

# REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE MOULOUD MAMMARI DE TIZI-OUZOU

FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE

DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE



MEMOIRE DE MAGISTER

Spécialité : Electrotechnique

Option : Machines Electriques

Présenté par :

M<sup>elle</sup> : CHALAH Samira

Ingénieur d'Etat en Electrotechnique

## THEME

# Analyse Stochastique De La Résultante De L'Injection De Courants Harmoniques Dans Un Réseau Electrique

Soutenu publiquement le : 17/ 05/ 2012

Devant le jury composé de :

M <sup>r</sup> . BENAMROUCHE Nacerddine	Professeur	UMMTO	Président
M <sup>r</sup> . HADDAD Salah	Professeur	UMMTO	Rapporteur
M <sup>r</sup> . MUFID ZADA Nahid	Professeur	UMMTO	Examineur
M <sup>r</sup> . OTMANECHERIF Tahar	MCA	UMMTO	Examineur

***REMERCIEMENTS***

# REMERCIEMENTS

*En premier lieu, je tiens à remercier et à exprimer ma gratitude à Monsieur **HADDAD Salah**, Professeur à l'université **Mouloud MAMMERI** de **TIZI OUZOU**, qui a encadré et suivi ce travail. Que sa constante disponibilité et ses précieux conseils soient ici mille fois remerciés.*

*Mes remerciements vont également à Monsieur **N.E. BENAMROUCHE**, Professeur à l'**UMMTO** de m'avoir fait honneur de présider le jury de ce mémoire, Monsieur **N. MUFID ZADA**, Professeur à l'**UMMTO** et Monsieur **T. OTMANECHE**, Maître de Conférence classe A à l'**UMMTO** pour l'honneur qu'ils me font de participer au jury de mon mémoire et d'avoir accepté de juger ce travail.*

*Je tiens aussi à remercier tous mes enseignants du département d'**Electrotechnique** de l'université **Mouloud MAMMERI** de **TIZI OUZOU** pour leurs conseils et surtout leur compréhension.*

*Enfin, je remercie, toutes les personnes sans lesquelles ce travail n'aurait pu être mené à terme*

# ***SOMMAIRE***

# SOMMAIRE

<b>Introduction générale</b> .....	1
------------------------------------	---

## Chapitre I : Introduction sur les harmoniques

Introduction.....	4
Historique.....	4
I.1. Les perturbations électriques.....	6
I.1.1. Les variations de tensions.....	6
I.1.2. Déséquilibre de tension.....	6
I.1.3. Les surtensions.....	6
I.1.4. Les surtensions des manœuvres.....	7
I.1.5. les surtensions atmosphériques.....	7
I.1.6. La fréquence.....	7
I.1.7. Creux de tension et coupures brèves.....	7
I.1.8. Les harmoniques.....	8
I.2. Les perturbations harmoniques.....	9
I.2.1. Caractéristiques d'un signal.....	9
I.2.2. Valeurs caractérisant un signal déformé.....	11
I.2.3. Les inters harmoniques.....	15
I.2.4. Les infra harmoniques.....	15
I.2.5. Impédance harmonique.....	15
I.2.6. Le foisonnement.....	16
I.3. Les harmoniques et les grandeurs électriques.....	16
I.3.1. Courant harmonique.....	16
I.3.2. Tension harmonique.....	20
I.4. Principaux effets des perturbations harmoniques.....	21
I.4.1. Les effets instantanés.....	22
I.4.2. Les effets différés.....	24
I.5. Méthodes et procédés d'atténuation.....	25
I.5.1. Solution du filtrage.....	26
I.5.2. Solution traditionnelles.....	31
Conclusion.....	34

## Chapitre II : Modélisation des éléments du réseau

Introduction.....	36
II.1. Modélisation des éléments linéaires.....	36
II.1.1. Modélisation du générateur synchrone.....	36
II.1.2. Modélisation d'une charge linéaire.....	37
II.1.3. Modélisation d'une ligne.....	40
II.1.4. Modélisation d'un transformateur.....	42
II.1.5. Modélisation des condensateurs.....	45
II.1.6. Modélisation de la machine asynchrone.....	45

II.2. Modélisation des éléments non linéaires.....	49
II.2.1. Modélisation du pont de Graëtz.....	49
Conclusion.....	53

### Chapitre III : Modélisation stochastique

Introduction.....	55
III.1. Classification des charges non linéaires.....	55
III.2. Hypothèses sur la fonction de la densité de la probabilité.....	56
III.3. Modèle stochastique.....	57
III.3.1. FDP d'un nombre aléatoire de courant constant NACC.....	60
III.3.2. FDP d'un nombre constant de courant aléatoire NCCA.....	61
III.3.3. FDP D'un nombre aléatoire de courant aléatoire NACA.....	65
III.3.4. FDP de la résultante des projections du n <sup>ème</sup> courant harmonique.....	67
III.3.5. FDP du module de la partie aléatoire du n <sup>ème</sup> courant harmonique.....	68
Conclusion.....	69

### Chapitre IV : Méthodes de calcul et résultats

Introduction.....	71
IV.1. Méthodes de calcul.....	71
IV.1.1. La méthode analytique.....	71
IV.1.2. La méthode de simulation de Monte Carlo.....	74
IV.2. Application.....	77
IV.2.1. Données statistiques.....	79
IV.2.3. Analyse des données statistiques.....	81
IV.3. Simulation, résultats et discussions.....	83
IV.3.1. Organigramme.....	83
IV.3.2. Simulation des méthodes de calcul.....	85
IV.3.3. Résultats de simulations et interprétations .....	103
<b>Conclusion générale.....</b>	<b>107</b>
<b>Bibliographies.....</b>	<b>110</b>

### Annexes

# ***INTRODUCTION GENERALE***

## **Introduction générale**

Les sources polluantes sont de nos jours une préoccupation majeure des producteurs et des distributeurs de l'énergie électrique tant on les trouve dans différents secteurs de l'activité humaine. Ces pollueurs des réseaux d'énergie électrique tendent à se multiplier du fait de l'utilisation des charges non linéaires ; on peut citer, la liste n'est pas exhaustive, les installations industrielles utilisant des semi-conducteurs de puissance (les redresseurs de puissance en particulier), Les micro-ordinateurs, les imprimantes, les scanners ou tout autres appareils électroniques qui sont de faible puissance mais en très grand nombre.

Ce phénomène, qui n'est pas nouveau, s'est amplifié ces dernières décennies avec le développement rapide qu'ont connu l'électronique de puissance et la micro-informatique.

Nous savons pertinemment que la résultante des injections harmoniques dans un réseau électrique n'est pas une simple addition algébrique mais une somme plutôt vectorielle, on dit alors que ces harmoniques foisonnent. Ajouté à cela le caractère « aléatoire » de la rentrée en service des différents récepteurs dans un réseau électrique. Ces derniers ne fonctionnent pas tous en même temps. Une approche plutôt stochastique que déterministe est alors la mieux indiquée pour étudier les injections harmoniques dans les réseaux électriques.

L'objectif du présent travail est d'appliquer deux méthodes stochastiques (méthode analytique et méthode numérique de Monté Carlo) à l'étude des injections harmoniques dans un réseau électrique donné, dans une période de 24 heures partagée en plusieurs tranches représentant fidèlement les périodes de fonctionnement réel des récepteurs.

Nous nous intéresserons aux harmoniques à savoir ceux des rangs les plus bas, entre autres les harmoniques 1, 5, 7 et 11

Nous avons organisé notre mémoire en quatre parties.

Nous consacrons la première partie à des généralités sur les perturbations harmoniques dans les réseaux électriques et nous y rappelons quelques définitions utiles.

Dans la deuxième partie, nous présentons les modèles déterministes utilisés pour chaque élément constituant le réseau faisant l'objet de notre étude.

La troisième partie traite de la modélisation stochastique des éléments du réseau. Celle-ci est présentée sous forme de fonctions de densité de probabilité (FDP) associée aux éléments du réseau.

Dans la quatrième et dernière partie, nous présentons les deux méthodes de calcul stochastique (méthode analytique et méthode numérique de Monté Carlo) puis nous les appliquons au réseau en question. Des résultats de simulation y sont présentés et discutés.

Nous clôturons notre mémoire par une conclusion générale, regroupant nos principaux résultats, les enseignements les plus significatifs que nous pouvons y tirer et les perspectives d'avenir que nous pouvons envisager.

***CHAPITRE I***

***INTRODUCTION  
SUR LES HARMONIQUES***

## Introduction

L'objectif du distributeur d'énergie électrique est de fournir à ses clients une énergie électrique de bonne qualité.

L'onde de tension idéale utilisée dans les réseaux électriques est une onde sinusoïdale d'amplitude et de fréquence constante. En pratique le transport de l'électricité et l'usage qui en est fait par les utilisateurs provoquent la déformation de la sinusoïde. Cette déformation ou distorsion de l'onde est appelée perturbation harmonique.

La distorsion harmonique est due pour une large part au développement de nouveaux usages (alimentés par des équipements électroniques) qui se répandent tant dans l'industrie que dans les ménages.

La nécessité des études harmoniques s'est fait ressentir, au fur et à mesure de l'identification des effets des harmoniques sur les éléments du réseau et sur la qualité du service, on pourrait citer comme effets : l'échauffement supplémentaire des machines, le claquage des condensateurs, l'apparition des résonances dans les différents harmoniques et des bruits téléphoniques,...etc.

## Historique

La notion des harmoniques est connue depuis longtemps dans le domaine musical. Lorsqu'une corde d'une certaine longueur est mise en branle, elle émet un son dit fondamental et des harmoniques supérieurs. Ces harmoniques correspondent à des sons associés à des cordes dont les longueurs sont deux fois, trois fois ...plus courtes que la corde initiale. Cette relation entre son musical et longueur était parfaitement maîtrisée dans la fabrication des instruments de musique. Par la suite, l'analogie avec le son musical servira à décrire d'autres grandeurs physiques. Dans ses études sur le mouvement des astres, **J.Kepler** (1571- 1631) assimilera la vitesse des planètes à une hauteur musicale. Ce n'est qu'au XVIII<sup>ème</sup> siècle que le mathématicien et philosophe d'**Alembert** (1717- 1783) établira une liaison entre la hauteur des planètes du son musical et une fréquence [1]. Cette découverte s'applique à la musique mais également à tous les domaines concernés par des mouvements vibratoires [2]. L'analyse harmonique sera plus approfondie plus tard par **J.Fourier** (1768- 1830). Il démontrera que toute fonction périodique, de module intégrable et à vibration bornée, peut se décomposer en une somme de composantes sinusoïdales, dénommées harmoniques.

Au début du siècle dernier les chercheurs commencèrent à étudier et à analyser les harmoniques dans les réseaux électriques, dans les circuits de redresseurs, la saturation et l'hystérésis dans des transformateurs et les générateurs. Mais avant tout s'était sur les sources de signaux harmoniques.

Les premiers ouvrages de Steinmetz [3] [4], décrivaient les formes d'ondes résultantes de la saturation et de l'hystérésis dans les transformateurs. Il y a montré que bien que les ondes carrées ou triangulaires avaient des avantages dans certaines applications, néanmoins une onde sinusoïdale à la fréquence fondamentale était en général la plus désirable dans les transformateur ; de plus il a décrit la suppression des courants et des tensions harmoniques en utilisant des transformateurs à couplage étoile-triangle et l'utilisation des filtres pour réduire la distorsion harmonique.

Clinker [5], Fortescue [6] et Curtis [7] étaient les premiers à décrire la distorsion harmonique d'une manière qualitative et leurs résultats étaient souvent centrés sur l'utilisation des couplages étoile-triangle des transformateurs.

Le redresseur à vapeur succéda aux procédés mécaniques dans les années 1920 et 1930 pour devenir la principale méthode de redressement. Les premiers à présenter une méthode qui utilisait les circuits équivalents et les formules empiriques pour le calcul des tensions et courants dans les redresseurs étaient Blye et Kent [8].

Vers 1945, Christensen et al [9], publiaient une analyse complète sur les courants harmoniques générés par le redresseur à vapeur de mercure en fonction de la réactance du système, de l'angle d'amorçage et de l'angle de commutation.

L'ouvrage de Kimbark [10], décrit en détail les systèmes de transport d'énergie en continu. Gyugyi et al [11] ont étudié le fonctionnement et les applications des compensateurs statiques d'énergie réactive.

Actuellement, les réseaux de distribution, délivrent l'énergie électrique et la transporte sous une tension donnée. Celle-ci constitue un système d'onde périodique, le plus souvent triphasé. Au même titre que les ondes sonores, les ondes de tensions et de courants peuvent être caractérisées par leurs harmoniques. Par analogie aux ondes sonores, le terme dont la fréquence est égale à celle du réseau (50 ou 60Hz) est appelé fondamental [2] [12].

## I.1. Les perturbations électriques

### I.1.1. Les variations de tensions

La variation de la tension autour de la valeur nominale est fonction de la structure et de la charge du réseau (longueur des conducteurs et variation de la charge) et des systèmes régulateurs du réseau public (privé).

En Europe, la norme indique qu'en exploitation normale, pour chaque période d'une semaine, 95% des valeurs efficaces moyennées sur 10 minutes doivent se situer dans une plage de tension  $U_n \pm 10\%$ .

Dans les pays en voie de développement, il est possible d'observer fréquemment des variations plus fortes que  $\pm 20\%$  [13].

### I.1.2. Déséquilibre de tension

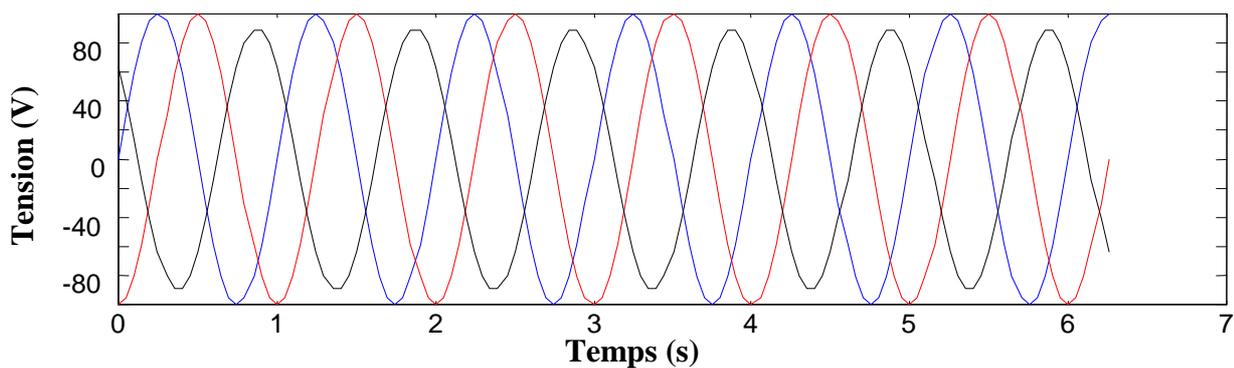


Figure I.1 : Déséquilibre des tensions triphasées.

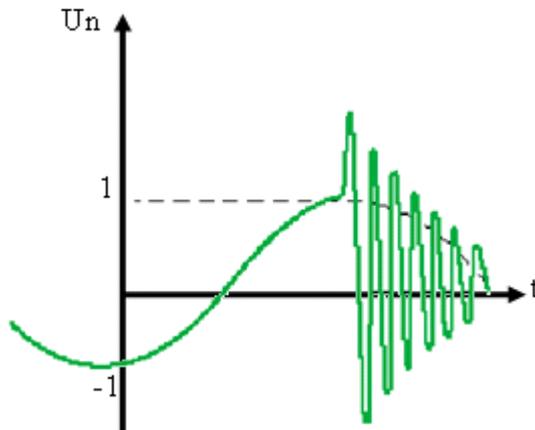
L'inégalité en amplitude des tensions des trois phases est due à l'inégalité des puissances appelées sur chaque phase. Ce déséquilibre résulte essentiellement de la présence de fortes charges monophasées raccordées de manière non uniforme au réseau.

### I.1.3. Les surtensions

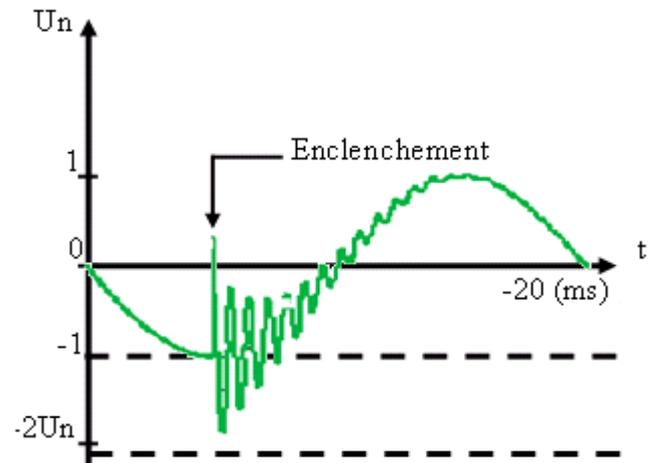
La surtension est une augmentation de la tension jusqu'à dépassement de la plage nominale d'une variation de l'ordre de 10% [13].

### I.1.4. Surtensions de manœuvre

Ce sont des surtensions dues aux manœuvres effectuées sur le réseau MT comme le déclenchement d'un transformateur (**Figure I.2**) ou l'enclenchement d'une batterie de condensateur (**Figure I.3**).



**Figure I.2 :** Onde de tension au déclenchement d'un transformateur MT/BT [13].



**Figure I.3 :** Onde de tension de réenclenchement d'une batterie de condensateurs MT. [13].

### I.1.5. Surtensions atmosphériques

Elles sont dues aux coups de foudre directs (qui tombent sur une ligne ou une structure) et indirectes (qui tombent sur la terre et augmentent son potentiel).

### I.1.6. La fréquence

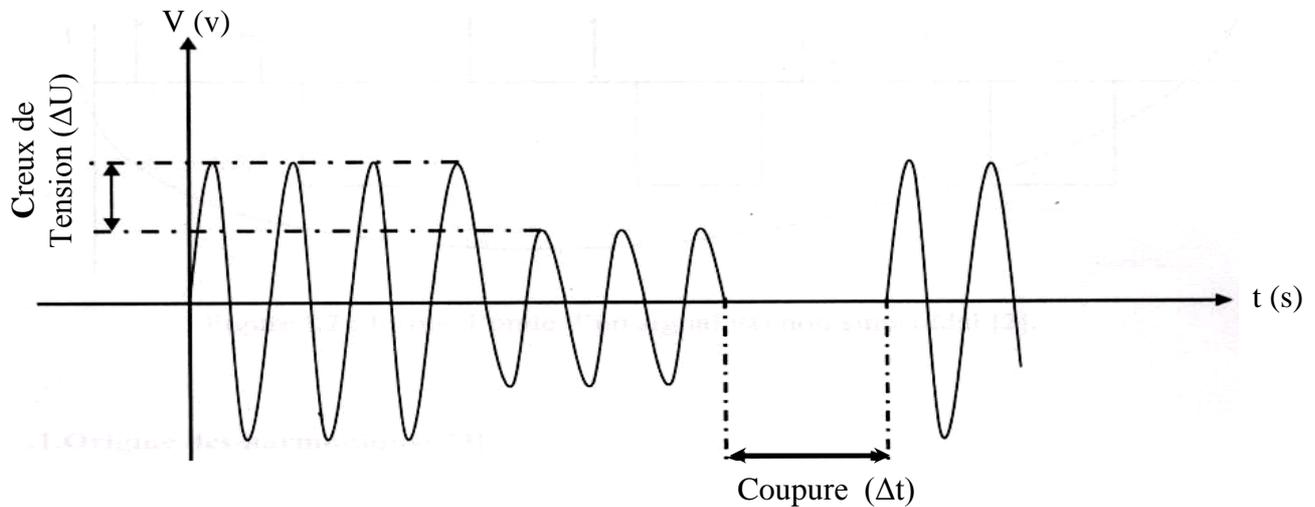
En ce qui concerne la fréquence, les variations lentes autour de la valeur nominale 50 ou 60Hz sont généralement faibles. Dans les pays européens, dont les réseaux sont interconnectés, la norme précise 50Hz est  $\pm 1\%$  pendant 95% d'une semaine et  $[+4\%, -6\%]$  en cas de perturbation très importante. Ces variations peuvent être bien plus importantes pour des réseaux autonomes, par exemple sur une île [13].

### I.1.7. Creux de tension et coupure brèves

Les creux de tension sont généralement définis comme une baisse de 10% à près de 100% de la valeur nominale de la tension pendant un temps compris entre 10ms et quelques secondes.

Lorsque la tension est absente (baisse de tension de 100%) pendant 1s à 1mn on parle de « coupure brève » et entre 10ms et 1s de « coupure très brève ».

Lorsque la durée est  $\leq 10\text{ms}$ , la coupure est généralement due à des phénomènes transitoires ou volontaires, par exemple l'emploi de gradateur, les défauts de courts circuits [13].



**Figure I.4 :** Coupure brève et creux de tension.

### I.1.8. Les harmoniques

Les harmoniques sont des tensions ou des courants sinusoïdaux dont la fréquence est un multiple entier de la fréquence fondamentale du réseau.

En général, les harmoniques pairs sont négligeables et seuls les harmoniques impaires existent. Les principaux harmoniques présents sont le troisième, le cinquième, le septième et le neuvième [14].

Ils sont produits dans de faibles proportions par les appareils de production et de distribution d'électricité. La grande majorité des sources d'harmoniques sont constituées :

- De charges industrielles [15] :
  - Equipements d'électronique de puissance : redresseurs, onduleurs ;
  - Charges utilisant l'arc électrique : machine à souder, éclairage (tube fluorescents), four à arc.
- De charges domestiques [15] :
  - Munie de convertisseurs ou d'alimentation à découpage : four à micro onde, ordinateur, imprimante, téléviseur, plaque à induction.

## I.2. Les perturbations harmoniques

Les signaux (tension et courant) relevés sur le réseau sont des signaux déformés et loin d'être des sinusoïdes parfaites.

Un signal déformé est la superposition d'un signal fondamental (à 50 Hz) et des signaux harmoniques de fréquences qui sont des multiples entiers de la fréquence du fondamental (100, 150, 200, 250...etc.). En pratique on s'intéresse qu'aux harmoniques significatifs (jusqu'au rang 40).

### I.2.1. Caractéristiques d'un signal

#### I.2.1.1. Rang d'un harmonique

Le rang harmonique est le rapport de sa fréquence  $f_n$  à celle du fondamental, généralement la fréquence industrielle 50Hz ou 60Hz. Par principe, le fondamental  $f_1$  a le rang 1 [16].

$$n = \frac{f_n}{f_1} \quad (\text{I.1})$$

#### I.2.1.2. Représentation spectrale

C'est un histogramme donnant l'amplitude de chaque harmonique en fonction du rang. L'amplitude est donnée en valeur relative par rapport au fondamental en un point spécifié. La figure ci-dessous montre un exemple de spectre.

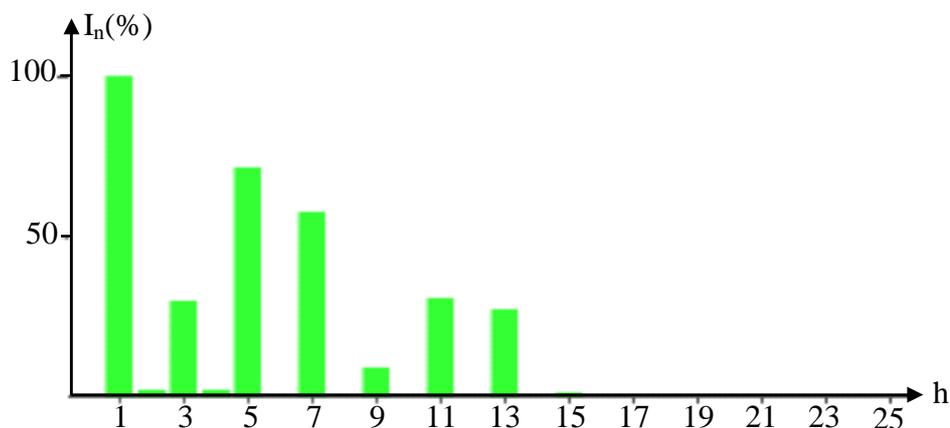


Figure I.5 : Spectre harmonique d'un signal.

### I.2.1.3. Analyse de Fourier

Sur le plan mathématique, on peut décomposer tout signal périodique en une série de sinusoides dont la fréquence est un multiple de la fréquence fondamentale du signal. Cette série se nomme série de Fourier, d'après le mathématicien français **Joseph Fourier** du début du XIX<sup>e</sup> siècle [14] [16].

Si  $G(t)$  est un signal à décomposer en série de Fourier, la série s'écrit comme suit :

$$G(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos.(n\omega t) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin.(n\omega t) \quad (\text{I.2})$$

Avec :

$A_0$  : Composante continue ou valeur moyenne du signal, généralement nulle en distribution électrique en régime permanent ;

$A_n$  et  $B_n$  : Amplitudes crêtes des composantes harmoniques de rang  $n$  ;

$\omega$  : Pulsation fondamentale.

En électrotechnique, on utilise habituellement les valeurs efficaces plutôt que les valeurs crêtes.

Par conséquent, l'équation précédente devient :

$$G(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{\sqrt{2}} \cdot \cos(n\omega t) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_n}{\sqrt{2}} \cdot \cos(n\omega t) \quad (\text{I.3})$$

On obtient les coefficients  $A_n$  et  $B_n$  par résolution analytique ou numérique des intégrales suivantes :

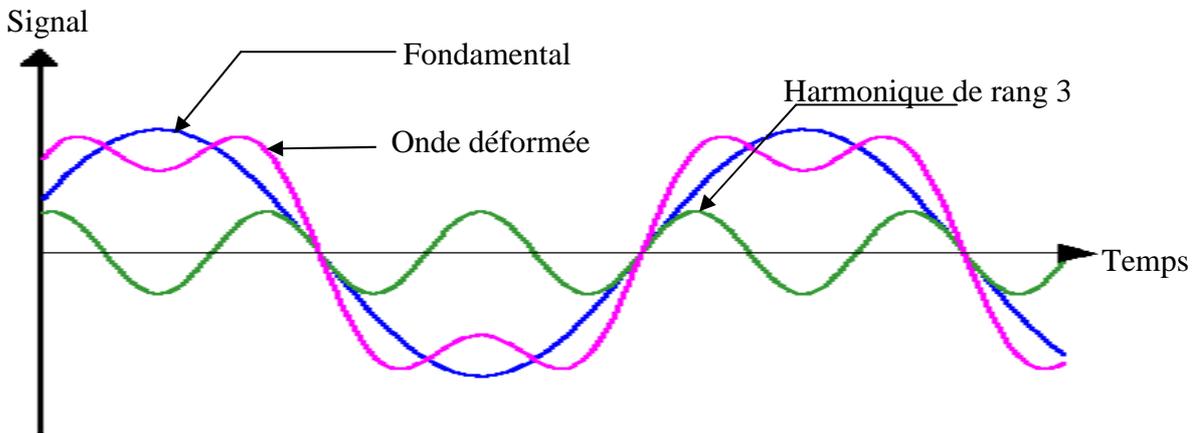
$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{1}{T} \int_0^T G(t) dt \\ A_n &= \frac{2}{T\sqrt{2}} \int_0^T G(t) \cdot \cos(n\omega t) dt \\ B_n &= \frac{2}{T\sqrt{2}} \int_0^T G(t) \cdot \sin(n\omega t) dt \end{aligned} \quad (\text{I.4})$$

Où  $T$  correspond à la période du signal qui est égale à  $\frac{2\pi}{\omega}$  ou à  $\frac{1}{f}$ .

**Remarque**

L'amplitude des harmoniques des tensions décroît avec la fréquence, selon les normes on prend en considération les harmoniques jusqu'au rang 40 [16].

La figure (**Figure I.6**) illustre un exemple de cette décomposition



**Figure I.6** : Onde déformée et sa décomposition.

**I.2.2. Valeur caractérisant un signal déformé****I.2.2.1. Valeur efficace d'une grandeur déformée [17]**

Un procédé couramment utilisé pour décrire un signal  $G(t)$  périodique de période  $T$  est l'évaluation de sa valeur efficace :

$$G_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T G^2(t) dt} \quad (\text{I.5})$$

Lorsque le développement en série de Fourier d'une fonction périodique est continu, on peut déterminer sa valeur efficace comme suit :

$$G_{\text{eff}} = \sqrt{\sum_{h=1}^{\infty} (G_h)^2} \quad (\text{I.6})$$

$h$  : Rang harmonique de rang  $h$ .

**Remarque**

Lorsqu'un signal comporte des composantes harmoniques, sa valeur efficace est différente de la valeur efficace du signal fondamental. Il est donc possible d'évaluer grossièrement la déformation du signal en comparant la valeur efficace de la composante fondamentale et la valeur efficace.

### I.2.2.2. Taux individuel

Il donne une mesure de l'importance de chaque harmonique par rapport au fondamental ou C'est le rapport de la valeur efficace de l'amplitude de l'harmonique du rang n à celle du fondamental [16].

$$T_i (\%) = 100 \cdot \left( \frac{G_n}{G_1} \right) \quad (\text{I.7})$$

### I.2.2.3. Taux de distorsion harmonique global (%)

Il donne une mesure de l'influence thermique de l'ensemble des harmoniques ; C'est le rapport de la valeur efficace des harmoniques à celle du fondamental [16].

$$\text{TDH} (\%) = 100 \cdot \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} (G_n)^2}}{G_1} \quad (\text{I.8})$$

➤ Taux de distorsion harmonique en courant  $\text{TDH}_i$

$$\text{TDH}_i (\%) = 100 \cdot \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} (I_n)^2}}{I_1} \quad (\text{I.9})$$

$I_n$ : Courant harmonique de rang n ;

$I_1$  : Fondamental de courant.

Différents taux de distorsion en courant sont proposés dans le tableau suivant [18] :

Charges non linéaires	$\text{TDH}_i$ (%)
Variateurs de vitesse	80
Alimentation de micro-ordinateur	70
Tubes fluorescents	>100

**Tableau I.1** :  $\text{TDH}_i$  pour diverses charges non linéaires.

➤ Taux de distorsion harmonique en tension  $\text{TDH}_v$

$$\text{TDH}_v (\%) = 100 \cdot \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} (V_n)^2}}{V_1} \quad (\text{I.10})$$

$V_n$  : Tension harmonique de rang  $n$  ;

$V_1$  : Tension fondamentale.

### Remarque

Le  $TDH_i$  ne dépend que des valeurs efficaces du courant de charge. En revanche, le  $TDH_v$  est fonction des courants harmoniques, caractérisant la charge, et de l'impédance de court circuit imposée par le réseau  $Z_{cc}$

$$TDH_v = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} (V_n)^2}}{V_1} = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} (|Z_{cc}| I_n)^2}}{V_1} \quad (\text{I.11})$$

#### I.2.2.4. Facteur de crête [17]

Le facteur de crête est défini par le rapport entre la valeur de crête d'un signal et sa valeur efficace. Il caractérise la surtension ou la surintensité instantanée maximale subie par un appareil.

$$F_c = \frac{G_c}{G_{\text{eff}}} \quad (\text{I.12})$$

$G_c$  : Valeur crête

$G_{\text{eff}}$  : Valeur efficace

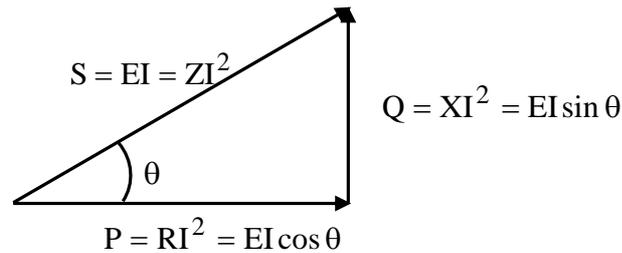
Pour une onde sinusoïdale, le facteur de crête est égale à  $\sqrt{2} = 1.41$ .

Une onde ayant un facteur de crête inférieur à cette valeur ( $\sqrt{2}$ ) sera plutôt aplatie, par contre, si le facteur est supérieur à ( $\sqrt{2}$ ) l'onde sera plutôt pointue.

#### I.2.2.5. Facteur de puissance

Le facteur de puissance, ou le  $\cos \theta$  dans le triangle des puissances correspond au rapport entre la puissance active  $P$  du signal et la puissance apparente  $S$  absorbée par une charge [14] [19].

$$f_p = \cos \theta = \frac{P}{S} \quad (\text{I.13})$$



**Figure I.7 :** Triangle des puissances.

Le terme  $\cos \theta$  de l'expression de la puissance réelle  $P$  est nommé facteur de puissance. Seule l'impédance considérée sert à déterminer l'angle  $\theta$  ; ainsi :

- $\theta = 0$  lorsque l'impédance ne comprend qu'une résistance ;
- $\theta = 90^\circ$  lorsque l'impédance ne comprend qu'une réactance inductive ;
- $\theta = -90^\circ$  lorsque l'impédance ne comprend qu'une réactance capacitive.

On peut dire que  $\theta$  est toujours égal à une valeur comprise entre  $-90^\circ$  et  $90^\circ$  pour une impédance quelconque. Il en découle que le facteur de puissance est toujours positif compris entre 0 et +1.

#### I.2.2.6. facteur de déphasage

Le facteur de déphasage est le rapport entre la puissance active et apparente de la composante fondamentale [19].

$$\cos \varphi_1 = \frac{P_1}{S_1} \quad (\text{I.14})$$

Comme il peut être défini par le cosinus du déphasage entre les composantes fondamentales de courant et de la tension.

$$\varphi_1 = \text{déphasage} (V_1, I_1) \quad (\text{I.15})$$

#### I.2.2.7. Facteur de déformation

Il caractérise le lien entre le facteur de puissance et le facteur de déphasage [19].

$$F_d = \frac{f_p}{\cos \varphi_1} = \frac{\cos \theta}{\cos \varphi_1} \quad (\text{I.16})$$

**Remarque**

Dans le cas où les tensions et courants sont parfaitement sinusoïdaux, le facteur de déformation est égal à 1 et le facteur de déphasage  $\cos \varphi_1$  est égal au facteur de puissance  $\cos \theta$  [16].

**I.2.3. Les inter-harmoniques**

Les inter-harmoniques sont des signaux de fréquence non multiples entiers de la fréquence fondamentale (130Hz, 170Hz, 220Hz...) c'est-à-dire situées entre les harmoniques. Certains sont émis par les charges non linéaires, d'autres sont injectés intentionnellement par les distributeurs sur leurs réseaux pour télécommander des relais et ainsi piloter les changements de tarification des compteurs domestiques et professionnels [17] [19].

**I.2.4. Les infra harmoniques**

Ce sont des composantes sinusoïdales qui sont des fréquences inférieures à celles du fondamentales : 10Hz, 20Hz, ....

La présence d'inters harmoniques ou d'infra harmoniques est due à des variations périodiques ou aléatoires de la puissance absorbée par certains récepteurs. Dans ce cas, le signal n'est pas périodique à une période fondamentale  $T$ , ce qui explique l'apparition de composantes supplémentaires à celles du développement en série de Fourier [19].

Ces variations sont provoquées par des machines telles que :

- Fours à arc ;
- Cycloconvertisseur ;
- Variateurs de vitesses.

**I.2.5. Impédance harmonique**

L'impédance harmonique présentée par le réseau dépend de la fréquence à laquelle on la considère. On peut définir en tout point du réseau une impédance harmonique  $Z_n$  qui dépend du rang harmonique  $n$  considéré.

Elle représente la mise en parallèle de toutes les lignes qui convergent vers ce point. Les courants harmoniques émis par une charge perturbée se propagent entre les différentes lignes.

Le produit des harmoniques du courant provenant des charges non linéaires  $I_n$  et de l'impédance  $Z_n$  donne une tension harmonique selon la loi d'Ohm [17].

$$\bar{V}_n = \bar{Z}_n \cdot \bar{I}_n \quad (\text{I.17})$$

### I.2.6. Le foisonnement

L'effet du foisonnement est une diminution du niveau des perturbations harmoniques à cause de la multiplication des sources de perturbation harmonique.

En effet, si les harmoniques ne s'additionnent pas algébriquement, ils foisonnent, cela est possible lorsque les harmoniques du même rang produits par différentes charges sont déphasés les uns par rapport aux autres [17].

Les charges perturbatrices BT produisent des harmoniques qui foisonnent peu pour les rangs 3 et 5, car la dispersion dans le déphasage des harmoniques par rapport au fondamental est faible. Par contre, pour les rangs 7 et 11, le foisonnement est nettement plus élevé.

Compte tenu de la grande diffusion de ces charges et de l'absence de foisonnement pour les rangs bas, il est impératif de limiter leurs émissions d'harmoniques [17].

On distingue deux sortes de foisonnement :

- Le foisonnement temporel, qui vient du fait que toutes les sources ne sont pas connectées simultanément ;
- Le foisonnement fréquentiel, entre plusieurs sources de courants harmoniques de même fréquence qui existe lorsque les courants sont injectés avec des phases à l'origine différentes.

## I.3. Les harmoniques et les grandeurs électriques

### I.3.1. Courant harmonique

Les courants harmoniques présents sur le réseau électrique proviennent de l'utilisation des charges non linéaires. Ces charges se comportent approximativement comme des sources harmoniques. L'amplitude de ces courants ne dépend que de la charge, elle est d'autant plus élevée que la charge est importante. Le (Tableau I.2) illustre les limites des composantes harmoniques en courant [18] [20] [21].

Harmoniques impairs		Harmoniques pairs	
Rang	Courant harmonique admissible maximal (A)	Rang	Courant harmonique admissible maximal (A)
3	2.30	2	1.08
5	1.14	4	0.43
7	0.77	6	0.33
9	0.44	$8 \leq k \leq 40$	$0.23 \cdot 8/k$
11	0.33		
13	0.21		
$15 \leq k \leq 39$	$0.15 \cdot 15/k$		

**Tableau I.2 :** Limite des composants harmoniques en courant [21].

### Remarque

Au niveau international, les normes 1000 de la Commission Electrotechnique Internationale (CEI) définissent le niveau des courants et des tensions harmoniques à ne pas dépasser. La norme CEI-1000-3-2 (**Tableau I.2**) fixe la limitation des courants injectés dans le réseau public pour des équipements dont le courant par phase est inférieur à 16A. Il s'agit là des appareils du domaine domestique. Aussi du fait de leur puissance, les équipements industriels sont exclus du champ d'application de cette norme. Par ailleurs, un projet de norme (CEI-1000-3-4) est en cours d'élaboration pour les appareils dont le courant consommé est supérieur à 16A [18].

### I.3.1.1. Les principales sources de courants harmoniques

#### a. Les moteurs asynchrones

En théorie, ces moteurs génèrent des ondes sinusoïdales, mais en particulier ils génèrent certains harmoniques. Les harmoniques rencontrés s'expliquent par le fait que pour des raisons économiques, les moteurs ne sont pas optimisés par rapport au contenu harmonique en courant.

Dans le secteur domestique et tertiaire plusieurs appareils fonctionnent avec des moteurs asynchrones, ces derniers, étant connectés aux réseaux monophasés (220 V), nécessitent des condensateurs pour le démarrage. Certains moteurs gardent les condensateurs connectés en fonctionnement, ce qui a une répercussion sur l'impédance harmonique [17] [22].

Les moteurs de grandes puissances produisent moins d'harmoniques que les moteurs de faibles puissances.

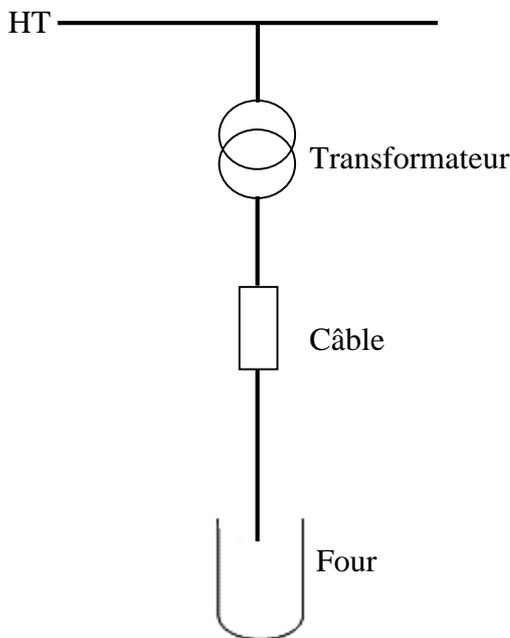
**b. L'éclairage (public ou domestique)**

L'éclairage par lampes à décharge et tubes fluorescents, est générateur de courants harmoniques. Le taux individuel d'harmonique 3 peut même dépasser 100% pour certaines lampes fluo-compactes modernes [16].

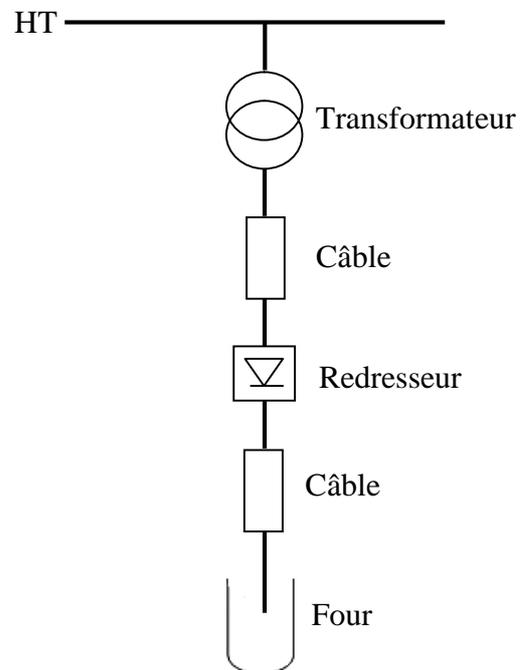
Une attention particulière est à porter pour la détermination de la section du conducteur neutre, qui en véhiculant la somme des courants d'harmoniques 3 dans trois phases risque un échauffement important [16].

**c. Les fours à arc**

Les fours à arc utilisés en sidérurgie peuvent être à courant alternatif ou à courant continu comme illustré dans les **Figures (I.8 et I.9)** respectivement



**Figure I.8 :** Cas du four à arc alimenté en courant alternatif [16].



**Figure I.9 :** Cas du four à arc alimenté en courant continu [16].

### 1. Cas du four à arc à courant alternatif

L'arc est non linéaire, dissymétrique et instable. Il va induire des spectres possédant des raies impaires, paires et un spectre continu (bruit de fond à toutes les fréquences).

Le niveau spectral est en fonction du type de four, de sa puissance, de la période de fonctionnement considérée : fusion, affinage... Aussi seules des mesures peuvent déterminer le spectre de façon précise.

### 2. Cas du four à arc à courant continu

L'arc est alors alimenté par l'intermédiaire d'un redresseur. L'arc est plus stable qu'en courant alternatif. Le courant absorbé se décompose en :

- Un spectre semblable à celui d'un redresseur ;
- Un spectre continu de niveau inférieur à celui d'un four à arc à courant alternatif.

#### d. Les convertisseurs statiques de forte puissance

Le pont redresseur et en général les convertisseurs statiques (à diodes et à thyristors) sont générateurs de courants harmoniques. Ainsi avec le pont de Graëtz, le courant continu parfait débité, impose un courant alternatif non sinusoïdal, composé de créneaux lorsque la charge est fortement inductive, ou de pointes lorsque le pont de diodes est suivi d'un condensateur comme c'est souvent le cas. Malgré leur forme différente, les deux courants ont les mêmes composantes harmoniques caractéristiques.

Dans la pratique, les spectres de courant sont sensiblement différents. En effet de nouvelles composantes harmoniques paires et impaires dites non caractéristiques et de faibles amplitudes sont créées. Les amplitudes des harmoniques caractéristiques sont modifiées par plusieurs facteurs tels que :

- La dissymétrie de construction ;
- L'imprécision de l'instant d'ouverture des thyristors ;
- Le temps de commutation ;
- Le filtrage imparfait [16].

## Remarques

1. Les composantes harmoniques caractéristiques des créneaux de courants d'alimentation des redresseurs ont les rangs  $n$  tels que :

$$n = kp \pm 1 \quad k=1, 2, 3, 4, \dots$$

$p$  : nombre de bras du redresseur, par exemple :

- Pont de Graëtz  $p=6$  ;
- Hexaphasé  $p=6$  ;
- Dodécaphasé  $p=12$ .

2. Dans le cas du pont à thyristors un déphasage des harmoniques en fonction de l'angle de retard à l'amorçage peut être observé ;
3. Les ponts mixtes diodes-thyristors sont générateurs d'harmoniques d'ordre pairs. Leur emploi est limité aux petites puissances car l'harmonique d'ordre 2 est très gênant et difficile à éliminer [16].

## I.3.2. Tension harmonique

Les normes CEI-1000-2-2 et CEI-1000-2-4 précisent le niveau des harmoniques en tension à respecter au point de raccordement sur les réseaux de distribution basse tension, public et industriel respectivement (**Tableau I.3**).

Harmoniques impairs non multiple de 3		Harmoniques impairs multiple de 3		Harmonique pairs	
Rang	$V_k(\%)$	Rang	$V_k(\%)$	Rang	$V_k(\%)$
5	6	3	5	2	2
7	6	9	1.5	4	1
11	3.5	15	0.3	6	0.5
13	3	21	0.2	8	0.5
17	2	>21	0.2	10	0.5
19	1.5			12	0.2
23	1.5			>12	0.2
25	1.5				
>25	$0.2+0.5*25/k$				

**Tableau I.3** : Niveaux de compatibilité des harmoniques en tension [21].

L'émission harmonique en tension due aux matériels du réseau n'est pas assez importante, elle est due aux imperfections de construction des bobinages, des machines tournantes, des moteurs, des alternateurs et des transformateurs. Le **Tableau I.3** donne les différents niveaux de compatibilité des harmoniques en tension.

### **I.3.2.1. Appareils générant des tensions harmoniques**

#### **a. Les alternateurs**

Les alternateurs des centrales de production émettent des tensions à moins de 0.5% d'harmoniques. Ces harmoniques sont liés à la qualité des bobinages et des pièces polaires qui assurent la forme sinusoïdale de l'onde.

Pour un groupe électrogène, le taux de distorsion harmonique en tension est de 5% à vide et de 1% s'il est en pleine charge [17].

#### **b. Les transformateurs**

Les transformateurs peuvent être générateurs de tension harmonique lorsqu'ils fonctionnent en régime saturé. Sur les réseaux, le taux de distorsion harmonique en tension dû à ces appareils reste toujours inférieur à 1% [12].

#### **c. Les charges électrodomestiques**

Ce terme englobe tous les appareils domestiques de faible puissance tels que les récepteurs de télévision, les magnétoscopes, les gradateurs de lumière,...etc. Ces charges sont raccordées en grand nombre sur le réseau et, bien que de puissance unitaire réduite, elles sont responsables d'une part importante de la pollution harmonique.

### **I.4. Principaux effets des perturbations harmoniques**

Les tensions harmoniques peuvent provoquer des dysfonctionnements de certains matériels. C'est en particulier le cas du claquage de condensateurs destinés à compenser l'énergie réactive, lors de phénomène de résonance.

La circulation des courants harmoniques induit des échauffements supplémentaires dans les composants du réseau, accroissant leur vieillissement. Ceci peut mener à une surcharge du conducteur de neutre BT, principalement lorsque le réseau alimente du tertiaire.

Ces courants peuvent aussi conduire à surdimensionner certains matériels, comme les transformateurs et les câbles [23].

#### **I.4.1. Les effets instantanés**

Ce sont les effets immédiats sur le fonctionnement d'un matériel, comme les parasites qui perturbent les appareils de mesure, ou ceux véhiculant des informations tels que les télécommandes, des images électriques, les ordinateurs ou la communication tel que le bruit qui peut apparaître dans un téléphone.

Ce type d'effets est du à la déformation de l'onde et aux phénomènes de résonance, il peut aussi causer les déclenchements intempestifs de disjoncteurs ou de relais d'automatisme et la destruction de matériel comme les batteries de condensateurs ou encore la perturbation des dispositifs de régulation et la diminution du facteur de puissance de l'installation, donc, de la surfacturation de l'énergie.

##### **a. Perturbation des convertisseurs statiques et des matériels électroniques**

Les tensions harmoniques peuvent perturber les dispositifs de régulation des systèmes électroniques. Elles peuvent influencer les conditions de commutation des thyristors lorsqu'elles déplacent ou multiplient les passages par zéro de la tension. Les appareils utilisant la valeur crête de la tension à des fins de régulation pourront également être perturbés.

Les compteurs d'énergie à induction présentent des erreurs supplémentaires en présence d'harmoniques. Par exemple, un compteur de classe 2 donnera une erreur supplémentaire de 0.3% avec un taux de 5% d'harmonique 5 sur la tension et le courant [17] [24].

##### **b. Vibrations et bruits**

Les efforts électrodynamiques étant proportionnels aux courants instantanés en présence, les courants harmoniques généreront des vibrations, des bruits acoustiques, surtout dans les appareils électromagnétiques tels que les transformateurs et les inductances.

Des couples mécaniques pulsatoires, dus aux champs tournants harmoniques, donneront des vibrations dans les machines tournantes.

### **c. Perturbations induites sur les lignes à courant faible**

Des perturbations surviennent lorsqu'une ligne à courants faibles, par exemple une ligne téléphonique, chemine le long d'une canalisation de distribution électrique avec des courants et des tensions déformés.

Les paramètres tels que : longueur du cheminement parallèle, distance entre les deux circuits, fréquence des harmoniques (le couplage augmente avec la fréquence), sont à prendre en compte

### **d. Perturbation des systèmes de télécommande centralisée**

La télécommande centralisée permet de piloter certains appareils au travers le réseau grâce à des signaux à 175 ou 188 Hz superposés aux ondes de tension et des courants à 50Hz. Un taux d'harmoniques élevé peut entraîner l'enclenchement intempestif des relais commandés par les signaux [17].

### **e. Dysfonctionnement des systèmes de protection et des relais**

Les dispositifs de protection et les relais utilisant les courants de charge peuvent être affectés par la présence d'harmoniques, dans la mesure où ceux-ci modifient la valeur instantanée de ces courants.

### **f. Progression et risque de résonance**

Généralement les tensions harmoniques s'atténuent lorsque l'on remonte vers des niveaux de tension élevés c'est-à-dire de la BT (230V/400V) vers la HT (63, 90, 225, 400KV). Par contre, elles s'atténuent très peu dans l'autre sens.

De ce fait, sauf cas très particuliers, on rencontrera des niveaux de tension harmonique équivalents en BT et en HTA (20KV), mais nettement plus élevés qu'en HTB. Dans certain cas cependant, on peut observer très localement des amplifications de tensions harmoniques à des fréquences particulières. Ces amplifications sont généralement dues à des résonances entre l'inductance que représente le réseau et les condensateurs de compensation implantés soit en réseau soit chez les clients [17].

Lorsqu'un courant harmonique de même fréquence que la fréquence de résonance circule, le niveau de tension harmonique à cette fréquence est amplifié par rapport au niveau de tension qui existerait en absence de condensateurs. Cette amplification se répercute sur la totalité des niveaux de tension concernés et également sur les niveaux de tension inférieurs. On observera donc des surtensions, pouvant dépasser 7 à 8 fois la valeur de la tension considérée dans le cas d'un réseau pur (sans compensation) [12].

#### **I.4.2. Les effets différés**

Ce sont les effets qui apparaissent après une exposition plus au moins longue au phénomène. Ils se traduisent par une perte partielle des fonctionnalités, une indisponibilité et même une destruction complète de l'appareil.

Les effets différés sont classés selon le délai avant destruction comme suit :

- Effets à court terme (quelques secondes) ;
- Effets à moyen terme (de quelques secondes à quelques heures) ;
- Effets à long terme (de quelques heures à quelques années) [22].

##### **a. Echauffement des condensateurs**

Les pertes, causes de l'échauffement, sont dues à deux phénomènes : conduction et hystérésis dans les diélectriques. Elles sont en première approximation proportionnelles au carré du courant efficace.

Les condensateurs sont donc sensibles aux surcharges, quelle soient dues à une tension fondamentale trop élevée ou à la présence de tensions harmoniques [16].

Les surchauffes des condensateurs, lors des surtensions, sont nocives car s'il n'y a pas claquage immédiat ; pour une surtension de 10% il en résulte une augmentation de 7% de la température et une réduction de l'espérance de vie du condensateur de 30% [12].

##### **b. Echauffement dû aux pertes supplémentaires des machines et des transformateurs**

Les écarts de vitesse importants entre les champs tournants harmoniques et le rotor causent des pertes supplémentaires dans les machines tournantes.

Les pertes supplémentaires des transformateurs sont dues à l'effet de peau qui se traduit par une augmentation de la résistance apparente du cuivre avec la fréquence, ainsi qu'à l'hystérésis et aux courants de Foucault dans le circuit magnétique.

### c. Echauffement des câbles et des équipements

Les pertes des câbles traversés par des courants harmoniques sont majorées, d'où une augmentation de température. Parmi les causes des pertes supplémentaires on peut citer :

- Une augmentation de la valeur efficace du courant pour une même puissance active consommée ;
- L'élévation de la résistance apparente de l'âme avec la fréquence, phénomène dû à l'effet de peau ;
- L'augmentation des pertes diélectriques dans l'isolant avec la fréquence, si le câble est soumis à une distorsion de tension non négligeable [16]

### Remarque

Les effets à moyen terme et à long terme génèrent des échauffements dans les condensateurs et les conducteurs et provoquent un vieillissement prématuré du matériel ou encore des échauffements dus aux pertes supplémentaires dans les machines et les transformateurs.

### I.5. Méthodes et procédés d'atténuation

Pour stabiliser les installations industrielles et le réseau vis-à-vis de la pollution harmonique, deux solutions ont été développées.

La première consiste à utiliser des convertisseurs statiques propre, tandis que la deuxième réalise un filtrage des composants harmoniques, qui consiste à filtrer les courants ou les tensions harmoniques.

### I.5.1. Solution du filtrage

#### I.5.1.1. Inductance anti harmonique

Cette solution consiste à installer une inductance en série avec les condensateurs de compensation sur chaque branche monophasée.

Ce dispositif consiste à protéger les condensateurs destinés à améliorer le  $\cos \varphi$ , en plaçant une inductance en série [25].

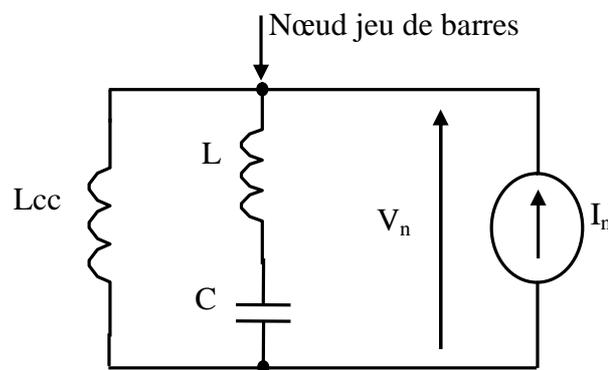


Figure I.10 : Raccordement d'une impédance anti harmonique.

$L$  : inductance anti harmonique ;

$C$  : condensateur anti harmonique ;

$L_{cc}$  : Inductance de court circuit du réseau, vue d'un point spécifié (théorème de THEVENIN).

Dans ce montage, le choix de  $L$  est tel que la branche  $L$ - $C$  est inductive dans le domaine des fréquences harmoniques, domaine du spectre. Ainsi par principe, la fréquence de résonance  $f_r$  de cette branche se situera au dessous du spectre du pollueur.

La branche  $L$ - $C$  et le réseau  $L_{cc}$ , sont alors tous deux inductifs dans le domaine du spectre et les courants harmoniques injectés par le pollueur se partagent en proportions inverse des impédances. Il y'a donc peu de courants harmoniques dans la branche  $L$ - $C$ , ce qui protège les condensateurs, et la majeure partie des courants harmoniques circule dans le restant du réseau, surtout dans l'impédance de court circuit  $L_{cc}$  [16].

L'impédance du réseau au niveau d'un jeu de barres, en présence d'une injection harmonique est :

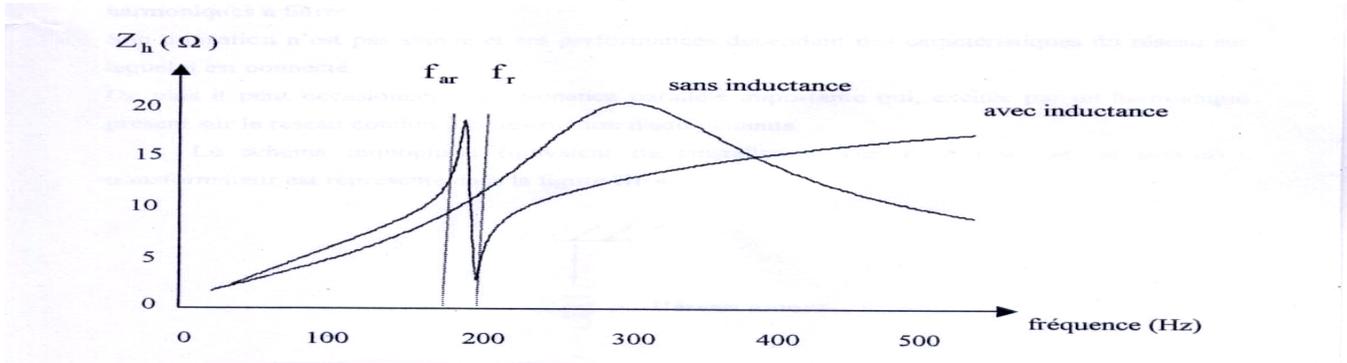
$$Z_h = \frac{V_h}{I_h} \quad (\text{I.18})$$

$V_h$  : La tension harmonique ;

$I_h$  : Le courant harmonique ;

$Z_h$  : L'impédance harmonique vue du jeu de barres.

La figure ci dessous montre l'allure de cette impédance avec et sans l'inductance anti-harmonique.



**Figure I.11** : Impédance vue du jeu de barres, avec et sans inductance anti harmonique.

Avec :

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \text{Fréquence d'accord} \quad (\text{I.19})$$

$$f_{ar} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(L+L')C}} \quad \text{Fréquence antirésonance} \quad (\text{I.20})$$

L'emploi d'une inductance anti harmonique présente deux avantages :

- Elle supprime les risques de forts courants harmoniques dans les condensateurs ;
- Elle supprime corrélativement les fortes distorsions de la tension du réseau, sans toute fois ramener les taux de distorsion à une faible valeur spécifiée.

Cependant des précautions s'imposent :

- Il ne doit pas y avoir d'autres batteries de condensateurs pouvant donner par une antirésonance, un caractère capacitif au réseau initial dans le domaine du spectre ;
- Il faut veiller à ne pas placer l'antirésonance sur une fréquence de télécommande du distributeur, car cela provoquerait une charge accrue des génératrices hautes fréquences (175 Hz, 188 Hz). Les fréquences d'accord  $f_r$  des inductances anti harmoniques sont généralement comprises entre 135 et 225 Hz pour un réseau 50 Hz.

### I.5.1.2. Filtrage passif

Le principe d'un filtrage passif est de modifier l'impédance du réseau, de façon à réduire les courants harmoniques et à éliminer les tensions harmoniques. Pour ce faire, on associe des éléments capacitifs et inductifs de manière à obtenir une résonance série raccordée à une fréquence choisie.

#### Avantages

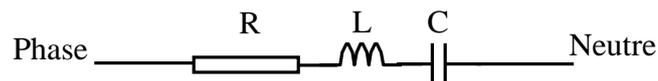
- Amélioration du taux de distorsion harmonique en courant  $TDH_1$

#### Inconvénient

- Risque de résonance ;
- Pas d'adaptabilité.

#### I.5.1.2.1. Filtre résonant

Le filtre résonant a pour but de présenter une impédance très faible au passage d'un courant harmonique à un rang déterminé, il est constitué d'un ensemble de condensateurs et d'inductances anti harmoniques.

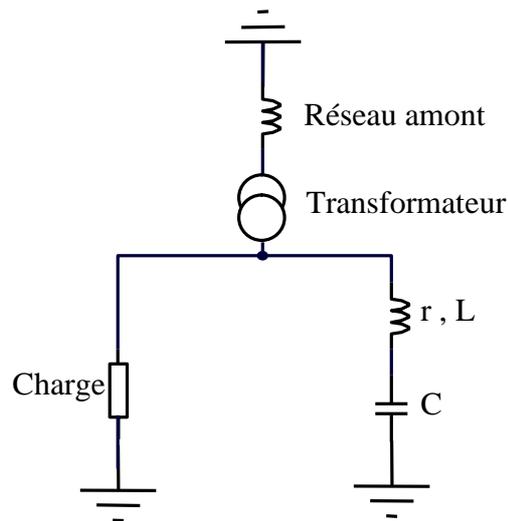


**Figure I.12 :** Filtre résonant [17].

On installe souvent plusieurs filtres résonants en parallèle correspondant aux différents rangs harmoniques à filtrer.

Son utilisation n'est pas simple et ses performances dépendent des caractéristiques du réseau sur lequel il est connecté. De plus il peut occasionner une résonance parallèle importante qui excitée par un harmonique présent sur le réseau conduit à la destruction d'équipements.

La (**Figure I.13**) représente le schéma monophasé équivalent de l'installation d'un filtre résonant en aval d'un transformateur.



**Figure I.13 :** Schéma monophasé équivalent de l'installation d'un filtre résonant.

La fréquence de résonance du filtre est donné par :

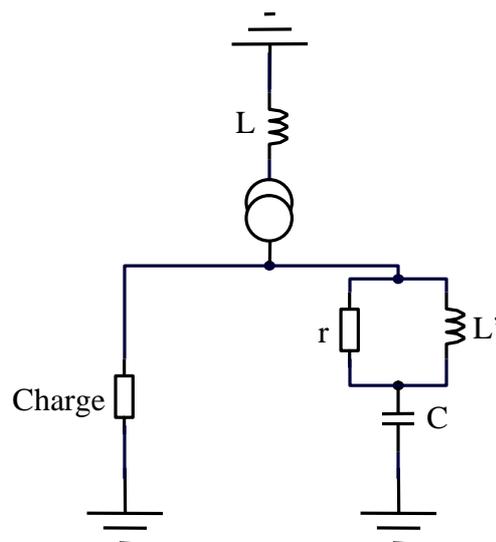
$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (\text{I.21})$$

#### I.5.1.2.2. Filtre amorti

Un filtre amorti se compose d'une capacité en série avec un ensemble constitué de la mise en parallèle d'une inductance et d'une résistance appelée résistance d'amortissement.

On l'utilise souvent pour filtrer simultanément les plus hautes fréquences du spectre et non une fréquence particulière.

La figure ci-dessous donne le schéma monophasé d'un filtre amorti.



**Figure I.14 :** Schéma équivalent monophasé d'un filtre amorti.

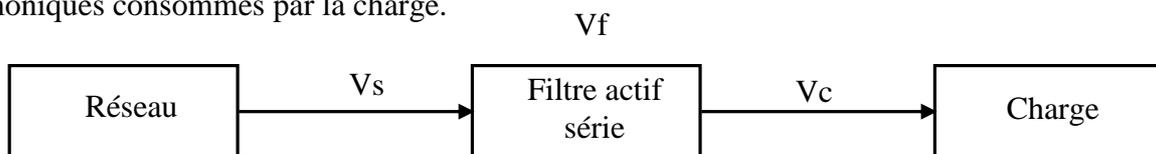
### I.5.1.3. Filtre actif

Les inconvénients inhérents aux filtres passifs (non adaptativité aux variations de la charge et du réseau, phénomène de résonance) ont conduit à concevoir une nouvelle structure de filtres appelée filtres actifs. Le but de ces filtres est d'engendrer soit des courants, soit des tensions harmoniques de manière à ce que le courant et la tension soient rendus sinusoïdaux. Le filtre actif est connecté en série ou en parallèle suivant qu'il est conçu respectivement pour compenser les tensions ou les courants harmoniques [18, 26, 27, 28].

#### I.5.1.3.1. Filtre actif série

Le filtre actif en série engendre des tensions harmoniques  $V_f$  dont la somme avec la tension du réseau  $V_s$  est une onde sinusoïdale (**Figure I.15**).

Il sert à protéger les installations sensibles aux perturbations provenant du réseau telles que les harmoniques en tension, les surtensions,... Mais, ne permet pas de compenser les courants harmoniques consommés par la charge.



**Figure I.15** : Schéma du filtre actif série.

#### Avantages

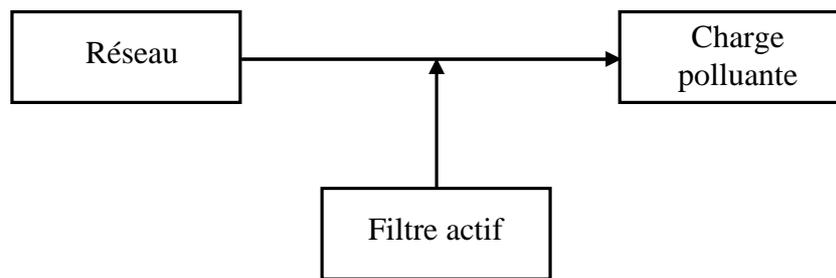
- Amélioration du taux de distorsion harmonique en tension  $TDH_v$  ;
- Adaptabilité aux variations de la charge du réseau.

#### Inconvénient

- Pas d'amélioration de la forme du courant.

#### I.5.1.3.2. Filtrage actif parallèle

Le filtrage actif parallèle injecte dans les réseaux les courants harmoniques consommés par la charge de telle sorte que le générateur ne fournit plus que le courant fondamental.



**Figure I.16** : Schéma de principe d'un filtre actif parallèle.

### Avantages

- Amélioration du taux de distorsion harmonique en courant  $TDH_1$  ;
- Adaptabilité aux variations de la charge du réseau.

### I.5.2. Solutions traditionnelles

De nos jours tout électricien doit les connaître, soit pour prendre les bonnes dispositions lors de l'installation de matériels pollueurs, soit pour concevoir une installation nouvelle en toute connaissance de cause.

#### I.5.2.1. Réduction des courants harmoniques des charges déformantes

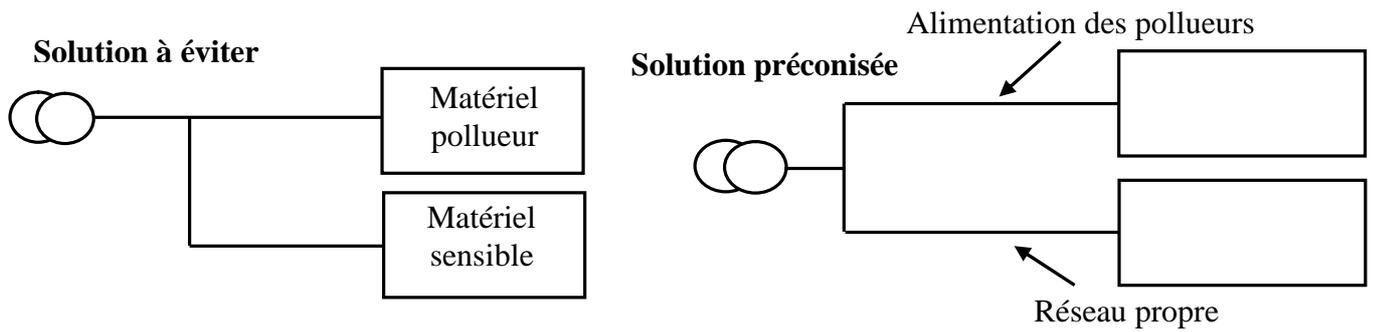
A part la solution qui consiste à choisir des matériels non polluants, il est possible de limiter les courants harmoniques de certains convertisseurs en intercalant entre leur point de raccordement et leur entrée une inductance dite de lissage.

Cette disposition est utilisée en particulier dans les redresseurs avec condensateur en tête, l'inductance pouvant même être proposée en option par les constructeurs. Cette solution diminue le taux global de distorsion en tension, en amont de l'inductance, mais l'augmente aux bornes du récepteur polluant [25]

#### I.5.2.2. Modification de la structure de l'installation

Eviter de connecter un récepteur sensible en parallèle avec un pollueur (**Figure I.17**).

Quand on est en présence d'un pollueur de forte puissance, il est souhaitable de l'alimenter par un autre transformateur MT/BT.



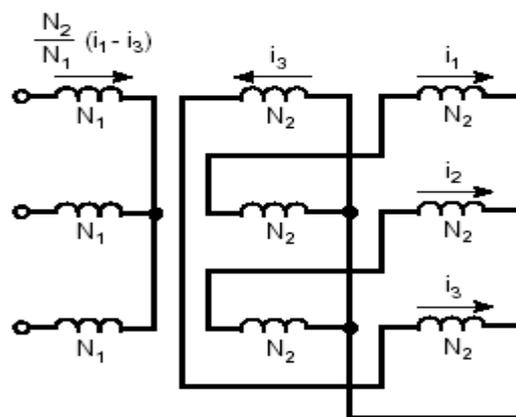
**Figure I.17 :** Une distribution en étoile permet le découplage par les impédances naturelles et/ ou additionnelles.

**I.5.2.3. Confinement des harmoniques**

Il s’agit de limiter la circulation des courants harmoniques à une partie aussi petite que possible de l’installation à l’aide de transformateur à couplage approprié. L’utilisation de transformateurs primaires étoile (sans neutre) et à secondaire zig-zag est une solution intéressante car le couplage permet d’avoir le minimum de distorsion au secondaire.

En effet dans ce cas, les harmoniques de rang  $3k$  ne circulent pas au primaire du transformateur et l’impédance  $Z_s$  du secondaire ne dépend que des enroulements secondaires.

La figure ci-dessous et le calcul ci après permettent de comprendre pourquoi les courants de pulsation  $3k\omega$  ne se retrouvent pas au primaire du transformateur (courant homopolaire nul) [25].



**Figure I.18 :** Transformateur à secondaire zig-zag et atténuation des rangs  $3k$ .

Le courant circulant par exemple dans l'enroulement primaire 1 vaut :

$$\frac{N_2}{N_1}(i_1 - i_3) \quad (\text{I.22})$$

Avec :

$$i_1 = I_{1(3k)} = I \sin(3k\omega t)$$

$$i_3 = I_{3(3k)} = I \sin 3k \left( \omega t - \frac{4\pi}{3} \right)$$

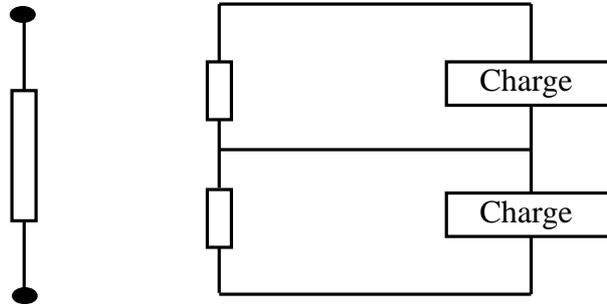
$$i_3 = I \sin(3k\omega t) = i_1$$

D'où :

$$\frac{N_2}{N_1}(i_1 - i_3) = 0 \quad (\text{I.23})$$

Une autre solution pour réduire les harmoniques dans les réseaux est la multiplication du nombre de phases à l'aide des transformateurs déphaseurs.

La **Figure I.19** montre une solution adoptée depuis longtemps pour réduire la grosseur des conducteurs de neutre des installations de distribution monophasé



**Figure I.19** : Transformateur déphaseur monophasé [14].

Pour le cas d'un système triphasé la charge doit être connectée sur les trois phases du transformateur déphaseur.

**Conclusion**

Sur un réseau de distribution électrique, les principales sources de perturbations harmoniques sont les convertisseurs statiques de puissance. Afin d'éviter d'éventuels dysfonctionnements ou dégradations des équipements, il est nécessaire de les dimensionner en conséquence. Si le niveau des harmoniques est trop élevé, la mise en place de filtres harmoniques est toujours envisageable.

Dans tous les cas, le choix des matériels (lignes, transformateurs, filtres...) d'une nouvelle installation passe obligatoirement par la connaissance a priori du niveau des harmoniques produits par les convertisseurs, ou plus généralement par les charges non linéaires.

***CHAPITRE II***

***MODELISATION***

***DES ELEMENTS DU RESEAU***

## Introduction

Un réseau de distribution d'énergie électrique contient un ensemble de composants qu'il faut modéliser pour pouvoir établir les équations qui régissent le comportement de l'ensemble. Les modèles à utiliser seront dépendants de la précision voulue et des moyens de calcul disponibles.

Historiquement, on devait simplifier le plus possible le circuit représentant le réseau car la manipulation des nombres complexes avec une règle à calcul était une entreprise téméraire dont on disait: "qu'il y avait très peu de chance que la solution soit sans erreur."

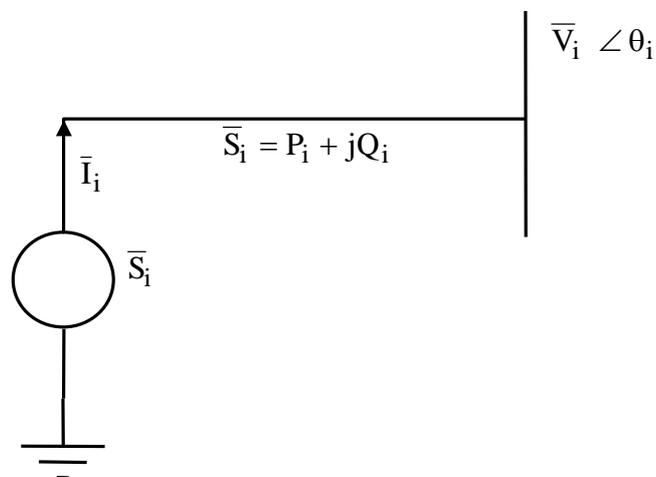
Le présent chapitre traitera des modèles qui devraient être utilisés pour les différents problèmes que nous traiterons plus loin. Les équipements à modéliser seront ceux qui ont une influence mesurable sur le comportement d'un réseau, tel que les éléments linéaire : les lignes et les câbles, les transformateurs, les moteurs asynchrones, les moteurs synchrones, les alternateurs et non linéaires : le pont de Graëtz.

## II.1. Modélisation des éléments linéaires

### II.1.1. Modélisation du générateur synchrone

Le générateur synchrone convertit la puissance mécanique des turbines en puissance électrique à la fréquence et au niveau de tension désirée.

Puisque dans plusieurs études on ne s'intéresse qu'au régime permanent du système, le générateur peut être modélisé par une source de tension sinusoïdale comme le montre la **Figure II.1**.



**Figure II.1** : Modélisation d'un générateur synchrone.

Où :

$$\begin{aligned}\bar{V}_i &= V_i \cdot \exp(j\theta_i) \\ \bar{S}_i &= V_i \cdot I_i^* = P_i + jQ_i\end{aligned}\quad (\text{II.1})$$

$S_i$  : Puissance apparente débitée par le générateur ;

$V_i$  : Tension simple aux bornes de la source ;

$\theta_i$  : Angle de phase;

$I_i$  : Courant débité.

### II.1.2. Modélisation d'une charge linéaire

Les charges alimentées par le réseau constituent l'élément principal en matière d'amortissement des résonances [29].

Il est difficile d'effectuer une estimation précise des impédances susceptibles et de les représenter du fait que la valeur et la localisation des charges sont très variables dans le temps.

En l'absence d'informations spécifiques concernant la charge linéaire, Pileggi et al [30] ont suggéré que la charge linéaire soit modélisée par une résistance en parallèle avec une inductance ou une capacité, afin de tenir compte de la consommation de la charge en énergie active et réactive à la fréquence fondamentale

La figure ci-dessous illustre le schéma équivalent d'une charge linéaire en régime harmonique.

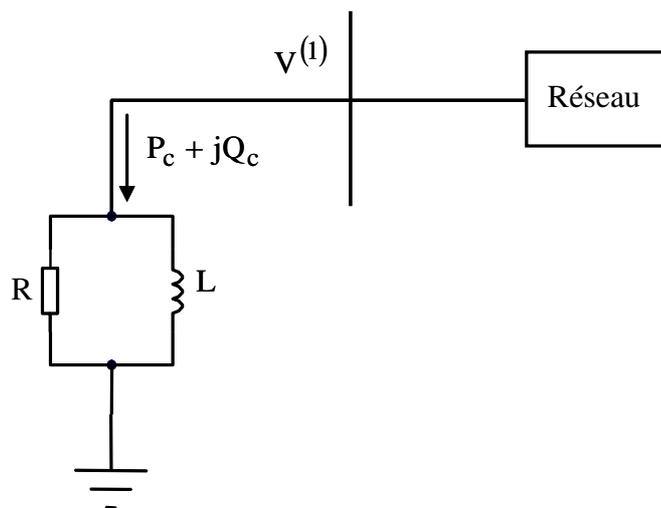


Figure II.2 : Modélisation d'une charge linéaire.

$$R = \frac{[V^{(1)}]^2}{P_c} \quad (II.2)$$

$$L = \frac{[V^{(1)}]^2}{Q_c \cdot \omega_0}$$

$[V^{(1)}]$  : Vecteur tension harmonique fondamental.

### Remarque

Si  $Q_c < 0$ , on remplace L par  $\frac{1}{C}$ , où

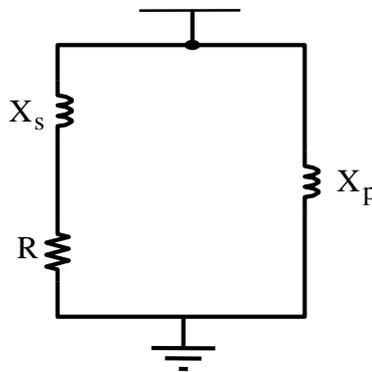
$$C = \frac{Q_c}{[V^{(1)}]^2 \omega_0} \quad (II.3)$$

La Cigre [29] a proposé plusieurs méthodes pour la représentation de la charge linéaire en régime harmonique telles que

#### ➤ Première méthode

La première méthode est issue des résultats expérimentaux obtenus lors des mesures effectués sur des départs moyenne tension. Dans un domaine de fréquence correspondant aux harmoniques compris entre 5 et 20 environ, les charges peuvent être représentées par l'ensemble d'une réactance  $X_s$  en série avec une résistance R, mis en parallèle avec une réactance  $X_p$  (**Figure II.3**).

Les paramètres sont la tension d'alimentation U et les puissances à une fréquence de 50Hz, active  $P_{50}$  et réactive  $Q_{50}$  absorbées par un ensemble de charges considérées.



**Figure II.3** : Premier modèle de la Cigre pour les charges linéaires [29].

Avec :

$$\begin{aligned} R &= \frac{U^2}{P_{50}} \\ X_s &= 0.073.kR \\ X_p &= \frac{k.r}{6.7.\tan g.\varphi_{50} - 0.74} \end{aligned} \quad (\text{II.4})$$

g : Courant harmonique complexe ;

$$\tan \varphi_{50} = \frac{Q_{50}}{P_{50}};$$

k : Rang harmonique.

### ➤ Deuxième méthode

En supposant que la réactance équivalente aux charges est infinie. La résistance supposée équivalente à ces charges est :

$$R = \frac{U_n^2}{P_{50}} \quad (\text{II.5})$$

Où :

$P_{50}$  : La puissance active appelée par ces charges à une fréquence de 50Hz;

$U_n$  : La tension nominale à une fréquence de 50Hz.

### Remarque

Lorsque le rang harmonique augmente, il est nécessaire d'utiliser des valeurs de la résistance R plus forte. Par exemple de l'ordre de 1.3R pour le rang harmonique 5 et d'ordre 2R pour le rang harmonique 10.

### ➤ Troisième méthode

La résistance équivalente aux charges est estimée comme précédemment, mais on lui associe une réactance, placée en parallèle avec elle. Cette réactance est évaluée à l'aide de l'estimation du nombre de moteurs en service, de leurs puissances unitaires installées et de leurs réactances inverses, multipliées par le rang de l'harmonique considéré.

I.1.3. Modélisation d'une ligne

Les lignes de transport (THT) et les lignes de distribution (MT et BT) d'énergie électrique triphasée symétrique au régime permanent sont modélisées par un quadripôle symétrique représenté par une série de circuits à constante uniformément répartie sur sa longueur. Chaque circuit élémentaire est composé :

- D'une inductance linéique  $L$  et une résistance linéique  $R$  dans le sens longitudinal qui donnent naissance à des chutes de tension ;
- D'une conductance linéique  $G$  et d'une capacité linéique  $C$  dans le sens transversal qui diminuent le courant le long de la ligne [31].

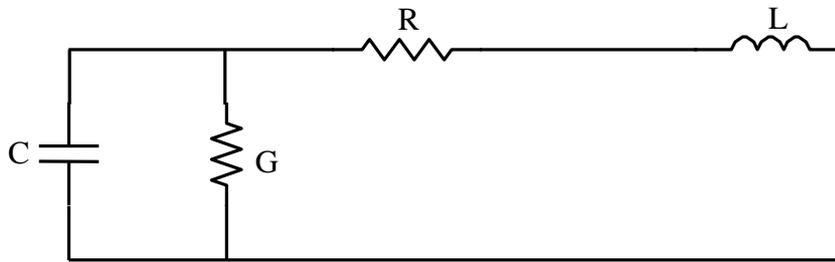


Figure II.4 : Eléments de ligne à constantes uniformément réparties [31].

L'effet de peau et la longueur de ligne, sont les deux paramètres importants pour la modélisation harmonique de la ligne. Shultz et al [32], recommandent un modèle de la ligne longue pour les distances supérieures à 5% de la longueur d'onde  $\lambda$  du plus grand rang harmonique considéré. Pour une fréquence  $f=50\text{Hz}$ , la longueur critique est approximativement de  $300\text{Km} / h_n$  [12].

$h_n$  : Le rang harmonique le plus élevé.

- Modélisation d'une ligne longue

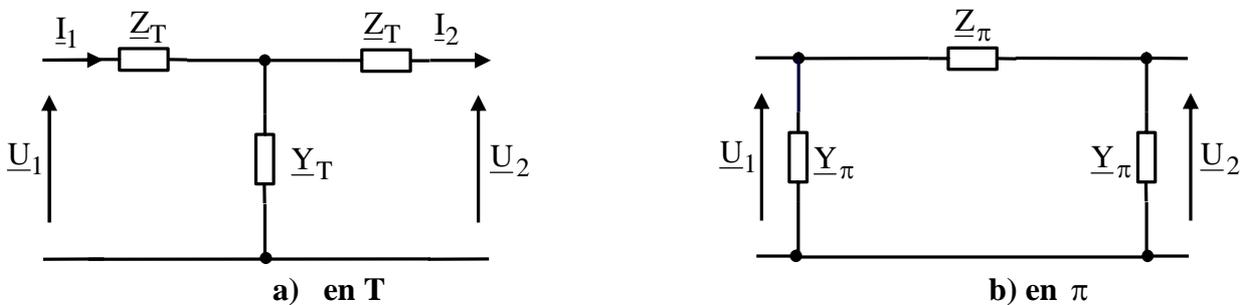


Figure II.5 : Modélisation d'une ligne électrique longue [33].

Selon la théorie des lignes, les équations suivantes sont bi portes :

$$\begin{aligned}\underline{U}_1 &= \underline{U}_2 \cosh \underline{\gamma} l + \underline{Z}_c \underline{I}_2 \sinh \underline{\gamma} l \\ \underline{I}_1 &= \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_c} \sinh \underline{\gamma} l + \underline{I}_2 \cosh \underline{\gamma} l\end{aligned}\quad (\text{II.6})$$

La ligne est donc caractérisée par deux paramètres  $Z_c$  et  $\gamma$

$$\begin{aligned}Z_c &= \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \\ \gamma &= \sqrt{(R + j\omega L) + (G + j\omega C)}\end{aligned}\quad (\text{II.7})$$

- Schéma en T :

$$\begin{aligned}Z_T &= Z_c \frac{\cosh \gamma l - 1}{\sinh \gamma l} = Z_c \cdot \tanh \frac{\gamma l}{2} \quad (\text{ohms}) \\ Y_T &= \frac{1}{Z_c} \sinh \gamma l \quad (\text{ohms})^{-1}\end{aligned}\quad (\text{II.8})$$

- Schéma en  $\pi$  :

$$\begin{aligned}Z_\pi &= Z_c \sinh \gamma l \quad (\text{ohms}) \\ Y_\pi &= \frac{1}{Z_c} \cdot \frac{\cosh \gamma l - 1}{\sinh \gamma l} = \frac{1}{Z_c} \tanh \frac{\gamma l}{2} \quad (\text{ohms})^{-1}\end{aligned}\quad (\text{II.9})$$

R : Résistance linéique de la ligne à 50Hz ;

L : Inductance linéique de la ligne à 50Hz ;

C : Capacité linéique de la ligne à 50Hz ;

G : Conductance linéique de la ligne à 50Hz ;

l : Longueur de la ligne ;

$Z_c$  : Impédance caractéristique de la ligne ;

$\gamma$  : Coefficient de propagation de la ligne.

- Modélisation d'une ligne courte

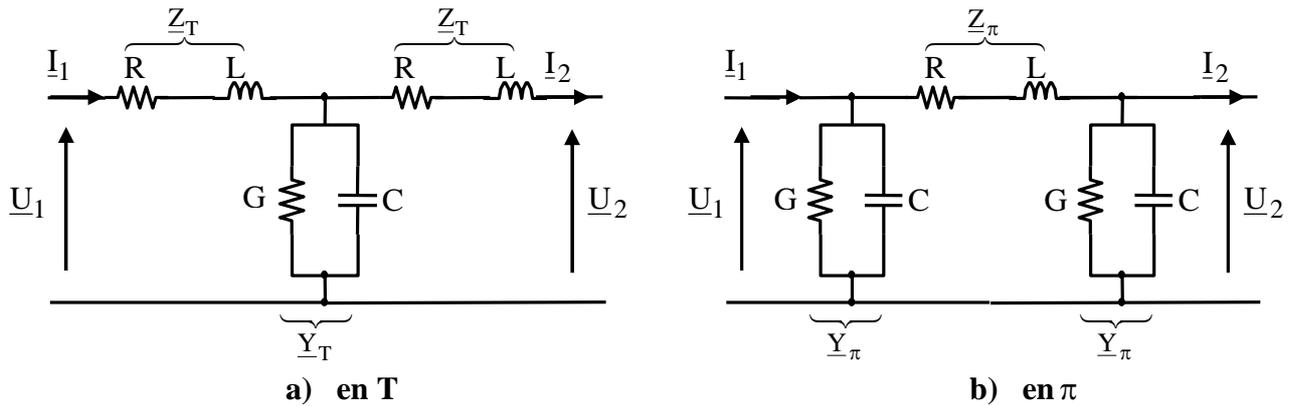


Figure II.6 : Modélisation d'une ligne électrique courte [33].

Si  $\gamma l$  est suffisamment petit de l'équation (II.6), on obtient par approximation :

$$\begin{aligned} \sinh \gamma l &= \gamma l \\ \cosh \gamma l &= 1 + \frac{\gamma^2 l^2}{2} \end{aligned} \tag{II.10}$$

On remplace l'équation (II.10) dans l'équation (II.8), on obtient :

$$\begin{aligned} Z_T = Z_\pi &= Z_c \gamma l = (R + j\omega L)l \\ Y_T = Y_\pi &= j\omega C.l \end{aligned} \tag{II.11}$$

**Remarque**

- Pour prendre en compte les éventuelles résonances, on est amené à adopter pour celle-ci le modèle en  $\pi$  [33].
- L'inductance linéique en série et la capacité linéique d'une ligne peuvent être considérées comme constante pour la détermination des impédances harmoniques [34].

**II.1.4. Modélisation d'un transformateur**

La conversion électromagnétique d'énergie peut signifier la transformation d'énergie électrique en énergie mécanique comme dans les moteurs, d'énergie mécanique en énergie électrique comme dans les alternateurs et les génératrices et l'énergie électrique en énergie électrique comme dans les transformateurs [14].

Pour représenter correctement le transformateur physique tel qu'il se comporte, le circuit équivalent doit tenir compte de :

- La résistance ohmique des enroulements au primaire  $R_1$  et au secondaire  $R_2$  ;
- La réactance de fuites au primaire  $X_1$  et au secondaire  $X_2$  ;
- Le courant d'excitation  $I_\phi$  ;
- Les pertes par hystérésis et par courants induits dans l'acier.

De ces considérations découlent les relations suivantes :

$$\begin{aligned}
 \underline{E}_2 &= \underline{U}_c + R_2 \underline{I}_2 + jX_2 \underline{I}_2 \\
 \underline{U}_s &= \underline{E}_1 + R_1 \underline{I}_1 + jX_1 \underline{I}_1 \\
 I_\phi &= \frac{E_1}{X_\phi} \\
 I_{fe} &= \frac{E_1}{R_{fe}} \\
 P_{fe} &= E_1 I_{fe} = R_{fe} I_{fe}^2
 \end{aligned}
 \tag{II.12}$$

On obtient ainsi le circuit suivant :

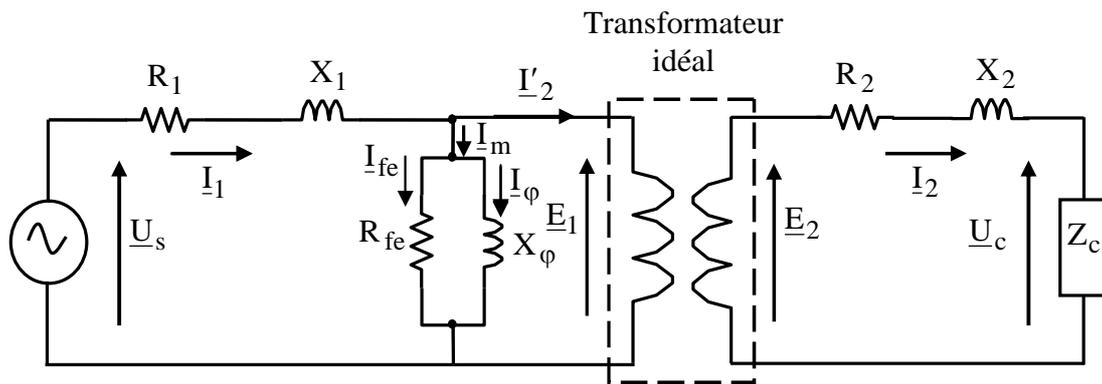


Figure II.7 : Circuit équivalent du transformateur réel avec des éléments discrets [14].

En raison de l'équilibre magnétique et de la conservation de l'énergie, on peut poser la relation suivante :

$$E_1 I_2' = E_2 I_2 = k I_2' E_2
 \tag{II.13}$$

Dans la relation précédente, le facteur k se nomme rapport de transformation et se définit comme suit :

$$k = \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_2'}
 \tag{II.14}$$

$N_1$  et  $N_2$  : Le nombre de spires dans le primaire et dans le secondaire respectivement.

➤ Circuit équivalent simplifié

On pose :

$$R_{\text{éq}} = R_1 + R_2 \tag{II.15}$$

$$X_{\text{éq}} = X_1 + X_2$$

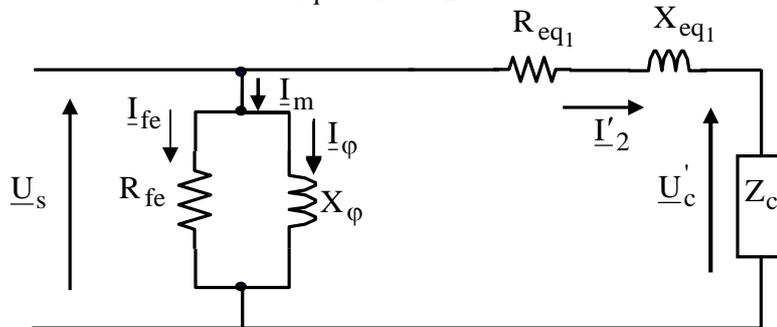


Figure II.8 : Modèle simplifié d'un transformateur [14].

En supposant que le transformateur ne fonctionne pas en saturation, La Cigre [29] a proposé plusieurs représentations pour remplacer l'inductance de fuite en régime harmonique, comme suit :

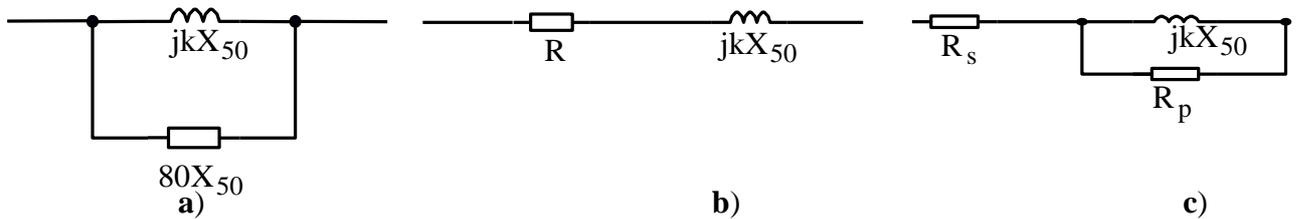


Figure II.9 : Différentes représentation d'un transformateur en régime harmonique données par la Cigre [29].

Avec :

$X_{50}$  : Réactance de fuite à 50Hz ;

$j$  : Le rapport des pertes par hystérésis aux pertes par courants de Foucault ;

$$R = 0.1026hkX_{50}(j + k)$$

$$h = \frac{1}{j+1}$$

$h$  : Nombre total d'harmoniques ;

$k$  : Le rang harmonique.

Dans la **Figure II.9.c**, les résistances en série  $R_s$  et en parallèle  $R_p$  sont constantes quelles que soit la fréquence et leurs valeurs sont estimées selon les limites suivantes :

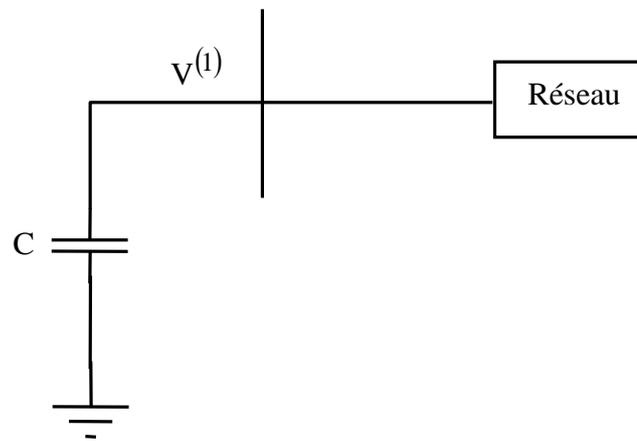
$$90 < \frac{U_N^2}{S_N \cdot R_s} < 110 \quad \text{et} \quad 13 < \frac{S_N \cdot R_p}{U_N^2} < 30$$

$U_N$  : Tension nominale ;

$S_N$  : Puissance nominale du transformateur.

### II.1.5. Modélisation des condensateurs

Les condensateurs sont représentés par leurs capacités  $C$  déduites à partir de la valeur de la puissance réactive qu'ils fournissent à une fréquence de 50Hz. La capacité est insérée entre leur point de raccordement au réseau et le point origine des tensions.



**Figure II.10** : Modélisation de condensateur en régime harmonique.

$$C = \frac{Q_c}{[V^{(1)}]^2 \omega_0}$$

$V^{(1)}$  : Sont donnés à la fréquence fondamentale.

### II.1.6. Modélisation de la machine asynchrone

La principale caractéristique du moteur asynchrone triphasé réside dans le fait que seuls les enroulements du stator, partie fixe ou stationnaire et équivalent au primaire d'un transformateur, sont alimentés par une source de tension triphasée. Le courant dans les conducteurs du rotor, partie tournante du moteur et équivalent au secondaire du transformateur, résulte d'une induction électromagnétique.

On peut donc considérer la machine asynchrone comme un transformateur dont le secondaire tourne et dans lequel l'énergie électrique est convertie en énergie mécanique [14].

➤ Circuit équivalent

Le circuit équivalent d'une machine asynchrone comporte deux parties :

- La première, du côté du stator, tient compte de la résistance des enroulements, du flux de fuite, des pertes dans le circuit magnétique et du courant de magnétisation (**Figure II.11**) ;
- La seconde, du côté du rotor, représente la résistance des conducteurs et les flux de fuite (**Figure II.12**).

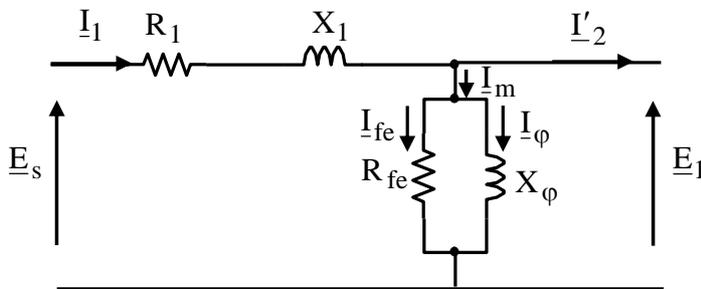


Figure II.11 : Circuit équivalent du stator [14].

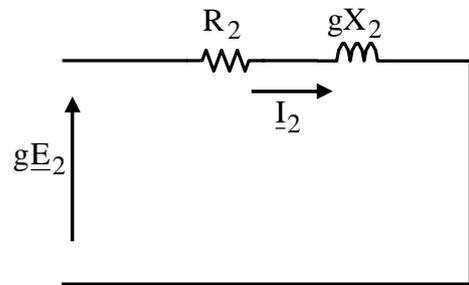


Figure II.12 : Circuit équivalent du rotor [14].

Si on divise le numérateur et le dénominateur de la relation du courant  $I_2 = \frac{E_2}{R_2 + jX_2}$  par le

glissement  $g = \frac{\omega_s - \omega}{\omega_s}$  ; on obtient

$$I_2 = \frac{g \cdot E_2}{R_2 + jg \cdot X_2} = \frac{E_2}{\frac{R_2}{g} + jX_2} \tag{II.16}$$

Avec :

$\omega_s$  : La vitesse synchrone (rad/s) ;

$\omega$  : La vitesse du rotor (rad /s).

Comme pour le transformateur, on peut poser :

$$E'_2 = aE_2 ; R'_2 = a^2R_2 ; I'_2 = \frac{I_2}{a} ; X'_2 = a^2X_2$$

D'où le courant rotorique vu du stator est :

$$I_2' = \frac{E_1}{\frac{R_2'}{g} + jX_2'} \tag{II.17}$$

Donc le schéma équivalent du rotor devient comme suit :

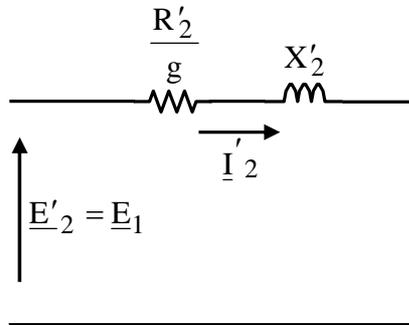


Figure II.13 : Circuit équivalent du rotor vu du stator.

On peut alors raccorder le circuit équivalent du stator et celui du rotor. La Figure II.14 montre le circuit équivalent pour une phase.

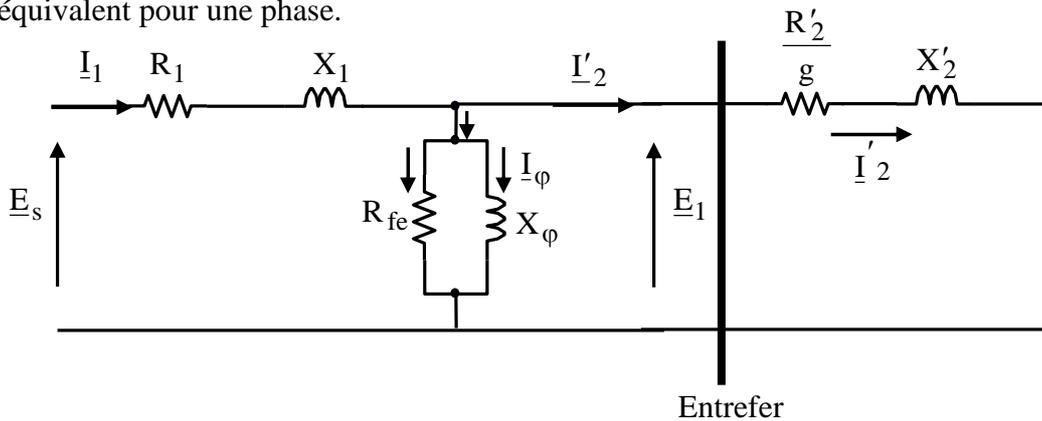
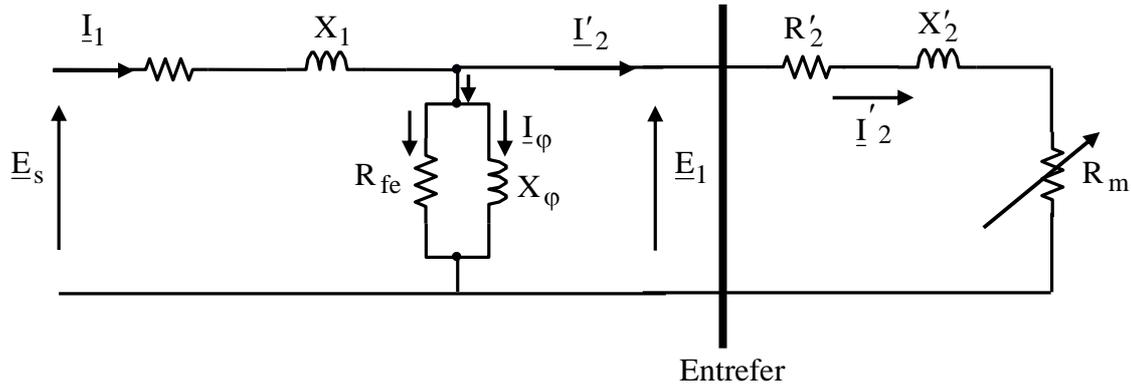


Figure II.14 : Circuit équivalent pour la machine asynchrone.

La différence entre  $\frac{R_2'}{g}$  vue par le stator et la résistance  $R_2'$  du rotor correspond à la résistance mécanique  $R_m$ . Cette résistance tient compte de l'importance de la charge mécanique à entraîner puisqu'elle est fonction du glissement :

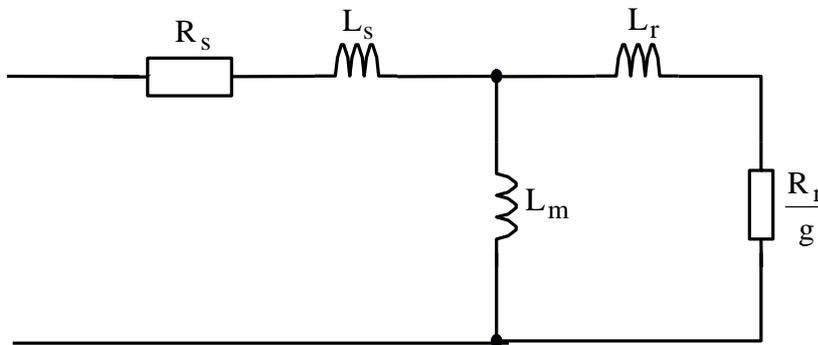
$$R_m = \frac{R_2'}{g} - R_2' = R_2' \left( \frac{1-g}{g} \right) \tag{II.18}$$

Le circuit équivalent est donné par la (Figure II.15)



**Figure II.15 :** Circuit équivalent qui représente séparément la résistance des barres et celle qui représente la charge mécanique pour la machine asynchrone.

On peut obtenir un modèle classique pour la machine asynchrone suivant la **Figure II.16**



**Figure II.16 :** Le modèle classique de la machine asynchrone.

$R_s$  et  $L_s$  : Résistance et inductance statorique ;

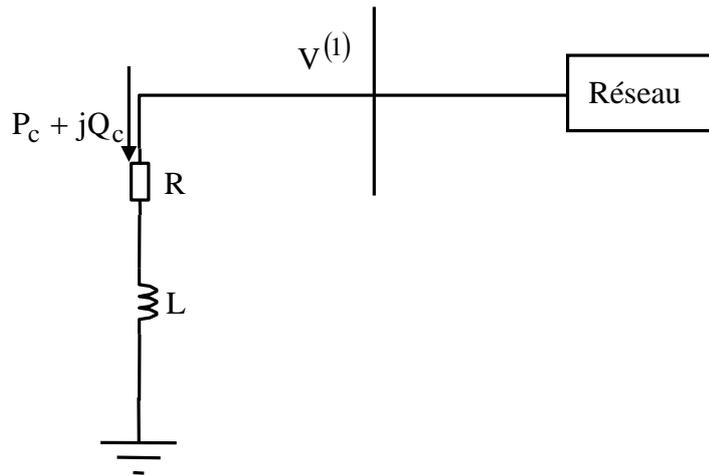
$R_r$  et  $L_r$  : Résistance et inductance rotorique ;

$L_m$  : Inductance de magnétisation.

**Remarque**

La présence de l'entrefer explique qu'un moteur requière un courant d'excitation beaucoup plus élevé que celui requis par un transformateur. Ce courant atteint 25 à 40% du courant nominal comparativement à seulement 2 à 5% pour un transformateur. En raison de la distribution des enroulements, il en est de même pour le flux de fuites auquel correspond la réactance.

Le modèle équivalent en régime harmonique est représenté par la **Figure II.17**



**Figure II.17 :** Modèle de la machine asynchrone en régime harmonique [12] [34].

Où :

La résistance  $R$  et l'inductance  $L$  sont déterminées par l'équation (II.19) :

$$V^{(1)} \left[ \frac{V^{(1)}}{R + jL\omega_0} \right] = P_c + jQ_c \quad (\text{II.19})$$

## II.2. Modélisation des éléments non linéaires

Les sources harmoniques considérées proviennent des convertisseurs statiques triphasés utilisés dans les liaisons à haute tension et des compensateurs statiques comportant des inductances contrôlées par thyristors.

### II.2.1. Modélisation du pont de Graëtz

Le redresseur en pont de Graëtz constitue l'un des montages de l'électronique de puissance les plus utilisés dans le secteur industriel.

Il est constitué comme l'une des principales sources des harmoniques dans le réseau électrique. En effet le courant qu'il absorbe présente une forme d'onde presque carrée.

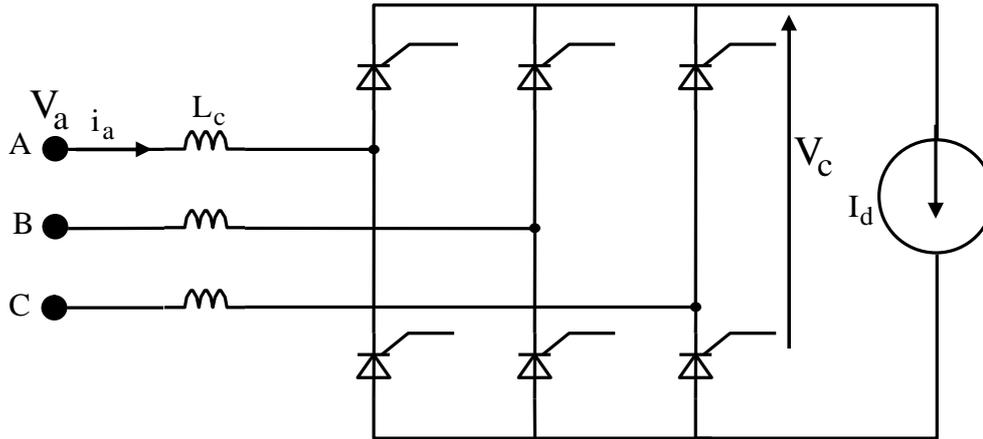


Figure II.18 : Montage en pont de Graëtz.

Le convertisseur est connecté au réseau à travers un transformateur dont l'inductance de fuite est  $L_c$ .

Les connexions du transformateur triphasé (Y-Y, Y-D, etc.) sont prises en compte par des rapports de transformation complexes avec des déphasages de,  $-30^\circ$ ,  $0$  et  $30^\circ$  en fonction du rang harmonique considéré.

Etant donné que les formes d'ondes de courant absorbées par le convertisseur présentent une symétrie de glissement, et que le transformateur à couplage Y-D élimine les harmoniques à séquence homopolaire, alors, seulement les harmoniques caractéristiques de la forme suivante:  $k = 6q \pm 1$ , sont considérés avec  $q$  un entier positif.

Deux paramètres importants du convertisseur sont considérés :

1. L'angle de retard à l'amorçage  $\alpha$ , qui est contrôlable ;
2. L'angle d'empiétement  $\mu$ , qui est déterminé par le point de fonctionnement du convertisseur et les variables du réseau.

Plusieurs modèles importants du convertisseur sont disponibles [10] [35] [36] avec différents degrés d'approximation.

En utilisant une analyse similaire à celle de Kimbark [10] on peut montrer que la tension moyenne redressée vaut :

$$V_d = V_{d2} - \Delta V \quad (\text{II.20})$$

$V_{d2}$  : Tension moyenne redressée quand  $\mu = 0$  et  $\alpha \neq 0$  ;

$$N \quad V_{d2} = \frac{6}{\pi} \sum_{k=1}^n \frac{V_k}{k} \sin\left(\frac{\pi}{3} \delta_k\right) \left[ \sin\left\{k(\phi_2 + \alpha) + \theta_k - \frac{\pi}{3} \delta_k\right\} - \sin\left\{k(\phi_1 + \alpha) + \theta_k - \frac{\pi}{3} \delta_k\right\} \right] \quad (II.21)$$

$\Delta V$  : La chute de tension due au phénomène de l'empiétement durant la commutation.

$$N \quad \Delta V = \frac{3}{\pi} \sum_{k=1}^n \frac{V_k}{k} \sin\left(\frac{\pi}{3} \delta_k\right) \left[ \sin\left\{k(\phi_1 + \alpha) + \theta_k + \frac{\pi}{3} \delta_k\right\} - \sin\left\{k(\phi_1 + \alpha + \mu) + \theta_k + \frac{\pi}{3} \delta_k\right\} \right] \quad (II.22)$$

$\phi_1$  : L'angle à partir duquel la tension  $V_a$  commence à devenir supérieure à  $V_c$  dans le convertisseur en pont de Graëtz ;

$k$  : Rang de l'harmonique ;

$$\phi_2 = \phi_1 + \frac{\pi}{3} ;$$

$$\delta_k = \pm 1 ;$$

$\theta_k$  : Phase de la tension harmonique de rang  $k$  dans le convertisseur en pont de Graëtz.

• **Détermination de l'évolution du courant de phase à l'entrée du convertisseur  $i_a(t)$**

L'évolution du courant de phase à l'entrée du convertisseur est donnée par :

$$N \quad \begin{aligned} i_a &= I_1 && \text{pour} && (\phi_1 + \alpha) \leq \omega t \leq (\phi_1 + \alpha + \mu) \\ i_a &= I_d && \text{pour} && (\phi_1 + \alpha + \mu) \leq \omega t \leq \left(\phi_1 + \alpha + \frac{2\pi}{3}\right) \\ i_a &= I_d - i && \text{pour} && \left(\phi_1 + \alpha + \frac{2\pi}{3}\right) \leq \omega t \leq \left(\phi_1 + \alpha + \frac{2\pi}{3} + \mu\right) \\ i_a &= 0 && \text{pour} && \left(\phi_1 + \alpha + \frac{2\pi}{3} + \mu\right) \leq \omega t \leq (\phi_1 + \alpha + \pi) \end{aligned} \quad (II.23)$$

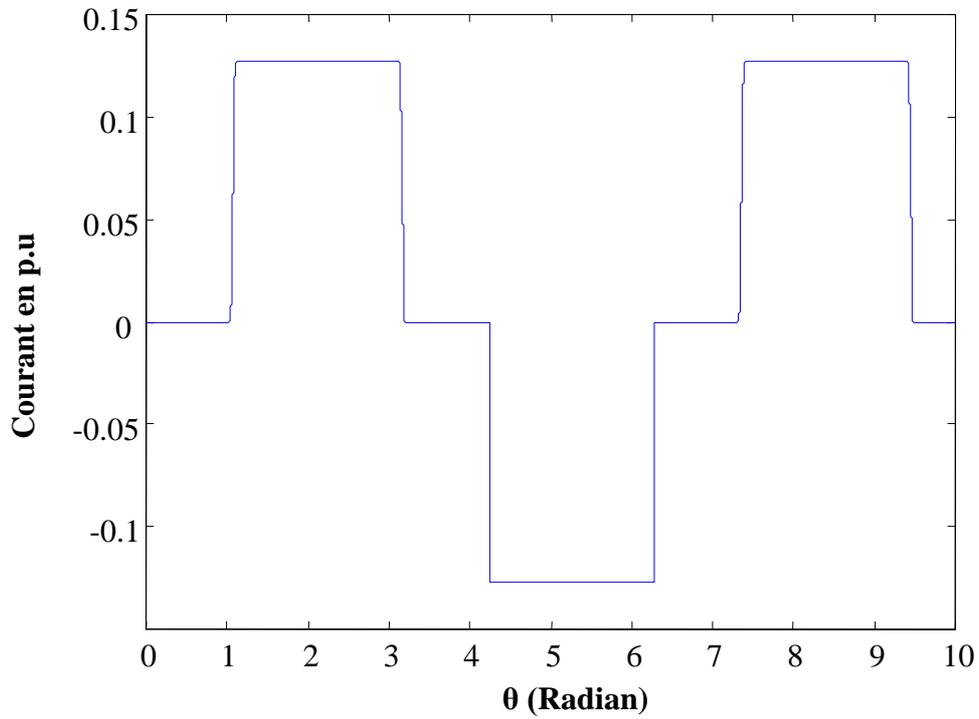
Avec :

$$I_d = \frac{\sqrt{3}}{2\omega L_c} \sum_{k=1}^n \frac{V_k}{k} \left[ \cos\left\{k(\phi_1 + \alpha + \mu) + \theta_k + \frac{\pi}{6} \delta_k + \frac{2\pi}{3} \delta_k\right\} - \cos\left\{k(\phi_1 + \alpha) + \theta_k + \frac{\pi}{6} \delta_k + \frac{2\pi}{3} \delta_k\right\} \right] \quad (II.24)$$

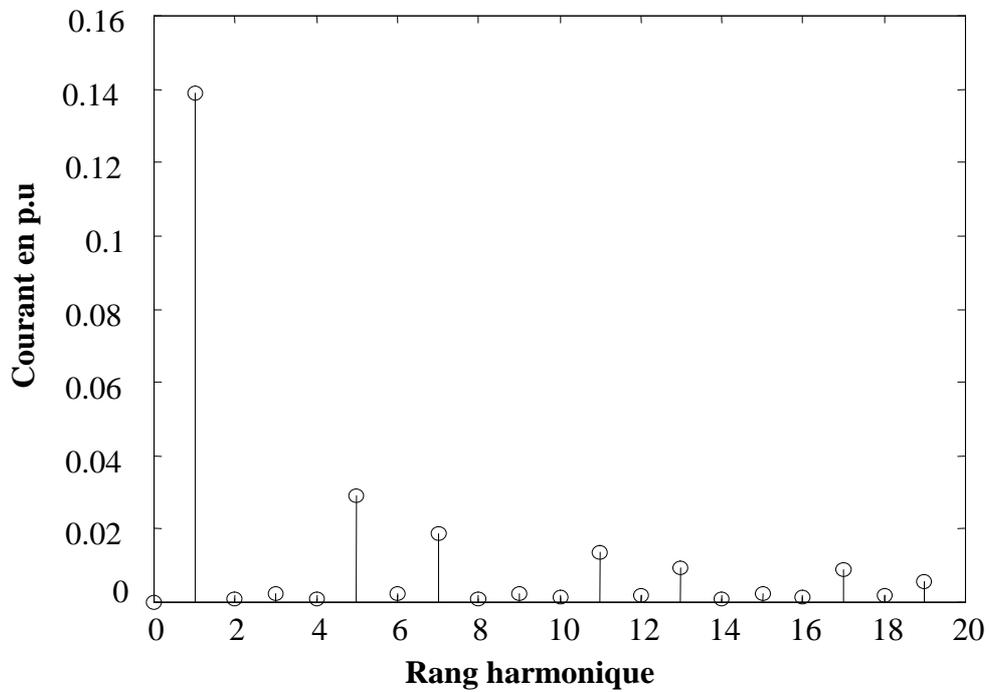
$$I_1 = \frac{\sqrt{3}}{2\omega L_c} \sum_{k=1}^n \frac{V_k}{k} \left[ \cos\left(k\omega t + \theta_k + \frac{\pi}{6} \delta_k + \frac{2\pi}{3} \delta_k\right) - \cos\left\{k(\phi_1 + \alpha) + \theta_k + \frac{\pi}{6} \delta_k + \frac{2\pi}{3} \delta_k\right\} \right] \quad (II.25)$$

$$i = I_1 \left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (II.26)$$

Une fois l'onde du courant absorbé par le convertisseur obtenue, son spectre harmonique est déterminé en utilisant la FFT (**Figures 19** et **Figure 20**)



**Figure II.19 :** Courant à l'entrée du convertisseur avec  $\alpha = 30^\circ$  et  $P=0.2$  p.u



**Figure II. 20 :** Représentation spectrale des courants harmoniques.

**Conclusion**

Le réseau électrique avec ses différents éléments connectés, apparaît comme un multipôle à  $n$  accès fermés sur une source de puissance apparente  $S$  lorsque la puissance active  $P$  et réactive  $Q$  sont données.

Les modèles mathématiques en régime harmonique sont donnés dans ce chapitre, comme suit ; chaque ligne par son schéma en «  $\pi$  » ou en « T », chaque transformateur par son schéma adéquat, la charge linéaire par sa méthode et le convertisseur par son modèle en fonction de ses paramètres. Ils permettront l'estimation des harmoniques sur un réseau électrique de distribution.

Les modèles présentés dans ce chapitre sont déterministes, ils sont choisis simples mais ils se prêtent facilement au traitement par harmonique. Cependant l'entrée en service des éléments modélisés dans ce chapitre n'est pas du tout déterministe mais revêt plutôt un caractère aléatoire, c'est pourquoi nous proposons dans le prochain chapitre une approche stochastique plus proche du fonctionnement réel de ces éléments.

***CHAPITRE III***

***MODELISATION STOCHASTIQUE***

## Introduction

Dans un réseau de distribution d'énergie électrique, les charges des appareils générateurs de courants harmoniques ont généralement un fonctionnement variable dans le temps [2].

Les courants harmoniques génèrent un comportement non prévisible. En effet un grand nombre de facteurs aléatoires, plus ou moins liés les uns des autres agissent sur la forme d'onde du courant et donc sur des harmoniques. Dans ce cas, l'utilisation d'une méthode déterministe ne serait pas très représentative pour une description des harmoniques réels. Face à ce type de problème, une approche stochastique semble bien adaptée à cette situation. C'est pourquoi les travaux basés sur une approche probabiliste se sont tout particulièrement intéressés à la question de la sommation des courants harmoniques. Ce problème se ramène au cas plus général, de la somme de plusieurs vecteurs aléatoires ou des mesures qui décrivent la fonction de densité de probabilité (FDP) sur les composantes réelles et imaginaires des courants harmoniques. Ces lois de répartition représentant le comportement du module et de la phase des injections harmoniques individuelles (chaque charge est prise séparément) sont obtenues expérimentalement par des mesures sur site.

L'exploitation de ces dernières permet de modéliser statistiquement les injections par des fonctions de densité de probabilité (FDP).

Dans ce chapitre, une classification des générateurs d'harmoniques, selon leur mode de fonctionnement et du changement d'état sont donnés en premier lieu. La classification peut également inclure les petites charges non linéaires qui ont été négligées conventionnellement. Basé sur un modèle linéaire, un procédé général est présenté pour trouver un modèle de l'injection de courants harmoniques qui est partiellement déterministe et partiellement aléatoire, pour un réseau ayant les charges non linéaires de différentes catégories.

### III.1. Classification des charges non linéaires

En général, un réseau de distribution de l'énergie électrique est connecté à des charges non-linéaires de différents types de non linéarité, de nombre et de modes opérationnels.

Certaines charges, une fois alimentées, fonctionnent en continu (les lampes fluorescentes), d'autres varient lentement et d'une manière déterministe avec le temps (chargeurs de batteries), alors que le reste est de nature non déterministe (fours à arc) [37].

Pour chaque type de charges non-linéaires, une fois que les données statistiques des variables aléatoires (paramètres régissant les modes opératoires, les changements l'état des charges non-linéaires) sont connues, on peut déterminer leur densité de probabilité ou fonction de distribution (FDP).

Ces fonctions de densité de probabilité (FDP) sont généralement dépendantes du temps jour (ou semaine). Donc, on suggère de diviser le cycle quotidien (ou hebdomadaire) en nombre finis d'intervalles dont les durées peuvent être de l'ordre de la seconde, de la minute ou même de l'heure.

### Remarque

Les intervalles de temps  $[t_i, t_{i+1}]$ ;  $i=1, 2, \dots$ , ne peuvent pas être égaux et doivent être suffisamment petits pour considérer les FDP invariantes durant chaque intervalle [37].

Les charges non linéaires telles que définies injectant dans le réseau, dans chaque intervalle de temps, des courants harmoniques peuvent être groupés en quatre catégories [37] [38] [39] :

1. Nombre déterministe (constant) de courants déterministes (constants) (NDCCD) ;
2. Nombre aléatoire de courants constants (NACC) ;
3. Nombre constant de courants aléatoires (NCCA) ;
4. Nombre aléatoire de courants aléatoires (NACA).

### III.2. Hypothèses sur la fonction de la densité de la probabilité (FDP)

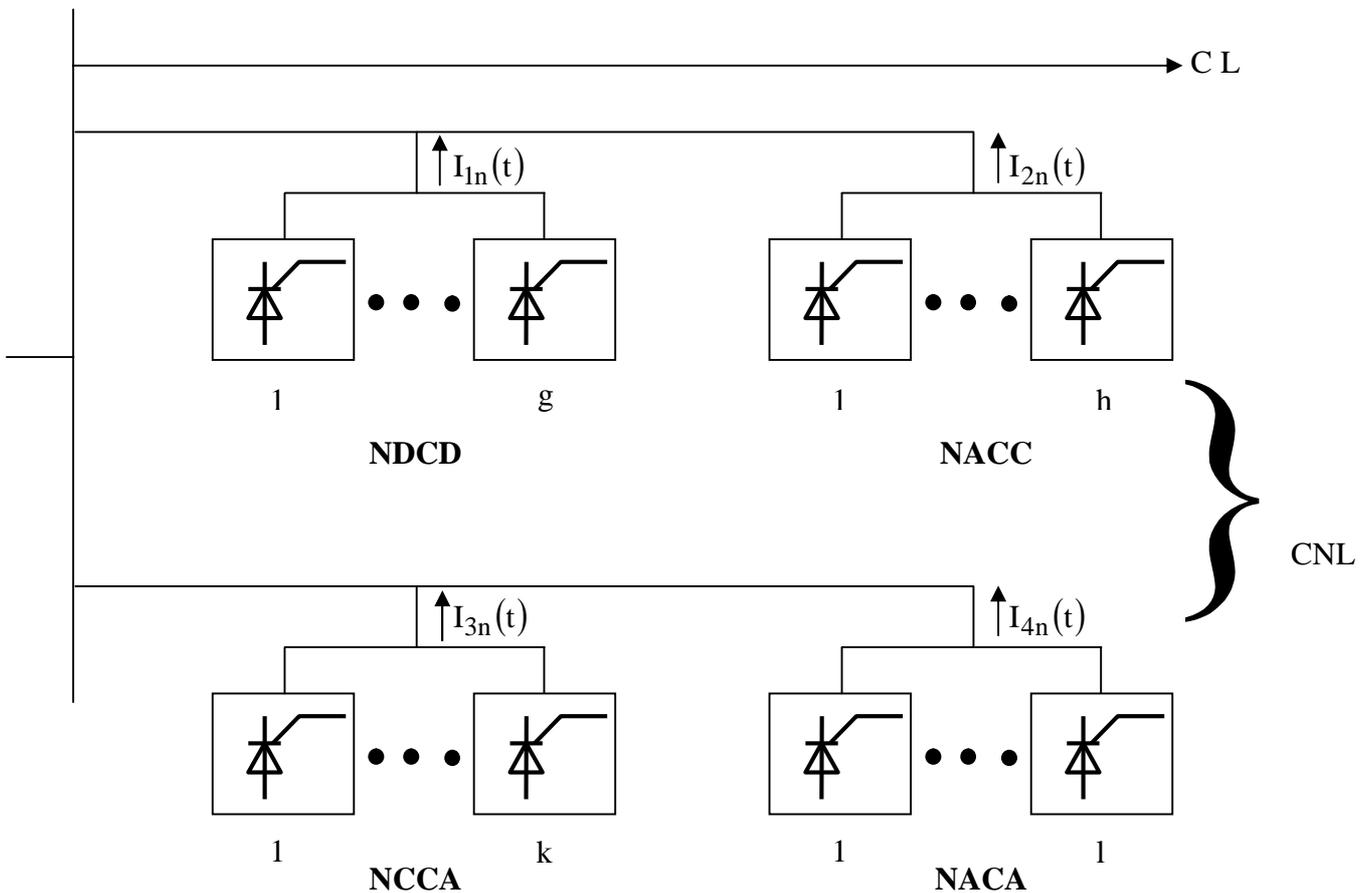
Avant de construire un modèle déterministe et un autre stochastique de l'injection des courants harmoniques, un certain nombre d'hypothèses simplificatrices sont exigées [37]:

1. Les charges non linéaires varient indépendamment les unes des autres ;
2. Les caractéristiques probabilistes de la variation aléatoire des charges non-linéaires sont connues, par exemple : à partir des données statistiques;
3. Dans la quatrième catégorie « nombre aléatoire de courants aléatoires », NACA. Le taux de changement des états des charges non linéaires est bas devant le changement de mode opératoire de la charge non linéaire.

4. Les impédances de ligne reliant les charges non-linéaires sont négligeables et la configuration des lignes de distribution et des charges linéaires est supposée invariante par rapport au temps;
5. Le système de la distribution est supposé équilibré, cela réduit l'étude à une phase ;
6. Le système fonctionne en régime permanent (les modes opératoires des charges non linéaires varient tellement lentement que les transitoires électriques peuvent être négligés).

**II.3. Modèle stochastique**

La figure ci-dessous donne un schéma synoptique d'un réseau de la distribution où les charges non linéaires (CNL) sont numérotées dans chaque catégorie.



**Figure III.1 : Composition du réseau [37].**

**Remarque**

Les charges linéaires (CL) en haut de la figure peuvent inclure des capacités de compensation du facteur de puissance.

Le courant harmonique total injecté d'ordre  $n^{i\grave{e}me}$  est donné par :

$$I_n(t) = I_{1n}(t) + I_{2n}(t) + I_{3n}(t) + I_{4n}(t) \tag{III.1}$$

Avec :

$$I_{1n}(t) = \sum_{m=1}^g I_{1nm}(t) \tag{III.2}$$

$$I_{2n}(t) = \sum_{m \in S_h} I_{2nm}(t) \tag{III.3}$$

$$I_{3n}(t) = \sum_{m=1}^k I_{3nm}(t) \tag{III.4}$$

$$I_{4n}(t) = \sum_{m \in S_1} I_{4nm}(t) \tag{III.5}$$

Où :

$I_{inm}(t)$  : Le  $n^{i\grave{e}me}$  harmonique de courant injecté par la charge de numéro « i » dont la non linéarité est de catégorie « m » ;

m : Indice de la charge non linéaire ;

g, k : Nombre de sources de courant harmonique ;

$S_h$  et  $S_1$  : Seront définis ultérieurement ;

1, 2, 3 et 4 : Désignent respectivement la 1<sup>ère</sup>, 2<sup>ème</sup>, 3<sup>ème</sup> et 4<sup>ème</sup> catégorie ;

n : Rang harmonique.

L'équation (III.1) montre que le  $n^{ème}$  courant harmonique injecté est composé de quatre composantes et seule la première composante  $I_{1n}(t)$  définie dans l'équation (III.2) est de nature déterministe, l'aspect stochastique s'applique aux trois termes restants définis dans les équations (III.3), (III.4) et (III.5).

La figure (Figure III.2) montre le schéma simplifié de la partie non linéaire de la Figure III.1 pour  $I_n(t)$  et les différentes composantes.

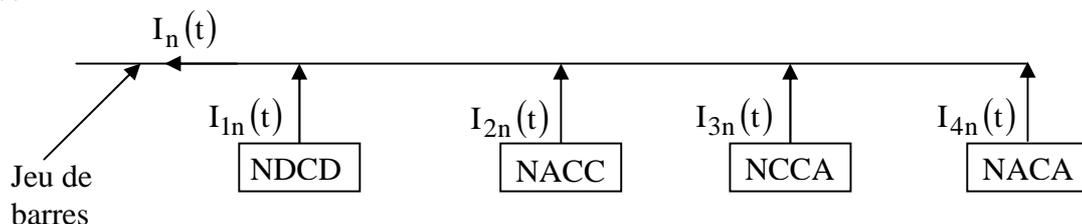


Figure III.2 : Schéma représentatif d'injection harmonique [38].

Un vecteur aléatoire bidimensionnel peut être décrit par une fonction de densité commune ou par les fonctions de densité marginales des parties réelle et imaginaire (projection x-y). La deuxième proposition est choisie dans ce chapitre car le produit de convolution peut être aisément appliqué pour l'obtention de la distribution de la somme des variables aléatoires.

De la ; la forme complexe du  $i^{\text{ème}}$  courant harmonique dépend du temps et s'écrit généralement comme suit :

$$I_{\text{inm}} = X_{\text{inm}} + jY_{\text{inm}} \quad (\text{III.6})$$

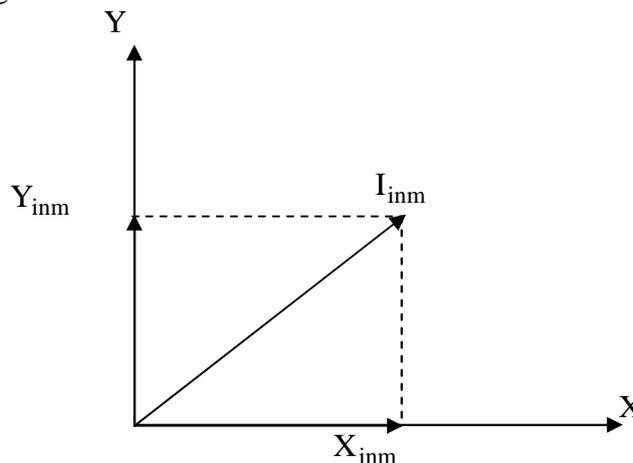
Avec :

$I_{\text{inm}}$  : Vecteur courant ;

$X_{\text{inm}}$  : Projection réelle de  $I_{\text{inm}}$  ;

$Y_{\text{inm}}$  : Projection imaginaire de  $I_{\text{inm}}$  .

La représentation vectorielle du courant  $I_{\text{inm}}$  et de ses deux projections, réelle  $X_{\text{inm}}$  et imaginaire  $Y_{\text{inm}}$  est donnée par la figure ci-dessous.



**Figure III.3 :** Présentation vectorielle de  $I_{\text{inm}}$  .

### Remarque

1- Dans ce qui suit, aussi bien la partie réelle  $X_{\text{inm}}$  que la partie imaginaire  $Y_{\text{inm}}$  de chaque courant harmonique dans un intervalle de temps, seront notées indifféremment par  $W_{\text{inm}}$  sauf indication contraire ;

2- Les caractéristiques probabilistes de chaque composante du courant seront trouvées séparément. La FDP du courant total sera déduite des fonctions de distribution des probabilités individuelles.

**II.3.1. FDP d'un nombre aléatoire de courant constant NACC**

Dans cette catégorie, tous les courants des charges non linéaires sont constants tandis que leurs nombres de sources varient aléatoirement (ensemble de redresseurs dont le nombre est variable et dont l'angle d'amorçage  $\alpha$  est constant pour chacun). L'espace de l'échantillon  $S_h$  est une collection de toutes les configurations possibles des charges non-linéaires dans cette catégorie c'est-à-dire :

$$S_h = \{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{h'}\} \tag{III.7}$$

Où :

$h' = 2^h$  si les  $h$  charges non linéaires (injecteurs) sont distinctes ;

$h' = h + 1$  si les  $h$  charges non linéaires sont identiques ;

$\tau_j, j = 1, 2, \dots, h'$  : Désignent un certain état des interrupteurs de la charges non linéaires de la catégorie NACC.

La probabilité liée à chaque état de configuration  $\tau_j$  est notée :

$$P(\tau_j) = p\tau_j \tag{III.8}$$

Où :

$j = 1, 2, \dots, h'$

Les variables aléatoires  $X_{2n}$  et  $Y_{2n}$  peuvent être définies sur l'espace de probabilité  $S_h$  de tout les états de configuration des charges non linéaires, respectivement, et associent les parties réelles et imaginaires du courant harmonique résultant à chaque  $\tau_j$ .

$$\begin{cases} X_{2n}(\tau_j) = x_j \\ Y_{2n}(\tau_j) = y_j \end{cases} \quad j = 1, 2, \dots, h' \tag{III.9}$$

Ou bien :

$$W(\tau_j) = w_j \quad W = (X, Y) \quad w = (x, y) \tag{III.10}$$

Où  $w$  et la somme des parties réelle ou imaginaire du  $n^{\text{ème}}$  courant harmonique produit par la partie non linéaire qui est indiquée par  $\tau_j$ .

La FDP des projections de (x et y) du courant  $I_{2n}(t)$  donné dans l'équation (III.3) associée à chacune de ces projections sera :

$$\begin{cases} P_{x_{2n}} = p\tau_j \\ P_{y_{2n}} = p\tau_j \end{cases} \quad j = 1, 2, \dots, h' \quad \text{(III.11)}$$

Ou bien :

$$P_{w_{2n}} = p\tau_j \quad j = 1, 2, \dots, h' \quad \text{(III.12)}$$

Le schéma représentatif de la résultante d'un état de configuration pour la catégorie NACC est donné par la figure ci-dessous.

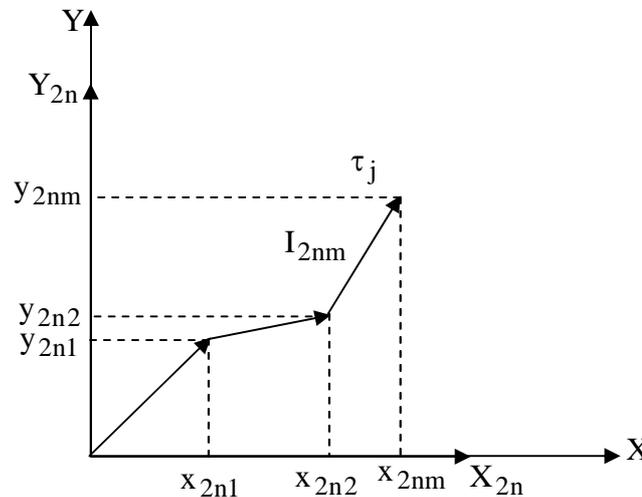


Figure III.4 : Projection résultante d'un état de configuration.

### II.3.2. FDP d'un nombre constant de courants aléatoires NCCA

Dans cette catégorie le nombre de sources « k » de courants harmoniques est constant, alors que les courants harmoniques varient d'une façon aléatoire, (nombre constant de redresseurs avec un angle d'amorçage  $\alpha$  aléatoirement variable). Soit  $\alpha_i$ , tel que  $i = 1, 2, \dots, k$ , représente le paramètre variable régissant le mode d'exploitation aléatoire. La fonction de distribution de probabilité FDP de  $\alpha_i$  est  $P_{\alpha_i}(\alpha)$  est-à-dire  $FDP(\alpha_i) = P_{\alpha_i}(\alpha)$  pour chaque charge non linéaire de cette catégorie.

Si les projections réelle X et imaginaire Y d'un courant harmonique sont des fonctions de distribution de probabilité, les paramètres variables peuvent généralement être déduit par :

$$\begin{cases} X_{3nm} = F_{3nm}(\alpha_i) \\ Y_{3nm} = G_{3nm}(\alpha_i) \end{cases} \quad (\text{III.13})$$

Où :

$$W_{3nm} = H_{3nm}(\alpha_i) \quad (\text{III.14})$$

Les FDP de  $X_{3nm}$  et  $Y_{3nm}$  sont données par :

$$\begin{cases} PX_{3nm} = P\alpha_m \left[ F_{3nm}^{-1}(X) \right] \left| dF_{3nm}^{-1}(X) / dX \right| \\ PY_{3nm} = P\alpha_m \left[ G_{3nm}^{-1}(Y) \right] \left| dG_{3nm}^{-1}(Y) / dY \right| \end{cases} \quad (\text{III.15})$$

Ou bien :

$$PW_{3nm}(W) = P\alpha_i \left\{ H^{-1}(W) \right\} \left| dH_{3nm}^{-1}(W) / dW \right|, \quad (W, H) = (X, F), (Y, G) \quad (\text{III.16})$$

Où

$F^{-1}, G^{-1}$  et  $H^{-1}$  : Représente respectivement les fonctions inverses de  $F, G$  et  $H$

L'équation (III.15) s'applique uniquement quand  $F_{3nm}$  et  $G_{3nm}$  sont strictement monotones. Si ce n'est pas le cas, l'équation précédente peut continuer à s'appliquer à tous les intervalles de  $\alpha_i$  où  $F_{3nm}$  et  $G_{3nm}$  sont strictement monotones. Les FDP dans ces intervalles individuels sont alors ajoutées aux valeurs de  $X_{3nm}$  et  $Y_{3nm}$ .

Vu que  $I_{3n} = \sum_{m=1}^k I_{3nm}$  et que les courants  $I_{3nm}, m = 1, 2, \dots, k$ , sont supposés indépendants

Donc :

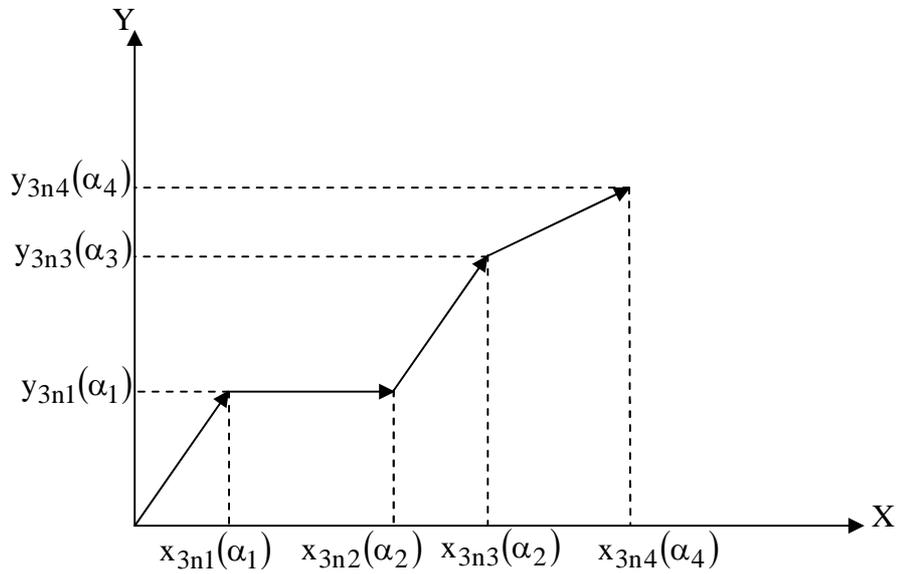
$$\begin{cases} PX_{3n} = PX_{3n1} * PX_{3n2} * \dots * PX_{3nk} \\ PY_{3n} = PY_{3n1} * PY_{3n2} * \dots * PY_{3nk} \end{cases} \quad (\text{III.17})$$

(\*) : Produit de convolution

Ou bien :

$$PW_{3n} = PW_{3n1} * PW_{3n2} * \dots * PW_{3nk} \quad (\text{III.18})$$

Les schémas représentatifs d'un mode de fonctionnement d'une charge non linéaire pour la catégorie NCCA est représenté par la figure (Figure III.5).



**Figure III.5 :** Schéma représentatif d'un mode de fonctionnement d'une charge non linéaire pour la catégorie NCCA.

La moyenne  $\mu$  et la variance  $\sigma^2$  de la distribution résultante de l'équation (III.17) peuvent être calculées comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_{X_{3n}} = \sum_{m=1}^k \mu_{X_{3nm}} \\ \mu_{Y_{3n}} = \sum_{m=1}^k \mu_{Y_{3nm}} \end{array} \right. \quad \text{(III.19)}$$

Et

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma^2_{X_{3n}} = \sum_{m=1}^k \sigma^2_{X_{3nm}} \\ \sigma^2_{Y_{3n}} = \sum_{m=1}^k \sigma^2_{Y_{3nm}} \end{array} \right. \quad \text{(III.20)}$$

Où:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu w_{3n} = \sum_{m=1}^k \mu w_{3nm} \\ \sigma^2 w_{3n} = \sum_{m=1}^k \sigma^2 w_{3nm} \end{array} \right. \quad (\text{III.21})$$

Où  $\mu_{3nm}$  et  $\sigma_{3nm}^2$  représentent respectivement la moyenne et la variance de la projection du courant harmonique produit par le  $i^{\text{ème}}$  charge linéaire. ces paramètres sont définies par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu x_{3nm} = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot P x_{3nm}(x) dx \\ \mu y_{3nm} = \int_{-\infty}^{+\infty} y \cdot P y_{3nm}(y) dy \end{array} \right. \quad (\text{III.22})$$

Et

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma^2 x_{3nm} = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu x_{3nm})^2 P x_{3nm}(x) dx \\ \sigma^2 y_{3nm} = \int_{-\infty}^{+\infty} (y - \mu y_{3nm})^2 P y_{3nm}(y) dy \end{array} \right. \quad (\text{III.23})$$

Où :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu w_{3nm} = \int_{-\infty}^{+\infty} w \cdot P w_{3nm}(w) dw \\ \sigma^2 w_{3nm} = \int_{-\infty}^{+\infty} (w - \mu w_{3nm})^2 P w_{3nm}(w) dw \end{array} \right. \quad (\text{III.24})$$

Si les charges non-linéaires de cette catégorie sont distribuées identiquement et  $k$  est suffisamment grand, le théorème de la limite centrale [ANNEXE I] suggère que  $P x_{3n}(x)$  et  $P y_{3n}(y)$  approchent une fonction de densité Gaussienne [37].

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{X_{3n}}(x) = \frac{1}{\sigma_{X_{3n}} \sqrt{2\pi k}} \exp \left\{ \frac{(x - k\mu_{X_{3n}})}{2k\sigma^2_{X_{3n}}} \right\} \\ P_{Y_{3n}}(y) = \frac{1}{\sigma_{Y_{3n}} \sqrt{2\pi k}} \exp \left\{ \frac{(y - k\mu_{Y_{3n}})}{2k\sigma^2_{Y_{3n}}} \right\} \end{array} \right. \quad (\text{III.25})$$

Si non

$$P_{W_{3nm}}(w) = \frac{1}{\sigma_{W_{3nm}} \sqrt{2\pi k}} \exp \left\{ \frac{(w - k\mu_{W_{3nm}})}{2k\sigma^2_{W_{3nm}}} \right\} \quad (\text{III.26})$$

### II.3.3. FDP d'un nombre aléatoire de courants aléatoires NACA

Dans cette dernière catégorie, le courant de l'équation (III-5) est  $I_{4nm}(t)$  où  $m=1, 2, \dots, l$ . L'état de configuration de charge non linéaire et le nombre de sources sont des variables aléatoires, (un ensemble de convertisseurs statiques où le nombre de ces derniers ainsi que leur angle d'amorçage  $\alpha$  sont variables aléatoirement). On procède de la même manière que la catégorie nombre constant de courants aléatoires NCCA, soit  $\beta_i$  la variable aléatoire de la  $i^{\text{ème}}$  charge non linéaire de cette catégorie dont la FDP est  $P\beta_i(\beta)$ .

La FDP de la partie réelle et la partie imaginaire du courant produit par la  $i^{\text{ème}}$  charge non linéaire est calculée de la même manière que pour la catégorie nombre constant de courants aléatoires NCCA par l'équation (III.15) et (III.16) où les indices inférieurs doivent être modifiés de  $3nm$  à  $4nm$  et  $\alpha_i$  par  $\beta_i$  pour se rapporter à la catégorie nombre aléatoire de courant aléatoire NACA.

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{X_{4nm}} = P\beta_m \left[ F_{4nm}^{-1}(X) \right] \left| dF_{4nm}^{-1}(X) / dX \right| \\ P_{Y_{4nm}} = P\beta_m \left[ G_{4nm}^{-1}(Y) \right] \left| dG_{4nm}^{-1}(Y) / dY \right| \end{array} \right. \quad (\text{III.27})$$

Ou bien :

$$P_{W_{4nm}}(W) = P\beta_m \left\{ H^{-1}(W) \right\} \left| dH_{4nm}^{-1}(W) / dW \right|, \quad (W, H) = (X, F), (Y, G) \quad (\text{III.28})$$

D'autre part, on pose un échantillon d'espace  $S_1$  pour toutes les configurations possibles des charges non-linéaires de la catégorie nombre aléatoire de courant aléatoire NACA comme dans le cas de la deuxième catégorie nombre aléatoire de courants constants NACC noté par :

$$S_1 = \{v_1, v_2, \dots, v_{l'}\} \tag{III.29}$$

$l' = 2^l$  Si toutes les  $l$  charges non linéaires (injecteurs) sont de type différent ;

$l' = l + 1$  Si toutes les  $l$  charges non linéaires sont identiques ;

$v_j, j = 1, 2, \dots, l'$  : Désignent un certain état de configuration des charges non linéaires de la catégorie NACA.

Les probabilités liées à chaque état de configuration est donné par :

$$P(v_j) = p_{v_j} \tag{III.30}$$

$$\begin{cases} P_{x_{4n}}(x) = p_{v_j} \\ P_{y_{4n}}(y) = p_{v_j} \end{cases} \quad j = 1, 2, \dots, l' \tag{III.31}$$

$$P_{w_{4nm}}(w_j) = p_{v_j} \quad j = 1, 2, \dots, l' \tag{III.32}$$

La vitesse de changement de l'état de configuration des charges est supposée lente par rapport à celle du changement de mode de fonctionnement.

La fonction de distribution de probabilité FDP résultante des projections réelle et imaginaire (suivant les axes X et Y respectivement) de tous les courants dans l'espace des états de configuration  $v_j$  est identique à la FDP résultante pour les charges non linéaires de la troisième catégorie « nombre constant de courants aléatoires NCCA » ramené à la quatrième catégorie :

$$\begin{cases} P_{X_{4n}} / v_j(x) = \frac{1}{\sigma_{X_{4nm}} \sqrt{2\pi k}} \exp \left\{ \frac{(x - k\mu_{X_{4nm}})}{2k\sigma^2 x_{4nm}} \right\} \\ P_{Y_{4n}} / v_j(y) = \frac{1}{\sigma_{Y_{4nm}} \sqrt{2\pi k}} \exp \left\{ \frac{(y - k\mu_{Y_{4nm}})}{2k\sigma^2 y_{4nm}} \right\} \end{cases} \quad (\text{III.33})$$

$$P_{W_{4nm}}(w) / v_j(w) = \frac{1}{\sigma_{W_{4nm}} \sqrt{2\pi k}} \exp \left\{ \frac{(w - k\mu_{W_{4nm}})}{2k\sigma^2 w_{4nm}} \right\} \quad (\text{III.34})$$

La FDP conditionnelle  $P_{W_{4nm}}(w)$  de la partie réelle et imaginaire du  $n^{\text{ème}}$  courant harmonique produit par la charge non-linéaire dans chaque état de configuration peut être calculée par (III.17) ou bien (III.18), ayant la FDP résultante des projections réelle suivant l'axe X et imaginaire selon l'axe Y de  $I_{4nm}$  comme suit :

$$\begin{cases} P_{X_{4n}}(x) = \sum_{j=1}^{l'} p_{v_j} \cdot P_{W_{4nm}}(x) \\ P_{Y_{4n}}(y) = \sum_{j=1}^{l'} p_{v_j} \cdot P_{W_{4nm}}(y) \end{cases} \quad (\text{III.35})$$

$$P_{W_{4nm}}(w) = \sum_{j=1}^{l'} p_{v_j} \cdot P_{W_{4nm}}(w) \quad (\text{III.36})$$

### II.3.4. FDP de la résultante des projections du $n^{\text{ème}}$ courant harmonique

Le  $n^{\text{ème}}$  courant harmonique total injecté est composé d'une partie déterministe et d'une partie aléatoire. La partie aléatoire elle-même est une somme des trois derniers termes dont les modèles probabilistes ont été déterminés.

En outre ; puisque ces termes sont considérés comme indépendants les uns des autres, les FDP des parties réelle et imaginaire du  $n^{\text{ème}}$  courant harmonique total est donné par :

$$\begin{cases} P_{X_n} = P_{X_{2n}} * P_{X_{3n}} * P_{X_{4n}} \\ P_{Y_n} = P_{Y_{2n}} * P_{Y_{3n}} * P_{Y_{4n}} \end{cases} \quad (\text{III.37})$$

$$Pw_n = Pw_{2n} * Pw_{3n} * Pw_{4n} \quad (\text{III.38})$$

Avec :

$Pw_n$  : FDP de la résultante des projections réelles et imaginaires du  $n^{\text{ème}}$  courant harmonique

$$w_{in} = x_{in} \text{ ou } y_{in} \quad i = 2, 3, 4$$

### II.3.5. FDP du module de la partie aléatoire du $n^{\text{ème}}$ courant harmonique

Comme nous l'avons vu dans l'équation précédente, le courant  $I_n$  est représenté par ses projections réelles et imaginaires (respectivement  $X_n$  et  $Y_n$ ), donc nous allons calculer son module  $|I_n|$  par le théorème appliqué à un triangle rectangle à savoir :

$$|I_n| = \sqrt{X_n^2 + Y_n^2} \quad (\text{III.39})$$

La FDP de  $|I_n|$  peut être calculée par les étapes suivantes :

1. On trouve la FDP de  $X_n^2$  et  $Y_n^2$  en utilisant la relation :

$$\begin{cases} P_{X_n^2}(X_n) = \frac{1}{2\sqrt{X_n}} \{P_{X_n}(\sqrt{X_n}) + P_{X_n}(-\sqrt{X_n})\} \\ P_{Y_n^2}(Y_n) = \frac{1}{2\sqrt{Y_n}} \{P_{Y_n}(\sqrt{Y_n}) + P_{Y_n}(-\sqrt{Y_n})\} \end{cases} \quad (\text{III.40})$$

$$P_{W_n^2}(W_n) = \frac{1}{2\sqrt{W_n}} \{P_{W_n}(\sqrt{W_n}) + P_{W_n}(-\sqrt{W_n})\} \quad W_n = (X_n; Y_n) \quad (\text{III.41})$$

2. En supposant que  $X_n$  et  $Y_n$  sont des variables aléatoires pratiquement indépendantes (qui est vrai pour un grand nombre des charges non-linéaires), nous obtenons la fonction de densité de probabilité FDP de  $X_n^2 + Y_n^2$  de :

$$P(X_n^2 + Y_n^2) = P_{X_n^2} * P_{Y_n^2} \quad (\text{III.42})$$

3. Finalement, observant que  $|I_n|$  et la fonction de racine carrée de  $X_n^2 + Y_n^2$ , la FDP de  $|I_n|$  et calculée en employant :

$$P|I_n| = 2|I_n| P\left(X_n^2 + Y_n^2\right) \left[ (I_n)^2 \right] \quad (\text{III.43})$$

L'expression de  $I_{1n}(t)$  en (III.2) et les FDP en (III.37) et (III.43) fournissent un modèle complet de l'injection du  $n^{\text{ème}}$  courant harmonique.

### Conclusion

Dans une approche stochastique, les charges non linéaires prises individuellement ou en groupe sont toujours représentées par des sources de courants harmoniques aléatoires. Ces dernières sont caractérisées par des lois de probabilités relatives soit aux amplitudes et aux phases soit aux composantes réelles et imaginaires des courants.

Dans ce chapitre, on a proposé plusieurs démarches pour obtenir la fonction de densité de probabilité (FDP) résultante, dont la fonction de probabilité conjointe des deux composantes, réelle  $X_n$  et imaginaire  $Y_n$  sont définies puis on détermine leurs FDP séparément ensuite leur somme algébrique et en final la racine carrée de la somme pour obtenir la FDP totale.

Les principaux aspects de l'approche stochastique des harmoniques ont ainsi été abordés d'un point de vue théorique. L'application de cette démarche sur des cas concrets de perturbateurs harmoniques va donc pouvoir être traitée dans le chapitre suivant.

***CHAPITRE IV***  
***METHODES***  
***DE CALCUL ET RESULTATS***

## Introduction

L'amplitude et l'angle de phase des courants harmoniques produits par les charges non linéaires changent selon les paramètres. Par conséquent, si les modes opérationnels des charges non linéaires reliées au système sont connus, on peut dériver la distribution des paramètres aléatoires des charges pour les quelles les fonctions de densité de probabilité (FDP) de l'injection harmoniques peuvent être déduites.

Quand un certain nombre de charges non linéaires sont reliées à un point commun, la distribution de probabilité sur la résultante des courants harmoniques peut être trouvée analytiquement ou par la simulation de Monte Carlo.

Chaque méthode a ses avantages et ses inconvénients. Dans la première méthode, plusieurs techniques différentes sont disponibles pour calculer l'intégrale de convolution en trouvant la distribution résultante, cette méthode exige relativement moins de temps de calcul mais peut introduire de grandes erreurs d'intégration dues aux FDP mal relevées (non distinguées) du courant harmonique aléatoire.

La méthode de simulation de Monte Carlo est simple, elle consiste à observer le comportement de nombre aléatoire qui simulent directement les processus du problème initial et à en tirer la solution. En outre, pratiquement n'importe quelle fonction de densité de probabilité peut être obtenue à partir de la distribution uniforme simple [38] [40] [41]. Cependant, le problème avec cette méthode est le temps de calcul relativement grand et l'espace mémoire exigé pour obtenir le résultat avec exactitude.

### IV.1. Méthodes de calcul

#### IV.1.1. La méthode analytique

Le chapitre précédent a proposé des expressions littérales des courants harmoniques. Supposons alors qu'un réseau électrique de distribution est lié à  $m$  charges non linéaires variables. Sachant que les composantes, réelle  $X_n$  et imaginaire  $Y_n$  de ces courants sont liées à un paramètre aléatoire commun  $\alpha_i, i = 1, 2, \dots, m$ , la fonction de distribution de probabilité (FDP) de  $\alpha_i$  est  $P_{\alpha_i}(\alpha)$  [2] [42], c'est-à-dire  $FDP(\alpha_i) = P_{\alpha_i}(\alpha)$  est appliquée par les composantes suivantes :

$$\begin{cases} X_n = \sum_{i=1}^m X_{in} \\ Y_n = \sum_{i=1}^m Y_{in} \end{cases} \quad (\text{IV.1})$$

Pour déterminer la fonction de densité de probabilité (FDP) de la résultante des courants, on considère que les variables aléatoires  $X_n$  et  $Y_n$  sont indépendantes les unes des autres.

Sachant que l'expression de la série de Fourier du  $n^{\text{ème}}$  courant harmonique est donnée par :

$$i_n(t) = X_n \cos(n\omega t) + Y_n \sin(n\omega t) \quad (\text{IV.2})$$

Alors l'équation du courant peut être réécrite en tant que :

$$i_n(t) = I_n \cos(n\omega t + \theta_n)$$

Avec :

$$\begin{cases} I_n = (X_n^2 + Y_n^2)^{1/2} \\ \theta_n = \arctg\left(\frac{Y_n}{X_n}\right) \end{cases} \quad (\text{IV.3})$$

La fonction de densité de probabilité conjointe est :

$$P(X_{in}, Y_{in}) = P(X_{in}) \cdot P(Y_{in}) \quad (\text{IV.4})$$

Avec  $P(X_{in})$  et  $P(Y_{in})$  sont des fonctions de densités de probabilités marginales.

Ainsi, la recherche des fonctions de probabilité de  $X_n$  et  $Y_n$  peut être décomposé en deux calculs identiques, l'un sur la composante réelle  $X_{in}$  et l'autre sur la composante imaginaire  $Y_{in}$ .

### Exemple

Supposons que l'on calcule la somme de deux vecteurs. Soient  $X_1$  et  $X_2$  les parties réelles de deux vecteurs aléatoires, de fonctions de densité de probabilité respectives  $P(X_1)$  et  $P(X_2)$ ,  $X$  est la partie réelle du vecteur somme, avec  $X = X_1 + X_2$ .

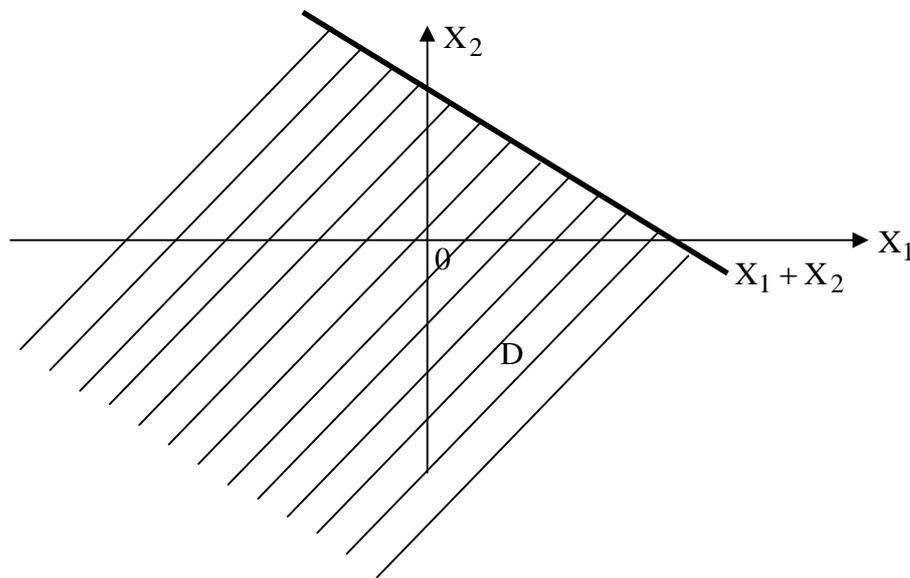
La loi de répartition de  $X$  est donnée par :

$$\begin{aligned}
 F_X(x) &= P(X < x) = P(X_1 + X_2 < x) \\
 &= \iint_D P(X_1, X_2) \cdot dX_1 \cdot dX_2
 \end{aligned}$$

Avec :

$P(X_1, X_2)$  : Fonction de densité de probabilité conjointe du système de variables aléatoires  $(X_1, X_2)$  ;

D : domaine d'intégration représenté par le demi-plan inférieur à la droite d'équation  $X = X_1 + X_2$



**Figure IV.I :** Le domaine d'intégration D

D'où :

$$F(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{X-X_1} P(X_1, X_2) \cdot dX_1 \cdot dX_2$$

Soit en dérivant

$$P(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(X_1, X - X_1) \cdot dX_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} P(X - X_2, X_2) \cdot dX_2$$

Les relations aléatoires  $X_1, X_2$  étant indépendantes par hypothèse, alors :

$$P(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(X_1) \cdot P(X - X_1) \cdot dX_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} P(X - X_2) \cdot P(X_2) \cdot dX_2$$

Cette relation traduit la convolution de deux fonctions. L'écriture de la relation précédente devient :

$$P(X) = P(X_1) * P(X_2)$$

\* : Notation symbolique du produit de convolution.

Cet exemple illustre le calcul pour la somme de deux vecteurs aléatoires. La démarche et les résultats peuvent être facilement généralisés à la somme de m vecteurs.

$$P(X) = P(X_1) * P(X_2) * \dots * P(X_m) \quad (\text{IV.5})$$

Comme cette méthode est basée sur l'intégration directe du produit de convolution de plusieurs composantes pour le calcul de  $P_i(X)$ ,  $i=1, 2, \dots, m$ , on doit trouver en premier lieu la transformée de Fourier pour chaque composante comme suit :

$$F_i(\alpha_i) = \int_{-\infty}^{+\infty} P_i(X) \cdot \exp(j\alpha_i X) dX \quad (\text{IV.6})$$

Les différentes FDP seront donc trouvées en calculant la transformée inverse de Fourier  $TF^{-1}$  comme suit :

$$P(X) = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \prod_{i=1}^m F_i(\alpha_i) \right] \cdot \exp(-j\alpha_i X) d\alpha_i \quad (\text{IV.7})$$

Ce calcul est répété pour la composante imaginaire Y. Ainsi, les fonctions de densité de probabilité des variables aléatoires X et Y sont déterminées.

#### IV.1.2. La méthode de simulation de Monté Carlo

A la différence des méthodes numériques déterministes, les méthodes de Monte Carlo sont (probabilistes ou stochastiques). La méthode de Monte Carlo (MMC), également connue sous le nom de méthode d'épreuves statistiques, est le mariage de deux branches principales de physique théorique :

- La théorie probabiliste, du processus aléatoire traitant le mouvement brownien ou aléatoire des expériences ;
- La théorie potentielle, qui étudie les états d'équilibre d'un milieu homogène [43].

La méthode de Monte Carlo résout approximativement des problèmes en utilisant un ordre des nombres aléatoires. Elle traite des problèmes mathématiques en trouvant un analogue (équivalent) probabiliste, puis on obtient des réponses approximatives à ce dernier par un certain procédé de prélèvement expérimental. La solution d'un problème par cette méthode est plus proche dans l'esprit aux expériences physiques que des techniques numériques classiques.

Le développement des techniques de Monte Carlo comme nous les employons actuellement sont datés de 1944 [44]. Le crédit du développement de la MMC va aux travaux d'un groupe de scientifiques, en particulier Von Neumann, Ulam et Metropolis, pendant la deuxième guerre mondiale sur les armes nucléaires (l'étude de la diffusion des neutrons dans un matériau fissile). Le fond du groupe de LOS ALAMOS a stimulé un penchant vaste de la littérature sur le sujet et a encouragé l'utilisation de la méthode de Monte Carlo pour une variété de problèmes [45, 46, 47].

Le nom « Monte Carlo » vient de la ville de MONACO, célèbre pour ses casinos des jeux de hasard.

Plusieurs chercheurs ont supposé ou bien discuté de diverses techniques pour produire des nombres aléatoires. Pour cela:

- Il nous faut donc établir une table de nombre aléatoires  $Y$  distribués selon des lois de probabilité  $g(Y)$  connue;
- Pour ce faire, on dispose d'une table de nombres aléatoires  $X$  distribués avec une probabilité  $p(X)$  ;
- Chaque tirage nous donnera une valeur particulière de  $X$ , puis essayer d'associer à toute valeur de  $X$  une valeur de  $Y$ , soit  $Y = f(X)$  telle que la variable  $Y$  soit distribuée avec une densité  $g(Y)$  ;
- Dans la majorité des cas, on dispose d'une suite de nombres aléatoires  $x$  uniformément répartis sur l'intervalle  $[0, 1]$

$$\begin{cases} p(X)=1 & \text{pour } 0 \leq X \leq 1 \\ p(X)=0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

- Sélectionner une valeur initiale  $x_0$  positive, puis produire le prochain nombre aléatoire  $x_{k+1} = g(x_k)$  ;
- Ces nombres seront indiqués par la lettre  $U$  ;

• Pour avoir des nombres aléatoires  $X$  uniformément distribués dans l'intervalle  $[a, b]$ ,  $a$  et  $b$  appartiennent à l'axe des abscisses, nous utilisons la relation :

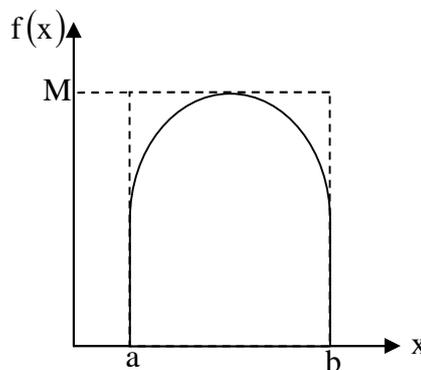
$$X = a + [b - a]U \quad (\text{IV.8})$$

• On trouve plusieurs techniques issues de la méthode de Monté Carlo [48] [49] [50] [51] pour calculer la fonction de densité de probabilité de la variable aléatoire  $X$  ; nous citons la méthode directe et la méthode du rejet :

1. **La méthode directe**, autrement connue comme la méthode de transformation inverse de la fonction de probabilité cumulative  $F(x) = \text{Prob}(X, x)$  liée à la variable aléatoire  $X$ . le fait que  $0 \leq F(x) \leq 1$  suggère intuitivement de produire une distribution uniformément aléatoire du nombre  $U(0,1)$ , pour établir un échantillon aléatoire  $X$  à partir de la distribution inverse de  $F(x)$  ainsi  $U = F(x)$ , on obtient :

$$X = F^{-1}(U) \quad (\text{IV.9})$$

2. **La méthode du rejet**, Parfois la fonction inverse  $F^{-1}$  de l'équation précédente n'existe pas ou elle est difficile à obtenir. Cette situation peut être contournée en utilisant la deuxième méthode (la méthode du rejet) comme le montre la (**Figure IV.2**):



**Figure IV.2** : la méthode du rejet utilisée pour produire le nombre aléatoire à partir de la densité de probabilité

⇒ En posant la fonction de densité de probabilité de la variable aléatoire  $X$  ;

⇒ En supposant  $f(x) = 0$  pour  $a > x > b$ , la fonction  $f(x)$  est liée par  $M$  (c'est-à-dire  $f(x) \leq M$ ), et de la nous produisons deux nombres aléatoires  $(U_1, U_2)$  dans l'intervalle  $(0,1)$ , alors :

$$\begin{cases} X_1 = a + (b - a)U_1 \\ \text{et} \\ f_1 = U_2 M \end{cases} \quad (\text{IV.10})$$

Si  $f_1 \leq f(X_1)$  pour les deux nombres aléatoires  $(U_1, U_2)$  et leurs distributions uniformes dans  $(a, b)$  et  $(0, M)$  respectivement, alors  $X_1$  est accepté comme choix de  $X$ , autrement  $X_1$  est rejeté et une nouvelle paire de  $(U_1, U_2)$  est à essayer de nouveau.

Ainsi dans la méthode du rejet tous les points tombant au dessus de  $f(x)$  sont rejetés, et que les points tombant au dessous de  $f(x)$  sont utilisés pour produire  $X_1$  :

$$X_1 = a + (b - a)U_1 \quad (\text{IV.11})$$

Dans notre cas, nous utilisons la première méthode (méthode directe), résumé comme suit [40] [41] [43] :

- Générer une matrice de variable aléatoire  $U(0,1)$  ;
- Calcul de  $F^{-1}$  (avec  $F$  fonction de densité de probabilité cumulative) ;
- Calcul de  $X = F^{-1}(U)$  ;
- Calcul de  $F(X)$

Dans ce qui suit, nous allons appliquer les deux méthodes exposées, à savoir la méthode analytique et la méthode de Monté Carlo sur un exemple de réseau électrique.

## IV.2. Application

Pour mettre en évidence le modèle exposé dans le chapitre précédent, nous allons traiter dans la présente application un exemple de simulation dont nous aurons à effectuer une analyse de la résultante des harmoniques 1, 5, 7 et 11 du courant injecté dans le réseau équilibré de distribution d'énergie électrique sur une période de 24 heures.

La valeur de crête, obtenue par une addition arithmétique des plus grandes valeurs des modules des courants générés par chaque charge non linéaire est de 55 Ampères [37] [52].

Les données du réseau sont exprimées en unité réduite (p.u) par rapport à une puissance de base donnée  $S_b = 40\text{KVA}$

Le diagramme unifilaire du réseau est donné par la figure suivante :

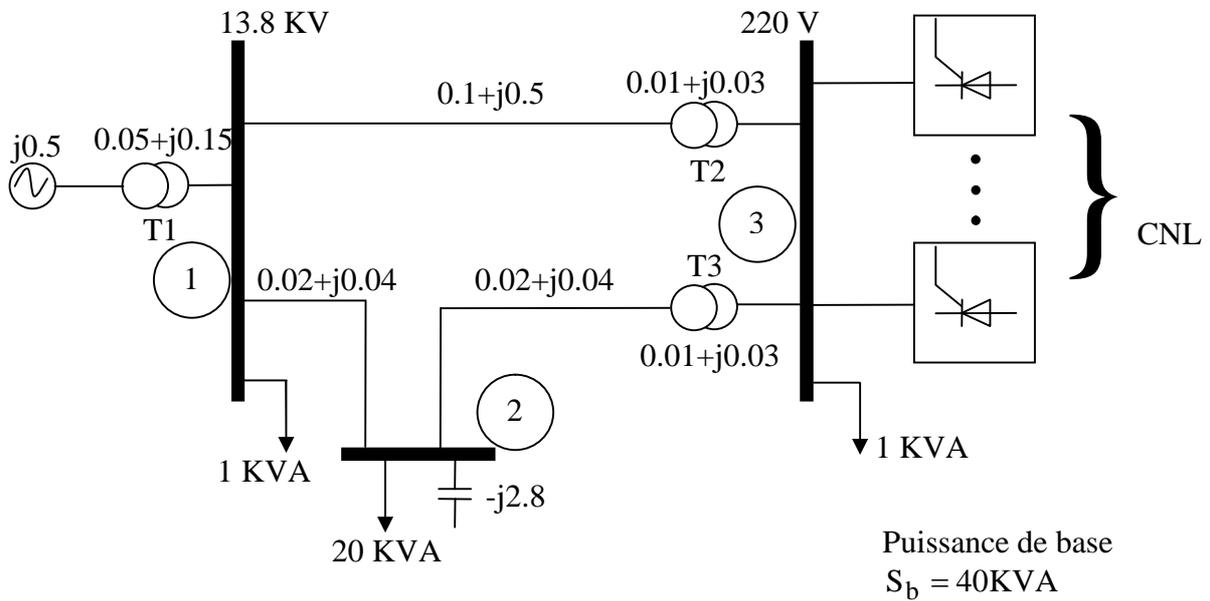


Figure IV.3 : Diagramme unifilaire du réseau [37] [38].

T1 : transformateur élévateur ;

T2 et T3 : transformateurs abaisseurs.

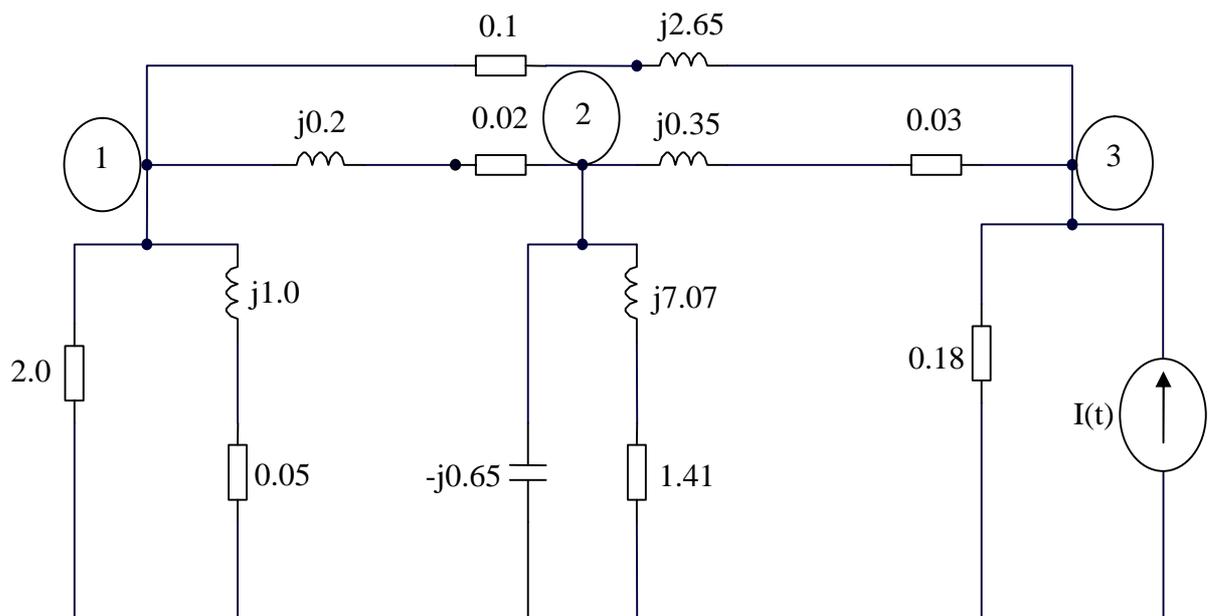


Figure IV.4 : Schéma équivalent du réseau [37] [38].

### IV.2.1. Données statistiques

Les charges non linéaires du nœud 3 sont une combinaison de toutes les catégories définies précédemment. Dans ce mémoire, nous allons supposer que les charges non linéaires de chaque catégorie sont identiques. Les données statistiques des charges non linéaires ne peuvent pas être typiquement réalistes, mais elles illustreront la technique générale développée qui reste le but assigné à cette étude.

Les données statistiques des charges non linéaires sont :

➤ **Nombre déterministe de courants déterministes NDCD**

Trois convertisseurs courant alternatif- courant continu (AC-DC) alimentés de 7 heures à 17 heures, chacun génèrent des harmoniques dont les amplitudes sont données par (**Tableau IV.1**) où le déphasage est nul (par rapport au zéro de la séquence positive du fondamental de la tension).

$I_n$	$I_1$	$I_5$	$I_7$	$I_{11}$	$I_{13}$	$I_{17}$	$I_{19}$
$(I_n / I_1) \%$	100	20	14	10	8	7	6
$I_n$ (A)	25	5	3.5	2.5	2	1.75	1.5

**Tableau IV.1 :** Amplitudes des courants harmoniques des convertisseurs AC-DC [16] [19].

En outre, Un chargeur de batterie électrique de véhicule est mis en marche à 00h, puis remplacé par un autre toute les 8 heures. Un chargeur de batterie typique produit des harmoniques 1, 5, 7, 11, 13, 17 et 19, dont les amplitudes des harmoniques par rapport au fondamental sont données dans le tableau suivant (**Tableau IV.2**).

$I_n$	$I_1$	$I_5$	$I_7$	$I_{11}$	$I_{13}$	$I_{17}$	$I_{19}$
$(I_n / I_1) \%$	100	25	7	9	4	5	3

**Tableau IV.2 :** Amplitudes des courants harmoniques des chargeurs de batterie [16] [19].

➤ **Nombre aléatoire de courants déterministes NACC**

Dans cette catégorie, il y a cinquante lampes fluorescentes chacune génère des harmoniques dont les amplitudes (pour une lampe de 240 / 400V) sont données dans le tableau suivant :

$I_n$	$I_1$	$I_5$	$I_7$	$I_{11}$	$I_{13}$	$I_{17}$	$I_{19}$
$(I_n / I_1) \%$	100	70	50	30	25	20	15
$I_n$ (A)	0.17	0.12	0.08	0.05	0.04	0.03	0.025

**Tableau IV.3 :** Amplitudes des courants harmoniques des lampes fluorescentes [16] [19].

Avec une phase nulle pour chacun des harmoniques.

La fonction de densité de probabilité (FDP) du nombre de lampes allumées est :

$$P\tau = \binom{50}{i} p^i \cdot (1-p)^{50-i} \quad i = 0, 1, 2, \dots, 50 \quad \text{(IV.12)}$$

Avec  $p=0.85$  pendant les heures pleines (7h – 17h) et  $p=0.25$  pour le reste du jour.

➤ **Nombre constant de courants aléatoires NCCA**

On trouve 25 charges résistives à phase contrôlées fonctionnant, entre 7h et 17h, avec un angle d’amorçage ( $\alpha$ ) variant aléatoirement et uniformément entre  $55^\circ$  et  $70^\circ$ .

Les parties, réelle et imaginaire des harmoniques du courant généré par ce type de charge sont données respectivement par :

- Pour le fondamental :

$$X_1(\alpha) = \frac{1}{4.\pi} \{\alpha - 2 \sin 2\alpha\}$$

$$Y_1(\alpha) = \frac{1}{4.\pi} \{-2.\cos 2\alpha\}$$
(IV.13)

- Pour les autres harmoniques :

$$X_n(\alpha) = \frac{n[(n-3)\sin(n+1)\alpha - (n-2)\sin(n-1)\alpha]}{(n+1)^2.\pi}$$

$$Y_n(\alpha) = \frac{n[(n-3)\cos(n+1)\alpha - (n-2)\cos(n-1)\alpha]}{(n+1)^2.\pi} \quad n=5, 7, 11, 13, 17, 19. \quad \text{(IV.14)}$$

➤ **Nombre aléatoire de courants aléatoires NACA**

En plus des 25 charges résistives à phases contrôlées, il y a dix (10) autres unités de cette charge, dont le nombre varie aléatoirement avec une distribution uniforme et une probabilité :

$$P_{\nu_j} = 0.1 \quad j = 1, 2, \dots, 10$$

Cela de midi à minuit. Par ailleurs, l'angle d'amorçage  $(\beta)$  varie de la même manière que l'angle d'amorçage  $(\alpha)$

#### **IV.2.2. Analyse des données statistiques**

Il est vu, que la période d'une journée complète, c'est-à-dire 24h peut être décomposée en quatre intervalles de temps. Chacun de ces intervalles comprends une combinaison des différentes catégories de charges non linéaires.

Le tableau ci-dessus résume ces combinaisons pour les différents intervalles :

Intervalles	00h → 07h	07h → 12h	12h → 17h	17h → 24h
Catégories	<p>1°) <b>NDCD</b> :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Chargeur de batteries :</li> <li>Expression du courant : Analytique tirée du Tableau IV.2</li> </ul> <p>- convertisseur AC/DC :</p> <p>Expression du courant : Tiré du : Tableau IV.1</p>	<p>1°) <b>NDCD</b> :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- chargeur de batteries :</li> <li>Expression du courant : Analytique tirée du Tableau IV.2</li> </ul> <p>- convertisseur AC/DC :</p> <p>Expression du courant : Tiré du : Tableau IV.1</p>	<p>1°) <b>NDCD</b> :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Chargeur de batteries :</li> <li>Expression du courant : Analytique tirée du Tableau IV.2</li> </ul>	<p>1°) <b>NDCD</b> :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Chargeur de batteries :</li> <li>Expression du courant : Analytique tirée du Tableau IV.2</li> </ul>
	<p>2°) <b>NACC</b> :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 50 Lampes fluorescentes :</li> <li>Expression du courant : Tiré du Tableau IV.3</li> <li>Probabilité : 50 lampes, FDP loi binomiale avec <math>p=0.25</math> (équation IV.12)</li> </ul>	<p>2°) <b>NACC</b> :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 50 Lampes fluorescentes :</li> <li>Expression du courant : Tiré du tableau IV.3</li> <li>Probabilité : 50 Lampes, FDP loi binomiale avec <math>p=0.85</math> (équation IV.12)</li> </ul>	<p>2°) <b>NACC</b> :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 50 Lampes fluorescentes :</li> <li>Expression du courant : Tiré du Tableau IV.3</li> <li>Probabilité : 50 Lampes, FDP loi binomiale avec <math>p=0.85</math> (équation IV.12)</li> </ul>	<p>2°) <b>NACC</b> :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 50 Lampes fluorescentes :</li> <li>Expression du courant : Tiré du Tableau IV.3</li> <li>Probabilité : 50 lampes, FDP loi binomiale avec <math>p=0.25</math> (équation IV.12)</li> </ul>
	<p>3°) <b>NCCA</b> :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Charge résistive à phase contrôlée (<math>\alpha</math>) : 25 charges</li> <li>Expression du courant : <math>X_n</math> et <math>Y_n</math> équ (IV.13) et (IV.14)</li> <li>Probabilité : <math>\alpha</math> variation aléatoire uniforme</li> </ul>	<p>3°) <b>NCCA</b> :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Charge résistive à phase contrôlée (<math>\alpha</math>) : 25 charges</li> <li>Expression du courant : <math>X_n</math> et <math>Y_n</math> équ (IV.13) et (IV.14)</li> <li>Probabilité : <math>\alpha</math> variation aléatoire uniforme</li> </ul>	<p>3°) <b>NCCA</b> :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Charge résistive à phase contrôlée (<math>\alpha</math>) : 25 charges</li> <li>Expression du courant : <math>X_n</math> et <math>Y_n</math> équ (IV.13) et (IV.14)</li> <li>Probabilité : <math>\alpha</math> variation aléatoire uniforme</li> </ul>	
			<p>4°) <b>NACA</b> :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Charge résistive à phase contrôlée (<math>\beta</math>) : 10 charges</li> <li>Expression du courant : <math>X_n</math> et <math>Y_n</math> équ (IV.13) et (IV.14)</li> <li>Probabilité : <math>\beta</math> variation aléatoire uniforme</li> <li>Nombre variation aléatoire uniforme</li> </ul>	<p>4°) <b>NACA</b> :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Charge résistive à phase contrôlée (<math>\beta</math>) : 10 charges</li> <li>Expression du courant : <math>X_n</math> et <math>Y_n</math> équ (IV.13) et (IV.14)</li> <li>Probabilité : <math>\beta</math> variation aléatoire uniforme</li> <li>Nombre variation aléatoire uniforme</li> </ul>

Tableau IV.4 : Tableau récapitulatif des combinaisons des catégories par intervalles de temps.

## IV.3. Simulation, résultats et discussion

## IV.3.1. organigrammes

Les organigrammes de la méthode analytique et la méthode de Monté Carlo sont donnés dans les figures IV.5 et IV.6 respectivement.

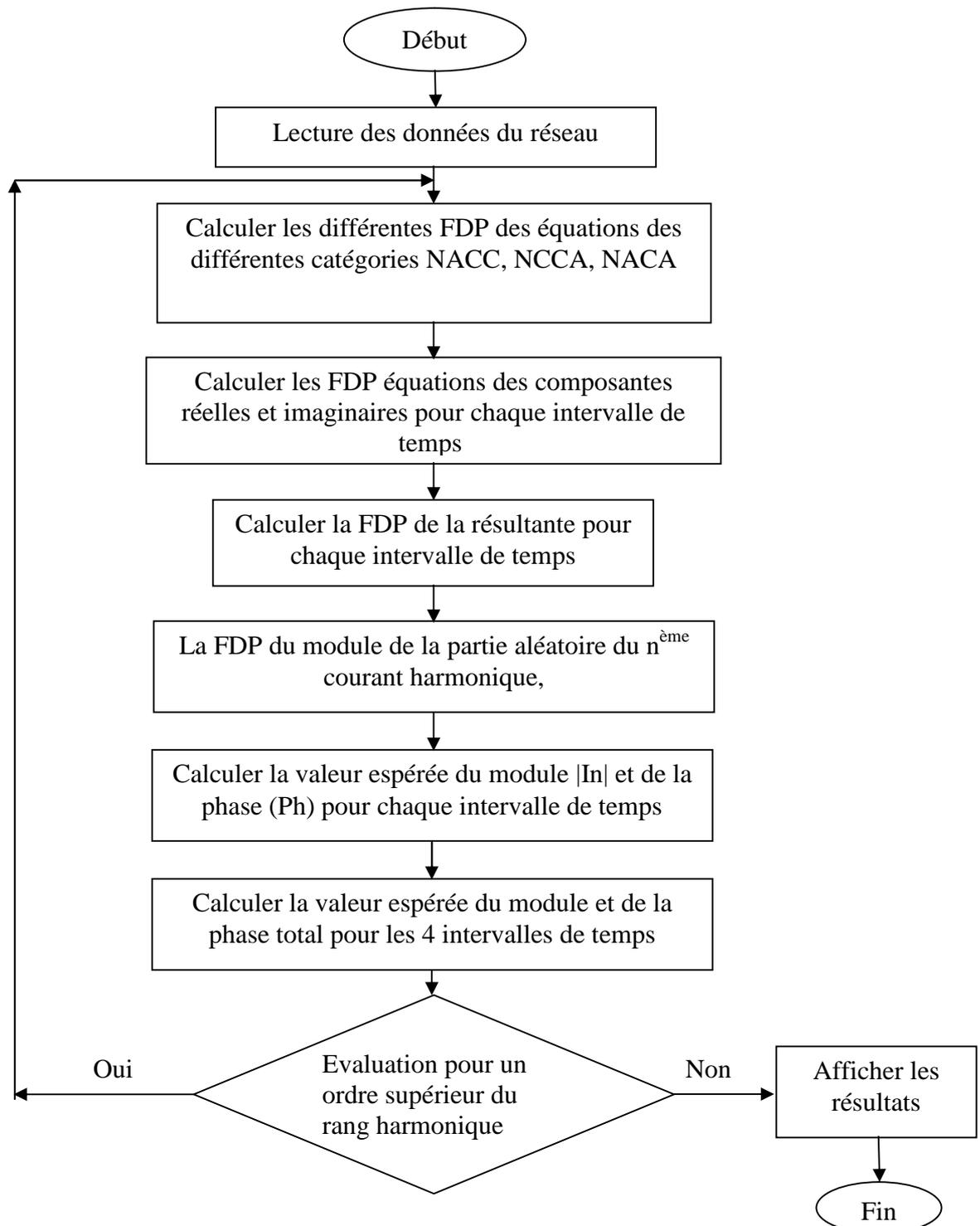


Figure IV.5 : Organigramme de la méthode analytique.

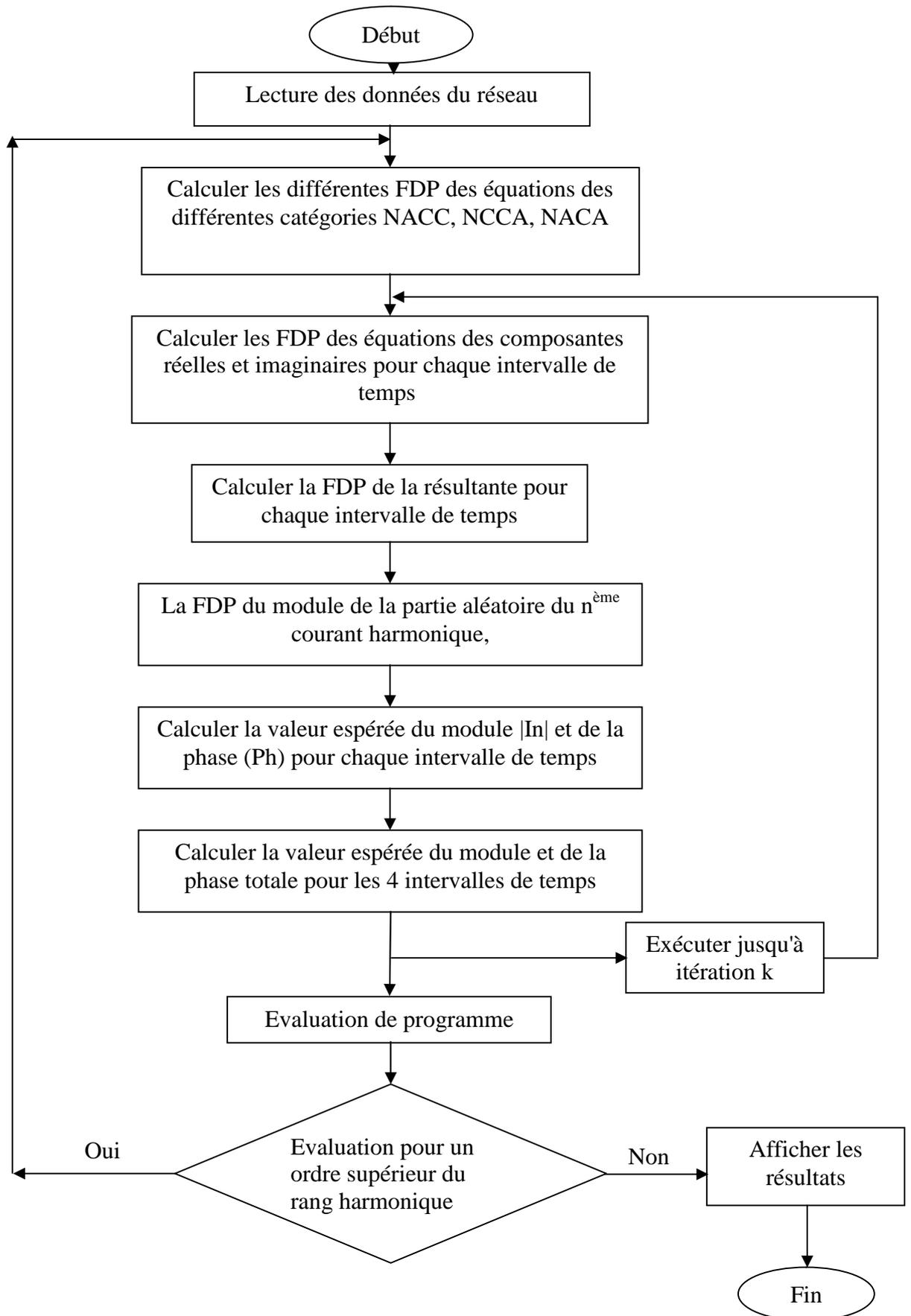
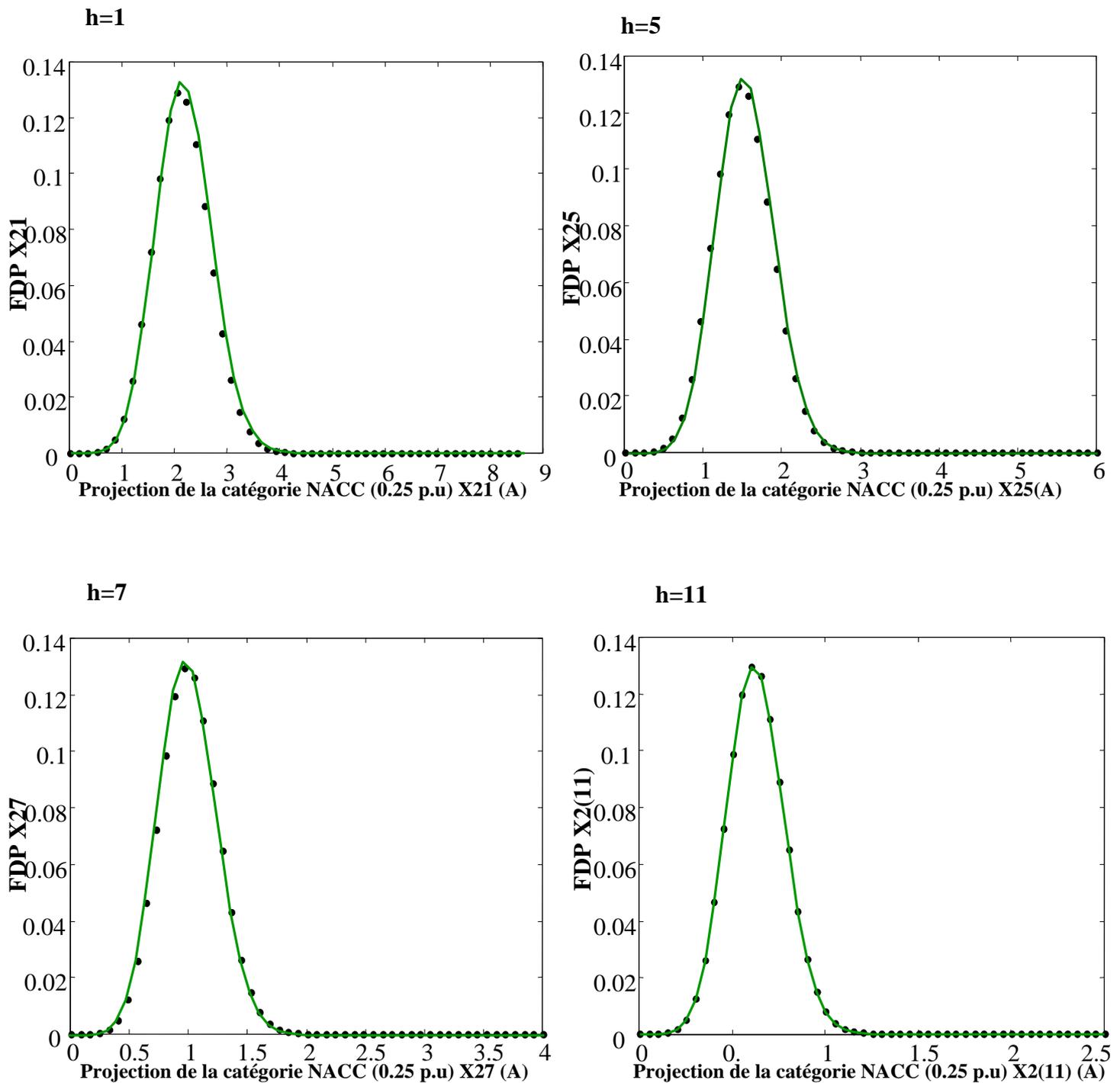


Figure IV.6 : Organigramme de la méthode de simulation de Monte Carlo.

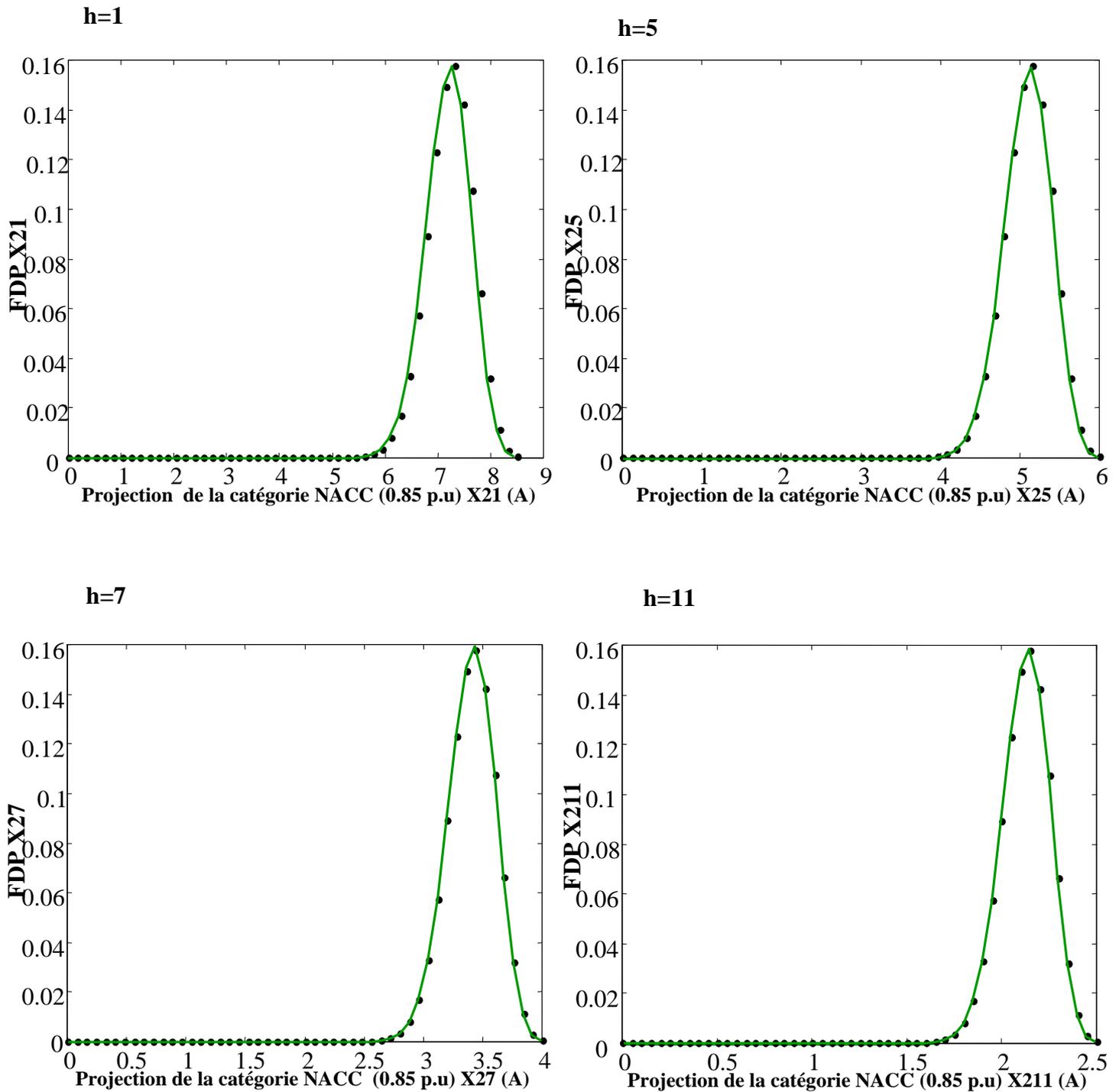
### IV.3.2. Simulation des méthodes de calcul

L'exécution du programme se fait dans l'ordre chronologique suivant :

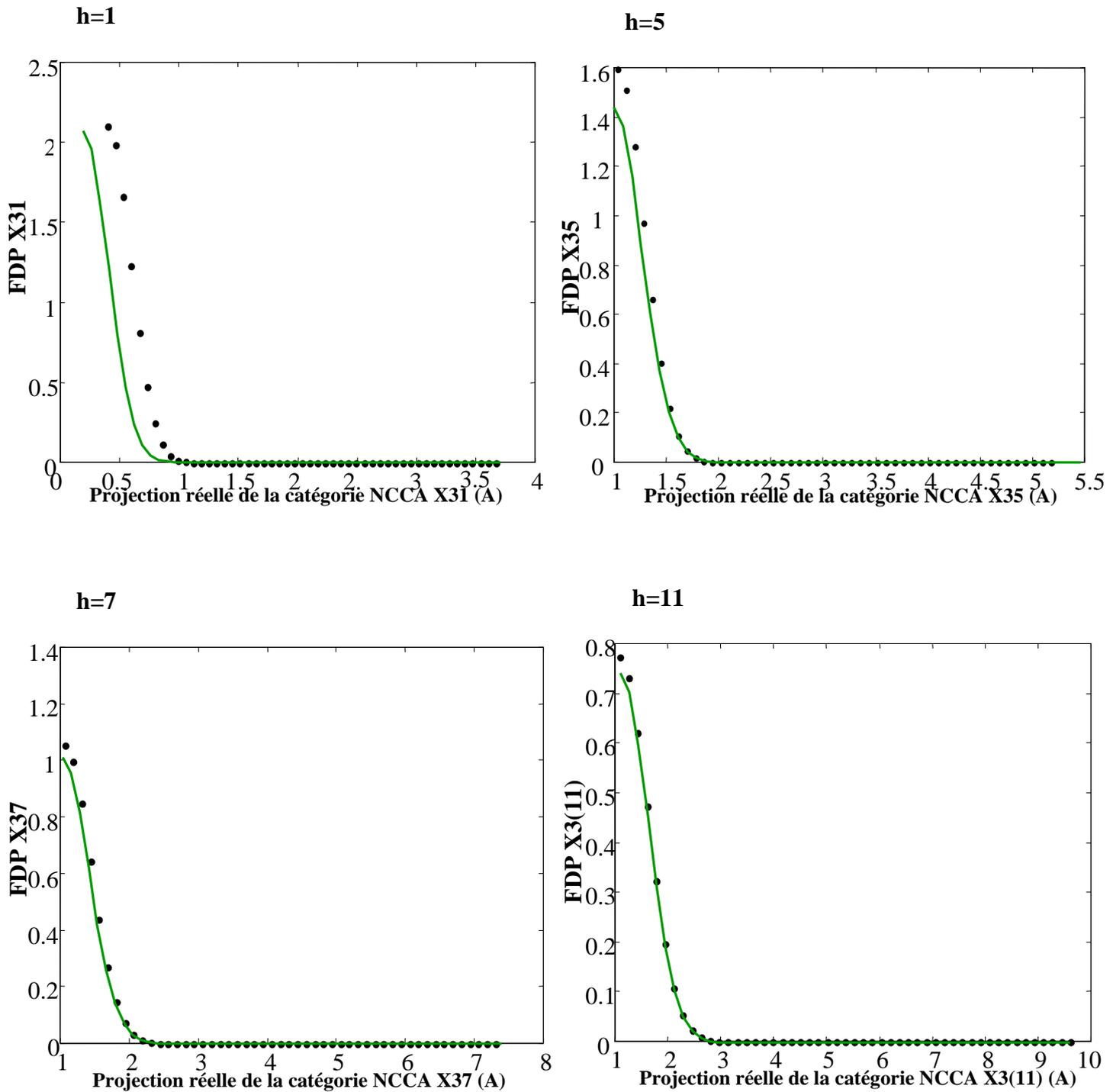
1. Calculer pour chaque rang harmonique (1, 5, 7 et 11) et pour chaque catégorie aléatoire (NACC, NCCA, NACA), la fonction de densité de probabilité (FDP) des projections, réelle X et imaginaire Y séparément ;
2. Calculer pour chaque rang harmonique (1, 5, 7 et 11) et pour chaque intervalles de temps, la FDP des composantes aléatoires résultante, réelle X et imaginaire Y séparément ;
3. Calculer la fonction FDP de la composante aléatoire du module pour les quatre intervalles de temps et pour chaque rang harmonique ;
4. Calculer la valeur espérée du module du courant résultant puis sa phase pour chaque rang harmonique et pour chaque intervalle de temps ;
5. Calculer la valeur espérée totale du module et de la phase du courant résultant injectés au nœud 3 du réseau électrique de distribution durant une journée complète (24 heures) pour chaque rang harmonique .



**Figure IV.7 :** FDP de la projection réelle de la deuxième catégorie NACC pour  $p=0.25$  (p.u) des différents rangs harmoniques pour le premier et le quatrième intervalle de temps par les deux méthodes.



**Figure IV.8 :** FDP de la projection réelle de la deuxième catégorie NACC pour  $p=0.85$  (p.u) des différents rangs harmoniques pour le deuxième et le troisième intervalle de temps par les deux méthodes.



**Figure IV.9:** FDP de la projection réelle de la troisième catégorie NCCA des différents rangs harmoniques par les deux méthodes.

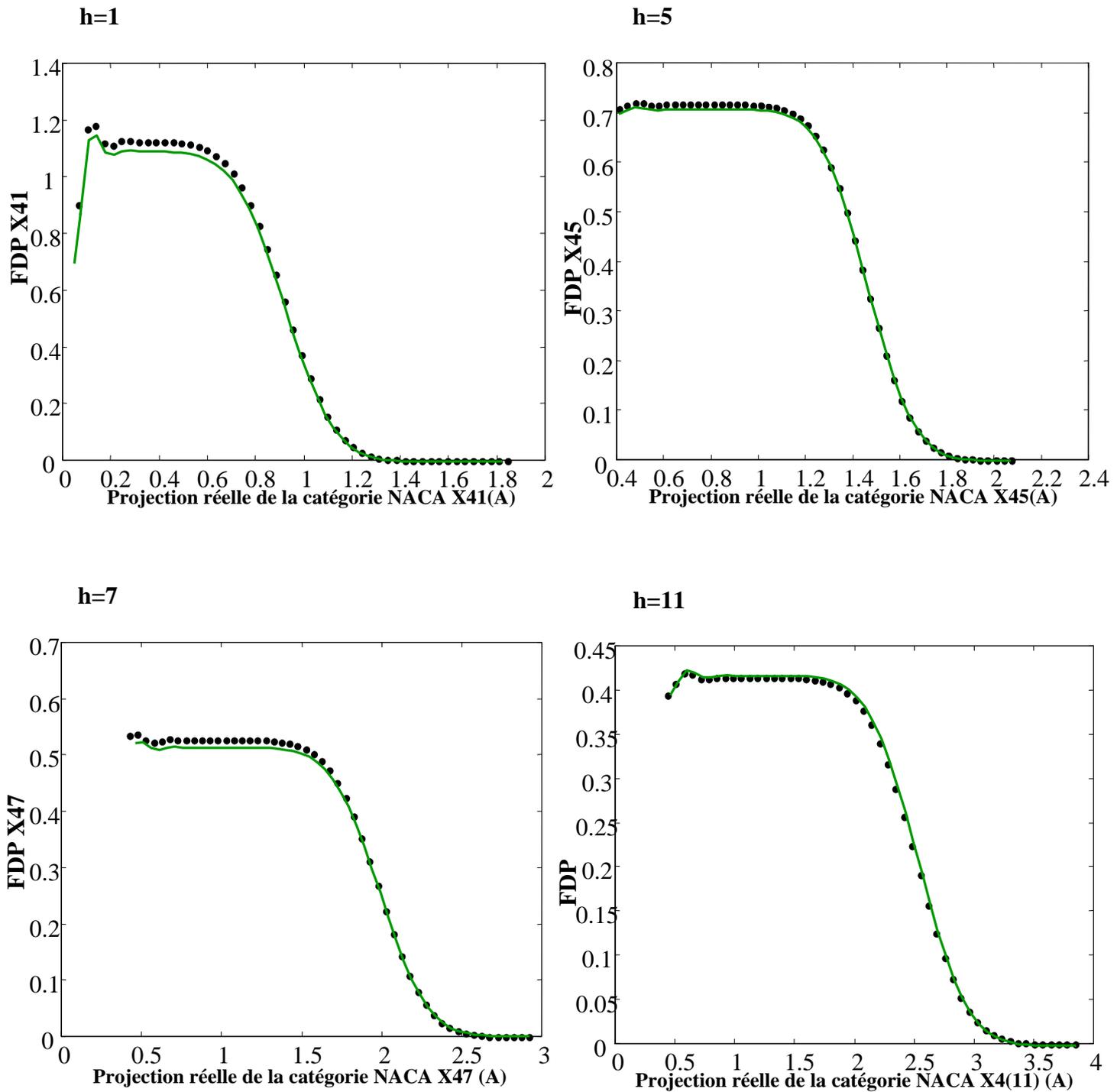
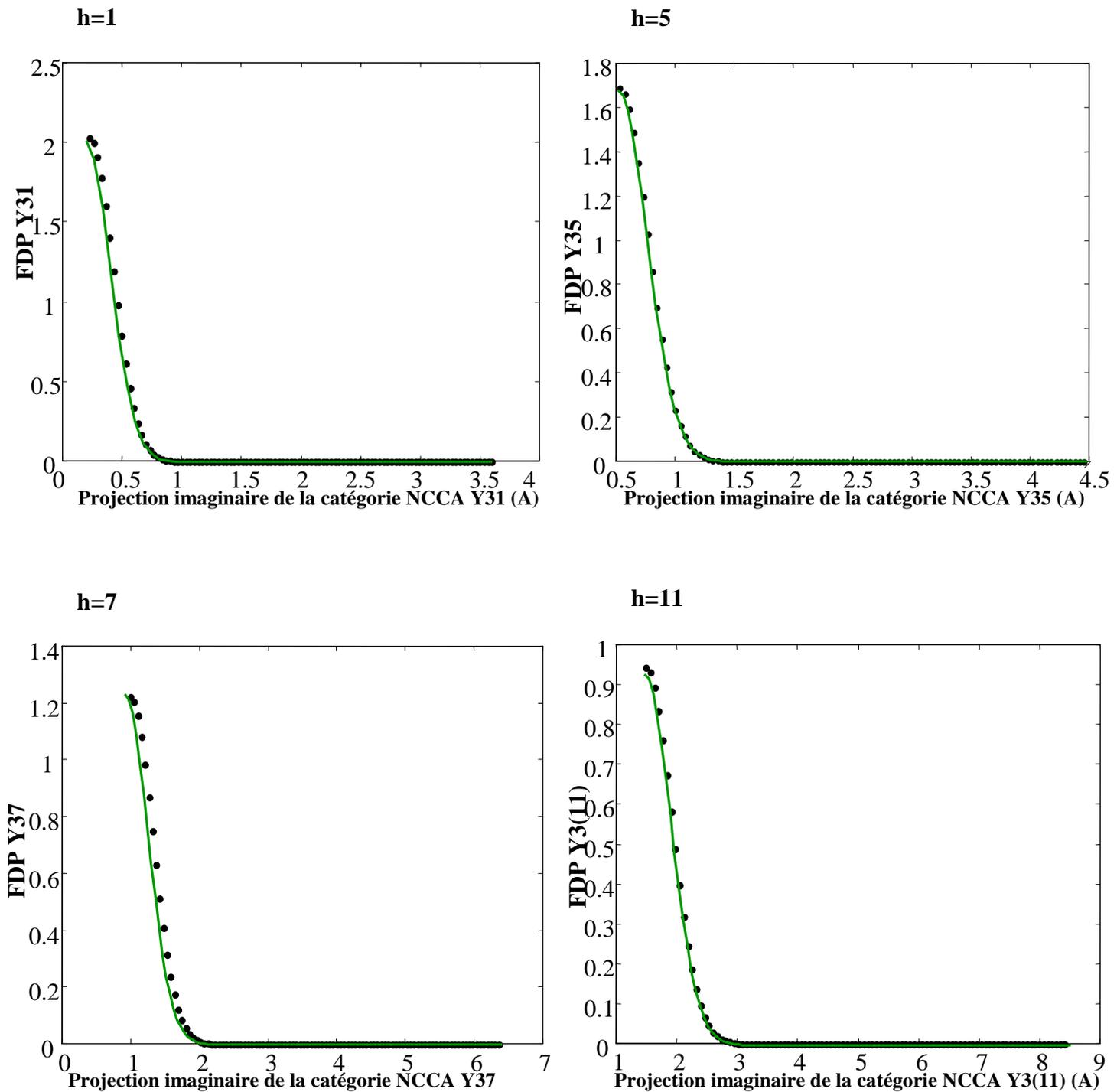
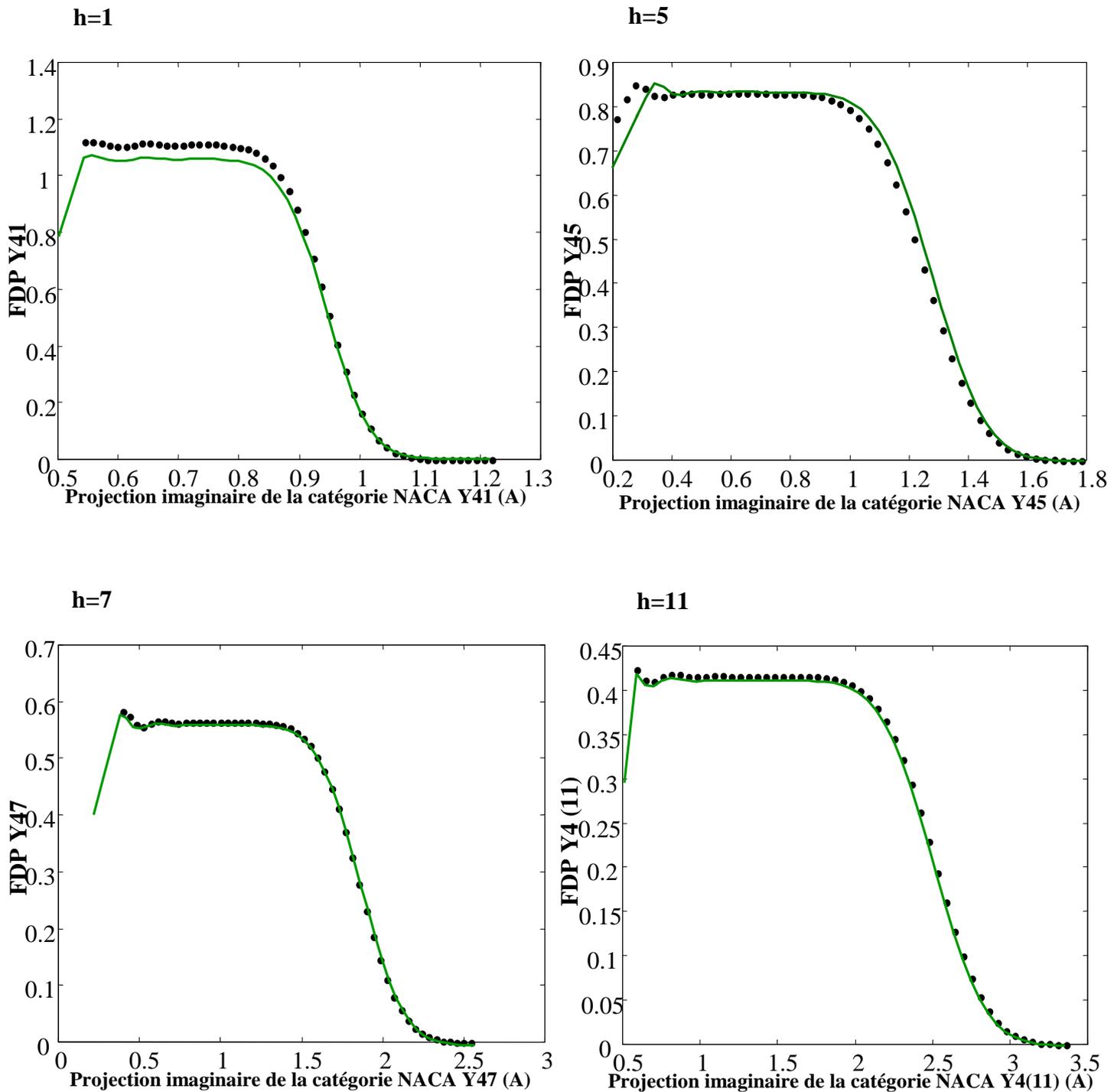


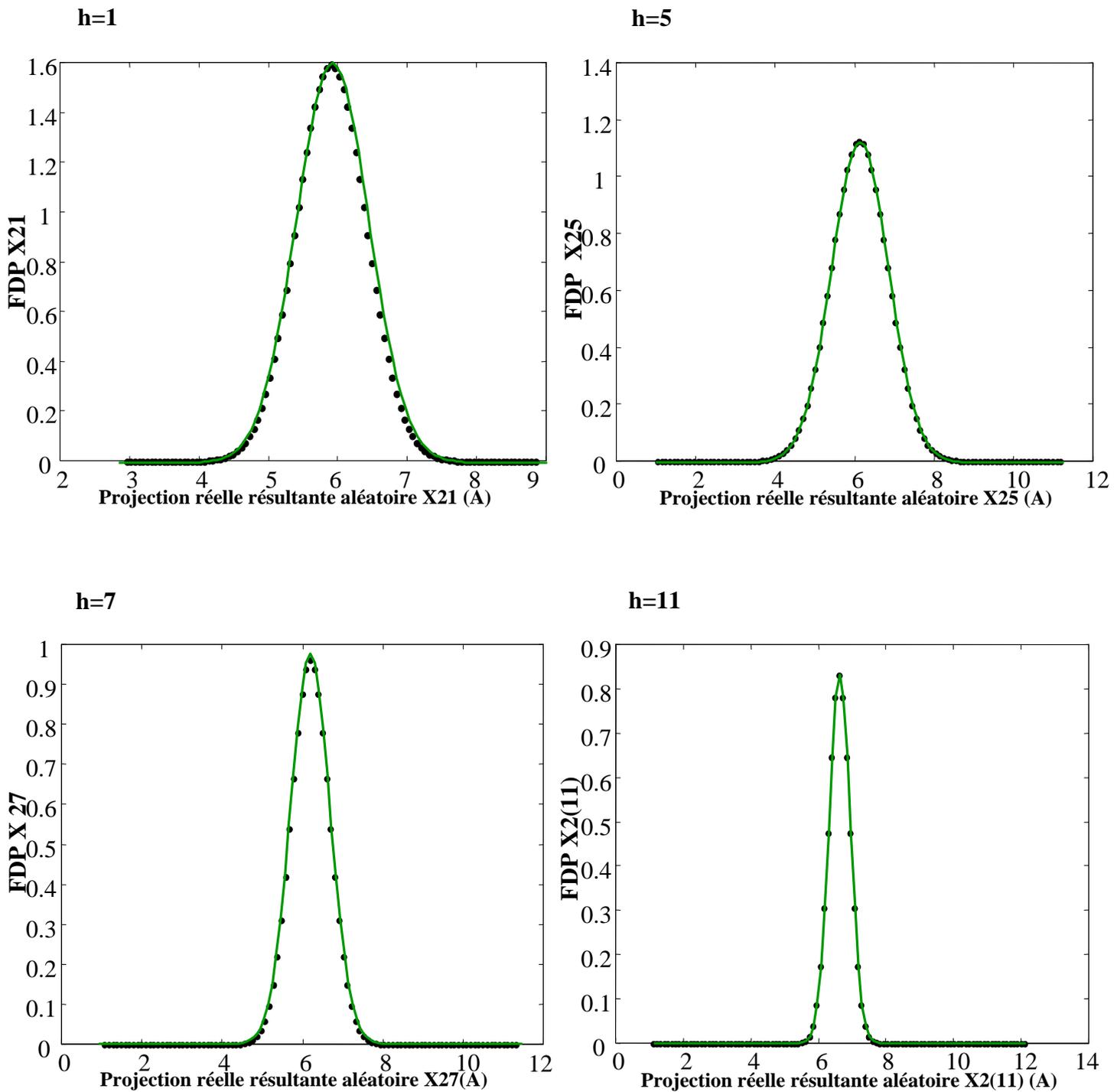
Figure IV.10: FDP de la projection réelle de la quatrième catégorie NACA des différents rangs harmoniques par les deux méthodes.



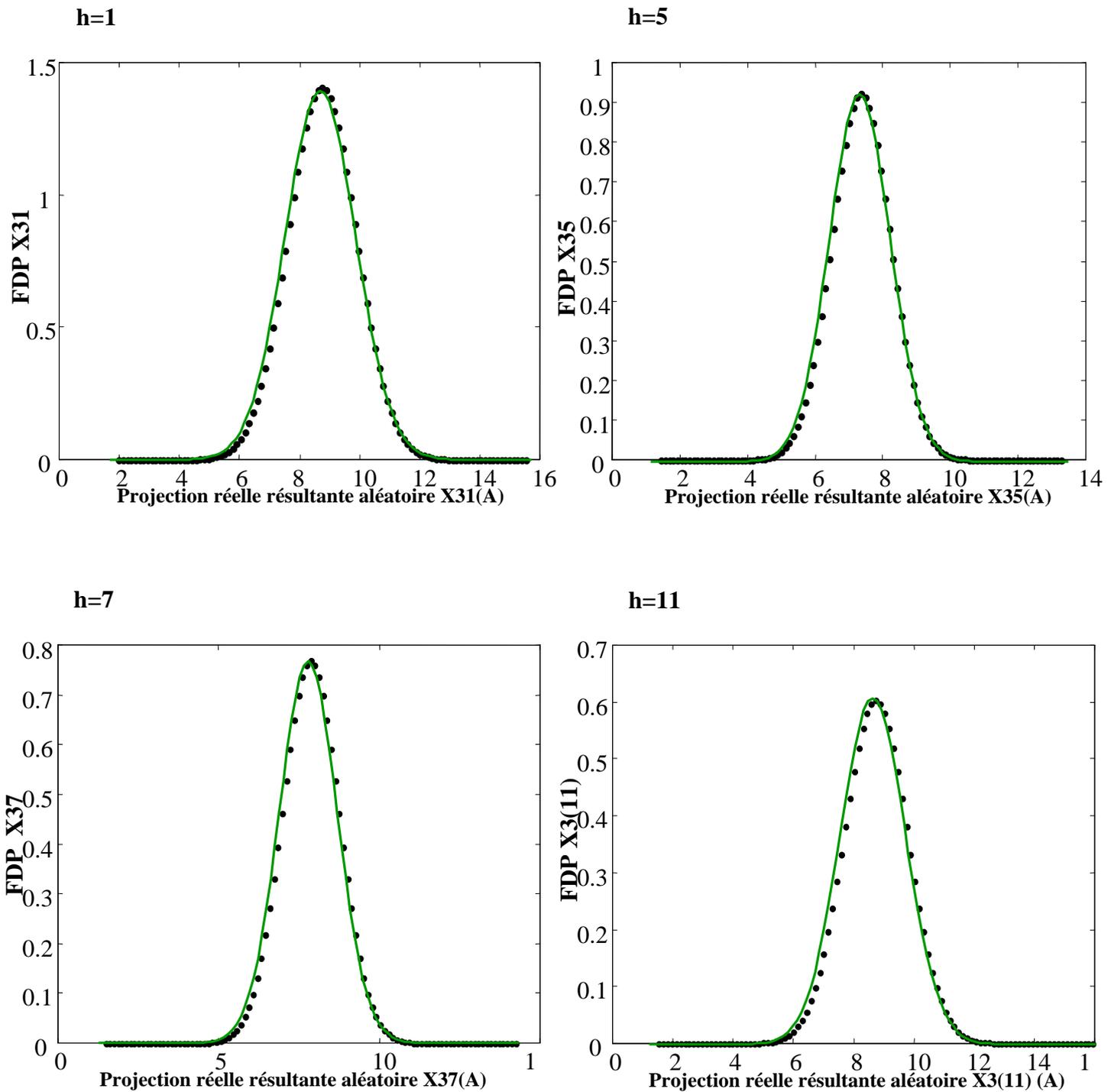
**Figure IV.11 :** FDP de la projection imaginaire de la troisième catégorie NCCA des différents rangs harmoniques par les deux méthodes.



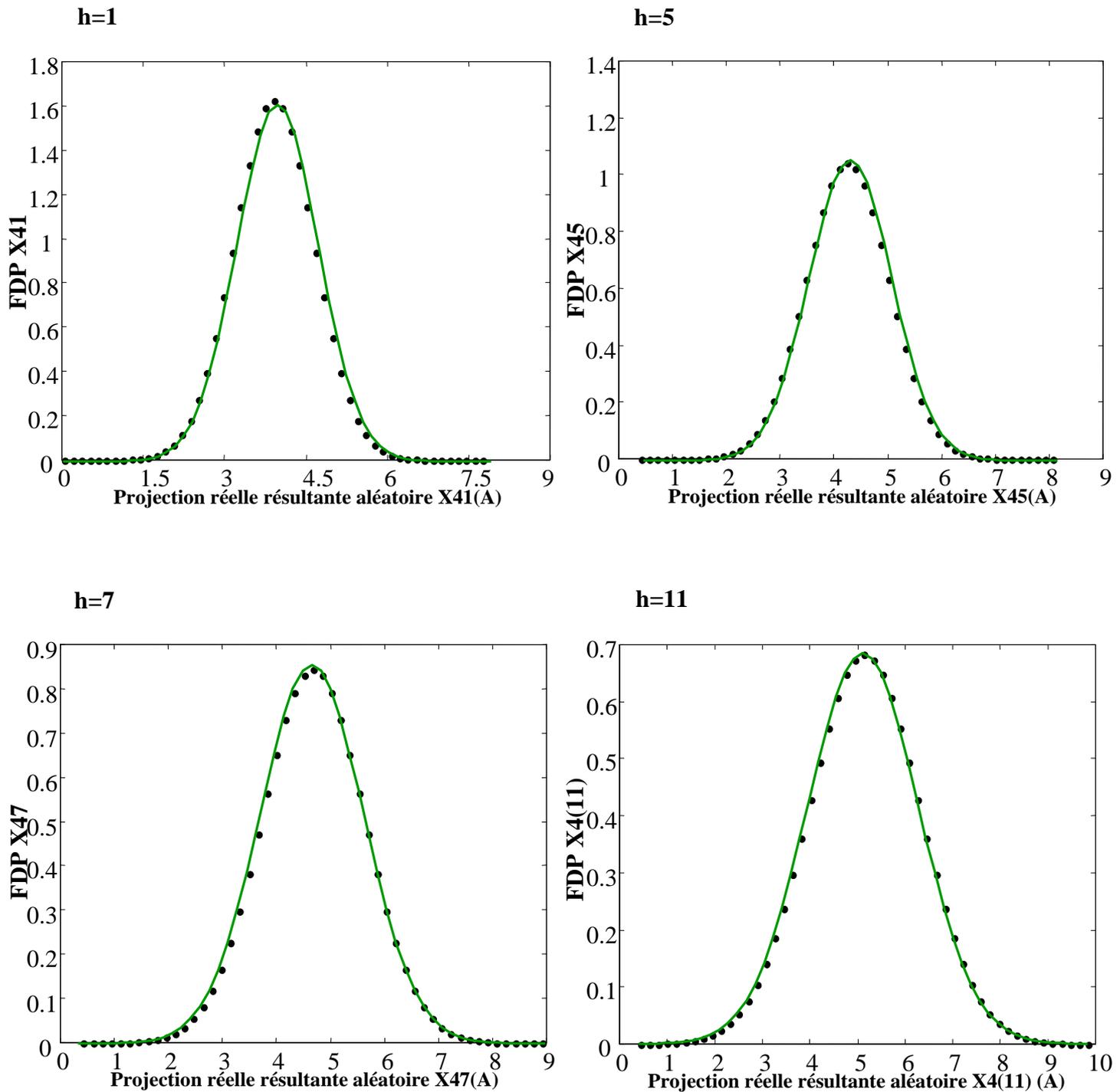
**Figure IV.12 :** FDP de la projection imaginaire de la quatrième catégorie NACA des différents rangs harmoniques par les deux méthodes.



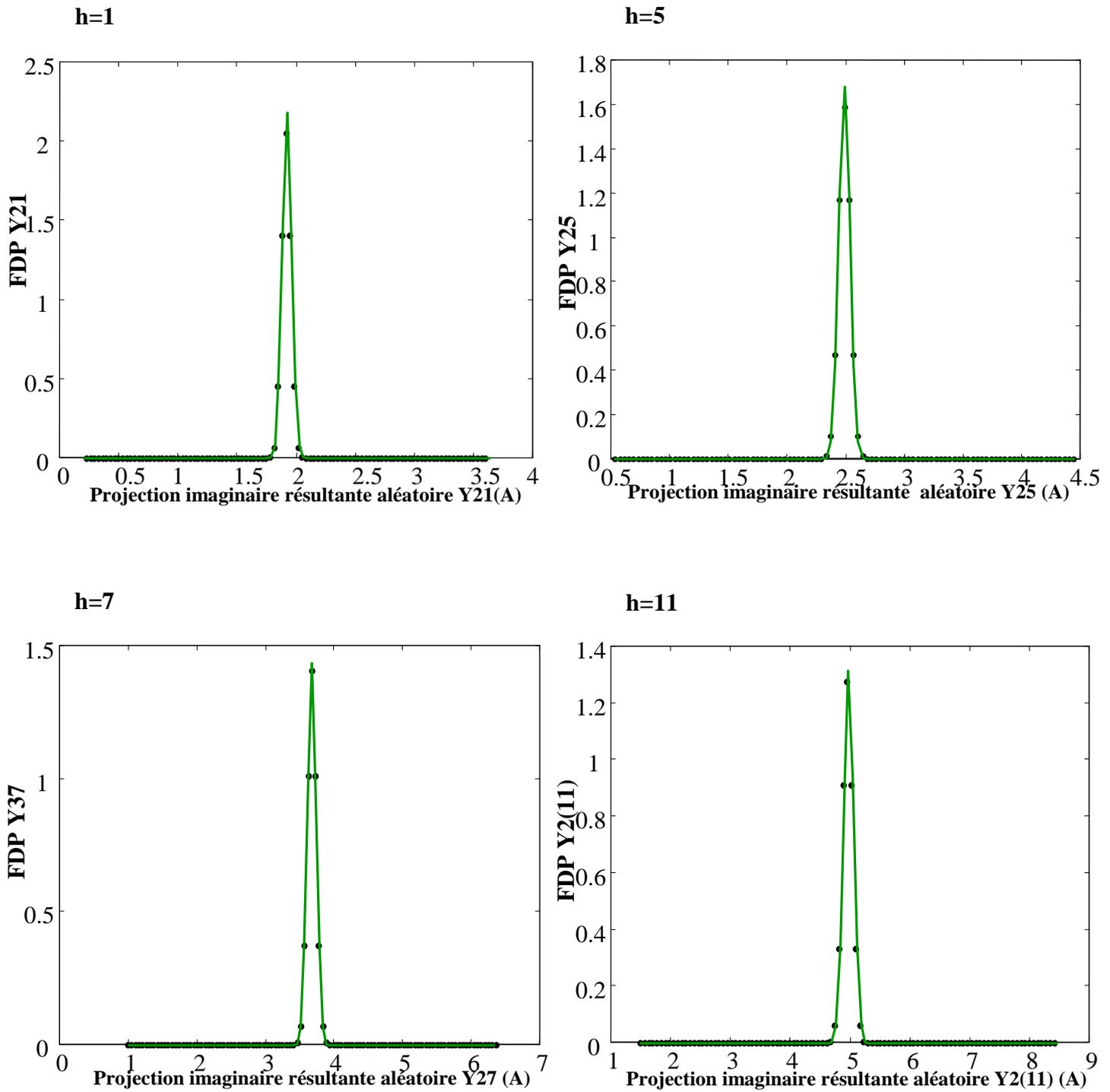
**Figure IV.13 :** FDP de la projection réelle résultante aléatoire du deuxième intervalle de temps des différents rangs harmoniques par les deux méthodes.



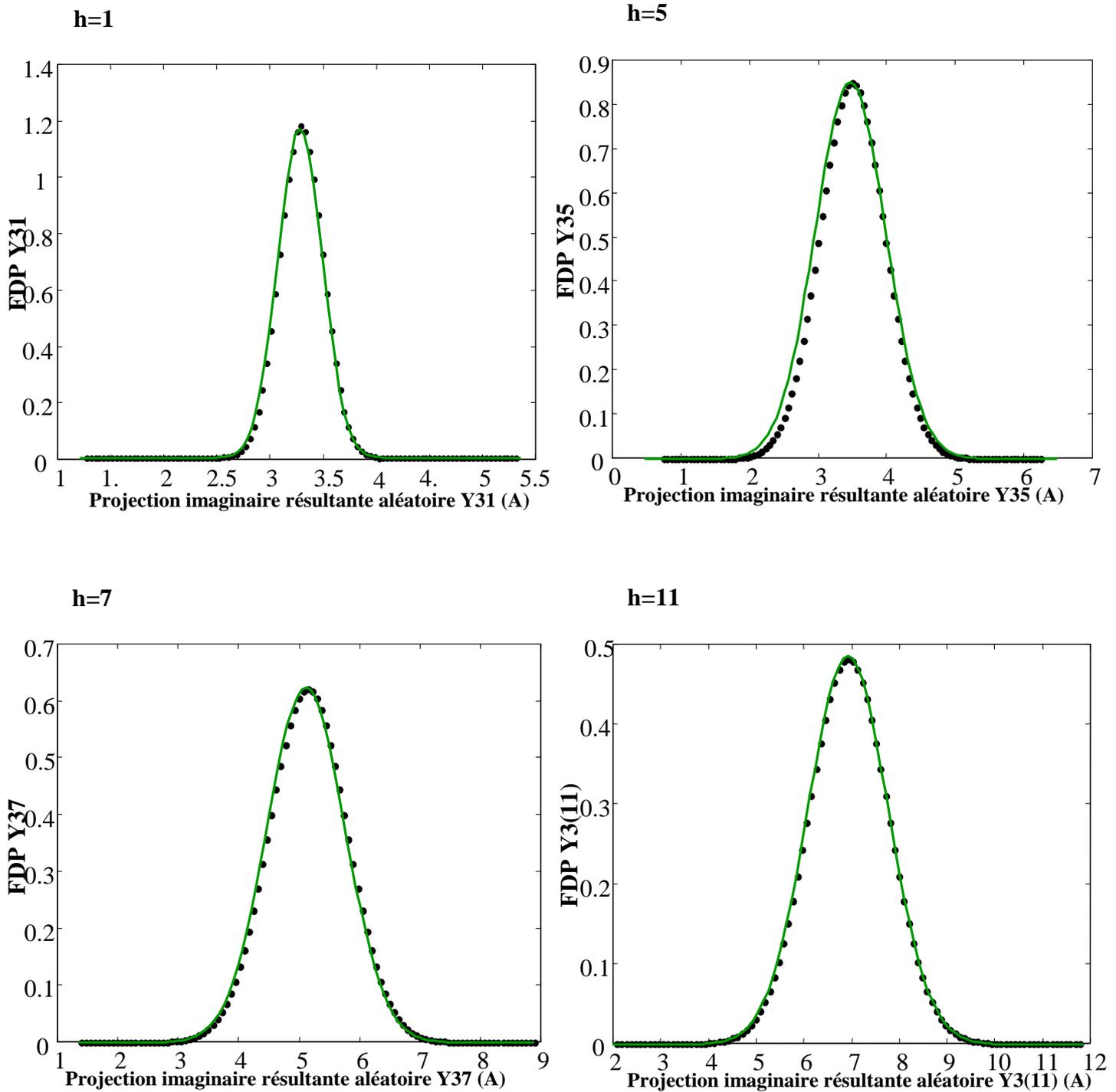
**Figure IV.14 :** FDP de la projection réelle résultante aléatoire du troisième intervalle de temps des différents rangs harmoniques par les deux méthodes.



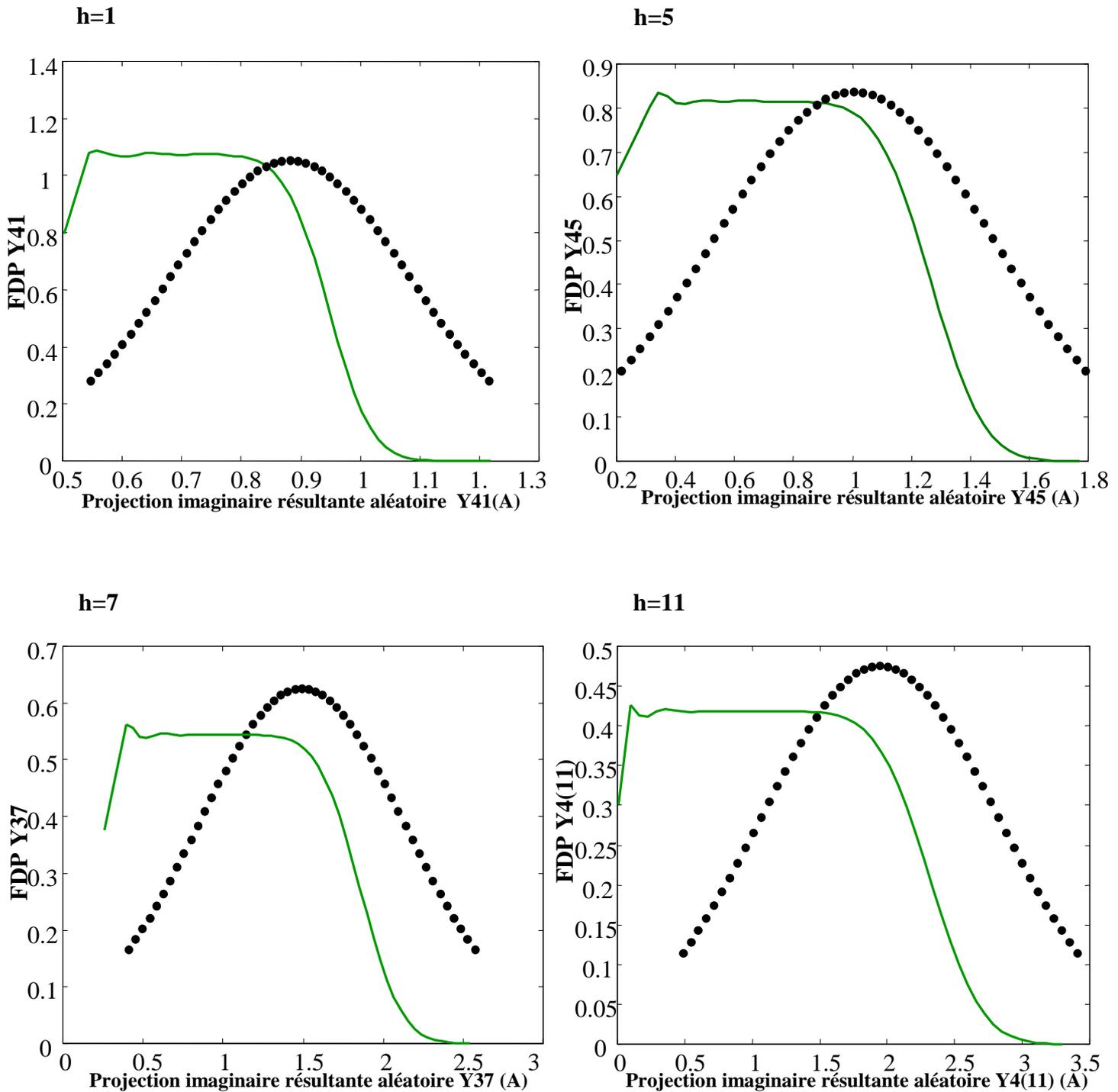
**Figure IV.15 :** FDP de la projection réelle résultante aléatoire du quatrième intervalle de temps des différents rangs harmoniques par les deux méthodes



**Figure IV.16 :** FDP de la projection imaginaire résultante aléatoire du deuxième intervalle de temps des différents rangs harmoniques par les deux méthodes.



**Figure IV.17 :** FDP de la projection imaginaire résultante aléatoire du troisième intervalle de temps des différents rangs harmoniques par les deux méthodes.



**Figure IV.18 :** FDP de la projection imaginaire résultante aléatoire du quatrième intervalle de temps des différents rangs harmoniques par les deux méthodes.

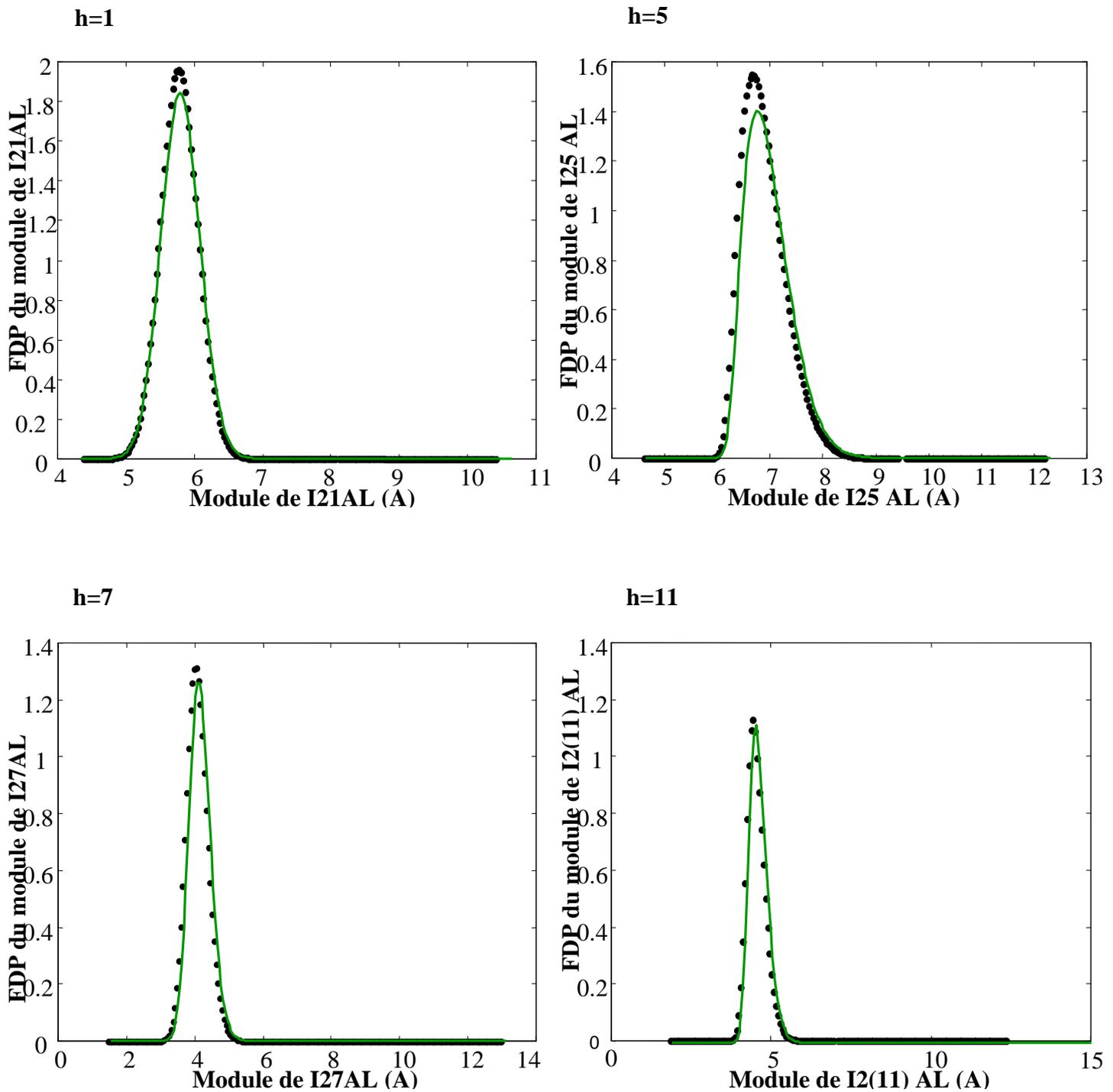


Figure IV.19 : FDP de la composante aléatoire du module des rangs harmoniques du deuxième intervalle de temps par les deux méthodes.

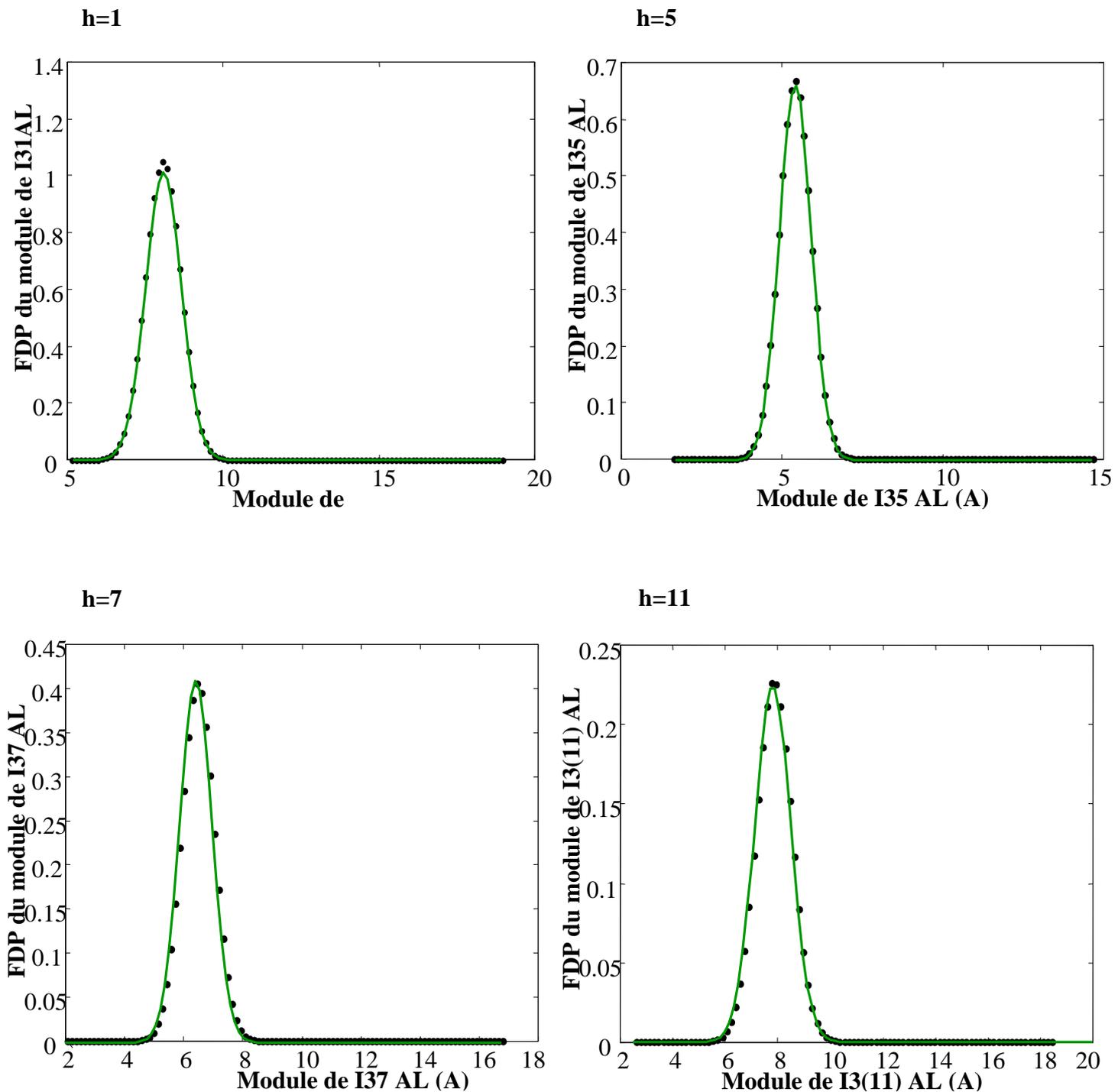
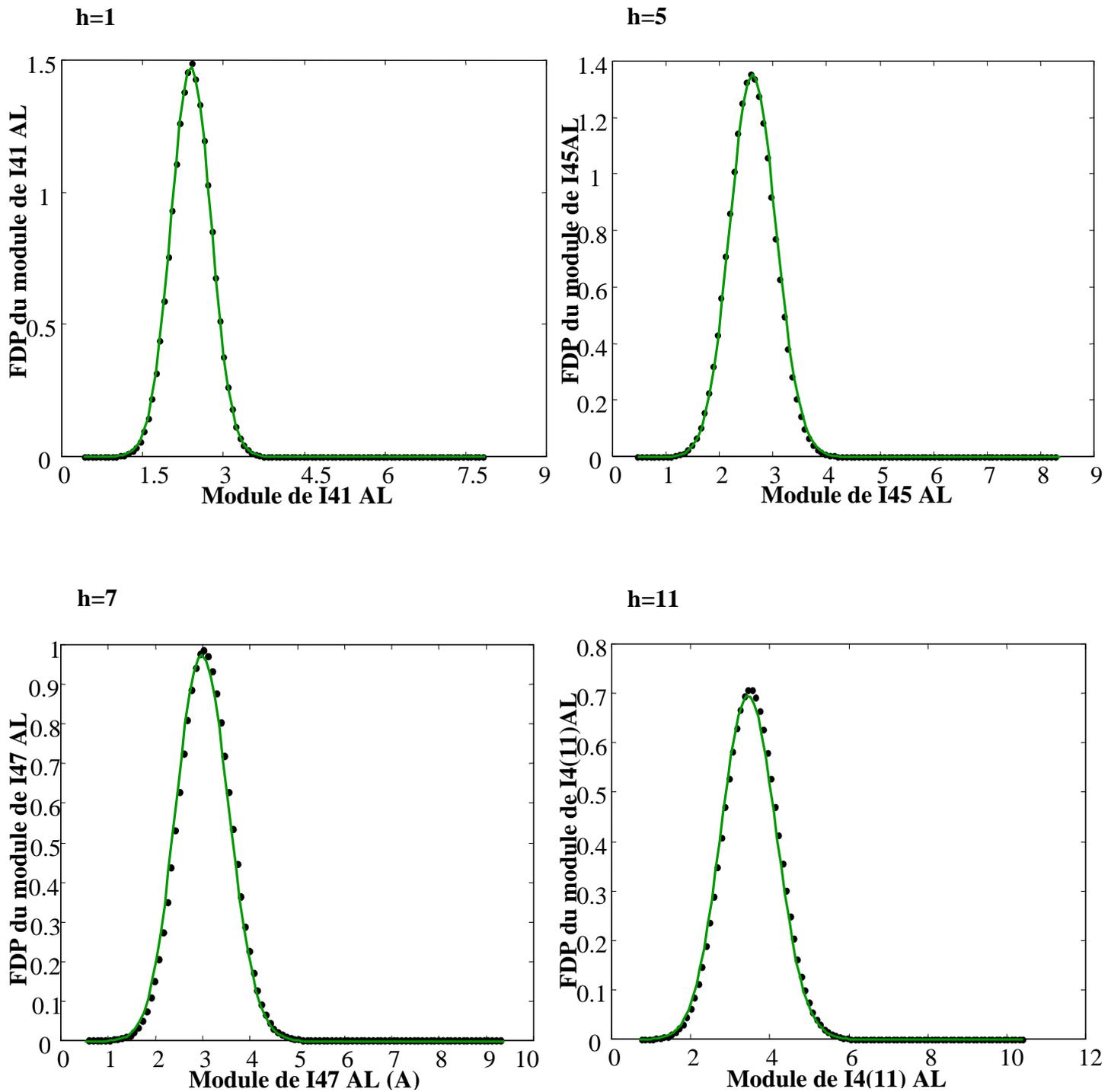
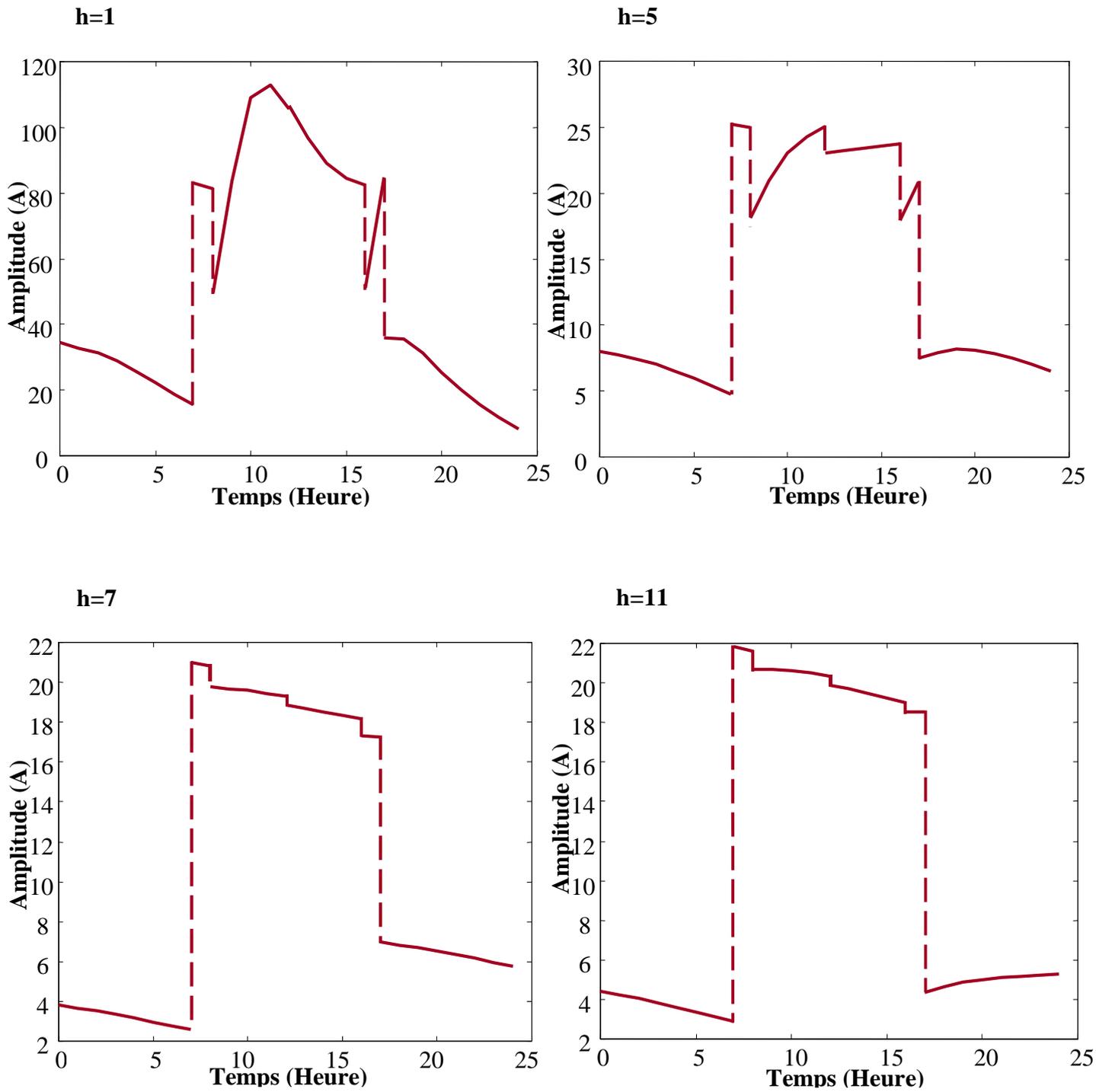


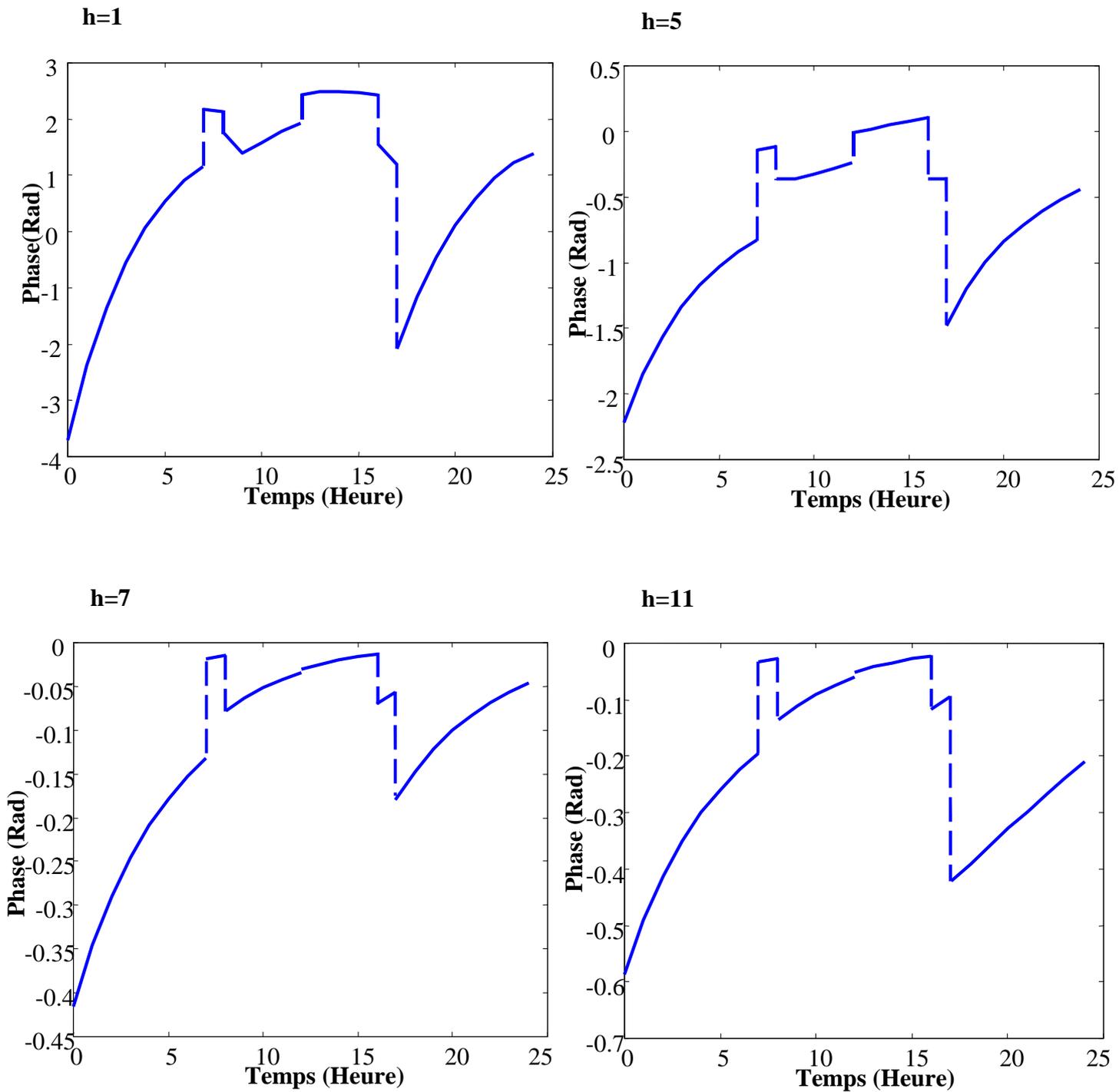
Figure IV.20 : FDP de la composante aléatoire du module des rangs harmoniques du troisième intervalle de temps par les deux méthodes.



**Figure IV.21 :** FDP de la composante aléatoire du module des rangs harmoniques du quatrième intervalle de temps par les deux méthodes.



**Figure IV.22 :** Valeur espérée totale du module des rangs harmoniques injectés au nœud 3 en fonction du temps (24heures) par les deux méthodes.



**Figure IV.23 :** Valeur espérée de la phase des rangs harmoniques injectés au nœud 3 en fonction du temps (24heures) par les deux méthodes.

### IV.3.3. Résultats de simulations et interprétations

Des données statistiques, on constate que la période de 24 heures peut être divisée en 4 intervalles de temps. Chaque intervalle de temps a les combinaisons de catégories de charges non linéaires suivantes (tel que résumé dans le **Tableau IV.4**):

1. [00 AM – 07 AM] : NDCD, NACC;
2. [07 AM – 12 PM] : NDCD, NACC, NCCA;
3. [12 PM – 05 PM] : NDCD, NACC, NCCA, NACA;
4. [05 PM – 12 AM] : NDCD, NACC, NACA.

Pour chaque intervalle, les fonctions de densité de probabilité (FDP) des parties réelles et imaginaires des harmoniques 1,5, 7 et 11 de courant injecté sont calculées.

Les résultats de simulation des deux méthodes de calcul sont présentés comme suit :

- Méthode analytique : Courbes en ligne continue de couleur verte ;
- Méthode de Monté Carlo : Courbes point par point de couleur noire.

Les Fonctions de Densité de Probabilité (FDP) des composantes réelles et imaginaires des différents harmoniques sont notées comme suit :

- Fonction de densité de probabilité (FDP) de la composante réelle :  $X_{nm}$  ;
- Fonction de densité de probabilité (FDP) de la composante imaginaire :  $Y_{nm}$  ;

Où :

n : Représente l'indice relatif à la catégorie de récepteur (NACC, NCCA, NACA)

m : Représente le rang de l'harmonique

Exemple :

- $X_{23}$  est la FDP de la partie réelle de l'harmonique de rang 3 consommé par le récepteur de catégorie 2 (NACC) ;
- $Y_{45}$  est la FDP de la partie imaginaire de l'harmonique de rang 5 consommé par le récepteur de catégorie 4 (NACA).

Les figures notées de **IV.7** à **IV.10** représentent les FDP de la projection réelle des trois catégories et pour les quatre harmoniques étudiés (1, 5, 7 et 11). Ces courbes suivent toutes la forme d'une cloche (forme régie par la loi normale), excepté pour les courbes **IV.10** relatives à la quatrième catégorie (NACA) où le théorème de la limite centrale ne s'applique pas. Nous remarquons également que les résultats des deux méthodes de calcul sont concordants. Les mêmes remarques peuvent être observées pour les FDP des composantes imaginaires représentées dans les figures notées **IV.11** à **IV.12**.

A partir des FDP présentées précédemment, nous pouvons calculer les FDP des résultantes des projections réelles et imaginaires pour chaque harmonique et pour chaque intervalle de temps. Ces résultats sont présentés dans les figures **IV.13** à **IV.15** pour la FDP résultante réelle et dans les figures **IV.16** à **IV.18** pour la FDP résultante imaginaire. Nous constatons là aussi la forme d'une cloche, excepté pour le quatrième intervalle de temps où le théorème de la limite centrale ne s'applique pas. Nous constatons dans la figure **IV.18** une différence notable entre les résultats issus de la méthode analytique et ceux issus de la méthode de Monté Carlo. Ce même écart est constaté dans la bibliographie ([37], [42]), cela s'explique par le fait que la méthode de Monté Carlo nécessite un plus grand nombre d'itérations et donc plus de temps de simulation pour converger vers la méthode analytique.

Connaissant les FDP des composantes réelles et imaginaires, nous pouvons calculer la FDP du module de chaque harmonique et pour chaque intervalle de temps. Les résultats sont montrés dans les figures **IV.19** à **IV.21**.

Les résultats présentés jusqu'ici concernent la partie aléatoire des courants harmoniques. Les FDP des modules de courants harmoniques aléatoires associées aux courants déterministes (relatifs aux chargeurs de batterie et aux convertisseurs AC/DC) nous permettent de déterminer la valeur « espérée » de chaque harmonique et dans chaque intervalle de temps, ce qui nous permettra de tracer l'amplitude « espérée » et la phase « espérée » pour chaque harmonique en fonction du temps. Ces courbes sont représentées dans les figures **IV.22** (valeur espérée de l'amplitude) et **IV.23** (valeur espérée de la phase). Ces courbes sont bien sur les plus faciles à interpréter pour un électrotechnicien vu qu'elles représentent des évolutions de grandeurs en fonction du temps, chose à laquelle nous nous sommes habitués. Les discontinuités observées sur les courbes des courants et des phases correspondent à l'entrée en service de récepteurs de type déterministe (exemple à 07 heures du Matin et à 05 heures de l'après-midi).

Les valeurs espérées des modules et des phases de chaque harmonique permettent aux gestionnaires du réseau électrique d'apprécier les moments et les endroits où les harmoniques ont le plus de chance de dépasser les seuils fixés par les normes. Il convient dans ce cas d'avertir les clients pollueurs et les inciter à adopter des solutions de filtrage soit locale soit globale. Les valeurs espérées des modules et des phases des harmoniques permettent également de déterminer la valeur espérée du THDi en un point donné du réseau. Cette information donne une vue globale prévisionnelle de la pollution harmonique dans un réseau électrique.

# ***CONCLUSION GENERALE***

## Conclusion générale

Le calcul de la résultante des injections de courants harmonique est d'une grande importance, du fait qu'il permet d'avoir une idée sur la qualité de l'énergie électrique disponible dans le réseau de distribution.

Dans le présent travail, nous avons traité d'une méthode stochastique d'analyse de la résultante des courants harmoniques injectés dans un réseau de distribution électrique. Cette analyse est effectuée en utilisant deux méthodes de calcul : la méthode analytique et la méthode de simulation de Monté Carlo.

Nous avons rappelé dans un premier chapitre, les différentes sources de pollution harmonique, leurs effets néfastes sur le réseau et les diverses solutions qui peuvent être apportées.

Le second chapitre a traité de la modélisation des éléments linéaires et non linéaires qui constituent le réseau électrique.

Le principe de la modélisation stochastique est présenté au troisième chapitre. Une classification de toutes les charges présentes dans le réseau est préalablement effectuée et quatre catégories de récepteurs sont recensées :

- Nombre Déterminé de Courants Déterminés (NDCD) ;
- Nombre Aléatoire de Courants Constants (NACC) ;
- Nombre Constant de Courants Aléatoires (NCCA) ;
- Nombre Aléatoire de Courants Aléatoires (NACA).

L'expression de la Fonction de Densité de Probabilité (FDP) de chaque catégorie de récepteur est établie moyennant quelques hypothèses simplificatrices que nous avons spécifiées.

Le quatrième et dernier chapitre a porté sur la présentation des deux méthodes de calcul utilisées (méthode analytique et méthode de simulation de Monté Carlo) pour déterminer les différentes FDP. Un exemple d'application a servi d'illustration des modèles stochastiques construits et des méthodes de calcul adoptées.

L'exemple d'application a concerné un réseau électrique comportant un ensemble typique de récepteurs et un fonctionnement étalé sur une période de 24 heures divisée en quatre tranches représentant aussi fidèlement que possible les moments d'entrée en service de ces récepteurs. Nous avons décomposé chaque harmonique en deux parties (réelle et imaginaire) afin d'en déduire à la fin les FDP des modules et des phases.

Les résultats obtenus sont d'abord présentés sous forme de densité de probabilité pour ensuite aboutir à courbes sous formes de valeurs « espérées » qui sont des représentations plus significatives. Nous avons à travers cette étude mis en évidence le phénomène de foisonnement, c'est-à-dire que la résultante des injections des courants harmoniques n'est pas une simple somme algébrique mais une addition plutôt vectorielle, ce qui permet parfois une neutralisation des harmoniques entre eux. Les deux méthodes de calcul sont toutes deux intéressantes et chacune a ses avantages et inconvénients. La méthode analytique exige moins de temps de calcul mais se heurte au problème des erreurs d'intégration dues aux FDP mal relevées. La méthode de Monté Carlo est par contre simple d'utilisation, elle est très utile quand on ignore certains paramètres du problème ou lorsque le nombre de paramètres est excessivement grand. Elle présente en contrepartie l'inconvénient du temps de calcul et de l'espace mémoire exigé élevés.

En perspectives, il serait intéressant d'établir des modèles stochastiques avec moins d'hypothèses simplificatrices (comme l'interdépendance entre charges non linéaires) et de les appliquer à des réseaux de plus grande dimension.

Il serait également intéressant de compléter ce travail par le calcul de la propagation des harmoniques dans les réseaux électriques et de calculer les tensions harmoniques qui en résulteraient.

# ***BIBLIOGRAPHIES***

**BIBLIOGRAPHIES**

- [1] : **P.Cartier** ; « Kepler et la Musique du Monde » ; la Recherche, vol 26, pp 750-751, Juillet/Août 1995.
- [2] : **P.Guerin** ; « Contribution à l'Etude des Perturbation Harmoniques des Réseaux de Bord de Navires : Approche Déterministe et Stochastique » ; Thèse de Doctorat, Ecole Doctorale S.P.I de Nante, France, 1996.
- [3] : **C.P.Steinmetz** ; Theory and Calculation of Alternating Current Phenomena, Mc Graw-Hill Book Co., Inc., New York, 1916.
- [4] : **C.P.Steinmetz** ; Theory and Calculation of Electric Circuits, Mc Graw-Hill Book Co., Inc., New York, 1917.
- [5] : **R.C.Clinker** ; « Harmonic Voltage and Current in Y- and Delta- Connected Transformers » ; AIEE Trans, vol., 33, Pt. 1, pp 723-733, 1914.
- [6] : **C.Fortescue** ; « A study of Some Three Phase System » ; AIEE Trans, vol., 33, Pt. 1, pp 753-766, 1914.
- [7] : **L.F.Curtis** ; « the effect of Delta and Star Connections Upon Transformer Wave Forms » ; AIEE Trans, vol., 33, Pt. 2, pp 1273-1282, 1914.
- [8] : **P.W.Blye, H.E.Kent** ; « Effect of Rectifiers on System Wave Shape » ; AIEE Trans, vol., 53, pp 54-63, 1934.
- [9] : **E.F.Christensen, C.H.Willis and C.C.Herskind** ; « Analysis of Rectifiers Circuits » ; AIEE Trans, vol., 63, pp 1048-1058, 1944.
- [10] : **E.W.Kimbark** ; « Direct Current Transmission » ; vol. 1, John & Wiley and Sons. Inc. New York, 1971.
- [11] : **L.Gyugyi, R.A.otto et T.H.Putnam** ; « Principales and Applications of Static Thyristor Controlled Shunt Compensation » ; IEEE Trans on Power App and Syst., vol. PAS-97, N°5, pp. 1935-1945, September/ October 1978.
- [12] : **H.Bessai** ; « Etude Déterministe de la Propagation des Harmoniques dans les Réseaux d'Energie Electrique » ; Mémoire de Magister, Université de Mouloud Mammeri, Tizi Ouzou, 2000.
- [13] : **R.Calvas** ; « Les Perturbations Electriques » ; Merlin Guerin N°141., Mai 2001.
- [14] : **R.P.Bouichard, G.Olivier** ; « Electrotechnique : deuxième édition » ; AGMV Marquis Quebec, Canada, 2001.

- [15] : **Ph.Ferracci** ; « La Qualité de l'Energie Electrique » ; Merlin Guerin N°199., Fevrier 2001.
- [16] : **C.Collombet, J.M.Lupin et J.Schonek** ; « Perturbations Harmoniques dans les Réseaux Pollués, et leur Traitement » ; Merlin Guerin N°152, September 1999.
- [17] : **H.Douar** ; « Evaluation du Cout des Pertes Générées par les Perturbations Harmoniques dans les Réseaux Electriques » ; Mémoire de Magister, Université de M'Hamed Bougara, Boumerdes, 2006
- [18] : **T.Gouraud** ; « Identification et Rejet de Perturbations Harmoniques dans des Réseaux de Distribution Electrique » ; Thèse de Doctorat, Ecole Doctorale S.P.I de Nante, France, 1997.
- [19] : **Ch.Prevé** ; « Les Réseaux Electriques Industriels 2 » ; Edition Hermes Science Publication, Juin 2001.
- [20] : **T.Deflandre, P.Mauras** ; « Les Harmoniques sur les Réseaux Electriques » ; Collection de la Direction des Etudes et Recherche d'Electricité de France, Eyrolles, ISS N°399, 1998.
- [21] : **R.Kiffouche** ; « Identification des Harmoniques et Génération de Courant de Référence 'Application au Convertisseur Statiques' » ; Mémoire de Magister, Université de M'Hamed Bougara, Boumerdes, 2006.
- [22] : **H.Godfroid** ; « La commande numérique des moteurs à courant alternatif, besoins et solutions » ; RGE, N° 5, pp 13-26 ; Mai 1993.
- [23] : **J.Bieth, D.Ollivier, J.Lachaume et M.Meunier** ; « Perturbations harmoniques sur les réseaux français, état des lieux- analyses- tendances » ; Cigré, N° 36-205, Session 1992.
- [24] : **Slimanou** ; « Mesure des Harmoniques à l'Aide d'Une Carte d'Acquisition » ; Rapport de stage, Institut National Polytechnique de Grenoble, Ecole National Supérieur d'Ingénieurs Electriciens de Grenoble, Septembre 1996.
- [25] : **E.Bettega, J.N.Fiorina** ; « Harmoniques : Convertisseurs propres et Compensateurs Actifs » ; Merlin Guerin N°183, Juin 1998.
- [26] : **S.A.Tadjer** ; « Etude d'un Système de Compensation d'Harmonique en Utilisant un Générateur Photovoltaïque 'GPV' » ; Mémoire de Magister, Université de M'Hamed Bougara, Boumerdes, 2008.
- [27] : **C.Dewez** ; « Modélisation d'un Filtre Actif Parallèle Triphasé Pour la Dépollution Harmoniques et Synthèse d'une Commande Basée sur le Rejet de Perturbations » ; Thèse de Doctorat, Université de Potier, France, 2007.
- [28] : **M.M.Abdussalam** ; « Structure et Stratégie de Commande des Filtres Actifs Parallèles et Hybrides Avec Validation Expérimentales » ; Université Henri Poincaré, Nancy1, France, Mai 2008.

- [29] : **Cigre Working Group 36-05** ; « Harmonics, Characteristic Parameters, Methods of Study, Estimates of Existing Values in The Network » ; Electra, N°77, July 1981.
- [30] : **DJ.Peleggi, N.H.Chandra and A.E.Emanuel** ; « Prediction of Harmonic Voltage in Distribution System » ; IEEE Trans on Power App and Syst, vol, PAS-100, N°3, pp 1307-1313, March 1981.
- [31] : **J.P.Barret, P.Bornard, B.Meyer** ; « Simulation des Réseaux Electriques » ; Edition Eyrolles, 1997.
- [32] : **R.D.Shultz, R.A.Smith and G.L.Hickey** ; « Calculation of Maximum Harmonic Current and Voltage on Transmission Lines » ; IEEE Power Engineering Society 1982, Summer Meeting, San Fransisco, California, Paper N° 82 SM 354-9, July 18-23 1982.
- [33] : **V.Crastan** ; « Les Réseaux d'Energie Electrique 1 : Modélisation des Eléments du Réseau Triphasé » ; Edition Germes Science Publication. Lavoisier, 2006.
- [34] : **W.M.Grady** ; « Harmonic Power Flow Studies » ; Ph.D Thesis, Perdue University, West Lafayette, IN. August 1984.
- [35] : **W.M.Grady and G.T.Heydt** ; « Voltage and Current Distorsion in Power Systems Caused by Six Pulse Line Commuted Converter » ; Miwest Power Symposium, Ames, Iowa, Oct 1983.
- [36] : **M.Gottfierd** ; « Converter Engineering, An Introduction to Operation and Theory» ; Siemens, John & Wiley and Sons, 1984.
- [37] : **Y.Baghzouz and O.T.Tan** ; « Probabilistic Modeling of Power System Harmonics » ; IEEE Trans. On Ind App., vol. IA-23, N°1, pp 173-180, January/ February 1987.
- [38] : **R.Azouaou, S.Rabahallah** ; « Summation of Probability Harmonic Current Injections in Electric Power System » ; International Conf on Fund of Electrotechnics and Circuit Theory, IC-SPETO, 11-14 May 2005.
- [39] : **A.L.Ferreira, F.D.Freitas.P.R.O.Vogel** ; « Statistical Analysis of Voltage Harmonic Distorsion for a Commercial Load », ICHQP, Bresil 2002.
- [40] : **R.Y.Rubinstein**, « Simulation and the Monte Carlo Method » ; Jphn &Wiley and Sons, New York, 1981.
- [41] : **M.Hayoum** ; « La méthode de Monté Carlo » ; Laboratoire des solides, Ecole Polythecnique, France ; Mai 2002.
- [42] : **Y.Baghzouz and O.T.Tan** ; « Probability Distribution of the Summation of Random Power System Harmonics » ; IEEE Southeastcon Conf, Raleigh- USA, pp 39-44, 1985.
- [43] : **R.Hersch and R.J.Griego** ; « Beownia Notion and Potential theory » ; Sci. Amer, pp 67-74, March 1969.

- [44] : **M.Sadiku** ; « Numerical Techniques in Electromagnetics, Second Edition » ; CRC Press, Boca Raton London, New York, Washington DC, 2001.
- [45] : **T.E.Hull and A.R.Dobell** ; « Random Number Generators » ; Silams Review, vol 4, N°3, pp 230-254, July 1982.
- [46] : **D.C.Mc Cracken** ; « The Monte Carlo Method » ; Sci. Amer, vol, 192, pp 90-96, May 1955.
- [47] : **M.Hayoun** ; « La Méthode de Monte Carlo Metropolis » ; École “Simulation Numérique en Matière Condensée”, Jussieu, Paris, 29 au 31 mai 2002.
- [48] : **Y.A.Shreider** ; « Method of Statistical testing (Monte Carlo method) » ; Oxford, Pergamon, pp 83-93, 1968.
- [49] : **D.E.Knuth** ; « The Art of Computer Programming » ; vol 2, Reading MA, Addison-Wisley, pp , 1969.
- [50] : **H.Koloyashi** ; « Modeling and Analysis : An Introduction to System Performance Evaluation Methodology » ; Reading. MA. Addison-Wisley, pp 221-247, 1978.
- [51] : **J.Lachaume** ; « Propagation et foisonnement des courants harmoniques sur les réseaux de distribution de l'énergie électrique » ; Thèse de doctorat, Ecole supérieure d'électricité, Université Paris XI ; Juin 1992.
- [52] : **G.Saporta** ; « Probabilité, analyse des données et statistique » ; Edition Technip ; 1990.

***ANNEXES***

## ANNEXE I : Théorème de la limite centrale

Soient  $x_1, x_2, \dots, x_n$  une suite de variables aléatoires indépendants ayant même loi et admettant une moyenne  $m$  et une variance  $\sigma^2$ . Si on forme la variable  $x = x_1 + x_2 + \dots + x_n$ , on peut alors calculer  $E(x)$  et  $\text{VAR}(x)$  :

- $E(x) = E(x_1) + E(x_2) + \dots + E(x_n) = n.m$  ;
- $\text{VAR}(x) = E\left[\left(x - n.m\right)^2\right] + E\left[\left((x_1 - m) + (x_2 - m) + \dots + (x_n - m)\right)^2\right]$ .

Soit  $z$  la variable réduite associée à  $x$  :

$$z = \frac{(x - n.m)}{(\sigma \cdot \sqrt{n})}$$

On a alors :

$$\text{LimP}(Z \leq z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \int_{-\infty}^z \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du}.$$

Pour  $n \longrightarrow +\infty$ , on obtient :

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right)$$

Or :

$$f(x) = Jf(z)$$

Avec :

$$J = \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{\sigma \sqrt{n}}$$

D'où :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{\sigma \sqrt{n}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \left[\frac{x - n.m}{\sigma \sqrt{n}}\right]^2\right).$$

---

## ANNEXE II : définitions

### Distribution exponentielle

Une distribution est dite exponentielle, si elle admet pour densité de probabilité, la fonction :

$$f(x) = \lambda \cdot \exp[-\lambda \cdot x] \quad \text{avec } x > 0$$

### Distribution normale

$N(m, \sigma)$  est une distribution normale si elle admet pour densité de probabilité, la fonction :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \exp\left[-\frac{(x - m)^2}{2 \cdot \sigma^2}\right]$$

### Distribution de RAYLEIGH

Une distribution est dite de RAYLEIGH si elle admet pour densité de probabilité, la fonction :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x}{\sigma^2} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2 \cdot \sigma^2}\right) \\ f(x) = 0 \end{cases}$$

### Distribution uniforme

$U(a, b)$  est une distribution uniforme sur un intervalle  $[a, b]$  si elle admet une densité de probabilité constante sur cet intervalle et nulle ailleurs.

$$\begin{cases} f(x) = \frac{1}{b - a} \\ f(x) = 0 \end{cases}$$

**Fonction de répartition**

$F(x)$  désigne la probabilité pour que la variable aléatoire  $X$  prenne une valeur inférieure à  $x$ .

$$F(x) = P(X < x)$$

**Fonction de densité de probabilité**

Elle correspond au dérivé de la fonction de répartition, ou au rapport de la probabilité de tomber dans un intervalle  $\Delta x$ , sur la longueur de cet intervalle

**Fonction de densité de probabilité conjointe**

C'est la fonction de densité de probabilité d'un système de plusieurs variables aléatoires.

**Fonction de densité de probabilité marginale**

C'est la fonction de densité de probabilité d'une des composantes, d'un système de plusieurs variables aléatoires.

## Résumé

Ce mémoire traite du calcul de la résultante des injections de courants harmoniques dans un réseau électrique. La résultante des injections harmoniques dans un réseau électrique n'est pas une somme algébrique mais plutôt vectorielle. Ajouté à cela le caractère « aléatoire » d'entrée en service des différents récepteurs, en effet ces derniers ne fonctionnent pas tous en même temps. Une approche alors plutôt stochastique que déterministe est la mieux indiquée pour étudier les injections harmoniques dans les réseaux électriques.

Un modèle stochastique pour la détermination de la résultante des injections de courants harmoniques est construit dans ce mémoire. Ce modèle prend en compte la variation aléatoire aussi bien des modes d'opération que des configurations des charges non linéaires connectées au réseau de distribution.

Le modèle construit est appliqué à un réseau électrique constitué de récepteurs classés en quatre catégories, fonctionnant dans une période de 24 heures divisées en quatre tranches horaires judicieusement choisies. Les équations des modèles construits sont résolues en utilisant deux méthodes : la méthode analytique et la méthode de simulation de Monté Carlo.

**Mots Clés :** Réseau électrique, pollution harmonique, THD, Déterministe, Stochastique, FDP, Méthode analytique, Méthode de Monté Carlo.

## Abstract

This work deals with the study of the current harmonic injections in an electric network. We now that the total harmonic current injection is carried out by not the algebraic summation but either by the phasorial one. In addition, the loads are not operating at the same time and there is a random change of the harmonic current injection due to the stochastic change of the operating modes.

Consequently, probabilistic models of harmonic current injection are highly desirable for a more realistic prediction of harmonic levels.

The developed models are applied to an electric network containing four classes of loads which are working in a 24 hours period divided into four judiciously chosen intervals.

The resulting equations are solved using two methods : the analytical method and the Monte Carlo Simulation method.

**Key Words :** Electric Network, Harmonic pollution, THD, Deterministic, Stochastic, PDF, Analytical method, Monte Carlo method.