

**République Algérienne Démocratique et Populaire**  
**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique**  
**Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou**



**Faculté du Génie Electrique et d'Informatique**  
**Département d'Électrotechnique**

**Support de Cours :**

## **Electrotechnique fondamentale 1**



**Support préparé par : Dr. Abdallah HEDIR**

## **Plan pédagogique du Cours**

### **Fiche technique du cours**

**Matière** : Electrotechnique Fondamentale I

**Filière** : Sciences et Technologies

**Spécialités** : Electrotechnique, Electronique, Automatique, Réseaux et télécommunications, Electromécanique, Génie Biomédical

**Niveau** : 2<sup>ème</sup> année Licence

**Volume Horaire** : 45 heures (Cours: 1h30, TD: 1h30)

**Crédits** : 4

**Coefficient** : 2

**Evaluation** : Contrôle continu : 40% ; Examen : 60%

### **Visées d'apprentissage**

- Connaître les principes de base de l'électrotechnique.
- Comprendre le principe de fonctionnement des transformateurs et des machines électriques.

### **Prérequis**

- Notions d'électricité fondamentale
- Notions de mathématiques

# Avant-propos

L'électrotechnique est l'une des nouvelles branches de l'ingénierie et remonte à la fin du 19<sup>ème</sup> siècle. C'est la branche de l'ingénierie qui s'occupe de la technologie de l'électricité. Les ingénieurs électriciens travaillent sur une large gamme de composants, d'appareils et de systèmes, allant de minuscules micro-puces aux énormes générateurs de centrales électriques.

Les premières expériences avec l'électricité comprenaient des batteries primitives et des charges statiques. Cependant, la conception, la construction et la fabrication de dispositifs et de systèmes utiles ont commencé avec la mise en œuvre de la loi d'induction de Michael Faraday, qui stipule essentiellement que la tension dans un circuit est proportionnelle à la variation du champ magnétique à travers le circuit. Cette loi s'applique aux principes de base du générateur électrique, du moteur électrique et du transformateur. L'avènement de l'ère moderne est marqué par l'introduction de l'électricité dans les maisons, les entreprises et l'industrie, qui ont toutes été rendues possibles par les ingénieurs électriciens.

Dans le passé, l'électrotechnique a souvent été associée aux courants, tensions et puissances forts. De nos jours, l'électrotechnique a connu un grand essor grâce aux mutations technologiques connues par l'électronique de puissance, les microprocesseurs...etc. Ces progrès ont conduit à l'introduction de l'électrotechnique dans beaucoup de domaines techniques, notamment dans les domaines de l'électronique et de l'automatique et, par conséquent, à accroître la demande sur les compétences associées au domaine. De ce fait, porter grand intérêt à l'enseignement de l'électrotechnique demeure vital.

Ce fascicule de cours mis à la disposition des étudiants de 2<sup>ème</sup> année Licence électromécanique mais qui peut être utilisé par les étudiants en sciences et technologies. *L'enseignement* combinera entre des concepts mathématiques et des applications électriques.

Conformément au programme, ce cours s'articule sur six chapitres :

Dans *le premier chapitre*, nous présenterons un rappel sur les nombres complexes. Nous familiariserons ainsi l'étudiant à utiliser ces outils mathématiques, notamment dans l'analyse des circuits électriques. Le *deuxième chapitre* servira de rappel sur les lois fondamentales de l'électricité, essentiellement, association de dipôles, calcul de puissances, notions d'impédances...etc. Dans *le troisième chapitre* : Circuits et puissances électriques, nous nous intéresserons aux circuits électriques monophasés et triphasés et aux puissances qui leurs sont associées. La partie circuits magnétiques abordée dans le *quatrième chapitre* se tâchera d'étudier l'ensemble des lois de l'électromagnétisme et initier l'étudiant aux calculs de circuits magnétiques. Dans le *cinquième chapitre* consacré aux transformateurs, nous mettrons en évidence nos connaissances préalables acquises dans la partie circuits magnétiques pour l'étude de cette machine statique (transformateur) largement utilisée. Dans le *sixième et dernier chapitre*, nous initierons l'étudiant aux machines électriques. Dans ce contexte, nous avons choisi l'étude magnétique et électrique de la machine à courant continu, des généralités sur la machine synchrone et asynchrone ont été également données. En plus des six chapitres sur lesquels le cours s'articule, les étudiants trouveront en annexes six séries de travaux dirigés.

# Table des matières

CHAPITRE I : Rappels mathématiques sur les nombres complexes.....	1
I.1 Introduction.....	2
I.2 Différentes formes d'un nombre complexe (NC).....	2
I.2.1 Forme cartésienne d'un NC .....	2
I.2.2 Forme trigonométrique ou polaire d'un NC.....	2
I.2.3 Forme exponentielle d'un NC.....	3
I.3 Représentation graphique d'un nombre complexe.....	3
I.4 Nombres complexes conjugués.....	4
I.5 Opérations arithmétiques sur les NC.....	5
I.6 Racine carrée d'un nombre complexe .....	5
I.7 Formules d'Euler et de Moivre .....	5
I.7.1 Formule d'Euler.....	5
I.7.2 Formule de Moivre.....	6
I.8 Application à l'électricité des nombres complexes.....	6
I.8.1 Nombre complexe représentatif efficace d'une grandeur sinusoïdale .....	6
I.8.2 Grandeur sinusoïdale.....	7
I.8.3 Notion d'impédance .....	8
CHAPITRE II : Rappels sur les lois fondamentales de l'électricité.....	10
II.1 Introduction.....	11
II.2 Régime continu.....	11
II.2.1 Définition.....	11
II.2.2 Dipôles électriques actifs et passifs .....	11
II.2.3 Association de dipôles passifs .....	12
II.3 Régime harmonique.....	13
II.3.1 Représentation des grandeurs sinusoïdales.....	14
II.3.2 Valeur moyenne, valeur efficace et valeur crête-à-crête .....	15

II.3.3 Représentation de Fresnel.....	15
II.3.4 Notation complexe des impédances.....	16
II.3.5 Association des capacités et inductances.....	17
II.3.6 Puissances en régime sinusoïdal (instantanée, active, réactive, apparente).....	21
II.3.7 Théorème de Boucherot.....	23
II.4 Régime transitoire.....	24
II.4.1 Circuit RL.....	24
II.4.2 Circuit RC.....	25
II.4.3 Circuit RLC.....	26
CHAPITRE III : Circuits et puissances électriques.....	29
III.1 Introduction.....	30
III.2 Circuit électrique monophasé.....	30
III.2.1 Représentation et grandeurs associées.....	30
III.2.2 Puissances électriques en monophasé.....	30
III.2.3 Amélioration du facteur de puissance.....	32
III.3 Circuit électrique triphasé.....	33
III.3.1 Définition.....	33
III.3.2 Représentation temporelle et vectorielle des tensions simples d'un système triphasé.....	33
III.3.3 Relation entre tensions simples et composés.....	34
III.4 Différents modes de couplage des récepteurs.....	35
III.4.1 Montage étoile.....	36
III.4.2 Montage triangle.....	37
III.5 Puissances dans les systèmes électriques équilibrés.....	38
III.6 Transformation de Fortescue- Composantes symétriques.....	38
CHAPITRE IV: Circuits magnétiques.....	41
IV.1 Introduction.....	42
IV.2 Lois fondamentales en électromagnétisme.....	42
IV.2.1 Loi de Biot et Savart.....	42
IV.2.2 Théorème d'Ampère.....	42
IV.2.3 Equation de Maxwell-Ampère.....	43
IV.2.4 Loi de Laplace.....	43
IV.2.5 Loi de Faraday.....	44
IV.2.6 Loi de Lenz.....	44
IV.2.7 Loi de Lorentz.....	44
IV.3 Circuit magnétique.....	45
IV.3.1 Définition d'un circuit magnétique.....	45
IV.3.2 Calcul d'un circuit magnétique.....	45

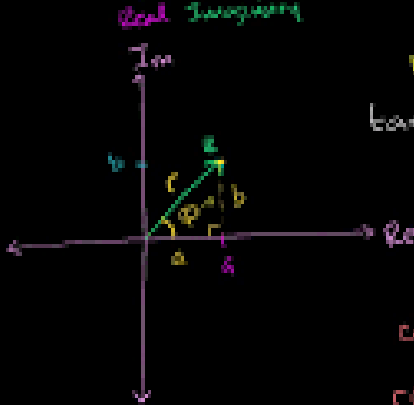
IV.3.2.1 Circuit magnétique sans entrefer .....	45
IV.3.2.2 Circuit magnétique avec entrefer .....	47
IV.4 Analogie magnétique-électrique .....	49
IV.5 Inductances propre et mutuelle .....	49
IV.5.1 Inductance propre .....	49
IV.5.2 Inductance mutuelle .....	50
Chapitre V: Transformateurs .....	53
V.1 Introduction .....	54
V.2 Description .....	54
V.3 Transformateur monophasé .....	54
V.3.1 Constitution d'un transformateur monophasé .....	54
V.3.2 Principe de fonctionnement et équations d'un transformateur monophasé .....	54
V.3.3 Transformateur monophasé idéal .....	55
V.3.4 Transformateur monophasé réel .....	56
V.3.5 Schémas équivalents d'un transformateur monophasé .....	57
V.3.6 Bilan énergétique et rendement d'un transformateur monophasé .....	59
V.4 Autotransformateur .....	59
V.4.1 Description .....	59
V.4.2 Différentes configurations de l'autotransformateur .....	60
V.5 Transformateur triphasé .....	61
V.5.1 Description .....	61
V.5.2 Différents couplages du transformateur triphasé .....	61
V.6 Transformateur d'isolement .....	64
V.7 Transformateur d'impulsion .....	65
VI.1 Introduction .....	69
VI.2 Machine à courant continu .....	69
VI.2.1 Définition .....	69
VI.2.2 Structure de la machine .....	69
VI.2.2.1 Le stator ou l'inducteur .....	70
VI.2.2.2 Rotor ou induit .....	70
VI.2.2.3 Système balais-collecteur .....	70
VI.2.3 Principe de fonctionnement .....	71
VI.2.3.1 Fonctionnement moteur .....	71
VI.2.3.2 Fonctionnement génératrice .....	72
VI.2.4 Force électromotrice, Couple électromagnétique, puissance électromagnétique et équation mécanique .....	73
VI.2.4.1 Force électromotrice .....	73
VI.2.4.2 Couple électromagnétique et puissance électromagnétique .....	73

VI.2.4.3 Equation mécanique .....	74
VI.2.5 Schémas équivalents de l'induit et de l'inducteur.....	74
VI.2.5.1 Schémas équivalents-En régime moteur .....	74
VI.2.5.2 Schémas équivalents-En régime génératrice.....	75
VI.2.6 Bilan de puissance et rendement .....	76
VI.2.6.1 Bilan de puissance-Pour le régime moteur.....	76
VI.2.6.2 Bilan de puissance –Pour le régime génératrice.....	77
VI.2.6.3 Calcul du rendement .....	79
VI.2.7 Modes d'excitation de la MCC .....	79
VI.2.7.1 Moteur à excitation série .....	79
VI.2.7.2 Moteur à excitation shunt.....	79
VI.2.7.3 Moteur à excitation compound.....	80
VI.2.7.4 Moteur à excitation séparée.....	80
VI.3 Machine asynchrone.....	81
VI.3.1 Définition .....	81
VI.3.2 Structure et principe de fonctionnement .....	81
VI.4 Machine synchrone .....	82
VI.4.1 Définition .....	82
VI.4.2 Principaux types de machines synchrones .....	82
VI.4.3 Structure et principe de fonctionnement .....	83
Annexes.....	86
Série de TD N°1: Rappels mathématiques sur les nombres complexes.....	87
Série de TD N°2: Rappels sur les lois fondamentales de l'électricité.....	89
Série de TD N°3: Circuits et puissances électriques.....	92
Série de TD N°4: Circuits magnétiques.....	94
Série de TD N°5: Transformateurs.....	97
Série de TD N°6: Machine à courant continu.....	99
Bibliographie.....	101
"	
"	

# CHAPITRE I : Rappels mathématiques sur les nombres complexes

Complex Numbers

$z = a + bi$   
Real Imaginary



$\text{Re}(z) = a$   
 $\text{Im}(z) = b$

$r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$   
 $\tan \varphi = \frac{b}{a}$   
 $\varphi = \arctan \frac{b}{a}$

given:  $r, \varphi$

$\cos \varphi = \frac{a}{r}$        $\sin \varphi = \frac{b}{r}$   
 $r \cos \varphi = a$        $r \sin \varphi = b$

$z = r \cos \varphi + r \sin \varphi i$

sin can be

# Chapitre I : Rappels mathématiques sur les nombres complexes (NC)

## I.1 Introduction

La manipulation des nombres complexes est très pratique, essentiellement en génie électrique. Les nombres complexes sont particulièrement utiles dans l'analyse des circuits alternatifs. Encore une fois, bien que les calculatrices et des logiciels sont désormais disponibles pour manipuler les nombres complexes, il en demeure indispensable à l'étudiant de se familiariser avec ses nombres.

## I.2 Différentes formes d'un nombre complexe (NC)

### I.2.1 Forme cartésienne d'un NC

Un nombre complexe  $z$  sous sa forme algébrique peut s'écrire comme suit :

$$z = a + jb \quad (\text{Avec : } a \text{ et } b \text{ des réels}) \quad (\text{I.1})$$

Ou :  $j = \sqrt{-1}$ ,  $a$  est la partie réelle de  $z$  et  $b$  est sa partie imaginaire de  $z$ . On peut alors écrire :

$$a = \text{Re}(z), \quad b = \text{Im}(z) \quad (\text{I.2})$$

Le nombre complexe  $z$  peut être représenté sur un système de coordonnées cartésiennes ( $x'ox, y'oy$ ).

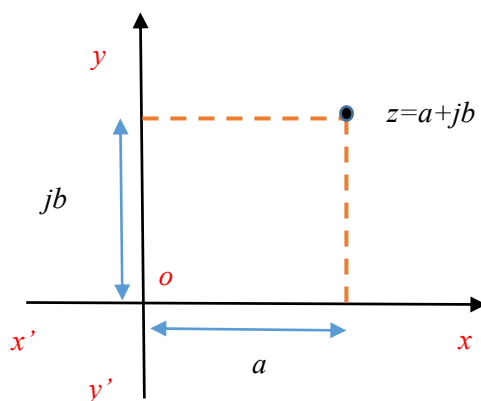


Figure.I.1. Représentation algébrique d'un nombre complexe ( $z$ ).

### I.2.2 Forme trigonométrique ou polaire d'un NC

Une deuxième façon de représenter le nombre complexe  $z$  consiste à spécifier sa magnitude  $r$  et l'angle  $\theta$  qu'il forme avec l'axe réel, comme montré sur la figure I.2. C'est ce qu'on appelle la forme polaire. Elle est donnée par:

$$z = |z| \angle \theta = r \angle \theta \quad (\text{I.3})$$

Ou :

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

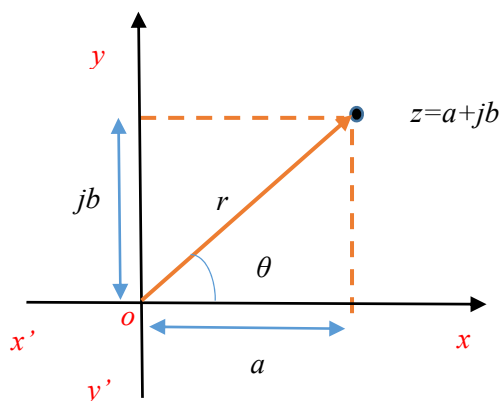
$$\theta = \tan^{-1} \frac{b}{a} \quad (\text{I.4})$$

$$a = r \cos \theta, b = r \sin \theta$$

Ainsi, on aura :

$$z = a + jb = r \angle \theta = r \cos \theta + j \sin \theta \quad (\text{I.5})$$

## Chapitre I : Rappels mathématiques sur les nombres complexes (NC)



**Figure.I.2.** Représentation polaire d'un nombre complexe ( $z$ ).

Lors de la conversion de la forme rectangulaire en forme polaire, il est nécessaire de faire preuve de prudence pour déterminer la valeur correcte de  $\theta$ . En supposant que  $a$  et  $b$  sont positifs, nous sommes confrontés à quatre possibilités :

$z = a + jb ;$	$\theta = \tan^{-1} \frac{b}{a}$	(Premier quadrant)
$z = -a + jb ;$	$\theta = 180^\circ - \tan^{-1} \frac{b}{a}$	(Second quadrant)
$z = -a - jb ;$	$\theta = 180^\circ + \tan^{-1} \frac{b}{a}$	(Troisième quadrant)
$z = a - jb ;$	$\theta = 360^\circ + \tan^{-1} \frac{b}{a}$	(Quatrième quadrant)

**(I.6)**

### I.2.3 Forme exponentielle d'un NC

La forme exponentielle d'un nombre complexe est semblable à la forme polaire. Elle fait intervenir le module  $r$  ainsi que l'angle de déphasage  $\theta$ . La forme polaire a comme écriture :

$$z = r e^{j\theta} \quad \text{(I.7)}$$

La forme exponentielle est déduite à partir de la Formule d'Euler qui sera abordée dans la section (I.7.1).

### I.3 Représentation graphique d'un nombre complexe

Sur la figure I.3, le nombre complexe  $z$  est représenté sur le système d'axes ( $x'ox$ ,  $y'oy$ ). Comme  $j = \sqrt{-1}$ , on aura :

$$\begin{cases} j^2 = -1 \\ j^3 = j \times j^2 = -j \\ j^4 = j^2 \times j^2 = 1 \\ j^5 = j^4 \times j = j \\ \vdots \\ j^{n+4} = j^n \end{cases} \quad (\text{I.8})$$

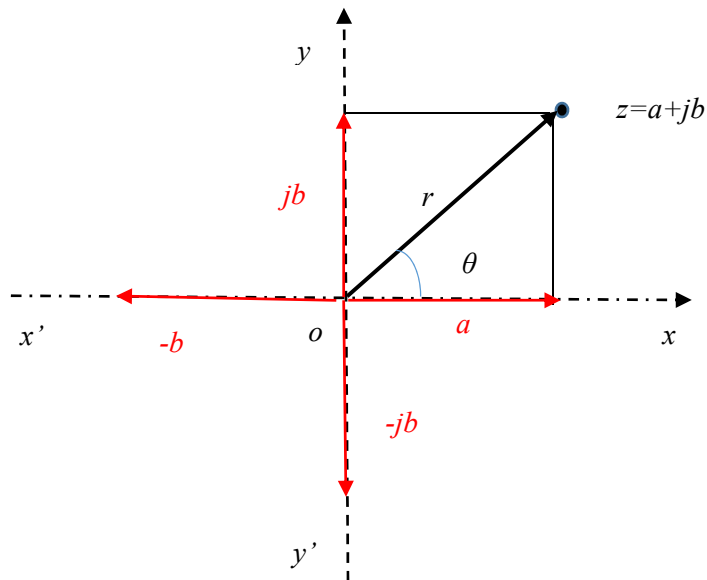


Figure.I.3. Représentation graphique d'un nombre complexe

#### I.4 Nombres complexes conjugués

Soit le nombre complexe  $z = a + jb$ . Le nombre complexe noté  $\bar{z} = a - jb$  est appelé conjugué de  $z$ .

Les images des deux nombres  $z$  et  $\bar{z}$  sont symétriques par rapport à l'axe des abscisses.

- Le produit d'un nombre complexe par son conjugué est un nombre réel égal au carré de leur module commun :

$$z \cdot \bar{z} = (a + jb) \times (a - jb) = a^2 + b^2 = |z|^2 \quad (\text{I.9})$$

- Le conjugué de la somme est égal à la somme des conjugués. Si  $z = a + jb$  et  $\bar{z} = a' + jb'$  alors :

$$\overline{z + \bar{z}} = \bar{z} + \bar{\bar{z}} = (a + a') - j(b + b') \quad (\text{I.10})$$

- Le conjugué du produit est égal au produit des conjugués. Si  $z = a + jb$  et  $\bar{z} = a' + jb'$  alors :

$$\overline{z \times \bar{z}} = \bar{z} \times \bar{\bar{z}} = (aa' - bb') - j(ab' + a'b) \quad (\text{I.11})$$

**I.5 Opérations arithmétiques sur les NC**

Soient deux nombres complexes  $z_1 = a_1 + jb_1 = r_1 \underline{\theta_1}$  et  $z_2 = a_2 + jb_2 = r_2 \underline{\theta_2}$ . Les différentes opérations possibles sur ces deux nombres sont :

- **La somme** :  $z_1 + z_2 = (a_1 + a_2) + j(b_1 + b_2)$  (I.12)

- **La soustraction** :  $z_1 - z_2 = (a_1 - a_2) + j(b_1 - b_2)$  (I.13)

- **Le produit** : En utilisant les coordonnées polaires on aura :

$$z_1 \times z_2 = r_1 r_2 \underline{\theta_1 + \theta_2} \tag{I.14}$$

Alternativement, en utilisant les coordonnées rectangulaires, le produit des deux nombres sera :

$$z_1 \times z_2 = (a_1 + jb_1) \times (a_2 + jb_2) = (a_1 a_2 - b_1 b_2) + j(a_1 b_2 + a_2 b_1) \tag{I.15}$$

- **Le quotient** : En utilisant les coordonnées polaires on aura :

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} \underline{\theta_1 - \theta_2} \tag{I.16}$$

Alternativement, en utilisant les coordonnées rectangulaires, le quotient des deux nombres sera :

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{a_1 + jb_1}{a_2 + jb_2} \tag{I.17}$$

En multipliant le numérateur et le dénominateur par  $\overline{z_2}$ , on aura :

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{(a_1 + jb_1) \times (a_2 - jb_2)}{(a_2 + jb_2) \times (a_2 - jb_2)} = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} + j \frac{a_2 b_1 - a_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} \tag{I.18}$$

**I.6 Racine carrée d'un nombre complexe**

Déterminer les racines carrées d'un nombre complexe  $Z = a + jb$  revient à trouver des nombres complexes  $z = x + jy$  qui vérifient  $z^2 = Z$

$$z^2 = Z \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = Z \\ |z|^2 = |Z| \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x + jy)^2 = a + jb \\ x^2 + y^2 = \sqrt{a^2 + b^2} \end{cases} \tag{I.19}$$

En résolvant le système d'équations (I.19) on obtient :

$$\begin{cases} x^2 - y^2 + 2jxy = a + jb \\ x^2 + y^2 = \sqrt{a^2 + b^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = a \\ 2xy = b \\ x^2 + y^2 = \sqrt{a^2 + b^2} \end{cases} \tag{I.20}$$

**I.7 Formules d'Euler et de Moivre**

**I.7.1 Formule d'Euler**

La formule d'Euler est l'un des résultats importants dans les nombres complexes. C'est sur la base de cette formule que la représentation des phasors fut introduite. En faisant le développement de  $e^x$ ,  $\cos \theta$  et  $\sin \theta$  selon la formule de Taylor-Young, on aura :

## Chapitre I : Rappels mathématiques sur les nombres complexes (NC)

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots \quad (\text{I.21})$$

En remplaçant  $x$  par  $j\theta$ , on obtient :

$$e^{j\theta} = 1 + j\theta - \frac{\theta^2}{2!} - j\frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^4}{4!} + \dots \quad (\text{I.22})$$

Egalement :

$$\begin{cases} \cos \theta = 1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} - \frac{\theta^6}{6!} + \dots \\ \sin \theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \frac{\theta^7}{7!} + \dots \end{cases} \quad (\text{I.23})$$

Ainsi :

$$\cos \theta + j \sin \theta = 1 + j\theta - \frac{\theta^2}{2!} - j\frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^4}{4!} + \frac{\theta^5}{5!} - \dots \quad (\text{I.24})$$

En comparant les équations (I.22) et (I.24), on conclut que :

$$e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta \quad (\text{I.25})$$

La formule (I.22) est appelée formule d'Euler. C'est à base de cette formule que la forme exponentielle des nombres complexes est déduite.

En remplaçant  $\theta$  avec  $-\theta$  dans la formule (I.25), on aura :

$$e^{-j\theta} = \cos \theta - j \sin \theta \quad (\text{I.26})$$

En additionnant les équations (I.25) et (I.26), on aura :

$$\cos \theta = \frac{(e^{j\theta} + e^{-j\theta})}{2} \quad (\text{I.27})$$

En soustrayant l'équation (I.26) de l'équation (I.25), on aura :

$$\sin \theta = \frac{(e^{j\theta} - e^{-j\theta})}{2j} \quad (\text{I.28})$$

### I.7.2 Formule de Moivre

La formule de Moivre donne la transformation suivante :

$$(\cos \theta + j \sin \theta)^n = (e^{j\theta})^n = e^{jn\theta} = \cos n\theta + j \sin n\theta \quad (\text{I.29})$$

## I.8 Application à l'électricité des nombres complexes

### I.8.1 Nombre complexe représentatif efficace d'une grandeur sinusoïdale

Il est bien connu que le cercle trigonométrique permet d'illustrer les fonctions trigonométriques par la simple projection de ces dernières sur les axes réelles ou/ et complexes.

## Chapitre I : Rappels mathématiques sur les nombres complexes (NC)

Appelons *intensité complexe* le vecteur  $\vec{E}$ . Lorsque  $\vec{E}$  parcourt le cercle trigonométrique, alors la projection de  $\vec{E}$  sur l'axe des abscisses décrit l'intensité réelle  $E(t)$ .

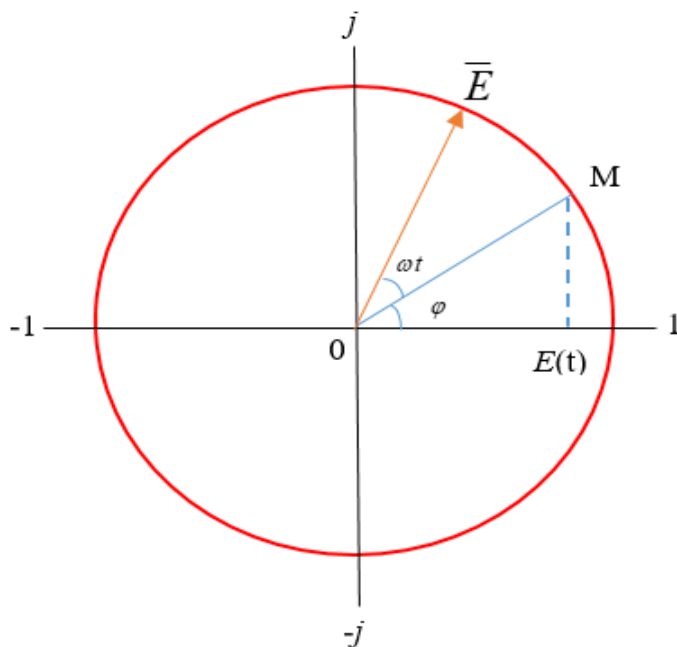
$$\text{Soit : } \left| \vec{OM} \right| = E_{\max} \quad (\text{I.30})$$

Le vecteur  $\vec{OM}$  forme avec l'axe des abscisses un angle de  $\varphi$ . Ce vecteur a une vitesse angulaire (dans le sens trigonométrique) de  $\omega$ .

-Le vecteur  $\vec{OM}$  représente un nombre complexe  $\vec{E}$  donné par la formule suivante :

$$\vec{E} = E_{\max} \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} \quad (\text{I.31})$$

**NB :** Il est parfois plus judicieux d'utiliser l'intensité complexe (Formule I.31) que l'intensité réelle.



**Figure.I.4.** Représentation d'un nombre complexe représentatif efficace d'une grandeur sinusoïdale

### I.8.2 Grandeur sinusoïdale

Soit la grandeur sinusoïdale de la formule I.32, associée au nombre complexe  $\vec{E}$  :

$$E(t) = E_{\max} \cdot \cos(\omega t + \varphi) \quad (\text{I.32})$$

-  $E_{\max}$  : Correspond à l'amplitude maximale du signal.

-  $\omega t + \varphi$  : Représente l'argument du signal

- La valeur efficace  $E_{eff}$  est donnée par :  $E_{eff} = \frac{E_{\max}}{\sqrt{2}}$

## Chapitre I : Rappels mathématiques sur les nombres complexes (NC)

- La fréquence du signal est donnée par :  $f = \frac{1}{T}$ . T étant la période du signal.

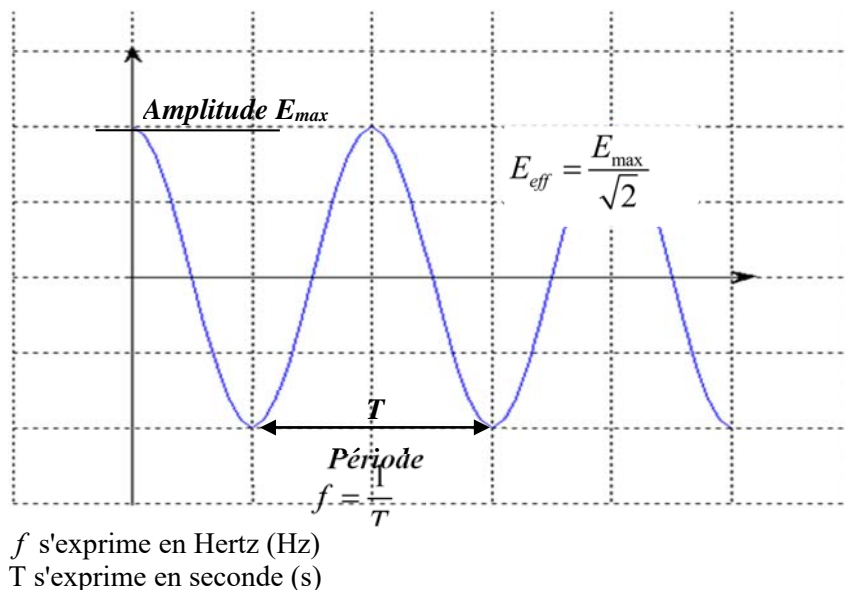


Figure.I.5. Signal sinusoïdal

### I.8.3 Notion d'impédance

Soit un dipôle orienté en convention récepteur (figure. I.6), parcourue par le courant d'intensité instantanée  $i(t)$  sous la tension instantanée  $v(t)$ .

$$\text{Si : } v(t) = V_{\max} \cdot \cos(\omega t) \text{ alors } \bar{V} = V_{\max} \cdot e^{j\omega t} \quad (\text{I.33})$$

De même, si :

$$i(t) = I_{\max} \cdot \cos(\omega t - \varphi) \text{ alors } \bar{I} = I_{\max} \cdot e^{j(\omega t - \varphi)} \quad (\text{I.34})$$

Par définition :

$$\bar{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = \frac{V_{\max} \cdot e^{j\omega t}}{I_{\max} \cdot e^{j(\omega t - \varphi)}} = \frac{V_{\max}}{I_{\max}} \cdot e^{j\varphi} \quad (\text{I.35})$$

On remarque ainsi que le module de l'impédance complexe est ce que l'on appelle simplement l'impédance  $Z$  du dipôle, c'est à dire le rapport des amplitudes de  $v(t)$  et de  $i(t)$ , soit aussi le rapport des valeurs efficaces.

$$\left| \bar{Z} \right| = Z = \frac{V_{\max}}{I_{\max}} = \frac{V_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}}, \varphi = \arg(\bar{Z}) \quad (\text{I.36})$$

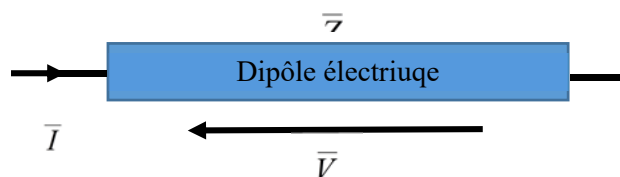


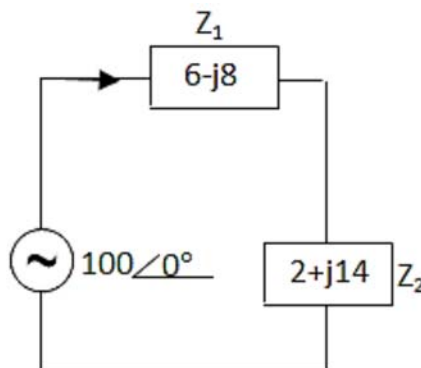
Figure.I.6. Tension, courant et impédance d'un dipôle électrique

**Exercices d'application**

**Exercice N°1**

Soit le circuit de la figure ci-contre

- 1) Calculer l'impédance équivalente  $Z_{eq} = Z_1 + Z_2$
- 2) Calculer le courant  $I$  qui traverse le circuit.



**Corrigé de l'exercice N°1**

- 1) Calculer l'impédance équivalente  $Z_{eq}$

$$\bar{Z}_{eq} = \bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 = (6 - j8) + (2 + j14) = 8 + j6 = 10\angle 36.86^\circ$$

- 2) Calculer le courant  $I$  qui traverse le circuit.

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}} = \frac{100\angle 0}{10\angle 36.86^\circ} = 10\angle -36.86^\circ$$

**Exercice N°2**

On associe une résistance et une bobine en parallèle.

- 1) Donner l'expression de l'impédance équivalente.
- 2) Donner l'expression du module de l'impédance.
- 3) Donner l'expression du déphasage entre la tension et le courant (l'argument de l'impédance).

**Corrigé de l'exercice N°1**

- 1) Donner l'expression de l'impédance équivalente.

$$\bar{Z} = \frac{jR\omega}{R + jL\omega}$$

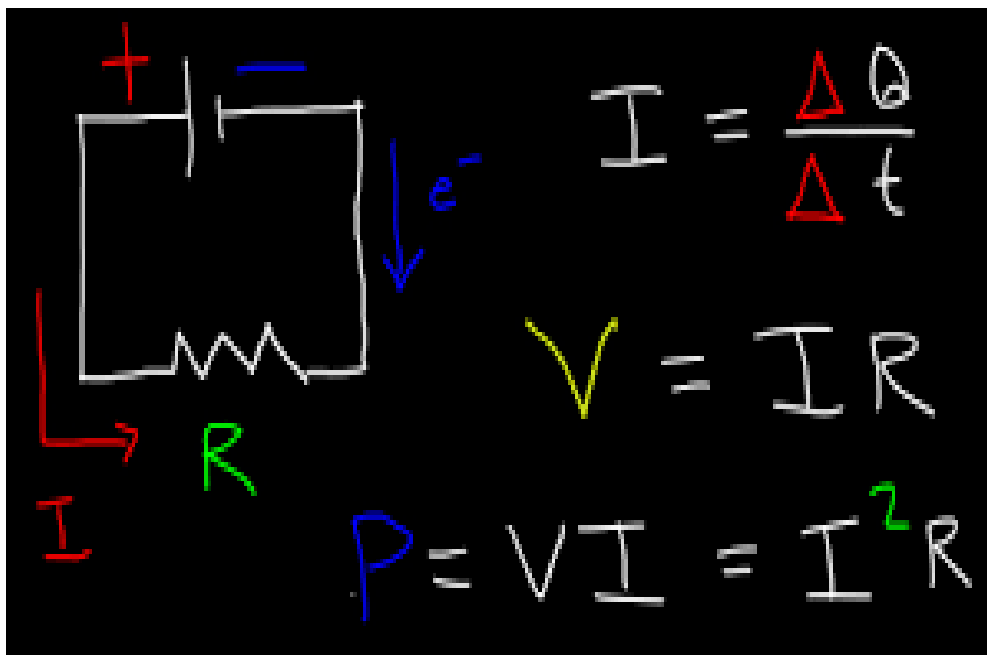
- 2) Calculer l'expression de l'impédance en Ohms (le module de l'impédance).

$$Z = \frac{RL\omega}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}$$

- 3) Calculer le déphasage entre la tension et le courant (l'argument de l'impédance).

$$\arg(\bar{Z}) = \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{L\omega}{R}\right)$$

## CHAPITRE II : Rappels sur les lois fondamentales de l'électricité



## CHAPITRE II : Rappels sur les lois fondamentales de l'électricité

### II.1 Introduction

Un circuit électrique est constitué de générateurs et de récepteurs. Les générateurs sont des sources de courant et de tensions émettant des signaux continus ou alternatifs. Les récepteurs sont des éléments qui absorbent l'énergie électrique fournie par les sources en la transformant en d'autres formes. L'objectif de ce chapitre est de donner, dans un premier temps, un rappel sur les principales lois fondamentales utilisées dans réseaux électriques, et dans un second temps, étudier le comportement des circuits électriques sous différentes natures de signaux en régime continu (permanent) et en régime transitoire.

### II.2 Régime continu

#### II.2.1 Définition

On parle de régime continu (figure.II.1) dès lors que les grandeurs électriques (courants et tensions) d'un circuit sont indépendantes du temps, c'est-à-dire les paramètres tension/courant ne changent pas en fonction du temps. Dans ce régime particulier, les inductances représentent des court-circuits et les condensateurs des circuits ouverts. Dans ce cas de figure, seules les résistances se comportent en récepteurs.

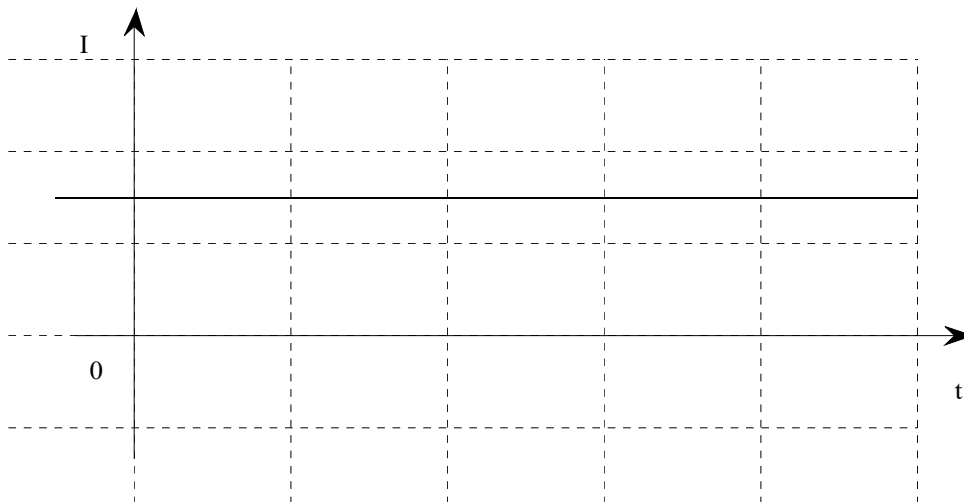


Figure.II.1. Courant continu stable

#### II.2.2 Dipôles électriques actifs et passifs

Un appareil électrique est représenté par un schéma de circuit ou un réseau construit d'agencements en série et/ou parallèles d'éléments à deux bornes. Un élément à deux bornes de forme générale est illustré sur la figure.II.2, avec un seul dispositif représenté par le symbole rectangulaire et deux fils parfaitement conducteurs se terminant à la connexion des points A et B. Les *éléments actifs* sont des sources de tension ou de courant capables de fournir de l'énergie au réseau. Les *éléments passifs* quant à eux, sont des dipôles qui consomment de l'énergie électrique et qui transforment ou emmagasinent toute cette énergie sous une autre forme.



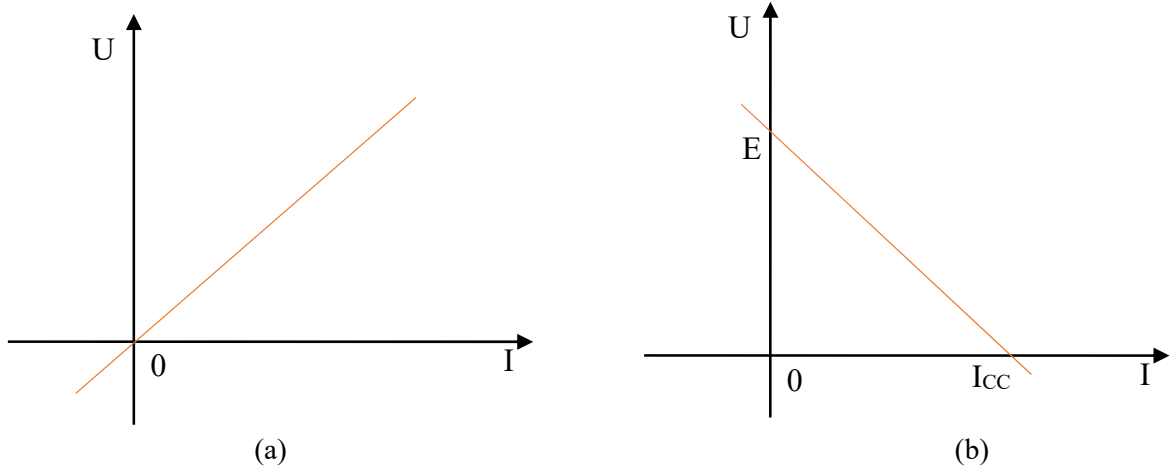
Figure.II.2. Dipôle électrique

## CHAPITRE II : Rappels sur les lois fondamentales de l'électricité

Dans le cas d'un dipôle passif (figure.II.3 (a)), la caractéristique tension-courant est une droite qui passe par l'origine, cela veut dire qu'initialement on a :  $U=0$  et  $I=0$ .

Dans le cas d'un dipôle actif (figure. II.3 (b)), les valeurs des tensions et courants varient selon le circuit :

- a) A vide ( $I = 0$ ) :  $U = E$  c'est la tension à vide, appelée force électromotrice (fem).
- b) En court-circuit ( $U = 0$ ): le courant est de celui du court-circuit,  $I=I_{cc}$ .



**Figure.II.3.** Caractéristique Tension/Courant : (a) Dipôle passif, (b) Dipôle actif

### II.2.3 Association de dipôles passifs

#### a) Association en série

-Dans ce cas : Le courant traversant chaque élément est le même. La tension totale est la somme des tensions dans chaque élément.

$$I = I_{R1} = I_{R2} = I_{R3} \quad (\text{II.1})$$

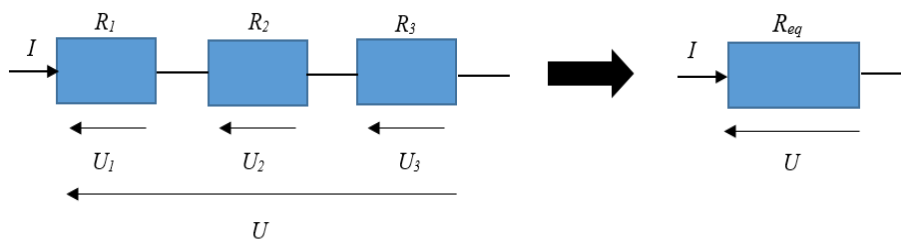
$$U = U_1 + U_2 + U_3 = R_1 \cdot I_{R1} + R_2 \cdot I_{R2} + R_3 \cdot I_{R3} = (R_1 + R_2 + R_3) \cdot I \quad (\text{II.2})$$

-La résistance équivalente est donc :

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 \quad (\text{II.3})$$

En généralisant, la résistance équivalente sera :

$$R_{eq} = \sum_i R_i \quad (\text{II.4})$$



**Figure.II.4.** Association série de résistances

## CHAPITRE II : Rappels sur les lois fondamentales de l'électricité

### b) Association en parallèle

-Dans ce cas : La tension aux bornes de chaque élément est la même. Le courant total est la somme des courants dans chaque élément.

$$I = I_{R1} + I_{R2} + I_{R3} \quad (\text{II.5})$$

$$U = U_1 = U_2 = U_3 \quad (\text{II.6})$$

D'autre part, nous avons :

$$I = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} + \frac{U_3}{R_3} = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \cdot U \quad (\text{II.7})$$

L'inverse de la résistance équivalente est donc :

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad (\text{II.8})$$

En généralisant, L'inverse de la résistance équivalente sera :

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_i \frac{1}{R_i} \quad (\text{II.9})$$

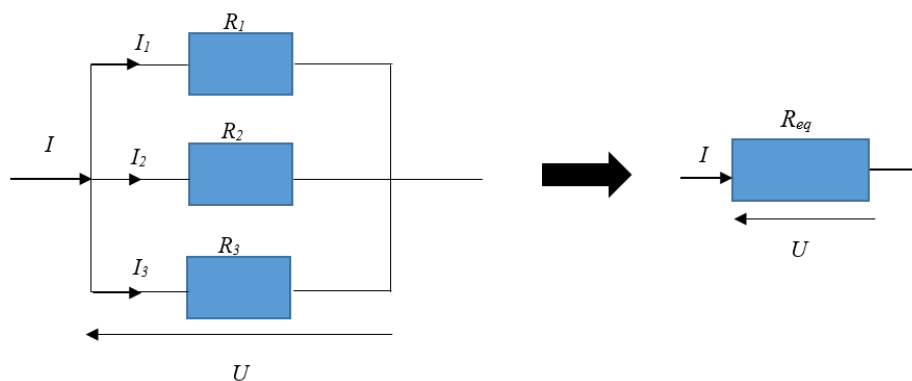


Figure.II.5. Association parallèle de résistances

### II.3 Régime harmonique

Un régime variable (figure.II.6), est un régime où les grandeurs électriques (courants et tensions) d'un circuit sont dépendantes du temps. C'est-à-dire qu'elles varient en fonction du temps.

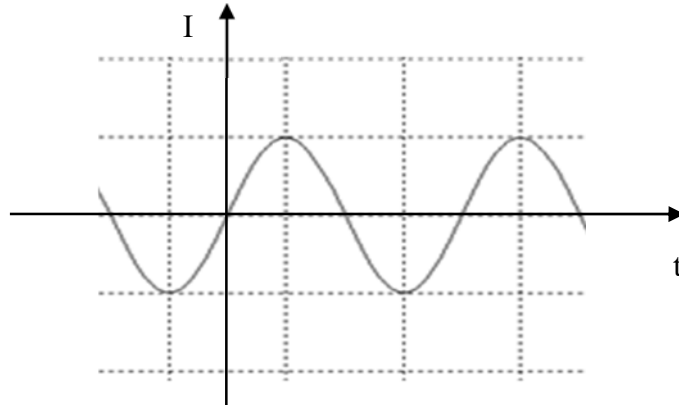


Figure.II.6. Courant variable sinusoïdal

### II.3.1 Représentation des grandeurs sinusoïdales

Considérons le signal sinusoïdal de la figure.II.7, ayant pour formule :

$$s(t) = s_{\max} \sin \omega t \quad (\text{II.10})$$

Avec :

$s_{\max}$  : est l'amplitude du signal

$\omega$  : est la vitesse angulaire ou pulsation en rad/s

$\omega t$  : est l'argument du signal

-Il est évident que le signal se reproduit chaque  $T$  secondes.  $T$  est défini comme étant la période du signal.

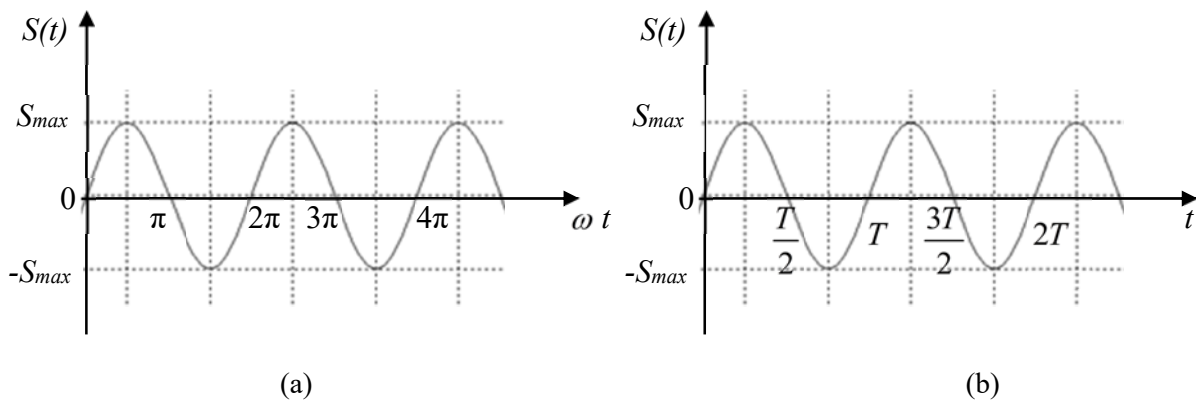


Figure.II.7. Evolution d'un courant sinusoïdal en fonction : (a) de l'argument, (b) du temps

-A partir de la figure.II.7, on remarque que  $\omega T = 2\pi$ . La période  $T$  sera ainsi donnée par :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (\text{II.11})$$

-La fréquence (donnée en *Hertz*) est la quantité inverse de la période et est donnée par :

$$f = \frac{1}{T} \quad (\text{II.12})$$

### II.3.2 Valeur moyenne, valeur efficace et valeur crête-à-crête

Les notions de valeurs moyenne, efficace et crête à crête sont des valeurs phares en électrotechnique, il est primordial de les maîtriser parfaitement d'autant qu'elles sont usuelles dans les systèmes électriques à régime périodique.

- Un signal périodique  $S(t)$ , avec une période  $T$  a comme valeur moyenne  $S_{moy}$  donnée par :

$$S_{moy} = \frac{1}{T} \int_0^T S(t) dt = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} S(t) dt \quad (\text{II.13})$$

- La valeur efficace du signal  $S(t)$  sur la même période  $T$  est donnée par :

$$S_{eff} = \left[ \frac{1}{T} \int_0^T S^2(t) dt \right] = \left[ \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} S^2(t) dt \right] \quad (\text{II.14})$$

- La valeur crête à crête est égale à deux fois la valeur maximal ; et est donnée par :

$$S_{cc} = S_{max} - S_{min} \quad (\text{II.15})$$

**NB :**

- Les valeurs moyenne et efficace des signaux périodiques sont normalement calculées sur une période.
- La valeur moyenne peut être rencontrée sous l'appellation "Root-Mean-Square" et abrégée "RMS".

### II.3.3 Représentation de Fresnel

Le diagramme de Fresnel communément appelé diagramme vectoriel, permet de représenter graphiquement les tensions et les courants par des vecteurs dans une base orthonormée. Conventionnellement, le module du vecteur correspond à la valeur efficace de la fonction. L'angle formé par le module est l'axe des ordonnées ( $oy$ ) correspond à l'argument de la fonction. Les tensions sont prises comme référence pour les déphasages.

Par exemple, pour une tension  $U(t) = U_{eff} \sqrt{2} \cos(\omega t)$  et un courant  $I(t) = I_{eff} \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi)$ , la représentation graphique sera comme suit :

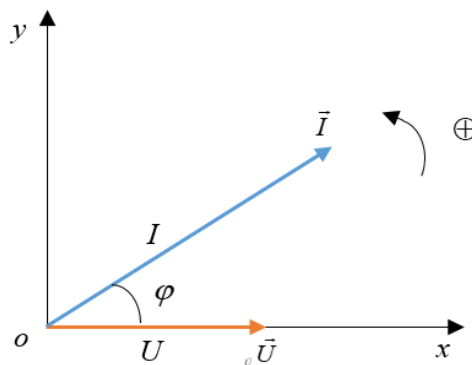


Figure.II.8. Représentation vectorielle de la tension et du courant

## CHAPITRE II : Rappels sur les lois fondamentales de l'électricité

$\varphi$  : Etant le déphasage entre tension et courant.

### II.3.4 Notation complexe des impédances

L'impédance complexe est défini comme étant le rapport de la tension complexe sur le courant complexe.

$$\bar{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} \quad (\text{II.16})$$

Avec :  $\bar{V} = V_{\max} \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}$  et  $\bar{I} = I_{\max} \cdot e^{j\omega t}$

#### a) Cas de la résistance

$$\bar{V} = R \cdot \bar{I} = R \cdot I_{\max} e^{j\omega t} \quad (\text{II.17})$$

- L'impédance complexe de la résistance est  $\bar{Z}_R = R$  et son argument est  $\varphi = 0$ .

#### b) Cas de la bobine

-La tension aux bornes d'une bobine est donnée par :

$$\bar{V} = L \frac{d\bar{I}}{dt} \quad (\text{II.18})$$

-Calculons la dérivée du courant ( $\frac{d\bar{I}}{dt}$ )

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{I}}{dt} &= I_{\max} \left[ \frac{d}{dt} \cos(\omega t) + j \frac{d}{dt} \sin(\omega t) \right] = I_{\max} \left[ -\omega \sin(\omega t) + j\omega \cos(\omega t) \right] \\ &= j\omega I_{\max} \left[ \cos(\omega t) - \frac{1}{j} \sin(\omega t) \right] = j\omega I_{\max} \left[ \cos(\omega t) + j \sin(\omega t) \right] = j\omega \bar{I} \end{aligned} \quad (\text{II.19})$$

-On remarque que dériver le courant, revient donc à le multiplier par  $j\omega$ .

$$\bar{V} = L \frac{d\bar{I}}{dt} = jL\omega \bar{I} = jL\omega I_{\max} e^{j\omega t} \quad (\text{II.20})$$

-L'impédance complexe de la bobine est donc  $\bar{Z}_L = jL\omega$  et son argument est  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ .

#### c) Cas du condensateur

-La tension aux bornes d'un condensateur est donnée par :

$$\bar{V} = \frac{1}{C} \int \bar{I} dt \quad (\text{II.21})$$

-Calculons l'intégrale du courant ( $\int \bar{I} dt$ )

## CHAPITRE II : Rappels sur les lois fondamentales de l'électricité

$$\begin{aligned} \int \bar{I} dt &= \int I_{\max} \cos(\omega t) dt + j \int I_{\max} \sin(\omega t) dt = \frac{I_{\max}}{\omega} \sin(\omega t) - j \frac{I_{\max}}{\omega} \cos(\omega t) \\ &= -\frac{j I_{\max}}{\omega} \left[ \cos(\omega t) - \frac{1}{j} \sin(\omega t) \right] = \frac{I_{\max}}{j\omega} [\cos(\omega t) + j \sin(\omega t)] = \frac{\bar{I}}{j\omega} \end{aligned} \quad (\text{II.22})$$

-Intégrer le courant revient à le diviser par  $j\omega$ .

$$\bar{V} = \frac{1}{C} \int \bar{I} dt = \frac{\bar{I}}{jC\omega} = \frac{1}{jC\omega} \cdot e^{j\omega t} \quad (\text{II.23})$$

-L'impédance complexe du condensateur est :  $Z_C = \frac{1}{jC\omega}$  et son argument est  $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ .

### II.3.5 Association des capacités et inductances

#### a) Associations parallèle et série de capacités

Afin d'obtenir le condensateur équivalent  $C_{eq}$  de  $N$  condensateurs en **parallèle**, considérez le circuit de la figure.II.9 (a). Le circuit équivalent est montré Figure.II.9 (b). Il est à noter que les condensateurs ont la même tension à leurs bornes. Appliquons la loi des nœuds au circuit de la figure.II.9 (a).

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_N \quad (\text{II.24})$$

$$\text{Avec : } I_K = C_K \frac{dv}{dt} \quad (\text{II.25})$$

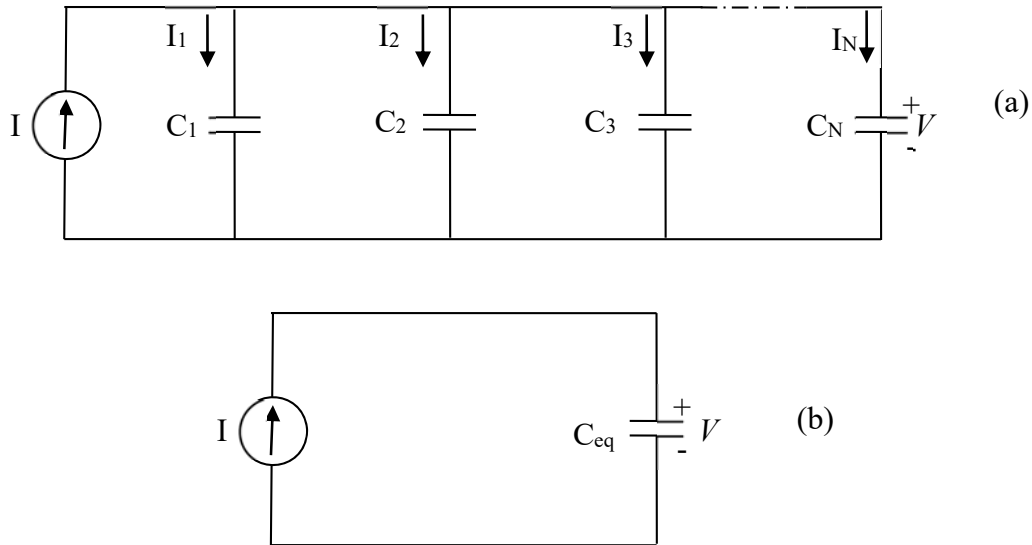
Par conséquent:

$$I = C_1 \frac{dv}{dt} + C_2 \frac{dv}{dt} + C_3 \frac{dv}{dt} + \dots + C_N \frac{dv}{dt} = \left( \sum_{k=1}^N C_K \right) \frac{dv}{dt} = C_{eq} \frac{dv}{dt} \quad (\text{II.26})$$

$$\text{Où : } C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_N \quad (\text{II.27})$$

*Conclusions: La capacité équivalente de  $N$  condensateurs connectés en parallèle est la somme de toutes les capacités. On note que les condensateurs en parallèle se combinent de la même manière que les résistances en série.*

## CHAPITRE II : Rappels sur les lois fondamentales de l'électricité



**Figure.II.9.** (a) connexion parallèle de  $N$  capacités, (b) circuit équivalent de  $N$  capacités en parallèle

On obtient maintenant  $C_{eq}$  de  $N$  condensateurs connectés en *série* en comparant le circuit de la figure. II.10 (a) avec le circuit équivalent de la figure.II.10 (b). Il est à noter que le même courant  $I$  circule (et par conséquent la même charge) à travers tous les condensateurs. Appliquons la loi des mailles au circuit de de la figure.II.10 (a).

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_N \quad (\text{II.28})$$

$$\text{Avec : } V_K = \frac{1}{C_K} \int_{t_0}^t I(\tau) d\tau + V_K(t_0) \quad (\text{II.29})$$

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{C_1} \int_{t_0}^t I(\tau) d\tau + V_1(t_0) + \frac{1}{C_2} \int_{t_0}^t I(\tau) d\tau + V_2(t_0) + \frac{1}{C_3} \int_{t_0}^t I(\tau) d\tau + V_3(t_0) + \dots + \frac{1}{C_N} \int_{t_0}^t I(\tau) d\tau + V_N(t_0) \\ &= \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_N} \right) \int_{t_0}^t I(\tau) d\tau + V_1(t_0) + V_2(t_0) + V_3(t_0) + \dots + V_N(t_0) = \frac{1}{C_{eq}} \int_{t_0}^t I(\tau) d\tau + V(t_0) \end{aligned} \quad (\text{II.30})$$

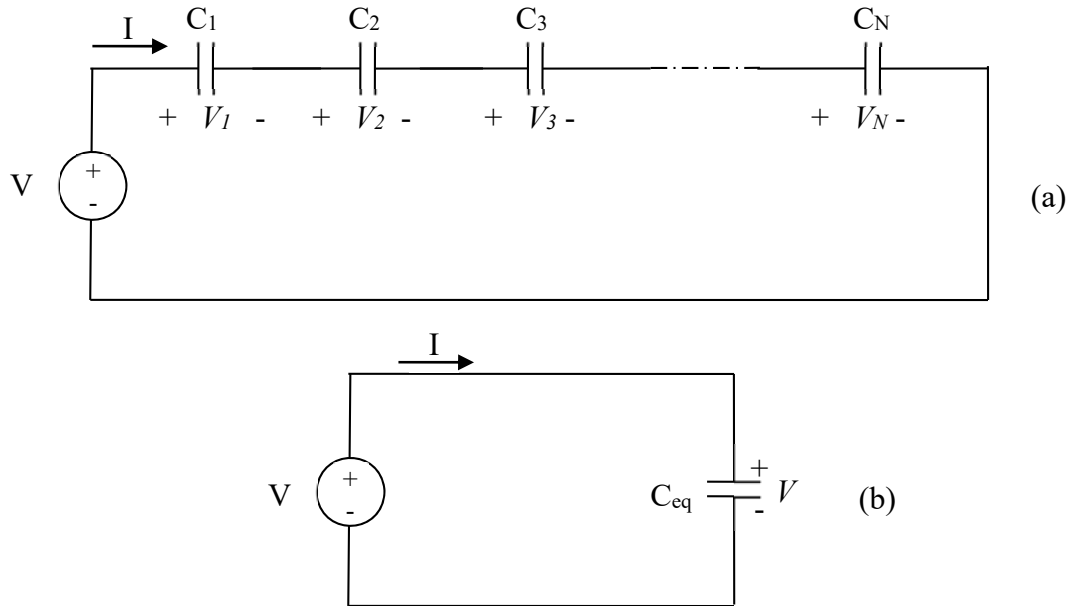
**NB** : La tension initiale  $V(t_0)$  aux bornes de  $C_{eq}$  est requise pour être la somme des tensions de tous les condensateurs à l'instant  $t_0$ .

La capacité équivalente sera donc donnée par :

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_N} \quad (\text{II.31})$$

*Conclusions:* La capacité équivalente des condensateurs connectés en série est l'inverse de la somme des inverses des capacités individuelles. On note que les condensateurs en série se combinent de la même manière que les résistances en parallèle.

## CHAPITRE II : Rappels sur les lois fondamentales de l'électricité



**Figure.II.10.** (a) connexion série de  $N$  capacités, (b) circuit équivalent de  $N$  capacités en série

### **b) Associations parallèle et série d'inductances**

Considérons une connexion en *parallèle* de  $N$  bobines, comme le montre la figure.II.11 (a), avec le circuit équivalent de la figure.II.11 (b). Il est à noter que les bobines ont la même tension à leurs bornes. Appliquons la loi des nœuds au circuit de la figure.II.11 (a).

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_N \quad (\text{II.32})$$

$$\text{Avec : } I_k = \frac{1}{L_k} \int_{t_0}^t V dt + I_k(t_0) \quad (\text{II.33})$$

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{L_1} \int_{t_0}^t V dt + I_1(t_0) + \frac{1}{L_2} \int_{t_0}^t V dt + I_2(t_0) + \frac{1}{L_3} \int_{t_0}^t V dt + I_3(t_0) + \dots + \frac{1}{L_N} \int_{t_0}^t V dt + I_N(t_0) \\ &= \left( \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \dots + \frac{1}{L_N} \right) \int_{t_0}^t V dt + I_1(t_0) + I_2(t_0) + I_3(t_0) + \dots + I_N(t_0) \\ &= \left( \sum_{k=1}^N \frac{1}{L_k} \right) \int_{t_0}^t V dt + \sum_{k=1}^N I_k(t_0) = \frac{1}{L_{eq}} \int_{t_0}^t V dt + I(t_0) \end{aligned} \quad (\text{II.34})$$

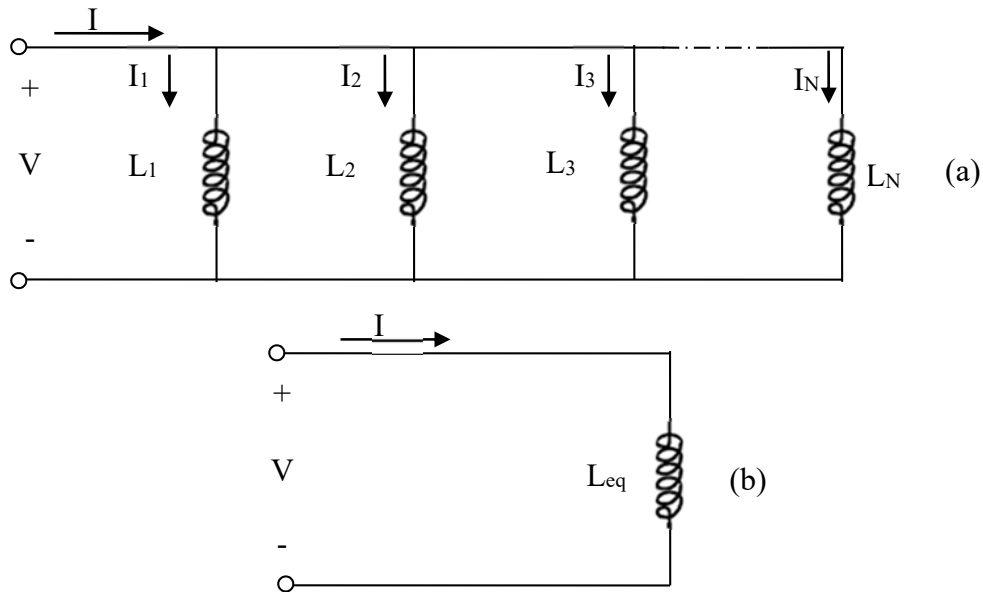
L'inductance équivalente sera donc donnée par :

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \dots + \frac{1}{L_N} \quad (\text{II.35})$$

**NB:** Le courant initial  $I(t_0)$  traversant  $L_{eq}$  est requise pour être la somme des courants traversant toutes les bobines à l'instant  $t_0$ .

## CHAPITRE II : Rappels sur les lois fondamentales de l'électricité

*Conclusions : L'inductance équivalente des bobines placées en parallèle est l'inverse de la somme des inverses des inductances individuelles. On note que les bobines placées en parallèle sont combinées de la même manière que les résistances en parallèle.*



**Figure.II.11.** (a) connexion parallèle de  $N$  bobines, (b) circuit équivalent de  $N$  bobines en parallèle

Considérons une connexion en *série* de  $N$  bobines, comme le montre la figure.II.12 (a), avec le circuit équivalent de la figure.II.12 (b). Il est à noter que les bobines sont traversées par le moment courant. Appliquons la loi des mailles au circuit de la figure. II.12 (b).

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_N \quad (\text{II.36})$$

On remplace  $V_k$  par  $L_k \frac{dI}{dt}$  dans (II.36), on aura :

$$V = L_1 \frac{dI}{dt} + L_2 \frac{dI}{dt} + L_3 \frac{dI}{dt} + \dots + L_N \frac{dI}{dt} = (L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_N) \frac{dI}{dt} = \left( \sum_{k=1}^N L_k \right) \frac{dI}{dt} = L_{eq} \frac{dI}{dt} \quad (\text{II.37})$$

L'inductance équivalente sera donc donnée par :

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_N \quad (\text{II.38})$$

*Conclusions : L'inductance équivalente des bobines connectées en série est la somme des inductances individuelles. Les bobines placées en série sont combinées exactement de la même manière que les résistances en série.*

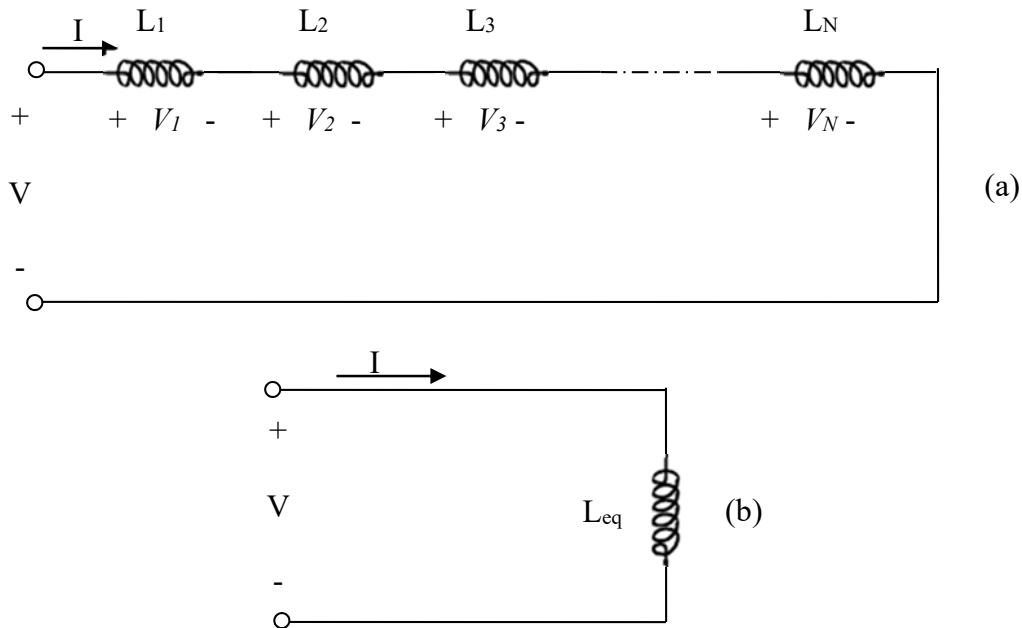


Figure.II.12. (a) connexion série de  $N$  bobines, (b) circuit équivalent de  $N$  bobines en série

### II.3.6 Puissances en régime sinusoïdal (instantanée, active, réactive, apparente)

-En régime continu seul la résistance se comporte comme récepteur passif. Dans ce cas, le coefficient de puissance est égal à 1 et la puissance est donnée par la relation suivante:

$$P = V.I \quad (\text{II.39})$$

-En régime alternatif sinusoïdal, on s'intéresse toujours à la puissance moyenne consommée par les récepteurs électriques. On parle, pour la nommer, de puissance active. Pourtant on distinguera plusieurs autres types de puissance électrique, qui correspondent à des notions liées aux aspects technologiques de la distribution de l'énergie électrique.

On s'intéresse au cas général d'un dipôle sous la tension  $V(t) = V_{eff} \sqrt{2} \sin \omega t$  parcouru par le courant  $I(t) = I_{eff} \sqrt{2} \sin(\omega t - \varphi)$ . On distingue alors les puissances suivantes :

a) **La puissance instantanée** : C'est le produit courant-tension à tout instant :

$$P(t) = V(t).I(t) \quad (\text{II.40})$$

b) **La puissance fluctuante** : C'est la partie variable de la puissance instantanée

$$P_f(t) = V_{eff}.I_{eff}.\cos(2\omega t - \varphi) \quad (\text{II.41})$$

c) **La puissance active** : C'est la valeur moyenne de la valeur instantanée. Elle correspond à un travail physique effectif, son unité est le Watt (W).

$$P = V_{eff}.I_{eff}.\cos \varphi \quad (\text{II.42})$$

d) **La puissance apparente** : Cette puissance est souvent appelée « *puissance de dimensionnement* », elle est la grandeur caractéristique de l'isolation et de la section des conducteurs, c'est-à-dire des dimensions des appareillages. Cette puissance est donnée par le produit des valeurs efficaces. Son unité est le Volt-Ampère (VA).

## CHAPITRE II : Rappels sur les lois fondamentales de l'électricité

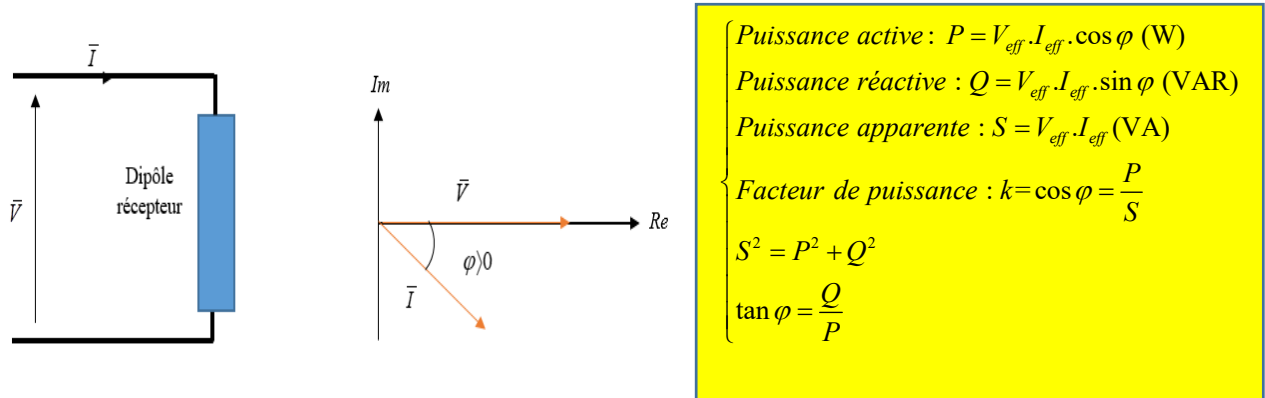
$$S = V_{eff} \cdot I_{eff} \quad (\text{II.43})$$

e) **Puissance réactive** : C'est la puissance sans effet physique en terme de travail qui correspond à la partie « réactive » du courant. Elle n'est définie qu'en régime sinusoïdal et s'écrit :

$$Q = V_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \sin \varphi \quad (\text{II.44})$$

Son unité est le *Volt-Ampère-Réactif* (VAR).

Une fois ces puissances définies, il est impératif de savoir par cœur les définitions et les relations résumées sur la figure II.13.



**Figure.II.13.** Puissances en régime sinusoïdal

f) **Puissance apparente complexe** : Pour déterminer analytiquement les diverses puissances, on forme la puissance apparente complexe :

$$\bar{S} = \bar{V} \cdot \bar{I}^* \quad (\text{II.45})$$

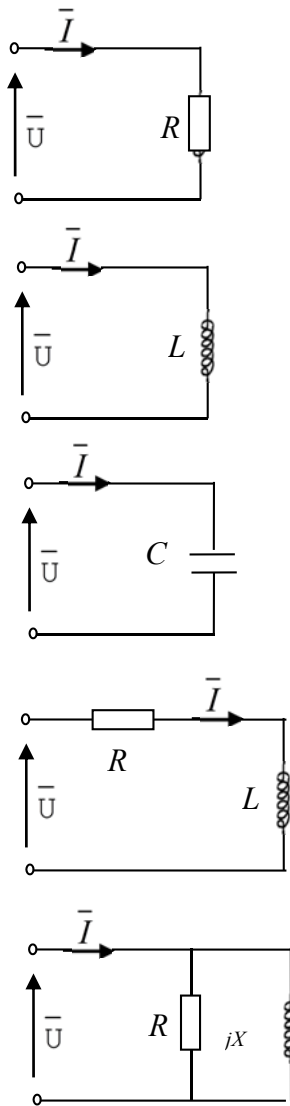
Où :  $\bar{I}^*$  est le complexe conjugué de  $\bar{I}$  .

$$\text{On montre que : } \bar{S} = P + jQ \quad (\text{II.46})$$

$$\text{Et que : } \bar{S} = S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (\text{II.47})$$

-Cette puissance est uniquement une expression calculatoire destinée à la détermination brute des diverses puissances par identification des parties réelle et imaginaire.

Dans la figure.II.14 sont illustrées les impédances complexes des circuits communément rencontrés en électrotechnique.



S	P	Q
$\bar{S} = R \cdot \bar{I} \cdot I^*$ $= RI^2$ $= U^2 / R$	$RI^2 = U^2 / R$	0
$\bar{S} = jL\omega \cdot I \cdot I^*$ $= jL\omega / I^2$ $= jU^2 / L\omega$	0	$L\omega I^2 = U^2 / L\omega$
$\bar{S} = (-j / C\omega) \cdot I \cdot I^*$ $= -j / C\omega \cdot I^2$	0	$-(1 / C\omega) I^2 = -C\omega U^2$
$\bar{S} = (R + jX) \cdot I \cdot I^*$ $= RI^2 + jXI^2$	$RI^2$	$X \cdot I^2$
$\bar{S} = \bar{U} \cdot I^*$ $\bar{U} = \bar{I} / (R // jX)$	$U^2 / R$	$U^2 / X$

Figure.II.14. Puissances des circuits usuels

### II.3.7 Théorème de Boucherot

Soit un dipôle constitué de  $N$  éléments :

- La puissance active fournie à un dipôle est égale à la somme des puissances actives consommées par les différents éléments qui constituent le dipôle.

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_N \quad (\text{II.48})$$

- La puissance réactive échangée avec un dipôle est égale à la somme des puissances réactives échangées par les différents éléments qui constituent le dipôle.

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots + Q_N \quad (\text{II.49})$$

- Les puissances apparentes ne se conservent pas, donc :

$$S \neq S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_N \quad (\text{II.50})$$

II.4 Régime transitoire

II.4.1 Circuit RL

Soit le circuit RL illustré sur la figure.II.15. Un échelon de tension est appliqué au circuit :  
 $e(t) = E$  pour  $t \geq 0$ ,  $e(t) = 0$  pour  $t \leq 0$

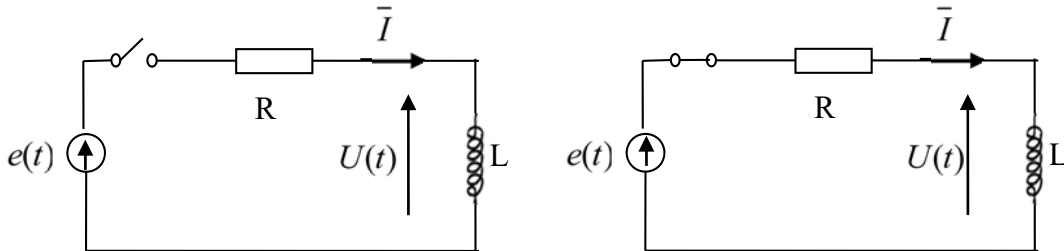


Figure.II.15. Exemple d'un circuit RL

L'interrupteur est initialement ouvert (régime continu  $U=0$  et  $I=0$ ).

A  $t=0$ , On ferme l'interrupteur, l'équation de la maille donne :

$$E = RI(t) + L \frac{dI(t)}{dt} \quad (\text{II.51})$$

L'équation (II.51) est une équation différentielle d'ordre 1. Nous cherchons la solution générale sans second membre, ainsi que la solution particulière:

a) Solution générale

$$RI(t) + L \frac{dI(t)}{dt} = 0 \quad (\text{II.52})$$

$$\text{D'où : } \frac{dI(t)}{I(t)} = -\frac{R}{L} dt \quad (\text{II.53})$$

En intégrant les deux membres de l'égalité, nous obtenons :

$$\text{Ln} \left( \frac{I(t)}{K} \right) = -\frac{R}{L} t \quad (\text{II.54})$$

$$\text{D'où : } I(t) = K.e^{-\frac{R}{L}t} \quad (\text{II.55})$$

-Avec  $K$  est une constante d'intégration.

b) Solution particulière

Elle est de obtenue par le rapport de la tension et du courant, et est donnée part :

$$I(t) = \frac{E}{R} \quad (\text{II.56})$$

c) Solution finale

La solution finale s'obtient en additionnant la solution particulière et la solution de l'équation sans second membre. Il vient :

$$I(t) = K.e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{E}{R} \quad (\text{II.57})$$

## CHAPITRE II : Rappels sur les lois fondamentales de l'électricité

$-K$  dépend des conditions initiales. Nous savons que pour  $t = 0$ , le courant  $I(t)$  est nul.

$$I(t=0) = 0 = K.e^{-\frac{R}{L} \cdot 0} + \frac{E}{R} = K + \frac{E}{R} \quad (\text{II.58})$$

$$\text{D'où : } K = -\frac{E}{R} \quad (\text{II.59})$$

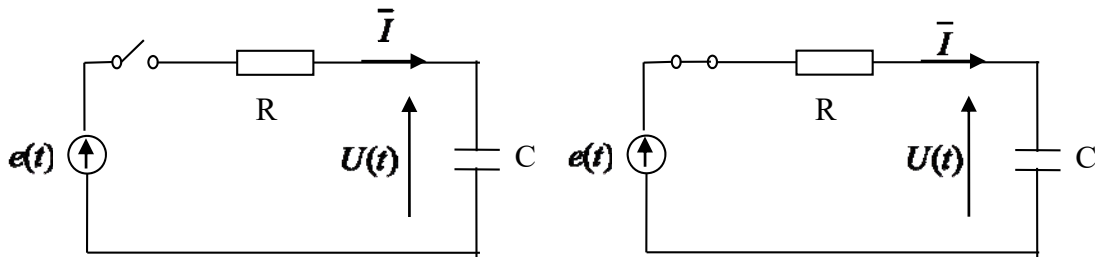
L'expression du courant en fonction du temps sera donc donnée par :

$$I(t) = -\frac{E}{R}e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{E}{R} = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad (\text{II.60})$$

$$\text{Avec : } \tau = \frac{L}{R}$$

### II.4.2 Circuit RC

Un échelon de tension est appliqué au circuit RC illustré sur la figure.II.16. Ainsi, Nous avons :  
 $e(t) = E$  pour  $t \geq 0$ ,  $e(t) = 0$  pour  $t \leq 0$



**Figure.II.16.** Exemple d'un circuit RC

L'interrupteur est initialement ouvert (régime continu  $U=0$  et  $I=0$ ).

A  $t=0$ , On ferme l'interrupteur, l'équation de la maille donne :

$$E = RI(t) + U(t) \quad (\text{II.61})$$

Avec  $I(t) = C \frac{dI(t)}{dt}$  ce qui donne :

$$E = RC \frac{dU(t)}{dt} + U(t) \quad (\text{II.62})$$

La solution de l'équation (II.62) est obtenue en cherchant les deux solutions générale et particulière.

#### a) Solution générale

$$RC \frac{dU(t)}{dt} + U(t) = 0 \quad (\text{II.63})$$

$$\text{D'où : } U(t) = A \times e^{-\frac{t}{RC}} = A \times e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (\text{II.64})$$

$A$  est une constante d'intégration et  $\tau = RC$  est la constant de temps.

#### b) Solution particulière

Pour  $t \geq 0$ , la solution de la même forme que l'excitation  $e(t)$  qui est une tension constante. Nous pouvons obtenir le résultat directement puisque la dérivée d'une constante est nulle :  $U(t) = e(t) = E$ .

## CHAPITRE II : Rappels sur les lois fondamentales de l'électricité

### c) Solution finale

La solution finale est obtenue en additionnant les résultats de la solution générale et particulière.

$$U(t) = E + A \times e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (\text{II.65})$$

A dépend des conditions initiales, à  $t=0$  nous avons :

$$U(t=0) = 0 = E + A \Rightarrow E = -A \quad (\text{II.66})$$

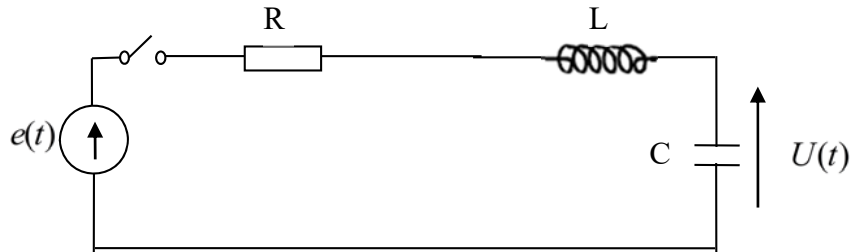
La solution complète sera donc :

$$U(t) = E \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad (\text{II.67})$$

### II.4.3 Circuit RLC

Soit le circuit RL illustré sur la Figure.II.16. Un échelon de tension est appliqué au circuit :

$$e(t) = E \text{ pour } t \geq 0, \quad e(t) = 0 \text{ pour } t \leq 0$$



**Figure.II.18.** Exemple d'un circuit *RLC*

L'équation de la maille du circuit RLC est la suivante :

$$E = RI(t) + L \frac{dI(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t I(t) dt \quad (\text{II.68})$$

$$\text{Avec : } I(t) = C \frac{dU(t)}{dt} \quad (\text{II.69})$$

On remplace I(t) par sa formule dans l'équation (II.68) et on obtient :

$$E = LC \frac{d^2U(t)}{dt^2} + RC \frac{dU(t)}{dt} + U(t) \Rightarrow \frac{E}{LC} = \frac{d^2U(t)}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dU(t)}{dt} + \frac{U(t)}{LC} \quad (\text{II.70})$$

-On définit la pulsation propre  $\omega_0$  de la fréquence à laquelle oscille ce système lorsqu'il est en évolution

libre et donnée par  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

-D'autre part, nous avons :

$$2\lambda = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{R}{L} \quad (\text{II.71})$$

$\lambda$  : est le coefficient d'amortissement qui caractérise la forme de la réponse du système.

## CHAPITRE II : Rappels sur les lois fondamentales de l'électricité

On définit le facteur de qualité  $Q$  donné par :

$$Q = \sqrt{\frac{L}{C}} \times \frac{1}{R} \quad (\text{II.72})$$

-Les régimes pseudo-périodique, apériodique et critique dépendent des valeurs du coefficient d'amortissement et de la pulsation propre.

1. Si  $\lambda < \omega_0$  : Régime pseudo- périodique (Courbe 1),
2. Si  $\lambda > \omega_0$  : Régime apériodique (Courbe 2),
3. Si  $\lambda = \omega_0$  : Régime critique (Courbe 3).

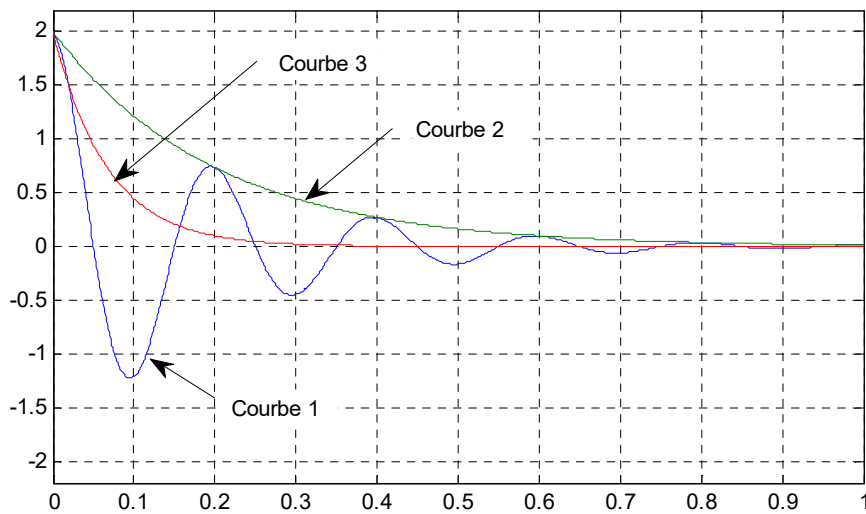


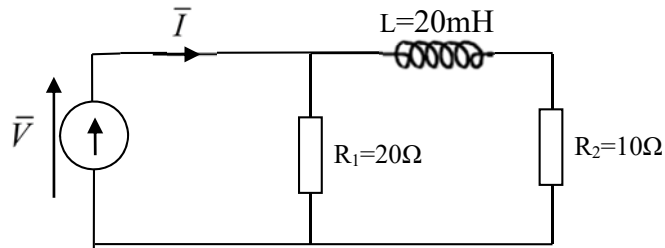
Figure .II.19. Réponse d'un circuit RLC pour trois degrés d'amortissement.

### Exercice d'application

On considère la charge monophasée représentée sur la figure ci-dessous, placée sous une tension sinusoïdale de valeur efficace  $V = 230$  V et de fréquence 50 Hz.

- 1) Calculer la valeur efficace  $I_1$  du courant circulant dans la résistance  $R_1$ .
- 2) Calculer la valeur efficace  $I_2$  du courant circulant dans la résistance  $R_2$ .
- 3) Calculer l'impédance  $Z_{\text{éq}}$  équivalente du circuit.
- 4) Calculer la valeur efficace  $I$  du courant absorbé par l'ensemble de ce circuit.
- 5) Calculer la valeur des puissances active  $P$ , réactive  $Q$  et apparente  $S$  relatives à ce circuit.
- 6) En déduire la valeur du facteur de puissance de cette charge.

## CHAPITRE II : Rappels sur les lois fondamentales de l'électricité



### Corrigé de l'exercice d'application

- 1) Calculer la valeur efficace  $I_1$  du courant circulant dans la résistance  $R_1$

$$I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{230}{20} = 11.5 \text{ A}$$

- 2) Calculer la valeur efficace  $I_2$  du courant circulant dans la résistance  $R_2$

$$I_1 = \frac{V}{\sqrt{R_2^2 + L^2 \omega^2}} = \frac{230}{\sqrt{10^2 + (20 \cdot 10^{-3} \cdot 2\pi \cdot 50)^2}} = 19.5 \text{ A}$$

- 3) Calculer l'impédance  $Z_{\text{eq}}$  équivalente du circuit.

$$R_1 // (R_2 + jL\omega) = \frac{20 + (10 + j(20 \cdot 10^{-3} \cdot 100\pi))}{(20 + 10) + j(20 \cdot 10^{-3} \cdot 100\pi)} = \frac{200 + j125.6}{30 + j6.28}$$

$$Z_{\text{eq}} = |\bar{Z}_{\text{eq}}| = \frac{|200 + j125.6|}{|30 + j6.28|} = 7.71 \Omega$$

- 4) Calculer la valeur efficace  $I$  du courant absorbé par l'ensemble de ce circuit.

$$I = \frac{V}{Z_{\text{eq}}} = \frac{230}{7.71} = 29.83 \text{ A}$$

- 5) Calculer la valeur des puissances active  $P$ , réactive  $Q$  et apparente  $S$  relatives à ce circuit.

$$P = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 = 20 \times 11.5^2 + 10 \times 19.5^2 = 6.44 \text{ kW}$$

$$Q = L \omega I_2^2 = 20 \times 10^{-3} \times 100\pi \times 19.5^2 = 2.39 \text{ kVAR}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 6.86 \text{ kVA}$$

- 6) En déduire la valeur du facteur de puissance de cette charge.

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = 0.93$$

# CHAPITRE III : Circuits et puissances électriques

3-phase Systems

- \* Connected in wye or delta
- \* Line Voltages & currents can be generated by wye or delta.

Solution

- ① convert everything to wye.
- ② Solve.

Conversions  
Wye  $\rightarrow$  Delta

The image contains three hand-drawn diagrams on a black background. The top diagram shows a box labeled 'Source Wye or Δ' connected to three lines that enter another box labeled 'Load Wye or Δ'. The middle diagram shows a delta network with nodes labeled 'a', 'b', and 'c'. A line voltage is indicated between nodes 'a' and 'b' with the text 'line voltage = Δ Voltage'. The bottom diagram shows a wye network with nodes 'a', 'b', and 'c' connected to a central neutral point 'n' labeled 'n ground Vn=0'.

## III.1 Introduction

La fonction principale d'un réseau électrique est d'acheminer l'énergie des centres de production jusqu'aux consommateurs. La fourniture d'électricité, en ce qui concerne la sûreté et la disponibilité, constitue un point clef de la gestion des réseaux électriques. Ceci est particulièrement vrai pour le type de distribution choisi (monophasé ou triphasé). Ce chapitre concerne l'étude des circuits électriques monophasé et triphasé et les puissances qui leur sont associées.

## III.2 Circuit électrique monophasé

### III.2.1 Représentation et grandeurs associées

Comme montré sur la figure.III.1, une alimentation monophasée est un circuit d'alimentation à courant alternatif à deux fils. En règle générale, il y a un fil d'alimentation (le fil de phase L) et un fil neutre (N), le courant circule entre le fil d'alimentation (à travers la charge) et le fil neutre. Le monophasé est utilisé dans un endroit où moins de puissance est requis et pour faire fonctionner les petites charges. Les récepteurs (charges) peuvent être de natures différentes : Résistifs, inductifs ou capacitifs.

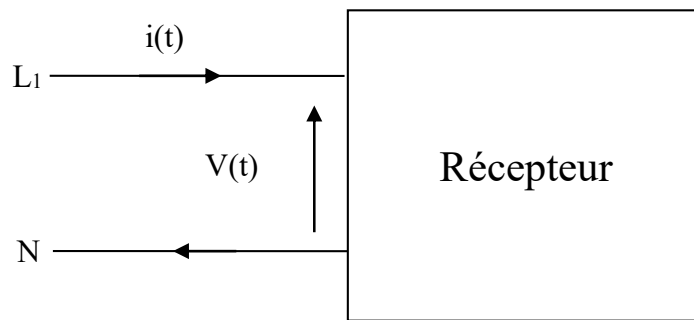


Figure.III.1. Système électrique monophasé

### III.2.2 Puissances électriques en monophasé

Cette section a été traitée de façon détaillée dans le chapitre précédent (Chapitre II). Un rappel des notions fondamentales relatives aux puissances en monophasé reste vital. Pour cela, nous allons faire un rappel des différentes puissances en monophasé (apparente, active et réactive) ainsi que les relations entre ces mêmes puissances.

- a) *Cas d'une charge résistive* : Dans ce cas la tension  $v(t)$  et le courant  $i(t)$  sont en phases (figure.III.2). Le récepteur ne provoque pas de déphasage entre la tension. La puissance apparente est égale à la puissance active

$$\mathbf{S = P = UI}$$

Figure.III.2. Diagramme vectoriel dans le cas d'une charge résistive

Pour une charge résistive nous avons :

$$\begin{cases} P = S = V_{eff} \cdot I_{eff} \\ Q = 0 \\ \varphi = 0 \\ \cos \varphi = 1 \end{cases} \quad (III.1)$$

b) **Cas d'une charge inductive** : Pour une charge inductive le courant est en retard de  $\varphi$  par rapport à la tension (figure.III.3). Les puissances actives et réactives dépendent de cet angle de décalage.

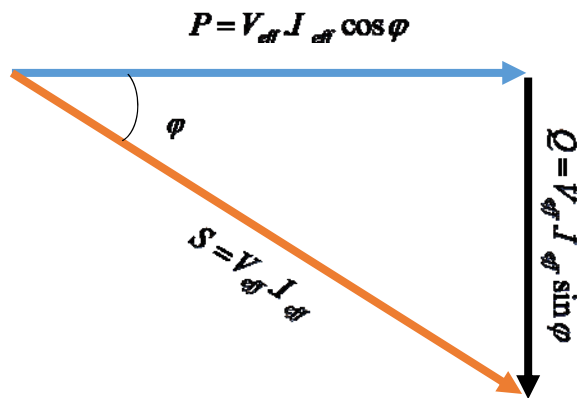


Figure.III.3. Diagramme vectoriel dans le cas d'une charge inductive

Pour une charge résistive nous avons :

$$\begin{cases} P = S = V_{eff} \cdot I_{eff} \\ P = V_{eff} \cdot I_{eff} \cos \varphi \\ Q = V_{eff} \cdot I_{eff} \sin \varphi \\ S = \sqrt{P^2 + Q^2} \\ \cos \varphi = \frac{P}{S} \\ \varphi < 0 \end{cases} \quad (III.2)$$

c) **Cas d'une charge capacitive** : Dans le cas d'une charge capacitive le courant est en avance de  $\varphi$  par rapport à la tension (figure.III.4). Les puissances actives et réactives dépendent de cet angle de déphasage.

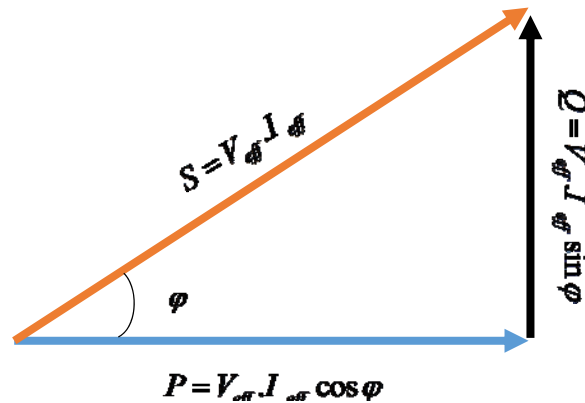


Figure.III.4. Diagramme vectoriel dans le cas d'une charge capacitive

Pour une charge résistive nous avons :

$$\left\{ \begin{array}{l} P = S = V_{eff} \cdot I_{eff} \\ P = V_{eff} \cdot I_{eff} \cos \varphi \\ Q = V_{eff} \cdot I_{eff} \sin \varphi \\ S = \sqrt{P^2 + Q^2} \\ \cos \varphi = \frac{P}{S} \\ \varphi > 0 \end{array} \right. \quad (III.3)$$

### III.2.3 Amélioration du facteur de puissance

La qualité de l'alimentation est essentielle pour un fonctionnement efficace de l'équipement, et le facteur de puissance y contribue. Le facteur de puissance nous renseigne sur l'efficacité avec laquelle l'énergie absorbée est utilisée dans une installation électrique. C'est le rapport entre la puissance active et la puissance apparente. L'amélioration du facteur de puissance est obtenue via la connexion de condensateurs qui produisent de l'énergie réactive en quadrature à l'énergie absorbée par les récepteurs (charges). Cela améliore le facteur de puissance à partir du point où la source de puissance réactive est connectée, empêchant la circulation inutile de courant dans le réseau. La valeur de la capacité requise est fonction du type de la charge électrique dans l'installation.

Considérons le diagramme vectoriel (figure.III.5) correspondant à une charge inductive. Initialement, la puissance réactive est  $Q_1$ , l'angle de contact est  $\varphi_1$  et le facteur de puissance initial est  $\cos \varphi_1$

Améliorer le facteur de puissance revient à :

- Placer une capacité ou ensemble de capacités de puissance réactive  $Q_c$  en quadrature avec l'énergie réactive initiale  $Q_1$ .
- Diminuer l'angle de déphasage de  $\varphi_1$  à  $\varphi_2$
- Ramener la puissance réactive  $Q_1$  à une autre  $Q_2$  inférieure.

La nouvelle puissance réactive  $Q_2$  est obtenue comme suit :

$$Q_2 = Q_1 - Q_c \tag{III.4}$$

La valeur de la capacité  $C$  relative à l'énergie  $Q_c$  est donnée par :

$$C = \frac{Q_c}{V_{eff}^2 \omega} = \frac{Q_c}{V_{eff}^2 2\pi f} \tag{III.5}$$

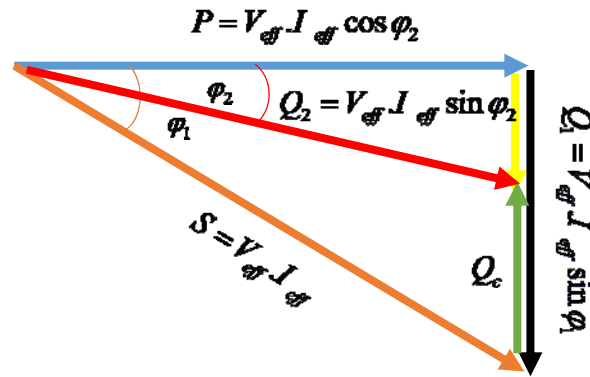


Figure.III.5. Amélioration du facteur de puissance

### III.3 Circuit électrique triphasé

#### III.3.1 Définition

Les systèmes monophasés étudiés précédemment ne présentent en général un intérêt que pour les faibles puissances. Pour les grandes puissances (distribution d'énergie, alimentation des moteurs), on utilise souvent le système triphasé. Un système triphasé est généré par un générateur possédant trois sources de tension sinusoïdales avec des tensions de même fréquence, avec un déphasage de  $120^\circ$  les unes par rapport aux autres. Ceci est réalisé en positionnant trois bobines électriquement distantes de  $120^\circ$ . Une distribution triphasée (figure.III.6) comporte généralement 4 conducteurs (3 conducteurs de phase: L1, L2, L3 et un conducteur de neutre: N).

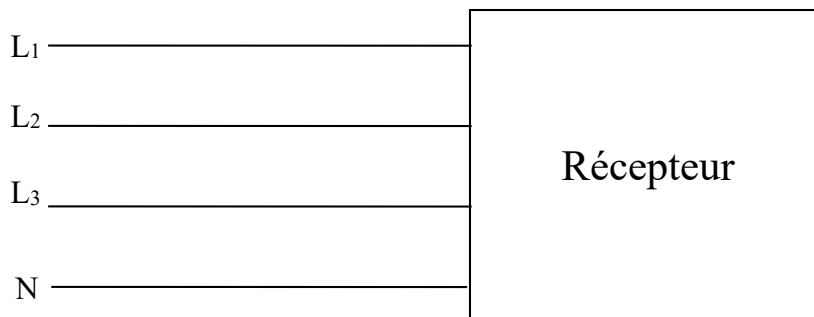


Figure.III.6. Système électrique triphasé

#### III.3.2 Représentation temporelle et vectorielle des tensions simples d'un système triphasé

Comme cité précédemment les tensions simples d'un système triphasé sont de même amplitude, de même fréquence et déphasées de  $120^\circ$  l'une de l'autre. Les formules relatives aux différentes tensions sont les suivantes :

$$\begin{cases} v_1(t) = \sqrt{2}V \sin \omega t \\ v_2(t) = \sqrt{2}V \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ v_3(t) = \sqrt{2}V \sin\left(\omega t - \frac{3\pi}{4}\right) \end{cases} \quad (\text{III.6})$$

L'évolution temporelle et vectorielle des trois tensions est illustrée sur la figure.III.7.

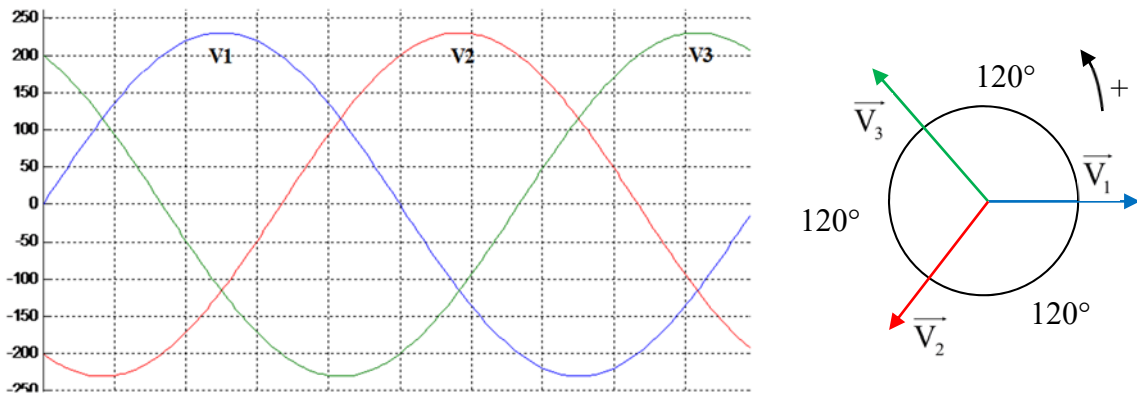


Figure III.7. Représentation temporelle des tensions simples

### III.3.3 Relation entre tensions simples et composés

Sur la figure.III.8, on constate que les tensions dans un système triphasé peuvent être exprimées sous forme de tensions simples ou composées.

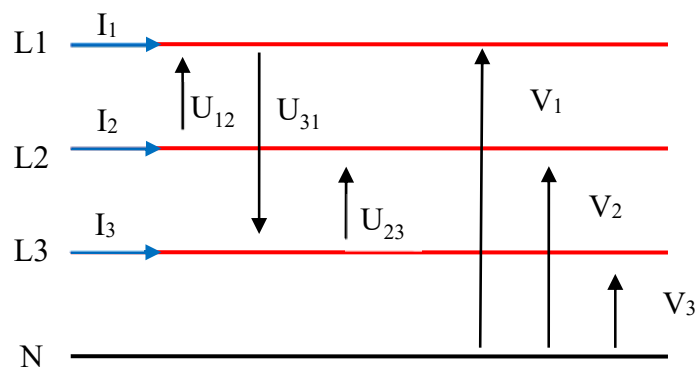


Figure.III.8. Tensions simples et composées d'un système triphasé

La tension entre un conducteur de phase et le conducteur de neutre est appelée tension simple. La tension entre conducteurs de phase est appelée tension composée.

La relation entre les différentes valeurs efficaces des tensions simples et les valeurs efficaces des tensions composées est illustré sur le diagramme vectoriel de la figure.III.9.

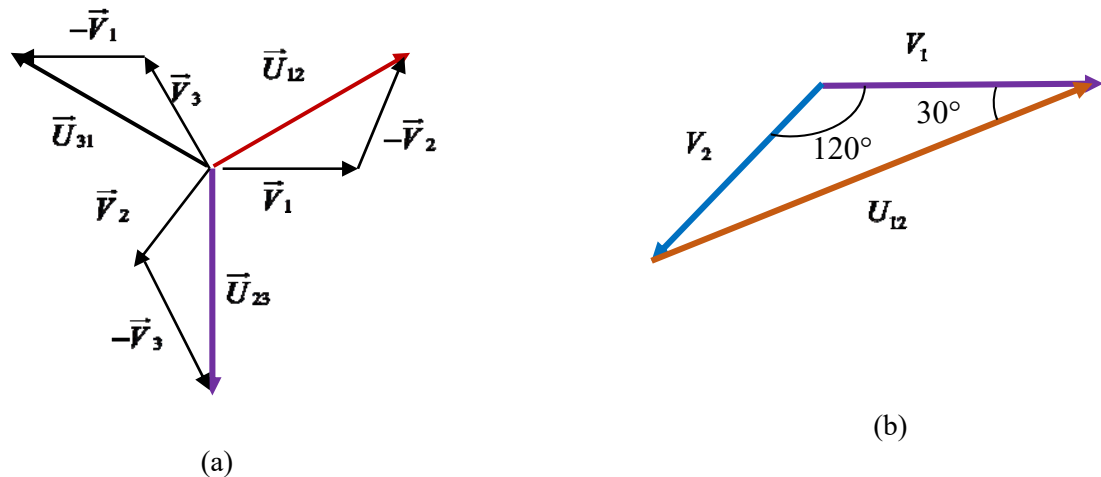


Figure.III.9. (a) Relation entre les valeurs les efficaces des tensions simples et composées

A partir du diagramme vectoriel de la figure.III.9.a, on déduit la relation entre tensions composées et simple :

$$\begin{cases} U_{12} = V_1 - V_2 \\ U_{23} = V_2 - V_3 \\ U_{31} = V_3 - V_1 \end{cases} \quad \text{(III.7)}$$

Les formules des tensions composées sont données comme suit :

$$\begin{cases} u_{12}(t) = \sqrt{2}U \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \\ u_{23}(t) = \sqrt{2}U \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \\ v_{31}(t) = \sqrt{2}U \sin\left(\omega t - \frac{7\pi}{6}\right) \end{cases} \quad \text{(III.8)}$$

A partir de la figure.III.9.b, la relation entre la valeur efficace de la tension composée et la valeur efficace de la tension simple est obtenue à partir :

$$U = \sqrt{3}V \quad \text{(III.9)}$$

### III.4 Différents modes de couplage des récepteurs

Dans un système électrique, une fois le générateur couplé, il existe encore deux moyens d'y raccorder des charges (c'est-à-dire des impédances représentant les différents récepteurs). On distinguera ainsi les charges étoile et les charges triangle, selon l'application finale. Un système triphasé peut avoir deux états équilibré ou déséquilibré.

- Un système triphasé est dit équilibré si les impédances de charge sont les mêmes sur les trois phases, quel que soit le type du couplage du côté charge. Autrement dit, un système triphasé équilibré fournit des courants de lignes de mêmes grandeurs (phases et amplitudes).
- Un système triphasé est dit déséquilibré si toutes les grandeurs électriques analogues ne sont pas égales d'une phase sur l'autre. Ça sous-entend que les formules relatives au système équilibré ne peuvent point être adaptées pour un système équilibré.

III.4.1 Montage étoile

La connexion en étoile (figure.III.10) est un circuit triphasé dans lequel les trois charges sont connectées en un seul point neutre. Contrairement à la connexion en triangle, les systèmes connectés en étoile portent un quatrième conducteur neutre, souvent mis à la terre mais parfois laissé flottant (système en étoile non mis à la terre).

La configuration en étoile est un circuit triphasé où les charges sont connectées en un seul point appelé "Neutre-N". Le neutre est souvent mis à la terre. A l'encontre de la configuration triangle, il s'agit d'un système triphasé à quatre fils (3 phases, 4 fils), ce qui signifie qu'il peut s'agir d'un circuit à trois fils ou à quatre fils.

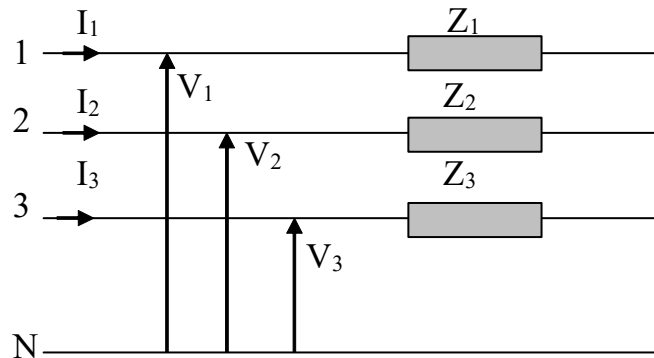


Figure.III.10. Couplage en étoile de la charge d'un système triphasé

a) Montage étoile équilibré

Dans un montage étoile équilibré chaque impédance de charge est soumise à la même tension simple et traversée par le même courant (courant provenant de la phase). Dans ce type de montage, le courant du neutre est nul ( $\vec{I}_N = 0$ ), le fil neutre n'est donc pas nécessaire. Les formules qui régissent un montage étoile équilibré sont comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z \\ I_1 = I_2 = I_3 = I \\ V_1 = V_2 = V_3 = V \\ \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi \\ \vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3 = 0 \end{array} \right. \quad \text{(III.10)}$$

b) Montage étoile déséquilibré

Dans un montage étoile déséquilibré, le courant dans le fil neutre est différent des courants dans les trois fils de phase.

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_1 \neq Z_2 \neq Z_3 \neq Z \\ I_1 \neq I_2 \neq I_3 \\ V_1 = V_2 = V_3 = V \\ \varphi_1 \neq \varphi_2 \neq \varphi_3 \\ \vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3 = \vec{I}_N \end{array} \right. \quad \text{(III.11)}$$

### III.4.2 Montage triangle

Dans la configuration triangle, les trois charges sont connectées en série, comme indiqué dans la figure. III.11. Ceci dit que, Le fil de sortie (ou d'extrémité) de la première charge est connecté au fil d'entrée de la deuxième charge. Le fil de sortie de la deuxième charge est connecté au fil de sortie de la troisième charge. Le fil de sortie de la troisième charge est connecté au fil d'entrée de la première charge. Les fils de phase sont connectés aux trois points communs où les charges sont jointes.

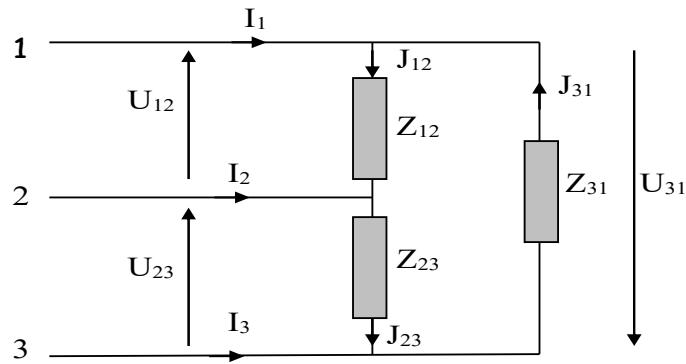


Figure.III.11. Couplage en triangle de la charge d'un système triphasé

#### a) Montage triangle équilibré

Dans un montage triangle équilibré chaque impédance est soumise à une tension composée  $U$  et traversé par un courant imposé par la charge  $J$ . L'angle de déphasage  $\varphi$  entre  $U$  et  $J$  est lui aussi imposé par la charge. Les formules régissant ce couplage sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_{12} = Z_{23} = Z_{31} = Z \\ J_{12} = J_{23} = J_{31} = J \\ I_1 = I_2 = I_3 = I = \sqrt{3}J \\ U_{12} = U_{23} = U_{31} = U \\ \varphi_{12} = \varphi_{23} = \varphi_{31} = \varphi \end{array} \right. \quad \text{(III.12)}$$

#### b) Montage triangle déséquilibré

Dans un montage triangle déséquilibré, chaque charge est soumise à la tension  $U$ . Les courants et les déphases entre tensions et courants sont imposés par les charges. La somme vectorielle des courants de lignes est nulle. Les formules régissant ce montage sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_{12} \neq Z_{23} \neq Z_{31} \\ J_{12} \neq J_{23} \neq J_{31} \\ I_1 \neq I_2 \neq I_3 \\ U_{12} = U_{23} = U_{31} = U \\ J_{12} = \frac{U_{12}}{Z_{12}}, J_{23} = \frac{U_{23}}{Z_{23}}, J_{31} = \frac{U_{31}}{Z_{31}} \\ \varphi_1 \neq \varphi_2 \neq \varphi_3 \end{array} \right. \quad (\text{III.13})$$

### III.5 Puissances dans les systèmes électriques équilibrés

Selon le théorème de Boucherot, et pour un système qui ne subit de changement de fréquences, les puissances actives et réactives se conservent. Pour un système triphasé quelconque, la puissance absorbée par la charge est la somme de toutes les puissances absorbées par chaque phase

a) Pour la puissance active

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3 = V_1 I_1 \cos \varphi_1 + V_2 I_2 \cos \varphi_2 + V_3 I_3 \cos \varphi_3 \quad (\text{III.14})$$

b) Pour la puissance réactive

$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 = V_1 I_1 \sin \varphi_1 + V_2 I_2 \sin \varphi_2 + V_3 I_3 \sin \varphi_3 \quad (\text{III.15})$$

c) Pour la puissance apparente

$$\bar{S} = \bar{P} + j\bar{Q} \quad (\text{III.16})$$

**NB :** Les puissances électriques peuvent être exprimées en fonction des tensions simples et composées ainsi qu'en fonction des courants de lignes et de phases

### III.6 Transformation de Fortescue- Composantes symétriques

En fonctionnement normal équilibré symétrique, l'étude des réseaux triphasés se ramène à celle d'un réseau monophasé équivalent, caractérisé par les tensions simples, les courants de phase, et les impédances du réseau (appelées impédances cycliques). En fonctionnement déséquilibré l'étude des réseaux électriques triphasés devient complexe, de par la difficulté d'établir les relations électriques dans les conducteurs. Les coordonnées (composantes) symétriques de Fortescue sont introduites pour y remédier à ce problème. La notion de composantes symétriques s'étend également aux puissances.

En effet, tout système de trois grandeurs vectorielles  $(\bar{V}_1, \bar{V}_2, \bar{V}_3)$  de même nature et de même fréquence est égal à la superposition de trois systèmes de même fréquence :

- Un système équilibré direct  $(\bar{V}_d, a^2 \bar{V}_d, a \bar{V}_d)$ ,
- Un système équilibré inverse  $(\bar{V}_i, a \bar{V}_i, a^2 \bar{V}_i)$
- Un système homopolaire  $(\bar{V}_h, \bar{V}_h, \bar{V}_h)$

Les composantes symétriques peuvent être obtenues par construction vectorielle ou avec les par les relations de passages suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{V}_1 = \bar{V}_d + \bar{V}_i + \bar{V}_h \\ \bar{V}_2 = a^2 \bar{V}_d + a \bar{V}_i + \bar{V}_h \\ \bar{V}_3 = a \bar{V}_d + a^2 \bar{V}_i + \bar{V}_h \end{array} \right. \quad (\text{III.17})$$

$$\begin{cases} \bar{V}_d = \frac{1}{3}(\bar{V}_1 + a\bar{V}_2 + a^2\bar{V}_3) \\ \bar{V}_i = \frac{1}{3}(\bar{V}_1 + a^2\bar{V}_2 + a\bar{V}_3) \\ \bar{V}_h = \frac{1}{3}(\bar{V}_1 + \bar{V}_2 + \bar{V}_3) \end{cases} \quad (\text{III.18})$$

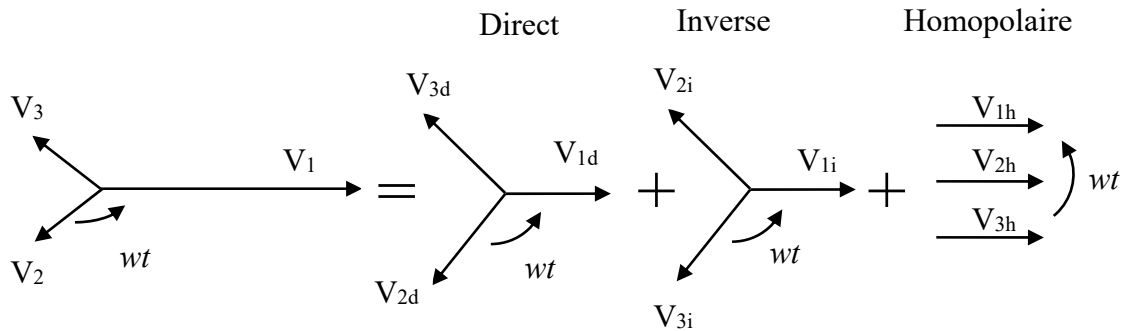


Figure.III.11. Décomposition d'un système triphasé en composantes symétriques

### Exercices d'application

#### Exercice N°1

Sur un réseau (230 V / 400 V, 50 Hz) sans neutre, on branche en étoile trois récepteurs capacitifs identiques de résistance  $R = 20 \Omega$  en série avec une capacité  $C = 20 \mu\text{F}$ .

- 1) Déterminer l'impédance complexe de chaque récepteur. Calculer son module et son argument.
- 2) Déterminer la valeur efficace des courants en ligne, ainsi que leur déphasage par rapport aux tensions simples.
- 3) Calculer les puissances active et réactive consommées par le récepteur triphasé, ainsi que la puissance apparente.

#### Corrigé de l'exercice N°1

- 1) Déterminer l'impédance complexe de chaque récepteur. Calculer son module et son argument.

$$\bar{Z} = R - \frac{j}{C\omega}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2} = 160.4\Omega$$

$$\arg(\bar{Z}) = \arctan\left(-\frac{1}{RC\omega}\right) = -82.8^\circ$$

- 2) Déterminer la valeur efficace des courants en ligne, ainsi que leur déphasage par rapport aux tensions simples.

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{230}{160.4} = 1.43 \text{ A}$$

$$\varphi_{v/i} = -82.8^\circ$$

- 3) Calculer les puissances active et réactive consommées par le récepteur triphasé, ainsi que la puissance apparente.

$$P = 3RI^2 = 123.3 \text{ W}$$

$$Q = -3 \frac{I^2}{C\omega} = -3 \frac{I^2}{2\pi fC} = -981.6 \text{ VAR}$$

$$S = 3ZI^2 = 989.3 \text{ VA}$$

#### Exercice N°2

Soit un récepteur triphasé équilibré constitué de trois radiateurs  $R = 100 \Omega$ . Ce récepteur est alimenté par un réseau triphasé 230 V / 400 V à 50 Hz.

- 1) Calculer la valeur efficace  $I$  du courant de ligne et la puissance active  $P$  consommée quand le couplage du récepteur est en étoile.
- 2) Reprendre la question avec un couplage en triangle.
- 3) Conclure.

#### Corrigé de l'exercice N°1

- 1) Calculer la valeur efficace  $I$  du courant de ligne et la puissance active  $P$  consommée quand le couplage du récepteur est en étoile.

-Tension aux bornes d'un radiateur :  $V = 230 \text{ V}$  (tension entre phase et neutre).

-Le courant dans un radiateur est aussi le courant de ligne :  $I$

-Loi d'Ohm :  $I = V/R = 2,3 \text{ A}$

-Le récepteur triphasé consomme  $3RI^2 = 1,6 \text{ kW}$  (Loi de Joule).

- 2) Reprendre la question avec un couplage en triangle.

-Tension aux bornes d'un radiateur :  $U = 400 \text{ V}$  (tension entre phases).

-Le courant dans un radiateur est le courant de phase :  $J$ .

-Loi d'Ohm :  $J = U/R = 4,0 \text{ A}$

-D'où le courant de ligne :  $I = J\sqrt{3} = 6,9 \text{ A}$

-Loi de Joule :  $3RJ^2 = RI^2 = 4,8 \text{ kW}$

- 3) Conclure.

En couplage triangle, le courant de ligne est trois fois supérieur qu'avec un couplage en étoile. Il en est de même pour la puissance active : en triangle, le dispositif fournit trois fois plus de chaleur qu'en étoile.

## CHAPITRE IV: Circuits magnétiques

$10A$   
 $\sum B_{||} \Delta l = (Bl)_{AC} + \cancel{(Bl)_{CD}} + \cancel{(Bl)_{DB}} + \cancel{(Bl)_{BA}}$   
 $\sum B_{||} \Delta l = \mu_0 I$   
 $Bl = \mu_0 I$

### IV.1 Introduction

Les processus de conversion et de transmission d'énergie utilisent une variété de dispositifs magnétiques. En effet, une bonne conception de ces dispositifs conduit au bon fonctionnement des dispositifs électriques (transformateur, machines tournantes...) et par conséquent à une bonne exploitation de l'énergie.

### IV.2 Lois fondamentales en électromagnétisme

#### IV.2.1 Loi de Biot et Savart

Le champ d'induction d'un courant rectiligne infini à la distance  $r$  (le courant étant l'axe des lignes de champ) est donnée par :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (\text{IV.1})$$

Avec :  $\mu_0$  est la perméabilité du vide est égale  $4\pi \cdot 10^{-7}$ .

Le champ magnétique  $H$  est donnée par :

$$H = \frac{I}{2\pi r} \quad (\text{A/m}) \quad (\text{IV.2})$$

L'induction magnétique  $B$  sera par conséquent donnée par :

$$B = B_0 = \mu_0 H \quad (\text{Tesla}) \quad (\text{IV.3})$$

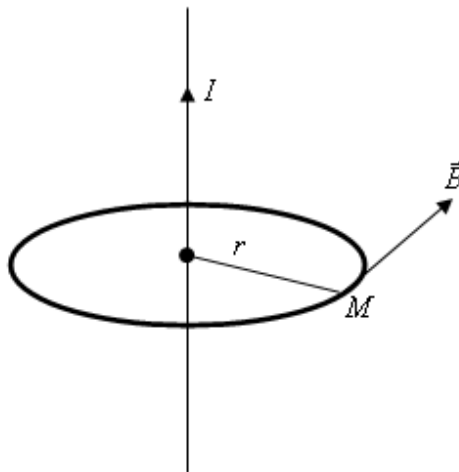


Figure.IV.1. Application de la de Biot et Savart à un fil conducteur

#### IV.2.2 Théorème d'Ampère

La circulation de l'excitation magnétique  $\vec{H}$  le long d'un circuit fermé  $\Gamma$  est égale à la somme algébrique des forces magnétomotrices enlacées par ce même contour (figure.IV.2).

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum ni \quad (\text{A}) \quad (\text{IV.4})$$

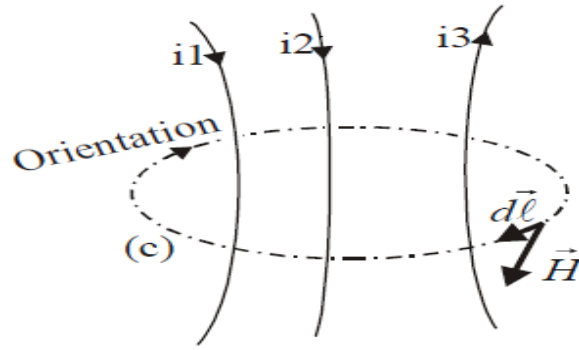


Figure IV.2. Théorème d'Ampère

### IV.2.3 Equation de Maxwell-Ampère

Pour tout contour fermé  $\Gamma$  délimitant une surface  $S$ . La densité du courant  $\vec{j}$  sur un élément de surface  $dS$ , s'écrit comme suit :

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \int_{\Gamma} \vec{j} \cdot d\vec{S} \quad (\text{IV.5})$$

En appliquant le théorème de Stokes à la formule (IV.3), on aura :

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \int_{\Gamma} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} \cdot d\vec{S} \quad (\text{IV.6})$$

L'équation de Maxwell-Ampère sera donc donnée par :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = \vec{j} \quad (\text{IV.7})$$

### IV.2.4 Loi de Laplace

Si un fil conducteur de longueur  $l$  parcouru par un courant  $I$  et plongé dans un champ d'induction  $\vec{B}$  (figure.IV.3). La force de Laplace  $\vec{F}$  exercée sur ce courant est donnée par :

$$\vec{F} = I (d\vec{l} \wedge \vec{B}) \quad (\text{IV.8})$$

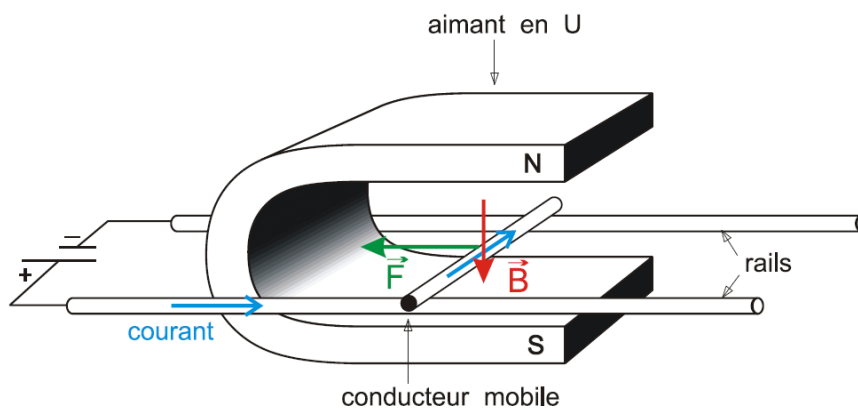


Figure.IV.3. Rails de Laplace

### IV.2.5 Loi de Faraday

La génération de force électromotrice nécessite un flux magnétique variant dans le temps reliant le circuit. Cela se produit si le champ magnétique change avec le temps (fem de transformation), ou si la surface contenant le flux change avec le temps (fem dynamique). La loi de Faraday est donnée par :

$$e = \oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \iint_{S_{\Gamma}} \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad (\text{IV.9})$$

### IV.2.6 Loi de Lenz

La Loi de Lenz est un héritage de la loi de Faraday. Cette loi est un concept important en électromagnétisme. Elle stipule que lorsqu'une tension est créée par un changement de flux magnétique, la tension induite doit créer un courant dont le champ magnétique est en opposition avec ce qui lui donne naissance. La loi de Lenz a pour formule :

$$e = - \frac{d\Phi}{dt} \quad (\text{IV.10})$$

Nous avons  $e = \oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \iint_{S_{\Gamma}} \vec{B} \cdot d\vec{S} = - \frac{d\Phi}{dt}$ . Le flux  $\Phi$  sera donnée par:

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \cdot S \text{ (Wb)} \quad (\text{IV.11})$$

### IV.2.7 Loi de Lorentz

Si une particule de charge  $q$  se déplace avec une vitesse  $\vec{V}$  en présence d'un champ électrique  $\vec{E}$  et d'un champ magnétique  $\vec{B}$ , alors elle subira une force. Cette force est ce que l'on appelle la force de Lorentz. La force de Lorentz  $\vec{F}$  est obtenue avec la règle de la main droite (figure.IV.4).

$$\vec{F} = q(\vec{V} \wedge \vec{B}) \quad (\text{IV.12})$$

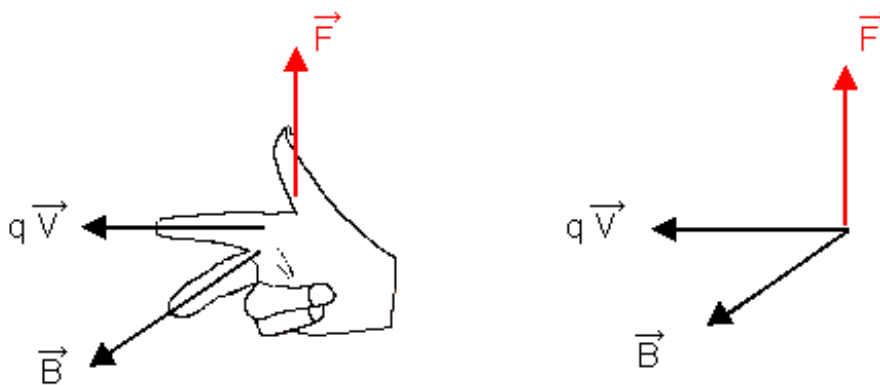


Figure.IV.4. Force de Lorentz

IV.3 Circuit magnétique

IV.3.1 Définition d'un circuit magnétique

Un circuit magnétique est un circuit généralement réalisé en matériau ferromagnétique (cars ils permettent d'obtenir des inductions élevées) au travers duquel circule un flux de champ magnétique. Le champ magnétique est généralement créé soit par des enroulements enserrant le circuit magnétique et traversés par des courants, soit par des aimants permanents contenus dans le circuit magnétique. Deux configurations sont communément rencontrées à savoir, circuit magnétique sans entrefer et circuit magnétique avec entrefer. L'allure classique d'un circuit magnétique est représentée sur la figure.IV.5.

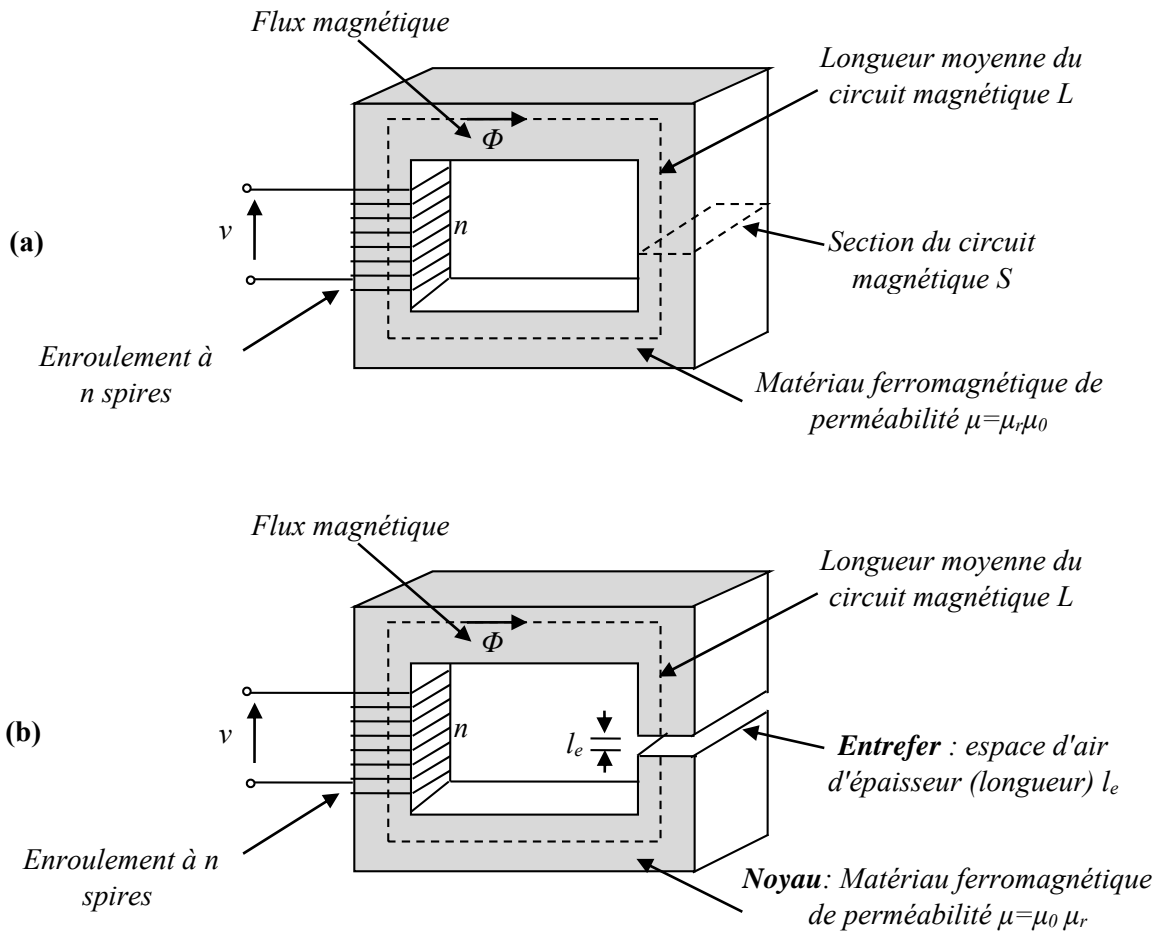


Figure.IV.5. Composition d'un circuit magnétique : (a) sans entrefer, (b) avec entrefer

IV.3.2 Calcul d'un circuit magnétique

IV.3.2.1 Circuit magnétique sans entrefer

a) Circuit homogène

Un circuit magnétique homogène (figure.IV.6) est un circuit constitué d'un seul matériau et ayant une seule section constitué d'un matériau homogène. La valeur de la réluctance  $\mathfrak{R}$  de ce type de circuit est obtenue avec la relation suivante :

$$\mathfrak{R} = \frac{1}{\mu} \frac{L}{S} \quad (\text{At/Wb}) \quad (\text{IV.13})$$

Avec :

$\mu = \mu_0 \mu_r$  : étant la perméabilité magnétique.  $\mu_0$  est la perméabilité du vide,  $\mu_r$  est la perméabilité relative du ferromagnétique.

$L$  : La longueur du circuit magnétique (en mètre)

$S$  : La section en  $m^2$ .

D'après la relation (IV.13), on voit que la réluctance  $\mathfrak{R}$  est obtenue par le rapport de la force magnétomotrice  $F = ni$  et le flux  $\Phi$ . La force magnétomotrice peut s'écrire alors comme suit :

$$F = \mathfrak{R}\Phi \quad (IV.14)$$

La formule (IV.14) est appelée formule d'*Hopkinson*.

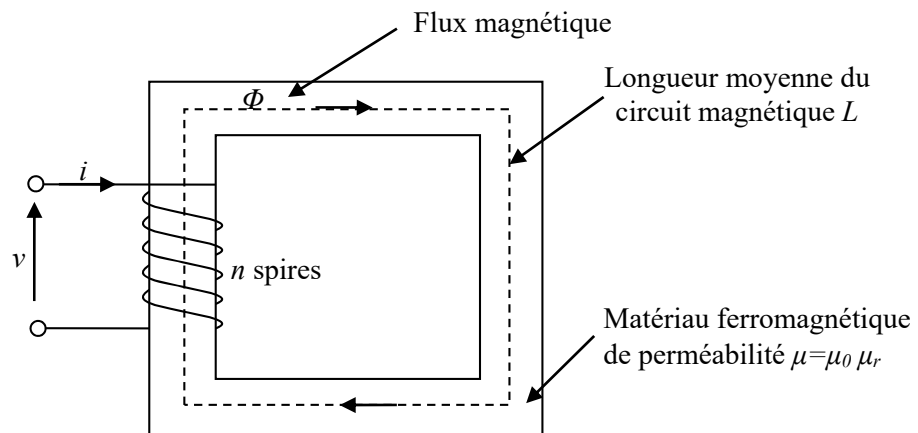


Figure.IV.6. Circuit magnétique homogène

**b) Circuit hétérogène**

L'hétérogénéité dans les circuits magnétiques sans entrefer (figure.IV.7) peut être due à la nature du matériau et/ou à la section de chaque tronçon composant le circuit. En effet, si un circuit magnétique hétérogène, composé de sections homogènes à réluctances différentes, la réluctance équivalente ne sera dépendante que de l'association de ces réluctances.

• **Association en série**

La réluctance totale  $\mathfrak{R}_{eq-série}$  de deux tronçons homogènes placés en série et ayant pour réluctances  $\mathfrak{R}_1$  et  $\mathfrak{R}_2$  sera donnée par :

$$\mathfrak{R}_{eq-série} = \mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2 \quad (IV.15)$$

• **Association en parallèle**

La réluctance totale  $\mathfrak{R}_{eq-//}$  de deux tronçons homogènes placés en parallèle et ayant pour réluctances  $\mathfrak{R}_1$  et  $\mathfrak{R}_2$  sera donnée par :

$$\frac{1}{\mathfrak{R}_{eq-ll}} = \frac{1}{\mathfrak{R}_1} + \frac{1}{\mathfrak{R}_2} \quad (\text{IV.16})$$

D'Où :

$$\mathfrak{R}_{eq-ll} = \frac{\mathfrak{R}_1 \cdot \mathfrak{R}_2}{\mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2} \quad (\text{IV.17})$$

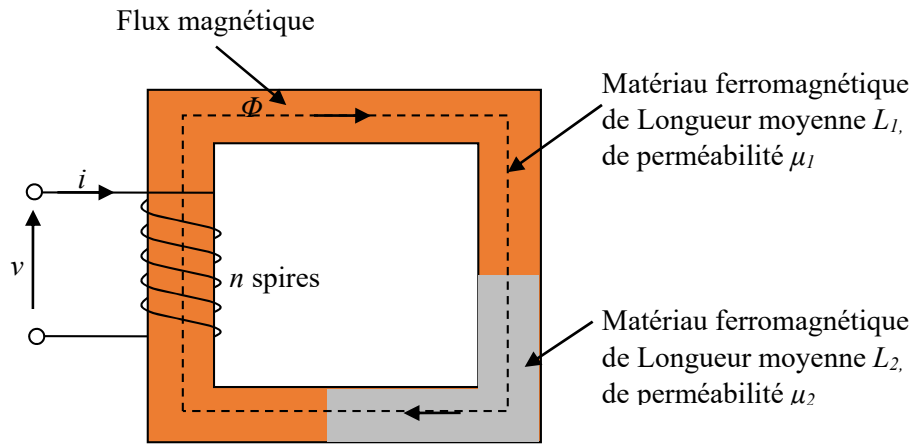


Figure.IV.7. Circuit magnétique hétérogène

### IV.3.2.2 Circuit magnétique avec entrefer

#### a) Entrefer étroit

Si l'entrefer est étroit (figure.IV.8), les lignes de champ ne divergent pratiquement pas à la sortie de la partie ferromagnétique. Le flux dans la partie ferromagnétique est égal au flux de l'entrefer, et la section du circuit magnétique ne varie pas.

$$F = ni = \mathfrak{R}\Phi + \mathfrak{R}_e\Phi = (\mathfrak{R} + \mathfrak{R}_e)\Phi \quad (\text{IV.18})$$

On remplace les reluctances par leurs formules respectives, la force magnétomotrice sera :

$$F = \frac{1}{\mu_0\mu_r} \frac{L_f}{S} + \frac{1}{\mu_0} \frac{L_e}{S} = \left( \frac{L_f}{L_e} \frac{1}{\mu_r} + 1 \right) \frac{L_e}{\mu_0 S} \quad (\text{IV.19})$$

Nous savons que:  $\mu_0 = 1$  et  $\mu_r = 1000$ . La force magnétomotrice  $F$  ne dépendra donc que de la réluctance de l'entrefer  $\mathfrak{R}_e$  et du flux  $\Phi$  et sera donnée par:

$$F = \frac{L_e}{\mu_0 S} \Phi = \mathfrak{R}_e \cdot \Phi \quad (\text{IV.20})$$

Avec :

$L_e$  : Epaisseur de l'entrefer.

$\mu_0$  : Perméabilité du vide.

$S$  : Section de l'entrefer.

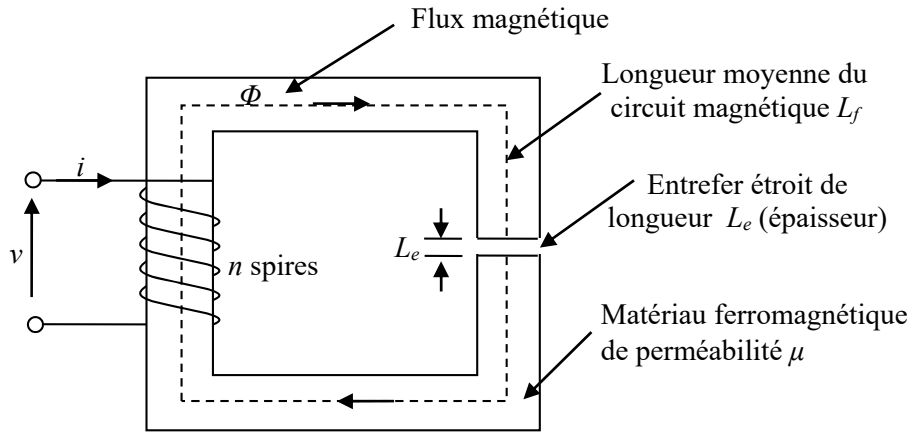


Figure.IV.8. Circuit magnétique avec entrefer étroit

b) Entrefer large

Si l'entrefer est large (figure.IV.9), les lignes de champs ne sont pas toutes perpendiculaires à l'entrefer, ceci dit que il y a des lignes de champs qui sortent en dehors de la surface traversée par le flux engendrant un flux de fuite  $\Phi_f$ .

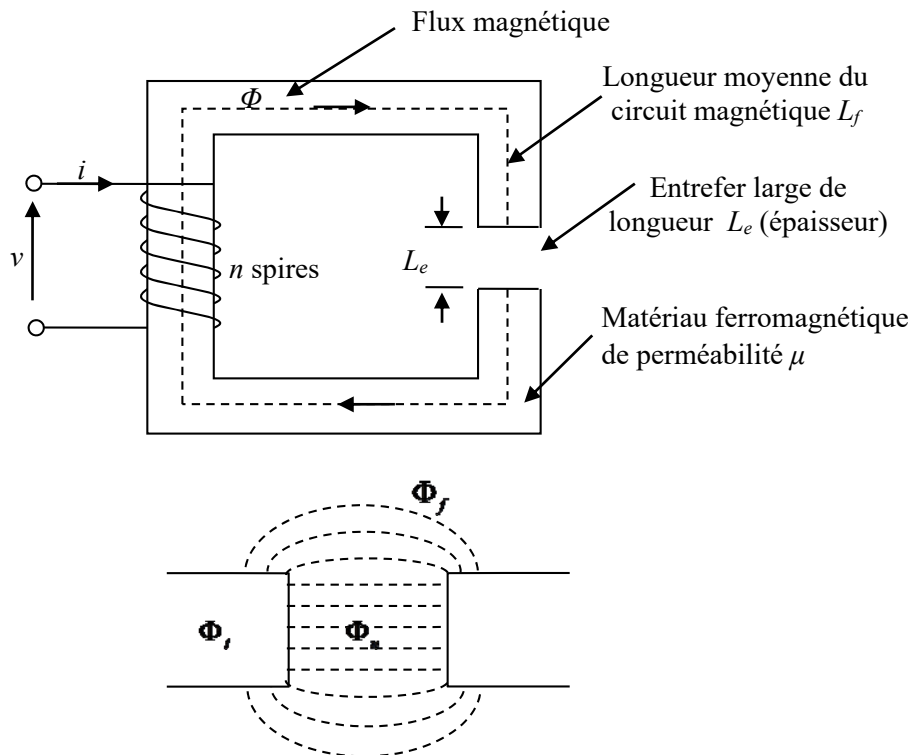


Figure.IV.9. Circuit magnétique avec entrefer large

## CHAPITRE IV: Circuits magnétiques

. Le flux total  $\Phi_t$  est donc égal à la somme du flux utile  $\Phi_u$  et du flux de fuite  $\Phi_f$ . Le flux de fuite est difficile à calculer à la main, mais peut être obtenue à partir de la réluctance de fuite  $l_f$  ( $\Phi_f = \frac{l_f \cdot N}{I}$ )

$$\Phi_t = \Phi_e + \Phi_f \quad (\text{IV.21})$$

On introduit le coefficient de fuite ou d'Hopkinson donné par :

$$C_H = \frac{\Phi_t}{\Phi_u} \quad (\text{IV.22})$$

Ce coefficient est proportionnel à la largeur de l'entrefer et inversement proportionnel au flux utile  $\Phi_u$ .

### IV.4 Analogie magnétique-électrique

L'analogie d'Hopkinson nous permet de faire des analogies entre les circuits magnétiques et électriques, les analogies communément rencontrées sont illustrées dans le tableau IV.1

<i>Source</i>	<i>Electricité</i>	<i>Magnétisme</i>
	$E$	$F = NI$
<b>Impédance</b>	$R = \frac{\rho l}{S} = \frac{l}{\gamma S}$ $\rho$ : résistivité $\gamma$ : conductivité $l$ : longueur	$\mathfrak{R} = \frac{\nu l}{S} = \frac{l}{\mu S}$ $\nu$ : réluctivité $\mu$ : perméabilité $S$ : section
<b>Loi d'Ohm</b>	$E = RI$	$F = \mathfrak{R} \varphi$
<b>Gradient de potentiel</b>	$\varepsilon = \frac{E}{l}$	$H = \frac{F}{l} = \frac{NI}{l}$
<b>Chute de potentiel</b>	$E_{ab} = I_{ab} R_{ab}$	$U_{ab} = \varphi_{ab} \mathfrak{R}_{ab}$
<b>Densité de courant et de flux</b>	$J = \frac{I}{S} = \frac{E}{SR}$ $= \frac{\varepsilon l}{S \rho l} = \frac{\varepsilon}{\rho}$	$B = \frac{\varphi}{S} = \frac{F}{\mathfrak{R} S}$ $= \frac{H l}{S \frac{l}{\mu S}} = \mu H$

Tableau.IV.1 Analogie entre circuits électriques et circuits magnétiques

### IV.5 Inductances propre et mutuelle

#### IV.5.1 Inductance propre

Considérons une bobine avec  $N$  tours (figure IV.10). Quand le courant  $i$  traverse la bobine, un flux magnétique  $\Phi$  est produit autour d'elle. Selon la loi de Faraday, la tension  $v$  induite dans la bobine est proportionnelle au nombre de tours  $N$  et à la vitesse de variation du flux magnétique  $\Phi$ . La tension  $v$  peut alors s'écrire comme suit :

$$v = N \frac{d\Phi}{dt} = L \frac{di}{dt} \quad (\text{IV.23})$$

A partir de la formule (IV.23), l'inductance  $L$  propre aura pour formule

$$L = N \frac{d\Phi}{di} \quad (IV.24)$$

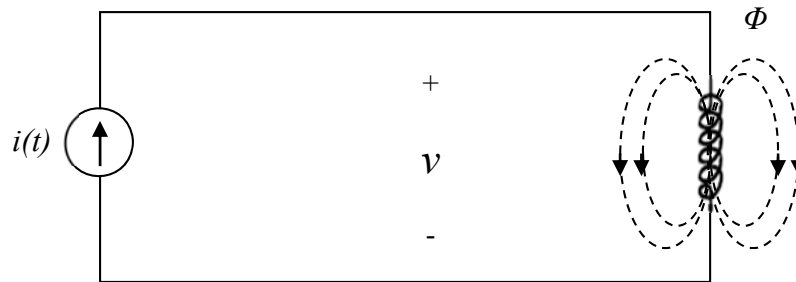


Figure.IV.10. Flux magnétique produit par une bobine

### IV.5.2 Inductance mutuelle

#### a) Première approche

Considérons deux bobines de même axe et de même longueur  $l$ , la bobine 2 comportant  $N_2$  spires étant situé autour de la bobine 1 qui en contient  $N_1$ . La bobine 1 a une section  $S_1 < S_2$  la section de la seconde bobine.

On considère dans un premier temps que la première bobine est alimentée par un courant  $i_1$ . Ce courant crée donc un flux propre  $\Phi_1 = L_1 i_1$  à travers la première bobine. Le champ magnétique ainsi créé est

donc  $B_1 = \frac{\Phi_1}{N_1 S_1}$  sur toute la section  $S_1$ , et nul en dehors de la première bobine.

Ainsi, le flux à travers la seconde bobine est  $\Phi_2 = N_2 B_2 S_1$  donc proportionnel à  $i_1$  et on peut donc écrire  $\Phi_2 = M_{12} i_1$ .

A l'inverse, si le courant est à travers la deuxième bobine, le courant  $i_2$  crée un champ uniforme de norme  $B_2 = \frac{\Phi_2}{N_2 S_2} = \frac{L_2 i_2}{N_2 S_2}$  à l'intérieur de la deuxième bobine. On obtient donc un flux à travers la première bobine  $\Phi_1 = N_1 B_2 S_2 = M_{21} i_2$ .

On peut alors calculer les deux valeurs de  $M_{12}$  et  $M_{21}$  en utilisant l'expression trouvée précédemment de l'inductance propre d'une bobine  $L = \frac{\mu_0 N S}{l}$ .

On trouve alors :

$$M_{12} = L_1 \frac{N_2}{N_1} = \frac{\mu_0 N_1^2 S_1}{l} \frac{N_2}{N_1} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 S_1}{l} \quad (IV.25)$$

Et

$$M_{21} = L_2 \frac{N_1}{N_2} = \frac{\mu_0 N_2^2 S_1}{l} \frac{N_1}{N_2} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 S_1}{l} \quad (IV.26)$$

$$\text{D'où : } M_{12} = M_{21} \quad (IV.27)$$

**b) Induction magnétique entre deux circuits**

Pour deux circuits électriques filiformes proches l'un de l'autre, parcourus respectivement par un courant  $i_1$  et  $i_2$ , chaque courant crée un champ magnétique qui lui est proportionnel. On note ainsi :

- $\Phi_{12}$  le flux magnétique créé par le circuit 1 à travers le circuit 2.  $\Phi_{12}$  est proportionnel à  $B_1$  et donc à  $i_1$ , d'où  $\Phi_{12} = Mi_1$ .
- $\Phi_{21}$  le flux magnétique créé par le circuit 2 à travers le circuit 1.  $\Phi_{21}$  est proportionnel à  $B_2$  et donc à  $i_2$ , d'où  $\Phi_{21} = Mi_2$ .

$M$  est le **coefficient d'induction mutuelle** entre les deux circuits et s'exprime aussi en henry.

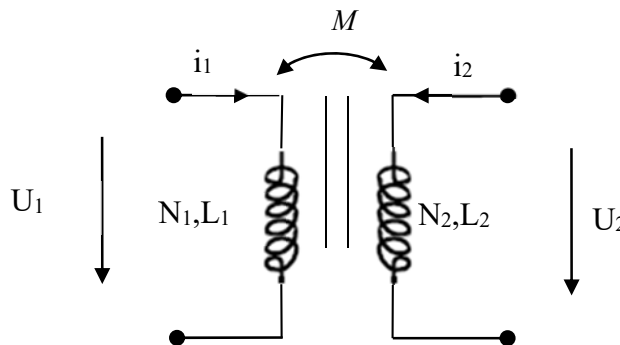
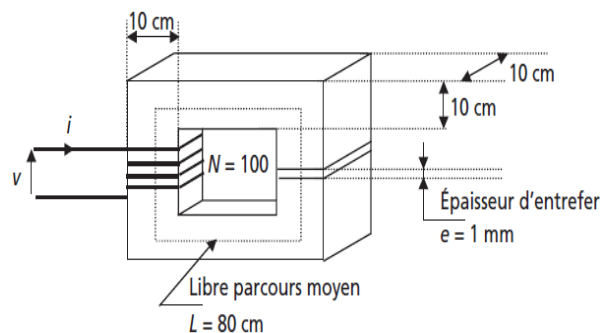


Figure.IV.11. Modèle électrique du couplage entre deux circuits.

**Exercice d'application**

On bobine  $N = 100$  spires de fil de cuivre sur le circuit magnétique représenté sur la figure ci-contre. Le matériau utilisé est du fer de perméabilité magnétique relative  $\mu_r = 528.6$  SI.

- 1) Calculer la valeur en  $m^2$  de la surface d'une section droite du circuit magnétique au milieu d'un des barreaux horizontaux ou verticaux.
- 2) En considérant cette section constante le long du parcours moyen, calculer la réluctance  $\mathcal{R}_f$  du fer circuit magnétique.
- 3) Calculer la réluctance  $\mathcal{R}_a$  de la tranche d'air que constitue l'entrefer.
- 4) Calculer alors la réluctance totale  $\mathcal{R}$  que représente le circuit magnétique.
- 5) En déduire la valeur de l'inductance que représentent les 100 spires bobinées sur ce circuit magnétique.
- 6) Calculer la valeur de l'induction maximale produite dans le fer lorsque l'inductance est sous la tension  $v(t) = 230\sqrt{2} \sin(2\pi \times 50 \times t)$



**Corrigé de l'exercice d'application**

1)  $S = 10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 100 \text{ cm}^2 = 10^{-2} \text{ m}^2$

2) La longueur moyenne du profil en fer est :  $L_f = L - e \approx L = 80 \text{ cm}$

On considère que la section du circuit est constante (on néglige les effets de coins) et la perméabilité relative du fer est :  $\mu_r = 528.6 \text{ SI}$

On écrit donc la réluctance :  $\mathfrak{R}_f = \frac{L}{\mu S} = \frac{L}{\mu_0 \mu_r S} = \frac{0.8}{4\pi \times 10^{-7} \times 528.6 \times 10^{-2}} = 120423 \text{ SI}$

3) Dans la couche d'air que forme l'entrefer :

$$\mathfrak{R}_a = \frac{e}{\mu_0 S} = \frac{L}{\mu_0 \mu_r S} = \frac{10^{-3}}{4\pi \times 10^{-7} \times 10^{-2}} = 79577 \text{ SI}$$

4) Les deux circuits, fer et air, sont associés en série. La réluctance totale du circuit magnétique formé sera donc :  $\mathfrak{R} = \mathfrak{R}_a + \mathfrak{R}_f = 200000 \text{ SI}$

5) L'inductance que représentent les 100 spires du bobinage sur ce circuit est :

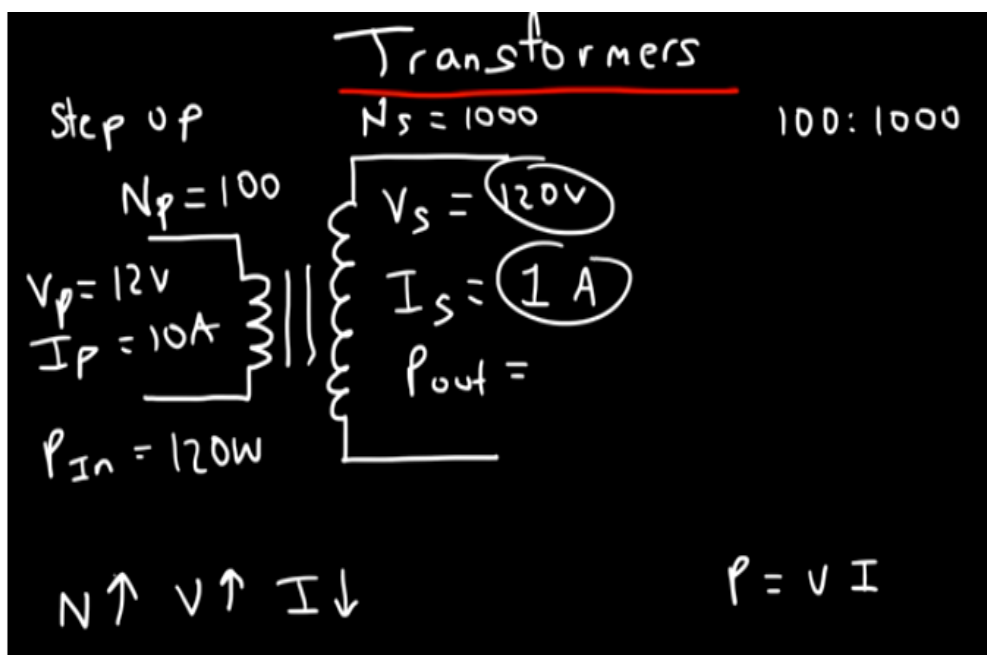
$$L = \frac{N^2}{R} = 50 \text{ mH}$$

6) L'induction maximale dans le circuit magnétique est donnée par :

$V = 4,44 \cdot N \cdot B_{\max} \cdot S \cdot f$  où  $N = 100$ ,  $f = 50 \text{ Hz}$  et  $S = 10^{-2} \text{ m}^2$ . On en déduit :

$$B_{\max} = \frac{V}{4.44 \times N \times S \times f} = 1.03 \text{ T}$$

## Chapitre V: Transformateurs



### V.1 Introduction

Le transformateur est l'appareil qui a joué le rôle le plus décisif dans le développement de l'électrotechnique ; son invention est due à L. Gaulard et remonte à 1884. Cet appareil est la cause déterminante qui a rendu possible les réseaux de distribution que nous possédons actuellement.

### V.2 Description

Un transformateur est une machine statique constitué d'un enroulement, ou plusieurs enroulements couplés, avec ou sans noyau magnétique, pour induire un couplage mutuel entre les circuits. Les transformateurs sont utilisés dans les systèmes d'alimentation électrique pour transférer la puissance par des circuits d'induction électromagnétique à la même fréquence, avec des valeurs de tension et de courant variables. Il existe de nombreux types de transformateurs utilisés dans diverses applications à savoir, transformateur de distribution, de puissance.....etc

### V.3 Transformateur monophasé

Un transformateur monophasé est un convertisseur statique "*alternatif-alternatif*" permettant de faire passer de l'énergie électrique d'un couplage à un autre par couplage magnétique.

#### V.3.1 Constitution d'un transformateur monophasé

Comme le montre la figure.V.1, un transformateur monophasé est essentiellement constitué de :

- D'un circuit magnétique qui sert de canalisation des lignes de champ.
- De deux enroulements primaire et secondaire.

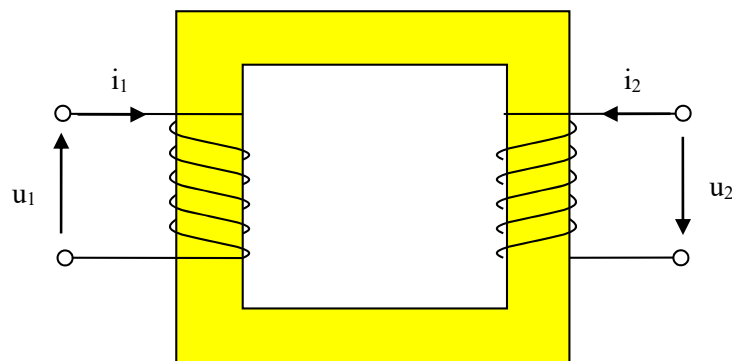


Figure.V.1. Architecture d'un transformateur monophasé

#### V.3.2 Principe de fonctionnement et équations d'un transformateur monophasé

Soit un transformateur schématisé et représenté par la figure.V.2 constitué d'un circuit magnétique et de deux enroulements, primaire de  $n_1$  spires et l'autre secondaire de  $n_2$  spires. L'enroulement primaire ou plus simplement "le primaire" est alimenté par un réseau à courant alternatif de tension  $u_1$  sinusoïdale, dite tension primaire. Le primaire donne naissance à un flux variable dans le circuit magnétique. A son tour, le flux induit une force électromotrice dans l'enroulement secondaire dit aussi "le secondaire". Une isolation galvanique est assurée dans le transformateur car les deux enroulements sont indépendants électriquement.

L'écriture des équations régissant le fonctionnement d'un transformateur monophasé requiert l'affectation d'un sens d'orientation pour chaque grandeur intervenant dans ces équations. En effet, un sens arbitraire à travers le circuit magnétique est choisi pour le flux  $\Phi$ . Les courants  $i_1$  et  $i_2$  dans les

enroulements primaire et secondaire sont orientés en accordance avec ce flux  $\Phi$ . Les tensions au primaire et secondaire sont fonction de la fonction de chaque enroulement. Conventionnellement, le primaire est considéré comme récepteur et le secondaire comme générateur.

Les équations de fonctionnement sont données comme suit :

$$u_1 = r_1 i_1 + l_1 \frac{di_1}{dt} + \frac{d\Phi}{dt} \quad (\text{V.1})$$

$$u_2 = -r_2 i_2 + -l_2 \frac{di_2}{dt} - \frac{d\Phi}{dt} \quad (\text{V.2})$$

$$n_1 i_1 + n_2 i_2 = \mathfrak{R} \Phi \quad (\text{V.3})$$

Avec :

$u_1$  et  $u_2$  : Tensions au primaire et au secondaire respectivement.

$i_1$  et  $i_2$  : Courants au primaire et au secondaire respectivement.

$r_1$  et  $r_2$  : Résistances du primaire et du secondaire respectivement.

$l_1$  et  $l_2$  : Inductances de fuites du primaire et du secondaire respectivement.

$\mathfrak{R}$  : Réluctance du circuit magnétique.

$\Phi$  : Flux à travers le circuit magnétique.

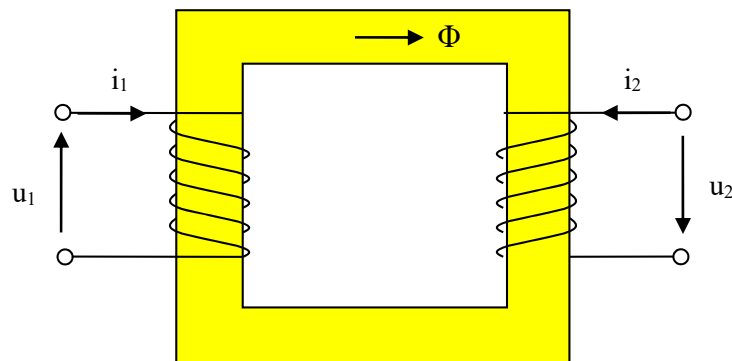


Figure.V.2. Orientation des grandeurs intervenant dans un transformateur

Si  $u_1 < u_2$ , le transformateur est dit "élevateur de tension" ;

Si  $u_1 > u_2$ , le transformateur est dit "abaisseur de tension" ;

Si  $u_1 = u_2$ , le transformateur est un transformateur d'isolement ;

### V.3.3 Transformateur monophasé idéal

Un transformateur idéal est un transformateur qui ne présente pas de pertes par effet Joule ni de pertes magnétiques et ayant une réluctance de noyau nulle ( $\mathfrak{R} = 0$ ). Dans ce type de transformateurs les lignes de champ sont parfaitement canalisées. Le flux magnétique traversant la section droite du circuit demeure le même :

Les équations de fonctionnement deviennent alors :

$$u_1 = n_1 \frac{d\Phi}{dt} \tag{V.4}$$

$$u_2 = -n_2 \frac{d\Phi}{dt} \tag{V.5}$$

$$n_1 i_1 + n_2 i_2 = 0 \tag{V.6}$$

On définit le rapport de transformation  $m$  donné par :

$$m = \frac{n_2}{n_1} = \frac{u_2}{u_1} = \frac{i_1}{i_2} \tag{V.7}$$

Les figures V.3 et V.4 montrent respectivement le schéma d'un transformateur idéal et le diagramme de Fresnel qui lui est associé

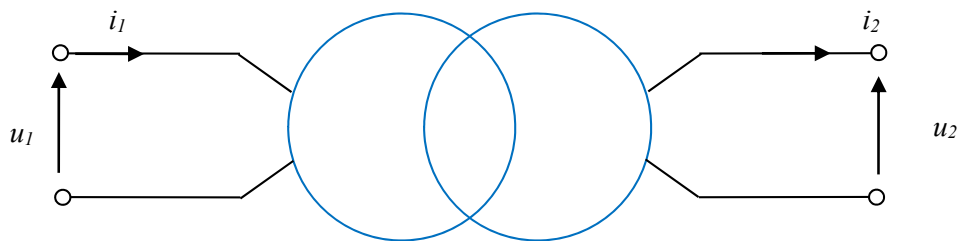


Figure.V.3. Schéma du transformateur parfait

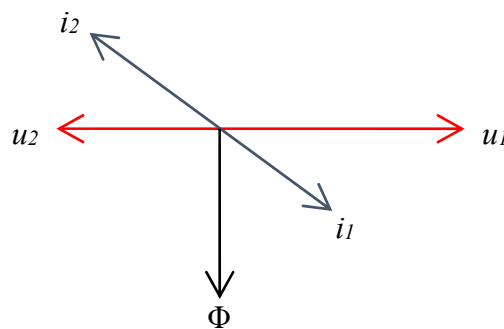


Figure.V.4. diagramme de Fresnel d'un transformateur parfait

### V.3.4 Transformateur monophasé réel

Dans le cas d'un transformateur réel, nous devons prendre en considération toutes les imperfections en introduisant les résistances, les inductances de fuites et les pertes fer et donc en distinguant le flux commun  $\Phi$  à toutes les spires et les flux de fuites relatifs aux bobinages primaire et secondaire.

Un transformateur réel fait intervenir le courant à vide  $i_{10}$  qui est responsable des pertes fer, des pertes par courant de Foucault et des pertes Joules du primaire. En effet, un circuit ouvert se comporte comme

une bobine qui peut être représenté par l'association en parallèle d'une résistance  $R$  (responsable des pertes par courants de Foucault) et d'une inductance magnétisante  $L$  (responsable des pertes fer). L'inductance magnétisante est le siège du courant magnétisant qui créé le flux magnétique dans le circuit.

Dans ce cas de figure, nous pouvons remplacer  $\mathfrak{R}\Phi$  par  $n_1 i_{10}$  dans les équations de fonctionnement ce qui conduit à:

$$u_1 = r_1 i_1 + l_1 \frac{di_1}{dt} + \frac{d\Phi}{dt} \quad (\text{V.8})$$

$$u_2 = r_2 i_2 + l_2 \frac{di_2}{dt} + \frac{d\Phi}{dt} \quad (\text{V.9})$$

$$n_1 i_1 + n_2 i_2 = \mathfrak{R}\Phi = n_1 i_{10} \quad (\text{V.10})$$

On pose  $i_{1t} = i_1 - i_{10}$ , l'équation (V.10) peut s'écrire comme suit :

$$n_1 (i_1 - i_{10}) + n_2 i_2 = n_1 i_{1t} + n_2 i_2 = 0 \quad (\text{V.11})$$

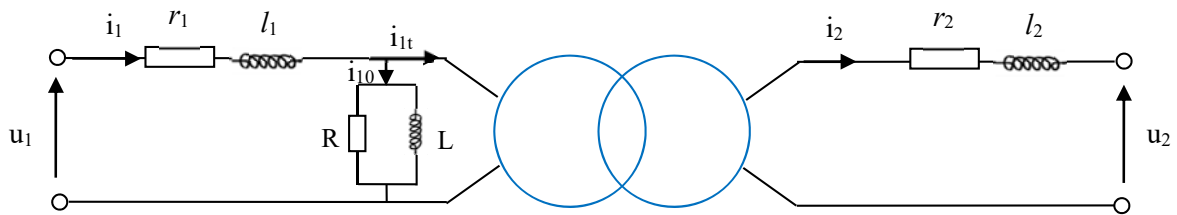


Figure.V.5. Transformateur réel

### V.3.5 Schémas équivalents d'un transformateur monophasé

#### a) Schéma équivalent ramené au secondaire

Le schéma équivalent ramené au secondaire est illustré sur la figure.V.6.

La résistance totale  $r_s$  ramenée au secondaire est donnée par :

$$r_s = r_2 + m^2 r_1 \quad (\text{V.12})$$

L'inductance de fuites totale ramenée au secondaire  $l_s$  est donnée par :

$$l_s = l_2 + m^2 l_1 \quad (\text{V.13})$$

En négligeant l'effet mutuel, la loi des mailles appliquée au secondaire donne :

$$u_2 = u_{20} - r_s i_2 - l_s \frac{di_2}{dt} \quad (\text{V.14})$$

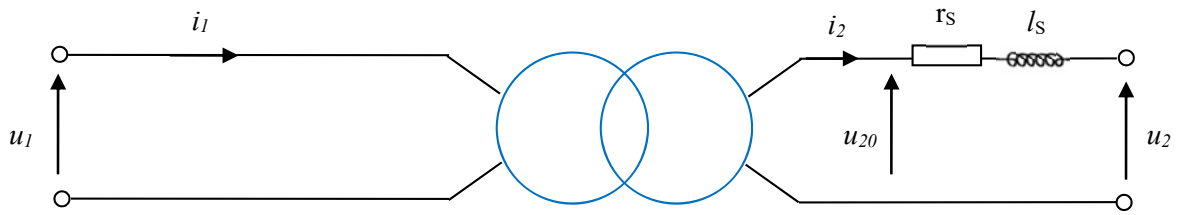


Figure.V.6. Schéma équivalent ramené au secondaire

**b) Schéma équivalent ramené au primaire**

Le schéma équivalent ramené au primaire est illustré sur la figure.V.7.

La résistance totale  $r_p$  ramenée au primaire est donnée par :

$$r_p = r_1 + \frac{r_2}{m^2} \quad (\text{V.15})$$

L'inductance de fuites totale  $l_p$  ramenée au primaire est donnée par :

$$l_p = l_1 + \frac{l_2}{m^2} \quad (\text{V.16})$$

La loi des mailles appliquée au primaire donne :

$$u_1 = u_{10} + r_p i_2 + l_p \frac{di_1}{dt} \quad (\text{V.17})$$

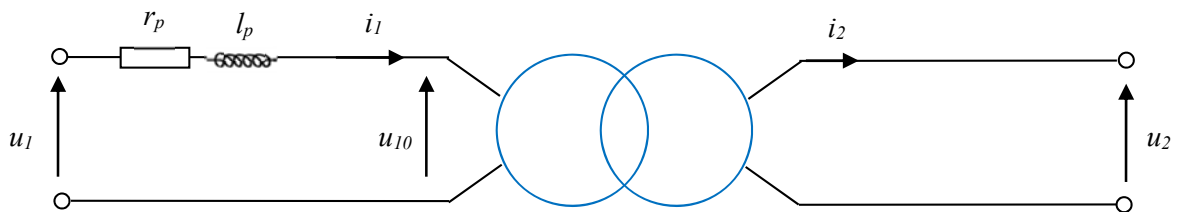


Figure.V.7. Schéma équivalent ramené au primaire

### V.3.6 Bilan énergétique et rendement d'un transformateur monophasé

Les transitions énergétiques dans un transformateur monophasé sont représentées sur la figure.V.8.

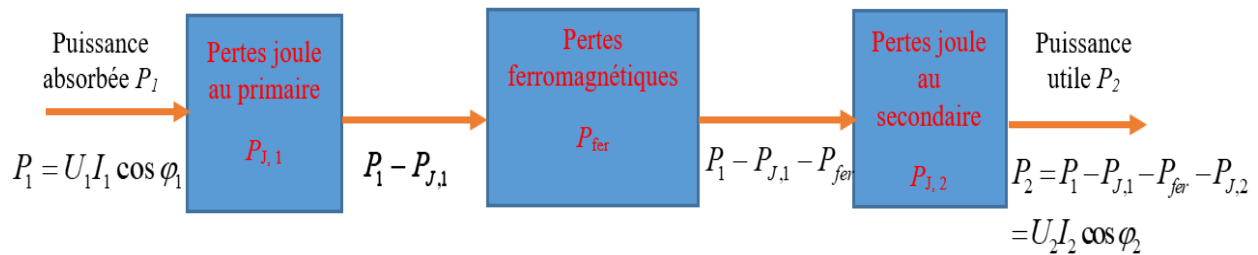


Figure.V.8. Bilan énergétique d'un transformateur monophasé

Avec :

-  $U_1$  et  $U_2$  : Valeurs efficaces des tensions  $u_1(t)$  et  $u_2(t)$  .

-  $I_1$  et  $I_2$  : Valeurs efficaces des courants  $i_1(t)$  et  $i_2(t)$  .

-  $\varphi_1$  : L'angle de déphasage entre  $u_1(t)$  et  $i_1(t)$  .

-  $\varphi_2$  : L'angle de déphasage entre  $u_2(t)$  et  $i_2(t)$  .

Le bilan de puissance d'un transformateur monophasé est donné comme suit :

$$P_1 = P_{J,1} + P_{fer} + P_{J,1} + P_2 \quad (\text{V.18})$$

Les puissances réactives au primaire et au secondaire seront données comme suit :

$$Q_1 = U_1 I_1 \sin \varphi_1 \quad (\text{V.19})$$

$$Q_2 = U_2 I_2 \sin \varphi_2 \quad (\text{V.20})$$

On définit le rendement  $\eta$  comme étant le rapport de la puissance utile (puissance active délivrée au secondaire)  $P_2$  et de la puissance absorbée par le primaire  $P_1$  :

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_{J,1} + P_{fer} + P_{J,1} + P_2} \quad (\text{V.21})$$

**NB** : La valeur maximale du rendement est égale à 1.

## V.4 Autotransformateur

### V.4.1 Description

Contrairement au transformateur conventionnel à deux enroulements, un autotransformateur est constitué d'un enroulement primaire et secondaire bobinés sur le même noyau magnétique, avec un point de connexion pris entre les deux circuits. Il n'y a donc aucune isolation galvanique entre les enroulements primaire et secondaire. L'autotransformateur est un type de transformateur de puissance.

**V.4.2 Différentes configurations de l'autotransformateur**

Il existe deux configurations possibles pour l'autotransformateur : abaisseur de tension ou élévateur de tension,

**a) Autotransformateur abaisseur de tension**

Un schéma illustratif d'un autotransformateur abaisseur de tension alimentant une impédance de charge  $Z_C$  est représenté sur la figure.V.9.

La relation reliant les tensions d'un autotransformateur abaisseur de tension est donné par :

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{n_1 + n_2}{n_2} = 1 + \frac{n_1}{n_2} \tag{V.22}$$

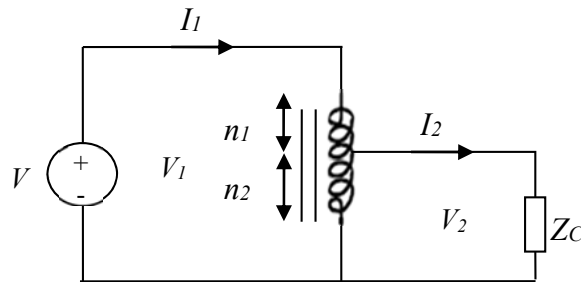
Pour un autotransformateur idéal, la puissance apparente au primaire est égale à celle du secondaire, donc :

$$S_1 = S_2 = V_1 I_1 = V_2 I_2 \tag{V.23}$$

D'où : 
$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{I_1}{I_2} \tag{V.24}$$

La relation reliant les courants d'un autotransformateur abaisseur est donné par :

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{n_2}{n_1 + n_2} \tag{V.25}$$



**Figure.V.9.** Schéma de principe d'un autotransformateur abaisseur de tension

**b) Autotransformateur élévateur de tension**

Un schéma illustratif d'un autotransformateur élévateur de tension alimentant une impédance de charge  $Z_C$  est représenté sur la figure.V.10.

La relation reliant les tensions d'un autotransformateur élévateur de tension est donné par :

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{n_1}{n_1 + n_2} \tag{V.26}$$

En appliquant la loi de conservation de puissance apparente entre primaire et secondaire, la relation reliant les courants d'un autotransformateur abaisseur sera donné par :

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{n_1 + n_2}{n_1} = 1 + \frac{n_2}{n_1} \tag{V.27}$$

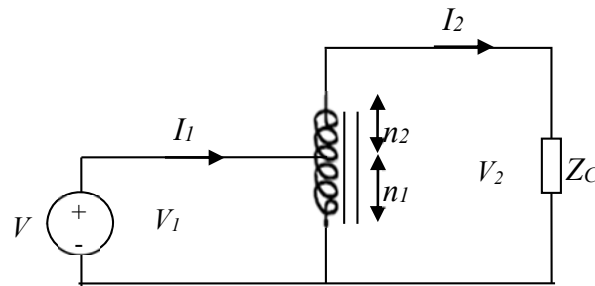


Figure.V.10. Schéma de principe d'un autotransformateur élévateur de tension

## V.5 Transformateur triphasé

### V.5.1 Description

Un transformateur triphasé est composé d'un noyau à trois branches sur lesquelles sont combinés les enroulements primaires et secondaires, de façon concentrique ou alternée. Essentiellement, cela ressemble à trois transformateurs monophasés partageant le même noyau.

### V.5.2 Différents couplages du transformateur triphasé

Il existe essentiellement quatre types de couplages dans les transformateurs triphasés, à savoir : Y-Y ,  $\Delta - \Delta$  , Y- $\Delta$  et  $\Delta - Y$  . En dépit de la nature du couplage, les formules régissant les puissances dans un transformateur triphasé sont les mêmes. Pour un transformateur idéal ( $V_{Lp} I_{Lp} = V_{Ls} I_{Ls}$  ) les formules seront comme suit :

La puissance apparente totale est donnée par :

$$S_T = \sqrt{3} V_{Lp} I_{Lp} = \sqrt{3} V_{Ls} I_{Ls} \quad (\text{V.28})$$

La puissance active totale est donnée par :

$$P_{aT} = S_T \cos \theta = \sqrt{3} V_{Lp} I_{Lp} \cos \theta = \sqrt{3} V_{Ls} I_{Ls} \cos \theta \quad (\text{V.29})$$

La puissance réactive totale est donnée par :

$$P_{RT} = S_T \sin \theta = \sqrt{3} V_{Lp} I_{Lp} \sin \theta = \sqrt{3} V_{Ls} I_{Ls} \sin \theta \quad (\text{V.30})$$

Avec :

$V_{Lp}$  et  $V_{Ls}$  : Tensions de ligne au primaire et au secondaire

$I_{Lp}$  et  $I_{Ls}$  : Courants de ligne au primaire et au secondaire

#### a) Montage Etoile-Etoile (Y-Y)

Pour le couplage Y-Y (figure.V.11), les relations liant la tension de ligne au primaire  $V_{Lp}$  à la tension de ligne au secondaire  $V_{Ls}$  ; et le courant de ligne au primaire  $I_{Lp}$  au courant de ligne au secondaire  $I_{Ls}$  sont les suivants :

$$V_{Ls} = n V_{Lp} \quad (\text{V.31})$$

$$I_{Ls} = \frac{I_{Lp}}{n} \tag{V.32}$$

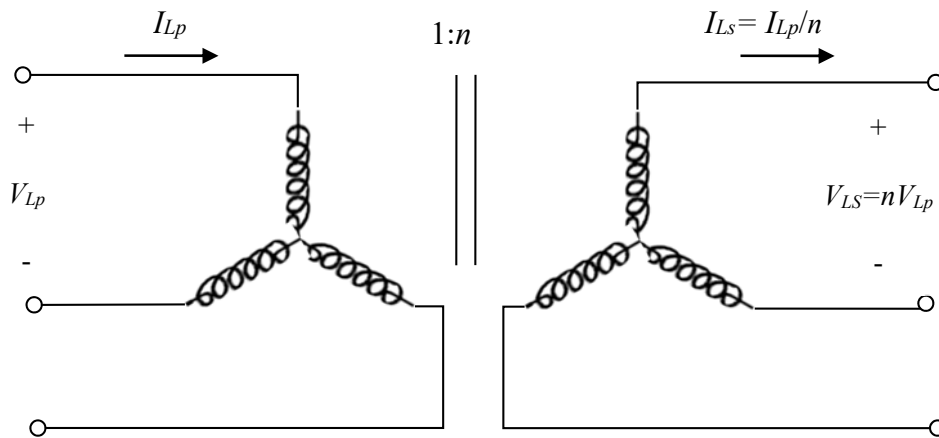


Figure.V.11 Couplage Y-Y d'un transformateur triphasé

**b) Montage Triangle-Triangle ( $\Delta - \Delta$ )**

Pour le couplage  $\Delta - \Delta$  (figure.V.12), les relations liant la tension de ligne au primaire  $V_{Lp}$  à la tension de ligne au secondaire  $V_{Ls}$  ; et le courant de ligne au primaire  $I_{Lp}$  au courant de ligne au secondaire  $I_{Ls}$  sont semblables à celles du couplage Y-Y .

$$V_{Ls} = nV_{Lp} \tag{V.33}$$

$$I_{Ls} = \frac{I_{Lp}}{n} \tag{V.34}$$

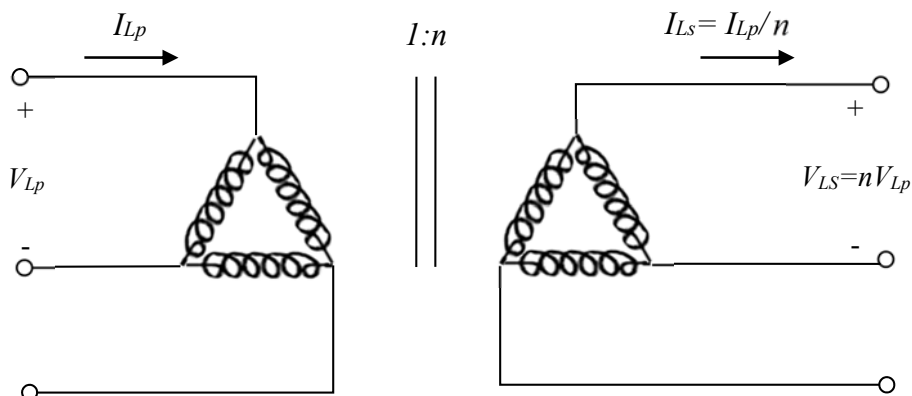


Figure.V.12 Couplage  $\Delta - \Delta$  d'un transformateur triphasé

c) Montage Etoile-Triangle (Y-Δ)

Pour le couplage Y-Δ (figure.V.13), les relations liant la tension de ligne au primaire  $V_{Lp}$  à la tension de ligne au secondaire  $V_{Ls}$  ; et le courant de ligne au primaire  $I_{Lp}$  au courant de ligne au secondaire  $I_{Ls}$  sont les suivants :

$$V_{Ls} = \frac{nV_{Lp}}{\sqrt{3}} \quad (\text{V.35})$$

$$I_{Ls} = \frac{\sqrt{3}I_{Lp}}{n} \quad (\text{V.36})$$

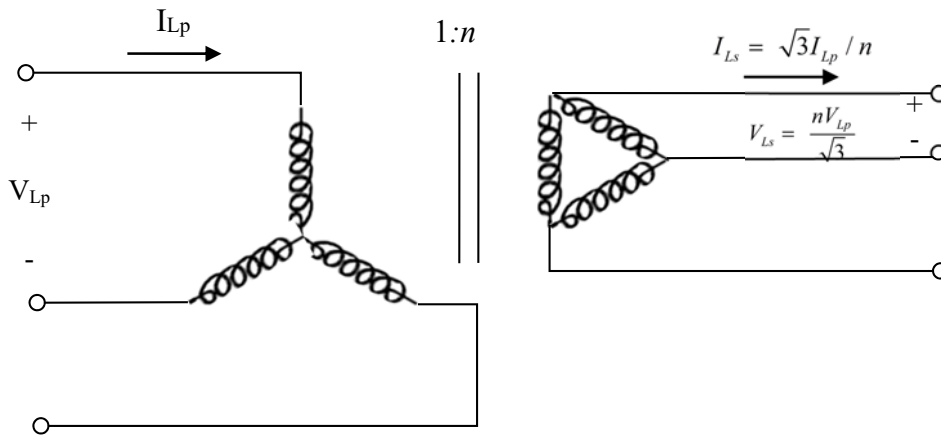


Figure.V.13 Couplage Y-Δ d'un transformateur triphasé

d) Montage Triangle-Etoile (Δ-Y)

Pour le couplage Δ-Y (figure.V.14), les relations liant la tension de ligne au primaire  $V_{Lp}$  à la tension de ligne au secondaire  $V_{Ls}$  ; et le courant de ligne au primaire  $I_{Lp}$  au courant de ligne au secondaire  $I_{Ls}$  sont les suivants :

$$V_{Ls} = n\sqrt{3}V_{Lp} \quad (\text{V.37})$$

$$I_{Ls} = \frac{I_{Lp}}{n\sqrt{3}} \quad (\text{V.38})$$

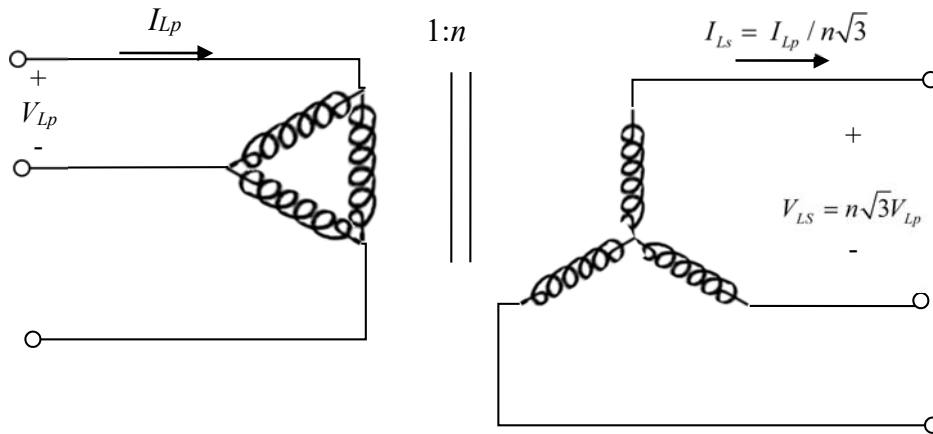


Figure.V.14 Couplage  $\Delta - Y$  d'un transformateur triphasé

e) Couplage zigzag (cas particulier)

En plus des couplages habituels étoile et triangle, on trouve le couplage « zigzag ». Dans ce couplage, l'enroulement zigzag (primaire ou secondaire) est divisé en deux demi-enroulements identiques. Chaque phase est alors constituée par la mise en série de deux demi-bobines prises sur des colonnes voisines. Les bornes homologues des bobinages étant repérées d'une manière identique sur les 3 colonnes, la mise en série est telle que chaque phase est constituée de 2 enroulements pris en sens inverse l'un de l'autre comme l'indique la Figure.V.15

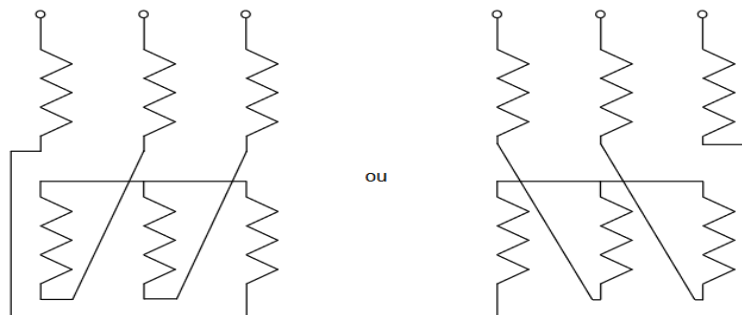


Figure.V.15. Couplage zigzag

V.6 Transformateur d'isolement

Les transformateurs d'isolement fonctionnent de la même manière que les autres types de transformateurs. Leur tâche principale est de fournir l'isolement galvanique dans le système électrique. Ces transformateurs fonctionnent avec un rapport de transformation unitaire. Les transformateurs d'isolement sont utilisés dans de nombreux appareils électriques comme Les ordinateurs, les appareils de mesure ou les appareils électroniques de puissance spécifiques.

Considérons le circuit de la figure.V.16. Un redresseur est un dispositif électronique permettant de transformer un courant alternatif en un courant continu. Un transformateur est souvent utilisé pour coupler l'alimentation en courant alternatif au redresseur. Le transformateur a deux missions. Premièrement, il augmente ou diminue la tension, selon le besoin. Deuxièmement, il fournit une isolation électrique entre l'alimentation en courant alternatif et le redresseur, réduisant ainsi le risque de choc électrique lors de la manipulation du dispositif électronique.

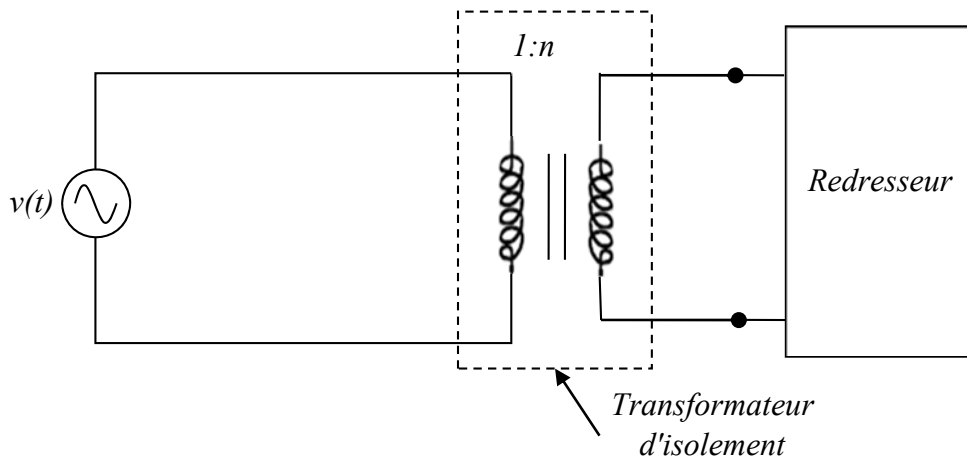


Figure.V.16 Un transformateur utilisé pour isoler un redresseur d'alimentation en courant alternatif

### V.7 Transformateur d'impulsion

Les transformateurs d'impulsions (figure.V.17) sont les plus utilisés en électronique, notamment dans les circuits imprimés. Ils produisent des impulsions électriques à amplitude constante. Ils sont utilisés dans divers circuits numériques où la génération d'impulsions est nécessaire. Par conséquent, les transformateurs d'impulsions isolent le primaire et le secondaire et distribuent des impulsions primaires au circuit secondaire, souvent des portes logiques numériques.

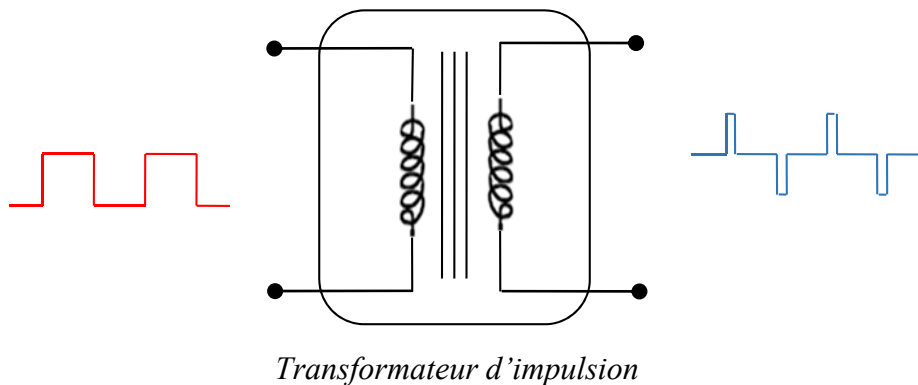


Figure.V.17 Schéma de principe d'un transformateur à impulsion

### Exercices d'application

#### Exercice N°1

Un transformateur monophasé a les caractéristiques suivantes : - tension primaire nominale :  $U_{IN} = 5375$  V/50 Hz, rapport du nombre de spires :  $N_2/N_1=0,044$ , résistance de l'enroulement primaire :  $R_1=12\Omega$ , résistance de l'enroulement secondaire :  $R_2=25$  m $\Omega$ , inductance de fuite du primaire :  $L_f=5$  mH, inductance de fuite du secondaire :  $L_2=100$   $\mu$ H

- 1) Calculer la tension à vide au secondaire.
- 2) Calculer la résistance des enroulements ramenée au secondaire  $R_S$ .
- 3) Calculer l'inductance de fuite ramenée au secondaire  $L_S$ . En déduire la réactance de fuite  $X_S$ . Le transformateur débite dans une charge résistive  $R=1\Omega$ .
- 4) Calculer la tension aux bornes du secondaire  $U_2$  et le courant qui circule dans la charge  $I_2$ .

**Corrigé de l'exercice N°1**

- 1) Calculer la tension à vide au secondaire

$$5375 \times 0.044 = 236.5V$$

- 2) Calculer la résistance des enroulements ramenée au secondaire  $R_s$

$$R_s = R_2 + R_1 m_v^2 = 0.025 + 12 \times 0.044^2 = 48.2m\Omega$$

- 3) Calculer l'inductance de fuite ramenée au secondaire  $L_s$ . En déduire la réactance de fuite  $X_s$ .

$$L_s = L_2 + L_1 m_v^2 = 100 \times 10^{-6} + 50 \times 10^{-3} \times 0.044^2 = 197\mu H$$

$$X_s = L_s \omega = 197 \times 10^{-6} \times 2\pi \times 50 = 61.8m\Omega$$

- 4) Calculer la tension aux bornes du secondaire  $U_2$  et le courant qui circule dans la charge  $I_2$ .

Le schéma équivalent est le suivant :

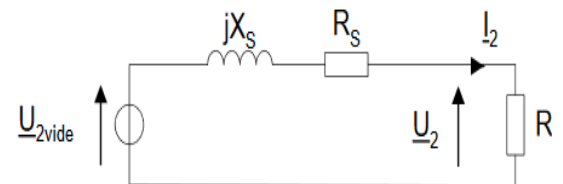
-Impédance complexe totale :  $\bar{Z} = (R_s + R) + jX_s$

-Impédance totale :  $|\bar{Z}| = \sqrt{(R_s + R)^2 + X_s^2}$

-Courant au secondaire:  $I_2 = U_{2vide} / |\bar{Z}|$

$$I_2 = U_{2vide} / \sqrt{(R_s + R)^2 + X_s^2} = 225.2A$$

$$U_2 = R I_2 = 225.2V$$



**Exercice N°2**

Soit un transformateur parfait 380 V/220 V, 50 Hz, de puissance apparente nominale  $S=2$  kVA.

- 1) Calculer les courants nominaux  $I_{1N}$ ,  $I_{2N}$  et le rapport de transformation  $m$ .
- 2) La charge inductive est constituée d'une résistance  $R=20 \Omega$  en série avec une inductance  $L=50mH$ . Calculer l'impédance de la charge et son facteur de puissance.
- 3) En déduire les courants du transformateur et la puissance active fournie.

**Corrigé de l'exercice N°2**

- 1) Calculer les courants nominaux  $I_{1N}$ ,  $I_{2N}$  et le rapport de transformation  $m$ .

$$S = U_1 I_{1N} = U_2 I_{2N} \Rightarrow I_{1N} = \frac{S}{U_1} = 5.26A ; I_{2N} = \frac{S}{U_2} = 9.09A \text{ et } m = \frac{U_2}{U_1} = 0.578$$

- 2) Calculer l'impédance de la charge et son facteur de puissance

$$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2} = 25.42\Omega \text{ et } \cos \varphi = \frac{R}{Z} = 0.78$$

- 3) En déduire les courants du transformateur et la puissance active fournie.

$$I_{1N} = I_1 = 5.26A \text{ et } I_2 = \frac{U_2}{Z} = 8.56A$$

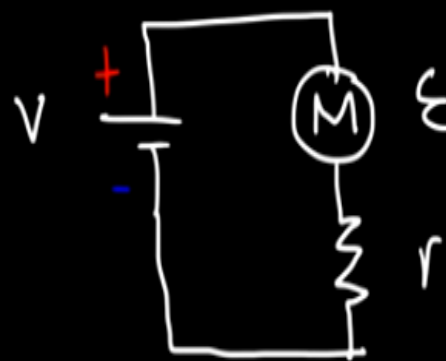
$$P = S \cos \varphi = 1573.18w$$

## Chapitre VI : Introduction aux machines électriques

$\bar{V} \uparrow \quad \bar{\mathcal{E}} \uparrow \quad \mathcal{E} = 0$

a)  $V - \mathcal{E} = IR$   
 $12 - 0 = I(10\Omega)$   
 $I = 1.2\text{A}$

b)  $\mathcal{E} = 9\text{V}$   
 $V - \mathcal{E} = IR$



The diagram shows a rectangular circuit loop. On the left vertical branch, there is a battery symbol with a '+' sign at the top and a '-' sign at the bottom, labeled with 'V'. On the right vertical branch, there is a motor symbol (a circle with 'M' inside) in series with a resistor symbol (a zigzag line), labeled with '\mathcal{E}' and 'r' respectively. The top and bottom horizontal branches are simple wires connecting the battery and the motor/resistor.

### VI.1 Introduction

Une machine électrique tournante est un système électromécanique réversible, qui transforme l'énergie électrique en énergie mécanique (fonctionnement moteur) et vice versa (fonctionnement générateur). Inventées durant le XIX<sup>ème</sup> siècle, les machines électriques constituent aujourd'hui l'une des principales forces motrices de la civilisation contemporaine. Elles sont quasiment omniprésentes dans les industries : production d'énergie électrique, transport (voitures, trains, avions), robotique, machines-outils, produits électroménagers... etc

### VI.2 Machine à courant continu

Actuellement un pourcentage élevé des machines électriques en service sont à courant alternatif. Cependant, les machines à courant continu (MCCs) demeurent d'une considérable importance industrielle. Le principal avantage d'une MCC, en particulier en fonctionnement moteur, c'est qu'il fournit un bon contrôle de la vitesse. Un tel avantage n'est assuré par aucun moteur fonctionnant en courant alternatif. De nos jours, l'utilisation des MCCs a connu un grand déclin, ceci est principalement dû à la nécessité d'utiliser des convertisseurs alternatif-continu (redresseurs). Ces derniers sont parfois plus chers que la machine elle-même. Néanmoins, une compréhension du fonctionnement des MCCs est vitale.

#### VI.2.1 Définition

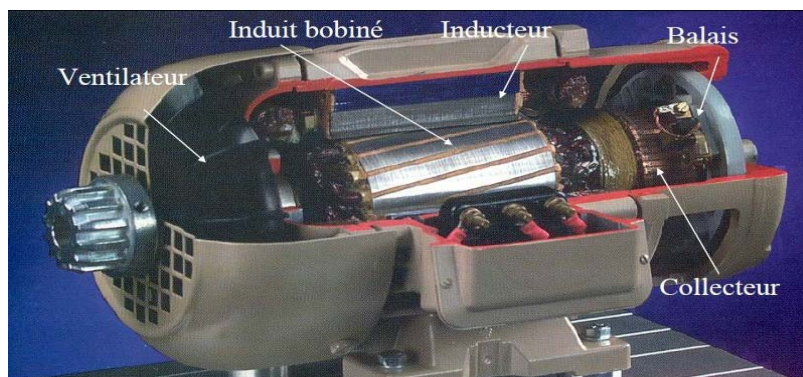
La machine à courant continu ou MCC est un convertisseur d'énergie électromécanique dans lequel l'énergie électrique est échangée avec sa charge et/ ou alimentation sous forme de tensions et de courants continus. Ceci est possible grâce au système balais-collecteur qui joue le rôle de «redresseur mécanique».

Comme toutes les machines tournantes, les machines à courant continu sont réversibles et peuvent fonctionner comme moteur ou comme générateur. On constate cependant que le développement de l'électronique de puissance, et en particulier des redresseurs à diodes et thyristors, à partir des années 1960, a progressivement marginalisé l'utilisation des générateurs à courant continu. De nos jours, la fonction génératrice de ces machines se limite à la récupération d'énergie cinétique lors du freinage et du ralentissement, la MCC est plus souvent utilisée en fonction moteur.

#### VI.2.2 Structure de la machine

Comme le montre la figure.VI.1, la machine à courant continu est composée de trois principales parties :

- a) Le stator ou l'inducteur
- b) Le rotor ou l'induit
- c) Le système balais-collecteur



**Figure.VI.1.** Structure de la machine à courant continu

### VI.2.2.1 Le stator ou l'inducteur

Le stator montré sur la figure.VI.2 est la partie fixe de la machine, il est constitué d'une carcasse, d'enroulements statoriques et de pôles magnétiques. Les enroulements statoriques alimentés en continu sont responsables de la création d'un courant appelé "courant inducteur" dans la machine. Pour les petites machines à petites puissances, le bobinage statorique est remplacé par des aimants permanents.

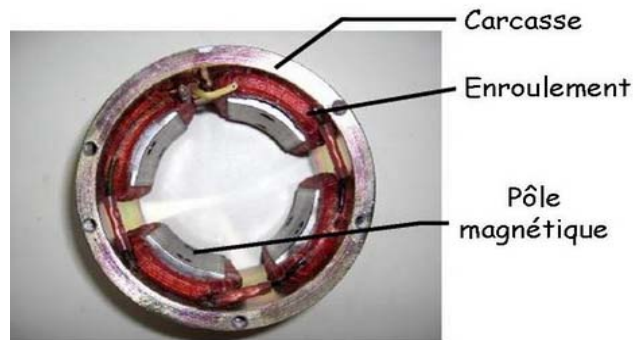


Figure.VI.2. Inducteur d'une machine à courant continu

### VI.2.2.2 Rotor ou induit

Le rotor montré sur la figure.VI. 3 est la partie mobile de la MCC. Il est essentiellement constitué d'un circuit magnétique, d'enroulements rotoriques et d'un collecteur. Le rotor permet la circulation, grâce au système « balais/ collecteur » (non représenté) d'un courant continu fixe et perpendiculaire au flux d'induction. Ce courant peut être imposé par une alimentation (fonctionnement moteur), soit être induit par la rotation du rotor (fonctionnement génératrice).

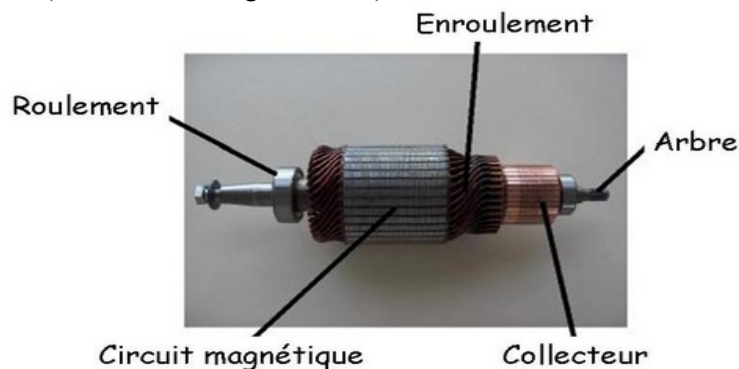


Figure.VI.3. Induit d'une machine à courant continu

### VI.2.2.3 Système balais-collecteur

Le système balais-collecteur (figure.VI.4) est la partie permettant de connecter le stator au rotor de la machine. Le collecteur est un anneau fendu, généralement en cuivre et composé de segments (lames) où sont reliées les extrémités du bobinage de l'induit. Les balais quant à eux, sont généralement en carbone ou en graphite. Ils reposent sur des segments du collecteur (figure.VI.5) et glissent sur les segments lorsque le rotor tourne en gardant le contact physique pour collecter (fonctionnement génératrice) ou fournir (fonctionnement moteur) le courant.

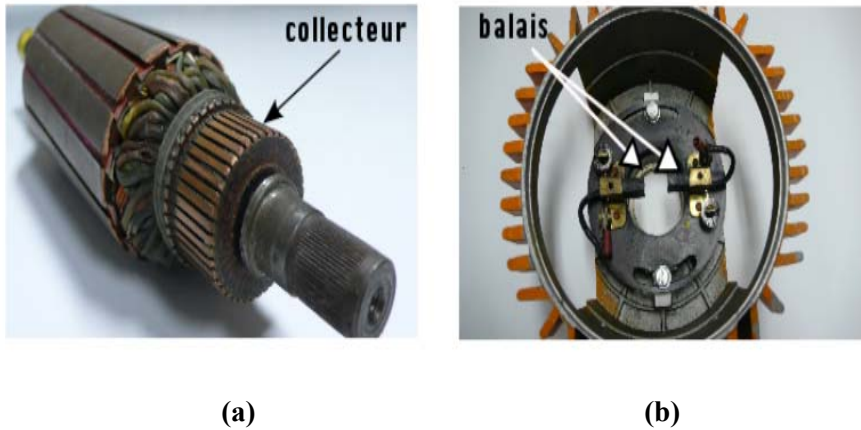


Figure.VI.4. (a) : Collecteur d'une machine à courant continu  
(b) : Balais d'une machine à courant continu

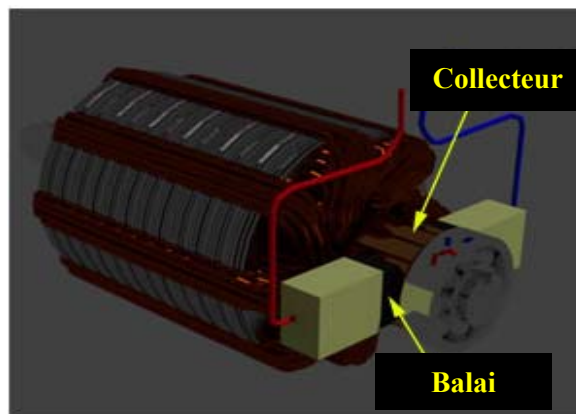


Figure.VI.5. Connexion balais-collecteur

### VI.2.3 Principe de fonctionnement

Comme toute machine tournante, la machine à courant continu a deux modes de fonctionnement : moteur ou génératrice.

#### VI.2.3.1 Fonctionnement moteur

Une MCC fonctionnant en moteur est une machine dont la fonction principale est de convertir l'énergie électrique en énergie mécanique. Le principe de fonctionnement repose sur la force de Laplace. Le courant  $I$  traversant les conducteurs de l'induit coupe le champ  $\vec{B}$  créé par l'inducteur induisant ainsi la force de Laplace  $\vec{F}$ . Cette va créer un couple qui fera tourner le rotor.

La force de Laplace est donnée par :

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \wedge \vec{B} \quad (\text{VI.1})$$

Le principe de fonctionnement du moteur à courant continu est illustré sur la figure.VI.6.

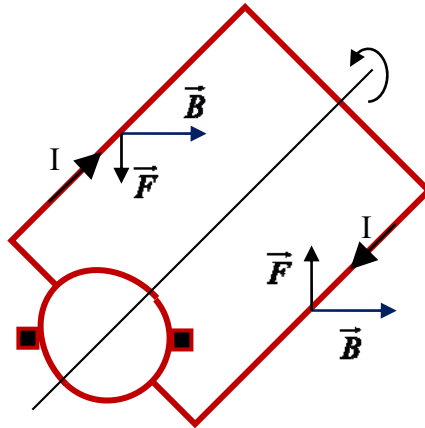


Figure.VI.6. Principe de fonctionnement du moteur à courant continu

### VI.2.3.2 Fonctionnement génératrice

Une génératrice à courant continu permet de transformer l'énergie mécanique en énergie électrique. Son principe de fonctionnement repose sur la loi de Faraday-Lenz. En effet, Lorsqu'un conducteur se déplace dans un champ magnétique, il apparait une force électromotrice  $e$  à ses bornes. Cette force s'exprime comme suit :

$$e = -\frac{d\Phi(t)}{dt} \quad (\text{VI.2})$$

Avec :  $\Phi = B.S(t)$

En notant  $S(t)$  la surface embrassée par le flux, la force électromotrice aura la formule suivante:

$$e = -\frac{d\Phi(t)}{dt} = -B \frac{dS(t)}{dt} = -B.r.l.\Omega = -B.l.v \quad (\text{VI.3})$$

Avec :

$r$  : Rayon du rotor

$l$  : longueur du rotor

$v$  : vitesse de rotation du rotor

On remarque que la force électromotrice est proportionnelle à l'induction et à la vitesse de rotation  $\Omega$ . La force électromotrice créée est alternative, mais celle qu'on récupère au collecteur de la génératrice est continue. Le principe de fonctionnement de la génératrice à courant continu est illustré sur la figure.VI.7.

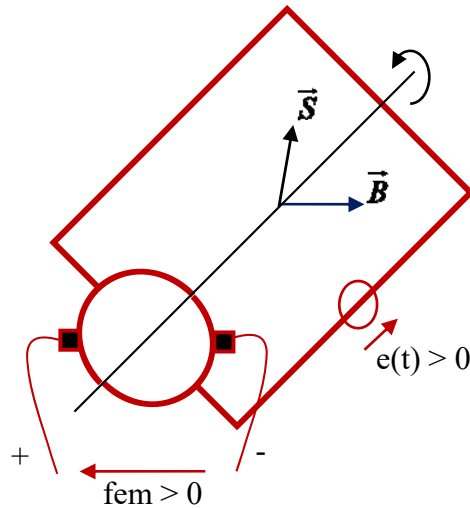


Figure.VI.7. Principe de fonctionnement de la génératrice à courant continu

### VI.2.4 Force électromotrice, Couple électromagnétique, puissance électromagnétique et équation mécanique

Les expressions de la force électromotrice, du Couple électromagnétique et de la puissance électromagnétique sont les mêmes pour les deux modes de fonctionnement de la machine (moteur ou génératrice) et dépendent des paramètres  $U_a$ ,  $I_a$ ,  $\Phi$  et  $\Omega$ .

#### VI.2.4.1 Force électromotrice

L'expression de la force électromotrice  $E$  est donnée par :

$$E = K\Phi\Omega \quad (\text{VI.4})$$

Avec :

$K$  : Constante propre à la machine

$\Phi$  : Flux d'induction magnétique traversant l'induit de la machine (Wb)

$\Omega$  : Vitesse de rotation (rad/s)

Dans le cas d'un flux d'excitation constant, la force électromotrice sera donnée par :

$$E = K'\Omega \text{ (Avec : } K' = K\Phi \text{)} \quad (\text{VI.5})$$

#### VI.2.4.2 Couple électromagnétique et puissance électromagnétique

Le couple électromagnétique d'une machine à courant continu est donné par :

$$C_{em} = K\Phi I_a \text{ (N.m)} \quad (\text{VI.6})$$

Avec :

$K'$  : Constante propre à la machine

$\Phi$  : Flux d'induction magnétique traversant l'induit de la machine (Wb)

$I_a$  : Courant de l'induit

La puissance électromagnétique  $P_{em}$  est fonction de la fem  $E$  et du courant d'induit  $I_a$  et est donnée par l'équation (VI.7):

$$P_{em} = E.I_a \text{ (Watts)} \quad \text{(VI.7)}$$

La puissance électromagnétique  $P_{em}$  peut être donnée en fonction du couple  $C_{em}$  et de la vitesse de rotation  $\Omega$  :

$$P_{em} = E.I_a = \underbrace{K\Phi I_a}_{C_{em}} \Omega = C_{em} \Omega \quad \text{(VI.8)}$$

### VI.2.4.3 Equation mécanique

L'équation mécanique de la mécanique à courant continu est donnée par :

$$C_{em}(t) - C_r(t) = J \frac{d\Omega(t)}{dt} + f\Omega(t) \quad \text{(VI.9)}$$

Avec :

$J$  : L'inertie en rotation (Kg.m<sup>2</sup>)

$f$  : Le frottement visqueux (N.m/rad/sec)

## VI.2.5 Schémas équivalents de l'induit et de l'inducteur

### VI.2.5.1 Schémas équivalents-En régime moteur

A l'application d'une tension  $U_e$  dite d'excitation au bobinage inducteur de résistance  $R_e$ , un courant  $I_e$  dit aussi d'excitation parcourt ce bobinage. La tension aux bornes de l'inducteur sera donnée par :

$$U_e = R_e I_e \quad \text{(VI.10)}$$

L'induit est alimenté sous la tension  $U_a$  et parcouru par le courant induit  $I_a$ , le schéma équivalent de l'induit doit rendre compte de :

- De la résistance  $R_a$  résultant de la résistance du bobinage et des pôles de commutation ainsi que de la chute de tension au niveau des contacts ballais-collecteur.
- De la fem induite  $E$  déjà calculée auparavant.

En négligeant la réaction magnétique de l'induit, l'équation de la tension d'induit  $U_a$  est donnée par :

$$U_a = E + R_a I_a \quad (\text{VI.11})$$

A l'arrêt la fem  $E$  est nulle, l'équation de la tension d'induit sera comme suit :

$$U_a = R_a I_a \quad (\text{VI.12})$$

Les schémas équivalents de l'inducteur et de l'induit d'une MCC fonctionnant en moteur sont illustrés sur la figure.VI.8.

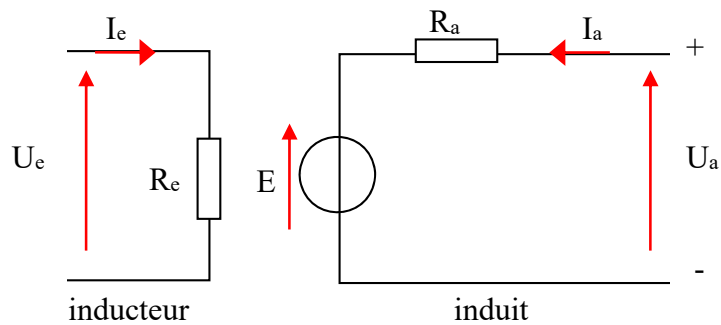


Figure.VI.8. Inducteur et induit de la MCC en fonctionnement moteur

### VI.2.5.2 Schémas équivalents-En régime génératrice

Le schéma équivalent de l'inducteur d'une MCC fonctionnant en génératrice et les équations qui en découlent sont semblables à ceux du moteur à courant continu.

L'induit de la génératrice en courant ayant les caractéristiques  $(E, R_a)$  continu est toujours alimenté par la même tension  $U_a$  et parcouru par le même courant  $I_a$ . La seule différence réside dans le sens du courant  $I_a$  qui est sortant (contrairement au fonctionnement moteur).

En négligeant la réaction magnétique de l'induit, l'équation de la tension d'induit  $U_a$  est donnée par :

$$U_a = E - R_a I_a \quad (\text{VI.13})$$

Les schémas équivalents de l'inducteur et de l'induit d'une MCC fonctionnant en génératrice sont illustrés sur la figure.VI.9.

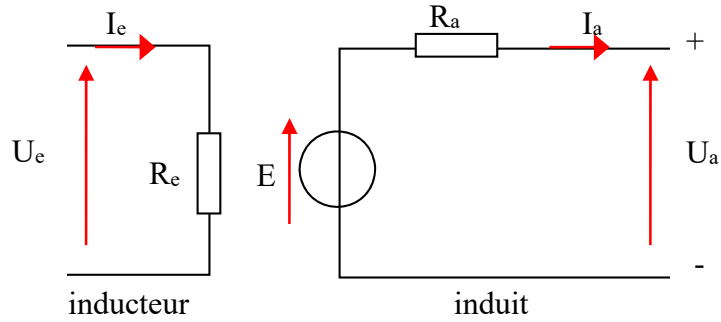


Figure.VI.10. Inducteur et induit de la MCC en fonctionnement génératrice

### VI.2.6 Bilan de puissance et rendement

Il est important d'identifier les divers éléments du schéma équivalent en termes de puissance. Il est également important de porter une attention particulière à l'expression du rendement de la machine en fonction de son régime de fonctionnement (moteur ou génératrice).

#### VI.2.6.1 Bilan de puissance-Pour le régime moteur

Comme cité auparavant une MCC fonctionnant en moteur transforme l'énergie électrique en énergie mécanique. Dans l'élaboration du bilan de puissance (figure.VI.11) nous devons tenir compte des différentes pertes dans la machine.

Bilan de puissances d'un moteur

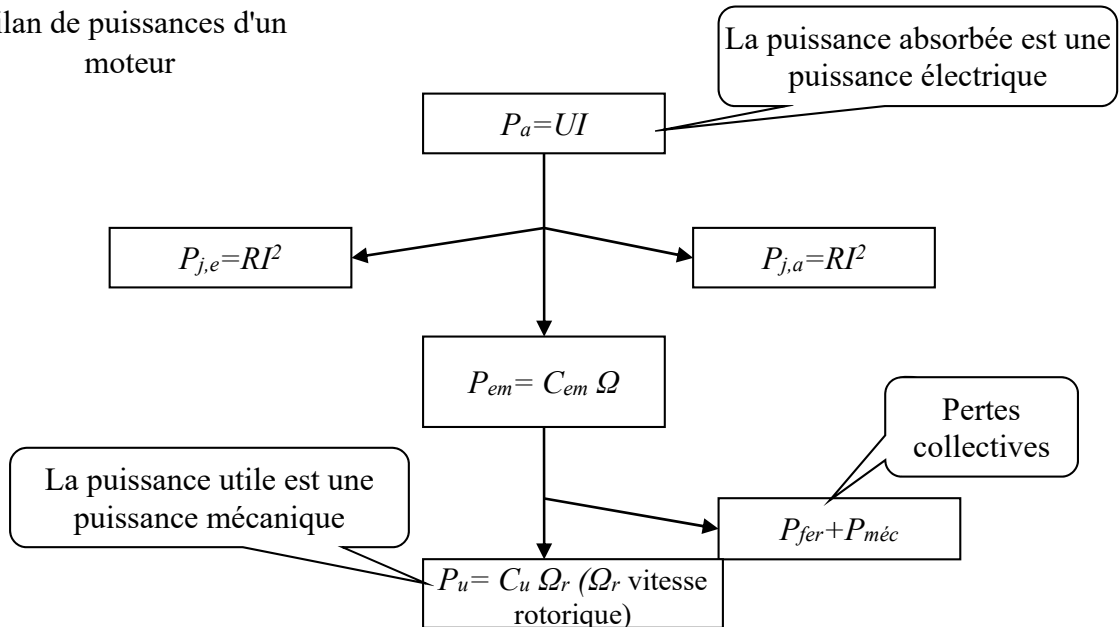


Figure.VI.11. Bilan de puissance de la MCC en fonctionnement moteur

Les différentes puissances intervenant dans le bilan de puissance sont :

- a) **Puissance absorbée** : Il s'agit de la puissance électrique qui est égale à la somme de la puissance absorbée par l'induit et celle absorbée par l'inducteur.

## Chapitre VI : Introduction aux machines électriques

$$P_a = P_{a,inducteur} + P_{a,induit} = U_e I_e + U_a I_a \quad (\text{VI.14})$$

b) **Puissance consommée par effet Joule** : Les pertes par effet Joule existent dans l'induit et dans l'inducteur.

Les pertes par effet Joule à l'inducteur  $P_{j,e}$  sont données par :

$$P_{j,e} = R_e I_e^2 \quad (\text{VI.15})$$

Les pertes par effet Joule à l'induit  $P_{j,a}$  sont données par :

$$P_{j,a} = R_a I_a^2 \quad (\text{VI.16})$$

c) **Puissance électromagnétique** : La puissance électromagnétique  $P_{em}$  est donnée par :

$$P_{em} = C_{em} \Omega \quad (\text{VI.17})$$

d) **Pertes collectives** : Les pertes collectives  $P_c$  parfois appelées "pertes constantes" sont dues aux pertes fer ( $P_{fer}$ ) et mécaniques ( $P_{méc}$ ). Ces pertes ne varient pas avec la charge.

$$P_c = P_{fer} + P_{méc} \quad (\text{VI.18})$$

e) **Puissance utile** : La puissance utile de la MCC en fonctionnement moteur est une puissance mécanique et est donnée par :

$$P_u = C_u \Omega \quad (\text{VI.19})$$

$C_u$  : le couple utile en (N.m)

Le bilan de puissance peut être exploité comme suit :

$$P_a = P_{j,T} + P_{em} + P_c + P_u \quad (\text{VI.20})$$

$$P_{em} = P_a - P_{j,T} \quad (\text{VI.21})$$

$$P_u = P_{em} - P_c = P_a - P_{j,T} \quad (\text{VI.22})$$

### VI.2.6.2 Bilan de puissance –Pour le régime génératrice

Dans le cas de fonctionnement en génératrice, la puissance absorbée par la MCC est mécanique et la puissance délivrée est électrique.

Les différentes puissances intervenant dans le bilan de puissance sont :

a) **Puissance absorbée** : Cette puissance est donnée par :

## Chapitre VI : Introduction aux machines électriques

$$P_a = C_a \Omega \quad (\text{VI.23})$$

b) **Pertes collectives** : Les pertes collectives  $P_c$  données par :

$$P_c = P_{fer} + P_{méc} \quad (\text{VI.24})$$

c) **Puissance électromagnétique** : La puissance électromagnétique  $P_{em}$  est donnée par :

$$P_{em} = C_{em} \Omega \quad (\text{VI.25})$$

d) **Pertes par effet Joule** : Les pertes totales par effet Joule sont la somme des pertes au rotor et au stator

$$P_{j,T} = P_{j,e} + P_{j,a} \quad (\text{VI.26})$$

e) : La puissance utile de la MCC en fonctionnement génératrice est une puissance électrique et est donnée par :

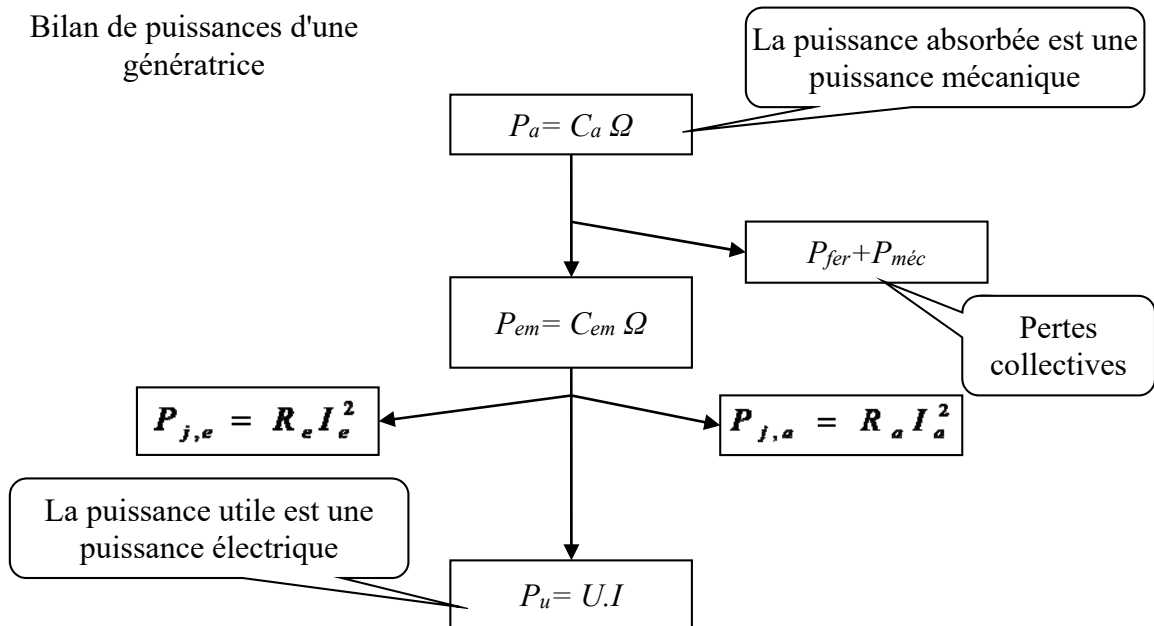
$$P_u = U_a I_a \quad (\text{VI.27})$$

Le bilan de puissance peut être exploité comme suit :

$$P_a = P_c + P_{em} + P_{j,T} + P_u \quad (\text{VI.28})$$

$$P_{em} = P_a - P_c \quad (\text{VI.29})$$

$$P_u = P_{em} - P_{j,T} \quad (\text{VI.30})$$



**Figure.VI.12.** Bilan de puissance de la MCC en régime de fonctionnement génératrice

### VI.2.6.3 Calcul du rendement

Quel que soit le mode de fonction de la MCC, le rendement est donné par la formule suivante :

$$\eta = \frac{P_u}{P_a} = \frac{P_a - \sum P_{ertes}}{P_a} \quad (\text{VI.31})$$

### VI.2.7 Modes d'excitation de la MCC

Étant donné que les moteurs à courant continu sont utilisés dans une grande variété d'applications, selon le mode d'excitation, il existe quatre types de moteurs adaptés aux différentes tâches dans le secteur industriel:

- Le moteur à excitation série.
- Le moteur à excitation shunt.
- Le moteur à excitation composée.
- Le moteur à excitation séparée.

#### VI.2.7.1 Moteur à excitation série

Pour le moteur à courant continu à excitation série, l'induit et l'inducteur sont branchés en série, il est donc traversé par le même courant, comme il est indiqué dans la figure VI.13. On constate que le courant dans un moteur à excitation série peut-être inversé sans que le sens de rotation le soit. Le moteur peut donc fonctionner en courant alternatif. Pour optimiser son fonctionnement en courant alternatif il subit quelques modifications. On l'appelle le moteur universel.

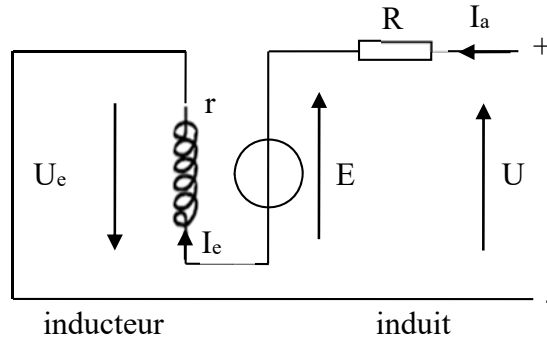


Figure.VI.13. Modèle électrique équivalent du MCC à excitation série.

#### VI.2.7.2 Moteur à excitation shunt

Dans un moteur à excitation shunte, l'inducteur et l'induit sont connectés en parallèle et alimentés par une seule source de tension continue. Le schéma électrique de ce moteur est présenté sur la figure.VI.14.

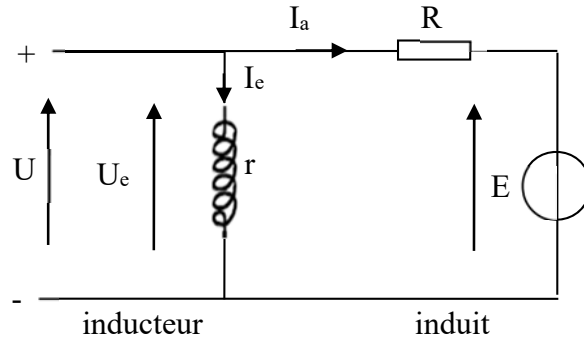


Figure.VI.14. Modèle électrique équivalent du MCC à excitation shunt

### VI.2.7.3 Moteur à excitation compound

C'est une combinaison des excitations shunt et série, on peut réaliser un compound-Age additif (Si les flux des deux enroulements s'additionnent) ou soustractif (dans le cas contraire) Le schéma électrique de ce moteur est présenté sur la figure.VI.15.

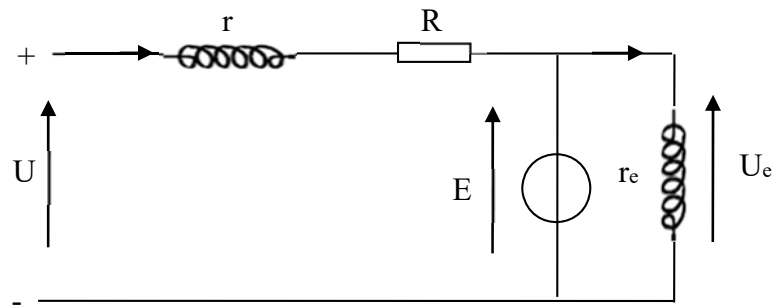


Figure.VI.15. Modèle électrique équivalent du MCC à excitation compound

### VI.2.7.4 Moteur à excitation séparée

L'alimentation de l'enroulement inducteur est maintenue par une source indépendante de la source de l'induit comme il est indiqué dans la figure.VI.16

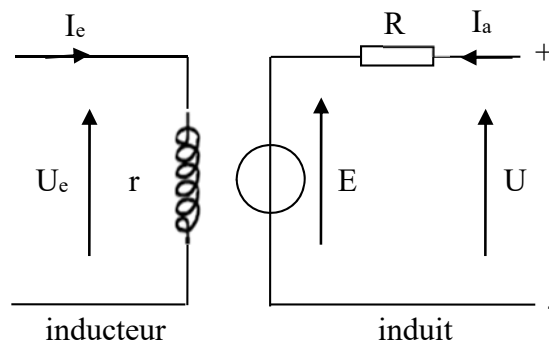


Figure.VI.16. Modèle électrique équivalent du MCC à excitation séparée

### VI.3 Machine asynchrone

#### VI.3.1 Définition

La machine asynchrone, ou à induction (MI), est une machine AC dont le rotor tourne à une vitesse légèrement différente de la vitesse de synchronisme. Cette machine est utilisée dans une large variété d'applications industrielles grâce à ses propriétés : il s'agit d'une machine robuste, fiable, de coût modéré, sans besoin de maintenance périodique, capable de démarrer en boucle ouverte et facile à commander pour des applications à vitesse variable ne nécessitant pas une haute précision dynamique.

#### VI.3.2 Structure et principe de fonctionnement

Le stator de la machine à induction est triphasé. Son rotor, à pôles lisses, est soit bobiné soit à cage (figure.VI.17), dans les deux cas il peut être modélisé par un bobinage triphasé en court-circuit (voir figure VI.18). Les enroulements statoriques identiques, alimentés par un système triphasé équilibré de tensions de pulsation  $\omega_s$ , créent un champ magnétique tournant à la vitesse synchrone :

$$\Omega_s = \frac{\omega_s}{p} \quad (\text{VI.32})$$

$p$  : Le nombre de paires de pôles de la machine



Figure.VI.17. Stator et rotor de la machine asynchrone

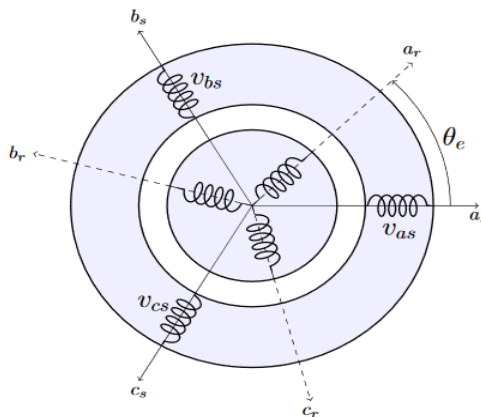


Figure.VI.18. Représentation des enroulements d'une machine à induction

Le champ tournant produit par le stator induit des courants dans les enroulements rotoriques. Ces courants, soumis à l'action du champ magnétique statorique, produisent un couple et le rotor se met en mouvement. Suivant la loi de Lenz, le rotor se met à tourner avec le sens de rotation du champ tournant. Néanmoins, si le rotor tourne à la vitesse de synchronisme, les enroulements rotoriques ne seront plus exposés à un flux variable, et aucun courant n'y sera induit. Le couple produit est nul dans ce cas-là, ce qui fait que la vitesse du rotor  $\Omega_r$  ralentit. Lorsque  $\Omega_r$  devient inférieure à la vitesse de synchronisme, le rotor ressent un champ magnétique variable, et un couple est produit de nouveau pour accélérer le rotor. La différence relative entre la vitesse de rotation du rotor et la vitesse de synchronisme est appelée le glissement, qui est noté  $g$  :

$$g = \frac{\Omega_s - \Omega_r}{\Omega_s} = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s} \quad (\text{VI.33})$$

Avec :

$\Omega_s$  : La vitesse du synchronisme

$\Omega_r$  : La vitesse du rotor

$\omega_r$  : Pulsation des courants rotoriques

$\omega_s$  : Pulsation des courants statoriques

### VI.4 Machine synchrone

#### VI.4.1 Définition

La machine synchrone est une machine AC dont la vitesse de rotation du rotor est égale à la vitesse du champ tournant créé par le stator. Cette machine est surtout utilisée dans les centrales électriques en tant que génératrice. Contrairement à la machine asynchrone, la machine synchrone ne peut pas démarrer en boucle ouverte. Pour cette raison elle a été, pendant longtemps, utilisée dans des applications de forte puissance à vitesse fixe. Néanmoins, avec les progrès dans l'électronique d'alimentation et de commande, il est devenu possible de l'utiliser dans des applications à vitesse variable. De plus, avec la découverte d'aimants permanents très efficaces, les machines synchrones sont potentiellement présentes, en tant que moteurs, dans les applications de forte puissance et haute précision.

#### VI.4.2 Principaux types de machines synchrones

Il existe aujourd'hui une grande variété de machines synchrones, qui vont de l'alternateur à rotor bobiné de plusieurs centaines de mégawatts, jusqu'au moteur de quelques watts à aimants permanents, en passant par les moteurs à réluctance variable. Il existe trois types de machines synchrones

- Les machines synchrones à rotor bobiné (MSRB)
- Les machines synchrones à aimants permanents (MSAP)
- Les machines synchrones à réluctance variable (MSRV)

VI.4.3 Structure et principe de fonctionnement

Le stator d'une machine synchrone est triphasé, comme celui d'une machine asynchrone. Le champ tournant du stator peut être vu comme un aimant fictif qui tourne à la vitesse de synchronisme autour du rotor ; il existe trois types d'interaction entre le champ tournant et le rotor de façon à avoir une vitesse de rotation rotorique égale à celle de synchronisme (figure.VI.19) :

- Champ tournant-électroaimant : dans ce cas le rotor est bobiné et excité par une source DC, c'est le cas de la MSRB ;
- Champ tournant-aimant permanent : il s'agit des MSAP, où le rotor est équipé d'aimants permanents qui peuvent être surfaciques ou enterrés ;
- Champ tournant- matériau ferromagnétique : on parle ici des MSRV, dans ce type de machines, le rotor présente une structure saillante, et le principe de fonctionnement se base sur l'alignement du rotor avec le champ tournant de façon à assurer un chemin magnétique à réluctance minimale (i.e. flux maximal).

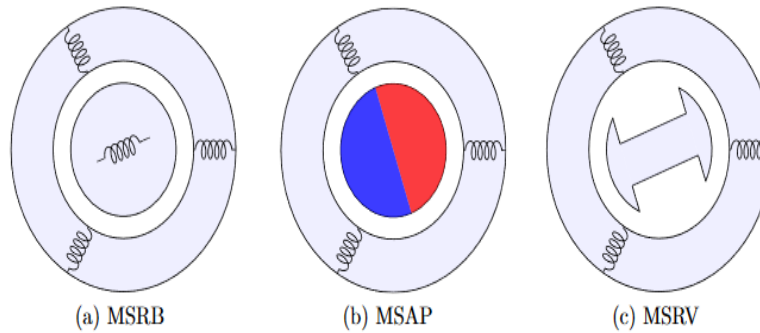


Figure.VI.19. Machines synchrones avec différents types d'interaction champ tournant-rotor

**Exercice d'application**

- I. Le moteur d'une grue, à excitation indépendante constante, tourne à une vitesse de rotation de 1500 tr/min lorsqu'il exerce une force de 30 kN pour soulever une charge à la vitesse (linéaire)  $V_1 = 15\text{m/min}$  ; la résistance de l'induit est de  $0,4 \Omega$ . Ce moteur est associé à un réducteur de vitesse dont les pertes, ajoutés aux pertes mécaniques et magnétiques du moteur font que la puissance utile de l'ensemble est égale à 83% de la puissance électromagnétique transformée dans la machine. Le moment du couple électromagnétique du moteur est proportionnel à l'intensité du courant qui traverse l'induit :  $C_{em} = 1,35 I$ .
  - a) Calculer la puissance utile et le moment du couple électromagnétique.
  - b) Calculer l'intensité du courant dans l'induit, la force contre-électromotrice et la tension  $U$ , appliquée à l'induit.
  - c) Sachant que la puissance consommée par l'excitation est de  $P_e = 235\text{W}$  calculer la puissance totale absorbée et le rendement du système.
  
- II. En descente la charge, inchangée, entraine le rotor et le machine à courant continu fonctionne alors en génératrice. L'excitation, le rapport du réducteur de vitesse et le rendement mécanique (moteur + réducteur) sont inchangés. On veut limiter la vitesse de descente de la charge à  $V_2 = 12\text{m/min}$  ; calculer :
  - a) La vitesse angulaire de rotation du rotor.
  - b) ) La puissance électromagnétique fournie à la génératrice.

## Chapitre VI : Introduction aux machines électriques

- c) Le moment du couple résistant de cette génératrice et l'intensité du courant débité dans la résistance additionnelle.

### Corrigé de l'exercice d'application

I. a) Calculer la puissance utile et le moment du couple électromagnétique.

$$P_u = F.V = 7.5 \text{ kW}$$

$$P_{em} = C_{em} \cdot \Omega \Rightarrow C_{em} = \frac{P_{em}}{\Omega}$$

Or que : « que la puissance utile de l'ensemble est égale à 83% de la puissance électromagnétique transformée dans la machine » c.à.d :  $P_u = 0.83P_{em} \Rightarrow \frac{P_u}{0.83}$

$$\text{D'où: } C_{em} = \frac{P_u}{0.83\Omega} = \frac{7.5 \times 10^3}{0.83 \times \left( \frac{1500 \times 2\pi}{60} \right)} = 57.77 \text{ N.m}$$

I. b) Calculer l'intensité du courant dans l'induit, la force contre-électromotrice et la tension  $U$ , appliquée à l'induit

$$\text{On a : } C_{em} = 1.35I \Rightarrow I = \frac{C_{em}}{1.35} = 42.63 \text{ A}$$

$$P_{em} = EI = C_{em} \cdot \Omega \Rightarrow E = \frac{C_{em} \cdot \Omega}{I} = 211.94 \text{ V}$$

$$U = E + RI = 228.992 \text{ V}$$

I. c) Sachant que la puissance consommée par l'excitation est de 235W calculer la puissance totale absorbée et le rendement du système

$$P_a = P_{em} + P_{js} + P_{jr}$$

$$P_{em} = \frac{P_u}{0.83} = 9036.14 \text{ W}, P_{js} = 235 \text{ W}, P_{jr} = RI^2 = 726.92 \text{ W}$$

$$\eta = \frac{P_u}{P_a} = 0.75$$

II. a) La vitesse angulaire de rotation du rotor

$$\frac{\Omega'}{V} = \frac{V'}{V} \Rightarrow \Omega' = \frac{V'}{V} \cdot \Omega = \frac{12}{15} \times \frac{1500 \times 2\pi}{60} = 125.6 \text{ rad / sec}$$

II. b) La puissance électromagnétique fournie à la génératrice

$$0.83 = \frac{P_{emG}}{P_u} \Rightarrow P_{emG} = 0.83P_u = 0.83FV' = 4980\text{W}$$

**II. c)** Le moment du couple résistant de cette génératrice et l'intensité du courant débité dans la résistance additionnelle

$$P_{emG} = C_{emG} \cdot \Omega \Rightarrow C_{emG} = \frac{P_{emG}}{\Omega} = 39.64\text{N.m}$$

$$\text{On a: } C_{emG} = 1.35I_G \Rightarrow I_G = \frac{C_{emG}}{1.35} = 29.62\text{A}$$

# Annexes

**Annexe 1** : Série de travaux dirigés N°1

**Annexe 2** : Série de travaux dirigés N°2

**Annexe 3** : Série de travaux dirigés N°3

**Annexe 4** : Série de travaux dirigés N°4

**Annexe 5** : Série de travaux dirigés N°5

**Annexe 6** : Série de travaux dirigés N°6

## Série de TD N°1: Rappels mathématiques sur les nombres complexes

## Exercice 1

Effectuer les opérations suivantes

a)  $(5 - j2) + (-3 - j8)$

b)  $(2 + j3) - (5 + j2)$

c)  $\frac{4 - j5}{1 + j2}$

d)  $\frac{8 \angle -20^\circ}{2 \angle -60^\circ}$

e)  $(2 \angle 30^\circ)(5 \angle -45^\circ)$

## Exercice 2

Calculer les nombres complexes suivants et exprimer les résultats en coordonnées rectangulaires

a)  $\frac{15 \angle 45^\circ}{3 - j4} + 2j$

b)  $\frac{8 \angle -20^\circ}{(2 + j)(3 - j4)} + \frac{10}{-5 + j12}$

c)  $10 + (8 \angle 50^\circ)(5 - j12)$

## Exercice 3

Calculer les nombres complexes suivants et exprimer les résultats en coordonnées polaires

a)  $5 \angle 30^\circ \left( 6 - j8 + \frac{3 \angle 60^\circ}{2 + j} \right)$

b)  $\frac{10 \angle -30^\circ + (3 - j4)}{(2 + j4)(3 - j5)}$

c)  $\frac{(10 \angle 60^\circ)(35 \angle -50^\circ)}{(2 + j6) - (5 + j)}$

## Exercice 4

Soient les nombres complexes :  $Z_1 = 4 - j7$ ,  $Z_2 = 8 \angle -60^\circ$ ,  $Z_3 = 2 \angle 45^\circ$ , calculer :

a)  $Z_1 + Z_2 + Z_3$

b)  $\frac{Z_1 Z_2}{Z_3}$

8

**Exercice 5**

Exprimer les grandeurs suivantes en coordonnées polaires :

$$i = 6 \cos(50t - 40^\circ)$$

$$v = -4 \cos(30t + 50^\circ)$$

**Exercice 6**

Soient deux courants sinusoïdaux de mêmes fréquences:  $i_1 = 5 \sin(314t + \frac{\pi}{4})$ ,  $i_2 = 3 \sin(314t + \frac{3\pi}{4})$ .

Calculer l'intensité du courant résultant ( $i = i_1 + i_2$ ).

**Exercice 7**

Soient deux courants sinusoïdaux de même fréquence :  $I_1 = 40 \angle 65^\circ$ ,  $I_2 = 15 \angle 25^\circ$ . Calculer l'intensité et le déphasage du courant résultant.

## Série de TD N°2 : Rappels sur les lois fondamentales de l'électricité

### Exercice 1

Définir l'amplitude, la période, la fréquence, la pulsation et la phase des signaux suivants :

- a)  $s_1(t) = 7 \sin(50t + \frac{\pi}{4})$   
 b)  $s_2(t) = 20 \sin(3\pi t + \frac{3\pi}{7})$   
 c)  $s_3(t) = \sin(314t - \frac{\pi}{3})$

### Exercice 2

Soit les tensions :  $u_1(t)$ ,  $u_2(t)$  et  $u_3(t)$  données à la figure 1.

- 1) Calculer pour chaque tension, la valeur moyenne.
- 2) Calculer les valeurs efficaces. Conclure.

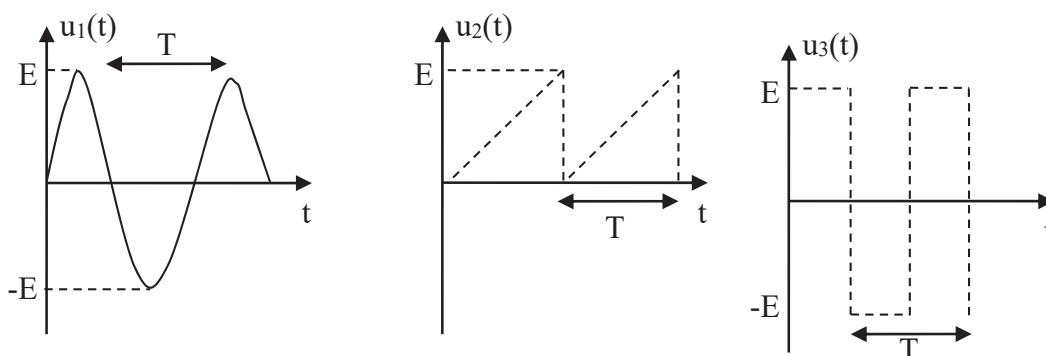


Figure. 1

### Exercice 3

Trouvez la valeur moyenne et effective de l'onde cosinus demi-rectifiée de la figure 2.

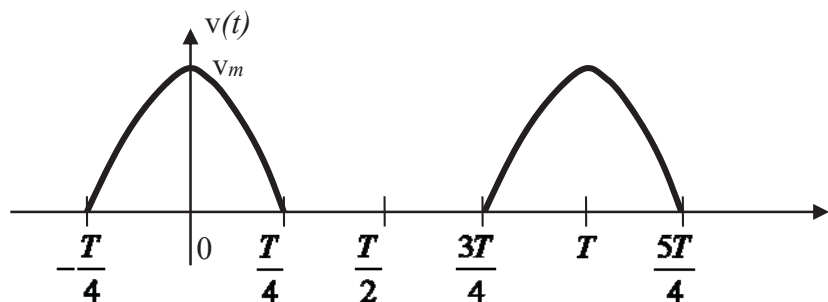


Figure. 2

**Exercice 4**

Déterminer la résistance équivalente  $R_{eq}$  du dipôle AB représenté sur la figure 3

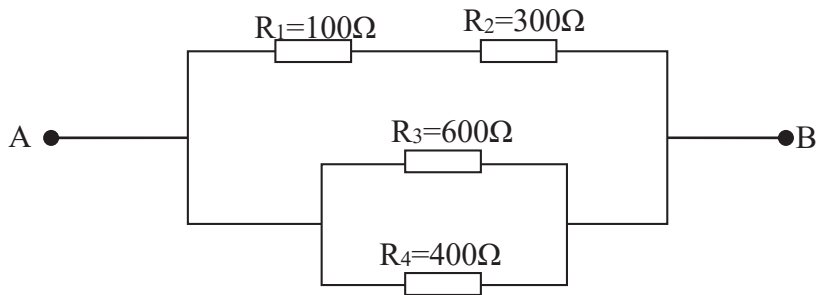


Figure. 3

**Exercice 5**

Calculer la capacité équivalente du dipôle AB représenté sur la figure 4

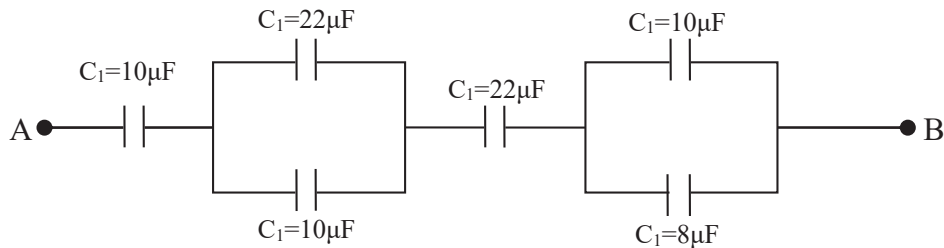


Figure. 4

**Exercice 6**

Calculer l'impédance équivalente des circuits RL, RC et RLC représentés sur la figure 5

AN:  $R = 20 \Omega$ ,  $L = 0.20 \text{ H}$ ,  $C = 100 \mu\text{F}$ ,  $V = 132 \text{ V}$ ,  $f = 50 \text{ Hz}$  ( $\omega = 314 \text{ rd/s}$ )

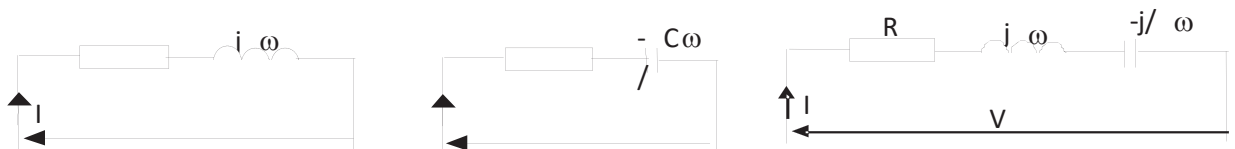


Figure. 5

**Exercice 7**

On considère le circuit représenté sur la figure 6 où  $\bar{V}$  est la représentation complexe d'une tension sinusoïdale de valeur efficace  $V = 100 \text{ V}$  et de fréquence  $50 \text{ Hz}$ . Les composants de ce circuit sont directement caractérisés par la valeur de leur impédance complexe.

- 1) Calculer la valeur efficace  $I$  du courant  $\bar{I}$ .
- 2) Calculer la phase du courant  $\bar{I}$  si on considère la tension  $\bar{V}$  à l'origine des phases. Écrire alors l'expression temporelle de la tension  $v$  et du courant  $i$ .
- 3) Écrire la loi de maille qui régit ce circuit.
- 4) Représenter tous les complexes formant cette loi de maille sur un diagramme vectoriel dans le plan complexe (diagramme de Fresnel).

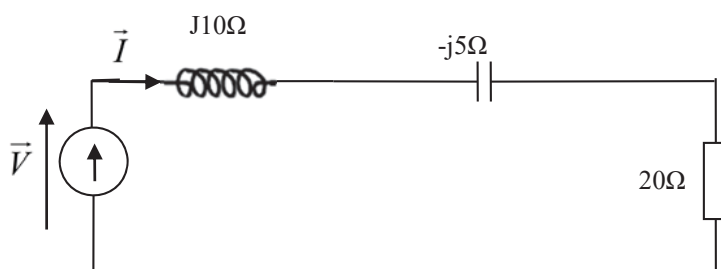


Figure. 6

**Exercice 8**

Du circuit représenté sur la figure 7, on ne connaît que la valeur du courant total absorbé :  $I = 2,5$  A ainsi que les valeurs des impédances notées sur la figure.

- 1) Calculer la valeur de la tension efficace  $V$  appliquée à cette charge.
- 2) En déduire les valeurs de  $I_1$  et  $I_2$ .
- 3) En déduire l'expression littérale de la puissance active  $P$  et de la puissance réactive  $Q$  consommées par cette charge.

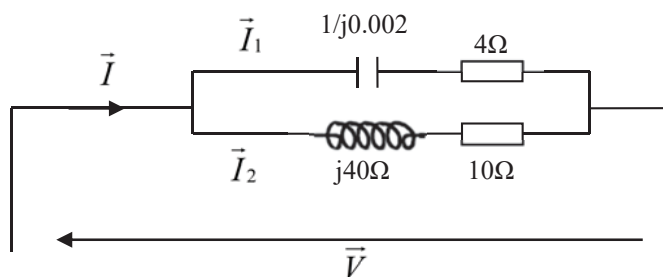


Figure. 7

**Exercice 9**

On considère la charge monophasée représentée sur la figure 8, placée sous une tension sinusoïdale de valeur efficace  $V = 230$  V et de fréquence 50 Hz.

- 1) Calculer la valeur efficace  $I_1$  du courant circulant dans la résistance  $R_1$ .
- 2) Calculer la valeur efficace  $I_2$  du courant circulant dans la résistance  $R_2$ .
- 3) Calculer la valeur efficace  $I$  du courant absorbé par l'ensemble de ce circuit.
- 4) Calculer la valeur des puissances active  $P$ , réactive  $Q$  et apparente  $S$  relatives à ce circuit.
- 5) En déduire la valeur du facteur de puissance de cette charge.

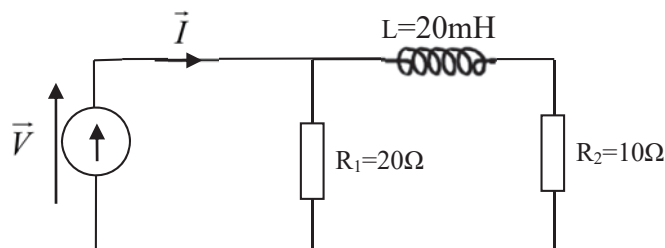


Figure. 8

## Série de TD N°3 : Circuits et puissances électriques

### Exercice 1

Une ligne monophasée de 14 kV, 50 Hz relie un poste électrique à une charge industrielle. La ligne a une résistance de  $5 \Omega$  et une réactance de  $12 \Omega$ .

L'équipement de comptage de la sous-station indique que la tension de la ligne est de 13 kV et que la ligne consomme 3.2 MW de puissance active et 2.1 Mvar de puissance réactive. Calculer

- 1) Le courant circulant dans la ligne
- 2) La puissance active et réactive consommée par la ligne
- 3) La puissance active, réactive et apparente absorbée par la charge
- 4) La tension à travers la charge

### Exercice 2

Un moteur monophasé absorbe un courant de 16 A d'une ligne 240 V, 50 Hz. Un wattmètre connecté à la ligne donne une lecture de 2765 W. Calculer le facteur de puissance du moteur et la puissance réactive absorbée.

Si un condensateur ayant une réactance de  $30 \Omega$  est connectée en parallèle avec le moteur, calculer :

- 1) la puissance active indiquée par wattmètre
- 2) La puissance réactive totale absorbée par le condensateur et moteur
- 3) La puissance apparente absorbée par la ligne
- 4) Le courant de ligne
- 5) Le facteur de puissance de la combinaison moteur - condensateur

### Exercice 3

Un système triphasé, avec une tension efficace de 70 V, alimente une charge équilibrée couplée en triangle avec des impédances  $Z = 20 \angle 45^\circ \Omega$ . Calculer les courants de ligne et tracer diagramme vectoriel (phase tension-courant).

### Exercice 4

Un système triphasé, avec une tension efficace de 105 V, alimente une charge équilibrée couplée en étoile avec des impédances  $Z = 5 \angle -30^\circ \Omega$ . Calculer les courants de ligne et tracer diagramme vectoriel (phase tension-courant).

### Exercice 5

Une alimentation triphasée, avec une tension de ligne efficace de 240 V, alimente une charge déséquilibrée couplée en triangle, comme représenté sur la figure.1. Calculer les courants de ligne et la puissance totale.

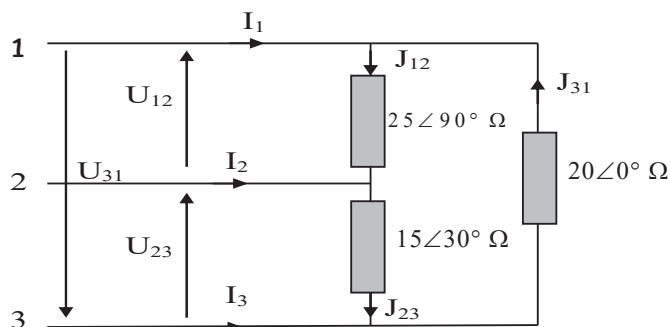


Figure. 1

**Exercice 6**

Une alimentation triphasée, avec une tension de ligne de  $294.2\angle 0^\circ$  V, alimente une charge déséquilibrée couplée en étoile, comme représenté sur la figure.2. Calculer les courants de ligne et le courant du neutre.

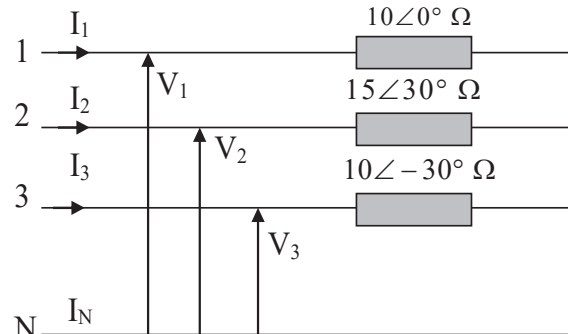


Figure.2

**Exercice 7**

Deux charges équilibrées sont connectées à une ligne de 240 kV efficace à 50 Hz, comme illustré sur la figure.3. La charge 1 consomme 30 kW avec un facteur de puissance en retard de (0,6). Tandis que la charge 2 consomme 45 kVAR à un facteur de puissance en retard de (0,8). En supposant que les tensions de phases sont équilibrées, déterminez:

- 1) Le complexe, le réel et le réactif les puissances absorbées par la charge combinée.
- 2) Les différents courants de ligne,
- 3) La puissance nominale des trois condensateurs couplés en triangle et connectés en parallèle avec la charge qui nous permettrons d'augmenter le facteur de puissance en retard à 0,9 et la capacité de chaque condensateur.

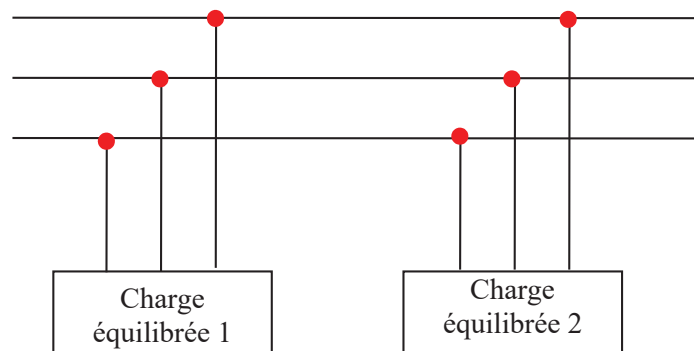


Figure.3

### Série de TD N°4: Circuits magnétiques

#### Exercice 1

Soit le circuit magnétique à deux enroulements illustré sur la figure.1. L'enroulement primaire a un nombre de spires  $N_1=600$ , et l'enroulement secondaire a un nombre de spires  $N_2=200$ . Les bobines sont enroulées dans les directions indiquées sur la figure. Si les dimensions sont telles qu'indiquées, quel flux sera produit par les courants  $i_1 = 0,5$  A et  $i_2 = 1,0$  A?

NB:  $\mu_r$  est constante et égale à 1000. La profondeur (épaisseur) du noyau magnétique est égale à 15cm.

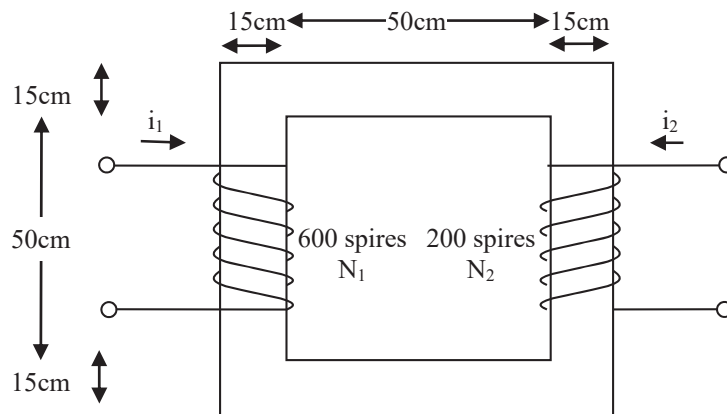


Figure.1

#### Exercice 2

Un noyau ferromagnétique avec une perméabilité relative de 2000 est représenté sur la figure.2. Les dimensions sont comme indiquées sur le schéma, et la profondeur du noyau est de 7 cm. Les entrefers sur les côtés gauche et droit du noyau sont respectivement de 0,050 et 0,070 cm. La jambe centrale du noyau est enroulée avec une bobine de 300 spires cette bobine est traversée par un courant de 1 A. Quel est la valeur du flux dans chacune des jambes gauche, centrale et droite du noyau? Quelle est la densité de flux dans chaque entrefer?

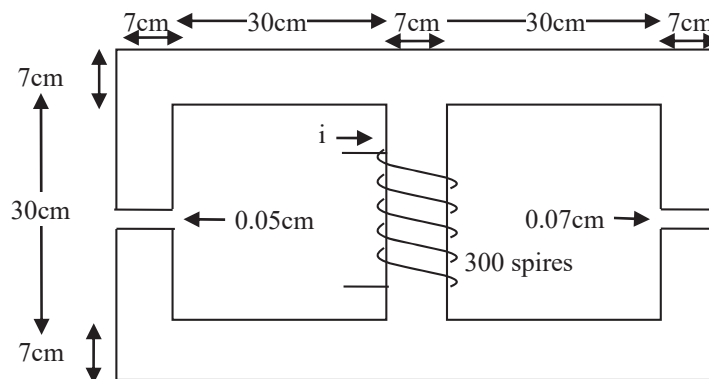


Figure.2

**Exercice 3**

On bobine  $N=100$  spires de fil de cuivre sur le circuit magnétique représenté sur la figure.3. Le matériau utilisé est du fer de perméabilité magnétique relative  $\mu_r = 528.6$ .

- 1) Calculer la valeur en  $m^2$  de la surface d'une section droite du circuit magnétique au milieu d'un des barreaux horizontaux ou verticaux.
- 2) En considérant la section constante le long du parcours moyen, calculer la réluctance  $\mathfrak{R}_f$  du fer circuit magnétique.
- 3) Calculer la réluctance  $\mathfrak{R}_a$  de la tranche d'air que constitue l'entrefer.
- 4) Calculer alors la réluctance totale  $\mathfrak{R}$  que représente le circuit magnétique.
- 5) En déduire la valeur de l'inductance que représentent les 100 spires bobinées sur ce circuit magnétique.

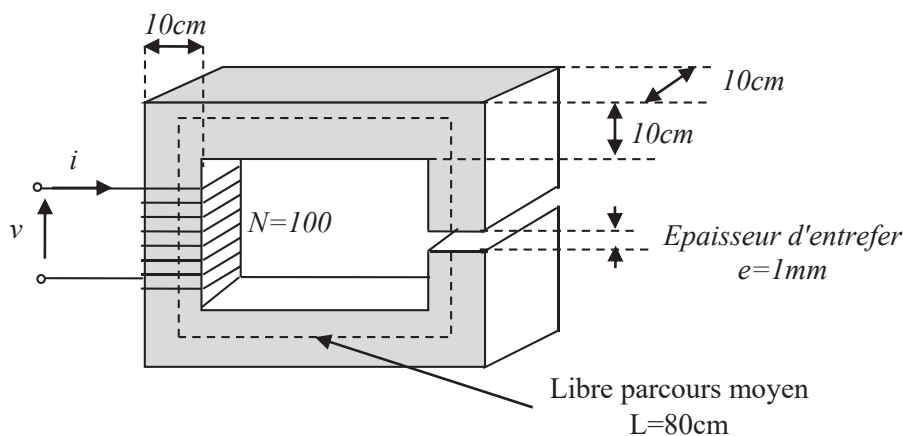


Figure.3

**Exercice 4**

On s'intéresse au circuit magnétique, représenté en coupe sur la figure.4, sur lequel sont bobinés deux enroulements de fil de cuivre. Les réluctances des tronçons sont directement notées  $\mathfrak{R}_1$ ,  $\mathfrak{R}_2$  et  $\mathfrak{R}_3$ .

Le tronçon 3 représente les fuites du bobinage 1, c'est-à-dire un ensemble de trajets de lignes de champ traversant ce bobinage mais pas l'autre.

- 1) Représenter le schéma équivalent (en analogie avec un circuit électrique) de ce circuit magnétique.
- 2) Écrire la relation reliant  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$  et  $\Phi_3$ .
- 3) En considérant que le bobinage 2 est ouvert ( $i_2 = 0$ ), calculer l'expression littérale du flux  $\Phi_2$ .
- 4) Calculer également l'expression littérale du flux  $\Phi_3$ .
- 5) Calculer l'expression de l'inductance mutuelle  $M$  du bobinage 1 sur le bobinage 2.
- 6) Calculer également l'expression de l'inductance  $L_f$  qui représente le facteur de proportionnalité entre le flux  $\Phi_3$  et le courant  $i_1$ .
- 7) En utilisant la loi de Lenz, montrer qu'il est possible de ramener cette inductance en série avec un circuit magnétique plus qu'on représentera. On appellera  $V_1'$  la tension aux bornes du bobinage 1.

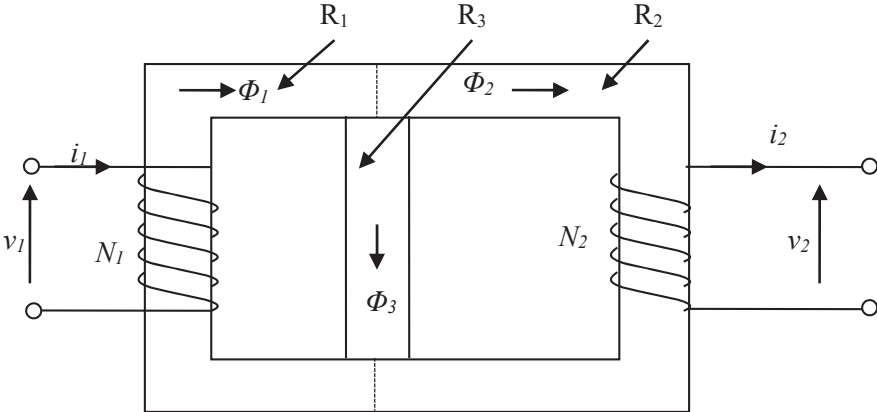


Figure.4

## Série de TD N°5: Transformateurs

### Exercice 1

Soit un Transformateur monophasé idéal: 2400/120 V, 9,6 KVA. Le nombre de spires dans l'enroulement secondaire est  $n_2 = 50$ . Calculer:

- 1) Le rapport de transformation
- 2) Le nombre de spires au secondaire
- 3) Les intensités des courants primaire et secondaire

### Exercice 2

L'étude d'un transformateur monophasé a donné les résultats suivants : Mesure en continu des résistances des enroulements à la température de fonctionnement :  $r_1 = 0,2 \Omega$  et  $r_2 = 0,007 \Omega$ . Essai à vide :  $U_1 = U_{1n} = 2300 \text{ V}$  ;  $U_{20} = 240 \text{ V}$  ;  $I_{10} = 1,0 \text{ A}$  et  $P_{10} = 275 \text{ W}$ . Essai en court-circuit :  $U_{1CC} = 40 \text{ V}$  ;  $I_{2CC} = 200 \text{ A}$ .

- 1) Calculer le rapport de transformation  $m$ .
- 2) Montrer que dans l'essai à vide les pertes Joule sont négligeables devant  $P_{10}$ .
- 3) Déterminer la valeur de la résistance ramenée au secondaire  $R_s$ .
- 4) Calculer la valeur de  $P_{1CC}$ .
- 5) Déterminer  $X_s$ .
- 6) Déterminer par la méthode de votre choix, la tension aux bornes du secondaire lorsqu'il débite un courant d'intensité  $I_2 = 180 \text{ A}$  dans une charge capacitive de facteur de puissance 0,9.
- 7) Quel est alors le rendement

### Exercice 3

La tension aux bornes de l'enroulement secondaire d'un Transformateur est  $v_s(t) = 282,8 \sin 377t \text{ V}$ .

Le rapport de transformation du transformateur est de 100: 200 ( $m = 0,50$ ). Si le courant secondaire du transformateur est  $i_s(t) = 7,07 \sin(377t - 36,87^\circ)$ .

Quel est le courant primaire de ce transformateur? Quelle est sa régulation de tension et son efficacité? Les impédances de ce transformateur ramennées côté primaire sont :  $R_{eq} = 0,2 \Omega$ ,  $R_c = 300 \Omega$ ,  $X_{eq} = 0,75 \Omega$ ,  $X_m = 80 \Omega$ .

### Exercice 4

Un transformateur monophasé porte les indications suivantes sur sa plaque signalétique :  $S_n = 22000 \text{ VA}$  rendement 95 %, Primaire  $V_{1n} = 220 \text{ V}$ , Secondaire  $V_{2n} = 127 \text{ V}$

- 1) Calculer le courant primaire nominal :  $I_{1n}$
- 2) Calculer le courant secondaire nominal :  $I_{2n}$
- 3) Le rendement est précisé pour une charge absorbant le courant nominal sous tension secondaire nominale et présentant un facteur de puissance  $\cos \varphi = 0,8$ . Calculer la valeur des pertes dans le transformateur dans ces conditions.
- 4) Représenter un schéma équivalent ramené au secondaire du transformateur en faisant apparaître les éléments classiques exposés dans le cours.
- 5) En supposant qu'au régime nominal les pertes sont uniformément réparties entre pertes fer et pertes Joules, calculer alors la valeur de tous les éléments résistifs du schéma.

- 6) La tension secondaire à vide de ce transformateur vaut  $V_0 = 133$  V. Calculer alors le rapport de transformation  $m$ . En utilisant la formule simplifiée donnant la chute de tension au point nominal, calculer la valeur de l'inductance de fuite ramenée au secondaire du transformateur.
- 7) En utilisant toujours la formule de la *question 6*, calculer la valeur de la tension secondaire correspondant à une charge absorbant la moitié du courant secondaire nominal, toujours avec un  $\cos \varphi = 0.8$ .
- 8) Calculer alors le rendement du transformateur lorsqu'il débite sur une charge absorbant la moitié du courant nominal, toujours avec un  $\cos \varphi = 0.8$ .

### Exercice 5

Soit un transformateur monophasé (à deux enroulements) 60Hz, 12 kVA, 600 V / 120 V que l'on peut considérer comme parfait. On utilise les deux enroulements de ce transformateur pour câbler un autotransformateur de rapport 600 V / 720 V.

- 1) Dessiner le schéma du câblage à réaliser pour transformer le transformateur en autotransformateur élévateur.
- 2) Calculer la capacité, en kVA, de cet autotransformateur.
- 3) Même questions pour réaliser un autotransformateur abaisseur de rapport 600 V / 480 V.

### Exercice 6

Un transformateur  $\Delta$ -Y avec neutre au secondaire, possède un rapport de nombres de spires égal à 0,044. La tension primaire est de 5000 V.

- 1) Calculer les tensions disponibles au secondaire.
- 2) Calculer l'intensité du courant primaire dans un fil de ligne et dans un enroulement si le secondaire débite 100 A.

### Exercice 7

Un transformateur triphasé, dont le primaire, branché en triangle est alimenté par un système de tension triphasé de fréquence 50hz, de tension efficace entre phases 20KV. Le secondaire est branché en étoile. Ce transformateur débite dans une installation fonctionnant en charge nominale sous une tension 220V/380V et comprenant :

- 12 moteurs triphasés identiques, ayant chacun une puissance utile de 3KW de rendement 0.8 et de facteur de puissance 0.82.
- 90 lampes de 60W, 220V régulièrement réparties sur 3 phases.

Pour réaliser l'essai à vide, on ne disposera pas d'une alimentation de 20KV, on l'alimente du coté secondaire sous 380V entre phases. On a relevé coté sortie une tension entre phases de 19570V. Deducire de ces mesures :

- 1) Le rapport de transformation par colonne.
- 2) Le nombre des spires d'un enroulement primaire sachant que le secondaire comporte 60 spires.

Maintenant, le transformateur branché normalement, primaire sous 20 kV entre phases, débite dans l'installation dont tous les appareils fonctionnent (charge normale).

- 3) Calculer l'intensité du courant dans un enroulement secondaire et son déphasage à la tension simple.

## Série de TD N°6: Machine à courant continu

### Exercice 1

Un générateur excité séparément a une résistance d'inducteur de  $50 \Omega$ , une résistance d'induit de  $0,8 \Omega$ . La chute de tension au niveau du balais est estimée à  $2V$ . À vide, la tension générée est de  $275 V$ , et le courant de pleine charge est de  $95 A$ . La tension d'excitation (inducteur) est de  $120 V$  et le vent de friction et les pertes du noyau sont de  $1500$  watts. Calculer:

- 1) La tension nominale de sortie et la puissance de sortie
- 2) Le rendement à pleine charge

### Exercice 2

Un générateur à C.C produit une tension à vide de  $250 V$  avec un courant d'excitation de  $1,5 A$ . Si le courant d'excitation est augmenté à  $2 A$ . Calculer :

- 1) La nouvelle fem à vide.
- 2) La tension à la sortie du générateur, si ce dernier alimente une charge avec un courant de  $5 A$ . Supposons que la résistance de l'induit est de  $0,8 \Omega$  et que la vitesse reste constante.

### Exercice 3

Un moteur à excitation indépendante alimenté sous  $220 V$  possède une résistance d'induit de  $0,8 \Omega$ . A la charge nominale, l'induit consomme un courant de  $15 A$ . Calculer la f.e.m.  $E$  du moteur.

La machine est maintenant utilisée en génératrice (dynamo). Elle débite un courant de  $10 A$  sous  $220 V$ . En déduire la f.e.m.

### Exercice 4

Un moteur à courant continu à excitation indépendante et constante est alimenté sous  $240 V$ . La résistance d'induit est égale à  $0,5 \Omega$ , le circuit inducteur absorbe  $250 W$  et les pertes collectives s'élèvent à  $625 W$ .

Au fonctionnement nominal, le moteur consomme  $42 A$  et la vitesse de rotation est de  $1200$  tr/min. Calculer :

- 1) la f.e.m, la puissance absorbée, la puissance électromagnétique et la puissance utile, le couple utile et le rendement
- 2) Quelle est la vitesse de rotation du moteur quand le courant d'induit est de  $30 A$  ?, Que devient le couple utile à cette nouvelle vitesse (on suppose que les pertes collectives sont toujours égales à  $625 W$ ) ?, Calculer le rendement.

### Exercice 5

On considère une machine à courant continu utilisée en moteur. Le bobinage inducteur est alimenté par la source de tension de  $110 V$  qui alimente également l'induit, à la différence que le courant inducteur est limité par la résistance  $R_{e1}$ . L'installation est représentée sur la figure.1.

On donne : Résistance de l'induit  $R = 0.5 \Omega$ , Résistance de l'inducteur :  $R_e = 400 \Omega$

- 1) Le moteur fonctionnant à vide consomme le courant  $I = 1,2 A$ . Calculer alors la valeur des pertes mécaniques  $P_m$ . Calculer également la valeur de la force électromotrice interne  $E$ .
- 2) Toujours à vide, et pour  $R_{e1} = 0$ , le moteur tourne à la vitesse de  $1620$  tr/min. Calculer le couple de pertes mécaniques  $C_m$ .

- 3) En déduire le coefficient  $k$  tel que  $C = k.I_e.I$ . Vérifier que ce coefficient vérifie également la relation  $E = k.I_e.\Omega$ .
- 4) On charge à présent le moteur en le faisant entraîner un dispositif mécanique (treuil, roue, ou autre...) qui représente un couple résistant de 10 Nm s'ajoutant au couple de pertes (supposé constant). Calculer alors le courant absorbé.
- 5) En déduire la valeur de la force électromotrice  $E$  et de la vitesse de rotation du moteur  $N$  (tr/min).
- 6) On souhaite que cette charge soit entraînée à 1800 tr/min. Calculer alors la valeur de la résistance  $R_{e1}$  permettant d'obtenir cette vitesse.

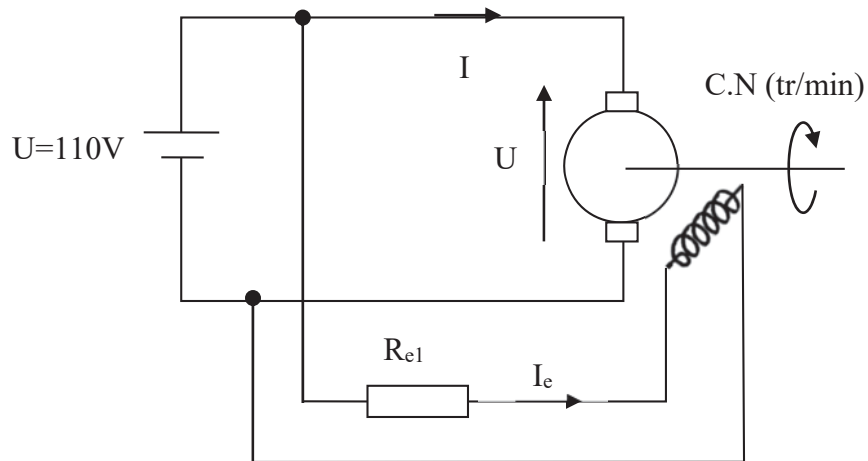


Figure.1

# Bibliographie

- [1] D. Bareille and J. P. Daunis, *Electrotechnique: transformateurs et machines tournantes*. Dunod, 2006.
- [2] P. Roberjot and J. Loubignac, *Électrotechnique appliquée: par P. Roberjot, ... J. Loubignac, ... Tome 1. Essais des machines électriques. Écoles nationales professionnelles, collèges techniques, préparation au brevet d'électrotechnicien*. Hérissey, 1958.
- [3] T. Becherrawy, *Electromagnetism: Maxwell Equations, Wave Propagation and Emission*. Wiley, 2013.
- [4] L. T. Wood, R. M. Rottmann, and R. Barrera, "Faraday's law, Lenz's law, and conservation of energy," *Am. J. Phys.*, vol. 72, no. 3, pp. 376–380, Mar. 2004.
- [5] S. N. Vukosavic, *Electrical Machines*. Springer New York, 2012.
- [6] L. Lasne, *Exercices et problèmes d'électrotechnique: Notions de base, réseaux et machines électriques*. Dunod, 2011.
- [7] Y. Granjon, *Exercices et problèmes d'électricité générale - 3e éd.: Avec rappels de cours et méthodes*. Dunod, 2009.
- [8] T. Neffati, *Electricité générale - 2e éd: Analyse et synthèse des circuits*. Dunod, 2019.
- [9] P. Mayé, *Problèmes corrigés d'électrotechnique*. Dunod, 2012.
- [10] W. Part and M. Education, "PROBLEM SOLUTIONS : Chapter 1," no. d, pp. 1–152, 2014.
- [11] A. E. Fitzgerald, A. E. Fitzgerald, C. Kingsley, and S. D. Umans, *Electric Machinery*. McGraw-Hill, 2003.
- [12] C. Alexander and M. Sadiku, *Solutions Manual Fundamentals of Electric Circuits*. McGraw-Hill Companies, Incorporated, 2008.
- [13] C. Alexander and M. Sadiku, *Fundamentals of Electric Circuits*. McGraw-Hill Education, 2012.
- [14] B. L. and Theraja, *A Text Book of Electrical Technology Vol. II AC & DC Machines*. S Chand and Company Limited, 2007.
- [15] B. L. Theraja, *A Textbook of Electrical Technology*. S. Chand Limited, 1973.

- [16] S. J. Chapman and G. Ninni, *Instructor's Manual to accompany Electric Machinery Fundamentals*. 2004.
- [17] Y. Granjon, *Exercices et problèmes d'électricité générale: 126 énoncés avec solutions détaillées*. Dunod, 2003.
- [18] X.-L. Dang, E. Hoang, H. Ben Ahmed, M. Petit, and H. T. Pham, "Etude de l'équilibrage des courants de phases par convertisseur statique dans un réseau de distribution," Jun. 2014.
- [19] M. Kazmierkowski, *Electric power systems (review of "Modern Electric, Hybrid Electric, and Fuel Cell Vehicles: Fundamentals, Theory, and Design, Second Edition ; Ehsani, Y.G. and Emadi, A.; 2010) [Book News]*, vol. 4, no. 1. 2010.
- [20] M. E. H. Z. René Le Doeuff, *Rotating Electrical Machines*. Wiley, 2013.
- [21] M. Marty, D. Dixneuf, and D. G. Gilabert, *Principes d'électrotechnique: Cours et exercices corrigés*. Dunod, 2005.
- [22] C. D. Pham, "Détection et localisation de défauts dans les réseaux de distribution HTA en présence de génération d'énergie dispersée Cong Duc Pham To cite this version : HAL Id : tel-00164643," 2007.
- [23] Mahmood N. Joseph Edminister, *Schaum's: Rangkaian Listrik Ed4*. Erlangga.
- [24] A. Fouillé, E. Lefrand, 'Electrotechnique à l'usage des ingénieurs : écoles nationales d'ingénieurs arts et métiers, Tome 2. Machines électriques', Paris : Dunod - 1966.
- [25] Mohamad Koteich, 'Modélisation et observabilité des machines électriques en vue de la commande sans capteur mécanique', thèse de doctorat, L'Université Paris-Saclay, 2016.
- [26] Jean-Daniel Chatelain, 'Machines électriques, Volume 2, Dunod, 1984.