

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**

**Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique**

**Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou**



**Faculté du génie de la construction  
Département de génie mécanique**



*En vue de l'obtention du diplôme de Master II professionnel en Génie Mécanique,  
énergétique  
Option : Froid chauffage et climatisation*

*Thème*

*Evaluation des facteurs de forme de  
rayonnement thermique*

**Proposé et dirigé par :**

**Mr FERROUK Mohamed**

**Réalisé par :**

**Mr LASKRI Khaled**

**Mr BEN OUALI Abderrahmane**

**Promotion 2017/2018**

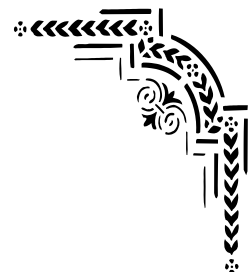
## *REMERCIEMENT*

*Tout d'abord, nous tenons à remercier le bon DIEU tout puissant de nous avoir donné le courage, la patience et le pouvoir d'achever ce travail.*

*On tient à remercier très chaleureusement notre promoteur Mr FERROUK Mohamed qui nous a guidé et soutenu tout au long de notre travail, et qui n'a jamais manqué de nous orienter et de nous conseiller. Qu'il trouve ici l'expression de notre respect et de notre profonde reconnaissance.*

*Nos remerciements s'adressent aussi au président et au membres de jury pour l'intérêt qu'ils portent à ce travail et pour l'honneur qu'ils nous font en acceptant d'examiner et de juger notre travail.*

*Nous remercions enfin toute notre promotion et toute personne ayant aidé de près ou de loin à l'achèvement de ce travail.*



## *Dédicace*

*Je dédie ce modeste travail à*

*Mes très chers parents*

*Mes frères et ma sœur*

*Toute ma famille*

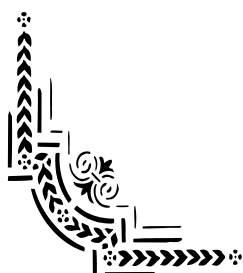
*Mes chers amis*

*Tous les étudiants de ma promotion*

*Tous ce qui m'ont aidé de près ou de loin pour  
l'élaboration de ce travail*

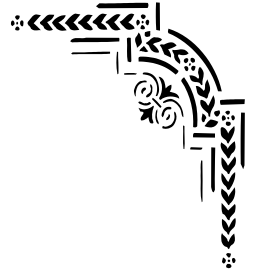
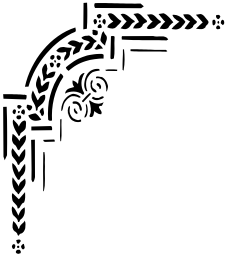
*Toute personne assiste*

*A la mémoire de mon ami et frère **SIGRID AIT  
MOUHEB** qui nous a quitté le 17 Janvier 2019, qu'il  
repose en paix que Dieu l'accueille dans son vaste  
Paradis.*



*Abderrahmane.*





## *Dédicace*

*Je dédie ce modeste travail à*

*Mes très chers parents*

*Mon frère et mes sœurs*

*Toute ma famille*

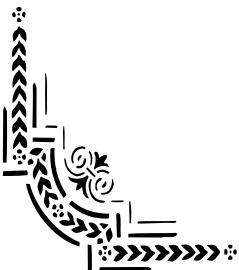
*Mes chers amis*

*Les étudiants de ma promotion*

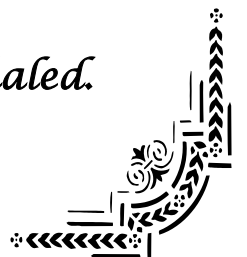
*Tous ce qui m'ont aidé de près ou de loin pour  
l'élaboration de ce travail*

*Toute personne assiste*

*A la mémoire de mon ami et frère **SIGRID AIT  
MOUHEB** qui nous a quitté le 17 Janvier 2019, qu'il  
repose en paix que Dieu l'accueille dans son vaste  
Paradis.*



*Khaled.*



$C$  : Vitesse de propagation des ondes électromagnétique ( $m \cdot s^{-1}$ )

$d, D$  : Diamètre du cylindre ( $m$ )

$E$  : Éclairement ( $W \cdot m^{-2}$ )

$F_{ij}$  : Facteur de forme entre la surface ( $i$ ) et la surface ( $j$ )

$H$  : Hauteur ( $m$ )

$h$  : Coefficient d'échange convectif ( $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$ )

$h$  : Constante de PLANCK ( $J \cdot S$ )

$K$  : Constante de BOLTZMANN ( $J \cdot K^{-1}$ )

$L$  : Luminance ( $W \cdot m^{-2} \cdot Sr^{-1}$ )

$M$  : émittance totale ( $W \cdot m^{-2}$ )

$M^0$  : Émittance total du corps noir ( $W \cdot m^{-2}$ )

$M_{\lambda}^0$  : Émittance monochromatique du corps noir ( $W \cdot m^{-2}$ )

$M_{\lambda m}^0$  : Valeur maximale d'émittance monochromatique du corps noir ( $W \cdot m^{-2}$ )

$R$  : Rayon ( $m$ )

$r$  : Rayon de cylindre ( $m$ )

$r, \phi, z$  : Coordonnées cylindriques

$r, \phi, \theta$  : Coordonnées sphériques

$S$  : L'aire de la surface ( $m^2$ )

$T$  : Température ( $K$ )

$T_w$  : Température de fluide au loin ( $K$ )

$t$  : Temps ( $S$ )

$X$  : Longueur ( $m$ )

$x, y, z$  : Coordonnées cartésiennes

$Y$  : Largeur ( $m$ )

$\alpha$  : Coefficient d'absorption

$\alpha_\lambda$  : Coefficient d'absorption monochromatique

$\varepsilon$  : Emissivité totale

$\varepsilon_\lambda$  : Emissivité monochromatique

$\lambda$  : Conductivité thermique ( $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$ )

$\lambda$  : Longueur d'onde (m)

$\lambda_m$  : Valeur maximale de longueur d'onde (m)

$\sigma$  : Constante de STEFAN-BOLTZMANN ( $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$ )

$\tau$  : Coefficient de transmission

$\tau_\lambda$  : Coefficient de transmission monochromatique

$\rho$  : Coefficient de réflexion

$\varphi$  : Densité de flux de chaleur ( $W \cdot m^{-2}$ )

$\phi$  : Flux de chaleur ( $W$ )

$\phi_r$  : Flux réfléchi ( $W$ )

$\phi_t$  : Flux transmis ( $W$ )

$\phi_a$  : Flux absorbé ( $W$ )

$\Omega$  : Angle solide (Sr)

<b>Chapitre I</b>		
<b>Figure 1.1</b>	Surface isotherme et gradient thermique.	3
<b>Figure 1.2</b>	Système et bilan énergétique	4
<b>Figure 1.3</b>	Schéma de transfert thermique convectif	6
<b>Chapitre II</b>		
<b>Figure 2.1</b>	Principe de l'expérience de William Herschell.	9
<b>Figure 2.2</b>	Rayonnements électromagnétiques ordonnés selon leurs longueurs d'onde et selon leurs fréquences.	10
<b>Figure 2.3</b>	Echange radiatif entre deux surfaces $S_1$ et $S_2$	10
<b>Figure 2.4</b>	Emittance du corps en fonction de sa température absolue.	13
<b>Figure 2.5</b>	Echange radiatif entre deux surfaces.	18
<b>Chapitre III</b>		
<b>Figure 3.1</b>	Echange radiative entre deux surfaces $S_i$ et $S_j$	20
<b>Figure 3.2</b>	Facteur de forme $F_{1-2}$ en fonction $\frac{X}{D}$ d'après HOLMAN.	24
<b>Figure 3.3</b>	Facteur de forme $F_{1-2}$ calculée en fonction du rapport $\frac{Z}{X}$ d'après HOLMAN.	25
<b>Figure 3.4</b>	Facteur de forme $F_{1-2}$ en fonction du rapport $\frac{a_2}{b}$ d'après YEH.	27
<b>Figure 3.5</b>	Facteur de forme $F_{1-2}$ en fonction du rapport $\frac{d}{x}$ d'après HOLMAN.	28
<b>Figure 3.6</b>	Facteur de forme $F_{1-2}$ en fonction du rapport $\frac{d}{x}$ d'après HOLMAN.	28
<b>Figure 3.7</b>	Facteur de forme $F_{1-2}$ en fonction du rapport $\frac{L}{r_1}$ d'après HOLMAN.	29
<b>Figure 3.8</b>	Facteur de forme $F_{2-1}$ en fonction du rapport $\frac{r_1}{r_2}$ d'après HOLMAN.	30
<b>Figure 3.8</b>	Facteur de forme $F_{2-2}$ en fonction du rapport $\frac{r_1}{r_2}$ d'après HOLMAN.	31
<b>Chapitre IV</b>		
<b>Figure 4.1</b>	Organigramme du programme élaboré.	34
<b>Chapitre V</b>		

<b>Figure 5.1</b>	Facteur de forme $F_{1-2}$ calculé en fonction du $\frac{X}{D}$ (rectangles parallèles égaux)	37
<b>Figure 5.2</b>	Facteur de forme $F_{1-2}$ en fonction du $\frac{X}{D}$ d'après HOLMAN	37
<b>Figure 5.3</b>	Facteur de forme $F_{1-2}$ calculé en fonction du rapport $\frac{Z}{X}$ (deux rectangles perpendiculaires ayant une arête commune).	39
<b>Figure 5.4</b>	Facteur de forme $F_{1-2}$ en fonction du rapport $\frac{Z}{X}$ d'après HOLMAN	39
<b>Figure 5.5</b>	facteur de forme $F_{1-2}$ calculé en fonction du rapport $\frac{a_2}{b}$ (deux surfaces rectangulaires formant un angle $\phi$ ).	41
<b>Figure 5.6</b>	Facteur de forme $F_{1-2}$ en fonction du rapport $\frac{a_2}{b}$ d'après YEH	41
<b>Figure 5.7</b>	Facteur de forme $F_{1-2}$ calculé en fonction du rapport $\frac{a_2}{b}$ (deux rectangles ayant une arête commune formant un angle $\phi$ entre eux).	42
<b>Figure 5.8</b>	Facteur de forme $F_{1-2}$ calculé en fonction du rapport $\frac{a_2}{b}$ d'après YEH	43
<b>Figure 5.9</b>	Facteur de forme $F_{1-2}$ calculé en fonction du rapport $\frac{d}{x}$ (deux disques coaxiaux parallèles et égaux)	44
<b>Figure 5.10</b>	Facteur de forme $F_{1-2}$ en fonction du rapport $\frac{d}{x}$ rapporté par HOLMAN	44
<b>Figure 5.11</b>	Facteur de forme $F_{1-2}$ à faible rapport $\frac{d}{x}$	45
<b>Figure 5.12</b>	Facteur de forme $F_{1-2}$ rapporté par HOLMAN	45
<b>Figure 5.13</b>	Facteur de forme $F_{1-2}$ calculé en fonction du rapport $\frac{L}{r_1}$ (deux disques coaxiaux parallèles)	47
<b>Figure 5.14</b>	Facteur de forme $F_{1-2}$ en fonction du rapport $\frac{L}{r_1}$ (deux disques coaxiaux parallèles)	47
<b>Figure 5.15</b>	facteur de forme $F_{1-2}$ calculé en fonction du rapport $\frac{r_1}{r_2}$ (deux cylindres concentriques de longueur finie)	49

## Liste des figures

<b>Figure 5.16</b>	facteur de forme $F_{2-1}$ en fonction du rapport $\frac{r_1}{r_2}$ d'après HOLMAN	49
<b>Figure 5.17</b>	Facteur de forme $F_{2-2}$ calculé en fonction du rapport $\frac{r_1}{r_2}$ (Deux cylindres concentriques de longueur finie)	51
<b>Figure 5.18</b>	Facteur de forme en fonction du rapport $\frac{r_1}{r_2}$ d'après HOLMAN	51
<b>Figure 5.19</b>	schéma de deux cylindres concentrique	52
<b>Figure 5.20</b>	Schéma de cône tronqué	55
<b>Figure 5.21</b>	Schéma du four.	57
<b>Figure 5.22</b>	Dispositions des surfaces $S_0, S_1, S_4, S_7$ .	59

<b>Tableau 5.1</b>	Facteur de forme calculé pour le cas de deux rectangles parallèles égaux.	36
<b>Tableau 5.2</b>	Facteur de forme calculé pour le cas de deux rectangles perpendiculaires ayant une arête commune.	38
<b>Tableau 5.3</b>	Facteur de forme calculé pour le cas de deux rectangles formant un angle $\phi$	40
<b>Tableau 5.4</b>	Facteur de forme $F_{1-2}$ calculé pour différent angle $\phi$ entre eux.	42
<b>Tableau 5.5</b>	Facteur de forme calculé pour le cas de deux disques coaxiaux parallèles et égaux.	43
<b>Tableau 5.6</b>	Facteur de forme $F_{1-2}$ calculé pour le cas de deux disques coaxiaux parallèles.	46
<b>Tableau 5.7</b>	Facteur de forme calculée pour le cas de deux cylindres concentriques de longueur finie.	48
<b>Tableau 5.8</b>	Facteur de forme calculée pour le cas de deux cylindres concentriques de longueur finie.	50

Introduction générale.....	1
----------------------------	---

## **CHAPITRE I : Notions fondamentales sur les échanges thermiques**

1. Introduction aux transferts thermiques.....	2
2. Thermodynamique et transferts thermiques.....	2
3. Les différents modes de transfert de la chaleur.....	2
4. Définitions des grandeurs thermiques.....	3
4.1. Champ de température.....	3
4.2. Gradient de température.....	3
4.3. Le flux de chaleur.....	4
4.4. Bilan d'énergie.....	4
4.5. Conduction.....	5
4.6. Convection.....	5
4.7. Rayonnement.....	7
5. Echanges de chaleur lors de changements de phase. Combinaisons du différent mode de transfert.....	7

## **CHAPITRE II : Rayonnement thermique**

1. Transmission de la chaleur par rayonnement.....	9
2. Définitions.....	10
2.1. Grandeurs relatives aux surfaces émettrices.....	10
2.1.1. Luminance monochromatique et luminance totale.....	10
2.1.2. Intensité monochromatique et intensité totale.....	11
2.1.3. Emittance monochromatique et rémittance totale.....	11
2.2. Grandeurs relatives aux surfaces réceptrices.....	12
2.2.1. Eclairement monochromatique et éclairement total.....	12
3. Lois du rayonnement thermique.....	12

3.1. Relation entre luminance et émittance dans le cas d'une émission diffuse .....	12
3.2. Corps noir .....	13
3.3. Loi de PLANCK.....	14
3.4. Lois de WEIN.....	15
3.4.1. Première loi de WEIN ou loi de déplacement.....	15
3.4.2. Deuxième loi de WEIN .....	15
3.5. Loi de STEFAN-BOLTZMANN .....	15
3.6. Emissivité d'un corps réel .....	15
3.7. Corps gris .....	16
3.8. Réception du rayonnement par un corps : coefficients d'absorption, réflexion et transmission .....	16
3.9. Loi de Kirchhoff : relation entre absorption et émission .....	17
4. Flux radiatif échangé entre deux surfaces .....	17

### **CHAPITRE III : Facteur de forme**

1. Définition du facteur de forme .....	20
2. Relations du facteur de forme .....	21
2.1. Relation de réciprocité .....	21
2.2. Relation de sommation.....	21
2.3. Symétrie .....	21
3.Méthode d'évaluation des facteurs de forme .....	22
4.Evaluation immédiates de facteurs de forme pour des cas simples .....	22
4.1. Surfaces parallèles infinis.....	22
4.2. Demi-sphère ou demi-cylindre infinis.....	22
4.3. Surface convexe-concave .....	23

5. Evaluations du facteur de forme des surfaces quel qu'on que.....	23
5.1. Cas de deux rectangles parallèles égaux .....	24
5.2. Cas de deux rectangles perpendiculaires ayant un bord commun.....	25
5.3. Cas de deux rectangles faisant un angle .....	26
5.4. Cas de deux disques coaxiaux parallèles et égaux .....	27
5.5. Cas de deux disques coaxiaux parallèles .....	29
5.6. Cas de deux cylindres concentriques de longueur finis .....	30

### **CHAPITRE IV : Description et organigramme**

1. Description de l'organigramme .....	32
--	----

### **CHAPITRE V : Résultats et discussion**

1. Cas de deux rectangles parallèles et égaux .....	36
2. Cas de deux rectangles perpendiculaires ayant une arête commune.....	38
3. Cas de deux surfaces rectangulaire formant un angle .....	40
4. Cas de deux rectangles ayant une arête commune avec différents angles .....	42
5. Cas de deux disques .....	43
5.1. Deux disques coaxiaux, parallèles et égaux .....	43
5.2. Deux disques coaxiaux de différent diamètre .....	46
6. Cas de deux cylindres concentriques de longueur finie .....	48
7. Etudes de cas .....	52
7.1. Deux cylindre concentrique .....	52
7.2. Cas de cône tronqué .....	55
7.3 : four parallélépipédique.....	57
Conclusion.....	62

Références bibliographiques

Annexes

Le but de notre travail est de mettre au point un programme de calcul numérique rédigé en langage fortran permettant d'évaluer les facteurs de formes de rayonnement thermique. Ce dernier est un mode de transfert de chaleur qui correspond soit à l'absorption ou à l'émission des radiations électromagnétiques. La chaleur donc échangée est proportionnelle à ce facteur de forme appelé aussi facteur géométrique (shape factor ou view factor en anglais).

L'évaluation des échanges radiatifs dans un système énergétique passe donc nécessairement par la détermination de ces facteurs. Pour cela, nous avons mené en premier lieu une étude bibliographique permettant de collecter les différentes relations donnant le facteur de forme pour différentes formes de surfaces. La compilation de relations ainsi obtenue a été comparée et confrontée à d'autres sources. Ceci a été réalisé à l'aide des programmes numériques rédigés en langage fortran. L'outil de calcul élaboré a été testé et validé en traitant plusieurs cas. Les résultats obtenus sont exposés au chapitre 5.

Le plan du mémoire est structuré comme suit :

Le chapitre un est consacré aux généralités sur les transferts thermiques.

Le chapitre deux traite spécialement du rayonnement thermique. Le chapitre trois est consacré aux facteurs de forme et aux différentes lois régissant ces derniers. Au chapitre quatre, nous décrivons la structure et l'organigramme du programme élaboré. Les résultats issus de ce programme sont présentés et discutés au chapitre cinq.

Une conclusion générale est donnée à la fin de ce mémoire.

En annexes A, B et C sont donnés les exemples test rapportés dans la littérature et les fichiers OUTPUT des programmes élaborés.

## **1. Introduction aux transferts thermiques**

Le transfert de chaleur est l'un des modes les plus communs d'échange d'énergie. Il intervient naturellement entre deux systèmes dès qu'il existe entre eux une différence de température et cela quel que soit le milieu, même vide, qui les sépare. De ce fait, les transferts thermiques ont, aussi bien dans le domaine des sciences pures que de celui des applications technologiques, un rôle souvent essentiel. Ce rôle devient même déterminant lorsqu'il est à l'origine des techniques utilisées (échangeurs, moteurs thermiques, calorifugeage, utilisation de l'énergie solaire...) [1].

## **2. Thermodynamique et transferts thermiques**

A la base de l'étude des transferts thermiques se trouvent les concepts de quantité de chaleur et de différence de température. Ces derniers sont définis par la thermodynamique comme suit [1] :

- Premier principe : équivalence de la chaleur et du travail comme formes particulières de l'énergie.
- Second principe : mesure du déséquilibre thermique relatif de deux systèmes par leur différence de température, la valeur de cette différence de température, caractérise le sens et l'intensité de l'énergie calorifique transférée.

La thermodynamique ne s'intéresse, dans sa forme classique qu'à des états d'équilibre, négligeant les mécanismes d'échange qui y conduisent. L'étude de ces derniers s'est donc développée parallèlement et, en raison même de son importance, avec suffisamment d'ampleur pour constituer une discipline indépendante, les transferts thermiques.

## **3. Les différents modes de transfert de la chaleur**

On distingue trois grandes parties se rattachant chacune à un modèle de transfert de chaleur particulier : conduction, convection et rayonnement, chacun de ces modes étant lui-même lié à un processus physique bien déterminé. En effet, comme l'énergie thermique d'un milieu matériel correspond à l'énergie cinétique de ses constituants fondamentaux, ayant une certaine liberté de mouvement (molécules, atomes, électrons libres, ...), ceux-ci pourront échanger tout ou partie de leur énergie thermique, c'est-à-dire gagner ou perdre de l'énergie cinétique [1] :

- Soit par interaction directe avec les particules voisines (choc de molécules par exemple), ce qui correspond à la conduction.
- Soit par absorption ou émission de radiations électromagnétiques, ce qui correspond au rayonnement.
- Soit dans le cas d'un gaz ou d'un liquide, on considère également, mais cette fois à l'échelle macroscopique, comme un mode de transfert de chaleur appelé convection, les échanges résultant du mélange des diverses parties d'un fluide à des températures différentes.

## 4. Définition des grandeurs thermiques

### 4.1. Champ de température :

Le transfert d'énergie est déterminé à partir de l'évolution dans l'espace et dans le temps de la température  $T = F(x, y, z, t)$  [1]. La valeur instantanée de la température en tout point de l'espace est un scalaire appelé champ de température. Nous distinguerons deux cas [2] :

- Champ de température indépendant du temps : le régime est dit permanent ou stationnaire.
- Evolution du champ de température avec le temps : le régime est dit variable ou transitoire.

### 4.2. Gradient de température :

Si l'on réunit tous les points de l'espace qui ont la même température, on obtient une surface dite surface isotherme. La variation de température par unité de longueur est maximale le long de la normale à la surface isotherme. Cette variation est caractérisée par le gradient de température [3] :

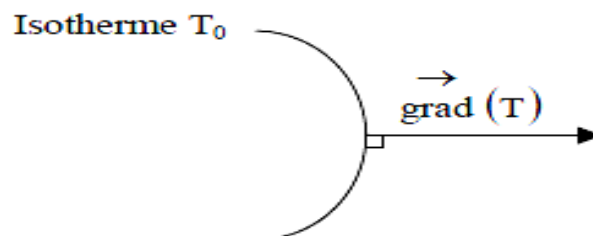


Figure 1.1 : Surface isotherme et gradient thermique [1]

$$\overrightarrow{\text{grad}}(T) = \vec{n} \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right) \quad (1.1)$$

Avec :  $\vec{n}$  vecteur unitaire de la normale.

$\frac{\partial T}{\partial n}$  Dérivée de la température le long de la normale.

### 4.3. Le flux de chaleur :

La chaleur s'écoule sous l'influence d'un gradient de température, elle se transmet à partir des zones de hautes températures vers les zones de basses températures. La quantité de chaleur transmise par unité de temps et par unité d'aire de la surface isotherme est appelée densité de flux de chaleur [3] :

$$\phi = \frac{1}{S} \frac{dQ}{dT} \quad (1.2)$$

Où  $s$  est l'aire de la surface ( $m^2$ ).

On appelle flux de chaleur la quantité de chaleur transmise sur la surface  $S$  par unité de Temps [2] :

$$\phi = \frac{dQ}{dT} \quad (1.3)$$

### 4.4. Bilan d'énergie :

Il faut tout d'abord définir un système ( $\Omega$ ) par ses limites dans l'espace et il faut ensuite établir l'inventaire des différents flux de chaleur qui influent sur l'état du système et qui peuvent être [2] :

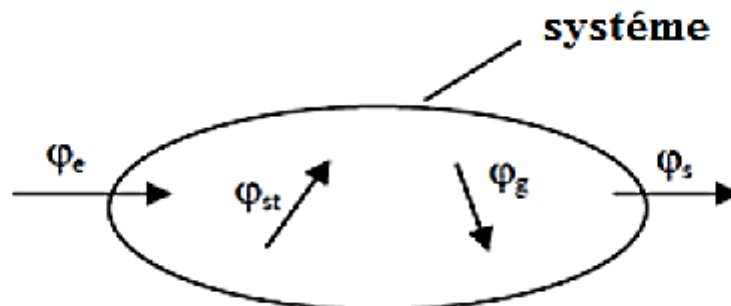


Figure 1.2 : Système et bilan énergétique [4].

$\varphi_{st}$  : Densité de flux de chaleur stocké

$\varphi_g$  : Densité de flux de chaleur généré

$\varphi_e$  : Densité de flux de chaleur entrant

$\varphi_s$  : Densité de flux de chaleur sortant

L'application du 1er principe de la thermodynamique à un système sans échange de travail avec son environnement donne [3] :

$$\varphi_e + \varphi_g = \varphi_s + \varphi_{st} \quad (1.4)$$

## 4.5. Conduction

Ce mode d'échange tend à une distribution homogène, au sein du milieu, de l'énergie cinétique moyenne des diverses particules par diffusion des zones où la valeur moyenne de cette énergie-c 'est - à- dire la température- est élevée, vers les zones où elle est plus faible [1].

La loi correspondant à ce processus particulier de diffusion de la chaleur est telle que la densité  $\varphi$  du courant de chaleur en un point appelée encore densité du flux, est une fonction linéaire du gradient de température en ce point :  $\vec{\varphi} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T$ . (1.5)

L'opérateur  $\lambda$ , qui définit la conductivité thermique du milieu au point considéré, est un tenseur symétrique du second ordre. Pour un milieu isotrope, la conductivité thermique se caractérise simplement par un scalaire unique  $\lambda$ .

La relation ci-dessus, dite loi de Fourier ; se démontre à partir des lois de la mécanique statistique appliquées aux atomes, molécules ou électrons libres du milieu considéré.

La conduction est le seul mode de transfert thermique intervenant au sein des milieux solides opaques [1].

## 4.6. Convection

Les transferts thermiques interviennent évidemment quel que soit l'état du milieu considéré, solide liquide ou gazeux. Néanmoins, dans ces deux derniers cas, la possibilité de déformation importante qu'ont les fluides permet aux différentes parties de ces milieux d'avoir, à l'échelle macroscopique, une liberté de mouvement, importante et par la même, de transporter une quantité de chaleur directement liée à leur capacité calorifique [1].

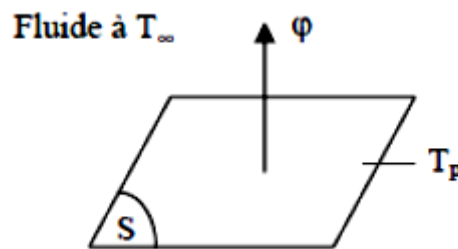
On distingue la convection forcée, dans laquelle le mouvement du fluide est produit par une action extérieure (pompe, ventilateur, ...), de la convection libre (ou naturelle), dans laquelle ce mouvement résulte simplement de la différence de densité entre les parties chaudes et froides du fluide.

La représentation exacte des processus de transfert par convection pose des problèmes de mécanique des fluides extrêmement difficiles qu'il n'est pas, dans la plupart des cas, possible de résoudre directement.

Cependant, comme le plus souvent on ne s'intéresse qu'à la quantité de chaleur échangée entre le fluide et la paroi solide qui le limite, on introduit, par analogie avec les transferts thermiques par conduction, un coefficient d'échange superficiel  $h$  tel que la densité du flux de chaleur  $\phi$ , à travers un élément de surface de la paroi est proportionnelle à la différence entre la température  $T_p$  de cet élément de surface et une température moyenne du fluide  $T_f$  :

$$\phi = h(T_p - T_f) \quad (1.6)$$

Le flux de chaleur dans ce cas se calcule :



**Figure 1.3** : Schéma de transfert thermique convectif [1].

$$\phi = hS(T_p - T_\infty) \quad (1.7)$$

Avec :

$\phi$  : Flux de chaleur transmis par convection (W).

$h$  : Coefficient de transfert de chaleur par convection ( $Wm^{-2}C^{-2}$ ).

$T_p$  : Température de surface du solide ( $^{\circ}C$ ).

$T_\infty$  : Température du fluide loin de la surface du solide ( $^{\circ}C$ ).

$S$  : Aire de la surface de contact solide/fluide ( $m^2$ ).

## 4.7. Rayonnement

Que ce soit de façon spontanée ou au cours d'interactions mutuelles, les atomes, molécules et électrons libres des corps peuvent perdre une partie de leur énergie cinétique par émission d'un rayonnement. Une partie du rayonnement reçu à la surface est absorbée par le corps et se retrouve dans l'énergie cinétique de ses composants, c'est - à - dire sous forme de chaleur.

La relation de base est celle de Stefan-Boltzmann, selon laquelle la puissance  $M^\circ$  du rayonnement thermique émis par unité de surface d'un corps noir est directement proportionnelle à la puissance quatrième de la température absolue [1] :

$$M^\circ = \sigma.T^4 \quad (1.8)$$

Cette expression se déduit par intégration sur l'ensemble des longueurs d'onde de la relation fondamentale obtenue par Planck dans sa théorie des quanta.

Le rayonnement thermique, comme toutes les radiations électromagnétiques, n'exigeant pas de support matériel pour se propager, représente de ce fait la seule possibilité d'échange thermique entre des corps distants, placés dans le vide [1].

## 5. Echanges de chaleur lors de changements de phase. Combinassions du différent mode de transfert

Ci-dessus, nous avons considéré séparément les trois modes de base des échanges thermiques. Dans la réalité les différents modes sont, le plus souvent, intimement liés : conduction et rayonnement dans le cas de solides non opaques (verres, matières plastique, ...) ou encore conduction, convection et rayonnement dans les fluides [1].

Par ailleurs, tout échange de chaleur se traduisant par une variation de la température des corps concernés, il arrive souvent que se produise un changement de phase (vaporisation, condensation, fusion, congélation, ...) constituant une source (ou puits) de chaleur supplémentaire.

Ainsi dans le cas banal, très souvent cité, où l'on chauffe de l'eau dans un récipient sur une flamme, le transfert de la partie d'énergie libérée par la combustion à l'eau contenue dans le récipient fait intervenir [1] :

- La convection ainsi que le rayonnement dans le transfert entre les gaz chauds de la flamme et la paroi externe du récipient.
- La conduction à travers la paroi et les couches fluides très proches de celle-ci.
- La convection et aussi un peu la conduction au sein de la masse d'eau.

Enfin dès-que l'échauffement devient suffisant, l'ébullition et ensuite la vaporisation interviennent et constituent des éléments essentiels de l'échange thermique.

Comme dans l'exemple ci -dessus, la plupart des problèmes techniques qui se posent font intervenir une combinaison des différents modes de transfert.

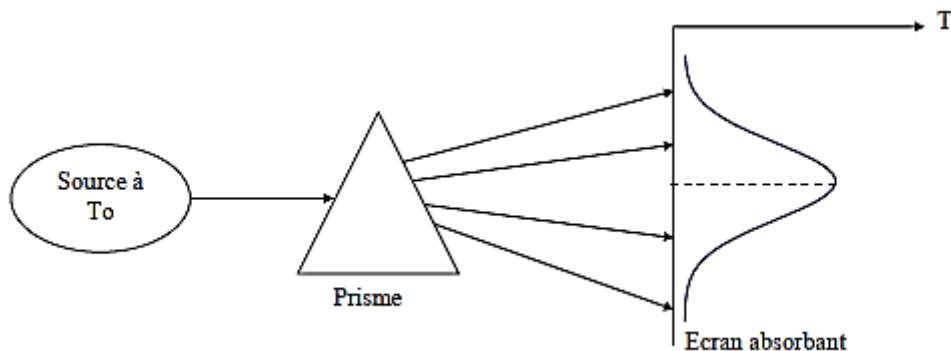
Toutefois, et fort heureusement, soit l'un des modes est prépondérant, et l'on néglige alors les autres, soit les différents modes ont une importance comparable, mais ils peuvent être découplés et traités séparément.

Dans le cas ou de telles approches ne sont pas possibles, il est nécessaire d'avoir recours à des méthodes de traitement numériques.

Néanmoins, quel que soit le problème considéré, il sera toujours nécessaire de savoir apprécier les situations relevant de ces différentes approches.

## 1. Transmission de la chaleur par rayonnement

Tous les corps solides, liquides ou gazeux émettent un rayonnement de nature électromagnétique. Cette émission d'énergie s'effectue au détriment de l'énergie interne du corps émetteur. Le rayonnement est un mode de transfert de chaleur qui ne nécessite pas un support matériel. Il est constitué par la superposition d'ondes électromagnétiques de différentes longueurs. Ces ondes se propagent de façon rectiligne à la vitesse de la lumière comme le démontre l'expérience de William Herschell [5] :



**Figure 2.1** : Principe de l'expérience de William Herschell [5].

En passant à travers un prisme, les radiations sont plus ou moins déviées selon leur longueur d'onde. On envoie donc la radiation émise par une source à la température  $T_0$  sur un prisme et on projette le faisceau dévié sur un écran absorbant ainsi la décomposition du rayonnement total incident en un spectre de radiation monochromatique [5].

Si on déplace un thermomètre le long de l'écran, on mesure la température  $T_0$  caractérisant l'énergie reçue par l'écran dans chaque longueur d'onde. En construisant la courbe  $T_0 = f(\lambda)$ , on obtient la répartition spectrale de l'énergie rayonnée pour la température  $T_0$  de la source.

- On constate alors que l'énergie émise est maximale pour une certaine longueur d'onde  $\lambda_m$  variable avec  $T_0$  et n'est émise que sur un intervalle  $[\lambda_1; \lambda_2]$  de longueur d'onde caractérisant le rayonnement thermique.

La figure (2.2) montre les rayonnements électromagnétiques ordonnés selon leurs longueurs d'onde et selon leurs fréquences. On retiendra que le rayonnement émis par les corps se situe entre 0.1 et 100  $\mu m$ . on distingue dans cet intervalle l'ultraviolet, le visible et l'infrarouge.

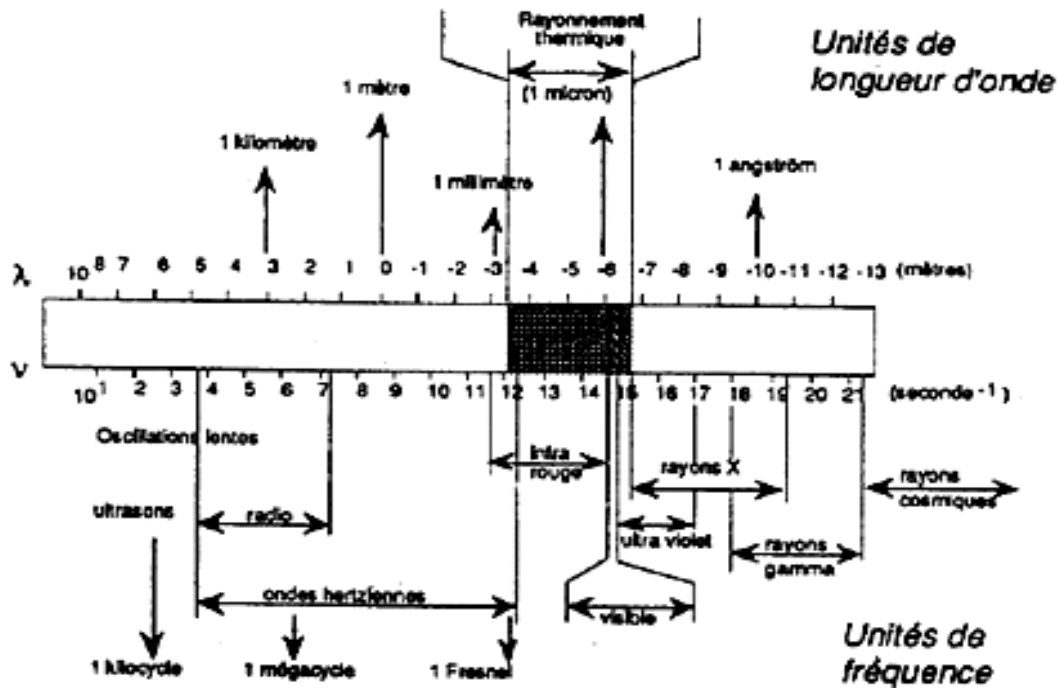


Figure 2.2 : Rayonnements électromagnétiques ordonnés selon leurs longueurs d’onde et selon leurs fréquences[5].

## 2. Définitions

### 2.1. Grandeurs relatives aux surfaces émettrices

#### 2.1.1. Luminance monochromatique et luminance totale

Soient  $dS_1$  et  $dS_2$  deux surfaces élémentaires respectivement des surfaces  $S_1$  et  $S_2$  de deux corps radiants, et  $o_1o_2 = r$  représente la distance entre les deux surfaces élémentaires [1].

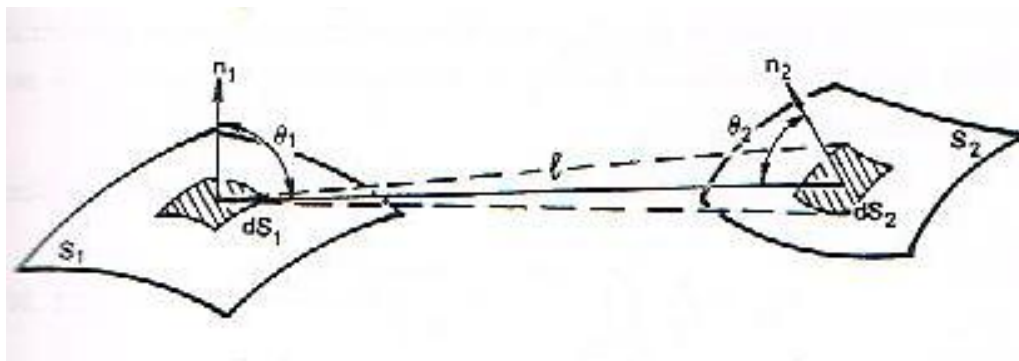


Figure 2.3 : Echange radiatif entre deux surfaces  $S_1$  et  $S_2$  [1].

Le flux énergétique monochromatique radiant  $d^3\phi$  émis par la surface  $dS_1$  en direction de la surface  $dS_2$  dans la bande monochromatique  $[\lambda, \lambda + d\lambda]$  est égale à [1] :

$$d^3\phi = L_{o_1n,\lambda} \cdot dS_1 \cdot \cos \theta_1 \cdot d\Omega \cdot d\lambda \quad (2.1)$$

Avec :

$L_{o_1n,\lambda}$  : est la luminance monochromatique de la surface  $dS_1$  .

$d\Omega$  : est l'angle solide sous lequel est vu, de  $o_1$  , la surface  $dS_2$  .

$$d\Omega = \frac{dS_1 \cos \theta_2}{r^2} \quad (2.2)$$

La luminance totale, dans la direction n, est définie par[1] :

$$L_{o_1n} = \int_0^{\infty} L_{o_1n,\lambda} \cdot d\lambda \quad (2.3)$$

### 2.1.2. Intensité monochromatique et intensité totale

L'intensité d'une source dans une direction donnée, est égale au flux de chaleur rayonné par cette dernière par unité d'angle solide, on écrit :

$$I_{o_1n,\lambda} = \frac{d^2\phi}{d\Omega \cdot d\lambda} \quad (2.4)$$

Elle est liée à la luminance monochromatique par la relation[1] :

$$dI_{o_1n,\lambda} = L_{o_1n,\lambda} \cdot dS_1 \cdot \cos \theta_1 \quad (2.5)$$

En intégrant cette dernière dans le spectre d'onde, on aboutit à :

$$I_{o_1n} = \int_0^{\infty} I_{o_1n,\lambda} \cdot d\lambda = L_{o_1n} \cdot dS_1 \cdot \cos \theta_1 \quad (2.6)$$

### 2.1.3. Emittance monochromatique et rémittence totale

L'émittance monochromatique est définie par la relation[1] :

$$M_{\lambda} = \int_{\text{demi-espace}} L_{o_1n,\lambda} \cdot \cos \theta_1 \cdot d\Omega \quad (2.7)$$

$$d^2\phi = M_{\lambda} \cdot dS_1 \cdot d\lambda \quad (2.8)$$

La quantité  $d\phi$  représente le flux énergétique monochromatique radiant émis par la surface  $dS_1$  dans toutes les directions, c'est à dire le demi-espace vu de  $dS_1$ .

L'émittance totale est égale à [1] :

$$M = \int_0^{\infty} M_{\lambda} . d\lambda = \frac{d\phi}{dS_1} \quad (2.9)$$

## 2.2. Grandeurs relatives aux surfaces réceptrices

### 2.2.1. Eclairement monochromatique et éclairement total

L'éclairement monochromatique  $E_{\lambda}$  est la puissance reçue par unité de surface réceptrice, on écrit alors :

$$d^2\phi = E_{\lambda} . dS_2 . \cos \theta_2 . d\lambda \quad (2.10)$$

Et l'éclairement total est défini par la formule suivante [1] :

$$E = \int_0^{\infty} E_{\lambda} d\lambda \quad (2.11)$$

$$E = \int_{S_1} \frac{dS_1 . \cos \theta_1 . \cos \theta_2}{r^2} \quad (2.12)$$

## 3. Lois du rayonnement thermique

### 3.1. Relation entre luminance et émittance dans le cas d'une émission diffuse

Lorsque l'émission est diffuse (ou isotrope), la luminance est indépendante de la direction  $n$ , on dit que la source émettrice obéit à la loi de LAMBERT, cela veut dire, qu'on voit la surface radiante avec la même intensité lumineuse (ou brillance) quelle que soit la direction d'observation, ce qui sera le cas de quasiment toutes les surfaces qui nous concernent[1][6].

On a donc :

$$M = \pi . L \quad (2.13)$$

### 3.2. Corps noir

C'est un corps, qui absorbe toute la radiation qu'il reçoit indépendamment de son épaisseur, de sa température, de l'angle d'incidence et de la longueur d'onde du rayonnement incident, il vient alors [1] [6] :

$$\alpha = \alpha_\lambda = 1 \quad (2.14)$$

Par ailleurs, les rayonnements émis par différents corps noirs, portés à une même température, présentent une même courbe spectrale, figure (2.4) [1] [6].

Ceci montre que le rayonnement est indépendant de la nature des différents corps.

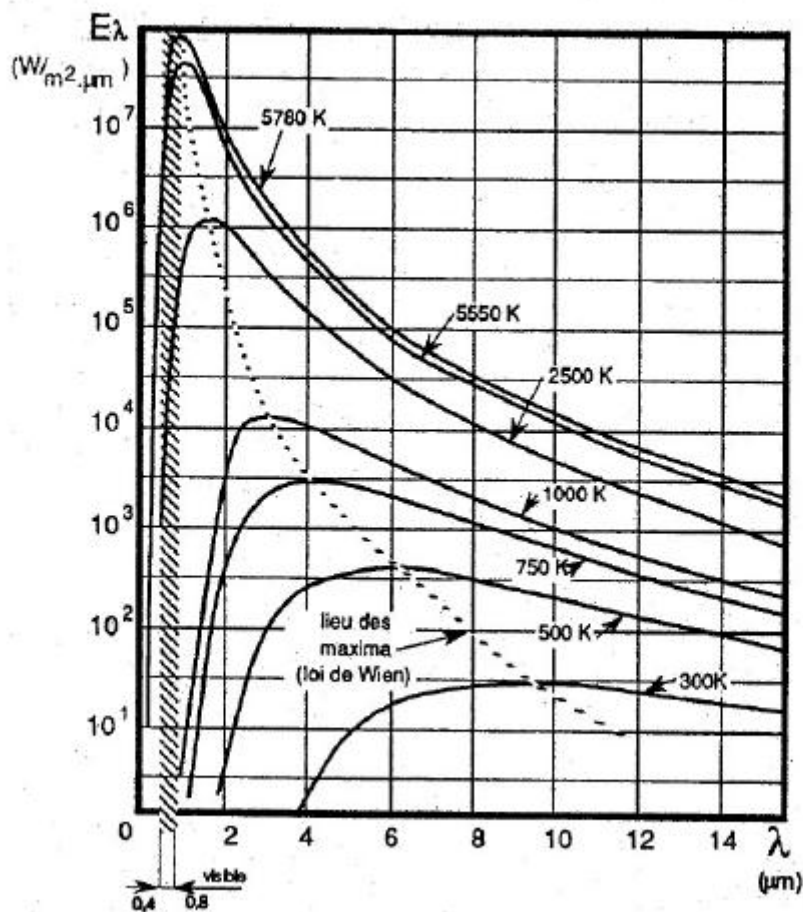


Figure 2-4 : Emissance du corps en fonction de sa température absolue [1].

### 3.3. Loi de PLANCK

Cette loi relie l'émittance monochromatique du corps noir,  $M_{\lambda}^0$  à la longueur d'onde  $\lambda$  et à sa température absolue T.

Elle s'exprime sous la forme [1] [6] :

$$M_{\lambda}^0 = \frac{2.\pi.h.c.\lambda^{-5}}{\exp\left(\frac{h.c}{k.\lambda.T}\right) - 1} \quad (2.15)$$

Avec :

h: la constante de PLANCK,  $h=6,6255.10^{-34}[J.s]$ .

k : la constante de BOLTZMANN,  $k=1,380510^{-23}[J.K^{-1}]$ .

C : la vitesse des ondes électromagnétiques dans le milieu où se propage le rayonnement.

$C = \frac{c_0}{n}$ , avec n = indice de réfraction du milieu,  $C_0 = 2,9979.10^8 m.s^{-1}$

Lorsque le rayonnement se propage dans un milieu dont l'indice de réfraction n est égal à l'unité, on première approximation, la loi de PLANCK s'exprime sous la forme suivante, qui est celle que l'on utilise dans la pratique courante [1] :

$$M_{\lambda}^0 = \frac{C_1 \lambda^{-5}}{\frac{C_2}{e\lambda T} - 1} \quad (2.16)$$

$C_1$  et  $C_2$  sont deux constantes physiques.

La figure 2.4 donne une représentation de la loi de PLANCK. A chaque température T correspond une courbe ayant un maximum situé à une valeur  $\lambda_m$  de la longueur d'onde variable avec T. Ces courbes présentent une dissymétrie très prononcée : leur croissance avec  $\lambda$  est beaucoup plus rapide que leur décroissance.

Pour des courtes longueurs d'onde ( $\lambda < 5\mu m$ ) la formule de PLANCK devient :

$$M_{\lambda}^0 = C_1.\lambda^{-5}.\exp\left(\frac{-C_2}{\lambda.T}\right) \quad (2.17)$$

Avec :

$$C_1 = 3,741.10^{-16} w.m^{-2}$$

$$C_2 = 0,014388 m.k$$

### 3.4. Lois de WIEN

Deux lois fournissent respectivement l'abscisse et l'ordonnée du maximum d'émittance monochromatique du corps noir pour chaque température [1] [6].

#### 3.4.1. Première loi de WIEN ou loi de déplacement

L'abscisse  $\lambda_m$  du maximum de  $M_{\lambda}^0$  figure (2-4) se déplace vers les courtes longueurs d'ondes lorsque la température croit. C'est ce qu'exprime la loi de déplacement de Wien [1] [6]:

$$\lambda_m \cdot T = 2898 \text{ } \mu\text{m.k.} \quad (2.18)$$

#### 3.4.2. Deuxième loi de WIEN

Cette loi donne les valeurs maximales de l'émittance monochromatique  $M_{\lambda_m}^0$  en fonction de la température T, elle se traduit par la formule suivante [1] [6]:

$$M_{\lambda_m}^0 = B.T^5 \quad (2.19)$$

Avec :

B est une constante égale à  $1,287.10^{-5} \text{ w.m}^{-3}.\text{k}^{-5}$

### 3.5. Loi de STEFAN-BOLTZMANN

Cette loi fournit l'émittance totale du rayonnement du corps noir dans le vide en fonction de sa température absolue :[1]

$$M^0 = \sigma.T^4 \quad (2.21)$$

Avec :

$\sigma$  est la constante de STEFAN-BOLTZMANN

### 3.6. Emissivité d'un corps réel

L'étude de l'intensité du rayonnement émis par un corps réel, se fait par comparaison au corps noir placé dans les mêmes conditions de température et de longueur d'onde. Le rapport entre l'émittance du corps réel et celle du corps noir définit l'émissivité. On écrit alors [1] :

$$\varepsilon = \frac{M}{M^0} \quad (2.21)$$

$$\varepsilon_\lambda = \frac{M_\lambda}{M_\lambda^0} \quad (2.22)$$

Avec :

M : émittance totale.

$M_\lambda$  : émittance monochromatique.

Si de plus cette émissivité est fonction de la direction d'émission on dit qu'elle est directionnelle si non hémisphérique [1].

### 3.7. Corps gris

Un corps gris est un corps dont le pouvoir absorbant  $\alpha_{\lambda T}$  est indépendant de la longueur d'onde  $\lambda$  du rayonnement qu'il reçoit. Il est défini par [5] :  $\alpha_{\lambda T} = \alpha_T$

En général, on considère les corps solides comme des corps gris par intervalle et on utilise un pouvoir absorbant moyen vis-à-vis du rayonnement émis pour  $\lambda 3\mu m$  (rayonnement émis par des corps à haute température comme le soleil) et un pouvoir absorbant moyen vis-à-vis du rayonnement émis pour  $\lambda 3\mu m$  (rayonnement émis par les corps à faible température: atmosphère, absorbeur solaire,...).

### 3.8. Réception du rayonnement par un corps : coefficients d'absorption, réflexion et transmission

Le rayonnement incident sur une surface d'un corps peut être réfléchi, transmis ou absorbé par celle-ci. Cependant on peut rencontrer les trois modes sur un même récepteur de ces radiations.[1] [6]

On écrit alors :

$$\rho + \tau + \alpha = 1 \quad (2.23)$$

Avec :

$$\rho = \frac{\phi_r}{\phi_i} \quad (2.24)$$

$$\tau = \frac{\phi_t}{\phi_i} \quad (2.25)$$

$$\alpha = \frac{\phi_a}{\phi_i} \quad (2.26)$$

$\rho$ : Coefficient de réflexion.

$\tau$ : Coefficient de transmission.

$\alpha$ : Coefficient d'absorption.

$\phi_a$ ,  $\phi_t$ ,  $\phi_r$  et  $\phi_i$  définissent, respectivement le flux absorbé, transmis, réfléchi et incident.

S'il s'agit d'un rayonnement incident monochromatique on écrit [1]:

$$\rho_\lambda + \tau_\lambda + \alpha_\lambda = 1 \quad (2.27)$$

### 3.9. Loi de Kirchhoff : relation entre absorption et émission

On admettra (sans démonstration) que pour  $\lambda$  donné, T donnée, et une direction donnée, l'émissivité et l'absorptivité monochromatique directionnelle sont égales [1] :

$$\varepsilon_{ox,\lambda} = \alpha_{ox,\lambda} \quad (2.28)$$

La loi de Kirchhoff énonce donc qu'un corps, à température, longueur d'onde et direction données, rayonne d'autant plus qu'il absorbe plus [1] :

- Pour un corps gris on aura :  $\varepsilon_\lambda = \varepsilon = \alpha_\lambda$
- Pour un corps noir on aura :  $\varepsilon = \alpha = 1$

L'émissivité des corps naturels dépend de leur nature physico-chimique, de leur état de surface et varie aussi avec T. La mesure de l'émissivité est difficile même en laboratoire, et on doit se contenter d'une précision souvent médiocre sur la valeur de  $\varepsilon$ .

## 4. Flux radiatif échangé entre deux surfaces

Considérons deux surfaces noires  $S_1$  et  $S_2$  dans une position quelconque. Soit  $d^2\phi_{1-2}$  le flux élémentaire[7] :

- émis par l'élément de surface  $dS_1$ .
- reçu par l'élément de surface  $dS_2$ .

Le flux total émis par la surface (1) est :

$$\phi_1^0 = M_1^0 S_1 = \sigma T_1^4 S_1 \quad (2.29)$$

Le flux émis par l'élément de surface  $dS_1$  et intercepté par l'élément de surface  $dS_2$  a pour expression[7] :

$$d^2\phi_{1-2} = L_1^0 \frac{dS_1 \cos(\theta_1) \cos(\theta_2)}{d^2} \quad (2.30)$$

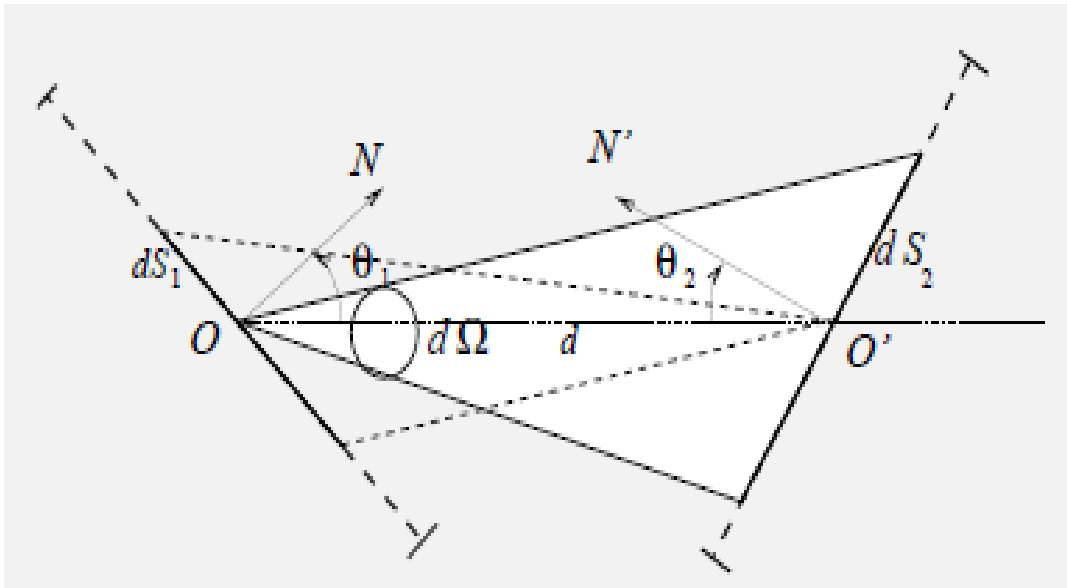


Figure 2-5 : Echange radiatif entre deux surfaces.

$$d^2\phi_{1-2} = \frac{\sigma T_1^4}{\pi} \frac{dS_1 dS_2 \cos(\theta_1) \cos(\theta_2)}{d^2} \quad (2.31)$$

Symétriquement, le flux total émis par la surface (2) est :

$$\phi_2^0 = M_2^0 S_2 = \sigma T_2^4 S_2 \quad (2.32)$$

Le flux émis par l'élément de surface  $dS_2$  et intercepté par l'élément de surface  $dS_1$  a pour expression [7] :

$$d^2\phi_{2\rightarrow 1} = L_2^1 \frac{dS_1 dS_2 \cos(\theta_1) \cos(\theta_2)}{d^2} \quad (2.33)$$

$$d^2\phi_{2\rightarrow 1} = \frac{\sigma T_2^4}{\pi} \frac{dS_1 dS_2 \cos(\theta_1) \cos(\theta_2)}{d^2} \quad (2.34)$$

Par intégration sur les surfaces  $S_1$  et  $S_2$  les flux échangés ont pour expression [7] :

$$\phi_{1\rightarrow 2} = \frac{\sigma T_1^4}{\pi} \int_{S_1} \int_{S_2} \frac{dS_1 dS_2 \cos(\theta_1) \cos(\theta_2)}{d^2} \quad (2.35)$$

$$\phi_{2\rightarrow 1} = \frac{\sigma T_2^4}{\pi} \int_{S_1} \int_{S_2} \frac{dS_1 dS_2 \cos(\theta_1) \cos(\theta_2)}{d^2} \quad (2.36)$$

Faisant ainsi apparaître le facteur de forme  $F_{1-2}$  :

$$F_{1-2} = \frac{1}{S_1} \int_{S_1} \int_{S_2} \frac{dS_1 dS_2 \cos(\theta_1) \cos(\theta_2)}{\pi \cdot d^2} \quad (2.37)$$

L'échange radiatif entre deux surfaces ou plusieurs surfaces dépend fortement de la géométrie des surfaces et leur orientation, ainsi que de leur température et propriétés radiatives.

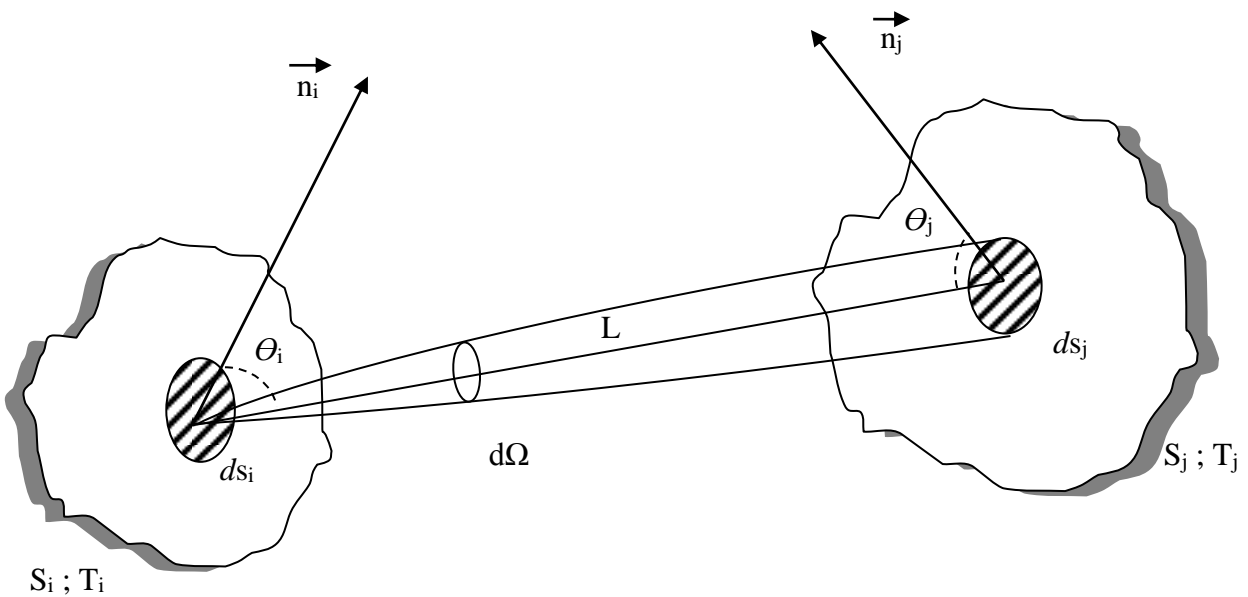
**1. Définition du facteur de forme :**

Pour tenir compte des effets d'orientation sur le transfert thermique par radiation entre deux ou plusieurs surfaces, nous allons définir un nouveau paramètre appelé facteur de forme, qui est une quantité purement géométrique indépendante des propriétés de surfaces et de sa température [8].

Le facteur de forme d'une surface (i) à une surface (j) est note  $F_{ij}$ , il est défini comme suit[8] :

Fraction de radiation quittant la surface (i), qui est interceptée par la surface (j),  $0 \leq F_{ij} \leq 1$ .

Pour développer une expression générale du facteur de forme, considérons la surface  $S_i$  et  $S_j$  (Orientées arbitrairement). La distance entre deux éléments de surface  $dS_i$  et  $dS_j$  est L et les angles entre les normales et la ligne qui joint  $dS_i$  et  $dS_j$  sont  $\theta_i$  et  $\theta_j$ .



**Figure 3.1:** Echange radiative entre deux surfaces  $S_i$  et  $S_j$

L'expression du facteur de forme [8] :

$$F_{ij} = \frac{1}{S_i} \int_{S_i} \int_{S_j} \frac{\cos(\theta_i) \cos(\theta_j) dS_i \cdot dS_j}{\pi \cdot L^2} \tag{3.1}$$

$$F_{ji} = \frac{1}{S_j} \int_{S_j} \int_{S_i} \frac{\cos(\theta_i) \cos(\theta_j) dS_i \cdot dS_j}{\pi \cdot L^2} \tag{3.2}$$

Remarque : cette relation confirme que le facteur de forme entre deux surfaces dépend de leur orientation relative et de la distance qui les sépare.

## 2. Relations du facteur de forme :

### 2.1. Relation de réciprocité :

En multipliant l'équation (3.1) par  $S_i$  et l'équation (3.2) par  $S_j$  on obtient [8]:

$$S_i \cdot F_{ij} = S_j \cdot F_{ji} \quad (3.3)$$

Cette relation permet de calculer un des facteurs de forme connaissant l'autre.

### 2.2. Relation de sommation :

Dans l'analyse du rayonnement au niveau d'une surface, on doit normalement tenir compte de toutes les radiations, qui arrivent ou quittent la surface dans toutes les directions. En effet, la plupart des problèmes de rayonnement rencontrés en pratique font intervenir des espaces fermés. En formulant un problème de rayonnement souvent, on forme des enceintes constituées de surfaces qui interagissent radiativement [8].

Le principe de conservation de l'énergie, nécessite que le rayonnement total quittant n'importe quelle surface (i) d'une enceinte fermée, doive être intercepté par les surfaces de l'enceinte :

$$\sum_{j=1}^N F_{ij} = 1 \quad (3.4)$$

N : le nombre de surface dans l'enceinte y compris la surface (i).

La règle de sommation peut être appliquée à chaque surface de l'enceinte.

### 2.3. Symétrie :

La détermination des facteurs de forme peut être simplifiée, si la géométrie du problème étudié présente une symétrie quelconque [8].

$F_{ij} = F_{ik}$  : Les surfaces (j) et (k) sont symétriques par rapport à la surface (i).

On utilisant la relation de réciprocité, on trouve :  $F_{ji} = F_{ki}$

### 3. Méthode d'évaluation des facteurs de forme.

L'évaluation d'un facteur de forme se ramène, dans le cas général, au calcul d'une intégrale de surface, ce qui ne présente pas de difficulté majeure, surtout si l'on procède numériquement, mais peut être long. Heureusement dans la pratique il n'est jamais nécessaire de calculer directement tous les facteurs de forme d'un système radiatif [1].

En effet, il est souvent possible, à condition d'avoir présente à l'esprit la signification physique de ces facteurs, de trouver immédiatement certains d'entre eux, à partir de considérations simples de géométrie [1].

D'autre part il existe des ouvrages fournissant des abaques, ou des tables de facteur de forme d'un très grand nombre de configurations courantes, dans lesquelles on a des chances de trouver au moins quelques-uns des facteurs de forme du système étudié. On déduira alors les autres par application des relations algébriques entre facteurs de forme [1].

### 4. Evaluation immédiates de facteur de forme pour des cas simples

#### 4.1. Surfaces parallèles infinies :

Deux surfaces parallèles de grandes dimensions par rapport à leur distance : plans parallèles, sphères concentriques, cylindres coaxiaux très longs. Les surfaces sont alors dites en influence totale (tout le flux issu de l'une atteint l'autre). Dans ce cas [1] :

$$F_{1-2} = F_{2-1} = 1 \quad (3.5)$$

#### 4.2. Demi-sphère ou demi-cylindre infinies :

Demi-sphère ou demi-cylindre très long, par rapport à leur plan de base  $S_1$ . Là encore tout le flux émis par  $S_1$  atteint  $S_2$ . dans ce cas [1] :

$$F_{1-2} = 1 \quad (3.6)$$

$$F_{2-1} = \frac{S_1}{S_2} \quad (3.7)$$

Pour établir la dernière relation on a utilisé la réciprocité [1]:

$$S_1 F_{1-2} = S_2 F_{2-1} \quad (3.8)$$

Dans le cas de la demi-sphère [1] :

$$F_{2-1} = \frac{1}{2} \quad (3.9)$$

Tandis que pour le demi-cylindre très long [1] :

$$F_{2-1} = \frac{2}{\pi} \quad (3.10)$$

### 4.3. Surface convexe-concave :

Pour toute surface convexe  $S_1$  située à l'intérieur d'une surface concave  $S_2$ , tout le rayonnement issu de  $S_1$  atteint  $S_2$ , donc là encore [1] :

$$F_{1-2} = 1 \text{ Et } F_{2-1} = \frac{S_1}{S_2}$$

Ce qui, dans le cas de deux sphères concentriques,  $S_1$  étant la plus petite, donne [1] :

$$F_{2-1} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \quad (3.11)$$

$$F_{2-2} = 1 - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \quad (3.12)$$

Dans le cas de deux cylindres coaxiaux infiniment longs ( $S_1$  à l'intérieur), on obtient [1] :

$$F_{2-1} = \frac{R_1}{R_2} \quad (3.13)$$

$$F_{2-2} = \frac{1 - R_1}{R_2} \quad (3.14)$$

### 5. Evaluation du facteur de forme des surfaces quelconque :

Le calcul analytique de  $F_{ij}$  est possible dans de nombreux cas pratiques et lorsque ce calcul est mal aisé on peut avoir recours à des méthodes numériques (dont la méthode de Monte-Carlo).

Cependant quelques facteurs de forme ( $F_{ij}$ ) peuvent être tirés de formulaires ou de graphes.

Dans ce présent paragraphe, nous rapportons quelques expressions complexes reportées dans la littérature.

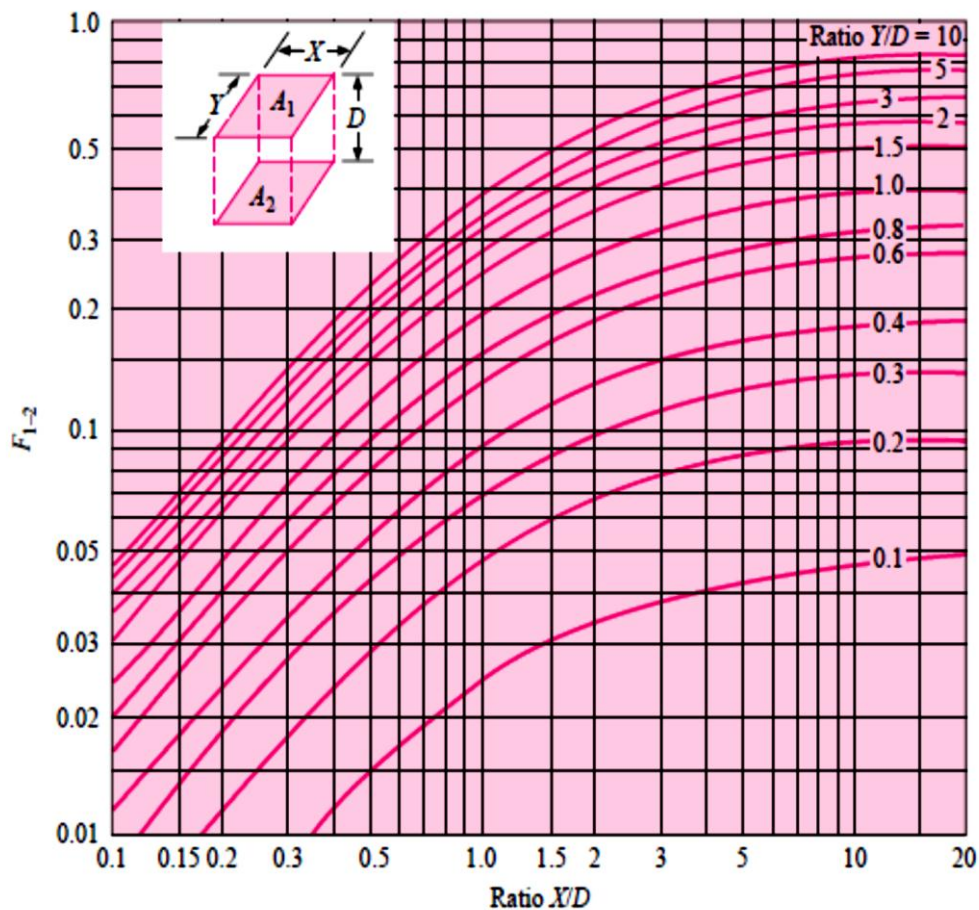
**5.1. Cas de deux rectangles parallèles égaux :**

La fraction de flux qui quittant la surface  $A_1$  et atteignent la surface  $A_2$  (voir figure 3.2)  $F_{1-2}$  est donnée par la relation suivante [9] :

$$F_{1-2} = \left( \frac{2}{\pi xy} \right) \left\{ \ln \left[ \frac{(1+x^2)(1+y^2)}{(1+x^2+y^2)} \right]^{\frac{1}{2}} + x(1+y^2)^{\frac{1}{2}} \tan^{-1} \left[ \frac{x}{(1+y^2)^{\frac{1}{2}}} \right] \right. \\ \left. + y(1+x^2)^{\frac{1}{2}} \tan^{-1} \left[ \frac{y}{(1+x^2)^{\frac{1}{2}}} \right] - x \tan^{-1} x - y \tan^{-1} y \right\} \quad (3.15)$$

Où :  $x=X/D$  et  $y=Y/D$

La représentation graphique du facteur  $F_{1-2}$  est montrée sur la figure 3.2.



**Figure 3.2 :** Facteur de forme  $F_{1-2}$  en fonction du  $\frac{X}{D}$  d'après HOLMAN [9].

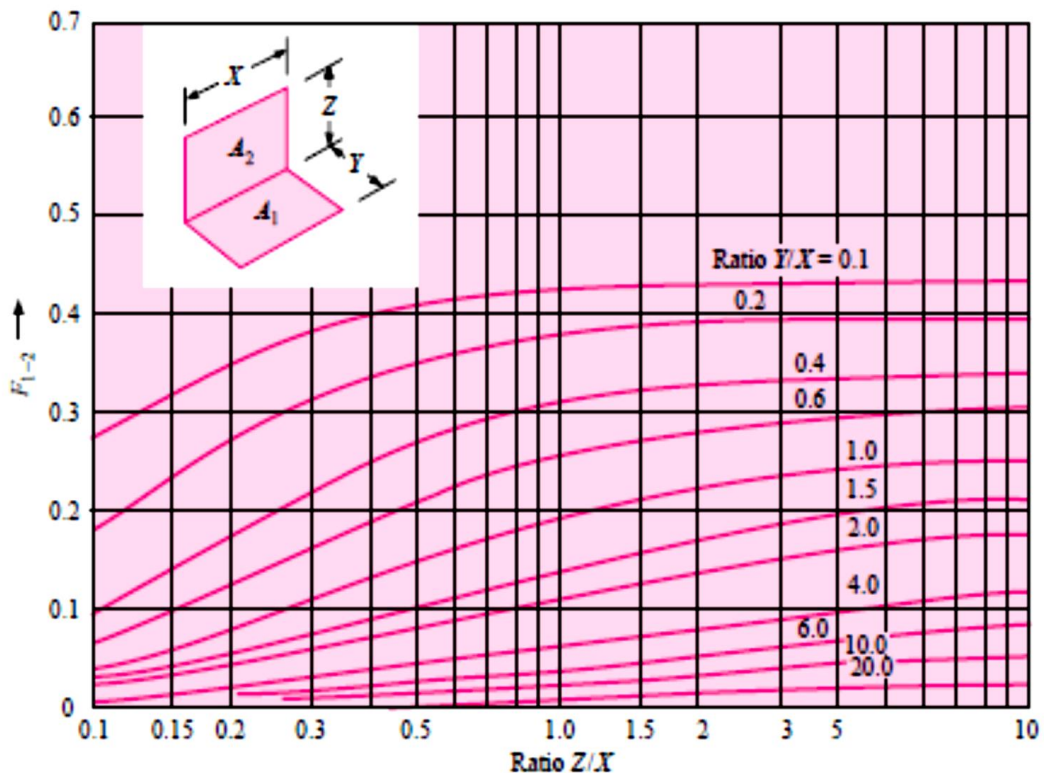
**5.2. Cas de deux rectangles perpendiculaires ayant une arête commune :**

Dans le cas de deux rectangles perpendiculaires (voir figure 3.3) le facteur de forme  $F_{1-2}$  est donné par [9] :

$$\begin{aligned}
 F_{1-2} = & \left(\frac{1}{\pi W}\right)\left(W \tan^{-1}\left(\frac{1}{W}\right) + H \tan^{-1}\left(\frac{1}{H}\right) - \right. \\
 & (H^2 + W^2)^{\frac{1}{2}} \tan^{-1}\left[\frac{1}{(H^2 + W^2)^{\frac{1}{2}}}\right] + \left.\left(\frac{1}{4}\right) \ln\left[\frac{(1+W^2)(1+H^2)}{(1+W^2+H^2)}\right]\right) \\
 & \times \left[\frac{W^2(1+W^2+H^2)}{(1+W^2)(W^2+H^2)}\right]^{W^2} \times \left[\frac{H^2(1+H^2+W^2)}{(1+H^2)(H^2+W^2)}\right]^{H^2} \quad (3.16)
 \end{aligned}$$

Où :  $H=Z/X$  ;  $W=Y/X$

La représentation graphique de ce facteur de forme est montrée sur la figure 3.3 rapportée par HOLMAN [9]



**Figure 3.3:** Facteur de forme  $F_{1-2}$  en fonction du rapport  $\frac{Z}{X}$  d'après HOLMAN [9].

### 5.3. Cas de deux rectangles faisant un angle $\theta$ :

Dans le cas de deux rectangles perpendiculaires faisant un angle  $\theta$  ( voir figure 3.4) le facteur de forme  $F_{12}$  est donné par [10] :

$$\begin{aligned}
\pi Y F_{1-2} = & -\frac{\sin 2\theta}{4} [XY \sin \theta + (\frac{\pi}{2} - \theta)(X^2 + Y^2)] \\
& + Y^2 \text{Arctg} \left( \frac{X - Y \cos \theta}{Y \sin \theta} \right) + X^2 \text{Arctg} \left( \frac{Y - X \cos \theta}{X \sin \theta} \right) \\
& + \frac{\sin^2 \theta}{4} \left\{ \left( \frac{2}{\sin^2 \theta} - 1 \right) \ln \left[ \frac{(1 + X^2)(1 + Y^2)}{1 + Z} \right] + \right. \\
& \left. Y^2 \ln \left[ \frac{Y^2(1 + Z)}{Z(1 + Y^2)} \right] + X^2 \ln \left[ \frac{X^2(1 + X^2)^{\cos 2\theta}}{Z(1 + Z)^{\cos 2\theta}} \right] \right\} \\
& + Y \text{Arctg} \left( \frac{1}{Y} \right) + X \text{Arctg} \left( \frac{1}{X} \right) - \sqrt{Z} \text{Arctg} \left( \frac{1}{\sqrt{Z}} \right) \\
& + \frac{\sin \theta \sin 2\theta}{2} X \sqrt{1 + X^2 \sin^2 \theta} \left[ \text{Arctg} \left( \frac{X \cos \theta}{\sqrt{1 + X^2 \sin^2 \theta}} \right) \right. \\
& \left. + \text{Arctg} \left( \frac{Y - X \cos \theta}{\sqrt{1 + X^2 \sin^2 \theta}} \right) \right] + \cos \theta \int_0^Y \sqrt{1 + \eta^2 \sin^2 \theta} \\
& \times \left[ \text{Arctag} \left( \frac{X - \eta \cos \theta}{\sqrt{1 + \eta^2 \sin^2 \theta}} \right) + \text{Arctag} \left( \frac{\eta \cos \theta}{\sqrt{1 + \eta^2 \sin^2 \theta}} \right) \right] d\eta
\end{aligned} \tag{3.17}$$

$$\text{Avec : } X = \frac{a_2}{b} \quad ; \quad Y = \frac{a_1}{b} \quad ; \quad Z = X^2 + Y^2 - 2XY \cos \theta$$

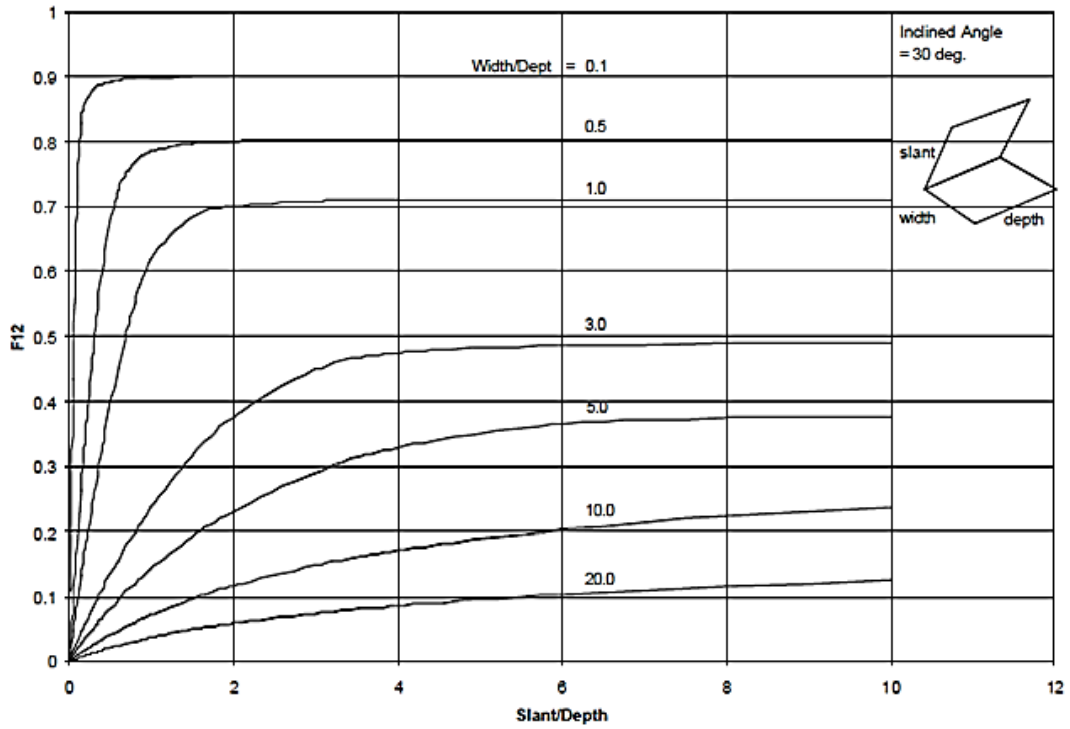


Figure 3.4 : Facteur de forme  $F_{1-2}$  en fonction du rapport  $\frac{a_2}{b}$  d'après YEH [10].

**5.4. Cas de deux disques coaxiaux parallèles et égaux :**

Dans le cas de deux disques coaxiaux parallèles et égaux figure 3.5 et figure 3.6, le facteur de forme  $F_{12}$  est donné par [9] :

$$F_{1-2} = \frac{[X - (X^2 - 4)^{\frac{1}{2}}]}{2} \tag{3.18}$$

Où :  $R = \frac{d}{2x}$  ,  $X = \frac{(2R^2 + 1)}{R^2}$

La représentation graphique du facteur de forme  $F_{12}$  est montrée sur les figures 3.5 et 3.6.

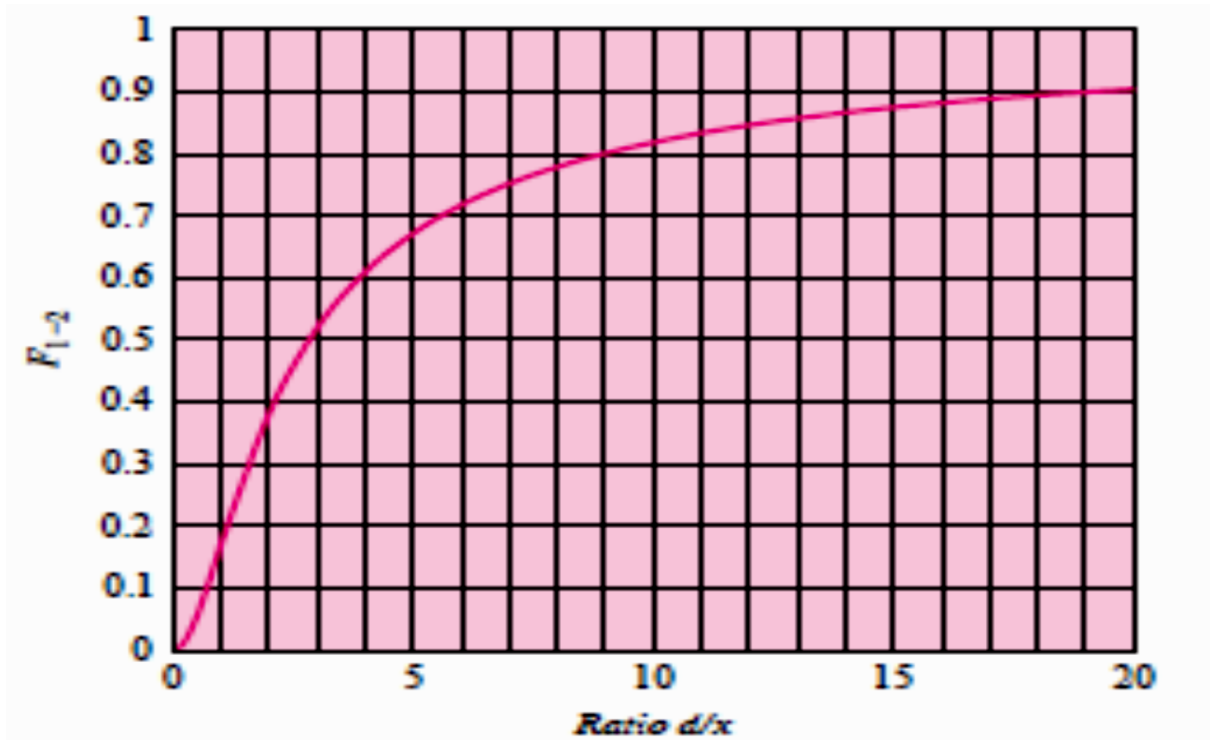


Figure 3.5 : Facteur de forme  $F_{1-2}$  en fonction du rapport  $\frac{d}{x}$  d'après HOLMAN [9].

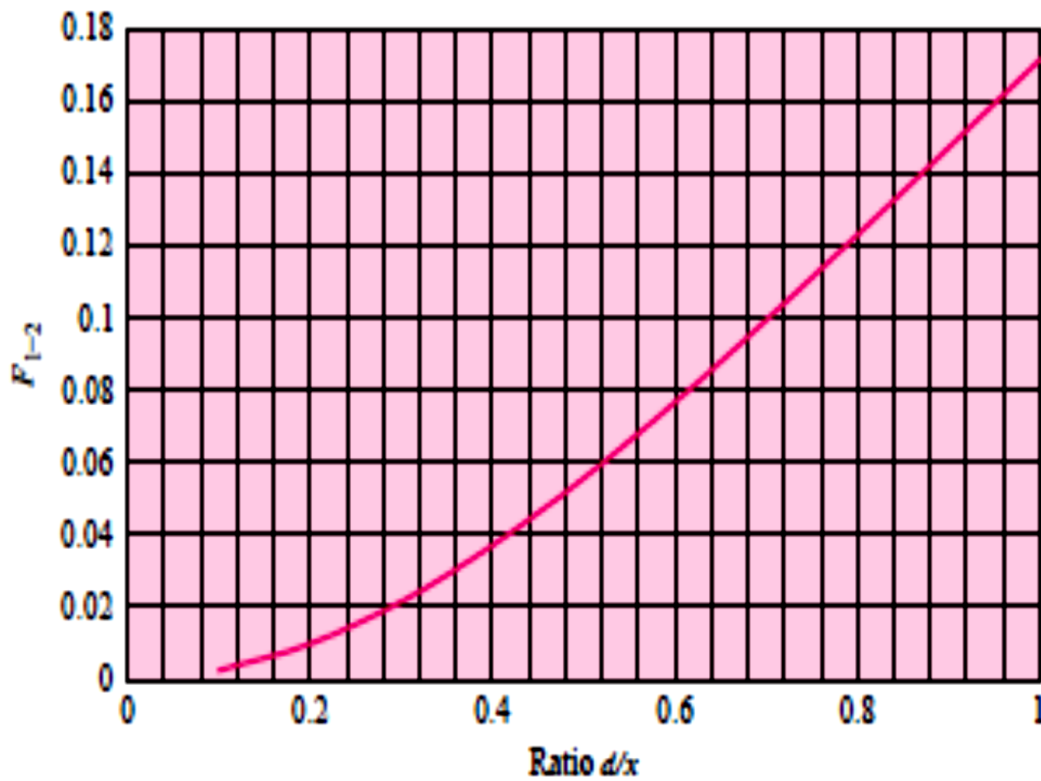


Figure 3.6: Facteur de forme  $F_{1-2}$  en fonction du rapport  $\frac{d}{x}$  d'après HOLMAN [9].

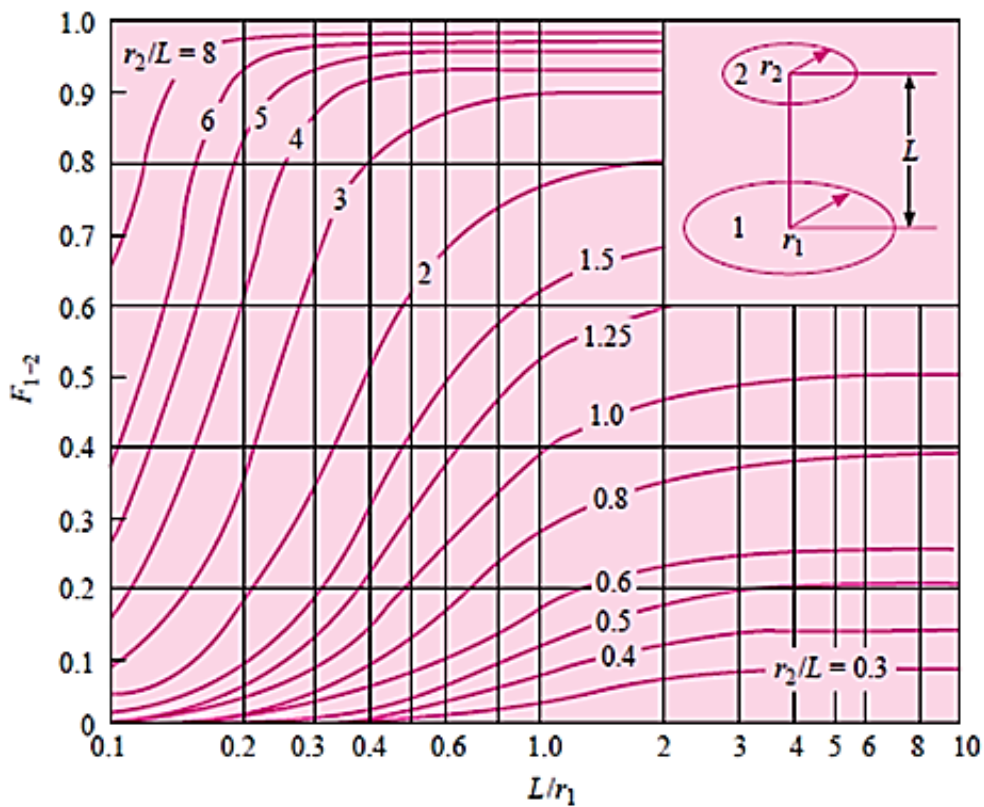
**5.5. Cas de deux disques coaxiaux parallèles :**

Dans le cas de deux disques coaxiaux parallèles figure 3.7, le facteur de forme est donné par [9] :

$$F_{1-2} = \left\{ \frac{X - [X^2 - (\frac{R_1}{R_2})^2]^{\frac{1}{2}}}{2} \right\} \tag{3.19}$$

Avec :

$$R_1 = \frac{r_1}{L} \quad ; \quad R_2 = \frac{r_2}{L} \quad ; \quad X = 1 + \frac{(1 + R_2^2)}{R_1^2}$$

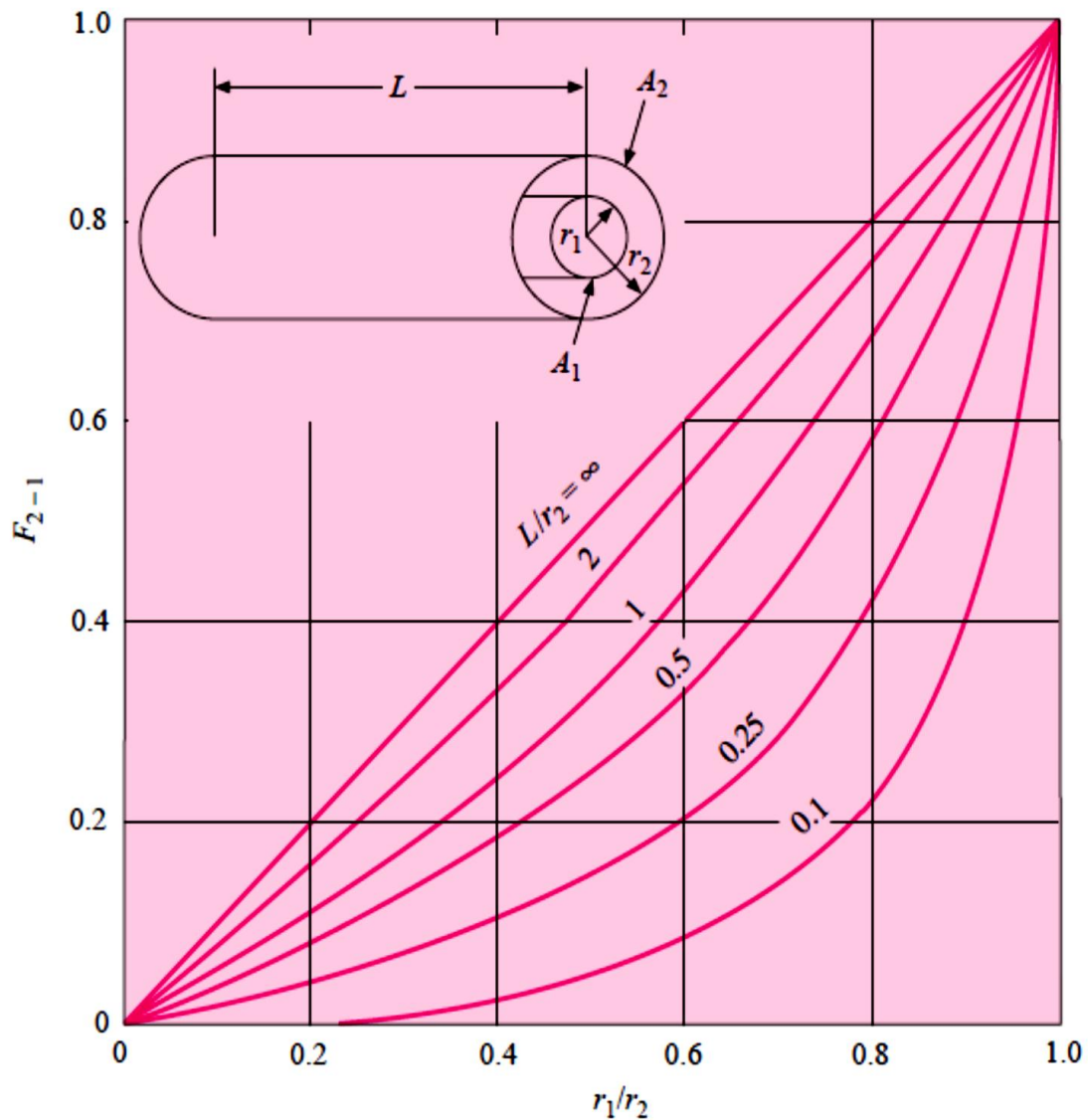


**Figure 3.7:** Facteur de forme  $F_{1-2}$  en fonction du rapport  $\frac{L}{r_1}$  d'après HOLMAN [9].

**5.6. Cas de deux cylindres concentriques de longueur finis :**

Dans le cas de deux cylindres concentriques de longueur finis figure 3.8 et figure 3.9, les facteurs de formes  $F_{2-1}$  et  $F_{2-2}$  sont donnés par :

$$F_{2-1} = \left(\frac{1}{X}\right) - \left(\frac{1}{\pi X}\right) \left\{ \cos^{-1}\left(\frac{B}{A}\right) - \left(\frac{1}{2Y}\right) [(A^2 + 4A - 4X^2 + 4)^{\frac{1}{2}} \cos^{-1}\left(\frac{B}{XA}\right) + B \sin^{-1}\left(\frac{1}{X}\right) - \frac{\pi A}{2}] \right\} \quad (3.20)$$



**Figure 3.8 :** Facteur de forme  $F_{2-1}$  en fonction du rapport  $\frac{r_1}{r_2}$  d'après HOLMAN [9].

$$\begin{aligned}
 F_{2-2} = & 1 - \left(\frac{1}{X}\right) + \left(\frac{2}{\pi X}\right) \tan^{-1} \left[ \frac{2(X^2 - 1)^{\frac{1}{2}}}{Y} \right] \\
 & - \left(\frac{Y}{2\pi X}\right) \left[ \frac{\sqrt{(4X^2 + Y^2)}}{Y} \right] \sin^{-1} \left\{ \frac{[4(X^2 + (\frac{Y}{X})^2(X^2 - 2))]}{[Y^2 + 4(X^2 - 1)]} \right\} \\
 & - \sin^{-1} \left[ \frac{(X^2 - 2)}{X^2} \right] + \left(\frac{\pi}{2}\right) \left[ \frac{(4X^2 + Y^2)^{\frac{1}{2}}}{Y - 1} \right]
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

Avec :  $X = \frac{r_2}{r_1}$  ;  $X = \frac{L}{r_1}$  ;  $A = X^2 + Y^2 - 1$  ;  $B = Y^2 - X^2 + 1$

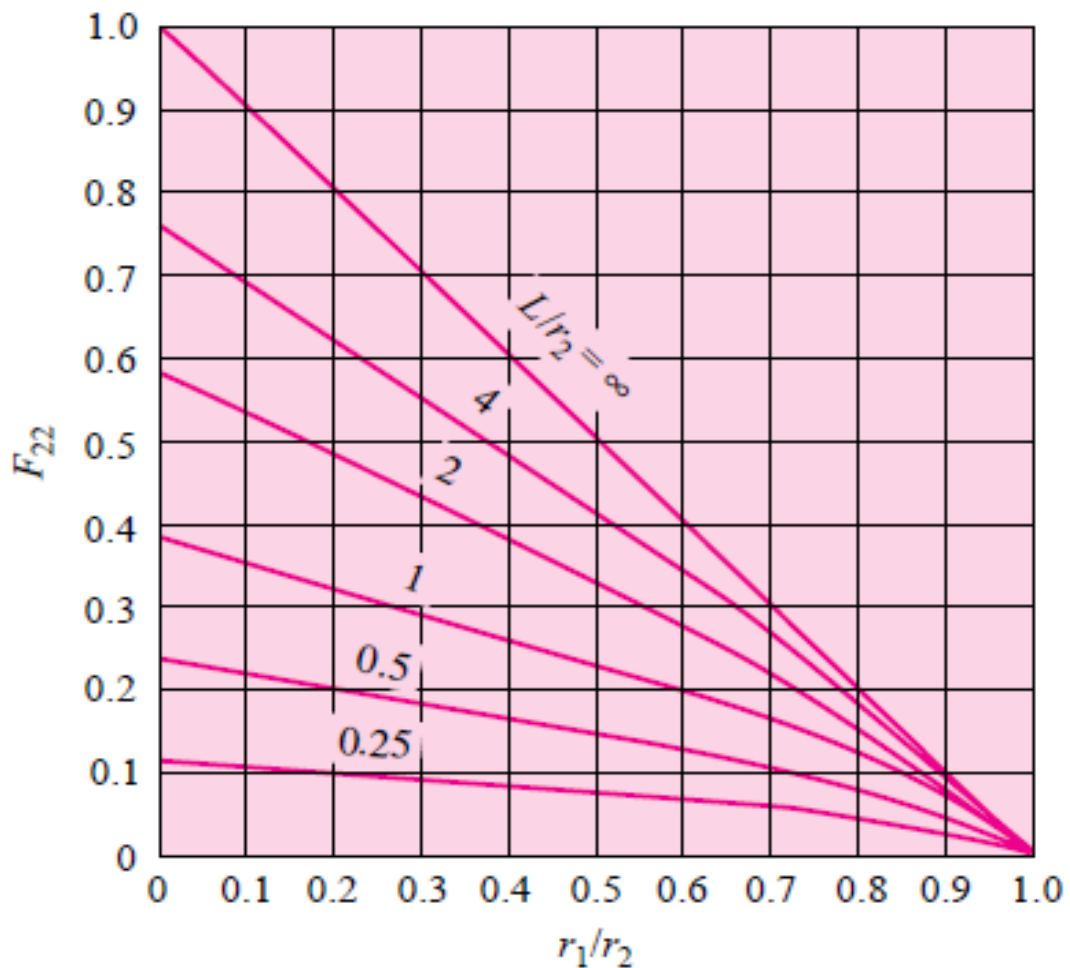


Figure 3.9 : Facteur de forme  $F_{2-2}$  en fonction du rapport  $\frac{r_1}{r_2}$  d'après HOLMAN [9].

## 1. Description de l'organigramme

Afin de faciliter le calcul numérique des facteurs de forme dans le transfert de chaleur par rayonnement, un programme informatique FORTRAN a été mis au point. En comparaison avec la méthode traditionnelle qui consiste à rechercher des valeurs numériques à partir des diagrammes.

Lors de l'étude du transfert de chaleur par rayonnement, les quantités de chaleur transférées entre deux surfaces finies sont déterminées par l'évaluation du facteur de forme géométrique ou facteur de forme. Un facteur de forme est une mesure directe de l'échange de chaleur, ou d'énergie entre deux surfaces. Ces dernières peuvent avoir la forme d'un rectangle, d'un cercle, aussi d'un cylindre, ou toute autre configurations géométriques de base. Les surfaces peuvent être placées en parallèle, perpendiculaire, ou en s'inclinant l'une par rapport à l'autre selon un angle spécifié. Le facteur de forme est déterminé en évaluant l'échange d'énergie thermique entre les éléments de surface différentielle de chaque surface, puis en réalisent une intégration double simultanée sur les deux surfaces.

Pour de nombreuses combinaisons de forme géométriques, les expressions mathématiques des facteurs de forme sont compliquées et longues. C'est la raison pour laquelle, dans la pratique, elles sont traditionnellement représentées sous formes d'abaques, avec des valeurs paramétriques appropriées à partir d'une famille de courbes.

La précision de la lecture d'une valeur numérique à partir de ces diagrammes est généralement très limitée à environ deux chiffres.

De plus, chaque fois que les dimensions géométriques sont modifiées, de nouvelles valeurs de facteur de forme doivent être obtenues à partir de ces diagrammes. D'ou l'intérêt de notre travail de réaliser un ensemble de routines ou sous-routines rédigées en langage fortran permettant le calcul de ces facteurs de forme de façon plus précises et plus rapides.

Le programme informatique développé dans la présente étude peut être utilisé pour évaluer les facteurs de formes suivants :

- Entre deux rectangles.
- Entre deux rectangles perpendiculaires ayant une arête commune.
- Entre deux disques coaxiaux parallèles.
- Entre deux cylindres concentriques de longueur finie.

Le programme élaboré et composé d'un programme principal faisant appel à plusieurs sous-programmes selon le cas à étudier. Les principales subroutines, utilisées sont listées ci après et présentées sur l'organigramme :

-Subroutine RECT : évaluation des facteurs de formes entre deux rectangles parallèles et perpendiculaires

-Subroutine INCL : évaluation des facteurs de formes entre deux rectangles inclinés avec une arête commune.

-Subroutine DISK : évaluation des facteurs de formes entre deux disques coaxiaux parallèles.

-Subroutine CYLIND : évaluation des facteurs de formes entre deux cylindres concentriques de longueur finie.

L'organigramme simplifié du programme est donné sur la figure (4.1).

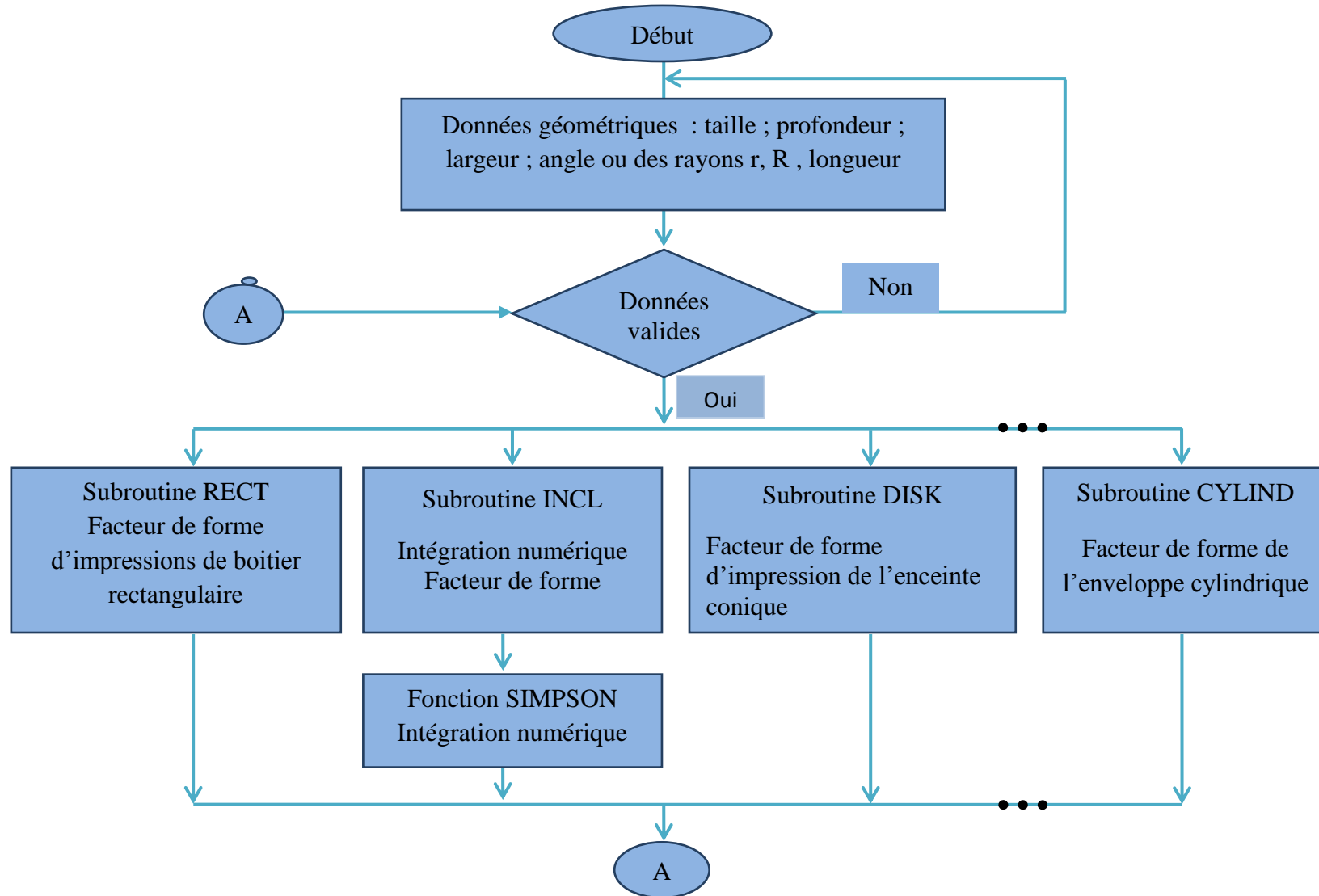


Figure 4.1 : Organigramme du programme élaboré

Le programme réalisé est une application en mode console. Les entrées sont introduites à l'aide du clavier et les sorties sont affichées à l'écran et stockées dans un fichier output d'unité 5. Les résultats obtenus sont exposés au chapitre 5.

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats obtenus par notre programme pour différents cas étudiés. Les résultats qui en découlent sont illustrés par des tableaux et des figures.

**1. Cas de deux rectangles parallèles et égaux :**

Les facteurs de forme calculés à l'aide de la relation (3.15) sont résumés dans le Tableau 5.1

pour différentes valeurs du rapport  $\frac{Y}{D}$  en fonction du rapport  $\frac{X}{D}$ . Voir figure 5.2.

**Tableau 5.1 :** Facteur de forme calculé pour le cas de deux rectangles parallèles égaux.

X/D	Y/D=0,1	0,2	0,3	0,4	0,6	0,8	1	1,5	2	3	5	10
0,1	0,0032	0,0063	0,0092	0,0121	0,0171	0,0214	0,0249	0,0312	0,0351	0,0397	0,0436	0,0467
0,15	0,0047	0,0094	0,0138	0,018	0,0256	0,032	0,0372	0,0466 <sup>2</sup>	0,0525	0,0593	0,0652	0,0698
0,2	0,0063	0,0124	0,0183	0,0239	0,034	0,0424	0,0494	0,0619	0,0697	0,0787	0,0865	0,0927
0,5	0,0147	0,0291	0,0431	0,0562	0,08	0,1001	0,1167	0,1464	0,1653	0,1869	0,2059	0,2208
1	0,0249	0,0494	0,0731	0,0955	0,1363	0,1709	0,1998	0,2523	0,2859	0,3247	0,3592	0,3864
1,5	0,0312	0,0619	0,0915	0,1198	0,1712	0,2153	0,2523	0,3201	0,364	0,4154	0,4613	0,4978
2	0,0351	0,0697	0,1032	0,1351	0,1934	0,2436	0,2859	0,364	0,4153	0,4756	0,5299	0,5734
3	0,0397	0,0787	0,1165	0,1527	0,2189	0,2761	0,3247	0,4154	0,4756	0,5474	0,613	0,666
5	0,0436	0,0865	0,1282	0,1681	0,2413	0,3049	0,3592	0,4613	0,5299	0,613	0,6902	0,7536
10	0,0467	0,0927	0,1374	0,1802	0,259	0,3276	0,3864	0,4978	0,5734	0,666	0,7536	0,827
20	0,0483	0,0959	0,1421	0,1864	0,2679	0,3392	0,4003	0,5164	0,5956	0,6933	0,7865	0,8656

Sur la figure 5.1, on remarque que le facteur de forme augmente avec le rapport  $\frac{X}{D}$  et se stabilise au-delà d'une valeur proche de 10.

Le facteur de forme croit avec le rapport  $\frac{Y}{D}$ . Pour comparaison de nos résultats, nous avons également représenté la figure rapportée par HOLMAN [10] dans les mêmes conditions. Nous remarquons que les résultats de notre programme concordent très bien.

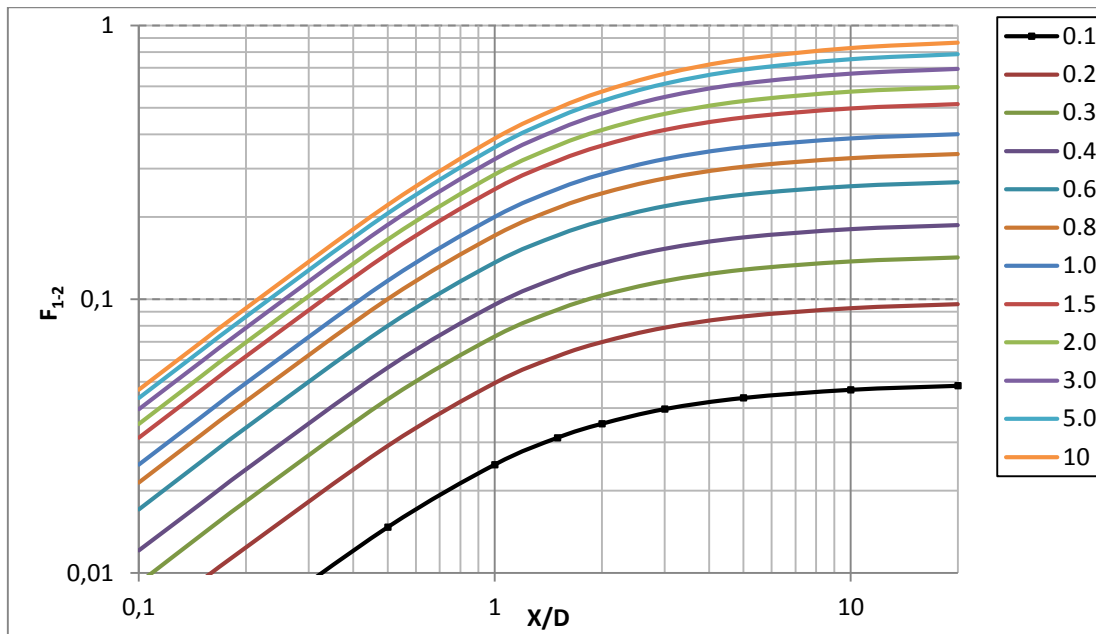


Figure 5.1 : Facteur de forme  $F_{1-2}$  calculé en fonction du  $\frac{X}{D}$  (rectangles parallèles égaux)

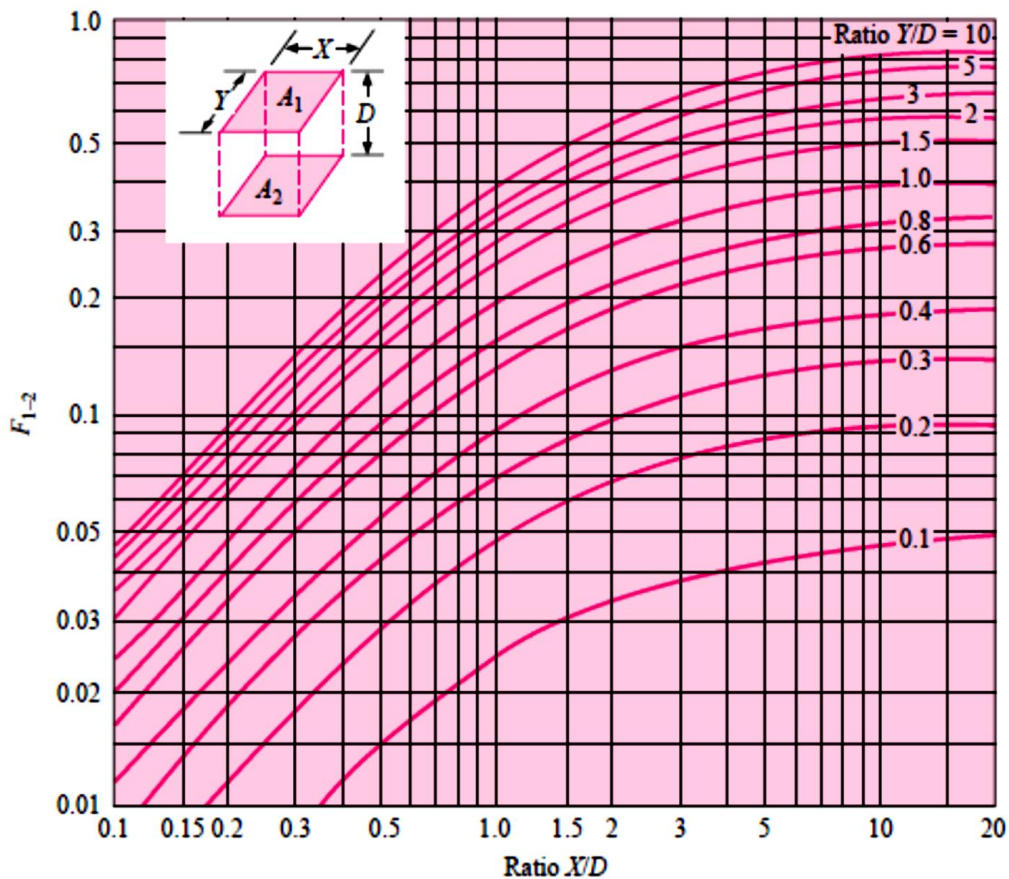


Figure 5.2: Facteur de forme  $F_{1-2}$  en fonction du  $\frac{X}{D}$  d'après HOLMAN [9].

## 2. Cas de deux rectangles perpendiculaires ayant une arête commune :

Les résultats obtenus à l'aide de l'équation (3.16) donnée au chapitre précédent sont résumés dans le tableau 5.2 ci-après.

**Tableau 5.2 :** Facteur de forme calculé pour le cas de deux rectangles perpendiculaires ayant une arête commune.

$z/x$	$y/x = 0,1$	0,2	0,4	0,6	1	1,5	2	4	6	10	20
0,1	0,2819	0,1811	0,1021	0,0705	0,0433	0,0291	0,0219	0,011	0,0073	0,0044	0,0022
0,15	0,3327	0,2339	0,1402	0,0986	0,0613	0,0414	0,0312	0,0157	0,0105	0,0063	0,0031
0,2	0,3622	0,271	0,1715	0,1229	0,0774	0,0526	0,0397	0,02	0,0133	0,008	0,004
0,3	0,3932	0,3171	0,2184	0,1624	0,1051	0,0722	0,0547	0,0277	0,0185	0,0111	0,0056
0,5	0,4174	0,3586	0,2724	0,2145	0,1462	0,1027	0,0787	0,0402	0,0269	0,0162	0,0081
1	0,4325	0,3872	0,3192	0,269	0,2	0,1482	0,1164	0,0613	0,0413	0,0249	0,0125
1,5	0,4362	0,3943	0,3325	0,2868	0,2223	0,1708	0,1371	0,0746	0,0507	0,0307	0,0154
2	0,4376	0,3971	0,3378	0,2943	0,2329	0,1829	0,1493	0,0837	0,0573	0,0349	0,0176
3	0,4386	0,3992	0,3419	0,3002	0,2418	0,1942	0,1617	0,095	0,0662	0,0408	0,0207
5	0,4392	0,4003	0,3441	0,3034	0,2469	0,2013	0,1702	0,1053	0,0756	0,0478	0,0245
10	0,4394	0,4008	0,345	0,3048	0,2492	0,2046	0,1745	0,1121	0,0833	0,055	0,0294

Sous forme graphique, les résultats rapportés dans le tableau ci-dessus sont représentés sur la figure 5.3. La figure 5.4 rapportés par HOLMAN [9] est donnée pour comparaison.

On remarque que les résultats obtenus par notre programme concordent très bien avec ceux donnés dans la littérature.

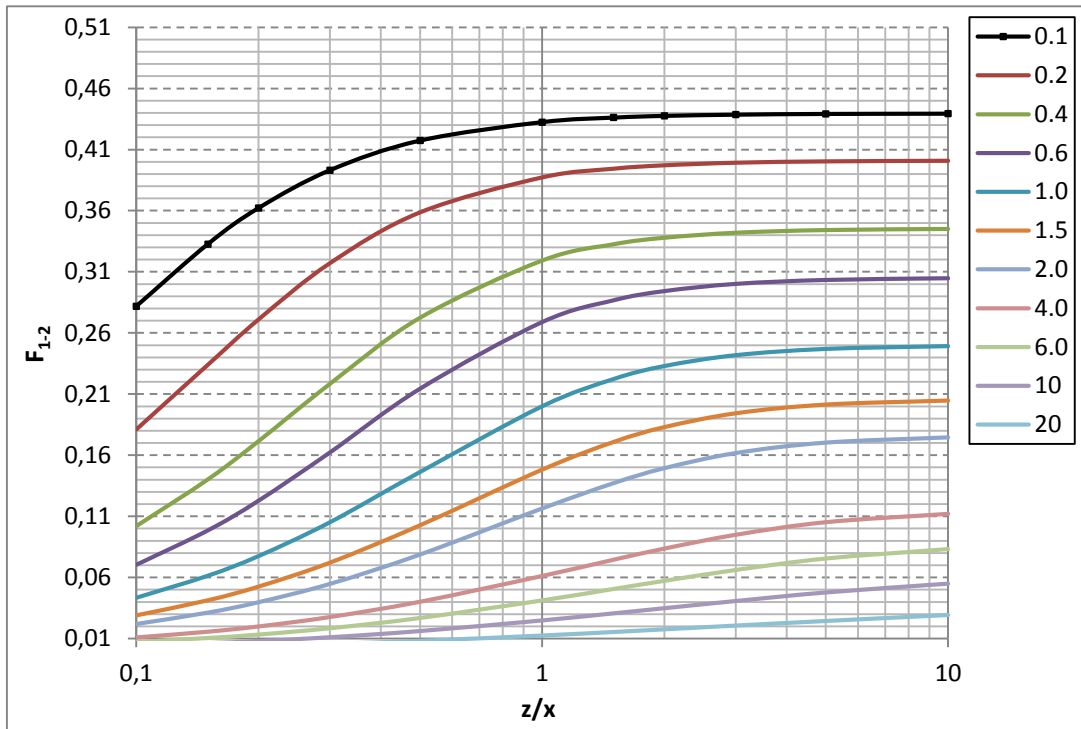


Figure 5.3: Facteur de forme  $F_{1-2}$  calculé en fonction du rapport  $\frac{Z}{X}$  (deux rectangles perpendiculaires ayant une arête commune).

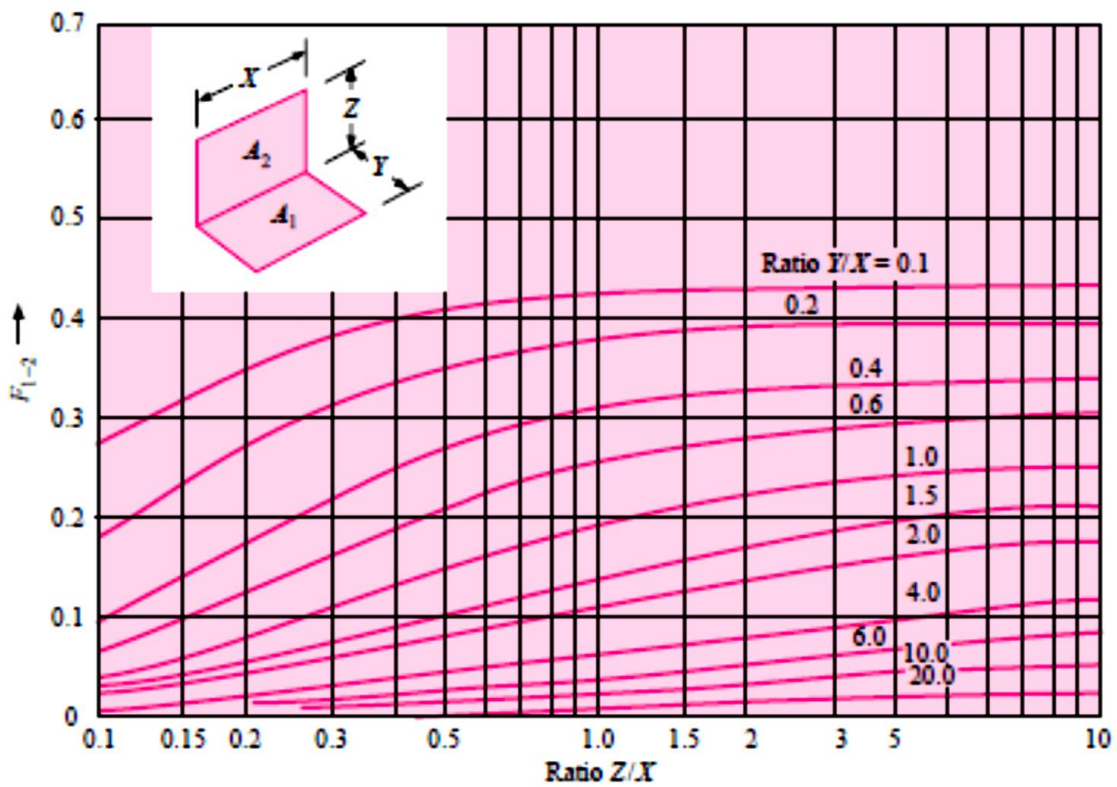


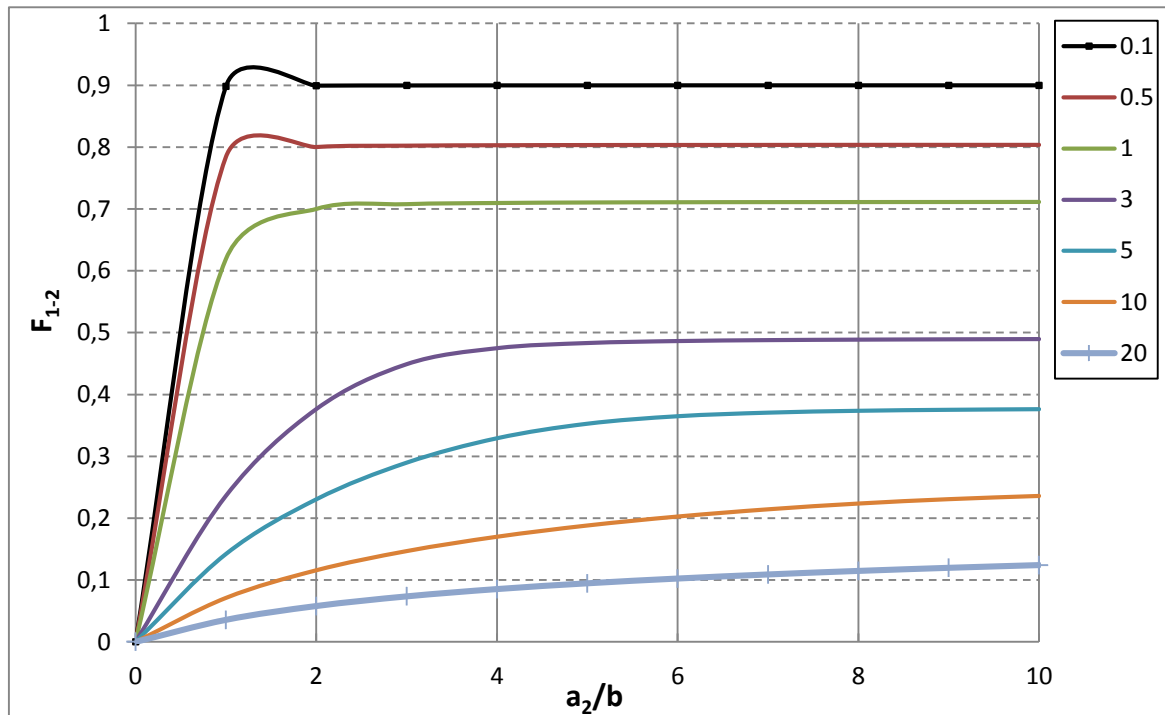
Figure 5.4: Facteur de forme  $F_{1-2}$  en fonction du rapport  $\frac{Z}{X}$  d'après HOLMAN [9].

### 3. Cas de deux surfaces rectangulaire formant un angle $\phi$

Le tableau 5.3 résume les résultats obtenus à l'aide de l'équation (3.17) pour un angle  $\phi$  fixe de  $30^\circ$ . Les valeurs du facteur de forme obtenues pour les différentes dimensions des plaques sont données dans le tableau 5.3. Leurs représentations graphiques sont données sur la figure 5.5. Sur la figure 5.6, rapportée par YEH [10], on pourra comparer les résultats de notre programme avec ceux fournis et donnés dans la littérature.

**Tableau 5.3 :** Facteur de forme calculé pour le cas de deux rectangulaire formait un angle  $\phi$

$r_2/b$	0,1	0,5	1	3	5	10	20
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0,898	0,784	0,619	0,236	0,1421	0,0711	0,0356
2	0,8995	0,8002	0,7001	0,3762	0,2305	0,1158	0,0579
3	0,8998	0,8024	0,7079	0,4488	0,2898	0,1468	0,0735
4	0,8999	0,8031	0,7098	0,4747	0,3293	0,17	0,0853
5	0,8999	0,8034	0,7106	0,483	0,3528	0,1882	0,0946
6	0,9	0,8035	0,711	0,4862	0,3649	0,2027	0,1023
7	0,9	0,8036	0,7112	0,4877	0,3707	0,2144	0,1089
8	0,9	0,8037	0,7113	0,4885	0,3737	0,2237	0,1146
9	0,9	0,8037	0,7114	0,489	0,3753	0,2308	0,1196
10	0,9	0,8037	0,7115	0,4894	0,3763	0,236	0,124



Figures 5.5 : Facteur de forme  $F_{1-2}$  calculé en fonction du rapport  $\frac{a_2}{b}$  (deux surfaces rectangulaires formant un angle  $\phi$ ).

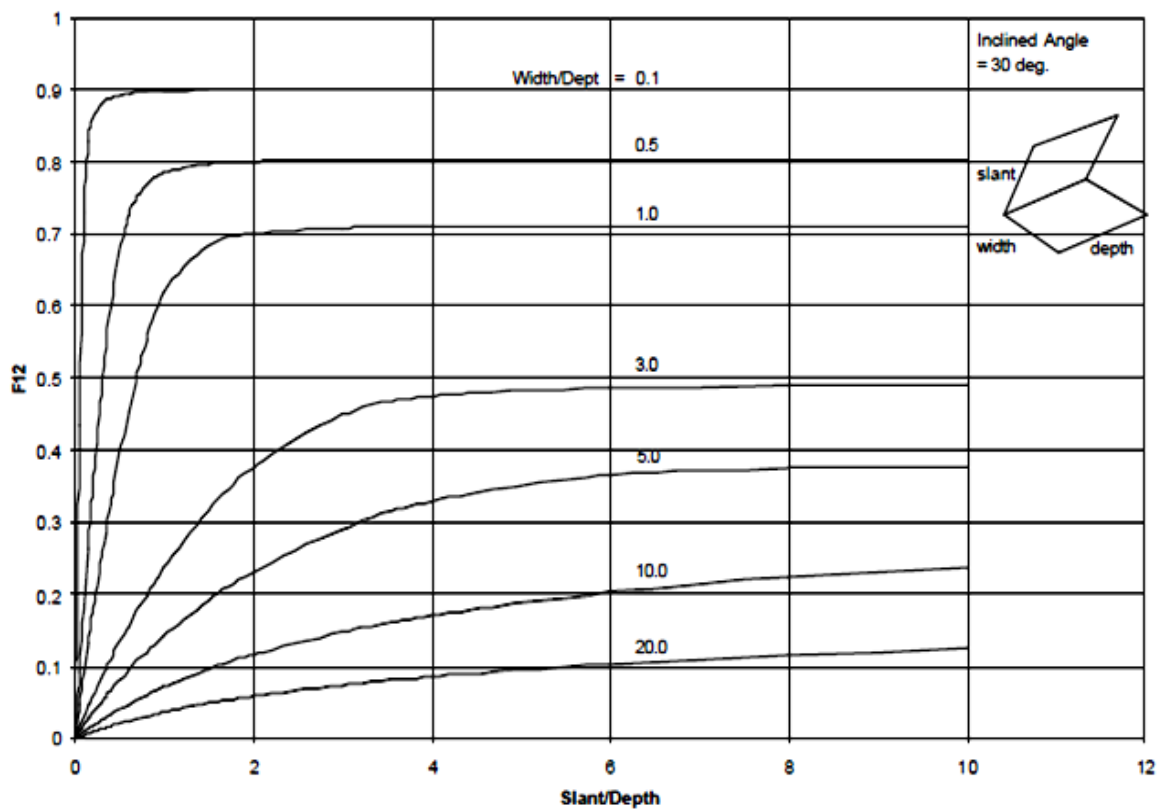


Figure 5.6 : Facteur de forme  $F_{1-2}$  en fonction du rapport  $\frac{a_2}{b}$  d'après YEH [10].

4. Cas de deux rectangles ayant une arête commune avec différents angles  $\phi$

Afin de montrer l'effet de l'angle sur le facteur de forme nous avons fait varier l'angle  $\phi$  de 30 à 150. Les résultats qui en découlent du programme sont résumés dans le tableau 5.4.

Tableau 5.4: Facteur de forme  $F_{1-2}$  pour différent angle  $\phi$ .

$a_2/b$	30	45	60	90	120	150
0	0	0	0	0	0	0
1	0.898	0.784	0.619	0.236	0.1421	0.0711
2	0.8995	0.8002	0.7001	0.7762	0.2305	0.1158
3	0.8998	0.8024	0.7079	0.4488	0.2898	0.1468
4	0.8999	0.8031	0.7098	0.4748	0.3293	0.17
5	0.8999	0.8034	0.7106	0.483	0.3528	0.1882
6	0.9	0.8035	0.711	0.4862	0.3649	0.2027
7	0.9	0.8036	0.7112	0.4877	0.3707	0.2144
8	0.9	0.8037	0.7113	0.4885	0.3737	0.2237
9	0.9	0.8037	0.7114	0.489	0.3553	0.2308
10	0.9	0.8037	0.7115	0.4894	0.3763	0.236

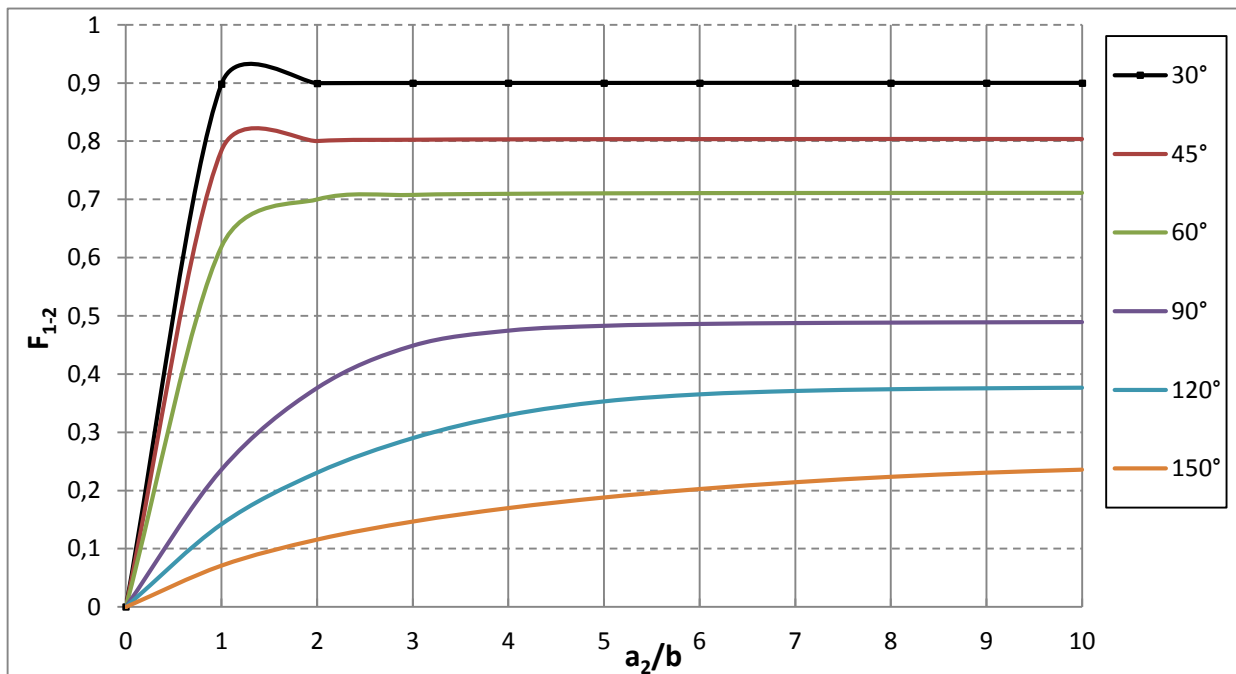


Figure 5.7 : Facteur de forme  $F_{1-2}$  calculé en fonction du rapport  $\frac{a_2}{b}$  (deux rectangles ayant une arête commune formant un angle  $\phi$  entre eux).

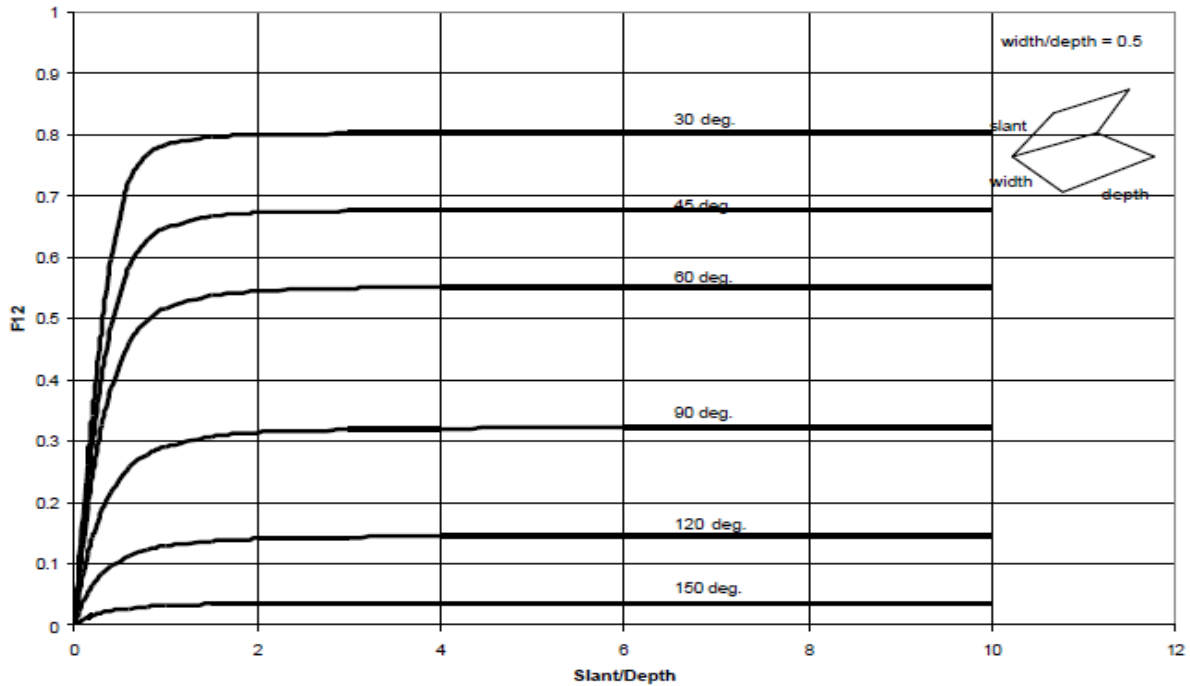


Figure 5.8 : Facteur de forme  $F_{1-2}$  en fonction de rapport  $\frac{a_2}{b}$  d'après YEH [10].

On remarque sur la figure 5.7 et 5.8, que le facteur de forme  $F_{1-2}$ , diminue sensiblement avec l'angle d'inclinaison  $\phi$  pour s'annuler à  $\phi = 180^\circ$

**5. Cas de deux disques :**

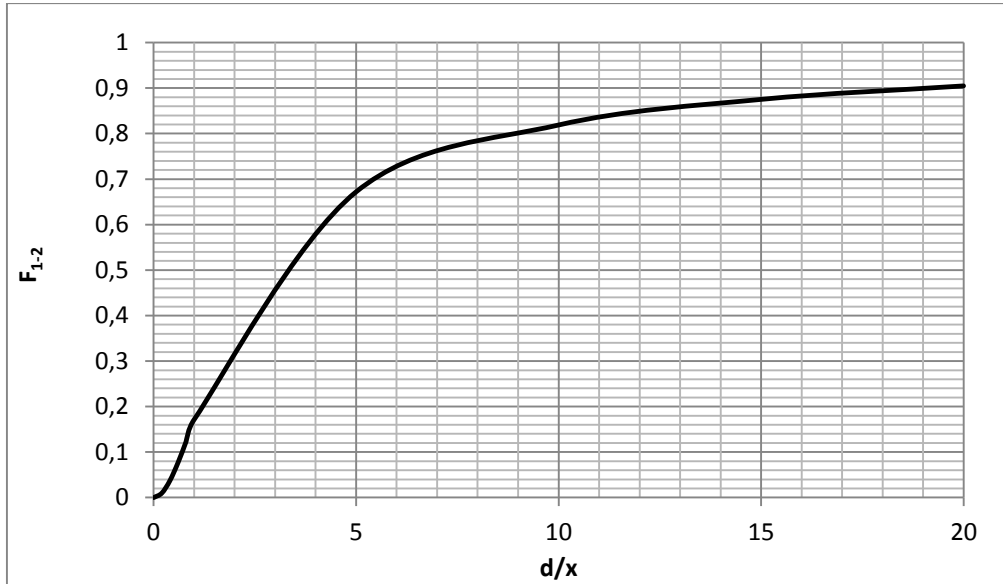
**5.1. Deux disques coaxiaux, parallèles et égaux**

Les résultats de calcul obtenus dans le cas de deux disques égaux, coaxiaux et parallèles sont résumés dans le tableau ci-après :

Tableau5.5 : Facteur de forme calculé pour le cas de deux disques coaxiaux, parallèles et égaux.

x/d	$F_{1-2}$
0	0
0,2	0,0098
0,4	0,0371
0,6	0,0767
0,8	0,123
1	0,1716
5	0,6721
10	0,819
15	0,8753
20	0,9049

La représentation graphique de ces données est donnée sur la figure 5.9. Nous avons également représenté et reproduit sur la figure 5.10, la représentation du facteur de forme rapportée dans la référence [9] pour comparaison.



Figures 5.9: Facteur de forme  $F_{1-2}$  calculé en fonction du rapport  $\frac{d}{x}$  (deux disques coaxiaux parallèles et égaux).

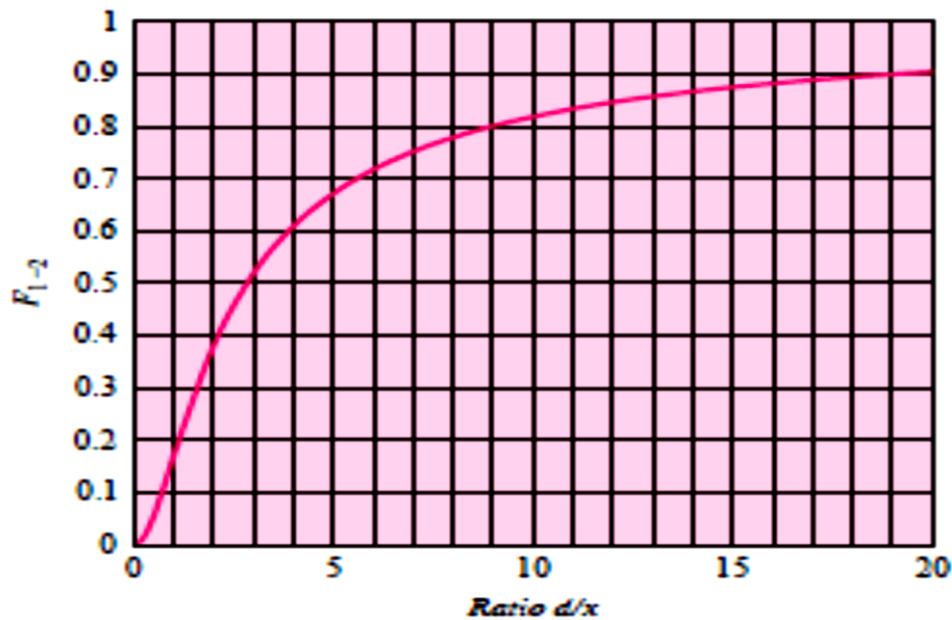


Figure 5.10: Facteur de forme  $F_{1-2}$  en fonction du rapport  $\frac{d}{x}$  rapporté par HOLMAN [9].

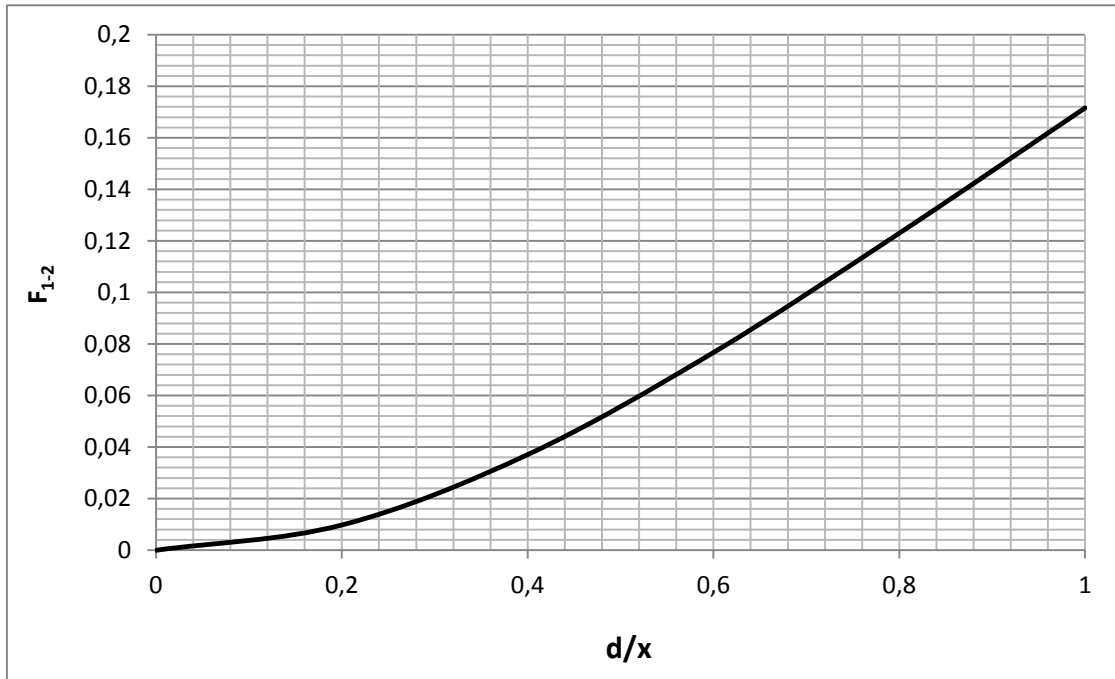


Figure5-11:Facteur de forme  $F_{1-2}$  calculé à faible rapport  $\frac{d}{x}$ .

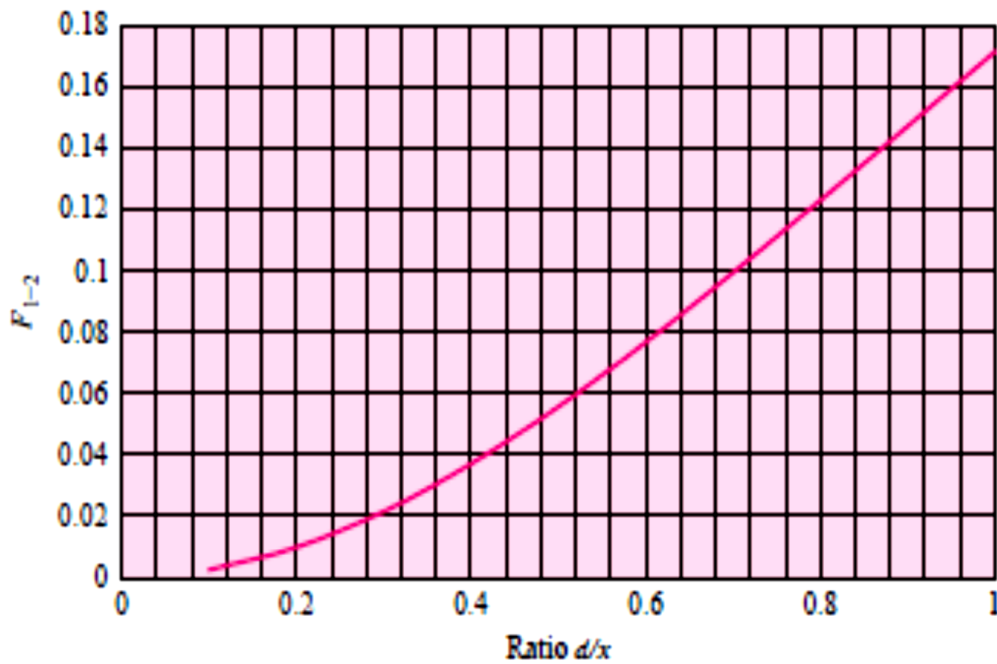


Figure 5.12:Facteur de forme  $F_{1-2}$  rapporté par HOLMAN [9].

Les figures 5.9, 5.10, 5.11 et 5.12 montrent l'évolution de facteur de forme  $F_{1-2}$  en fonction du rapport  $\frac{d}{x}$ . Sur ces dernières, on remarque que les résultats obtenus par notre programme coïncident parfaitement avec ceux donnés dans la littérature.

5.2. Deux disques coaxiaux de différent diamètre

Dans le cas de deux disques coaxiaux de différent diamètre comme le montre la figure 5.13, les résultats obtenus sont résumés dans le tableau ci-après :

Tableau 5.6 : facteur de forme  $F_{1-2}$  calculé pour le cas de deux disques coaxiaux parallèles.

L/r1	0,3	0,4	0,5	0,6	0,8	1	1,25	1,5	2	3	4	5	6	8
0,1	0,0009	0,0016	0,0025	0,0036	0,0063	0,0099	0,0155	0,0223	0,0396	0,089	0,1581	0,2467	0,3545	0,6234
0,2	0,0035	0,0062	0,0096	0,0138	0,0246	0,0384	0,0599	0,0862	0,1528	0,3394	0,5839	0,819	0,9276	0,9754
0,3	0,0074	0,0132	0,0206	0,0297	0,0526	0,082	0,1275	0,1825	0,3181	0,6459	0,8647	0,9359	0,962	0,9815
0,4	0,0124	0,022	0,0343	0,0493	0,0871	0,135	0,208	0,2935	0,4877	0,8	0,9115	0,9502	0,9677	0,983
0,5	0,0179	0,0318	0,0495	0,0709	0,1245	0,191	0,289	0,3975	0,6096	0,8486	0,9248	0,9549	0,9698	0,9836
0,6	0,0237	0,0419	0,065	0,0928	0,1612	0,2439	0,36	0,479	0,6789	0,8682	0,9306	0,9572	0,9708	0,9839
1	0,044	0,0768	0,1172	0,1639	0,27	0,382	0,5123	0,6198	0,7639	0,8902	0,9377	0,9601	0,9722	0,9844
2	0,068	0,1159	0,1716	0,232	0,3553	0,4689	0,5861	0,6754	0,7918	0,8977	0,9404	0,9612	0,9728	0,9846
3	0,0756	0,1273	0,1865	0,2494	0,3744	0,4861	0,5993	0,6849	0,7964	0,899	0,9408	0,9614	0,9729	0,9846
4	0,0784	0,1318	0,1922	0,256	0,3813	0,4922	0,6039	0,6882	0,798	0,8994	0,941	0,9614	0,9729	0,9846
5	0,0799	0,1339	0,195	0,2591	0,3845	0,495	0,606	0,6897	0,7987	0,8996	0,941	0,9615	0,9729	0,9846
6	0,0807	0,1351	0,1965	0,2608	0,3862	0,4965	0,6072	0,6905	0,7991	0,8997	0,9411	0,9615	0,973	0,9846
8	0,0815	0,1363	0,198	0,2625	0,388	0,498	0,6083	0,6913	0,7995	0,8999	0,9411	0,9615	0,973	0,9846
10	0,0819	0,1369	0,1987	0,2633	0,3888	0,4988	0,6088	0,6917	0,7997	0,8999	0,9411	0,9615	0,973	0,9846

Les résultats fournis dans le tableau si dessus sont représentés graphiquement sur la figure 5.13. La figure 5.14 rapportée par HOLMAN [9] est donnée pour comparaison.

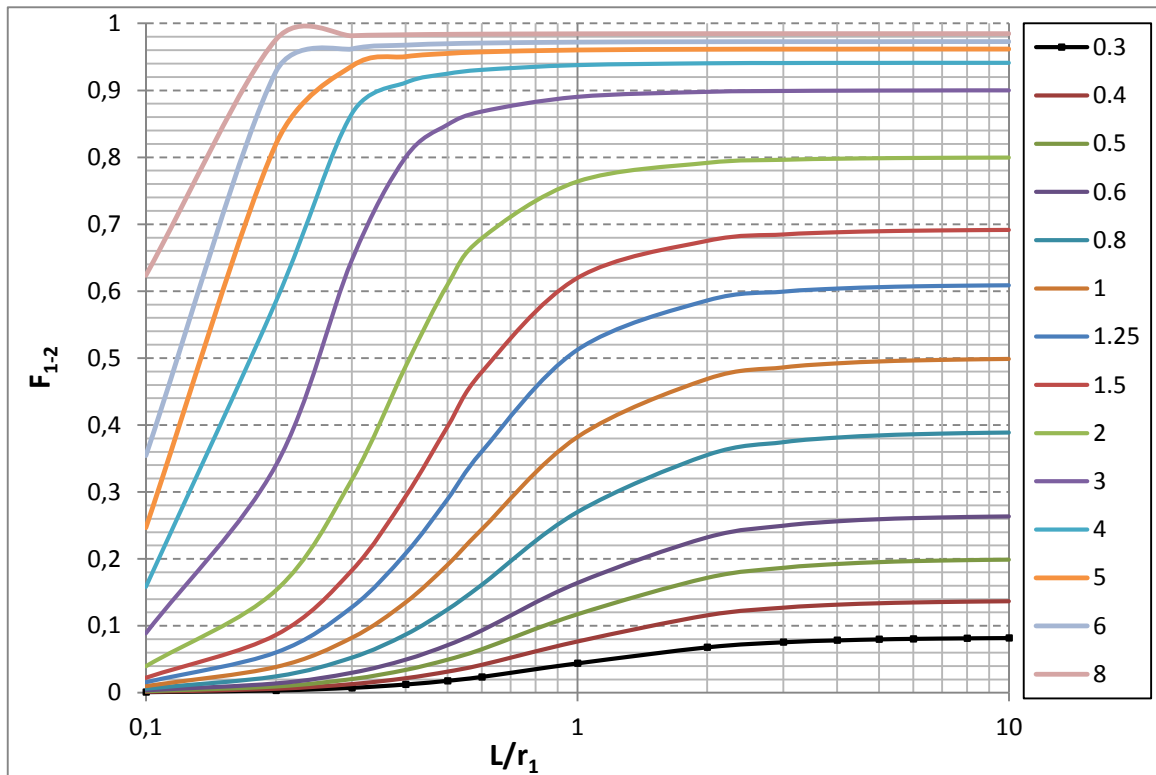


Figure 5.13 : Facteur de forme  $F_{1-2}$  calculé en fonction du rapport  $\frac{L}{r_1}$  (deux disques coaxiaux parallèles).

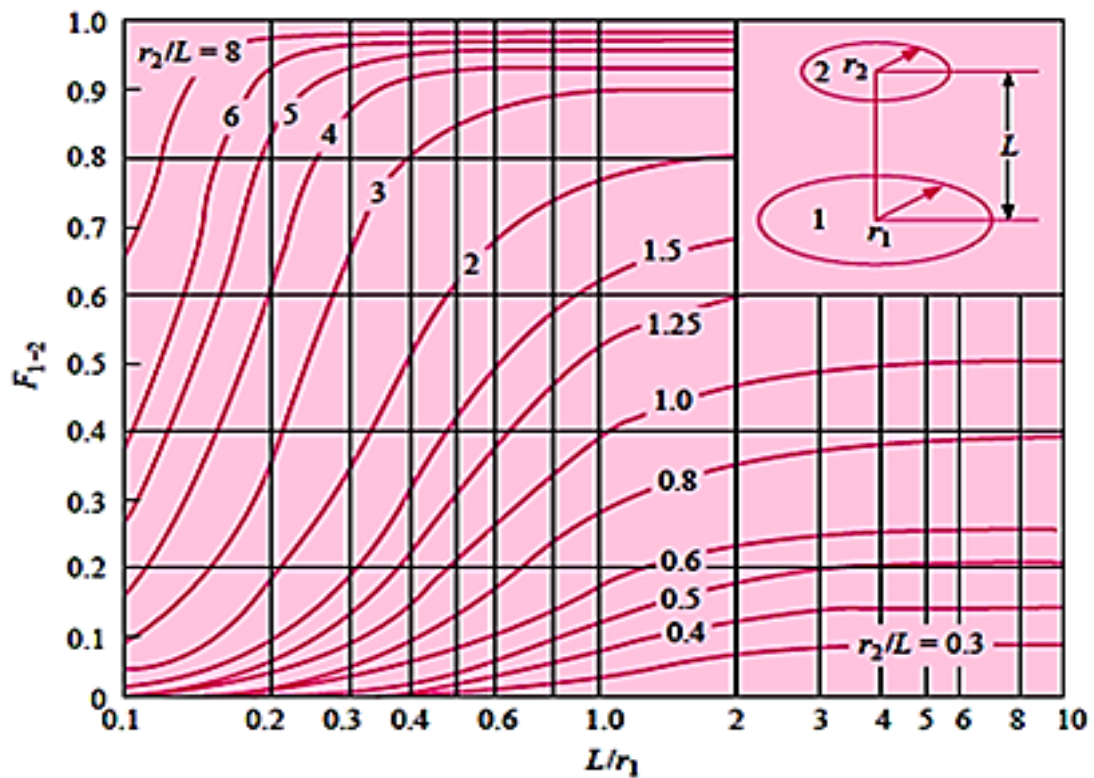


Figure 5.14 : Facteur de forme  $F_{1-2}$  en fonction du rapport  $\frac{L}{r_1}$  d'après HOLMAN [9].

### 6. Cas de deux cylindres concentriques de longueur finie.

Dans ce cas le cylindre émet sur lui-même et sur le cylindre intérieur. Pour cela, deux facteurs de forme sont à calculer :

#### a) cylindre extérieure vers le cylindre intérieure $F_{2-1}$ :

La fraction d'énergie émise par le cylindre extérieur et reçue par le cylindre intérieure  $F_{2-1}$ , en fonction des dimensions des cylindres est calculée par nos programmes. Les résultats obtenus sont donnés dans le tableau 5.7. Ci-après :

**Tableau 5.7** : Facteur de forme calculé  $F_{1-2}$  pour le cas de deux cylindres concentriques de longueur finie.

$r_1 / r_2$	0,1	0,25	0,5	1	2	$\infty$
0	0	0	0	0	0	0
0,1	0,0069	0,0169	0,0317	0,0527	0,0726	0,1
0,2	0,0152	0,0371	0,0687	0,1114	0,1496	0,2
0,3	0,0255	0,0618	0,1127	0,1774	0,2316	0,3
0,4	0,0387	0,0931	0,1661	0,2521	0,3191	0,4
0,5	0,0566	0,1343	0,2323	0,3371	0,4126	0,5
0,6	0,0826	0,1913	0,3161	0,4345	0,5129	0,6
0,7	0,1241	0,275	0,4242	0,5463	0,6205	0,7
0,8	0,201	0,4064	0,5657	0,6752	0,7364	0,8
0,9	0,3854	0,6259	0,7522	0,8243	0,8619	0,9
1	1	1	1	1	1	1

La représentation graphique de ces données est montrée sur la figure 5.15 et la figure 5.16 rapportée par HOLMAN [9] est donnée également pour comparaison.

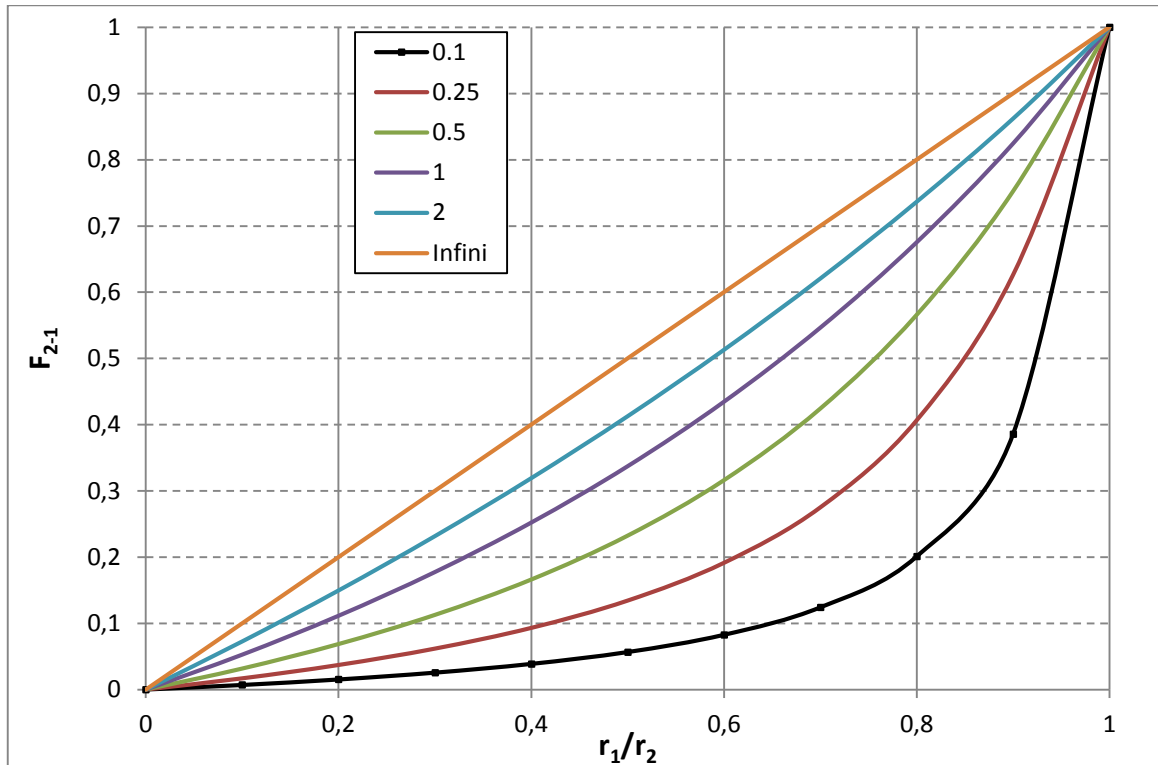


Figure 5.15 : Facteur de forme  $F_{2-1}$  calculé en fonction du rapport  $\frac{r_1}{r_2}$  (deux cylindres concentriques de longueur finie).

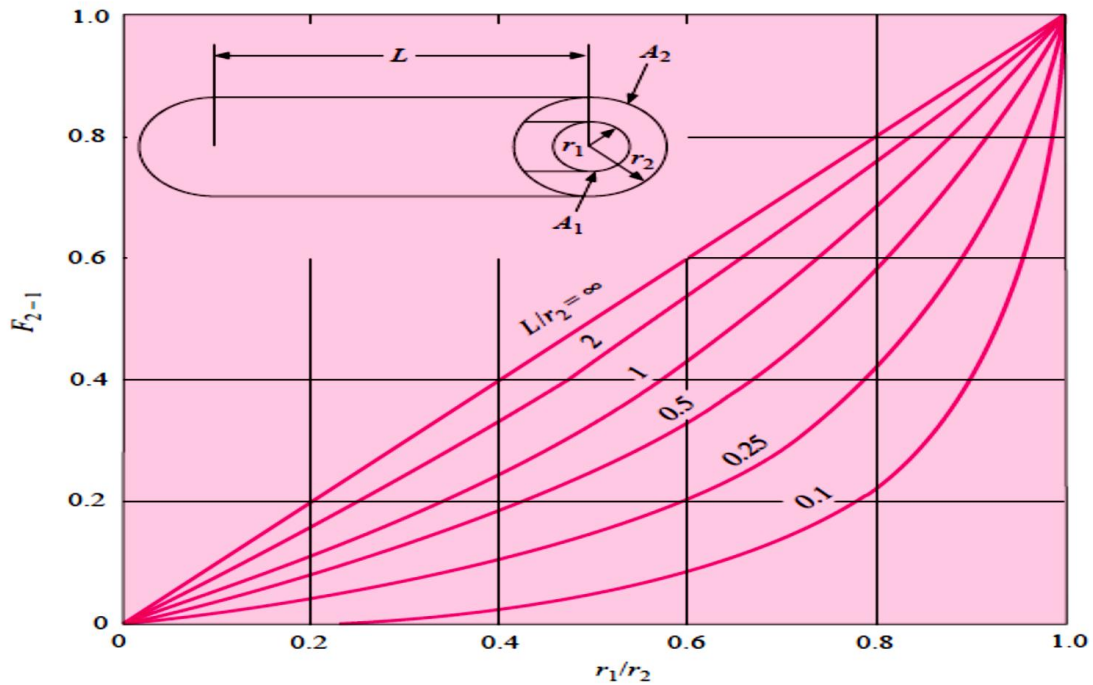


Figure 5.16 : Facteur de forme  $F_{2-1}$  en fonction du rapport  $\frac{r_1}{r_2}$  d'après HOLMAN [9].

b) Cylindre extérieur sur lui-même  $F_{2-2}$ 

La fraction d'énergie émise par le cylindre extérieur est reçue par le cylindre lui-même, c'est-à-dire  $F_{1-2}$ , a été évaluée en fonction des dimensions des cylindres. Les résultats obtenus sont donnés dans le tableau 5.8.

**Tableau 5.8** : facteur de forme calculé pour le cas de deux cylindres concentriques de longueur finie.

r1/r2	0,5	0,5	1	2	4	$\infty$
0	0,1172	0,2192	0,382	0,5858	0,7639	1
0,1	0,1093	0,2036	0,3524	0,5357	0,6934	0,9
0,2	0,1013	0,1878	0,3226	0,4854	0,6226	0,8
0,3	0,0931	0,1717	0,2922	0,4343	0,5513	0,7
0,4	0,0846	0,1551	0,261	0,3822	0,4792	0,6
0,5	0,0758	0,1377	0,2285	0,3286	0,4059	0,5
0,6	0,0663	0,1192	0,1941	0,2729	0,3311	0,4
0,7	0,0559	0,0989	0,157	0,2142	0,2542	0,3
0,8	0,044	0,0758	0,1157	0,1513	0,1744	0,2
0,9	0,0289	0,0473	0,067	0,082	0,0907	0,1
1	0	0	0	0	0	0

La représentation graphique de ces résultats est montrée sur les figures 5.17. En comparaison avec la courbe rapportée par HOLMAN [9] dans la figure 5.18, on remarque que nos résultats concordent très bien.

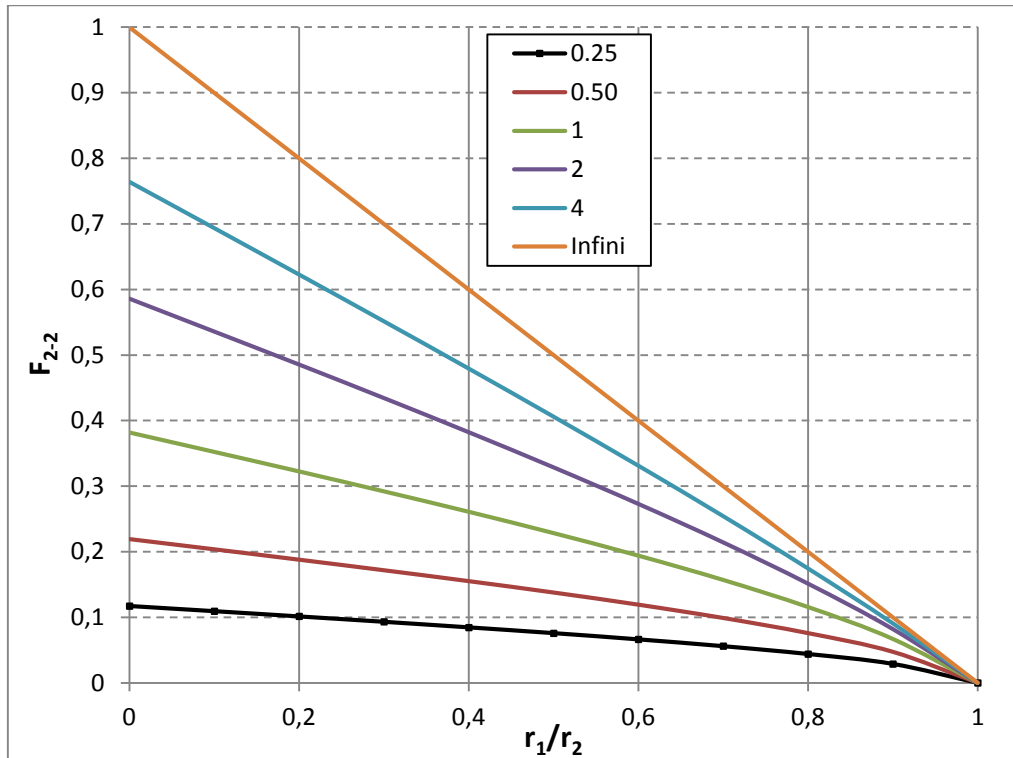


Figure 5.17: Facteur de forme  $F_{2-2}$  calculé en fonction du rapport  $\frac{r_1}{r_2}$  (Deux cylindres concentriques de longueur finie).

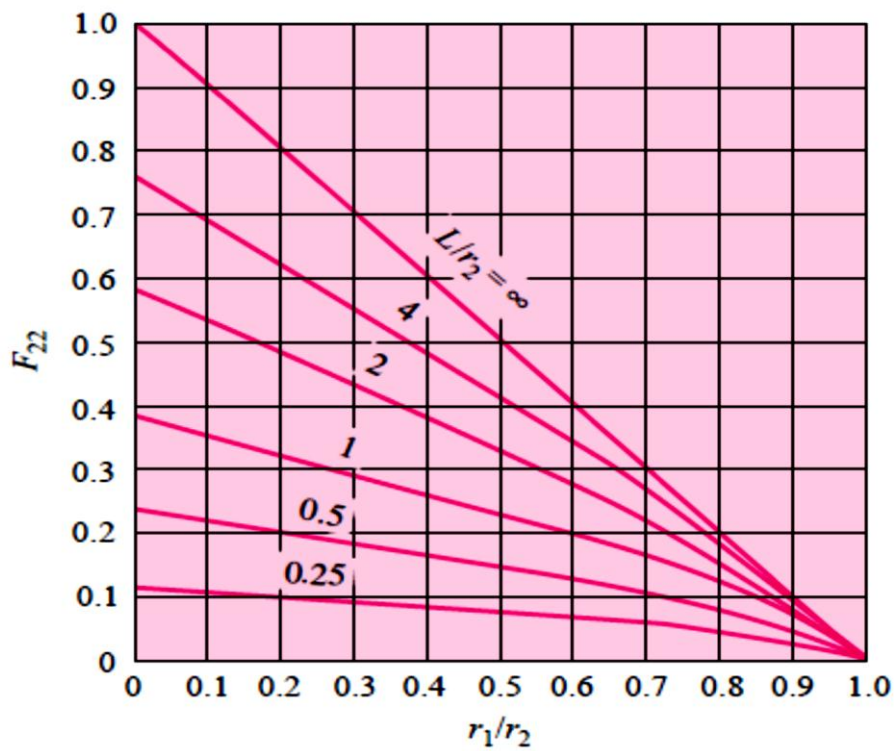


Figure 5.18 : Facteur de forme  $F_{2-2}$  en fonction du rapport  $\frac{r_1}{r_2}$  d'après HOLMAN.

## 7. Etudes de cas

Afin de valider nos programmes, nous avons repris et étudié trois cas ou problèmes rapportés dans la littérature. Les deux premiers cas sont tirés de l'ouvrage portant référence [9] et le troisième de la référence [1].

Dans les deux premiers cas, on s'intéresse à calculer les différents facteurs de forme que l'on rencontre dans le cas de deux cylindres coaxiaux et dans un cône tronqué.

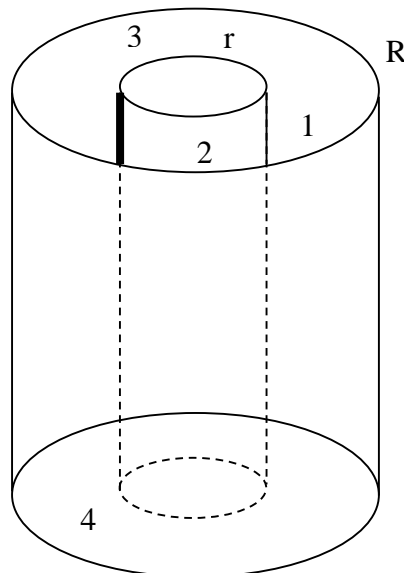
Dans le troisième cas l'étude a porté sur l'évaluation des pertes de l'énergie radiative lors de l'ouverture de la porte du four parallélépipédique.

### 7.1. Deux cylindre concentrique

Les données du problème telles que rapportés par HOLMAN [9] sont données en annexe A.

Le problème se présente comme suit :

Deux cylindres concentriques ayant des diamètres de 10 et 20 cm avec une longueur de 20 cm.



**Figure 5.19** : Schéma de deux cylindres concentrique

On cherche à calculer les facteurs de forme entre les extrémités ouvertes des cylindres.

Nous utilisons la nomenclature de la figure 5.16 pour ce problème et désignons les extrémités ouvertes comme les surfaces 3 et 4. Nous avons  $\frac{L}{r_1} = \frac{20}{10} = 2$  et  $\frac{r_1}{r_2} = 0.5$ , alors de la figure 5.16 on obtient :

$$F_{2-1} = 0.4126 \quad (5.1)$$

$$F_{2-2} = 0.3286 \quad (5.2)$$

En utilisant la relation de la réciprocité (3.3) nous obtenons :

$$A_1 F_{1-2} = A_2 F_{2-1} \quad (5.3)$$

$$F_{1-2} = \left(\frac{d_2}{d_1}\right) F_{2-1} = \frac{20}{10} (0.4126) = 0.8253 \quad (5.4)$$

Pour la surface 2 nous avons :

$$F_{2-1} + F_{2-2} + F_{2-3} + F_{2-4} = 1 \quad (5.5)$$

Par symétrie  $F_{2-3} = F_{2-4}$  de sorte que :

$$F_{2-3} = F_{2-4} = \frac{1}{2} (1 - 0.4126 - 0.3286) = 0.1294 \quad (5.6)$$

En utilisant à nouveau la réciprocité :

$$A_2 F_{2-3} = A_3 F_{3-2} \quad (5.7)$$

Et

$$F_{3-2} = \frac{\pi(20)(20)}{\pi(20^2 - 10^2)} \cdot 0.1294 = 0.9601 \quad (5.8)$$

Nous observons que  $F_{1-1} + F_{3-3} = F_{4-4} = 0$  et pour la surface 3 on a :

$$F_{3-1} + F_{3-2} + F_{3-4} = 1 \quad (5.9)$$

Donc, si  $F_{3-1}$  peut être déterminé, nous pouvons calculer la quantité souhaitée  $F_{3-4}$ .

Pour la surface 1 :

$$F_{1-2} + F_{1-3} + F_{1-4} = 1 \quad (5.10)$$

Par symétrie  $F_{1-3} = F_{1-4}$  :

$$F_{1-3} = \frac{1}{2}(1 - 0.8253) = 0.0874 \quad (5.11)$$

En utilisons la loi de la réciprocité :

$$A_1 F_{1-3} = A_3 F_{3-1} \quad (5.12)$$

$$F_{3-1} = \frac{\pi(10)(20)}{\pi(20^2 - 10^2)} 0.0874 = 0.233 \quad (5.13)$$

Alors de l'équation 5.9, on obtient :

$$F_{3-4} = 1 - 0.233 - 0.6901 = 0.0769 \quad (5.14)$$

La procédure de calcul décrite à partir de l'équation (5.1) jusqu'à l'équation (5.14) fait appel à des abaques ou expressions analytique longues. Le calcul est fastidieux et le risque d'erreur est donc important. De plus si l'on désire changer ou tester une autre valeur pour une grandeur donnée, la procédure de calcul doit être reprise depuis le début jusqu'à la fin avec tous les risques soulevés. D'où l'intérêt de la programmation numérique. Pour ce problème précis, après avoir introduit les données géométriques ( $r_1, r_2, L$ ), les résultats obtenus en un temps très court à l'aide de notre programme sont les suivants :

FACTEURS DE FORME DES DIFFERENTES SURFACES DELIMITEES PAR DEUX CYLINDRES COAXIAUX

$$F_{21} = 0.4126 \quad F_{22} = 0.3286$$

$$F_{12} = 0.8253 \quad F_{23} = 0.1294 \quad F_{32} = 0.6901$$

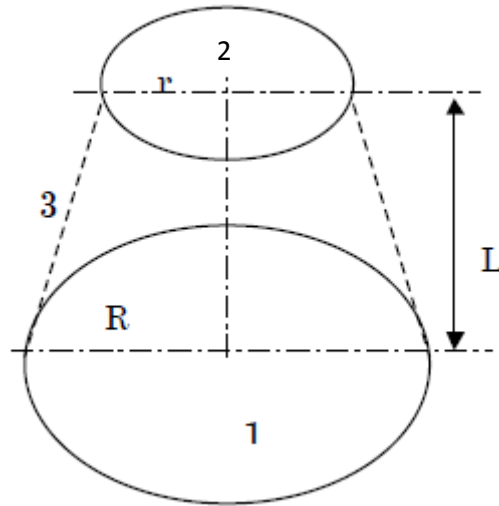
$$F_{13} = 0.0874 \quad F_{31} = 0.2330 \quad F_{34} = 0.0769$$

Ces derniers concordent très bien et sont plus précis.

## 7.2. Cas du cône tronqué

Le problème se présente comme suit :

Un cône à des diamètres supérieurs et inférieurs de 10 et 20 cm et une hauteur de 10 cm.



**Figure 5.20** : Schéma de cône tronqué

On cherche à calculer les facteurs de forme entre la surface supérieure et le côté ainsi que le facteur de forme entre le côté et lui-même.

Selon la figure 5.20, les surfaces sont désignées comme suite : la base par la surface 1, la surface de dessus par 2 et la surface latérale par 3. on a : les quantités à calculées sont  $F_{2-3}$  et  $F_{3-3}$  .

Nous avons  $\frac{L}{r_1} = \frac{10}{10} = 1$  et  $\frac{r_2}{L} = \frac{5}{10} = 0.5$  . Ainsi, de la figure 5.13 ou de relations (3.19) on

obtient :

$$F_{1-2} = 0.12 \quad (5.15)$$

De la loi de réciprocité :

$$A_1 F_{1-2} = A_2 F_{2-1} \quad (5.16)$$

$$F_{2-1} = \left(\frac{20}{10}\right)^2 (0.12) = 0.48 \quad (5.17)$$

On a  $F_{2-2} = 0$

Et  $F_{2-1} + F_{2-3} = 1$

Alors :  $F_{2-3} = 1 - 0.48 = 0.52$  (5.18)

Pour la surface 3 :

$$F_{3-1} + F_{3-2} + F_{3-3} = 1 \quad (5.19)$$

Il faut donc trouver  $F_{3-1}$  et  $F_{3-2}$  pour évaluer  $F_{3-3}$ . Puisque  $F_{1-1} = 0$ , nous avons :

$$F_{1-2} + F_{1-3} = 1 \quad (5.20)$$

Et  $F_{1-3} = 1 - 0.12 = 0.88$  (5.21)

Et de la loi de réciprocité, on a :

$$A_1 F_{1-3} = A_3 F_{3-1} \quad (5.22)$$

La surface latérale est :

$$A_3 = \pi(r_1 + r_2)[(r_1 - r_2)^2 + L^2]^{\frac{1}{2}} \quad (5.23)$$

$$= \pi(5 + 10)(5^2 + 10^2)^{\frac{1}{2}} = 526.9 \text{ cm}^2$$

Donc à partir de l'équation (5.20) :

$$F_{3-1} = \frac{\pi(10^2)}{526.9} 0.88 = 0.525 \quad (5.24)$$

Une procédure similaire appliquée à la surface 2 donne :

$$F_{3-2} = \frac{\pi(10^2)}{526.9} 0.52 = 0.07 \quad (5.25)$$

Enfin, à partir de l'équation (5.19) :

$$F_{3-3} = 1 - 0.525 - 0.0775 = 0.397 \quad (5.26)$$

En introduisant les données géométriques du cône ( $r_1$ ,  $r_2$  et  $L$ ), les résultats affichés et stockés dans le fichier output donné par notre programme sont les suivants :

### FACTEURS DE FORME DES DIFFÉRENTES SURFACES DANS UN CÔNE TRONQUÉ

$$F_{12} = 0.1172$$

$$F_{21} = 0.4689 \quad F_{23} = 0.5311 \quad F_{31} = 0.5264$$

$$F_{13} = 0.8828 \quad F_{32} = 0.0792 \quad F_{33} = 0.3944$$

Là également, nos résultats concordent très bien avec les résultats calculés manuellement.

#### 5.7.3. Four parallélépipédique

Soit un four parallélépipédique représenté sur la figure ci-après. On assimile la voûte, la sole et les parois latérales à des surfaces noires de températures uniforme respectives  $T_1$ ,  $T_2$  et  $T_3$ .

Evaluons les pertes radiatives du four par sa porte d'enfournement lorsque celle-ci reste ouverte pendant le fonctionnement.

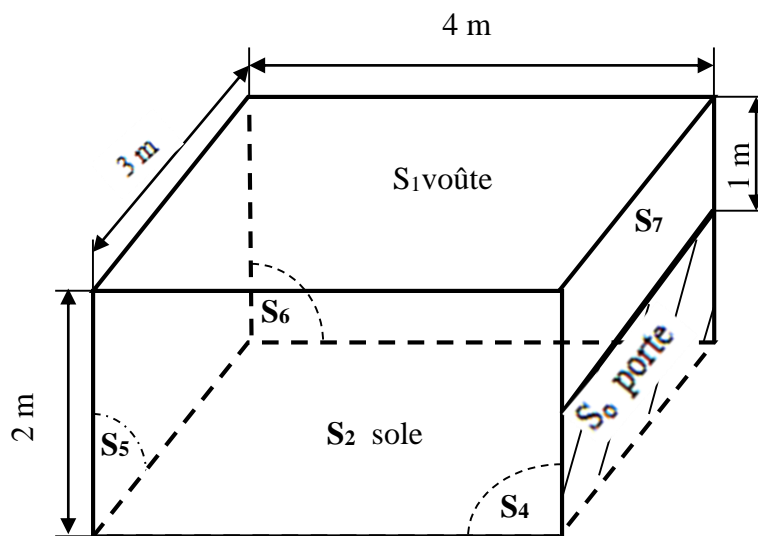


Figure 5.21 : Schéma du four.

On a :  $T_0 = 300K$  ,  $T_1 = 1200K$  ,  $T_2 = 800K$  ,  $T_3 = 1000K$

Et 
$$S_3 = S_4 + S_5 + S_6 + S_7 \tag{5.27}$$

L'ouverture du four et assimilée à une surface noire fictive  $S_0$  à la température  $T_0$  de la salle ou se trouve le four.

Le flux net échangé entre  $S_0$  et l'une des trois surfaces,  $S_1$ ,  $S_2$  ou  $S_3$  a pour expression :

$$\phi_{0i\ net} = S_0 F_{0i} (M_0^\circ - M_i^\circ) \tag{5.28}$$

Avec :  $i = 1,2,3$ .

Le flux net échangé entre  $S_0$  et l'ensemble des parois intérieures du four est donc :

$$\phi_{0\ net} = \sum_{i=1}^3 S_0 F_{0i} (M_0^\circ - M_i^\circ) \tag{5.29}$$

Soit :

$$\phi_{0\ net} = \sigma [S_0 F_{01} (T_0^4 - T_1^4) + S_0 F_{02} (T_0^4 - T_2^4) + S_0 F_{03} (T_0^4 - T_3^4)] \tag{5.30}$$

Evaluation des  $S_i F_{ij}$  :

Evaluation de  $S_0 F_{02}$  : on obtient directement  $F_{02}$  par l'abaque de la figure (5.4) :

$$F_{02} = 0.35 \tag{5.31}$$

D'où 
$$S_0 F_{02} = 1.05m^2 \tag{5.32}$$

Evaluation de  $S_0 F_{01}$  : la surface latérale  $S_3$  étant composée de 4 éléments  $S_4, S_5, S_6, S_7$ , on a :

$$F_{10} = F_{1(7+0)} - F_{17} = F_{15} - F_{17} \tag{5.33}$$

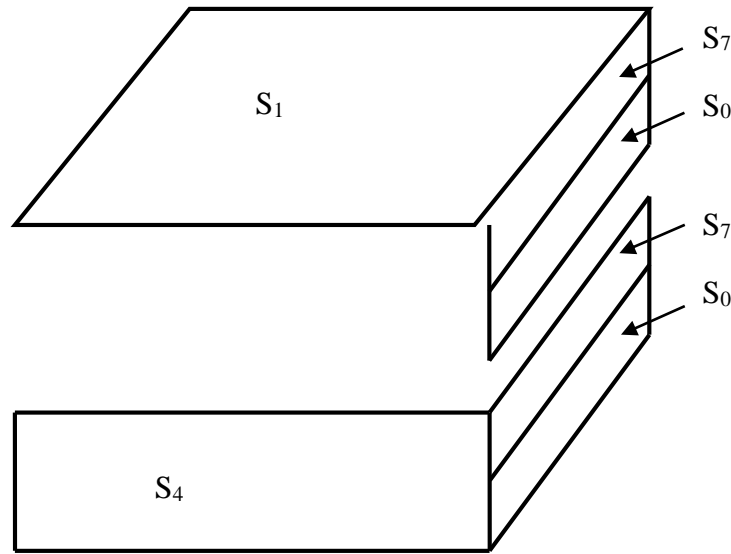


Figure 5.22 : Dispositions des surfaces  $S_0, S_1, S_4, S_7$ .

$F_{1(7+0)}$  étant le facteur de forme de  $S_1$  avec la réunion de  $S_7$  et,  $S_0$ , on a :

$$F_{1(7+0)} = F_{15} \tag{5.34}$$

$$F_{15} = 0.135 \tag{5.35}$$

$$F_{17} = 0.0875 \tag{5.36}$$

D'où  $F_{10} = 0.0475$  (5.37)

Et  $S_0 F_{01} = S_1 F_{10} = 0.57m^2$  (5.38)

Evaluation de  $S_0 F_{03}$ . Elle comprend :

Le calcul de  $S_0 F_{04}$  :

$$S_0 F_{04} = S_4 F_{40} = S_4 F_{47} \tag{5.39}$$

Or :  $S_4 F_{4(7+0)} = S_4 (F_{47} + F_{40}) = 2S_4 F_{40}$  (5.40)

Donc  $S_0 F_{04} = S_4 \frac{F_{4(7+0)}}{2} = S_4 \frac{F_{45}}{2}$  (5.41)

Sur le même abaque que précédemment on trouve  $F_{45} = 0.135$ .

$$D'où : \quad S_0 F_{04} = S_0 F_{06} = 0.54m^2. \quad (5.42)$$

Le calcul de  $S_0 F_{05}$  :

$$Par\ symétrie \quad S_0 F_{05} = S_5 F_{50} = S_5 F_{57} \quad (5.43)$$

$$Or \quad S_5 F_{5(7+0)} = S_5 (F_{57} + F_{50}) = 2S_5 F_{50} \quad (5.44)$$

$$S_0 F_{05} = S_5 F_{50} = S_5 \frac{F_{5(7+0)}}{2} \quad (5.45)$$

$F_{5(7+0)}$  est fourni par l'abaque de la figure 5.2  $F_{5(7+0)} = 0.097$ .

$$D'où \quad S_0 F_{05} = 0.29m^2 \quad (5.46)$$

Finalement :

$$S_0 F_{03} = S_0 F_{04} + S_0 F_{05} + S_0 F_{06} = 2S_0 F_{04} + S_0 F_{05} = 1.38m^2 \quad (5.47)$$

On peut maintenant calculer le flux net échange entre  $S_0$  et l'intérieur du four :

$$\phi_{net} = 5.67 \cdot 10^{-8} [0.57(300^4 - 1200^4) + 1.05(300^4 - 800^4) + 1.38(300^4 - 1000^4)]$$

$$\phi_{net} = -1.68 \cdot 10^5 W = -168KW \quad (5.48)$$

En introduisant les données géométriques du four ainsi que les différentes températures de paroi, le programme élaboré permet de calculer en un temps très court et de manière précise, les différents facteurs de forme ainsi que la puissance perdue par rayonnement lors de l'ouverture de la porte d'enfournement. Les résultats obtenus concordent très bien à ceux calculés manuellement et sont présentés ci-après :

DIFFERENTS FACTEURS DE FORME DANS D'UN FOUR PARALLELEPIPEDIQUE

F10 = 0.0477    F01 = 0.1906

F02 = 0.3483    F20 = 0.0871

F15 = 0.1347    F51 = 0.2694

F17 = 0.0871    F71 = 0.3483

F04 = 0.1829    F03 = 0.4611

LE FLUX NET ECHANGE EN KW= -169.

Pour mener à bien notre travail, il a fallu en premier lieu s'initier et maîtriser les fonctions et les instructions de base du langage fortran.

Un ensemble de routines basées sur des expressions analytiques donnant le facteur de forme de différentes géométries, disponibles dans la littérature ont été élaborées.

Ces routines ont été testées et validées une à une avec les résultats donnés dans la bibliographie.

Des cas pratiques repris de la littérature ont été étudiés et les résultats obtenus sont en bonne concordance

En perspective il est souhaitable d'étendre le domaine d'application du programme a d'autre situations ou configurations géométriques disponibles dans la littérature spécialisée.

Afin de rendre aisé l'utilisation de la compilation de routines, il est recommandé en perspective de faire appel à la programmation orientée objet. Cette dernière permettra de pouvoir manipuler et de visualiser l'objet en question, facilitant ainsi l'introduction des données et la présentation des sorties des codes de calcul.

- [1] : **J.F. SACADURA.** Initiation aux transferts thermiques. Tec et Doc .,6<sup>e</sup> tirage 2000.
- [2]: **Carslaw H.S., Jeager J.C.**,"conduction of heat in solids", second edition, oxford university press,1959.
- [3]: **BOUVENOT A.**, " transfert de chaleur ",Masson, 1980.
- [4]: **Bromley L.A.**, «Heat transfer in stable film boiling", Trans. ASME, Vol.80, P.711,1950
- [5]: **YVES JANNOT.**" Transferts thermiques ", Ecoles des Mines, Nancy,2012.
- [6] : **B. EYGLUNENT.**, " Manuel de thermique-Théorie et pratique, Ed HERMES 1997.
- [7] : **Olivier PERROT.**, "Cours De Rayonnement",3<sup>e</sup> éme semestre,I.U.T. de saint-Omer Dunkerque; Département Génie thermique et énergie, 2010-2011.
- [8] : **Philippe Marty.**, "COURS DE TRANSFERTS THERMIQUES", Conduction et rayonnement. GÉNIE DES PROCÉDÉS, Licence L3. University joseph fourier, Grenoble,2012-2013.
- [9]: **J.P. Holman.**, Heat transfer, Tenth Edition (McGraw-Hill Series in Mechanical Engineering) - The McGraw - Hill Companies, Inc. (2010).
- [10]: **P. S. Yeh, Ph. DI.**, "Fundamental Shape Factors in Radiative Heat Transfer With Numerical Integration",2000 ASEE Southeast Section Conference.

## - Annexe A

Shape-Factor Algebra for Open Ends  
of Cylinders

## EXAMPLE 8-3

Two concentric cylinders having diameters of 10 and 20 cm have a length of 20 cm. Calculate the shape factor between the open ends of the cylinders.

## ■ Solution

We use the nomenclature of Figure 8-15 for this problem and designate the open ends as surfaces 3 and 4. We have  $L/r_2 = 20/10 = 2.0$  and  $r_1/r_2 = 0.5$ ; so from Figure 8-15 or Table 8-2 we obtain

$$F_{21} = 0.4126 \quad F_{22} = 0.3286$$

Using the reciprocity relation [Equation (8-18)] we have

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21} \quad \text{and} \quad F_{12} = (d_2/d_1) F_{21} = (20/10)(0.4126) = 0.8253$$

For surface 2 we have

$$F_{21} + F_{22} + F_{23} + F_{24} = 1.0$$

From symmetry  $F_{23} = F_{24}$  so that

$$F_{23} = F_{24} = \left(\frac{1}{2}\right) (1 - 0.4126 - 0.3286) = 0.1294$$

Using reciprocity again,

$$A_2 F_{23} = A_3 F_{32}$$

and

$$F_{32} = \frac{\pi(20)(20)}{\pi(20^2 - 10^2)/4} 0.1294 = 0.6901$$

We observe that  $F_{11} = F_{33} = F_{44} = 0$  and for surface 3

$$F_{31} + F_{32} + F_{34} = 1.0 \quad [a]$$

So, if  $F_{31}$  can be determined, we can calculate the desired quantity  $F_{34}$ . For surface 1

$$F_{12} + F_{13} + F_{14} = 1.0$$

$$F_{13} = \left(\frac{1}{2}\right) (1 - 0.8253) = 0.0874$$

Using reciprocity gives

$$A_1 F_{13} = A_3 F_{31}$$

$$F_{31} = \frac{\pi(10)(20)}{\pi(20^2 - 10^2)/4} 0.0874 = 0.233$$

Then, from Equation (a)

$$F_{34} = 1 - 0.233 - 0.6901 = 0.0769$$

## - Annexe B

**EXAMPLE 8-4****Shape-Factor Algebra for Truncated Cone**

A truncated cone has top and bottom diameters of 10 and 20 cm and a height of 10 cm. Calculate the shape factor between the top surface and the side and also the shape factor between the side and itself.

**■ Solution**

We employ Figure 8-16 for solution of this problem and take the nomenclature as shown, designating the top as surface 2, the bottom as surface 1, and the side as surface 3. Thus, the desired quantities are  $F_{23}$  and  $F_{33}$ . We have  $L/r_1 = 10/10 = 1.0$  and  $r_2/L = 5/10 = 0.5$ . Thus, from Figure 8-16

$$F_{12} = 0.12$$

From reciprocity [Equation (8-18)]

$$\begin{aligned} A_1 F_{12} &= A_2 F_{21} \\ F_{21} &= (20/10)^2 (0.12) = 0.48 \end{aligned}$$

and

$$F_{22} = 0$$

so that

$$F_{21} + F_{23} = 1.0$$

and

$$F_{23} = 1 - 0.48 = 0.52$$

For surface 3,

$$F_{31} + F_{32} + F_{33} = 1.0 \quad [a]$$

so we must find  $F_{31}$  and  $F_{32}$  in order to evaluate  $F_{33}$ . Since  $F_{11} = 0$ , we have

$$F_{12} + F_{13} = 1.0 \quad \text{and} \quad F_{13} = 1 - 0.12 = 0.88$$

and from reciprocity

$$A_1 F_{13} = A_3 F_{31} \quad [b]$$

The surface area of the side is

$$\begin{aligned} A_3 &= \pi(r_1 + r_2) \left[ (r_1 - r_2)^2 + L^2 \right]^{1/2} \\ &= \pi(5 + 10)(5^2 + 10^2)^{1/2} = 526.9 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

So, from Equation (b)

$$F_{31} = \frac{\pi(10^2)}{526.9} 0.88 = 0.525$$

A similar procedure applies with surface 2 so that

$$F_{32} = \frac{\pi(5)^2}{526.9} 0.52 = 0.0775$$

Finally, from Equation (a)

$$F_{33} = 1 - 0.525 - 0.0775 = 0.397$$

## - Annexe C

2.1.7. Exemple de synthèse : calcul d'échanges radiatifs dans une enceinte noire

Considérons un four parallélépipédique représenté sur la figure ci-après. On assimile la voûte, la sole et les parois latérales à des surfaces noires de températures uniformes respectives  $T_1$ ,  $T_2$  et  $T_3$ .

Evaluons les pertes radiatives du four par sa porte d'enfournement lorsque celle-ci reste ouverte pendant le fonctionnement.

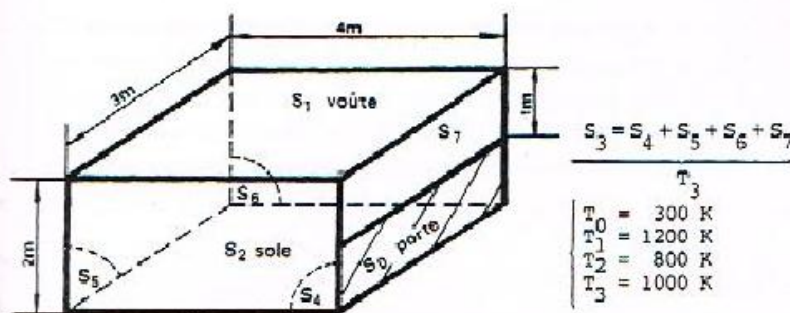


Figure III.30 - Schéma du four.

L'ouverture du four peut être assimilée à une surface noire fictive  $S_0$  à la température  $T_0$  de la salle où se trouve le four.

Le flux net échangé entre  $S_0$  et l'une des trois surfaces  $S_1$ ,  $S_2$  ou  $S_3$  a pour expression :  $\phi_{0i,net} = S_0 F_{0i} (M_0^e - M_i^e)$  avec  $i=1,2,3$ .

Le flux net échangé entre  $S_0$  et l'ensemble des parois intérieures du four est donc, d'après § 2.1.6. :

$$\phi_{0,net} = \sum_{i=1}^3 S_0 F_{0i} (M_0^e - M_i^e)$$

$$\text{soit : } \phi_{0,net} = \sigma [S_0 F_{01} (T_0^4 - T_1^4) + S_0 F_{02} (T_0^4 - T_2^4) + S_0 F_{03} (T_0^4 - T_3^4)].$$

Evaluation des  $S_i F_{ij}$

- Evaluation de  $S_0 F_{02}$  : on obtient directement  $F_{02}$  par l'abaque de la figure III.29 A :

$$F_{02} = 0,35 \quad \text{d'où} \quad S_0 F_{02} = 1,05 \text{ m}^2.$$

- Evaluation de  $S_0 F_{01}$  : la surface latérale  $S_3$  étant composée de 4 éléments  $S_4, S_5, S_6, S_7$ , on a :

$$F_{10} = F_{1(7+0)} - F_{17} = F_{15} - F_{17}.$$

( $F_{1(7+0)}$  étant le facteur de forme de  $S_1$  avec la réunion de  $S_7$  et  $S_0$ , on a  $a = F_{1(7+0)} = F_{15}$ ).

$$F_{15} = 0,135 \text{ et } F_{17} = 0,0875.$$

$$\text{D'où } F_{10} = 0,0475$$

$$\text{et } S_0 F_{01} = S_1 F_{10} = 0,57 \text{ m}^2.$$

- Evaluation de  $S_0 F_{03}$ . Elle comprend :

- Le calcul de  $S_0 F_{04}$  :

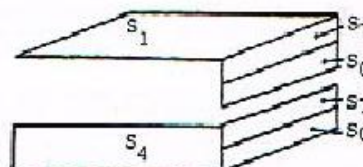


Figure III.31

$S_0 F_{04} = S_4 F_{40} = S_4 F_{47}$ , car  $F_{40} = F_{47}$  (symétrie, voir figure III.31).

Or  $S_4 F_{4(7+0)} = S_4 (F_{47} + F_{40}) = 2 S_4 F_{40}$ .

Donc  $S_0 F_{04} = S_4 F_{4(7+0)}/2 = S_4 F_{45}/2$ .

Sur le même abaque que précédemment on trouve  $F_{45} = 0,135$ .

D'où :  $S_0 F_{04} = S_0 F_{06} = 0,54 \text{ m}^2$ .

- Le calcul de  $S_0 F_{05}$  :

$S_0 F_{05} = S_5 F_{50} = S_5 F_{57}$ , car  $F_{50} = F_{57}$   
(par symétrie).

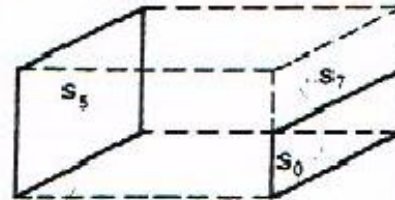


Figure III.32  
Evaluation de  $S_0 F_{05}$ .

Or  $S_5 F_{5(7+0)} = S_5 (F_{57} + F_{50}) = 2 S_5 F_{50}$ ,

$S_0 F_{05} = S_5 F_{50} = S_5 F_{5(7+0)}/2$ .

$F_{5(7+0)}$  est fourni par l'abaque figure III.29 B.

On obtient :  $F_{5(7+0)} = 0,097$ , d'où  $S_0 F_{05} = 0,29 \text{ m}^2$ .

Finalement :  $S_0 F_{03} = S_0 F_{04} + S_0 F_{05} + S_0 F_{06} = 2 S_0 F_{04} + S_0 F_{05}$   
 $= 1,38$ .

Donc :  $S_0 F_{03} = 1,38 \text{ m}^2$ .

On aurait pu calculer  $S_0 F_{03}$  beaucoup plus directement, en remarquant que,  $F_{03} = 1 - F_{01} - F_{02} - F_{07}$ .

Or  $F_{07} = 0$ , ( $S_0$  et  $S_7$  dans le même plan),  $F_{02} = 0,35$  et  $F_{01} = 0,57/3 = 0,19$ . D'où :  $F_{03} = 1 - 0,35 - 0,19 = 0,46$  et  $S_0 F_{03} = 0,46 \times 3 = 1,38 \text{ m}^2$ .

On peut maintenant calculer le flux net échangé entre  $S_0$  et l'intérieur du four :

$$\phi_{0 \text{ net}} = 5,67 \cdot 10^{-8} [0,57(300^4 - 1200^4) + 1,05(300^4 - 800^4) + 1,38(300^4 - 1000^4)]$$

$$\phi_{0 \text{ net}} = -1,68 \cdot 10^5 \text{ W} = -168 \text{ KW.}$$

Ce flux est négatif, il s'agit en effet d'un flux gagné par  $S_0$ , ce qui est conforme aux conventions de signe adoptées dans ce chapitre (cf § 2.1.6.).

Remarque : On a supposé dans cet exemple :

- que les échanges thermiques n'avaient lieu que par rayonnement ;
- que toutes les surfaces étaient noires. Ceci n'est réaliste que si l'émissivité des matériaux de garnissage est supérieure à 0,9 ;
- que des grandes surfaces, telles que la sole ou la voûte, étaient isothermes. On conçoit que cela n'est pas vrai, surtout lorsque la porte