

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITÉ MOULOUD MAMMERI DE TIZI-OUZOU

FACULTÉ DES SCIENCES  
DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE

## THÈSE DE DOCTORAT ES SCIENCES

SPECIALITE : Physique

OPTION : Physique des Matériaux

Présentée par:  
**Zahia KEBCI**

---

### Implémentation de modèles numériques basés sur la FDTD pour des applications en nano-optique

---

Devant ce jury d'examen composé de:

M. Hamid BOUZAR	Professeur	U.M.M.T.O	Président
M. Abderrahmane BELKHIR	Professeur	U.M.M.T.O	Rapporteur
M. Fadi Issam BAIDA	Professeur	U. B. F. C Besançon, France	Co-Rapporteur
M. Tahar TOUAM	M.C.A	U. Badji Mokhtar, Annaba	Examineur
M. Nacer-Eddine DEMAGH	Professeur	U. Ferhat Abbas, Setif 1	Examineur
M. Hand ZENIA	M.C.A	U. Abderrahmane Mira, Bejaia	Examineur

**Soutenue le 28 Mai 2018**

# Dédicaces

*Je dédie ce travail de thèse à mes très chers parents  
pour leur soutien,  
à mes sœurs, à mes frères  
et à ma très chère nièce Yasmine (Mamie).*

# Remerciements

Ce travail a été réalisé au sein des laboratoires Physique et Chimie Quantique (LPCQ) de l'Université Mouloud MAMMERY de Tizi-Ouzou et le Département d'Optique P.M. Duffieux de l'Université Bourgogne Franche-Comté de France. A cet effet, je tiens à présenter mes remerciements et ma reconnaissance à tout le personnel de ces deux laboratoires.

Je remercie vivement le soutien financier que j'ai reçu de la part du Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique d'Algérie qui a rendu possible mon séjour au sein de Département d'Optique P.M. Duffieux de l'Université Bourgogne Franche-Comté de France.

Les calculs ont été effectués sur les calculateurs superordinateurs "Mésocentre" de l'Université de Franche-Comté et "Aselkam" de LPCQ de l'Université Mouloud MAMMERY, je remercie ceux qui veillent sur le bon fonctionnement de ces deux stations de calcul.

Je remercie Abderrahmane BELKHIR, professeur à l'Université de Mouloud MAMMERY de Tizi Ouzou, pour avoir bien voulu diriger ce travail et pour m'avoir constamment aidée tout au long de ce dernier. Je tiens particulièrement à remercier Fadi Issam BAIDA, Professeur à l'université Bourgogne Franche-Comté de Besançon, d'avoir co-dérogé ce travail de thèse, qu'il trouve ici mes très sincères remerciements et mon profond respect.

Je sais tout particulièrement gré à Monsieur Abdelaziz MEZEGHRANE pour sa contribution dans ce travail, je lui suis très reconnaissante pour le temps qu'il a consenti à aider à corriger ce manuscrit.

Je tiens à remercier Monsieur Hamid BOUZAR Professeur à l'Université Mouloud MAMMERY de Tizi Ouzou, d'avoir bien voulu accepter de présider le jury de cette thèse. J'adresse toute ma gratitude à Messieurs Tahar TOUAM, Maître de Conférences à l'Université d'An-

naba, Nacer-Eddine DEMAGH, Professeur à l'Université de Setif et Hand ZENIA, Maître de Conférences à l'Université de Bejaia pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail en acceptant de faire partie du jury de cette thèse.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance et adresser mes très sincères remerciements à toutes les personnes qui ont contribué d'une manière ou d'une autre, au bon déroulement et à l'aboutissement de ce travail, en particulier Kahina LOUNIS, Fathma KERMOUN, Abdoulaye NDAO, Nuha HAMMED, Elie ATIE et Wentao QIU.

Je remercie bien évidemment toute ma famille et en particulier mes parents qui m'ont soutenue et encouragée durant tout mon cursus d'études, mes trois sœurs Melha, Hassina et Djamilia et mes trois frères Youcef, Kaci et Mouloud. Enfin, j'exprime ma dernière pensée à tous mes ami(e)s.

# Résumé

L'objectif de ce travail de thèse est l'implémentation de modèles numériques basés sur la méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD pour Finite Difference Time Domain) et leur application à l'étude de structures métalliques sub-longueurs d'onde pour la nano-optique.

Dans un premier temps, un code FDTD est mis au point en coordonnées cylindriques (CC-FDTD pour cylindrical coordinates-FDTD) pour une bonne description des objets à géométrie arrondie et un gain en espace mémoire. La dispersion des métaux nobles dans la gamme optique est décrite par le modèle de Drude à deux Points Critiques (DCP pour Drude Critical Points). Le code CC-FDTD est ensuite appliqué à l'étude modale d'un guide d'onde en forme de 'C' (CSWG pour C-shaped Wave Guide) sub-longueur d'onde fait en argent pour des applications en optique guidée. Les résultats de cette étude montrent la possibilité de guider des signaux optiques sans pertes significatives via le mode fondamental  $TE_{10}$  dont la longueur d'onde de coupure est beaucoup plus grande que celles des premiers modes des guides d'onde usuels. Ce mode est caractérisé par une vitesse de groupe très faible devant celle de la lumière dans le vide ce qui ouvre des perspectives prometteuses quant à son utilisation pour l'exaltation des effets non linéaires.

Dans un second temps, une structure périodique à base de cette cavité asymétrique est étudiée par un code FDTD implémenté en coordonnées cartésiennes. Les propriétés de transmission exaltée de cette structure obtenues ont été exploitées pour la conception de lames métalliques biréfringentes. Ainsi, des lames ultra minces quart d'onde (QWP pour Quarter Wave Plat) et demi-onde (HWP pour Half Wave Plat) très performantes ont été conçues dans les deux gammes micro-onde et optique.

Mots clés : FDTD, CC-FDTD, nano-optique, DCP, transmission exaltée, méta-matériaux biréfringents, HWP, QWP.



# Abstract

The aim of this work is the implementation of numerical models based on the Finite Difference Time Domain (FDTD) method and their application to the study of subwavelength metallic structures for nano-optics.

FDTD code is first developed in cylindrical coordinates (CC-FDTD) for both a good description of objects with rounded geometry and a gain in memory space. The dispersion of noble metals in the optical range is described by the Drude Critical Points (DCP) model. The CC-FDTD code is then applied to carry out a modal study of a sub-wavelength C-Shaped Wave Guide (CSWG) made of silver for applications in nano-optics. The results of this study show the possibility of guiding optical signals without significant losses via the fundamental mode  $TE_{10}$  whose cut-off wavelength is much greater than those of the first modes of the usual waveguides. This mode is characterized by a very low group velocity compared to that of light in vacuum, which opens up promising prospects for its use for the exaltation of non-linear effects.

Periodic structure based on this asymmetric cavity is then studied by a FDTD code implemented in Cartesian coordinates. The exalted transmission properties of this structure have been exploited for the design of birefringent metal plates. Thus, very thin and very efficient quarter wave (QWP) and half wave (HWP) Plates were designed in both microwave and optical ranges.

Key words: FDTD, CC-FDTD, nano-optics, DCP, exalted transmission, birefringent meta-materials, HWP, QWP.

# Table des matières

Dédicaces	ii
Remerciements	iii
Résumé	v
Abstract	vii
Table des figures	xi
Liste des tableaux	xv
Liste des abréviations	xvii
Introduction générale	1
<b>1 Généralités sur les structures métalliques sub-longueurs d'onde pour la nano-optique</b>	<b>5</b>
1.1 Introduction	5
1.2 Rappels sur la propagation de la lumière dans un milieu matériel	6
1.2.1 Propagation de la lumière dans les milieux anisotropes	7
1.2.2 Matrices de Jones	9
1.2.3 Ellipticité et rotation optique	9
1.3 Modes propres des guides d'onde en métal parfait	11
1.3.1 Guide d'onde cylindrique	12
1.3.2 Guide d'onde coaxial	13
1.4 Structures métalliques sub-longueurs d'onde pour la nano-optique	14
1.4.1 Guides d'onde métalliques	14
1.4.2 Structures métalliques périodiques	16
1.5 Méta-matériaux biréfringents	18
1.6 Principes de la méthode des différences finies dans le domaine temporel	19

1.6.1	Discrétisation des équations de Maxwell . . . . .	21
1.6.2	Conditions aux limites . . . . .	22
1.6.2.1	Conditions aux limites périodiques . . . . .	23
1.6.2.2	Conditions d'absorption aux frontières: PML de Bérenger . . . . .	23
1.6.3	Stabilité et dispersion numériques . . . . .	25
1.7	Conclusion . . . . .	26
<b>2</b>	<b>Implémentation de la méthode FDTD en coordonnées cylindriques: application à l'étude modale d'un CSWG</b>	<b>27</b>
2.1	Introduction . . . . .	27
2.2	Théorie et développements . . . . .	28
2.2.1	Implémentation de la méthode FDTD en coordonnées cylindriques . . . . .	28
2.2.2	Discrétisation des équations de Maxwell selon le schéma de Yee adapté aux coordonnées cylindriques . . . . .	30
2.2.3	Algorithme CC-FDTD pour le calcul de modes propres . . . . .	33
2.2.4	Conditions de stabilité de l'algorithme CC-FDTD . . . . .	34
2.3	Intégration du modèle de Drude à deux points critiques à la CC-FDTD . . . . .	35
2.4	Tests de validation et de convergence du code CC-FDTD . . . . .	37
2.4.1	Tests de validation . . . . .	37
2.4.1.1	Guide d'onde cylindrique . . . . .	38
2.4.1.2	Guide d'onde coaxial . . . . .	40
2.4.2	Tests de convergence . . . . .	41
2.5	Étude du guide d'onde métallique en forme de 'C' . . . . .	43
2.5.1	Similitude entre RWG et CSWG . . . . .	43
2.5.2	Avantages du CSWG . . . . .	45
2.6	Propriétés optiques du CSWG . . . . .	46
2.6.1	Effet des rayons intérieur et extérieur sur $\lambda_c^{TE_{10}}$ . . . . .	47
2.6.2	Nature du mode $TE_{10}$ . . . . .	48
2.6.3	Vitesse de groupe du mode fondamental $TE_{10}$ . . . . .	49
2.6.4	Calcul de l'indice effectif et de la distance de propagation de la lumière via le mode $TE_{10}$ . . . . .	50
2.7	Conclusion . . . . .	52
<b>3</b>	<b>Étude de la transmission exaltée à travers la structure CSAA</b>	<b>55</b>
3.1	Introduction . . . . .	55
3.2	Propriétés de la structure CSAA . . . . .	56
3.2.1	Compacité . . . . .	56

3.2.2	Asymétrie . . . . .	58
3.3	Étude paramétrique de la transmission à travers la structure CSAA . . . . .	61
3.3.1	Effet de la nature du métal . . . . .	61
3.3.2	Effet de l'épaisseur de la couche métallique . . . . .	62
3.3.3	Effet des rayons de l'ouverture . . . . .	63
3.3.4	Effet de la partie métallique additionnelle $M$ . . . . .	64
3.4	Conclusion . . . . .	65
	<b>Conclusion générale</b>	<b>67</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>71</b>

# Table des figures

1.1	L'image du crayon apparait en double après avoir traversé le cristal de calcite (double réfraction). . . . .	8
1.2	Effet des lames biréfringentes sur une onde plane incidente à polarisation rectiligne. Le champ électrique $\vec{E}_i$ de la lumière incidente fait un angle $\theta$ avec l'axe des $x$ . a) Effet de la HWP et b) Effet de la QWP. . . . .	9
1.3	Ellipse de polarisation, avec son angle d'orientation $\beta$ et son ellipticité $\eta$ . . . . .	10
1.4	Schéma d'un guide d'onde cylindrique de rayon $R$ . . . . .	13
1.5	Schéma d'un guide d'onde coaxial. $R_i$ est le rayon interne et $R_e$ le rayon externe. . . . .	14
1.6	Schéma d'un guide d'onde métallique en forme de 'C', avec: $b = 3W$ , $d = W$ et $a = 2.5W$ . . . . .	15
1.7	Schéma d'un guide d'onde métallique en forme de 'C', avec $R_i$ le rayon interne, $R_e$ le rayon externe et $\beta$ l'angle qui délimite la partie métallique additionnelle. . . . .	16
1.8	Structures à ouvertures annulaires gravées dans une couche métallique d'épaisseur $h$ . $R_i$ est le rayon interne, $R_e$ le rayon externe et $P_x = P_y$ représente la période du réseau. a) Structure CAA et b) Structure AAA. . . . .	17
1.9	Transmission à travers les structures CAA et AAA pour: $P_x = P_y = 300$ nm, $h = 100$ nm, $R = 100$ nm (structure CAA), $R_i = 50$ nm et $R_e = 100$ nm (structure AAA). a) Structures faites en métal parfait suspendues dans l'air et b) Structures faites en argent déposées sur du verre. . . . .	18
1.10	Schéma d'une lame métallique constituée de deux ouvertures rectangulaires gravées dans une couche métallique d'épaisseur $h$ suspendue dans l'air ([1]). . . . .	19
1.11	Schéma d'une lame constituée d'ouvertures coaxiales à âme elliptique faite en argent déposée sur du verre ( $n = 1.5$ ). $h = 152.5$ nm, $R_{im} = 40$ nm, $R_{iM} = 80$ nm et $R_o = 120$ nm. a) Vue de côté de la lame et b) Vue de dessus de la lame ([2]). . . . .	20
1.12	a) Réseau périodique d'ouvertures en forme de 'L' gravées dans une couche métallique et illuminée par une onde polarisée selon l'axe $z$ et b) Vue de dessus d'une maille carrée. La flèche rouge indique l'axe de symétrie de la structure ([3]). Les paramètres géométriques sont: $p = 50$ $\mu$ m, $w = 22.5$ $\mu$ m, $l = 45$ $\mu$ m et $h = 400$ $\mu$ m. . . . .	20

1.13	Distribution spatiale des composantes électromagnétiques dans une cellule de Yee.	23
1.14	Distribution temporelle des composantes électromagnétiques dans l'algorithme de Yee. . . . .	24
1.15	a) Réseau périodique 2D et b) Maille élémentaire de ce réseau correspondant à la fenêtre de calcul FDTD. . . . .	24
1.16	PML de Bérenger. . . . .	25
2.1	Schéma de Yee adapté aux coordonnées cylindriques montrant les points de calcul des composantes électromagnétiques.a) Cas 3D et b) Cas 2D. . . . .	31
2.2	Répartition temporelle des champs électromagnétiques dans l'algorithme de Yee.	32
2.3	Schéma d'un guide d'onde cylindrique métallique de rayon $R$ . . . . .	38
2.4	Densités d'énergies électromagnétiques normalisées, obtenues par différentes variantes FDTD, du mode fondamental $TE_{11}$ à la coupure ( $k_z = 0$ ) d'un guide d'onde cylindrique de rayon $R = 124$ nm. a) Métal parfait et b) Métal réel (Argent). . . . .	39
2.5	Guide d'onde coaxial métallique de rayons interne $R_i = 74$ nm et externe $R_e = 124$ nm. . . . .	40
2.6	Densités d'énergies électromagnétiques normalisées à la coupure ( $k_z = 0$ ) à travers un guide d'onde coaxial pour $R_i = 74$ nm et $R_e = 124$ nm. a) Métal parfait et b) Métal réel (Argent). . . . .	41
2.7	Tests de convergence entre les codes FDTD classique et la CC-FDTD effectués pour le calcul de la longueur d'onde de coupure du mode fondamental d'un guide d'onde coaxial fait en métal parfait avec: $R_i = 74$ nm et $R_e = 124$ nm. . . . .	42
2.8	a) Guide d'onde métallique rectangulaire (RWG) défini par sa longueur $a$ et sa largeur $b$ . b) Guide d'onde métallique en forme de 'C' (CSWG) avec: $R_i$ est le rayon interne, $R_e$ le rayon externe et $\beta$ l'angle qui délimite le métal additionnel.	44
2.9	Intensités spectrales et distributions spatiales du champ électrique du mode fondamental $TE_{10}$ à la coupure ( $k_z = 0$ ). a) Guide RWG pour: $a = 250$ nm et $b = 80$ nm et b) Guide GSWG pour: $R_i = 74$ nm, $R_e = 124$ nm et $\beta = 30^\circ$ . . . . .	45
2.10	Schéma des guides CWG et CSWG pour: $R_i = 74$ nm, $R_e = 124$ nm et $\beta = 30^\circ$ pour le CSWG. . . . .	46
2.11	Densités d'énergies normalisées pour les guides CWG et CSWG en métal parfait et en métal réel avec: $R_i = 74$ nm, $R_e = 124$ nm et $\beta = 30^\circ$ pour le CSWG. Les deux images à droite représentent les distributions du champ électrique à la longueur d'onde de coupure des modes fondamentaux de chaque structure faite en argent. . . . .	47

2.12	Longueurs d'ondes de coupures du mode $TE_{10}$ du CSWG. a) $R_e = 124$ nm et $R_i$ variable et b) $R_i = 75$ nm et $R_e$ variable. . . . .	48
2.13	Courbes de dispersion du mode fondamental $TE_{10}$ du guide d'onde en forme de 'C' en argent pour $R_i = 74$ nm, $\beta = 30^\circ$ et $R_e$ variable. . . . .	49
2.14	Distributions spatiales aux fréquences de coupure du mode fondamental $TE_{10}$ du guide d'onde en forme de 'C' en argent pour $R_i = 74$ nm et $\beta = 30^\circ$ . a) $R_e = 80$ nm, b) $R_e = 124$ nm et c) $R_e = 250$ nm. . . . .	49
2.15	Vitesses de groupe normalisée par $c$ (célérité de la lumière dans le vide) du mode fondamental $TE_{10}$ d'un CSWG en argent de rayons: $R_i = 74$ nm, $\beta = 30^\circ$ et $R_e$ variable. . . . .	50
2.16	Estimation de la largeur à mi-hauteur à partir de la courbe de la densité d'énergie électromagnétique pour un $k_z$ donné d'un CSWG pour: $R_i = 74$ nm, $R_e = 124$ nm et $\beta = 30^\circ$ . . . . .	51
2.17	Indice effectif du mode fondamental $TE_{10}$ d'un CSWG en argent de rayons $R_i = 74$ nm et $R_e$ varie: a) Partie réelle et b) Partie imaginaire. Les courbes sur (c) représentent les distances de propagation $L_P$ . . . . .	53
3.1	a) Schéma d'un réseau périodique d'ouvertures gravées dans une couche métallique suspendue dans l'air avec: $R_i = 50$ nm, $R_e = 100$ nm, $P_x = P_y = 300$ nm, $h = 100$ nm, $M = 0$ (structure AAA) et $M = 50$ nm (structure CSAA). . . . .	56
3.2	Spectres de transmission à travers les structures métalliques considérées. a) Structure AAA ( $M = 0$ nm) et b) Structure CSAA ( $M = 50$ nm). $P_x = P_y = 300$ nm, $R_i = 50$ nm, $R_e = 100$ nm et $h = 100$ nm. . . . .	57
3.3	a) Réseau périodique d'ouvertures métalliques gravées dans une couche d'argent déposée sur un substrat en verre ( $n = 1.5$ ) avec: $P_x = P_y = 300$ nm, $R_i = 50$ nm, $R_e = 100$ nm, $h = 100$ nm et $M = 50$ nm, b) Spectres de transmission à travers les structures AAA (en rouge) et CSAA (en bleu) et c) Distributions du champ électrique des premiers modes de chaque structure à leur longueur d'onde d'excitation. . . . .	58
3.4	Intensités transmises à travers des réseaux périodiques d'ouvertures métalliques gravées dans une couche métallique en argent déposée sur le verre en fonction de l'angle de polarisation de l'onde incidente ( $\theta$ ) et de la longueur d'onde. $R_i = 50$ nm, $R_e = 100$ nm et $h = 100$ nm et $P_x = P_y = 300$ nm. a) Structure AAA et b) Structure CSAA. . . . .	59

3.5	Spectres de transmission à travers la structure CSAA pour trois valeurs différentes de l'angle $\theta$ . $P_x = P_y = 300$ nm, $R_i = 50$ nm, $R_e = 100$ nm, $M = 50$ nm et $h = 100$ nm. Pour chaque angle $\theta$ , les distributions spatiales du champ électrique aux différentes longueurs d'onde d'excitation des modes propres de la structure CSAA sont présentées en insère. . . . .	60
3.6	Effets de la nature du métal sur la position et l'intensité des modes propres de la structure CSAA avec: $P_x = P_y = 300$ nm, $R_i = 50$ nm, $R_e = 100$ nm, $h = 100$ nm et $M = 50$ nm. . . . .	61
3.7	Intensités transmises à travers la structure CSAA pour: $P_x = P_y = 300$ nm, $R_i = 50$ nm, $R_e = 100$ nm, $M = 50$ nm et $h$ variable. a) cas du métal parfait et b) cas de l'argent. . . . .	62
3.8	Postions en longueur d'onde des pics de transmission à travers les structures CSAA en métal parfait (en bleu) et en argent (en rouge) avec: $P_x = P_y = 300$ nm, $h = 100$ nm et $M = 50$ nm. a) $R_e = 130$ nm et $R_i$ varie et b) $R_i = 50$ nm et $R_e$ varie. . . . .	64
3.9	Postions en longueur d'onde des pics de transmission à travers les structures CSAA en métal parfait (en bleu) et en argent (en rouge) en fonction de $M$ . $P_x = P_y = 300$ nm, $R_i = 50$ nm, $R_e = 100$ nm et $h = 100$ nm. . . . .	65

# Liste des tableaux

1.1	Quelques indices des matériaux uni-axes biréfringents à $\lambda \approx 590$ nm. . . . .	8
1.2	Exemples de matrices de Jones de quelques systèmes optiques. . . . .	10
2.1	Paramètres optimisés du modèle de Drude à deux Points Critique pour l'argent dans la gamme optique [100nm – 2500 nm]. . . . .	39
2.2	Résultats de calcul de $\lambda_c^{TE_{11}}$ d'un guide d'onde coaxial en métal parfait avec: $R_i = 74$ nm et $R_e = 124$ nm pour un même temps de calcul réel. . . . .	43
2.3	Comparaison entre les longueurs d'onde de coupure obtenues analytiquement et par le code CC-FDTD dans le cas d'un CSWG en métal parfait. $R_i = 74$ nm, $\beta = 30^\circ$ et $R_e$ variable. . . . .	46



# Liste des abréviations

AAA	Annular Aperture Array
BOR-FDTD	Body of Revolution-FDTD
CC-FDTD	Cylindrical Coordinates-FDTD
CWG	Coaxial Wave Guide
CSWG	C-Shaped Wave Guide
CSAA	C-Shaped Aperture Array
CAA	Cylindrical Aperture Array
DCP	Drude Critical Points
FDTD	Finite Difference Time Domain
FSS	Frequency Selective Surface
FP	Fabry-Pérot
HWP	Half Wave Plate
L <sub>p</sub>	Length propagation
MP	Métal Parfait
PML	Perfectly Matched Layer
QWP	Quater Wave Plate
RWG	Rectangular Wave Guide
SERS	Surface Enhanced Raman Spectroscopy
TEM	Transverse Électrique et Magnétique
TE	Transverse Électrique

# Introduction générale

Les structures métallo-diélectriques sub-longueurs d'onde suscitent un très grand intérêt pour la communauté scientifique tant sur le plan expérimental que sur le plan fondamental et ce pour des applications de plus en plus variées telles que les sciences médicales [4–6], spectroscopie Raman exaltée de surface (SERS pour Surface Enhanced Raman Spectroscopy) [7–10], piégeage optique [11–13], optique guidée [14], surface sélective en fréquence (FSS pour Frequency Selective Surface) [15–19]. Un exemple probant de ces structures est celui correspondant à des structures constituées d'ouvertures sub-longueurs d'onde, gravées dans des couches métalliques et exhibant des propriétés exotiques de guidage pour la nano-connectique et de transmissions qualifiées d'extraordinaire pour des applications FSS dans le domaine de l'optique. En effet, depuis les travaux pionniers de Ebbesen et al. [20] qui ont mis en évidence le phénomène de la transmission extraordinaire à travers un réseau périodique de trous cylindriques sub-longueurs d'onde, un intérêt sans cesse grandissant est porté à ce type de structures. La transmission observée par Ebbesen, attribuée au couplage entre les plasmons de surface, de l'ordre de 6% est qualifiée d'extraordinaire car elle était largement supérieure à la somme de toutes les intensités transmises obtenues à travers chaque trou pris séparément [21]. Cependant cette transmission reste assez faible pour nombres d'applications en nano-optique. F. Baida et D. Van Labeke ont notablement amélioré cette transmission en remplaçant les ouvertures cylindriques par des ouvertures annulaires (AAA pour Annular Aperture Array) [17]. Ils ont démontré théoriquement que cette transmission pouvait être portée à 90% en remplaçant les ouvertures cylindriques par des ouvertures annulaires en argent. A la différence de l'explication avancée par Ebbesen, ces auteurs l'attribuent à l'excitation des modes guidés [17, 18]. En 2007, la démonstration expérimentale fut apportée en mesurant une transmission de l'ordre de 90% à travers cette structure AAA déposée sur du verre [22].

La manipulation de la forme géométrique de ces nano-ouvertures permet la conception de nouveaux dispositifs faisant émerger de nouvelles fonctionnalités que n'offrent pas les milieux naturels. En effet, un arrangement particulier d'ouvertures convenablement choisies

peut modifier les propriétés optiques d'un milieu en le rendant artificiellement anisotrope. Ce principe est à la base de la conception de lames biréfringentes compactes et ultra-minces pour le contrôle et la manipulation de l'état de polarisation de la lumière. Rappelons que les lames classiques à base de matériaux biréfringents naturels présentent plusieurs inconvénients tels qu'une faible transmission, une épaisseur élevée et une faible biréfringence. L'utilisation des méta-matériaux avec anisotropie artificielle améliore considérablement les performances de ces lames. On dénombre essentiellement deux possibilités permettant de provoquer ces anisotropies artificielles: soit à travers l'excitation des plasmons de surface ou des modes guidés des ouvertures métalliques présentant des brisures de symétrie. Cependant l'intensité lumineuse transmise reste très faible dans le cas plasmonique (à cause des pertes métalliques) comparativement au cas où c'est les modes guidés qui sont mis en jeu. Cet aspect des lames fonctionnant à bases de modes guidés est largement exploité dans le cadre de cette thèse où nous avons utilisé des méta-matériaux constitués d'ouvertures métalliques en forme de 'C'.

L'étude de telles structures miniaturisées et complexes nécessite des outils de simulation et de fabrication très élaborés. Pour cela, le développement d'outils de modélisation en nano-optique constitue un challenge pour la communauté scientifique. Ils sont nécessaires pour expliquer des phénomènes physiques souvent complexes et optimiser les paramètres géométriques et physiques d'un composant optique donné. Généralement numériques, ces outils sont basés sur la résolution des équations de Maxwell. La méthode la plus populaire est la méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD pour Finite Difference Time Domain) qui est largement développée et utilisée tout au long de ce travail thèse [11,14,23,24]. Elle est générale et peut simuler la propagation d'une onde électromagnétique dans n'importe quel milieu: métallique, anisotrope, non linéaire,.... Cette technique, basée sur le schéma de Yee [25], est généralement développée dans la base cartésienne. Cependant pour une meilleure description d'objets à géométrie incurvée et une utilisation optimale des ressources informatiques, son implémentation en coordonnées cylindriques s'avère nécessaire [23].

C'est dans ce contexte que s'inscrit ce travail de thèse qui consiste en l'élaboration de modèles numériques robustes basés sur la méthode FDTD en vue de concevoir de nouvelles structures pour la nano-optique. Il se décline en deux grandes parties: la première concerne l'implémentation d'un code FDTD en coordonnées cylindriques et son application à l'étude d'un guide d'onde isolé en forme de 'C' (CSWG pour C-Shaped Wave Guide) alors que la deuxième partie est dédiée à la conception de lames biréfringentes à base de méta-matériaux constitués d'un réseau périodique de deux cavités métalliques en forme de 'C'.

Ce présent manuscrit est structuré en quatre chapitres.

Dans le premier, la propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu matériel y est brièvement décrite. Nous nous sommes également intéressés aux structures métalliques sub-longueurs d'onde et leurs applications potentielles dans le domaine de la photonique et plus particulièrement aux structures dédiées au guidage de la lumière et à la transmission exaltée. Les propriétés optiques des lames biréfringentes naturelles ou à base de méta matériaux y sont rappelées. Dans ce chapitre nous avons également donné quelques rappels sur les principes de base de la méthode FDTD. Les conditions aux limites de Floquet Bloch pour la description de la périodicité des réseaux et absorbantes de type PML de Bérenger y sont succinctement décrites.

Le deuxième chapitre décrit l'implémentation de la méthode FDTD en coordonnées cylindriques (CC-FDTD pour Cylindrical Coordinates-FDTD). La technique d'implémentation du modèle de Drude à deux Points Critique (DCP pour Drude Critical Points) [26–29], décrivant la dispersion des métaux nobles dans la gamme optique, y est détaillée. Cette nouvelle variante de la FDTD, après des tests de validation, est appliquée à l'étude d'un guide d'onde en forme de 'C' (CSWG) fait en argent pour des applications en nano-optique.

Le troisième chapitre de ce manuscrit concerne les travaux de simulation réalisés sur la structure périodique à ouvertures en forme de 'C' (CSAA pour C-Shaped Array Apperture) par l'intermédiaire d'un code maison FDTD écrit en coordonnées cartésiennes et conçu pour l'étude de structures 3D bi-périodiques et finies suivant la troisième direction. Une étude paramétrique est menée sur la transmission exaltée à travers cette structure. L'effet des paramètres physiques et géométriques sur la position et l'intensité des pics de transmission est étudié.

Les résultats du chapitre précédent sont exploités dans le dernier chapitre pour la conception de lames métalliques biréfringentes fonctionnelles dans les gammes micro-onde et optique. Ces lames sont à base de méta-matériaux constitués d'un réseau de double ouvertures en forme de 'C' et dont le principe de fonctionnement repose sur l'excitation des modes guidés.

Nous terminerons ce travail par une conclusion générale résumant les principaux résultats obtenus. Des perspectives futures à ce travail seront données.



# Chapitre 1

## Généralités sur les structures métalliques sub-longueurs d'onde pour la nano-optique

### 1.1 Introduction

Les structures métallo-diélectriques de dimension sub-longueur d'onde suscitent un très grand intérêt pour leurs propriétés optiques exotiques permettant d'exhiber de nouvelles fonctionnalités pour la nano-optique. La plupart de ces structures sont construites de la main de l'homme et donnent naissance à de nouvelles applications irréalisables avec les milieux naturels [30, 31]. Ces structures arrangées en réseau ou pas ont fait l'objet de nombreuses études théoriques et expérimentales. Dans chacune de ces applications, l'enjeu est soit de confiner, exalter, ou contrôler la propagation de la lumière à travers ces structures nanométriques [14, 17, 18, 20–22, 32–35].

Dans ce premier chapitre nous allons donner un bref aperçu sur les propriétés optiques de ces structures métalliques sub-longueurs d'onde. Nous commençons par donner un rappel sur la propagation de la lumière dans des milieux matériels dispersifs et anisotropes. Ensuite nous passerons en revue quelques structures métalliques conçues pour des applications en optique intégrée et en transmission exaltée. Enfin nous rappellerons les grandes lignes de la méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD pour Finite Difference Time Domain), largement développée et utilisée dans le cadre de cette thèse pour la modélisation de nos différents dispositifs. Ce chapitre se terminera par une conclusion.

## 1.2 Rappels sur la propagation de la lumière dans un milieu matériel

La lumière est une onde électromagnétique qui se propage dans le vide ou dans un milieu matériel quelconque. Les milieux dispersifs, dont la fonction diélectrique dépend de la fréquence de l'onde incidente, et les milieux anisotropes pour lesquels l'indice de réfraction dépend de la direction de polarisation du champ électrique seront considérés. Dans tous les cas, cette propagation est décrite parfaitement par les équations de Maxwell complétées par les équations constitutives du milieu. Dans le cas d'un milieu dépourvu de charges libres, les équations de Maxwell prennent la forme suivante:

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.1.a)$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (1.1.b)$$

$$\text{div} \vec{D} = 0 \quad (1.1.c)$$

$$\text{div} \vec{B} = 0 \quad (1.1.d)$$

$\vec{E}$  et  $\vec{D}$  sont respectivement les vecteurs champ électrique et induction électrique.  $\vec{H}$  et  $\vec{B}$  désignent respectivement les vecteurs champ magnétique et induction magnétique.

Pour un milieu linéaire, homogène, isotrope (LHI) et non magnétique, les relations constitutives sont réduites à de simples relations de proportionnalité dans le domaine fréquentiel comme suit:

$$\vec{D}(\omega) = \varepsilon_0 \varepsilon_r(\omega) \vec{E}(\omega) \quad (1.2.a)$$

$$\vec{B}(\omega) = \mu_0 \vec{H}(\omega) \quad (1.2.b)$$

où  $\omega$  est la pulsation de l'onde,  $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} F/m$  la permittivité diélectrique du vide et  $\varepsilon_r$  la permittivité relative du milieu étudié. La constante  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} H/m$  est la perméabilité magnétique du vide ( $\mu_0 \varepsilon_0 c^2 = 1$  avec  $c$  est la vitesse de la lumière dans le vide).

Dans la gamme optique, le métal est dispersif, il est caractérisé par une constante diélectrique complexe  $\varepsilon(\omega) = \varepsilon_R(\omega) + i\varepsilon_I(\omega)$ . Dans la littérature, il existe plusieurs modèles pour décrire

cette dispersion. Pour les métaux nobles considérés dans le présent travail, les modèles les plus répandus sont le modèle de Drude simple [14, 36, 37], le modèle de Drude Lorentz (DL pour Drude Lorentz) [26, 38, 39] et le modèle de Drude à deux Points Critiques (DCP pour Drude Critical Points) [29, 40, 41].

### 1.2.1 Propagation de la lumière dans les milieux anisotropes

Dans le cas d'un milieu linéaire et anisotrope, la relation liant les vecteurs déplacement et champ électriques n'est plus une simple proportionnalité mais une relation tensorielle. Dans ce cas la permittivité n'est plus un scalaire mais un tenseur de rang 2 qui est généralement diagonalisable dans le cas des milieux linéaires, non absorbants et sans activité optique:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \begin{pmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

Ainsi la relation entre les champs  $\vec{E}$  et  $\vec{D}$  s'écrit:

$$\begin{pmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{pmatrix} = \varepsilon_0 \begin{pmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

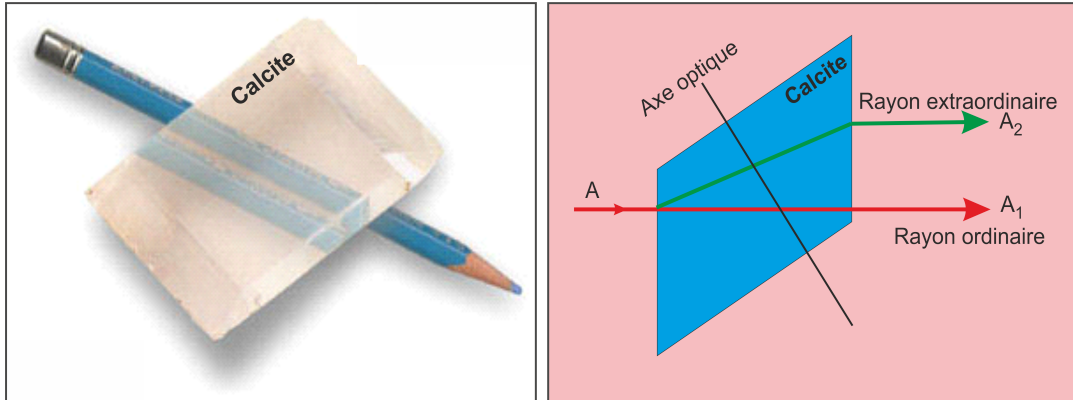
Plusieurs situations peuvent se présenter:

- Milieux isotropes pour lesquels  $n_1 = n_2 = n_3 = n = \varepsilon_r^2$  (n est dit indice de réfraction du milieu)
- Milieux uni-axes qui possèdent un axe optique privilégié:  $n_2 = n_3 \neq n_1$ .
- Milieux bi-axes qui possèdent deux axes optiques:  $n_1 \neq n_2 \neq n_3$ .

Un exemple de la propagation de la lumière à travers un milieu uni-axe est illustré sur la figure 1.1). Le rayon lumineux entre dans la calcite sous une incidence normale et après avoir traversé le cristal, l'image de l'objet est dédoublée. Un point objet ( $A$ ) donne lieu à deux points images ( $A_1, A_2$ ) :

- Rayon ordinaire  $A_1$  qui obéit aux lois ordinaires de l'optique géométrique (la loi de Snell-Descartes). Lorsqu'on fait tourner le cristal, on constate que le point image  $A_1$  ne tourne pas.
- Rayon extraordinaire  $A_2$  qui diverge légèrement de la direction du rayon incident.

Dans le cas d'un milieu uni-axe, l'indice  $n_1$  est dit indice extraordinaire et est noté  $n_e$ . Les deux autres indices ( $n_2 = n_3$ ) sont notés  $n_o$  (indice ordinaire).



**Figure 1.1** – L'image du crayon apparaît en double après avoir traversé le cristal de calcite (double réfraction).

Matériau	$n_o$	$n_e$	$\Delta n$
Béryl	1.602	1.557	-0.045
Calcite $CaCO_3$	1.658	1.486	-0.16
Niobate de lithium $LiNbO_3$	2.272	2.187	-0.085
Fluorure de magnésium $MgF_2$	1.38	1.385	0.006
Quartz $SiO_2$	1.544	1.553	0.009
Saphir $Al_2O_3$	1.768	1.760	-0.008
Nitrate de sodium $NaNO_3$	1.587	1.336	-0.251

**Tableau 1.1** – Quelques indices des matériaux uni-axes biréfringents à  $\lambda \approx 590$  nm.

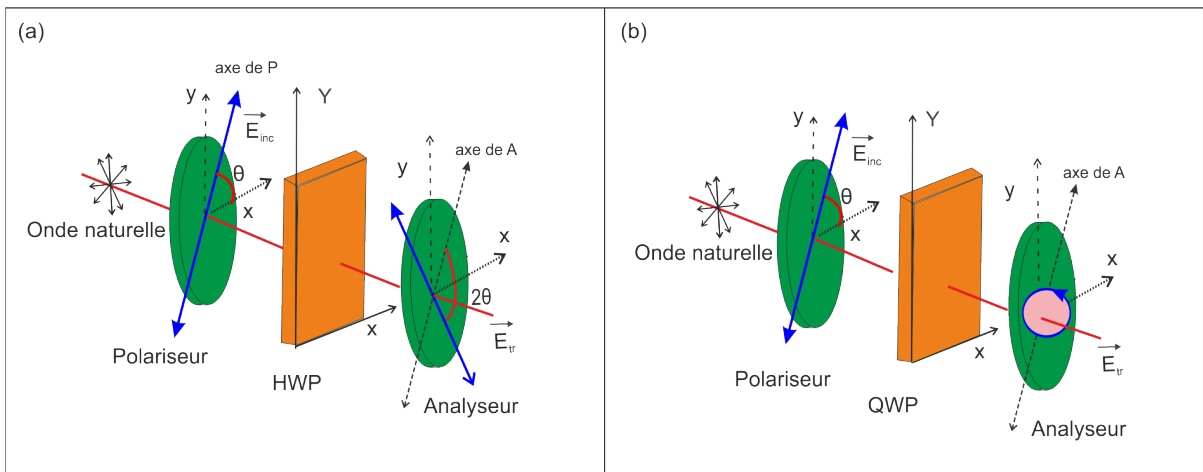
Le tableau 1.1 donne les valeurs de  $n_e$  et  $n_o$  pour quelques matériaux "uni-axes" naturels. La biréfringence est définie par l'écart  $\Delta n = n_e - n_o$ .

À base de cristaux biréfringents, des lames à retard à faces parallèles, taillées parallèlement à l'axe optique, peuvent être conçues pour le contrôle de l'état de polarisation de la lumière. Quand une onde traverse ce type de lames, ses deux composantes transversales ne se propagent pas à la même vitesse provoquant ainsi un retard de phase (i.e., un déphasage  $\Delta\phi$ ) entre elles. Ce retard dépend du matériau utilisé, de l'épaisseur de la lame  $h$  et de la longueur d'onde  $\lambda$  de l'onde lumineuse considérée. Dans le cas d'une incidence parallèle à l'axe optique, ce déphasage est donné comme:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \times h \times \Delta n \tag{1.5}$$

Il existe plusieurs types de lames, caractérisées par le déphasage qu'elles produisent. Les plus répandues sont les lames demi-onde (HWP pour Half-Wave Plate) caractérisée par un déphasage  $\Delta\phi = \pi$  correspondant à un retard de  $\lambda/2$ , et les lames quart d'onde (QWP pour Quarter Wave Plate) caractérisée par une différence de phase  $\Delta\phi = \pi/2$  correspondant à un retard de  $\lambda/4$ .

Dans le cas d'une lame HWP (voir figure 1.2-a), le plan de polarisation d'une onde lumineuse incidente faisant un angle  $\theta$  par rapport à l'axe lent (à indice élevé) se trouve tourné d'un angle  $2\theta$  à la sortie de la lame. Cette rotation est une conséquence du retard de phase  $\Delta\phi = \pi$  induit sur la composante lente. Quant à la lame quart d'onde, elle transforme une polarisation rectiligne en une polarisation elliptique qui sera circulaire dans le cas où l'angle  $\theta = 45^\circ$  (voir figure 1.2-b).



**Figure 1.2** – Effet des lames biréfringentes sur une onde plane incidente à polarisation rectiligne. Le champ électrique  $\vec{E}_i$  de la lumière incidente fait un angle  $\theta$  avec l'axe des  $x$ . a) Effet de la HWP et b) Effet de la QWP.

### 1.2.2 Matrices de Jones

Le formalisme de Jones est un formalisme matriciel permettant de décrire l'état de la lumière totalement polarisée, ou de manière générale d'une onde électromagnétique, et son évolution à travers un système optique. Dans ce formalisme, le vecteur de Jones de la lumière en sortie du système est donné par le produit de la matrice de Jones du système par le vecteur de Jones de la lumière d'entrée.

Sur le tableau 1.2 nous avons représenté les matrices de Jones de quelques systèmes optiques.

### 1.2.3 Ellipticité et rotation optique

Dans le cas général, une onde plane présente une polarisation elliptique, i.e., l'extrémité du vecteur champ électrique décrit une ellipse dans le plan transversal à la direction de propagation (voir figure 1.3).

L'ellipse possède un demi-grand axe  $a$  et un demi-petit axe  $b$  (voir figure 1.3). L'orientation  $\beta$  de l'onde électromagnétique correspond à l'angle que fait le demi-grand axe avec l'axe

Système optique	Matrice de Jones correspondante
polariseur avec axe horizontal	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
polariseur avec axe vertical	$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
polariseur avec axe incliné à $\pm 45^\circ$	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \pm 1 \\ \pm 1 & 1 \end{pmatrix}$
polariseur incliné d'un angle $\beta$	$\begin{pmatrix} \cos^2 \beta & \cos \beta \sin \beta \\ \sin \beta \cos \beta & \sin^2 \beta \end{pmatrix}$
Polariseur circulaire droit	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -i \\ i & 1 \end{pmatrix}$
Polariseur circulaire gauche	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix}$
Lame demi-onde d'axes ox et oy	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
Lame demi-onde avec axe rapide horizontal	$\begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}$
Lame quart d'onde avec axe rapide horizontal	$e^{-i\pi/4} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}$

Tableau 1.2 – Exemples de matrices de Jones de quelques systèmes optiques.

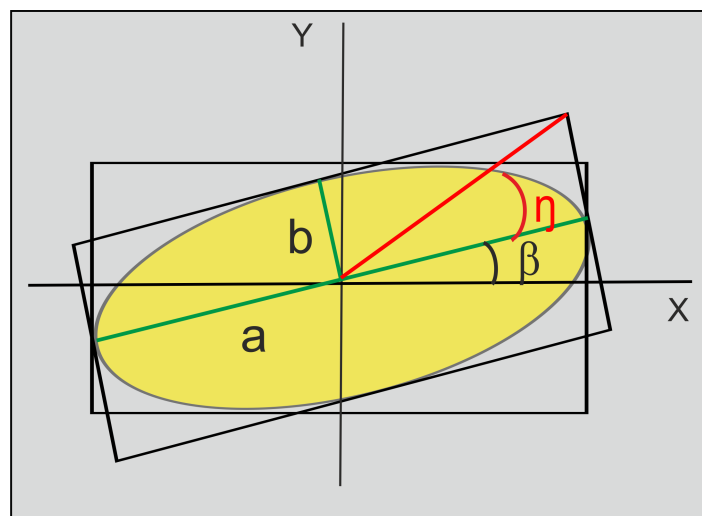


Figure 1.3 – Ellipse de polarisation, avec son angle d'orientation  $\beta$  et son ellipticité  $\eta$ .

horizontal, mesuré dans le sens contraire des aiguilles d'une montre. L'aplatissement de l'ellipse est défini à partir du rapport entre les longueurs des grand et petit axes de l'ellipse:

$$\tan(\eta) = b/a \tag{1.6}$$

L'ellipticité  $\eta$  et la rotation  $\beta$  sont liées au déphasage et aux amplitudes du champ électrique

comme:

$$\eta = \frac{1}{2} \times \arcsin((\sin(2\chi) \times \sin(\Delta\phi)) \quad (1.7)$$

$$\tan(2\beta) = \tan(2\chi) \times \cos(\Delta\phi) \quad (1.8)$$

avec:  $\chi = \arctan\left(\frac{E_y}{E_x}\right)$ .

### 1.3 Modes propres des guides d'onde en métal parfait

Dans le cas du métal parfait, le calcul des modes propres des guides d'onde à symétrie cylindrique peut s'effectuer simplement en recherchant les solutions de l'équation de propagation déduite des équations de Maxwell projetées dans la base cylindrique (système d'équations 1.1).

On cherche des solutions sous ces formes:

$$\vec{E}(r, \phi, z, t) = \vec{E}_0(r, \phi)e^{i(k_z z - \omega t)} \quad (1.9.a)$$

$$\vec{H}(r, \phi, z, t) = \vec{H}_0(r, \phi)e^{i(k_z z - \omega t)} \quad (1.9.b)$$

avec  $k_z = k'_z + ik''_z$  est le vecteur d'onde complexe.

Dans ce cas, les équations de Maxwell peuvent s'écrire en coordonnées cylindriques comme:

$$-i\omega\varepsilon E_r = \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} - ik_z H_\phi \quad (1.10.a)$$

$$-i\omega\varepsilon E_\phi = ik_z H_r - \frac{\partial H_z}{\partial r} \quad (1.10.b)$$

$$-i\omega\varepsilon E_z = \frac{\partial H_\phi}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial H_r}{\partial \phi} \quad (1.10.c)$$

$$i\omega\mu H_r = \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - ik_z E_\phi \quad (1.10.d)$$

$$i\omega\mu H_\phi = ik_z E_r - \frac{\partial E_z}{\partial r} \quad (1.10.e)$$

$$i\omega\mu H_z = \frac{\partial E_\phi}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial E_r}{\partial \phi} \quad (1.10.f)$$

Par combinaison des équations du système 1.10, on obtient:

— Pour les composantes électriques transversales:

$$E_r = -\frac{ik_z}{k_c^2} \left( \frac{\partial E_z}{\partial r} - \frac{\omega\mu}{k_z} \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} \right) \quad (1.11.a)$$

$$E_\phi = -\frac{ik_z}{k_c^2} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} + \frac{\omega\mu}{k_z} \frac{\partial H_z}{\partial r} \right) \quad (1.11.b)$$

avec  $k_c^2 = \omega^2 \varepsilon \mu - k_z^2$ .

— Pour les composantes magnétiques transversales:

$$H_r = -\frac{ik_z}{k_c^2} \left( \frac{\partial H_z}{\partial r} + \frac{\omega\varepsilon}{k_z} \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} \right) \quad (1.12.a)$$

$$H_\phi = -\frac{ik_z}{k_c^2} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} - \frac{\omega\varepsilon}{k_z} \frac{\partial E_z}{\partial r} \right) \quad (1.12.b)$$

— Pour les composantes électromagnétiques longitudinales:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial E_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \phi^2} + k_c^2 E_z = 0 \quad (1.13.a)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial H_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial \phi^2} + k_c^2 H_z = 0 \quad (1.13.b)$$

Pour trouver les modes propres, il suffit de résoudre les équations 1.13.a et 1.13.b, dites équations d'Helmholtz, en faisant appel aux conditions aux limites appropriées.

### 1.3.1 Guide d'onde cylindrique

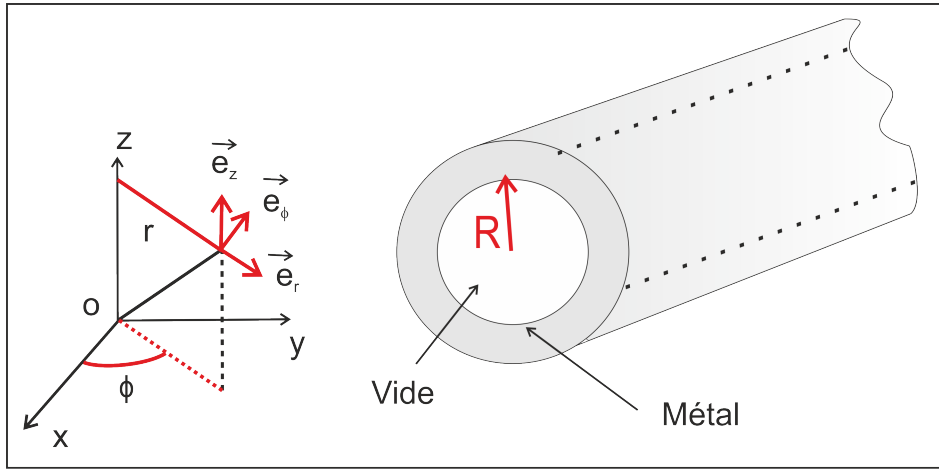
Pour les modes transverses électriques (*TE*) d'un guide d'onde à géométrie cylindrique (voir figure 1.4), le champ électrique est transverse à la direction de propagation ( $E_z = 0$ ). La composante longitudinale  $H_z$  est déterminée à partir de l'équation 1.13.b. La solution fait appel aux fonctions de Bessel et s'exprime comme:

$$H_z(r, \phi, z) = (AJ_m(\frac{2\pi}{\lambda_c} r)) e^{-im\phi} e^{-ikz} \quad (1.14)$$

$J_m$  représente les fonctions de Bessel de première espèce et  $m$  un entier positif indiquant l'ordre de ces fonctions.

En appliquant la condition aux limites  $\frac{\partial H_z}{\partial r} = 0$  pour  $r = R$ , les racines s'obtiennent par la résolution de l'équation suivante:

$$J'_m\left(\frac{2\pi}{\lambda_c}R\right) = 0 \quad (1.15)$$



**Figure 1.4** – Schéma d'un guide d'onde cylindrique de rayon  $R$ .

Les racines de cette équation sont sous cette forme:  $\chi'_{mn} = \frac{2\pi}{\lambda_c}R$  et donnant une longueur d'onde de coupure pour le mode fondamental  $TE_{11}$ :  $\lambda_{TE_{11}}^c = \frac{2\pi R}{1.841}$ .

### 1.3.2 Guide d'onde coaxial

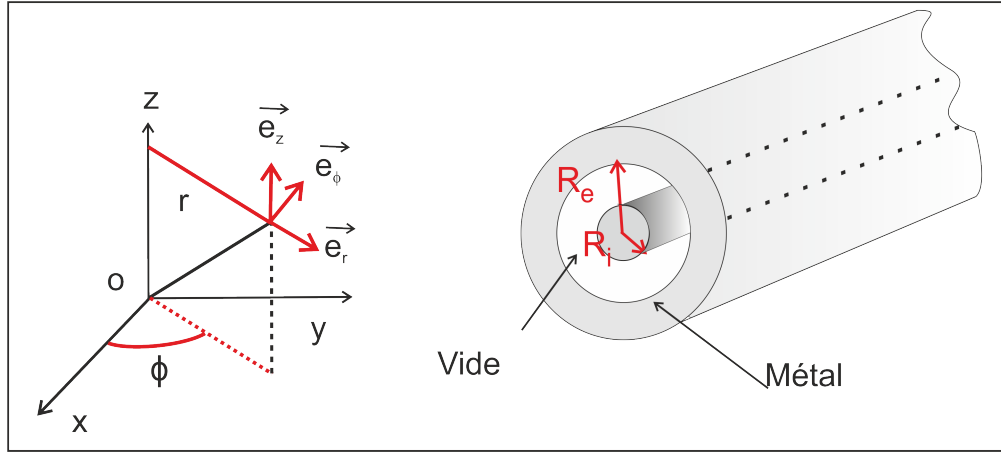
Le guide d'onde coaxial (CWG pour Coax Wave Guide), représenté sur la figure 1.5, admet comme mode fondamental le mode transverse électrique  $TE_{11}$ . Comme dans le cas d'un guide d'onde cylindrique, la composante longitudinale  $H_z$  est déterminée à partir de l'équation 1.13.b. La solution de cette équation implique aussi des fonctions de Bessel:

$$H_z(r, \theta, z) = (AJ_m\left(\frac{2\pi}{\lambda_c}r\right) + BY_m\left(\frac{2\pi}{\lambda_c}r\right))e^{-im\theta}e^{-ikz} \quad (1.16)$$

Les conditions aux limites de la géométrie coaxiale pour ce mode requièrent que la variation de  $H_z$  par rapport à  $r$  est nulle sur les parois métalliques, donc  $\frac{\partial H_z}{\partial r} = 0$  pour  $r = R_i$  et  $r = R_e$ . Il faut résoudre l'équation:

$$J'_m\left(\frac{2\pi}{\lambda_c}R_i\right)Y'_m\left(\frac{2\pi}{\lambda_c}R_e\right) - J'_m\left(\frac{2\pi}{\lambda_c}R_e\right)Y'_m\left(\frac{2\pi}{\lambda_c}R_i\right) = 0 \quad (1.17)$$

avec  $J'_m$  et  $Y'_m$  sont les dérivées des fonctions de Bessel d'ordre  $m$  de première et de deuxième espèce respectivement.



**Figure 1.5** – Schéma d'un guide d'onde coaxial.  $R_i$  est le rayon interne et  $R_e$  le rayon externe.

Les racines de cette équation sont:  $\chi'_{mn} = \frac{2\pi}{\lambda_c} R_{moy}$ , ce qui donne l'expression de la longueur d'onde de coupure:  $\lambda^c = \frac{2\pi R_{moy}}{\chi'_{mn}} = \frac{\pi(R_i + R_e)}{\chi'_{mn}}$ .

Comme mentionné plus haut, dans le domaine des micro-ondes le métal peut être considéré comme parfait, et les propriétés électromagnétiques des guides d'ondes les plus utilisés (ayant une certaine symétrie) peuvent être déterminées analytiquement. Cependant dans la gamme optique, l'étude des modes susceptibles d'être guidés doit tenir compte des pertes métalliques rendant nécessaire le recours aux expérimentations ou encore aux modèles numériques.

## 1.4 Structures métalliques sub-longueurs d'onde pour la nano-optique

Ces dernières années plusieurs travaux sont effectués sur des cavités quelles soient isolées pour des applications de guidage et de confinement de la lumière, ou structurées de manière périodique pour des applications en transmission exaltée. Dans cette partie, nous donnerons un aperçu de quelques-unes de ces structures tout en s'intéressant à leurs propriétés optiques ainsi qu'à leurs applications potentielles.

### 1.4.1 Guides d'onde métalliques

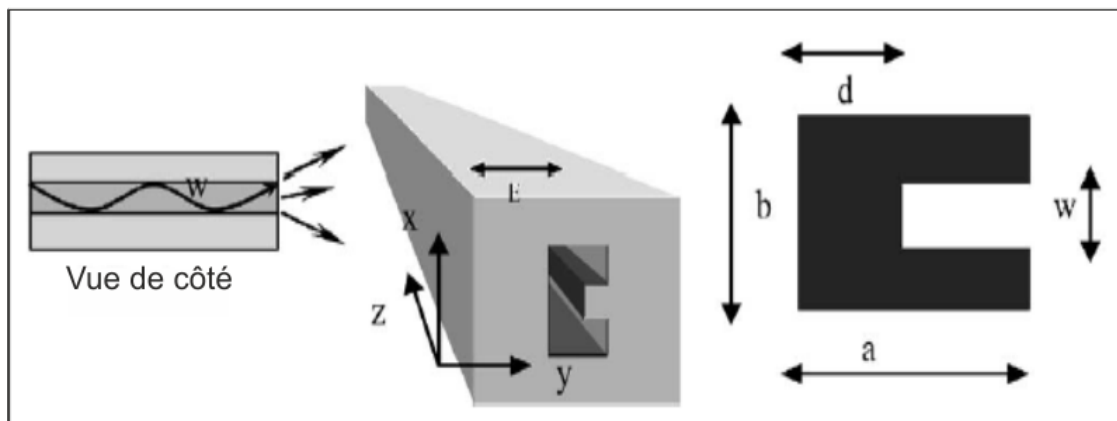
Dans la référence [14], un guide d'onde coaxial en argent de dimension sub-longueur d'onde a été proposé et étudié théoriquement pour le guidage de la lumière (voir figure 1.5). La

cavité guidante coaxiale possède un mode fondamental  $TE_{11}$  qui peut être excité à des grandes longueurs d'onde comparativement à celles des premiers modes des cavités à formes géométriques usuelles (carrée, rectangulaire ou cylindrique). Elle est donc plus compacte et intéressante pour la connexion des composants optiques miniaturisés. Il a été montré qu'à travers ce guide d'onde coaxial sub-longueur d'onde, la lumière peut être guidée sur des distances de l'ordre de dizaines de micromètres sans beaucoup d'atténuation via son premier mode  $TE_{11}$ .

Un autre guide d'onde sous forme rectangulaire fait en or a été étudié dans la gamme optique par Lindfors et ses collaborateurs en 2009 [42]. Il a été montré que la longueur d'onde de coupure du mode fondamental  $TE_{10}$  se déplace vers le rouge quand la largeur de la cavité tend vers zéro, contrairement à ce qui est prédit par les calculs analytiques dans le cas du métal parfait. Comme dans le cas de la référence [14], ce comportement anormal est attribué aux effets plasmoniques qui apparaissent entre les deux parois du guide d'onde rectangulaire lorsque sa largeur tend vers zéro.

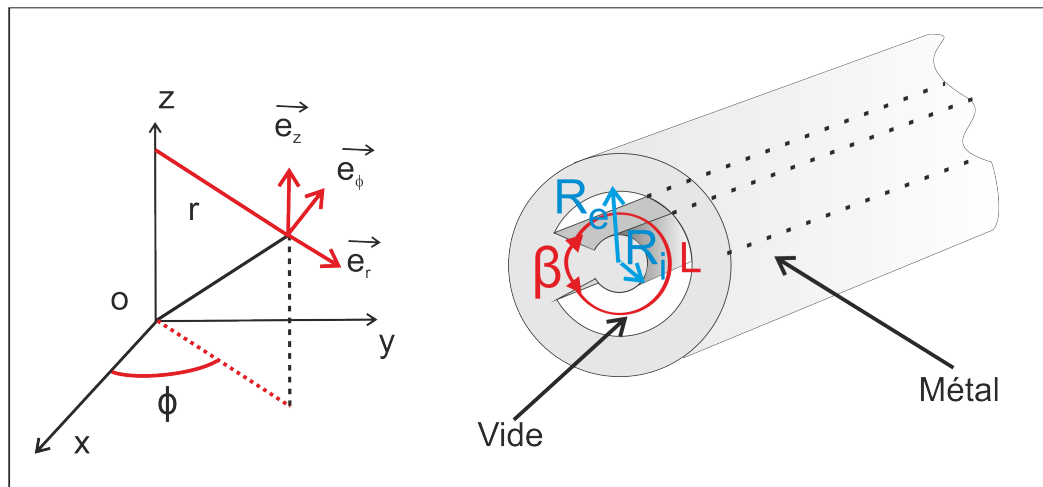
Une autre forme géométrique intéressante est le guide d'onde en forme de 'C'. Le caractère asymétrique de cette cavité peut être mis à profit pour la conception de méta-matériaux présentant des propriétés originales telles qu'une anisotropie artificielle [14, 43] ou un indice de réfraction négatif [44–46].

Dans la référence [33], il a été montré la possibilité de guider un spot de lumière très confinée de dimension  $\frac{\lambda}{10}$ , dans un guide d'onde en or droit en forme de 'C', sur une distance estimée à  $2.5\mu m$  sans qu'il soit très atténué. Une autre étude est réalisée dans [47] où il a été montré la possibilité de réaliser un virage de  $90^\circ$  pour un spot de lumière de dimension  $\frac{\lambda}{7}$  en exploitant les effets de plasmons de surface.



**Figure 1.6** – Schéma d'un guide d'onde métallique en forme de 'C', avec:  $b = 3W$ ,  $d = W$  et  $a = 2.5W$ .

Néanmoins, dans toutes ces études, la forme en 'C' est obtenue avec trois segments de droite et présente des angles droits (voir figure 1.6). En effet, une telle structure est très difficile à concevoir expérimentalement, surtout dans la gamme optique où les dimensions sont très petites  $R_i < R_e < 200$  nm. Il est donc plus pratique de considérer des structures à bords circulaires telles que celles en forme de 'C' incurvées [34,48] comme illustré sur la figure 1.7. Cette cavité qu'elle soit isolée ou structurée en réseau périodique sera largement étudiée tout au long de cette thèse.



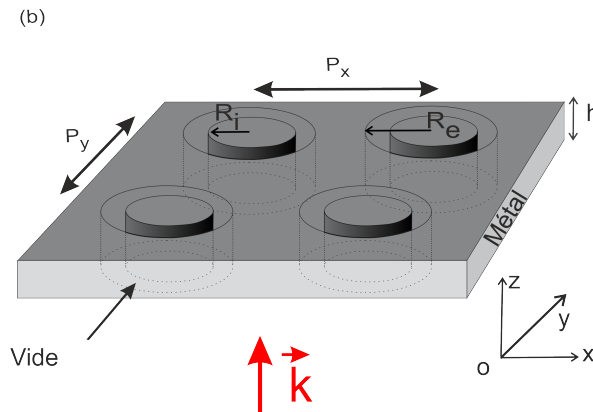
**Figure 1.7** – Schéma d'un guide d'onde métallique en forme de 'C', avec  $R_i$  le rayon interne,  $R_e$  le rayon externe et  $\beta$  l'angle qui délimite la partie métallique additionnelle.

### 1.4.2 Structures métalliques périodiques

Des propriétés optiques intéressantes peuvent être obtenues en arrangeant les ouvertures précédentes pour former des structures périodiques de type cristaux photoniques [49]. Cette périodicité est à l'origine de l'apparition de bandes d'énergie interdites empêchant la propagation de la lumière dans certaines directions et pour certaines fréquences. Grâce à des résonances de plasmons de surface [50, 51] et/ou de modes de cavités [14, 17, 18, 52, 53], elles permettent de confiner [54, 55] et de transmettre efficacement la lumière ouvrant ainsi la voie à de nombreuses applications. Le phénomène de transmission exaltée a été observé pour la première fois par Ebbesen et al. en 1998 à travers une matrice périodique de trous cylindriques sub-longueurs d'onde (CAA pour Cylindrical Aperture Array) [20] (voir figure 1.8-a). La structuration en un réseau périodique de ces ouvertures a induit une amplification de l'intensité transmise de l'ordre de 6%. Ce résultat était surprenant, car très supérieur au coefficient de transmission évalué à partir des calculs de Bethe en 1944 [21] relatifs à une

ouverture seule. L'explication de cette transmission exaltée repose sur le couplage entre les plasmons de surface des deux interfaces de la couche métallique.

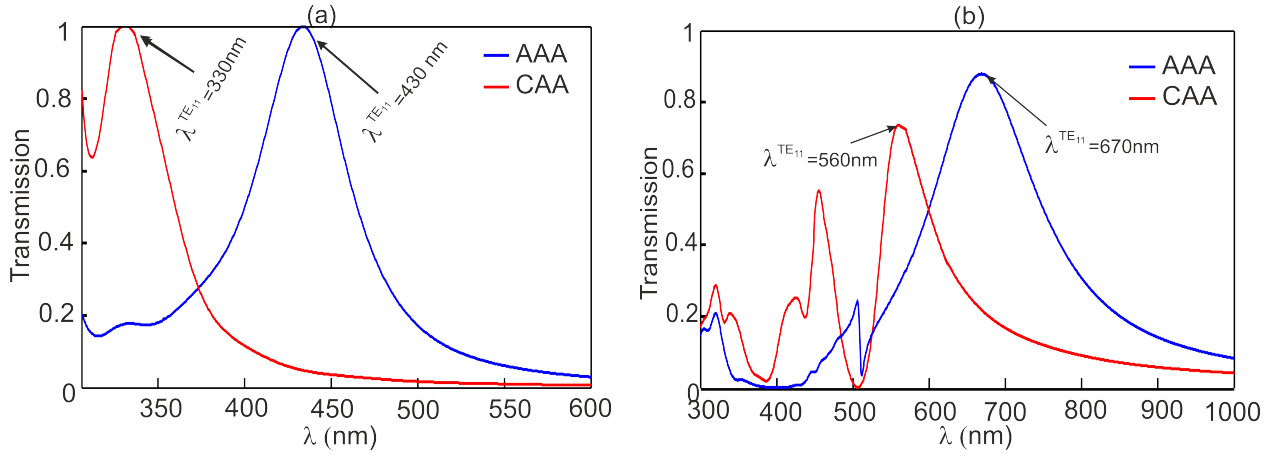
La transmission par couplage plasmonique à travers ce réseau d'ouvertures cylindriques sub-longueurs d'onde reste cependant assez faible. Pour améliorer cette transmission, Baida et Van Labeke [17, 18] ont proposé de remplacer la forme cylindrique des trous par une forme annulaire (AAA pour Annular Aperture Array) (voir figure 1.8-b). La transmission obtenue théoriquement [17, 18] puis expérimentalement [22] à travers cette nouvelle structure est de l'ordre de 90% pour des longueurs d'onde dans la gamme du visible. L'explication de cette forte exaltation de la transmission dans le cas de la cavité coaxiale repose sur l'excitation des modes guidés (du premier mode guidé  $TE_{11}$ ). Un autre avantage de cette structure est d'exhiber, pour les mêmes paramètres géométriques, des transmissions situées à des longueurs d'onde largement supérieures à celles obtenues dans le cas cylindrique.



**Figure 1.8** – Structures à ouvertures annulaires gravées dans une couche métallique d'épaisseur  $h$ .  $R_i$  est le rayon interne,  $R_e$  le rayon externe et  $P_x = P_y$  représente la période du réseau. a) Structure CAA et b) Structure AAA.

Sur la figure 1.9, nous avons comparé les transmissions à travers les deux structures CAA et AAA gravées dans une couche en métal parfait suspendue dans l'air, que nous avons calculé par un code FDTD classique. Comme le montre la figure 1.9-a, les longueurs d'onde d'excitation sont  $\lambda^{TE_{11}} = 330$  nm et  $\lambda^{TE_{11}} = 435$  nm pour les structures CAA et AAA respectivement.

Cet écart en longueur d'onde est également obtenu lorsque la couche en métal parfait est remplacée par une couche en métal réel déposée sur du verre (voir figure 1.9-b). Dans ce cas les longueurs d'onde d'excitation sont  $\lambda^{TE_{11}} = 560$  nm dans le cas de la structure CAA et  $\lambda^{TE_{11}} = 670$  nm dans le cas de la structure AAA.



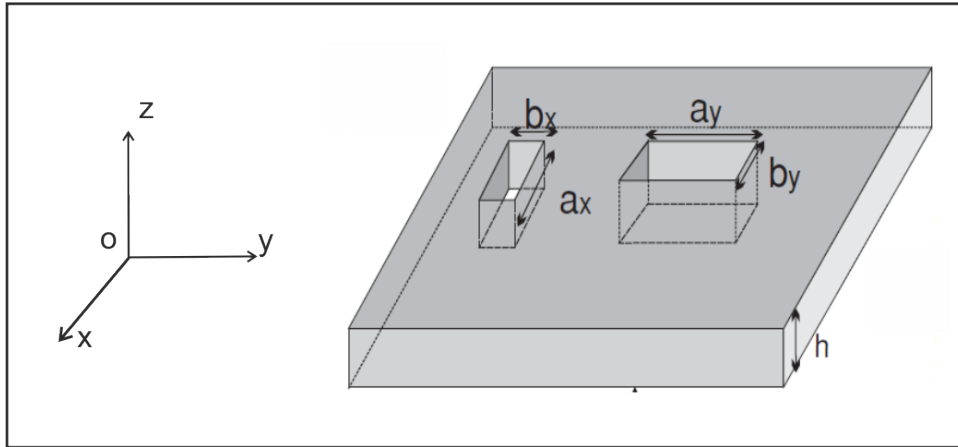
**Figure 1.9** – Transmission à travers les structures CAA et AAA pour:  $P_x = P_y = 300$  nm,  $h = 100$  nm,  $R = 100$  nm (structure CAA),  $R_i = 50$  nm et  $R_e = 100$  nm (structure AAA). a) Structures faites en métal parfait suspendues dans l'air et b) Structures faites en argent déposées sur du verre.

## 1.5 Méta-matériaux biréfringents

Dans la section 1.2, nous avons décrit les milieux biréfringents naturels et les propriétés optiques des lames construites à base de ces derniers. Ces lames sont généralement caractérisées par de faibles biréfringences ( $\Delta n = 0.1 \sim 0.2$ ) [30, 31, 56] impliquant de grandes épaisseurs pour obtenir le déphasage souhaité, ce qui constitue une contrainte pour des applications en nano-optique. Afin de surmonter cet obstacle, les recherches sont orientées vers l'usage des méta-matériaux qui offrent la possibilité de concevoir des lames performantes et ultra-minces. Cette biréfringence artificielle est provoquée sous certaines conditions dans des réseaux d'ouvertures sub-longueurs d'onde réalisées dans une couche métallique [1, 2, 57–61]. En effet, un arrangement particulier de ces ouvertures peut induire un déphasage  $\Delta\phi$  entre les deux composantes transversales de l'onde incidente offrant ainsi la possibilité de manipuler la polarisation de la lumière.

Les premières lames ainsi conçues reposent sur le couplage fort des champs évanescents entre les deux interfaces de la couche métallique [62–67]. La transmission obtenue à travers ces lames ( $< 20\%$ ) reste relativement faible à cause des pertes plasmoniques induites dans le métal. Pour améliorer leur fonctionnement, une autre voie a été proposée par Baida et al. [1] qui repose sur l'excitation des modes guidés. Un exemple de lame demi-onde, constituée de deux ouvertures rectangulaires de dimensions différentes (voir figure 1.10), est conçue dans le domaine de fréquences térahertz. Cette lame est fonctionnelle à la longueur  $\lambda_\omega = 300\mu m$  pour les paramètres géométriques suivants:  $p = 245\mu m$ ,  $a_x = 179\mu m$ ,  $b_x = 24.5\mu m$ ,  $a_y = 143\mu m$  et  $b_y = 49\mu m$ . Le principe de fonctionnement de cette dernière est basé sur l'excitation

de deux modes à indices effectifs différents, chacun étant excité par une des composantes transversales du champ électrique. Les deux modes en question sont le fondamental  $TE_{10}$  ( $l = 0$ ) de la petite cavité (indice effectif nul) et le deuxième est la première harmonique Fabry-Pérot du premier mode de la grande cavité (à indice effectif non nul) (voir chapitre 4).



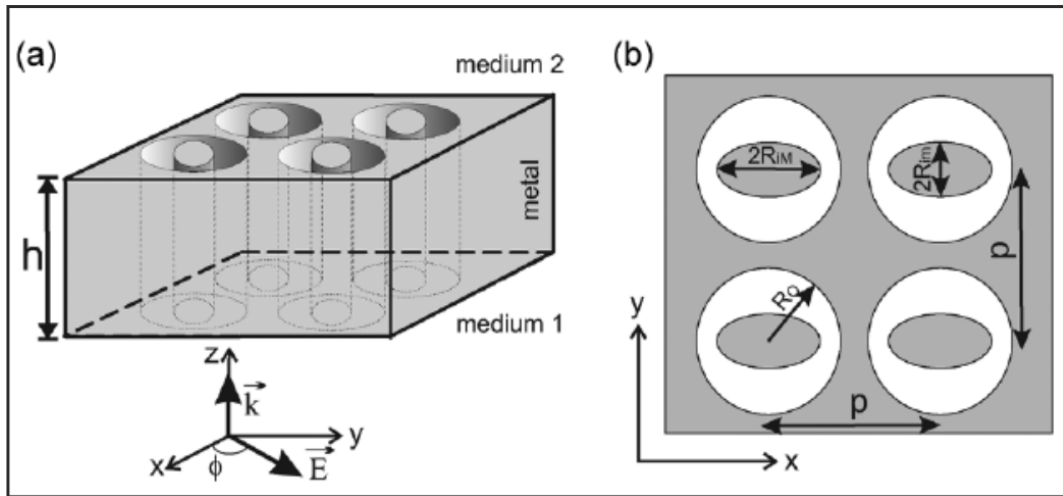
**Figure 1.10** – Schéma d'une lame métallique constituée de deux ouvertures rectangulaires gravées dans une couche métallique d'épaisseur  $h$  suspendue dans l'air ([1]).

Dans la gamme du visible, une lame quart d'onde à base d'un réseau d'ouvertures coaxiales à âme elliptique a été conçue dans [2]. Elle est fonctionnelle à  $\lambda_w = 554$  nm et sa transmission est de l'ordre de 44% pour les paramètres géométriques suivants:  $h = 152.5$  nm,  $R_{im} = 40$  nm,  $R_{iM} = 80$  nm et  $R_o = 120$  nm [2].

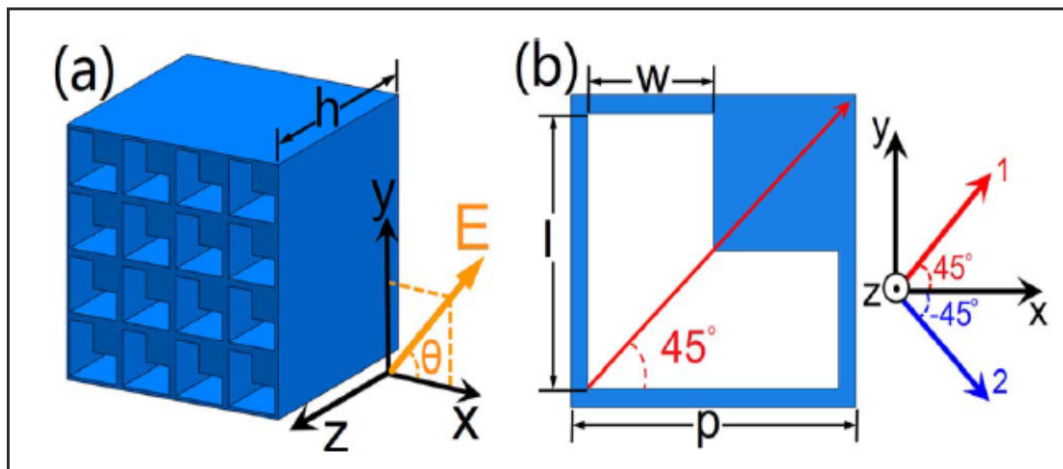
En 2014, Wang et al. [3] ont proposé des lames HWP et QWP dans le domaine THz, constituées par des arrangements de trous en forme de 'L' sub-longueurs d'onde gravées dans une couche métallique. Ces dernières présentent une grande transmission accompagnée de biréfringences extraordinaires de l'ordre de 0.254 pour la lame QWP et de 0.768 pour la HWP.

## 1.6 Principes de la méthode des différences finies dans le domaine temporel

Les méthodes numériques de modélisation des structures nano-optiques sont nombreuses. La méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD pour Finite Difference Time Domain) [14, 23, 24, 29, 68] est la méthode la plus populaire en raison de son caractère général et sa capacité à s'adapter à n'importe quel type de milieu et de géométrie. Cette méthode



**Figure 1.11** – Schéma d'une lame constituée d'ouvertures coaxiales à âme elliptique faite en argent déposée sur du verre ( $n = 1.5$ ).  $h = 152.5$  nm,  $R_{im} = 40$  nm,  $R_{iM} = 80$  nm et  $R_o = 120$  nm. a) Vue de côté de la lame et b) Vue de dessus de la lame ([2]).



**Figure 1.12** – a) Réseau périodique d'ouvertures en forme de 'L' gravées dans une couche métallique et illuminée par une onde polarisée selon l'axe  $z$  et b) Vue de dessus d'une maille carrée. La flèche rouge indique l'axe de symétrie de la structure ([3]). Les paramètres géométriques sont:  $p = 50$   $\mu\text{m}$ ,  $w = 22.5$   $\mu\text{m}$ ,  $l = 45$   $\mu\text{m}$  et  $h = 400$   $\mu\text{m}$ .

présente également l'avantage de travailler dans l'espace direct et permet de modéliser des structures périodiques et aperiodiques. Elle est large bande; un seul calcul FDTD suffit pour obtenir les caractéristiques électromagnétiques de la structure étudiée sur une large gamme de fréquences. Une brève description de cette technique FDTD conventionnelle, implémentée au sein de notre équipe en coordonnées cartésiennes, sera présentée dans ce qui suit.

### 1.6.1 Discrétisation des équations de Maxwell

La méthode FDTD résout numériquement les équations de Maxwell sous leur forme locale (eqs. 1.1) qui décrivent la propagation de la lumière dans n'importe quel milieu. Elle est basée sur la discrétisation aux différences finies centrées selon le schéma de Yee [25] (voir figure 1.13) des équations de Maxwell. Ces dernières s'écrivent dans une base cartésienne comme suit:

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left[ \frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} \right] \quad (1.18.a)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left[ \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right] \quad (1.18.b)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left[ \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right] \quad (1.18.c)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left[ \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right] \quad (1.18.d)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left[ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right] \quad (1.18.e)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left[ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right] \quad (1.18.f)$$

Après approximation des différentes dérivées qui apparaissent dans les équations précédentes par des différences finies centrées selon le schéma de Yee, on aboutit au système d'équations suivant:

$$E_x^{n+1}(i+\frac{1}{2}, j, k) = E_x^n(i+\frac{1}{2}, j, k) + \frac{\Delta t}{\varepsilon \Delta y} \left[ H_z^n(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k) - H_z^n(i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}, k) \right] + \frac{\Delta t}{\varepsilon \Delta z} \left[ H_y^n(i+\frac{1}{2}, j, k-\frac{1}{2}) - H_y^n(i+\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2}) \right] \quad (1.19.a)$$

$$E_y^{n+1}(i, j+\frac{1}{2}, k) = E_y^n(i, j+\frac{1}{2}, k) + \frac{\Delta t}{\varepsilon \Delta z} \left\{ \left[ H_x^n(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) - H_x^n(i, j+\frac{1}{2}, k-\frac{1}{2}) \right] + \frac{\Delta t}{\varepsilon \Delta x} \left[ H_z^n(i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k) - H_z^n(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k) \right] \right\} \quad (1.19.b)$$

$$E_z^{n+1}(i, j, k+\frac{1}{2}) = E_z^n(i, j, k+\frac{1}{2}) + \frac{\Delta t}{\varepsilon \Delta x} \left[ H_y^n(i+\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2}) - H_y^n(i-\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2}) \right] + \frac{\Delta t}{\varepsilon \Delta y} \left[ H_x^n(i, j-\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) - H_x^n(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) \right] \quad (1.19.c)$$

$$H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) = H_x^{n-\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) - \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta y} \left[ E_z^n(i, j+1, k+\frac{1}{2}) - E_z^n(i, j, k+\frac{1}{2}) \right] + \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta z} \left[ E_x^n(i+\frac{1}{2}, j, k) - E_x^n(i+\frac{1}{2}, j+1, k) \right] \quad (1.19.d)$$

$$H_y^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2}) = H_y^{n-\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2}) - \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta z} \left[ E_x^n(i+\frac{1}{2}, j, k+1) - E_x^n(i+\frac{1}{2}, j, k) \right] + \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta x} \left[ E_z^n(i, j, k+\frac{1}{2}) - E_z^n(i+1, j, k+\frac{1}{2}) \right] \quad (1.19.e)$$

$$H_z^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k) = H_z^{n-\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k) - \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta x} \left[ E_y^n(i+1, j+\frac{1}{2}, k) - E_y^n(i, j+\frac{1}{2}, k) \right] + \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta y} \left[ E_x^n(i+\frac{1}{2}, j, k) - E_x^n(i+\frac{1}{2}, j+1, k) \right] \quad (1.19.f)$$

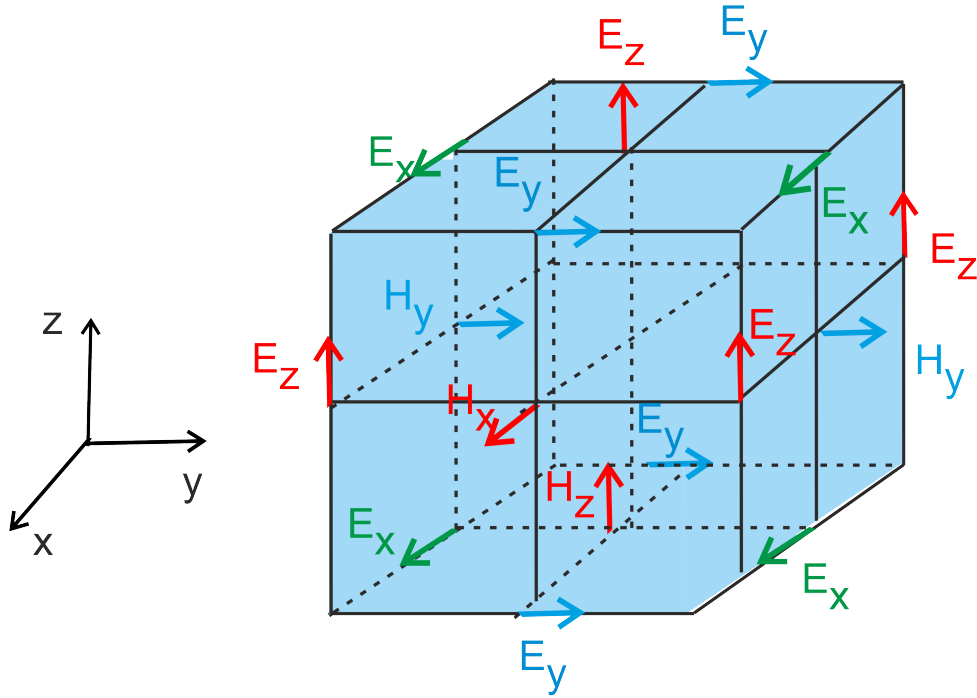
avec  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  et  $\Delta z$  sont les pas de discrétisation spatiale et  $\Delta t$  le pas temporel.

Dans le schéma de Yee, les six composantes électromagnétiques ne sont pas calculées aux mêmes endroits. Les composantes électriques sont calculées aux centres des faces et les composantes magnétiques aux milieux des arêtes (voir figure 1.13).

Pour éviter les inversions de matrices, le calcul des composantes électriques est décalé d'un demi pas temporel par rapport à celui des composantes magnétiques (voir figure 1.14).

## 1.6.2 Conditions aux limites

Les conditions aux limites constituent un point important dans la méthode FDTD. La fenêtre de calcul numérique doit être finie, et des traitements particuliers sont nécessaires aux limites du domaine d'étude tronqué. Dans ce travail, deux types de conditions aux limites sont utilisées: les conditions périodiques de Floquet Bloch pour modéliser l'espace périodique et les conditions d'absorption de Béranger (PML pour Perfectly Matched Layer) pour décrire l'espace libre [69] .



**Figure 1.13** – Distribution spatiale des composantes électromagnétiques dans une cellule de Yee.

### 1.6.2.1 Conditions aux limites périodiques

Ces conditions s'appliquent sur des structures périodiques (voir figure 1.15) aux frontières d'une maille élémentaire. Les conditions de périodicité sont appliquées sur les composantes électromagnétiques comme suit:

$$\vec{E}(x = p_x, y, t) = \vec{E}(x = 0, y, t)e^{(ik_x p_x)} \quad (1.20.a)$$

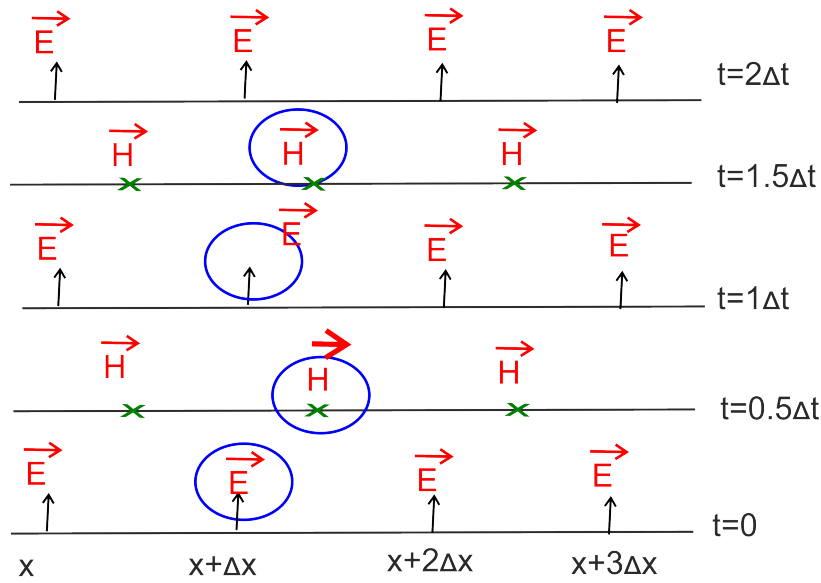
$$\vec{E}(x, y = p_y, t) = \vec{E}(x, y = 0, t)e^{(ik_y p_y)} \quad (1.20.b)$$

$$\vec{H}(x = 0, y, t) = \vec{H}(x = p_x, y, t)e^{(-ik_x p_x)} \quad (1.20.c)$$

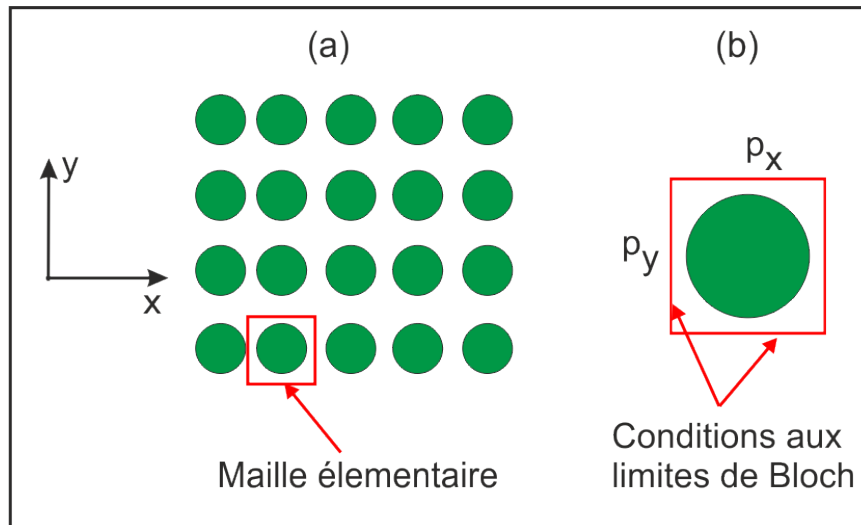
$$\vec{H}(x, y = 0, t) = \vec{H}(x, y = p_y, t)e^{(-ik_y p_y)} \quad (1.20.d)$$

### 1.6.2.2 Conditions d'absorption aux frontières: PML de Bérenger

Les PML de Bérenger [69], entourant un objet à modéliser, ont la propriété d'absorber une onde en incidence quelconque sans réflexion vers l'objet. Sans ces couches d'absorption,



**Figure 1.14** – Distribution temporelle des composantes électromagnétiques dans l’algorithme de Yee.



**Figure 1.15** – a) Réseau périodique 2D et b) Maille élémentaire de ce réseau correspondant à la fenêtre de calcul FDTD.

des réflexions non physiques et parasites apparaissent et perturbent le signal physique réel. Cependant ce type de PML n’absorbe pas les ondes évanescentes, c’est pourquoi à l’intérieur de la zone de calcul, ces couches PML sont placées à  $\lambda_{max}/2$  de l’objet (voir figure 1.16).

Ces conditions sont basées sur le principe d’adaptation d’impédance à l’interface entre deux milieux de même indice mais dont l’un est absorbant de conductivité électrique  $\sigma^e$  et magnétique  $\sigma^m$  non nulles. Cette condition d’adaptation s’exprime comme suit:

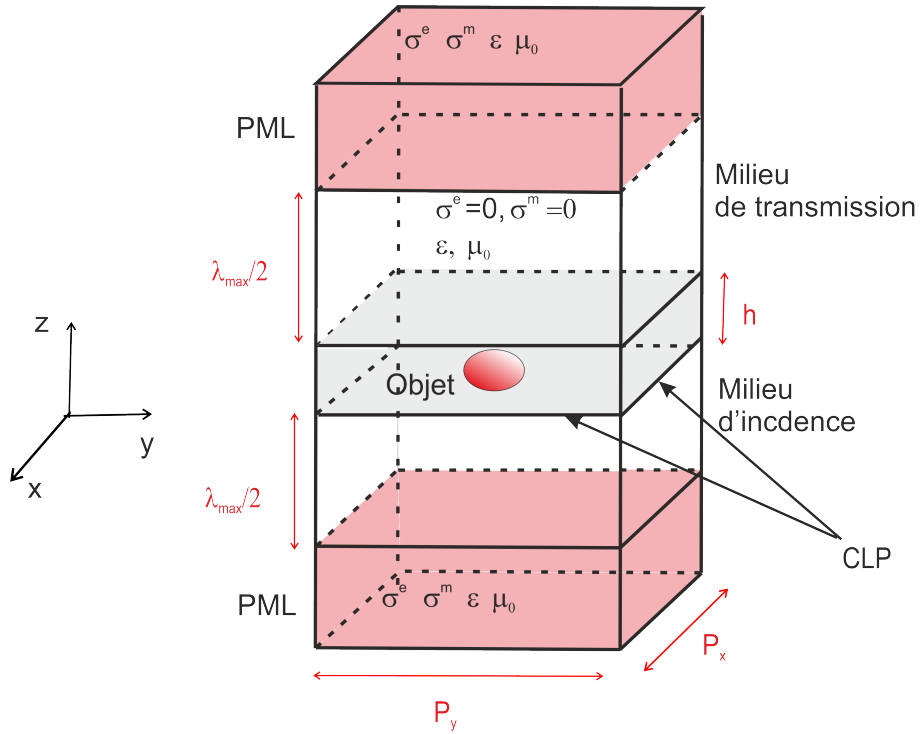


Figure 1.16 – PML de Bérenger.

$$\frac{\sigma^e}{\varepsilon} = \frac{\sigma^m}{\mu_0} \quad (1.21)$$

Pour optimiser l'absorption et minimiser les réflexions parasites, on impose une augmentation progressive de façon polynomiale de l'absorption dans la couche PML:

$$\sigma = \left( \frac{x_{pml}}{e_{pml}} \right)^m \sigma_{max} \quad (1.22)$$

$x_{pml}$  est la profondeur dans le milieu PML mesurée à partir de l'interface,  $e_{pml}$  représente l'épaisseur de la couche PML,  $\sigma_{max}$  la conductivité maximale et  $m$  représente le degré de la loi polynomiale qui est généralement égal à 2.

### 1.6.3 Stabilité et dispersion numériques

Le passage d'un milieu continu à un milieu discret peut engendrer des solutions numériques non physiques. Les pas de discrétisation spatio-temporelle doivent respecter le critère de stabilité de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) [70, 71]:

$$\Delta t \leq \left[ c \sqrt{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2}} \right]^{-1} \quad (1.23)$$

où  $c$  est la vitesse de la lumière dans le vide.

Un autre problème pouvant être causé par l'approximation des dérivées partielles par des différences finies centrées est celui de la dispersion numérique. En effet, dans la grille FDTD, la vitesse numérique de propagation de l'onde dépend de plusieurs paramètres comme les pas de discrétisation et la direction de propagation. Les erreurs de phase, les anisotropies numériques et la déformation des signaux sont les principales conséquences de ce problème de dispersion numérique. Pour minimiser ces effets parasites, on doit mailler très fin dans la grille FDTD. Plusieurs études ont montré que le pas spatial doit être inférieur à  $\frac{\lambda_{min}}{n}$ , avec  $\lambda_{min}$  est la longueur d'onde minimale des ondes se propageant dans la grille FDTD et  $n \in [15 - 20]$ .

## 1.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons donné quelques rappels théoriques sur la propagation de la lumière dans les milieux matériels, les cas des milieux dispersifs et anisotropes sont considérés. Un bref aperçu sur le calcul de modes propres des guides d'onde de haute symétrie est donné. Quelques études relatives aux guides sub-longueurs d'onde, qu'ils soient isolés ou structurés en réseau, pour des application en nano-optique sont résumées. Les méta-matériaux biréfringents conçus à partir d'un arrangement spécifique de ces cavités à géométrie particulière sont également abordés. Enfin, nous avons donné les principes de base de la méthode des différences finies dans le domaine temporel utilisée tout au long de ce travail de thèse.

Le chapitre suivant sera dédié à l'implémentation de la méthode FDTD en coordonnées cylindriques et à son application à l'étude modale d'un guide d'onde métallique en forme de 'C' pour des applications en nano-optique.

# Chapitre 2

## Implémentation de la méthode FDTD en coordonnées cylindriques: application à l'étude modale d'un CSWG

### 2.1 Introduction

À l'heure actuelle, les outils de modélisation et de simulation en nano-optique, domaine en plein essor, ne cessent de se développer. Ils permettent d'expliquer des phénomènes physiques complexes et d'optimiser les paramètres géométriques et physiques d'un composant optique donné en complément de sa conception expérimentale souvent très coûteuse. L'une des méthodes les plus répandues dans ce domaine est la méthode de différences finies dans le domaine temporel (FDTD pour Finite Difference Time Domain) [23] qui sera développée et utilisée tout au long de ce travail de thèse. Basée sur le schéma de Yee [25], elle est généralement développée en coordonnées cartésiennes; variante que l'on désignera par la FDTD conventionnelle ou classique [17, 18, 29, 53]. Cependant, dans de nombreuses situations il est plus judicieux de l'implémenter en coordonnées cylindriques (CC-FDTD pour Cylindrical Coordinates-FDTD) pour notamment bien décrire les objets à géométrie arrondie et s'affranchir ainsi de la contrainte d'un maillage fin, très coûteux en termes de temps de calcul et d'espace mémoire, nécessaire pour une bonne description de ce type de géométrie dans le cas classique.

Pour les objets arrondis et pourvus d'une symétrie de révolution, notre groupe de recherche a déjà mis au point un code de calcul en coordonnées cylindriques désigné par BOR-FDTD (BOR-FDRD, pour Body of Revolution FDTD) [14, 72]. Dans ce code, la symétrie de révolution est exploitée en développant la dépendance azimutale des champs en séries de Fourier, ce qui permet de calculer analytiquement les dérivées partielles par rapport à cette variable.

Dans cette configuration, un objet 3D peut être modélisé par un code 2D-FDTD. En plus, dans les cas hors plan (où  $k_z$  est non nul), la dépendance en  $z$  des champs est aussi calculée analytiquement [14]; le calcul BOR-FDTD se ramène à un calcul 1D. Le développement en séries de Fourier de la dépendance azimutale des champs fait que le calcul par la BOR-FDTD des solutions se fait séquentiellement mode par mode [14, 23, 24].

Dans cette partie, l'objectif est d'étendre le code BOR-FDTD au cas général d'objets dépourvus de symétrie de révolution, rendant ainsi nécessaire une discrétisation suivant l'angle azimutal ( $\phi$ ). Cette nouvelle version (CC-FDTD) permet de calculer, en une seule exécution du code, tous les modes de Fourier. De plus, et pour décrire la dispersion des métaux nobles dans la gamme optique, le modèle de Drude à deux Points Critiques (DCP pour Drude Criticals Points) [26, 29, 37] a été incorporé à la CC-FDTD. Ce nouveau code a été mis à profit pour effectuer des calculs de modes propres des guides d'onde supposés infinis suivant la direction  $z$ . Dans ce cas particulier, la dépendance en  $z$  des champs est évaluée analytiquement et le code CC-FDTD devient bidimensionnel en terme de gestion des ressources informatiques.

Plusieurs tests de validation sont effectués en comparant nos résultats CC-FDTD aux calculs analytiques et/ou BOR-FDTD dans les cas des guides d'onde cylindrique et coaxial faits en métal parfait et en métal réel. Une étude paramétrique du mode fondamental  $TE_{10}$  du guide d'onde en forme de 'C' (CSWG pour C-Shaped Wave Guide), fait en métal réel et de dimension sub-longueur d'onde, est réalisée. Les résultats de l'étude sont analysés et discutés.

## 2.2 Théorie et développements

Dans cette partie, nous donnons les grandes lignes du développement de la méthode FDTD en coordonnées cylindriques (CC-FDTD). L'incorporation du modèle de Drude à deux Points Critiques (DCP) à la CC-FDTD sera détaillée.

### 2.2.1 Implémentation de la méthode FDTD en coordonnées cylindriques

La méthode des différences finies dans le domaine temporel est basée sur la résolution numérique des équations de Maxwell qui décrivent la propagation de la lumière dans n'importe quel milieu. Pour rappel, ces équations s'écrivent dans un milieu dépourvu de charges libres sous la forme locale suivante:

$$\overrightarrow{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.1.a)$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2.1.b)$$

$$\text{div} \vec{D} = 0 \quad (2.1.c)$$

$$\text{div} \vec{B} = 0 \quad (2.1.d)$$

$\vec{E}$  et  $\vec{D}$  sont respectivement les vecteurs champ électrique et induction électrique.  $\vec{H}$  et  $\vec{B}$  désignent les vecteurs champ magnétique et induction magnétique.

Pour un milieu linéaire, homogène et isotrope (LHI) et non magnétique, ces champs sont reliés par les équations constitutives du milieu qui s'écrivent dans le domaine fréquentiel comme:

$$\vec{D}(\omega) = \varepsilon_0 \varepsilon_r(\omega) \vec{E}(\omega) \quad (2.2.a)$$

$$\vec{B}(\omega) = \mu_0 \vec{H}(\omega) \quad (2.2.b)$$

où  $\omega$  est la pulsation de l'onde électromagnétique,  $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} F/m$  la permittivité diélectrique du vide et  $\varepsilon_r$  la permittivité relative du milieu étudié. La constante  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} H/m$  est la perméabilité magnétique du vide ( $\mu_0 \varepsilon_0 c^2 = 1$ , avec  $c$  est la vitesse de la lumière dans le vide).

La méthode CC-FDTD consiste à discrétiser les équations de Maxwell (eqs. 2.3) aux différences finies centrées selon le schéma de Yee adapté aux coordonnées cylindriques [25]. La projection des équations 2.1.a et 2.1.b sur la base cylindrique donne:

$$\varepsilon \frac{\partial E_r}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} - \frac{\partial H_\phi}{\partial z} \quad (2.3.a)$$

$$\varepsilon \frac{\partial E_\phi}{\partial t} = \frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r} \quad (2.3.b)$$

$$\varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{r} \left( \frac{\partial(r H_\phi)}{\partial r} - \frac{\partial H_r}{\partial \phi} \right) \quad (2.3.c)$$

$$-\mu \frac{\partial H_r}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \frac{\partial E_\phi}{\partial z} \quad (2.3.d)$$

$$-\mu \frac{\partial H_\phi}{\partial t} = \frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} \quad (2.3.e)$$

$$-\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{r} \left( \frac{\partial(rE_\phi)}{\partial r} - \frac{\partial E_r}{\partial \phi} \right) \quad (2.3.f)$$

## 2.2.2 Discrétisation des équations de Maxwell selon le schéma de Yee adapté aux coordonnées cylindriques

La méthode CC-FDTD nécessite de discrétiser l'espace et le temps de calcul. L'espace continu est remplacé par un espace discret repéré par des indices  $(i, j, k)$ . La coordonnée  $r$  sera remplacée par  $i\Delta r$ , la coordonnée  $\phi$  sera remplacée par  $j\Delta\phi$  et la coordonnée  $z$  sera remplacée par  $k\Delta z$ . Le temps est aussi échantillonné suivant un pas temporel  $\Delta t$  alors  $t = n\Delta t$  avec  $n$ , est le nombre d'échantillonnage temporel. Dans ces conditions, une fonction dépendante de l'espace et du temps  $\psi(x, y, z, t)$  et pouvant représenter l'une des composantes du champ électromagnétique s'écrit ainsi:

$$\psi(r, \phi, z, t) = \psi(i\Delta r, j\Delta\phi, k\Delta z, n\Delta t) = \psi^n(i, j, k) \quad (2.4)$$

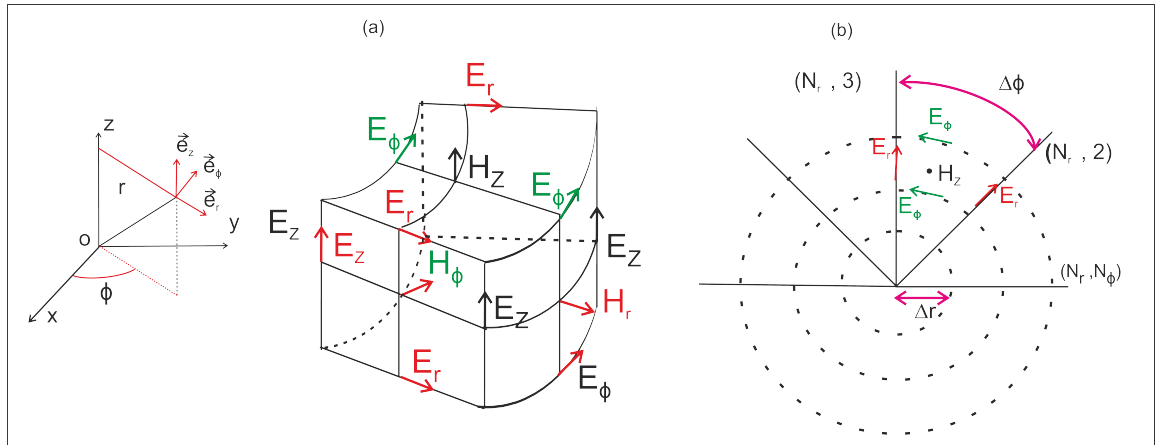
Les dérivées partielles de la fonction  $\psi(x, y, z, t)$  sont approximées par des différences finies centrées comme suit:

$$\frac{\partial \psi^n(i, j, k)}{\partial t} = \frac{\psi^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - \psi^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k)}{\Delta t} + o(\Delta t^2) \quad (2.5.a)$$

$$\frac{\partial \psi^n(i, j, k)}{\partial r} = \frac{\psi^n(i + \frac{1}{2}, j, k) - \psi^n(i - \frac{1}{2}, j, k)}{\Delta r} + o(\Delta r^2) \quad (2.5.b)$$

## Schéma de Yee

La méthode CC-FDTD est basée sur le schéma de Yee [25, 73]. Selon ce schéma, les composantes électromagnétiques ne sont pas calculées aux mêmes endroits afin d'éviter les inversions de matrices qui engendrent des temps de calculs et des espaces mémoires importants. Les composantes du champ électrique sont calculées aux milieux des arêtes et les composantes magnétiques le sont aux centres des faces de la maille élémentaire (voir figure 2.1).



**Figure 2.1** – Schéma de Yee adapté aux coordonnées cylindriques montrant les points de calcul des composantes électromagnétiques. a) Cas 3D et b) Cas 2D.

De même dans le domaine temporel, les champs électrique et magnétique  $y$  sont évalués à un demi pas temporel de décalage. Le champ électrique est calculé aux instants  $n\Delta t$  et le champ magnétique aux instants  $(n + 1/2)\Delta t$  (voir figure 2.2). Cette disposition assure un processus itératif entièrement explicite; aucune inversion de matrice n'est nécessaire.

Les dérivées partielles figurant dans les équations 2.3 seront remplacées par leurs approximations données par les équations 2.5 conformément au schéma de Yee (voir figure 2.1). Ceci permet d'obtenir les équations de mise à jour des différentes composantes du champ électromagnétique:

$$E_r^{n+1}(i, j, k) = E_r^n(i, j, k) + \frac{\Delta t}{\varepsilon} \left[ \frac{1}{(i + \frac{1}{2})\Delta t} \frac{H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j - 1, k)}{\Delta \phi} \right. \\ \left. - \frac{H_\phi^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_\phi^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k - 1)}{\Delta z} \right] \quad (2.6.a)$$

$$E_\phi^{n+1}(i, j, k) = E_\phi^n(i, j, k) + \frac{\Delta t}{\varepsilon} \times \left[ \frac{H_r^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_r^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k - 1)}{\Delta z} \right] \quad (2.6.b)$$

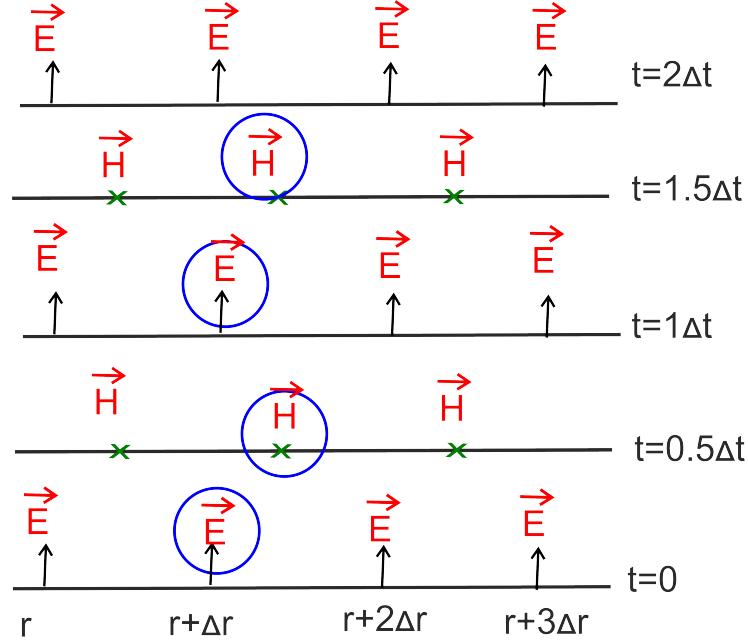


Figure 2.2 – Répartition temporelle des champs électromagnétiques dans l'algorithme de Yee.

$$-\frac{H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i-1, j, k)}{\Delta r}]$$

$$E_z^{n+1}(i, j, k) = E_z^n(i, j, k) + \frac{\Delta t}{\varepsilon} \quad (2.6.c)$$

$$\times \left[ \frac{1}{(i-1)\Delta r} \frac{((i)\Delta r H_\phi^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - ((i-1)\Delta r) H_\phi^{n+\frac{1}{2}}(i-1, j, k))}{\Delta r} \right]$$

$$-\frac{H_r^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_r^{n+\frac{1}{2}}(i, j-1, k)}{\Delta \phi}]$$

$$H_r^{n+1}(i, j, k) = H_r^n(i, j, k) + \frac{\Delta t}{\varepsilon} \left[ \frac{1}{(i+\frac{1}{2})\Delta t} \frac{E_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - E_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j-1, k)}{\Delta \phi} \right] \quad (2.6.d)$$

$$-\frac{E_\phi^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - E_\phi^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k-1)}{\Delta z}]$$

$$H_\phi^{n+1}(i, j, k) = H_\phi^n(i, j, k) + \frac{\Delta t}{\varepsilon} \times \left[ \frac{E_r^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - E_r^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k-1)}{\Delta z} \right] \quad (2.6.e)$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{E_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - E_z^{n+\frac{1}{2}}(i-1, j, k)}{\Delta r} \Big] \\
H_z^{n+1}(i, j, k) &= H_z^n(i, j, k) + \frac{\Delta t}{\varepsilon} \\
& \times \left[ \frac{1}{(i-1)\Delta r} \frac{((i)\Delta r E_\phi^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - ((i-1)\Delta r) E_\phi^{n+\frac{1}{2}}(i-1, j, k))}{\Delta r} \right. \\
& \left. - \frac{E_r^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - E_r^{n+\frac{1}{2}}(i, j-1, k)}{\Delta \phi} \right]
\end{aligned} \tag{2.6.f}$$

### 2.2.3 Algorithme CC-FDTD pour le calcul de modes propres

Le code CC-FDTD développé est exploité pour étudier les modes propres des guides d'onde métalliques supposés infinis suivant la direction de propagation (confondue avec la direction  $z$ ). Pour ce type de configuration, une composante quelconque du champ électromagnétique peut s'exprimer comme suit:

$$\psi(r, \phi, z, t) = \psi(r, \phi, t) e^{(ik_z z)} \tag{2.7}$$

Ceci permet de ramener les dérivées partielles par rapport à  $z$ , figurant dans les équations de Maxwell, à un simple produit et s'affranchir ainsi de la discétisation suivant cette direction. La dérivée selon  $z$  est évaluée comme suit:

$$\frac{\partial \psi(r, \phi, z, t)}{\partial z} = ik_z \psi(r, \phi, z, t) \tag{2.8}$$

Le système d'équations 2.6 devient:

$$E_r^{n+1}(i, j) = E_r^n(i, j) + \frac{\Delta t}{\varepsilon} \times \left[ \frac{1}{(i+\frac{1}{2})\Delta t} \frac{H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j-1)}{\Delta \phi} - ik_z H_\phi^{n+\frac{1}{2}}(i, j) \right] \tag{2.9.a}$$

$$E_\phi^{n+1}(i, j) = E_\phi^n(i, j) + \frac{\Delta t}{\varepsilon} \times \left[ ik_z H_r^{n+\frac{1}{2}}(i, j) - \frac{1}{(i+\frac{1}{2})\Delta t} \frac{H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i-1, j)}{\Delta r} \right] \tag{2.9.b}$$

$$E_z^{n+1}(i, j) = E_z^n(i, j) + \frac{\Delta t}{\varepsilon} \tag{2.9.c}$$

$$\times \left[ \frac{1}{(i-1)\Delta r} \frac{((i)\Delta r H_\phi^{n+\frac{1}{2}}(i, j) - ((i-1)\Delta r) H_\phi^{n+\frac{1}{2}}(i-1, j))}{\Delta r} - \frac{1}{(i+\frac{1}{2})\Delta t} \frac{H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i-1, j)}{\Delta r} \right]$$

$$H_r^{n+1}(i, j) = H_r^n(i, j) + \frac{\Delta t}{\mu_0} \times \left[ \frac{1}{(i+\frac{1}{2})\Delta t} \frac{E_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j) - E_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j-1)}{\Delta \phi} - ik_z E_\phi^{n+\frac{1}{2}}(i, j) \right] \quad (2.9.d)$$

$$H_\phi^{n+1}(i, j) = H_\phi^n(i, j) + \frac{\Delta t}{\mu_0} \times \left[ ik_z E_r^{n+\frac{1}{2}}(i, j) - \frac{1}{(i+\frac{1}{2})\Delta t} \frac{E_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j) - E_z^{n+\frac{1}{2}}(i-1, j)}{\Delta r} \right] \quad (2.9.e)$$

$$H_z^{n+1}(i, j) = H_z^n(i, j) + \frac{\Delta t}{\mu_0} \times \left[ \frac{1}{(i-1)\Delta r} \frac{((i)\Delta r E_\phi^{n+\frac{1}{2}}(i, j) - ((i-1)\Delta r) E_\phi^{n+\frac{1}{2}}(i-1, j))}{\Delta r} - \frac{1}{(i+\frac{1}{2})\Delta t} \frac{E_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j) - E_z^{n+\frac{1}{2}}(i-1, j)}{\Delta r} \right] \quad (2.9.f)$$

## 2.2.4 Conditions de stabilité de l'algorithme CC-FDTD

L'approximation des dérivées partielles par des différences finies centrées peut engendrer des solutions numériques non physiques. Des valeurs quelconques des pas de discrétisation peuvent mener vers des solutions infinies du champ électromagnétique. Pour éviter ce problème d'instabilité, les pas de discrétisation spatiaux et temporel doivent satisfaire le critère de stabilité de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) [73, 74]:

$$\Delta t = \frac{\alpha}{c} \left( \sqrt{\left(\frac{1}{\Delta r}\right)^2 + \left(\frac{2}{\Delta r \Delta \phi}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta z}\right)^2} \right)^{-1} \quad (2.10)$$

avec  $c$  est la vitesse de la lumière dans le vide et  $\alpha$  un coefficient adimensionnel  $\in ]0, 1]$ .

Afin d'éviter aussi la dispersion numérique, les pas spatiaux radial et azimutal doivent satisfaire la condition suivante:

$$\Delta r < \frac{\lambda_{min}}{n} \quad (2.11.a)$$

avec  $\lambda_{min}$  est la longueur d'onde minimale qui se propage dans la grille CC-FDTD et  $n$  un entier compris entre 15 et 20.

## 2.3 Intégration du modèle de Drude à deux points critiques à la CC-FDTD

La fonction diélectrique des milieux dispersifs tels que les métaux nobles dans la gamme optique, dépend de la fréquence de l'onde incidente. Cette dépendance fréquentielle est incompatible avec le caractère temporel de la méthode FDTD. Pour contourner cette difficulté, il est d'usage de calculer les composantes du vecteur déplacement  $\vec{D}$  par les équations de Maxwell discrétisées aux différences finies centrées et ensuite faire appel à l'équation constitutive du milieu  $\vec{D}(\omega) = \varepsilon_0 \varepsilon_r(\omega) \vec{E}(\omega)$  pour remonter aux composantes électriques. L'expression analytique de la fonction diélectrique  $\varepsilon_r(\omega)$  est donnée par le modèle de Drude à deux Points Critiques (voir équation 2.13) [29, 41].

Nous donnons ci-dessous les équations de mise à jour des composantes du vecteur déplacement électrique:

$$D_r^{n+1}(i, j, k) = D_r^n(i, j, k) + \Delta t \times \left[ \frac{1}{(i + \frac{1}{2})\Delta r} \frac{H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j - 1, k)}{\Delta \phi} \right. \\ \left. - \frac{H_\phi^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_\phi^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k - 1)}{\Delta z} \right] \quad (2.12.a)$$

$$D_\phi^{n+1}(i, j, k) = D_\phi^n(i, j, k) + \Delta t \times \left[ \frac{H_r^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_r^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k - 1)}{\Delta z} \right. \\ \left. - \frac{H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i - 1, j, k)}{\Delta r} \right] \quad (2.12.b)$$

$$D_z^{n+1}(i, j, k) = D_z^n(i, j, k) + \frac{\Delta t}{(i - 1)\Delta r} \quad (2.12.c)$$

$$\times \left[ \frac{((i)\Delta r H_\phi^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - ((i - 1)\Delta r) H_\phi^{n+\frac{1}{2}}(i - 1, j, k)}{\Delta r} \right. \\ \left. - \frac{H_r^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_r^{n+\frac{1}{2}}(i - 1, j, k)}{\Delta \phi} \right]$$

Après avoir calculé les composantes du vecteur déplacement, nous procédons à la détermination des composantes électriques via la relation constitutive du milieu  $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_{DPC}(\omega) \vec{E}$ . L'expression de la fonction diélectrique  $\varepsilon_{DPC}(\omega)$  est donnée par:

$$\varepsilon_{DCP}(\omega) = \varepsilon_\infty - \frac{\omega_D^2}{\omega^2 + i\gamma_D\omega} + \sum_{p=1}^{p=2} G_p(\omega) \quad (2.13)$$

avec:

$$G_p(\omega) = A_p \Omega_p \left( \frac{e^{i\phi_p}}{\Omega_p - \omega - i\Gamma_p} + \frac{e^{-i\phi_p}}{\Omega_p + \omega + i\Gamma_p} \right) \quad p = 1, 2$$

Les deux premiers termes de l'équation (2.13) représentent la contribution classique de Drude ( $\varepsilon_\infty$  est la constante diélectrique limite à hautes fréquences,  $\omega_D$  la fréquence plasma du métal et  $\gamma_D$  le coefficient d'amortissement). Les termes contenus dans la somme représentent la contribution des transitions inter-bandes où  $A_p$  est l'amplitude,  $\Omega_p$  l'énergie du gap,  $\phi_p$  la phase et  $\Gamma_p$  l'élargissement [27, 28].

Pour intégrer ce modèle à la CC-FDTD, nous avons utilisé la technique dite ADE (Auxiliary Differential Equation). Pour simplifier cette implémentation et éviter de stocker les composantes des champs à plusieurs instants, nous avons décomposé le vecteur déplacement électrique en trois parties correspondant chacune à une contribution à l'expression de la fonction diélectrique:

$$\vec{D} = \vec{D}_D(\omega) + \vec{D}_{C1}(\omega) + \vec{D}_{C2}(\omega) \quad (2.14)$$

avec:

$$\vec{D}_D(\omega) = \varepsilon_0 \left[ \varepsilon_\infty - \frac{\omega_D^2}{\omega^2 + i\gamma_D\omega} \right] \vec{E}(\omega) \quad (2.15.a)$$

$$\vec{D}_{Cp}(\omega) = \varepsilon_0 \left[ A_p \Omega_p \left( \frac{e^{i\phi_p}}{\Omega_p - \omega - i\Gamma_p} + \frac{e^{-i\phi_p}}{\Omega_p + \omega + i\Gamma_p} \right) \right] \vec{E}(\omega) \quad (2.15.b)$$

avec:  $p = 1, 2$ .

En supposant que les champs ont une dépendance temporelle de type ( $e^{-i\omega t}$ ) et après transformation de Fourier inverse, les relations (2.15.a et 2.15.b) deviennent:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \gamma_D \frac{\partial}{\partial t} \right) \vec{D}_D = \varepsilon_0 \varepsilon_\infty \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \gamma_D \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\omega_D^2}{\varepsilon_\infty} \right) \vec{E} \quad (2.16.a)$$

$$\begin{aligned} \left( \Omega_p^2 + \Gamma_p^2 + \frac{\partial^2}{\partial t^2} + 2\Gamma_p \frac{\partial}{\partial t} \right) \vec{D}_{Cp} &= 2\varepsilon_0 A_p \Omega_p \left( \sqrt{\Gamma_p^2 + \Omega_p^2} \sin(\theta_p - \phi_p) \right. \\ &\quad \left. - \sin \phi_p \frac{\partial}{\partial t} \right) \vec{E} \end{aligned} \quad (2.16.b)$$

avec:  $\theta_p = \arctan\left(\frac{\Omega_p}{\Gamma_p}\right)$

La discrétisation aux différences finies centrées des équations (2.16.a) et (2.16.b), nous conduit à l'équation de mise à jour des composantes du champ électrique. Comme exemple, la mise à jour de la composante  $E_r$  est faite par l'équation suivante:

$$E_r^{n+1} = \frac{1}{\frac{\chi_D}{\alpha_D} + \sum_{p=1}^{p=2} \left(\frac{\chi_p}{\alpha_p}\right)} \left[ D_r^{n+1} + \frac{\beta_D}{\alpha_D} D_{D_r}^{n-1} + \frac{4}{\alpha_D} D_{D_r}^n - \frac{\delta_D}{\alpha_D} E_r^{n-1} - \frac{4\varepsilon_0\varepsilon_\infty}{\alpha_D} E_r^n \right. \\ \left. + \sum_{p=1}^{p=2} \left(\frac{\beta_p}{\alpha_p} D_{C_{p_r}}^{n-1} - \frac{4}{\alpha_p} D_{C_{p_r}}^n\right) + \sum_{p=1}^{p=2} \left(\frac{\delta_p}{\alpha_p}\right) E_r^{n-1} \right] \quad (2.17)$$

avec:

$$\begin{aligned} \alpha_D &= -2 - \gamma_D \Delta t \\ \beta_D &= -2 + \gamma_D \Delta t \\ \chi_D &= \varepsilon_0 \varepsilon_\infty [-2 - \gamma_D \Delta t - (\omega_D \Delta t)^2 / \varepsilon_\infty] \\ \delta_D &= \varepsilon_0 \varepsilon_\infty [-2 + \gamma_D \Delta t - (\omega_D \Delta t)^2 / \varepsilon_\infty] \\ \alpha_p &= [\Omega_p^2 + \Gamma_p^2] \Delta t^2 + 2\Gamma_p \Delta t + 2 \\ \beta_p &= [\Omega_p^2 + \Gamma_p^2] \Delta t^2 - 2\Gamma_p \Delta t + 2 \\ \chi_p &= 2A_p \Omega_p \varepsilon_0 [\Delta t^2 \sqrt{\Omega_p^2 + \Gamma_p^2} \sin(\theta_p - \phi_p) - \Delta t \sin \phi_p] \\ \delta_p &= 2A_p \Omega_p \varepsilon_0 [\Delta t^2 \sqrt{\Omega_p^2 + \Gamma_p^2} \sin(\theta_p - \phi_p) + \Delta t \sin \phi_p] \end{aligned}$$

Le calcul des deux autres composantes  $E_\phi$  et  $E_z$  se fait avec des équations similaires.

Les expressions de  $D_{D_r}$  et  $D_{C_{p_r}}$  figurant dans l'équation 2.17 sont données comme suit:

$$D_{D_r}^{n+1} = \frac{1}{\alpha_D} [\beta_D D_{D_r}^{n-1} - 4D_{D_r}^n + \chi_D E_{D_r}^{n+1} - \delta_D E_r^{n-1} + 4\varepsilon_0\varepsilon_\infty E_r^n] \\ D_{C_{p_r}}^{n+1} = \frac{1}{\alpha_p} [\beta_p D_{C_{p_r}}^{n-1} + 4D_{C_{p_r}}^n + \chi_p E_{r+p_r}^{n+1} + \delta_D E_r^{n-1}] \quad (2.18)$$

## 2.4 Tests de validation et de convergence du code CC-FDTD

### 2.4.1 Tests de validation

Avant d'aborder l'étude de la structure guidante en forme de 'C' par le code CC-FDTD développé, nous avons soumis ce code à des tests de validations. Nous avons ainsi confronté

les résultats des calculs modales par CC-FDTD aux calculs analytiques [75] et/ou aux calculs obtenus par d'autres variantes de la FDTD dans les cas des guides d'onde cylindriques et coaxiaux faits en métal parfait ou en métal réel (argent).

Le calcul de modes propres s'effectue de la manière suivante: après injection d'un signal de manière à exciter tous les modes possibles, nous calculons par CC-FDTD l'évolution temporelle des champs. Après le passage au domaine spectral via une transformée de Fourier incorporée dans le code CC-FDTD, nous calculons la densité d'énergie spectrale pour un certain nombre de points pris aléatoirement. Une fois le régime permanent établi, les modes non propres à la structure disparaissent et la densité d'énergie spectrale exhibe des pics correspondant aux modes propres de la structure. L'identification des modes ainsi excités s'effectue par le tracé des cartographies des champs, à la position des pics correspondants, dans le plan transversal.

### 2.4.1.1 Guide d'onde cylindrique

Le premier test de validation est réalisé sur un guide d'onde cylindrique fait en métal parfait de rayon  $R = 124 \text{ nm}$  (voir figure 2.3). Pour ce test, nous avons considéré les pas de discrétisations  $\Delta x = \Delta y = \delta = 0.5 \text{ nm}$  pour les calculs réalisés par le code FDTD classique. Pour les calculs réalisés par les codes BOR-FDTD et CC-FDTD  $\Delta r = \delta$  et  $\Delta \phi = 1^\circ$  pour CC-FDTD. Les résultats de calcul des intensités spectrales dans le cas d'un guide d'onde cylindrique parfait sont portés sur la figure 2.4-a.

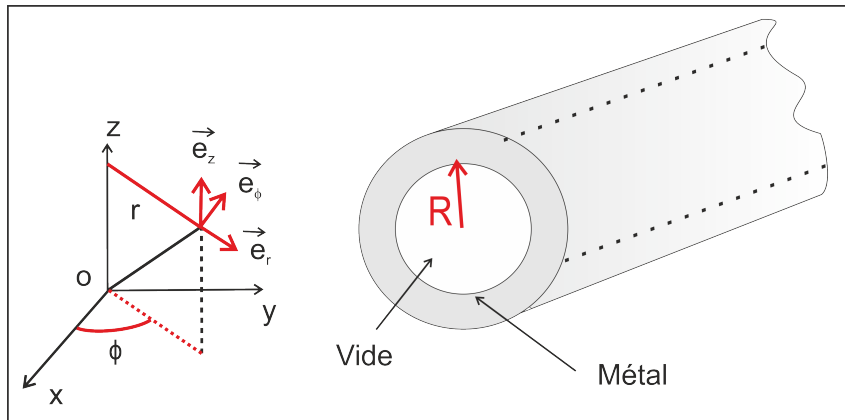
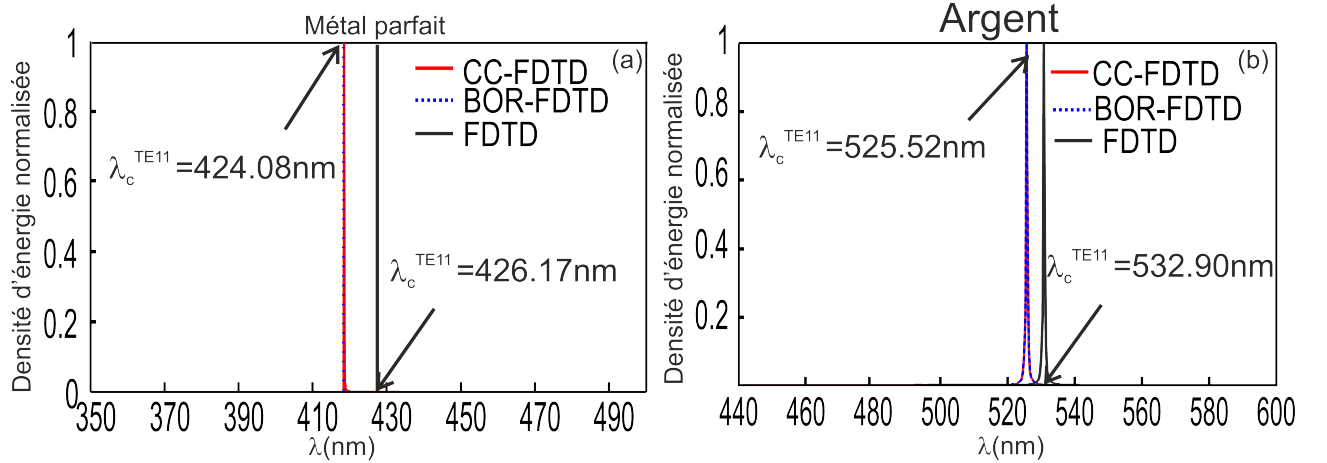


Figure 2.3 – Schéma d'un guide d'onde cylindrique métallique de rayon  $R$ .

Comme le montre la figure 2.4-a, les deux codes CC-FDTD et BOR-FDTD convergent vers la même valeur des longueurs d'onde de coupure  $\lambda_{TE_{11}}^{CC-FDTD} = \lambda_{TE_{11}}^{BOR-FDTD} = 424.08 \text{ nm}$ . Ces résultats son en très bon accord avec les calculs analytiques qui donne  $\lambda_{TE_{11}}^{ana} = 423.20 \text{ nm}$ ; cette dernière valeur étant obtenue à partir de la relation 2.19. Par contre la valeur trouvée

par la FDTD classique  $\lambda_{TE_{11}}^{FDTD} = 426.17\text{nm}$  s'écarte de la valeur analytique et de celles obtenues par les deux autres variantes de la FDTD.

$$J_1\left(\frac{2\pi}{\lambda_c^{ana}}R\right) = 0 \quad (2.19)$$



**Figure 2.4** – Densités d'énergies électromagnétiques normalisées, obtenues par différentes variantes FDTD, du mode fondamental  $TE_{11}$  à la coupure ( $k_z = 0$ ) d'un guide d'onde cylindrique de rayon  $R = 124\text{nm}$ . a) Métal parfait et b) Métal réel (Argent).

Le même calcul est refait, en remplaçant le métal parfait par l'argent. Les constantes qui apparaissent dans la fonction diélectrique (voir équation 2.13) sont celles qui permettent un meilleur fit des valeurs expérimentales de Palik [76] (voir tableau 2.1).

$\varepsilon_\infty$	1.558208
$\omega_D(\text{rad.s}^{-1})$	$1.387 \times 10^{16}$
$\gamma_D(\text{rad.s}^{-1})$	$3.123 \times 10^{13}$
$A_1$	0.8264434
$\Omega_1(\text{rad.s}^{-1})$	$6.792 \times 10^{15}$
$\phi_1(\text{rad})$	-0.785
$\Gamma_1(\text{rad.s}^{-1})$	$5.169 \times 10^{15}$
$A_2$	0.3388017
$\Omega_2(\text{rad.s}^{-1})$	$6.484 \times 10^{15}$
$\phi_2(\text{rad})$	-0.785
$\Gamma_2(\text{rad.s}^{-1})$	$5.402 \times 10^{14}$

**Tableau 2.1** – Paramètres optimisés du modèle de Drude à deux Points Critique pour l'argent dans la gamme optique [100nm – 2500 nm].

Comme le montre la figure 2.4-b, les deux codes CC-FDTD et BOR-FDTD donnent la même valeur de la longueur d'onde de coupure du mode fondamental  $\lambda_{TE_{11}}^{CC-FDTD} = \lambda_{TE_{11}}^{BOR-FDTD} = 525.52$  nm alors que le code FDTD classique donne une valeur  $\lambda_{TE_{11}}^{FDTD} = 532.90$  nm différente.

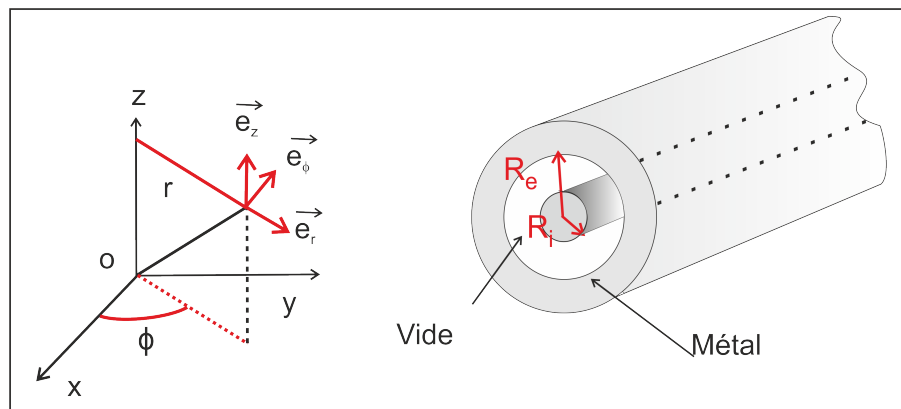
### 2.4.1.2 Guide d'onde coaxial

Une autre géométrie considérée pour ces tests consiste en un guide d'onde coaxial (CWG pour Coaxial Wave Guide) de rayons intérieur  $R_i = 74$  nm et extérieur  $R_e = 124$  nm (figure 2.5) pour les cas du métal parfait et réel. Les pas de discrétisation sont ceux utilisés dans les calculs précédents. La longueur d'onde de coupure analytique du mode  $TE_{11}$ , obtenue par la résolution de l'équation 2.20, donne la valeur  $\lambda_{TE_{11}}^{ana} = 615.97$  nm.

$$J_1\left(\frac{2\pi}{\lambda_c^{ana}}R_i\right)Y_1'\left(\frac{2\pi}{\lambda_c^{ana}}R_e\right) - J_1'\left(\frac{2\pi}{\lambda_c^{ana}}R_e\right)Y_1\left(\frac{2\pi}{\lambda_c^{ana}}R_i\right) = 0 \quad (2.20)$$

La valeur de la longueur d'onde de coupure, donnée par la formule approchée  $\lambda_{TE_{11}}^{app} \simeq \pi(R_i + R_e)$ , est 622.03 nm.

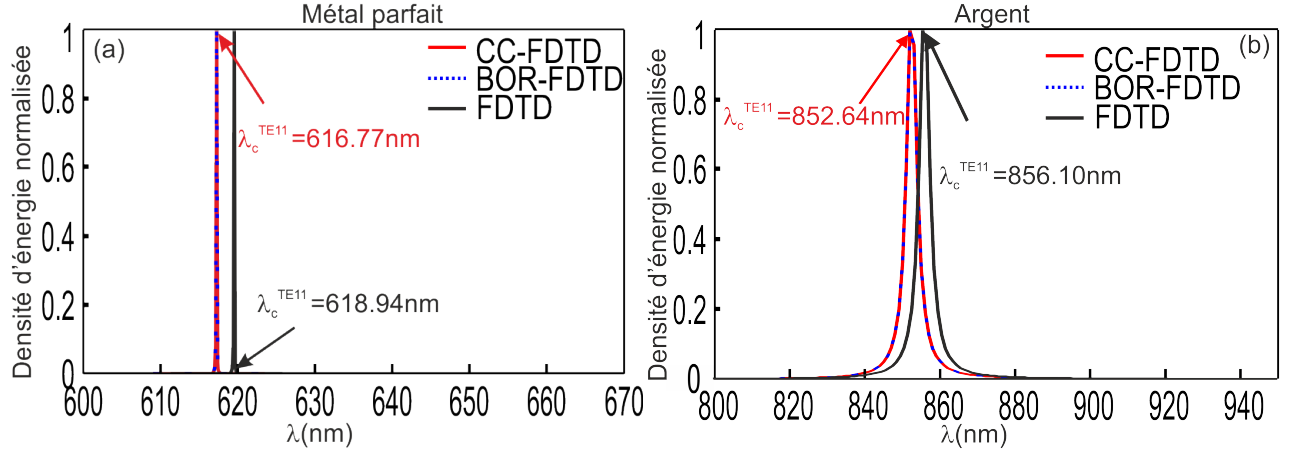
Les résultats des calculs obtenus par les différents codes FDTD sont portés sur la figure 2.6. Comme on peut le voir sur la figure 2.6-a, les deux codes BOR-FDTD et CC-FDTD donnent la même valeur  $\lambda_{TE_{11}}^{CC-FDTD} = \lambda_{TE_{11}}^{BOR-FDTD} = 616.77$  nm, alors que le code FDTD classique donne une valeur  $\lambda_{TE_{11}}^{FDTD} = 618.94$  nm légèrement différente.



**Figure 2.5** – Guide d'onde coaxial métallique de rayons interne  $R_i = 74$  nm et externe  $R_e = 124$  nm.

De la même manière que dans le cas cylindrique, nous avons considéré la même cavité coaxiale en remplaçant le métal parfait par l'argent. Comme on peut le voir sur cette figure 2.6-b, les calculs CC-FDTD et BOR-FDTD donnent la même valeur de la longueur d'onde de coupure du premier mode  $\lambda_{TE_{11}}^{CC-FDTD} = \lambda_{TE_{11}}^{BOR-FDTD} = 852.64$  nm, alors que la valeur obtenue par le code FDTD classique ( $\lambda_{TE_{11}}^{FDTD} = 856.91$  nm) est différente. Cette différence est due au

fait que les objets à géométries arrondies sont mal décrits en coordonnées cartésiennes; une bonne description nécessite un maillage très fin.



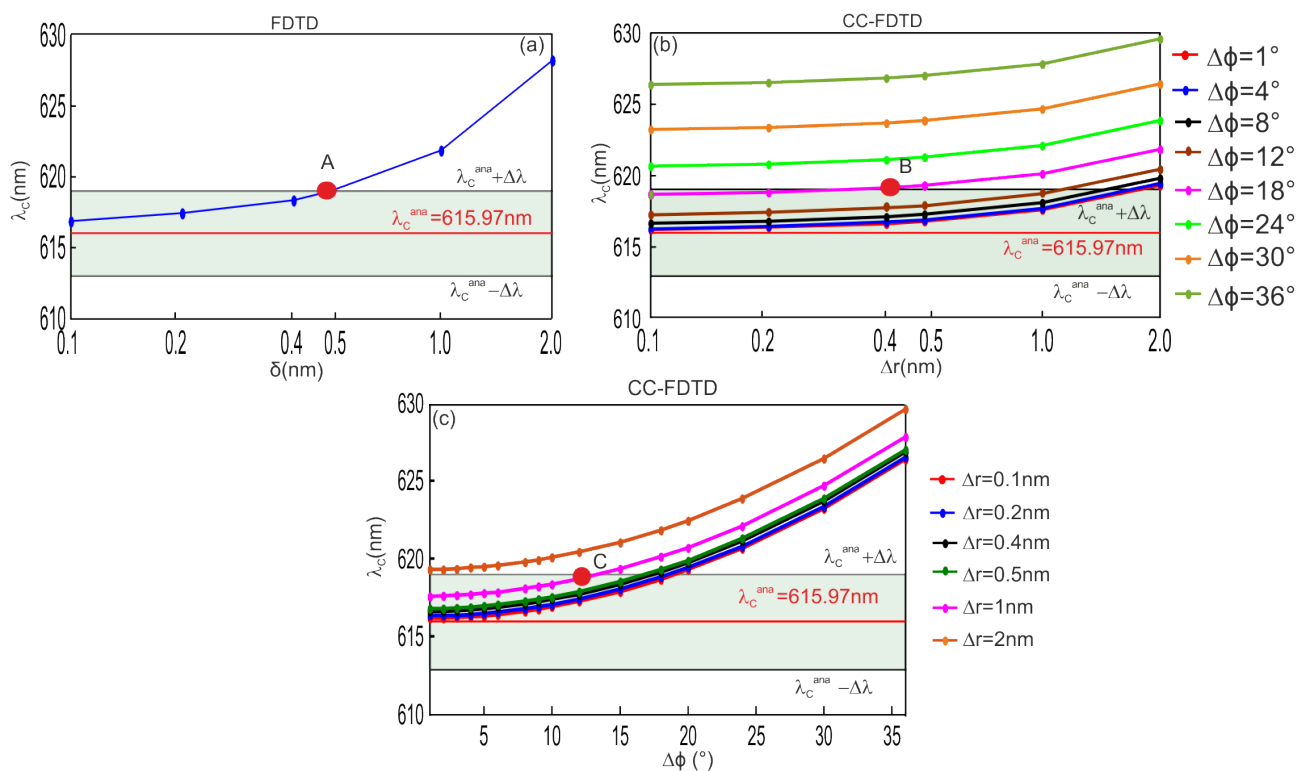
**Figure 2.6** – Densités d'énergies électromagnétiques normalisées à la coupure ( $k_z = 0$ ) à travers un guide d'onde coaxial pour  $R_i = 74$  nm et  $R_e = 124$  nm. a) Métal parfait et b) Métal réel (Argent).

Ces tests constituent une validation du code CC-FDTD et montrent également que pour les mêmes paramètres de discrétisation, il permet d'atteindre une meilleure précision que la variante classique.

## 2.4.2 Tests de convergence

Afin de montrer les avantages de travailler dans la base cylindrique, nous avons effectué des tests de convergence en comparant les calculs CC-FDTD à ceux de la FDTD conventionnelle. Pour cela, nous avons reconsidéré la même structure que précédemment (CWG en métal parfait) et recalculé la longueur d'onde de coupure de son mode fondamental ( $TE_{11}$ ) en faisant varier les pas de discrétisation. Dans le cas de la FDTD classique, nous avons fait varier le pas de discrétisation comme suivant:  $\Delta x = \Delta y = \delta = [0.1, 0.2, 0.4, 0.5, 1, 2]$  (nm) et les résultats sont portés sur la figure 2.7-a. Notons que que les valeurs de  $\delta$  sont choisies de telle façon qu'elles soient des diviseurs communs de  $R_i$  et  $R_e$ , pour une meilleure description du guide d'onde considéré. Concernant les calculs CC-FDTD, les valeurs du pas radial sont égales à celles de  $\Delta x$  et  $\Delta y$ :  $\Delta r = \delta = [0.1, 0.2, 0.4, 0.5, 1, 2]$  (nm). Pour chaque pas radial, nous avons effectué plusieurs simulations en considérant différentes valeurs du pas azimutal  $\Delta\phi = [1, 4, 8, 12, 18, 30, 36](^\circ)$ . Soulignons là aussi que les valeurs de  $\Delta\phi$  sont des diviseurs de  $2\pi$ . Pour cette étude, nous avons considéré un intervalle de confiance en tolérant une erreur relative maximale de  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_c^{ana}} = 0.5\%$  (pour  $\lambda_c^{ana} = 615.97$  nm et  $\Delta\lambda = 3$  nm). Ceci correspond aux valeurs comprises dans les rectangles en vert sur les figures 2.7-a, 2.7-b et

2.7-c qui représentent la plage des valeurs de  $\lambda_C^{ana} \pm \Delta\lambda$ . Sur la figure 2.7-a, on constate que pour que la longueur d'onde de coupure calculée par FDTD soit comprise dans cet intervalle prédéfini, il faudrait que le pas de discrétisation soit inférieur à 0.5 nm (voir le point A sur la figure 2.7-a). Par contre dans le cas de la CC-FDTD (2.7-b et 2.7 c), si l'on choisit un pas de discrétisation fin selon la direction radiale ( $\Delta r$ ), on peut se permettre de mailler grossièrement suivant la direction azimutale ( $\phi$ ) et vice versa. A titre d'exemple pour un pas  $\Delta r = 0.4$  nm on peut se permettre de fixer un pas azimutal  $\Delta\phi = 18^\circ$  (voir le point B sur la figure 2.7-b alors qu'une valeur de  $\Delta r = 1$  nm impose un pas maximal de  $\Delta\phi = 12^\circ$  (voir le point C sur la figure 2.7-c).



**Figure 2.7** – Tests de convergence entre les codes FDTD classique et la CC-FDTD effectués pour le calcul de la longueur d'onde de coupure du mode fondamental d'un guide d'onde coaxial fait en métal parfait avec:  $R_i = 74$  nm et  $R_e = 124$  nm.

Pour comparer les espaces mémoires alloués et les temps de calculs pour les deux méthodes FDTD classique et CC-FDTD, nous avons considéré les calculs effectués sur une cellule de  $300 \times 300$  nm<sup>2</sup>. Dans le cas de la FDTD, le pas considéré est  $\gamma_{max} = 0.5$  nm (point A sur la figure 2.7.a) correspondant à 360000 cellules élémentaires, alors que pour la CC-FDTD nous avons considéré les pas suivants:  $\Delta r = 0.4$  nm et  $\Delta\phi = 18^\circ$  (voir le point B sur la figure 2.7-b) engendrant 7600 cellules élémentaires. Ceci correspond à un gain dans un rapport 1 : 48 pour la CC-FDTD. Alors que le gain en temps de calcul CPU (CPU pour Central

Processing Unit) est dans le rapport 1 : 12.

	Pas de discrétisation	Nombre de cellule	Temps de calcul réel ( <i>fs</i> )	CPU time (min)	$\lambda_c^{TE_{11}}$ (nm)
FDTD	$\Delta x = \Delta y = 0.5 \text{ nm}$	360000	$1.59 \times 10^3$	376	618.94
CC-FDTD	$\Delta r = 0.4 \text{ nm}$ $\Delta \phi = 18^\circ$	7500	$1.59 \times 10^3$	31	619.13

**Tableau 2.2** – Résultats de calcul de  $\lambda_c^{TE_{11}}$  d'un guide d'onde coaxial en métal parfait avec:  $R_i = 74 \text{ nm}$  et  $R_e = 124 \text{ nm}$  pour un même temps de calcul réel.

Les tests effectués à travers les calculs modales, valident notre code CC-FDTD dans le cas des guides d'onde métalliques présentant une symétrie de révolution. Nous avons également conclu que l'espace mémoire et les temps de calculs requis sont mieux optimisés dans le cas de la CC-FDTD comparativement à la FDTD classique. Un autre avantage de la CC-FDTD est son aptitude à reproduire fidèlement des objets à géométrie arrondie sans avoir à mailler finement.

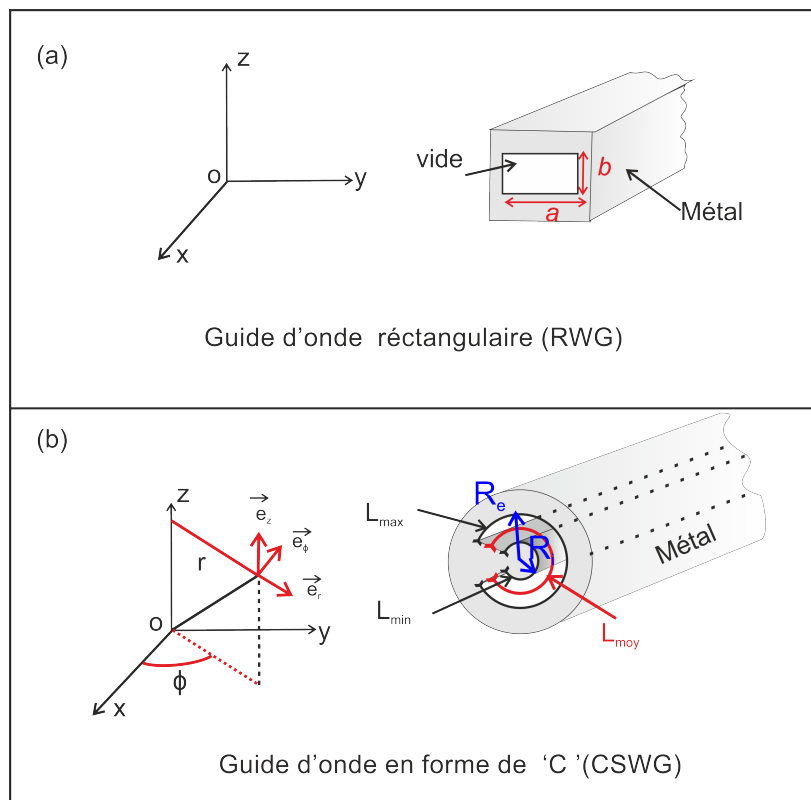
## 2.5 Étude du guide d'onde métallique en forme de 'C'

Dans cette partie, nous allons aborder l'étude d'un guide d'onde métallique en forme de 'C' (CSWG) par le code CC-FDTD implémenté dans le cadre de ce travail. Cette structure représentée sur la figure 2.8-b, consiste en une cavité coaxiale tronquée. En première approximation, cette structure peut être assimilée à un guide d'onde rectangulaire (RWG pour Rectangular Wave Guide) courbé (voir figure 2.9-a) .

### 2.5.1 Similitude entre RWG et CSWG

Pour vérifier que le guide CSWG est similaire en première approximation à un guide d'onde rectangulaire, nous avons effectué des calculs de modes propres en considérant les premiers modes de ces deux guides d'onde. Rappelons que le mode fondamental d'un guide d'onde rectangulaire est le mode transverse électrique  $TE_{10}$  dont la longueur d'onde de coupure analytique dans le cas du métal parfait est  $\lambda_{TE_{10}}^c = 2 \times a$ .

Sur la figure 2.9-a, nous avons représenté la densité d'énergie spectrale, calculée par la FDTD classique, d'un guide d'onde rectangulaire en métal parfait à  $k_z = 0$ . Les dimensions de ce guide sont: longueur  $a = 250 \text{ nm}$  et largeur  $b = 80 \text{ nm}$ . La longueur d'onde de coupure du mode  $TE_{10}$  de ce guide pour ces paramètres est  $\lambda_{TE_{10}}^{ana} = 2 \times a = 500 \text{ nm}$ . Comme on peut le voir sur la figure 2.9-a, la densité d'énergie spectrale présente un pic à  $514 \text{ nm}$  correspondant à la coupure du mode fondamental  $TE_{10}$  de cette cavité. La distribution spatiale de l'intensité



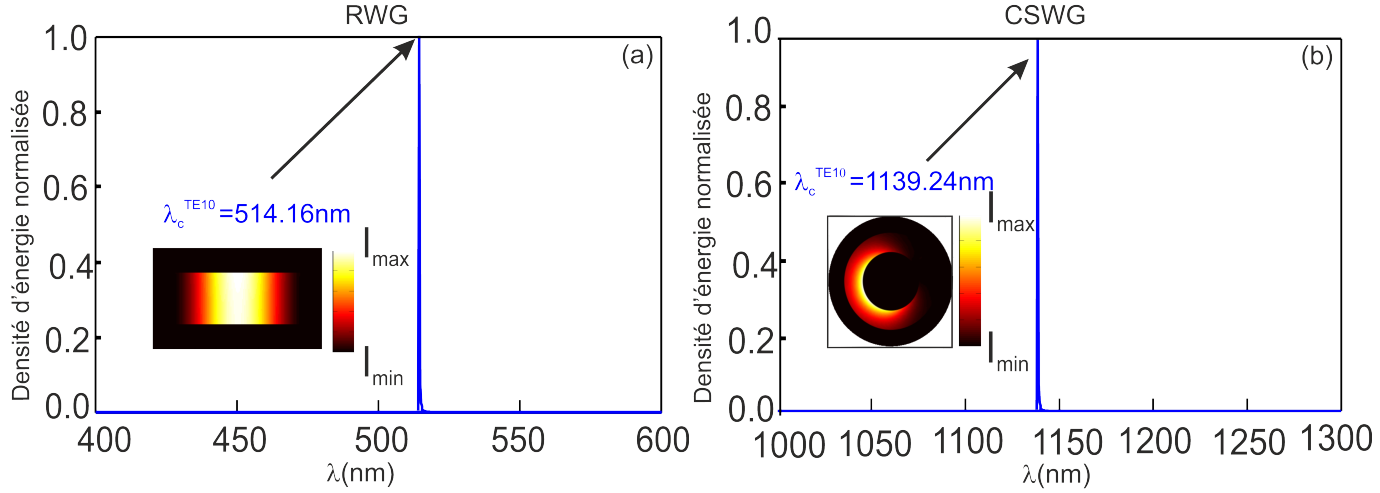
**Figure 2.8** – a) Guide d'onde métallique rectangulaire (RWG) défini par sa longueur  $a$  et sa largeur  $b$ . b) Guide d'onde métallique en forme de 'C' (SCWG) avec:  $R_i$  est le rayon interne,  $R_e$  le rayon externe et  $\beta$  l'angle qui délimite le métal additionnel.

électrique (voir figure 2.9-a) à cette longueur d'onde montre que ce mode présente une zone centrale brillante ce qui confirme encore une fois que ce mode est bien le mode  $TE_{10}$ .

Un calcul similaire est effectué dans le cas d'un CSWG en métal parfait (voir figure 2.8-b) avec:  $R_i = 74$  nm,  $R_e = 124$  nm et  $\beta = 30^\circ$  par le code CC-FDTD. Les résultats de ce calcul sont représentés sur la figure 2.9-b. On constate que la densité d'énergie spectrale présente un pic à  $\lambda^c = 1139.24$  nm. De même que dans le cas de RWG, la distribution spatiale de l'intensité électrique à  $\lambda_{TE_{10}}^c = 1139.24$  nm, portée en insère sur la figure 2.9-b, exhibe un seul maximum. En considérant que le guide en forme de 'C' est assimilable à un guide rectangulaire courbé, la longueur d'onde de coupure de son mode fondamental peut être approchée par:  $\lambda_{TE_{10}}^{ana} = 2 \times L$  avec  $L = (\pi - \frac{\beta}{2})(R_i + R_e)$ , ce qui donne  $\lambda^c \simeq 1140$  nm  $\simeq \lambda_{TE_{10}}^c$ .

Cette étude comparative montre que le CSWG peut être vu en première approximation comme étant un guide d'onde rectangulaire. La longueur moyenne  $L$  du SCWG s'éloigne de  $L_{max} = R_e(\pi - \beta)$  et de  $L_{min} = R_i(\pi - \beta)$  lorsque  $R_e$  est très grand devant  $R_i$  (voir figure 2.8-b), ce qui limite la validité de cette approximation aux cas où  $R_i$  est proche de  $R_e$ . Pour

s'en rendre compte, nous avons réalisé des calculs de densités d'énergie spectrale dans le cas du CSWG pour  $R_i$  fixe et  $R_e$  variable.



**Figure 2.9** – Intensités spectrales et distributions spatiales du champ électrique du mode fondamental  $TE_{10}$  à la coupure ( $k_z = 0$ ). a) Guide RWG pour:  $a = 250$  nm et  $b = 80$  nm et b) Guide GSWG pour:  $R_i = 74$  nm,  $R_e = 124$  nm et  $\beta = 30^\circ$ .

Sur le tableau 2.3, nous avons porté les longueurs d'onde de coupures obtenues, celles approchées par la formule:  $\lambda_{TE_{10}}^{ana} = 2 \times L$  avec  $L = (\pi - \frac{\beta}{2})(R_i + R_e)$  ainsi que les erreurs relatives correspondantes. Comme on peut le voir sur ce tableau, lorsque  $R_i > 3.5 R_e$ , les longueurs d'onde de coupure calculées s'écartent des valeurs analytiques approchées.

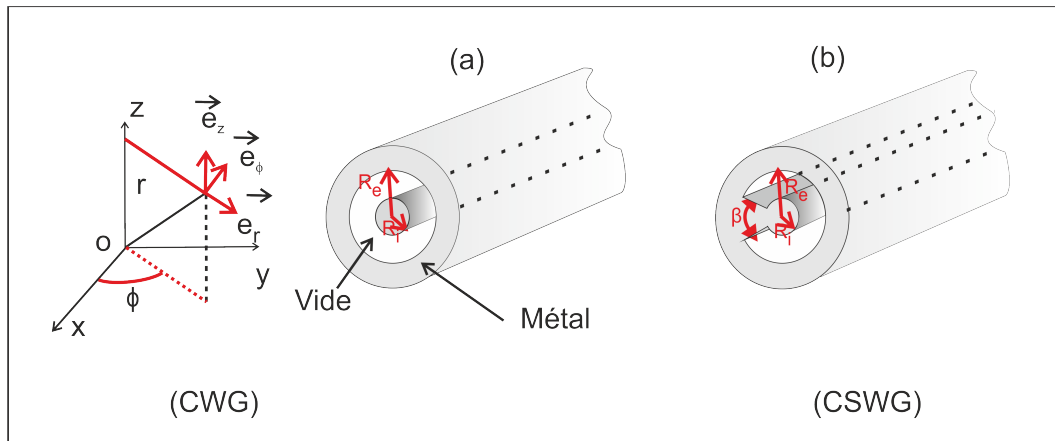
## 2.5.2 Avantages du CSWG

Pour mettre en évidence les avantages que confèrent le CSWG pour la miniaturisation des composants optiques, nous allons le comparer, via un calcul de modes propres, à un guide coaxial considéré comme une structure très compacte. Ces deux structures sont représentées sur la figure 2.10. et les calculs de densité d'énergie spectrale associés, en considérant les mêmes paramètres géométriques, sont regroupés dans la figure 2.11.

Nous constatons que dans le cas du métal parfait, la longueur d'onde de coupure du mode  $TE_{10}$  est  $\lambda_{TE_{10}}^c = 1139.24$  nm pour le CSWG alors qu'elle est de  $\lambda_{TE_{11}}^c = 616.77$  nm pour le mode  $TE_{11}$  du CWG. Pour les guides faits en métal réel, ces valeurs sont:  $\lambda_{TE_{11}}^c = 852.64$  nm et  $\lambda_{TE_{10}}^c = 1656.85$  nm pour le CWG et le CSWG respectivement. Les images de la figure 2.11 montrent les distributions spatiales de l'énergie calculées aux positions des 2 premiers pics dans le cas du métal réel. Elles confirment que les deux modes excités sont bien les modes fondamentaux  $TE_{11}$  et  $TE_{10}$  des guides CWG et CSWG respectivement.

$\alpha \simeq$	$R_e$ (nm)	$\lambda^{app}$ (nm)	$\lambda^{CC-FDTD}$ (nm) = $ \lambda^{CC-FDTD} - \lambda^{app} $	$\Delta\lambda$	$\frac{\Delta\lambda}{\lambda^{ana}}$ (%)
1.21	90	945	959.4	14	1
1.35	100	1002	1010	8	0.8
1.51	112	1071	1073	2	0.1
1.6	124	1140	1139	1	0.08
1.91	142	1244	1231	13	1
2.32	172	1417	1388	29	2
2.72	202	1590	1542.5	47	2
3.13	232	1762	1695.5	67	3
3.54	262	1935	1842	93	4
3.94	292	2108	2000.8	108	5
4.35	322	2281	2152	130	5.7
4.75	352	2454	2304	149	6

**Tableau 2.3** – Comparaison entre les longueurs d’onde de coupure obtenues analytiquement et par le code CC-FDTD dans le cas d’un CSWG en métal parfait.  $R_i = 74$  nm,  $\beta = 30^\circ$  et  $R_e$  variable.

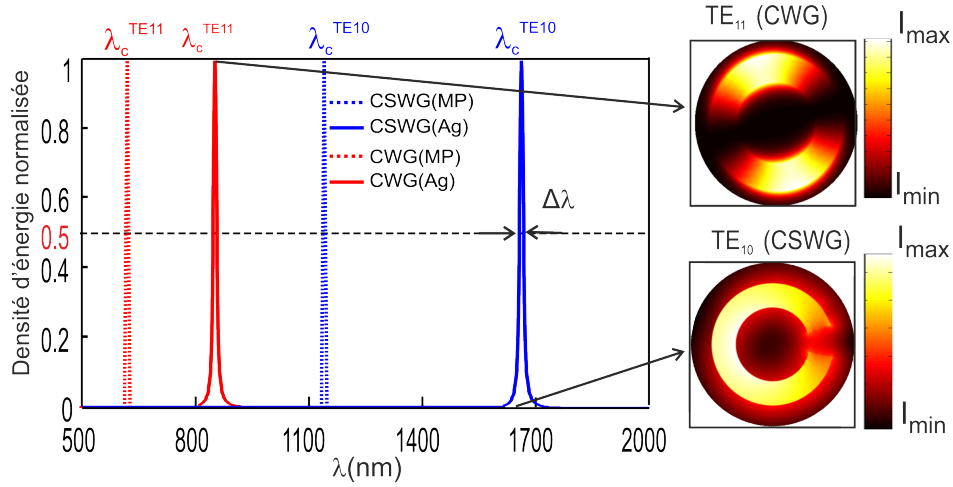


**Figure 2.10** – Schéma des guides CWG et CSWG pour:  $R_i = 74$  nm,  $R_e = 124$  nm et  $\beta = 30^\circ$  pour le CSWG.

En conclusion, la structure CSWG est très compacte; la longueur d’onde de coupure de son mode fondamental est très supérieure à celle du fondamental de la cavité coaxiale. Par conséquent, notre structure permet la conception de structures nano-optiques plus miniaturisées.

## 2.6 Propriétés optiques du CSWG

Dans la référence [14], un guide d’onde coaxial en argent de dimension sub-longueur d’onde a été étudié théoriquement pour le guidage de la lumière. En particulier, il a été montré que



**Figure 2.11** – Densités d'énergies normalisées pour les guides CWG et CSWG en métal parfait et en métal réel avec:  $R_i = 74$  nm ,  $R_e = 124$  nm et  $\beta = 30^\circ$  pour le CSWG. Les deux images à droite représentent les distributions du champ électrique à la longueur d'onde de coupure des modes fondamentaux de chaque structure faite en argent.

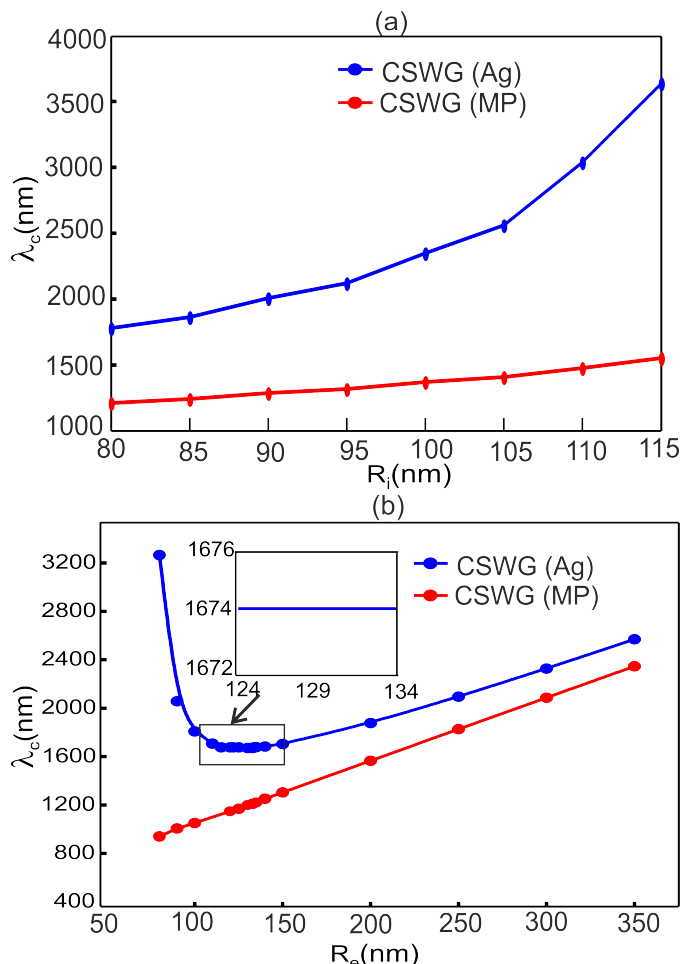
la lumière peut être guidée, via le premier mode  $TE_{11}$  du guide, sur des distances de l'ordre de dizaines de micromètres sans beaucoup d'atténuation. Dans cette section, on se propose de reprendre une étude similaire afin de déterminer les propriétés optiques du guide CSWG.

### 2.6.1 Effet des rayons intérieur et extérieur sur $\lambda_c^{TE_{10}}$

L'effet de la distance séparant les interfaces métalliques sur la longueur d'onde de coupure du mode fondamental est étudié. Nous avons considéré les deux cas possibles: i)  $R_e$  fixe et  $R_i$  variable et ii)  $R_i$  fixe et  $R_e$  variable. Les résultats de ces simulations sont portés sur la figure 2.12. Dans le premier cas envisagé (voir figure 2.12-a), la position du mode fondamental est décalée vers les grandes longueurs d'onde lorsque le rayon intérieur augmente. Ceci est conforme aux prédictions analytiques:  $\lambda_{TE_{10}}^{ana} = 2 \times L$  avec  $L = (\pi - \frac{\beta}{2})(R_i + R_e)$ .

Pour des distances inter-conducteur relativement grandes, cette tendance est également observée sur la figure (2.12-b) lorsque  $R_i$  est maintenu fixe et  $R_e$  diminuée. Au dessous d'une valeur critique de  $R_e$  (dans ce cas autour de 130 nm), la longueur d'onde de coupure augmente au lieu de continuer à diminuer et lorsque  $R_e \rightarrow R_i$  la fréquence de coupure tend vers zéro ( $\lambda \rightarrow \infty$ ). Ce comportement inhabituel a déjà été observé par Baida et al [14] dans le cas d'un guide d'onde coaxial en argent et par Lindfors et al [42] dans le cas d'un guide d'onde rectangulaire en or. L'origine de ce comportement est attribuée par ces auteurs au couplage plasmonique de plus en plus efficace lorsque les deux interfaces métalliques sont davantage rapprochées. Nous remarquons également que la courbe de  $\lambda_c$  en fonction de  $R_e$

exhibe un palier autours de sa valeur minimale pour  $R_e \in [124 \text{ nm} - 134 \text{ nm}]$ , ce qui constitue un avantage certain pour des conceptions expérimentales.

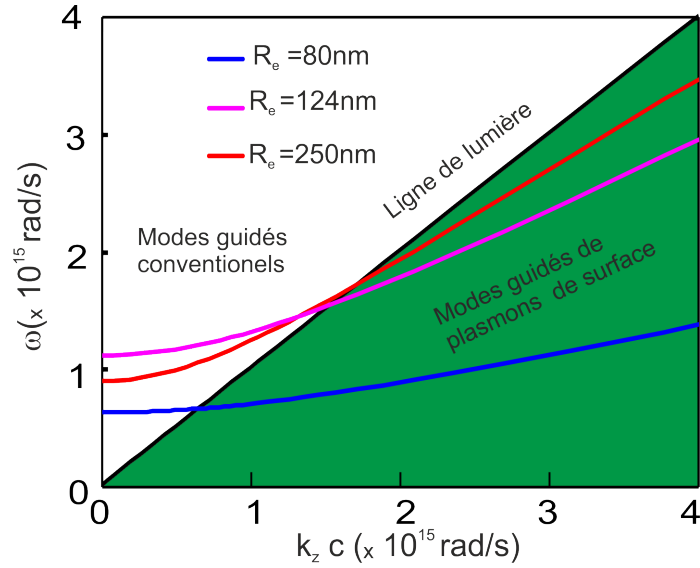


**Figure 2.12** – Longueurs d’ondes de coupures du mode  $TE_{10}$  du CSWG. a)  $R_e = 124 \text{ nm}$  et  $R_i$  variable et b)  $R_i = 75 \text{ nm}$  et  $R_e$  variable.

## 2.6.2 Nature du mode $TE_{10}$

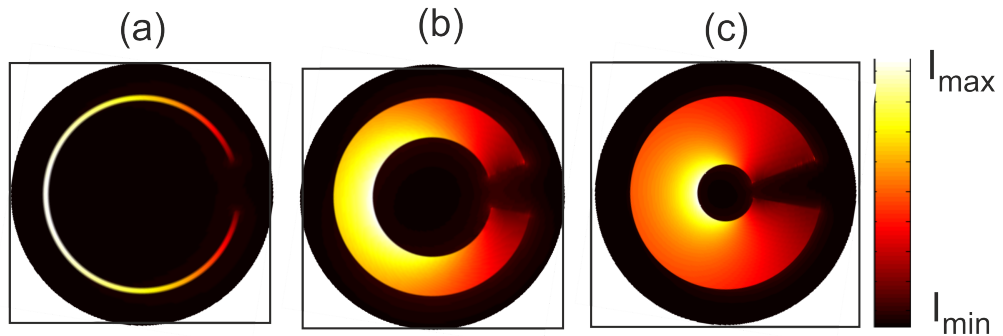
Afin de mettre en évidence les propriétés de propagation de la lumière dans le guide CSWG en argent, nous avons calculé la courbe de dispersion  $\omega = f(k)$  (voir figure 2.13) pour différentes valeurs du rayon extérieur  $R_e$  et pour un rayon interne fixé à  $R_i = 74 \text{ nm}$ . La diminution du rayon extérieur entraîne le décalage (shift) des fréquences de coupure vers les petites fréquences confirmant au passage les résultats obtenus à la figure 2.12-b. Les courbes de dispersion coupent la ligne de lumière confirmant un caractère hybride du mode fondamental  $TE_{10}$  (propagatif-plasmique).

La figure 2.14 montre la distribution d’énergie électrique (somme des modules aux carrés des composantes du champ électrique) du mode fondamental à la longueur d’onde de coupure



**Figure 2.13** – Courbes de dispersion du mode fondamental  $TE_{10}$  du guide d'onde en forme de 'C' en argent pour  $R_i = 74$  nm,  $\beta = 30^\circ$  et  $R_e$  variable.

calculée pour différentes valeurs du rayon extérieur. Ces images montrent que l'intensité lumineuse correspond à l'excitation de plasmons de surface à l'interface interne du guide CSWG. Pour  $R_e \rightarrow R_i$ , l'intensité maximale du mode  $TE_{10}$  atteint la seconde interface opposée (partie métallique extérieure). Ainsi, un couplage entre les deux interfaces apparaît. Aussi ces images montrent que le champ électrique pénètre dans le métal réel, ce qui conduirait à augmenter les pertes optiques pour les faibles espaces interconducteurs.

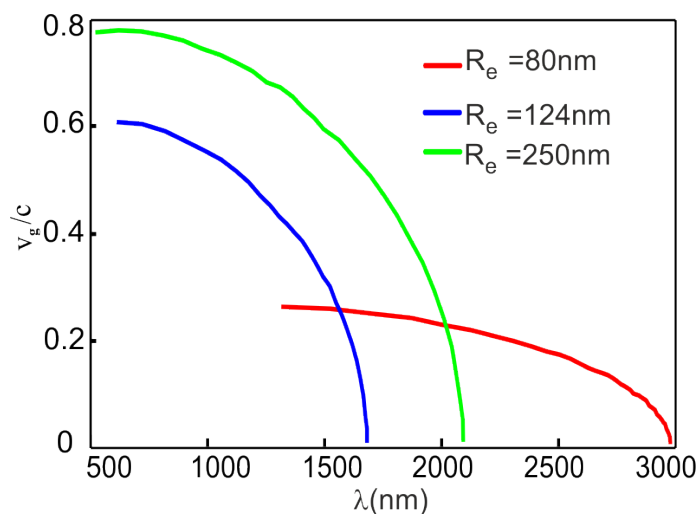


**Figure 2.14** – Distributions spatiales aux fréquences de coupure du mode fondamental  $TE_{10}$  du guide d'onde en forme de 'C' en argent pour  $R_i = 74$  nm et  $\beta = 30^\circ$ . a)  $R_e = 80$  nm, b)  $R_e = 124$  nm et c)  $R_e = 250$  nm.

### 2.6.3 Vitesse de groupe du mode fondamental $TE_{10}$

La variation de la vitesse de groupe du mode fondamental  $TE_{10}$  déduite directement des courbes de dispersion par la formule  $v_g = \frac{d\omega}{dk}$  pour  $R_i = 74$  nm et  $R_e$  variable est représentée

sur la figure 2.15. Notons que ces vitesses sont très faibles comparativement à la vitesse de la lumière dans le vide et en particulier lorsque  $\lambda \rightarrow \lambda_c$ , ce qui traduit un ralentissement de la lumière dans ces cavités. À la fréquence de coupure ( $k_z = 0$ ), la vitesse de groupe tend vers zéro, conduisant à un confinement important de la lumière. Nous pouvons également remarquer que lorsque  $R_e \rightarrow R_i$  ( $R_i = 74$  nm et  $R_e = 80$  nm), la vitesse de groupe est faible même loin de la coupure. Cette lumière lente peut être exploitée pour exalter les effets non linéaires en introduisant dans l'espace interconducteur un milieu non linéaire [77, 78].



**Figure 2.15** – Vitesses de groupe normalisée par  $c$  (célérité de la lumière dans le vide) du mode fondamental  $TE_{10}$  d'un CSWG en argent de rayons:  $R_i = 74$  nm,  $\beta = 30^\circ$  et  $R_e$  variable.

### 2.6.4 Calcul de l'indice effectif et de la distance de propagation de la lumière via le mode $TE_{10}$

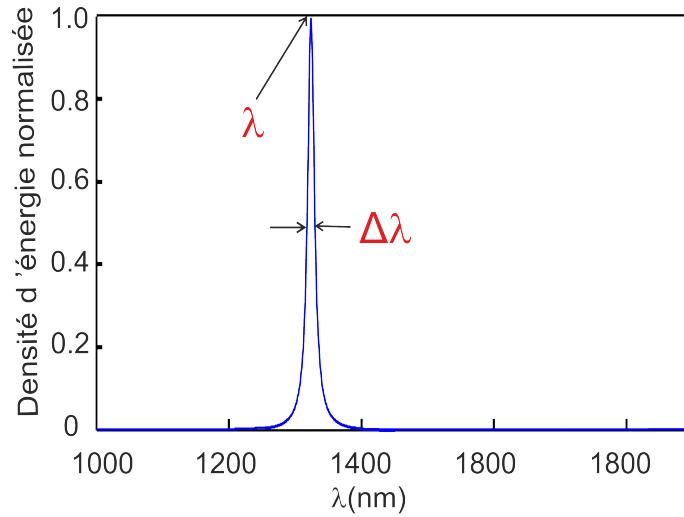
Pour des applications en nano-optique, il est essentiel de quantifier les pertes optiques. Pour cela, nous avons calculé les parties réelle et imaginaire de l'indice effectif du mode  $TE_{10}$  en fonction de la longueur d'onde pour trois valeurs différentes du rayon externe. Pour rappel, l'indice effectif des modes propres des guides d'onde en métal réel sont des grandeurs complexes ( $n_{eff} = n'_{eff} + i n''_{eff}$ ). Les parties réelle et imaginaire décrivent respectivement la propagation de la lumière et les pertes optiques qui leurs sont associées. La partie réelle de l'indice effectif peut être obtenue directement à partir de la courbe de dispersion de la figure 2.13:

$$n'_{eff} = \frac{k_z c}{\omega} \quad (2.21)$$

où  $k_z$  est la constante de propagation dans le guide et  $\omega$  la fréquence de l'onde avec  $\omega > \omega_c$ . Comme on pouvait s'y attendre, les valeurs de  $n'_{eff}$  (voir figure 2.17-a) sont plus grandes que celles correspondant à un guide d'onde coaxial [14].

Les valeurs de la partie imaginaire de l'indice effectif  $n''_{eff}$  sont déterminées à partir de l'estimation de largeur à mi-hauteur  $\Delta\lambda$  (FWHM pour Full Width at Half Maximum) du pic de la densité spectrale (figure 2.16):

$$n''_{eff} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \quad (2.22)$$



**Figure 2.16** – Estimation de la largeur à mi-hauteur à partir de la courbe de la densité d'énergie électromagnétique pour un  $k_z$  donné d'un CSWG pour:  $R_i = 74$  nm,  $R_e = 124$  nm et  $\beta = 30^\circ$ .

Les résultats obtenus sont représentés sur la figure 2.17-b. Sachant que  $n''_{eff}$  caractérise l'atténuation de l'onde, nous constatons que cette atténuation est plus importante lorsque les deux interfaces métalliques sont plus rapprochées; configuration permettant un fort couplage plasmonique.

En utilisant les valeurs de  $n''_{eff}$  obtenues, nous avons estimé les distances de propagation d'un signal optique de la manière suivante:

Soit l'expression du champ électrique d'une onde plane:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(k_z z - \omega t)} \quad (2.23)$$

Le vecteur d'onde est une grandeur complexe donné par:

$$k_z = n_{eff} \frac{2\pi}{\lambda} = (n'_{eff} + in''_{eff}) \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2.24)$$

En portant l'équation 2.24 dans l'équation 2.23, on obtient:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(n'_{eff} + in''_{eff}) \frac{2\pi}{\lambda} L_P - \omega t} \quad (2.25)$$

L'amplitude du champ électromagnétique s'atténue dans le guide pour une distance caractéristique  $L_P$  en  $\frac{1}{e}$ :

$$e^{-\frac{2\pi}{\lambda} n''_{eff} L_P} = \frac{1}{e} \quad (2.26)$$

alors  $L_P$  est donnée par:

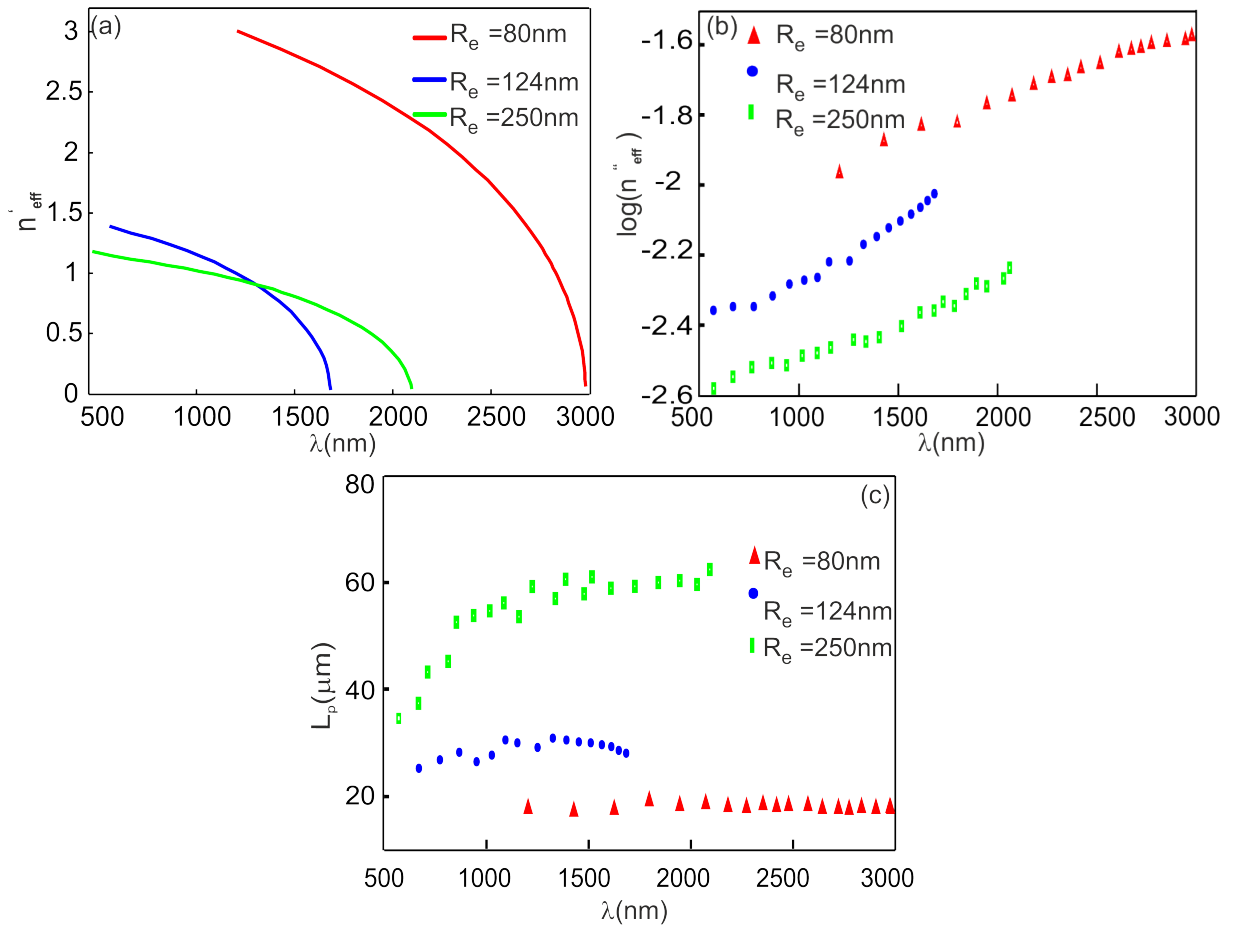
$$L_P = \frac{\lambda}{2\pi n''_{eff}} \quad (2.27)$$

Les variations de la distance de propagation pour les trois valeurs de  $R_e$  sont représentées sur la figure 2.17-c. On note que les distances de propagation utiles augmentent avec  $R_e$ , c'est-à-dire lorsque l'espace inter-conducteur augmente. Nous pouvons interpréter ce phénomène à partir de la répartition de l'intensité lumineuse (voir figure 2.14) qui montre que l'essentiel de l'énergie est confinée dans l'espace inter-conducteur lorsque  $R_e$  est grand, ce qui se traduit également par un faible couplage plasmonique.

Ces distances utiles de propagation, de l'ordre de dizaines de micromètres, sont largement suffisantes pour permettre la connexion de nano-composants optiques par l'intermédiaire de notre structure. Notons que les distances obtenues dans le cas de cette structure très compacte sont comparables à celles déjà obtenues dans la littérature sur des guides présentant des formes géométriques différentes [14, 79, 80].

## 2.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons mis au point un code FDTD implémenté en coordonnées cylindriques pour le calcul modal. Cette variante de la FDTD permet de mieux décrire les objets à géométrie incurvée. La dispersion des métaux nobles dans la gamme optique est prise en considération par le modèle de Drude à deux points critiques incorporé à la CC-FDTD. Plusieurs tests de validation et de convergence ont été réalisés sur des structures guidantes en confrontant le code implémenté aux calculs analytiques et/ou aux autres variantes de la



**Figure 2.17** – Indice effectif du mode fondamental  $TE_{10}$  d'un CSWG en argent de rayons  $R_i = 74$  nm et  $R_e$  varie: a) Partie réelle et b) Partie imaginaire. Les courbes sur (c) représentent les distances de propagation  $L_P$ .

FDTD (BOR-FDTD et FDTD classique). Les résultats obtenus ont permis de valider le code CC-FDTD et ont aussi mis en valeur ses performances en terme de gestion des ressources informatiques (espace mémoire et temps de calcul).

Le code développé a ensuite été utilisé pour réaliser une étude modale d'un CSWG en argent. Les résultats de cette étude montrent que ce guide d'onde présente des longueurs d'onde de coupure plus grandes comparées aux guides d'ondes sous d'autres formes géométriques, ce qui constitue un avantage pour la miniaturisation des composants optiques. Le CSWG permet également la propagation du signal optique sur des distances relativement importantes de l'ordre de quelques dizaines de micromètres via son mode fondamental  $TE_{10}$ . La vitesse de groupe associée à ce mode fondamental est faible permettant d'exalter les effets non linéaires en remplissant l'espace inter-conducteur par un milieu diélectrique non linéaire. Toutes ces propriétés optiques montrent que le CSWG est un très bon candidat pour des applications en nano-optique.

Le prochain chapitre sera consacré à l'étude de cette cavité lorsqu'elle est structurée en réseau périodique.

# Chapitre 3

## Étude de la transmission exaltée à travers la structure CSAA

### 3.1 Introduction

La transmission exaltée à travers une matrice d'ouvertures métalliques sub-longueurs d'onde dépend fortement des paramètres et de la forme géométrique de ces ouvertures (cylindrique, carré, coax...), de la nature du métal et également de la polarisation du faisceau incident lorsqu'elles sont asymétriques. Les structures métalliques périodiques d'ouvertures présentant des brisures de symétrie, capables de provoquer une anisotropie artificielle, ont suscité un grand intérêt pour des applications en nano-optique à bases de méta-matériaux biréfringents [1, 2]. Ce type de structures présente des spectres de transmission dépendant fortement de la polarisation de l'onde incidente comme dans les cas d'ouvertures rectangulaires [81], elliptiques [82, 83], en forme de 'H' [84] et en forme de 'C' [34, 85, 86]. Notons par ailleurs que la structure à ouvertures en forme de 'C' est beaucoup plus compacte que les autres structures. En effet, pour les mêmes paramètres géométriques, l'ouverture en forme de 'C' présente une longueur d'onde de coupure plus grande que celles des autres structures.

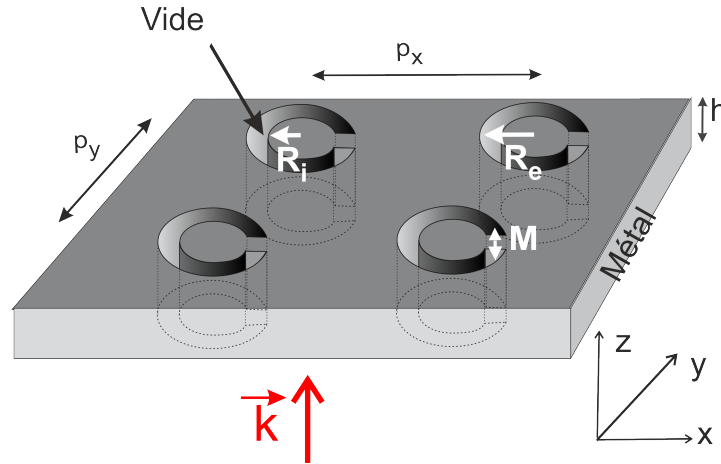
L'objectif de ce chapitre est de présenter une étude paramétrique de la transmission exaltée à travers un réseau périodique d'ouvertures métalliques en forme de 'C' dans la gamme optique. Nous allons commencer par comparer la structure CSAA à la structure AAA (Annular Aperture Array) [17, 87–89], considérée comme très compacte. Ensuite nous allons étudier les effets des différents paramètres physique (nature du métal) et géométriques (rayons, épaisseur...) sur la position et l'intensité de la transmission à travers le premier mode  $TE_{10}$  de la structure CSAA. Un intérêt particulier sera porté sur l'effet de la direction de la polarisation de l'onde incidente sur ces spectres de transmission. Cette étude est réalisée par un code FDTD classique, développé au sein de notre équipe, conçu pour des structures 3D

bi-périodiques et finies suivant la troisième direction. Pour décrire la périodicité du réseau, les conditions de Floquet-Bloch sont appliquées aux limites du domaine de calcul suivant les deux directions de périodicité. L'espace libre suivant la troisième direction est délimité par les conditions d'absorption aux frontières de type PML de Bérenger [69]. La dispersion des métaux nobles dans la gamme optique est prise en compte par le modèle de Drude à deux Points Critiques intégré au code FDTD.

## 3.2 Propriétés de la structure CSAA

### 3.2.1 Compacité

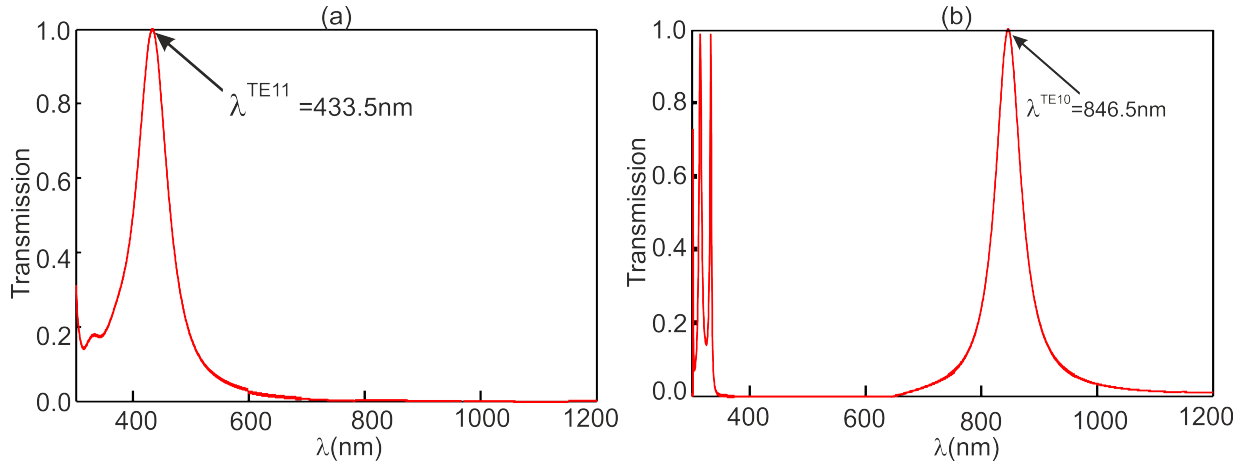
La structure périodique à ouvertures métalliques en forme de 'C' considérée est représentée sur la figure 3.1. Elle est définie par les paramètres géométriques suivants: les rayons intérieur  $R_i$  et extérieur  $R_e$ , l'épaisseur de la couche métallique  $h$  et la longueur de la partie métallique additionnelle  $M$ . Pour  $M = 0$  nm, la structure CSAA se confond avec la structure périodique à ouvertures annulaires AAA.



**Figure 3.1** – a) Schéma d'un réseau périodique d'ouvertures gravées dans une couche métallique suspendue dans l'air avec:  $R_i = 50$  nm,  $R_e = 100$  nm,  $P_x = P_y = 300$  nm,  $h = 100$  nm,  $M = 0$  (structure AAA) et  $M = 50$  nm (structure CSAA).

Sur la figure 3.2 nous avons comparé le spectre de transmission de la structure CSAA avec celui de la structure AAA faites en métal parfait pour les mêmes paramètres géométriques:  $R_i = 50$  nm,  $R_e = 100$  nm,  $h = 100$  nm et une période  $P_x = P_y = 300$  nm. La longueur de la partie métallique additionnelle dans le cas de la structure CSAA est  $M = 50$  nm. Dans les deux cas, les deux structures sont suspendues dans l'air. Comme on peut le voir sur cette figure, le pic de transmission de la structure AAA se situe à la longueur d'onde  $\lambda = 433.5$  nm (voir figure 3.2-a) et celui de la structure CSAA se trouve déplacé vers le rouge à  $\lambda = 846.5$  nm

(voir figure 3.2-b). Ces deux pics de transmission correspondent respectivement à la coupure des premiers modes  $TE_{11}$  de la structure AAA et  $TE_{10}$  de la structure CSAA. Pour les mêmes paramètres géométriques  $\lambda^{TE_{10}}$  est presque le double de  $\lambda^{TE_{11}}$ .

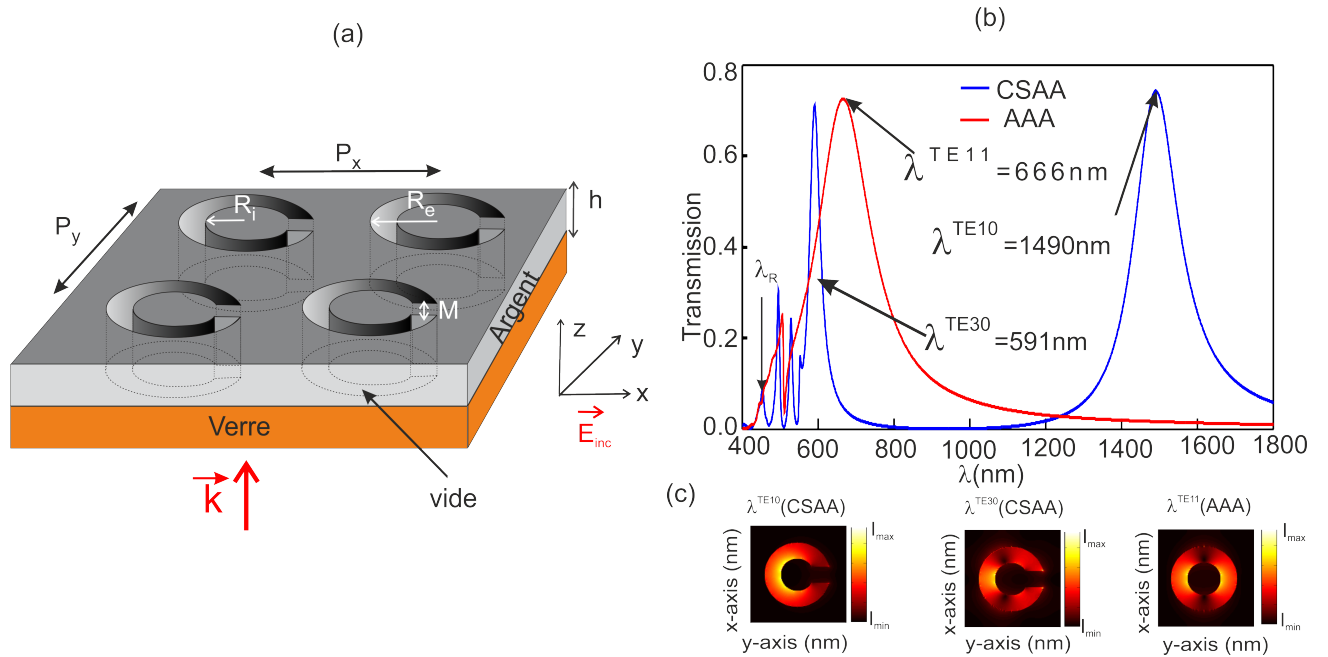


**Figure 3.2** – Spectres de transmission à travers les structures métalliques considérées. a) Structure AAA ( $M = 0$  nm) et b) Structure CSAA ( $M = 50$  nm).  $P_x = P_y = 300$  nm,  $R_i = 50$  nm,  $R_e = 100$  nm et  $h = 100$  nm.

Nous avons refait les calculs précédents dans le cas de structures réalistes, déposées sur un substrat en verre ( $n = 1.5$ ), en remplaçant le métal parfait par l'argent (voir figure 3.3-a). Comme le montre la figure 3.3-b, les deux pics de transmission dans les deux cas sont déplacés vers le rouge, ce qui est bien conforme aux prédictions théoriques. Notons que dans ce cas,  $\lambda^{TE_{10}}(1460 \text{ nm}) > 2 \times \lambda^{TE_{11}}(666 \text{ nm})$ . Ainsi pour les mêmes paramètres géométriques, la structure CSAA permet de guider plus de lumière que la structure AAA.

Nous constatons aussi que dans la gamme spectrale considérée, le spectre de transmission de la structure CSAA présente plusieurs pics supplémentaires attribués à l'excitation des modes supérieurs ou secondaires de la cavité en forme de 'C'.

Afin d'identifier la nature des différents modes, nous avons calculé les distributions spatiales de l'intensité du champ électrique aux longueurs d'ondes correspondant aux maxima de transmission. Comme montré sur la figure 3.3-b, le maximum de transmission obtenu dans le cas de la structure AAA correspond bien à l'excitation de son mode fondamental  $TE_{11}$  (voir cartographie du champ correspondante sur la figure 3.3-c). Sur le spectre de transmission de la structure CSSA (voir figure 3.3-b), le premier maximum à  $\lambda = 1490$  nm et le deuxième maximum à  $\lambda = 591$  nm correspondent respectivement à l'excitation des modes  $TE_{10}$  et  $TE_{30}$  comme montré sur les cartographies associées sur la figure 3.3-c.

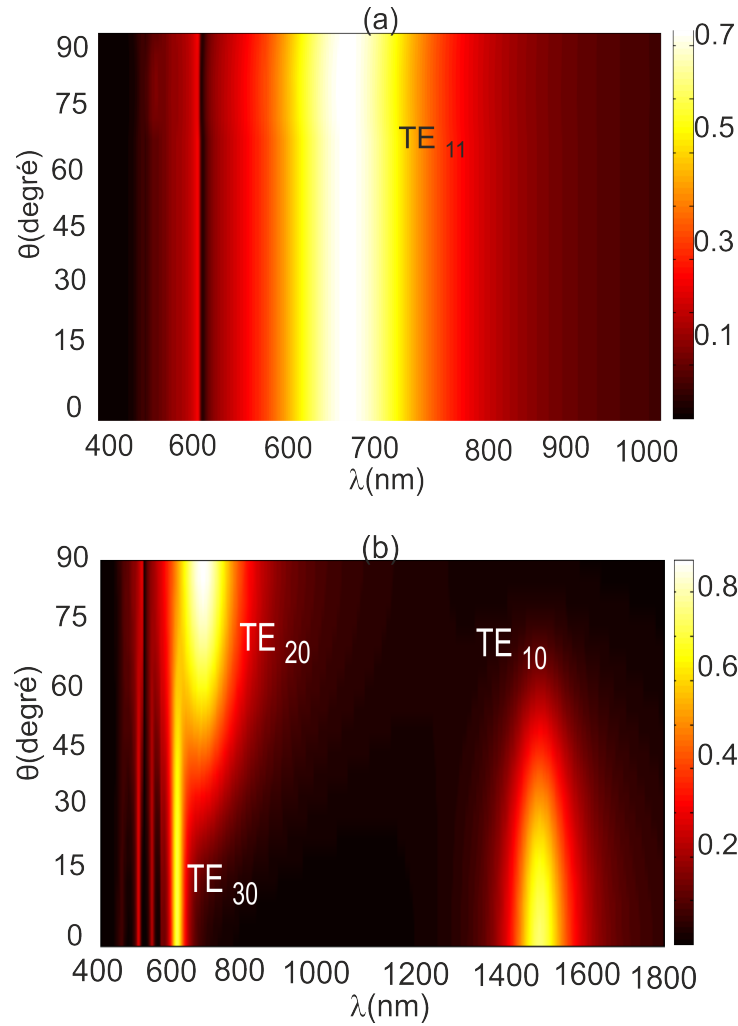


**Figure 3.3** – a) Réseau périodique d’ouvertures métalliques gravées dans une couche d’argent déposée sur un substrat en verre ( $n = 1.5$ ) avec:  $P_x = P_y = 300$  nm,  $R_i = 50$  nm,  $R_e = 100$  nm,  $h = 100$  nm et  $M = 50$  nm, b) Spectres de transmission à travers les structures AAA (en rouge) et CSAA (en bleu) et c) Distributions du champ électrique des premiers modes de chaque structure à leur longueur d’onde d’excitation.

### 3.2.2 Asymétrie

Dans cette partie, nous allons étudier l’effet de la direction de polarisation de l’onde incidente sur la transmission à travers la structure CSAA qui sera mis à profit par la suite pour provoquer des anisotropies artificielles. Pour cela, nous avons reconsidéré la structure CSAA précédente déposée sur du verre et éclairée par une onde plane dont la direction de polarisation fait un angle  $\theta$  avec l’axe-x. Plusieurs calculs de transmission sont faits en faisant varier l’angle  $\theta$  de  $0^\circ$  à  $90^\circ$ . Pour les besoins de comparaison, les mêmes calculs sont entrepris sur la structure AAA.

La figure 3.4 représente la transmission normalisée obtenue à travers les deux structures en fonction de l’angle  $\theta$  et de la longueur d’onde. Comme nous pouvons le constater, la transmission à travers la structure CSAA dépend fortement de la direction de polarisation contrairement au cas de la structure AAA qui en est indépendante.

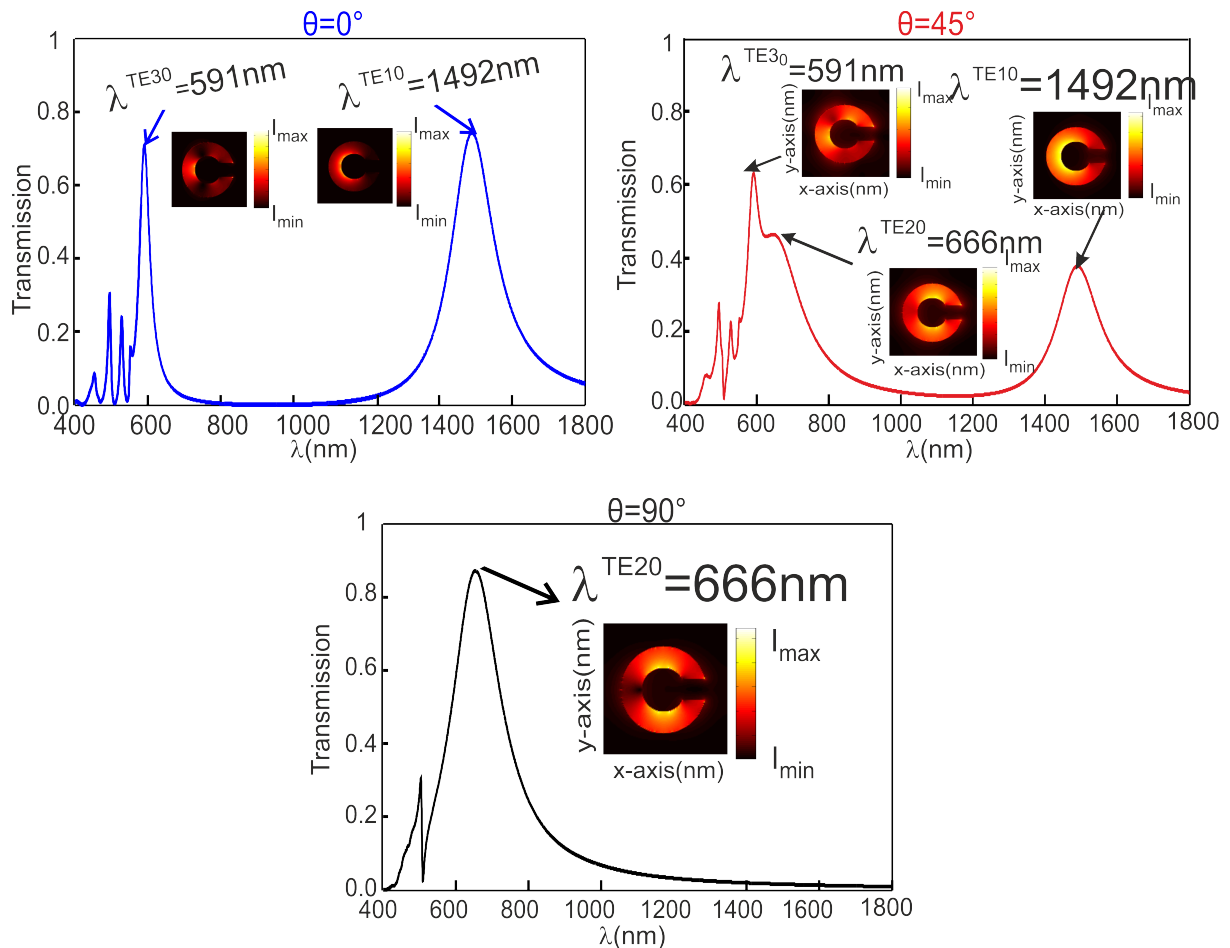


**Figure 3.4** – Intensités transmises à travers des réseaux périodiques d’ouvertures métalliques gravées dans une couche métallique en argent déposée sur le verre en fonction de l’angle de polarisation de l’onde incidente ( $\theta$ ) et de la longueur d’onde.  $R_i = 50$  nm,  $R_e = 100$  nm et  $h = 100$  nm et  $P_x = P_y = 300$  nm. a) Structure AAA et b) Structure CSAA.

Pour identifier les modes qui sont à l’origine de ces maxima de transmission dont l’intensité varie en fonction de  $\theta$ , nous avons réalisé trois spectres pour  $\theta = 0^\circ$ ,  $\theta = 45^\circ$  et  $\theta = 90^\circ$ . Pour chacun de ces spectres, nous avons tracé les cartographies de l’intensité électrique aux maxima de transmission. Sur le spectre de la figure 3.5-a correspondant à  $\theta = 0^\circ$  et d’après les cartographies en insère, les deux pics de transmission correspondent aux modes impairs  $TE_{10}$  ( $\lambda = 1490$  nm) et  $TE_{30}$  ( $\lambda = 591$  nm). La distribution spatiale de l’intensité électrique à  $\lambda = 656.5$  nm pour  $\theta = 90^\circ$  (voir figure 3.5-c) présente deux lobes ce qui est caractéristique du mode pair  $TE_{20}$ . Le spectre obtenu à  $\theta = 45^\circ$  exhibe plusieurs pics et les trois premiers

correspondent, d'après les cartographies de l'intensité électrique associées, aux trois modes (pair et impair):  $TE_{10}$ ,  $TE_{20}$  et  $TE_{30}$ .

D'après la figure 3.5, les intensités de transmission des modes impairs sont maximales à  $\theta = 0^\circ$  et diminuent en fonction de  $\theta$  pour s'annuler à  $\theta = 90^\circ$ . Contrairement au cas du mode pair  $TE_{20}$ , son intensité est nulle à  $\theta = 0^\circ$  et elle augmente en fonction de  $\theta$  pour atteindre sa valeur maximale à  $\theta = 90^\circ$ . Notons que les positions de ces maxima de transmission restent relativement inchangées en fonction de l'angle  $\theta$ . Concernant la structure AAA (voir figure 3.4-a), le seul mode qui est excité dans la gamme spectrale considérée est le mode  $TE_{11}$  dont la position et l'intensité restent constantes en fonction de la direction de polarisation de l'onde incidente.



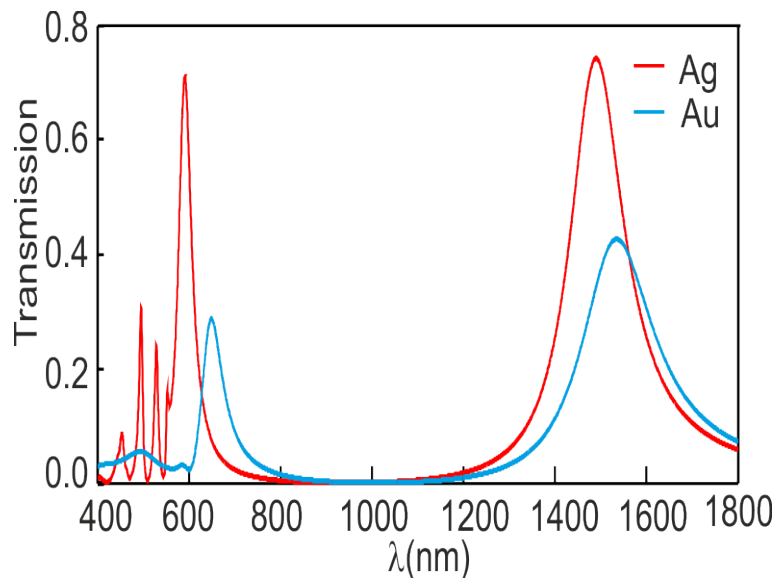
**Figure 3.5** – Spectres de transmission à travers la structure CSAA pour trois valeurs différentes de l'angle  $\theta$ .  $P_x = P_y = 300\text{ nm}$ ,  $R_i = 50\text{ nm}$ ,  $R_e = 100\text{ nm}$ ,  $M = 50\text{ nm}$  et  $h = 100\text{ nm}$ . Pour chaque angle  $\theta$ , les distributions spatiales du champ électrique aux différentes longueurs d'excitation des modes propres de la structure CSAA sont présentées en insère.

### 3.3 Étude paramétrique de la transmission à travers la structure CSAA

Pour réaliser cette étude paramétrique, la structure CSAA est éclairée par une onde plane polarisée suivant direction  $x$  parallèlement à l'orientation des ouvertures en forme 'C' (voir figure 3.3-a) pour permettre l'excitation du mode fondamental  $TE_{10}$ .

#### 3.3.1 Effet de la nature du métal

Afin d'évaluer les effets de la dispersion du métal sur la position et l'intensité des pics de transmission de la structure CSAA, nous avons fait deux calculs en considérant l'or et l'argent. Les résultats de ces simulations sont portés sur la figure 3.6. Rappelons que la dispersion de l'or et de l'argent sont décrites par le modèle de Drude à deux points critiques. Comme le montre la figure 3.6, en remplaçant l'argent par l'or, le pic de transmission à travers la structure CSAA est déplacé vers les grandes longueurs d'onde, déplacement accompagné par une chute de son intensité. Ce shift vers le rouge peut s'expliquer par le fait que la profondeur de peau de l'or est plus grande que celle de l'argent dans cette région de longueurs d'onde. Ainsi, l'onde voit un espace inter-conducteur plus important dans le cas de l'or conduisant à une longueur d'onde de coupure du mode  $TE_{10}$  plus grande.



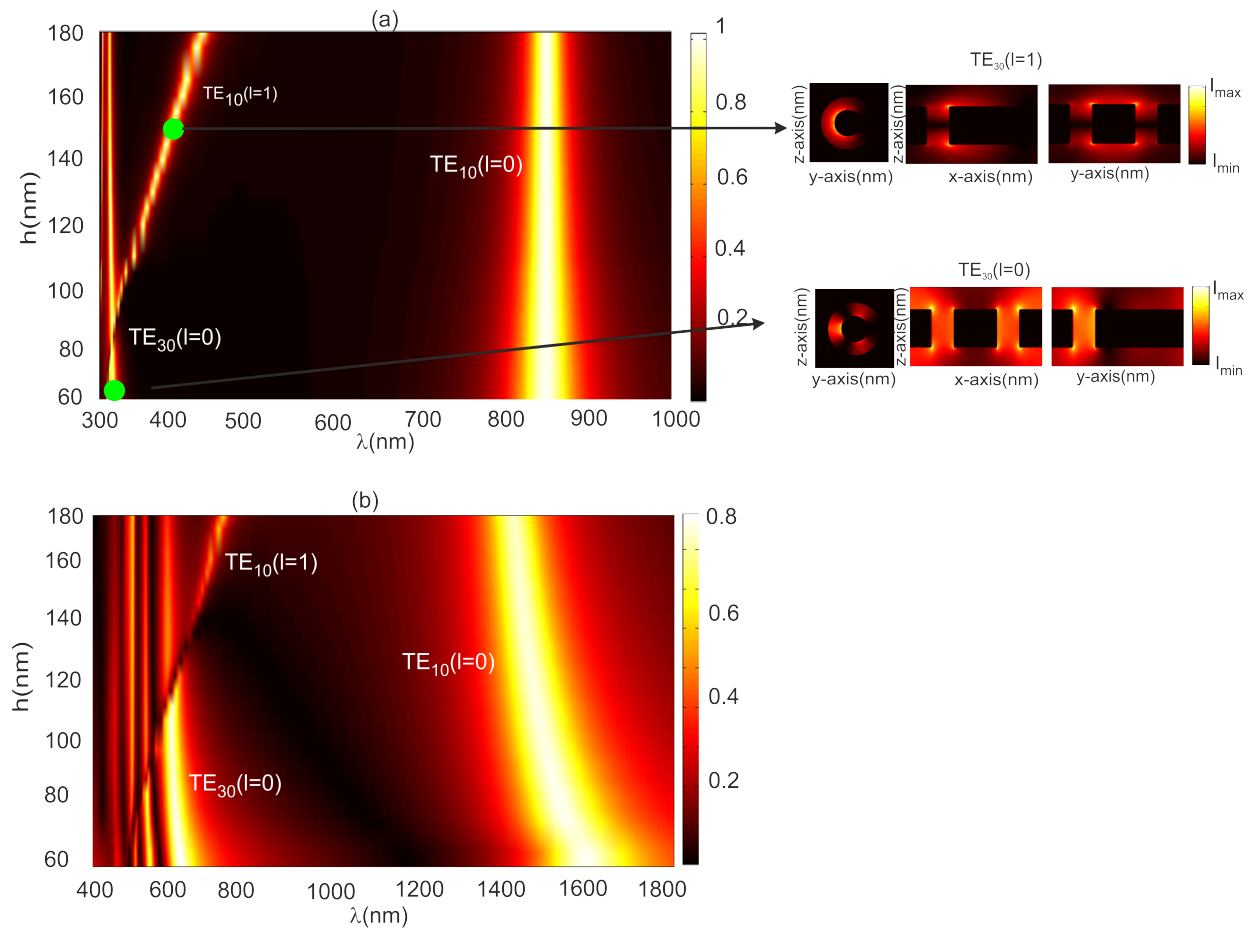
**Figure 3.6** – Effets de la nature du métal sur la position et l'intensité des modes propres de la structure CSAA avec:  $P_x = P_y = 300$  nm,  $R_i = 50$  nm,  $R_e = 100$  nm,  $h = 100$  nm et  $M = 50$  nm.

La baisse en intensité transmise dans le cas de l'or est due aux pertes de propagation dans

le métal qui sont beaucoup plus importante. Pour cette raison, dans ce qui suit nous allons considérer uniquement les structures faites en argent.

### 3.3.2 Effet de l'épaisseur de la couche métallique

Pour étudier l'effet de l'épaisseur de la couche métallique, nous avons repris les simulations précédentes en faisant varier l'épaisseur de la couche métallique  $h$  (voir figure 3.3-a). Pour les besoins de comparaison, ces mêmes calculs sont refaits dans le cas de la structure CSAA en métal parfait suspendue dans l'air (voir figure 3.7-a).



**Figure 3.7** – Intensités transmises à travers la structure CSAA pour:  $P_x = P_y = 300$  nm,  $R_i = 50$  nm,  $R_e = 100$  nm,  $M = 50$  nm et  $h$  variable. a) cas du métal parfait et b) cas de l'argent.

Dans le cas du métal parfait, les positions des maxima de transmission, correspondant à l'excitation des modes propres  $TE_{10}(l=0)$  et  $TE_{30}(l=0)$  à la coupure, sont indépendantes de l'épaisseur de la couche métallique. Dans le cas du métal réel (argent) et contrairement au cas du métal parfait, on observe un léger déplacement vers le bleu de ces positions en

fonction de la hauteur  $h$ . Ce comportement est probablement dû au couplage plasmonique entre les deux interfaces de la couche métallique pour les faibles épaisseurs.

Pour les grandes valeurs de  $h$ , on voit apparaître un mode supplémentaire correspondant à l'harmonique Fabry-Pérot du mode  $TE_{10}(l = 0)$  (voir figure 3.7). En effet pour  $h$  élevé, on peut exciter ces harmoniques FP conformément à l'équation suivante [1]:

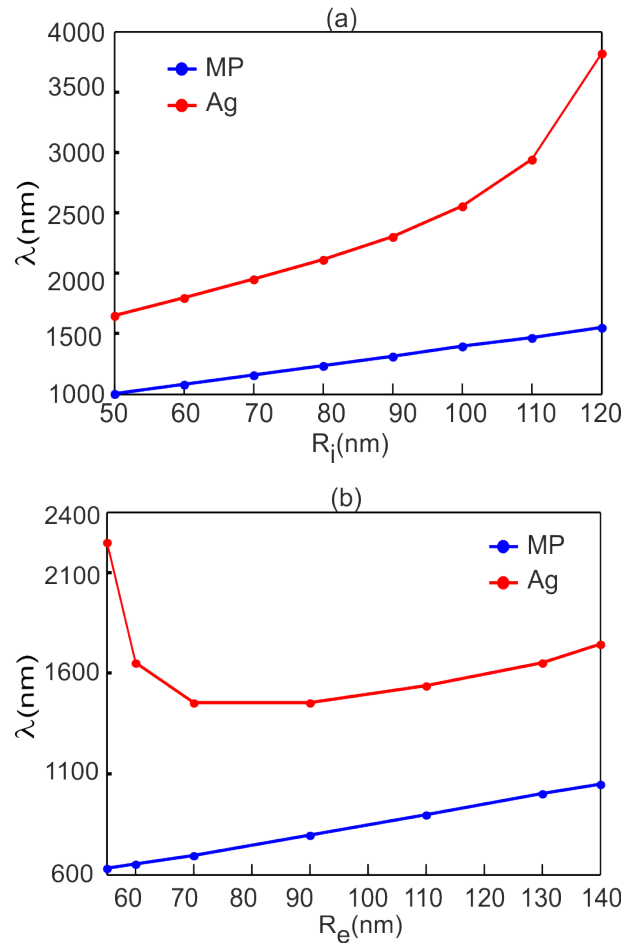
$$\lambda_{l>0} \cong \frac{2h}{l\sqrt{1 + \left(\frac{2h}{\lambda_c l}\right)^2}} \quad (3.1)$$

avec  $h$  est l'épaisseur de la couche métallique,  $\lambda$  la longueur d'onde à la coupure du premier mode et  $l$  un entier qui correspond à l'ordre de l'harmonique.

Pour confirmer que ce mode additionnel est bien une harmonique FP, nous avons effectué à sa position pour  $h = 150$  nm, deux calculs d'image l'un dans le plan  $xy$  et l'autre dans le plan  $xz$ . Comme le montrent ces images (voir figure 3.7), la distribution spatiale de l'énergie présente un nœud suivant l'axe  $z$  et un seul lobe dans le plan  $xy$  ce qui confirme que ce mode est bien la première harmonique FP ( $l = 1$ ) du mode  $TE_{10}$ .

### 3.3.3 Effet des rayons de l'ouverture

L'effet de l'espace inter-conducteur de la cavité sur la position du mode fondamental  $TE_{10}$  est étudié en fixant  $R_e = 130$  nm (ou  $R_i = 50$  nm) et en faisant varier  $R_i$  (ou  $R_e$ ) (voir figure 3.8). Toujours dans le soucis de mieux interpréter les phénomènes observés, les résultats de cette étude sont comparés à ceux obtenus dans la cas de la structure CSAA en métal parfait suspendue dans l'air. Pour un  $R_e$  pris fixe (figure 3.8-a), on observe dans les deux cas traités (argent et métal parfait), que la longueur d'onde  $TE_{10}$  augmente lorsque  $R_i$  augmente. Cependant dans le cas de l'argent le déplacement vers les grandes longueurs d'onde est beaucoup plus prononcé quand  $R_i$  s'approche de  $R_e$ . Ceci est imputé au couplage plasmonique plus important entre les deux interfaces métalliques de la cavité. Pour  $R_i$  pris fixe (voir figure 3.8-b), nous constatons un comportement de la longueur d'onde  $\lambda$  en fonction de  $R_e$  pour des espaces inter-conducteur relativement faibles similaire à celui observé sur un guide d'onde isolé (cf. chapitre 2).

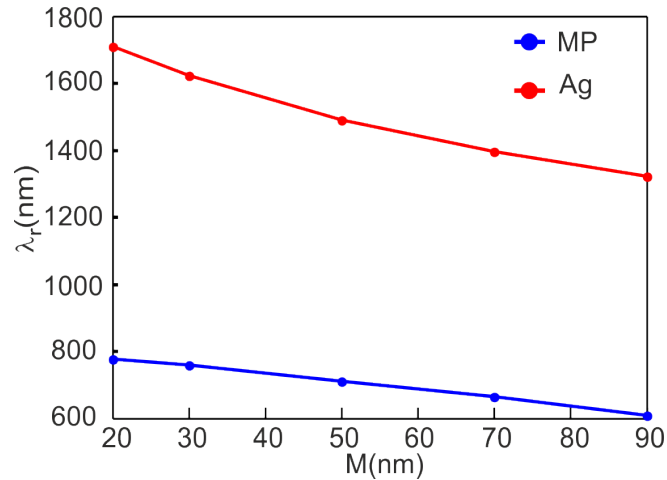


**Figure 3.8** – Positions en longueur d’onde des pics de transmission à travers les structures CSAA en métal parfait (en bleu) et en argent (en rouge) avec:  $P_x = P_y = 300$  nm,  $h = 100$  nm et  $M = 50$  nm. a)  $R_e = 130$  nm et  $R_i$  varie et b)  $R_i = 50$  nm et  $R_e$  varie.

Ainsi la position du maximum de transmission à travers la structure CSAA via son mode fondamental  $TE_{10}$  peut être commandée en jouant sur les rayons intérieur et extérieur.

### 3.3.4 Effet de la partie métallique supplémentaire $M$

En plus des rayons des ouvertures en forme de 'C' de la structure CSAA, la longueur  $M$  de la partie métallique supplémentaire peut influencer considérablement la position du pic de transmission correspondant à l’excitation du mode fondamental  $TE_{10}$ . Comme le montre la figure 3.9, la longueur d’onde du mode  $TE_{10}$  diminue en fonction de  $M$  dans les deux cas du métal parfait et de l’argent. Ce comportement est conforme aux prédictions des calculs analytiques de la longueur d’onde de coupure du mode  $TE_{10}$  dans le cas du métal parfait (cf. chapitre 2).



**Figure 3.9** – Positions en longueur d’onde des pics de transmission à travers les structures CSAA en métal parfait (en bleu) et en argent (en rouge) en fonction de  $M$ .  $P_x = P_y = 300$  nm,  $R_i = 50$  nm,  $R_e = 100$  nm et  $h = 100$  nm.

### 3.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons réalisé une étude paramétrique de la transmission extraordinaire à travers la structure CSAA. Les résultats obtenus ont montré la possibilité de commander la longueur d’onde de transmission via son mode fondamental  $TE_{10}$  en manipulant un des paramètres géométriques suivants: les rayons interne  $R_i$  ou externe  $R_e$  et/ou la longueur de la la partie métallique additionnelle. Pour des paramètres géométriques identiques, cette structure exhibe des transmissions exaltées à des longueurs d’onde très supérieures à celles des autres structures usuelles (rectangulaire, coaxiale et cylindrique). En raison de l’asymétrie du motif fondamental de la structure CSAA, les modes excités dépendent fortement de la direction de polarisation de l’onde incidente. Pour un espace inter-conducteur relativement petit, la position du pic de transmission correspondant à l’excitation du mode fondamental  $TE_{10}$  augmente lorsque le rayon extérieur diminue alors que les calculs dans le cas du métal parfait indiquent le contraire. Ce phénomène nous l’avons attribué à l’interaction entre les plasmons des deux interfaces métalliques lorsqu’elles sont suffisamment proches. Pour de grandes valeurs de l’épaisseur de la couche métallique, nous avons mis en évidence la possibilité d’exciter les harmoniques FP du mode fondamental.

La compacité et l’asymétrie de cette structure CSAA seront exploitées dans le chapitre suivant pour la conception de lames biréfringentes.



# Conclusion générale

La miniaturisation des composants photoniques, dotés de nouvelles fonctionnalités, constitue un réel défi pour la communauté scientifique tant sur le plan fondamental qu'appliqué. Les outils de modélisation constituent un outil de choix capable de compléter les expériences souvent onéreuses et difficiles à mettre en œuvre pour la conception d'un nano-composant dédié à une application donnée. Le travail entrepris dans le cadre de cette thèse s'inscrit dans cette optique et consiste à mettre au point des modèles numériques robustes, capables de concevoir des dispositifs originaux répondant aux nouveaux défis de la nano-technologie en terme de miniaturisation et de performances.

Notre travail s'est porté sur l'implémentation de modèles numériques basés sur la méthode FDTD pour des applications en photonique. Dans un premier temps et après avoir rappelé les fondements de la méthode FDTD, nous avons mis en œuvre un code FDTD en coordonnées cylindriques (CC-FDTD) dans le but de mieux prendre en compte les géométries incurvées des objets considérés. Pour compléter ce code, nous lui avons intégré le modèle de Drude à deux points critiques pour mieux rendre compte de la dispersion des métaux nobles dans la gamme optique. Les tests de validation effectués ont montré toute l'efficacité de ce code dans la description des objets à géométrie arrondie et dans la gestion de l'espace mémoire et de temps de calcul comparativement à la version conventionnelle de ce code. Les résultats CC-FDTD, obtenus dans le cas des guides d'onde à symétrie cylindrique faits en métal parfait, ont montré une meilleure convergence vers les résultats analytiques comparativement à ceux de la FDTD classique.

Le code CC-FDTD élaboré est ensuite appliqué à l'étude modale d'un guide d'onde métallique en forme de 'C'. Les résultats de cette étude, consignée dans le chapitre 2, ont montré que pour des paramètres géométriques comparables, la longueur d'onde de coupure du mode fondamental  $TE_{10}$  de ce guide d'onde est largement supérieure à celles des premiers modes des cavités usuelles (cylindrique, coaxiale et rectangulaire). Cette caractéristique lui permet de laisser passer beaucoup de lumière faisant de lui un très bon candidat pour la miniaturisa-

tion des composants optiques. Les distances de propagation à travers ce premier mode sont estimées, via le calcul de la partie imaginaire de son indice effectif, à plusieurs dizaines de micromètres. La vitesse de propagation de la lumière à la coupure du mode fondamental dans le guide est très faible comparativement à celle de la lumière dans le vide, permettant de facto un séjour plus long des photons dans la cavité. Ainsi en remplissant l'espace inter-conducteur par un milieu matériel approprié, nous pouvons exalter les effets non linéaires.

Vu les propriétés optiques prometteuses de cette cavité en forme de 'C', nous l'avons (dans le chapitre 3) étudiée lorsqu'elle est arrangée en un réseau périodique (CSAA). Comme attendu, les spectres de transmission calculés ont montré une transmission exaltée à la coupure du mode fondamental  $TE_{10}$ . Les effets des différents paramètres géométriques et physiques sur les spectres de transmission de cette structure sont simulés. Les résultats ont mis en évidence une forte dépendance de la position des modes propres harmoniques  $TE_{nm}(l)$  de l'épaisseur de la couche métallique contrairement à celle des modes propres à la coupure qui en est quasiment indépendante. L'effet de l'espace inter-conducteur sur la position du pic de transmission  $TE_{10}$  est aussi étudié et discuté. Conformément à la théorie, la position du pic  $TE_{10}$  se déplace vers le bleu lorsque l'espace inter-conducteur diminue. Cependant, dans le cas du métal réel et au-dessous d'une certaine distance inter-conducteur critique, le déplacement de cette position  $TE_{10}$  se fait vers le rouge. Ce shift inhabituel, également obtenu dans le cas des structures rectangulaire ou coaxiale, est attribué au couplage plasmonique des deux interfaces métalliques.

La compacité et l'asymétrie de la structure CSAA sont ensuite exploitées dans le chapitre 4 pour la conception de lames biréfringentes dans les domaines micro-onde et optique. Un arrangement périodique d'un motif constitué de deux cavités en forme de 'C', concentriques ou côte à côte et dont les axes de symétrie dans le plan transversal sont perpendiculaires, a permis de générer des anisotropies artificielles que nous avons mis à profit pour la conception de lames à retard. En effet, deux lames à base de cavités concentriques ont été conçues dans le domaine des micro-onde: une lame demi-onde et une autre lame quart d'onde. Les caractéristiques de ses lames ont été données en unités réduites ce qui permet de remonter aux paramètres géométriques de ces lames pour toute longueur d'onde souhaitée dans la gamme considérée. Également dans le domaine optique, où la dispersion du métal est prise en compte, nous avons conçu des lames demi-onde et quart d'onde très compactes et ultra-minces à bases d'ouverture en forme de 'C' gravées dans une couche d'argent. Ces lames sont beaucoup plus performantes que celles proposées dans la littérature; des transmissions pouvant atteindre 63% dans le cas des lames demi-onde et 35% dans le cas de lames quart-onde accompagnées d'une biréfringence artificielle  $\Delta n$  de l'ordre de 1.6 dans le cas de la demi-onde.

En guise de perspectives, nous comptons étendre le code CC-FDTD au cas général à 3D pour la modélisation et la conception d'une sonde optique en champ proche à base d'ouvertures en forme de 'C'. Nous comptons aussi continuer à étudier les structures périodiques à base d'ouvertures en forme de 'C' pour la conception d'un miroir parfait et de méta-matériaux à indice de réfraction négatif.



# Bibliographie

- [1] F. Baida, M. Boutria, R. Oussaid, D. Van Labeke, Enhanced-transmission metamaterials as anisotropic plates, *Phys. Rev. B* 84 (2011) 035107.
- [2] J. Dahdah, J. Hoblos, F. I. Baida, Nanocoaxial waveguide grating as quarter-wave plates in the visible range, *IEEE Photon. J.* 4 (2012) 87.
- [3] L. Wang, S. Jiang, H. Hu, H. Song, W. Zeng, Q. Gan, Artificial birefringent metallic planar structures for terahertz wave polarization manipulation, *Opt. Lett.* 39 (2014) 311.
- [4] A. Tiwari, A. Tiwari, Recent developments in bio-nanocomposites for biomedical applications, Nova. Science. Pub, (2011).
- [5] A. M. Díez-Pascual, A. L. Díez-Vicente, High-performance aminated poly (phenylene sulfide)/zno nanocomposites for medical applications, *ACS Appl. Mater. Interfaces.* 6 (2014) 10132.
- [6] A. Siabi-Garjan, H. Savaloni, Extinction spectra and electric near-field distribution of mn nano-rod based sculptured thin films: experimental and discrete dipole approximation results, *Plasmonics.* 10 (2015) 861.
- [7] K. Carron, W. Fluhr, M. Meier, A. Wokaun, H. Lehmann, Resonances of two-dimensional particle gratings in surface-enhanced raman scattering, *JOSA. B* 3 (1986) 430.
- [8] N. Felidj, S. L. Truong, J. Aubard, G. Levi, J. Krenn, A. Hohenau, A. Leitner, F. Aussenegg, Gold particle interaction in regular arrays probed by surface enhanced raman scattering, *J. Chem. Phys.* 120 (2004) 7141.
- [9] N. Felidj, G. Laurent, J. Aubard, G. Levi, A. Hohenau, J. Krenn, F. Aussenegg, Grating-induced plasmon mode in gold nanoparticle arrays, *J.Chem. Phys.* 123 (2005) 221103.
- [10] E. Le Ru, P. Etchegoin, J. Grand, N. Felidj, J. Aubard, G. Levi, A. Hohenau, J. Krenn, Surface enhanced raman spectroscopy on nanolithography-prepared substrates, *Curr. Appl. Phys.* 8 (2008) 467.

- 
- [11] N. M. Hameed, A. El Eter, T. Grosjean, F. I. Baida, Stand-alone three-dimensional optical tweezers based on fibred bowtie nanoaperture, *IEEE. Photon. J.* 6 (2014) 1.
- [12] E. M. Atie, Z. Xie, A. El Eter, R. Salut, D. Nedeljkovic, T. Tannous, F. I. Baida, T. Grosjean, Remote optical sensing on the nanometer scale with a bowtie aperture nano-antenna on a fiber tip of scanning near-field optical microscopy, *Appl. Phys. Lett.* 106 (2015) 151104.
- [13] Y. Xu, P. Lu, L. Chen, X. Bao, Recent developments in micro-structured fiber optic sensors, *Fibers.* 5 (2017) 3.
- [14] F. I. Baida, A. Belkhir, D. Van Labeke, O. Lamrous, Subwavelength metallic coaxial waveguides in the optical range: Role of the plasmonic modes, *Phys. Rev. B* 74 (2006) 205419.
- [15] M. Plihal, A. Maradudin, Photonic band structure of two-dimensional systems: The triangular lattice, *Phys. Rev. B* 44 (1991) 8565.
- [16] B. A. Munk, *Frequency selective surfaces: theory and design*, Wiley Online Library, 2000.
- [17] F. Baida, D. Van Labeke, Light transmission by subwavelength annular aperture arrays in metallic films, *Opt. Commun.* 209 (2002) 17.
- [18] F. Baida, D. Van Labeke, Three-dimensional structures for enhanced transmission through a metallic film: Annular aperture arrays, *Phys. Rev. B* 67 (2003) 155314.
- [19] C. Debus, P. H. Bolivar, Frequency selective surfaces for high sensitivity terahertz sensing, *App. Phys. Lett.* 91 (2007) 184102.
- [20] T. W. Ebbesen, H. J. Lezec, H. Ghaemi, T. Thio, P. Wolff, Extraordinary optical transmission through sub-wavelength hole arrays, *Nature.* 391 (1998) 667.
- [21] H. Bethe, Theory of diffraction by small holes, *Phys. Rev.* 66 (1944) 163.
- [22] Y. Poujet, J. Salvi, F. I. Baida, 90° visible range through annular aperture metallic arrays, *Opt. Lett.* 32 (2007) 2942.
- [23] A. Taflov, S. Hagness, *Computational electromagnetics: The finite-difference time-domain method*, artech house, boston (2000).
- [24] F. Baida, A. Belkhir, *Finite difference time domain method for grating structures*, AMU (PUP), 2012, p. 9.1.
- [25] K. S. Yee, Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell equations in isotropic media, *IEEE Trans. Antennas Propag.* (1966) 302.

- [26] A. Vial, A.-S. Grimault, D. Macías, D. Barchiesi, M. L. de La Chapelle, Improved analytical fit of gold dispersion: Application to the modeling of extinction spectra with a finite-difference time-domain method, *Phys. Rev. B* 71 (2005) 085416.
- [27] P. G. Etchegoin, E. Le Ru, M. Meyer, An analytic model for the optical properties of gold, *J. of chem. phys.* 125 (2006) 164705.
- [28] P. G. Etchegoin, E. C. L. Ru, M. Meyer, Erratum: An analytic model for the optical properties of gold, *J. Chem. Phys.* 127 (2007) 189901.
- [29] M. Hamidi, F. I. Baida, A. Belkhir, O. Lamrous, Implementation of the critical points model in a sfm-fdtd code working in oblique incidence, *J. Phy. D: App. Phys.* 44 (2011) 245101.
- [30] S.-T. Wu, U. Efron, L. D. Hess, Birefringence measurements of liquid crystals, *Appl. opt.* 23 (1984) 3911.
- [31] L. H. Cescato, E. Gluch, N. Streibl, Holographic quarterwave plates, *Appl. opt.* 29 (1990) 3286.
- [32] F. Baida, Y. Poujet, B. Guizal, D. Van Labeke, New design for enhanced transmission and polarization control through near-field optical microscopy probes, *Opt. Commun.* 256 (2005) 190.
- [33] L. Sun, L. Hesselink, Low-loss subwavelength metal c-aperture waveguide, *Opt. Lett.* 31 (2006) 3606.
- [34] J. Lee, M. Seo, D. Kim, J. Kang, Q.-H. Park, Polarization dependent transmission through asymmetric c-shaped holes, *Appl. Phys. Lett.* 94 (2009) 081102.
- [35] A. Ndao, Q. Vagne, J. Salvi, F. Baida, Polarization sensitive sub-wavelength metallic structures: toward near-field light confinement control, *App. Phys. B* 106 (2012) 857.
- [36] R. M. Joseph, S. C. Hagness, A. Taflove, Direct time integration of maxwell's equations in linear dispersive media with absorption for scattering and propagation of femtosecond electromagnetic pulses, *Opt. Lett.* 16 (1991) 1412.
- [37] M. Hamidi, C. Chemrouk, A. Belkhir, Z. Kebci, A. Ndao, O. Lamrous, F. Baida, Sfm-fdtd analysis of triangular-lattice aaa structure: Parametric study of the tem mode, *Opt. Commun.* 318 (2014) 47.
- [38] F. Baida, A. Belkhir, Superfocusing and light confinement by surface plasmon excitation through radially polarized beam, *Plasmonics.* 4 (2009) 51.

- [39] K. H. Lee, I. Ahmed, R. S. M. Goh, E. H. Khoo, E. P. Li, T. G. G. Hung, Implementation of the fdtd method based on lorentz-drude dispersive model on gpu for plasmonics applications, *Prog. Electromagn. Res.* 116 (2011) 441.
- [40] R. Gordon, Light in a subwavelength slit in a metal: Propagation and reflection, *Phys. Rev. B* 73 (2006) 153405.
- [41] A. Vial, T. Laroche, Comparison of gold and silver dispersion laws suitable for fdtd simulations, *Appl. Phys. B* 93 (2008) 139.
- [42] K. Lindfors, L. Lechner, M. Kaivola, Dependence of resonant light transmission properties of a subwavelength slit on structural parameters, *Opt. Express.* 17 (2009) 11026.
- [43] M. Boutria, R. Oussaid, D. Van Labeke, F. I. Baida, Tunable artificial chirality with extraordinary transmission metamaterials, *Phys. Rev. B* 86 (2012) 155428.
- [44] J. B. Pendry, A. J. Holden, D. Robbins, W. Stewart, Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena, *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.* 47 (1999) 2075.
- [45] D. R. Smith, W. J. Padilla, D. Vier, S. C. Nemat-Nasser, S. Schultz, Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity, *Phys. Rev. Lett.* 84 (2000) 4184.
- [46] A. O. Cakmak, K. Aydin, E. Colak, Z. Li, F. Bilotti, L. Vegni, E. Ozbay, Enhanced transmission through a subwavelength aperture using metamaterials, *Appl. Phys. Lett.* 95 (2009) 052103.
- [47] P. Hansen, L. Hesselink, B. Leen, Design of a subwavelength bent c-aperture waveguide, *Opt. Lett.* 32 (2007) 1737.
- [48] X. Shi, L. Hesselink, R. L. Thornton, Ultrahigh light transmission through a c-shaped nanoaperture, *Opt. Lett.* 28 (2003) 1320.
- [49] E. Yablonovitch, T. Gmitter, K. Leung, Photonic band structure: The face-centered-cubic case employing nonspherical atoms, *Phys. Rev. Lett.* 67 (1991) 2295.
- [50] W. L. Barnes, A. Dereux, T. W. Ebbesen, Surface plasmon subwavelength optics, *Nature.* 424 (2003) 824.
- [51] J. Lindberg, K. Lindfors, T. Setälä, M. Kaivola, A. Friberg, Spectral analysis of resonant transmission of light through a single sub-wavelength slit, *Opt. Express.* 12 (2004) 623.
- [52] F. I. Baida, D. Van Labeke, G. Granet, A. Moreau, A. Belkhir, Origin of the super-enhanced light transmission through a 2-d metallic annular aperture array: a study of photonic bands, *Appl. Phys. B* 79 (2004) 1.

- [53] F. Baida, A. Belkhir, O. Arar, E. Barakat, J. Dahdah, C. Chemrouk, D. Van Labeke, C. Diebold, N. Perry, M.-P. Bernal, Enhanced optical transmission by light coaxing: Mechanism of the tem-mode excitation, *Micron*. 41 (2010) 742.
- [54] E. Betzig, J. K. Trautman, Near-field optics: microscopy, spectroscopy, and surface modification beyond the diffraction limit, *Science*. 257 (1992) 189.
- [55] A. Naber, D. Molenda, U. Fischer, H.-J. Maas, C. Höppener, N. Lu, H. Fuchs, Enhanced light confinement in a near-field optical probe with a triangular aperture, *Phys. Rev. Lett.* 89 (2002) 210801.
- [56] S. C. Saha, Y. Ma, J. P. Grant, A. Khalid, D. R. Cumming, Imprinted terahertz artificial dielectric quarter wave plates, *Opt. Express*. 18 (2010) 12168.
- [57] H. Kikuta, H. Toyota, W. Yu, Optical elements with subwavelength structured surfaces, *Opt. Rev.* 10 (2003) 63.
- [58] T. Yoshikawa, T. Konishi, M. Nakajima, H. Kikuta, H. Kawata, Y. Hirai, Fabrication of 1/4 wave plate by nanocasting lithography, *J Vac Sci Technol B Microelectron Nanometer Struct Process Meas Phenom*. 23 (2005) 2939.
- [59] J. J. Wang, X. Deng, X. Liu, A. Nikolov, P. Sciortino, F. Liu, L. Chen, Ultraviolet wave plates based on monolithic integration of two fully filled and planarized nanograting layers, *Opt. Lett.* 31 (2006) 1893.
- [60] A. Pors, M. G. Nielsen, G. Della Valle, M. Willatzen, O. Albrektsen, S. I. Bozhevolnyi, Plasmonic metamaterial wave retarders in reflection by orthogonally oriented detuned electrical dipoles, *Opt. Lett* 36 (2011) 1626.
- [61] Z. Chen, C. Wang, Y. Lou, B. Cao, X. Li, Quarter-wave plate with subwavelength rectangular annular arrays, *Opt. Commun.* 297 (2013) 198.
- [62] A. Sheridan, A. Clark, A. Glidle, J. Cooper, D. Cumming, Multiple plasmon resonances from gold nanostructures, *Appl. Phys. Lett.* 90 (2007) 143105.
- [63] A. Drezet, C. Genet, T. W. Ebbesen, Miniature plasmonic wave plates, *Phys. Rev. Lett.* 101 (2008) 043902.
- [64] T. Li, S. Wang, J. Cao, H. Liu, S. Zhu, Cavity-involved plasmonic metamaterial for optical polarization conversion, *Appl. Phys. Lett.* 97 (2010) 261113.
- [65] Z. Marcet, H. B. Chan, D. Carr, J. Bower, R. Cirelli, F. Klemens, W. Mansfield, J. Miner, C. Pai, I. Kravchenko, A half wave retarder made of bilayer subwavelength metallic apertures, *Appl. Phys. Lett.* 98 (2011) 151107.

- [66] E. H. Khoo, E. P. Li, K. B. Crozier, Plasmonic wave plate based on subwavelength nanoslits, *Opt. Lett.* 36 (2011) 2498.
- [67] A. Roberts, L. Lin, Plasmonic quarter-wave plate, *Opt. Lett.* 37 (2012) 1820.
- [68] A. Belkhir, F. I. Baida, Three-dimensional finite-difference time-domain algorithm for oblique incidence with adaptation of perfectly matched layers and nonuniform meshing: Application to the study of a radar dome, *Phys. Rev. E* 77 (2008) 056701.
- [69] J.-P. Berenger, A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves, *J. Comput. Phys.* 114 (1994) 185.
- [70] T. Namiki, A new fdtd algorithm based on alternating-direction implicit method, *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.* 47 (1999) 2003.
- [71] S. Celozzi, G. Lovat, R. Araneo, *Electromagnetic shielding*, Wiley Online Library, (2008).
- [72] C. Chan, Q. Yu, K. Ho, Order-n spectral method for electromagnetic waves, *Phys. Rev. B* 51 (1995) 16635.
- [73] N. Dib, T. Weller, M. Scardelletti, M. Imparato, Analysis of cylindrical transmission lines with the finite-difference time-domain method, *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.* 47 (1999) 509.
- [74] N. Dib, T. Weller, M. Scardelletti, Analysis of 3-d cylindrical structures using the finite difference time domain method, in: *Microwave Symposium Digest, 1998 IEEE MTT-S International*, Vol. 2, IEEE, 1998, p. 925.
- [75] J. D. Jackson, C. Jeanmougin, J.-P. Vigneron, *Electrodynamique classique: cours et exercices d'électromagnétisme*, Dunod, 2001.
- [76] E. Palik, *Handbook of Optical Constants of Solids*, no. Bd. 4 in *Handbook of Optical Constants of Solids*, Academic Press, (1998).
- [77] M. Roussey, M.-P. Bernal, N. Courjal, D. Van Labeke, F. Baida, R. Salut, Electro-optic effect exaltation on lithium niobate photonic crystals due to slow photons, *Appl. Phys. Lett.* 89 (2006) 241110.
- [78] E. Barakat, M.-P. Bernal, F. I. Baida, Theoretical analysis of enhanced nonlinear conversion from metallo-dielectric nano-structures, *Opt. Express.* 20 (2012) 16258.
- [79] R. Zia, M. D. Selker, P. B. Catrysse, M. L. Brongersma, Geometries and materials for subwavelength surface plasmon modes, *JOSA. A* 21 (2004) 2442.

- [80] J. Rybczynski, K. Kempa, A. Herczynski, Y. Wang, M. Naughton, Z. Ren, Z. Huang, D. Cai, M. Giersig, Subwavelength waveguide for visible light, *Appl. Phys. Lett.* 90 (2007) 021104.
- [81] A. Degiron, H. Lezec, N. Yamamoto, T. Ebbesen, Optical transmission properties of a single subwavelength aperture in a real metal, *Opt. Commun.* 239 (2004) 61.
- [82] R. Gordon, A. Brolo, A. McKinnon, A. Rajora, B. Leathem, K. Kavanagh, Strong polarization in the optical transmission through elliptical nanohole arrays, *Appl. Phys. Lett.* 92 (2004) 037401.
- [83] A. K. Azad, Y. Zhao, W. Zhang, Transmission properties of terahertz pulses through an ultrathin subwavelength silicon hole array, *Appl. Phys. Lett.* 86 (2005) 141102.
- [84] P. Mandal, S. A. Ramakrishna, R. Patil, A. V. Gopal, Polarization dependent color switching by extra-ordinary transmission in h-slit plasmonic metasurface, *J. Appl. Phys.* 114 (2013) 224303.
- [85] A. Clark, A. Sheridan, A. Glidle, D. Cumming, J. Cooper, Tuneable visible resonances in crescent shaped nano-split-ring resonators, *Appl. Phys. Lett.* 91 (2007) 93109.
- [86] A. Ndao, R. Salut, M. Suarez, F. I. Baida, Plasmonless polarization-selective metasurfaces in the visible range, *J. Opt.* 20 (2018) 045003.
- [87] R. De Waele, S. P. Burgos, A. Polman, H. A. Atwater, Plasmon dispersion in coaxial waveguides from single-cavity optical transmission measurements, *Nano. Lett.* 9 (2009) 2832.
- [88] E. Verhagen, L. Kuipers, A. Polman, Field enhancement in metallic subwavelength aperture arrays probed by erbium upconversion luminescence, *Opt. Express.* 17 (2009) 14586.
- [89] G. Si, Y. Zhao, H. Liu, S. Teo, M. Zhang, T. Jun Huang, A. J. Danner, J. Teng, Annular aperture array based color filter, *Appl. Phys. Lett.* 99 (2011) 033105.