

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MOULOUD MAMMERI DE TIZI-OUZOU



**Mémoire de Fin d'Études
de MASTER PROFESSIONNEL**
Domaine : Mathématiques et Informatique
Filière : Mathématiques
Spécialité : Mathématiques appliquées à la gestion

Thème

**Gestion des stocks au sein de l'EATIT
(COTITEX)**

Dirigé par : M^r BELHADJ

**Présenté par
BELLAL Lamara
MEGHEZI Mounir**

**Présidente : M^{me} OUBAKOUK
Promoteur : M^r BELHADJ
Examinatrice : M^{me} NESNOUS**

Promotion 2015 /2016

Remerciement

Nous tenons à remercier d'abord ALLAH notre dieu unique, qui nous a ouvert les portes du savoir et nous a permis de réaliser ce précieux et modeste travail.

Nous tenons à exprimer toute notre profonde gratitude à notre promoteur Mr BELHADJ AZIZ, pour l'intérêt qu'il a apporté à notre travail, nous le remercions pour sa grande contribution à l'aboutissement de ce travail, pour sa disponibilité, ses précieux conseils et sa gentillesse. Nous reconnaissons vivement l'attention et la rigueur scientifique de son approche d'encadrement.

Nous remercions vivement les membres de jury pour avoir accepté de juger notre travail.

Nos remerciement s'adressent également à nos chers parents qui nous ont soutenus et apporté un appui moral.

Enfin, que tous ceux et celles que nous avons involontairement oubliés et qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce modeste travail, trouvent ici l'expression de notre

Dédicace

A mes très chers parents pour leurs présences et leurs encouragements, pour le réconfort qu'ils m'ont apporté quand le besoin s'est fait sentir et à laquelle tout le mérite revient.

A mes frères et sœurs qui ont su me donner des conseils précieux, je dirais merci pour votre patience et votre soutien.

A mes amis, merci pour la présence, pour leurs aide estimables, leurs présences et leurs soutien moral.

Et une tendre pensée à mon très cher grand père qui malheureusement nous a quittés mais qui reste toujours dans nos cœurs, paix à ton âme.

Lamara

Dédicace

A mes très chers parents pour leurs présences et leurs encouragements, pour le réconfort qu'ils m'ont apporté quand le besoin s'est fait sentir et à laquelle tout le mérite revient.

A mes frères et sœurs qui ont su me donner des conseils précieux, je dirais merci pour votre patience et votre soutien.

A mes amis, merci pour la présence, pour leurs aide estimables, leurs présences et leurs soutien moral.

Et une tendre pensée à ma très chère grand-mère qui malheureusement nous a quittés mais qui reste toujours dans nos cœurs, paix à ton âme.

Mounir

Listes des figures

Figure 01 : La gestion des stocks, la production et l'approvisionnement (Gélinas, 1996).

Figure 02 : présentation d'une demande constante

Figure 03 : Fonction des coûts

Figure 04 : Méthode de Wilson, stock en pénurie

Figure 05 : La demande est inférieure à la quantité de stock

Figure 06 : Présentation d'un arc

Figure 07 : Arc adjacent

Figure 08 : Graphe non orienté

Figure 09 : Présentation d'un arbre

Figure 10 : Forêt

Figure 11 : Arborescence

Figure 12 : Réseau R

Figure 13 : Arborescence de plus court chemin

Figure 14 : Réseau R

Figure 15 : Arborescence de plus court chemin

Figure 16 : Méthode française MPM (trouver les date au plus tôt)

Figure 17 : MPM (trouver les date au plus tard)

Figure 18 : Présentation de chemin critique

Figure 19 : Présentation de la marge totale

Figure 20 : Exemple de calcul de la marge libre

Figure 21 : Réseau résultant de tableau 10

Figure 22 : réseau PERT

Figure 23 : Organigramme de l'entreprise EATIT

Figure 24 : Processus technologique de la FILATURE

Figure 25 : Processus technologique du tissage

Figure 26 : Processus technologique du Finissage

Figure 27 : Diverses directions d'approvisionnement

Figure 28 : Diagramme des flux entre les services

Figure 29 : Exercice d'application sur la méthode MPM

Figure 30 : solution de l'exercice

Liste des tableaux

Tableau 01 : Questions fondamentales et activités en gestion des stocks

Tableau 02 : Les activités et les objectifs en gestion des stocks

Tableau 03 : Comparaison des classes ABC

Tableau 04 : Comparaison entre le modèle de Wilson avec pénurie et sans pénurie

Tableau 05 : Représentation d'une demande en variable aléatoire discrète.

Tableau 06 : Matrice $R(i, j)$ de stock initial et valeur de demande

Tableau 07 : Probabilité de la demande x

Tableau 08 : Probabilité de la demande discrète x

Tableau 09 : Solution de l'exemple d'application

Tableau 10 : Tâches et tâches antérieures avec leurs durées

Tableau 11 : Tâches antérieures de l'exemple (*)

Tableau 12 : Les tâches immédiatement antérieures de tableau (10)

Tableau 13 : Détermination des niveaux de chaque tâche

Tableau 14 : Plan basique de transport de demande et de l'offre

Tableau 15 : Quantité économique à distribuer par la méthode du coin Nord-Ouest

Tableau 16 : Les quantités économiques par la méthode de l'élément minimal

Tableau 17 : Exemple d'application de la matrice des coûts A

Tableau 18 : Entreprises issues de la restructuration de SONITEX

Tableau 19 : Situation du Complexe DBK avant et après l'extension

Tableau 20 : Unité composante de la COTITEX TIZI-OUZOU en tant qu'entreprise nationale en 1982

Tableau 21 : Compression d'effectifs par rapport à 1996 par catégorie socioprofessionnelle

Tableau 22 : Notion de base de l'organigramme

Tableau 23 : Liste des flux

Tableau 24 : Quantités optimales

Tableau 25 : Coûts annuel

Tableau 26 : Plan basique de transport en matière des coûts unitaires

Tableau 27 : Plan basique de transport en matière des quantités

Sommaire

INTRODUCTION GENERALE

CADRE THEORIQUE

Chapitre I : Généralité sur le stock et la gestion des stocks

1.	Définition d'un stock.....	5
1.1.	Utilité et rôle d'un stock.....	6
1.2.	Inconvénients de stock	6
1.3.	Les différents types de stock	7
2.	La gestion d'un stock	8
2.1.	Rôle et nécessité de la gestion de stock.....	8
2.2.	Objectifs de la gestion de stock.....	9
2.3.	Optimisation du niveau de stock	9
3.	Les éléments de système	10
3.1.	Les coûts.....	10
3.1.1.	Les coûts fixes	10
3.1.2.	Les coûts variables	11
3.1.3.	Les coûts de stockage	11
3.1.4.	Les coûts de pénurie	11
3.2.	La demande	12
3.2.1.	Les modèles déterministes.....	12
3.2.2.	Les modèles stochastiques.....	13
3.3.	Le mode de révision	13
3.4.	Les délais de réapprovisionnement	13
3.5.	Le traitement des pénuries.....	15
3.6.	Stocks de sécurité	16
3.7.	Détermination de stock de sécurité.....	16
4.	Les méthodes de gestion des stocks	17
4.1.	Méthode 20 /80.....	17
4.2.	Méthode ABC	17

Chapitre II : Classification des modèles de gestion des stocks

1. Modèle déterministe	19
1.1. Modèle de Wilson sans pénurie	19
1.2. Model de Wilson avec pénurie	24
1.3. Comparaison des modèles de Wilson avec et sans pénurie	28
2. Les modèles de gestion en avenir Aléatoire	28
2.1. Les modèles de gestion à période fixe.....	29
2.1.1. Le cout non proportionnel au temps : arbitrage entre les couts des invendus et les couts de rupture de stock (variable aléatoire discrète).....	29
2.1.2. Cas où la demande est une variable aléatoire continue(VAC)	32
2.2. Le cout de stockage et cout de pénurie proportionnels au temps	33
2.2.1. La demande discrète	33
2.2.2. Demande continue	35

Chapitre III : Le modèle mathématique

1. Problème du plus court chemin	38
1.1. Rappels sur la théorie de graphe.....	38
1.1.1. Graphe orienté	38
1.1.2. Graphe non orienté	39
1.1.3. Arborescence	40
1.1.4. Algorithme de Bellman	41
1.1.5. Algorithme de DIJKSTRA	43
2. Problème d'ordonnancement	45
2.1. Méthode de MPM.....	45
2.2. Le réseau PERT.....	52
3. Problèmes de transport	53
3.1. Présentation du problème de transport	53
3.2. Formulation mathématique du problème de transport.....	54
3.3. Résolution d'un problème de transport	55
3.3.1. La méthode du coin Nord-ouest.	55
3.3.2. La méthode de l'élément minimal (coût minimal)	56
3.3.3. Le problème d'affectation	57
3.3.4. Formulation du problème d'affectation.....	58
3.3.5. Algorithme : méthode hongroise	58

CADRE PRATIQUE

Chapitre IV : La gestion de stock a EATIT (COTITEX)

1.	Présentation de l'entreprise EATIT (COTITEX)	62
1.1.	Situation géographique.....	62
1.2.	Evolution historique	63
1.3.	Entreprises issues de la restructuration de SONITEX.....	63
1.5.	Organisation actuelle de COTITEX (EATIT).....	66
1.6.	Description de l'organigramme général	66
2.	Présentation des différents processus technologiques	68
2.1.	Le processus technologique de textile	68
2.1.1.	Processus technologique de Filature.....	68
2.1.2.	Processus technologique du Tissage :	70
2.1.3.	Processus technologique du finissage.....	71
2.1.4.	L'opération de blanchiment.....	71
3.	Présentation de la section gestion de stocks	72
3.1.	Structure de la section gestion de stock.....	72
3.2.	L'organigramme du champ d'étude	72
3.3.	Mission de la section gestion de stock	73
3.4.	Relation de la section gestion de stock avec les autres structures	74
3.5.	Exemple d'application des modèles de gestion.....	76
3.5.1.	Application du model de WILSON sans pénurie	76
3.5.2.	Exemple d'application de la méthode d'ordonnancement MPM	77
3.5.3.	Calcul du coût minimal de problème de transport par le logiciel Excel....	79

CONCLUSION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

Introduction Générale

La recherche opérationnelle est une méthode scientifique d'aide à la décision pour les choix complexes. Son histoire est récente : elle remonte à la Seconde Guerre mondiale. C'est en Angleterre, en effet, que cette discipline reçoit son nom de baptême et prouve son efficacité par le rapprochement de scientifiques et de militaires chargés de préparer les grandes décisions liées aux opérations. Dès la fin de la guerre, le succès des techniques de recherche opérationnelle n'a cessé de s'étendre parmi l'éventail des domaines de décision, à la fois civils et militaires. Le domaine de la recherche opérationnelle (RO) est aujourd'hui mal connu, ce qui en limite l'optimisation. L'essentiel de la démarche vise en effet à mettre en œuvre des techniques bien spécifiques relevant des mathématiques appliquées à des problèmes complexes. Cependant, la confusion est parfois entretenue par le terme « opérationnel ».

Par la suite, cette approche a été étendue au domaine économique et industriel où elle a connu de nombreux succès. On a vu se développer de nouvelles techniques qui se caractérisent par le souci d'une meilleure appréhension des problèmes réels. Ainsi, pour survivre et se développer dans le contexte économique actuel, toute entreprise doit améliorer la qualité de ses services, rendus à sa clientèle et réduire simultanément les coûts de revient de ceux-ci. La maîtrise des coûts constitue l'un des éléments essentiels pour atteindre ces deux objectifs, souvent antagonistes.

Cependant, pour une poursuite dans le temps de ses activités commerciales ou de production et réalisant de bons chiffres d'affaires toute entreprise est obligée de créer des stocks, qui constituent un mal nécessaire. En effet, la nécessité de tel stock est justifiée par la satisfaction de la demande à tout moment et ceci du fait que les stocks évitent les pénuries et le mal est justifié par les coûts engendrés par ces stocks qui sont des fois très conséquents. Ainsi, toute entreprise doit résoudre la problématique des stocks qui consiste en la réduction des quantités en stock afin de réduire les coûts et de les augmenter au maximum afin d'éviter toute pénurie.

Le traitement des différents paramètres de gestion relatifs aux stocks et aux approvisionnements se révèle complexe et fastidieux à cause du formalisme mathématique qu'il exige et du nombre, en général très élevé d'articles stockés.

Dans ce cadre, les politiques de gestion de stocks sont directement impactées par la multiplication des références produits, les exigences de livraison toujours plus rapide, et les coûts d'approvisionnement toujours plus discriminants. Le pilotage de flux et les politiques de gestion des stocks représentent donc un enjeu crucial pour la maîtrise générale de la chaîne

logistique, et de nombreuses politiques de gestion de stocks ont été développées dans la littérature dans le cadre de systèmes mono-produits (modèle de Wilson, politiques à point de commande, à niveau de complètement...).

Problématique

Pour un bon déroulement et pour une continuité dans le temps des activités d'une unité de production ou de vente (entreprise) donnée, il est obligatoire de créer des réserves (stocks) et ceci à des stades diversifiés de la chaîne de production ou de vente.

Ceci est considéré comme étant un mal nécessaire pour toute entreprise qui veut lutter contre la mauvaise compréhension et le mauvais contrôle de certain aspect de vente et de production.

Pour une meilleure gestion, il convient de rechercher les volumes optimaux de stock à avoir à chaque instant afin de satisfaire la demande des utilisateurs. Ces volumes de stocks sont déterminés de façon à minimiser les différents coûts de stockage. Un stock réduit n'est pas le reflet d'une saine gestion (risque de pénurie, augmentation des coûts de passation de commandes), et un stock dépassant le strict nécessaire et inutile et peut même constituer une perte pour l'entreprise. Ajouté à ça, le problème du choix des articles (qui doivent être dans un stock) qui fera aussi l'objet d'une gestion scientifique. En effet, les articles n'ont pas tous la même importance ; un article bien vendu n'est pas automatiquement le meilleur en termes de chiffre d'affaire.

Le stock de certaines entreprises peut être constitué par des milliers d'articles. La réalisation d'une étude de gestion de stock pour chaque article est pratiquement impossible. Pour remédier à cela, plusieurs méthodes permettent de dégager les articles les plus importants (consommation, chiffre d'affaire), tels que la méthode ABC ou bien **20/80**.

L'exposé de nos travaux est organisé en deux parties :

- La partie théorique comprend deux chapitres :

Le premier chapitre présente des généralités et quelques méthodes sur la gestion des stocks, de planification et de réapprovisionnements, ainsi les éléments de système et quelques méthodes sur la gestion d'un stock.

Le deuxième chapitre est consacré aux modèles de gestion des stocks (les modèles déterministes et non déterministes).

Introduction Générale

Ainsi que dans le troisième chapitre on a présenté quelques méthodes de la résolution mathématique dans la recherche opérationnelle.

- La partie pratique, comprend le stage pratique au sein de l'entreprise COTITEX (EATIT) :

Nous présentons l'entreprise, ses sections de gestion de stock et l'application de modèle de gestion au sein de l'entreprise.

Nous terminons par une conclusion où nous indiquerons les voies possibles pour les futures recherches.

CADRE THEORIQUE

Chapitre I : Généralités sur le stock et la gestion des stocks

La gestion scientifique des stocks est l'ensemble des techniques et de méthodes scientifiques qui permettent d'assurer un approvisionnement ou production optimal et de satisfaire les besoins des utilisateurs en temps opportun, dans les meilleures conditions économiques.

De nos jours, la gestion des stocks est une fonction indispensable, importantes et constitue le pivot dans les entreprises à caractère commercial et productif.

Parmi les décisions de la gestion industrielle, l'une des plus importantes consiste à définir des programmes de production et de stockage, permettant de satisfaire la demande au moindre coût.

Il s'agit dans tous les cas de rechercher un compromis entre deux exigences contradictoires :

- Eviter les risques de ruptures de stock qui se traduisent soit pour des ventes manquées (produits finis), soit par des perturbations dans le cycle de production (matières premières) ;
- Limiter le montant des stocks, dans la mesure où leur financement peut grever de façon importante le prix de revient des produits.

Dans une entreprise, les stocks peuvent présenter une proportion importante des actifs. Ils engendrent un besoin important d'investissement et immobilisent le fond qui pourrait être consacré à d'autres activités aussi rentables. Donc gérer les stocks s'avère un acte important dans toute entreprise qui en possède.

1. Définition d'un stock

La gestion des stocks ou encore l'ordonnancement des matières, c'est planifier, organiser, contrôler et suivre les activités relatives au stock, c'est décider de quand et combien commander et approvisionner, en vue de gérer les délais patients, et est aussi, mettre en œuvre une méthode pour maximiser la rentabilité.

Son but est d'assurer la disponibilité des articles pour satisfaire les besoins en temps voulu, donc le stock est une quantité de biens accumulés dans l'attente d'une utilisation, en vue d'harmoniser un flux d'entrée et un flux de sortie dont les rythmes sont différents.

1.1. Utilité et rôle d'un stock

Le stock présente beaucoup d'utilité :

- Il sert à parer à la pénurie ;
- Il peut être constitué dans un but spéculatif, on achète à bas prix pour revendre à la bourse par exemple ;
- Un stock permet d'assurer une consommation régulière d'un produit bien que sa production soit régulière, en achetant par grande quantité on bénéficie en générale d'une réduction du prix ;
- L'existence d'un stock se justifie par le souci légitime de parer aux aléas de consommation même si celle-ci reste à peu près constante ;
- Le stock sert également à se prémunir contre les aléas de la livraison, on constitue donc un stock qui permet de fonctionner quelques jours au ralenti si nécessaire, pour parer à ces aléas.

Lorsqu'un produit n'est pas disponible immédiatement, le stock permet d'en disposer dès que le besoin s'en fait sentir ainsi l'attente parfois longue de la livraison.

L'existence d'un stock évite le dérangement dû à des achats ou des livraisons trop fréquent.

Le stock joue sans doute le rôle du régulateur, dans le sens qu'il évite la rupture de stock qui peut influencer directement sur la baisse ou la perte de la clientèle. Il permet de répondre au délai de livraison du produit à la clientèle sans tenir compte de la fluctuation du temps de la fabrication.

Il sert donc à rendre indépendantes les opérations successives dans le procédé de fabrication ou dans la distribution d'un article vers le client.

1.2. Inconvénients de stock

Après avoir pris connaissance de l'utilité des stocks, il y'a lieu d'évoquer quels sont ses inconvénients :

- Capital immobilisé. L'entreprise a besoin de ressource financière pour développer son activité. Les stocks peuvent représenter une grande part du capital de l'entreprise. Or, cette partie du capital est immobilisé ne générant aucun bénéfice ;
- Potentiel de risque (Perte, d détérioration, incendie, vol, obsolescence,..). Coûts de maintien. Les stocks sont encombrants. Ils nécessitent des espaces de stockage, du personnel pour la gestion, des frais de maintien (Assurances, location des espaces de stockage, personnel, électricité,...) ;
- La rupture entraîne un manque à la vente qui fera perdre sa clientèle.

1.3. Les différents types de stock

On distingue différents types de stocks :

- Les stocks nécessaires à la fabrication, matières premières, ébauches, pièces spéciales sous-traitées, pièces normalisées, pièces intermédiaires fabriquées par l'entreprise ;
- Les pièces de rechange pour le parc machines, les outillages spéciaux, les outillages et matières consommables, les pièces, matériaux, produits pour l'entretien des bâtiments ;
- Les en-cours, c'est-à-dire les stocks entre les différentes phases de l'élaboration du produit (entre les machines) ;
- Les stocks de produits finis.

Comme nous l'avons dit précédemment, les stocks constituent à la fois une nécessité et une lourde contrainte financière. En moyenne, le coût annuel des stocks représentent 25 à 35% des capitaux immobilisés. Avant d'aller plus avant, il est important de réfléchir à la notion de stock afin de ne plus les considérer comme « un mal nécessaire ». Les stocks sont de nature différente. Certains sont des stocks « subis », c'est-à-dire involontaires alors que d'autres sont « voulus » car inhérents au mode de production. En énumérant un certain nombre de stocks, nous remarquerons qu'il est parfois délicat de les classer dans une seule de ces catégories.

L'origine des stocks subis est dû à plusieurs raisons, à savoir :

- Ils se forment en raison d'erreurs dans les prévisions de la demande ;
- Ils apparaissent parce que l'on produit plus que nécessaire, d'où la tendance des stocks à se gonfler ;
- Ils se constituent du fait de la production par lots ;
- Ils se forment en raison de la différence de rythme des moyens de production ou de leurs aléas de fonctionnement.

Les stocks voulus peuvent également provenir de plusieurs sources :

- Production anticipée en raison du long délai qui s'écoule entre la commande et la production ;
- Production anticipée pour niveler les fluctuations de la demande ;
- Stocks nécessaires pour compenser les irrégularités dans la gestion de la fabrication (usinage), du contrôle et des transports ;
- Stocks de précaution pour les cas de pannes des machines ou produits défectueux ;
- Stocks résultants de la production d'un lot de grande taille en prévision des temps importants de mise en route des séries.

Si l'on considère l'investissement non productif que représentent les stocks, on note qu'il est fondamental pour une entreprise de chercher à les réduire le plus possible. Toutes fois, on ne doit pas opérer cette réduction de façon aveugle, sinon cela risque d'engendrer des ruptures et des retards de livraison. La diminution des stocks est toujours corrélée à une réduction du délai de production. On ne diminue pas les stocks, les stocks se réduisent suite aux actions menées sur le processus de production, telles que :

- La prévention des pannes de machines (maintenance) et l'apparition de produits défectueux (qualité) ;
- La réduction des temps de mise en route ;
- L'amélioration de la gestion de production dans l'entreprise par la mise en œuvre des méthodes que nous exposerons par la suite.

2. La gestion d'un stock

La gestion scientifique des stocks est l'ensemble des techniques et de méthodes scientifiques qui permettent d'assurer un approvisionnement ou production optimal et de satisfaire les besoins des utilisateurs en temps opportun, dans les meilleures conditions économiques. De nos jours, la gestion des stocks est une fonction indispensable, importantes Et constitue le pivot dans les entreprises à caractère commercial et productif.

La gestion de stocks est, dans un nombre d'entreprises, un domaine dans lequel apparaissent des relations, des divergences d'intérêt. Elle consiste à maintenir un stock nécessaire et suffisant pour un coût le plus réduit possible.

Le stock, c'est faire en sorte qu'il soit constamment apte à répondre aux demandes des clients, des utilisateurs des articles stockés, c'est pour l'essentiel, prévoir les dates et les volumes des réapprovisionnements successifs.

2.1. Rôle et nécessité de la gestion de stock

La connaissance de la gestion de stocks est nécessaire au contrôle de la production car elle permet de lancer sans aléas de matière en fabrication et déterminer la quantité optimale à commander, de déclencher en temps opportun le réapprovisionnement, d'assurer la livraison d'une commande dans le délai prévu, de contrôler le maintien des stocks au niveau convenable sans pléthore, d'éviter le risque de rupture prévisible, de contrôler l'automatisation des affectations comptables.

Son rôle ne se résume pas seulement à appliquer avec talent des techniques plus au moins élaborées de suivi des entrées et de sorties, il faut au contraire avoir au préalable avoir une connaissance approfondie des activités de l'entreprise, des cycles d'approvisionnement, de fabrication, de vente, l'ensemble de ces différents cycles conditionne le mouvement de stock dont le gestionnaire doit assurer la gestion optimale. Car "le mouvement de stocks au travers d'un établissement industriel ou commercial comporte des opérations multiples, génératrices de frais qu'il convient de bien connaître et organiser dans l'ordre le plus parfait pour éviter des recherches, des gaspillages, des défauts d'approvisionnement. "

2.2. Objectifs de la gestion de stock

La gestion des stocks a pour finalité de maintenir à un seuil acceptable le niveau des services pour lequel le stock considéré existe. Il n'y a pas d'objectif absolu valable pour toutes les entreprises, pour tous les produits, pour toutes les catégories des stocks. L'objectif correspondra toujours à un contexte particulier. De plus il ne sera pas figé, mais évoluera dans le temps. En effet l'un des objectifs de la gestion de stocks est précisément d'aller vers une performance accrue par une meilleure maîtrise des stocks. Cette gestion implique différents types d'opérations :

- Le magasinage avec entrées, stockage, sorties des articles ;
- La tenue d'un fichier consacré à la tenue des stocks ;
- L'imputation dans la comptabilité des entrées/sorties ;
- Le classement des stocks en catégories.

2.3. Optimisation du niveau de stock

Est la recherche d'un équilibre entre les contraintes ou les objectifs liés aux investissements des capitaux et les exigences liées à la qualité de service attendue, sur un ensemble d'unités de gestion des stocks, tout en prenant en compte l'instabilité de l'offre et de la demande. Comment minimiser le stock considéré en conservant un niveau de service suffisant ?

La réponse à cette question va dépendre de la nature du stock. Dans tous les cas, toutefois, il faudra agir sur la véritable cause du stock ou du surstock. Donnons quelques exemples :

- Mauvaise qualité des prévisions entraînant des stocks dormants ou morts ;
- Excès de prudence en ce qui concerne les stocks de sécurité ;
- Irrégularité et manque de fiabilité dans le fonctionnement des machines ;
- Déséquilibre des cadences ;
- Importance de la taille des séries dans la fabrication par lots.

Le niveau du stock dépend naturellement de deux facteurs : les entrées et les sorties. Souvent il ne sera pas possible de jouer sur les sorties (appelées par la production) et la seule façon de réguler le niveau moyen de stock consistera à modifier le mode des entrées.

3. Les éléments de système

3.1. Les coûts

Le plus souvent les quantités à commander ou à produire sont obtenues en minimisant une fonction de coût associée à la gestion du stock. La structure de cette fonction représente donc un aspect important de la description d'un modèle. Les éléments entrant dans la définition des coûts totaux sont généralement au nombre de quatre :

$$\text{Coûts totaux} = \text{Coûts fixes} + \text{Coûts variables} + \text{Coûts de stockage} + \text{Coûts de pénurie.}$$

3.1.1. Les coûts fixes

Les coûts fixes de réapprovisionnement ou de lancement de production représentent le montant à payer à chaque fois qu'un ordre de réapprovisionnement ou de production est émis. Ce montant étant indépendant de la quantité commandée ou produite, son influence sur les coûts totaux sera d'autant plus faible que le nombre de ces ordres, pendant une durée donnée, est petit.

3.1.2. Les coûts variables

Les coûts variables d'achat ou de production sont, dans les situations les plus simples, proportionnels au nombre d'articles commandés ou produits. En présence de rabais de quantités ces coûts dépendent plus fortement de la taille des lots sélectionnés et leur influence sur les coûts totaux et les politiques optimales de gestion deviennent particulièrement marquées.

3.1.3. Les coûts de stockage

Les coûts de stockage correspondent aux frais liés à la présence d'articles dans le stock (intérêts de capital immobilisé, coûts des espaces de stockage, de la manutention,...). Ils croissent normalement avec le niveau du stock et sont souvent modélisés par un coût unitaire devant être payé pour chaque pièce en stock pendant une unité de temps.

3.1.4. Les coûts de pénurie

Les coûts de pénurie ou de retard modélisant les frais encourus à chaque fois qu'une demande ne peut être satisfaite à partir des quantités en stock. Selon le contexte. Les éléments entrants dans le calcul de ces coûts comprendront la perte de l'image de marque de l'entreprise, les pertes des bénéfices liés aux ventes non réalisées ou, encore, les frais liés à l'arrêt momentané de la production.

Les coûts de retard sont certainement la composante des coûts totaux la plus difficile à déterminer pour de nombreux systèmes réels. Afin de contourner cette difficulté, certains modèles de gestion de stock utilisent une approche basée sur un niveau de service minimal à atteindre. La définition exacte de ce niveau de service varie d'un modèle à l'autre mais représente toujours une mesure de la proportion de la demande satisfaite sans retard.

Notons que, selon le système étudié, un ou plusieurs des éléments précédents peuvent être absents ou avoir un effet négligeable sur les coûts totaux. La modélisation se limite alors aux composants les plus influents et l'analyse mathématique du modèle en est généralement simplifiée.

Les politiques optimales de gestion sont obtenues en minimisant les coûts totaux, par unité de temps ou sur une période de planification donnée, lorsque le modèle est déterministe et leur espérance lorsque le modèle est stochastique. Cette optimisation permet de choisir la fréquence et la taille des réapprovisionnements offrant le meilleur compromis entre les

différents composants entrant dans la définition des coûts, ces composants représentent, en effet, autant d'objectifs concurrents ayant des impacts divergents sur les coûts totaux :

- Une politique de gestion commandant ou produisant de petites quantités permet de diminuer le niveau des stocks et donc les coûts associés mais provoque une augmentation des risques de rupture et de la fréquence des ordres de réapprovisionnement ou de lancement de production ;
- Inversement, si des lots de grande taille sont commandés ou produits, le niveau moyen des stocks augmente alors que les risques de pénurie et la part des coûts fixes diminuent.

3.2. La demande

Elle représente l'élément le plus influent sur la complexité et la difficulté d'un modèle mathématique de gestion des stocks.

Les demandes sont pour la gestion stock ce que les rails sont pour un train, en effet se sont les demande qui gèrent les mouvements des stocks, c'est aussi l'élément le moins susceptible d'être contrôlé par l'entreprise.

La modélisation de la demande est sans conteste l'élément ayant la plus grande influence sur la complexité, et la difficulté d'exploitation, d'un modèle mathématique de gestion de stock.

3.2.1. Les modèles déterministes

Les situations les plus faciles à étudier apparaissent lorsque la demande est supposée constante et uniforme au cours du temps. Les modèles construits autour de cette hypothèse sont dit déterministes et statiques et la demande y est entièrement spécifiée dès que le nombre μ d'articles retirés de stocks par unité de temps est donné. L'avantage principal d'une telle approche réside dans la simplicité du calcul des politiques optimales de gestion. L'utilisation pratique des résultats obtenus est cependant, très limitée car les modèles déterministes et statiques ne permettent pas de prendre en compte les variations aléatoires de la demande autour de sa valeur moyenne ni les changements du niveau moyen des ventes dans le temps, provoquées, par exemple, par des phénomènes saisonniers.

Afin de prendre en compte des variations temporelles des ventes moyennes, il faut recourir à des modèles dynamiques où le temps est découpé en périodes généralement fixes. La demande est alors supposée connue exactement pour chacune des périodes mais peut prendre des valeurs différentes d'une période à l'autre.

3.2.2. Les modèles stochastiques

Un plus haut degré de réalisme est atteint pour les modèles stochastiques ou probabilistes où la demande est représentée par des variables aléatoires. Ces dernières peuvent être continues ou discrètes et sont alors spécifiées par leur fonction de densité ou par leur loi de probabilité. Lorsque les ventes pendant des périodes différentes sont indépendantes et sont identiquement distribués, le modèle est dit stationnaire la prise en compte des dépendances temporelles et de variations dans la demande requiert l'utilisation de modèle reposant sur le processus stochastique non stationnaire dont l'analyse est généralement très difficile.

Notons que si la distinction entre modèles déterministes et stochastiques fait, le plus souvent, référence à la modélisation de la demande, cette dernière n'est pas le seul élément pouvant présenter des variables aléatoires. Ainsi les coûts, les délais de livraison, les quantités effectivement reçues ou produites sont autant d'aspects d'un système où des phénomènes aléatoires et non contrôlés peuvent apparaître.

3.3. Le mode de révision

Une première distinction doit être faite entre les modèles à examen continu du stock et ceux à examen périodique, Un modèle est dit à examen continu si le nombre d'unités en stocks est connu à tout instant et si un ordre de réapprovisionnement peut être émis à n'importe quel moment. Ces modèles sont, le plus souvent, statiques et la règle optimale de gestion est obtenue en minimisant les coûts totaux par unité de temps.

Dans les problèmes à examen périodique, le temps est divisé en périodes, ou intervalles de révision, dont le nombre éventuellement infini, définit l'horizon de planification du problème. La décision d'effectuer un réapprovisionnement ne peut prendre place qu'au début d'une période et le calcul d'une politique optimale de gestion revient alors à déterminer, pour chaque période, une règle de commande minimisant la somme des coûts sur tout l'horizon de planification.

3.4. Les délais de réapprovisionnement

Selon Oliver Bruel « la gestion des approvisionnements est l'ensemble des opérations qui permettent de mettre à la disposition d'un utilisateur un bien ou un service non disponible dans l'entreprise correspondant à un besoin en qualité et en quantité dans un temps déterminé à coût minimum »

Chapitre I : Généralité sur le stock et la gestion des stocks

Un deuxième aspect important dans la description d'un système est le traitement réservé aux délais de livraison ou de production. Dans les modèles déterministes, ces délais sont supposés constants et il est même fréquent de considérer que leur durée est nulle, le réapprovisionnement étant alors instantané.

Cette hypothèse simplifie l'analyse de certains modèles, sans pour autant diminuer leur champ d'application, car il est généralement facile de modifier la politique de gestion afin de prendre en compte un délai constant mais non nul.

Les modèles stochastiques les plus simples considèrent, eux aussi, des délais de réapprovisionnement de durée fixe, les résultats qu'ils fournissent permettent de gérer efficacement les situations où les variations des délais de livraison ou de production sont faibles.

L'analyse des systèmes présentant des fluctuations importantes de ce paramètre, requiert des modèles plus complexes utilisant des durées de réapprovisionnement aléatoires.

En ce qui concerne le délai de sécurité (*safety lead time*), il fonctionne sur le même principe, mais au lieu d'agir sur les quantités, on agit sur le temps.

En utilisant les délais de sécurité, le délai d'approvisionnement planifié est déterminé en faisant la somme du délai d'approvisionnement prévisionnel et du délai de sécurité. Par exemple, on peut prendre un délai de sécurité égal à k fois l'écart-type du délai prévisionnel (Melnik et Piper, 1981).

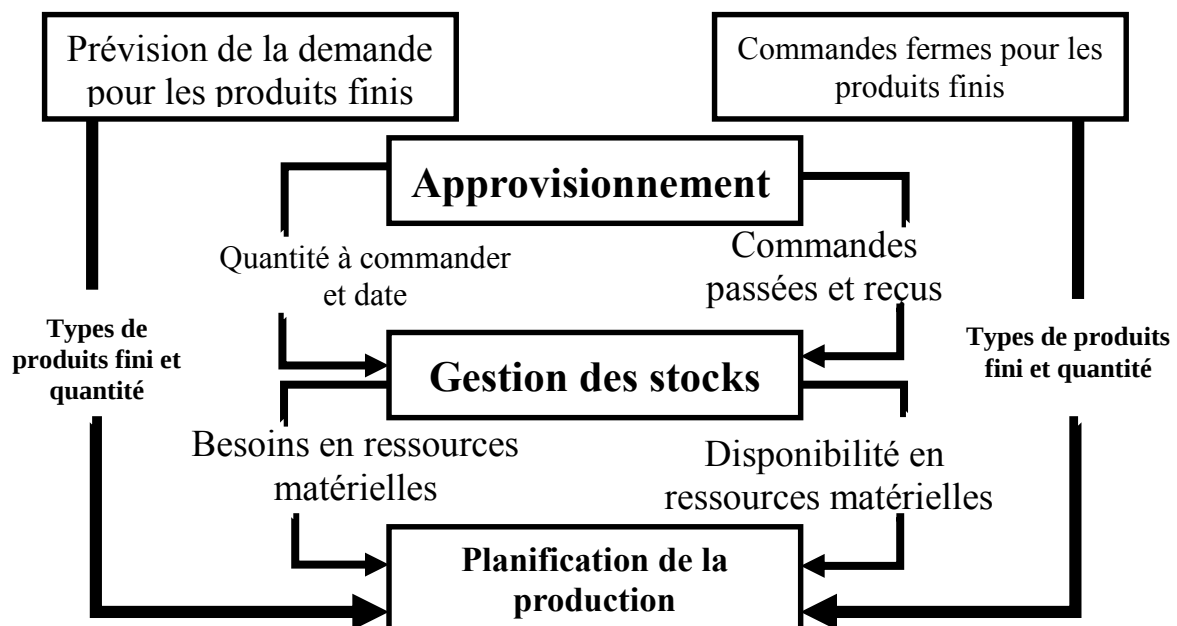


Figure 01 : La gestion des stocks, la production et l'approvisionnement (Gélinas, 1996). [1]

3.5. Le traitement des pénuries

La fonction d'approvisionnement procure à la structure des produits en quantité et en qualité en temps opportun avec un minimum des dépenses. Cette fonction est mise en œuvre selon un processus bien définis :

- L'estimation des besoins ;
- Demande d'approvisionnement ;
- La recherche et le choix du fournisseur ;
- La livraison, la réception et la vérification ;
- Le suivi ;
- La distribution ;
- Le système d'information ;
- Le règlement des factures.

Le dernier élément de classification que nous présentons concerne l'évolution de stocks en cas de rupture. L'option la plus simple est possible uniquement dans les cas déterministes, consiste à interdire toute pénurie et imposer le choix d'une politique de gestion permettant de toujours satisfaire la demande.

Lorsque des pénuries temporaires sont autorisées, le traitement des ruptures correspond généralement à l'une des deux positions extrêmes suivantes :

- La demande ne pouvant être satisfaite immédiatement est perdue à jamais ;
- En cas de rupture de stocks, la demande non satisfaite est mise en attente jusqu'à réception de nouvelles unités.

Les modèles utilisant une approche intermédiaire où une partie seulement de la demande est perdue, le reste étant mis en attente jusqu'à réception de nouvelles unités, apparaissent plus rarement dans la littérature.

Tableau 01 : Questions fondamentales et activités en gestion des stocks

Question	Activités
Quoi commander ?	1) Rechercher, organiser et traiter l'information sur les stocks ; 2) Organiser et contrôler l'entreposage.
Quand commander ?	3) Déterminer les dates de réapprovisionnement
Combien commander ?	4) Déterminer les quantités à commander et les stocks de sécurité

3.6. Stocks de sécurité

Il est aussi appelé stock de protection, destiné à pallier les risques dus au caractère aléatoire tant de l'approvisionnement que de la consommation.

Le stock de sécurité doit couvrir la moitié de la durée de la consommation moyenne. Son calcul permet de connaître à tout instant les quantités qui restent en stocks et le moment de lancement des commandes.

La particularité de ce stock de sécurité est d'être d'usage exceptionnel. Il n'a pas pour but d'être écoulé entièrement entre deux livraisons, mais de pallier aux aléas de quantité.

L'impact de ce stock est double : il réduit le risque de rupture et augmente les coûts de possession (coût de stockage). Il faut donc l'ajuster en fonction des deux objectifs suivants :

- Minimiser les coûts de rupture et de stockage ;
- Minimiser le coût de stockage tout en satisfaisant le niveau de service souhaité par les clients.

3.7. Détermination de stock de sécurité

Traditionnellement, le but visé par la constitution d'un stock de sécurité est la minimisation de risque de rupture sur une période donnée. Plusieurs approches sont utilisées :

- Le gestionnaire de stock se fixe une protection couvrant une période fixe souhaitée par le client (par exemple deux semaines). Si la demande moyenne est de 50 unités alors le stock de sécurité sera 100 unités ;
- Le gestionnaire de stock se fixe un stock de sécurité économique en équilibrant le coût de rupture et le coût de possession.

Tableau 02 : Les activités et les objectifs en gestion des stocks [2]

Activités	Objectifs
1) Rechercher, organiser et traiter l'information sur les stocks ;	Maintenir un système de contrôle des stocks précis
2) Organiser et contrôler l'entreposage.	Minimiser les coûts liés à la gestion des stocks. Minimiser les coûts de stockage.
3) Déterminer les dates de réapprovisionnement	Assurer la disponibilité de ressources
4) Déterminer les quantités à commander et les stocks de sécurité	Maintenir un niveau de service à la clientèle approprié Maximiser le retour sur investissement.

4. Les méthodes de gestion des stocks

Nous allons, à présent, expliquer les principales méthodes de gestion des stocks généralement reconnues et citées dans la littérature en contexte d'une entreprise. Évidemment, chacune des méthodes fait souvent place à une multitude d'explications et de démonstrations, toutefois nous nous contenterons d'expliquer brièvement l'essentiel de la méthode.

4.1. Méthode 20 /80 [3]

D'après cette méthode, l'analyse des stocks consiste à rechercher les 20% des articles en nombre représentant 80% de la valeur totale du stock. A ces derniers, il sera appliqué un suivi rigoureux car, l'engagement financier supporté est assez élevé. Le reste des articles, de moindre valeur, seront quant à eux gérés avec un peu plus de souplesse.

4.2. Méthode ABC [3]

Tout en restant dans la même logique que la méthode de Pareto, la méthode ABC affine la précédente en proposant un découpage plus détaillé des stocks en fonction de leur valeur. Elle ressort donc trois segments ou classe selon les critères qui suivent :

- Classe A : les 20% des articles qui représente environ 80% de la valeur totale du stock ;
- Classe B : les 30% des articles suivants qui représentent environ 15% de la valeur totale du stock ;
- Classe C : les 50% des articles restant qui représentent environ 5% de la valeur totale du stock.

L'entreprise peut également, dans le cadre de certains types d'activités ou de production, essayer de faire quasiment disparaître les coûts de stockage en pratiquant la méthode du « juste à temps », également nommée flux tendu ou zéro stock, en utilisant les fournitures ou matières dès leur livraison. Pour cela les entreprises passent des accords avec leurs fournisseurs pour être livrées juste à temps, à l'aide d'une gestion informatisée de la production et un déclenchement des livraisons par systèmes télématiques.

Tableau 03 : Comparaison des classes ABC [2]

Classe	Degré de contrôle	Type enregistrement	Taille des lots	Fréquences de révision	Stock de sécurité
A	Serré	Complet	Petit	Continue	Petit
B	Modéré	Hybride	Moyen	Occasionnelle	Modéré
C	Souple	Simple	Grand	Sporadique	Large

Chapitre II : Classification des modèles de gestion des stocks

L'entreprise étant confrontée à la présence des stocks, l'objectif du système de gestion est d'en minimiser des impacts négatifs tout en assurant un bon déroulement de ces activités commerciales et productives. A cet effet, la recherche opérationnelle propose toute une série de modèles permettant d'établir des règles de gestion optimale ; ou presque, pour un grand nombre de situation pratique.

Ce chapitre est consacré à l'étude de plusieurs modèles classiques dont les modèles déterministes ont fait partie, avec des exemples.

Ces modèles de gestion tirent leurs origines de l'application des modèles mathématique de la recherche opérationnelle à la gestion des entreprises.

1. Modèle déterministe

Il s'agit du modèle déterministe de Wilson avec et sans pénurie.

1.1. Modèle de Wilson sans pénurie [4]

Dans cette partie, on considère que la demande ne fluctue pas en fonction du temps sous les hypothèses suivantes :

Les pénuries ne sont pas autorisées et La demande est uniforme au cours du temps.

Pour chaque unité de temps et chaque pièce dans le stock, un coût unitaire de stockage $C_s \geq 0$ doit être payé pour chaque unité de temps.

On pose :

D : la demande (la consommation)

Q : la quantité à commander (c'est une fraction de D).

P : le prix d'achat unitaire pour chaque article acheté.

t : taux de possession (annuel), si par exemple le taux de possession c'est de 5%, veut dire que pour 100DA acheté détenus, il couteras 5DA en coût de stockage.

N : nombre de commande, et donc $N = \frac{D}{Q}$ et $Q = \frac{D}{N}$

C : coût de passation d'une commande (coût de lancement) , si on passe une commande , il coutera C , et si on passe deux commande il coutera 2C...

On a C_s : le coût de stockage

C_L : Le coût de lancement

S_s : Le stock de sécurité

Chapitre II : Classification des modèles de gestion des stocks

θ : Est la durée de gestion de stock, si on mesure par une année de 360 jours, et l'entreprise passe 10 commande, dans ce cas l'entreprise va passer une commande tous les 36 jours

T : Période d'approvisionnement, $T = \frac{\theta}{N}$

En tant que gestionnaire, il y a deux variables pour laquelle on peut agir, c'est les variables d'actions, la Q quantité commander et N le nombre de commande.

On pose $C_T(Q)$ le coût total :

$C_T(Q) = C_S(Q) + C_L(Q) + S_S \longrightarrow$ Le coût total en fonction de Q $C_T(N) = C_S(N) + C_L(N) + S_S \longrightarrow$ Le coût total en fonction de N
--

On retiendra que C_T est minimal lorsque $C_S = C_L$

On décompose les deux coûts et comment ils se génèrent, et la quantité pour laquelle les deux coûts sont égaux s'appelle, quantité économique ou optimal Q_E

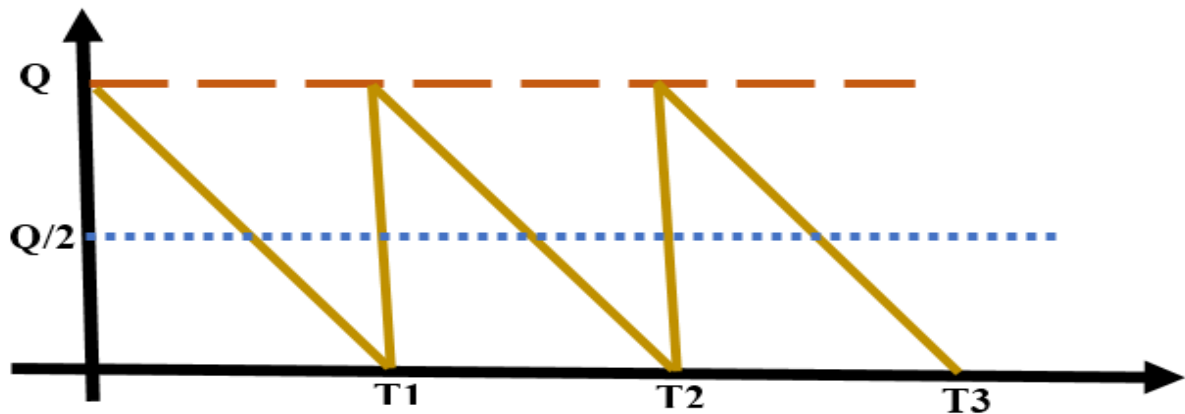


Figure 02 : présentation d'une demande constante

L'entreprise connaît son rythme de consommation, elle aura évalué le délai de livraison, elle passe sa commande bien avant, à fin le stock sera à zéro, l'entreprise sera à nouveau réapprovisionner.

Puisque le stock varie de Q à zéro (0), donc on calcule le coût de possession de stock moyen détenu par l'année = $\frac{\text{stock initial (Q)} + \text{stock final (0)}}{2}$

Puisque le stock finale = 0 donc le stock moyen = $Q/2$

On a $C_S(Q) = \frac{Q}{2} P \times t$ avec le stock de sécurité $C_S(Q) = \frac{Q}{2} p \times t + S_S P \times t$

Le stock de sécurité S_S est constant quel que soit sa valeur.

Chapitre II : Classification des modèles de gestion des stocks

Parfois le coût de possession C_S est donné par un article et une unité de temps, par exemple le coût de possession est de 2DA / 100kg / par mois.

Donc $C_S = 2 \text{ DA} / 100\text{kg/mois}$

L'entreprise travaille sur l'année, elle détient un stock $\frac{Q}{2}$ donc :

$$C_S = 0.02 \times 12 / 1\text{kg/an}$$

$$C_S = 0.24 / 1\text{kg/an}$$

$$C_S(Q) = 0.24 \times Q/2$$

Le cout total : $C_T(Q) = C_S(Q) + C_L(Q)$ (le cout de stockage est constant donc il n'intervient pas dans les calculs de dérivée)

Comme $C_S(Q) = \frac{Q}{2} P \times t$ et $Q = \frac{D}{N}$ on remplace Q par $\frac{D}{N}$ on trouve :

$$C_S(N) = \frac{D}{2 \times N} P \times t$$

Si l'entreprise passe une seule N commande il coutera C , si deux commandes sera $2C$

$$C_L(N) = C \times N \quad \text{on sait que} \quad N = \frac{D}{Q} \text{ donc}$$

$$C_L(Q) = \frac{C \times D}{Q}$$

On résume ça à écrire le coût total :

$$C_T(Q) = \frac{Q}{2} P \times t + \frac{C \times D}{Q}, \quad \text{il faut ajouter le stock de sécurité s'il y en a :}$$

$$C_T(N) = \frac{D}{2N} P \times t + CN$$

L'objectif c'est de rendre ce coût le plus bas possible, donc trouver la quantité optimale à commander, la cadence et la fréquence d'approvisionnement.

La représentation graphique de deux coût : (C_S et C_L).

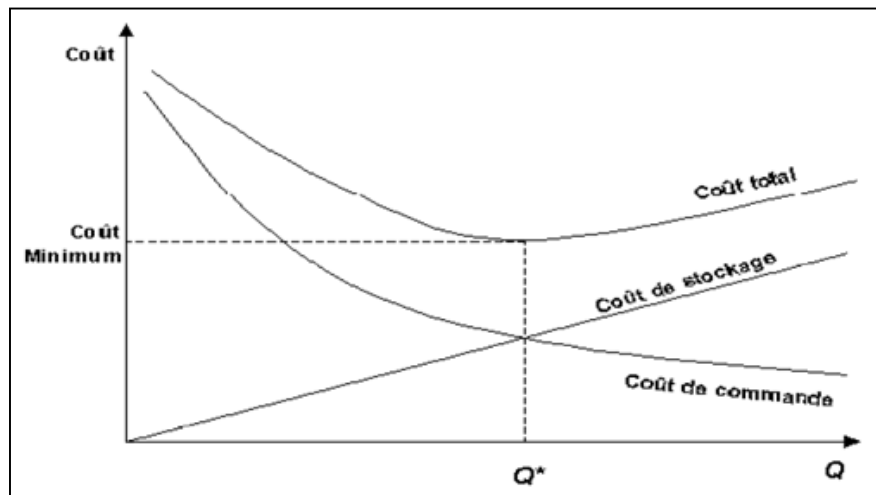


Figure 03 : Fonction des coûts

Chapitre II : Classification des modèles de gestion des stocks

Plus les quantités commandées sont importante plus le coût de possession diminue, en revanche C_S est un coût proportionnel à Q

On calcule la fonction dérivée pour trouver le minimum de $C_T(Q) = \frac{Q}{2} P \times t + \frac{C \times D}{Q}$ et trouver la valeur qui annule cette dérivée et donc :

$$\begin{aligned} C'_T(Q) &= \frac{1}{2} P \times t - \frac{C \times D}{Q^2} \\ C'_T(Q) = 0 &\Leftrightarrow \frac{1}{2} P \times t - \frac{C \times D}{Q^2} = 0 \\ \frac{1}{2} P \times t &= \frac{C \times D}{Q^2} \Leftrightarrow \frac{Q^2}{C \times D} = \frac{2}{P \times t} \\ Q^2 &= \frac{2C \times D}{P \times t} \quad \text{alors :} \\ \boxed{Q_E = \sqrt{\frac{2C \times D}{P \times t}}} &\quad \text{et} \quad \boxed{N_E = \frac{D}{Q_E}} \quad \text{et} \quad \boxed{N_E = D \times \sqrt{\frac{P \times t}{2C \times D}} = \sqrt{\frac{D \times P \times t}{2C}}} \end{aligned}$$

Si on raisonne par article et une unité du temps, on pose θ est la durée de gestion de stock, et T la période

$$T = \frac{\theta}{N}$$

c_s : Coût de possession par article et par unité de temps.

$$P \times t = c_s \times \theta \quad \text{Donc :}$$

$$\boxed{Q_E = \sqrt{\frac{2C \times D}{P \times t}} = \sqrt{\frac{2C \times D}{c_s \times \theta}}}$$

Exemple numérique

Un gestionnaire de stock a remarqué quelques informations relatives à la matière de base de tissus industriels que :

- La consommation de cette matière est de 100Kg par jours ;
- Le coût d'un kg est de 30DA ;
- L'ensemble des frais liés à l'exécution d'une commande est de 45DA ;
- Les coûts liés aux stockages est de 1% de la valeur de stock ;
- L'activité de l'entreprise s'étale par 300 jours par an.

Solution

$$D = 100 \text{ kg} \times 300 \text{ jours} = 30\,000 \text{ kg}$$

$$P = 30 \text{ DA}$$

$$C = 45 \text{ DA}$$

$$t \text{ (taux de possession)} = 1\%$$

$$\text{On a : } C_T(Q) = \frac{Q}{2} P \times t + \frac{C \times D}{Q}$$

$$C_T(Q) = \frac{Q}{2} 30 \times 0.01 + \frac{45 \times 30\,000}{Q}$$

$$C_T(Q) = 0.15Q + \frac{1350000}{Q}$$

$$\dot{C}_T(Q) = 0.15 - \frac{1350000}{Q^2}$$

$$C'_T(Q) = 0 \Leftrightarrow Q^2 = \frac{1350000}{0.15} = 9\,000\,000$$

$$Q_E = \sqrt{9\,000\,000} = 3000 \text{ Kg}$$

L'entreprise doit commander 30 000 kg

$$\text{Le nombre de commandes } N = \frac{D}{Q_E} = \frac{30\,000}{3000} = 10 \text{ commandes.}$$

$$\text{Le coût total } C_T(Q) = 0.15 \times 30\,000 + \frac{1350000}{3000} = 900 \text{ DA}$$

Sinon directement :

$$Q_E = \sqrt{\frac{2C \times D}{P \times t}} = Q_E = \sqrt{\frac{2 \times 45 \times 30\,000}{30 \times 0.01}} = 3000 \text{ Kg}$$

1.2. Model de Wilson avec pénurie [4]

On pose θ est la durée de gestion de stock, et T la période

$$T = \frac{\theta}{N}$$

c_s : Coût de possession par article et par unité de temps.

$$P \times t = c_s \times \theta$$

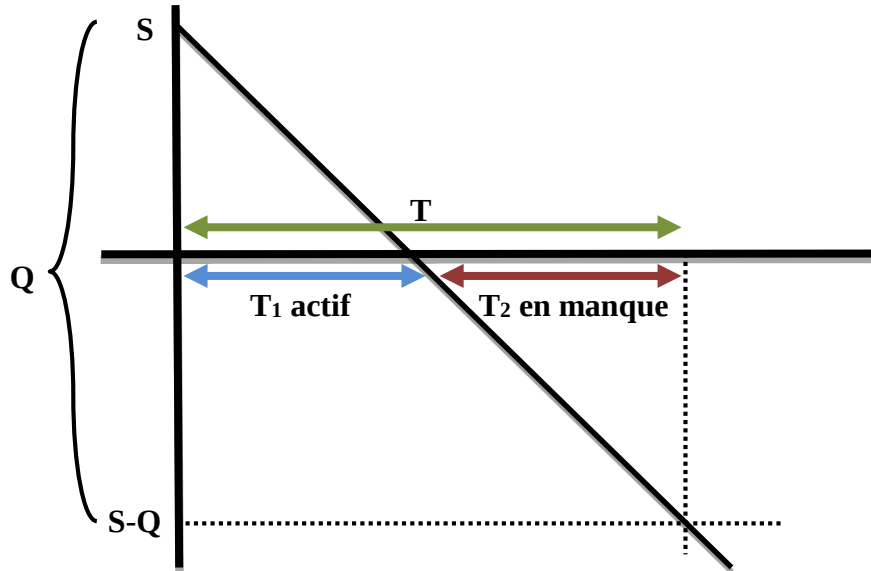


Figure 04 : Méthode de Wilson, stock en pénurie

D : Demande

C : Coût de passation d'une commande.

$N = \frac{\theta}{T}$ nombre de commandes.

c_s : Coût de possession par article et par unité du temps.

C_p : Coût de pénurie par article et par unité du temps.

S : Stock actif

S - Q : stock pendant la durée T_2 (en manque).

Par théorie de Thalès on trouve que :

$$\frac{T_1}{T} = \frac{S}{Q} \quad , \quad \frac{T_2}{T} = \frac{Q-S}{Q}$$

$$T_1 = \frac{S}{Q} \times T \quad , \quad T_2 = \frac{Q-S}{Q} \times T$$

On va calculer le coût total sur une période, et multiplier ce coût total par le nombre de période :

Rappelle : $N = \frac{\theta}{T}$, $N = \frac{D}{Q}$, $T = \frac{\theta}{N}$

Le coût total = coût de possession + coût de pénurie + coût de passation + stock de sécurité.

L'entreprise dispose toujours d'un stock moyen $\frac{S}{2}$:

$$C_T(Q, S) = \left(\frac{S}{2} \times c_s \times T_1\right) + \left(\frac{Q-S}{2} \times C_P \times T_2\right) + C \quad \dots\dots\dots (1)$$

Le coût total d'une seule période :

$$T_1 = \frac{S}{Q} T, \quad T_2 = \frac{Q-S}{Q} T \quad \text{et on remplace dans (1) :}$$

$$\begin{aligned} C_T(Q, S) &= \left(\frac{S}{2} \times c_s \times \frac{S}{Q} \times T\right) + \left(\frac{Q-S}{2} \times C_P \times \frac{Q-S}{Q} \times T\right) + C \\ &= \left(\frac{S^2}{2} \times \frac{c_s}{Q} \times T\right) + \left(\frac{(Q-S)^2}{2} \times \frac{C_P}{Q} \times T\right) + C \end{aligned}$$

Et pour trouver le coût total sur la durée de gestion de stock :

$$C_T(Q, S) = \left[\left(\frac{S^2}{2} \times \frac{c_s}{Q} \times T\right) + \left(\frac{(Q-S)^2}{2} \times \frac{C_P}{Q} \times T\right) + C\right] N$$

On remplace N par $\frac{\theta}{T}$ et pour C on choisit $N = \frac{D}{Q}$:

$$C_T(Q, S) = \left(\frac{S^2}{2} \times \frac{c_s \times T}{Q} \times \frac{\theta}{T}\right) + \left(\frac{(Q-S)^2}{2} \times \frac{C_P \times T}{Q} \times \frac{\theta}{T}\right) + \left(C \times \frac{D}{Q}\right)$$

$$C_T(Q, S) = \left(\frac{S^2}{2} \times \frac{c_s \times \theta}{Q}\right) + \left(\frac{(Q-S)^2}{2} \times \frac{C_P \times \theta}{Q}\right) + \frac{C \times D}{Q}$$

$$\text{On a : } \frac{(Q-S)^2}{2} = \frac{Q^2}{2} - \frac{2(Q-S)}{2} + \frac{S^2}{2}$$

$$C_T(Q, S) = \left(\frac{S^2}{2} \times \frac{c_s \times \theta}{Q}\right) + \left(\frac{Q^2}{2} \times \frac{C_P \times \theta}{Q} - (S \times C_P \times \theta)\right) + \left(\frac{S^2}{2} \times \frac{C_P \times \theta}{Q}\right) + \left(\frac{C \times D}{Q}\right)$$

$$= \left[\frac{S^2}{2} \times \frac{\theta}{Q} \times (c_s + C_P)\right] + \left(\frac{Q}{2} C_P \times \theta\right) - (S \times C_P \times \theta) + \left(\frac{C \times D}{Q}\right)$$

L'objectif c'est de trouver la quantité à commander (optimale) pour que le coût total soit minimum, et on a deux variables Q et S, on passe par la dérivée partielle à trouver :

- La dérivée par rapport à Q :

$$\frac{\partial C_T(Q, S)}{\partial Q} = -\frac{S^2}{2} \times \frac{\theta}{Q^2} [c_s + C_P] + \frac{1}{2} C_P \times \theta - \frac{C \times D}{Q^2} \quad \dots\dots\dots (1)$$

- La dérivée par rapport à S :

$$\frac{\partial C_T(Q, S)}{\partial S} = S \times \frac{\theta}{Q} [c_s + C_P] - C_P \times \theta \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\begin{cases} -\frac{S^2}{2} \times \frac{\theta}{Q^2} [c_s + C_P] + \frac{1}{2} C_P \times \theta - \frac{C \times D}{Q^2} = 0 \\ S \times \frac{\theta}{Q} [c_s + C_P] - C_P \times \theta = 0 \end{cases}$$

Donc il faut trouver ce couple qui vérifie simultanément ces deux équations :

Dans (2) : $S \times [c_s + c_p] = C_p$

$$\Rightarrow \frac{S}{Q} = \frac{C_p}{c_s + c_p}$$

$$\Rightarrow S = \frac{C_p}{c_s + c_p} \times Q \dots\dots\dots (3)$$

Posant $\alpha = \frac{C_p}{c_s + c_p} \leftrightarrow 0 \leq \alpha \leq 1$ (α le taux de défaillance)

Comme C_p et c_s sont des quantités positives, le numérateur est inférieure au dénominateur, donc : $0 \leq \alpha \leq 1$ la durée pendant laquelle le stock actif

On remplace α dans (3) : donc $S = \alpha Q$

$$\frac{T_1}{T} = \frac{S}{Q} = \alpha$$

$$\frac{T_2}{T} = \frac{Q-S}{Q} = 1 - \alpha$$

Et dans (1) :

$$-\frac{S^2}{2} \frac{\theta}{Q^2} (c_s + c_p) + \frac{1}{2} C_p \theta - \frac{C D}{Q^2} = 0 \dots\dots\dots \times Q^2$$

$$= -\frac{S^2}{2} \theta (c_s + c_p) + \frac{1}{2} Q^2 C_p \theta - C D = 0 \dots\dots\dots \times 2$$

$$= -S^2 \theta (c_s + c_p) + Q^2 C_p \theta - 2 C D = 0$$

$$\Leftrightarrow Q^2 C_p \theta = S^2 \theta (c_s + c_p) + 2 C D \dots\dots\dots / C_p \theta$$

$$Q^2 = S^2 \frac{c_p + c_s}{C_p} + \frac{2 C D}{C_p \theta} \dots\dots\dots \text{on remplace S par : } \alpha Q$$

$Q^2 = \alpha^2 Q^2 \frac{c_p + c_s}{C_p} + \frac{2 C D}{C_p \theta}$, On a trouvé au départ que $\alpha = \frac{C_p}{c_s + c_p}$ on remplace et on aura :

$$Q^2 = \frac{C_p^2}{(c_s + c_p)^2} Q^2 \frac{c_p + c_s}{C_p} + \frac{2 C D}{C_p \theta}$$

$$Q^2 = \frac{C_p}{c_s + c_p} Q^2 + \frac{2 C D}{C_p \theta}$$

$$Q^2 = \alpha Q^2 + \frac{2 C D}{C_p \theta}$$

$$Q^2 (1 - \alpha) = \frac{2 C D}{C_p \theta} \dots\dots\dots / \frac{1}{1 - \alpha}$$

$$Q^2 = \frac{2 C D}{C_p \theta} \times \frac{1}{1 - \alpha} \dots\dots\dots (4)$$

Rappelle : $\alpha = \frac{C_p}{c_s + c_p}$ et $1 - \alpha = 1 - \frac{C_p}{c_s + c_p}$

$$1 - \alpha = 1 - \frac{C_p}{c_s + c_p} = \frac{c_s}{c_s + c_p}$$

$\frac{1}{1 - \alpha} = \frac{c_s + c_p}{c_s} \dots\dots\dots$ Remplacer dans (4) et donc :

$$Q^2 = \frac{2 C D}{C_p \theta} \times \frac{c_p + c_s}{c_s}$$

$$Q^2 = \frac{2CD}{c_s \theta} \times \frac{C_P + c_s}{c_p} \quad \left(\frac{C_P + c_s}{c_p} \text{ c'est l'inverse de } \alpha \right)$$

$$Q^2 = \frac{2CD}{c_s \theta} \times \frac{1}{\alpha}$$

$$Q_E = \sqrt{\frac{2CD}{c_s \theta}} \times \frac{1}{\sqrt{\alpha}}$$

Remarque : $\sqrt{\frac{2CD}{c_s \theta}}$ correspond à la théorie de Wilson sans pénurie :

Q_{pE} : Quantité optimal avec pénurie

Q_E : Quantité optimal sans pénurie.

Et donc on obtient :

$$\begin{aligned} Q_{pE} &= Q_E \times \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \\ N_E &= \frac{D}{Q_{pE}} \\ S &= \alpha \times Q_{pE} \end{aligned}$$

Exemple numérique

Une entreprise qui dispose de :

- D = 80 000 article/année
- C = 90DA
- $C_s = 0.04$ /article/jour
- $C_p = 0.071$ DA/article/jour

Solution

$$\alpha = \frac{0.071}{0.04 + 0.071} \Rightarrow \alpha = 0.06396 \approx 0.64$$

On va calculer la quantité optimale Q_{pE} :

$$\text{Model de Wilson sans pénurie : } Q_E = \sqrt{\frac{2C \times D}{c_s \times \theta}} = \sqrt{\frac{2 \times 90 \times 80000}{0.04 \times 360}} = 1000$$

$$Q_{pE} = Q_E \times \frac{1}{\sqrt{\alpha}} = 1000 \times \frac{1}{0.8} = 1250$$

$$N_P = \frac{80000}{1250} = 64 \text{ ou bien}$$

$$N_E = \frac{80000}{1000} = 80$$

$$N_P = N_E \times \sqrt{\alpha} = 80 \times 0.8 = 64$$

$$T_P = \frac{360}{64}$$

1.3. Comparaison des modèles de Wilson avec et sans pénurie

Tableau 04 : Comparaison entre le modèle de Wilson avec pénurie et sans pénurie

Modèle de Wilson sans pénurie	Modèle de Wilson avec pénurie
$Q_E = \sqrt{\frac{2CD}{Pt}} = \sqrt{\frac{2CD}{c_s * \theta}}$	$Q_{pE} = \frac{Q_E}{\sqrt{\alpha}}$
$N_E = D * \sqrt{\frac{Pt}{2CD}} = \sqrt{\frac{D c_s * \theta}{2C}} = \frac{D}{Q_E}$	$N_P = N_E * \sqrt{\alpha} = \frac{D}{Q_P}$
$T_E = \frac{\theta}{N_E}$	$T_P = \frac{\theta}{N_P} = T_E * \sqrt{\frac{1}{\alpha}}$
$C_T = \sqrt{2C D c_s \theta}$	$C_{PT} = C_T * \sqrt{\alpha}$
	$\frac{T_1}{T_P} = \frac{S}{Q_P} , \quad \frac{T_2}{T_P} = \frac{Q_P - S}{Q_P}$

2. Les modèles de gestion en avenir Aléatoire [5]

Des nombreux modèles de gestion de stock en avenir aléatoire sont concevables selon les hypothèses de départ suivantes :

- Gestion à période fixe ou variable ;
- Demande discrète ou continue ;
- Délais de réapprovisionnement sont certains ou incertains ;
- Coût de stockage et de pénurie proportionnel ou non au temps

Selon les objectifs recherchés :

- Maximisation de l'espérance de résultat ou maximisation de l'espérance des couts ;
- Obtention d'un certain taux de service, et celui-ci est définit par rapport à la demande satisfaite et le demande totale.

$$\text{Taux de service} = \frac{\text{demande satisfaite}}{\text{demande totale}}$$

2.1. Les modèles de gestion à période fixe

2.1.1. Le cout non proportionnel au temps : arbitrage entre les couts des invendus et les couts de rupture de stock (variable aléatoire discrète)

Ces hypothèses s'appliquent des produits périssables ou bien des articles de mode, dont les invendus de fin de période se traduisent par une perte définitive.

En considérons le cas où la demande est une variable aléatoire discrète, on présente ça par un cas pratique :

Tableau 05 : Représentation d'une demande en variable aléatoire discrète.

Demande	4	5	6	7	8	9	Total
Probabilité	0.1	0.2	0.3	0.2	0.1	0.1	1

- Le produit est acheté chaque jour à 8DA/unité et revendu à 18DA ;
- Les produits non revendu en fin de journée sont définitivement perdus.

On recherche à déterminer le stock qu'on doit avoir en début de journée pour minimiser l'espérance mathématique de résultat : et on a

Q : Le stock en début de chaque journée.

X : La demande de la journée.

P(x) : La probabilité de l'évènement $[X=x]$.

F(x) : La fonction de répartition de x, elle représente la probabilité de l'évènement $[X \leq x]$.

C_p : Le cout de pénurie, il représente le manque à gagner de stock, il est donc égale à la marge sur le cout variable par unité de produit, soit dans l'exemple $18 - 8 = 10\text{DA}$.

C_s : Le cout d'invendu représente dans notre exemple le prix d'achat de l'article = 8DA.

L'objectif c'est maximiser l'espérance mathématique de résultat, donc de la marge sur le cout variable, et pour calculer on peut avoir deux cas :

1^{er} cas : $x \leq Q$:

Sur les x article vendus, la marge sur le cout variable est $C_p - x$

Sur les $(Q - x)$ invendus, la perte sera $C_s(Q - x)$

La marge est égale à : $C_p x - C_s(Q - x)$

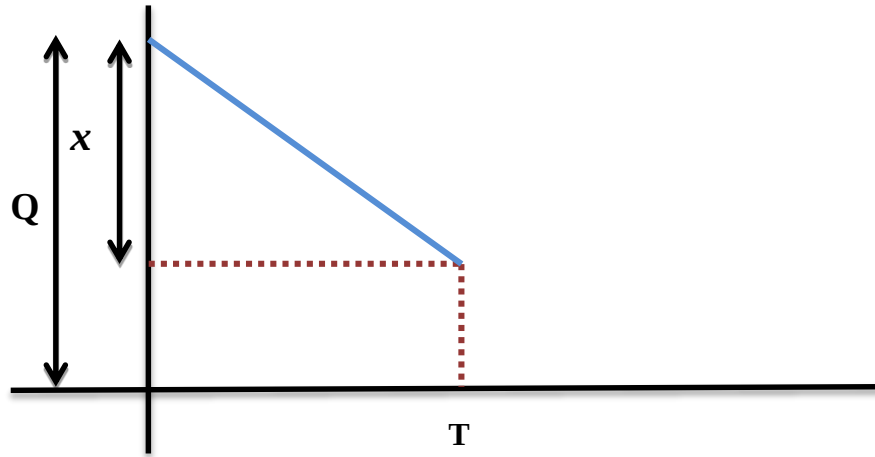


Figure 05 : La demande est inférieure à la quantité de stock

2^{eme} cas : $x \geq Q$:

On vend une quantité Q dans la marge est égale ($C_p Q$), à partir de là on peut donner deux méthodes de résolution :

- **1^{ère} méthode :**

On définit une matrice R dans la ligne correspond à une valeur du stock initial, les éléments de cette matrice sont de terme $R(i, j)$ représentant la marge obtenue pour valeur du stock initiale sur la ligne et une valeur de demande sur colonne.

Pour l'exemple passé on a :

Tableau 06 : Matrice $R(i, j)$ de stock initial et valeur de demande

$Q \backslash x$	4	5	6	7	8	9
4	40	40	40	40	40	40
5	32	50	50	50	50	50
6	24	42	60	60	60	60
7	16	34	52	70	70	70
8	8	26	44	62	80	80
9	0	18	36	54	72	90

Au-dessous de la diagonale $x \geq Q$

$$h(i, j) = C_P x - C_S(Q - x) = (C_P + C_S)x - C_S Q$$

$$h(i, j) = 18x - 8Q$$

$$\text{pour } x = 4, Q = 5 \Rightarrow 32$$

Le produit $RP = E$ est le vecteur de l'espérance mathématique de la marge, où P = le vecteur de la probabilité de la demande.

$$R.P \begin{pmatrix} 40 & 40 & 40 & 40 & 40 & 40 \\ 32 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 \\ 24 & 42 & 60 & 60 & 60 & 60 \\ 16 & 34 & 82 & 70 & 70 & 70 \\ 8 & 26 & 44 & 62 & 80 & 80 \\ 0 & 18 & 36 & 54 & 72 & 90 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.2 \\ 0.3 \\ 0.2 \\ 0.1 \\ 0.1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 \\ 48.2 \\ 52.8 \\ 52 \\ 47.6 \\ 41.4 \end{pmatrix}$$

$$C_P x - C_S(Q - x) = C_P x - C_S Q + C_S x$$

L'espérance mathématique maximale est donc 52.8 et correspond à un stock initial de

$$Q^* = 6.$$

• **2^{ème} méthode :**

Le $R(Q)$ espérance mathématique de résultat pour un stock initial Q

On admet que la fonction R est croissante puis décroissante, donc on arrive l'optimum lorsque $R(Q^* + 1) - R(Q)$ devient négative.

$$C_P < (C_P + C_S)F(Q) \Rightarrow F(Q) > \frac{C_P}{C_P + C_S} (\text{Taux de satisfaction})$$

Dans l'exemple précédent :

Tableau 07 : Probabilité de la demande x

Demande	4	5	6	7	8	9	Total
probabilité	0.1	0.2	0.3	0.2	0.1	0.1	1

$$C_P = 18 - 8 = 10$$

$$C_S = 8$$

$$\text{donc : } \frac{C_P}{C_P + C_S} = \frac{10}{8 + 10} = 0.55$$

$$F(4) = 0.1$$

$$F(5) = 0.2 + 0.1 = 0.3$$

$$F(6) = 0.1 + 0.2 + 0.3 = 0.6 > 0.55 \quad \text{donc : } Q^* = 6$$

2.1.2. Cas où la demande est une variable aléatoire continue(VAC)

On présente notre cas par un exemple numérique et expliquer les étapes de calculs :
 Une usine de confection dispose au début de période un stock de vêtements d'un même modèle dont la demande suit une loi normale de moyenne $\bar{x} = 400$ et $\sigma = 500$.

Ses vêtements ont un cout variable de fabrication de 1000DA et ils sont vendus à 1800DA.

Les invendus en fin de saison sont soldés aux prix de 600DA.

Aucune nouvelle production n'est prévue au cours de saison.

On essaie de déterminer le volume optimal de stock initial et le stock de sécurité correspondant.

On pose :

C_S : Le cout de l'invendu qui est la différence entre le coût variable de fabrication et le prix de solde

C_P : C'est la marge sur le cout variable.

On va designer $F(Q)$ la fonction de densité de probabilité de la variable aléatoire continue x

$$\begin{cases} C_P x - C_S(Q - x), & x < Q \\ C_P Q & x > Q \end{cases}$$

L'espérance mathématique pour la marge $R(x) = \int x f(x)$

$$R(Q) = (C_P + C_S) \int_{-\infty}^Q [x f(x) dx - C_S Q f(Q) + C_P Q [1 - F(Q)]]$$

$$R(Q) \text{ Est maximale pour } F(Q) = \frac{C_P}{C_P + C_S} \text{ (fonction de répartition de la demande)}$$

Dans notre exemple :

$$C_P = 1800 - 1000 = 800$$

$$C_S = 1000 - 600 = 400$$

$$\frac{C_P}{C_P + C_S} = \frac{800}{800 + 400} = 0.667$$

$$Q \longrightarrow N(4000, 500)$$

$$T = \frac{Q - 4000}{500} \longrightarrow N(0, 1)$$

t = ? Tel que $f(t) = 0.667$, d'après la table de la loi normal $N(0, 1)$ $t^* = 0.435$ optimal

$$t^* = \frac{Q^* - 4000}{500} = 0.435 \Rightarrow Q^* - 4000 = 500(0.435) \rightarrow Q^* = 4217 \text{ articles}$$

2.2. Le cout de stockage et cout de pénurie proportionnels au temps

2.2.1. La demande discrète

Le principe de la demande si Q est petit l'espérance de coût de stockage est faible, Le stock de pénurie est très élevé, en augmentation de Q l'espérance de cout de stockage augmente, l'optimum sera donc atteint lorsque l'augmentation de l'espérance de coût de stockage devient supérieure diminution de l'espérance de pénurie.

On a l'optimum lorsque : $E(\uparrow C_S) > E(\downarrow C_P)$

- L'espérance mathématique d'augmentation de coût de stockage s'écrit comme suit :

$$E_1 = T \cdot C_S F(Q) + T C_S (Q + \frac{1}{2}) \sum_{x=Q+1}^{\infty} \frac{P(x)}{x}$$

- L'espérance mathématique de la diminution de coût de pénurie s'écrit comme :

$$E_2 = T \cdot C_P \sum_{x=Q+1}^{\infty} \left[1 - \frac{(Q+1)}{2} \right] P(x)$$

Exemple d'application :

On considère le produit qui fait l'objet d'un réapprovisionnement tout les mois pour lequel le coût de stockage $C_S=12\text{DA/unité/jour}$ et le coût de pénurie $C_P = 8\text{DA/unité/jour}$. Cherchant à déterminer le niveau de stock Q qu'on doit avoir au début de chaque période, et on a la loi de la probabilité de la demande $\mathcal{X}$ est la suivante :

Tableau 08 : Probabilité de la demande discrète x

x	3	4	5	6	7
$P(x)$	0.1	.2	0.3	0.3	0.1

Les déficients calculs sont effectuées sur le tableau suivant :

Tableau 09 : Solution de l'exemple d'application

x	$P(x)$	Q	$F(Q)$	$Q + \frac{1}{2}$	$\sum_{x=Q+1}^{\infty} \frac{P(x)}{x}$	$L(Q)$
3	0.1	3	0.1	3.5	0.174	0.709
4	0.2	4*	0.3	4.5	0.124	0.858 > 0.8
5	0.3	5	0.6	5.5	0.064	0.952
6	0.3	6	0.9	6.5	0.014	0.991
7	0.1	7	1	7.5	0	1

$$Q = 7, \sum_{x=7+1}^{\infty} \frac{P(x)}{x} = \frac{P(8)}{8} + \frac{P(7)}{7} = 0$$

$$Q = 6, \sum_{x=6+1}^{\infty} \frac{P(x)}{x} = \frac{0.1}{7} = 0.014$$

$$Q = 5, \sum_{x=5+1}^{\infty} \frac{P(x)}{x} = \frac{0.3}{6} + \frac{0.1}{7} = 0.064$$

$$Q = 4, \sum_{x=4+1}^{\infty} \frac{P(x)}{x} = \frac{0.2}{5} + \frac{0.1}{6} = 0.124$$

$$Q = 3, \sum_{x=3+1}^{\infty} \frac{P(x)}{x} = 0.124 + \frac{0.1}{4} = 0.174$$

$$C_P = 8DA \quad \text{et} \quad C_S = 2DA$$

$$\Rightarrow \frac{C_P}{C_P + C_S} = \frac{8}{8+2} = 0.8$$

$L(Q^* = 4) > 0.8$ Le stock initial qu'on doit avoir au début de période égale à 4.

2.2.2. Demande continue

On annulant le dérivée de l'espérance mathématique de coût, on trouve que peut être optimal, une valeur de Q qui vérifié l'égalité suivante :

$$F(Q) + Q \int_Q^{\infty} \frac{f(x)}{x} dx = \frac{C_P}{C_P + C_S}$$

Exemple de calcul

Une entreprise dispose d'un parc de 100 machines sur lequel une pièce x est fabriquée à la cadence de 10 pièces/jour.

Un élément A de ces machines tombe fréquemment en panne et in dispose d'un stock de rechange.

Ceci est acheté chaque mois à 800DA/unité et le cout de stockage est 20% par an.

En cas d'une panne d'une machine si on dispose de la pièce en stock, celle-ci est réparée immédiatement et la cadence de 10 pièces de type x par jour est respectée, par contre si on a plus d'éléments en stock, la machine remise en état avant le début de mois suivant, et les pièces x manquantes doivent être achetée à l'extérieure pour un prix supérieure de 5 DA à leurs prix de revient sur les machines de l'entreprise.

De quel stock d'éléments A doit on disposer ou début de chaque mois pour minimiser le coût moyen mensuel.

Le nombre mensuel de panne est de VAC (variable aléatoire continue) . Dont la fonction de densité de probabilité définie par :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , si x < 0 \\ 0.25x e^{-0.5x}, & si x \geq 0 \end{cases}$$

Solution

Le coût de pénurie est donc ce cas proportionnel au temps puisque le manque d'une pièce A

Se traduit par un coût supplémentaire sur les pièces x de $(10 * 2DA) = 50DA$ par jour

Si on prend le mois par unité de temps, le coût de pénurie $C_P = 50 * 30 = 1500DA$

$$C_S = 8000 * 20\% * \frac{1}{12} = 133DA$$

$$\Rightarrow \frac{C_P}{C_P + C_S} = \frac{1500}{1500 + 133} = 0.9185$$

$$f(Q) = \int_0^Q 0.25x e^{-0.5x} dx$$

On intégrant par partie on trouve :

$$f(Q) = [0.25 e^{-0.5x} (0.5x + 1)]_0^Q$$

$$= 1 - e^{-0.5Q} (0.5Q + 1)$$

$$Q \int_Q^\infty \frac{f(x)}{x} dx = Q \int_Q^\infty 0.25x e^{-0.5x} dx$$

$$= Q[0.5x e^{-0.5x}]_Q^\infty$$

$$= 0.5Q e^{-0.5Q}$$

$$\text{D'où : } f(Q) + Q \int_Q^\infty \frac{f(x)}{x} dx = 1 - 0.5e^{-0.5Q} = 0.9187$$

$$\Rightarrow e^{-0.5Q} = 1 - 0.9187$$

$$\Rightarrow e^{-0.5Q} = 0.082$$

$$\Rightarrow \log(0.082) = -0.5Q$$

$$\Rightarrow Q^* = 5 \text{ pièces de type A à stocker.}$$

Le but de la gestion des stocks est justement de déterminer les moments et les quantités optimales de commande afin de satisfaire la demande des clients en minimisant les coûts. Le critère usuel d'optimisation est celui de l'espérance des coûts (par période, dans le long terme), éventuellement sous contrainte de niveau de service.

Chapitre III : Le modèle mathématique

1. Problème du plus court chemin [6]

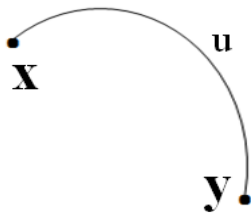
Les graphes constituent donc une méthode de pensée qui permet de modéliser une grande variété de problèmes en se ramenant à l'étude de sommets et d'arcs. Les derniers travaux en théorie des graphes sont souvent effectués par des informaticiens, du fait de l'importance qu'y revêt l'aspect algorithmique.

1.1. Rappels sur la théorie de graphe

1.1.1. Graphe orienté

Un graphe orienté est la donnée d'un quadruplet $G = (X, U, I, T)$ avec :

- X : Ensemble des sommets ;
- U : des arcs ;
- I : Application extrémité initiale du graphe.
- T : Application extrémité terminale du graphe



On a : $x = I(u)$: extrémité initiale de l'arc u
 $y = T(u)$: extrémité terminale de l'arc u

Figure 06 : Présentation d'un arc

$y = T(u)$: Est successeur de x et $x = I(u)$: est prédécesseur de y

Sommets : Deux sommets sont dits adjacents s'il existe un arc qui les relie.

Exemple :

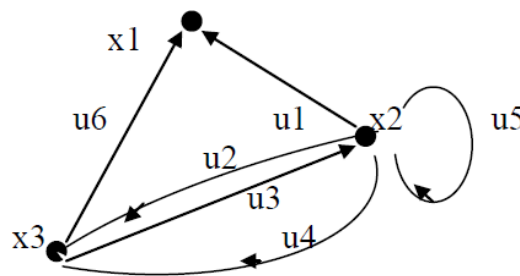


Figure 07 : Arc adjacent

- $X = \{x1, x2, x3\}$: Ensemble de sommets ;
- $U = \{u1, u2, u3, u4, u5, u6\}$: Ensemble d'arcs.

On appelle boucle, un arc dont les deux extrémités sont confondues $u5$ est une boucle.

1.1.2. Graphe non orienté

Il noté $G=(X, E)$ avec :

X : ensemble des sommets et U : des arêtes (arête : arc non orienté).

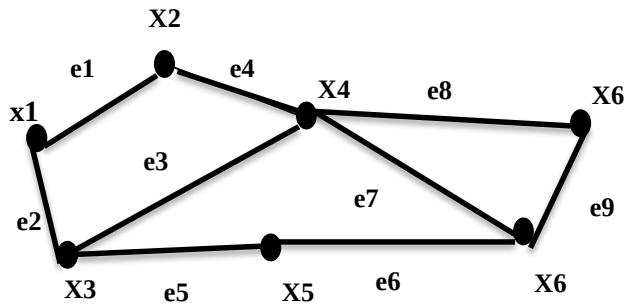


Figure 08 : Graphe non orienté

$X = \{x1, x2, x3, x4, x5, x6, x7, x8, x9\}$

$U = \{e1, e2, e3, e4, e5, e6, e7, e8, e8\}$

On note que :

- **Ordre du graphe** = X : Nombre de sommets du graphe ;
- **Nombre d'arcs** : (d'arêtes) du graphe = U ;
- x est **voisin** de y s'il est son successeur ou son prédécesseur, x et y sont dits voisins (adjacents) ;
- **Un chemin** : est une succession d'arcs adjacents bien orientés ;
- **Une chaîne** : est une succession d'arcs pas nécessairement orienté et tout chemin est une chaîne mais toute chaîne n'est pas nécessairement un chemin ;
- **Une chaîne Eulérienne** : est une chaîne qui passe une et une seule fois par toutes les arêtes du graphe G ;
- **Un graphe est dit planaire** : si on peut le représenter sur une surface plane (plan), sans que ses arêtes (arcs) ne se coupent sauf aux sommets du graphe ;
- **Un graphe $G=(V, E)$** : est dit **Biparti** si l'ensemble de ses sommets peut être partitionné en deux sous-ensemble disjoints V_1 et V_2 telle que toute arête de G relie un sommet de V_1 à un sommet de V_2 ;
- **Connexité** : $G=(X,U)$ G est dit connexe si : $\forall x,y \in X, \exists$ une chaîne reliant x et y ;
- **Composante connexe** : $G=(X,U)$; Une composante connexe A de G est un s/graphe de G tel que : $\forall x,y \in A, \exists$ une chaîne reliant x et y .

Et Forte connexité si : $\forall (x, y) \in G, \exists$ un chemin de x vers y et un chemin de y vers $x, x \neq y$

Longueur : d'un chemin c 'est nombre d'arcs composant ce chemin

Arbre : On appelle arbre, un graphe connexe et sans cycle avec $|X| = n \geq 2$

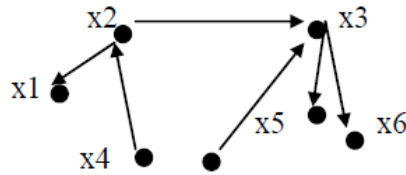


Figure 09 : Présentation d'un arbre

On appelle forêt ; un graphe sans cycle dont chaque composante connexe est un arbre.

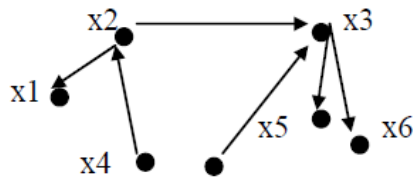


Figure 10 : Forêt

1.1.3. Arborescence

- **Racine :** Soient $G=(X,U,I,T)$ un graphe connexe et un sommet $a \in X$

Le sommet a est appelé racine s'il vérifie $\forall x,y \in X, \exists$ un chemin de a vers x

$\forall x \in X (x \neq a)$ C.a.d qu'on peut atteindre à partir de a , n'importe quel sommet de G par un chemin.

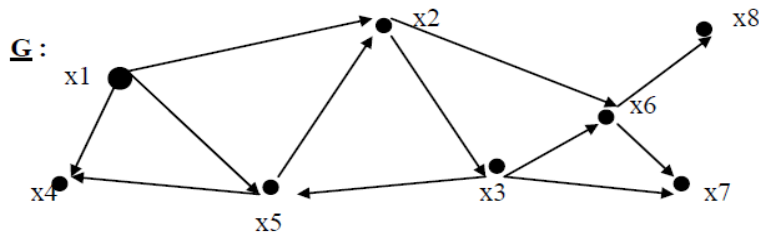


Figure 11 : Arborescence

Arborescence : On appelle arborescence tout arbre G muni d'une racine.

Soient le graphe $G = (X,U)$ sans boucles et l'application :

$L : U \longrightarrow R$

$u \longrightarrow L(u)$

$L(u)$ étant la valeur de l'arc u (coût, distance, long, poids, $L(u) \in R$)

On définit alors un réseau par :

$R = (G, L) = (X, U, L)$ avec : une entrée $e / \Gamma^-(e) = \emptyset$

Une sortie $s / \Gamma^+(s) = \emptyset$

- **Longueur d'un chemin** : Soit un chemin $C = \{x_0, u_1, x_1, u_2, \dots, x_{k-1}, u_k, x_k\}$ La longueur, $L(C)$, du chemin C est donnée par : $L(C) = \sum_{u \in C} L(u)$;
- **Distance** : Le chemin de longueur minimum entre e et x , $x \in X$ est appelé distance de e à x elle est notée $\pi(x)$;
- **Position du problème** : Etant donnés $x_0, y_0 \in X$, comment aller de x_0 à y_0 , en empruntant le chemin le plus court ?

1.1.4. Algorithme de Bellman [7]

a. Définition

Procède par sous- chemins optimaux à partir de l'entrée (e) du réseau.

Il permet d'obtenir les chemins de valeur minimale entre e et $\forall x \in X$.

- **Données** : $R = (X, U, L)$; e : entrée de R ,
- **Résultats** : arborescence A , ensemble S des sommets de A ;

les distances $\pi(x)$ de e à $x, \forall x \in X$.

$A(x)$: arc choisi pour atteindre x .

- **Initialisation** : $S = \{e\}$; $\pi(e) = 0$; $A(e) = \emptyset$; $A = \{\emptyset\}$

Tant qu'il existe : $x \notin S$

Faire : $\pi(x) = \min [\pi(I(u)) + L(u)]$

$u / x = T(u)$

Soit $\bar{u}$, un arc réalisant le minimum, pour lequel

$\pi(x) = \min [\pi(I(\bar{u})) + L(\bar{u})]$

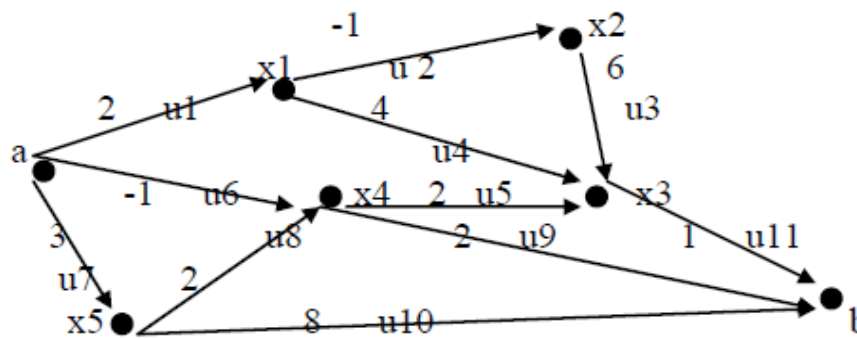


Figure 12 : Réseau R

b. Déroulement de l'algorithme

- **Initialisation** : $S = \{a\}$; $\pi(a) = 0$; $A(a) = \emptyset$; $A = \{\emptyset\}$

- **Iteration 1** : $x \notin S$ / $\Gamma^-(x) \in S$ sont : x_1, x_5

$$\pi(x_1) = \min[\pi(I(u)) + L(u)] = \pi(I(u_1)) + L(u_1) = \pi(a) + L(u_1) = 0 + 2 = 2$$

$$u / x_1 = T(u)$$

$$A(x_1) = u_1 :$$

$$\pi(x_5) = \min[\pi(I(u)) + L(u)] = \pi(I(u_7)) + L(u_7) = \pi(a) + L(u_7) = 0 + 3 = 3$$

$$A(x_5) = u_7 : S = \{a, x_1, x_5\}, A = \{u_1, u_7\} S \neq X \text{ on passe à IT2}$$

- **Itération 2** : $x \notin S$ / $\Gamma^-(x) \in S$ sont : x_2, x_4

$$\pi(x_2) = \min[\pi(I(u)) + L(u)] = \pi(I(u_2)) + L(u_2) = \pi(x_1) + L(u_2) = 2 - 1 = 1$$

$$A(x_2) = u_2 : \pi(x_4) = \min[\pi(I(u_6)) + L(u_6), [\pi(I(u_8)) + L(u_8)]]$$

$$u / x_4 = T(u)$$

$$= \min[\pi(a) + L(u_6), [\pi(x_1) + L(u_8)]] = \min[-1, 5] = -1$$

$$A(x_4) = u_6 : S = \{a, x_1, x_5, x_2, x_4\}, A = \{u_1, u_7, u_2, u_6\}, S \neq X \text{ on passe à IT2} :$$

- **Itération 3** : $x \notin S$ / $\Gamma^-(x) \in S$ c'est : x_3

$$\pi(x_3) = \min[\pi(I(u)) + L(u)]$$

$$= \min[\pi(I(u_5)) + L(u_5), [\pi(I(u_4)) + L(u_4)], [\pi(I(u_3)) + L(u_3)]]$$

$$= \min[\pi(x_4) + 2, [\pi(x_1) + 4], [\pi(x_2) + 6]] = \min[1, 6, 7] = 1$$

$$A(x_3) = u_5 : S = \{a, x_1, x_5, x_2, x_4, x_3\}, A = \{u_1, u_7, u_2, u_6, u_5\} \neq X \text{ on passe à IT3}$$

- **Itération 4** : $x \notin S$ / $\Gamma^-(x) \in S$ sont : b

$$\pi(b) = \min[\pi(I(u)) + L(u)]$$

$$= \min[\pi(I(u_{10})) + L(u_{10}), [\pi(I(u_9)) + L(u_9)], [\pi(I(u_{11})) + L(u_{11})]]$$

$$= \min[\pi(x_5) + 8, [\pi(x_4) + 2], [\pi(x_3) + 1]] = \min[11, 1, 1] = 1$$

$$S = \{a, x_1, x_5, x_2, x_4, x_3, b\}, A = \{u_1, u_7, u_2, u_6, u_5, u_9\}, S = X \text{ fin du déroulement}$$

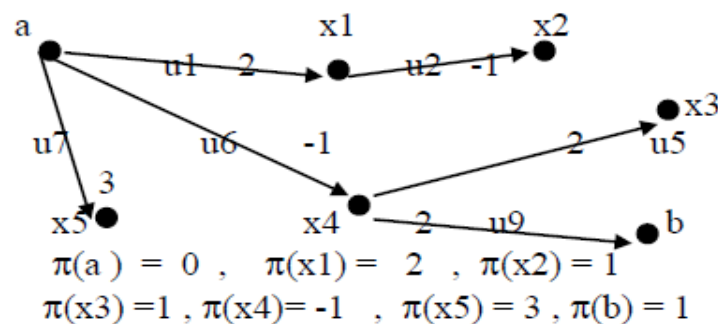


Figure 13 : Arborescence de plus court chemin

1.1.5. Algorithme de DIJKSTRA [7]

a. Définition

- **Données** : Réseau $R=(X,U,l)$, $|X| = n$ sommets, et e entrée de R
- **Résultats** : Arborescence A , ensemble S , les valeurs $\pi(x_i)$ (potentiels).

$A(x)$: arc choisi à partir de x

- **Initialisation** : $S := \{e\}$, $\pi(e) = 0$, $k=1$, $x_1 = e$

Pour tout $x \in X$, $x \neq e$ faire $\pi(x) = +\infty$

Tant que $k < n$ et $\pi(x_k) < +\infty$

Pour tout $u \in U$ tel que $I(u) = x_k$ et $T(u) \notin S$

$x = T(u)$

si $\pi(x) > \pi(x_k) + L(u)$ alors $\pi(x) = \pi(x_k) + L(u)$, $A(x) = u$

donc : Choisir x , $y \notin S$ tel que $\pi(x) = \min \pi(y)$

$k := k+1$; $x_k := x$; $S := S \cup \{x_k\}$;

- **Remarque** : l'algorithme conduit à faire entrer dans S les sommets dans l'ordre de leur numérotation

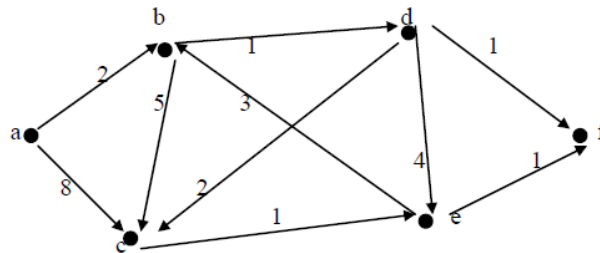


Figure 14 : Réseau R

b. Déroulement de l'algorithme

- **Initialisation** : $S = \{a\}$; $A(a) = \{\emptyset\}$; $k = 1$; $x_1 = a$; $\pi(x_1) = 0$, $\pi(b) = \pi(c) = \pi(d) = \pi(e) = \pi(f) = +\infty$

- **Itération 1** : $x_1 \longrightarrow \{b, c\}$

$x=b$ $\pi(b)=+\infty > \pi(x_1) + 2 = 2$ oui $\Rightarrow \pi(b) = 2$, $A(b) = (a,b)$

$x=c$ $\pi(c)=+\infty > \pi(x_1) + 8 = 8$ oui $\Rightarrow \pi(c) = 8$, $A(c) = (a,c)$

$\pi(c) = \min[\pi(b), \pi(c), \dots] = \min[2, 8, \dots] = 2$

$\pi(b) = 2$, $A(x) = A(b) = A(a,b)$, $k = 2$; $x_2 = b$; $S = \{x_1, x_2\} = \{a, b\}$

- **Itération 2** : $x_2 = b \longrightarrow \{c, d\}$

$\pi(b)=8 > \pi(b) + 5 = 2 + 5 = 7$ oui $\Rightarrow \pi(c) = 7$, $A(c) = (b,c)$

$$\pi(d)=8 > \pi(b) + 1 = 2 \quad \text{où } \Rightarrow \pi(d) = 3, A(d) = (b,d)$$

$$\min[\pi(d), \pi(c), \dots] = \min[3, 7, \dots] = 3 \Rightarrow \pi(d) = 3, A(d) = (d,b)$$

$$k = 3 ; x_3 = d ; S = \{ x_1, x_2, x_3 \} = \{ a, b, d \}$$

• **Itération 3: $x_3 = d \longrightarrow \{ c, e, f \}$**

$$\pi(c)=7 > \pi(x_3) + 2 = 5 \quad \text{où } \Rightarrow \pi(c) = 5, A(c) = (d,c)$$

$$\pi(e)=+\infty > \pi(x_3) + 1 = 7 \quad \text{où } \Rightarrow \pi(e) = 7, A(e) = (d,e)$$

$$\pi(f)=+\infty > \pi(x_3) + 1 = 4 \quad \text{où } \Rightarrow \pi(f) = 4, A(f) = (d,f)$$

$$\min[\pi(c), \pi(e), \pi(f), \dots] = \min[5, 7, 4] = 4$$

$$\pi(f) = 4 \Rightarrow A(f) = (d,f)$$

• **Itération 4 : $x_4 = f \longrightarrow e \longrightarrow$ Aucun successeurs $\longrightarrow$ on sort de la boucle.**

Tant que $k < n$ et on calcule :

$$\min[\pi(c), \pi(e)] = \min(5, 7) = 5$$

$$\Rightarrow x = c, [\pi(c) = 5, A(c) = (d,c)]$$

$$k = 5, x_5 = c, S = \{ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \} = \{ a, b, d, f, c \}$$

• **Itération 5 : $x_5 = c \longrightarrow e$**

$$\pi(c)=7 > \pi(c) + 1 = 6 \quad \text{où } \Rightarrow \pi(c) = 6, A(c) = (c,e)$$

$$k = 6 ; x_6 = e ; S = \{ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \} = \{ a, b, d, f, c, e \}$$

$$k = 6 = n \longrightarrow \text{fin du déroulement de l'algorithme.}$$

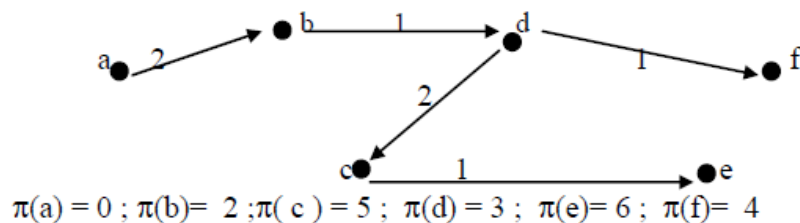


Figure 15 : Arborescence de plus court chemin

De manière générale, un graphe permet de représenter la structure, les connexions d'un ensemble complexe en exprimant les relations entre ses éléments : réseau de communication, réseaux routiers, interaction de diverses espèces animales, circuits électriques,...

2. Problème d'ordonnement [8]

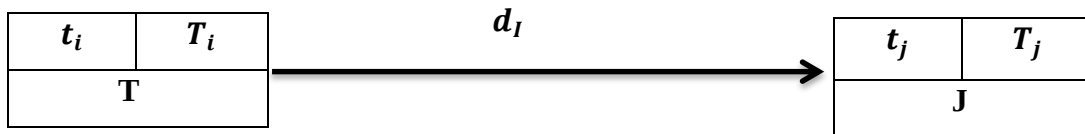
Un responsable d'un projet relativement important cherche à coucher et codifier toutes les tâches envisageables, les énumérer et associer à chaque tâche une durée ;

Donc construire un dictionnaire des données, donc on met les tâches de côté et toutes les durée de l'autre côté. Et poser la question : Comment faire pour évaluer la durée de ce projet ? C'est évaluer les coûts qu'il faut essayer de limiter au maximum.

On étudiera dans notre cas comment construire un réseau selon la méthode de MPM et la méthode de PERT :

2.1. Méthode de MPM

On a :



t_i : Date au plus tôt de la tâche I.

T_i : Date de début au plus tard de la tâche I.

t_j : Début au plus tôt de la tâche suivante.

T_i : Début au plus tard de la tâche suivante.

d_I : La durée.

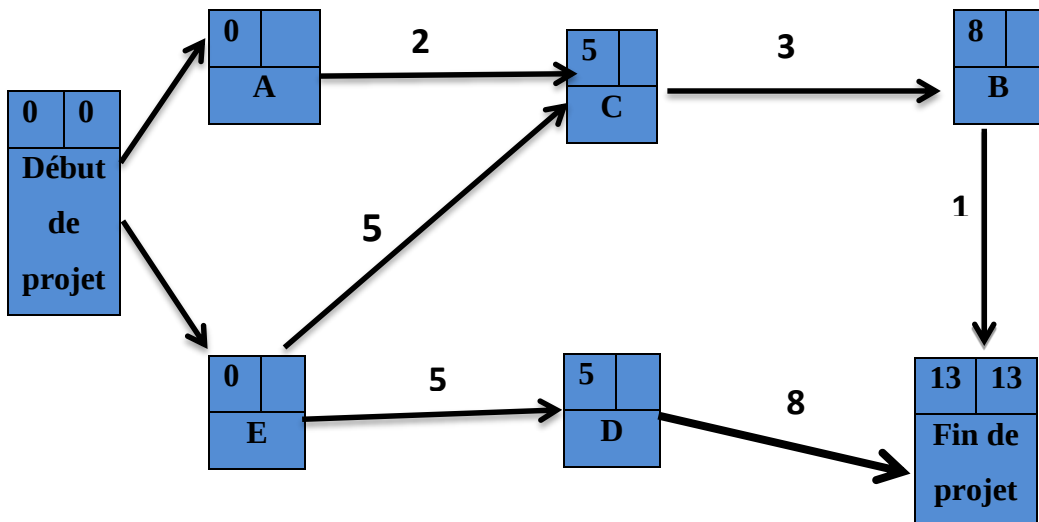


Figure16 : Méthode française MPM (trouver les date au plus tôt)

Les nombres au-dessous qu'on a indiqué c'est la durée -en jours- des tâches par exemple la tâche E a une durée de jours et D a 8 jours comme durée.

Pour réaliser la tâche, il faut que la tâche précédente soit réalisée, autrement dit dans cet exemple que la tâche D ne peut débiter qu'à condition que la tâche E soit terminée.

Après on va calculer la durée du projet, et dans ce réseau on remarque que :

- Pour que la tâche D soit débiter il faut que la tâche E soit terminer, donc la tâche D peut débiter qu'au plus tôt de $(0 + 5) = 5$ jours ;
- Pour la tâche C on a une double condition, pour que C débute il faut impérativement que A et E soient toutes les deux terminer, la tâche A peut débiter tout de suite et sa durée égale à 2 jours, et donc pour $C = 0 + 2 = 2$ jours, mais aussi de E débute tout de suite et sa valeur égale à 5 jours, donc pour $C = 0 + 5 = 5$ jours, donc pour finir avec C on prendra toujours la valeur maximale qui est 5 jours ;
- Donc le projet aura une durée minimale de 13 jours, et mentionne toujours la même valeur puisque c'est la fin de réseau.

Maintenant on va calculer la date de début au plus tard :

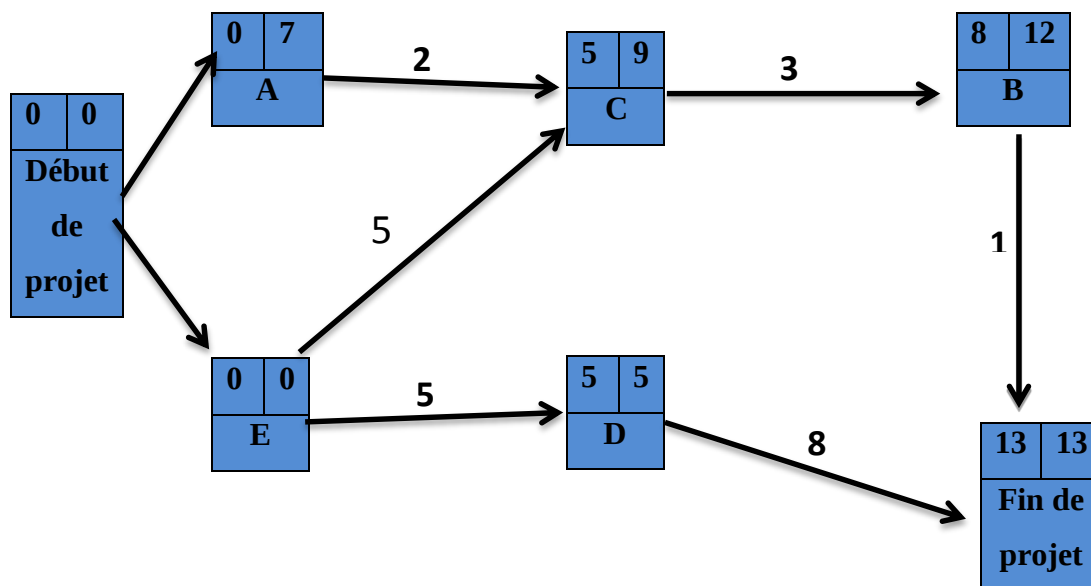


Figure 17 : MPM (trouver les date au plus tard)

On remonte de fin de projet au point de début, donc :

$B = 13 - 1 = 12$ (la tâche B débute au plus tard dans 12 jours)

$D = 13 - 8 = 5$ jours

$C = 12 - 3 = 9$ jours.

$A = 9 - 2 = 7$ jours.

Dans E on a deux possibilités :

- Premier choix c'est de faire $5 - 5 = 0$ (prévenant de D)
- Deuxième choix c'est de faire $9 - 5 = 4$ (prévenant de C)

Quand on remonte pour trouver la date de début au plus tard on prend toujours le minimum, donc on prend la valeur 0 jours pour E.

On remarque que dans E et D que leurs date de début au plus tôt est égale à leurs dates au début au plus tard, on les appelle les **tâches critique**.

Le chemin critique : est composé de toutes les tâches dont la date de début au plus tôt égale à la date de début au plus tard, dans ce graphe le chemin critique est : E D.

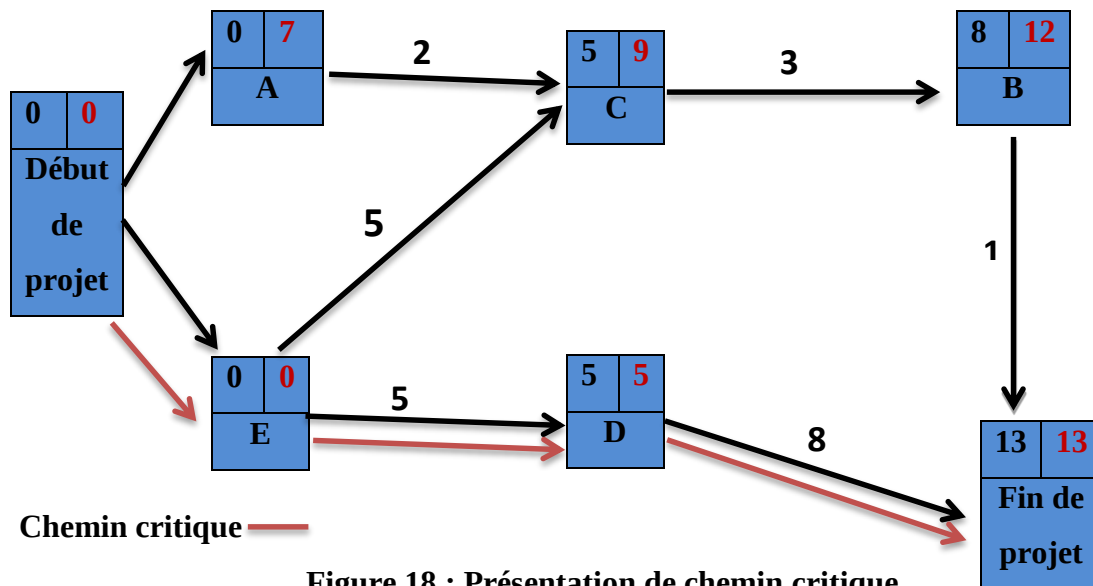


Figure 18 : Présentation de chemin critique

L'objectif de trouver les tâches critique c'est de veiller pour qu'elles ne soient pas retardées, parce que si elles soient en retard d'un jour, c'est tout le projet qui est en retard d'un jour.

• La marge totale

La différence entre la date au début au plus tôt et la date de début au plus tard $T_i - t_i$ s'appelle la marge totale de la tâche I $\ll M_T(I) \gg$

$$M_T(I) = T_i - t_i$$

Dans le graphe la marge totale de :

$$A = 7 - 0 = 7 \text{ jours}$$

$$C = 9 - 5 = 4 \text{ jours}$$

$$B = 12 - 8 = 4 \text{ jours}$$

$$D = 0 \text{ et } E = 0$$

La marge totale est le retard qu'elle peut prendre une tâche sans remettre en question les dates de début aux plus tard de commencement des tâches suivantes,
En A on peut retarder jusqu'à 7 jours sans que les dates aux débuts au plus tard des tâches suivantes soient altérées.

$$M_T(A) = 7$$

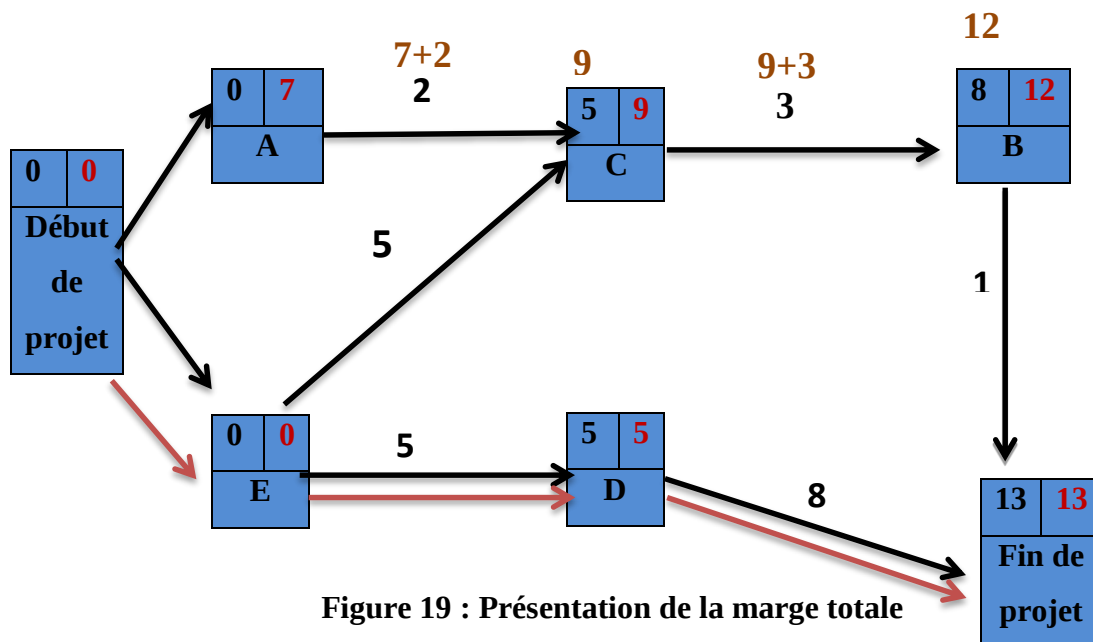
Dans la tâche A qui prenne un retard de 7 jours et à deux jours déjà existant on rajoute 7 jours, elle aura une date $7 + 2 = 9$ jours.

Donc la date de début au plus tôt de C : on a deux choix

- Soit venant de E = $0 + 5 = 0$ (puisque la marge totale de E = 0)
- Soit venant de A = $7 + 2 = 9$

On prend toujours le maximum et donc 9 jours.

Pour B = $9 + 3 = 12$ jour



La marge libre de la tâche I : $M_L(I)$

$$M_L(I) = \text{Min}(t_j - t_i - d_i)$$

On donne par exemple le réseau suivant :

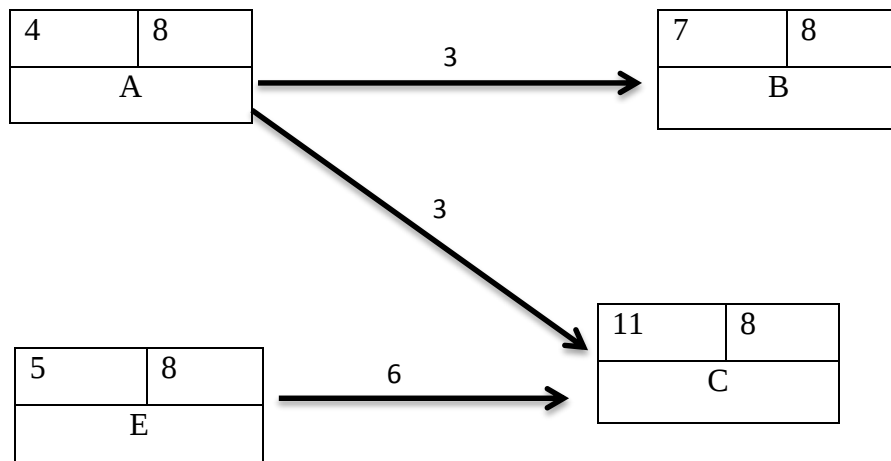


Figure 20 : Exemple de calcul de la marge libre

Si je calcule la marge libre de A :

$$\begin{aligned}
 M_L(A) &= \text{Min}(7 - 4 - 3, 11 - 4 - 3) \\
 &= \text{Min}(0, 4) \Rightarrow M_L(A) = 0
 \end{aligned}$$

La marge libre c'est le retard que peut prendre une tâche sans remettre en question la date de début plus tôt des tâches suivantes.

Maintenant posant la question : comment je peux obtenir un graphe à l'aide des données de tableau suivant ? On prend l'exemple de graphe précédent :

Tableau 10 : Tâches et tâches antérieures avec leurs durées

Tâches	Tâche antérieures	durée
A	-	2
B	ACE	1
C	AE	3
D	E	8
E	-	5

Les étapes à suivre :

- Il faut impérativement déterminer les tâches immédiatement antérieures (TA).
- Déterminer les niveaux de chaque tâche.
- Tracer le graphe et remplir.

Exemple (*) :

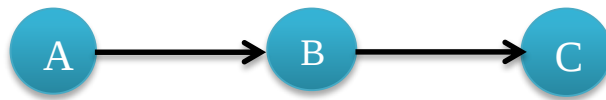


Tableau 11 : Tâches antérieures de l'exemple (*)

Tâches	TA
A	-
B	A
C	AB

On remarque que la tâche A est une redondance et donc elle est répétée en B et en C, donc on peut écrire cette égalité :

Tâches	T.I.A	=	Tâches	TA	Deux tableaux conduisent au même graphe
A	-		A	-	
B	A		B	A	
C	B		C	AB	

On dit que la tâche A est **superflue**.

- Lorsque il n y a plus de tâches je souligne la première tâche A ;
- Avant A il y a rien, je mis (-), j'écris A et je continue et toutes les tâches qui peuvent apparaître dans la liste sont des tâches superflues qu'on peut éliminer, donc il reste B.

On revient au tableau (1) : et trouver les tâches antérieures et immédiatement antérieures :

- Là où je n'ai rien, ça reste rien ;
- On examine si on trouve une tâche de condition superflue, donc il reste que B et C.
- Dans B :

B → ACE

Avant A il n y a rien, je mis (-)

Avant C il y a (AE)

Avant E il n y a rien



Donc il reste AC

Je peux m'arrêter puisque il y a deux tâches qui sont répétée donc de condition superflue, il reste que B, mais si je continue :

Avant A il n y a rien, je mis (-)

Avant E il n y a rien

Donc il reste que B comme tâche immédiatement antérieure.

- Dans C $\longrightarrow$ AE

Avant A il n'y a rien, je mis (-)

Avant E il n'y a rien



Dans ce cas je ne rejette ni A et ni E, et on garde les deux tâches

Le tableau suivant se remplit comme suit :

Tableau 12 : Les tâches immédiatement antérieures de tableau (10)

Tâches	Tâche antérieures	T.I.A	durée
A	-	-	2
B	ACE	C	1
C	AE	AE	3
D	E	E	8
E	-	-	5

Déterminer les niveaux :

- En toute pour logique les tâches de débuts, le projet ne débutera qu'avec les tâches qui n'ont aucune tâche avant, qui ne sont précédées d'aucune tâches. Donc dans ce cas avant A et C il n'y a rien, ce projet va débuter obligatoirement avec A et E.

A, E => tâches de niveau 1

- Pour déterminer les tâches de niveau 2, il faut que tous ce qui est A et tout ce qui E l'éliminer et je mentionne :

C $\longrightarrow$ AE $\longrightarrow$ -
D $\longrightarrow$ E $\longrightarrow$ -

Il reste CD les tâches de niveau 2

- J'élimine toutes les tâches de niveau1, et toutes les tâches de niveau2, il reste la tâche B
- les tâches immédiatement antérieures à C sont AE
- Les tâches immédiatement antérieures à D c'est E
- les tâches immédiatement antérieures à B c'est C

Tableau 13 : Détermination des niveaux de chaque tâche

Tâches	Tâche antérieures	T.I.A	Durée
A	-	-	2
B	ACE	C	1
C	AC	AE	3
D	E	E	8
E	-	-	5
Niveaux	AE	CD	B
	Niveau 1	Niveau2	Niveau3

Et enfin le réseau sera :

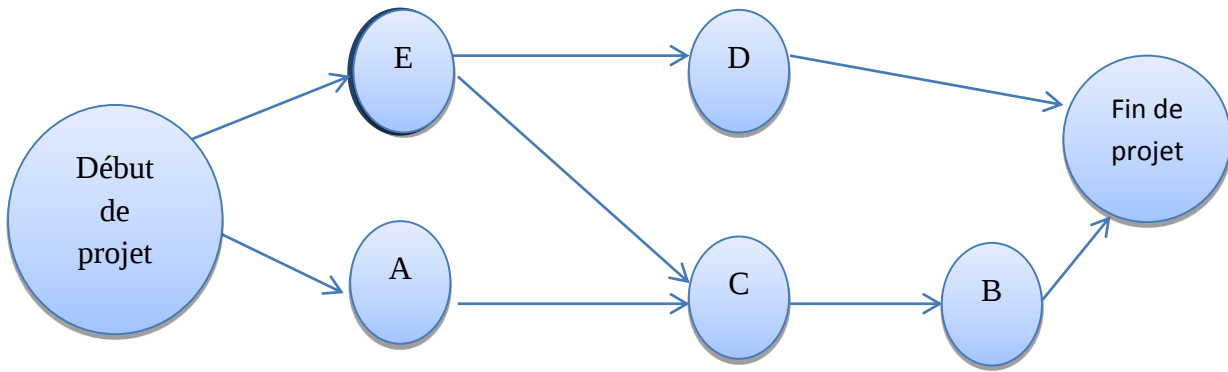


Figure 21 : Réseau résultant de tableau 10

2.2. Le réseau PERT

Pour construire le réseau PERT, toutes les étapes indiquée précédemment dans le réseau MPM sont les même pour les tâches immédiatement antérieurs et définir les niveaux).

On schématise pour le réseau PERT depuis le tableau (13) :

Tâches	T.I.A	durée	
A	-	2	
B	C	1	
C	AE	3	
D	E	8	
E	-	5	
Niveaux	AE	CD	B
	Niveau1	Niveau2	Niveau3

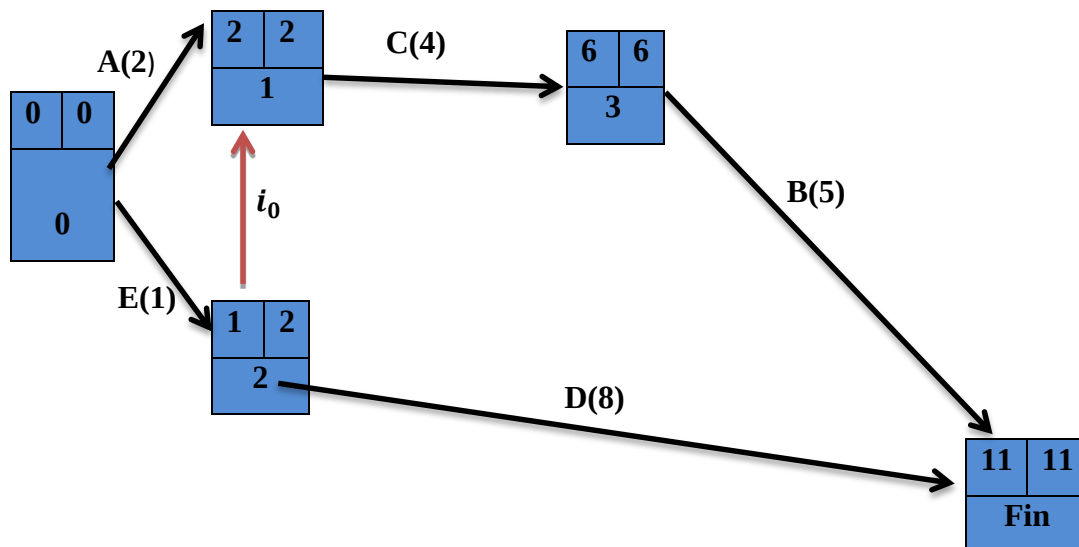


Figure 22 : réseau PERT

Les tâches de niveau 1 sont A et E.

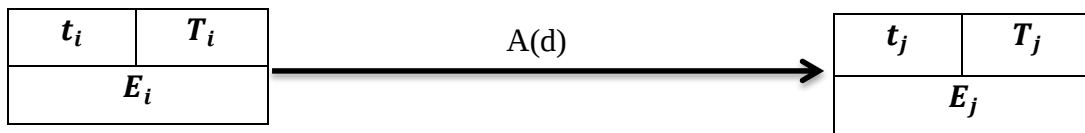
Au niveau2 on a les tâches C et D.

- Avant C il y a : A et E
- Avant D il y a E et j'aurai mon arc D(8)
- Pour C : comme les tâches sont portées par des arcs, et que avant C il y a A et E, il est très difficile d'avoir deux arcs pour marquer l'antériorité, donc j'aurai C(4), mais avant C il y a A.
- Je regarde dans tableau (TIA), avant C il y a aussi E, donc on va créer une tâche fictif qui n'a aucune durée (i_0).

Ta tâche B :

- Avant B il y a C, c'est la fin de graphe et aller directement vers la fin.
- On remplit toujours les valeurs maximal et remplir le tableau, et considérant que (1,2,3) sont les sommets de graphe.

On a :



E_i : Les sommets

E_j :La durée de la tâche

t_i : La date de début au plus tôt de toutes les tâches portant de sommet E_i

T_i :La date de début au plus tard des tâches de toutes les tâches aboutissant à ce sommet.

3. Problèmes de transport [9]

Le problème de transport est un problème particulier de la programmation linéaire, le plus connu de ces problèmes est le problème de transport de marchandises des usines (unités de production) aux dépôts (magasins).

D'autres types de problèmes de programmation linéaires peuvent être formulés en problème de transport.

3.1. Présentation du problème de transport

Un problème de transport peut être défini comme l'action de transporter depuis "m origines" vers "n destinations" des matériaux, au moindre cout.

Donc, la résolution d'un problème de transport consiste à organiser le transport de façon à minimiser son cout.

3.2. Formulation mathématique du problème de transport

Etant donné m points de production $A_i, i=\overline{1, m}$ avec des quantités disponibles a_i , et n points de consommation (dépôts) $b_j, j=\overline{1, n}$.

Chaque usine produit une quantité $A_i, i=\overline{1, m}$ qui doit être acheminée vers le dépôt $b_j, j=\overline{1, n}$, dont la capacité est $b_j, j=\overline{1, n}$.

Soit :

- C_{ij} : le coût de transport d'une unité d'une marchandise de A_i vers B_j .
- x_{ij} : la quantité à transporter de A_i vers B_j .

Soit $x=\{x_{ij} \mid i=\overline{1, m}, j=\overline{1, n}\}$ est appelé programme du plan de transport de la marchandise

Le coût global du plan de transport x vaut : $Z=Z(x)=\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij}x_{ij}$

Le problème de transport (P) à pour but, la minimisation du coût global de transport

$$\left. \begin{array}{ll} \text{Min } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij}x_{ij} & (1) \\ \text{Sous les contraintes suivantes} & \\ \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, i=\overline{1, m}, & (2) \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, j=\overline{1, n} & (3) \\ x_{ij} \geq 0, \forall i, j & (4) \end{array} \right\} \quad (P)$$

$x = \{x_{ij}, i=\overline{1, m}, j=\overline{1, n}\}$ est dit plan de transport(1)-(4) s'il satisfait les contraintes (2),(3) et (4), il est dit un plan optimal de transport si de plus il réalise le minimum de la fonction objectif(1).

(1) : La fonction objective à minimiser.

(2) : Toutes les marchandises produites doivent être acheminées.

(3) : Toutes les demandes doivent être satisfaites.

(4) : Toutes les quantités transportées doivent être positives ou nulles.

On a pour :

- (P) admet une solution optimale si : $\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$ (la condition de balance)
- Si $\sum_{i=1}^m a_i < \sum_{j=1}^n b_j$, alors on peut remplacer les inégalités par les égalités
- Dans le cas où $\sum_{i=1}^m a_i > \sum_{j=1}^n b_j$, on peut introduire un dépôt fictif (supplémentaire) b_{n+1} , avec les coûts associés $c_{i,n+1}=0, i=\overline{1, m}$ afin d'avoir l'égalité entre les deux sommets (pour vérifier la condition de balance).

3.3. Résolution d'un problème de transport

3.3.1. La méthode du coin Nord-ouest.

On choisit la case (1,1), située au coin nord-ouest du tableau de transport, et on lui affecte la quantité $x_{11} = \min \{a_1, b_1\}$.

Deux cas peuvent alors se présenter :

- Si $x_{11}=a_1$, alors la quantité de A_1 est entièrement transporté et ceci sature la première ligne du tableau.

Dans le tableau réduit, on remplacera b_1 par (b_1-x_{11}) et on répétera la même procédure que précédemment.

- Si $x_{11}= b_1$, alors la demande du point de distribution B_1 est entièrement satisfaite par A_1 et ceci sature la première colonne.

Dans le tableau réduit, on remplacera a_1 par (a_1-x_{11}) et on fera la même procédure.

De cette manière, après $(m+n-1)$ opérations, on trouve $(m+n-1)$ quantités positives x_{ij} affectées à $(m+n-1)$ cases, et les cases restantes auront des quantités nulles $x_{ij} = 0$, on obtiendra ainsi un plan basique de transport.

Exemple 1 : Dans le tableau suivant, on trouvera un plan basique initial par la méthode de coin Nord-ouest :

Tableau 14 : Plan basique de transport de demande et de l'offre

	B1	B2	B3	B4	a_i
A1	1	4	2	3	25
A2	5	1	3	4	23
A3	2	5	1	2	37
b_j	17	25	30	13	85

On appliquant la méthode de coin Nord-ouest, on trouve :

$$x_{11} = \min \{25, 17\} = 17 ; x_{12} = \min \{25-17, 25\} = 8 ;$$

$$x_{22} = \min \{23, 25-8\} = 17 ; x_{23} = \min \{23-17, 30\} = 6 ;$$

$$x_{33} = \min \{37, 30-6\} = 24 ; x_{34} = \min \{37-24, 13\} = 13 ;$$

Les composantes basiques du plan x sont représentées en gras dans le tableau ci-dessous et $x_{ij} = 0$ pour les cases restantes.

Tableau 15 : Quantité économique à distribuer par la méthode du coin Nord-Ouest

	B1	B2	B3	B4	a _i
A1	1 (17)	4 (8)	2	3	25
A2	5	1 (17)	3 (6)	4	23
A3	2	5	1 (24)	2 (13)	37
b _j	17	25	30	13	85

Le coût global de transport c'est :

$$Z(x) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij}x_{ij} = (1 \times 17) + (4 \times 8) + (1 \times 17) + (3 \times 6) + (1 \times 24) + (2 \times 13) = 134$$

Cette méthode est facile à mettre en œuvre mais elle ne fait pas intervenir les coûts unitaires de transport et elle est loin d'obtention de la solution optimale.

3.3.2. La méthode de l'élément minimal (coût minimal)

Cette méthode donne en général un plan basique initial plus proche du plan basique optimal que celui obtenu par la méthode du coin Nord-ouest.

Le principe consiste à choisir au début une case (i_1, j_1) qui correspond à l'élément $c_{i_1 j_1}$ tel que :

$$C_{i_1 j_1} = \min \{C_{ij}, 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n\}, \text{ puis on posera } x_{i_1 j_1} = \min \{a_{i_1}, b_{j_1}\} \text{ dans la case } (i_1, j_1).$$

Si $c_{i_1 j_1} = a_{i_1}$, on exclut la ligne i_1 et on remplace le nombre b_{j_1} par $(b_{j_1} - x_{i_1 j_1})$.

Dans le cas où $x_{i_1 j_1} = b_{j_1}$, on exclut la colonne j_1 et on remplace le nombre a_{i_1} par le nombre $(a_{i_1} - x_{i_1 j_1})$. Ensuite on refait la même procédure avec le tableau réduit.

Ce processus sera répété $(m+n-1)$ fois et permettra de trouver les $(m+n-1)$ variables basiques du plan initial recherché.

Exemple 2 : Par la méthode de l'élément minimal, on trouve un plan basique initial dans le tableau de transport précédent, on aura :

On a :

$$c_{11} = \min c_{ij} = 1, x_{11} = \min\{25, 17\} = 17;$$

$$c_{22} = \min c_{ij} = 1, x_{22} = \min\{23, 25\} = 23;$$

$$c_{33} = \min c_{ij} = 1, x_{33} = \min\{37, 30\} = 7;$$

$$c_{34} = \min c_{ij} = 1, x_{34} = \min\{37-30, 13\} = 7;$$

$$c_{14} = \min c_{ij}, x_{14} = \min\{25-17, 13-7\} = 6;$$

$$c_{12} = \min c_{ij}, x_{12} = \min\{25-17, 25-23\} = 2;$$

Les composantes basiques du plan x sont représentées dans le tableau de transport suivant et $x_{ij}=0$ pour les cases restantes.

Tableau 16 : Les quantités économiques par la méthode de l'élément minimal

	B1	B2	B3	B4	a_i
A1	1 (17)	4 (2)	2	3 (6)	25
A2	5	1 (23)	3	4	23
A3	2	5	1 (30)	2 (7)	37
b_j	17	25	30	13	76

$$Z(x') = (17 \times 1) + (4 \times 2) + (3 \times 6) + (1 \times 23) + (1 \times 30) + (2 \times 7) = 110$$

On remarque bien que $Z(x') < Z(x)$.

3.3.3. Le problème d'affectation [10]

Il s'agit d'un cas particulier du problème de transport avec n entrepôts et n magasins, et ou la demande associée à chaque destination égale à 1.

Le problème consiste à affecter les éléments d'un ensemble à ceux d'un autre ensemble de sorte que la somme des couts des affectations soit minimale.

3.3.4. Formulation du problème d'affectation

$$\begin{aligned} \min z = & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \\ \text{s.c.} \quad & \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad i = 1, \dots, n \\ & \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad j = 1, \dots, n \\ & x_{ij} \in \{0, 1\} \quad i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

$x_{ij}=1$ si i est affecté à j .

$x_{ij}=0$ si i n'est pas affecté à j .

C_{ij} = cout d'affectation de i à j .

3.3.5. Algorithme : méthode hongroise suivant les instructions suivantes

Etape 1 : Création des zéros en ligne et colonne, Cette étape consiste à encadrer et barrer les zéros.

Etape 2 : Application de l'algorithme Hongrois

Algorithme Hongrois :

- 1- Marquer toute ligne qui n'a pas de zéro encadré ;
- 2- Marquer toute colonne ayant un zéro barré sur une ligne marquée ;
- 3- Marquer toute ligne ayant un zéro sélectionné sur une colonne marquée ;
- 4- barrer toute ligne non marquée, et toute colonne marquée, on a alors une nouvelle matrice obtenue et de la manière suivante :
 - Les éléments non barrés, on cherche alors le plus petit ;
 - On ajoute ce plus petit élément à ceux barrés 2 fois ;
 - On laisse inchanger les éléments barrés une fois ;

Tableau 17 : Exemple d'application de la matrice des coûts A

Etape1

	a1	a2	a3	a4	a5
b1	17	15	9	5	12
b2	16	16	10	5	10
b3	12	15	14	11	5
b4	4	8	14	17	13
b5	13	9	8	12	17

	a1	a2	a3	a4	a5
b1	12	10	4	0	7
b2	11	11	5	0	5
b3	7	10	9	6	0
b4	0	4	10	13	9
b5	5	1	0	4	9

Etape 4

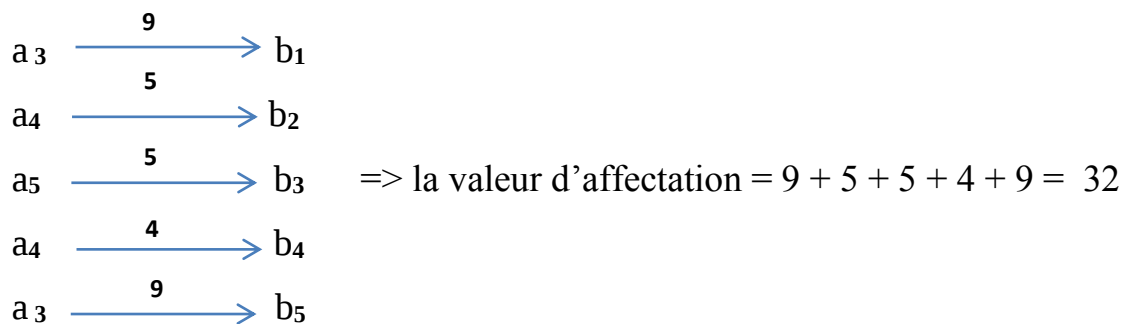
	a1	a2	a3	a4	a5
b1	12	9	4	0	7
b2	11	10	5	0	5
b3	7	9	9	6	0
b4	0	3	10	13	9
b5	5	0	0	4	9

	a1	a2	a3	a4	a5
b1	12	9	4	0	7
b2	11	10	5	0	5
b3	7	9	9	6	0
b4	0	3	10	13	9
b5	5	0	0	4	9

x
x

	a1	a2	a3	a4	a5
b1	8	5	0	0	3
b2	7	6	1	0	1
b3	7	9	9	10	0
b4	0	3	10	17	9
b5	5	0	0	8	9

Conclusion : Nous avons encadré 5 zéros = ordre A



La méthode Hongroise permet de résoudre des problèmes d'affectation, qui consistent à trouver la meilleure façon de relier un ensemble donné de tâches à un ensemble de ressources.

CADRE PRATIQUE

Chapitre IV : La gestion de stock à EATIT COTITEX

Chapitre IV : Le cadre pratique de la gestion de stock au COTITEX

Au lendemain de l'indépendance politique du pays, le peuple algérien s'est trouvé à une multitude de problèmes dont les plus importants sont :

- L'aggravation du chômage et au départ massif des colons ;
- La non disponibilité de l'ensemble des produits de première nécessité en quantité suffisantes ;
- La désorganisation de l'appareil administratif et l'inexistence d'une industrie susceptible de résorber au moins une partie le chômage et d'offrir à la population les produits demandés en quantité suffisantes.

Tous ces problèmes, pour ne citer que ceux-là, rendaient nécessaires l'organisation de l'ensemble de la machine administrative et de l'économie algérienne. Il est évident que cette économie très faible devait être alimentée par une industrie à créer et une agriculture à encourager.

C'est ainsi que naquirent les premières usines de production, dans un ordre dispersé, à l'origine de la création des sociétés nationales et organismes étatiques et ce, dans l'industrie et dans l'agriculture.

Les pouvoirs publics ont décidé d'opter pour l'industrialisation comme stratégie de développement qui avait pour objectif l'essor rapide et significatif sur les plans économique et social, de ce fait, la réalisation et l'application de cette politique n'est possible qu'avec l'existence d'un tissu industriel puissant et intégré ; pour ce faire l'Etat a consacré une part importante aux dépenses de l'investissement dans le secteur industriel. Cette industrie a connu une évolution rapide et significative entre 1967 et 1977.

En 1967/1969, les dépenses sont de l'ordre de 4,7 millions de Dinars ont atteint en 1977 47,86 million de dinars. (Dépenses d'investissement dans le secteur industriel). Ceci est le résultat de l'implantation de différentes usines et sociétés industrielles. Le domaine du textile a pris part dans les dépenses d'investissement dans le secteur industriel, il avoisine 3% du total des dépenses dans le secteur industriel.

C'est dans ce cadre que furent implantées de 1963 à 1967, les premières unités de production (dans le domaine textile) à Batna, Constantine, Oued Tlilat, Draa ben khedda et qui ont valu 396 million de dinars. Ces unités, une fois réalisées furent cédées à la SONITEX (société nationale des industries textiles) dont la création intervient le 22 juillet 1966, par l'ordonnance N°66-218 du 22 juillet 1966.

1. Présentation de l'entreprise EATIT (COTITEX) [11]

Sa mission principale est de doter le marché national en produits textiles. Autrement dit de la demande nationale en matière et produits textiles. Ses objectifs et finalités sont nombreux comme toute entreprise industrielle. Entre autre, nous retiendrons les quelques principaux que nous énumérons ainsi :

- La réalisation des programmes annuels tracés dans leurs intégralités ;
- L'exploitation optimale des moyens matériels et humains dont elle dispose ;
- L'élargissement de la gamme de production en vue de répondre aux exigences du consommateur ;
- L'élargissement de sa part de marché face à la concurrence agressive subie des entreprises privées ou étrangère ;
- Une réponse favorable aux normes internationales en matière des produits textiles pour faire face à la mondialisation.

A la promulgation de la loi sur l'autonomie des entreprises en 1989, la COTITEX faisant partie du groupe TEXMACO, qui est chargé de la gestion de l'ensemble des entreprises de fabrications des tissus. La COTITEX est dotée de deux ateliers de filature, de deux ateliers de tissage, d'un atelier de finissage, d'une chaufferie et d'un atelier de mécanique générale.

En 2001 le groupe TEXMACO avait décidé de filialiser la COTITEX en deux filiales, ce qui a donné la création de la COTONNIERE de Tizi-Ouzou et de l'entreprise mère la COTITEX.

La COTITEX est composée d'une filature, d'un tissage, et du reste des ateliers de soutien à savoir la chaufferie et l'ATMG, la cotonnière de Tizi-Ouzou est composée d'une filature, d'un tissage et du finissage.

1.1. Situation géographique

Le complexe est implanté au nord -est de la ville de Draa-Ben-Khedda à environ 11kms de l'ouest de la ville de Tizi-Ouzou, il est limité à l'Ouest par le laboratoire régional vétérinaire et le parc communal, au sud par la SNS et l'OAIC, à l'est par le domaine RAHLI et au nord par L'oued SEBAOU, il est doté de deux accès principaux à la partie sud :

- Chemin ferroviaire pour les marchandises (actuellement non utilisé) ;
- Chemin routier pour marchandise et le personnel.

1.2. Evolution historique

La société nationale des industries textiles SONITEX fut créée en 1966, pour gérer les cinq (5) nouvelles usines sus citées, construite par le gouvernement.

En 1972, elle fusionne avec la société nationale des articles de confection, créée en 1963 et c dans le but de développer de petits ateliers de confection afin d'alléger les problèmes sociaux dans le domaine de l'habillement et du textile de façon générale.

La nouvelle société qui conservera le nom de SONITEX, fut autorisée à la fin de 1973 à importer et commercialiser directement sans passer par la SICOTEC (société sous tutelle du ministère du commerce, chargée du monopole de l'importation et de commercialisation des cuirs et textiles).

La SONITEX a subi une restructuration organique et financière en 1982. Cette restructuration a donné lieu à la création des entreprises nationales des petites tailles en se basant sur le principe de spécialisation des activités sur le plan vertical sur le plan horizontal. Dans cette restructuration la SONITEX pour l'objectif de la décentralisation s'est scindée en six (6) entreprises nationales présentées dans le tableau suivant :

Tableau 18 : Entreprises issues de la restructuration de SONITEX

L'entreprise	Son activité
• COTITEX de Tizi-Ouzou	• Produit à base de coton
• ECOTEX de Bejaia	• Confection
• ENDITEX de Sidi Moussa	• Distribution
• SOITEX de Tlemcen	• Produit soyeux
• ELATEX de Tébessa	• Produits à base de laine
• INDITEX de Msila	• Production de parasols et de tentes

1.3. Entreprises issues de la restructuration de SONITEX

L'unité de Draa ben khedda est un complexe intégré, c'est-à-dire qu'à partir de la matière première on obtient un produit fini prêt à être confectionné ou utilisé par une industrie. Cette usine a été installée dans le cadre d'un protocole d'accord conclu en 1963 entre l'Algérie et l'Egypte.

Sa superficie est de deux cent quatre-vingt hectares (280 hect), les travaux de l'unité initiale ont été achevés en 1966.c'est ainsi que le premier département (filature) a été mis en production en décembre 1966. Le second département (tissage) a démarré en juillet 1967,

Chapitre IV : Le cadre pratique de la gestion de stock au COTITEX

et le troisième département dans le processus technologique (finissage) a été mis en production en 1967. L'usine a connu une extension durant la période 1974-1981, cette extension a été décidée lors du conseil des ministres tenu à Tizi-Ouzou en 1968 et ce, dans le cadre du programme spécial de la wilaya. L'extension concerne, surtout les travaux d'agrandissement interne des départements filature(02) tissage(02), Ses caractéristiques seront présentées dans le tableau suivant :

Tableau 19 : Situation du Complexe DBK avant et après l'extension

Désignation	Ancienne usine		Extension		Total	
Superficie totale	-		-			
Superficie couverte					14,5	
Ouverture de chantier	1963		1974			
Mise en production						
a- Filature	Décembre	1966	Juin	1979		
b- Tissage	Juillet	1967	Juin	1979		
c- Finissage	Décembre	1967	Décembre 1981			
Equipement installée						
a- filature	38 400	Broches	37 152	broches	75 552	broches
b- tissage	864	métier	816	métiers	1680	métier
Capacité de						
production	3260	tonnes	2070	tonnes	5330	tonnes
a- filature	1 40300 00	ML	16560000	ML	30590000	ML
b- tissage	3 20000 00	ML	3000000	ML	35000000	MI
c- finissage						
Investissement	170000000 DA		482000000		652000000 DA	

1.4. Situation du complexe DBK avant et après l'extension

Il faut rappeler que l'unité textile de DBK fût rattachée à la SONITEX en 1966.

Après la construction de la SONITEX en 1982, l'unité de DBK fait partie de la COTITEX de Tizi-Ouzou qui contient onze (11) unités de production.

Tableau 20 : Unité composante de la COTITEX TIZI-OUZOU en tant qu'entreprise nationale en 1982

L'unité	Son activité
1- L'unité textile D'OUED TLELAT	- Filature et tissage
2- Complexe de files teintés BARIKA	- Filature, teinture et mercerisage
3- Complexe textile de CONSTANTINE	- Filature, tissage
4- L'unité textile de LAGHOUAT	- Tissu écru, tissu fils teintés
5- L'unité textile d'EL HARRACH	- Tissage, finissage
6- Complexe textile VELOURS d'AKBOU	- Filature, tissage, finissage
7- Complexe textile de SEBDOU	- Filature, tissage, finissage
8- Complexe textile de BATNA	- Filature, tissage, finissage
9- L'unité de textile d'EL KARMA	- Filature, tissage, finissage
10- Complexe textile de DRAA BEN KHEDDA	- Filature, tissage, finissage
11- L'unité finissage de KHERRATA	- Finissage

La période de l'autonomie des entreprises publiques : par la loi 88-01 portant sur l'autonomie des EPE prévoit le remplacement de la GSE et GST par la conversation collective, qui est un outil de travail de la fonction de gestion des ressources humaines (GRH°. La convention représente l'accord entre le travailleur et l'employeur concernant toutes les relations de travail. Avec l'autonomie, l'EPE retrouve une certaine liberté dans l'orientation et la fixation des modalités de rémunération au moyen de la convention collective.

A partir de 1997, et après le détachement de l'unité d'el Harrach du complexe COTITEX DBK, L'EPE COTITEX DBK a connu une compression d'effectifs résultant de l'application du plan d'ajustement structurel (PAS), avec les départ volontaires , retraite anticipées et le licenciements, le tableau suivant nous montre l'ampleur de cette compression.

Tableau 21 : Compression d'effectifs par rapport à 1996 par catégorie socioprofessionnelle

Année	Cadres	Maitrise	Exécution	Totaux
1996	120	801	2775	3656
1997	73	280	1989	2342

1.5. Organisation actuelle de COTITEX (EATIT)

Après un délestage opéré par le départ en retraite et le départ volontaire de la majorité du collectif, en décembre 2004 les pouvoirs publics ont décidé la fermeture de l'entreprise COTITEX, et le reste de son collectif déployé vers la cotonnière de Tizi-Ouzou.

Cette situation a engendré une crise aigue, des conséquences directes qui se traduisent par la baisse de production et la productivité.

En matière d'investissement EPE/EATIT a engagé un plan 2001/2015 et un autre plan 2016/2019 pour les sept complexes, notre complexe a bénéficié, durant le premier plan d'investissement des équipements d'une filature complète d'une capacité de trois milles tonnes de filés annuellement, d'une encolleuse, d'un rentrage automatique et des noueuses pour la réparation du tissage.

Le tissage sera renforcé par l'acquisition d'un lot de métiers à tisser double laize. S'agissant du plan quinquennal, le complexe sera doté d'un finissage. L'ouverture du centre de formation du complexe pour les métiers textiles aboutira certainement à la réalisation des objectifs escomptés.

Dans le cadre de programmes de formation pour la maintenance et la production sont élaborés et validés en collaboration avec la formation professionnelle.

1.6. Description de l'organigramme général

A noter que l'organisation au sein de l'entreprise EATIT (COTITEX) de DBK, est une organisation hiérarchique et fonctionnelle en même temps son organigramme se présente comme suit :

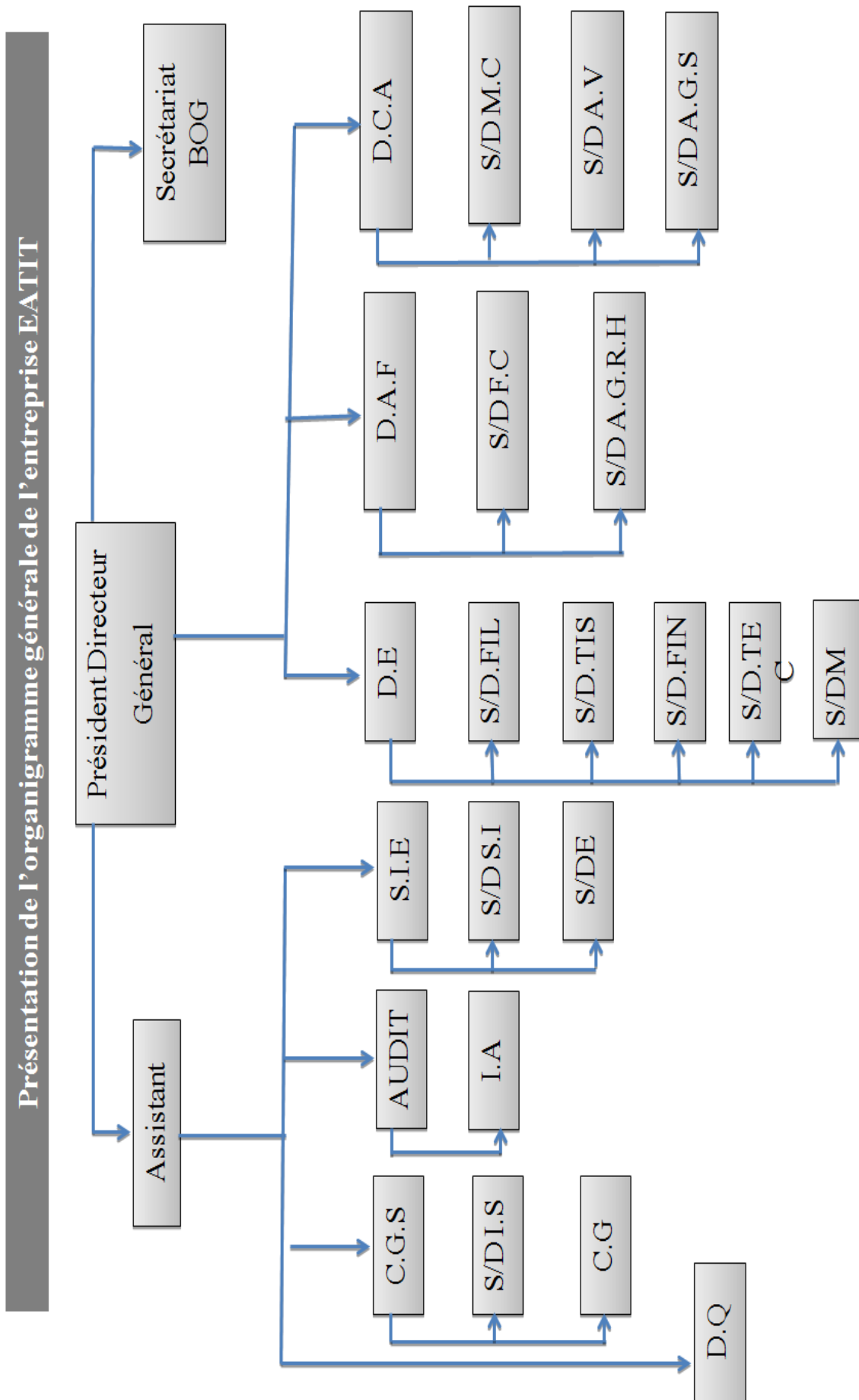


Figure 23 : Organigramme de l'entreprise

Tableau 22 : Notion de base de l'organigramme

S.I.E	Sécurité Industrielle et Environnement
S/D S.I	Sous-Direction Sécurité Industrielle
S/D E	Sous-Direction Environnement
I.A	Inspection Audit
C.G.S	Contrôle de Gestion et Système
S/D I.S	Sous-Direction Informatique et Système
C.G	Contrôle de Gestion
D.Q	Démarche Qualité
D.E	Direction Exploitation
S/D .FIL	Sous-Direction Filatures
S/D.TIS	Sous-Direction Tissage
S/D.FIN	Sous-Direction Finissage
S/D.TEC	Sous-Direction Technique
S/D M	Sous-Direction Maintenance
D.A.F	Direction Administrative et Finance
S/D F.C	Sous-Direction Finance et Comptabilité
S/D	Sous-Direction Administration Générale et Ressource
D.C.A	Direction Commerciale et Approvisionnement
S/D M.T.C	Sous-Direction Marketing et Technique-Commerciale
S/D A.V	Sous-Direction Administration des Ventes
A/D A.G.S	Sous-Direction Approvisionnement et Gestion des Stocks

2. Présentation des différents processus technologiques

2.1. Le processus technologique de textile

- Il se compose de trois (3) parties :

2.1.1. Processus technologique de Filature

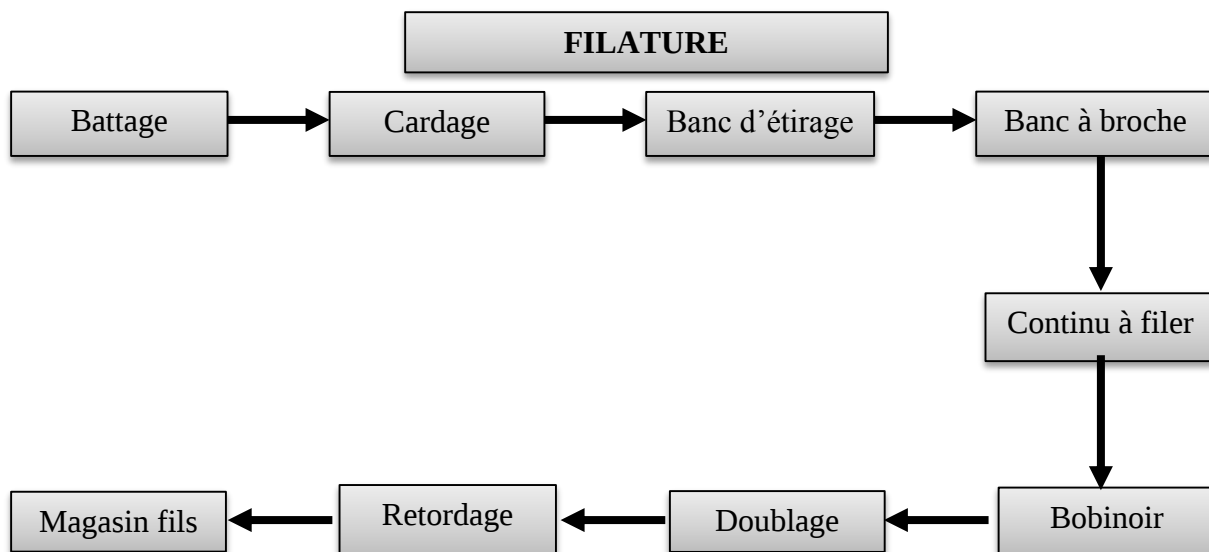


Figure 24 : Processus technologique de la FILATURE.

Chapitre IV : Le cadre pratique de la gestion de stock au COTITEX

Les matières premières utilisées à la filature c'est le coton, la fibranne et le polyester et le rôle de la filature est de la transformation des matières premières en fils ou fil », pour ce faire plusieurs opération sont nécessaires :

L'ouvraison et le battage : le mélange progressive de la matière, son ouvraison, ainsi que nettoyage et enfin obtention de nappes régulière.

Le cardage : a pour but de nettoyer le coton des impuretés et d'éliminer partiellement les fibres courtes et de paralléliser les fibres les regrouper pour constituer un ruban, après formation d'un voile de coton.

Le peignage : son rôle consiste à éliminer les fibres pour avoir un meilleur produit.

L'étirage : consiste à augmenter la régularité du ruban cadré.

Le banc broches (BaB) : il transforme le ruban en mèche d'un plus petit diamètre, il s'effectue en trois opérations :

- L'étirage ;
- La torsion ;
- Le renvidage.

Le continu à filer (CaF) : il continue à filer transforme la mèche en fil, cette opération s'appelle le filage.

La mèche est étirée, son diamètre diminue, elle reçoit une torsion plus au moins forte suivant l'usage auquel est destiné le fil.

Le doublage : il consiste à donner une torsion aux fils assemblés.

Le retordage : il sert à donner une torsion aux fils assemblés.

Le bobinage : c'est l'opération qui permet d'enrouler le fil provenant de la filature sur des bobines coniques.

2.1.2. Processus technologique du Tissage :

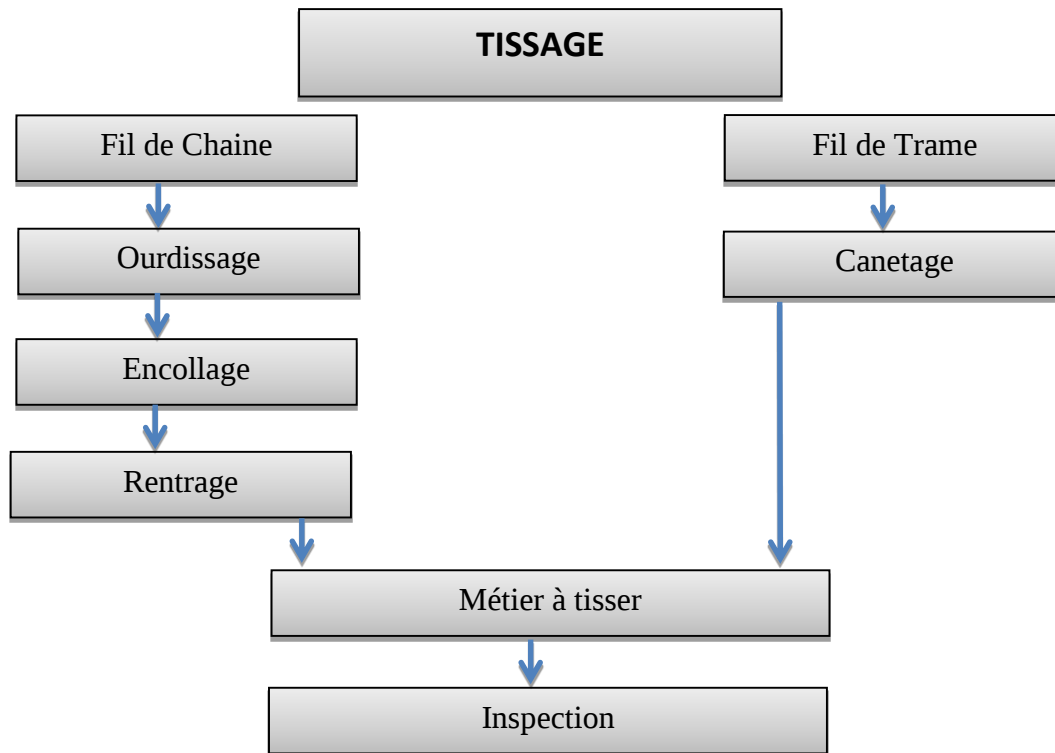


Figure 25 : Processus technologique du tissage

Le principe de tissage consiste à l'assemblage de système de fils, la chaîne et la trame, la chaîne est le fils longitudinal et la trame, le fil transversal, leurs assemblages c'est le tissage.

Préparation du fil de chaîne :

- **L'ourdissage** : est une opération qui consiste à enrouler les fils de chaîne sous une même tension ;
- **L'encollage** : a pour but d'imprégner les fils de chaîne d'une substance agglutinante au colle afin de rendre les fils plus résistants et tisse pour pouvoir supporter le frottement au cours du tissage ;
- **Le rentrage** : est une opération qui consiste à faire passer les fils de chaîne à travers les maillons de lisse constituent les accessoires du métier tissu.

Préparation du fil de trame :

- **Le canetage** : une opération qui consiste à enrouler du fil de trame sur canettes ;
- **Le tissage** : le tissage est l'opération de fabrication du tissu, il consiste à l'entrelacement des fils de chaîne et de trame suivant l'armure ;
- **L'inspection** : consiste à contrôler et classement du tissu, elle permet d'identifier et de localiser l'origine des défauts.

2.1.3. Processus technologique du finissage

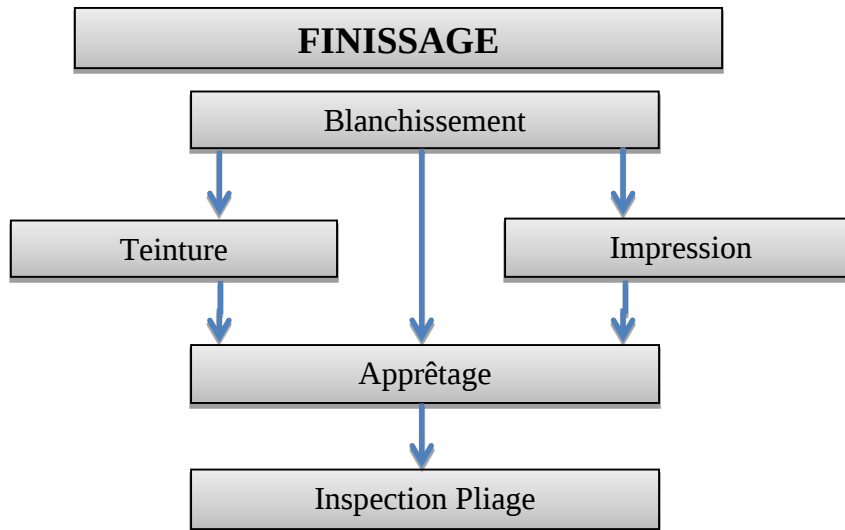


Figure 26 : Processus technologique du Finissage

Le finissage regroupe toutes les nécessaires pour transformer le tissu écreu en un tissu prêt à être confectionner en fonction de son utilisation, il inclut aussi son conditionnement.

2.1.4. L'opération de blanchiment

- **Le flambage** : a pour but de bruler le duvet formé à la surface des tissus au cours des opérations de tissage ;
- **Le désencollage** : consiste à transformer par fermentation les matières variées insolubles dans l'eau (graisse, colle, fécules, etc...) ;
- **Le débouillissage** : a pour but d'éliminer en partie les matières grasses alumineuses, que renfermer la fibre textile ;
- **Le blanchiment** : consiste à enlever les matières colorantes que referment les fibres, en outre il débarrasse des matières variées se trouvant dans la fibre à l'état naturel ;
- **Le mercerisage** : donner un brillant rappelant celui de la soie en même temps la fibre acquiert une plus grande aptitude à la teinture et une plus grande solidité ;
- **L'impression** : consiste à appliquer sur les tissus blanc ou de couleur (fond) des teintes différentes, suivant certains contours ;
- **La teinture** : elle donne aux textiles (fibres-fils ou tissu) une coloration ou nuance ;
- **La fixation** : traitement de tissu soit à la vapeur ou à la chaleur sèche ;
- **Le lavage** : un passage du tissu dans plusieurs bacs d'eau chaude et froide additionné de produit chimique ;

- **L'apprêtage** : donner au tissu du poids, de l'aspect, et le rendre bien étiré, le rendre plus chaud et imperméable ;
- **Le contrôle** : contrôler la qualité des tissus, son choix (1^{er} choix, 2^{ème} choix, chutes, etc.) ;
- **Le pliage** : le tissu plié soit en large, soit en deux, ensuite sur des tambours ou des tubes ou encore des cartons.

3. Présentation de la section gestion de stocks

3.1. Structure de la section gestion de stock

Le département de gestion des stocks gère l'ensemble des services suivants :

- **Service pièces de rechange** : Sa fonction est de recevoir en magasin et gérer toute la pièce qui compose la section équipement de production et la section des équipements parc auto et divers ;
- **Service matière première et produit chimique** : c'est le plus important dans le département de gestion des stocks, il a pour mission de gérer les matières premières (coton) et les produits qui rentrent dans la composition du produit à fabriquer ;
- **Service tissus finis** : les tissus proviennent des ateliers après avoir subi la dernière opération du cycle de production. Le service est chargé de mettre les tissus à la disposition des clients sur décision du service commercial.

3.2. L'organigramme du champ d'étude

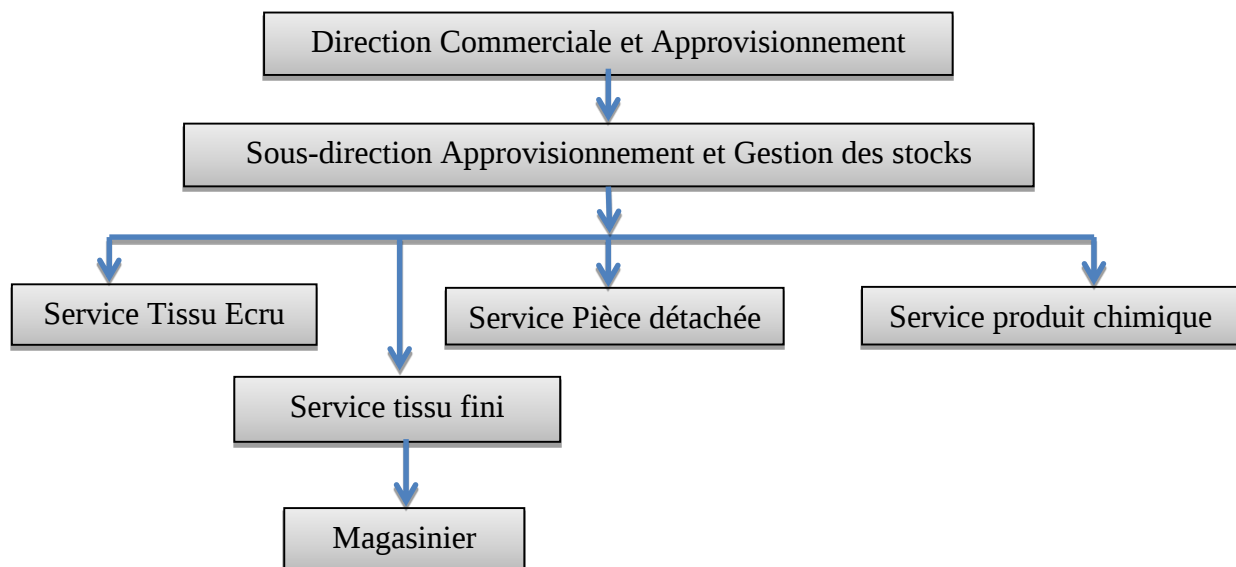


Figure 27 : Diverses directions d'approvisionnement

3.3. Mission de la section gestion de stock

À partir de l'existant, on peut déterminer plusieurs procédures auxquelles il faut donner des noms, chaque procédure décrit l'enchaînement d'opérations liées à une même activité et mettant en jeu, poste de travail, document et délais

- Procédure de livraison ;
- Procédure de réintégration ;
- Procédure de réception ;
- Procédure d'inventaire en fin d'année ;
- Procédure prestation de services ;
- Procédure de mouvements des stocks

Analyser des fichiers et registres utilisés par le poste de service concerné, elle permet de prendre connaissance de l'utilité de chaque fichier à partir des informations qu'il véhicule, on a la liste des fichiers :

- Fiche de stock ;
- Registre d'entrée de production ;
- Registre de sortie 1^{er} choix ;
- Registre de sortie 2^{eme} choix ;
- Registre de sortie chute/chiffon ;
- Registre de réception ;
- Registre de bon de réintégration ;
- Registre de bon de livraison prestation de service.

3.4. Relation de la section gestion de stock avec les autres structures

Le graphe des flux permet de mettre en évidence les flux d'informations entre les différents acteurs dans l'entreprise ainsi que leur environnement.

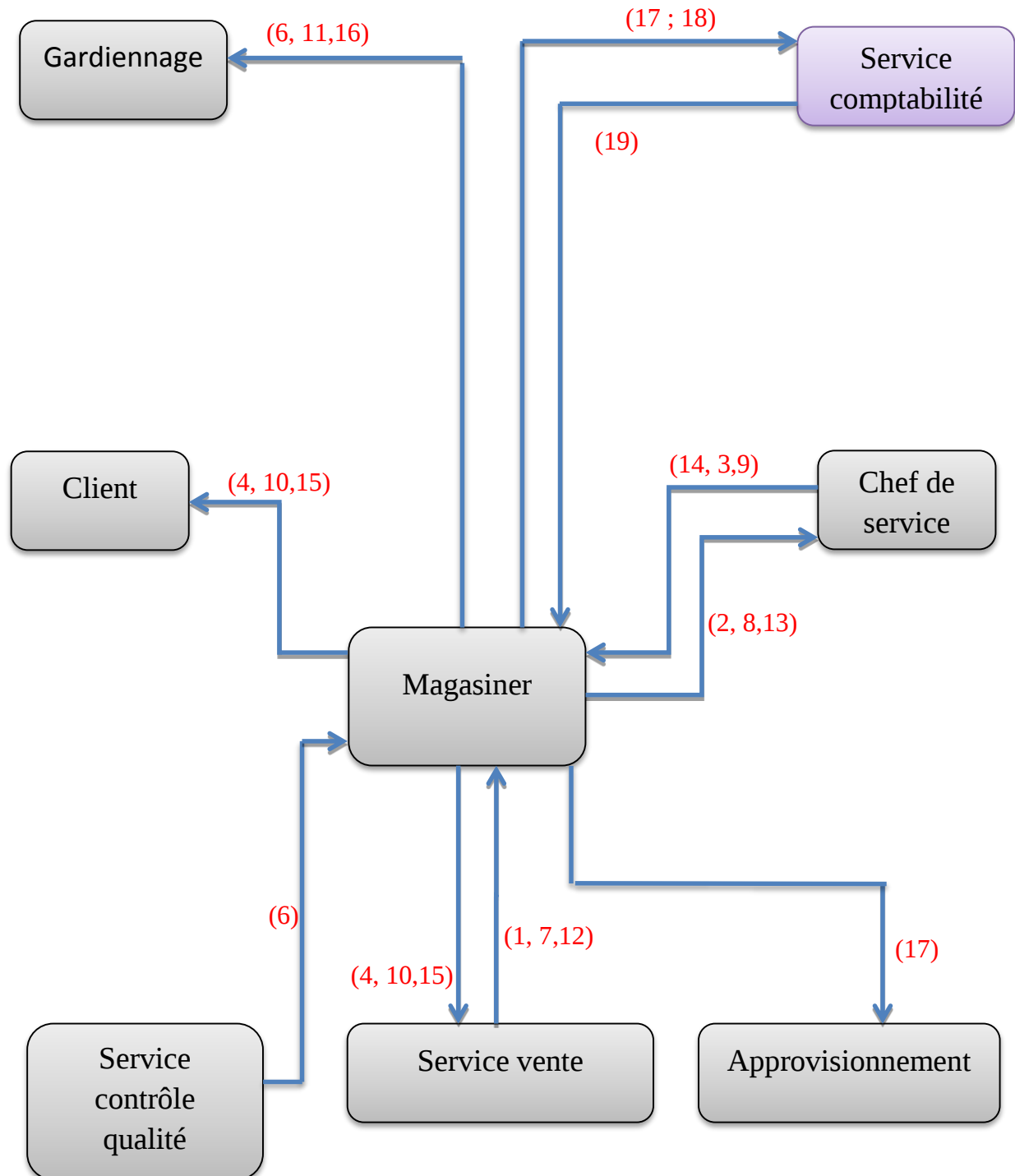


Figure 28 : Diagramme des flux entre les services

Tableau 23 : Liste des flux

N°	Description des flux
01	Bon de livraison externe à remplir
02	Bon de livraison externe à signer
03	Bon de livraison externe signé
04	Bon de livraison externe rempli et signé
05	Bon de livraison externe et signé
06	Bon de livraison interne rempli et signé
07	Bon de réintégration à remplir
08	Bon de réintégration à signer
09	Bon de réintégration signé
10	Bon de réintégration rempli et signé
11	Bon de réintégration rempli et signé
12	Bon de livraison prestation service à remplir
13	Bon de livraison prestation service à signer
14	Bon de livraison prestation service signé
15	Bon de livraison prestation service rempli et signé
16	Bon de livraison prestation service rempli et signé
17	Bon de réception rempli et signé
18	Etat des stocks par article mensuel Etat des stocks par année Etat des stocks par article d'inventaire Inventaire fin d'année
19	Etat de stocks par article mensuel signé Etat de stocks par année signé Etat de stocks par article d'inventaire signé Inventaire fin d'année signé

3.5. Exemple d'application des modèles de gestion

3.5.1. Application du model de WILSON sans pénurie

L'entreprise EATIT procède à son réapprovisionnement chaque mois, pour l'achat de matières premières (coton) utilisées à la filature.

Elle a besoin pour sa consommation annuelle de coton $D=7$ tonnes, et donc 7 000kg, et Le prix unitaire est $P= 235$ DA/1kg.

L'entreprise a deux possibilités de remises qui sont notées comme suit :

Pour toute commande entre 0 et 5 tonnes : la remise est de 5% $\Rightarrow P_1 = 235 * 0.95 = 223,25$

Pour toute commande entre 5 et 10 tonnes : la remise est de 8% $\Rightarrow P_1 = 235 * 0.92 = 216,2$

Le taux de possession est de $t= 15\%$ et le coût de passation d'une commande est de 40 000DA.

A l'aide du tableau suivant, on calculera :

Tableau 24 : Quantités optimales

Paliers	Quantité 1	Quantité optimale	Quantité 2
p1	0 tonne	$Q_E = \sqrt{\frac{2CD}{Pt}} = \sqrt{\frac{2 * 40000 * 7000}{0.15 * 223,25}}$ $Q_E = 4089,79 \sim 4090 \text{ kg}$	5 tonnes
	5 tonnes		=
p2	5000kg	$Q_E = \sqrt{\frac{2CD}{Pt}} = \sqrt{\frac{2 * 40000 * 7000}{0.15 * 216,2}}$ $Q_E = 4155,47 \sim 4155 \text{ kg}$	10 tonnes
	=		=
			10000kg

Tableau 25 : Coûts annuels

palier	Q_E	Coût annuel des marchandises	d'achat des	Coût annuel de possession de stock	Coût annuel de passation	Dépense d'approvisionnement	totales
p1	4090	913092		68481.93DA	68459	1068032	
p2	4155	898311		67373,32DA	67388	1033072	

- Coût d'achat annuel des marchandises :

Palier 1 : $P_1 * D = 223,25 * 4090 = 913092$ palier2 : $P_2 * D = 216,2 * 4155 = 898311$

- **Coût annuel de possession de stock :**

Palier1 : $C_{S1} = \frac{Q}{2} p t = \frac{4090}{2} * 223,25 * 0.15 = 68482$

Palier2 : $C_{S2} = \frac{Q}{2} p t = \frac{4155}{2} * 216,2 * 0.15 = 67373$

- **Coût annuel de passation :**

Palier1 : $C_{L1} (Q) = \frac{CD}{Q} = \frac{7000}{4090} * 40000 = 68459$

Palier2 : $C_{L2} (Q) = \frac{CD}{Q} = \frac{7000}{4155} * 40000 = 67388$

- **Dépense totales d'approvisionnement : DTA=cout d'achat + C_S + C_L**

Palier1 = $913092 + 68481.93 + 68459 = 1068032$

Palier2 = $898311 + 67373 + 67388 = 1033072$

3.5.2. Exemple d'application de la méthode d'ordonnancement MPM

Par la méthode d'ordonnancement on peut schématiser comme suit :

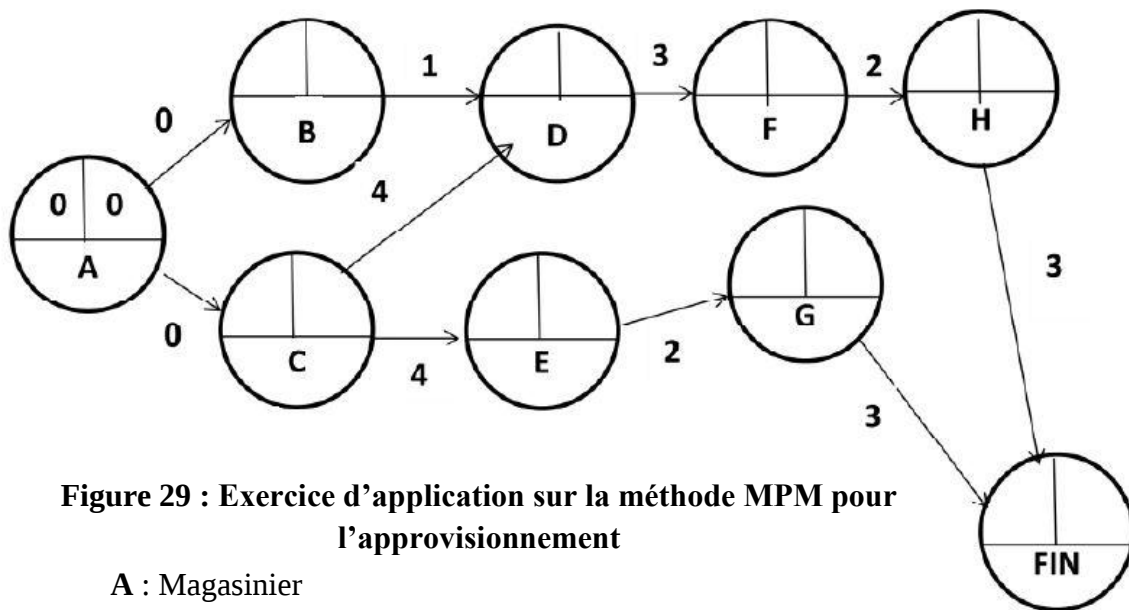


Figure 29 : Exercice d'application sur la méthode MPM pour l'approvisionnement

- A : Magasinier
- B : chef de service magasin
- C : chef d'équipements
- D : chef de département de gestion de stocks
- E : chef de service technique
- F : chef de département approvisionnement
- G : chef de service d'achat
- H : Service FREET en manutention

Chapitre IV : Le cadre pratique de la gestion de stock au COTITEX

La durée de chaque tâche est mesurée par des jours

On calculera la durée de la procédure : on aura :

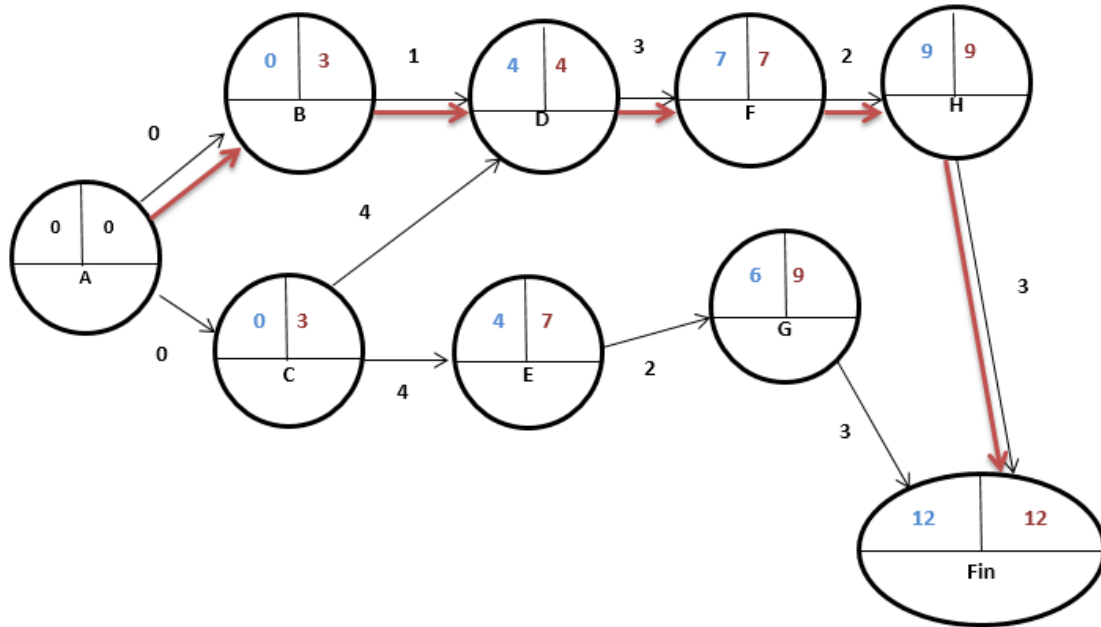


Figure 30 : Solution de l'exercice (date plutôt, plus tard et chemin critique)

Date au plus tôt de la tâche I est marqué en bleu

Date de début au plus tard de la tâche I est marqué en rouge.

La durée de la procédure c'est 12 jours.

Le chemin en rouge : c'est le chemin critique.

3.5.3. Calcul du coût minimal de problème de transport par le logiciel EXCEL

On considère le plan basique du transport de la demande et de l'offre suivant

Tableau 26 : plan basique de transport en matière des coûts unitaires

coûts	P1	P2	P3	P4	Offre
A	1	4	2	3	25
B	5	1	3	4	23
C	2	5	1	2	37
Demande	17	25	30	13	

- calculer les sommes des colonnes et des lignes d tableau (27) qui est au début vide ;
- Avec la fonction f(x) on mentionne les deux matrice des couts et de quantité ;
- utiliser l'option solveur à minimiser, puis considérer les éléments de la matrice sont des entiers ; donner les équation suivantes :
 - ✓ les variables de l'offre de tableaux $27 \leq$ à celles de tableaux 26
 - ✓ les variables de demande de tableau $27 \geq$ à celles de tableau 27
 - ✓ option solveur à un programme linéaire, trouvant les résultats suivants :

Tableau 27 : plan basique de transport en matière des quantités

quantités	P 1	P2	P3	P4	OFFRE
A	17	2	0	6	25
B	0	23	0	0	23
C	0	0	30	7	37
Demande	17	25	30	13	

on va créer une case pour le calcul et soit en vert : le résultat de coût minimal c'est

110

CONCLUSION

GENERALE

Conclusion Générale

Toute entreprise produisant ou commercialisant des biens, a besoin de disposer d'un stock, afin d'assurer la fonction indispensable d'harmonisation de l'offre et de la demande.

Les rythmes d'entrer des produits entrant et sortant obéissent chaque un à des lois propres, qui résultent des contraintes d'approvisionnement.

Il faut souligner dès à présent qu'en fait, la gestion des stocks d'une entreprise nationale dépend étroitement des caractéristiques particulières, des règles générales. Une entreprise spécialisée dans le tissage, qui a, en effet, traversé des périodes difficiles et qui était vouée à fermer ses portes, même si tout ne va pas comme on le voudrait, l'entreprise continue de produire.

Des moments de crise les plus importants, depuis notamment la décision de filialisation. Une période qui a été derrière le déclin de l'usine au début des années 2000. L'entreprise mère, la Cotitex, a de ce fait perdu une grande partie de ses structures et a terminé son déploiement en 2005, devenant la cotonnerie de la région. De cette fragmentation, sont nées de nombreuses difficultés :

A commencer par l'effectif qui s'est vu diminuer d'année en année, sans jamais être remplacé. L'usine emploie 620 travailleurs, en plus des quelques 200 jeunes recrutés dans le cadre du filet social «Les salaires demeurent insuffisants», citant l'exemple d'ingénieurs d'application et d'ingénieurs d'Etat qui touchent à peine 17000 dinars. Ceci sans compter le simple ouvrier qui, lui, ne dépasse pas les 13 000 dinars. On ne pourra jamais relancer une économie, ni aucun autre secteur, avec des salaires aussi misérables.

Problème de manque de pièces de rechange, suite à quoi du matériel est à l'arrêt et reste inexploité depuis des années dans les magasins.

L'absence d'investissement dans les ressources humaines, dans le but d'améliorer la situation socioprofessionnelle des travailleurs, tous les efforts engagés par les pouvoirs publics seront voués à l'échec.

Le logiciel CMPU (coût moyen unitaire pondéré) ne procède pas à une gestion scientifique de ses stocks. Cette dernière gère traditionnellement son stock sur la base des entrées et des sorties, sans normes scientifiques concernant le délai de réapprovisionnement, la quantité à réapprovisionner, le temps de passation de commande, etc. Ce qui rend son système de gestion très fragile et exposé aux risques de pénuries surtout avec

Conclusion Générale

l'environnement instable de l'entreprise où la satisfaction de la demande du client final prime sur les coûts engendrés.

On a remarqué que L'entreprise EATIT peut être prise comme exemple, car nous parvenons à assurer les salaires des travailleurs, de disposition de la matière première et pourvoyant le marché par les produits qui se vendent d'ailleurs très bien et c'est déjà une renaissance, et on peut conclure qu'il est toujours possible de relancer des unités en déclin, à condition de prendre des décisions fermes et immédiates, à l'image de celles d'éponger les dettes.

Les stocks doivent être améliorés pour se confronter aux normes en vigueur, par l'aménagement des espaces propres, compartimentés, répondant à toutes les normes d'hygiène, de qualité et de sécurité.

Le choix des modèles de gestion scientifique de stock qu'on a cité dans notre travail a pour objectif de minimisation de coût de stockage et maximisation de niveau de service, peut être une autre perspective intéressante. Cette idée, qui nous paraît intéressante, a un avantage qu'elle permettrait aux industriels d'avoir un ensemble de compromis entre le coût de stockage et le niveau de service et donc une flexibilité de décision.

L'objectif pratique de notre étude étant également de fournir des techniques pour le paramétrage de la gestion de stock à plusieurs niveaux d'aléas.

Nous avons proposé des modèles et démontré leurs propriétés théoriques intéressantes ainsi que des approches d'optimisation nouvelles pour ce type de problème.

Annexe

- [1] Gélinas, R, La gestion des ressources matérielles : approvisionnements et stocks. Montréal, ChenelièreIMcGraw-Hill, 1996.
- [2] Source: Tersine (1994) Tersine, R.J. InventoI)' and Materials Management (fourth edition), New Jersey, Prentice
- [3] Recherches, Information, Etudes & Conseils
<http://www.logistiqueconseil.org/Articles/Logistique/Methode-pareto-20-80-abc.htm>
- [4] Said Chermak <http://e-ace.fr>, Professeur de math à Jussieu Paris VII
- [5] Cours de Gestion de Stock de Docteur OUKACHA.B au département mathématique à l'université de Tizi-Ouzou.
- [6] Théorie des graphes (recherche opérationnelle)M^{elle} Nadia Belharrat
Recherche opérationnelle de gestion par P Azoualy, P Dassonville , M0370/1.), par paul Colomb(edition eyrolles, 61, boulevard Saint-Germain-75005 Patis 1978)
- [7] Cours de deuxième année en université M.MAMMERI département d'informatique
- [8] Documents de cours d'optimisation (recherche operationnelle),
<http://www.optimaths.fr/>
Cédrick TOMBOLA Muke / Assistant au CCAM/UPC ,Février 2013
- [9] Recherche Opérationnelle, programmation linéaire, (les manuels de l'étudiant) par les Auteurs Ahmed AIDEN et Brahim OUKACHA, assistance pédagogique : M.c BELAID , Surface Philipe Mahey .
- [10] Mathématiques Recherche Opérationnelle, Alain Billionnet.Notes de cours 2010–2011
- [11] Document interne de l'entreprise EATIT

Conclusion Générale

Thèmes et mémoires :

Gestion de stocks et de pièces de rechanges par Paul COLOMB , EDIYION EYROLLES 1978.

Gestion scientifique des stocks , Boualem RABTA Université de Bejaia (Algérie) ,13/03/2007

Gestion scientifique des stocks en carburant. Etude du cas NAFTAL à l'université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou en 10/10/2012 (Faculté des Sciences Département de Mathématiques)

Gestion des réapprovisionnements en univers certains et incertains à l'université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou en 10/10/2012 (Faculté des Sciences Département de Mathématiques)

Gestion des stocks dans des chaines logistiques face aux aléas des délais d'approvisionnements (Chemical and Process Engineering. Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne, 2008. French. <NNT : 2008EMSE0037>. <tel-00784217>)

GESTION DE STOCK MULTI-PRODUIT, Master Recherche Génie Industriel Spécialité OSIL Promotion 2008/2009