

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MOULOUD MAMMERI DE TIZI-OUZOU



Faculté de Département de

Mémoire de fin d'étude

En vue de l'obtention d'un diplôme de Master en

Option :

TITRE DU M2MOIRE

Présenté par Mr

Et Mr.....

Présidente :

Promotrice :

Examineur :

Examinatrice :

Promotion 2015 /2016

*Je tiens très respectueusement à dédier
ce modeste travail :*

*A mes très chers parents qui sont la source de
mon éducation, mon savoir et mes principes.*

*A ma grand-mère, mes frères et sœurs pour leur
soutien.*

*A tous les gens que j'aime et dont je n'ai pas cité
les noms.*

Hamza

Dédicaces



Je dédie cet humble travail

A la mémoire de ma chère grand-mère TASAADIT.

A mes chers parents : que Dieu vous garde et vous protège.

A ma chère sœur.

A mes chers frères.

Et à toute ma famille.

A mon cher binôme Hamza

A mon cher ami Lamara.

A toutes personnes que j'aime.

Hakim

Liste de Figures

1. Organigramme de NAFTAL	6
2. Centres Aviations, Marines et Dépôts Carburants Terre.....	9
3. La procédure de distribution.....	12
4. Graphe de la carte géographique	19
5. L'interface du logiciel DISPATCHING.....	29
6. La réception de commandes	30
7. Fenêtre programmation	31
8. Un graphe simple.....	38
9. Graphe orienté	38
10. Graphe valué.....	39
11. Un graphe contenant un chemin	39
12. Un graphe simple et complet d'ordre 5 (K_5)	40
13. Organigramme du Simplexe	44
14. Graphe associe au problème de transport	48
15. Paramètre de Solveur.....	65
16. Ajouter une contrainte	66
17. Paramètre de Solveur avec contraintes	67
18. Résultat du Solveur.....	67
19. La résolution du problème de transport avec Solveur Excel	68
20. Option de Solveur.....	68
21. La fenêtre de calcule associé au problème de transport	71
22. Insertion de la fonction SOMMEPROD.....	72
23. Argument de la fonction SOMMEPROD.....	72
24. La boîte de dialogue Solveur	73
25. La liste des contraintes	73
26. Le modèle linéaire de solveur.....	74
27. La solution	75

LISTE DES TABLEAUX

1- Dépôt de remplissage des stations-service	20
2- La flotte de véhicules de NAFTAL	21
3- La répartition de stations-service.....	22
4- Liste des stations-service PVA	25
5- Liste des stations-service RO	25
6- Liste des stations-service GL	26
7- Liste des stations-service GD	27
8- 1 ^{er} tableau du simplexe	45
9- 2 ^{ème} tableau du simplexe	46
10- Tableau associé au problème de transport	48
11- 1 ^{er} tableau de la méthode coin Nord-ouest	51
12- 2 ^{ème} tableau de la méthode coin Nord-ouest	52
13- 1 ^{er} tableau de la méthode de l'élément minimal	53
14- 2 ^{ème} tableau de la méthode d'élément minimal	54
15- 1 ^{er} tableau de la méthode des potentiels	55
16- 2 ^{ème} tableau de la méthode des potentiels	57
17- 3 ^{ème} tableau de la méthode des potentiels	58
18- 4 ^{ème} tableau de la méthode des potentiels	58
19- 5 ^{ème} tableau de la méthode des potentiels	59
20- Les différents types de contraintes	66
21- Les coûts unitaires de transport	70
22- Tableau associé au problème de transport	75

Sommaire

Liste des figures	I
Liste des tableaux	II

INTRODUCTION GENERALE

Chapitre I : Présentation de l'entreprise NAFTAL

I. APERÇU HISTORIQUE.....	4
I.1. Création de NAFTAL	4
I.2. Missions et moyens de l'entreprise	4
II. ORGANISATION DE NAFTAL	6
II.1. Organigramme de NAFTAL.....	6
III. PRESENTATION DE LA BRANCHE CARBURANTS	8
III.1. Missions	8
III.2. Infrastructures de stockage	8
IV. PRESENTATION DE DISTRICT COMMERCIAL DE TIZI-OUZOU	10
V. LE CIRCUIT DE DISTRIBUTION	11
V.1. L'approvisionnement	11
V.2. Le ravitaillement	11
V.3. La livraison	11
VI. DEFINITION ET CONCETPS DE BASE DE LA GESTION DES STOCKS	13
VI.1. Définition d'un stock	13
VI.2. Les différents types de stocks	13
VI.3. Utilité et rôle du stock	15
VI.4. La Gestion des stocks	15
VII. CONCLUSION.....	16

Chapitre II : La Problématique

I. INTRODUCTION	18
II. COLLECTE DES DONNES	18
II.1. Présentation et position du problème.....	18
II.2. La méthode actuelle de distribution au centre d'Oued-Aissi	28
II.3. Les conditions de chargement des compartiments	32
III. DESCRIPTION DU PROBLEME	33
III.1. Les objectifs	34

III.2.	Les hypothèses	34
III.3.	Les contraintes	34
IV.	CONCLUSION.....	35

Chapitre III : Rappels et Concepts Théoriques

I.	CONCEPTS DE BASE DE LA THEORIE DES GRAPHS	37
I.1.	Graphe	37
II.	LA PROGRAMMATION LINEAIRE	41
II.1.	Qu'est-ce qu'un programme linéaire ?.....	41
II.2.	Méthode du simplexe.....	42
III.	L'OPTIMISATION COMBINATOIRE	47
III.1.	Définition d'un problème d'optimisation combinatoire	47
IV.	MODELE MATHEMATIQUE ET QUELQUES PROBLEMES CLASSIQUES D'OPTIMISATION COMBINATOIRE	47
IV.1.	Le problème de transport (P)	47
IV.2.	Formulation mathématique du problème de transport	49
IV.3.	Résolution d'un problème de transport	51
V.	CONCLUSION.....	63

Chapitre IV : Cas Pratique

I.	INTRODUCTION	65
II.	UTILISATION DU SOLVEUR	65
III.	OPTION DU SOLVEUR	68
IV.	APPLICATION D'UN CAS PRATIQUE SUR EXCEL SOLVEUR.....	70
IV.1.	Modélisation du problème	70
IV.2.	Résolution du problème par Excel Solveur	71
V.	CONCLUSION.....	76

CONCLUSION GENERALE

INTRODUCTION

GENERALE

Dans le nouvel ordre économique mondial, l'énergie est indiscutablement considérée comme le générateur de base de tout processus de production et de consommation. En Algérie, les produits pétroliers restent le principal vecteur de la consommation énergétique, c'est à dire qu'ils occupent la grande partie dans le système de consommation nationale avec ses différentes composantes : l'industrie, le résidentiel et le transport. Depuis l'indépendance, les hydrocarbures ont toujours eu une place prépondérante dans le développement des autres secteurs.

NAFTAL, filiale de SONATRACH, s'occupe exclusivement des activités de distribution et de commercialisation des produits pétroliers sur tout le territoire national. Les coûts de transport de ces produits représentent une part importante des charges d'exploitation. Pour chaque processus économique, le phénomène de coût demeure un indice très significatif du degré de performance commerciale des entreprises, d'où l'importance de l'optimisation de la distribution des carburants. A cela s'ajoute le souci de l'entreprise de satisfaire l'ensemble de ses clients et de les approvisionner sans impliquer des ruptures de stock et elle est tenu d'assurer la livraison du produit commandé à une date souhaitée.

Les professionnels de la distribution font de plus en plus appel à des techniques de la recherche opérationnelle et aide à la décision pour faciliter la planification des opérations de transport de façon à pouvoir faire face à la demande et proposer ainsi des solutions. En particulier, notre objectif à travers cette étude est de satisfaire la demande régionale, et aussi cerner tous les facteurs rentrant dans la détermination du coût de transport utilisé pour la distribution des produits pétroliers. On essayera de proposer des solutions qui minimisent les charges relatives au cheminement des produits aux lieux destinés.

Ce mémoire est composé de quatre chapitres :

Dans le premier chapitre, nous avons introduit une présentation de l'entreprise NAFTAL de Tizi-Ouzou avec ses différentes structures.

Dans le deuxième chapitre, nous avons présenté les données collectées, ainsi que les contraintes et les objectifs de l'entreprise.

Le troisième chapitre est consacré à la présentation de quelques notions théoriques de base.

Dans le quatrième chapitre, nous avons présenté un cas pratique de problème de distribution.

PRESENTATION DE L'ENTREPRISE NAFTAL



I. APERÇU HISTORIQUE

I.1. Création de NAFTAL :

[NAFTAL] se compose de NAFT: pétrole et AL: Algérie, c'est une entreprise nationale de commercialisation et de distribution des produits pétroliers, qui depuis le 18-04-1998, est devenue une société par action (SPA), dont ses activités sont détenues intégralement par le groupe SONATRACH, elle a toujours fonctionné sur le plan régional en unité de distribution. Elle a été créée par le décret N° 80-101 du 09-04-1980, elle est chargée de l'industrie du raffinage, et de la distribution des produits pétroliers (ERDP). Elle a été constituée par le transfert des structures moyennes, détenues gérées auparavant par SONATRACH. Elle rentre en activité le 01-01-1982, alors que le raffinage est séparé de l'activité de distribution, donc la raison sociale de l'entreprise change, suite à cette séparation des activités.

Le décret N° 80-187 du 27-08-1987 et qui s'est concrétisé par la création des deux entreprises qui sont:

NAFTAC: chargée du raffinage du pétrole.

NAFTAL: chargée du plan national de développement économique et la société de commercialisation et de distribution des produits pétroliers.

A partir de 1998, NAFTAL change de statut et devient filial à 100% de SONATRACH avec un capital de 6,5 milliards de dinars qui est évalué à nos jours à 15,65 milliards de dinars.

I.2. Missions et moyens de l'entreprise :

A) Missions :

NAFTAL a pour missions principales la distribution et la commercialisation des produits pétroliers sur le marché national. Elle intervient aussi dans les domaines suivants :

- L'enfûtage des GPL ;
- La formulation des bitumes ;
- Le transport, le stockage et la commercialisation des carburants, GPL et les produits spéciaux ;
- L'organisation et le développement de l'activité de commercialisation et de distribution des produits pétroliers et dérivés ;

Différentes branches de NAFTAL:

- ✓ Branche commercialisation
- ✓ Branche carburants
- ✓ Branche lubrifiants, pneumatique et bitumes
- ✓ Branche activités internationales et partenariats
- ✓ Branche GPL

Au début de l'année 2000, cette unité se répartit en deux zones distinctes :

- ✓ La zone CLP (Carburant, lubrifiant, pneumatique, bitume).
- ✓ La zone GPL (Gaz de Pétrole Liquéfié)

B) Moyens : [1]

- Moyens humains :

L'entreprise NAFTAL dispose d'un effectif de 30 000 agents dont 25 000 permanents.

Le personnel permanent se répartie comme suit :

- ✓ 2800 Cadres
- ✓ 7500 agents de maîtrise
- ✓ 9800 agents d'exécution sur un total de 19700.

- Moyens de stockage et de transport :

Afin de stocker, conditionner et distribuer ses produits, l'entreprise dispose d'une infrastructure assez importante, capable de répondre aux besoins nationaux.

- ✓ NAFTAL dispose de :
 - ✓ 65 centres et dépôts de distribution et de stockage de CLP.
 - ✓ 240 centres marins.
 - ✓ 49 dépôts relais de stockage GPL.
 - ✓ 06 centres vrac GPL.
 - ✓ 3 600 véhicules de distribution.
 - ✓ 840 KM de canalisation opérationnelle et de 350 KM de canalisation à réaliser.
- ✓ Un réseau de distribution s'étend sur :
 - 1846 stations-services dont :
 - 329 stations en Gestion Direct.
 - 339 stations Gestion Libre.
 - 235 stations de Revendeurs Ordinaires.
 - 1100 points de vente GPL.

- 806 points de vente agréés et 1500 Revendeurs lubrifiants agréés.

II. ORGANISATION DE NAFTAL

Pour bien se préparer à d'éventuelle ouverture du marché des hydrocarbures en Algérie, NAFTAL ne cesse d'améliorer et de moderniser sa compétitivité pour faire face à l'accroissement de la concurrence sur le marché national. Tout cela impose une bonne organisation qui répond aux strictes exigences économiques de la mondialisation.

La société NAFTAL possède une organisation fortement hiérarchisée, elle est basée sur le principe de la spécialisation par ligne de produit et la décentralisation des structures opérationnelles.

Elle est structurée sur plusieurs niveaux:

- L'Assemblée Générale comportant un seul actionnaire qui est SONATRACH qui possède la totalité des actions de l'entreprise.
- Le conseil d'administration composé du Président Directeur Général de l'entreprise, des membres issus de la société mère SONATRACH et un représentant syndical.

II.1. Organigramme de NAFTAL

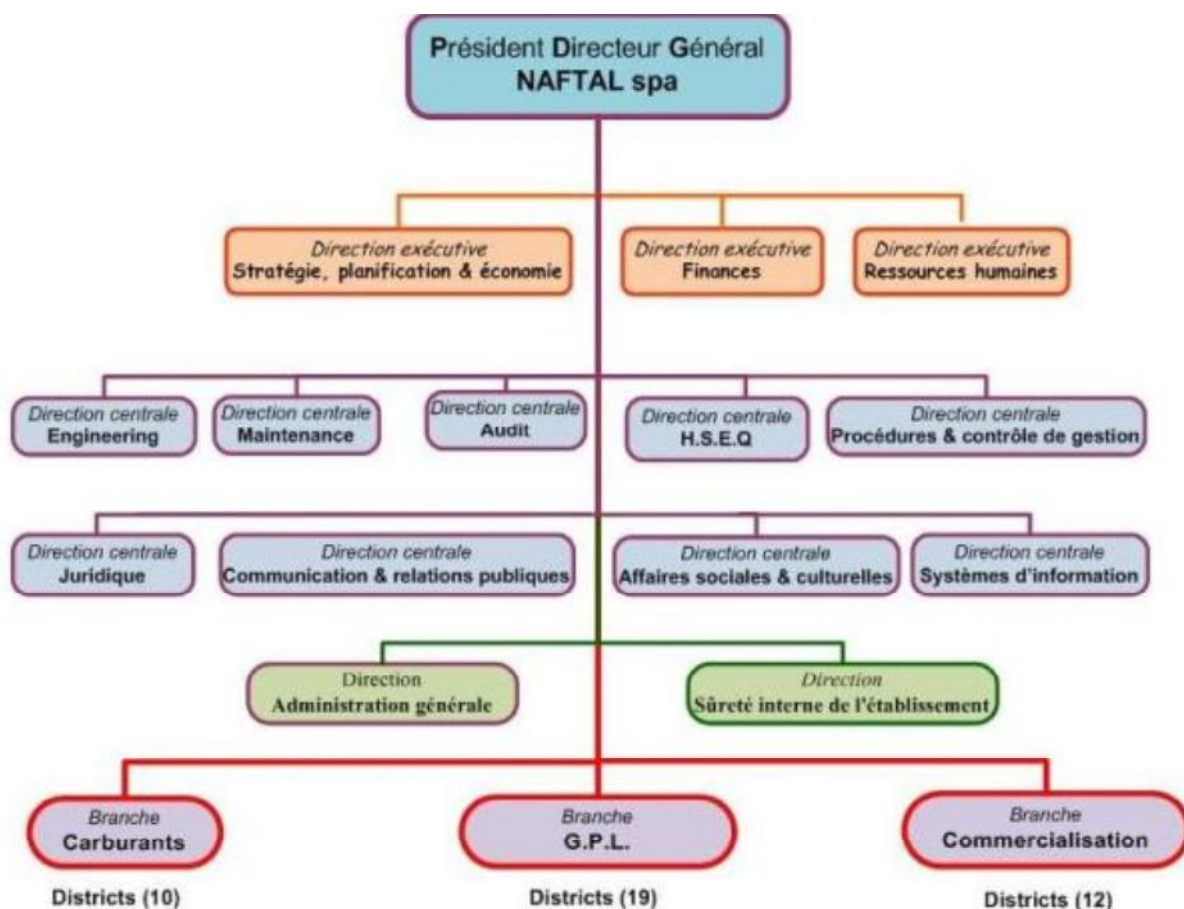


Figure 1 : Organigramme de NAFTAL

A) La direction générale:

Elle est assurée par un PDG, qui est chargé des orientations générales, de la coordination, de la cohérence et du pilotage de l'institution.

Il est assisté par :

- Un comité exécutif.
- Un comité directeur.
- Le staff.

B) La direction fonctionnelle:

Elle est chargée de :

- Elaborer les stratégies politiques.
- Veiller à la coordination et la cohérence.

Cette direction est divisée en 3 autres directions (Exécutif, centrale, de soutien) :

✓ *Direction exécutive :*

Chacune dans son domaine d'activité, sont chargées de:

- Définir la politique et la stratégie de la société.
- Anticiper les tendances.
- Concevoir et mettre en place les instruments de pilotage et les outils de contrôle.
- Assurer et assister à la coordination et la cohérence d'ensemble.
- Assurer les structures opérationnelles.

✓ *Direction centrale:*

Ensemble de centres d'expertise chargés de :

- Recherche et développement ;
- Expertise et d'estimation ;
- Activités Marketing ;
- Audit ;
- Protection des patrimoines de la sécurité industrielle et de l'environnement ;

✓ *Direction de soutien:*

Assure la gestion administrative du siège social de la société.

C) Les structures opérationnelles:

Chargées de l'organisation et le développement de l'activité de commercialisation et de distribution des produits pétroliers.

III. PRESENTATION DE LA BRANCHE CARBURANTS

La Branche carburants est l'une des cinq branches de NAFTAL qui est chargée des activités d'approvisionnement, de stockage et de livraison des carburants concernant le modèle AMT [l'Aviation (Jet-A1 et Methmix), Marine (Gas-oil et fuel-oils) et Terre (Essences Super, sans plomb, Gas-oil, A72, white spirit)], ainsi que les lubrifiants et graisses aviation et marine.

III.1. Missions :

- Superviser, coordonner et contrôler les activités d'approvisionnement, stockage, ravitaillement et livraison des carburants terre au niveau des dépôts primaires et secondaires.
- Assurer la préservation de la conformité du produit dès son approvisionnement jusqu'à sa livraison ou son ravitaillement, conformément aux exigences des parties intéressées.
- Assurer la maintenance des installations de stockage et des moyens de distribution.
- Assurer une qualité de service répondant aux attentes de la Branche Commercialisation et veiller au maintien de l'image de marque de l'Entreprise.

III.2. Infrastructures de stockage :

- Les infrastructures de la branche carburants se composent de :
 - ✓ **Activités Aviation** : 28 Centres et dépôts Aviation opérationnels;
 - ✓ **Activités Marine** : 06 Centres Marine opérationnels ;
 - ✓ **Activités CBRT**: 24 Dépôts carburants terre ;

- Implantation géographique :

Centres Aviation et Marine et Dépôts Carburants Terre :

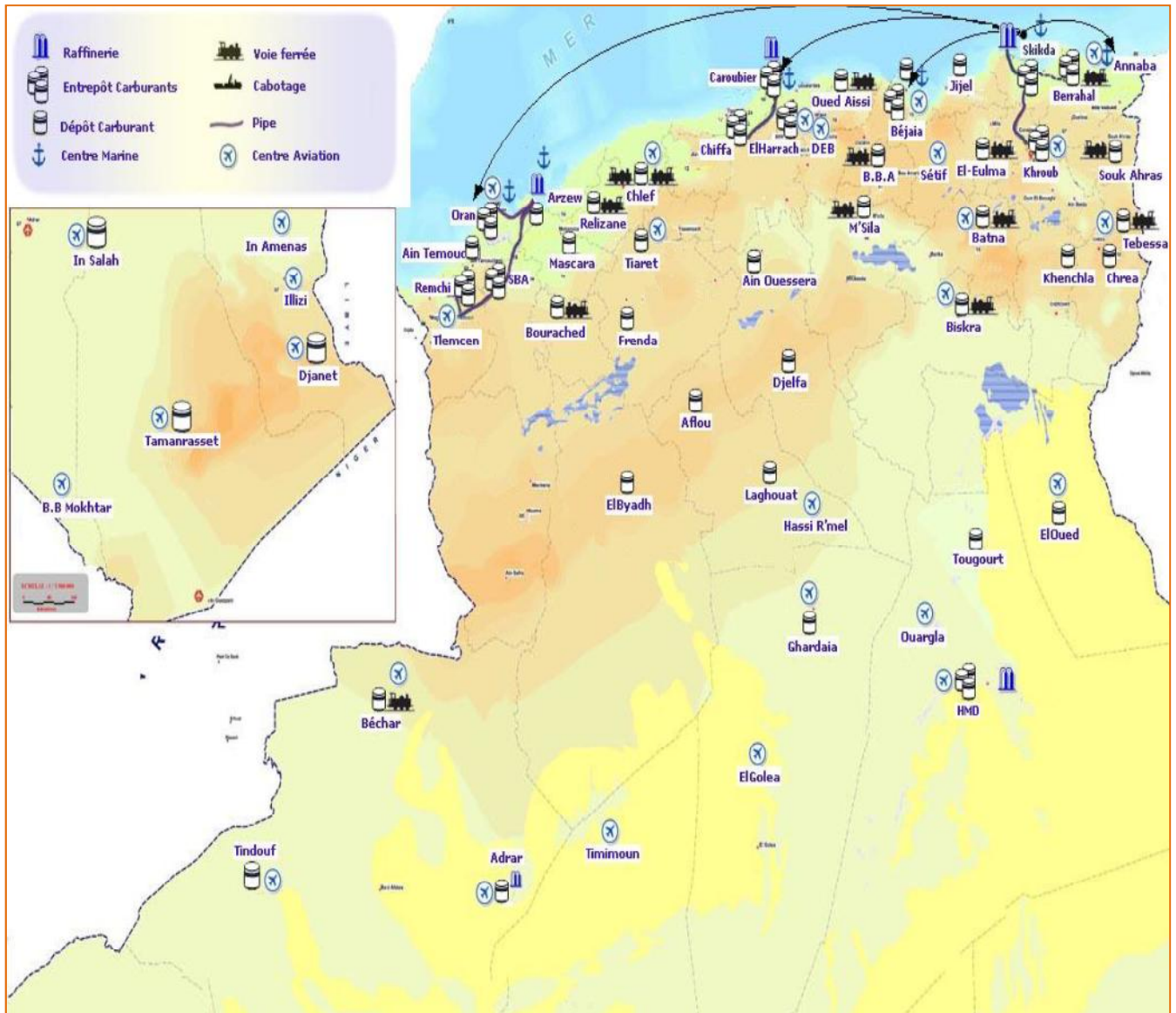


Figure 2 : Centres Aviations, Marines et Dépôts Carburants Terre

IV. PRESENTATION DE DISTRICT COMMERCIAL DE TIZI-OUZOU

Le District COM de Tizi-Ouzou se situe dans la zone industrielle AISSAT Idir à Oued-Aissi à environ 13 Km du chef-lieu de Tizi-Ouzou.

Par ailleurs, il assure la gestion, l'organisation, la promotion et le développement de l'activité de distribution des carburants terre, lubrifiants, produits spéciaux et pneumatiques. Il veille aussi sur la commercialisation des produits et la modernisation du réseau des stations – service.

Afin d'assurer sa pérennité et de garder sa bonne place sur le marché, le District COM analyse, étudie et met en œuvre toutes les actions susceptibles à renforcer sa position par rapport à ses concurrents.

Le District COM dispose de deux centres de stockage dont il assure la gestion, à savoir :

- **Le centre de stockage et de distribution (CSD) :**

Le CSD de Tizi-Ouzou est implanté sur une surface de 10 hectares dans la zone industrielle d'Oued-Aissi, a été mis en marche le 02/02/2001.

Il est doté d'installation annexe et générale, d'unités de stockages et de distribution des carburants et d'un hangar de stockage pneumatiques et lubrifiants.

La capacité de stockage du CSD est de 30000M³de carburantset 2000M³d'huiles usagées.

Le centre reçoit, stocke, vend et distribue les carburants, il s'approvisionne auprès des unités de CARROUBIER et d'EL HARRACH.

- **Le centre de multi-produit (CMP) :**

C'est un lieu de stockage et de vente d'une gamme variée de produit à savoir : les lubrifiants, les pneus, les acides et l'eau distillée.

Pour l'alimentation du stock, le CMP s'approvisionne chez son fournisseur principal qui est la raffinerie d'ARZEW.

Le CMP est situé sur la route nationale n°12 à 500 m du centre ville de Tizi-Ouzou.

V. LE CIRCUIT DE DISTRIBUTION

La commercialisation des produits (carburants) est assurée à travers un schéma de distribution reposant sur une succession d'étapes allant de la source de production (raffinerie) jusqu'au client final, et pour que l'entreprise assure cette fonction de distribution, elle est tenue en premier lieu de s'approvisionner auprès de tout fournisseurs et ce qui fait de NAFTAL, la source d'origine pour les carburants, les fournisseurs se trouvent au niveau d'ALGER sauf pour l'essence sans plomb, l'approvisionnement se fait au niveau de SKIKDA, les lubrifiants à partir d'ARZEW (Oran) et une partie d'EL-HARRACH. Le stockage de ces produits se fait au niveau des centres cités auparavant.

Une fois que l'entreprise s'est ravitaillée, stockée ses produits, elle assure ensuite la distribution des produits pour les différents points de vente qui se situent dans la wilaya de Tizi-Ouzou et une partie à Boumerdes.

Le réseau national de distribution en produits pétroliers comprend trois étapes essentielles qui sont:

V.1. L'approvisionnement :

C'est une relation entre la source et le centre de stockage primaire (entrepôts). C'est l'action d'acheminer des produits pétroliers d'une raffinerie vers un centre primaire soit par pipe ou par cabotage (bateau).

V.2. Le ravitaillement :

C'est le transfert du stock entre l'entrepôt et les centres de stockages secondaires (dépôts). c'est l'action d'acheminer des produits pétroliers d'un centre primaire vers un centre secondaire soit par rail (train) ou par des camions (wagon citerne). Les dépôts n'ont aucune liaison avec les raffineries et chaque entrepôt couvre un ensemble de dépôts.

V.3. La livraison :

C'est une phase finale qui intervient au réseau de distribution, elle a pour rôle d'assurer la disponibilité des produits dans les zones de consommations (stations-services). Le transport de carburants vers les stations se fait entièrement par des camions citernes.

- Livraison directe : consiste à livrer des produits carburants d'un centre secondaire vers les clients en utilisant des camions propres à NAFTAL. Elle se fait généralement pour les stations les plus proches de dépôts d'Oued Aissi.

- Livraison en droiture : consiste à livrer des produits d'un centre primaire directement vers le client. C'est-à-dire de l'entrepôt d'Alger vers le client avec des camions privés que l'entreprise à loué. D'une manière générale les raffineries approvisionnent tous les gros consommateurs : clients industriels, aéroports, entreprises de travaux routiers, etc. Ainsi pratiquement toutes les ventes de fuel lourd et de bitumes font l'objet de livraison en droiture.

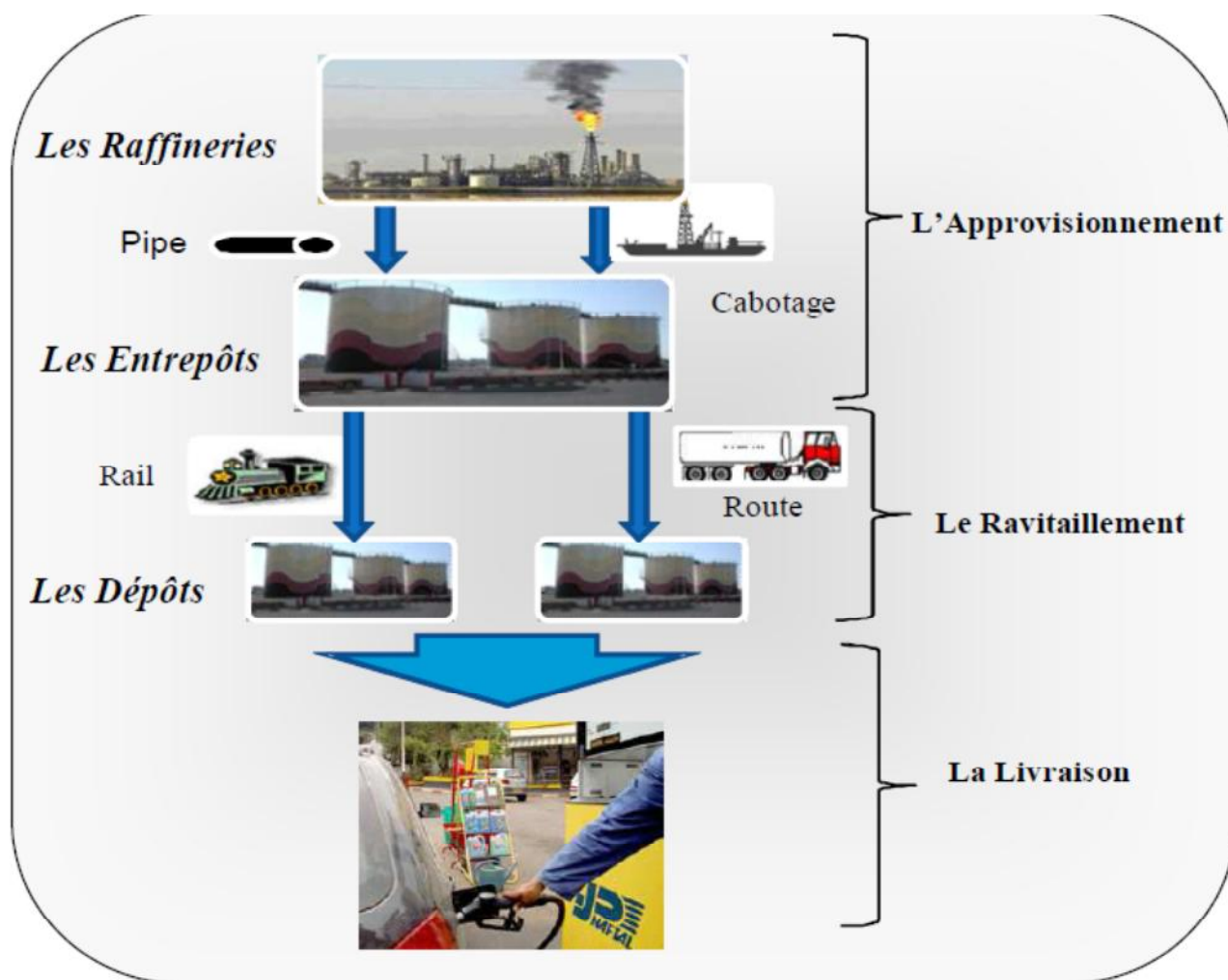


Figure 3 : La procédure de distribution

VI. DEFINITION ET CONCEPTS DE BASE DE LA GESTION DES STOCKS [2]

Parmi les décisions de la gestion industrielle, l'une des plus importantes consiste à définir des programmes de production et de stockage, permettant de satisfaire la demande à moindre coût.

Il s'agit dans tous les cas de rechercher un compromis entre deux exigences contradictoires:

- Eviter les risques de ruptures de stocks qui se traduisent soit par des ventes manquées (produits finis), soit par des perturbations dans le cycle de production (matières premières);
- Limiter le montant des stocks, dans la mesure où leur financement peut grever de façon importante le prix de revient des produits;

VI.1. Définition d'un stock :

Un stock est un ensemble des marchandises, des matières ou fournitures, des déchets, des produits semi-finis, des produits finis, des produits ou travaux en cours et des emballages commerciaux qui sont la propriété de l'entreprise qui sont disponibles sur un marché, dans un magasin et destinés à satisfaire une demande future. Il est également la conséquence d'un écart entre un flux d'entrée et un flux de sortie sur une période de temps, donc le stock est une quantité de biens accumulés dans l'attente d'une utilisation, en vue d'harmoniser un flux d'entrée et un flux de sortie dont les rythmes sont différents.

VI.2. Les différents types de stocks :

On distingue différents types de stocks :

- Les stocks nécessaires à la fabrication, matières premières, ébauches, pièces spéciales sous-traitées, pièces normalisées, pièces intermédiaires fabriquées par l'entreprise.
- Les pièces de rechange pour le parc machines, les outillages spéciaux, les outillages et matières consommables, les pièces, matériaux et produits pour l'entretien des bâtiments.
- Les en-cours, c'est-à-dire les stocks entre les différentes phases de l'élaboration du produit (entre les machines)
- les stocks de produits finis.
- Le stock de sécurité.... Etc.

Comme nous l'avons dit précédemment, les stocks constituent à la fois une nécessité et une lourde contrainte financière. En moyenne, le coût annuel des stocks représente 25 à 35% des capitaux immobilisés. Avant d'aller plus en avant, il est important de réfléchir à la notion de stock afin de ne plus à considérer comme un mal nécessaire. Les stocks sont de natures différentes. Certains sont des stocks subis, c'est-à-dire involontaires alors que d'autres sont voulus car inhérents au mode de production. En énumérant un certain nombre de stocks, nous remarquerons qu'il est parfois délicat de les classer dans une seule de ces catégories.

✓ Cherchons l'origine des stocks subis:

- Ils se forment en raison d'erreurs dans les prévisions de la demande.
- Ils apparaissent parce que l'on produit plus que nécessaire, d'où la tendance des stocks à se gonfler.
- Ils se constituent du fait de la production par lots.
- Ils se forment en raison de la différence de rythme des moyens de production ou de leurs aléas de fonctionnement.

✓ Les stocks voulus peuvent également provenir de plusieurs sources :

- Production anticipée en raison du long délai qui s'écoule entre la commande et la production.
- Production anticipée pour niveler les fluctuations de la demande.
- Stocks nécessaires pour compenser les irrégularités dans la gestion de la fabrication (usinage), du contrôle et des transports.
- Stocks de précaution pour le cas de pannes des machines ou produits défectueux.
- Stocks résultant de la production d'un lot de grande taille en prévision des temps importants de mise en route des séries.

Si l'on considère l'investissement non productif que représentent les stocks, on note qu'il est fondamental pour une entreprise de chercher à les réduire le plus possible. Toutefois, on ne doit pas opérer cette réduction de façon aveugle, sinon cela risque d'engendrer des ruptures et des retards de livraison. La diminution des stocks est toujours corrélée à une réduction du délai de production. On ne diminue pas les stocks, les stocks se réduisent suite aux actions menées sur le processus de production, telles que :

- la prévention des pannes de machines (maintenance) et l'apparition de produits défectueux (qualité).
- la réduction des temps de mise en route.

VI.3. Utilité et rôle du stock :

Le stock assure la consommation régulière du produit, même s'il y a une certaine fluctuation à la fabrication, il permet la flexibilité à l'entreprise dans la programmation de sa production et de sa consommation ; le stock amortit et donne de l'équilibre sur les effets des fluctuations saisonnières ou cyclique des commandes ; dans un pays à forte inflation, il permet, dans un but spéculatif, un achat à bas prix pour une revente à la hausse ; il sert aussi à parer à la pénurie, aux conséquences imprévues d'accident qui peuvent influencer l'arrêt des machines à n'importe quel moment ; également, le stock répond au souci de la direction dans la stabilité d'emploi du personnel.

Le stock joue sans doute le rôle de régulateur, c'est dans ce sens qu'il évite la rupture de stock qui peut influencer directement sur la baisse ou la perte de la clientèle. Il permet de répondre au délai de livraison du produit à la clientèle sans tenir compte de la fluctuation du temps de la fabrication. « Il sert donc à rendre indépendantes les opérations successives dans le procédé de fabrication ou dans la distribution d'un article vers le client ».

Les stocks jouent donc un rôle crucial dans l'organisation de l'entreprise car ils permettent à chaque composante de l'entreprise de se concentrer sur l'optimisation locale de la partie de l'organisation qui lui est confiée, en créant des matelas de sécurités pour faire face aux défauts éventuels de coordination entre les différentes entités qui fonctionnent de façon indépendante.

VI.4. La Gestion des stocks :

La gestion de stocks est l'ensemble des techniques et méthodes scientifiques qui permettent d'assurer une production optimale et de satisfaire les besoins des utilisateurs en temps opportun, dans les meilleures conditions économiques. De nos jours la gestion des stocks est une fonction importante et constitue le pivot dans les entreprises à caractère commercial et productif.

Une saine gestion de stocks doit être profitable à l'entreprise, tout en permettant la satisfaction maximale de ses clients et fournisseurs. Mais cela ne s'improvise pas : les contraintes sont nombreuses, les demandes futures inconnues, les valeurs des paramètres difficiles à déterminer et l'estimation des coûts est sujette aux erreurs.

La gestion de stocks est, dans un nombre d'entreprises, un domaine dans lequel apparaissent des relations, des divergences d'intérêt. Elle consiste à maintenir un stock nécessaire et suffisant pour un coût le plus réduit possible.

Gérer le stock, c'est faire en sorte qu'il soit constamment apte à répondre aux demandes des clients, des utilisateurs des articles stockés, c'est pour l'essentiel, prévoir les dates et les volumes des réapprovisionnements successifs.

VII. CONCLUSION

NAFTAL, se voit confier la tâche du transport et de la distribution des produits pétroliers et dérivés, son rôle est primordial dans la portée de ces activités à travers le territoire algérien et dans la satisfaction du besoin des consommateurs.

LA PROBLEMATIQUE

I. INTRODUCTION [3]

Comme toute société commerciale, et économique, NAFTAL se trouve en face des différentes contraintes qui diminuent son profit, pour cette raison, les responsables de l'entreprise essayent de déterminer un bon plan optimal de distribution de ces produits carburants, au niveau de la wilaya de Tizi-Ouzou afin d'arriver à ces buts, cela nécessite, une très bonne connaissance du problème.

II. COLLECTE DES DONNES :

Cette étape, est primordiale pour la réalisation et la construction d'un modèle quelconque, et pour pouvoir effectuer une étude, il est nécessaire de disposer des données historiques d'exploitation. En utilisant les méthodes de la recherche opérationnelle.

Durant notre stage au sein de l'entreprise, on a recueilli les données concernant le dépôt de remplissage, (capacité, quantité, le nombre de produits). Les stations-services (le nombre de Stations-service, capacité . . .). La procédure à suivre pour le déroulement du programme de distribution.

II.1. Présentation et position du problème:[4]

L'entreprise NAFTAL, comme toutes les sociétés économiques, essaye d'assurer la disponibilité de ses produits au niveau de la Wilaya de Tizi-Ouzou, afin de réaliser un plan optimal de livraison sur l'ensemble de ces zones de consommation. NAFTAL, aujourd'hui se trouve devant plusieurs contraintes qui l'éloignent par fois de ces objectifs, et lui causent des pertes, pour cela elle essaye d'assurer au moins un bon fonctionnement de sa chaîne de distribution.

Ayant bien étudié auparavant le réseau de distributions, et bien analysé la partie de la programmation, pour affecter les produits aux stations-service, le programmeur essaye toujours d'abord de satisfaire la flotte de NAFTAL avant de faire appel au tiers.

Les carburants sont commercialisés à travers un réseau de distribution comprenant :

- Un dépôt de remplissage.
- Une flotte de véhicules.
- Un réseau de stations-service.

Les produits sont vendus par l'intermédiaire de deux canaux :

- ✓ Le réseau de stations-service.
- ✓ Les ventes directes aux gros consommateurs (ex : ETRHB HADDAD ,SLIMANA)

- Le schéma de distribution au centre d'OUED-AISSI

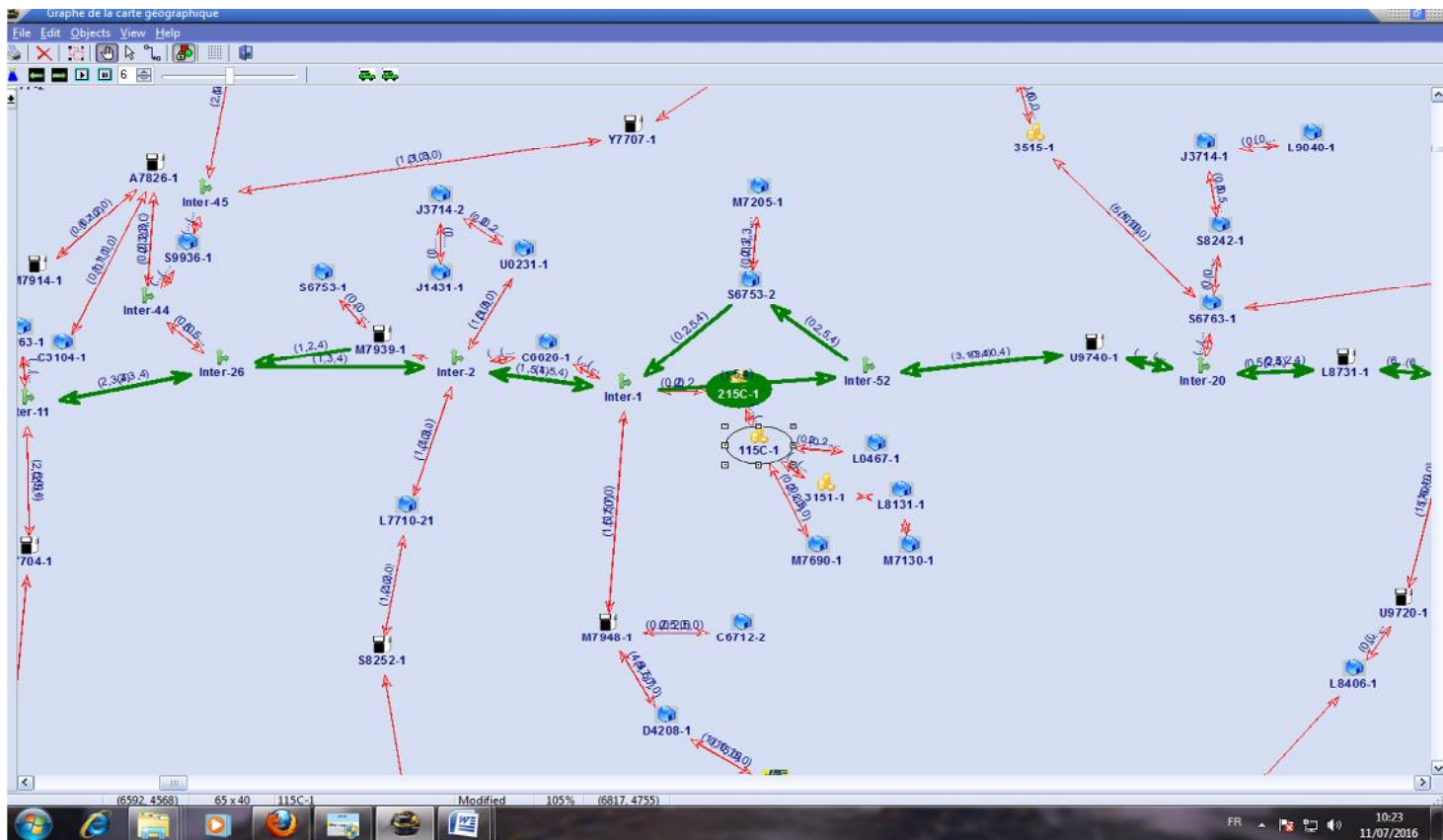


Figure 4 : Graphe de la carte géographique

- **Dépôt de remplissage :**

Le tableau suivant résume toutes les stations-service au niveau de la wilaya de Tizi-Ouzou avec leurs capacités de stockage.

Réseau Social	Lieu	Capacités d'essence Super (m ³)	Capacités d'essence Normal (m ³)	Capacités d'essence Sans plomb (m ³)	Capacités du Gasoil (m ³)
GDR1501	DRAA EL MIZAN	8	12	/	16
GDR1502	TIZI-OUZOU	8	/	/	16
GDR1503	TIZI GHENIF	/	/	/	/
GDR1504	BOGHNI	/	/	/	/
GDR1506	AZEFFOUN	20	15	/	60
GDR1507	BOUKHALFA	30	20	20	70
GDR1509	LNI	15	15	15	30
GDR1510	TIGZIRT	20	10	/	30
GDR1512	DRAA EL MIZAN	20	20	20	60
GDR1513	DRAA BEN KHEDA	/	/	/	/
GDR1515	BENI DOUALA	30	10	/	40
GDR1516	YAKOURENE	/	/	/	/
GDR1517	AZAZGA	12	/	/	31

Tableau 1 : Dépôt de remplissage des stations-service.

- **La flotte de véhicules du centre Oued-Aissi :**

La couverture des besoins quotidiens de la wilaya Tizi-Ouzou en produits pétroliers assurée par l'unité CLP de Oued-Aissi (carburant, lubrifiant, pneumatique, bitume), est assuré par :

Le parc de transport du centre (CSD 15C) de Tizi-Ouzou possédant une flotte de camions hétérogènes, de point de vu capacité, employés pour approvisionner ses stations-service. Cette flotte est composée de 17 camions propres à NAFTAL, compartimentés de 4, et on les résume dans le tableau suivant :

Code	Capacité (Litre)	Capacité des compartiments
A _i ; i=1,2	12 000	(3*4000)
B _i ; i=1,6	25 000	(3*5000)+10 000
C _i ; i=1,5	27000	(3*7000)+6000
D _i ; i=1,2	28 500	(3*7100)+7200
E _i ; i=1,2	30 000	(4*7500)

Tableau 2 : La flotte des véhicules de NAFTAL

Le transport routier des produits pétroliers pour le compte de l'entreprise NAFTAL, enregistre de plus en plus la participation de privés. En plus des camions propres à NAFTAL, il y a (26) camions supplémentaires compartimentés.

Temps de service des véhicules : Le temps normal de disponibilité d'un véhicule est de 8 heures par jour.

- **Le réseau des stations-service :**

-Type des clients :

On définit en premier lieu les différents types de clients de NAFTAL comme suit :

GD (Gestion Directe) : Stations-service en gestion directe, se sont des stations gérées directement par NAFTAL.

GL (Gestion Libre) : Stations-service en gestion libre, se sont des stations appartenant à NAFTAL dont la gestion est confiée à des gérants libres.

RO (Revendeurs Ordinaires) : Stations-service de faibles capacités de stockage et qui sont gérées par des revendeurs ordinaires.

PVA (Point de Vente Agrée) de capacité moyenne, réalisé par des revendeurs ordinaires.

SLG Stations Lavage Graissage.

RLP Revendeurs Lubrifiants Pneumatiques.

Le réseau de TIZI-OUZOU est composé de différentes stations selon le tableau suivant :

Station-service	Nombre	Patrimoine	Personnel	Gestion
GD	17	NAFTAL	NAFTAL	NAFTAL
GL	07	NAFTAL	PRIVE	PRIVE
RO	10	PRIVE/NAFTAL	PRIVE	PRIVE
PVA	40	PRIVE	PRIVE	PRIVE
SLG	105	PRIVE	PRIVE	PRIVE
RLP	50	PRIVE	PRIVE	PRIVE

Tableau 3 : La répartition de stations-service

✓ **Le code client, la distance :**

Les tableaux suivants résument toutes les Stations-service et le code de ces clients (code des stations-service) et leurs distances par rapport au CSD (centre de Stockage et de distribution) et Alger qui est calculé en km et leurs types.

✓ Les stations-service PVA

Le type	Client	Code	CSD	Alger	Région
PVA	ABDENOURI	A1222	10	100	TIZI-OUZOU
PVA	AILAM	U7904	30	125	FREHA
PVA	AICHE	U9740	5	110	TIZI RACHED
PVA	MEDIS	U9744	11	90	BOUKHALFA
PVA	AIT MOUSSA	M7984	35	140	FRAHA-AGRIBS
PVA	AUTO PREST	Y7704	/	100	TIZI-OUZOU
PVA	BADKOUF	Y9709	15	90	BOUKHALFA
PVA	BAHOUS	U9747	50	155	IFIGA-AZAZGA
PVA	BELARBI	M7966	55	120	BOUGHNI
PVA	BELKAID	M7999	15	120	MEKLA-CHAIB
PVA	BELLAHOUES	U9729	30	95	T-O OUAD FALI
PVA	BELOUR	M7939	5	100	TIZI OUZOU
PVA	BENABDERAHMANE	U790	45	150	ABIYOUSEF
PVA	BOUDAUD	L8666	70	90	TIZI GHENIF
PVA	BOUKERSI	M7947	50	125	BODJIMA
PVA	BOUKHAROUB	Y7719	20	155	D-A-MIMOUN
PVA	SARL CHABANE	M7914	11	100	SORTIE TIZI OUZOU
PVA	SOLTANI ZAOUIA	S8283	25	100	MAKOUDA
PVA	ETOILE FILANTE	Y7748	30	125	TIMIZART
PVA	SNC RELAIS CHABANE	A7826	/	100	TIZI-OUZOU

PVA	EXPRES SCETIZA	/	/	160	/
PVA	FEDDAG	L8717	40	135	OUADHIA
PVA	HADJ BELKACEM	U9743	55	160	AIT ZELLAL
PVA	HAFID AHMED	M7962	40	135	OUADHIA
PVA	HAIFI	M7998	25	125	AIT GOUACHA
PVA	SNC HAMEG	U9720	/	125	AIT OUMALOU
PVA	KACI SAID	M7980	35	130	FREHA
PVA	MEDIACO	Y9797	/	65	BOURDJ-MENAINL
PVA	LEKADIR	Y7710	45	135	OUADHIA
PVA	MAHIOUT	Y7707	10	105	TIMIZERT
PVA	MANSOUR	M7953	35	120	SOUK-EL TENINE
PVA	MILLELIUM	Y9726	140	/	SOUK- EL HADD
PVA	OUCHAOU FRERES	Y9711	/	100	DELLYS
PVA	OUMELLAL	M6457	35	95	BAGHLIA
PVA	OUNSLI	S8268	35	135	OUACIF
PVA	OUSSADI FRERES	U9738	20	125	TIMIZART
PVA	RAHLI	L8731	5	110	TIZI RACHED
PVA	ROUGAB	U9737	25	130	MEKLA-CHAIB
PVA	SI AHMED	Y7718	50	125	MECHRAS
PVA	SARL S/S TADMAIT	Y9708	/	80	TADMAIT
PVA	AIT OUAZOU	S6719	45	140	AIN EL HAMMAM
PVA	DAF	Y9727	30	120	MAATKAS
PVA	OUMIA	S6705	50	155	BOUDJIMA

PVA	ERL BEST ZAMOUM	S6702	60	125	AIN ZAOUIA
PVA	ZIDANE	Y7742	50	100	KRIM BELKACEM
PVA	OUSADI	M7969	40	140	AIN HAMMAME
PVA	SARL MEBREK	S6704	60	120	AIN ZAOUIA
PVA	SNC HAMEG DH'OUS	U9745	/	85	D.B.K

Tableau 4 : Liste des stations-service PVA.

✓ Les stations-service RO

le type	Client	Code	CSD	Alger	Région
RO	SNC HAMEG	D4533	20	85	D-B-K
RO	MEHROUG	C4852	35	135	OUACIF
RO	MESSAOUDI	B7976	25	130	MEKLA
RO	METTOUCHI	B8050	55	160	BOUZGHENE
RO	MOUKBEL	B8625	40	140	AINE-EL HAMMAM
RO	SENANE HAMID	C1020	40	135	OUADHIA
RO	SIAD VOUCHETCHOUY	Y9728	40	135	AZAZGA
RO	ALLACHE	/	/	15	IFERHOUNEN
RO	CHABANE	/	/	100	T-O

Tableau 5 : Liste des stations-service RO.

✓ Les stations-service GL

le type	Client	Code	CSD	Alger	Région
GL	BOUBRIT	A6074	/	10	T-O
GL	HAMOUTENE	L4419	/	100	T-O
GL	SAADI SALEM	C0224	/	90	DELLYS
GL	DELLYS MARIN	/	/	90	DELLYS
GL	BELAOUI	/	/	95	T-O
GL	ABDENOURI	A1222	/	10	TIZI OUZOU

Tableau 6 : Liste des stations-service GL.

✓ Les stations GD

le type	Client	Code	CSD	Alger	Région
GD	R1501	K2801	60	100	D-E-MIZAN
GD	R1502	K2842	10	95	T-OUZOU
GD	R1503	K2844	70	90	TIZT GHENNIF
GD	R1504	K2846	55	120	BOGHNI
GD	R1506	/	55	/	AZEFFOUN
GD	R1507	K2849	15	90	BOUKHELFA
GD	R1509	K2851	20	120	L-N-I
GD	R1510	K2854	40	130	TIGHZIRT
GD	R1512	K2657	60	100	D-E-MIZAN
GD	R1513	K2859	20	85	D-B-K
GD	R1515	K2832	20	115	BENI-DOUALA
GD	R1516	K2833	40	145	YAKOURENE
GD	R1517	K2836	30	135	AZAZGA
GD	R1518	K28	35	130	AIN EL HAMMAM
GD	R3522	/	30	75	NACIRIA
GD	R3523	/	45	85	TAKDEMPT

Tableau 7 : Liste des stations-service GD.

- **Les capacités de stockage au centre d'Oued-Aissi :**

La distribution des carburants jusqu'à l'utilisateur, à différents stades, de grandes capacités de stockage. Le centre d'Oued-Aissi possède des bacs de stockage de différentes capacités, où en stock les produits carburants suivants :

- ✓ **Gasoil** (code :16020) :10 000M³ (2 bacs de 5000 M³).
- ✓ **Essence super** (code : 13020) : 4000 M³ (2 bacs de 2000 M³).

La capacité totale de stockage est de 30 000M³.

II.2. La méthode actuelle de distribution au centre d'Oued-Aissi :

Pour organiser la réception des commandes et la distribution de carburants, NAFTAL utilise le logiciel DISPATCHING.

Avant l'apparition de ce logiciel, les agents de DISTRICT-COM de Tizi-ouzou travaillent manuellement dans la réception des flottes, ce qui conduisit souvent à une distribution mal programmée et aussi une insatisfaction de la clientèle.

Compte tenu de ces inconvénients, au début de l'an 2013, la direction générale de NAFTAL s'est dotée d'un système de contrôle qui est le logiciel de DISPATCHING et cela pour bien gérer la commercialisation et la distribution des produits pétroliers. En Mars 2013, elle a pu avoir ce logiciel et aboutir à un premier programme de répartition de flottes.

Le logiciel DISPATCHING est un moyen informatique équipé d'un système adaptable et modulable permettant de centraliser l'information et d'analyser indépendamment les données de chaque installation connectée au niveau de la réception commande, tel que le niveau des stocks, le volume des ventes, le nombre de livraison, éditer les rapports...etc.



Figure 5 : L'interface du logiciel DISPATCHING

- **La réception commandes :** La réception des commandes, se fait dès le premiers contact avec le client, elle commence de 8h jusqu'à 12h, elle se fait par plusieurs façons, soit par:

- Téléphone.
- Fax.
- Bon de commande (pour l'armée).
- Ou par la présentation des clients au centre.

Après avoir reçu la commande par un client, sachant que chaque client,est codifié avec un code, toutes ces commandes seront enregistrées dans unFormulaire de Réception Commande le (FRC ou bien 001).

C'est un formulaire qui contient les différentes informations sur les clientstel que:

- ✓ La raison sociale du client.
- ✓ Le nom et le prénom de client.
- ✓ Le code des clients.
- ✓ Le nom du produit et son code.Exemple: 13020 pour super, 16020 pour gasoil.

- ✓ Et la date de livraison des commandes et L'heure, cela consiste une preuve, si le client a effectué une commande après la clôture, On mentionne aussi le nom du transporteur, chauffeur, et de la station-service.

La satisfaction des commandes se fait le jour (J+1)c.-à-d, les clients font leurs commandes aujourd'hui pour les faire livrées demain, le maximum le lendemain(en J+2)



Figure 6 : La réception de commandes

- **Le dispatching (programmation):**

Après avoir fait la réception commande, vient la 2^{ème} étape, qui est le dispatching.

Les formulaires(001) seront transmis à la disposition du dispatcher(c'est la personne qui fait le programme de réception des produits) pour faire élaborer un plan de distribution. Pour bien réaliser ce dernier, il faut tenir compte des points suivant:

- ✓ La situation des points de vents et leurs capacités.
- ✓ La disponibilité des moyens humains (les chauffeurs).
- ✓ La disponibilité des produits en quantités demandées.

- ✓ La répartition des compartiments de clients ; c'est de bien choisir un camion pour que sa combinaison soit proportionnelle à une livraison donnée sachant que NAFTAL, dispose des citernes de 12000 L, 25000 L, 27000 L, 28500 L et 30000 L répartie en petite citerne pour chaque camion.

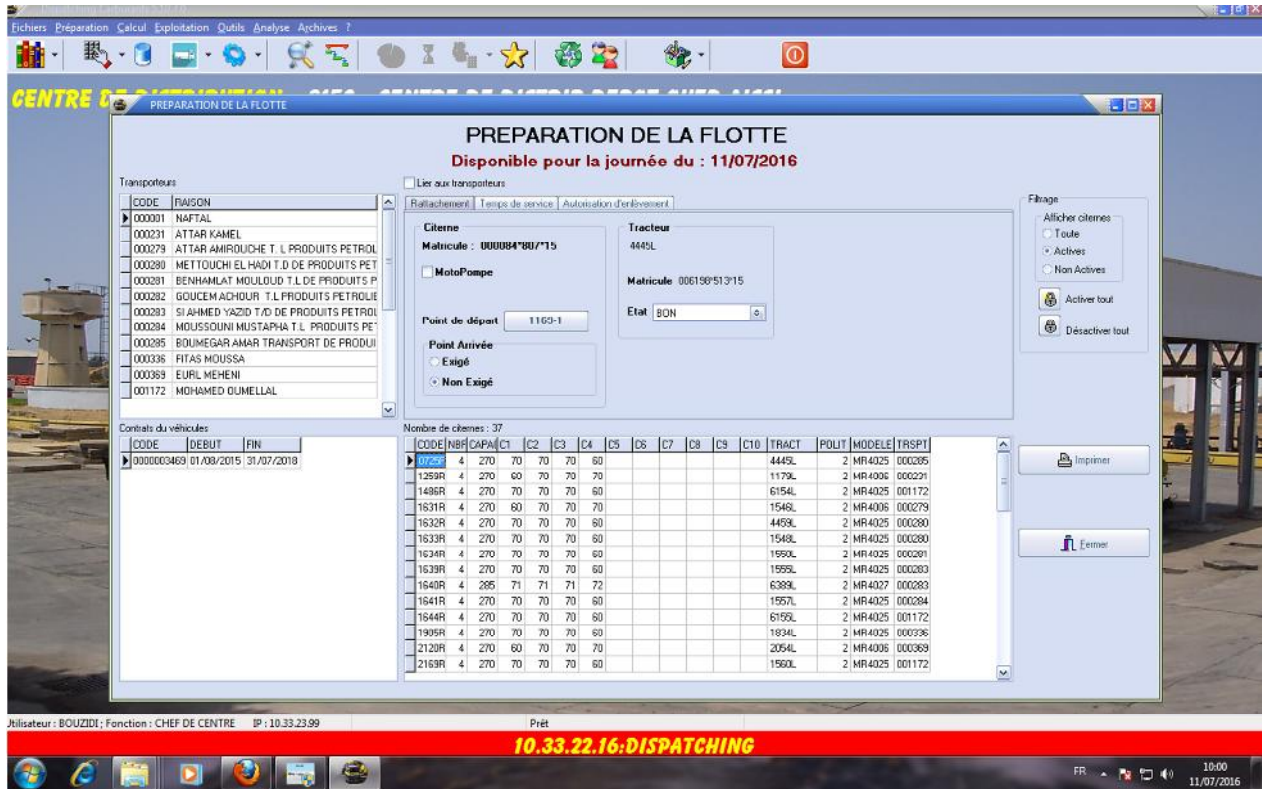


Figure 7: Fenêtre programmation

- **La facturation :** Avec la liste réalisée auparavant par le dispatcher, le facturier (comptable) sera appelé à établir les factures de chaque client suivant la localisation géographique de chacun d'eux, ainsi que le volume demandé.
- **Le Dispatcher :** La distribution des carburants à NAFTAL, plus précisément le centre d'Oued-Aissi, est assuré par la fonction Dispatching qu'élabore un programme de distribution pour chaque journée. Le dispatcher trouve à sa disposition toutes les informations sur le parc de véhicules (la flotte disponible composée de camions « propriété de NAFTAL » ou « tiers »). Le dispatcher examine toutes les commandes émises par les clients. Une commande contient plusieurs informations, le code client et les quantités commandées pour chaque type de carburant à savoir Essence Super, Essence sans plomb, Gasoil.

- **La construction des tournées de livraison :** En se basant sur l'expérience du dispatcher concernant les points de vente, la recherche des tournées afin de livrer plusieurs clients est une tâche délicate qui nécessite souvent la confrontation des avis des chauffeurs. A priori, ainsi lorsque toutes les commandes sont répertoriées, il est parfois plus simple de regrouper deux ou plusieurs clients dans une même tournée à condition qu'ils ne soient pas très éloignés les uns des autres et que la somme des quantités demandées soit conforme à la capacité d'un camion.
- **La livraison :** Les chauffeurs des camions suivent le planning mis pour satisfaire l'ensemble des clients qui ont passé des commandes, en signalant à la fin de chaque journée les difficultés rencontrées (exemple :les pannes).

II.3. Les conditions de chargement des compartiments :

Le chargement des compartiments se fait en maximisant la quantité chargée dans le camion-citerne et cela pour minimiser le coût des compartiments utilisés pour un ensemble de commande données et en respectant :

- Les bornes minimales et maximales des quantités demandées.
- Les capacités des compartiments.
- Chaque compartiment ne transporte qu'un seul produit.
- En n'allouant qu'une commande par compartiment (le contenu d'un compartiment est destiné à un seul client).

III. DESCRIPTION DU PROBLEME :

Le problème de planification des tournées de livraison peut être décrit comme un problème de conception d'itinéraires à moindre coût d'un dépôt à un ensemble de points géographiquement dispersés (stations). Il consiste à déterminer, pour chaque journée, les stations qui doivent être approvisionnées, les quantités de produits à livrer pour chaque client.

A chaque visite, un ou plusieurs produits doivent être livrés aux clients sans dépasser trois jour (72h) par la commande, pour ne pas avoir de rupture de stock chez le client. De plus, l'ordre de satisfaction des commandes à une importance capitale, il doit obéir à l'ordre FIFO (First In First Out) d'exécution sauf pour des cas très particuliers spécifiés dans les clauses(conditions) du contrat. pour la livraison des clients, ils utilisent une flotte hétérogène, c'est-à-dire, les camions sont de capacités différentes et multi-compartiments. Chaque compartiment ne transporte qu'un seul produit et le contenu d'un compartiment est destiné à un seul client.

Dans notre situation, plusieurs produits différents peuvent être transportés dans un même camion. Les camions utilisés peuvent appartenir à l'entreprise ou à un transporteur externe.

Habituellement, les chauffeurs travaillent 8h/jour, mais il est possible de faire des heures supplémentaires. Dans notre cas les clients sont approvisionnés à partir d'un seul dépôt qui est le centre d'Oued-Aissi (Tizi-ouzou).

Il s'agit d'appliquer les méthodes de recherche opérationnelle pour aider à l'établissement des tournées de distribution des carburants aux clients à partir d'un dépôt, et cela en rentabilisant les différents moyens de transport.

Le problème consiste donc, à trouver un schéma de livraison des carburants en déterminant :

- Les stations à approvisionner du dépôt d'Oued-Aissi par les camions de NAFTAL.
- Les stations à approvisionner du dépôt d'Alger par des camions de NAFTAL.
- Les tournées et les itinéraires que doivent emprunter les chauffeurs, de sorte que d'une part, satisfaire aux mieux les commandes des clients, et de l'autre, minimiser les frais(coûtset temps),tout en respectant certaines contrainteselles que les capacités des citernes, les durées de fonctionnement des camions,et enfin les priorités.

III.1. Les objectifs :

L'objectif principal du problème est de :

- Minimiser le coût total de distribution des produits carburants.
- Déterminer les stations qui doivent être approvisionnées pour satisfaire toutes les commandes du jour précédent.
- Maximiser le nombre de commandes clients satisfaites.
- Minimiser les coûts de transport.

III.2. Les hypothèses :

- Il n'existe que deux états pour définir le volume d'un compartiment, soit il est plein (complètement) ou bien vide (complètement), sauf dans le cas où si la station n'est pas livrée elle sera en rupture de stock.
- Seul les camions opérationnels seront considérés.
- Les commandes impossibles, c'est-à-dire, les commandes dont la demande en quantité est incompatible avec la capacité des compartiments feront objet d'une modification avec la coopération des comandataires.
- L'existence des chemins impossibles.

III.3. Les contraintes :

Pour atteindre les objectifs visés par notre étude et dans le but d'améliorer l'efficacité de la chaîne logistique de NAFTAL, et l'organisation à moindre coût d'un meilleur service, quelques contraintes devront être vérifiées :

- Chaque camion débute et termine sa tournée au dépôt.
- Une citerne ne peut sortir avec un compartiment vide, et ne peut revenir avec un compartiment plein.
- Les commandes doivent être satisfaites dans d'ordre FIFO, sauf pour les cas justifiés .
- Les sommes des demandes allouées à un camion ne dépassent pas sa capacité.
- Une station ne peut mobiliser plus d'un camion citerne par jour.
- Deux produits ne peuvent être mélangés dans un même compartiment, on ne peut donc attribuer qu'un seul produit par compartiment.
- Le temps de disponibilité d'un camion est de (08) heure par jour.
- Un camion peut transporter plusieurs produits à la fois.
- Durant le même voyage, un camion peut être destiné à plusieurs stations .
- Aucune station ne doit être en rupture de stock.

IV. CONCLUSION

Durant ce chapitre, nous avons pu établir la problématique en passant en revue, les différentes contraintes auxquelles l'entreprise est soumise, ainsi que son objectif principal qui consiste à minimiser ses coûts logistiques.

Afin de répondre à cette problématique, nous abordons dans la suite de ce travail les différents concepts théoriques de la recherche opérationnelle, et puis nous traiterons l'objectif d'optimisation de la distribution.

RAPPELS ET CONCEPTS THEORIQUES

I. CONCEPTS DE BASE DE LA THEORIE DES GRAPHS[5]

Est le domaine des mathématiques initialement développé par Léonard Euler(1707-1783). La théorie des graphes s'est alors développée dans diverses disciplines, telles l'analyse de circuit électrique, la chimie et la biologie ; ceci sous l'impulsion de chercheurs motivés par la résolution des problèmes concrets. Elle connaît un essor depuis le XX^{ème} siècle , où elle constitue une branche à part entière des mathématiques, grâce aux travaux de Konig, Menger, Cayley, puis de Berge et d'Erdos, ce qui marque sans doute l'avènement de l'ère moderne de la théorie des graphes par l'introduction d'une théorie unifiée et abstraite rassemblant de nombreux résultats dans la littérature. Depuis, cette théorie a pris sa place, en subissant de très nombreux développements au sein d'un ensemble plus vaste d'outils et de méthode sous l'appellation « mathématiques discrètes ».

De manière générale, un graphe permet de présenter la structure, les connections d'un ensemble complexe en exprimant les relations entre ses éléments : réseau de communication, réseau routiers,circuits électriques...etc. Il constitue donc une méthode de pensée qui permet de modéliser une grande variété de problèmes en se ramenant à l'étude de sommets et d'arêtes.

I.1. Graphe :[6]

- **Graphe non orienté** : (ou plus simplement graphe) : Est la donnée d'un couple (V, E) , où :
 - ✓ V : est un ensemble fini d'éléments distinct appelé sommets.
 - ✓ E : est un ensemble pair d'éléments de V dit ensemble d'arêtes,

On le notera $G = (V, E)$.

- **L'ordre d'un graphe** : Est le nombre de sommets, on notera n l'ordre du graphe et m le nombre de ses arêtes. Il peut y avoir plusieurs arêtes reliant deux sommets u et v de G , leur nombre représente la multiplicité de l'arête $\{u, v\}$.
 - ✓ Pour une arête $\{u, v\}$ de G , qu'on note ' uv ', on dit que :
 - ' uv ' est incidente à ' u ', et ' uv ' est incidente à ' v '.
 - u et v sont les extrémités de ' uv '.
 - u et v sont adjacents.
 - u est un voisin de ' v '.
 - v est voisin de ' u '.
 - Deux arêtes sont adjacentes si elles ont une extrémité commune.

- **L'ensemble des voisins** : d'un sommet u donné est noté $N(u) = \{v \in V / uv \in E\}$.
Le degré d'un sommet v d'un graphe G est le nombre $d_G(v)$ avec $d_G(v) = |N(v)|$.
- **Graphe simple** : Est un graphe sans boucle et tout couple de sommets est relié par au plus une arête.

Dans le plan, on représente un graphe G par une figure géométrique où les sommets sont représentés par des points et les arêtes par traits joignant les points qui représentent leurs extrémités.

Un graphe de 6 sommets et 9 arêtes. $V = \{a, b, c, d, e, f\}$. $E = \{\{a, b\}, \{a, f\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{b, e\}, \{c, d\}, \{c, f\}, \{d, e\}, \{e, f\}\}$.

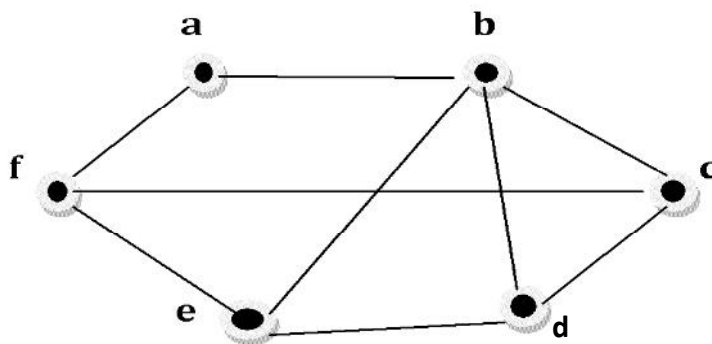


Figure 8 : un graphe simple.

- **Graphe orienté $G = (V, U)$** : est un graphe dont toutes les arêtes sont orientées. Les éléments de U sont appelés arcs de G .
- **Une boucle** : est une arête dont les extrémités sont confondues.

Exemple : soit un graphe orienté avec 5 sommets et 7 arcs, $G(V, E)$ avec :

$V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

$E = \{\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 2\}, \{2, 5\}, \{4, 2\}, \{4, 3\}, \{4, 5\}\}$. Le sommet 2 possède une boucle.

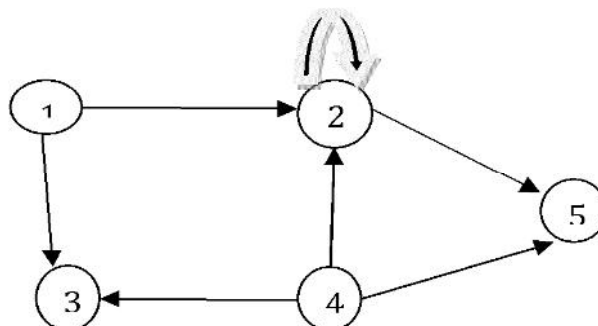


Figure 9 : Graphe orienté

- **Un sous graphe** : $G' = (V', E')$ de $G = (V, E)$: est un graphe dont l'ensemble des sommets est un sous-ensemble de V , et dont l'ensemble des arêtes E' est un sous-ensemble de E tel que toute arête de E' joint deux sommets de V' .
- **Un graphe valué** : est un graphe orienté, $G = (V, E, Y)$, muni d'une fonction $Y : E \rightarrow [0, \infty[$, la fonction est souvent appelée fonction de coût.

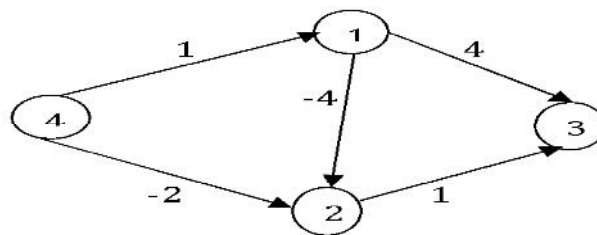


Figure 10 : graphe valué.

- **Un graphe $G = (V, E)$** : est dit **Biparti** si l'ensemble de ses sommets peut être partitionné en deux sous-ensemble disjoints V_1 et V_2 telle que toute arête de G relie un sommet de V_1 à un sommet de V_2 .
- **Une chaîne** : est une suite d'arcs tel que chaque arc de la suite a une extrémité en commun avec l'arc précédent.
- **Un chemin** : est une suite d'arcs $(x_1, x_2), (x_2, x_3), \dots, (x_k, x_{k+1})$ tous parcouru dans le même sens, un chemin est dit :
 - ✓ Simple s'il passe une seule fois par chacun des arcs qu'il emprunte.
 - ✓ Élémentaire s'il passe une seule fois par chacun des sommets qu'il traverse, autrement dit un chemin élémentaire est un chemin simple et sans cycle.

Exemple : sur le graphe (A), il y a un chemin entre 1 et 3, tandis que sur le graphe B aucun chemin ne relie 1 et 3.

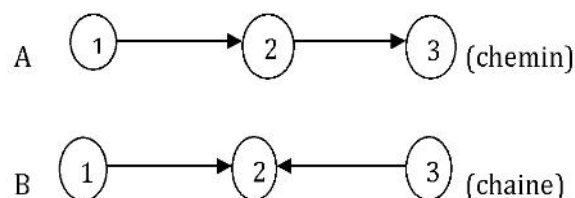


Figure 11 : un graphe contenant un chemin.

- **Un chemin hamiltonien** : est un chemin qui passe une et une seule fois par tous les sommets.
- **Un chemin eulérien** : est un chemin qui passe une et une seule fois par toutes les arêtes.
- **La longueur du chemin** : est égale au nombre d'arcs composant le chemin.
- **Valeur d'un chemin** : est égale à la somme des valeurs des arêtes composant ce chemin dans un graphe valué.
- **Un cycle** : est une chaîne dont le sommet initial et terminal se coïncide.
- **Un circuit** : est un chemin fini et fermé dont l'extrémité terminale du dernier arc coïncide avec l'extrémité initiale du premier. C'est un cycle dont tous les arcs sont parcourus dans le sens des arcs.
- **Le graphe complet** : est un graphe dont tous ses sommets sont deux à deux adjacents, le nombre d'arêtes d'un graphe complet (simple) ayant n sommet est : $n*(n-1)/2$ et il est noté par K_n

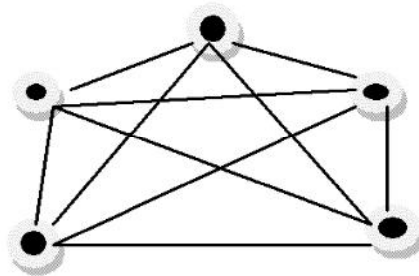


Figure 12 : un graphe simple et complet d'ordre 5

II. LA PROGRAMMATION LINEAIRE[7]

Est une discipline de la recherche opérationnelle qui a pour objet de déterminer la meilleure solution qui satisfait les contraintes du problème. Les domaines d'application de la programmation linéaire sont très nombreux. En général, les problèmes de PL consiste à répartir des ressources (par exemple l'argent, la matière première, les produits finis) entre les différentes unités économiques.

II.1. Qu'est-ce qu'un programme linéaire ?

- **Un programme linéaire (PL) :**

Est un programme consistant à minimiser ou à maximiser une fonction objectif à plusieurs variables de décision soumises à un ensemble de contraintes exprimées sous forme d'équations linéaires.

- **Forme canonique d'un programme linéaire**

$$Z(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \rightarrow \text{Max/Min}$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1 \quad (R_1)$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2 \quad (R_2)$$

.....

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m \quad (R_m)$$

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; \dots; x_n \geq 0$$

- **Forme standard d'un Programme Linéaire :**

On transforme les inégalités des contraintes économiques en égalité par introduction de variables supplémentaires positives ou nulles appelées variables d'écarts.

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n \leq b_i \text{ devient } a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n + t_i = b_i$$

D'où la forme standard est :

$$Z(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \rightarrow \text{Max/Min}$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + t_1 = b_1 \quad (R_1)$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + t_2 = b_2 \quad (R_2)$$

.....

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n + t_m = b_m \quad (R_m)$$

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; \dots; x_n \geq 0; t_1 \geq 0; t_2 \geq 0; \dots; t_m \geq 0.$$

D'où:

$Z(x)$:	fonction à maximiser ou à minimiser
$x_j, j = 1, \dots, n$:	variables de décision
$R_1, R_2, \dots, R_m$:	désignent les égalités ou inégalités
$c_1, c_2, \dots, c_n$:	sont des constantes réelles (coût)
$a_{ij}, i = 1 \dots m, j = 1 \dots n$:	sont des constantes réelles
$b_i, i = 1 \dots n$:	sont des constantes réelles

II.2. Méthode du simplexe

- **Principe du simplexe**

La première étape dans la méthode du simplexe réside en l'introduction, dans la forme Standard du programme linéaire, de certaines variables artificielles. On aboutit ainsi à un problème auxiliaire, se présentant sous forme canonique par rapport à une base réalisable. C'est alors que l'algorithme du simplexe est utilisé.

Il consiste en une suite d'opérations de pivotage désignée sous le nom de phase I ; l'objet dans la phase I est de trouver une solution réalisable de base initiale, si elle existe. Si la forme canonique finale de cette phase met en évidence une telle solution, on applique à nouveau l'algorithme du simplexe dans une deuxième série d'opération de pivotage, désignée sous le nom de phase II. L'objet de la phase II est de trouver une solution optimale parmi les solutions réalisables de base.

Phase I :

Dans la majorité des problèmes rencontrés en pratique, les programmes linéaires sont rarement présentés par rapport à une base réalisable. Tel est le cas lorsque le modèle ne contient pas de variables d'écart pour certaines équations ou encore lorsque les variables d'écart ont des coefficients négatifs.

La phase I de la méthode du simplexe, permet en utilisant l'algorithme du simplexe, d'aboutir à une solution réalisable de base (si elle existe), permettant de servir de point de départ pour la phase II.

Phase II :

Cette phase consiste à déterminer une solution optimale du problème, en appliquant directement l'algorithme du simplexe lorsque le problème se présente avec une solution réalisable de base initiale, sinon en utilisant comme solution de base initiale celle dégagée par la phase I.

- **L'algorithme du simplexe**

(1) Soit le programme linéaire (P) écrit sous forme canonique par rapport à la base j .

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min } Z + Z^\circ = C^\circ X \\ A^\circ X = b^\circ \\ X \geq 0 \end{array} \right\}$$

Avec :

$$A^\circ = (A^j)^{-1} A^j$$

$$b^\circ = (A^j)^{-1} b$$

$$C^\circ = C^j - \pi A^j$$

$$\pi = C^j (A^j)^{-1}$$

$$Z^\circ = \pi b$$

On suppose que le programme linéaire est écrit sous forme canonique par rapport à la base j .

(2) Choisir un indice s tel que $C^s \geq 0$

(2.1) S'il existe aller à (3).

(2.2) Sinon, Terminer. La solution considérée est optimale.

$$(3) \text{ Soit } I = \left\{ \frac{k}{a_k} \geq 0 \right\}$$

(3.1) Si $I \neq \emptyset$, aller en (4)

(3.2) Sinon terminer, le problème n'admet pas de solution.

$$(4) \text{ Choisir } r \in I \text{ tel que } \frac{b_r}{a_r} = \min \left\{ \frac{b_k}{a_k} \right\}$$

(5) Effectuer le changement de base au tour de a_s^r , aller à (2).

L'organigramme du simplexe[8]

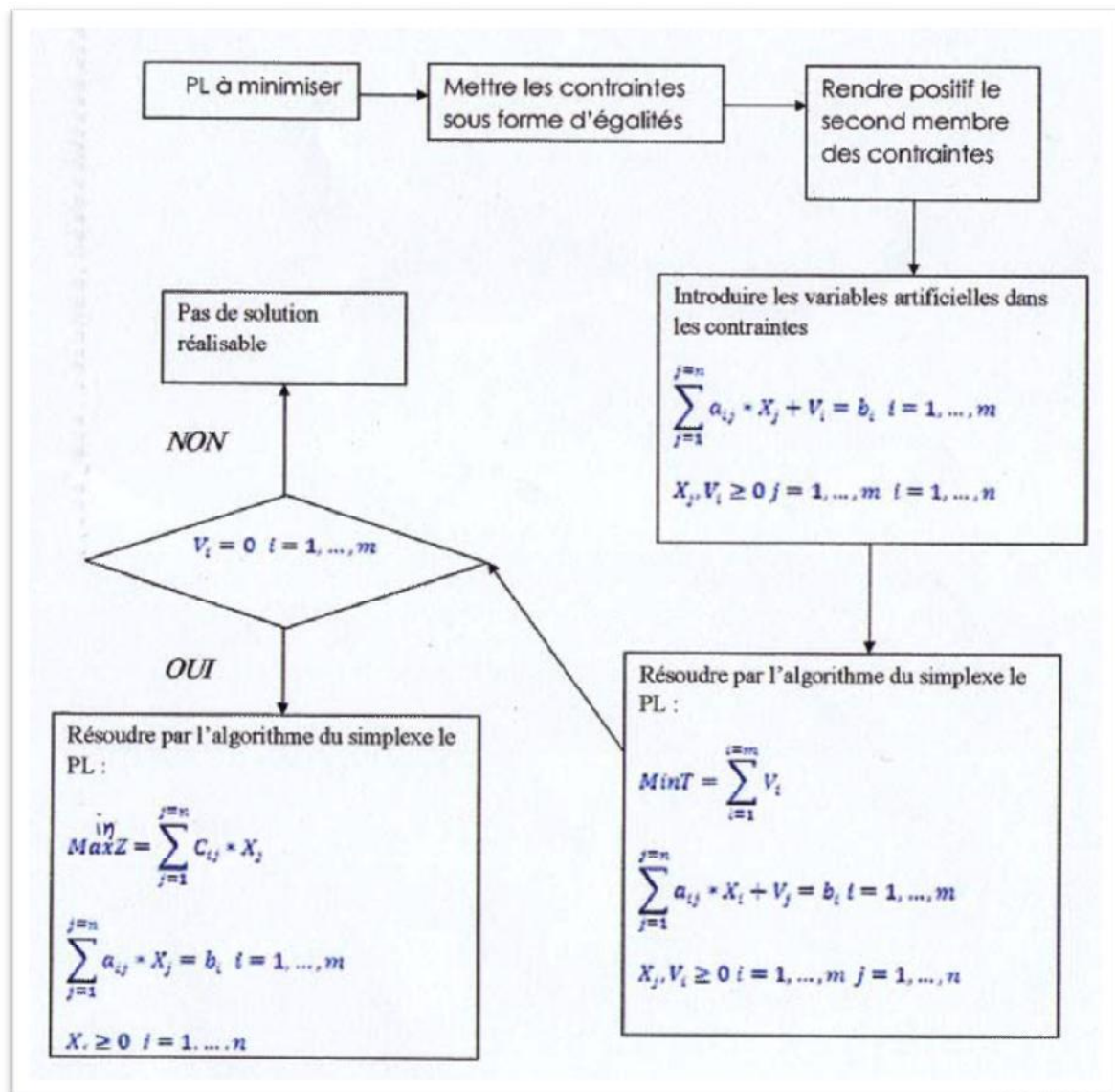


Figure 13 : Organigramme du Simplexe

Exemple 1 :

$$\left\{ \begin{array}{l} Z(x)=2x_1+x_2 \longrightarrow \text{Max} \\ x_1+2x_2 \leq 5 \\ x_1-x_2 \leq 10 \\ x_j \geq 0 \end{array} \right. \quad j=\overline{1,2} \quad \Rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} Z(x)=2x_1+x_2 \longrightarrow \text{Max} \\ x_1+2x_2+x_3=5 \\ x_1-x_2+x_4=10 \\ x_j \geq 0 \end{array} \right. \quad j=\overline{1,4}$$

Dressons le 1^{er} tableau du simplexe :

	C	2	1	0	0	
Base	B	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	θ _j
x ₃	5	1	2	1	0	θ=5
x ₄	10	1	-1	0	1	θ=10
	E _j	-2	-1	0	0	

Tableau 8 : 1^{er} tableau du simplexe

Soit $X = (0, 0, 5, 10)$ solution de base réalisable

$$A_B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad j = \{x_1, x_2, x_3, x_4\} \quad C'_B = [C_3, C_4] = [0, 0]$$

$$J_B = \{x_3, x_4\}$$

$$J_H = \{x_1, x_2\}$$

$$E_1 = C'_B A_B^{-1} a_1 - C_1 \Rightarrow E_1 = [0, 0] \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} - 2 = -2$$

$$E_2 = C'_B A_B^{-1} a_2 - C_2 \Rightarrow E_2 = [0, 0] \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} - 1 = -1$$

$$E_3 = C'_B A_B^{-1} a_3 - C_3 \Rightarrow E_3 = [0, 0] \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 0 = 0$$

$$E_4 = C'_B A_B^{-1} a_4 - C_4 \Rightarrow E_4 = [0, 0] \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} - 0 = 0$$

$$\theta_j = \min \frac{x_j}{x_{j0}} \quad x_{j0} > 0$$

$$\theta_3 = \frac{x_3}{x_{31}} = \frac{5}{1} = 5 \quad \theta_4 = \frac{x_4}{x_{41}} = \frac{10}{1} = 10$$

La variable entrante est la min de E_j , donc soit x_1

La variable sortante est la min de θ_j , donc soit x_3

Déterminons alors la nouvelle solution en dressant le 2^{ème} tableau du simplexe :

	C	2	1	0	0	
Base	B	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	θ _j
x ₁	5	1	2	1	0	θ = 5
x ₄	5	0	-3	-1	1	θ = 5
	E _j	0	3	2	0	

Tableau 9 : 2^{ème} tableau du simplexe

$$j_B = \{x_1, x_4\} \quad j_H = \{x_2, x_3\} \quad A_B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad C'_B = [2, 0]$$

$$E_2 = C'_B A_B^{-1} a_2 - C_2 \Rightarrow E_2 = [2, 0] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} - 1 = 3$$

$$E_3 = C'_B A_B^{-1} a_3 - C_3 \Rightarrow E_3 = [2, 0] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} - 0 = 2$$

$$\theta_1 = \frac{x_1}{x_{13}} = \frac{5}{1} = 5 \quad \theta_4 = \frac{x_4}{x_{44}} = \frac{5}{1} = 5$$

$E_j \geq 0 \quad \forall j$ le critère d'optimalité est vérifié $\Rightarrow X^\circ = (5, 0, 0, 5)$ est la solution optimale du problème avec $Z^\circ = 10$

III. L'OPTIMISATION COMBINATOIRE :

Elle occupe une place très importante en recherche opérationnelle, en mathématiques discrètes et en informatique. Son importance se justifie d'une part par la grande difficulté des problèmes d'optimisation et d'autre part par de nombreuses applications pratiques pouvant être formulé sous la forme d'un problème d'optimisation combinatoire. Bien que les problèmes d'optimisation combinatoire sont souvent faciles à définir, ils sont généralement difficiles à résoudre.

L'optimisation combinatoire est une discipline qui utilise diverses techniques mathématiques discrètes et de l'informatique afin de résoudre des problèmes d'optimisation dont la structure sous-jacente et discrète (généralement un graphe ou autres).

III.1. Définition d'un problème d'optimisation combinatoire :

Est un problème qui consiste à trouver la meilleure solution dans un ensemble discret dit ensemble des solutions réalisables.

Pour définir la notion de meilleure solution, une fonction, dite fonction objectif est introduite. Pour chaque solution, elle renvoie un réel et la solution(ou solution optimale) et celle qui minimise ou maximise la fonction objectif. Clairement un problème d'optimisation combinatoire peut avoir plusieurs solutions optimales.

Les problèmes d'optimisation combinatoire peuvent être formulés comme des programmes linéaires en nombres entiers (généralement en 0-1).

IV. MODELE MATHEMATIQUE ET QUELQUES PROBLEMES CLASSIQUES D'OPTIMISATION COMBINATOIRE :[5]

Toute entreprise qu'elle que soit sa taille, son domaine d'activité est amenée à faire face à des problèmes de gestion au quotidien.

Parmi ces problèmes, on cite les problèmes de flot, d'affectation et de transport, qui nécessitent la mise en œuvre d'un procédé de prise de décision rationnelle.

IV.1. Le problème de transport (P) :

Le problème de transport est un problème particulier de la programmation linéaire. La recherche en problème de transport a beaucoup évolué au cours des dernières années. Les entreprises ont découvert qu'une meilleure planification des tournées permettrait d'épargner des coûts et un temps très importants.

- **Définition du problème :**

La problématique du transport n'est pas un problème récent, et de nombreuses entreprises doivent se confronter à cette dernière tous les jours. Le problème de transport a pour objectif d'acheminer à moindre coût une certaine quantité de matière d'un ensemble de dépôt à un ensemble de points de ventes.

- **Tableau et graphe associé au problème de transport**

Le tableau associé au problème de transport peut se présenter de la façon suivante :

	B_1	B_2	B_3		B_n	a_i
A_1	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}	c_{13} x_{13}		c_{1n} x_{1n}	a_1
A_2	c_{21} x_{21}	c_{22} x_{22}	c_{23} x_{23}		c_{2n} x_{2n}	a_2
.....						...
A_m	c_{m1} x_{m1}	c_{m2} x_{m2}	c_{m3} x_{m3}		c_{mn} x_{mn}	a_m
b_j	b_1	b_2	b_3		b_n	$\sum b_j = \sum a_i$

Tableau10 : tableau associe au problème de transport

Le graphe qu'on peut associer au problème de transport est un graphe simple biparti complet

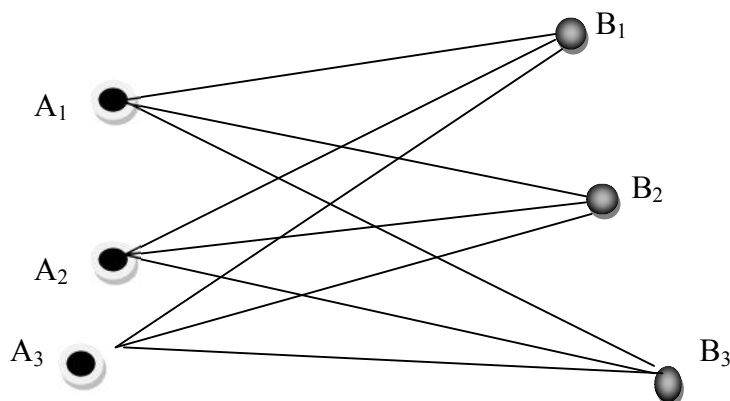


Figure 14: Graphe associe au problème de transport

IV.2. Formulation mathématique du problème de transport :

Soit une certaine marchandise homogène de m points de production A_i , $i=1, \dots, m$ avec des quantités disponibles a_i , $i=1, \dots, m$, elle est distribuée dans n points de distribution B_j , $j=1, \dots, n$ avec des demandes b_j , $j=1, \dots, n$

La marchandise en question doit être acheminée des points de production vers des points de distributions.

Soient :

- C_{ij} : le coût de transport d'une unité d'une marchandise de A_i vers B_j .
- x_{ij} : la quantité à transporter de A_i vers B_j .

Soit $x = \{x_{ij} \mid i=1, \dots, m, j=1, \dots, n\}$ est appelé programme du plan de transport de la marchandise .

Si une quantité x_{ij} est acheminée de A_i vers B_j alors le coût de transport de cette quantité vaut $c_{ij}x_{ij}$, le coût global du plan de transport x vaut :

$$Z(x) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} x_{ij}$$

Le problème de transport (p) à pour but, la minimisation du coût global de transport

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} x_{ij} \quad (1.1)$$

Sous les contraintes suivantes

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq a_i \quad i=1, \dots, m \quad (1.2)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \geq b_j \quad j=1, \dots, n \quad (1.3)$$

$$x_{ij} \geq 0, \forall i, \forall j \quad (1.4)$$

(P)

Où :

- a_i : disponibilité dans l'entrepôt i
- b_j : demande du client j

Avec :

Les réels a_i , b_j , et c_{ij} . Sont tous positifs ou nuls. La signification de chaque contrainte du problème est la suivante :

(1.1) : La fonction objectif à minimiser.

(1.2) : Toutes les marchandises produites doivent être acheminées.

(1.3) : Toutes les demandes doivent être satisfaites.

(1.4) : Toutes les quantités transportées doivent être positives ou nulles.

Remarque :

1) (P) admet une solution optimale si : $\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$ (la condition de balance).

2) Si : $\sum_{i=1}^m a_i < \sum_{j=1}^n b_j$, alors on peut remplacer les inégalités par les égalités.

3) Dans le cas où $\sum_{i=1}^m a_i > \sum_{j=1}^n b_j$, on peut introduire un dépôt fictif (supplémentaire) b_{n+1} , avec les coûts associés $c_{i,n+1} = 0$, $i=1, \dots, m$ afin d'avoir l'égalité entre les deux sommets (pour vérifier la condition de balance).

Le problème de transport devient :

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n+1} c_{ij} x_{ij}$$

$$\sum_{j=1}^{n+1} x_{ij} = a_i; \quad i=1, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j \quad j=1, \dots, n+1$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad \forall i, \forall j$$

Soit (D) le problème dual :

$$W(y) = \sum_{i=1}^m a_i u_i + \sum_{j=1}^n b_j v_j \rightarrow \text{Max}$$

$$u_i + v_j \leq c_{ij}, \quad i=\overline{1, m}, j=\overline{1, n}. \text{ (D)}$$

$$\text{où : } y = (u, v), \quad u = (u_i, i=\overline{1, m}), \quad v = (v_j, j=\overline{1, n}).$$

IV.3. Résolution d'un problème de transport :

Théorème 1:

Soient x° et $y^\circ = (u^\circ, v^\circ)$ deux solutions optimales respectivement du problème (P) et de son dual (D), alors les relations suivantes :

$$\begin{cases} u_i^\circ + v_j^\circ = c_{ij} \text{ si } x_{ij}^\circ > 0 ; \\ u_i^\circ + v_j^\circ \leq c_{ij} \text{ si } x_{ij}^\circ = 0 ; \\ 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n, \end{cases}$$

Sont vérifiées.

- Pour la résolution du problème de transport, deux étapes sont nécessaires :

✓ 1^{ère} étape :

Cette étape consiste à la recherche d'un plan basique initial de transport qui doit avoir $(m+n-1)$ variables (cases basiques et $mn - (m+n-1) = (m-1)(n-1)$ variables hors base nulles, il existe plusieurs méthodes de recherche, comme la méthode de coin nord – ouest, méthode de l'élément minimal ... etc.

A) La méthode du coin Nord-ouest.

On choisit la case (1,1), située au coin nord-ouest du tableau de transport, et on lui affecte la quantité $x_{11} = \min \{a_1, b_1\}$.

Deux cas peuvent alors se présenter :

- Si $x_{11}=a_1$, alors la quantité de A_1 est entièrement transporté et ceci sature la première ligne du tableau.

Dans le tableau réduit, on remplacera b_1 par (b_1-x_{11}) et on répétera la même procédure que précédemment.

- Si $x_{11}=b_1$, alors la demande du point de distribution B_1 est entièrement satisfaite par A_1 et ceci sature la première colonne.

Dans le tableau réduit, on remplacera a_1 par (a_1-x_{11}) et on fera la même procédure.

De cette manière, après $(m+n-1)$ opérations, on trouve $(m+n-1)$ quantités positives x_{ij} affectées à $(m+n-1)$ cases, et les cases restantes auront des quantités nulles $x_{ij}=0$, on obtiendra ainsi un plan basique de transport.

Exemple 2 : Dans le tableau suivant, trouver un plan basique initial par la méthode de coin Nord-ouest :

	B1	B2	B3	B4	a_i
A1	1	4	2	3	20
A2	5	1	3	4	21
A3	2	5	1	2	35
b_j	12	23	28	13	76

Tableau 11 : 1^{er} tableau de la méthode coin Nord-ouest

On appliquant la méthode de coin Nord-ouest, on trouve :

$$x_{11} = \min \{20, 12\} = 12 ; x_{12} = \min \{20-12, 23\} = 8 ;$$

$$x_{22} = \min \{21, 23-8\} = 15 ; x_{23} = \min \{21-15, 28\} = 6 ;$$

$$x_{33} = \min \{35, 28-6\} = 22 ; x_{34} = \min \{35-22, 13\} = 13 ;$$

Les composantes basiques du plan x sont représentées en gras dans le tableau ci-dessous et $x_{ij} = 0$ pour les cases restantes.

	B1	B2	B3	B4	a_i
A1	(12)	(8)	2	3	20
A2	5	(15)	(6)	4	21
A3	2	5	(22)	(13)	35
b_j	12	23	28	13	76

Tableau 12 : 2^{ème} tableau de la méthode coin Nord-ouest

$$Z(x) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 C_{ij}x_{ij} = (1 \times 12) + (4 \times 8) + (1 \times 15) + (3 \times 6) + (1 \times 22) + (2 \times 13) = 125$$

Avantage de la méthode :

- ✓ Elle est facile à mettre en œuvre.

Inconvénients de la méthode :

- ✓ Elle ne fait pas intervenir les coûts unitaires de transport ;
- ✓ La solution de base obtenue est loin de la solution optimale ;

B) La méthode de l'élément minimal (coût minimal) :

Cette méthode nous donne une solution initiale proche à la solution optimale.

Cette méthode donne en général un plan basique initial plus proche du plan basique optimal que celui obtenu par la méthode du coin Nord-ouest.

Le principe consiste à choisir au début une case (i_1, j_1) qui correspond à l'élément $c_{i_1 j_1}$ tel que :

$C_{i_1 j_1} = \min \{C_{ij}, 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n\}$, puis on posera $x_{i_1 j_1} = \min \{a_{i_1}, b_{j_1}\}$ dans la case (i_1, j_1) .

Si $c_{i_1 j_1} = a_{i_1}$, on exclut la ligne i_1 et on remplace le nombre b_{j_1} par $(b_{j_1} - x_{i_1 j_1})$.

Dans le cas où $x_{i_1 j_1} = b_{j_1}$, on exclut la colonne j_1 et on remplace le nombre a_{i_1} par le nombre $(a_{i_1} - x_{i_1 j_1})$. Ensuite on refait la même procédure avec le tableau réduit.

Ce processus sera répété $(m+n-1)$ fois et permettra de trouver les $(m+n-1)$ variables basiques du plan initial recherché.

Exemple 3 : Par la méthode de l'élément minimal, trouver un plan basique initial dans le tableau de transport suivant :

	B1	B2	B3	B4	a_i
A1	1	4	2	3	20
A2	5	1	3	4	21
A3	2	5	1	2	35
b_j	12	23	28	13	76

Tableau 13 : 1^{er} tableau de la méthode de l'élément minimal

On a :

$$c_{11} = \min_{i,j} c_{ij} = 1, x_{11} = \min\{20, 12\} = 12 ;$$

$$c_{22} = \min_{j \neq 1} c_{ij} = 1, x_{22} = \min\{22, 23\} = 21 ;$$

$$c_{33} = \min_{i \neq 2, j \neq 1} c_{ij} = 1, x_{33} = \min\{35, 28\} = 28 ;$$

$$c_{34} = \min_{i \neq 2, j \neq 1, 3} c_{ij} = 1, x_{34} = \min\{35-28, 13\} = 7 ;$$

$$c_{14} = \min_{i \neq 2, 3, j \neq 1, 3} c_{ij}, x_{14} = \min\{20-12, 13-7\} = 6 ;$$

$$c_{12} = \min_{i \neq 2, 3, j \neq 1, 3, 4} c_{ij}, x_{12} = \min\{20-18, 23-21\} = 2 ;$$

Les composantes basiques du plan x sont représentées en gras dans le tableau ci-dessous et $x_{ij} = 0$ pour les cases restantes

	B1	B2	B3	B4	a_i
A1	1 (12)	4 (2)	2	3 (6)	20
A2	5	1 (21)	3	4	21
A3	2	5	1 (28)	2 (7)	35
b_j	12	23	28	13	76

Tableau 14 : 2^{ème} tableau de la méthode de l'élément minimal

$$Z(x') = (1 \times 12) + (4 \times 2) + (3 \times 6) + (1 \times 21) + (1 \times 28) + (2 \times 7) = 101$$

On remarque bien que $Z(x') \neq Z(x)$.

✓ **2^{ème} étape :**

Consiste à améliorer la solution trouvée à l'étape précédente en utilisant la **méthode des potentiels (UV)**.

Théorème2 :(critère d'optimalité)

Les inégalités : $\Delta_{ij} \leq 0$, $(i, j) \in U_H$, sont suffisantes pour l'optimalité de plan basique de transport x . Elles sont aussi nécessaires dans le cas où x est non dégénérée .

$$\text{Avec : } u_i + v_j - c_{ij} = 0 \quad (i, j) \in U_B \quad (3)$$

$$\Delta_{ij} = u_i + v_j - c_{ij} \quad (i, j) \in U_H \quad (4)$$

Les U_B sont appelés cases de base et les U_H cases hors base.

C) Méthode des potentiels :

Soit x un plan basique de transport de départ, auquel correspond U_B

Si le critère d'optimalité n'est pas vérifié, alors on cherche une case $(i_0, j_0) \in U_H : \Delta_{ij} = \max_{(i,j) \in U_H} \Delta_{ij}$.

A l'aide de la case (i_0, j_0) et des cases de U_B , on construit un cycle qui est d'ailleurs unique. Puis on affecte des signes successivement (+) et (-) aux sommets de ce cycle, en commençant par le sommet (i_0, j_0) affecté du signe (+) et on se mouvant dans le sens des aiguilles d'une montre ou dans le sens contraire.

Parmi les sommets du cycle affectés du signe (-), on choisit celui où la variables x_{ij} est minimale et on pose : $\theta^\circ = \min x_{ij} = x_{i_1 j_1}$

Pour les sommets affectés du signe (+), on ajoute aux variables x_{ij} la quantité θ° puis on soustrait la même quantité des variables x_{ij} , correspondante aux sommets affectés du signe (-). Toutes les autres variables x_{ij} resteront inchangées.

On obtient ainsi un nouveau plan basique de transport $\bar{x}$, avec un nouvel ensemble basique $\bar{U}_B = \{U_B \setminus (i_1, j_1)\} \cup (i_0, j_0)$.

Cette itération sera répétée jusqu'à ce que le critère d'optimalité soit vérifié.

Exemple 4 : En commençant par le plan basique x trouvé dans l'exemple 2, dressons le tableau de transport avec les variables basiques x trouver dans l'exemple 2 en utilisant la méthode du coin Nord-ouest

	B1	B2	B3	B4	a_i
A1	1 (12)	4 (8)	2	3	20
A2	5	1 (15)	3 (6)	4	21
A3	2	5	1 (22)	2 (13)	35
b_j	12	23	28	13	76

Tableau 15 : 1^{er} tableau de la méthode des potentiels

En posant $u_1 = 0$, on calcule les autres potentiels par la formule (3).

$$v_1 = c_{11} - u_1 \Rightarrow v_1 = 1 - 0 = 1$$

$$v_2 = c_{12} - u_1 \Rightarrow v_2 = 4 - 0 = 4$$

$$v_3 = c_{23} - u_2 \Rightarrow v_3 = 3 + 3 = 6$$

$$v_4 = c_{34} - u_3 \Rightarrow v_4 = 2 + 5 = 7$$

$$u_1 = 0$$

$$u_2 = c_{22} - v_2 \Rightarrow u_2 = 1 - 4 = -3$$

$$u_3 = c_{33} - v_3 \Rightarrow u_3 = 1 - 6 = -5$$

Calcul les Δ_{ij} par la formule (4)

$$\Delta_{13} = u_1 + v_3 - c_{13} \Rightarrow \Delta_{13} = 0 + 6 - 2 = 4$$

$$\Delta_{14} = u_1 + v_4 - c_{14} \Rightarrow \Delta_{14} = 0 + 7 - 3 = 4$$

$$\Delta_{21} = u_2 + v_1 - c_{21} \Rightarrow \Delta_{21} = -3 + 1 - 5 = -7$$

$$\Delta_{24} = u_2 + v_4 - c_{24} \Rightarrow \Delta_{24} = -3 + 7 - 4 = 0$$

$$\Delta_{31} = u_3 + v_1 - c_{13} \Rightarrow \Delta_{31} = -5 + 1 - 2 = -6$$

$$\Delta_{32} = u_3 + v_2 - c_{32} \Rightarrow \Delta_{32} = -5 + 4 - 5 = -6$$

Le nouveau tableau obtenu possède alors la forme suivante :

	B1	B2	B3	B4	a_i	u_i
A1	1 (12)	4 (8) -	2 + 4	3 4	20	0
A2	5 -7	1 (15) +	3 (6) -	4 0	21	-3
A3	2 -6	5 -6	1 (22)	2 (13)	35	-5
b_j	12	23	28	13	76	
v_j	1	4	6	7		

Tableau 16 : 2^{ème} tableau de la méthode des potentiels

Le plan basique initial n'est pas optimal, car $\Delta_{i_0j_0} = \max \Delta_{ij} = \Delta_{13} = 4 > 0$.

A l'aide de la case (1,3), on construit le cycle $(1,3) \longrightarrow (2,3) \longrightarrow (1,2) \longrightarrow (1,3)$

On aura alors :

$$\theta^\circ = x_{i_1j_1} = \min \{8,6\} = 6.$$

Pour le nouveau plan basique $\bar{x}$, on obtient :

$$\bar{x}_{13} = x_{13} + \theta^\circ = 6 ; \quad \bar{x}_{22} = x_{22} + \theta^\circ = 21 ; \quad \bar{x}_{12} = x_{12} - \theta^\circ = 2 ; \quad \bar{x}_{23} = x_{23} - \theta^\circ = 0.$$

Les autres variables $\bar{x}_{ij}$ resteront inchangées.

On commencera donc une nouvelle itération avec le tableau suivant :

	B1	B2	B3	B4	a_i	u_i
A1	1 (12)	4 (2)	2 (6)	3 0	20	0
A2	5 -7	1 (21)	3 -4	4 -4	21	-3
A3	2 -2	5 -2	1 (22)	2 (13)	35	-1
b_j	12	23	28	13	76	
v_j	1	4	2	3		

Tableau 17 : 3^{ème} tableau de la méthode des potentiels

Le critère d'optimalité est vérifié dans ce tableau, donc

$x^\circ = \{x_{ij}^\circ, 1 \leq i \leq 3, 1 \leq j \leq 4\}$ avec :

$x_{11}^\circ = 12, x_{12}^\circ = 2, x_{13}^\circ = 6, x_{14}^\circ = 0, x_{21}^\circ = 0, x_{22}^\circ = 21, x_{23}^\circ = 0, x_{24}^\circ = 0,$

$x_{31}^\circ = 0, x_{32}^\circ = 0, x_{33}^\circ = 22, x_{34}^\circ = 13$, est optimale et $Z^\circ = \min Z(x) = Z(x^\circ) = 10$

Dressons le tableau de transport avec les variables basiques x' trouvé dans l'exemple 3 en utilisant la méthode de l'élément minimal :

	B1	B2	B3	B4	a_i
A1	1 (12)	4 (2)	2	3 (6)	20
A2	5	1 (21)	3	4	21
A3	2	5	1 (28)	2 (7)	35
b_j	12	23	28	13	76

Tableau 18 : 4^{ème} tableau de la méthode des potentiels

En posant $u_i = 0$, on calcule les autres potentiels par la formule (3) :

$$v_1 = c_{11} - u_1 = 1 - 0 = 1 \quad v_2 = c_{12} - u_1 = 4 - 0 = 4 \quad v_4 = c_{14} - u_1 = 3 - 0 = 3$$

$$u_2 = c_{22} - v_2 = 1 - 4 = -3 \quad u_3 = c_{34} - v_4 = 2 - 3 = -1 \quad v_3 = c_{33} - u_3 = 1 - (-1) = 2.$$

Calculons les estimations Δ_{ij} :

$$\Delta_{ij} = 0 \quad (i,j) \in U_B,$$

$$\Delta_{ij} = u_i + v_j - c_{ij} \quad (i,j) \in U_H.$$

$$\Delta_{13} = u_1 + v_3 - c_{13} = 0 \quad \Delta_{21} = u_2 + v_1 - c_{21} = -7 \quad \Delta_{23} = u_2 + v_3 - c_{23} = -4$$

$$\Delta_{24} = u_2 + v_4 - c_{24} = -4 \quad \Delta_{31} = u_3 + v_1 - c_{31} = -2 \quad \Delta_{32} = u_3 + v_2 - c_{32} = -2$$

On obtient alors le tableau suivant :

	B1	B2	B3	B4	a_i	u_i
A1	1 (12)	4 (2)	2	3 (6)	20	0
A2	5	1 (21)	3	4	21	-3
A3	2	5	1 (28)	2 (7)	35	-1
b_j	12	23	28	17	76	
v_j	1	4	2	3		

Tableau 19 : 5^{ème} tableau de la méthode des potentiels

Le critère d'optimalité est vérifié, donc le plan de transport basique x^* est optimal, avec $Z(x^*) = 101$.

- **Problème d'affectation : [2]**

Le problème d'affectation est un cas particulier de la programmation linéaire en variables binaires. Il consiste à affecter n ressources (produits, personnes, ...etc.) à m activités (compartiments, tâches,...etc.) tout en minimisant le coût total de l'affectation.

Exemple : L'affectation de m produits à n compartiments

Le problème d'affectation linéaire se formule comme suit :

$$\begin{cases} z(X) = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n C_{ij} X_{ij} \rightarrow \min & (1) \\ \sum_{i=1}^m X_{ij} = 1, \forall j = \overline{1, n} & (2) \\ \sum_{j=1}^n X_{ij} = 1, \forall i = \overline{1, m} & (3) \\ X_{ij} \in \{0,1\}, \forall i = \overline{1, m}, \forall j = \overline{1, n} & (4) \end{cases}$$

Soit la variable de décision X_{ij} telle que :

Si $X_{ij}=1$, (le produit i est affecté au compartiment j) ;

$X_{ij} = 0$, sinon.

Avec

C_{ij} : Le coût d'affectation de produit i au compartiment j .

La contrainte (1) a pour objectif de minimiser le coût total d'affectation.

La contrainte (2) n'affecte pas plus d'un produit dans un seul compartiment.

La contrainte (3) impose que chaque produit est affecté exactement à un seul compartiment.

La contrainte (4) est une contrainte de binarité.

Exemple d'application : Soit A une matrice des coûts définie par : [6]

$$A = \begin{pmatrix} 17 & 15 & 9 & 5 & 12 \\ 16 & 16 & 10 & 5 & 10 \\ 12 & 15 & 14 & 11 & 5 \\ 4 & 8 & 14 & 17 & 13 \\ 13 & 9 & 8 & 12 & 17 \end{pmatrix}$$

Cherchons une opération d'affectation à moindre coût ;

Etape 1 : Création des zéros en ligne et colonne :

Cette étape consiste à encadrer et barrer les zéros.

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 10 & 4 & 0 & 7 \\ 11 & 11 & 5 & 0 & 5 \\ 7 & 10 & 9 & 6 & 0 \\ 0 & 4 & 10 & 13 & 9 \\ 5 & 1 & 0 & 4 & 9 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 9 & 4 & \boxed{0} & 7 \\ 11 & 10 & 5 & \cancel{0} & 5 \\ 7 & 9 & 9 & 6 & \boxed{0} \\ \boxed{0} & 3 & 10 & 13 & 9 \\ 5 & \boxed{0} & \cancel{0} & 4 & 9 \end{pmatrix}$$

$\boxed{0}$: Zéro encadré (sélectionné).

$\cancel{0}$: Zéro barré.

L'ordre de la matrice (A) = 5 $\neq$ nombre de zéro encadré, donc la solution n'est pas optimale.

Etape 2 : Application de l'algorithme Hangrois

Algorithme Hangrois :

- 1- Marquer toute ligne qui n'a pas de zéro encadré ;
- 2- Marquer toute colonne ayant un zéro barré sur une ligne marquée ;
- 3- Marquer toute ligne ayant un zéro sélectionné sur une colonne marquée ;
 - Répéter 2 et 3
- 4- barrer toute ligne non marquée, et toute colonne marquée, on a alors une nouvelle

matrice obtenue est de la manière suivante :

- Les éléments non barrés, on cherche alors le plus petit ;
- On ajoute ce plus petit élément à ceux barrés 2 fois ;
- on laisse inchanger les éléments barrés une fois ;

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 9 & 4 & \boxed{0} & 7 \\ 11 & 10 & 5 & \cancel{0} & 5 \\ \cancel{7} & \cancel{9} & \cancel{9} & \cancel{6} & \boxed{0} \\ \cancel{0} & \cancel{3} & \cancel{10} & \cancel{13} & \cancel{9} \\ \cancel{5} & \cancel{0} & \cancel{\cancel{0}} & \cancel{4} & \cancel{9} \end{pmatrix} \begin{matrix} x \\ x \\ \\ \\ \end{matrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 5 & \boxed{0} & \cancel{0} & 3 \\ 7 & 6 & 1 & \boxed{0} & 1 \\ 7 & 9 & 9 & 10 & \boxed{0} \\ \boxed{0} & 3 & 10 & 17 & 9 \\ 5 & \boxed{0} & \cancel{0} & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

Nous avons 5 zéros encadrés = ordre A $\Rightarrow$ la solution est optimale

L'affectation correspondante :

$$\begin{array}{lcl} a_3 & \xrightarrow{9} & b_1 \\ a_4 & \xrightarrow{5} & b_2 \\ a_5 & \xrightarrow{5} & b_3 \\ & \xrightarrow{4} & \\ a_1 & \xrightarrow{9} & b_4 \\ a_2 & \xrightarrow{9} & b_5 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \text{Valeur d'affectation minimale} = 9 + 5 + 5 + 4 + 9 = 32$$

V. CONCLUSION

Les méthodes présentées dans ce chapitre sont des méthodes théoriques des problèmes de tournées, et chacune d'elle propose une solution au problème de transport et de distribution, dans ce contexte nous présenterons dans le chapitre qui suit une représentation de cas pratique qui tient compte aux contraintes de notre problème.

CAS PRATIQUE

I. INTRODUCTION

Le Solveur d'Excel fait partie d'une série de commandes parfois appelées outils d'analyse de scénarios. Le Solveur vous permet de trouver une valeur optimale (maximale ou minimale) pour une formule dans une seule cellule, appelée cellule objectif, en fonction de contraintes ou de limites appliquées aux valeurs d'autres cellules de la formule dans une feuille de calcul. Le Solveur utilise un groupe de cellules, appelées variables de décision ou simplement cellules variables, qui interviennent dans le calcul des formules des cellules objectif et de contraintes. Le Solveur affine les valeurs des cellules variables de décision pour satisfaire aux limites appliquées aux cellules de contraintes et produire le résultat souhaité pour la cellule objectif.

II. UTILISATION DU SOLVEUR :

Le solveur se met en œuvre par la commande Solveur du groupe analyse de l'onglet Données. La fenêtre ci-contre montre l'utilisation du solveur.

La cellule cible(cellule objectif) est celle qui contient l'objectif. Cette valeur peut également être définie comme un maximum ou un minimum.

Les cellules variables contiennent les valeurs de départ du problème.

Les contraintes sont les valeurs imposées éventuellement par la situation étudiée.

Les cellules peuvent facilement être choisies grâce à l'outil .

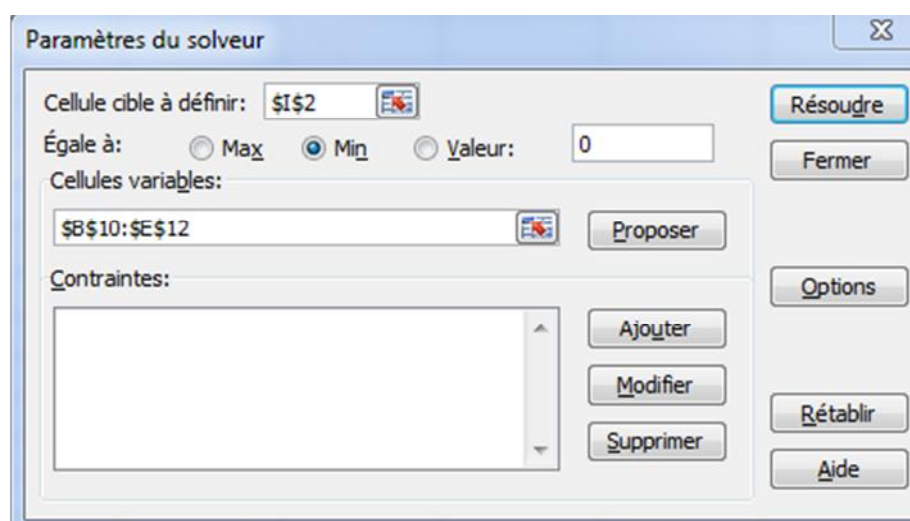


Figure 15 : Paramètre du solveur

Les contraintes :

On fixe ici les règles de logiques auxquelles sont soumises les cellules de notre tableau. Pour ajouter une contrainte, on clique donc sur le bouton Ajouter.

Les contraintes peuvent être de 5 types différents :

Contrainte	Signification
<=	Valeur de cellule inférieure ou égale à la contrainte
=	Valeur de cellule égale à la contrainte
>=	Valeur de cellule supérieure ou égale à la contrainte
Ent	Valeur de la cellule doit être un entier
Bin	Valeur de la cellule doit être 0 ou 1

Tableau 20 : Les différents types de contraintes

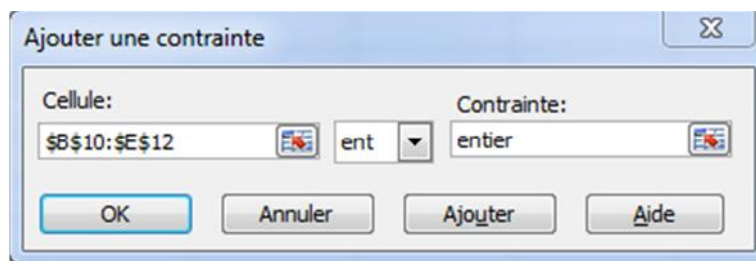


Figure16 : Ajouter une contrainte

On valide en cliquant sur Ok.

On ajoute de la même façon toutes les contraintes posées du problème .

On arrive donc à l'interface suivante :

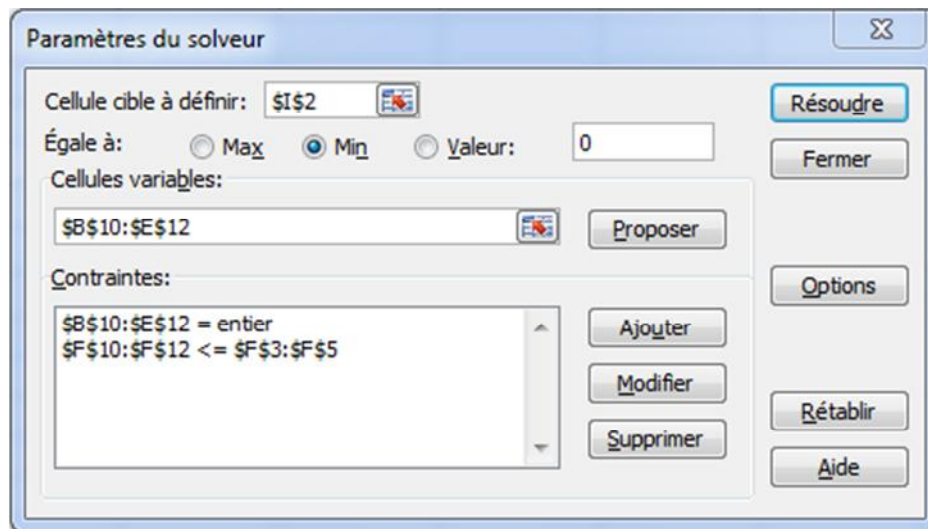


Figure 17 : Paramètre de solveur avec contraintes

On résout l'équation en cliquant alors sur Résoudre.

Si le solveur trouve une solution, il propose soit de garder les valeurs de solution ou bien de récupérer les valeurs d'origine du problème.

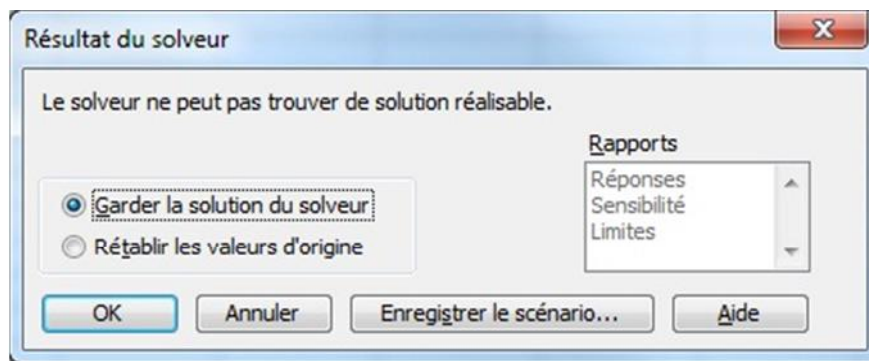


Figure 18 : Résultat du Solveur

Solveur d'Excel nous trouve la solution.

The screenshot shows an Excel spreadsheet with a transportation problem. The objective function $Z(x) = 101$ is displayed in cell H1. The Solver Parameters dialog box is open, showing the objective cell and constraints. The spreadsheet contains two tables:

Coûts	S1	S2	S3	S4	Demande
P1	1	4	2	3	20
P2	5	1	3	4	21
P3	2	5	1	2	35
Offre	12	23	28	13	76

Quantités	S1	S2	S3	S4	Total
P1	0	0	0	0	20
P2	0	0	0	0	21
P3	0	0	0	0	35
Total	12	23	28	13	76

Figure19: la résolution du problème de transport avec Solveur d'Excel

Les cases de couleur rouge représentent des quantités à envoyer des dépôts vers les clients, la cellule objectif $Z^o(x) = 101$

III. OPTION DU SOLVEUR :

Lorsqu'on clique sur le bouton Options du solveur, on accède à un certain nombre de caractéristiques du solveur en lui-même.

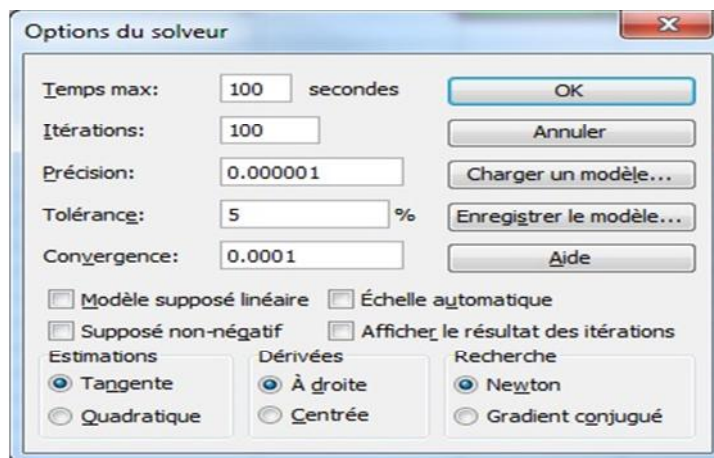


Figure 20 : Options de Solveur

- **Le temps max :** Il s'agit tout simplement du temps maximum que le solveur passera à chercher une solution. La valeur maximale du temps de traitement étant 32 767 secondes. La valeur par défaut 100 convient parfaitement à la plupart des problèmes simples.

- **Itérations** : Il s'agit du nombre de calculs intermédiaires maximum que le solveur testera s'il ne trouve pas la solution. La valeur maximale du temps de traitement étant 32 767. La valeur par défaut 100 convient parfaitement à la plupart des problèmes simples.
- **Précision** : Cette option correspond à la précision des résultats intermédiaires obtenus et les contraintes qui ont été fixées dans le cadre de l'énoncé. Le nombre décimal sera compris entre 0 et 1, une valeur de 0.001 sera plus précise qu'une valeur de 0.01. Plus le nombre de décimales sera grand, plus le niveau de précision sera donc élevé. La précision sera aussi à considérer pour les grandes valeurs. Si vous calculez avec des milliers ou des millions, pensez à cocher l'échelle automatique.
- **Tolérance** : Cette option ne s'applique que dans le cas où des contraintes sur des nombres entiers existent. Elle est similaire à la précision pour les nombres entiers.
- **Convergence** : Il s'agit cette fois de définir dans quelle limite la valeur de la cellule cible correspond au critère de valeur. Plus la convergence aura une valeur faible (entre 0 et 1), plus le résultat obtenu sera proche de l'objectif. Toutefois, cela peut impliquer un allongement de la durée de résolution.
- **Le Modèle supposé linéaire** : A cocher seulement si le système d'équation est linéaire.
- **Supposé non linéaire** : Impose au Solveur une limite inférieure égale à 0 (zéro) sur toutes les cellules variables pour lesquelles vous n'avez pas défini une limite inférieure dans la zone Contrainte de la boîte de dialogue Ajouter une contrainte.
- **Echelle automatique** : Activez cette case à cocher pour appliquer la mise à l'échelle automatique lorsque l'écart est important entre les entrées et les sorties, par exemple, en cas de maximisation du pourcentage du bénéfice obtenu à la suite d'investissements exprimés en millions.
- **Afficher le résultat des itérations** : Si vous souhaitez voir le résultat de chacune des itérations, en cochant cette case, vous obtiendrez une interruption du Solveur à la fin de chaque calcul intermédiaire.

IV. APPLICATION D'UN CAS PRATIQUE SUR EXCEL SOLVEUR

Le produit carburants (Essence sans plomb) se trouve stocké dans deux dépôts D1 et D2, centre (215C) Oued-Aissi et CARROUBIER.

Nous avons pour but d'acheminer ce produit à moindre coût vers 09 stations-service.

Le tableau ci-dessous illustre la capacité de chaque dépôt, la demande de chaque stations-service, avec les coûts de transport correspondants.

On suppose que les seuls coûts à prendre en compte pour l'optimisation sont les coûts de transport ; ceux-ci sont proportionnellement à la quantité transférée

COT	CR101	CR102	CR103	CR104	CR105	CR106	CR107	CR108	CR109	Capacité
D	7	5	3	10	5	7	6	15	4	10000
D2	10	8	15	7	9	6	8	10	5	10000
DEMANDE	12000	25000	12000	27000	30000	25000	12000	30000	27000	20000

Tableau 21 : Les coûts unitaires de transport

IV.1. Modélisation du problème :

Le programme linéaire correspond au problème de transport est le suivant :

$$Z(x) = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^9 C_{ij}x_{ij} \longrightarrow \text{Min} \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 7x_{11} + 5x_{12} + 3x_{13} + 10x_{14} + 5x_{15} + 7x_{16} + 6x_{17} + 15x_{18} + 4x_{19} \leq 100\,000 \\ 10x_{21} + 8x_{22} + 15x_{23} + 7x_{24} + 9x_{25} + 6x_{26} + 8x_{27} + 10x_{28} + 5x_{29} \leq 100\,000 \\ 7x_{11} + 10x_{21} \leq 12000 \\ 5x_{12} + 8x_{22} \leq 25000 \\ 3x_{13} + 15x_{23} \leq 12000 \\ 10x_{14} + 7x_{24} \leq 27000 \\ 5x_{15} + 9x_{25} \leq 30000 \\ 7x_{16} + 6x_{26} \leq 25000 \\ 6x_{17} + 8x_{27} \leq 12000 \\ 15x_{18} + 10x_{28} \leq 30000 \\ 4x_{19} + 5x_{29} \leq 27000 \end{array} \right. \quad (2)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad i = \overline{1,2} \quad j = \overline{1,9} \quad (3)$$

- (1) Représente la fonction objectif (économique)
- (2) les contraintes principales
- (3) les contraintes secondaires

IV.2. Résolution du problème par Excel Solveur :

La figure 21 présente les éléments de la feuille de calcul associée au problème de transport. La feuille de calcul comprend deux tableaux. Le 1er donne les paramètres du modèle de transport: les coûts unitaires de transport, la capacité de chaque dépôt et la demande de chaque station. Le 2e tableau contient les valeurs des variables de décision une fois le modèle résolu à l'aide du solveur.

Figure 21 : La fenêtre de calcul associée au problème de transport

Tableau 2 : Pour avoir le total de produit envoyé à la station GDR 1501, on utilisant la fonction Somme pour calculer ce total, et la même chose pour les autres colonnes ainsi les lignes.

On définit une case correspond à la fonction objectif $Z^{\circ}(x)$.

Pour calculer cette valeur, on aura à notre disposition une fonction assez pratique qui est la fonction SOMME PROD qui va permettre de calculer la somme des produit de terme à terme de deux tableaux, ici le tableau 1 et le tableau 2 (les variables).

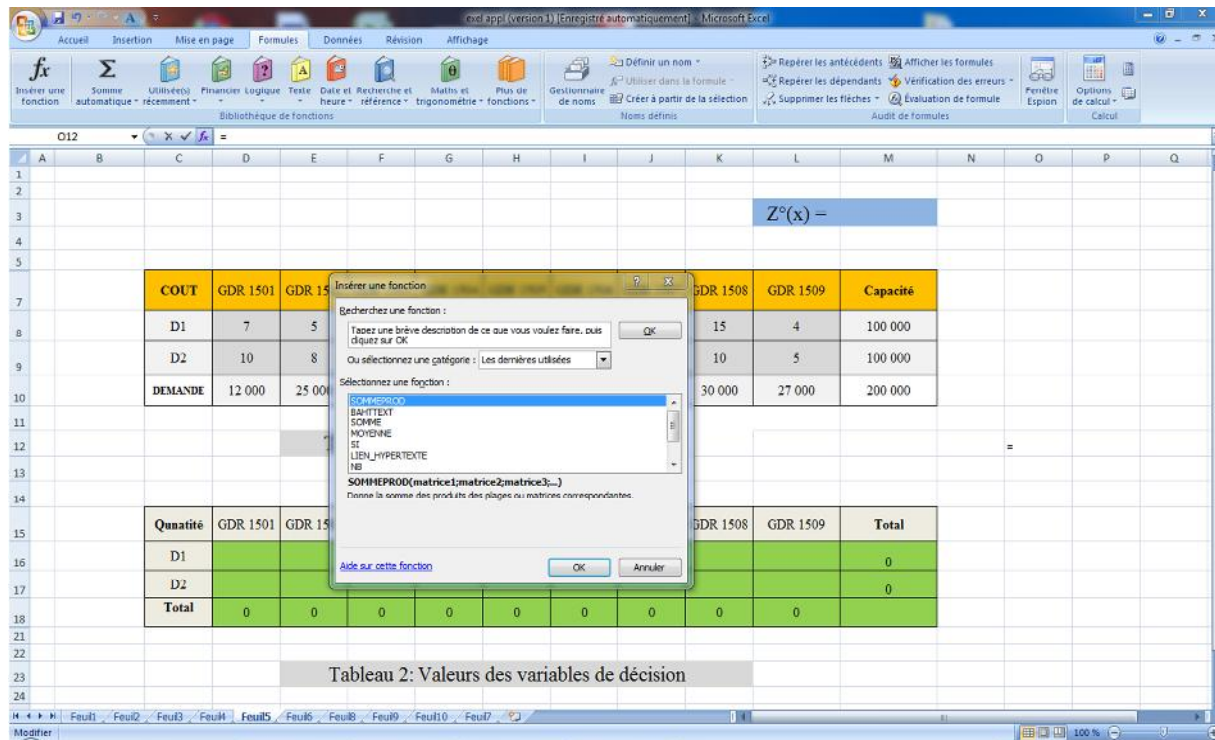


Figure 22 : Insertion de la fonction SOMMEPROD

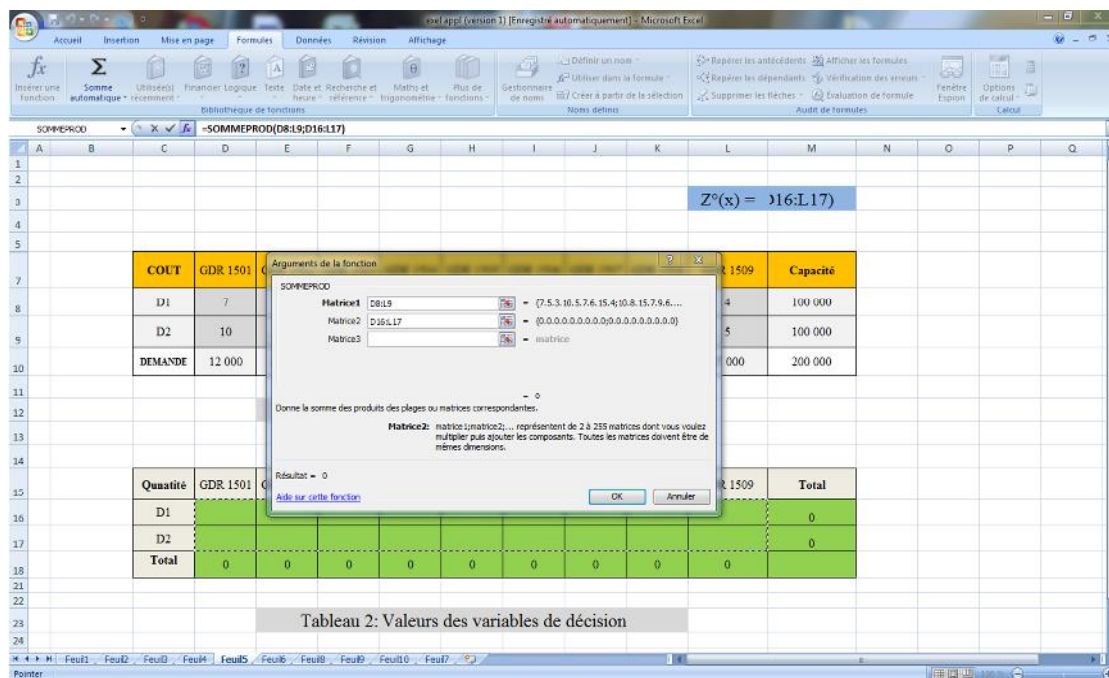


Figure 23 : Arguments de la fonction SOMMEPROD

Le problème maintenant est posé, il nous reste à prendre le SOLVEUR.

La cellule à définir **M3** a pour objectif de la minimiser.

Les cellules variables en les sélectionnant qui conçoivent la boîte de dialogue correspondante.

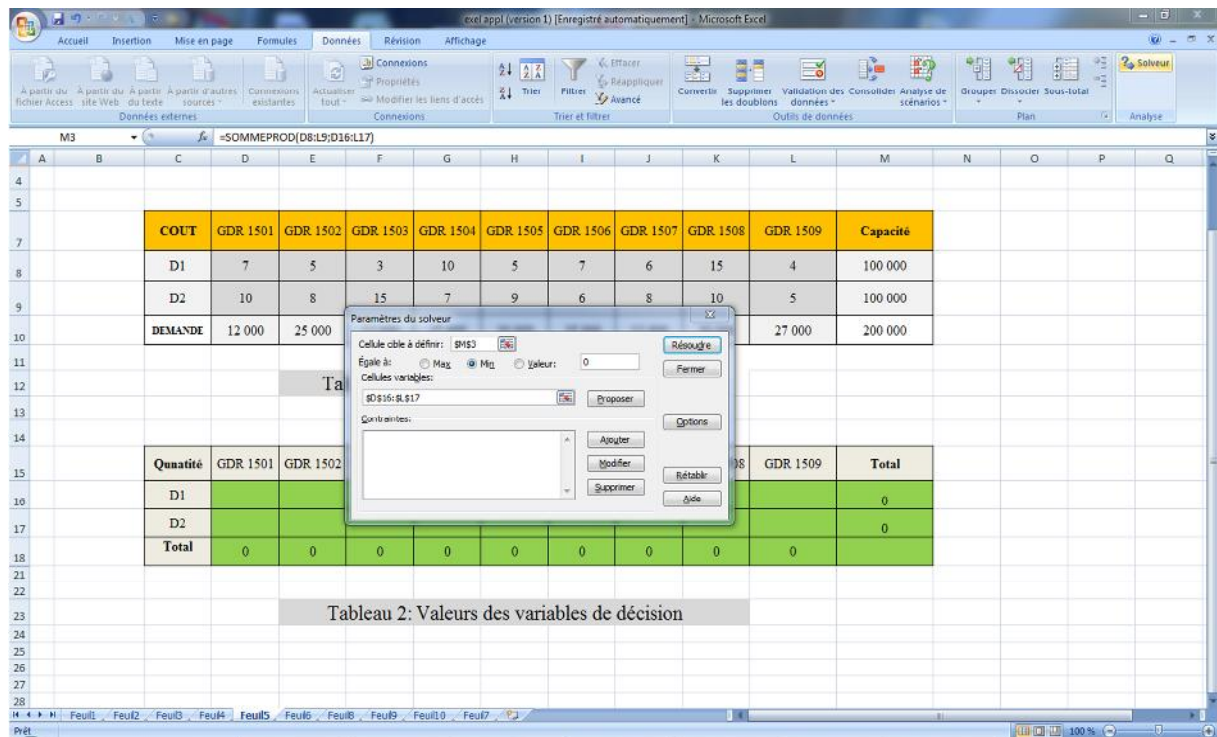


Figure 24 : La boîte de dialogue solveur

On ajoute les contraintes : on clique sur la boîte de dialogue contrainte et on clique sur ajouter.

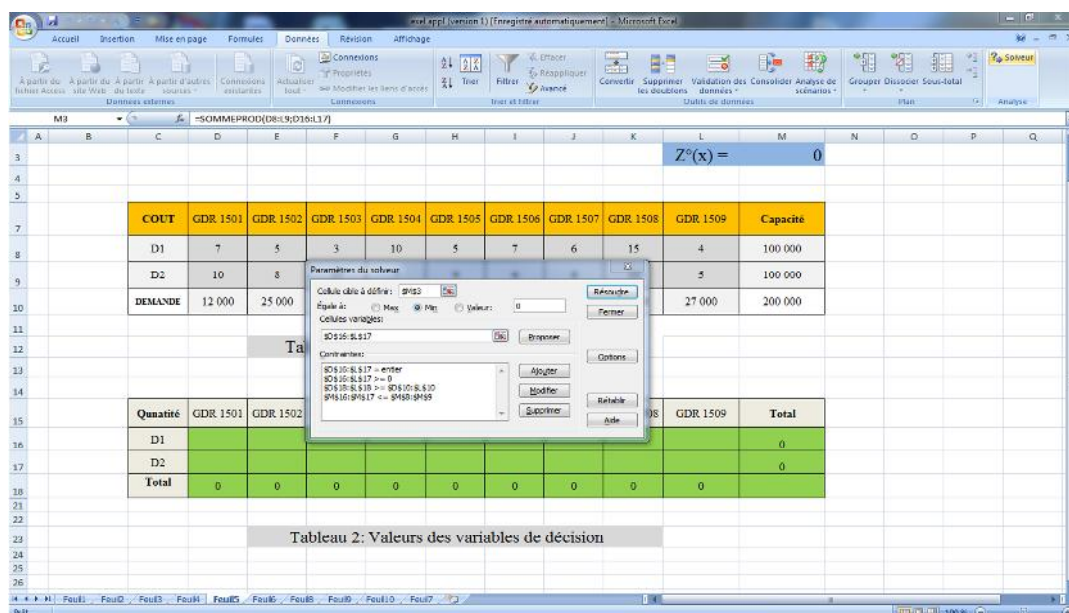


Figure 25 : Liste des contraintes

Première contrainte : Toutes les variables doivent être des entiers.

Deuxième contrainte : Toutes les cellules (lignes et colonnes) doivent être supérieures ou égales à zéro.

Troisième contrainte : toutes les demandes doivent être satisfaites.

Quatrième contrainte : toutes les quantités demandées ne doivent pas dépasser la capacité des dépôts.

Le problème maintenant est posé, nous avons des options dans le Solveur, et si on coche, le modèle supposé est linéaire, ce qui le cas ici, le Solveur trouvera une solution.

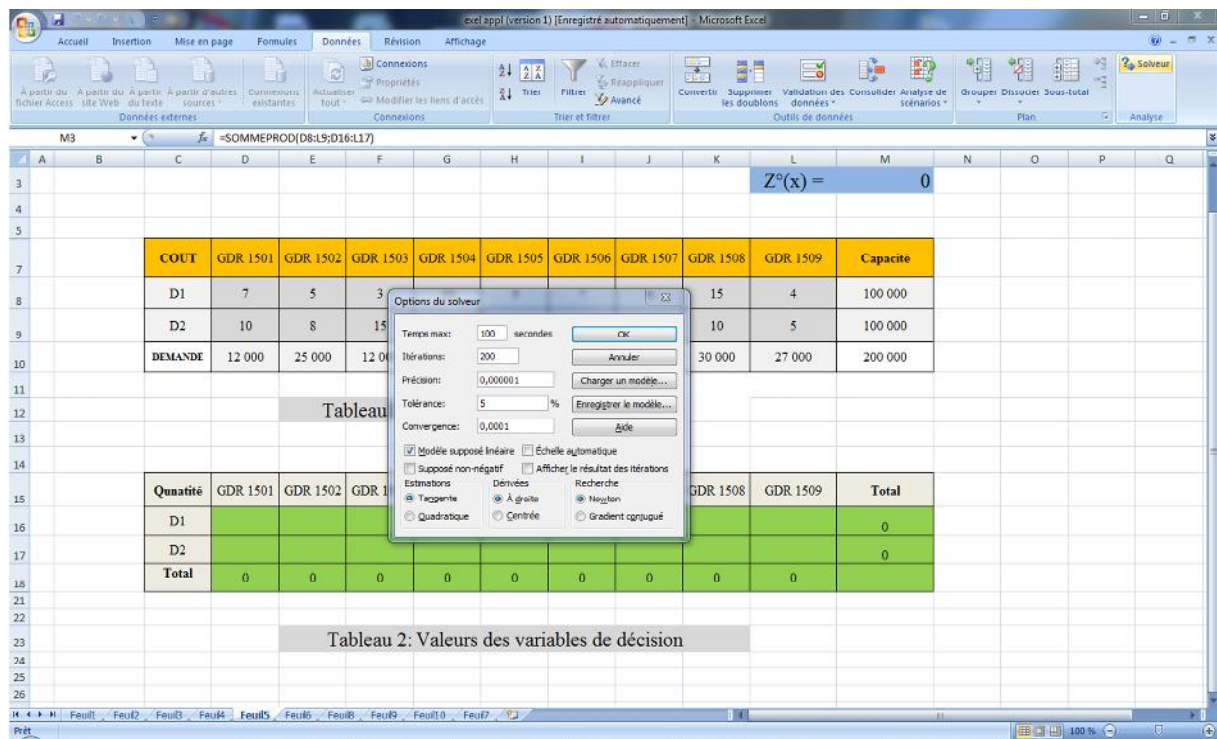


Figure 26 : Le modèle linéaire de solveur

La solution obtenue par solveur est $Z^{\circ}(x)=1232000$

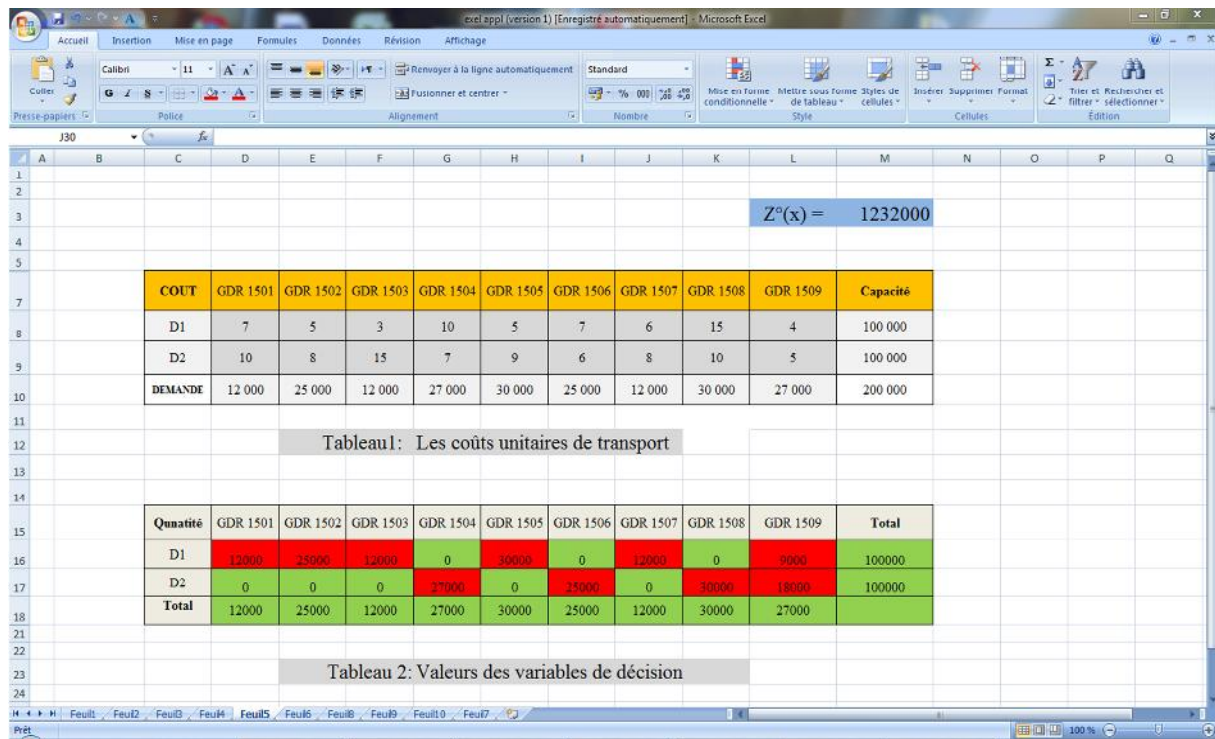


Figure 27 : La Solution

	GDR 1501	GDR 1502	GDR 1503	GDR 1504	GDR 1505	GDR 1506	GDR 1507	GDR 1508	GDR 1509	a_i
D1	7 (12000)	5 (25000)	3 (12000)	10	5 (30000)	7	6 (12000)	15	4 (9000)	100 000
D2	10	8	15	7 (27000)	9	6 (25000)	8	10 (30000)	5 (18000)	100 000
b_j	12 000	25 000	12 000	27 000	30 000	25 000	12 000	30 000	27 000	200 000

Tableau 22 : Tableau associé au problème de transport

Le plan basique optimal du transport est le suivant :

$$x^{\circ} = \{x^{\circ}_{ij}, 1 \leq i \leq 2, 1 \leq j \leq 9\}$$

$$x^{\circ}_{11} = 12000 \quad x^{\circ}_{12} = 25000 \quad x^{\circ}_{13} = 12000 \quad x^{\circ}_{15} = 30000 \quad x^{\circ}_{17} = 12000 \quad x^{\circ}_{19} = 9000$$

$$x^{\circ}_{24} = 27000 \quad x^{\circ}_{26} = 25000 \quad x^{\circ}_{28} = 30000 \quad x^{\circ}_{29} = 18000$$

$$\text{Avec } Z^{\circ}(x^{\circ}) = 123\,2000$$

V. CONCLUSION

Un problème d'optimisation se présente mathématiquement sous la forme fonctionnelle d'un objectif à plusieurs variables à maximiser ou à minimiser, dans ce cadre, la mise en œuvre de la fonction Solveur nous a permis de résoudre notre problème tout en respectant certaines contraintes et variables qui le régissent.

CONCLUSION

GENERALE

Nous avons abordé dans ce travail, l'optimisation de la distribution des produits carburants au niveau de l'entreprise NAFTAL. Il s'agit de rechercher la meilleure combinaison possible des paramètres de transport afin de satisfaire ses clients à moindre coût.

Dans ce contexte, notre travail consiste à fournir un outil d'aide à la décision en matière de la distribution des produits pétroliers. Ce problème consiste à mettre en œuvre l'un des modèles d'optimisation d'un moyen de transport afin de satisfaire l'ensemble de ces clients.

L'étude de la problématique du transport des produits carburants vers les régions, a fait l'objet de notre étude, ainsi après avoir décrit le schéma de distribution, nous avons opté de résoudre le problème et compte tenu de sa complexité et proposera une solution optimale, qui minimise les coûts engendrés par l'acheminement des produits carburants des dépôts vers ses clients.

Pour faire des méthodes que nous proposons des outils d'aide à la décision au niveau de l'entreprise, nous avons utilisé une application qui est le Solveur d'Excel qui permet à l'utilisateur de faire des simulations des contraintes pour obtenir les résultats escomptés.

La présente étude a été notre premier contact avec le monde du travail, c'est aussi la première fois que nous avons été amené à mettre en pratique nos connaissances acquises dans le domaine de la recherche opérationnelle, pour aboutir à des résultats concrets. Tout au long de ce travail nous avons suivi fidèlement les étapes types de la recherche opérationnelle à savoir : l'analyse du problème, la modélisation, la résolution et l'interprétation des résultats.

Notre projet nous a permis de :

- ✓ Découvrir le domaine de la recherche des hydrocarbures en particulier celui de carburants terre.
- ✓ Approfondir nos connaissances en programmation linéaire.

Perspectives

Nous proposons :

- Qu'une étude économique soit établie sur les différents coûts utilisés dans la formulation mathématique.

- L'informatisation de la prise des commandes pour une meilleure organisation des commandes.
- La mise en place des infrastructures de stockage suffisantes comparativement au marché potentiel pour éviter les pénuries.
- La mise en place d'un système de management du qualité ;ce terme recouvre ce que l'organisme fait pour satisfaire les exigences qualités des clients.

Finalement, nous espérons que ce travail soit bénéfique pour l'entreprise et qu'il ouvre une porte pour l'exploitation de plus en plus effective et croissante des techniques de la recherche opérationnelle.

Bibliographie

- [4] Documents internes de NAFTAL
- [2] Gestion scientifique des stocks en carburant. Etude du cas: NAFTAL. Mémoire d'ingénieur en RO, U.M.M.T.O 2012
- [5] J.KUNTZMANN. Théorie des réseaux (Graphe) 1972.
- [7] M.AIDEN B.OUKACHA, Recherche Opérationnelle, programmation linéaire.2005.
- [6]N. BELHARRAT & Collectif. Théorie des graphes Recherche opérationnelle 2002/2003.
- [8] Optimisation de l'utilisation des produits chimiques dans l'épuration des eaux usées , Mémoire d'ingénieur d'Etat en RO, U.S.T.H.B.2009
- [3] Ravitaillement et distribution des produits pétroliers au niveau de l'entreprise NAFTAL, Mémoire Licence en RO, U.M.M.T.O 2012/2013.
- [1] www.naftal.dz