) en respectant l'égalité des sections A_1, A_2 .

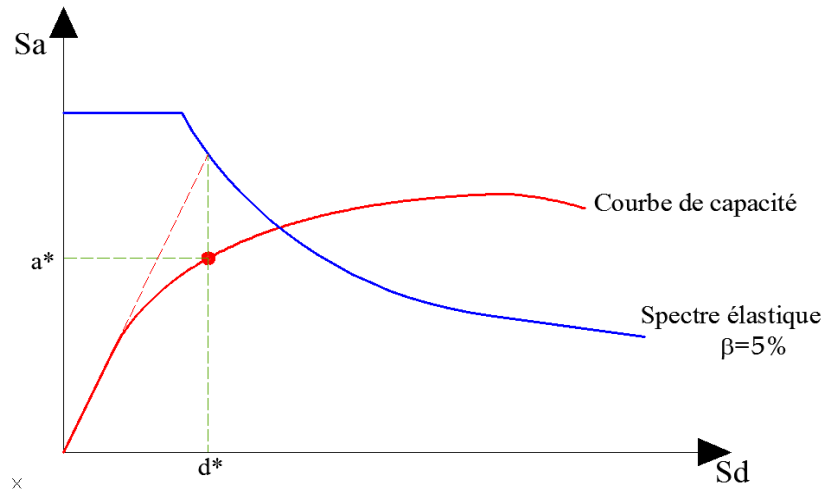


Figure 5.7: Détermination du point (a*, d*).

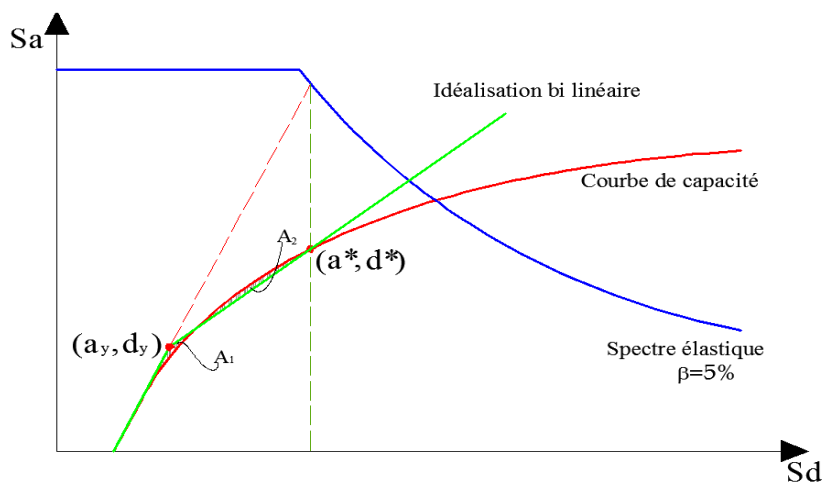


Figure 5.8 : Détermination du point (a_y, d_y).

5. Calcul de l'amortissement effectif pour différents déplacements choisis proche du point (a*, d*). La pente du segment post-élastique de la courbe idéalisée est donné par l'équation :

$$\text{Pente post élastique} = \frac{a^* - a_y}{d^* - d_y} \text{ (équation 8.11 ATC 40)} \dots \dots \dots (5.10)$$

Pour tout point a_{pi}, d_{pi} du segment post élastique de la courbe idéalisée la pente est donnée par :

$$\text{Pente post élastique} = \frac{a_{pi} - a_y}{d_{pi} - d_y} \text{ (équation 8.12 ATC 40)} \dots \dots \dots (5.11)$$

Vu que la pente du segment post-élastique est constante, nous pouvons faire l'égalité des équations (8.11) et (8.12) :

$$\frac{a^* - a_y}{d^* - d_y} = \frac{a_{pi} - a_y}{d_{pi} - d_y} \text{ (équation 8.13 ATC 40)} \dots \dots \dots (5.12)$$

En résolvant l'équation nous trouverons les valeurs a_{pi} en fonction de d_{pi} :

$$a'_{pi} = \frac{(a^* - a_y)(d_{pi} - d_y)}{d^* - d_y} + a_y \text{ (équation 8.14 ATC 40)} \dots \dots \dots (5.13)$$

La valeur de a_{pi} peut être introduite dans l'équation pour calculer β_{eff} :

$$\beta_{eff} = \frac{63,7 k (a_y d_{pi} - d_y a'_{pi})}{a_{pi} d_{pi}} + 5 \text{ (équation 8.15 ATC 40)} \dots \dots \dots (5.14)$$

Résolution de l'équation 8.15 pour une série de valeurs de d_{pi} .

Remplacer l'expression de β_{eff} par :

$$\beta_{eff} = \frac{63,7 k (a_y d_{pi} - d_y a_{pi})}{a_{pi} d_{pi}} \dots \dots \dots (5.15)$$

6. Pour tout point d_{pi} considéré dans l'étape 5, représenter les points (d_{pi}, β_{eff}) dans le même graphe que celui des spectres réduits et du spectre de capacité.

7. Relier entre les différents points créés dans l'étape précédente pour former une ligne. L'intersection de cette ligne avec le spectre de capacité définie le **point de performance**, figure 5.8:

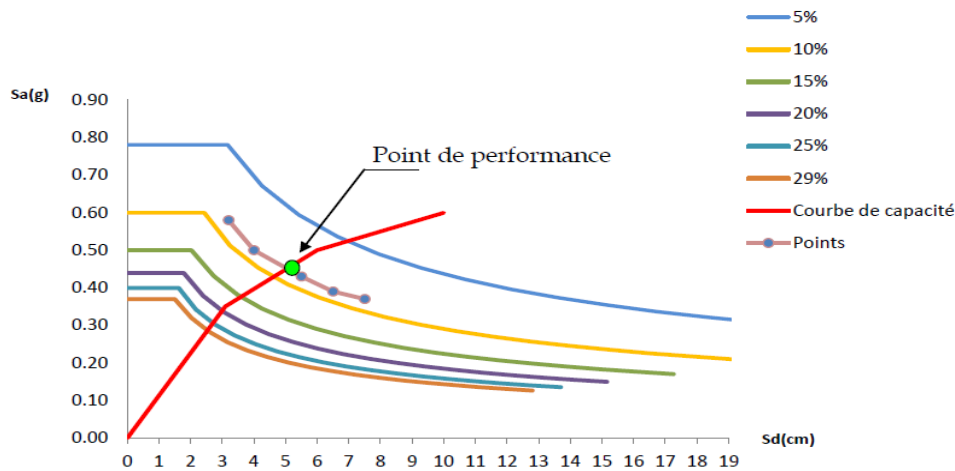


Figure 5.9 : Détermination du point de performance.

5.3 Application de la méthode d'analyse non linéaire Push-over au cas portique (CEBTP-CEA) :

5.3.1 Caractéristiques du portique :

Les caractéristiques géométriques du portique CEBTP-CEA, sont bien présenté dans le chapitre 4 :

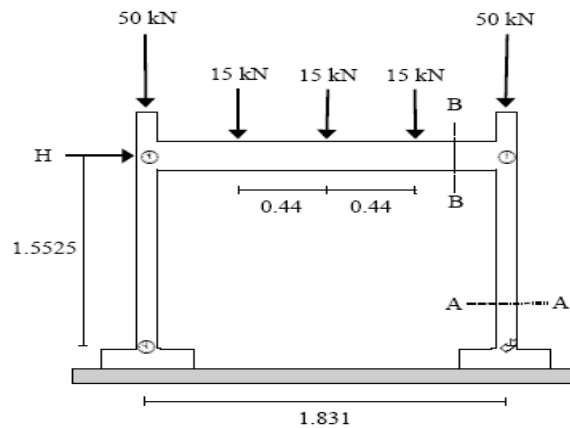


Figure 5.10: Caractéristiques géométriques du portique CEBTP-CEA.

5.3.2 Application de la méthode d'analyse non linéaire Push-over :

L'analyse push over est effectuée en appliquant au portique une distribution de forces latérales incrémentées, jusqu'à ce que le déplacement au sommet atteigne un déplacement cible défini. Pour ce faire, nous utilisons le logiciel [ETABS V.9 \[176\]](#). La méthode de résolution globale est de type pas-à-pas avec la prise en compte du comportement non-linéaire éventuel, tant matériel que géométrique. La courbe de capacité de la structure ($V_{\text{base}} - D_{\text{sommet}}$) est déterminée en effectuant les étapes suivantes :

❖ Etape 1 : Modélisation du portique :

Les étapes de modélisation peuvent être résumées comme suit ([Hamou kada, 2007 \[177\]](#)) :

- *Spécification des propriétés des matériaux :*

On a introduit les propriétés des matériaux béton et acier. Les lois de comportement non linéaire des matériaux béton et acier utilisées sont les modèles de [Mander \[42\]](#), pour le béton et de [Park \[32\]](#) pour l'acier et ce pour l'établissement des lois Moment – courbure associées à la plastification par flexion des rotules plastiques.

- *Modélisation géométrique de la structure :*

Les poutres et poteaux du portique sont modélisés par des éléments linéaires « **Frame** ».

- *Chargement statique du portique (G et Q) :*

En modélisant le portique, le logiciel prend en considération les charges dues aux poids propres de la poutre et des deux poteaux. Les surcharges sont appliquées au portique avec « Load pathem »

- *Appuis :* Les poteaux sont supposés parfaitement encastrés à la base.

❖ Etape 2 : Ferrailage de la structure.

Les sections d'aciers des éléments du portique sont introduites dans le modèle de calcul dans les sections définies par des sections ferraillées « Frame section ».

❖ Etape 3 : Définition du comportement non linéaire des éléments.

Les poutres et les poteaux sont modélisés par des éléments, ayant des propriétés élastiques linéaires. Leur comportement non linéaire est traduit par l'introduction des rotules plastiques « Plastic Hinge », aux niveaux des sections susceptibles de se plastifier (M. N El Din Abd- Alla, 2007 [164]). La formation de rotules plastiques est limitée aux extrémités des poteaux et poutres.

Pour nos modèles de calculs, nous allons introduire dans les poutres et les poteaux des rotules plastiques avec des lois de comportements définies **par défaut** par le logiciel comme suit :

- **Poutres** : Rotules de flexion (Default M3).
- **Poteaux** : Rotules de flexion (Default PM3).

Les propriétés des différents types de rotules plastiques, définies par défaut par le logiciel sont extraites des règlements américains [ATC40 \[173\]](#) et [FEMA 273 \[178\]](#).

Pour chaque type de rotule, le comportement non linéaire est défini par un modèle idéalisé représenté par une courbe force-déformation (Figure 5.11).

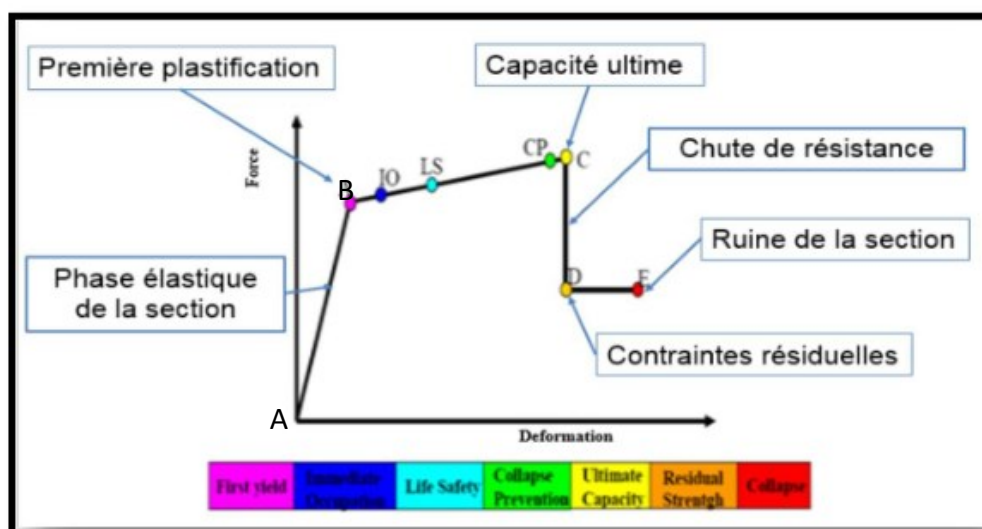


Figure 5.11 : Loi de comportement utilisée par le logiciel Etabs.

Au niveau **IO (Immediate Occupancy)**, les dommages sont relativement limités, la section garde une grande partie de sa raideur initiale.

Au niveau **LS (Life Safety)**, la section a subi des dommages importants, pouvant entraîner une perte significative de sa raideur.

Au niveau **CP (Collapse Prévention)**, la section a subi de grandes déformations post élastiques, au-delà de ce niveau la section est susceptible de se rompre.

❖ **Etape 4 : Définition du chargement de l'analyse statique non linéaire (Push Over) :**

Après avoir défini le comportement non linéaire du portique, on peut passer à la prochaine étape qui consiste à définir le chargement de l'analyse push-over. L'analyse push over consiste à appliquer à la structure, une distribution de forces latérales incrémentées de façon progressive, jusqu'à ce que, le déplacement au sommet de la structure atteigne un déplacement cible (Analyse en mode « **Déplacement contrôlé** »). Ce type d'analyse est mené lorsque les charges ne sont pas connues ou lorsque l'augmentation des charges pendant l'analyse est susceptible de provoquer l'instabilité de la structure (A Habibullah, and S Pyle, 1998 [179]. (Belkheir, Mohammed Aghiles 2012 [174].

❖ **Etape 5 : Analyse statique non linéaire et extraction de la courbe de capacité :**

Les valeurs de la courbe de capacité obtenues sous forme courbe de type (S_a-S_d) sont extraites du logiciel ETABS v.9.

5.4 Résultats de l'analyse push over :

On montre d'abord la courbe de capacité du portique étudié, obtenues par l'analyse « push-over » à l'aide du logiciel ETABS (figure 5.12), donnant l'effort tranchant à la base du portique en fonction du déplacement latéral en tête. Ensuite, on présente le spectre de capacité dans le format ($S_a - S_d$) (figure 5.13). Puis on présente le point de performance (figure 5.14) du portique pour apprécier son comportement et déduire sa ductilité globale.

5.4.1 Courbe de capacité du portique ($V_{base} - D_{sommet}$) :

Les résultats de calcul obtenus avec le logiciel ETABS du portique CEBTP CEA en tracé de courbe effort déplacement sont donnés par la figure 5.12 :

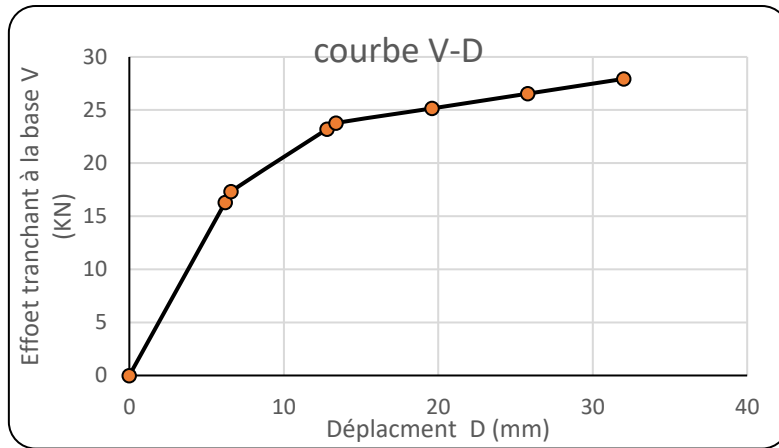


Figure 5.12 : Courbe de capacité du portique CEBTP CEA (V_{base} - D_{sommet}).

5.4.2 Courbe de capacité du système équivalent (S_a - S_d) :

La courbe de capacité donnée par ETABS du système équivalent (S_a - S_d) du comportement du portique CEBTP CEA est donnée par la figure 5.13 :

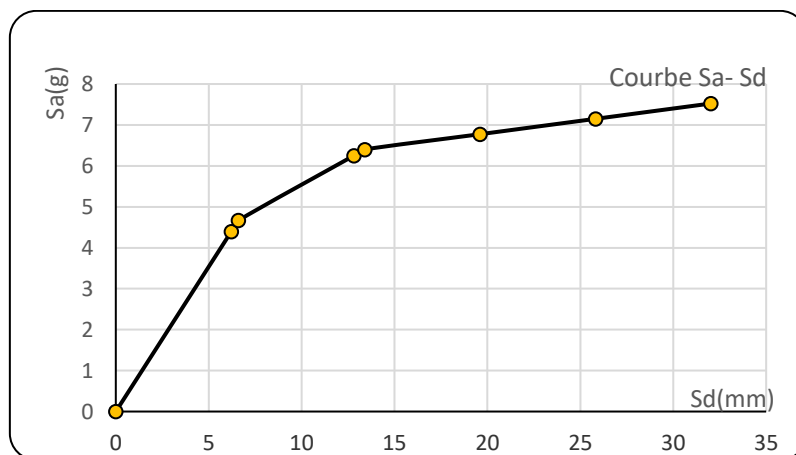


Figure 5.13 : Courbe de capacité du système équivalent du portique CEBTP CEA à un seul DDL (S_a - S_d).

5.4.3 Détermination du point de performance du système équivalent (S_a - S_d) :

Dans un fichier Excel (figure 5.14), on introduit la courbe de capacité dans le format ($S_a - S_d$) du portique CEBTP (spectre de capacité) obtenue avec ETABS et sa courbe idéalisée. On introduit aussi le spectre amorti à 5% calculé à l'aide de l'équation (5.5) du RPA 99 /2003 et la famille des spectres réduits $\beta_{eff} > 5\%$, réduits grâce à la formule (5.6) de la méthode ATC 40 [173]. L'intersection de la ligne formée par les spectres réduit avec le spectre de capacité définit le point de performance :

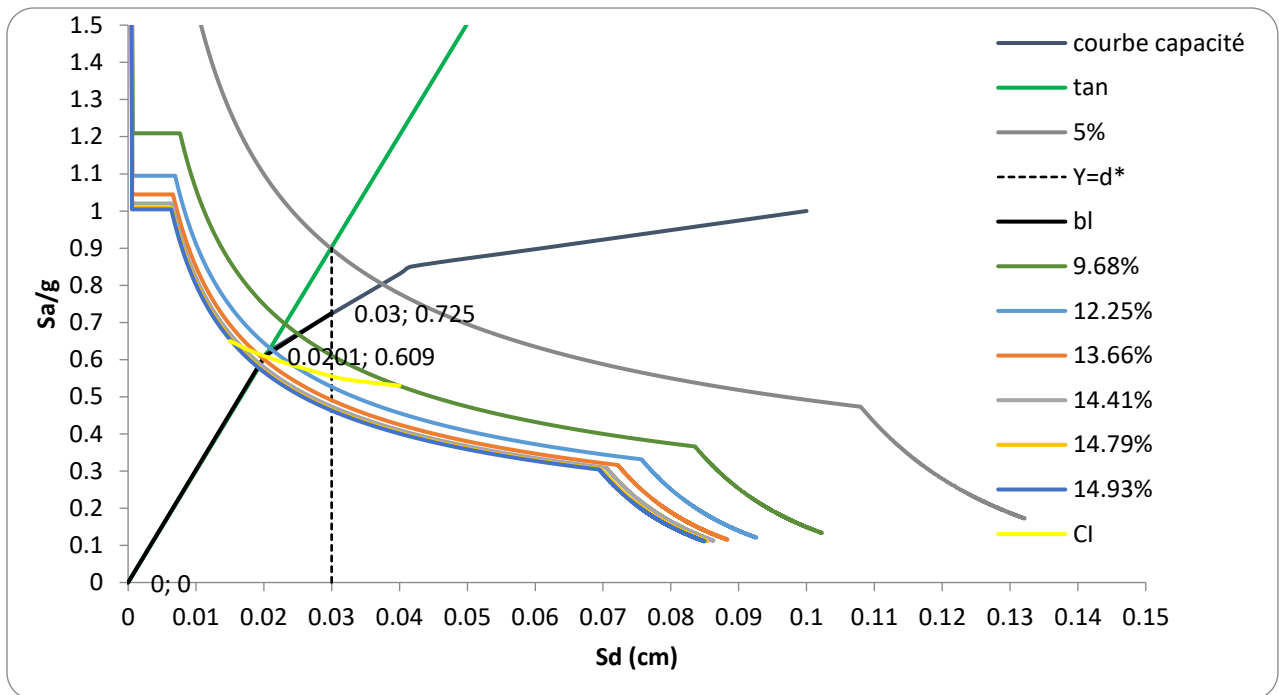


Figure 5.14 : Point de performance du système équivalent du portique CEBTP CEA.

5.4.4 Détermination du point de performance du portique ($V_p - D_p$) :

Le point de performance du portique CEBTP CEA est obtenu à partir de la figure 5.14:

$$S_a = 4.66g ; S_d = 6.598cm$$

S_a : Accélération spectrale système 1DDL (g).

S_d : Déplacement spectral système 1 DDL (m)

5.4.5 Ductilité globale du portique (μ_D):

La ductilité est un critère très important qui décrit le comportement des structures et son degré de dissipation d'énergie dans le domaine plastique (Thomas Paulay, 1999 [180]). La ductilité globale du portique est calculée par le facteur μ , qui représente le déplacement maximal atteint sur le déplacement élastique du portique. L'état élastique limite du portique correspond à :

$$D_e = 6.21mm.$$

Le déplacement maximal atteint par le portique est :

$$D_{max} = 32.021cm \text{ (Portique CEBTP CEA).}$$

Soit une ductilité globale, qui peut être estimée par le rapport $\mu = D_{max} / D_e$:

$$\mu_D = D_{max} / D_e = 5.15.$$

5.5 Conclusion :

Une application de la méthode « Push-over » est faite au cas du portique CEBTP CEA, soumis à une charge horizontale variable. Pour apprécier sa réponse et sa performance, nous avons proposé la méthode de capacité spectrale, recommandée par le code américain ATC 40. La courbe de capacité du système équivalent (S_a-S_d), issue de l'analyse non linéaire du portique CEBTP CEA en utilisant le logiciel ETABS et le spectre de réponse ont été présentés. L'intersection entre ces deux courbes nous a donné le point de performance. Après analyse du comportement du portique, le comportement global approché a pu être observé, on a constaté, que le portique présente un comportement moyennement ductile, ce qui est révélateur sur un état de plastification moins avancé.

Conclusion générale

A l'issue de ce travail, un programme informatique « Poutre mince 2 » est développé et permet d'analyser et simuler le comportement non linéaire, jusqu'à la rupture, des structures poteaux-poutres en béton armé dans le plan. Il est introduit l'effet des charges réparties et le type de chargement : les charges peuvent être fixes ou variables. Ce logiciel utilise la discrétisation par éléments finis « poutres » en flexion avec trois degrés de liberté par nœud. Les résultats de validation de ce programme, en termes de courbes numériques obtenues, sont très satisfaisantes. Les comparaisons sont faites entre les résultats du calcul numérique et ceux expérimentaux obtenus par d'autres auteurs.

L'étude bibliographique réalisée a porté sur les différentes approches relatives à la ductilité, elle décrit la méthode d'analyse non linéaire (méthode des éléments finis), utilisée pour l'élaboration des outils informatiques « Poutre mince 2 » et « Sectnol 1 », l'historique et l'évolution de cette méthode est présentée à travers l'aperçu des travaux de plusieurs auteurs. Elle présente aussi les lois de comportement non linéaire des matériaux « béton et acier » sous un chargement monotone croissant jusqu'à la ruine. Elle donne aussi un aperçu sur le comportement non linéaire des éléments d'ossatures planes en béton armé.

Deux méthodes d'analyse non linéaire sont présentées. La première méthode permet la simulation du comportement non linéaire au niveau de la section fléchie en béton armé sous la forme du programme « Sectnol1 ». La seconde méthode permet la simulation numérique du comportement non linéaire des éléments structuraux plans en béton armé, sous forme du programme « Poutre mince2 ». Ces derniers estiment, respectivement, la ductilité locale et la ductilité globale des structures.

Une étude paramétrique est réalisée à l'aide des deux outils informatiques (programmes) développés, plusieurs simulations numériques sont réalisées pour voir l'influence de divers facteurs sur la ductilité des éléments structuraux des bâtiments en béton armé. Il y apparaît :

- La capacité en déplacement et en courbure est défavorablement affectée en fonction de l'effort normal.
- Un taux d'acier longitudinal élevé garantit la capacité de charge (charge de rupture), en revanche la capacité en courbure est défavorablement affectée.

- La capacité de courbure et déplacement croient avec l'augmentation de la résistance à la compression du béton.
- La force normale de compression influence négativement la ductilité locale et globale.
- Le pourcentage d'armatures longitudinales minimales 0,8%, influence favorablement sur la ductilité locale et globale ; cependant, un excès de ferrailage réduit considérablement la ductilité locale et globale.
- La résistance à la compression du béton influence favorablement sur la ductilité locale et globale.
- L'évaluation du facteur de ductilité globale, en fonction du ferrailage et la résistance à la compression f_{cj} , sous chargement monotone, montre que le facteur de ductilité globale du poteau est supérieur à ceux du facteur de comportement recommandé par RPA99/v2003.
- Au terme de cette étude paramétrique, on constate que la variation de la ductilité globale est toujours supérieure à celle de la ductilité locale estimée en moyenne de 32 % à 53 %.

Aussi, une application de la méthode « Push-over » est faite sur un portique soumis à une charge horizontale variable. Elle a permis d'apprécier la réponse sismique et la performance du portique. La méthode de capacité spectrale recommandée par le code américain ATC 40 est appliquée. Elle consiste à superposer dans un graphe de type (Sa-Sd), la courbe de capacité de la structure issue d'une analyse non linéaire en poussée progressive (Push-Over) et celle représentative de la sollicitation apportée par le séisme (demande spectrale). L'intersection de ces deux courbes détermine un point de performance qui permet d'évaluer le déplacement maximal de la structure. Le logiciel de calcul non linéaire « Etabs -Ver 9 » offre la possibilité d'extraire la courbe de capacité de la structure à l'issue d'une modélisation bidimensionnelle par éléments finis. Le comportement non linéaire est traduit par la définition de rotules plastiques de flexion aux niveaux des zones nodales. La distribution des forces latérales est incrémentée de façon progressive, jusqu'à ce que le déplacement au sommet de la structure atteigne un déplacement cible. L'analyse du comportement du portique (en termes de ductilité globale) permet de conclure à un comportement moyennement ductile.

En termes de perspectives, on peut envisager la prise en compte :

- Des déformations dues à l'effort tranchant en intégrant le comportement et l'effet engendré par la présence des aciers transversaux afin d'estimer au mieux les déplacements réels des éléments structuraux,
- Des éléments de remplissage, telle que : la maçonnerie,

- Du comportement des structures tridimensionnelles avec l'effet de la torsion dans la modélisation globale de ce type de structure.

Bibliographies

- [1] Park, R. (1992), “*Capacity Design of RC Building Structures for Earthquake Resistance*”, The structural Engineer, Vol. 70, N°16, pp. 279-289.
- [2] RPA. Règlements Parasismique Algerien (2003), “Algerian seismic code”, National Center for Applied Research in Earthquake Engineering, RPA99, Algiers, Algeria.
- [3] NZS (1992), Standards New Zealand, General Structural Design and Design Loading for Buildings, Wellington, Standards Association of New Zealand.
- [4] ACI 318-71. American Concrete Institute Committee 318 (1989), “*Building Code Requirements for Reinforced Concrete*”, Detroit.
- [5] NBCC (1990), National building code of Canada Associate committee on the national building code, “*National Research Council of Canada*”, Ottawa.
- [6] EC8, Eurocode 8 (2003), “Conception et dimensionnement des structures pour leur résistance aux séismes et document d’application national.
- [7] Housner, G.W. (1959), “Behavior of Structures during Earthquakes”, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, vol. 85, N° EM4, Proc. Paper 2220, pp.109-129.
- [8] V, Gioncu. (2000), “*Framed structures ductility and seismic response*”, General Report, Journal of Constructional Steel Research, vol 55, pp.125-154.
- [9] Gioncu, Victor and Federico, Mazzolani., (2002), “*Ductility of Seismic Resistant Steel Structures*”, 1st Edition, Book Published 21 april 2002. <https://doi.org/10.1201/9781482271904>.
- [10] Park, R and Ruiting, D. (1988), “*Ductility of doubly of reinforced beam section*”. ACI structural journal, vol 92 N° 1, p217-225.
- [11] Al Haddad, M.S. (1995), “*Curvature ductility of reinforced structure beam under low and high strain rates*”. ACI structural journal, vol 92, N° 5, p 526-534.
- [12] Kassoul, A., Ezziane, K., Kadri A. (2004), “*Nouveau pourcentage d’armature pour la condition de ductilité dans les poutres*”, Revue française de génie civil, Vol. 8, N° 7, 769-791.
- [13] Pam H.J., Kwan A.K.H., Islam MS. (2001), “*Flexural strength and ductility of reinforced normal and high strength concrete beams*”, proceedings of the ICE structures and building, Vol 146, N° 4, p 381-389.
- [14] Bengar, H.A., Maghsoudi, A.A. (2007), “*Flexural ductility of HSC members*”, Iranian journal of science et Technology, Transaction B, Engineering, vol 31, n° B2, p.209-223.

- [15] Kwan, A.K.H and Ho, J.C.M. (2002). “*Flexural strength and ductility of reinforced concrete beams*”, The university of Hong Kong, structure and building, vol 152, n° 4, p 361-369.
- [16] Bertero, V.V. (1988), “*State of the art report –Ductility based structural design*”, Proceedings of Ninth world conf. earthquake eng, Vol. 3, Tokyo, Japon, 673–686, 1988.
- [17] Fuentes A., (1988), “*Comportement post-élastique des structures en béton arme*”, Paris, édition Eyrolles, 1988.
- [18] N, Djebbar., B, Bousalem., N, Chikh. (2003), “*Notions de comportement global, comportement local dans la performance parasismique des portiques en béton étude comparative réglementaire*”, Sciences & Technologie B – N°20, pp. 63-69.
- [19] Kappos, A.J. (1999), “*Evaluation of Behavior Factors on the Basis of Ductility and Overstrength Studies*”, Engineering Structures, Elsevier, 21, pp.823-835.
- [20] Nelson, Lam. (1998), “*Design The Ductility Reduction Factor in the Seismic of Buildings*”, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Elsevier, 27, pp.749-769.
- [21] Mendis, P and Kovacic, D. (1999), “*Spacing of stirrups for high-strength concrete columns in ordinary moment resisting frames*”, Australian Journal of Structural Engineering, 2(2/3), 95–104.
- [22] Paultre, P. and Légeron, F. (2008), “*Confinement reinforcement design for reinforced concrete columns*”, Journal of Structural Engineering, 134(5), 738–749. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2008\)134:5\(738\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2008)134:5(738)).
- [23] Watson, S., Zahn, F. and Park, R. (1994), “*Confining reinforcement for concrete columns*”, Journal of Structural Engineering, 120(6), 1798–1824. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1994\)120:6\(1798\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1994)120:6(1798)).
- [24] Chertout. ABLA. (2010), “*Évaluation du rapport des moments aboutissants aux nœuds poteaux-poutres des portiques auto-stables en béton armé*”, Mémoire de magister proposé et encadré par Djebbar Nabil, Département De Génie Civil, Université Mentouri, Constantine.
- [25] M. Badoux, P. Lestuzzi, introduction à la norme SIA 262, dimensionnement parasismique. Extrait de la documentation D0182, Société suisse des ingénieurs et architectes, Zurich, 2003.
- [26] Newmark, N.M., Hall, W.J. (1982), “*Earthquake Spectra and Design*”. EERI Monograph Series, EERI, Okland, CA, USA, 1982.

- [27] Ridell, R., Hidalgo, P., Cruz, E. (1989), “*Response Modification Factors for Earthquake Resistant Design of Short Period of Buildings*”, Earthquake Spectra, No 3, 571-589, 1989.
- [28] Krawinkler, H., Nassar, A.A. (1992), “*Seismic design based on ductility and cumulative damage demand and capacities*”, In: Fajfar P, Krawinkler H (eds) Nonlinear seismic analysis and design of reinforced concrete buildings. Elsevier Applied Science, New York.
- [29] Miranda, E., Bertero, V.V. (1994), “*Evaluation of strength reduction factor for earthquake – resistance design*”, Earthquake spectra, 10(2), 357-379.
- [30] Fajfar, P. (2002), “*Structural Analysis in Earthquake Engineering a Breakthrough of simplified Nonlinear Methods*”, 12th European Conference on Earthquake Engineering.
- [31] Louzai, A., Abed, A. (2020), “*Influence de la zone sismique sur la valeur du facteur de comportement de structures en portique en béton armé*”, Algérie Equipement, N° 62 : 48-54.
- [32] Park. R, and Paulay. T. (1975), “*Ultimate deformation and ductility of members with flexure in reinforced concrete structures*”, John Wiley and sons’ editions, pp. 195-268.
- [33] Park, R. (1989), “*Evaluation of ductility structures and structural assemblages from laboratory testing*”, Bulletin of the New Zeland National Society for Earthquake Engineering, Vol.22 No. 3, pp. 155-165. <https://doi.org/10.5459/bnzsee.22.3.155-166>
- [34] Bertero. V.V. (1988), “*Ductility Based Structural Design – State of the Art Report*”, Proceeding of ninth world conference on earthquake engineering, Tokyo, vol (VIII), pp. 673-686, Aug.
- [35] Eurocode 8. (2004), EN 1998–1 (2004): *Design Provisions for Earthquake Resistance of Structures*, Part 1: General Rules, Seismic Actions and Rules for Building, European Committee for Standardization, CEN, Brussels.
- [36] A. Asghar, taï. (1981), “*Analyse de la tenue aux séismes des structures en béton armé. Prise en compte globale des non-linéarités*”, Doctoral Thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, France.
- [37] Lee, D., mandel, brun. (1969), "Estimation of system-level ductility demands for multistory structures", Engineering Structures, vol. 19, N° 12, pp. 1025-1035.
- [38] Guadagnuolo, M., Donadio, A., Tafuro. A. and Faella, G. (2020), “*Experimental Behavior of Concrete Columns Confined by Transverse Reinforcement with Different Details*”,

- The Open Construction and Building Technology Journal, Volume 14, pp. 250-265.
<https://doi.org/10.2174/1874836802014010250>.
- [39] Shdeed. E and Kasoul A. (2002), “*Prise en compte de la ductilité dans les Méthode de renforcement des anciens bâtis*”, Journal of the structural division, Vol 108, pp. 1079-1102.
- [40] Park, R., Priestly, M.N.J and Jill, W.D. (1982), “*Ductility of square confined concrete columns*”, Journal of the structural division, Vol. 106, pp. 929- 954.
- [41] Kaverchine, M. and Grelat, A. (1979), “*Ductilité des poteaux en flexion composée sous charges alternée*”, AICAP – CEB Symposium, Mai, Vol2. Rome.
- [42] Mander, J.B., Priestly, M.N.J. and Park, R. (1988), “*Theoretical stress-strain model for confined concrete*”, Journal of the structural division, Vol. 114 No. 8, pp. 1804-1826.
- [43] Priestly, M.N.J. and Park, R. (1987), “*Strength and ductility of reinforced and prestressed concrete columns and piles under seismic loading*”, ACI- Structural journal, jan, n°84, pp. 61-76.
- [44] Sheikh, S.A. and Uzemri, S.M. (1980), “*Strength and ductility of tied in reinforced concrete columns*”, Journal of the structural division, Vol. 108, pp .1079-1102.
- [45] Paulay, T., Park, R and Priestley, M.J.N. (1978), “*Reinforced concrete beam – column joints under seismic action*”, Journal of American Concrete Institute, Vol75, n°11, pp. 585-593.
- [46] Sheikh, S.A. and Yeh, C.C. (1990), “*Tied concrete columns under axial load and flexure*”, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.116 No. 10, pp.2780 -2800.
- [47] Watson, S., Zahn, F., and Park, R. (1994). “*Confining reinforcement for concrete columns*”. Journal of Structural Engineering, 120(6), 1798–1824. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1994\)120:6\(1798\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1994)120:6(1798)).
- [48] Bai, Z. Z and Au, F. T. K. (2013), “*Flexural ductility design of high-strength concrete columns. The Structural Design of Tall and Special Buildings*”, 22(1), 92–115.
<https://doi.org/10.1002/tal.662>.
- [49] Kwan, A. K. H. and Ho, J. C. M. (2010), “*Ductility design of high-strength concrete beams and columns*”. Advances in Structural Engineering, 13(4), 651–664.
- [50] Mendis, P., Pendyala, R and Setunge, S. (2000), “*Stress–strain model to predict the full-range moment curvature behavior of high-strength concrete sections*”, Magazine of Concrete Research, 52(4), 227–234.

- [51] Kristombu Baduge, S., Mendis, P., Ngo, T. D. and Sofi, M. (2019), "*Ductility Design of Reinforced Very-High Strength Concrete Columns (100–150 MPa) Using Curvature and Energy-Based Ductility Indices*", International Journal of Concrete Structures and Materials, 13(1). <https://doi.org/10.1186/s40069-019-0347-y>.
- [52] Zienkiewicz, O.C. (1991). "*The finite element method*", McGraw- Hill.
- [53] Ngo, D., Scordelis, A.C. (1967), "*Finite element analysis of reinforced concrete*", A.C.I journal, N°64-14, pp.152- 163.
- [54] Nilson, A.H. (1968), "*Non-linear analysis of reinforced concrete by finite element method*", A.C.I journal, N°65-55, pp.757- 766.
- [55] ASCE. (1982), "*Committee of concrete and masonry structures, State of the art report on the finite element analysis of Reinforced concrete*", special publication ASCE.
- [56] CEB. (1983), "*Application of the finite element method to two dimensional reinforced concrete structures*", Bull. d'Inf, 159.
- [57] Isenberg, J. (1993), "*Finite element analysis of reinforced concrete structures II*", ASCE, ed. New York.
- [58] S, Khalfallah, A., Charif, (2004), "*Modélisation du comportement non linéaire des structures en béton armé*", Sciences et technologie B – N°21, pp. 29-35.
- [59] Cervenka, V. (1970), "*Inelastic finite element analysis of reinforced concrete panels under uniaxial loads*", Ph. D thesis, University of Colorado, 241 p.
- [60] Suzuki, H., Chen, W.F. (1983), "*Elastic-plastic fracture analysis of concrete of structures*", Computers and Structures, vol. 16, N° 6, pp. 697-705.
- [61] Leinbengood, L.D., Darwin, D., Dodds, R.H. (1986), "*Parameters affecting finite element analysis of concrete structures*", J. of Struct Eng., vol. 112, N°2, pp. 326-341.
- [62] Lin, C.S., Scordolis A.C. (1975), "*Nonlinear analysis of RC shells of general form*", J. struct. Div. ASCE, vol. 101, pp.523-538.
- [63] Swidan, M., Schonobrich W. (1973), "*Finite element analysis of reinforced concrete*", J. Eng. M. Div. ASCE, vol. 99, pp. 2109-2122.
- [64] Reynouard, J.M. (1974), "*Structures planes en béton armé*", Thèse Docteur-ingénieur, INSA Lyon, 187 p.
- [65] Lemaire, M. (1975), "*Etude des structures dans le domaine de génie civil*", Thèse de Doctorat sciences physiques, INSA Lyon, 338 p.
- [66] Gruttmann, F., Sauer, R., Wagner, W. (2000), "*Theory and numeric of three-dimensional beams with elastoplastic material behavior*", Int. J. Numer. Meth. Engng 48, pages 1675-1702.

- [67] LI, Q.S., Chen, J.M. (2003), "*Non-linear elastoplastic dynamic analysis of single layer reticulated shells subjected to earthquake excitation*", Computers and Structures 81, pages 177-188.
- [68] Davenne, L., Ragueneau, F., Mazars, J., Ibrahimbegovic, A. (2003), "*Efficient approaches to finite element analysis in earthquake engineering*", Computers and structures 81, pages 1223-1239.
- [69] Lee, P.S., McClure, G. (2006), "*A general three-dimensional L-section beam finite element for elastoplastic large deformation analysis*", Computers and Structures 84, pages 215-229.
- [70] Djeghaba, K. (1990), "*Construction a l'analyse non linéaire géométrique des coques minces en théorie de Marguerre*", Thèse de Doctorat institut National des sciences appliquées de Lyon, 328 pages.
- [71] Park, M.S., Lee, B.C. (1996), "*Geometrically nonlinear and elastoplastic three dimensional shear flexible beam element of Von Mises type hardening material*", International journal for numerical methods in engineering 39, page 383-408.
- [72] Hjelmstad, K. D., Taciroglu, E. (2003), "*Mixed variation methods for finite element analysis of geometrically non-linear, inelastic Bernoulli-Euler beams*", Communications in numerical methods in engineering 19 pages 809-832.
- [73] Franklin, H.A. (1970), "*Nonlinear analyses of reinforced concrete frames and panels*", Ph.d D thesis: Department of civil engineering, University of California, Berkeley, 250 pages.
- [74] Gunnin, B.L., Rad, F. N., Furlong, R. w. (1970), "A general nonlinear analysis of concrete structures and comparison with frame tests", Computer et structure, Vol 7, N° 3, p: 257-265.
- [75] Lazarro, A. L., Richards, R. (1973), "*Full-range analysis of concrete frames*", Journal of structural division, ASCE, vol 99, n° st8, p 1761-1783.
- [76] Blaauwendraad, J. (1972), "*Realistic analysis with reinforced concrete framed structures*", Heron, vol 18, n°4, 31p.
- [77] Jennings, Alan. (1968), "Frame analysis including change of geometry", Journal of structural division ASCE, vol 94, n° st3, p 627-644.
- [78] Menegotto, M., Pinto, P. E. (1973), "*Method of analysis of cyclically loaded reinforced concrete frames including changes in geometry and non-elastic behavior of element under combined normal force and bending*", Zurich: IABSE, 318 p, report 13, report preliminary.

- [79] Grelat, Alan. (1978), "*Comportement non linéaire et stabilité des ossatures en béton armé*", Annales de l'institut technique de bâtiment et de travaux publics, série : théories et méthodes de calculs 223, n°366, p 105-126.
- [80] Sargin, M. (1971), "*Stress – strain relationships for concrete and the analysis of the structural concrete sections*", Solid Mechanics Division, University of Waterloo, S M study n° 4 Canada.167p.
- [81] Ferraro Maia, A C. (1979), "*Analyse non linéaire des portiques plans en béton armé ou précontraint compte tenu du comportement rhéologique du béton*", thèse de docteur-ingénieur, Université paris VI, 157 p.
- [82] Ferraro Maia. A C., Grelat, B., Fouré, B. (1983), "*Analyse non linéaire des ossatures en béton armé ou précontraint compte tenu du retrait du fluage et de la relaxation*", Annales de l'institut technique du bâtiment et des travaux publics, série : théorie et méthodes de calculs 258, n° 412, p 1-31.
- [83] Fauchart. (1972), "*Cours de béton précontraint*", Centre des hautes études de la construction (CHAC), paris.
- [84] Carol, I., Murcia, J. (1974), "*Transfer moments method for nonlinear analysis of frame: application to reinforced concrete structures*", proceedings of the interactional conference on computer aided analysis and design of concrete structures, Swancea U K, peniredge press, p 1299- 1311.
- [85] Aldstedt, E., Bergan, P G. (1974), "*Large deformation and stability analysis of reinforced concrete frames considering material nonlinearities*", IABSE, 357p, report 16, rapport préliminaire.
- [86] Aldstedt, E. (1975), "*Nonlinear analysis of reinforced concrete frames*", Trond Heim, NTH, 177p, Report n° 75-1.
- [87] Kang, Y G. (1977), "*Nonlinear geometric material and time dependent analysis of reinforced and prestressed concrete frames*", Ph D theses, Department of civil engineering, University of California, Berkeley, 243p.
- [88] Kang, Y G., Scordelis, A C. (1980), "*Nonlinear analysis of prestressed concrete frames*", Journal of the Structural division, ASCE, vol 106, n° st2, p445-462.
- [89] O. Nait Rabah. (1990), "*Simulation Numérique du comportement non linéaire des ossatures spatiales, application aux structures en béton armé, en béton précontraint et mixtes*", Thèse de doctorat-Ecole centrale de PARIS.

- [90] Bouafia Y. (1987), “*Simulation numérique du comportement moyen, jusqu'à rupture, d'une zone de poutre. Application au béton armé ou précontraint et béton de fibres*”. Mémoire DEA, Université de Paris 6, 77 p.
- [91] Meziane, Roufida. (2008), “*Modélisation et simulation du comportement non-linéaire des structures planes, en béton armé et béton de fibres, par des éléments finis poutre*”, Mémoire de magister proposé et encadré par Drizi Said, Département de Génie Civil, Université Mouloud Mammeri de TIZI-OUZOU.
- [92] Bouafia, Y., Fouré, B., Kachi, MS. (1998), “*Relation effort - ouverture des fissures dans le cas du béton armé de fibres d'acier*”. Annales de l'ITB, N° 2, ISSN 1270-9840, Ed. ESKA, France, pp. 5-14, <http://www.eska.fr>.
- [93] Bouafia, Y., Kachi, MS., Fouré, B. (2000), “*Numerical modeling of the behavior of steel fiber reinforced concrete*”. II. International Symposium on Cement and Concrete Technology in the 2000s. Turkish Cement Manufacturers' Association – European Cement Association. Sept. 6 - 10, 2000, Istanbul - Turkiye, ISBN 975-8136-09-7. Vol. 2, pp. 582-591.
- [94] Bouafia, Y., Kachi, MS., Fouré, B. (2002), “*Relation contrainte - déformation dans le cas du béton armé de fibres d'acier*”. Annales de l'ITB, n° 3, juin 2002, ISSN 1270-9840, Ed. ESKA, France, pp. 5-17, <http://www.eska.fr>.
- [95] Bouafia Y., Kachi MS., Ghazi F., Ait Tahar K. (2006), “*Prédiction de la rupture des sections circulaires en béton armé et béton armé de fibres*”. Association de Mécanique Franco-Marocaine (AF3M), 4ème Edition des Journées d'Etudes Techniques, 26 -28, Marrakech – Maroc.
- [96] Bouafia, Y., Saad, M., Kachi, MS. (2007), “*Relations contraintes – déformations moyennes et ouvertures des fissures dans le cas d'un tirant en béton armé*”. Société Marocaine des Sciences Mécaniques - Réseau Universitaire de mécanique, El jadida - Maroc, 8 è Congrès de Mécanique, 17 - 20.
- [97] Bouafia, Y., Hammoum, H., Fouré, B. (1999), “*Analyse non linéaire des structures planes : flambement des poteaux en béton à hautes performances*”. Algérie Equipement, N° 30, ISSN 111-5211, pp 23-25.
- [98] Bouafia, Y., Hammoum, H. (2004), “*Analyse non linéaire des ossatures planes en béton armé et béton précontraint – Deuxième partie : application*”. Algérie Equipement, N° 38, ISSN 111-5211, pp 13-15.

- [99] Bouafia, Y., Hammoum, H. (2004), “ *Analyse non linéaire des ossatures planes en béton armé et béton précontraint – Première partie : méthode numérique* ”. Algérie Equipement, N° 38, ISSN 111-5211, pp 24-32.
- [100] Robert, F. (1999), “*Contribution à l’analyse non linéaire géométrique et matérielle des ossatures spatiales en génie civil, application aux ouvrages d’art* ”, Thèse de doctorat Institut national de sciences appliquées de Lyon.
- [93101] Mohri. F., Eddinari. A., Damil, N., Potier Ferry. M. (2008), “*A beam finite element for nonlinear analyses of thin walled elements*”, Thin walled structures 46, page: 981-990.
- [102] Kachi M S, Bouafia Y, Muller P, Fouré B. (2009), “*Modélisation du comportement jusqu’à rupture des poutres en béton armé et précontraint en élasticité non linéaire*”. Colloque International « CMMS08 », Univ. de Tizi-Ouzou, Universités de Paris 6 et de Cergy – Pontoise, Tizi-Ouzou – Algérie, 16, 17 et 18.
- [103] Bouafia, Y., Kachi, MS., Muller P. (2009), “*Modeling of externally prestressed concrete beams loaded in combined bending, axial load and shear until fracture (in nonlinear elasticity)* ”. ICSAAM, ISBN 978-2-9534804-0-5, September 7 – 10, Tarbes, France.
- [104] Adjrard A., Bouafia Y., Kachi MS, Dumontet H. (2014), “ *Modeling of internally or externally prestressed concrete beams until fracture in nonlinear elasticity* ”, International Journal of Engineering and Technology, ISSN 1793-8244 (Online); ISSN 1793-8236 (Print Version), IACSIT, International Association of Computer Science and Information Technology Press, <http://www.ijetch.org>.
- [105] Bouafia Y, Iddir A, Kachi M S. (2008), “*La prise en compte du confinement dans le calcul non linéaire des sections*”. Colloque International - Caractérisation et Modélisation des matériaux et structures « CMMS08 », Univ de Tizi-Ouzou en collaboration avec les universités de Paris 6 et de Cergy – Pontoise, Tizi-Ouzou – Algérie.
- [106] Bouafia, Y., Iddir, A., Kachi, MS. (2010), “*Influence de la prise en compte du confinement dans le calcul non linéaire des sections en béton armé*”, ACMA, 2010, May 12-14, Marrakech, Morocco.
- [107] Bouafia, Y., Atlaoui, D., Kachi, MS. (2005), “*Etude d’une section en béton armé soumise à une flexion composée déviée hors du domaine linéaire* ”. Société Marocaine des Sciences Mécaniques - Réseau Universitaire de mécanique, Maroc (Casablanca), 7 è Congrès de Mécanique.

- [108] Khalfallah, S., Charif, A. and Guenfoud, M. (2011), “*Modélisation du comportement non linéaire des structures en béton armé*”, Revue Française de Génie Civil, Volume 6, 2002, N° :7-8, Pages :1397-1414. <https://doi.org/10.1080/12795119.2002.9692415>.
- [109] Alioua, N., Drizi, S., Meziane, R and Belhocine, M. (2014), “*Modeling and Simulation of Nonlinear Behavior of Planar Structures, of Reinforced Concrete and Fibers Concrete by the Finite Element Beams*”, Journal of Science Research, N°7, p.3-8. <https://www.researchgate.net/publication/328021251>.
- [110] Zhao, B. and Aribert, J.M. (1996), “*Méthode des éléments finis spécifiques aux ossatures mixtes acier-béton avec glissements et grands déplacements*”, Revue Européenne des Éléments Finis, Volume 5, N°2, Pages 221-249. <https://doi.org/10.1080/12506559.1996.10511218>.
- [111] Benyahi, K., Bouafia, Y., Barboura, S. and Kachi, M. S. (2018), “*Nonlinear analysis and reliability of metallic truss structures*”, Frontiers of Structural and Civil Engineering, 12(4), 577–593. <https://doi.org/10.1007/s11709-017-0458-y>.
- [112] Lee, S.H., Abolmaali, A., Shin, K.J. and Lee, H.D. (2020), “*ABAQUS modeling for post-tensioned reinforced concrete beams*”, Journal of Building Engineering Volume 30, 101273. <https://doi.org/10.1016/j.jobe.2020.101273>.
- [113] Benyahi, K., Bouafia, Y., Oudjene, M., Barboura, S. and Kachi, M.S. (2021), “*Numerical procedure for the three-dimensional nonlinear modelling of composite steel-concrete beams*”, International Journal of Steel Structures, 21, 1063-1081. <https://doi.org/10.1007/s13296-021-00490-1>.
- [114] Benyahi, K., Kachi, M. S., Bouafia, Y., Barboura, S. and Li, J. (2021), “*Reliability assessment of the behavior of reinforced and/or prestressed concrete beams sections in shear failure*”, Frattura ed Integrità Strutturale, 15(57), 195-222. <https://doi.org/10.3221/IGF-ESIS.57.16>.
- [115] Ahmed, M and Liang, Q. Q. (2020), “*Computational simulation of elliptical concrete-filled steel tubular short columns including new confinement*”, Journal of Constructional Steel Research, Volume 174, 106294. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2020.106294>.
- [116] Merkulov., S. I, Esipov S. M and Esipova, D. V. (2021), “*Computer Simulation of Bent Reinforced Concrete Elements with External Composite Reinforcement*”, Buildintech Bit: Innovations and Technologies in Construction, pp 153-159. https://doi.org/10.1007/978-3-030-72910-3_22.
- [117] Chi, Y., Yu, M., Huang, L and Xua, L. (2017), “*Finite element modeling of steel-polypropylene hybrid fiber reinforced concrete using modified concrete damaged*

- plasticity*”, Engineering Structures, Vol 148, pp. 23-35.
<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2017.06.039>.
- [118] Nazem, M., Rahmani, I and Rezaee-Pajand, M. (2009), “*Nonlinear FE analysis of reinforced concrete structures using a Treca-type yield surface*”, Transaction A: Civil Engineering Vol. 16, No. 6, pp. 512-519.
- [119] Yu, T., Tenga, J.G., Wong, Y.L and Dong, S.L. (2010), “*Element modeling of confined concrete-I: Drucker–Prager type plasticity model Finite*”, Engineering Structures. Volume 32, Issue 3, Pages 665-679.
- [120] Y. Bouafia, A. Iddir, M. S. Kachi, et H. Dumontet, (2002), “*Stress-Strain relationship for the confined concrete*”. <https://www.semanticscholar.org/paper/>
- [121] Y. Bouafia, A. Iddir, M. Kachi, et H. Dumontet, (2014), “*Stress–strain relationship for the confined concrete*”, Stress MPa, vol. 70, p. 80.
- [122] Grelat, A. (1978), “*Calcul non linéaire des ossatures en béton armé*”, Thèse de Docteur - Ingénieur, Université Pierre et Marie Curie, 134 p.
- [123] Drizi, S and Foure, B. (2003), “*Modélisation du béton tendu dans un élément non armé ou très faiblement armé*”, Annales du Bâtiment et des Travaux Publics, N°4, France.
- [124] Rules BAEL 91, revised 99. (1999), “*Technical rules for the design of reinforced concrete structures according to the limit states method* “. Publisher: Association Française de Normalisation.
- [125] R.H, Brown and J.O, Jirsa. (1971), “*Reinforced concrete beams under load reversals*”, Structural Journal of the ACI, vol 68.
- [126] J.K Wight and M.A Sozen. (1973) “*Shear strength decaying reinforced concrete columns subjected to large de flexion reversals, Civil Engineering Studies*”, Structures Research Series, N°403, University of Illinois.
- [127] V. V. Bertero et E. P. Popov. (1977), “*Seismic behavior of ductile Moment- Resisting reinforced concrete frames. Reinforced concrete structures in seismic zone*”, ACI Publication, SP 53, pp 247 – 292.
- [128] Omar, Chaallal. (2014), “*Structures en béton armé, Calcul selon la norme ACNOR A23.3-04*”, 2e Édition.
- [129] M, Kaverchine et A. Grelat, (1979), “*Ductilité des poteaux en flexion composée sous charges alternée*”, AICAP – CEB Symposium, Vol2, Rome.
- [130] T, Paulay, R, Park, J.N, Priestley. (1978) “*Reinforced concrete beam – column joints under seismic action*”, Journal of American Concrete Institute.

- [131] Abams, d. (1987), "*Influence of axial force variation of flexural behavior of reinforced concrete columns*" ACI Structural journal, Vol 84, No3.
- [132] Saatcioglu, M and Ozcebe, b. (1989), "*Response of reinforced concrete columns to simulated seismic loading*", ACI Structural journal, vol 86 No 1.
- [133] H, Sezen and AS .Whittaker , (2006), "*Seismic performance of industrial facilities affected by the 1999 Turkey earthquake*", Journal of Performance of Constructed Facilities 20 (1), 28-36.
- [134] Amr S. Elnashai. (2008), "*Fundamentals of Earthquake Engineering*", John Wiley & Sons, Ltd, DOI:10.1002/9780470024867.
- [135] S. M, Uzumeri. (1977), "*Strength and ductility of cast in place beam – column joints reinforced concrete structures in seismic zones*", ACI Publication SP 53.
- [136] S. Zaid., H. Shiohara., S. Otani, (1998), "*Test of a new reinforcing detail for reinforced concrete interior beam-column joint*", Journal of Structural Engineering. B, F0751C, 3 VOL.46B.
- [137] J. Vecchio et Mohamed Basil Emar. (Janvier 1992), "*Shear Deformations in Reinforced Concrete Frames*".
- [138] S. Drizi., S. Kaci., C. Oubraham1., F. Amiar., M. Belhocine, (2011), "*Simulation du comportement instantané et différé d'une zone en béton armé*", 46 eme congrès annuel du groupe français de rhéologie, Rhéologie et génie des procédés et des produits (Nancy).
- [139] De ville de Goyet V. (1988-1989), "*l'analyse statique non linéaire par la méthode des éléments finis des structures spatiales formées de poutres à section non symétrique*", Thèse de doctorat faculté des sciences appliquées, Université de LIEGE.
- [140] Zienkiewicz, O C, Taylor, R L. (2000), "*The finite element method – fifth edition- Volume 2. Solid mechanics*", Book fifth Edition published butterworth Heineman, 459 pages.
- [141] Briki L. (2004), "*Analyse élasto-plastique des plaques minces et épaisses par éléments finis*", Mémoire de Magister, université Badji Mokhtar, 104 pages.
- [142] Boukhlof, B. (2006) "*Analyse élasto-plastique des structures planes par la méthode des rotules plastiques*", Mémoire de Magister, Département de mécanique, Université de Batna, 115 pages.
- [143] Wong, M. B. (2009), "*Plastic analysis and design of steel structures*", Livre edition Elsevier 246 pages.
- [144] Crisfield, M. A. (2000), "*Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures – volume 1: Essentials*" Livre: Editions John Wiley & Sons Ltd, England, 345 pages.

- [145] Belytschko, T., LIU, W. K., Moran, B. (2001), "*Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures*", Livre: Editions John Wiley & Sons Ltd, England, 641 pages.
- [146] Filippou. F. C and Kwak, G. (1990). "*Finite element analysis of reinforced concrete structures, under monotonic loads*", Rapport, Department of civil engineering; University California, 71pp.
- [147] Koris, K and Szalai, K. (1998), "*Stochastic distribution of structural resistance of reinforced concrete beams*", proceedings of 2nd international PhD symposium in Civil Engineering, pp. 127 -134.
- [148] Limkatanyu, S and Samakrattakit, A. (2003), "*Frame element including effects of reinforcement slippage for nonlinear analysis of R/C structures*", Songklanakarin Journal of Science and Technology, Vol. 25 No. 2, pp. 213-226.
- [149] Sheikh, S.A. and Houry, S.S. (1993), "*Confined Concrete Columns with Stabs*", ACI Structural Journal, 90(4), 414-431.
- [150] Légeron, F. (1994), "*Comportement post-élastique de poteaux en béton à haute performance confinés par des étriers rectangulaires*", Mémoire de maîtrise, Département de génie civil, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, 1 13 p.
- [151] Gokhan, Dok., Hakan, Ozturk. and Aydin, Demir. (2017), "*Determining moment – curvature relationship of reinforced concrete*", International Conference on Technology, Engineering and Science. Volume 1, Pages 52-58.
- [152] Tehranizadeh, M., Moshref, A. (2011). "*Performance-based optimization of steel moment resisting frames*". Scientia Iranica. 18(2), 198-204.
- [153] Freeman S.A. (1978), 'Prediction of Response of Concrete Buildings to Severe Earthquake Motion,' Douglas McHenry International Symposium on Concrete and Concrete Structures, SP-55, American Concrete Institute, Detroit, Michigan, pp. 589-605.
- [154] Saidi, M., Sozen, M. A. (1981), "*Simple nonlinear seismic analysis of RC structures*". Journal of the Structural Division, ASCE. 107(ST5), 937-952.
- [155] Fajfar, P., Gaspersic, P. (1996), "*The N2 method for the seismic damage analysis of RC buildings*". Earthquake Engineering and Structural Dynamics. 25, 31-46.
- [156] Bracci, J. M., Kunnath, S. K., Reinhorn, A. M. (1997), "*Seismic performance and retrofit evaluation of reinforced concrete structures*". Journal of Structural Engineering, ASCE. 123(1), 3–10.
- [157] Kim, S., D'Amore, E. (1999), "*Pushover analysis procedures in earthquake engineering*". Earthquake Spectra. 15(3), 417-434.

- [158] Fajfar, P. (2000). "*A Nonlinear analysis method for performance based seismic design*". Earthquake Spectra. 16, 573-592.
- [159] Athanassiadou, C. J. (2008), "*Seismic performance of RC plane frames irregular in elevation*". Engineering Structures. 30(5), 1250-1261.
- [160] Lagaros, N. D., Fragiadakis, M. (2011), "*Evaluation of ASCE-41, ATC-40 and N2 static pushover methods based on optimally designed buildings*". Soil Dynamics and Earthquake Engineering. 31(1), 77-90.
- [161] Poursha, M., Khoshnoudian, F. k, Moghadam, A. S. (2014), "*The extended consecutive modal pushover procedure for estimating the seismic demands of two-way unsymmetric-plan tall buildings under influence of two horizontal components of ground motions*". Soil Dynamics and Earthquake Engineering. 63, 162-173.
- [162] Y. Manasri, M.S Nouaouria, M. Guenfoud. (2010), "*Evaluation de la vulnérabilité sismique à l'échelle d'une structure en béton armé par l'analyse statique non linéaire. Symposium International sur la construction en zone sismique*", Université Hassiba Benbouali de Chlef (Algérie).
- [163] Sermin Oguz. (2005), "*Evaluation of pushover analysis procedures for frame structures*". Thèse de doctorat en génie civil Turquie: Natural and Applied Sciences of the Middle East Technical University, 2005.
- [164] Mohamed Nour El-Din Abd- Alla, (2007), "*Application of Recent Techniques of Pushover for Evaluating Seismic Performance of Multistory Buildings*", Master of Science in Structural Engineering, Cairo University.
- [165] Clough, R. W., Johnston, S. (1966), "*Effect of stiffness degradation on earthquake ductility requirements*". Transactions of Japan Earthquake Engineering Symposium. Tokyo, pp. 195-198.
- [166] Takizawa, H. (1976), "*Notes on some problems in inelastic analysis of planar RC structures*". Trans. Of Arch. Inst. Of Japan, 240, Part I in February, pp.51-62, Part II in March, pp. 65-77.
- [167] Giberson, M. (1967), "*The response of nonlinear multi-storey structures subjected to earthquake excitations*". Earthquake Engineering Research Laboratory, Pasadena.
- [168] Priestley, M., Seible, F., Calvi, G. (1996), "*Seismic design and retrofit of bridges*". John Wiley & Sons. New York, NY.
- [169] Priestley, M., Calvi, G., Kowalsky, M. (2007), "*Displacement-based seismic design of structures*". IUSS Press. Pavia, Italy.

- [170] Paulay, T., Priestley, M. (1992), "*Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings*". New York: John Wiley and Sons, p.767.
- [171] Berry, M. P., Lehman, D. E., Lowes, L. N. (2008), "Lumped-plasticity models for performance simulation of bridge columns. *ACI Structural Journal*. 105, 270-279.
- [172] Ait L'hadj Lamia (2013), "*Analyse non linéaire d'un immeuble surmonté d'un réservoir d'eau potable par la méthode push-over*", Mémoire master en génie civil. Tizi-Ouzou, UMMTO.
- [173] Applied Technology Council. (1996), "*The seismic Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings*", ATC 40 volumes 1 and 2, Redwood City, California.
- [174] Belkheir, Mohammed Aghiles. (2012), "*Influence de la disposition optimale des voiles sur la performance sismique des bâtiments* ", Mémoire de magister en génie civil. Tizi-Ouzou: Université Mouloud Mammeri Tizi-Ouzou.
- [175] FEMA, (2005), "*Improvement of Nonlinear Static Seismic Analysis Procedures*", Prepared by Applied Technology Council (ATC-55 Project), Redwood City, California.
- [176] ETABS version 9, 2005, User's Guide, Computers and Structures, University of Berkeley, California.
- [177] Hamou kada, Ramdane kheir eddine, (2007), "*Etablissement de la courbe de fragilité par la méthode push over*", 7ème Colloque National AFPS 2007 – Ecole Centrale Paris.
- [178] FEMA, 1997, NEHRP Commentary on the Guidelines for Seismic Rehabilitation of Buildings, FEMA 273 Report, prepared by the Building Seismic Safety Council and the Applied Technology Council for the Federal Emergency Management Agency, Washington, D.C.
- [179] Ashraf Habibullah and Stephen Pyle, (1998), "*Practical Three Dimensional Nonlinear Static Pushover Analysis*", Published in Structure Magazine.
- [180] Thomas Paulay, (1999), "*A simple seismic design strategy based on displacement and ductility compatibility*", Earthquake engineering and engineering seismology, volume 1, number 1, pp 51-67.

Annexe A

1. Présentation du programme SECTNOL1 :

Pour permettre l'étude et l'analyse du comportement non linéaire d'une section quelconque en béton armé, soumise à la flexion composée, on a utilisé un programme informatique (SECTNOL1) rédigé en langage Fortran 90.

a. Présentation :

Le programme SECTNOL1 (analyse d'une SECTION NON Linéaire jusqu'à la rupture) permet la simulation du comportement non linéaire jusqu'à la rupture, d'une section quelconque en béton armé soumise à la flexion composée. Il permet d'effectuer le calcul selon trois options :

- **Calcul moment- courbure ($M - \theta$) :**

La section est soumise à un effort normal N fixe et à un moment fléchissant M croissant jusqu'à la rupture.

- **Calcul effort normal- déformation longitudinal ($N-\varepsilon_g$) :**

La section est soumise à un moment fléchissant M fixe et à un effort normal N croissant jusqu'à la rupture.

- **Calcul de la section sous un effort normal N et un moment fléchissant M croissant en même temps jusqu'à la rupture, tels que l'excentricité e reste constante.**

b. Organigramme général du programme SECTNOL1 :

L'organigramme général du programme « Sectnol 1 » est illustré sur la figure a.1 :

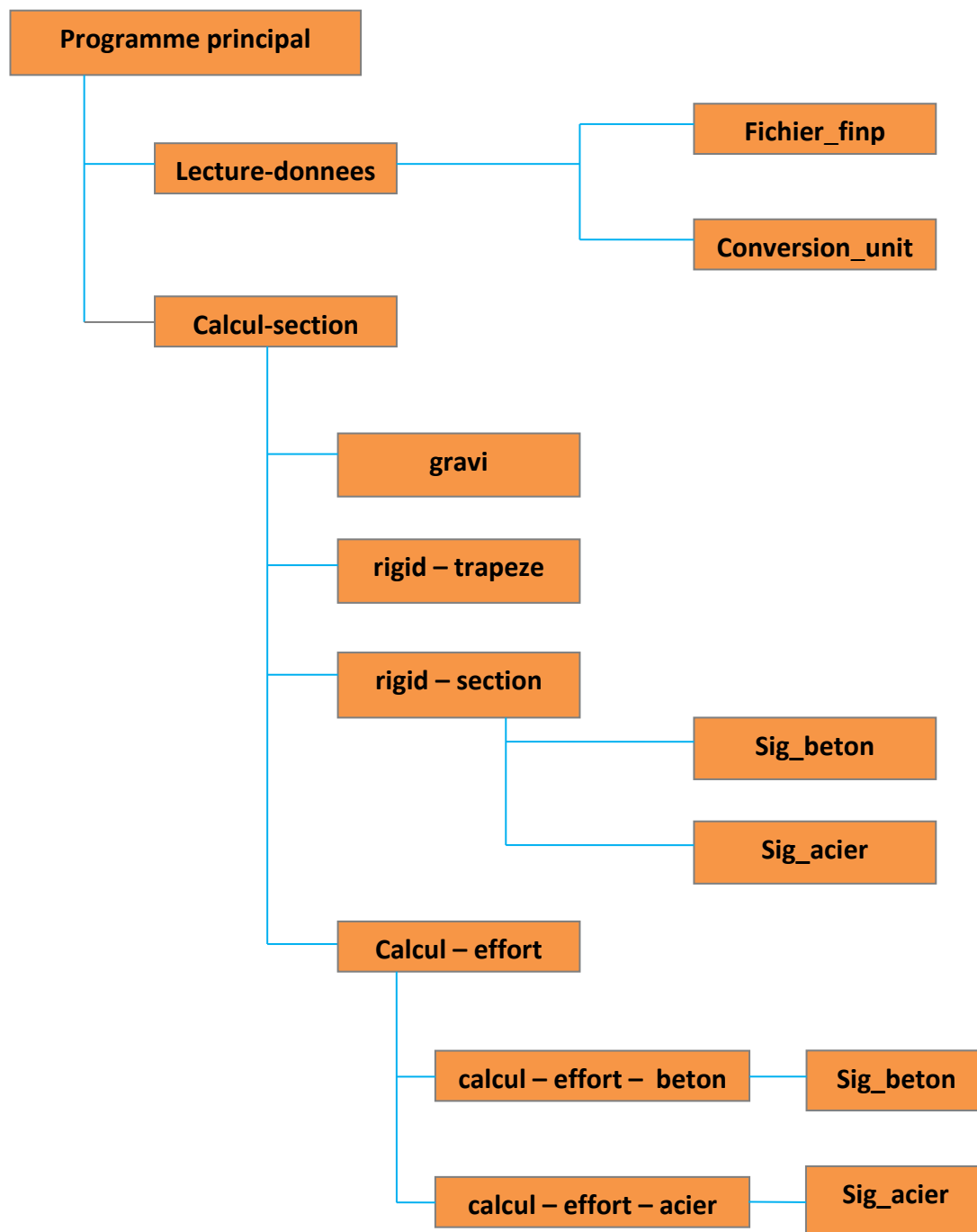


Figure a.1 : Organigramme général du programme SECTNOL1

c. Description des différentes sous-routines :

Les différentes sous-routines constituant le programme **Sectnol 1** sont comme suit :

1. sous-routine lecture _ donnees :

Cette subroutine permet la lecture des données du problème à traiter, selon les étapes suivantes :

- Ouverture du fichier des données existant (**finp**).
- Appel des subroutines **fichier_Finp** et **conversion_unites**.
- Création du fichier **fout** dans lequel seront stockés les résultats du calcul.

2. subroutine fichier _ finp :

Lecture des données du problème à partir du fichier existant **finp**.

3. subroutine conversion _ unites :

Elle permet d'effectuer la conversion des unités des données du problème avant le démarrage du calcul.

4. subroutine calcul _ section :

Cette subroutine constitue le bloc de calcul permettant l'analyse non linéaire, jusqu'à rupture, de la section étudiée.

5. subroutine gravi :

Calcul de la position du centre de gravité de la section de béton, par rapport à l'axe de référence défini par l'utilisateur, et l'aire de la section.

6. subroutine rigid _ trapeze :

Repérage des différents trapèzes constituant la section par rapport au centre de gravité et calcul des rigidités initiales.

7. subroutine rigid _ section :

Evaluation des rigidités EA, ES, et EI actuelles, correspondant à l'étape actuelle de calcul.

8. subroutine calcul _ efforts :

Calcul des efforts internes (N, M) dans la section (béton + acier) correspondant à l'état de déformation actuel (ϵ_g , \emptyset).

9. subroutine calcul _ efforts _ beton :

Calcul des efforts internes (Nb, Mb) dans le béton par intégration sur la hauteur de la section des contraintes dans les fibres horizontales constituant la section du béton.

10. subroutine calcul _ efforts _ acier :

Calcul des efforts internes (N_a , M_a) dans les aciers, en considérant tous les lits d'armatures constituant le ferrailage longitudinal de la section.

11. subroutine sig_beton :

Calcul de la contrainte dans la fibre de béton en cours, selon la loi de Sargin en compression et selon les lois de comportements du béton en traction.

12. subroutine sig_acier :

Calcul de la contrainte dans le lit d'acier en cours dans l'hypothèse d'un comportement elasto-plastique.

d. Description des variables du fichier de données :

- Après le mot clé **section** :

Ntrap : Nombre de trapèzes dans la section.

U(i) : Positions de la base inférieure du trapèze i par rapport à l'axe de référence,

V(i) : Positions de la base supérieure du trapèze i par rapport à l'axe de référence,

B(i) : Largueur de la base inférieure du trapèze i ,

C(i) : Largueur de la base supérieure du trapèze i .

- Après le mot clé **armatures** :

Nlits : Nombre de lits d'aciers

A(i) : Aire de $i^{\text{ème}}$ lit d'acier,

W(i) : Position du $i^{\text{ème}}$ lit d'acier par rapport à l'axe de référence,

SE(i) : Contrainte élastique du $i^{\text{ème}}$ lit d'acier,

SR(i) : Contrainte de rupture du $i^{\text{ème}}$ lit d'acier,

EPSUA(i) : Déformation ultime du $i^{\text{ème}}$ lit d'acier,

Kacier(i) : Type d'acier du $i^{\text{ème}}$ lit.

- Après le mot clé **matériaux** :

Ebo : Module d'élasticité longitudinal initial du béton

fbc : Contrainte maximale de béton comprimé,

fbu : Contrainte à rupture en compression du béton,

epsbo : Déformation correspondent à la contrainte maximale en compression fbc,

epsbu : Déformation à la rupture du béton comprimé,

fbt : Contrainte maximale de béton tendu,

itbc : Type de la loi de comportement du béton en compression

itbt : Type de la loi de comportement du béton en traction

- Après le mot clé **charges** :

Nfixe : Partie fixe de l'effort normal,

Mfixe : Partie fixe du moment fléchissant,

Nvariable : Partie variable de l'effort normal,

Mvariable : Partie variable du moment fléchissant,

Delta : Le pas d'accroissement de Nvariable et Mvariable.

NB : $N_{\text{appliqué}} = N_{\text{fixe}} + N_{\text{variable}} \times \text{Delta}$ et $M_{\text{appliqué}} = M_{\text{fixe}} + M_{\text{variable}} \times \text{Delta}$

e. Description du fichier de données du programme Sectnol 1 :

début_titre

\$

\$ Titre et/ou description du problème

\$

fin_titre

section

Ntrap (*Nombre de trapèzes dans la section*)

U(i) V(i) B(i) C(i)

(*Cette ligne est répétée pour $i=1$ à Ntrap*)

armatures

Nlits (*Nombre de lits d'aciers*)

A(i) W(i) SE(i) SR(i) Epsua(i) Kacier(i)

(*Cette ligne est répétée pour $i=1$ à Nlits*)

Matériaux

Ebo(i) fbc(i) fbu(i) epsbo(i) epsbu(i) fbt(i) itbc(i) itbt(i)

(Cette ligne est répétée pour $i=1$ à $Ntrap$)

charges

Nfixe Mfixe Nvariable Mvariable Delta

f. Description du fichier résultats du programme Sectnol 1:

==> début_titre

\$

\$ Titre et/ou description du problème

\$

\$

fin_titre

==> section

...

... ..

==> armatures

...

... ..

... ..

==> matériaux

... ..

... ..

==> charges

... ..

...

=== Resultats du calcul ===

$\phi(1/m)$	N (KN)	M(KNm)	ϵ_{psc}	ϵ_{pst}	hc(m)	
...	
...	
...	

Avec :

- **$\phi(1/m)$** : La courbure.
- **N (KN)** : L'effort normal.
- **M (KNm)** : Le moment fléchissant.
- **ϵ_{psc}** (ϵ_c) : La déformation de la fibre la plus comprimée.
- **ϵ_{pst}** (ϵ_t) : La déformation de la fibre la plus tendue.
- **hc(m)** : la hauteur comprimée.

Annexe B

a. Organigramme général du bloc calcul du programme « poutre mince 2 »:

L'organigramme général de calcul du programme « Poutre mince 2 » est présenté sur la figure a.2 :

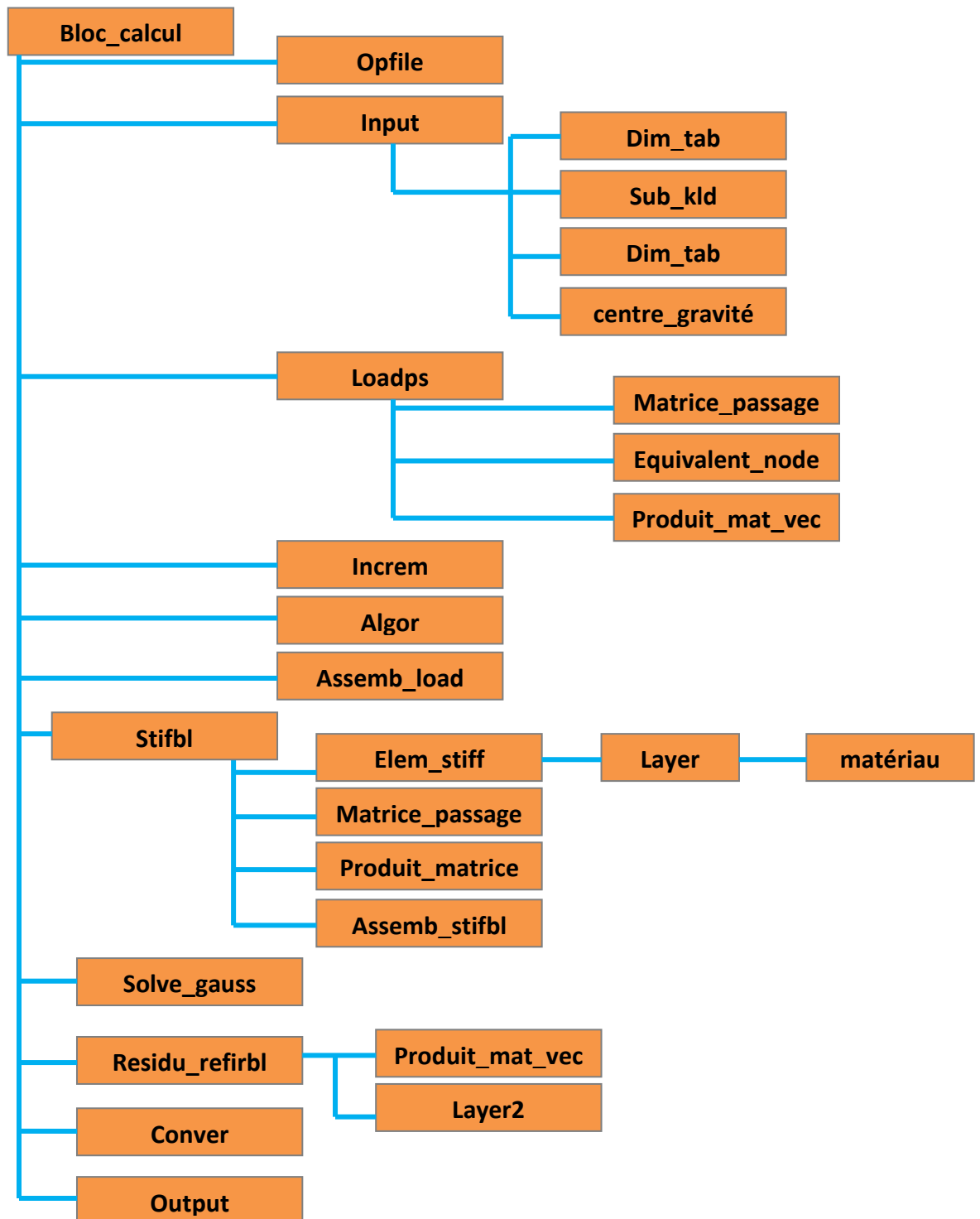


Figure a.2 : Organigramme détaillé du bloc calcul du programme « Poutre mince 2 ».

b. Description des différentes sous-routines du programme « poutre mince2 »:

Dans ce qui suit, on décrit brièvement les différentes **subroutines** constituant le programme poutre _ mince2 :

1. Subroutines opfile :

Ouverture du fichier de données finp et création du fichier des résultats fout.

2. Subroutines input :

Lecture des principales données du problème.

3. Subroutines dim _ tab (itab) :

Dimensionnement et initialisation des tableaux et vecteurs.

4. Subroutines sub _ kld :

Calcul du vecteur kld de localisation des débuts de colonnes dans la matrice de rigidité globale (stockage en ligne de ciel)

5. Subroutine centre _ gravite :

Calcul de la position du centre de gravité de la section par rapport à l'axe de référence.

6. Subroutine loadps :

Lecture du chargement puis évaluation des forces nodales, pour chaque élément dans le vecteur "rload".

7. Subroutine équivalent–node :

Calcul du vecteur des forces nodales équivalentes dues aux charges réparties sur l'élément en cours.

8. Subroutine matrice–passage :

Calcul de la matrice de passage.

9. Subroutine produit_ matrice :

Calcul du produit de deux matrices $A (l \times m) * B (m \times n)$

10. Subroutine produit_ mat_ vect :

Calcul du produit d'une matrice par un vecteur $A (l \times m) * v (m)$

11. Subroutine increm :

Lecture et incrémentation du chargement appliqué.

12. Subroutine algor :

Calcul du paramètre kresl de l'algorithme de résolution en fonction de la valeur du paramètre nalgo.

13. Subroutine assemb_load :

Assemblage du chargement dans le vecteur global « gload ».

14. Subroutine stifbl :

Calcul et assemblage de la matrice de rigidité élémentaire.

15. Subroutine elem_stiff :

Calcul de la matrice de rigidité élémentaire estif (6x6) pour un élément poutre mince plane à 2 nœuds.

16. Subroutine assem_stifbl :

Assemblage des matrices élémentaire dans la matrice globale. « gstif » (en ligne de ciel)

17. Subroutine layer :

Calcul des valeurs EA, ES, et EI par intégration sur la hauteur de la section transversale de l'élément en cours.

18. Subroutine solve_gauss :

Résolution du système d'équations par la méthode d'élimination de gauss (la matrice de rigidité étant stockée en ligne de ciel), cumul des déplacements et réactions.

19. Subroutine residu_reforbl :

Calcul des forces nodales équivalentes

20. Subroutine layer 2 :

Calcul des valeurs des efforts N et M au point i gauss de la section transversale de l'élément en cours.

21. Subroutine matériau :

Loi de comportement relation contrainte – déformation.

22. Subroutine conver :

Test de convergence pour le calcul itératif.

23. Subroutine output :

Sortie des résultats :

- Déplacements nodaux
- Efforts internes N, T, M.
- Réactions aux appuis.

c. Description des variables du fichier de données :

Les différentes variables utilisées dans le fichier de données sont données comme suit :

- Commande **début _ titre** : (bloc des commentaires)

Après cette commande, on peut introduire le titre, la description ou des commentaires concernant le problème à traiter. Cette partie est terminée par la commande **fin _ titre**.

- Commande **données _ globales** (lecture des principales données).

(On introduit 1 ligne contenant 11 variables)

Npoint : nombre total des points nodaux (nœuds).

Nelem : nombre total d'éléments.

Nsect : nombre de types de section.

Maxtrap: nombre maximum de trapèzes par section.

Maxacier : nombre maximum de lits d'acier par section.

Nvfix : nombre des nœuds ayant des conditions aux limites

Numat : nombre de groupes de matériaux

Nprop : nombre maximum des propriétés des matériaux

Nincs : nombre d'incrément de chargement.

Nalgo : indicateur pour identifier le type d'algorithme de résolution.

Si **nalgo** = 1 → la **méthode de rigidité initiale**

Si **nalgo** = 2 → la **matrice de rigidité est recalculée** pour chaque **itération** pour chaque **incrément** de charge

Si **nalgo** = 3 → la **matrice de rigidité est recalculée** pour la **1^{ère} itération** pour chaque **incrément** de charge.

Ntype_charge : = 1 s'il y a seulement un **chargement variable**

= 2 s'il y a un **chargement fixe + un chargement variable**

- Commande **éléments** (connectivités nodales et types de sections)

*(On introduit une ligne contenant 5 variables. Cette ligne est répétée **nelem** fois)*

NumElem = numéro d'élément

TypElem = type de l'élément = 1 si **élément poutre**

= 2 si **élément barre**

NumSect = numéro de la section transversale constituant l'élément

NumNœud 1 = numéro du 1^{er} nœud de l'élément en cours

NumNœud 2 = numéro du 2^{eme} nœud de l'élément en cours

- Commande **coordonnée** (lecture des coordonnées nodales)

*(On introduit une ligne contenant 3 variables. Cette ligne est répétée **Npoint** fois)*

Num Nœud = numéro du nœud considéré

CoordX = abscisse du nœud considéré / repère global de la structure

CoordY = ordonnée du nœud considéré / repère global de la structure

- Commande **Section** (caractéristiques des différents types de sections)

*(Ce bloc de données est répété **Nsect** fois)*

Num Sect = numéro de la section considérée

Hsection = hauteur de la section considérée

Ntrapeze = nombre de trapèzes dans la section considérée

Nacier = nombre de lits d'acier dans la section considérée

b_inf = largeur de la base inférieure du trapèze considéré

b_sup = largeur de la base supérieure du trapèze considérée

Z_inf = ordonnée de la base inférieure / à l'axe de référence.

Z_sup = ordonnée de la base supérieure / à l'axe de référence.

Num Mat = numéro du matériau constituant le trapèze considéré

Z_acier = ordonnée du lit d'acier considéré / à l'axe de référence

Aire- acier = aire du lit d'acier considéré / à l'axe de référence

Num Mat- acier = numéro du lit d'acier considéré

- Commande **condition _ limites** (lecture des conditions aux limites)

(On introduit une ligne contenant 5 variables. Cette ligne est répétée Nvfix fois)

NumNœud_fix = numéro du nœud ayant des C.L

Code_CL = code de la condition aux limites.

= **100** => déplacement longitudinal U imposé

= **010** => déplacement transversal V imposé

= **001** => rotation θ imposée

= **110** => déplacements U et V imposés (si $U=V=0$ => appuis double)

= **111** => déplacements U, V et θ imposée (Si $U=V=\theta=0$ => encastrement)

Depl_fix_X = valeur du déplacement longitudinal imposé (0, s'il s'agit d'un appui)

Depl_fix_Y = valeur du déplacement transversal imposé (0, s'il s'agit d'un appui)

Rot_fix = valeur de rotation imposée (0 si la rotation est empêchée)

- Commande **matériau** (propriété des groupes de matériaux)

(On introduit une ligne contenant 2 + Nprop variables. Cette ligne est répétée Nmat fois)

Numat = numéro du matériau considéré

Itype _ matériau (numat) : type du matériau

Si **itype _ matériau = 1** → matériau élastique

Prop (1) = module d'élasticité longitudinale E

Prop (2) = coefficient de poisson ν

Prop (3) = 0.

.....

Prop (nprop) = 0.

Si **itype _ matériau = 2** → matériau béton

Prop (1) = module d'élasticité longitudinale du béton à l'origine E_{b0}

Prop (2) = coefficient de poisson ν_b

Prop (3) = Résistance à la compression du béton

Prop (4) = le pic des contraintes du béton

Prop (5) = déformation correspondant au pic des contraintes.

Prop (6) = déformation de rupture.

Prop (7) = contrainte du béton à la traction f_{bt} .

Prop (8) = déformation correspondante à l'atteinte de la contrainte limite du béton en traction.

Prop (9) = coefficient **itbc** caractérisant la loi du béton comprimé.

Prop (10) = coefficient **itbt** caractérisant la loi du béton tendu.

Si **itype_materiau = 3** → **matériau acier**

Prop (1) = module d'élasticité longitudinale E_a

Prop (2) = coefficient de poisson ν_a

Prop (3) = limite d'élasticité f_{ae}

Prop (4) = contrainte ultime f_{au}

Prop (5) = déformation ultime ϵ_{au}

Prop (6) = 0.

.....

Prop (nprop) = 0.

- Commande **charges** (lecture des paramètres de chargement)

(On introduit une ligne contenant 2 variables.)

Indice-charge_Nodale : paramètre du chargement nodal

Si **Indice-charge_Nodale = 0** → **pas de chargement nodal à introduire**

Indice – charge _repartie : paramètre du chargement repartie sur les éléments

Si **Indice-charge _repartie = 0** → **pas de chargement repartie**

- Commande **charges_nodales** (lecture des charges nodales si indice **_charge_nodale** $\neq 0$)

Nbre_Charge_N = nombre de nœuds chargés (= nombre de forces nodales appliquées)

Num Nœud_charge = numéro du nœud chargé

Force-x = valeur de la charge nodale F_x selon l'axe x appliquée au nœud

Forces-y = valeur de la charge nodale F_y selon l'axe x appliquée au nœud

Moment = valeur du moment M appliqué au nœud

(Ces données sont répétées **Nbre_Charge_N** fois)

- Commande **charge_repartie** (lecture des charges réparties si indice **_charge_repartie** $\neq 0$)

Nbre_Charge_R = nombre d'éléments soumis à des charges réparties

Numel = numéro de l'élément chargé

Ncas = nombre de cas de chargements repartis (1 à 4)

Numcas = numéro du cas de chargement

- Si **Numcas** = 1 → charge longitudinale uniformément répartie
 = 2 → charge transversale uniformément répartie
 = 3 → charge triangulaire croissant de gauche à droite
 = 4 → charge triangulaire croissant de droite à gauche

Charge = valeur de la charge répartie (force par unité de longueur)

(Ces données sont répétées **Nbre_Charge_R** fois)

N.B : les charges réparties sont données dans le repère local de l'élément considéré.

- Commande **incrément** (lecture des incréments de chargement)

(On introduit une ligne contenant 4 variables. Cette ligne est répétée **Nincs** fois)

Fact-charge = facteur de chargement pour le 1^{er} incrément

Tolérance = tolérance de convergence pour le 1^{er} incrément

Max-iteration = nombre maximal d'itération pour le 1^{er} incrément

Indice sortie = paramètre de sortie des résultants pour le 1^{er} incrément

- Si **indice – sortie = 0** → sortie des résultats après convergence
du 1^{er} incrément de chargement
- Si **indice – sortie = 1** → sortie des résultats après la première itération
du 1^{er} incrément
- Si **indice – sortie = 2** → sortie des résultats après chaque itération
du 1^{er} incrément

N.B : Le bloc de lecture **incrément** est lu :

- une seule fois si Ntype_charge = 1 (**chargement variable**)
- deux fois si Ntype_charge = 2 (**chargements fixe + variable**)

d. Description du fichier de données du programme « poutre mince2 » :

début_titre

```
$
$      Titre et/ou description du problème
$
fin_titre
```

donnees_globales

```
Npoin Nelem Nsect MaxTrap MaxAcier Nvfix Nmats Nprop Nincs Nalgo
Ntype_charge
```

elements

```
NumElem  TypElem  NumSect  NumNoeud1  NumNoeud2
.....
nelem lignes
```

coordonnees

```
NumNoeud  CoordX  CoordY
.....
npoin lignes
```

section

```
Numsect  Hsection  Ntrapeze  Nacier
b_inf    b_sup     z_inf     z_sup     NumMat
.....
Ntrapeze
lignes
z_acier  aire_acier  NumMat_acier
.....
Nacier lignes
```

Nsect fois

conditions_limites

```
NumNoeud_fix  Code_CL  Depl_fix_X  Depl_fix_Y  Rot_fix
.....
Nvfix
lignes
```

materiaux

Numat	itype_materiau	prop (1)	prop (2)	...	prop (Nprop)		
.....			Nmats
lignes							
charges							
Indice_charge_Nodale	Indice_charge_Repartie						
charges_nodales							
Nbre_charge_N							
NumNoeud_Charge	Force_X	Force_Y	Moment				
.....	Nbre_Charge_N	lignes		
charges_reparties							
Nbre_charge_R							
Numel_Charge	Ncas	Numcas	charge				
.....	Nbre_Charge_R	lignes		
increment							
Fact_Charge1	Tolerance1	Max_iterations1	Indice_sortie1				
Fact_Charge2	Tolerance2	Max_iterations2	Indice_sortie2				
.....	Nincs	lignes		
.....				
increment							
Fact_Charge1	Tolerance1	Max_iterations1	Indice_sortie1				
Fact_Charge2	Tolerance2	Max_iterations2	Indice_sortie2				
.....	Nincs	lignes		
.....				

e . Présentation du fichier résultats du programme « poutre mince2 »

==> **début_titre**

\$

\$ Titre et/ou description du problème

\$

fin_titre

==> **donnees globales :**

nombre total des points nodaux = ...

nombre total d elements = ...

nombre de types de sections = ...

nombre max de trapezes/section = ...

nbre max de lits d aciers/section = ...

nombre des noeuds ayant des CL = ...

nombre de groupes de materiaux = ...

nbre max de proprietes de materiaux = ...

nombre de noeuds par élément = ...

nbre d increments de chargement = ...
 type d algorithme de resolution = ...
 nombre de ddl/noeud = ...
 nbre de types chargements = ...

==> Connectivites nodales et types de sections :

element	num_section	numeros	noeuds

...

==> Coordonnees nodales :

noeud	abscisse	ordonnee

...

==> nombre de types de sections : ...

Type section	nombre	trapeze	hauteur	section	
...	
n°trapeze	b_inf	b_sup	zi_trapeze	zs_trapeze	n° materiau
...
...
n°trapeze	b_inf	b_sup	zi_trapeze	zs_trapeze	n° materiau
...
...

zi_trapeze (...)= ...
 zs_trapeze (...)= ...
 z_acier(...)= ...
 z_acier (...)= ...
 zi_trapeze (...)= ...
 zs_trapeze (...)= ...
 z_acier (...)= ...
 z_acier (...)= ...

==> Conditions aux limites (CL) :

noeud	code	valeurs	fixees

...
...

==> proprietes des groupes de materiaux:

groupe	module young	module tran	G	sigmay	H'
-----
...
...

==> indice du chargement nodal = ...

==> indice du chargement reparti = ...

==> charges_nodales:

noeud	force Fx	force Fy	Moment
-----
...

==> charges_reparties:

element	Nbre cas harges	Num charge	Valeur charge
-----

=> increment

-----	facteur de chargement	: ...
	tolerence de convergence	: ...
	nbre maximal d iterations	: ...
	parametre de sortie	: ...

***** Resultats du calcul *****

==> Deplacements nodaux :

noeud	depl Ux	depl Uy	rotation teta
-----

==> Reactions aux appuis :

noeud	React Rx	React Ry	Moment M
-----