

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Mouloud MAMMERRI de Tizi-Ouzou



Faculté de Génie Électrique et Informatique
Département d'Automatique

MÉMOIRE DE MAGISTER

En Automatique

Présenté par :

M^{me}. Hassiba NECHAF
Ingénieur UMMTO

Thème

Observation et Synthèse d'Observateurs pour les
Systèmes à Retard

Mémoire soutenu le 14 novembre 2015 devant le jury composé de :

Ahmed MAIDI	<i>Maître de Conférences classe A</i>	UMMTO	Président
Saïd DJENNOUNE	<i>Professeur</i>	UMMTO	Rapporteur
Rachid MANSOURI	<i>Professeur</i>	UMMTO	Examineur
Amar SI AMMOUR	<i>Maître de Conférences classe A</i>	UMMTO	Examineur
Amar HAMACHE	<i>Maître de Conférences classe B</i>	UMMTO	Examineur

Remerciements

Ce travail a été effectué au Laboratoire de Conception et Conduite des Systèmes de Production (L2CSP), de l'université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou.

Mes grands remerciements vont à :

Mon Dieu qui m'a donné la capacité d'achever ce travail, et qui m'a aidé à dépasser toutes les difficultés que j'ai rencontrées.

Mes remerciements et gratitudes vont également à promoteur Monsieur Saïd DJENNOUNE professeur à l'université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou pour m'avoir fait confiance, sa disponibilité, ses conseils et son aide tout au long de ma thèse.

J'adresse mes sincères remerciements à messieurs Ahmed MAIDI, Maître de conférences classe A à l'université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, Rachid MANSOURI, Professeur à l'université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, Amar SI AMMOUR, Maître de conférences classe A à l'université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, Amar HAMACHE, Maître conférences classe B à l'université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou qui m'ont fait l'honneur d'être membres de jury.

Que soient remerciées aussi toutes les personnes qui m'ont aidé de près ou de loin par leur soutien moral , ainsi que leur support quotidien, ce qui a rendu possible ce travail. Qu'ils retrouvent dans ces quelques lignes toute mes gratitudes et mes reconnaissances. C'est ainsi, avec grand plaisir et reconnaissance, que je remercie mon cher époux de m'avoir encouragé et d'avoir été patient.

Dédicaces

à mon cher époux Amar.

à la mémoire de mon père.

à ma chère maman,

à toute ma famille et ma belle famille

Notations

\mathbb{R} :	ensemble des nombres réels.
\mathbb{R}^+ :	ensemble des nombres réels positifs.
\mathbb{C} :	ensemble des nombres complexes.
$\ \cdot \ $:	norme Euclidienne.
$\ \cdot \ _{\mathbb{C}}$:	norme Euclidienne sur \mathbb{C} .
$x(t) \in \mathbb{R}^n$:	vecteur d'état instantané
I_n :	matrice identité de $\mathbb{R}^{n \times n}$
$V(\cdot)$:	fonction de Lyapunov.
$\dot{V}(\cdot)$:	dérivée de la fonction Lyapunov par rapport au temps.
R^+ :	matrice pseudo inverse de R

Acronymes

<i>BMI</i> :	Bilinear Matrix Inequality/ Inégalité Matricielle Bilinéaire
<i>LMI</i> :	Linear Matrix Inequality/ Inégalité Matricielle Linéaire
<i>UIO</i> :	Unknown Input Observer/ L'observateur à entrée inconnue

Table des matières

Introduction générale	1
1 Observateurs à entrées inconnues	5
1.1 Introduction	5
1.2 Observabilité	6
1.3 Observabilité des systèmes linéaires	6
1.4 Synthèse d'observateurs des systèmes linéaires sans entrées inconnues	8
1.4.1 Observateur de Luenberger	8
1.4.2 Observateur à mode glissant	9
1.5 Synthèse d'observateurs des systèmes linéaires avec entrées inconnues	11
1.5.1 Observateur à mode glissant d'Utkin à entrée inconnue	11
1.5.2 Structure de l'observateur à mode glissant d'Utkin à entrée inconnue	13
1.5.3 Exemple de simulation	14
1.6 Observateur fonctionnel de Luenberger à entrée inconnue	17
1.6.1 Exemple de simulation	20
1.7 Conclusion	23
2 Synthèse d'observateurs des systèmes à retard	25
2.1 Rappel sur les systèmes à retard	25
2.1.1 Introduction	25
2.1.2 Généralités sur les systèmes à retard	26
2.1.3 Classes des systèmes à retard	27
2.2 Modèles des systèmes linéaires à retards	28
2.2.1 Type de retard	30

2.3	Choix de la norme	31
2.4	Stabilité des systèmes à retard	31
2.5	Observation des systèmes à retard	32
2.6	Observateur cascade des systèmes linéaires avec retard sur la mesure	36
2.6.1	Analyse de la convergence de l'observateur	37
2.6.2	Exemple de simulation	38
2.6.3	Influence de présence de l'entrée inconnue sur l'observateur en cascade	40
2.7	Conclusion	42
3	Observateurs des systèmes linéaires à entrée inconnue avec retard sur la mesure	43
3.1	Introduction	43
3.2	Synthèse d'observateurs des systèmes linéaires à entrées inconnues avec retard sur la mesure	44
3.2.1	Observateur à mode glissant à entrée inconnue avec retard sur la mesure	44
3.2.2	Observateur fonctionnel de Luenberger à entrée inconnue avec retard sur la mesure	50
3.2.3	Synthèse d'observateur cascade à entrée inconnue avec retard sur la mesure	52
3.3	Conclusion	64
	Conclusion générale	65
	Bibliographie	67

Table des figures

1.1	Schéma fonctionnel de l'observateur de Luenbeger	9
1.2	Représentation de x_1, x_2 réel et \hat{x}_1, \hat{x}_2 estimé	15
1.3	Représentation de x_3, x_4 réel et leurs estimé \hat{x}_3, \hat{x}_4 estimé	16
1.4	Représentation de l'entrée inconnue w et son estimée \hat{w}	16
1.5	Représentation de l'entrée inconnu w et son estimée \hat{w}	21
1.6	Représentation de x_1 réel et son estimé \hat{x}_1	21
1.7	Représentation de x_2 réel et son estimé \hat{x}_2	22
1.8	Représentation de l'erreur d'estimation de l'entrée inconnue	22
1.9	Représentation des erreurs d'estimations des états	22
2.1	Schéma fonctionnel de l'observateur en cascade	36
2.2	Représentation de la variable d'état x_1 réelle et x_1 retardée et \hat{x}_1	39
2.3	Représentation de la variable d'état x_2 réelle et x_2 retardée et \hat{x}_2	39
2.4	Représentation des erreurs d'estimations e_1 et e_2	40
2.5	Représentation de la variable d'état x_1 et \hat{x}_1	41
2.6	Représentation de la variable d'état x_2 et \hat{x}_2	41
2.7	Représentation des erreurs d'estimation e_1 et e_2	42
3.1	Illustration de la provenance des retards dans une boucle de contrôle	44
3.2	Représentation des variables d'état du système réelles et leurs estimées en présence du retard sur la mesure	49
3.3	Représentation de l'entrée inconnue w et son estimée \hat{w} en présence du retard sur la mesure	49
3.4	Représentation des erreurs d'estimations des variables d'états	50

3.5	Erreurs d'estimations e_1, e_2, e_3	51
3.6	Erreurs d'estimations des états e_1, e_2 et d'entrée inconnue e_3 lorsque $\tau = 1s$	52
3.7	Observateur proposé à entrée inconnue (UIO) avec retard sur la mesure	53
3.8	Représentation de l'entrée inconnue w et son estimée retardée \hat{w}_0	59
3.9	Erreur d'estimation de l'entrée inconnue e_3	59
3.10	x_1 réel et son estimé \hat{x}_1	59
3.11	x_2 réel et son estimé \hat{x}_2	60
3.12	Erreurs d'estimations des états e_1, e_2	60
3.13	Représentation de la variable d'état x_1 et \hat{x}_{01} et \hat{x}_1	61
3.14	Représentation de la variable d'état x_2 et \hat{x}_{02} et \hat{x}_2	62
3.15	Représentation de l'entrée inconnue w et son estimée \hat{w}	62
3.16	Erreurs d'estimations e_1, e_2, e_3	62
3.17	Représentation des erreurs d'estimations e_1, e_2, e_3	63
3.18	Représentation des erreurs d'estimations e_1, e_2, e_3	63
3.19	Représentation des erreurs d'estimations e_1, e_2, e_3	64

Introduction générale

La théorie de l'estimation occupe une place importante en automatique. La connaissance des variables d'état du système étudié est nécessaire, afin de concevoir des méthodes de commande, de surveillance, de détection et de localisation de fautes. Sur le plan pratique, il est difficile de mesurer toutes les variables d'état du système, pour des raisons physiques (capteur nécessaire indisponible, capteur irréalisable...) ou économiques (installer un minimum de capteur afin de réduire les coûts d'instrumentations), d'où la nécessité de faire recours à un système dynamique auxiliaire, appelé observateur, qui a pour rôle d'estimer l'état du système.

D'une manière générale, la synthèse d'observateur exploite les informations disponibles sur les systèmes réels, à savoir, le modèle dynamique du système, ses entrées et ses sorties mesurées. Le problème de synthèse d'observateur des systèmes linéaires a été résolu dans les années 1960-1970 [1],[2]. Les observateurs couramment utilisés pour les systèmes linéaires sont l'observateur asymptotique de Luenberger [3] dans le cas déterministe et le filtre optimal de Kalman-Bucy dans le cas stochastique. Les observateurs à mode glissant sont aussi utilisés même s'ils sont eux-mêmes de structure non linéaire [4] [5].

Un système physique est souvent soumis à des perturbations tels que les bruits de mesure, les incertitudes de modélisation, les fautes du système et les perturbations externes. Ces perturbations et leur estimation peuvent servir à concevoir un système de commande capable d'en minimiser leurs effets. Ces perturbations sont appelées entrées inconnues lorsqu'elles apparaissent comme entrées additionnelles sur le processus, et leur présence peut rendre difficile l'estimation des états du système.

La reconstruction de l'état d'un système dynamique linéaire continu dont une partie des entrées n'est pas mesurable a un grand intérêt dans la pratique. Dans de telles circonstances, un observateur conventionnel, qui exige la connaissance de toutes les entrées, ne peut pas être utilisé directement. Le problème à résoudre devient alors plus complexe, puisqu'il s'agit soit d'estimer

l'état du système, malgré la présence d'entrées qui interviennent effectivement dans la dynamique du système mais que l'on ne peut pas inclure dans la dynamique de l'observateur, soit d'estimer l'état et les entrées inconnues également.

Plusieurs travaux ont été réalisés pour l'estimation des entrées inconnues dans le cadre des systèmes dynamiques linéaires [6], [7], [8], [9], [10], [11]. Dans [12] les auteurs ont présenté, en utilisant un observateur de Luenberger, l'estimation des états inconnus d'un système dynamique linéaire soumis à des perturbations.

Les travaux de [13] proposent des observateurs d'ordre réduit pour les systèmes linéaires comportant des entrées connues et inconnues. Dans [14] les auteurs donnent les conditions d'existence de cet observateur sous forme de contraintes de rang. L'article [15] propose des solutions pour la détection de défauts et la génération de résidus.

Les observateurs à entrées inconnues interviennent donc dans le domaine du diagnostic, pour la détection de défauts (qui sont considérés comme des entrées inconnues), la surveillance de capteurs, l'estimation de perturbations affectant le système. La théorie d'estimation d'état a été étendue aux systèmes incertains, puis chaotiques.

Dans [16], les auteurs ont proposé deux méthodes s'appuyant sur des observateurs à mode glissant, pour détecter et estimer les défauts de capteurs. La technique des modes glissants est particulièrement avantageuse en raison de ses performances en robustesse vis-à-vis des incertitudes de modélisation et des perturbations, de l'obtention d'une convergence vers l'état désiré en un temps fini et aussi en raison de la simplicité de son implémentation. Le principe des observateurs à mode glissant repose sur l'injection d'une entrée de contrôle discontinue.

Dans tout ce qui précède, les systèmes considérés sont sans retard, or sur le plan pratique le retard est toujours présent surtout avec l'avènement de la commande à distance via un réseau [17]. Le comportement dynamique de la plupart des procédés industriels peut être mathématiquement décrit par des systèmes linéaires à retards.

Le retard peut se manifester soit dans l'entrée de commande, soit dans les variables d'état ou encore dans les sorties de mesures. Classiquement, les observateurs qui ont été proposés, pendant de nombreuses décennies des années soixante aux années quatre-vingt dix, ont été développés sans considérer les retards pouvant affecter les mesures. Actuellement, les nouvelles applications employant des techniques de contrôle modernes comme la télé opération ou bien la commande coopérative exigent des échanges d'informations via des supports de transmission (fibres optiques,

faisceaux hertziens) entre les différents éléments constituant le système et son contrôleur induisant des délais. La prise en compte de ces délais devient donc inévitable.

Le problème de synthèse des observateurs pour les systèmes soumis aux retards sur la mesure a attiré l'attention de nombreux chercheurs [18],[19], [20], [21]. [19] les auteurs proposent un observateur à grand gain en considérant le retard sur la sortie variable. [21] les auteurs proposent une structure des observateurs en cascade.

L'objectif de notre travail porte sur l'étude de la conception d'observateurs pour les systèmes linéaires continus à temps invariant avec entrées inconnues lorsque les sorties de mesure sont soumises aux retards constants. La solution proposée consiste une structure de trois observateurs en cascade. Le premier observateur estime l'entrée inconnue à l'instant retardé, le deuxième observateur estime les états retardés du système et le troisième observateur estime les états du système à l'instant courant.

Ce mémoire est organisé comme suit :

Dans le premier chapitre nous exposons les notions essentielles sur l'observabilité et les différentes méthodes de synthèse d'observateur pour les systèmes linéaires continus, et les méthodes d'estimation des états et d'entrée inconnue des systèmes linéaires en présence d'entrées inconnues.

Le second chapitre porte sur les systèmes à retard. Nous définissons les différentes classes des systèmes à retard, et nous présentons la méthode de synthèse d'observateur pour les systèmes linéaires continus temps invariant avec retard sur la mesure.

Le troisième chapitre est consacré à la présentation de deux méthodes de synthèse d'observateurs lorsque la mesure est affectée d'un retard constant en présence d'entrées inconnues. Dans la première méthode nous présentons l'observateur à mode glissant à entrée inconnue avec retard sur la mesure, nous allons illustrer cette méthode par un exemple de simulation. Pour remédier aux inconvénients de la première méthode nous avons proposé une structure consistant trois observateurs en cascade, qui estime à la fois les variables d'états et l'entrée inconnue pour les systèmes linéaires continus temps invariant à entrées inconnues avec retard sur la mesure. La convergence de l'observateur proposé est établie et la technique LMI a été utilisée pour résoudre le problème de la structure de l'observateur proposé. Des résultats de simulation effectués sur un exemple numérique sont donnés afin d'illustrer l'efficacité des méthodes étudiées.

Nous terminons notre travail par une conclusion générale et quelques perspectives.

Chapitre 1

Observateurs à entrées inconnues

1.1 Introduction

La connaissance entière ou partielle de l'état du système considéré est une exigence importante qui intervient dans les domaines de commande, de diagnostic et de la surveillance des systèmes. Cette exigence s'avère difficile à satisfaire dans la plupart des cas. Ceci est dû d'une part, au fait que les variables d'états n'ont pas toujours une signification physique et leurs mesures directes sont impossibles à réaliser. D'autre part, les capteurs nécessaires pour la mesure des variables d'états sont indisponibles ou de précision insuffisante. De plus d'un point de vue économique, il est souhaitable d'installer un minimum de capteurs afin de réduire les coûts d'instrumentations et de maintenance.

Les mesures effectuées en sortie du système ne donnent pas une information complète sur les états internes de ce système. Il est indispensable donc de reconstruire les variables d'état non mesurées. L'idée utilisée depuis plusieurs années, est le remplacement des capteurs matériels par des capteurs logiciels ou par des observateurs d'état, qui permettent de reconstruire les informations internes (états, entrées inconnues) du système à partir du modèle du système, des entrées connues et des sorties mesurées.

Un système physique est souvent soumis à des perturbations, tel que les bruits de mesure, les incertitudes de mesure, les fautes du système et les perturbations externes. Ces bruits ont un effet néfaste sur le comportement normal du processus, et leurs estimations peuvent servir à concevoir un système de commande capable d'en minimiser ces effets. Ces perturbations sont appelées entrées inconnues lorsqu'elles apparaissent comme entrées additionnelles sur le processus, et

leurs présences peut rendre difficile l'estimation des états du système.

Plusieurs travaux ont été consacrés à la synthèse d'observateurs pour les systèmes linéaires à entrées inconnues ([22],[23], [24], [25], [26], [27], [28]). Les premiers résultats sur l'estimation d'état linéaire datent des années 1970, ils peuvent être regroupés en deux catégories. La première catégorie suppose la connaissance a priori d'informations sur ces entrées non mesurables ; en particulier, Johnson [22] propose une approche polynomiale et Meditch [29] suggère d'approcher les entrées inconnues par la réponse d'un système dynamique connu. La deuxième catégorie procède soit par estimation de l'entrée inconnue [28], soit par son élimination complète des équations du système [30].

Des observateurs d'ordre réduit ont été considérés par plusieurs auteurs durant ces dernières années [31], [32]. Cependant, Yang et Wilde [31] ont démontré que l'observateur à entrées inconnues d'ordre plein peut avoir une vitesse de convergence plus rapide que l'observateur d'ordre réduit.

L'utilisation d'observateurs à entrées inconnues pour le diagnostic de défaut et les systèmes de surveillance de processus a également attiré beaucoup d'attention [6], [30], [32]. Dans ce chapitre, nous présentons quelques notions de base d'observabilité et observateurs ainsi que quelques méthodes de reconstruction des états et de l'entrée inconnue des systèmes linéaires en présence d'entrée inconnue.

1.2 Observabilité

Dans la littérature, il est démontré qu'un observateur existe si et seulement si la réalisation d'état du système en question est observable. En effet, l'observabilité d'un système exprime la possibilité de reconstruire l'état à partir de la seule connaissance des signaux d'entrées et de sorties.

1.3 Observabilité des systèmes linéaires

Les critères d'observabilité d'un système linéaire sont décrits dans de nombreuses références [33], [34]. Considérons le système dynamique linéaire continu à temps invariant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (1.1)$$

Où

$t \geq 0, x(t) \in \mathbb{R}^n, u(t) \in \mathbb{R}^m, y(t) \in \mathbb{R}^p$, sont le vecteur d'états, l'entrée et la sortie du système (1.1), respectivement. A, B, C sont les matrices du système de dimensions appropriées, et les conditions initiales sont définies par $x(t_0) = x_0$. Rappelons certaines définitions et certains résultats à l'observabilité.

Définition 1 : [34]

Le système (1.1) est dit observable s'il existe un temps $t_f \geq t_0$ tel que la connaissance de l'entrée $u(t)$ et de la sortie $y(t)$ sur l'intervalle $t \in [t_0 \quad t_f]$ suffit pour déterminer de manière unique la condition initiale x_0 .

Pour les systèmes linéaires, l'information produite en sortie est la superposition de celle générée par l'entrée et de celle générée par la condition initiale. Si on suppose le régime libre ($u = 0$) alors on peut adopter la définition suivante.

Définition 2 : [34]

Le système (1.1) est observable si et seulement si, en régime libre ($u(t) = 0, \forall t \geq t_0$), l'observation d'une sortie $y(t)$ uniformément nulle $t \in [t_0 \quad t_f]$ n'est possible que pour un état initial $x(t_0)$ nul.

Remarque 1

Lorsque toutes les variables d'état sont observables, alors le système est dit complètement observable, sinon, il est dit partiellement observable.

La condition d'observabilité est une condition nécessaire et suffisante pour pouvoir estimer l'état du système à partir des informations recueillies sur les entrées et les sorties. Remarquons que la connaissance de x_0 et du modèle d'état du système suffit pour reconstruire l'état $x(t)$ à n'importe quel instant $t \geq t_0$. La propriété d'observabilité d'un système linéaire temps invariant est une propriété structurelle et ne dépend que des matrices A et C du modèle. Le critère le plus utilisé pour vérifier cette propriété est le critère de rang de Kalman formulé par la matrice d'observabilité ci-dessous.

Le système décrit par (1.1) est complètement observable si et seulement si le $\text{rang}(O) = n$

tel que (O) est la matrice d'observabilité définie par :

$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}. \quad (1.2)$$

1.4 Synthèse d'observateurs des systèmes linéaires sans entrées inconnues

Une solution au problème de l'estimation de l'état des systèmes linéaires a été proposée par Luenberger [3] dans le cadre déterministe, et par Kalman [1] dans le cadre stochastique. Les observateurs à mode glissants sont aussi utilisés pour les systèmes linéaires même s'ils sont eux-mêmes de structure non linéaire.

1.4.1 Observateur de Luenberger

La théorie de l'observation repose essentiellement sur des techniques de placement de pôles. Soit $\hat{x}(t)$ l'estimé de $x(t)$, et $\hat{y}(t)$ l'estimé de $y(t)$.

L'observateur proposé par Luenberger pour le système (1.1) est décrit par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + K(y(t) - \hat{y}(t)); \hat{x}(t_0) = \hat{x}_0 \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad (1.3)$$

Où $K \in \mathbb{R}^{n \times p}$ est le gain de l'observateur (1.3). Le schéma bloc de l'observateur est illustré par la figure (1.1). L'erreur d'estimation est donnée par

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$$

La dynamique de cette erreur est régie par l'équation suivante :

$$\dot{e}(t) = (A - KC)e(t); e(t_0) = e_0 = x_0 - \hat{x}_0$$

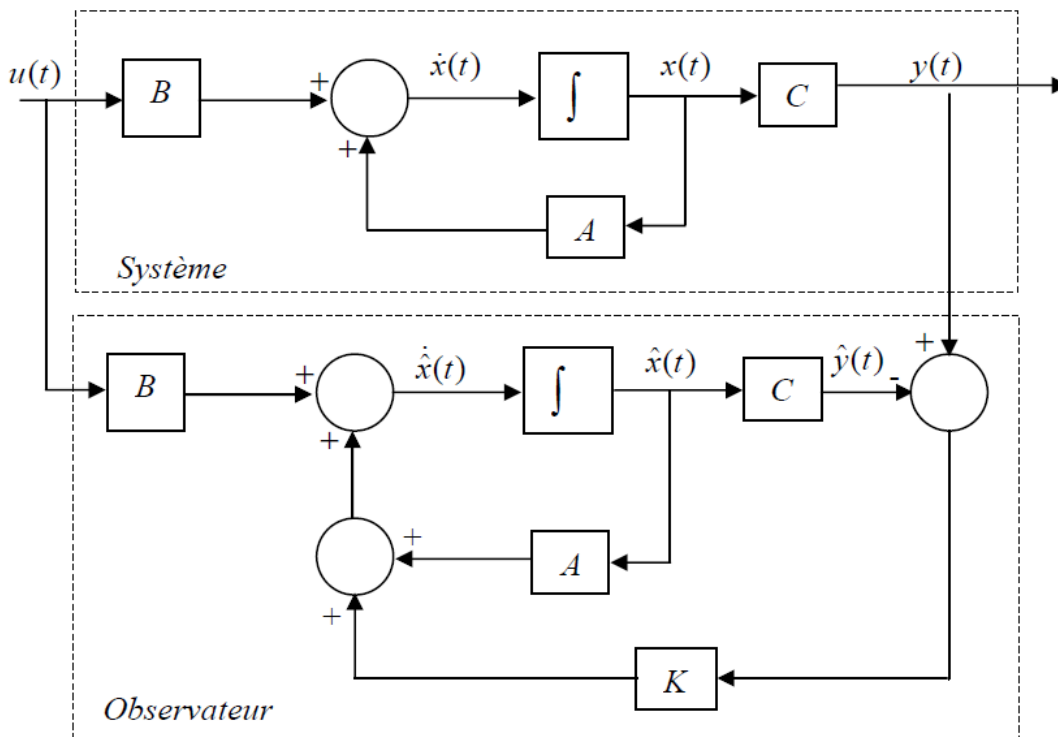


FIGURE 1.1: Schéma fonctionnel de l'observateur de Luenberger

Si le gain est choisi de telle manière que la matrice $(A - KC)$ soit de Hurwitz, c'est-à-dire ayant des valeurs propres à parties strictement négatives, alors l'erreur d'estimation converge asymptotiquement vers zéro. Comme l'observateur remplace le capteur, on doit donc assurer une convergence de l'erreur d'estimation vers zéro très rapide au moins dix fois plus rapide que la dynamique du système. Si le couple (A, C) est observable, alors il est possible de déterminer le gain K pour avoir une dynamique de convergence choisie au préalable. Le problème de construction de l'observateur revient donc à résoudre un problème de placement de pôles. On choisit une dynamique désirée (choix des valeurs propres désirées de $(A - KC)$), puis en utilisant le principe de placement de pôle, on détermine le gain K .

1.4.2 Observateur à mode glissant

Les techniques basées sur la théorie des structures variables, assurant la robustesse du contrôleur ou de l'observateur sont l'objet de plusieurs travaux de recherche actuellement. Une des classes les plus connues des observateurs robustes est celle des observateurs mode glissant [4], [5],[35],[36].

Dans [5] Le principe des observateurs à mode glissant consiste à contraindre, à l'aide de fonctions discontinues, les dynamiques d'un système d'ordre n à converger vers une surface de glissement S de dimension $(n - p)$ (p étant la dimension du vecteur de mesure y). L'attractivité de cette surface est assurée par des conditions appelées conditions de glissement. Si ces conditions sont vérifiées, le système converge vers la surface de glissement et y évolue selon une dynamique d'ordre $(n-p)$. Dans le cas des observateurs mode glissant, les dynamiques concernées sont celles des erreurs d'observation $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$. A partir de leurs valeurs initiales e_0 , ces erreurs convergent vers les valeurs d'équilibre en deux étapes :

Dans une première phase, la trajectoire des erreurs d'observation évolue vers la surface de glissement sur laquelle les erreurs entre la sortie de l'observateur et la sortie du système réel (les mesures) $e_y = y - \hat{y}$ sont nulles. Cette étape est appelée mode d'atteinte.

Dans la seconde phase, la trajectoire des erreurs d'observation glisse sur la surface de glissement avec des dynamiques imposées de manière à annuler toutes les erreurs d'observation. Ce dernier mode est appelé mode de glissement.

Considérons un système d'état non linéaire d'ordre n :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = Cx \end{cases} \quad (1.4)$$

Où : $x \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^m, y \in \mathbb{R}^p, f$ représentent le vecteur d'état, le vecteur d'entrée ou de la commande, le vecteur de sortie, le champ de vecteur suffisamment différentiable, respectivement.

Les différentes étapes de synthèse de l'observateur à mode glissant sont identifiées dans [4]. L'observateur à mode glissant d'ordre 1 permettant de reconstituer le vecteur d'état estimé $\hat{x}(t)$ est défini par la structure (1.5)

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, u) + \lambda \text{sign}(y - \hat{y}) \\ \hat{y} = C\hat{x} \end{cases} \quad (1.5)$$

Où l'entrée u est localement bornée et mesurable.

sign : Représente la fonction signe usuelle.

λ : est la matrice de gain d'observation de dimension $(n-p)$. Le terme de correction utilisé est proportionnel à la fonction discontinue sign appliquée à l'erreur de sortie.

Pour que l'état estimé converge vers l'état réel, l'observateur à mode glissant doit respecter deux conditions :

La première condition concerne le mode d'atteinte et garantit l'attractivité de la surface de glissement $S = 0$ de dimension p .

La surface de glissement est attractive si la fonction de Lyapunov $V(t) = S^T S$ vérifie la condition : $\dot{V}(t) < 0$

La deuxième concerne le mode glissant, durant cette étape, la matrice des gains correctifs agit de manière à satisfaire la condition d'invariance suivante :

$$\begin{cases} S = 0 \\ \dot{S} = 0 \end{cases}$$

Durant ce mode, les dynamiques du système sont réduites et le système d'ordre n devient un système équivalent d'ordre $(n-p)$. Ces critères permettent la synthèse de l'observateur à mode glissant et déterminent son fonctionnement.

Phénomène de réticence.

En pratique, le terme discontinu à droite de l'équation peut exciter des dynamiques hautes fréquences non modélisées qui entraînent l'apparition de ce qu'on appelle "réticence" ou "broutement" connu en anglais sous le nom de "chattering", et qui se caractérise par des fortes oscillations autour de la surface.

1.5 Synthèse d'observateurs des systèmes linéaires avec entrées inconnues

1.5.1 Observateur à mode glissant d'Utkin à entrée inconnue

Considérons le système linéaire continu temps invariant avec retard sur la mesure

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Rw(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (1.6)$$

$x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$, $y(t) \in \mathbb{R}^p$, $w(t) \in \mathbb{R}^q$ sont le vecteur d'états, le vecteur des entrées connues, le vecteur des sorties mesurables, le vecteur des entrées inconnues du système (1.6), respectivement. $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $R \in \mathbb{R}^{n \times q}$, $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ sont la matrice d'état, la matrice des entrées connues, la matrice d'influence des entrées inconnues et la matrice des sorties du système (1.6), respectivement. On suppose que R est de plein rang en colonne et la paire (A, C) est observable. La reconstruction des variables d'états est basée sur les sorties mesurées, un changement

de coordonné peut être effectué pour obtenir la forme régulière [37].

En respectant ces conditions une matrice transformation non singulière permet de réécrire respectivement les matrices de sortie, de l'état et de commande dans les nouvelles coordonnées.

$$\tilde{A} = T_1 A T_1^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, \tilde{B} = T_1 B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}, \tilde{C} = C T_1^{-1}, \tilde{R} = T_1 R = \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{bmatrix}$$

où

$$T_1 = \begin{bmatrix} Q \\ C \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_1(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = T_1 x(t), \quad \tilde{x}_1(t) \in \mathbb{R}^{(n-p)}, R = \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{bmatrix}$$

Où I_p est la matrice identité de dimension p .

$Q = \begin{bmatrix} 0 & I_{n-p} \end{bmatrix}$ le système (1.6) dans les nouvelle coordonnées s'écrit comme suit

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1(t) = A_{11}\tilde{x}_1(t) + A_{12}y(t) + B_1u(t) + R_1w(t) \\ \dot{y}(t) = A_{21}\tilde{x}_1(t) + A_{22}y(t) + B_2u(t) + R_2w(t) \end{cases} \quad (1.7)$$

On note que $CR = R_2$. ainsi $CR \neq 0$ et il existe la matrice pseudo-inverse R_2^+ de la matrice R_2 tel que $R_2 R_2^+ = I_{m_1}$, $m_1 = \text{rang}(CR) = \text{rang}(R)$

La transformation suivante est appliquée au modèle donné dans (1.7)

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_1(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{n-p} & -R_1 R_2^+ \\ 0 & I_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1(t) \\ y(t) \end{bmatrix}$$

avec

$$T_2 = \begin{bmatrix} I_{n-p} & -R_1 R_2^+ \\ 0 & I_p \end{bmatrix}, \bar{A} = T_2 \tilde{A} T_2^{-1} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{bmatrix}, \bar{B} = T_2 \tilde{B} = \begin{bmatrix} \bar{B}_1 \\ \bar{B}_2 \end{bmatrix}$$

$$\bar{C} = \tilde{C} T_2^{-1}, \bar{R} = T_2 \tilde{R} = \begin{bmatrix} \bar{R}_1 \\ \bar{R}_2 \end{bmatrix}$$

Où

$$\bar{R}_1 = 0$$

$-R_1R_2^+$ est la pseudo-inverse de $-R_1R_2$ et $x_1(t) \in \mathbf{R}^{n-p}$

Le système (1.7) dans les nouvelles coordonnées est donné par (1.8)

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}_1(t) = \bar{A}_{11}\bar{x}_1(t) + \bar{A}_{12}y(t) + \bar{B}_1u(t) \\ \dot{y} = \bar{A}_{21}\bar{x}_1(t) + \bar{A}_{22}y(t) + \bar{B}_2u(t) + \bar{R}_2w(t) \end{cases} \quad (1.8)$$

La paire $(\bar{A}_{11}, \bar{A}_{21})$ est observable car la paire (A, C) est observable [38], le gain \bar{L} est choisi tel que les valeurs propres de la matrice $\bar{A}_{11} - \bar{L}\bar{A}_{21}$ soit dans le demi-plan gauche du plan complexe.

1.5.2 Structure de l'observateur à mode glissant d'Utkin à entrée inconnue

la structure d'observateur à mode glissant considérée pour ce système est :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1(t) = \bar{A}_{11}\hat{x}_1(t) + \bar{A}_{12}\hat{y}(t) + \bar{B}_1u(t) + \bar{L}v(t) \\ \dot{\hat{y}}(t) = \bar{A}_{21}\hat{x}_1(t) + \bar{A}_{22}\hat{y}(t) + \bar{B}_2u(t) + Iv(t) \end{cases} \quad (1.9)$$

Où $\hat{y}(t)$ et $\hat{x}_1(t)$ sont respectivement les estimés de $y(t)$ et $x_1(t)$, L le gain de l'observateur et $v(t)$ est la fonction discontinue donnée par :

$$v(t) = M \text{sign}(\hat{y}(t) - y(t))$$

avec $M > 0$. les erreurs d'estimation d'état et de la sortie

$$\begin{cases} e_1(t) = \hat{x}_1(t) - x_1(t) \\ e_y(t) = \hat{y}(t) - y(t) \end{cases} \quad (1.10)$$

On soustrait (1.8) de (1.9), la dynamique des erreurs d'estimation s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} \dot{e}_1(t) = \bar{A}_{11}e_1(t) + \bar{A}_{12}e_y(t) + \bar{L}v(t) \\ \dot{e}_y(t) = \bar{A}_{21}e_1(t) + \bar{A}_{22}e_y(t) - v(t) + \bar{R}_2w(t) \end{cases} \quad (1.11)$$

On effectue le changement de variable suivant

$$\begin{bmatrix} \tilde{e}_1(t) \\ e_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{n-p} & -\bar{L} \\ 0 & I_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_y \end{bmatrix}$$

La dynamique des erreurs d'estimations sera écrite comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{e}}_1(t) = \tilde{A}_{11}\tilde{e}_1(t) + \tilde{A}_{12}e_y(t) - \bar{L}\bar{R}_2w(t) \\ \dot{e}_y = \tilde{A}_{21}\tilde{e}_1(t) + \tilde{A}_{22}e_y(t) - v(t) + \bar{R}_2w(t) \end{cases} \quad (1.12)$$

Où

$$\tilde{e}_1(t) = e_1(t) + Le_y(t) \quad \text{et} \quad \tilde{A}_{11} = \bar{A}_{11} - \bar{L}\bar{A}_{21}$$

$$\tilde{A}_{12} = \bar{A}_{12} - \bar{L}\bar{A}_{22} + \tilde{A}_{11}\bar{L} \quad \text{et} \quad \tilde{A}_{22} = \bar{A}_{22} - \bar{A}_{21}\bar{L}$$

Utkin [37] a montré en utilisant la théorie de perturbations singulières, pour un gain M assez grand le régime glissant peut être établi sur l'erreur (1.12). Donc après un temps fini l'erreur $e(t)$ et sa dérivée seront nulles et on aura à partir de l'équation (1.12)

$$\dot{\tilde{e}}_1(t) = \tilde{A}_{11}e_1(t)$$

le gain M est choisit tel que que \tilde{A}_{11} soit stable et donc le système d'équations (1.12) converge asymptotiquement vers zero, et $\tilde{e}_1(t) \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$

La méthode de contrôle équivalente est utilisée pour obtenir l'entrée inconnue estimée. On suppose que l'erreur du système (1.12) est dans le glissement le long $e_y = 0$. ainsi $\dot{\tilde{e}}_1 = 0$ et $\dot{\tilde{e}}_y$. La solution du système d'équation (1.12) pour $w(t)$ nous donne l'estimation de $w(t)$ suivante :

$$\hat{w} \approx \left((I + \tilde{A}_{21}\tilde{A}_{11}^{-1}\bar{L})\bar{R}_2 \right)^+ v_{eq} \quad (1.13)$$

Où v_{eq} est la commande équivalente

1.5.3 Exemple de simulation

Considérons un système dynamique linéaire à entrées inconnues (1.6) pour illustrer les résultats théoriques présentés dans cette section.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1.9333 & -1.9872 & 0.0091 \\ 0 & 36.9771 & 6.2589 & -0.1738 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.3205 \\ -1.0095 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.3205 \\ -1.0095 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

On notera que la matrice R_2 est de plein rang en colonne et que la paire (A, C) est observable.

On pose $u = 10$ et $w(t) = 30 \sin(1.5t)$, et

$$T_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3.1498 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T = T_1 T_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 3.1498 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \bar{A} = \begin{bmatrix} -0.1451 & 0 & 30.8877 & 0.4568 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -3.1498 \\ 3.6438 & 0.7770 & 21.2393 & -9.8549 \end{bmatrix}$$

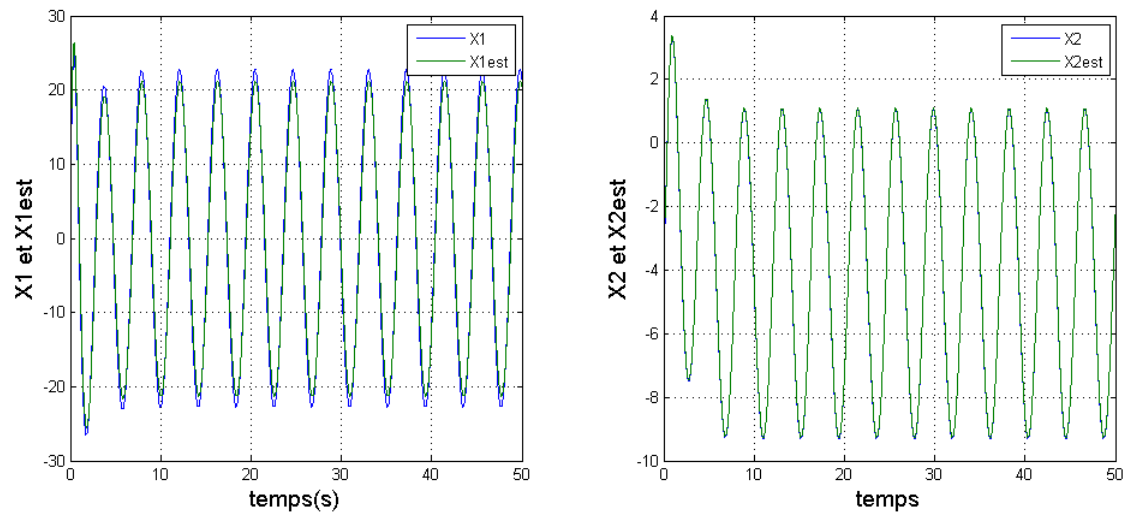
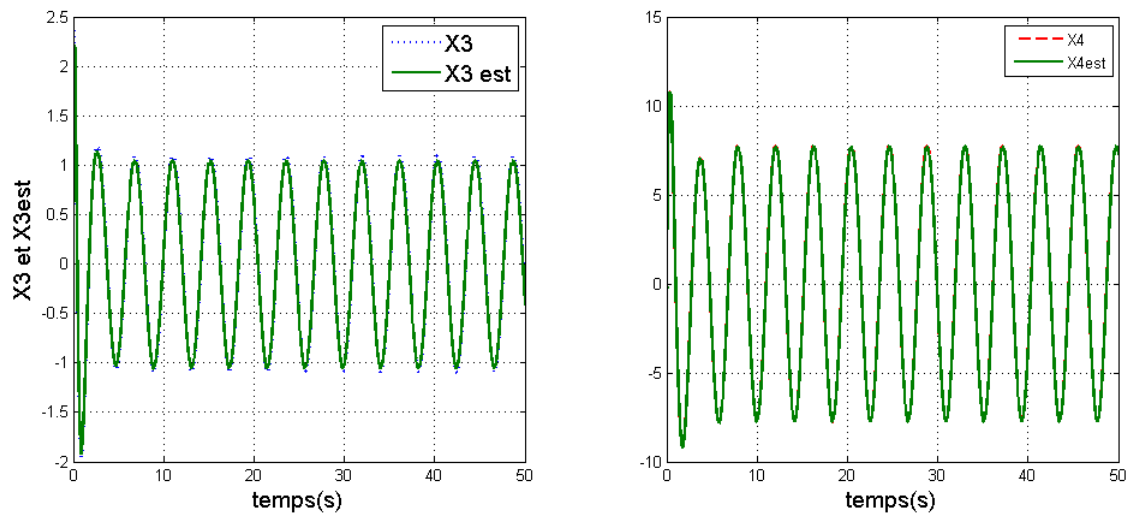
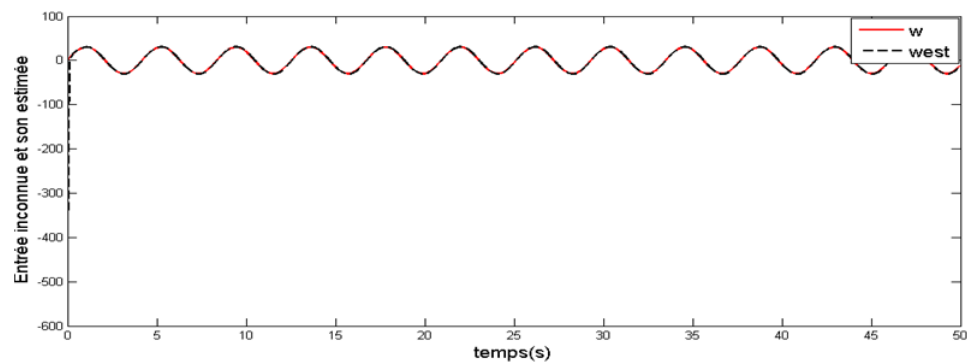
$$\bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.3205 \end{bmatrix}, \bar{R} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.3205 \end{bmatrix}$$

Le gain \bar{L} est choisi tel que les valeurs propres de $\bar{A}_{11} - \bar{L}\bar{A}_{21}$ sont à partie réelle négative qui est égal à $[-20]$, alors on obtient

$$\bar{L} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.3907 \\ 5.0673 \end{bmatrix}$$

Les conditions initiales du système sont données par $x(0) = (6, -3, 2, -1)$, et les conditions initiales de l'observateur sont données par $\hat{x}(0) = (0, 0, 0, 0)$.

Les résultats de simulation obtenu par cet observateur sont illustré par les figures suivantes.

FIGURE 1.2: Représentation de x_1, x_2 réel et \hat{x}_1, \hat{x}_2 estiméFIGURE 1.3: Représentation de x_3, x_4 réel et leurs estimé \hat{x}_3, \hat{x}_4 estiméFIGURE 1.4: Représentation de l'entrée inconnue w et son estimée \hat{w}

La figure (1.2) montre les états x_1, x_2 et leurs estimés \hat{x}_1, \hat{x}_2 , respectivement.

La figure (1.3) montre les états x_3, x_4 et leurs estimés \hat{x}_3, \hat{x}_4 , respectivement.

La figure (1.4) montre l'entrée inconnue w et son estimée \hat{w} . A partir de ces figures on constate que l'observateur à mode glissant permet l'estimation des états du système et l'estimation de l'entrée inconnue.

1.6 Observateur fonctionnel de Luenberger à entrée inconnue

Les systèmes physiques sont souvent soumis à des perturbations qui ont comme origine des bruits dus à l'environnement des systèmes, des incertitudes de mesures, des défauts de capteurs ou d'actionneurs, ces perturbations ont des effets néfastes sur le comportement des systèmes et leur estimation peut servir à concevoir un système de commande capable d'en minimiser ces effets. Les perturbations sont appelées entrées inconnues lorsqu'elles affectent l'entrée du système et leur présence peut rendre difficile l'estimation de l'état du système. Plusieurs travaux ont été réalisés concernant l'estimation de l'état et de la sortie en présence d'entrées inconnues, ils peuvent être regroupés en deux catégories. La première suppose la connaissance a priori d'informations sur ces entrées non mesurables. La deuxième catégorie procède soit par estimation de l'entrée inconnue [28], soit par son élimination complète des équations du système [30] et [39].

Plusieurs auteurs ont proposé des méthodes de conception d'observateur qui permet la reconstruction de l'état d'un système linéaire en présence d'entrées inconnues [13],[40]. Parmi les techniques qui permettent l'élimination des entrées inconnues, celle de Kudva [14] s'intéresse, dans le cas des systèmes linéaires aux conditions d'existence de l'observateur d'un système à entrées inconnues. Guan a procédé à l'élimination des entrées inconnues des équations d'état d'un système linéaire continu [7]. l'utilisation d'observateur à entrées inconnues pour le diagnostic de défaut et les systèmes de surveillance de processus a également attiré beaucoup d'attention de chercheurs [41],[32].

Dans cette partie on s'intéresse à la synthèse d'observateur permettant l'estimation des états et l'entrée inconnue.

Considérons le système dynamique linéaire soumis à l'influence d'entrées inconnues décrit par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Rw(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (1.14)$$

Où $x(t) \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ est l'entrée connue, $w(t) \in \mathbb{R}^q$, est l'entrée inconnue et $y(t) \in \mathbb{R}$ représente la sortie mesurable. $A \in \mathbb{R}$ est la matrice d'état du système linéaire, B est la matrice d'entrée, R est la matrice d'influence des entrées inconnues et C est la matrice de sortie.

On suppose que le système (1.14) satisfait les hypothèses suivante :

1. La paire (A, C) est observable.
2. R est du rang plein en colonne et $CR \neq 0$

L'objectif de cette partie est l'estimation complète du vecteur d'état en présence de l'entrée inconnue $w(t)$, et aussi l'estimation de cette dernière. Ainsi, considérons l'observateur d'ordre plein suivant [42]

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Nz(t) + Gu(t) + Ly(t) \\ \hat{x}(t) = z(t) - Ey(t) \end{cases} \quad (1.15)$$

Où $z(t) \in \mathbb{R}^n$ et $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$ est l'estimation du vecteur d'état $x(t)$, N, G, L, E sont des matrices constantes à déterminer pour que l'erreur de l'observation converge asymptotiquement vers zéro. Pour que cette estimation soit garantie, il faut que $\hat{x}(t)$ approche asymptotiquement $x(t)$ c'est-à-dire qu'il faut que l'erreur d'estimation d'état

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (1.16)$$

tende vers zéro asymptotiquement. La dynamique d'évolution de cette erreur s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) \\ &= (I + EC)(Ax(t) + Bu(t) + Rw(t)) - (N\hat{x}(t) + Gu(t) + (L + NE)Cx(t)) \end{aligned}$$

posant $I+EC=P$ alors :

$$\dot{e}(t) = Ne(t) + (PB - G)u(t) + PRw(t) + (PA - NP - LC)x(t)$$

Si N est une matrice Hurwitz et si les conditions

$$PA - NP - LC = 0 \quad (1.17)$$

$$PB - G = 0 \quad (1.18)$$

$$PR = 0 \quad (1.19)$$

sont vérifiées alors \hat{x} converge asymptotiquement vers x indépendamment de l'entrée inconnue $w(t)$ et de l'entrée connue $u(t)$. En effet on aura

$$\dot{e}(t) = Ne(t) \quad (1.20)$$

La résolution de (1.18)-(1.19) détermine les matrices, N , L , et G , E [51].

Méthode de résolution

Selon la relation (1.20), la convergence du premier observateur est assurée si N est une matrice Hurwitz, i.e., ses valeurs propres sont strictement à partie réelle négative, ou d'une manière équivalente s'il existe une matrice X positive définie, telle que :

$$N^T X + XN < 0 \quad (1.21)$$

A partir de (1.18) $N = PA - FC$, tel que $F = NE + L$, alors l'inégalité (1.21) devient :

$$(PA - FC)^T X + X(PA - FC) < 0 \quad (1.22)$$

On remarque que l'inégalité (1.22) est une Inégalité Matricielle Bilinéaire (BMI). Dans la littérature, beaucoup de méthodes ont été proposées pour résoudre une BMI [43]. La procédure connue est de convertir la BMI (1.22) à une Inégalité Matricielle Linéaire (LMI) [44], [45]. cette méthode est basée sur le changement de variable donné par :

$$D = XF \quad (1.23)$$

L'inégalité Matricielle Bilinéaire (1.22) est alors réduit à la LMI suivante, et est écrite comme suit :

$$(PA)^T X + X(PA) - (C^T D^T + DC) < 0 \quad (1.24)$$

L'équation (1.24) peut être résolu pour X par un algorithme classique existant dans la littérature alors F est obtenue par

$$F = X^{-1}D \quad (1.25)$$

L'état obéit aux équations suivante

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Rw(t) \quad (1.26)$$

Comme on a $\hat{x} \rightarrow x$ alors $\dot{\hat{x}} \rightarrow \dot{x}$. On aura

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + R\hat{w}(t) \quad (1.27)$$

De l'hypothèse 2 et l'équation (1.27), on peut obtenir l'estimé de l'entrée inconnue retardée

$$\hat{w}(t) = R^+(\hat{x}(t) - A\hat{x}(t) - Bu(t)) \quad (1.28)$$

Où R^+ est la pseudo inverse de R.

Theorem 1 *On considère le system (1.6) avec entrée inconnue. On suppose les Hypothèses 1-2 sont satisfaites. et soit l'observateur donné dans (1.15)*

Alors, si les relations suivantes :

$$E = -R(CR)^T((CR)(CR)^T)^{-1} \quad (1.29)$$

$$P = I_n - R(CR)^T((CR)(CR)^T)^{-1}C \quad (1.30)$$

$$G = PB \quad (1.31)$$

$$N = PA - FC \quad (1.32)$$

$$L = F - NE \quad (1.33)$$

obtenues de (1.18-1.19) sont vérifiées et si N est une matrice Hurwitz, alors l'estimé $\hat{w}(t)$ de l'entrée inconnue, et l'estimé $\hat{x}(t)$ de vecteur d'état du système convergent vers $w(t)$ et $x(t)$, respectivement.

1.6.1 Exemple de simulation

Considérons un système dynamique linéaire à entrées inconnues modélisé de la façon suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Rw(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (1.34)$$

avec :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

avec les conditions initiales, $x(0) = (0 \ 0)$, $\hat{x}(0) = (0.1 \ -0.1)$.

Les hypothèses (1 et 2) sont satisfaites par le système ci-dessus, l'entrée connue et l'entrée inconnue sont $u(t) = 1$, et $w(t) = \sin(t)$, respectivement. La solution satisfaisant les relations précédentes est :

$$F = \begin{bmatrix} 1 \\ -71.6394 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}, N = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 69.6394 & -4 \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} 0 \\ -6 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

les résultats de simulation obtenus sont :

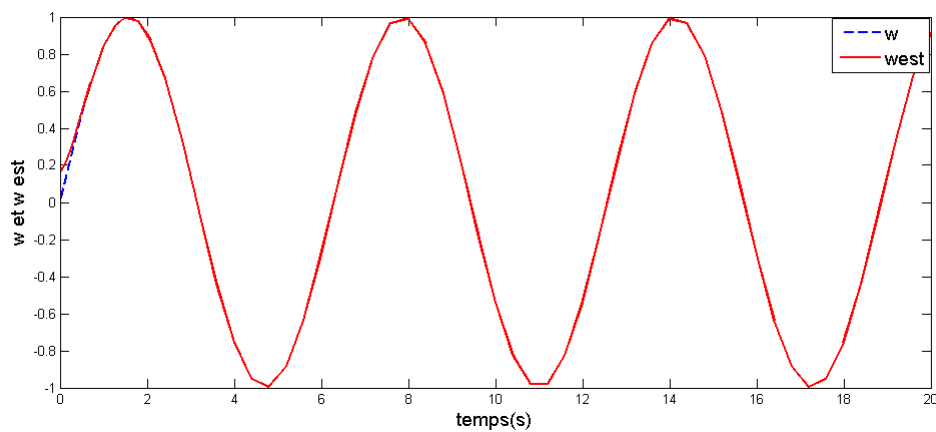


FIGURE 1.5: Représentation de l'entrée inconnue w et son estimation \hat{w}

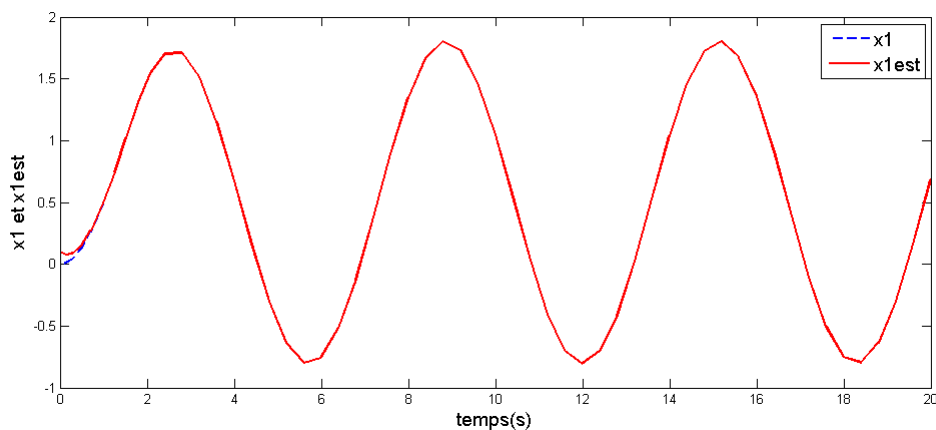


FIGURE 1.6: Représentation de x_1 réel et son estimation \hat{x}_1

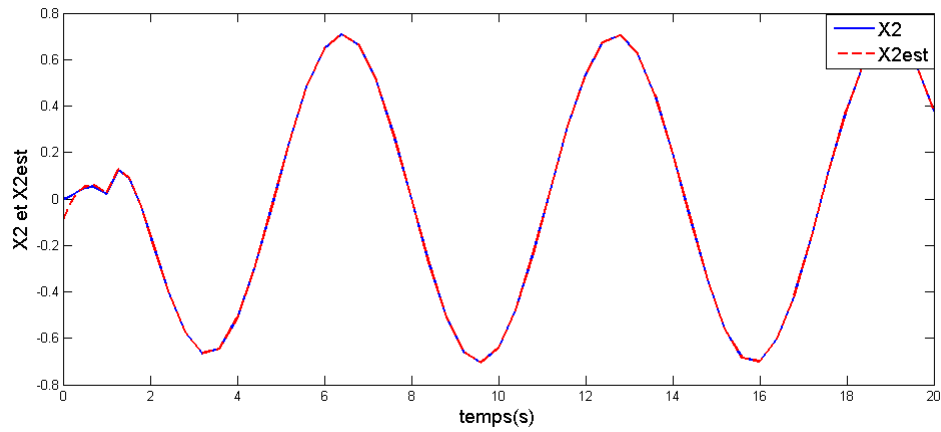


FIGURE 1.7: Représentation de x_2 réel et son estimé \hat{x}_2

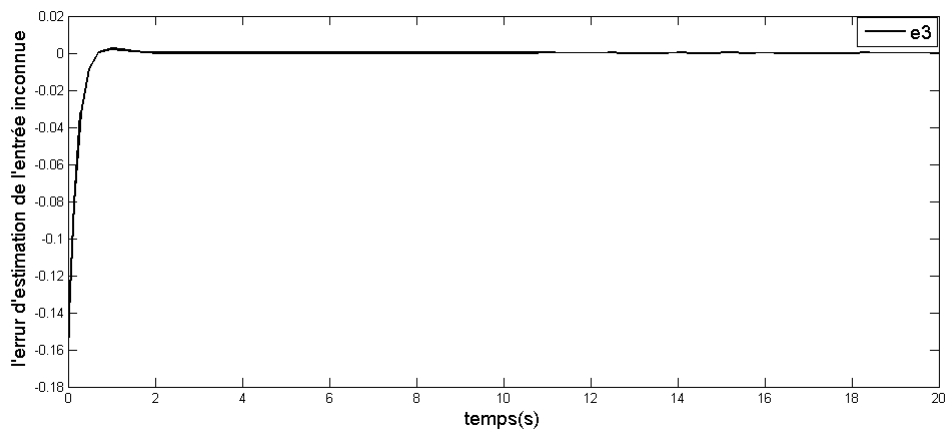


FIGURE 1.8: Représentation de l'erreur d'estimation de l'entrée inconnue

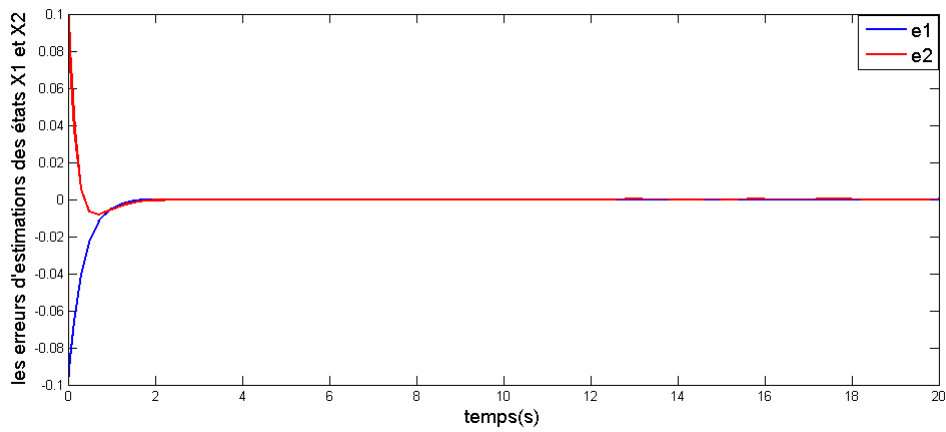


FIGURE 1.9: Représentation des erreurs d'estimations des états

La figure (1.5) donne le tracé de l'entrée inconnu et son estimé \hat{w} appliquée au système, pendant que Les figures (1.6) et (1.7) illustre les variables d'état x_1 et x_2 et leurs estimées \hat{x}_1 et x_2 , respectivement. La figure (1.8) visualise les erreurs d'estimations ($e_1 = w - \hat{w}$), ($e_2 = x_1 - \hat{x}_1$) et $e_3 = x_2 - \hat{x}_2$ pour l'entrée inconnu w , et pour les variables d'état x_1 et x_2 , respectivement.

A partir de la figure (1.8) on peut conclure que (w) et (\hat{w}) sont similaire après un petit temps, et les deux variables d'état \hat{x}_1 et \hat{x}_2 sont bien estimées par l'observateur UIO.

1.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la notion d'observabilité et d'observateur pour les systèmes linéaires, nous avons introduit la notion de mode glissant. Nous avons aussi montré comment concevoir un observateur pour un système dynamique linéaire soumis à l'influence d'entrées inconnues. La détermination du gain de l'observateur pour garantir sa convergence conduit à la résolution d'un problème du type LMI (inégalités bilinéaires matricielles). La résolution de ces contraintes LMI est effectuée par la méthode basée sur un changement de variables et qui permet de déterminer les matrices décrivant l'observateur. deux exemples ont été donnés pour expliquer cette notion.

Chapitre 2

Synthèse d'observateurs des systèmes à retard

2.1 Rappel sur les systèmes à retard

2.1.1 Introduction

Durant les dernières années, l'étude des systèmes présentant des retards a reçu une attention particulière de la part des chercheurs de la communauté de la commande [17] qui propose un panel intéressant des méthodes et des problèmes.

Le retard est défini comme étant la propriété d'un système physique pour lequel la réponse à une action appliquée est retardée dans son effet [52]. Les systèmes à retards, appelés aussi systèmes héréditaires ou encore systèmes décrits par des équations différentielles aux différences, représentent une classe de systèmes de dimension infinie largement rencontrée lors de la modélisation de phénomènes de transport et de propagation de matière, d'énergie ou d'information [53].

Dans [54] Le retard est rencontré naturellement en biologie, physiologie, économie, dynamique des populations, chimie, aéronautique, aérospatial etc....

Par ailleurs, même si le procédé lui-même ne contient pas de retards, les capteurs, les actionneurs et les temps de calcul nécessaire à sa commande peuvent engendrer des retards non négligeables [55], [56]. Le retard a été toujours considéré comme un des problèmes les plus difficiles rencontrés dans la commande des systèmes. Sa présence a une influence considérable sur le comportement du système bouclé et peut même être à l'origine d'instabilité ou d'oscillations

indésirables.

Le retard peut avoir plusieurs origines, il peut être attribué soit aux capteurs ou aux actionneurs soit au système lui-même (cas d'un transport d'information ou de matière). Les dispositifs de déclenchement eux-mêmes sont physiquement limités de sorte que l'action n'est pas instantanément réalisable [57].

Les systèmes à retards sont des systèmes dont la dynamique dépend non seulement de la valeur de l'état en temps courant, mais aussi des valeurs passées de la commande et/ou de l'état prises sur un certain horizon temporel. On peut alors considérer que l'état du système est en fait une fonction définie sur un intervalle de temps égal au retard. Ainsi ce type de système peut être modélisé dans un espace fonctionnel de dimension infinie.

Ce chapitre est consacré à une présentation générale des systèmes à retards et la synthèse d'observateurs pour les systèmes linéaires soumis aux retards sur la mesure.

2.1.2 Généralités sur les systèmes à retard

Définition 3 : Afin de bien préciser les notations et les définitions introduites dans ce paragraphe, on présente un exemple d'équation différentielle à retard. Soit le système suivant :

$$\dot{x}(t) = a_0x(t) + a_1x(t - \tau) \quad (2.1)$$

où a_0 et a_1 sont des réels et τ représente le retard. Résolvons cette équation à partir de l'instant $t = 0$. Pour déterminer la valeur de la dérivée $\dot{x}(t)$ à l'instant $t=0$, on a besoin respectivement des valeurs de $x(t)$ à $t = 0$ et à $t = -\tau$.

Similairement, pour déterminer la valeur de $\dot{x}(t)$ à l'instant $t = \xi$ où $\xi \in [0 \ \tau [$, il faut connaître les valeurs de $x(\xi)$ et de $x(\xi - \tau)$.

Il est alors clair que pour résoudre l'équation (2.1) on a besoin de connaître de $x(t)$ sur tout l'intervalle $t \in [-\tau \ 0 [$.

Contrairement aux équations différentielles ordinaires, la donnée d'un vecteur caractérisant les conditions initiales ne suffit donc pas pour trouver une solution, il faut y ajouter une infinité de points appartenant au segment $[-\tau \ 0 [$. C'est-à-dire qu'il est nécessaire de spécifier une condition initiale de la forme : $x(t) = \varphi(t)$ pour $t \in [-\tau \ 0 [$, où $\varphi(t)$ est une fonction continue : $\varphi : [-\tau \ 0 [\rightarrow \mathbb{R}$. La méthode dite "pas à pas" a été proposée dans [58] pour résoudre l'équation (2.1).

Un système à retard est un système régi par un système d'équations différentielles fonctionnelles de la forme :

$$\dot{x}(t) = f(t, x_t, x(t - \tau)), \quad t \geq t_0 \quad (2.2)$$

où x est une fonction à valeurs dans \mathbb{R}^n , sa valeur à l'instant t est notée $x(t)$, f est une fonction qui dépend de la valeur de l'état x à l'instant t et $(t - \tau)$. $\tau \in \mathbb{R}^+$ représente le retard.

Le vecteur $x(t)$ de (2.2) est appelé l'état instantané ou le vecteur état du système. Par contre l'état du système à l'instant t est donné par la fonction x_t définie par :

$$\begin{cases} x_t(\theta) = x(t + \theta) \\ \theta \in [-\tau \ 0] \end{cases}$$

2.1.3 Classes des systèmes à retard

Cette partie est dédiée à la présentation des différents types de systèmes à retards cités dans la littérature à savoir les systèmes neutres, retardés et à retards discrets.

Les systèmes de type retardés :

Les systèmes retardés sont définis par des équations différentielles fonctionnelles qui sont composées par des valeurs passées et présentes du temps [59]. Ces systèmes sont décrits par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(t, x_t, u_t), t \geq t_0 \\ y(t) = g(t, x_t, u_t) \\ x_{t_0} = \phi(\theta), \text{ pour } \theta \in [t_0 - \tau \ t_0] \\ u_{t_0} = \vartheta(\theta), \text{ pour } \theta \in [t_0 - \tau \ t_0] \end{cases} \quad (2.3)$$

Où

$x(t) \in \mathbb{R}^n, y(t) \in \mathbb{R}^p, u(t) \in \mathbb{R}^m$ représentent le vecteur d'état, le vecteur de sortie et le vecteur d'entrée, respectivement.

τ représente le retard positif.

ϕ et $\vartheta : [t_0 - \tau \ 0] \rightarrow \mathbb{R}^n$, représentent les conditions initiales et sont des fonctions supposées continues par morceau.

x_t et u_t appartient à \mathbb{C} qui sont définies par

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[-\tau \quad t_0 \right] \longrightarrow \mathbb{R}^n, \theta \in \left[-\tau \quad 0 \right] \\ x_t(\theta) = x(t + \theta) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[-\tau \quad 0 \right] \longrightarrow \mathbb{R}^n, \theta \in \left[-\tau \quad 0 \right] \\ u_t(\theta) = u(t + \theta) \end{array} \right.$$

Soit \mathbb{C} l'ensemble des fonctions continues de $\left[-\tau \quad 0 \right]$ dans \mathbb{R}^n . x_t et u_t représentent respectivement l'entrée et l'état du système à l'instant t .

f et g sont des fonctions continues, différentiable

Les systèmes de type neutre

Les systèmes neutres se différencient des systèmes de type retardés par les arguments du champ de vecteur f . Ce dernier fait intervenir la dérivée de l'état x_t c'est à dire les dérivées retardées de x_t [59]. Ils sont décrits par des équations différentielles de la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}(t) = f(t, x_t, \dot{x}_t, u_t), t \geq t_0 \\ x_{t_0} = \phi(\theta), \text{ pour } \theta \in \left[t_0 - \tau \quad t_0 \right]. \\ u_{t_0} = \vartheta(\theta), \text{ pour } \theta \in \left[t_0 - \tau \quad t_0 \right]. \end{array} \right. \quad (2.4)$$

le terme : $\dot{x}(t)$ rend l'analyse de ces systèmes plus complexe.

2.2 Modèles des systèmes linéaires à retards

Systemes linéaires retardés avec un retard discret sur l'état

l'Equation d'état de cette classe de système est donnée par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}(t) = Ax(t) + A_d x(t - \tau) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{array} \right. \quad (2.5)$$

où $x(t) \in \mathbb{R}^n$ représente le vecteur d'état, $y(t) \in \mathbb{R}^p$ le vecteur de sortie de système, et $u(t) \in \mathbb{R}^m$ le vecteur d'entrée, les matrices A, A_d, B, C sont de dimensions appropriés, et les conditions initiales sont : $x(t_0, \theta) = \phi(\theta), \forall \theta \in \left[-\tau \quad 0 \right]$

Systèmes linéaires retardés avec un retard discret sur l'entrée

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + A_d x(t) + Bu(t) + B_d u(t - \tau_u) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (2.6)$$

Les conditions initiales sont :

$$u(t_0, \theta) = \vartheta(\theta), \forall \theta \in \left[-\tau \quad 0 \right]$$

Systèmes linéaires retardés avec un retard discret sur l'état et un retard sur l'entrée

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + A_d x(t - \tau_x) + Bu(t) + B_d u(t - \tau_u) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (2.7)$$

Les conditions initiales sont :

$$\begin{cases} x(t_0, \theta) = \phi(\theta), \forall \theta \in \left[-\tau \quad 0 \right] \\ u(t_0, \theta) = \vartheta(\theta), \forall \theta \in \left[-\tau \quad 0 \right] \end{cases}$$

Systèmes retardés avec un retard sur les mesures :

Dans notre travail, notre attention s'est porté sur une classe de système très particulière où le délai n'affecte que les mesures. Le retard présent sur les sorties d'un système est pris en compte et ces effets sont largement étudiés. Ce type de système est un sujet largement abordé par de nombreux chercheurs [18],[19], [20], [60],[61].

La représentation mathématique de cette catégorie de systèmes à retard est donnée comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t)) + g(x(t))u(t), t \geq \tau \\ \bar{y}(t) = hx(t - \tau), t \geq 0 \\ x_0 = x(-\tau) \end{cases} \quad (2.8)$$

$\bar{y}(t)$ est donc la fonction de l'état évalué à l'instant $t - \tau$. Tout récemment, de nombreux chercheurs se sont penchés sur l'analyse de la stabilité et l'observabilité de ce genre de système. L'équation (2.8) régit le fonctionnement des systèmes présentant des retards de transmission d'informations et de matières (transport, commande à distance...). Les systèmes en coopération maître-esclave, espacés géographiquement, dont lequel la commande du système esclave dépend

de la mesure effectuée sur le système maître sont aussi modélisés par ce type d'équations. Le retard reflète alors le délai de transmission des informations échangées entre le maître et l'esclave.

2.2.1 Type de retard

Dans tous les modèles présentés précédemment, le retard peut être constant, variable, ou inconnu. Il est bien entendu que selon le type de retard, la problématique devient différente. On distingue trois types de retard :

Retard constant

Le retard constant est un phénomène quotidiennement présent dans pratiquement tous les domaines [62]. Il existe beaucoup d'exemples comme les épidémies et les maladies possèdent toujours un temps d'incubation considéré presque constant. Mathématiquement, un retard constant est défini par un nombre réel positif $\tau \in \mathbb{R}^+$. Même si dans certains systèmes notamment en biologie, il est admis de considérer les retards constants car relativement faiblement variable, l'idée d'un retard constant est physiquement peu réaliste. La prise en considération de ces variations donne lieu à une autre catégorie du retard dite retard variable.

Retard variable

Comme la constance du retard est une hypothèse rarement vérifiée dans la réalité [63]. Ceci conduit à considérer ses variations potentielles.

Le cas des retards variables a fait l'objet de nombreuses recherches [64]. Le retard variable est modélisé mathématiquement par une fonction variable de temps $\tau(t) \geq 0$, généralement considérée connue sur un intervalle du temps borné, et telle que : $0 \leq \tau(t) \leq \tau^*$ où $\tau^* > 0$ est la borne maximale du retard variable. Dans certains cas, ce retard est représenté comme suit : $0 \leq \tau_1 \leq \tau \leq \tau_2$ où τ_1 représente la borne inférieure positive différente de zéro, et τ_2 la borne supérieure du retard variable. D'autres représentations sont détaillées dans [65].

Retard inconnu

La détermination de la valeur exacte du retard est une tâche difficile. Les techniques de son identification engendrent souvent des incertitudes. Dans ce cas aucune hypothèse sur le retard n'est considérée [66]. Le fait de considérer le retard comme terme inconnu permet aussi d'aborder le cas où le retard est variable.

2.3 Choix de la norme

Une norme sert à définir une distance, le choix d'une norme est important pour pouvoir comparer deux fonctions. Dans cet espace la norme d'une fonction $\phi \in \mathbb{C}$ s'écrit comme suit :

$$\|\phi\|_{\mathbb{C}} = \sup \|\phi(\theta)\|, \theta \in [-\tau \ 0]$$

2.4 Stabilité des systèmes à retard

La stabilité au point d'équilibre d'un système avec ou sans retard, consiste à observer que son évolution reste proche du point d'équilibre lorsqu'on s'en écarte d'un certain voisinage. La stabilité asymptotique en plus de garantir la condition précédente, indique que le système reviendra exactement au point d'équilibre, au bout d'un temps infini. La stabilité exponentielle garantit quant à elle non seulement le caractère asymptotique mais aussi la convergence exponentielle rapide.

La stabilité est une propriété importante pour les systèmes avec ou sans retards. L'analyse de la stabilité des équations différentielles retardées est possible en utilisant des généralisations de la théorie de la stabilité de Lyapunov [67], [62]. Dans la section prochaine nous nous intéressons particulièrement à la stabilité au sens de Lyapunov.

Stabilité au sens de lyapunov

Intuitivement, la stabilité est la capacité d'un système à se maintenir autour d'un point de fonctionnement. L'étude de la stabilité au sens de Lyapunov est l'étude du système quand l'état initial est près d'un état d'équilibre. Les trajectoires de son état sont dites stables si elles restent dans un certain voisinage appelé domaine de stabilité. La stabilité asymptotique indique que les trajectoires rejoignent exactement le point d'équilibre après un temps éventuellement infini.

Considérons le modèle général suivant

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(t, x_t) \\ x_{t_0}(\theta) = \phi(\theta) \end{cases} \quad (2.9)$$

Où

$x_t(\theta) = x(t+\theta)$ et $\phi \in \mathbb{C}\left(\left[-\tau \ 0\right], \mathbb{R}^n\right)$ est la condition initiale fonctionnelle. Nous supposons également que $x(t)=0$ est la solution triviale de (2.9). f est une fonction continue, et on suppose que $f(t, 0) = 0$, nous introduisons alors la définition suivante :

Définition 4 :

L'origine du système (2.9) est dite stable si

$\forall \varepsilon > 0$ il existe $\delta(t_0, \varepsilon) > 0$ tel que

$$\|\phi_0\|_{\mathbb{C}} < \delta \Rightarrow \|(t, t_0, \phi_0)\| < \varepsilon \forall t \geq t_0$$

Asymptotiquement stable si elle est stable et s'il existe $b_0(t_0) > 0$ tel que

$$\|\phi_0\|_{\mathbb{C}} < b_0 \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x(t, t_0, \phi_0) = 0$$

Où

$x(t, t_0, \phi_0)$ est la trajectoire du système.

Remarque 2

Notons aussi que la stabilité des systèmes à retard est analysée via les techniques basées sur deux extensions de la seconde méthode de Lyapunov et qui sont développées par Krasovskii [68] et Razumikhin [69]. Ces deux approches appelées Lyapunov Krasovskii et Lyapunov Razumikhin utilisent respectivement les fonctionnelles de Lyapunov et la fonction classique de Lyapunov.

Dans le cas des systèmes linéaires l'utilisation des outils mathématique de Krasovskii et de Razumikhin conduit à résoudre un problème de Riccati ou d'inégalité matricielles linéaires en anglais Linear Matrix Inequality (LMI). Ceci relève donc d'un problème d'optimisation qui se traduit les notions de stabilité indépendante du retard et de la stabilité dépendante du retard.

Définissons ces deux approches :

La stabilité indépendante du retard : Elle permet d'analyser le comportement du système pour n'importe quelle valeur du retard du zéro à l'infini.

La stabilité dépendante du retard : Elle permet d'analyser le comportement du système pour tout retard inférieur à une valeur maximale.

2.5 Observation des systèmes à retard

La présence d'un retard dans un système linéaire continu modifie les propriétés structurelles du système telles que la commandabilité et l'observabilité.

Nous présentons quelques résultats établis dans la littérature sur la propriété d'observabilité [70], [71], [72].

Considérons à cet effet le système à retard décrit par le modèle d'état suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=0}^r A_i x(t - i\tau) + \sum_{i=0}^r B_i u(t - i\tau) \\ y(t) = \sum_{i=0}^r C_i x(t - i\tau) \end{cases} \quad (2.10)$$

Où $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$, $y(t) \in \mathbb{R}^p$ représente le vecteur d'état, le vecteur d'entrée et le vecteur de sortie respectivement. $\tau \in \mathbb{R}^+$ représente le retard, et r représente la valeur maximale de retard. A_i, B_i, C_i sont des matrices de dimension appropriée.

$x(t) = \phi(t), t \in [-r\tau, 0]$ est la fonction des conditions initiales.

Ce système peut être réécrit comme un modèle d'anneau

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(\nabla)x(t) + B(\nabla)u(t) \\ y(t) = C(\nabla)x(t) \end{cases} \quad (2.11)$$

Où en général $\nabla = \text{col}_i(\nabla_i)$ est le vecteur des opérateurs à retard. $x(t - i\tau) = \nabla_i x(t)$ A est une matrice polynomiale dans la variable (∇) . Depuis l'inverse de (∇) (l'opérateur de prédiction ∇_i^{-1}) est indéfini du point de vue de la causalité, les opérateurs de la matrice A appartiennent, en effet, à un anneau. Le "espace d'état" est alors le module $\mathbb{R}^n[\nabla]$.

L'extension de base de l'observabilité des systèmes à retard est l'observabilité initiale :

Chaque état initial $(x(0), \phi(t), t \in [-r\tau, 0])$ est observable si la sortie du système autonome n'est pas identiquement nulle Pour les systèmes à retard sur $[0, \infty)$

On définit la matrice d'observabilité du système (2.11) comme suit :

$$\left\langle \begin{array}{c} C(\nabla) \\ A(\nabla) \end{array} \right\rangle = \begin{bmatrix} C(\nabla) \\ C(\nabla)A(\nabla) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ C(\nabla)A^{n-1}(\nabla) \end{bmatrix}$$

Observabilité forte : Le système (2.11) est observable sur un anneau $\mathbb{R}[\nabla]$ si $x(t)$ peut être reconstruit dans un temps t .

Observabilité faible : Le système (2.11) est observable sur un champ $\mathbb{R}(\nabla)$ si

$$\text{rang} \left\langle \begin{array}{c} C(\nabla) \\ A(\nabla) \end{array} \right\rangle = n$$

Remarque 4 :

Dans notre travail, seul le retard sur la mesure est pris en compte. Pour ces systèmes à retard sur la mesure, la propriété d'observabilité reste identique à celle du système sans retard ce qui sera justifié par le calcul suivant.

Considérons le système linéaire continu temps invariant suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (2.12)$$

Où

$t \geq 0, x(t) \in \mathbb{R}^n, u(t) \in \mathbb{R}^m, y(t) \in \mathbb{R}^p$, sont le vecteur d'états, l'entrée et la sortie du système (2.12), respectivement. A, B, C sont les matrices du système de dimensions appropriées.

A partir de (2.12) on peut écrire l'équation d'état retardé comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t - \tau) = Ax(t - \tau) + Bu(t - \tau) \\ y_0(t) = Cx(t - \tau) \end{cases} \quad (2.13)$$

Où $y_0(t)$ est la sortie retardée

A partir de (2.13) avec $u = 0$ on aura :

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_0(t) = C\dot{x}(t - \tau) \\ = CAx(t - \tau) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_0^{n-1}(t) = CA^{n-1}x(t - \tau) \end{pmatrix}$$

Donc

$$\begin{bmatrix} y_0(t) \\ \dot{y}_0(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_0^{n-1}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} x(t - \tau)$$

Où

$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$$

Pour qu'on puisse reconstruire l'état $x(t-\tau)$ il faut que la matrice O soit inversible. La possibilité d'estimation des variables d'états à partir des mesures soumises aux retards fera l'objectif de la suite de notre travail.

2.6 Observateur cascade des systèmes linéaires avec retard sur la mesure

L'observateur proposé pour la reconstruction des états d'un système à partir des mesures retardées comme le montre la figure (2.1) est l'observateur cascade (l'observateur en chaîne) qui est constitué de deux observateurs en cascade [21]. L'observateur Zéro estime les états du système à l'instant $(t - \tau)$, et l'observateur un estime les états du système à l'instant t .

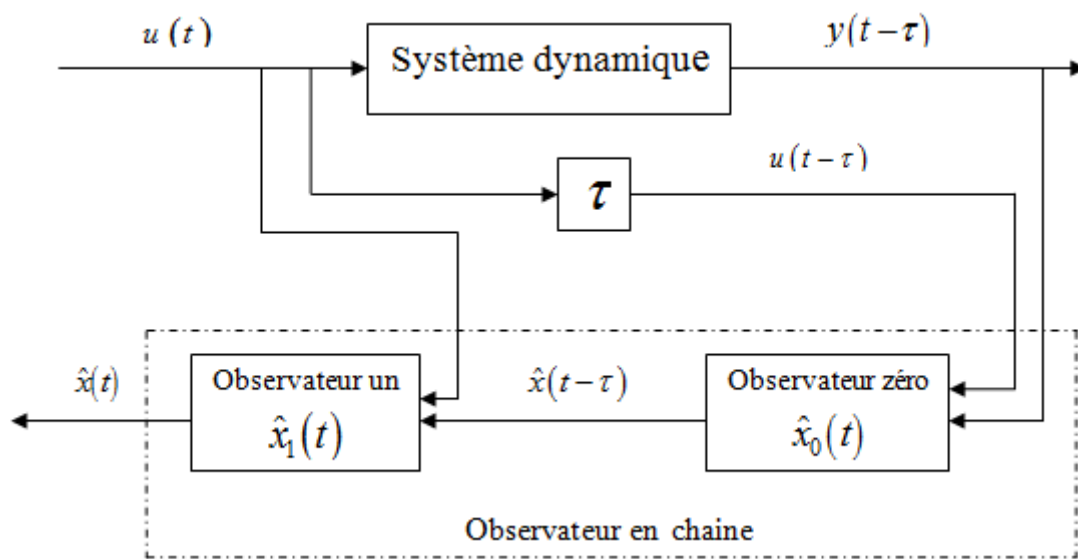


FIGURE 2.1: Schéma fonctionnel de l'observateur en cascade

Pour les systèmes linéaires, la chaîne d'observateurs est limitée à deux observateurs. Le cas de retard constant est considéré. Nous exposons, dans ce qui suit, la méthode de synthèse d'un observateur en cascade des systèmes linéaires ayant un retard constant sur la sortie de mesure. Le retard est caractérisé simplement par son amplitude $\tau > 0$.

Soit le système linéaire continu à temps invariant donné par la représentation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), t \geq -\tau \\ y_0(t) = Cx(t - \tau) \\ x(-\tau) = x_0 \end{cases} \quad (2.14)$$

Où, $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$, $y(t) \in \mathbb{R}^p$ représentent le vecteur de variable d'état, le vecteur de commande, et la sortie respectivement (avec $n, m, p \in \mathbb{N}$ nombre de variables d'état, nombre des entrées, et des sorties respectivement), $y_0(t) = y(t - \tau)$ est la sortie à l'instant $t - \tau$, $\tau > 0$ est

l'amplitude du retard connue. A, B, C sont, respectivement la matrice d'évolution, de commande et d'observation de dimension appropriées. Nous supposons que la paire (A, C) , est observable. L'observateur en chaîne (cascade) proposé par Germani et al dans [73] est sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_0(t) = A\hat{x}_0(t) + Bu(t - \tau) + K(y_0(t) - C\hat{x}_0(t)) \\ \dot{\hat{x}}_1(t) = A\hat{x}_1(t) + Bu(t) + e^{(A\tau)}K(y_0(t) - C\hat{x}_0(t)) \end{cases} \quad (2.15)$$

$\hat{x}_0(t)$ est l'estimée retardée de $x(t)$ à l'instant $t - \tau$ et $\hat{x}_1(t)$ est l'estimée de $x(t)$ à l'instant t , à savoir :

$$\begin{aligned} \hat{x}_0(t) &= \hat{x}(t - \tau) \\ \hat{x}_1(t) &= \hat{x}(t) \end{aligned}$$

Les conditions initiales sont :

$$\begin{aligned} \hat{x}_0(0) &= \hat{x}(-\tau) \\ \hat{x}_1(0) &= \hat{x}(0) \end{aligned}$$

Le gain d'observation K est calculé par un simple placement de pôle, assignant les valeurs propres de la matrice $(A - KC)$ dans le demi-plan gauche. Sous cette stratégie la démonstration d'une convergence exponentielle de l'erreur d'observation vers zéro peut facilement être établie.

2.6.1 Analyse de la convergence de l'observateur

Les erreurs d'estimations sont définies comme suit :

$$e_0(t) = x(t - \tau) - \hat{x}_0(t) \quad (2.16)$$

$$e_1(t) = x(t) - \hat{x}_1(t) \quad (2.17)$$

La démonstration de la convergence de l'erreur d'observation de l'observateur zéro vers zéro, se fait suivant la même méthode que dans un observateur de Luenberger classique. L'erreur d'observation est donc donnée par :

$$e_0(t) = e^{(A-KC)t}e_0(0) \quad (2.18)$$

La convergence exponentielle prouvée pour l'observateur retardé (convergence de l'estimé de l'état retardé), est nécessaire pour la démonstration de la convergence du premier observateur. En effet, l'état réel et l'état estimé sont exprimés comme suit :

$$\hat{x}_1(t) = e^{(A\tau)}\hat{x}_0(t) + \int_{t-\tau}^t e^{A(t-s)}Bu(s)ds \quad (2.19)$$

$$x(t) = e^{(A\tau)}x(t-\tau) + \int_{t-\tau}^t e^{A(t-s)}Bu(s)ds \quad (2.20)$$

Par simple soustraction de ces deux équations, et par remplacement du terme intégral par son équivalent tiré de l'équation (2.19), il sera :

$$e_1(t) = x(t) - \hat{x}_1(t) = e^{A\tau}e_0(t) \quad (2.21)$$

Des équations (2.18) et (2.21) la convergence exponentielle de l'erreur d'estimation est garantie pour quelque soit le retard .

2.6.2 Exemple de simulation

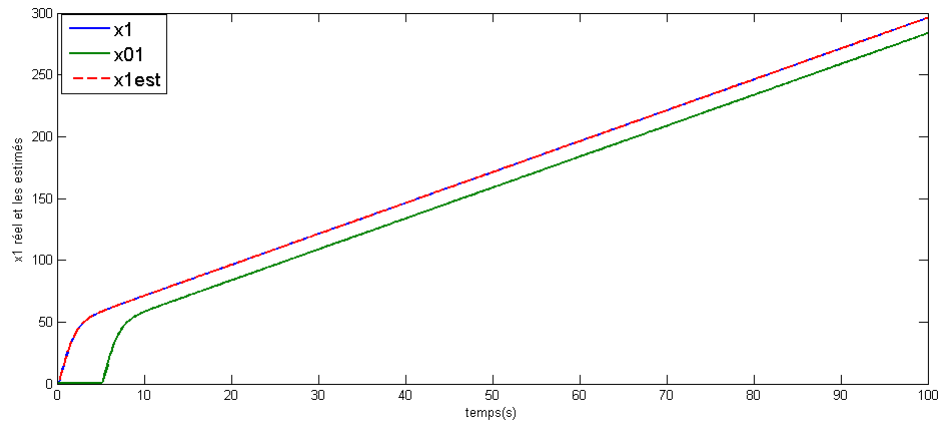
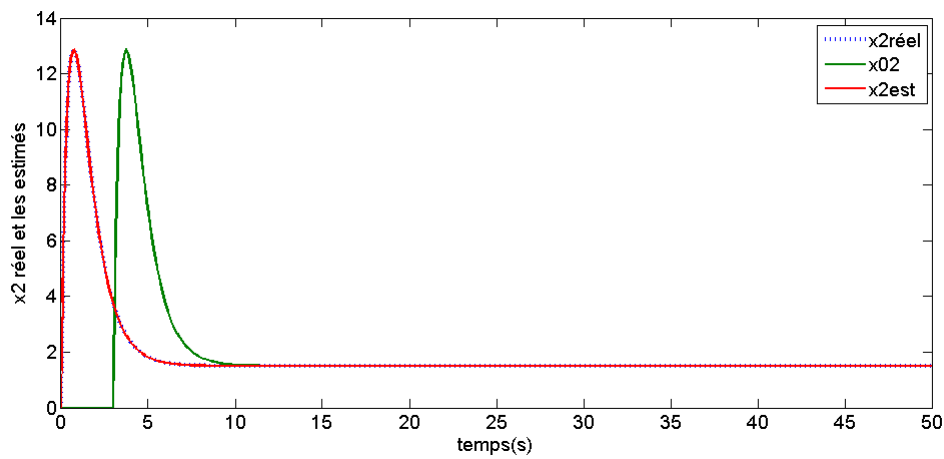
Des résultats de simulations effectuées sur l'exemple numérique illustre l'efficacité de la méthode. soit le système donné par :

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y_0(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(t-\tau)$$

Avec $u(t) = 3t + 50$, $\tau = 3s$ et les conditions initiales sont :

$$x(0) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}^T, \hat{x}_0(0) = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 \end{bmatrix}^T, \hat{x}_1(0) = \begin{bmatrix} 0.01 & 0.02 \end{bmatrix}^T$$

FIGURE 2.2: Représentation de la variable d'état x_1 réelle et x_1 retardée et \hat{x}_1 FIGURE 2.3: Représentation de la variable d'état x_2 réelle et x_2 retardée et \hat{x}_2

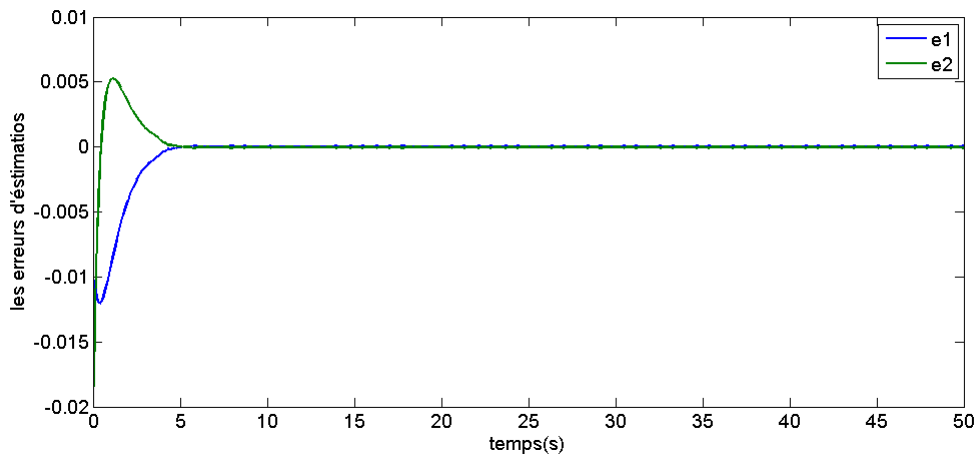


FIGURE 2.4: Représentation des erreurs d'estimations e_1 et e_2

Interprétation des résultats de simulation

Dans les figures (2.2) et (2.3) nous avons tracé les variables d'états réelles et leurs estimées à l'instant $(t - \tau)$ et à l'instant t .

L'observateur zéro estime les variables d'état (x_0 sur la figure) retardées pendant que l'observateur un (x_1 sur la figure) compense le délai et renvoie la variable estimée actuelle.

Dans la figure (2.4) nous avons tracé les erreurs d'estimations. Nous remarquons que l'observateur qui estime x_1 et x_2 converge asymptotiquement. Pratiquement les erreurs d'estimations (e_1 et e_2) deviennent nulle au bout de 5 secondes environ.

2.6.3 Influence de présence de l'entrée inconnue sur l'observateur en cascade

Considérons le système défini par (2.14), ce système en présence de l'entrée inconnue sera décrit par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Rw(t), t \geq -\tau \\ y_0(t) = Cx(t - \tau) \\ x(-\tau) = x_0 \end{cases} \quad (2.22)$$

Où, $x(t) \in \mathbb{R}^n, u(t) \in \mathbb{R}^m, w(t) \in \mathbb{R}^q, y_0(t) \in \mathbb{R}^p$ représentent le vecteur de variable d'état, le vecteur de commande, le vecteur d'entrée inconnue et le vecteur de la sortie respectivement. A,B,C,R sont, respectivement la matrice d'évolution, de commande et d'observation de dimension appropriées.

Les résultats de simulations obtenus par l'observateur cascade en présence de l'entrée inconnue On défini

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} w(t)$$

$$y_0(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(t - \tau)$$

Avec $u(t) = 3t + 50$, $w(t) = 10\sin(t)$, $\tau = 3s$ et les conditions initiales sont :

$$x(0) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}^T, \hat{x}_0(0) = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 \end{bmatrix}^T, \hat{x}_1(0) = \begin{bmatrix} 0.01 & 0.02 \end{bmatrix}^T$$

les résultats de simulation obtenu sont les suivant :

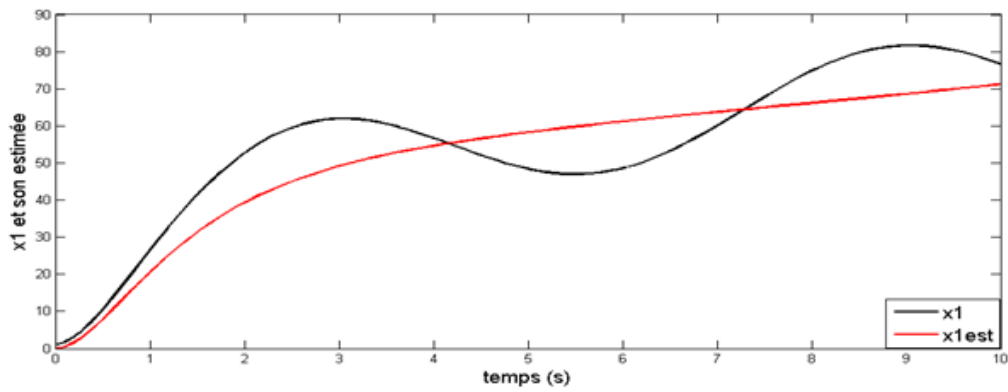


FIGURE 2.5: Représentation de la variable d'état x_1 et \hat{x}_1

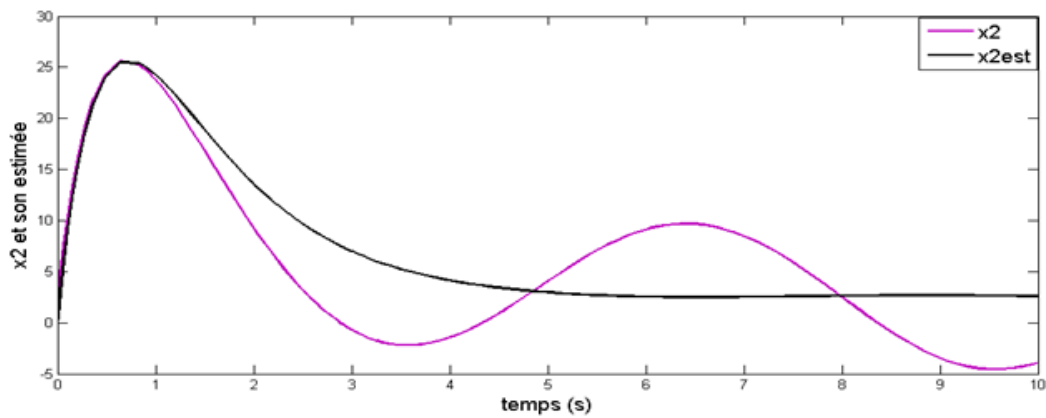


FIGURE 2.6: Représentation de la variable d'état x_2 et \hat{x}_2

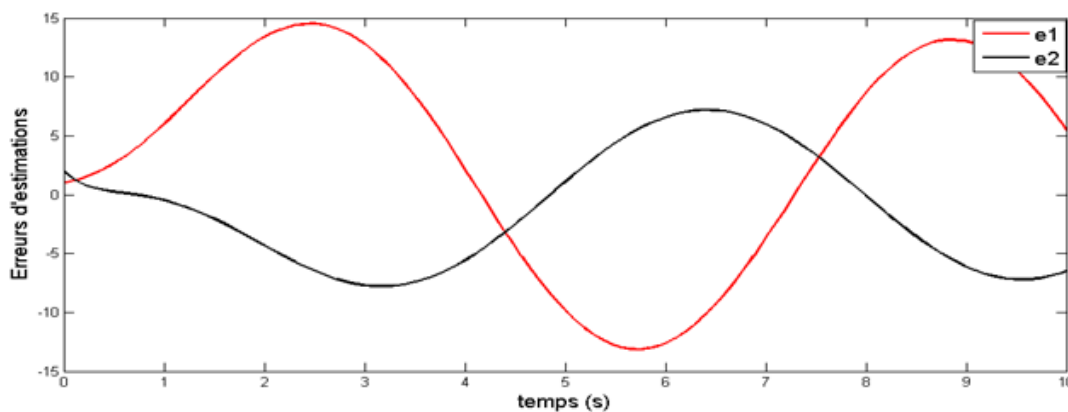


FIGURE 2.7: Représentation des erreurs d'estimation e_1 et e_2

Les figures (2.5, 2.6) montrent que les variables d'état estimées \hat{x}_1 et \hat{x}_2 ne pas similaires aux variables d'état réelles x_1 et x_2 , respectivement.

La figure (2.7) montre que les erreurs d'estimations pour les deux variables d'états ne convergent pas vers zéro. A partir de ces figure on conclut que l'observateur en cascade présenté dans ce chapitre ne permet pas l'estimation des variables des systèmes à retard en présence de l'entrée inconnue. Ce problème sera étudié dans le chapitre suivant.

2.7 Conclusion

La prise en compte du retard dans la modélisation des systèmes la rend plus fiable et plus proche de la réalité. Cependant, l'analyse et l'étude de cette catégorie de systèmes deviennent difficile. Dans ce chapitre nous avons essayé d'exposer les notions essentielles des systèmes à retard en mettant en relief leurs difficultés d'analyse et de synthèse de leur commande. Nous avons aussi présenté la méthode de synthèse d'observateurs des systèmes à retard sur la mesure. La convergence asymptotique de l'erreur d'observation vers zéro dans le cas des systèmes linéaires temps constant est assurée par l'observateur proposé par Germani et al, et son implémentation est relativement simple. Un exemple numérique a été donné pour montrer l'efficacité de la méthode présentée.

Chapitre 3

Observateurs des systèmes linéaires à entrée inconnue avec retard sur la mesure

3.1 Introduction

En sciences de l'ingénieur, on constate que la plupart des commandes actuellement implantées le sont sur des calculateurs numériques. Par conséquent, même si un processus ne contient pas de retard intrinsèque, bien souvent des retards apparaissent dans la boucle de commande par l'intermédiaire des temps de réaction des capteurs ou des actionneurs(1), des temps de transmissions des informations (2) ou des temps de calculs(3). La figure (3.1) permet de localiser les lieux où apparaissent ces retards. Ces retards peuvent quelques fois être négligés, mais lorsque leur taille devient significative au regard des performances temporelles du système (dynamiques en boucle ouverte et fermée) il n'est plus possible de les ignorer.

Dans ce chapitre précédent on va présenter deux méthodes d'estimations de vecteur des états, ainsi que l'entrée inconnue pour les systèmes linéaires à entrées inconnues avec retard sur la mesure. Dans la première méthode nous présentons l'observateur à mode glissant à entrée inconnue avec retard sur la mesure, l'inconvénient de cette méthode c'est que les états du système ne sont pas bien estimés. Pour remédier à cet inconvénient nous proposons dans la deuxième méthode une structure d'observateur cascade à entrée inconnue avec retard sur la mesure.

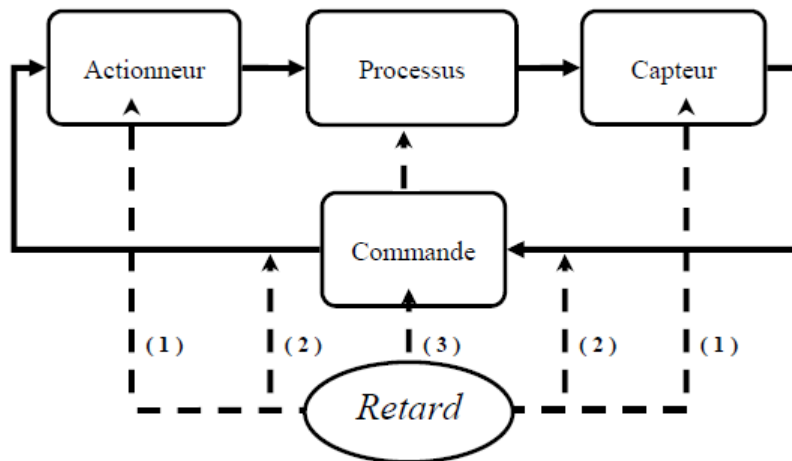


FIGURE 3.1: Illustration de la provenance des retards dans une boucle de contrôle

3.2 Synthèse d'observateurs des systèmes linéaires à entrées inconnues avec retard sur la mesure

Considérons un système linéaire soumis au retard sur la mesure en présence d'entrée inconnue. L'objectif tracé dans cette section est la synthèse d'un observateur qui nous permet de reconstruire les états et l'entrée inconnue du système considéré.

Soit le système linéaire à entrée inconnue avec retard sur la mesure décrit par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Rw(t), & t \geq -\tau \\ y_0(t) = Cx(t - \tau) \end{cases} \quad (3.1)$$

Où

$x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$, $y_0(t) \in \mathbb{R}^p$, $w(t) \in \mathbb{R}^q$ représentent le vecteur des variables d'états, l'entrée connue, la sortie retardée et l'entrée inconnue respectivement. A, B, C, R sont les matrices constante de dimensions appropriées, $\tau > 0$ représente le retard.

3.2.1 Observateur à mode glissant à entrée inconnue avec retard sur la mesure

Avant de passer à l'estimation du vecteur d'état et de l'entrée inconnue du système (3.1), nous allons procéder à deux changements de coordonnées du vecteur d'état.

Un changement de coordonné est effectué pour obtenir la forme régulière, la matrice de sortie peut être réécrite comme suit :

Simplification de l'équation de sortie

On effectuons le changement de variable suivant au système définie par (3.1)

$$\tilde{A} = T_1 A T_1^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, \tilde{B} = T_1 B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}, \tilde{C} = C T_1^{-1}, \tilde{R} = T_1 R = \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{bmatrix}$$

où

$$T_1 = \begin{bmatrix} Q \\ C \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_1(t) \\ y_0(t) \end{bmatrix} = T_1 x(t), \quad \tilde{x}_1(t) \in \mathbb{R}^{n-p}$$

I_p est la matrice identité de dimension $(p \times p)$, $\det(T_1) \neq 0$

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & I_{n-p} \end{bmatrix}$$

Le système (3.1) dans les nouvelles coordonnées s'écrit comme suit

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1(t) = A_{11}\tilde{x}_1(t) + A_{12}y_0(t) + B_1u(t) + R_1w(t) \\ \dot{y}_0(t) = A_{21}\tilde{x}_1(t) + A_{22}y_0(t) + B_2u(t) + R_2w(t) \end{cases} \quad (3.2)$$

On note que $CR = R_2$. ainsi $CR \neq 0$ et il existe la matrice pseudo-inverse R_2^+ de la matrice R_2 tel que $R_2 R_2^+ = I_{m_1}$ tel que $m_1 = \text{rang}(CR) = \text{rang}(R)$

La transformation suivante est appliquée au modèle donné dans (3.2)

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_1(t) \\ y_0(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{n-p} & -R_1 R_2^+ \\ 0 & I_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1(t) \\ y_0(t) \end{bmatrix}$$

avec

$$\begin{bmatrix} I_{n-p} & -R_1 R_2^+ \\ 0 & I_p \end{bmatrix} = T_2, \bar{A} = T_2 \tilde{A} T_2^{-1} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{bmatrix}, \bar{B} = T_2 \tilde{B} = \begin{bmatrix} \bar{B}_1 \\ \bar{B}_2 \end{bmatrix},$$

$$\bar{C} = \tilde{C} T_2^{-2}, \bar{R} = T_2 \tilde{R} = \begin{bmatrix} \bar{R}_1 \\ \bar{R}_2 \end{bmatrix}$$

Où

$$\bar{R}_1 = 0$$

Pour obtenir la structure du système suivante

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}_1(t) = \bar{A}_{11}\bar{x}_1(t) + \bar{A}_{12}y_0(t) + \bar{B}_1u(t) \\ \dot{y}_0(t) = \bar{A}_{21}\bar{x}_1(t) + \bar{A}_{22}y_0(t) + \bar{B}_2u(t) + \bar{R}_2w(t) \end{cases} \quad (3.3)$$

La paire $(\bar{A}_{11}, \bar{A}_{21})$ est observable car la paire (A, C) est observable [38], le gain \bar{L} est choisi tel que les valeurs propres de la matrice $\bar{A}_{11} - \bar{L}\bar{A}_{21}$ soit dans le demi-plan gauche du plan complexe.

Structure d'observateur à mode glissant à entrée inconnue avec retard sur la mesure

On considère la nouvelle structure du système (3.1) avec entrée inconnue et retard sur la mesure, et on suppose que la paire (A, C) est observable. La reconstruction des variables d'états est basée sur la sorties mesurées la structure d'observateur à mode glissant proposé pour ce système est :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1(t) = \bar{A}_{11}\hat{x}_1(t) + \bar{A}_{12}\hat{y}(t) + \bar{B}_1u(t) + \bar{L}v_0(t) \\ \dot{\hat{y}}(t) = \bar{A}_{21}\hat{x}_1(t) + \bar{A}_{22}\hat{y}(t) + \bar{B}_2u(t) + Iv_0(t) \end{cases} \quad (3.4)$$

Où

$\hat{y}(t)$ et $\hat{x}_1(t)$ sont respectivement les estimés de $y(t)$ et $x_1(t)$, L le gain de l'observateur et $v_0(t)$ est la fonction discontinue retardée donnée par :

$$v_0(t) = M \text{sign}(\hat{y}(t) - y_0(t)) \text{ avec } M > 0$$

Les erreurs d'estimation d'état et de la sortie

$$\begin{cases} e_1(t) = \hat{x}_1(t) - x_1(t) \\ e_{y_0}(t) = \hat{y}(t) - y_0(t) \end{cases} \quad (3.5)$$

A partir des equations (3.3, 3.4) la dynamique des erreurs d'estimation s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} \dot{e}_1(t) = \bar{A}_{11}e_1(t) + \bar{A}_{12}e_{y_0}(t) + \bar{L}v_0(t) \\ \dot{e}_{y_0}(t) = \bar{A}_{21}e_1(t) + \bar{A}_{22}e_{y_0}(t) - v_0(t) + R_2w(t) \end{cases} \quad (3.6)$$

On définit le changement de variable suivant

$$\begin{bmatrix} \tilde{e}_1(t) \\ e_{y_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{n-p} & -\bar{L} \\ 0 & Ip \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_{y_0} \end{bmatrix}$$

La dynamique des erreurs d'estimations sera alors écrite comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{e}}_1(t) = \tilde{A}_{11}\tilde{e}_1(t) + \tilde{A}_{12}e_{y_0}(t) - \bar{L}\tilde{R}_2w(t) \\ \dot{e}_{y_0} = \tilde{A}_{21}\tilde{e}_1(t) + \tilde{A}_{22}e_{y_0}(t) - v_0(t) + R_2w(t) \end{cases} \quad (3.7)$$

Où

$$\tilde{e}_1(t) = e_1(t) + Le_{y_0}(t) \quad \text{et} \quad \tilde{A}_{11} = \bar{A}_{11} - \bar{L}\bar{A}_{21}$$

$$\tilde{A}_{12} = \bar{A}_{12} - \bar{L}\bar{A}_{22} + \tilde{A}_{11}\bar{L} \quad \text{et} \quad \tilde{A}_{22} = \bar{A}_{22} - \bar{A}_{21}\bar{L}$$

Pour un gain M assez grand le régime glissant peut être établi sur l'erreur de sortie(3.7).Donc après un temps fini l'erreur e(t) et sa dérivée seront nulles et on aura à partir de l'équation (3.7)

$$\dot{\tilde{e}}_1(t) = \tilde{A}_{11}e_1(t)$$

le gain M est choisi à ce que \tilde{A}_{11} le système d'équations (3.7) converge asymptotiquement vers zero, et $\tilde{e}_1(t) \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$ La méthode de contrôle équivalente est utilisée [75] pour obtenir l'entrée inconnue estimée. On suppose que l'erreur du système (1.12) est dans le glissement le long $e_y = 0$. ainsi $\dot{\tilde{e}}_1 = 0$ et $\dot{\tilde{e}}_{y_0}$. La solution du système d'équation (1.12) pour $w(t)$ nous donne l'estimation de $w(t)$ suivante :

$$\hat{w} \approx \left((I + \tilde{A}_{21}\tilde{A}_{11}^{-1}\bar{L})\bar{R}_2 \right)^+ v_{0eq} \quad (3.8)$$

Où v_{0eq} est la commande équivalente retardée

Exemple de simulation

Considérons un système dynamique linéaire à entrées inconnues (3.1) pour illustrer les résultats théoriques présentés dans cette section.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1.9333 & -1.9872 & 0.0091 \\ 0 & 36.9771 & 6.2589 & -0.1738 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.3205 \\ -1.0095 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.3205 \\ -1.0095 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

On notera que la matrice R_2 est de plein rang en colonne et que la paire (A, C) est observable.

On pose $u = 10$ et $w(t) = 30 \sin(1.5t)$, et

$$T_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3.1498 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T = T_2 T_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3.14 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \bar{A} = \begin{bmatrix} -0.1451 & -0.0000 & 30.8877 & 0.4568 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -3.1498 \\ 3.6438 & 0.7770 & 21.2393 & -9.8549 \end{bmatrix}$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} -0.0000 \\ 0 \\ 0 \\ 0.3205 \end{bmatrix}, \bar{R} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.3205 \end{bmatrix}$$

Le gain \bar{L} est choisi tel que les valeurs propres de $\bar{A}_{11} - \bar{L}\bar{A}_{11}$ sont à partie réelle négative

qui est égal à $[-20]$, alors on obtiens $\bar{L} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.3907 \\ 5.0673 \end{bmatrix}$

Les conditions initiales du système sont données par $x(0) = \begin{pmatrix} 6 & -3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$, et les conditions initiales de l'observateur sont données par $\hat{x}(0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Le retard $\tau = 1s$

Les résultats de simulation sont illustrés par les figures suivante :

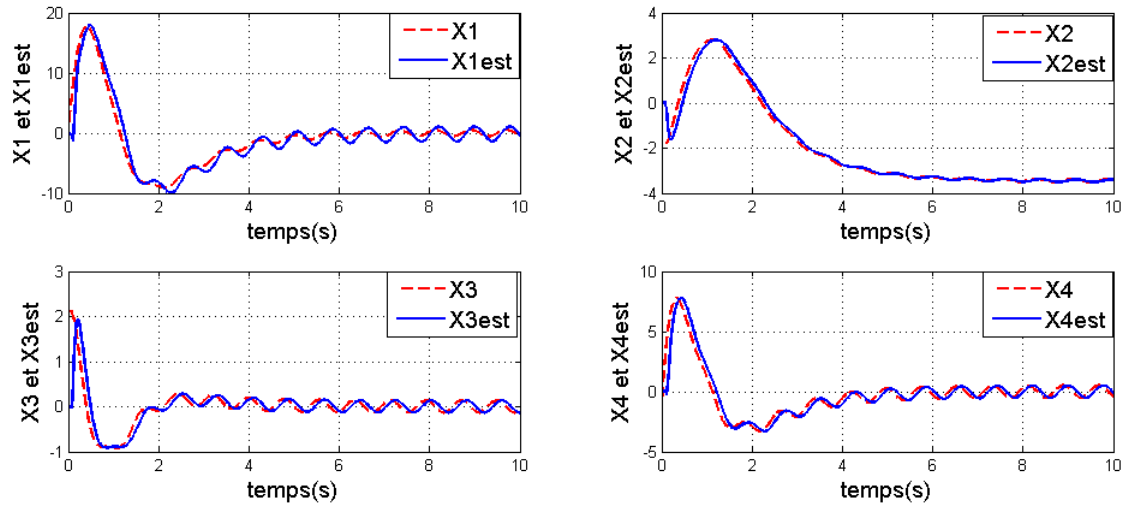


FIGURE 3.2: Représentation des variables d'état du système réelles et leurs estimées en présence du retard sur la mesure

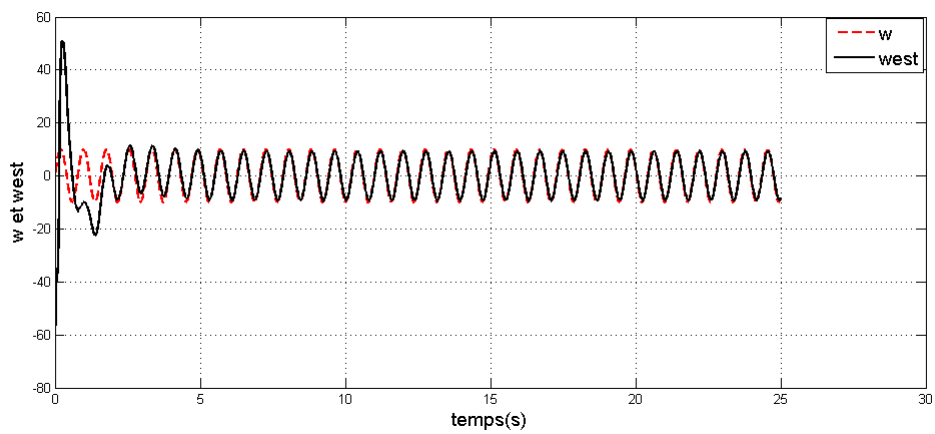


FIGURE 3.3: Représentation de l'entrée inconnue w et son estimée \hat{w} en présence du retard sur la mesure

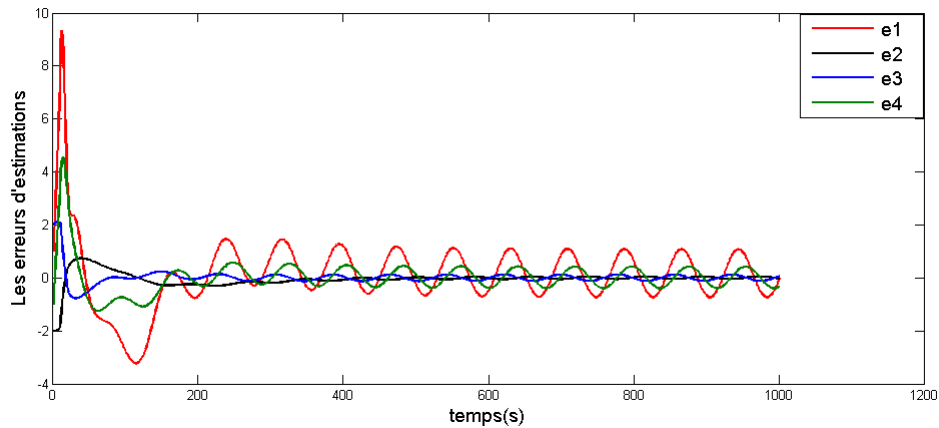


FIGURE 3.4: Représentation des erreurs d'estimations des variables d'états

La figure (3.2) montre les états du système x_1, x_2, x_3, x_4 et leurs estimées $\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3$ et \hat{x}_4 , respectivement. La figure (3.4) montre les erreurs d'estimations $e_1 = (x_1 - \hat{x}_1), e_2 = (x_2 - \hat{x}_2), e_3 = (x_3 - \hat{x}_3), e_4 = (x_4 - \hat{x}_4)$, à partir de cette figure on constate que les états du système ne sont pas bien estimés car les erreurs d'estimations ne convergent pas vers zéro.

La figure (3.3) montre l'entrée inconnue w et son estimée \hat{w} , qui nous permet de constater que \hat{w} est similaire à l'entrée inconnue réelle w après $t=3s$.

À partir des résultats de simulation qu'on a obtenus de l'observateur à mode glissant à entrée inconnue avec retard sur la mesure, on constate que la convergence de l'observateur n'est pas garantie. Dans ce qui suit nous présentons l'observateur fonctionnel de Luenberger à entrée inconnue avec retard sur la mesure.

3.2.2 Observateur fonctionnel de Luenberger à entrée inconnue avec retard sur la mesure

Considérons l'observateur fonctionnel à entrée inconnue d'ordre plein (1.15) présenté dans le premier chapitre pour estimer les états et l'entrée inconnue et le vecteur d'état du système (3.1)

Avec

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Avec conditions initiaux, $x = \begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{x} = \begin{pmatrix} 0.1 & -0.1 \end{pmatrix}$.

La solution satisfaisant les relation précédente est la suivante :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} 1 \\ -71.6394 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}, P = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$N = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 69.6394 & -4 \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} 0 \\ -6 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Lorsque $\tau = 0$ on aura les résultats de simulation suivant :

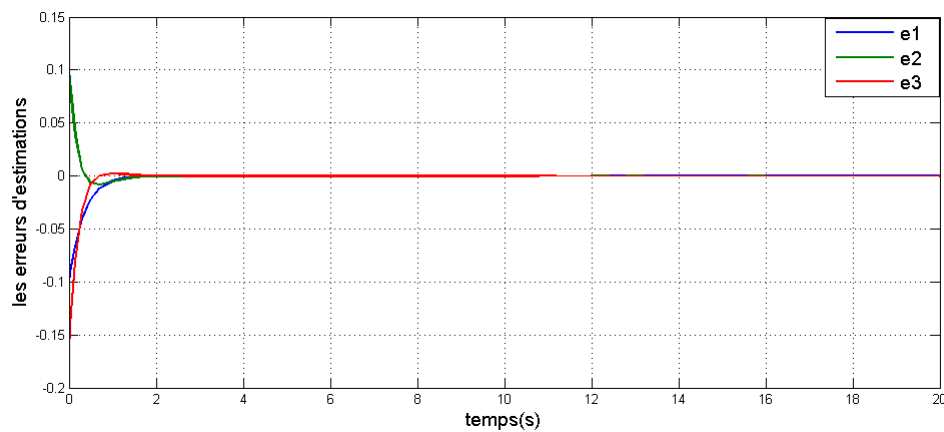


FIGURE 3.5: Erreurs d'estimations e_1, e_2, e_3

Comme le montre la figure ci dessus les erreurs d'estimations $e_1 = x_1 - \hat{x}_1, e_2 = x_2 - \hat{x}_2, e_3 = w - \hat{w}$ converge asymptotiquement vers zero lorsque $\tau = 0s$. dès que on augmente la valeur de $\tau = 1s$ on aura les résultats de simulations suivants :

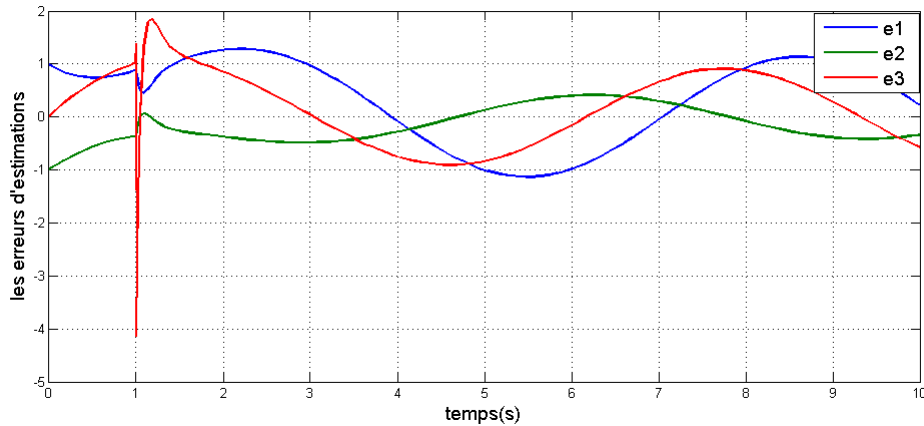


FIGURE 3.6: Erreurs d'estimations des états e_1, e_2 et d'entrée inconnue e_3 lorsque $\tau = 1s$

Cette figure montre que lorsque le système est affecté d'un retard sur la mesure, les erreurs d'estimations observations obtenus à partir de l'observateur (1.15) ne converge pas vers zero, i.e. on peut pas estimer les états et l'entrée inconnue à partir de cet observateur (l'observateur ne converge pas vers zero).

Pour remédier aux inconvénients de l'observateur à mode glissant à entrée inconnue avec retard sur la mesure et aux inconvénients de l'observateur fonctionnel à entrée inconnue avec retard sur la mesure, nous proposons une structure d'observateur cascade à entrée inconnue avec retard sur la mesure que nous présentons dans la section suivante.

3.2.3 Synthèse d'observateur cascade à entrée inconnue avec retard sur la mesure

Cette section est consacrée à la présentation de la méthode de conception de la structure proposée de l'observateur cascade à entrée inconnue avec retard sur la mesure, basée sur la structure d'observateur à entrée inconnue [42] et la structure d'observateur en chaîne [73]

On suppose que le système (3.1) accomplit les hypothèses suivante :

1. La paire (A, C) est observable.
2. R est du plein rang colonne et $CR \neq 0$.
3. τ constant et connu
4. L'entrée inconnue varie lentement dans le temps vis-à-vis τ i.e., si

$$\xi \in \begin{bmatrix} t - \tau & t \end{bmatrix}$$

alors

$$w(\xi) \simeq w(t) \simeq w(t - \tau)$$

Notre objectif est l'estimation complète du vecteur d'état en présence d'entrée inconnue $w(t)$ d'un système soumis aux retard sur la mesure, et aussi l'estimation de $w(t)$.

Structure de l'observateur

La structure de l'observateur proposée comme la montre la figure (3.7) combine la structure d'observateur proposée en [42] avec la structure d'observateur proposée en [73], [21]. pour un retard connu et constant ($\tau > 0$), donc le premier observateur estime l'entrée inconnue retardée à $(t - \tau)$. le deuxième observateur estime les états retardés et le troisième observateur estime les états du système à l'instant courant t .

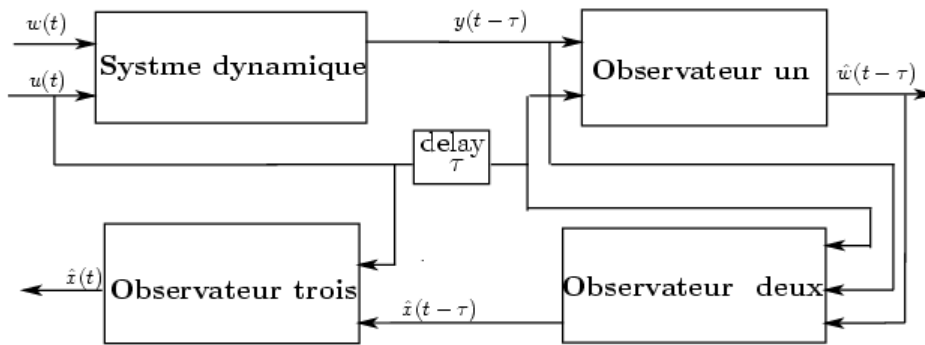


FIGURE 3.7: Observateur proposé à entrée inconnue (UIO) avec retard sur la mesure

$$\text{On dénote } \begin{cases} u_0(t) \triangleq u(t - \tau) \\ z_0(t) \triangleq z(t - \tau) \\ x_0(t) \triangleq x(t - \tau) \\ w_0(t) \triangleq w(t - \tau) \end{cases}$$

La structure de ces trois observateurs cascade se composent de trois étapes :

1. **Reconstruction de l'entrée inconnue retardée**

La structure de UIO retardé est :

$$\begin{cases} \dot{z}_0(t) = Nz_0(t) + Gu_0(t) + Ly_0(t) \\ \hat{x}_0(t) = z_0(t) - Ey_0(t) \end{cases} \quad (3.9)$$

Où N , G , L , E sont des matrices constantes à déterminer pour l'erreur d'observation soit asymptotiquement nulle. Avec cette structure, on estime l'entrée inconnue à l'instant $(t-\tau)$.

On définit l'erreur d'estimation pour UIO retardée comme suit :

$$e_0(t) = x_0(t) - \hat{x}_0(t)$$

La dynamique de l'erreur est :

$$\dot{e}_0(t) = \dot{x}_0(t) - \dot{\hat{x}}_0(t)$$

alors

$$\begin{aligned} \dot{e}_0(t) = Ne_0(t) + (PB - G)u_0(t) + PRw_0(t) \\ + (PA - NP - LC)x_0(t) \end{aligned} \quad (3.10)$$

Avec

$$P = (I_n - EC)$$

Si N est une matrice Hurwitz et si les conditions suivantes

$$PA - NP - LC = 0 \quad (3.11)$$

$$PB - G = 0 \quad (3.12)$$

$$PR = 0 \quad (3.13)$$

sont accomplies alors \hat{x}_0 converge asymptotiquement vers x_0 indépendamment de l'entrée inconnue $w_0(t)$ et de l'entrée connue $u_0(t)$. En effet on aura

$$\dot{e}_0(t) = Ne_0(t) \quad (3.14)$$

La résolution de (3.12)-(3.13) détermine les matrices, N , L , et G , E . Le calcul détaillé de N est donné dans la remarque 3.

L'état retardé obéit aux équations suivantes :

$$\dot{x}_0(t) = Ax_0(t) + Bu_0(t) + Rw_0(t) \quad (3.15)$$

Comme on a $\hat{x}_0 \rightarrow x_0$ alors $\dot{\hat{x}}_0 \rightarrow \dot{x}_0$. On aura

$$\dot{\hat{x}}_0(t) = A\hat{x}_0(t) + Bu_0(t) + R\hat{w}_0(t) \quad (3.16)$$

De l'hypothèse 2 et l'équation (3.16), on peut obtenir l'estimé de l'entrée inconnue retardée

$$\hat{w}_0(t) = R^+(\dot{\hat{x}}_0(t) - A\hat{x}_0(t) - Bu_0(t)) \quad (3.17)$$

Où R^+ est la pseudo inverse de R . selon l'hypothèse 4 on aura :

$$\hat{w}(t) \simeq \hat{w}(t - \tau) \simeq \hat{w}_0(t) \quad (3.18)$$

2. Reconstruction des états retardés

Les états de l'observateur sont initialisé comme suit :

$$\begin{cases} \tilde{x}_0(0) = \tilde{x}(-\tau) \\ \hat{x}(0) = \hat{x}(0) \end{cases}$$

Utilisant l'estimé de l'entrée inconnue $\hat{w}_0(t)$, alors la structure de deuxième observateur est comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_0(t) &= A\tilde{x}_0(t) + Bu_0(t) + R\hat{w}_0(t) \\ &\quad + K(y_0(t) - C\tilde{x}_0(t)) \end{aligned} \quad (3.19)$$

On définit l'erreur d'estimation de l'observateur deux comme suit :

$$\tilde{e}_0(t) = x_0(t) - \tilde{x}_0(t) \quad (3.20)$$

Alors, de la première équation de (3.19) la dérivée de l'erreur d'observation $\tilde{e}_0(t)$ est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{e}}_0(t) &= Ax_0(t) + Bu_0(t) + R\hat{w}_0(t) \\ &\quad - A\tilde{x}_0(t) - Bu_0(t) - R\hat{w}_0(t) \\ &\quad - K(\bar{y}(t) - C\tilde{x}_0(t)) \end{aligned} \quad (3.21)$$

Comme $\hat{w}_0(t) \simeq w_0(t)$ dès le premier observateur, donc

$$\dot{\tilde{e}}_0(t) = (A - KC)\tilde{e}_0(t) \quad (3.22)$$

la solution de cette équation est :

$$\tilde{e}_0(t) = e^{(A-KC)t}\tilde{e}_0(0) \quad (3.23)$$

Si on choisit K tel que $(A - KC)$ est une matrice Hurwitz alors l'erreur $\tilde{e}_0(t)$ converge asymptotiquement vers zéro.

3. Reconstruction des états à l'instant courant

La structure de troisième observateur est donnée par l'équation (3.24)

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}(t) &= A\hat{x}(t) + Bu(t) + R\hat{w}(t) \\ &+ e^{(A\tau)}K(y_0(t) - C\tilde{x}_0(t))\end{aligned}\quad (3.24)$$

On définit l'erreur d'estimation pour le troisième observateur comme suit :

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (3.25)$$

Les équations suivantes peuvent être tirées de (3.24)

$$\begin{aligned}\hat{x}(t) &= e^{A\tau}\tilde{x}_0(t) + \int_{t-\tau}^t e^{A(t-s)}Bu(s)ds \\ &+ \int_{t-\tau}^t e^{A(t-s)}R\hat{w}(s)ds\end{aligned}\quad (3.26)$$

La dérivée de cette équation est :

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}(t) &= e^{A\tau}\dot{\tilde{x}}_0(t) + Bu(t) \\ &- e^{A\tau}Bu(t - \tau) + A \int_{t-\tau}^t e^{A(t-s)}Bu(s)ds \\ &+ R\hat{w}(t) - e^{A\tau}R\hat{w}(t - \tau) \\ &+ A \int_{t-\tau}^t e^{A(t-s)}R\hat{w}(s)ds\end{aligned}\quad (3.27)$$

Le terme intégrale dans (3.26) peut être remplacé par $\hat{x}(t) - e^{A\tau}\tilde{x}_0(t)$. Alors, (3.27) devient

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}(t) &= A\hat{x}(t) + Bu(t) + e^{A\tau}(\dot{\tilde{x}}_0(t) \\ &- A\tilde{x}_0(t) - Bu_0(t))\end{aligned}\quad (3.28)$$

A partir l'équation (3.19), on aura

$$\dot{\tilde{x}}_0(t) - A\tilde{x}_0(t) - Bu(t - \tau) = K(\bar{y}(t) - C\tilde{x}_0(t))$$

L'équation (3.26) est la solution de l'équation de (3.19). De la même manière, la solution de système (3.1) est

$$\begin{aligned}x(t) &= e^{A\tau}x(t - \tau) + \int_{t-\tau}^t e^{A(t-s)}Bu(s)ds \\ &+ \int_{t-\tau}^t e^{A(t-s)}R\hat{w}(s)ds\end{aligned}\quad (3.29)$$

On soustrais (3.26) de (3.29) on obtient l'erreur d'estimation $e(t)$:

$$e(t) = e^{A\tau}\tilde{e}_0(t) \quad (3.30)$$

Comme $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{e}_0(t) = 0$, alors $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$.

On aura alors $\hat{x}(t)$ asymptotiquement vers $x(t)$.

Les résultats ci-dessus sont résumé dans le Théorème suivant :

Theorem 2 *On considère le système (3.1) avec entrée inconnue et retard sur la mesure. On suppose les Hypothèses 1-4 sont satisfaites. Soit les observateurs proposés dans (3.9) et (3.19)*

Alors, si les relations suivantes :

$$E = -R(CR)^T((CR)(CR)^T)^{-1} \quad (3.31)$$

$$P = I_n - R(CR)^T((CR)(CR)^T)^{-1} \quad (3.32)$$

$$G = PB \quad (3.33)$$

$$N = PA - FC \quad (3.34)$$

$$L = F - NE \quad (3.35)$$

obtenues de (3.12)-(3.13) sont vérifiées et si N est une matrice Hurwitz et K est choisit tel que $(A - KC)$ une matrice Hurwitz alors, l'estimé $\hat{w}(t)$ de l'entrée inconnue, et l'estimé $\hat{x}(t)$ de vecteur d'état du système convergent vers $w(t)$ et $x(t)$, respectivement.

Remarque 3

Selon la relation (3.14), la convergence de premier observateur est assurée si N est une matrice Hurwitz, i.e., ses valeurs propre sont strictement à partie réelle négative, ou d'une manière équivalente s'il existe une matrice X positive définie, tel que :

$$N^T X + XN < 0 \quad (3.36)$$

Comme $N = PA - FC$, l'inégalité (3.36) devient :

$$(PA - FC)^T X + X(PA - FC) < 0 \quad (3.37)$$

On remarque que l'inégalité précédente (3.37) est une Inégalité Matricielle Bilinéaire (BMI). Dans la littérature, beaucoup de méthodes ont été proposées pour résoudre BMI [43]. La procédure connue est de convertir BMI (3.37) à une Inégalité Matricielle Linéaire (LMI) [44], [45]. cette méthode est basée sur le changement de variable donné par :

$$D = XF \quad (3.38)$$

L'Inégalité Matricielle Bilinéaire (3.37) est alors réduit au LMI suivante, et est écrite comme suit :

$$(PA)^T X + X(PA) - (C^T D^T + DC) < 0 \quad (3.39)$$

(3.39) peut être résolu pour X par un algorithme classique existant dans la littérature alors F est obtenu par

$$F = X^{-1}D \quad (3.40)$$

Remarque 4

La dynamique du premier observateur doit être choisit plus rapide pour que la reconstruction $\hat{w}(t)$ du $w(t)$ de sera disponible aussitôt que possible.

Exemple de simulation

:

On a pris l'exemple numérique suivant pour illustrer les résultats théoriques présentés Dans ce chapitre

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Le retard est pris comme $\tau = 3s$. Les hypothèse 1-3 sont bien satisfaite par ce système. Les calculs donnés dans la remarque (3.1) donnent les résultats suivants :

$$F = \begin{bmatrix} 1 \\ -71.6394 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}, P = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$N = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 69.6394 & -4 \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} 0 \\ -6 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

N est une matrice Hurwits. Le gain de deuxième et de troisième observateur sont choisi tel que les valeurs propres de $(A-KC)$ sont égale à $[-15, -10]$ alors on obtient

$$K = \begin{bmatrix} 22 \\ -41 \end{bmatrix}$$

Les conditions initiales de ce système sont données par $x(0) = (1, 2)$, et Les conditions initiales pour le premier, le deuxième et le troisième observateur sont prise comme $\hat{x}_0(0) = (0, 0)$, $\tilde{x}(0) = (0, 0)$, $\hat{x}(0) = (0, 0)$, respectivement. L'entrée et l'entrée inconnue sont $u(t) = 1$, et $f(t) = 12 \sin(0.003t)$, respectivement.

Les résultats de simulation obtenu par cette observateur sont illustrés par les Figures suivante :

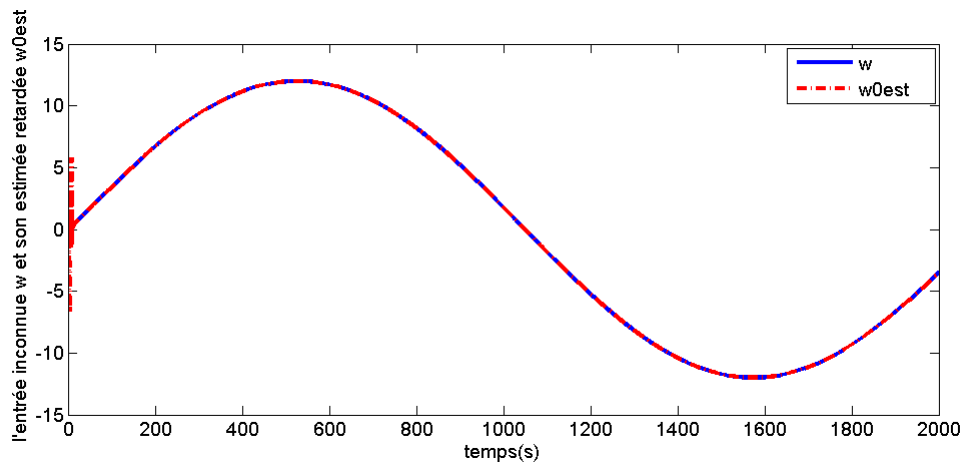


FIGURE 3.8: Représentation de l'entrée inconnue w et son estimée retardée \hat{w}_0

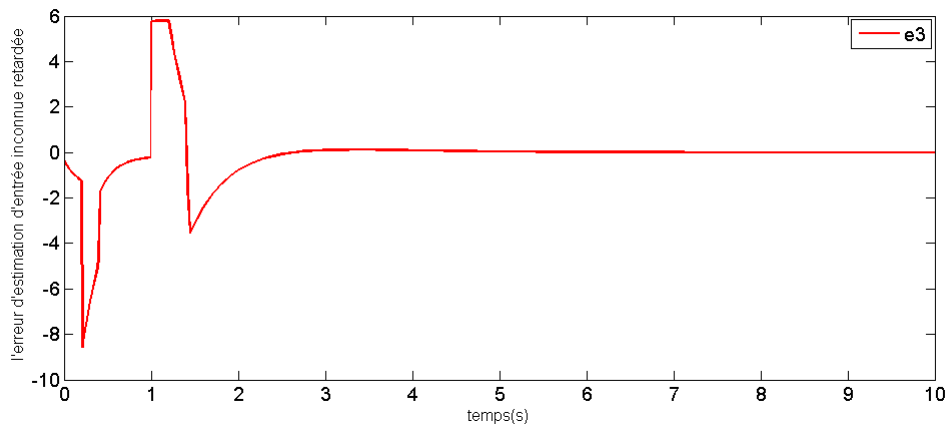


FIGURE 3.9: Erreur d'estimation de l'entrée inconnue e_3

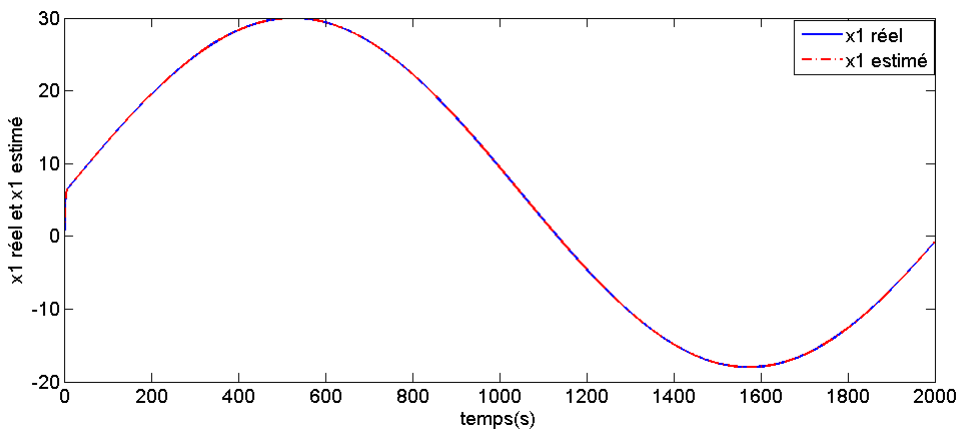
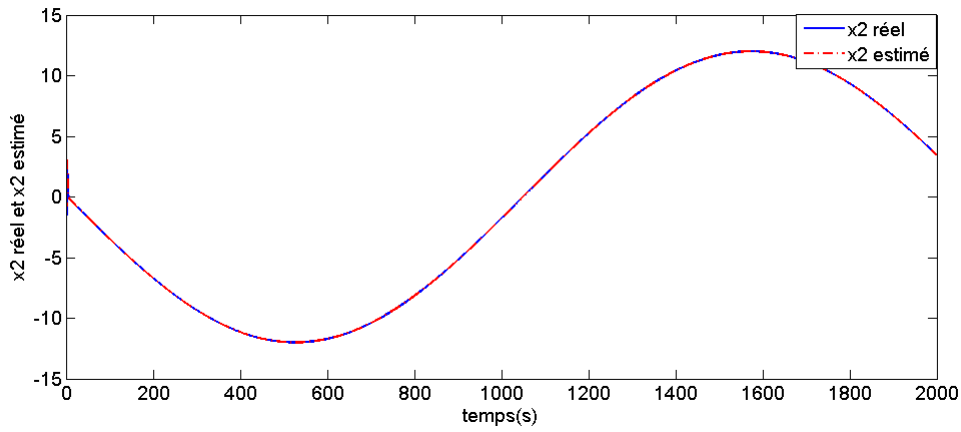
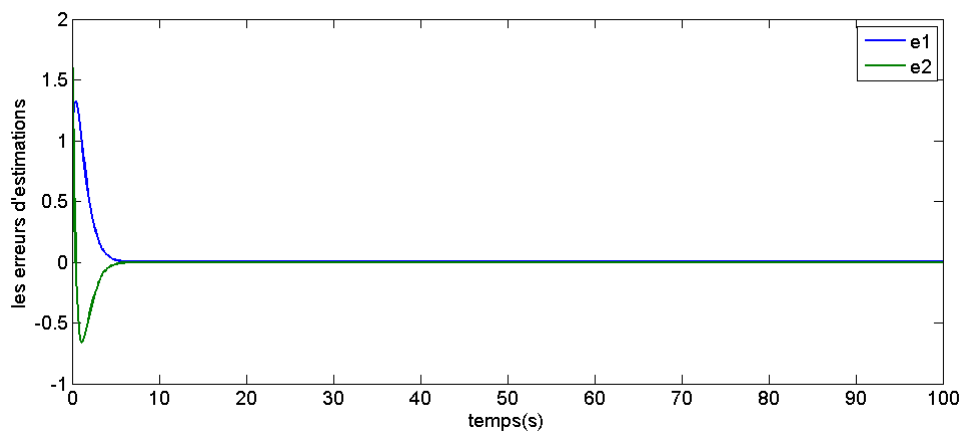


FIGURE 3.10: x_1 réel et son estimé \hat{x}_1

FIGURE 3.11: x_2 réel et son estimé \hat{x}_2 FIGURE 3.12: Erreurs d'estimations des états e_1, e_2

La figure (3.8) montre l'entrée inconnue $w(t)$ et son estimée retardée $\hat{w}(t - \tau)$, tandis que la figure (3.9) montre l'erreur d'estimation $e_3(t) = w(t) - \hat{w}(t - \tau)$. A partir de ces figures, on conclut que $\hat{w}(t - \tau)$ et $w(t)$ sont similaires après une courte transition.

Les figures (3.10, 3.11) illustrent les variables d'états x_1 et x_2 et leurs estimées \hat{x}_1 et \hat{x}_2 à l'instant courant, respectivement.

La figure (3.2.3) donne les erreurs d'estimations pour les deux variables d'états. On peut conclure que l'observateur proposé permet une bonne estimation des états du système. Ces résultats confirment l'efficacité de la solution proposée.

Teste de robustesse :

Nous avons refait les simulations pour différentes valeurs de retard τ , les résultats obtenus sont les suivants :

Pour $\tau = 1s$ les résultats de simulation obtenus sont :

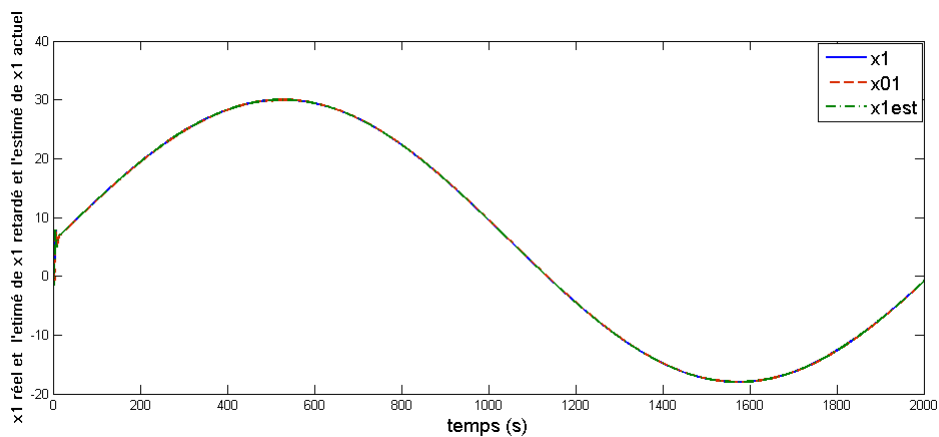
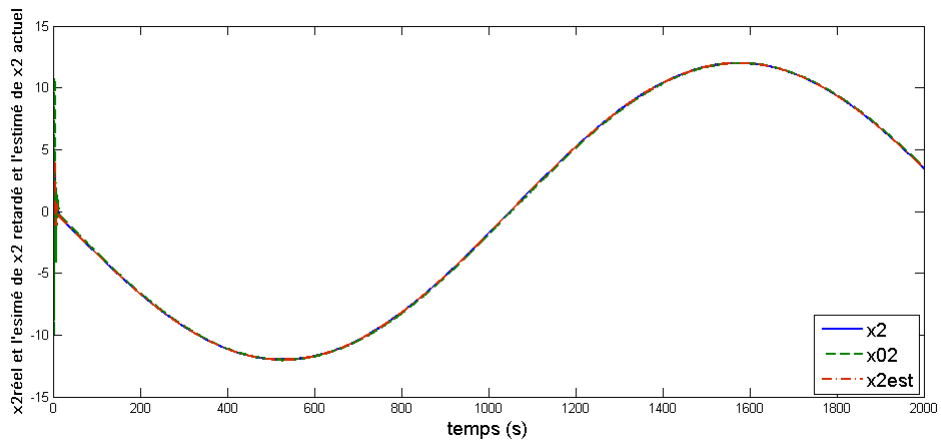
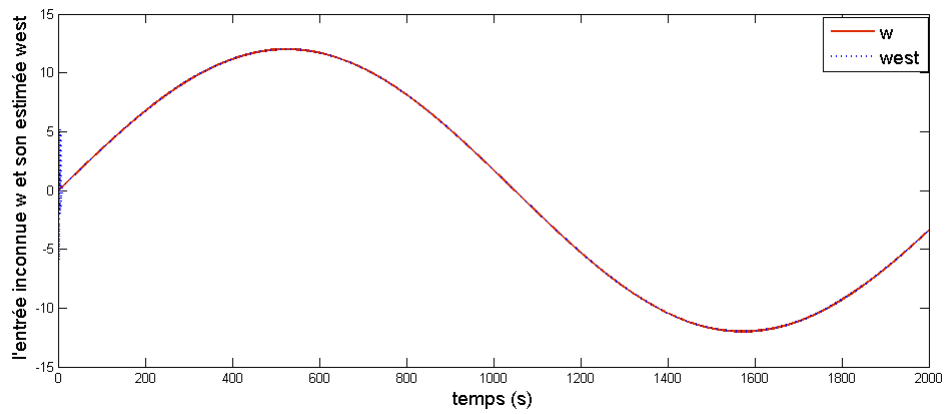
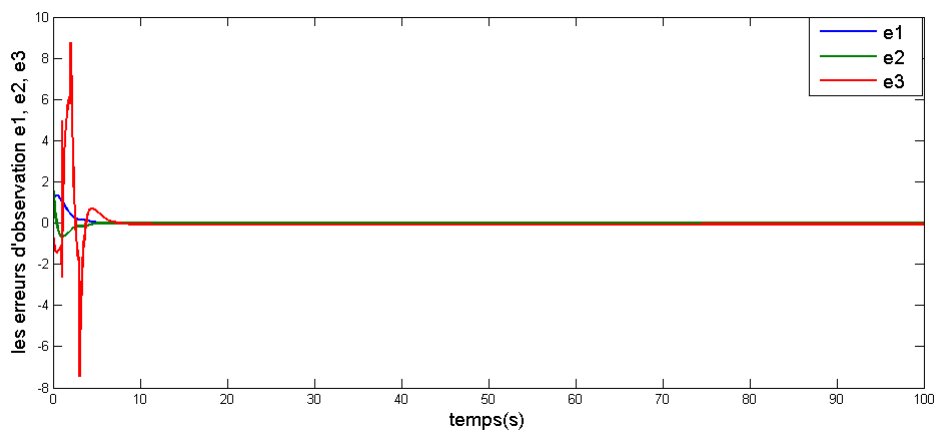


FIGURE 3.13: Représentation de la variable d'état x_1 et \hat{x}_{01} et \hat{x}_1

FIGURE 3.14: Représentation de la variable d'état x_2 et \hat{x}_{02} et \hat{x}_2 FIGURE 3.15: Représentation de l'entrée inconnue w et son estimée \hat{w} FIGURE 3.16: Erreurs d'estimations e_1, e_2, e_3

A partir de figures (3.13, 3.14, 3.15, 3.16) on constate que les variables états et l'entrée inconnue sont bien estimées (les erreurs d'estimations convergent asymptotiquement vers zéro).

Pour $\tau = 20s$ les résultats de simulation obtenus sont :

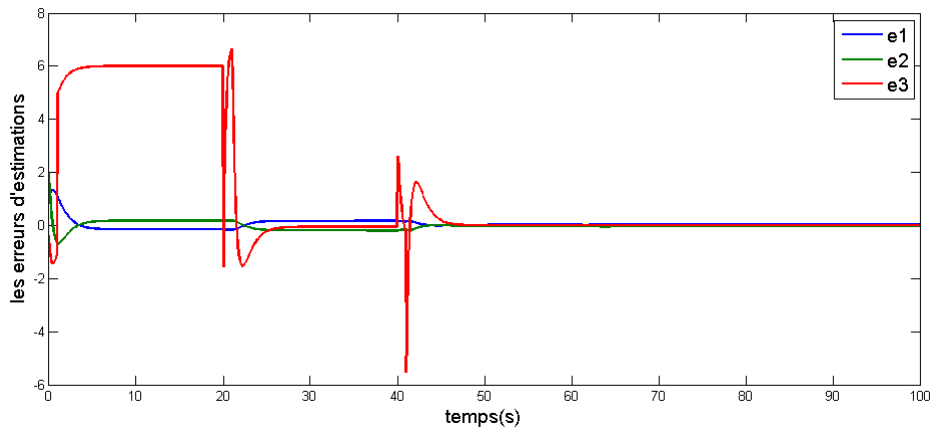


FIGURE 3.17: Représentation des erreurs d'estimations e_1, e_2, e_3

Pour $\tau = 50s$ les résultats de simulation obtenus sont :

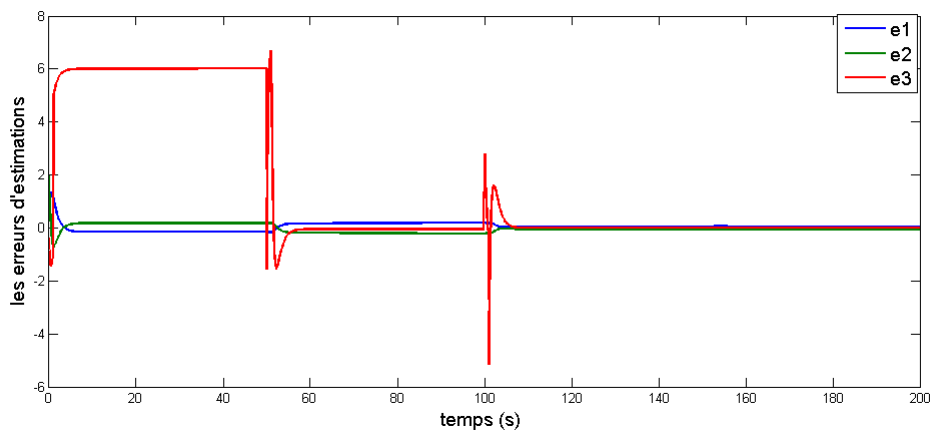


FIGURE 3.18: Représentation des erreurs d'estimations e_1, e_2, e_3

Pour $\tau = 100s$ les résultats de simulation obtenus sont :

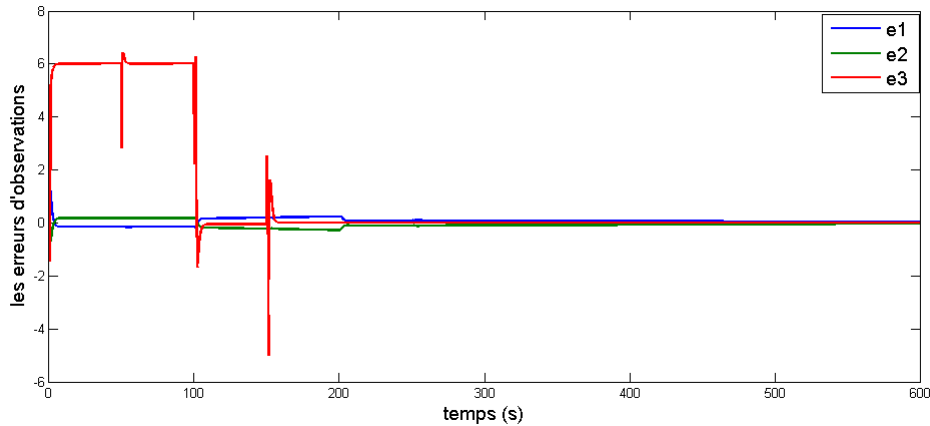


FIGURE 3.19: Représentation des erreurs d'estimations e_1, e_2, e_3

Les figures (3.17, 3.18, 3.19) représentent les erreurs d'estimations e_1, e_2, e_3 des variables d'état (x_1 et x_2), et de l'entrée inconnue (w) respectivement pour différentes valeurs du τ . A partir de ces figures on constate que lorsque la valeur de τ augmente, le temps de convergence des erreurs d'estimations augmente aussi.

3.3 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté deux méthodes d'estimations des variables d'états et d'entrées inconnues pour les systèmes linéaires avec retard sur la mesure. Dans la première méthode nous avons présenté l'observateur à mode glissant à entrée inconnue avec retard sur la mesure, nous avons illustrer cette méthode par un exemple de simulation. Pour pallier aux inconvénients de la première méthode nous avons proposée une structure consistant trois observateurs en cascade, qui estime à la fois les variables d'états et l'entrée inconnue pour les systèmes linéaires continus temps invariant à entrées inconnues avec retard sur la mesure. La convergence de l'observateur proposé est établie et la technique LMI a été utilisée pour résoudre le problème de la structure de l'observateur proposé. Un exemple numériques a été donné pour montrer l'efficacité de l'approche proposée.

Conclusion générale

Notre travail a porté sur la synthèse d'observateurs à entrée inconnue lorsque les sorties de mesure sont soumises à des retards dus aux délais de transmission. Ce cas de figure se pose dans beaucoup d'applications comme, dans la commande par télé opération ou encore dans les schémas de commande coopérative avec plusieurs agents jouant le rôle de contrôleurs, etc.

Dans le premier chapitre, nous avons mené une étude théorique et bibliographique sur l'observabilité et la synthèse d'observateurs linéaires à entrée inconnue. Cette étude, nous a permis d'approfondir nos connaissances en automatique, d'aborder des thématiques récentes comme l'observabilité des systèmes, la synthèse d'observateurs linéaires par les différentes techniques (modes glissants, observateur à entrée inconnue) et la convergence asymptotique des systèmes en présence d'entrée inconnue. Nous avons testé ces méthodes sur des exemples de simulation.

Dans le deuxième chapitre nous avons présenté le contexte général des systèmes à retard, mentionné leur apparition fréquentée dans les processus physique. On a étudié aussi la méthode de synthèse d'observateur en cascade proposé lorsque la mesure est affectée d'un retard constant.

Dans le troisième chapitre nous avons présenté deux méthodes d'estimations d'entrée inconnue pour les systèmes linéaires avec retard sur la mesure. Dans la première méthode structure proposée consiste trois observateurs en cascade, qui estime à la fois les variables d'états et l'entrée inconnue. La convergence de l'observateur proposé est établie et la technique LMI a été utilisée pour résoudre le problème de calcul de l'observateur proposé, dans deuxième on a présenté l'observateur à mode glissant.

Deux exemples numériques ont été donnés pour montrer l'efficacité de l'approche proposée.

Le problème de synthèse d'observateurs lorsque les mesures sont soumises aux retards est toujours d'actualité en témoignent les publications apparues récemment. De plus, c'est un problème ouvert. En effet, les quelques solutions apportées dans ce mémoire sont restreintes à des conditions pas toujours satisfaites dans des cas réels. Nous avons, pour notre part, étudié et mis

en oeuvre la solution basée sur les observateurs en cascade avec entrée inconnue. Nous avons considéré le cas du retard constant pour les systèmes linéaires. Les solutions de construction d'observateurs en cascade traitées dans notre travail ont été implémentées sous Matlab et illustrées par des simulations effectuées sur des exemples numériques. Les résultats de simulation obtenus nous ont permis, d'illustrer l'efficacité des approches étudiées.

Nous avons remarqué que si l'observateur cascade proposé par Germani, et l'observateur à mode glissant donnent de bons résultats dans le cas des systèmes linéaires sans retard sur la mesure, par contre, ceux obtenus dans le cas des systèmes retardés sont mitigés. Pour remédier à ce problème nous avons proposé une méthode d'estimation du vecteur d'état, et des entrées inconnues pour les systèmes linéaires continu temps invariant à entrées inconnues avec retard sur la mesure.

Comme perspectives à notre travail, nous proposons de développer les points suivants :

- Extension aux systèmes non linéaire.
- Étude des cas où le retard est inconnu où variable.
- Insertion de l'observateur dans une chaîne de commande par retour de sortie.
- Application au diagnostic de défauts et à la synchronisation des systèmes chaotiques

Bibliographie

Bibliographie

- [1] R.E. Kalman, A new approach to linear filtering. Transactions of the ASME Journal of Basic Engineering, vol. 82, pages 35-45, 1960.
- [2] D. Luenberger, Observers for multivariable systems. IEEE Trans. Automatic Control, 11 :190-197, 1966.
- [3] D.G. Luenberger. An introduction to observers. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 16, no. 6, pages 596-602, 1971.
- [4] W. Perruquetti, J.P. Barbot, Sliding Mode Control in Engineering, Marcel Dekker.2002.
- [5] Y. Shtessel, C. Edwards, L.Fridman. A. Levant, Sliding mode control and observation, 2014.
- [6] M. Saif, Y. Guan, A new approach to robust fault detection and identification, IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 29 (3), pp. 685-695, 1993.
- [7] Y. Guan, et M. Saif, A novel approach to the design of unknown input observers, IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 36 (5), pp. 632-635, 1991.
- [8] M. Darouach, Existence and design of functional observers for linear systems. IEEE Trans. Automatic Control, 45 :940-943, 2000.
- [9] A. Stotsky and I. Kolmanovsky, Simple unknown input estimation techniques for automotive applications. American Control Conference, pp. 3312-3317, 2001.
- [10] J. Daafouz, M. Fliess and G. Millérioux, Une approche intrinsèque des observateurs linéaires à entrées inconnues. In Proc. of CIFA, IEEE Conférence Internationale Francophone d'Automatique, 2006.
- [11] M. Darouach, Complements to full order observer design for linear systems with unknown inputs. Applied Mathematics Letters, vol. 22, 2009.

-
- [12] C. S. Liu and H. Peng, Inverse-dynamics based state and disturbance observers for linear time-invariant systems. *Journal of Dynamic System, Measurement, and Control*, vol. 124, pp. 375-381, 2002.
- [13] S.-H. Wang, E.J. Davison and P. Dorato. Observing the states of systems with unmeasurable disturbances. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 20, pp. 716-717, 1975.
- [14] P. Kudva, N. Viswanadham et A. Ramakrishna, Observers for linear systems with unknown inputs, *IEEE Trans. on Automatic Control* Vol. 25 (1), pp. 113- 115, 1980.
- [15] B. Gaddouna, D. Maquin and J. Ragot. Fault detection observers for systems with unknown inputs. In *Proceedings of Safeprocess 94, IFAC/IMACS Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes*, 1994.
- [16] C. Edwards and S. K Spurgeon. Sliding mode observers for fault detection and isolation. *Automatica*, vol. 36, pp. 541-553, 2000.
- [17] J.P. Richard, Time-delay systems , an overview of some recent advances and open problems. *Automatica*, 39, 2003.
- [18] T. Ahmed Ali, Cascade high gain observers for nonlinear systems with delayed output measurement, in *48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese control conference*, pp. 8226-8231, Shangai, December 16-18, 2009.
- [19] T. Ahmed Ali, High gain observer design for nonlinear systems with time varying delayed measurements, in *IFAC World Congress, Vol.18*, pp. 692-696, Milano, August 28-September 2, 2011.
- [20] A. Germani, C. Manes, and P. Pepe, A state observer for nonlinear delay systems, in *IEEE Conference of decision and control*, Vol.37,No.12, pp. 335-360,Florida, December, 1998.
- [21] A. Germani, C. Manes, and P. Pepe, A new approach to state observation of nonlinear systems with delayed output, in *IEEE trans. Automat. Contr.* Vol. 47, No. 1, pp.96-101, 2002.
- [22] C. D. Johson. On observers for linear systems with unknown and inaccessible inputs. *International Journal of Control*, 14 : pp 825-831, 1975.
- [23] M. Hou and P. C. Muller. Design of observers for linear systems with unknown inputs. *IEEE Trans. on Aut. Control*, AC-37 : pp 871-875, 1992.

-
- [24] M. Darouach, M. Zasadzinski, and S.J. Xu. Full-Order Observer for Linear Systems with Unknown Inputs. *IEEE Trans. on Aut. Control*, 39(3) : pp 606- 609, 1994.
- [25] F. Yang and R.W.Wilde. Observers for linear systems with unknown inputs. *IEEE Trans. on Aut. Control*, AC-33 : pp 677-681, 1988.
- [26] Y. Guan and M. Saif. A Novel Approach to the Design of Unknown Inputs Observers. *IEEE Trans. on Aut. Control*, 36(5) : pp 632-635, 1991.
- [27] M. Corless and J. Tu. State and Input Estimation for a Class of Uncertain Systems. *Automatica*, 34(6) : pp 757-764, 1998.
- [28] Y. Xiong and M. Saif. Unknown disturbance inputs estimation based on a state functional observer design. *Automatica*, 39 : pp 1389-1398, 2003.
- [29] J. S. Meditch, G. H. Hostetter, Observers for systems with unknown and inaccessible inputs, *International Journal of Control*, Vol. 19, pp. 637-640, 1971.
- [30] S. K. Dassanake, G. L. Balas, J. Bokor, Using unknown input observers to detect and isolate sensor faults in a turbofan engine, *Digital Avionics Systems Conferences*, Vol. 7, pp. 6E51-6E57, 2000.
- [31] F. Yang et R. W. Wilde, Observers for linear systems with unknown inputs, *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 33, pp. 677, 1988.
- [32] D. Koenig, S. Mammar, Design of a class of reduced order unknown inputs nonlinear observer for fault diagnosis, *American Control Conference*, Vol. 3, pp. 2143-2147, 2001.
- [33] J. O'Reilly, Observer for linear system, Richard Bellman, *Mathematics in Science and Engineering*, Vol. 140, Academic Press, New York, 1983.
- [34] P. Borne, G. Dauphin-Tanguy, J. P. Richard, F. Rotella et I. Zambettakis, *Modélisation et identification des processus*, tome 1. Editions Technip, Paris, 1992.
- [35] S. Drakunov, V. Utkin, sliding mode observer. Tutorial, *Proc. of the 34th CDC conference*, New Orleans (LA), December 1995.
- [36] B. Walcott and S. Zak, state observation of nonlinear uncertain dynamical systems, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 32, n° 2, pp. 166-170, 1987.
- [37] K. Kalsi, S. Hui, and S. H. Zak, Unknown input and sensor fault estimation using sliding-mode Observers, *American Control Conference*, 2011.

- [38] V. Utkin principle of identification using sliding regimes, physics Doklady 1981.
- [39] M. E. Valcher, State observers for discrete-time linear systems with unknown inputs, IEEE, Trans. on Automatic Control, Vol. 44 (2), pp. 397-401, 1999.
- [40] J. Moreno, Unknown input observers for SISO nonlinear systems, IEEE Conference on Decision and Control, Vol. 1, pp. 790-801, 2000.
- [41] K. Watanabe et D. M. Himmelblau, Instrument fault detection in systems with uncertainties, International Journal of System Sci., Vol. 13, pp. 137, 1982.
- [42] J. Chen et H. Zhang, Robust detection of faulty actuators via unknown input observers, International Journal of Systems Science, Vol. 22, pp. 1829-1839, 1991.
- [43] M. Chadli, D. Maquin, J. Ragot, Output stabilization in multiple model approach, International Conference on Control Applications, Vol. 2, pp. 1315-1320, 2002.
- [44] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron and V. Balakrishnan, Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory, Philadelphia : SIAM, 1994.
- [45] A. Hassibi, J. How and S. Boyd, A path-following method for solving BMI problems in control, American Control Conference, San Diego, California, Vol. 2, pp. 1385-1389, 1999.
- [46] P. Borne, G. Dauphin-Tanguy, J. P. Richard, F. Rotella et I. Zambettakis, Commande et optimisation des processus, Collection méthodes et techniques de l'ingénieur. Editions Technip, Paris, 1990.
- [47] M. Aldeen. et H. Trinh, Reduced-order linear functional observers for linear systems. IEE Proc. Control Theory Appl., 146-5 :399-405, 1999.
- [48] Akhenak, Conception d'observateurs non linéaires par approche multimodèle : application au diagnostic, 2004.
- [49] T. Raff, P. Menold., C. Ebenbauer. et F. Allgöwer, Observer design for a linear functional of the state vector. Proc. of the 44th IEEE CDC and ECC-05, Sevilla, pages 7198-7203, 2005.
- [50] H. Trinh, J. Zhang, Design of reduced-order scalar function observers. Int. Jour. of Innovative Computing, Information and Control, 1 :791-799, 2005.
- [51] F. Rotella et P. Borne, Théorie et pratique du calcul matriciel, Editions Technip, 1995.
- [52] Y. Xia, M. Fu, P. Shi, Analysis and synthesis of dynamical systems with time-delays, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, ISBN 978-3-642-02695-9.

-
- [53] J. Chiasson, J.J. Loiseau (eds.), *Application of Time Delay Systems*, Springer- Verlag Berlin Heidelberg, 2007.
- [54] B. Balachandran et al (eds.), *Delay differential equations, Recent Advances and New Directions*, Springer Science+Business Media LLC 2009.
- [55] M. S. Mahmoud, *Robust control and filtering for time-delay systems*, New York, Marcel Dekker, 2000.
- [56] S.I. Niculescu, *Delay effets on stability : A robust control approach*, Heidelberg, Germany, Springer, vol. 269, 2001.
- [57] Q.C. Zhong, *Robust control of time-delay system*, London, Springer, 2006.
- [58] R. Bellman, K.L. Cooke, *Differential-difference equation*, Academic Press, London, UK, 1963.
- [59] A. Seuret, *Commande et observation des systèmes à retard variables : théorie et applications*, Thèse de doctorat, Université de Lille, 2006.
- [60] P. C. Muralidhar, *Observer synthesis for linear/nonlinear dynamical systems subject to measurements delays*, Master thesis, University of Texas at Arlington, 2006.
- [61] K. Subbarao, P. C. Muralidhar, *State observer for linear systems with piece-wise constant output delays*, in *IET Control Theory and Applications*, Vol. 3, No. 8, pp.1017-1022, 2008.
- [62] N. Yeganfar, *Définitions et analyse de la stabilité pour les systèmes à retard non linéaires*, thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lille, 2006.
- [63] A. Seuret, F. Michaut, J.P. Richard, T. Divoux, *Networked control using gps synchronization*, *American control conference*, 49, pp.1727-1737, 2006.
- [64] Xu, Bugong, *On delay independent stability of large scale systems with time delays*, *IEEE Trans. Automat. Contr*, pp.930-933, 1995.
- [65] I. Dilaneh, *Etude de la Commande et de l'Observation à distance des systèmes*, thèse de doctorat, Université de Cergy-Pontoise, 2009.
- [66] K. Gu, V.L.K. Hararitonov, J. Chen, *Stability of time-delay systems*, Birkhauser, Boston, *Control engineering*, 2003.
- [67] A. SI Ammour, *Contribution à la commande par modes glissants d'ordre fractionnaire*, thèse de doctorat, Université Mouloud Mammeri, 2011.
- [68] N. Krasovskii, *Stability of motion*. Stanford University Press, 1986

-
- [69] B.Razumikhin, On the stability of systems with adely. Prikl. Math. 20(4), 500-512, 1956.
- [70] O. Sename, New trends in design of observers for time-delay systems. Kybernetika, 37(4) :427-458, 2001.
- [71] O. Sename. Is a mixed design of observer-controllers for time-delay systems interesting, Asian Journal of Control, 9(2) :180-189, 2007.
- [72] O. Sename. Robust control of time-delay systems-q.c zhong - reviewed by olivier sename. IEEE Trans. Autom. Contr., 53(2) :636-637, March. 2008.
- [73] A. Germani, C. Manes, and P. Pepe, State observation of nonlinear systems with delayed measurements, in Proc. 2nd IFAC Workshop Time Delay Systems (LTDS2000), pp. 58-63, Italy, September 11-13, 2000.
- [74] J.K.Hale and S.M.Lunel, Indroduction to functional differential equations. Applied Math. Sciences, 99, Springer-Verlag,NewYork, 1991.
- [75] C.Edwards and S.K Spurgeon, Sliding Mode Control : Theory and applications, ser. Systems and control BookSeries. London, England : Taylor et Francis Ltd, 1998.