



Laboratoire de Physique et Chimie Quantique

MÉMOIRE DE MASTER

FILIÈRE : Physique

SPÉCIALITÉ : Nanophysique

Présenté par :

DJEMAIAI Lyli

Thème :

**Étude par BOR-FDTD du Spot de Poisson-Arago résultant
de la diffraction de la lumière par des objets métalliques à
symétrie de révolution**

Devant le jury d'examen composé de :

<i>M.</i>	Aziz	EL KECHAI	Professeur	U.M.M.T.O.	Président
<i>M.</i>	Abdelaziz	MEZEGHRANE	Professeur	U.M.M.T.O.	Directeur
<i>M.</i>	Abderrahmane	BELKHIR	Professeur	U.M.M.T.O.	Co-Directeur
<i>Mme.</i>	Fadila	LALAM	Professeur	U.M.M.T.O.	Examineur

Soutenu publiquement le : 03/09/2020

Remerciements

Ce stage de master a été réalisé au Laboratoire de Physique et Chimie Quantique de l'Université Mouloud MAMMERRI de Tizi-Ouzou. A cet effet, je tiens à présenter mon remerciement et ma reconnaissance à tout le personnel du laboratoire, à leur tête son directeur le Professeur Hamid BOUZAR.

J'adresse mes plus vifs sentiments de gratitude à mes directeurs de stage : Monsieur Abdelaziz Mezeghrane et Monsieur Abderrahmane Belkhir, pour la confiance qu'ils m'ont accordée, leur soutien constant, leurs précieux conseils et leur disponibilité tout au long de mon stage. Ce fut une chance pour moi de travailler sous leur direction. Qu'ils trouvent ici mes sincères remerciements et mon profond respect.

Je souhaite adresser mes remerciements les plus sincères au corps professoral de l'Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou. Plus particulièrement les enseignants du département de physique pour la richesse et la qualité de leur enseignement et qui déploient de grands efforts pour assurer à leurs étudiants une formation actualisée.

Mes sincères remerciements s'adressent aux membres du jury qui m'ont fait l'honneur d'examiner et de juger ce travail.

Enfin j'aimerais remercier du fond du cœur mes très chers parents et frères d'avoir été toujours là à mes côtés, de m'avoir encouragée tout au long de mes études. Sans eux je n'en serais sûrement pas arrivée là.

Je remercie également tous mes Ami(e)s que j'aime, tout particulièrement Chanez et Terkia, pour leur amitié, leur soutien inconditionnel et les bons moments que nous avons partagé ensemble.

Résumé

Le spot d'Arago-Poisson est une démonstration du caractère ondulatoire de la lumière. C'est un point lumineux brillant qui apparaît dans l'ombre d'un disque opaque éclairé par une onde plane. Ce phénomène a entraîné des difficultés dans diverses applications laser à haute énergie et a été considéré comme une nuisance. Cependant il est aujourd'hui envisagé d'utiliser la taille et la forme du spot d'Arago pour diverses applications telles que l'alignement précis dans les applications d'ingénierie modernes ou sonder les aberrations dans les faisceaux laser en utilisant la sensibilité du spot aux aberrations des faisceaux.

L'objectif de ce travail est la modélisation du spot de Poisson-Arago par la méthode BOR-FDTD tout en considérant l'aspect vectoriel du champ électromagnétique. L'effet des paramètres physique et géométrique sur la taille et l'intensité du spot est étudié en vue d'explorer l'impact des effets plasmoniques sur la lumière diffractée en considérant la nature réelle du métal.

Mots-clés : Spot de Poisson-Arago, BOR-FDTD, Plasmon, diffraction de Fraunhofer, champ proche.

Abstract

The spot of Poisson-Arago is a demonstration of the wave character of light. It is a bright spot of light that appears in the shadow of an opaque disk illuminated by a plane wave. This phenomenon has caused difficulties in various high energy laser applications and has been considered to be a nuisance. However, today it is envisioned to use the size and shape of the Arago spot for various applications such as precise alignment in modern engineering applications or probing aberrations in laser beams using spot sensitivity to beam aberrations.

The aim of this work is the modeling of the Poisson-Arago spot by the BOR-FDTD method while considering the vectorial aspect of the electromagnetic field. The effect of physical and geometric parameters on the size and intensity of the spot is studied in order to explore the impact of plasmonic effects on diffracted light considering the real nature of the metal.

Key words : The Poisson-Arago spot, BOR-FDTD, Plasmon, Fraunhofer diffraction, near field.

Table des matières

Table des matières	i
Table des figures	iv
<i>Introduction générale</i>	1
I Généralités	3
I.1 Le modèle scalaire de la lumière	3
I.1.1 Ondes lumineuses scalaires et intensité	3
I.1.2 Éclairement d'une surface	4
I.2 Théorie de la diffraction	4
I.2.1 Diffraction et principe de Huygens-Fresnel	4
I.2.2 Diffraction de Fresnel	5
I.2.3 Approximation de Fraunhofer	5
I.2.4 Tache de Poisson-Arago	7
I.3 Diffraction et plasmons de surface	8
I.3.1 Plasmons de surface propagatifs	8
I.3.2 Plasmons de surface localisés	9
I.4 Conclusion	10
II Modélisation des objets à symétrie de révolution par la méthode BOR-FDTD	11
II.1 Introduction	11
II.2 Algorithme BOR-FDTD	11
II.2.1 Implémentation de la méthode BOR-FDTD en coordonnées cylindriques	11
II.2.2 Discrétisation des équations de Maxwell selon le schéma de Yee adapté aux coordonnées cylindriques	14
II.2.3 Equations aux différences centrées sur l'axe de symétrie	15
II.3 Critère de stabilité de la méthode BOR-FDTD	15
II.4 Conditions aux limites	15
II.4.1 Conditions PML	15
II.5 Modèles de dispersion des métaux	17
II.5.1 Modèle de Drude à deux points critiques	17
II.6 Conclusion	17
III Résultats et Discussions	18
III.1 Test de validation du code BOR-FDTD utilisé	18
III.2 Étude du spot	20
III.2.1 Disque en métal parfait éclairé par une onde polarisée rectilignement	20
III.2.2 Disque en métal parfait éclairé par une onde polarisée radialement	22
III.3 Étude paramétrique dans le cas de la polarisation rectiligne	25
III.3.1 Effet de la dispersion	25
III.3.2 Effet de l'épaisseur du disque	26

III.3.2.1 Étude en champ proche	27
III.3.3 Effet du rayon du disque	27
III.4 conclusion	29
<i>Conclusion générale</i>	30
Bibliographie	32

Table des figures

I.1	<i>Geométrie du principe de Huygens-Fresnel.</i>	4
I.2	<i>Figure de diffraction d'un faisceau laser par une ouverture circulaire. Il apparaît clairement la symétrie de révolution de l'obstacle éclairé. Cette figure est appelée "tache d'Airy" et le rayon angulaire de la tache centrale vaut $1.22\lambda/2R$ [9].</i>	6
I.3	<i>Diffraction par un disque opaque. Notons l'existence de franges équidistantes dans la zone d'ombre, de franges non équidistantes en dehors, ainsi que d'une tache centrale, la tache de Poisson-Arago [14].</i>	8
I.4	<i>Couplage des plasmons de surface par prisme dans la configuration de (a) Otto et (b) Kretschmann [17].</i>	8
I.5	<i>Illustration de la propagation d'un plasmon de surface délocalisé à une interface entre un film métallique plan et un matériau diélectrique. Les lignes du champ qui se propage sont représentées en rouge et le caractère évanescent de l'onde qui se propage est représenté sur la droite [21].</i>	9
I.6	<i>Illustration de l'excitation d'un plasmon de surface localisé et de l'oscillation du gaz d'électron libre. La particule métallique est représentée en jaune et le déplacement du nuage électronique en bleu clair. Le champ exciteur incident et la radiation du dipôle induit sont respectivement représentés par des flèches gris clair et rouges [21].</i>	9
II.1	<i>Schéma de Yee adapté en coordonnées cylindriques montrant les points de calcul des composantes électromagnétiques. a) Cas 3D et b) Cas 2D, [27].</i>	13
II.2	<i>Domaine de calcul BOR-FDTD entouré de PML [27].</i>	16
III.1	<i>Distribution de l'intensité dans le plan (x,z) : a) calcul de M.Gondran et A.Gondran [33] et b) nos calculs BOR-FDTD.</i>	18
III.2	<i>Distribution de l'intensité dans le plan (x,z) derrière le disque opaque obtenue par le code BOR-FDTD : (a) Intensité représentée entre $z=0 \mu\text{m}$ et $z=7 \mu\text{m}$, (b) Intensité représentée entre $z=0 \mu\text{m}$ et $z=1.7 \mu\text{m}$, (c) Intensité représentée entre $z=3.5 \mu\text{m}$ et $z=7 \mu\text{m}$.</i>	19
III.3	<i>Distribution de l'intensité dans le plan (x,z) derrière le disque opaque obtenue par le code FDTD classique : (a) Intensité représentée entre $z=0 \mu\text{m}$ et $z=7 \mu\text{m}$, (b) Intensité représentée entre $z=0 \mu\text{m}$ et $z=1.7 \mu\text{m}$, (c) Intensité représentée entre $z=3.5 \mu\text{m}$ et $z=7 \mu\text{m}$.</i>	19
III.4	<i>Distribution de l'intensité dans le plan (x,y) pour différentes valeurs de la distance d séparant l'obstacle de l'écran d'observation suivant la direction z.</i>	20
III.5	<i>Distribution de l'intensité dans l'espace contenant l'obstacle : a) $E_r ^2 + E_z ^2$, b) $E_z ^2$, c) $E_r ^2$.</i>	21
III.6	<i>Distribution de l'intensité à partir de 600 nm de l'obstacle : a) $E_r ^2 + E_z ^2$, b) $E_z ^2$, c) $E_r ^2$.</i>	21
III.7	<i>Évolution de E_r et de E_z en fonction de x juste après le disque.</i>	22

III.8	(a) Évolution de $ E_r $ sur l'axe de révolution en fonction de la distance z . (b) zoom contenant l'obstacle.	22
III.9	Distribution de l'intensité dans le plan (x,z) : a) à partir de 600nm après le disque. (b) zoom entre $0.6\mu\text{m}$ et $20\mu\text{m}$	23
III.10	(a) Évolution de l'intensité du champ électrique E_r sur l'axe de révolution en fonction de la distance z . (b) Évolution de l'intensité du champ électrique E_z sur l'axe de révolution en fonction de la distance z	23
III.11	Distribution de l'intensité du champ électrique dans le plan (x,y) pour différentes valeurs de la distance d le séparant de l'obstacle (suivant la direction z).	24
III.12	a) $ E_z ^2$ juste après l'obstacle, b) $ E_r ^2$ juste après l'obstacle, c) $ E_z ^2$ à $160\mu\text{m}$ de l'obstacle, d) $ E_r ^2$ à $160\mu\text{m}$ de l'obstacle.	24
III.13	Distribution de l'intensité électrique dans le plan (x,z) contenant l'obstacle : a) dans le cas du métal parfait et b) dans le cas du métal réel (argent).	25
III.14	Distribution de l'intensité électrique dans le plan (x,z) tracée à partir de 600 nm de l'obstacle : a) dans le cas du métal parfait et b) dans le cas du métal réel (argent).	25
III.15	Distribution de l'intensité électrique dans le plan (x,z) (zoom contenant le spot centrale uniquement) : a) dans le cas du métal parfait et b) dans le cas du métal réel (argent).	26
III.16	Évolution de la taille et de l'intensité du spot de Poisson-Arago en fonction de l'épaisseur du disque opaque en argent (courbe noire) et en métal parfait (courbe rouge).	26
III.17	Distribution du champ électrique le long de l'axe de révolution en champ proche. a) dans le cas de l'argent, b) dans le cas du métal parfait.	27
III.18	Distribution de l'intensité derrière le disque opaque dans le plan (x,z) pour différentes valeurs de rayon du disque.	28
III.19	Évolution de la taille et de l'intensité du spot de Poisson-Arago en fonction de la distance d le séparant de l'obstacle (suivant la direction z) pour différentes valeurs du rayon du disque.	28

Introduction générale

Le point ou spot de Poisson-Arago est souvent mentionné dans les manuels d'optique comme une démonstration spectaculaire de la nature ondulatoire de la lumière. Il consiste en un point lumineux apparaissant au centre de l'ombre géométrique d'un disque ou d'une sphère totalement opaque uniformément éclairée. Son existence contre-intuitive n'est pas explicable par l'optique géométrique traditionnelle basée sur les lois de la réflexion et de la réfraction. Ce furent les travaux théoriques de Fresnel [1], défendus par le physicien François Arago, qui établirent la conception ondulatoire de la lumière capable de rendre compte, à travers la diffraction, de ce phénomène paradoxal. Depuis, de telles taches ont également été observées avec des rayons X, en acoustique et même avec des ondes de matière moléculaire [2]. En optique, il a été utilisé pour l'alignement parfait de deux points précis dans les applications d'ingénierie modernes [3], dans les expériences de fusion laser. Il a été utilisé pour sonder les aberrations dans les faisceaux laser en utilisant la sensibilité du spot aux aberrations des faisceaux [4]. En astronomie le point de Poisson-Arago est à la base de l'aragoscope, utilisé pour atteindre la limite de diffraction basée sur la taille du disque à faible coût, plutôt que sur le miroir d'un télescope coûteux. Récemment, il a été démontré qu'en exploitant le domaine de Fourier il est possible de dresser une analogie formelle entre la diffraction 1D de la lumière et la dispersion subie par impulsion ultra-brève. Cela a permis la transposition de solutions connues de l'optique spatiale à l'optique temporelle. Il est donc possible de recréer un analogue temporel 1D de la tache d'Arago spatiale [5].

Parallèlement, de nouveaux types de faisceaux sont apparus récemment [6], appelés faisceaux de Laguerre-Gauss. Ces faisceaux ont une phase qui varie avec la rotation autour de leur axe. De tels faisceaux inhabituelles existent en optique, dans le domaine des micro-ondes et même en acoustique. Ils peuvent également se diffracter et interférer. Récemment, il a été montré que la diffraction de ce genre de faisceaux par un disque, conduit à une tache sombre au milieu d'une tache lumineuse qui apparaît au centre de l'ombre du disque [7]. De plus, cette tache peut se fractionner en une multitude de taches en raison d'un désalignement par exemple [8].

De nos jours l'étude de tel phénomènes nécessite des outils de simulation et de fabrication très élaborés. Pour cela, le développement d'outils de modélisation en nano-optique sont nécessaires pour expliquer des phénomènes physiques souvent complexes. Généralement numériques, ces outils sont basés sur la résolution des équations de Maxwell. La méthode la plus populaire est la méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD pour Finite Difference Time Domain) qui est utilisée dans ce travail de mémoire. Cette technique, basée

sur le schéma de Yee, est généralement développée dans la base cartésienne. Cependant pour une meilleure description d'objets à symétrie de révolution et une utilisation optimale des ressources informatiques, son développement en coordonnées cylindriques s'avère nécessaire. C'est cette méthode dite BOR-FDTD (pour Body Of Revolution FDTD) qui est utilisée dans ce travail pour l'étude du phénomène "spot de Poisson-Arago" résultant de la diffraction de la lumière par des objets métalliques à symétrie de révolution. Cette thématique a été initiée en collaboration avec l'équipe nano-optique, dirigée par le professeur F. I. Baida, du laboratoire FEMTO-ST de l'université Bourgogne-Franche Comté.

Ce manuscrit est constitué de trois chapitres. Le premier chapitre est consacré au rappel de quelques notions utiles telles que le modèle scalaire de la lumière, les théories de la diffraction en champ proche et en champ lointain, le spot de Poisson-Arago ainsi que le concept de plasmons de surface. Le deuxième chapitre traite de la méthode BOR-FDTD, utilisée pour la réalisation de cette étude. La discrétisation des équations de Maxwell en coordonnées cylindriques basée sur l'algorithme de Yee est donnée. Le critère de stabilité de la méthode BOR-FDTD est également discuté. Les conditions aux limites absorbantes (de type PML de Bérenger) délimitant l'espace libre sont rapportées. Le comportement dispersif des métaux est pris en compte à travers le modèle de Drude à deux points critiques pour l'argent. Le troisième et dernier chapitre est dédié à nos résultats de simulation BOR-FDTD du spot de Poisson-Arago résultant de la diffraction de la lumière par des objets métalliques à symétrie de révolution. En premier lieu, notre code BOR-FDTD est validé par comparaison avec des résultats de simulation trouvés dans la littérature. Les avantages de ce dernier ont été mis en évidence en la confrontant à la méthode FDTD classique développée dans un système de coordonnées cartésiennes. En deuxième lieu, une étude du phénomène "Spot de Poisson-Arago" est réalisée sur un disque en métal parfait en considérant les polarisations rectiligne (mode 1) et radiale (mode 0) du faisceau incident. Une étude paramétrique de l'intensité et de la taille du spot dans le cas d'un disque métallique éclairé par un faisceau polarisé linéairement a été menée. En fin, le manuscrit se termine par une conclusion générale et quelques perspectives.

Chapitre I

Généralités

Dans ce chapitre, nous donnerons un aperçu des concepts théoriques nécessaires à ce travail de mémoire. Nous commencerons par rappeler le modèle scalaire de la lumière, puis nous énoncerons les théories de la diffraction, qui sont utilisées dans notre étude, en détaillant en particulier la diffraction de Fresnel et l'approximation de Fraunhofer. Nous présenterons la tache de Poisson-Arago et le calcul mathématique de son intensité, établie à partir du principe d'Huygens-Fresnel et de l'intégrale de Rayleigh-Sommerfeld en champ proche. Nous aborderons en dernier lieu le concept de plasmons de surface.

I.1 Le modèle scalaire de la lumière

I.1.1 Ondes lumineuses scalaires et intensité

Une onde lumineuse est une onde électromagnétique, dont la longueur d'onde est comprise entre 400 et 700 nanomètres. En principe, une onde électromagnétique est une onde vectorielle. Cette caractéristique apparaît dans les expériences de polarisation de la lumière. Dans les expériences de diffraction et d'interférences la polarisation n'intervient pas directement. Dans ce cas, l'onde peut être traitée comme une fonction scalaire. Le modèle scalaire consiste à décrire l'onde lumineuse par un champ scalaire $E(\vec{r}, t)$ appelé onde scalaire ou vibration scalaire dont le transport de l'énergie peut être décrit par le concept de rayon lumineux¹. Dans le cadre de l'approximation scalaire, on peut représenter une onde lumineuse monochromatique par le champ scalaire :

$$E(\vec{r}, t) = E_0(\vec{r}) \cos(\omega t - \varphi(\vec{r})) \quad (\text{I.1})$$

$\vec{r} = (x, y, z)$ est le vecteur position, ω est la pulsation, $\varphi(\vec{r})$ est la phase, et $E_0(\vec{r})$ est l'amplitude complexe de l'onde.

L'intensité lumineuse correspondante est donnée par :

$$I(\vec{r}) = \langle E^2(\vec{r}, t) \rangle \quad (\text{I.2})$$

Une onde plane est un exemple d'onde scalaire monochromatique. Lorsqu'une source lumineuse isotrope est éloignée à très grande distance. Les rayons qui arrivent seront quasi-parallèles et les surfaces d'onde quasi-planes. Dans ce cas, la structure locale de l'onde peut être modélisée par :

$$E(\vec{r}, t) = E_0(\vec{r}) \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) \quad (\text{I.3})$$

où \vec{k} est le vecteur d'onde.

1. Les rayons lumineux correspondent aux lignes de champ du vecteur de Poynting et par conséquent aux trajectoires de l'énergie.

Pour bien aborder le problème de la diffraction d'un point de vue expérimental, il importe avant tout de pouvoir produire une onde plane incidente. Ceci se fait avec deux systèmes : soit avec un laser ou avec une source ponctuelle placée au foyer d'une lentille convergente.

I.1.2 Éclairement d'une surface

Pour une surface quelconque recevant un flux lumineux, l'éclairement ε en un point de la surface est défini comme la puissance reçue par unité de surface en ce point. Si la normale en ce point fait un angle θ avec le vecteur de Poynting, l'éclairement est lié à l'intensité par :

$$\varepsilon = I \cos \theta \quad (\text{I.4})$$

Dans le cas où la surface réceptrice est perpendiculaire au flux d'énergie, on peut confondre intensité et éclairement.

I.2 Théorie de la diffraction

La diffraction est le phénomène d'éparpillement de la lumière que nous observons lorsqu'une onde est matériellement limitée. Elle joue un rôle décisif dans la formation des images puisque tout système optique limite l'étendue du faisceau incident. La diffraction repose sur des phénomènes d'interférence constructive et destructive entre les ondes lumineuses, et est de fait « longueur d'onde dépendant ». L'interprétation de ce phénomène repose sur une théorie ondulatoire dont les précurseurs sont Huygens et Fresnel.

I.2.1 Diffraction et principe de Huygens-Fresnel

Le principe de Huygens-Fresnel explique la propagation d'une onde en termes d'ondes sphériques secondaires générées en tout point du front d'onde. Soit une onde monochromatique incidente sur une ouverture. D'après le principe de Huygens, tout élément de surface de l'ouverture peut être considéré comme une source secondaire, se propageant de proche en proche (Huygens) et l'amplitude de l'onde émise par cette source secondaire est proportionnelle à la somme de chacun des éléments de surface de l'onde incidente (Fresnel). Les ondes émises par ces différentes sources interfèrent entre elles pour donner l'onde diffractée. On considère une ouverture (S) contenue dans le plan $z = 0$, soit $E(P) = E(x, y)$ l'amplitude de l'onde incidente en un point P quelconque de l'ouverture, de coordonnées (x, y) .

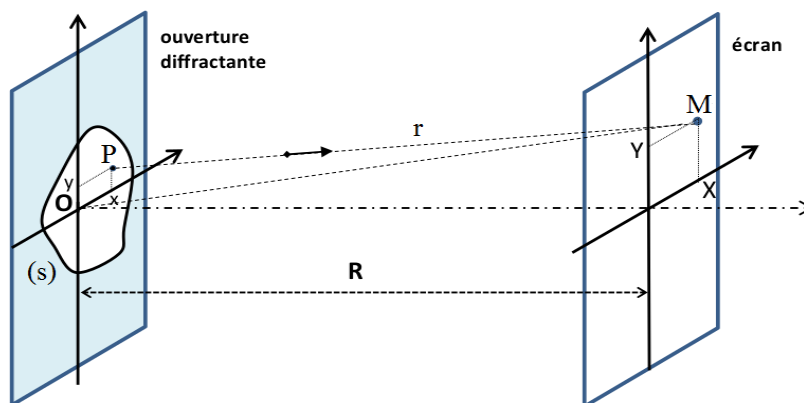


Figure I.1 – Géométrie du principe de Huygens-Fresnel.

L'amplitude de l'onde émise par la source secondaire de surface dS autour de P est de la forme $KE(P)dS$ où K est le facteur de Kirchhoff², dépendant de l'inclinaison de PM par rapport à (Oz) . Lorsqu'elle arrive au point d'observation M , de coordonnées (X, Y) dans le plan $z = R$, cette onde a pour amplitude, en notation complexe :

$$dE(M) = \frac{1}{PM} KE(P) dS e^{i\varphi \overline{PM}} = \frac{1}{PM} KE(P) dS e^{i \frac{2\pi \overline{PM}}{\lambda}} \quad (\text{I.5})$$

Le facteur $\frac{1}{PM}$ rend compte de la décroissance de l'amplitude de l'onde sphérique émise en P et $\varphi \overline{PM}$ représente le déphasage de l'onde entre P et M . L'amplitude totale en M s'obtient en sommant les contributions de tous les points de l'ouverture, soit :

$$E(M) = K \iint_{(S)} \frac{E(P)}{PM} e^{i \frac{2\pi \overline{PM}}{\lambda}} dS \quad (\text{I.6})$$

Les diffractions de Fresnel ou de Fraunhofer peuvent être déduites à partir de cette intégration dans les différentes conditions d'observation.

I.2.2 Diffraction de Fresnel

On appelle diffraction de Fresnel ou diffraction en champ proche les phénomènes observés quand la source et le plan d'observation sont à distance finie et qu'il n'y a entre eux aucune conjugaison par un système optique. C'est à ces phénomènes que se rattache la formation des ombres. Dans les conditions usuelles d'observation, les tailles de l'ouverture et du phénomène de diffraction observé sont petites devant la distance R d'observation. On a :

$$PM = \sqrt{R^2 + (X - x)^2 + (Y - y)^2} \quad (\text{I.7})$$

On peut donc utiliser un développement limité pour écrire :

$$PM \simeq R \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{X - x}{R} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{Y - y}{R} \right)^2 \right] \quad (\text{I.8})$$

En remplaçant PM par cette expression dans l'exponentielle complexe et $1/PM$ par $1/R$, on obtient alors :

$$E(M) = \frac{K}{R} e^{\frac{i2\pi R}{\lambda}} \exp \left[\frac{i\pi}{R\lambda} (X^2 + Y^2) \right] \iint_{(S)} E(P) \exp \left[\frac{i\pi}{R\lambda} (x^2 + y^2) \right] \exp \left[-2i\pi \left(\frac{X}{R\lambda} x + \frac{Y}{R\lambda} y \right) \right] dx dy \quad (\text{I.9})$$

Cette intégrale est appelée transformation de Fresnel et permet de déterminer la figure de diffraction observée à distance finie de l'ouverture diffractante. Le champ diffracté à la distance R est proportionnel à la transformée de Fourier du champ initial multiplié par un terme de phase quadratique et calculée en $(X/\lambda R$ et $Y/\lambda R)$.

I.2.3 Approximation de Fraunhofer

Aux grandes distances, c'est-à-dire lorsqu'on se place en champ lointain, le rayon de courbure des ondes sortantes diffractées devient très grand, si bien que ces ondes peuvent être approximées par des ondes planes dans le plan image. Le terme quadratique dans l'intégral de Fresnel disparaît et le champ diffracté devient une transformée de Fourier du champ initial.

2. $K(\theta) = \frac{i}{\lambda} \frac{1 + \cos\theta}{2}$. K est fonction de la direction θ dans laquelle l'onde est émise. Dans l'étude de la diffraction en champ lointain, l'angle θ est constant, ce facteur est donc constant et peut être sorti de l'intégrale.

L'approximation de Fraunhofer consiste à se placer dans l'approximation paraxiale ($X, Y \ll z$) et en champ lointain ($z \gg x, y$).

Le point M est repéré à l'aide des deux angles³ θ_x et θ_y que forme (OM) avec l'axe (Oz) :

$$\sin \theta_x = \frac{X}{OM} \quad \text{et} \quad \sin \theta_y = \frac{Y}{OM}$$

Comme l'observation se fait à grande distance, r varie peu quand P parcourt le domaine d'intégration, de sorte que l'on peut approcher $\frac{1}{r}$ par $\frac{1}{OM}$. On a :

$$\vec{r} = \vec{PM} = \vec{OM} - \vec{OP} \quad \text{d'où} \quad r^2 \simeq OM^2 - 2\vec{OM} \cdot \vec{OP} + OP^2$$

Utilisons l'approximation $\sqrt{1-\varepsilon} \simeq 1 - \varepsilon/2$, puis gardons seulement les termes d'ordre un en x et y . On aboutit à :

$$r \simeq OM - \frac{\vec{OM} \cdot \vec{OP}}{OM} = OM - x \sin \theta_x - y \sin \theta_y \tag{I.10}$$

L'onde diffractée en champ lointain s'écrit donc :

$$E(M) \simeq K \frac{e^{-ikOM}}{OM} \iint_{(S)} E(P) e^{ik(x \sin \theta_x + y \sin \theta_y)} dx dy \tag{I.11}$$

Dans les conditions expérimentales l'approximation de Fraunhofer est valide à condition que $z \gg \frac{a^2}{\lambda}$. Avec a est la taille caractéristique de l'objet ou de la pupille diffractante. Notons aussi que dans le cas des conditions paraxiales, on a θ petit d'où $K \simeq \frac{i}{\lambda} = \text{Constante}$ et $OM = z$. Dans ce cadre, l'intensité de la lumière diffractée vaut :

$$I(M) \simeq \frac{1}{z^2 \lambda^2} \left| \iint_{(S)} E(P) e^{ik(x \sin \theta_x + y \sin \theta_y)} dx dy \right|^2 \tag{I.12}$$

À partir d'une certaine distance, la figure de diffraction présente un motif unique qui se contente de se dilater au fur et à mesure qu'on éloigne l'écran d'observation.

Un exemple notoire est celui d'un faisceau lumineux passant à travers un écran percé d'un trou circulaire. C'est un cas très fréquent en diffraction car les lentilles et/ou les miroirs utilisés dans les instruments d'optique sont généralement circulaires.

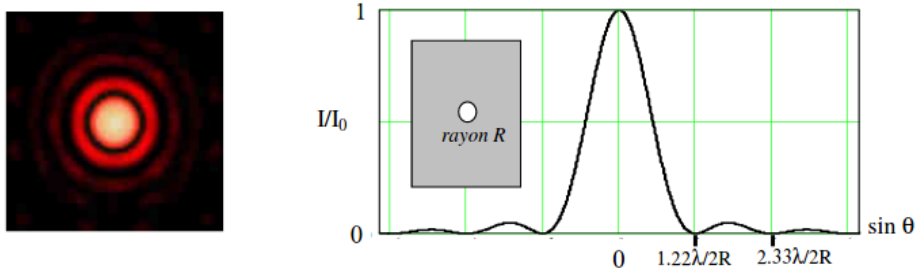


Figure I.2 – *Figure de diffraction d'un faisceau laser par une ouverture circulaire. Il apparaît clairement la symétrie de révolution de l'obstacle éclairé. Cette figure est appelée "tache d'Airy" et le rayon angulaire de la tache centrale vaut $1.22\lambda/2R$ [9].*

3. On regarde la répartition de l'amplitude du champ diffracté angulairement, ceci permet de décrire le comportement « à l'infini » car ces coordonnées sont indépendantes de la distance.

La figure de diffraction obtenue a la symétrie de révolution autour de l'axe de la pupille : elle se compose d'anneaux alternativement sombres et brillants, entourant une tache centrale beaucoup plus brillante.

Le calcul de l'intensité diffractée dans la direction θ donne :

$$I = 4I_0 \left(\frac{J_1(M)}{m} \right)^2 \quad \text{avec} \quad m = \frac{2\pi R}{\lambda} \sin\theta \quad (\text{I.13})$$

où $J_1(M)$ est la fonction de Bessel de première espèce d'ordre un.

Cette formule est également valide pour un objet opaque circulaire. En effet, le principe de Babinet [10] stipule que la figure de diffraction est la même pour une ouverture et son conjugué (c'est-à-dire corps opaque). C'est-à-dire qu'une ouverture circulaire a la même figure de diffraction qu'un disque opaque de diamètre équivalent à l'ouverture sauf au voisinage immédiat de l'image géométrique.

I.2.4 Tache de Poisson-Arago

La tache de Poisson, également connue sous le nom de tache d'Arago ou encore de Poisson-Arago, est le nom donné à la tache lumineuse qui apparaît au centre de l'ombre géométrique d'un disque éclairé par une onde plane. En effet, toute la lumière diffractée au bord du disque arrive en phase au centre de l'ombre et interfère de manière constructive, entraînant une accumulation de lumière sur l'axe.

La relation d'Huygens-Fresnel permet assez facilement de calculer la distribution de l'intensité lumineuse derrière le disque en tout point de l'axe du disque (voir référence [11]).

$$I(M) = \frac{1}{2} |E^{disque}|^2 = I_0 \quad (\text{I.14})$$

avec E^{disque} l'onde diffractée par le disque. En théorie, quel que soit l'endroit où l'on place l'écran, on doit observer une tache centrale d'intensité constante égale à l'intensité du faisceau incident.

Il est à noter que les traitements de la tache de Poisson avec l'approximation de Fresnel ne s'appliquent pas dans la région proche de l'obstacle. Les traitements qui s'appliquent à proximité de l'obstacle utilisent l'intégrale de Rayleigh-Sommerfeld (RS) [12][13]. L'intégrale de RS est basé sur l'hypothèse supplémentaire que la longueur d'onde de la lumière est petite par rapport aux dimensions géométriques du problème, une hypothèse qui est faite tout au long de ce travail.

L'amplitude du champ électrique diffractée par une ouverture circulaire est donnée par l'intégrale de RS :

$$E(M) = -\frac{iE_0}{\lambda} \int_{(S)} \frac{e^{ikr}}{r} \left(1 - \frac{1}{ikr}\right) \cos\theta dS \quad (\text{I.15})$$

avec $k = 2\pi/\lambda$, $r = PM$, le facteur d'inclinaison dans l'approximation de RS est égale à $i\cos\theta/\lambda$ avec $\cos\theta = z/r$. Notons que cette formule donne une solution plus exacte, en particulier pour une très petite distance de l'ouverture grâce au facteur $-1/ikr$.

Comme l'onde incidente est une onde plane, la valeur d'intensité derrière un disque opaque est calculée selon le principe de Babinet en prenant le carré de l'intégrale numérique suivante :

$$E(M) = E_0(e^{ikz} + \frac{i}{\lambda} \int_{(S)} \frac{e^{ikr}}{r} \left(1 - \frac{1}{ikr}\right) \cos\theta) dS \quad (\text{I.16})$$

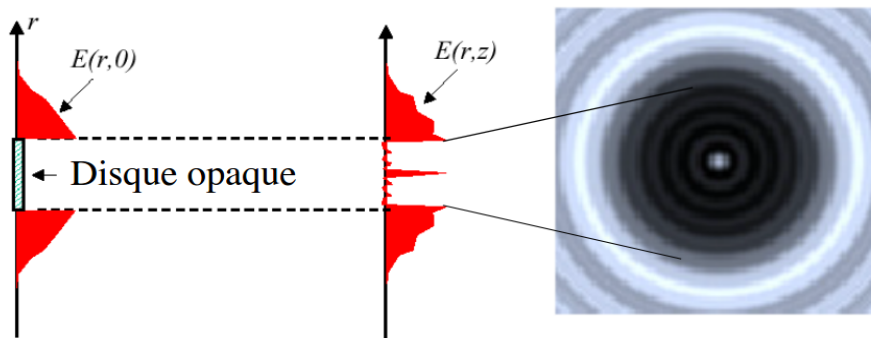


Figure I.3 – Diffraction par un disque opaque. Notons l'existence de franges équidistantes dans la zone d'ombre, de franges non équidistantes en dehors, ainsi que d'une tache centrale, la tache de Poisson-Arago [14].

I.3 Diffraction et plasmons de surface

Un plasmon de surface est une onde électromagnétique se propageant à l'interface entre un métal et un diélectrique. Cette onde provient du couplage entre les photons incidents et les électrons libres proches de l'interface.

En 1902, Wood observe l'apparition de franges sombres anormales dans le spectre de diffraction par un réseau métallique d'une source continue de lumière blanche [15]. L'explication fut apportée par Fano en 1941 : ces anomalies dans le spectre sont associées aux plasmons de surface créés par le biais d'un réseau de diffraction. Ces plasmons peuvent également être excités à l'aide d'une réflexion totale frustrée [16] comme indiqué sur la figure (I.4). L'angle d'incidence doit être supérieur à l'angle limite de l'interface verre-air pour les configurations d'Otto et de Kretschmann. L'épaisseur de la couche d'air et celle du métal sont très faibles.

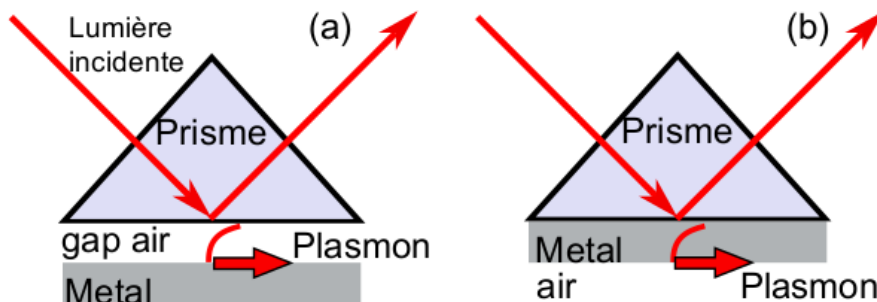


Figure I.4 – Couplage des plasmons de surface par prisme dans la configuration de (a) Otto et (b) Kretschmann [17].

Leurs applications sont nombreuses dans des domaines très variés comme, par exemple, la caractérisation de films métalliques, de molécules ou de gaz, la microscopie champ proche optique [18], les micro-composants opto-électroniques [19] ou la lithographie [20].

Nous distinguons deux familles de plasmons de surface : les *plasmons de surface propagatifs* (délocalisés) et les *plasmons de surface localisés*.

I.3.1 Plasmons de surface propagatifs

Les plasmons de surfaces propagatifs (PSP) sont des modes propres qui sont le fruit d'un couplage entre les oscillations collectives des électrons de conduction d'un métal et une onde électromagnétique incidente. Cependant, ceux-ci se manifestent à l'interface entre un milieu

possédant une permittivité négative et un milieu de permittivité positive, et il sont capables de se mouvoir parallèlement à celle-ci figure(I.5). La propagation des modes PSP se fait suivant le vecteur d'onde k_{\parallel} , parallèle à l'interface. La fréquence ω des oscillations cohérentes du gaz d'électron est reliée à k_{\parallel} par la relation de dispersion $\omega(k_{\parallel})$. Le vecteur d'onde dans la direction parallèle est déterminé à partir de la résolution des équations de Maxwell, en tenant compte des équations de continuité à l'interface, et nous avons donc :

$$k_{\parallel}(\omega) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon_d(\omega) \cdot \varepsilon_m(\omega)}{\varepsilon_d(\omega) + \varepsilon_m(\omega)}} \quad (\text{I.17})$$

Où k_{\parallel} désigne la composante du vecteur d'onde parallèlement à la surface. ε_m et ε_d sont respectivement les fonctions diélectriques du métal et du diélectrique.

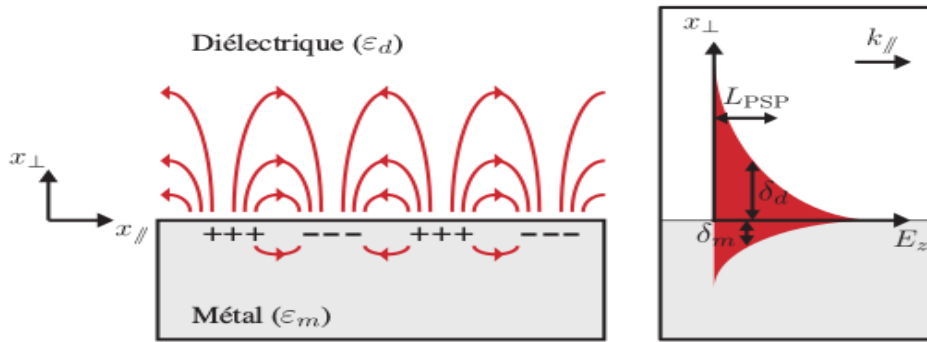


Figure I.5 – Illustration de la propagation d'un plasmon de surface délocalisé à une interface entre un film métallique plan et un matériau diélectrique. Les lignes du champ qui se propage sont représentées en rouge et le caractère évanescent de l'onde qui se propage est représenté sur la droite [21].

I.3.2 Plasmons de surface localisés

Les plasmons de surface localisés (PSL) décrivent les oscillations résonantes des électrons libres de nanostructures métalliques qui oscillent en phase avec un champ électromagnétique excitateur figure (I.6). Contrairement au cas précédent, ceux-ci ne se propagent pas le long de l'interface, mais restent confinés au sein des nanostructures les supportant. Ceci est à la base de la théorie électromagnétique de l'effet SERS (Surface-Enhanced Raman Spectroscopy)[22].

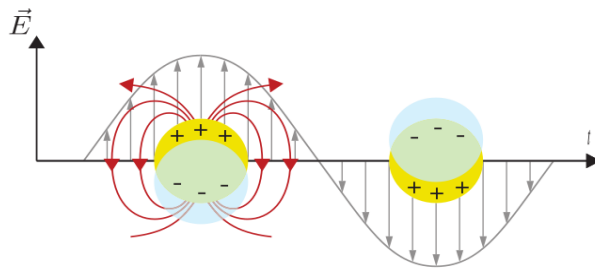


Figure I.6 – Illustration de l'excitation d'un plasmon de surface localisé et de l'oscillation du gaz d'électron libre. La particule métallique est représentée en jaune et le déplacement du nuage électronique en bleu clair. Le champ excitateur incident et la radiation du dipôle induit sont respectivement représentés par des flèches gris clair et rouges [21].

I.4 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre quelques aspects de la diffraction de la lumière. Dans ce contexte, nous avons commencé par un bref rappel sur le modèle scalaire de la lumière. Ensuite, nous avons donné les principales analyses mathématiques dans le développement théorique de la diffraction qui nous intéressent dans la suite de ce travail. En particulier nous avons expliqué l'origine du spot de Poisson-Arago et les formules mathématiques qui permettent le calcul de son intensité lumineuse. En dernier lieu, nous avons donné un bref aperçu sur les plasmons de surface.

Le chapitre qui suit sera consacré à la présentation des outils de simulation numérique basés sur la méthode des différences finies dans le domaine temporel des objets à symétrie de révolution (BOR-FDTD).

Chapitre II

Modélisation des objets à symétrie de révolution par la méthode BOR-FDTD

II.1 Introduction

Un grand nombre de structures dans le domaine de l'électromagnétisme présentent une symétrie autour d'un axe de révolution. La solution des équations de Maxwell en symétrie circulaire ou corps de révolution (BOR : Body of revolution) est importante pour une pléthore d'applications impliquant l'analyse et la conception d'appareils hyperfréquences (par exemple les résonateurs à cavité, les câbles coaxiaux, les guides d'ondes, les antennes, les amplificateurs à haute puissance, etc.)[23][24], la diffusion électromagnétique, les métamatériaux et la géophysique d'exploitation [25]. Ce chapitre traite la modélisation par un algorithme de différences finies dans le domaine temporel (FDTD) des objets de révolution (BOR). Les objets considérés ici sont symétriques autour d'un axe conduisant à l'utilisation des coordonnées cylindriques. La méthode BOR-FDTD consiste à discrétiser dans l'espace et dans le temps les équations de Maxwell exprimées en coordonnées cylindriques [26][27][28]. La dépendance azimutale (en ϕ) des composantes électromagnétiques est développée en série de Fourier en l'exécutant pour chaque mode, d'où sa désignation par certains auteurs par 2.5D FDTD. Le calcul analytique de la variation du champ azimutal permet de s'affranchir du maillage dans la direction ϕ , ce qui signifie que l'algorithme BOR-FDTD est bidimensionnel en terme d'utilisation de ressource informatique. La symétrie de révolution de la structure à étudier est exploitée afin de réduire et de simplifier considérablement les codes de calcul FDTD. Nous présenterons dans ce chapitre un bref aperçu des principes de base de cette méthode.

II.2 Algorithme BOR-FDTD

II.2.1 Implémentation de la méthode BOR-FDTD en coordonnées cylindriques

La méthode BOR-FDTD est une méthode numérique aux différences finies basée sur le schéma de Yee [29] (figureII.1). Cette méthode est utilisée pour la résolution des équations différentielles de Maxwell en coordonnées cylindriques au moyen d'une discrétisation spatiale et temporelle. Pour rappel ces équations s'écrivent dans un milieu dépourvu de charges libres sous la forme locale suivante :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II.1})$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{II.2})$$

$$\text{div} \vec{D} = 0 \quad (\text{II.3})$$

$$\text{div} \vec{B} = 0 \quad (\text{II.4})$$

\vec{E} et \vec{D} sont respectivement le vecteur champ électrique et induction électrique. \vec{H} et \vec{B} désignent respectivement le vecteur champ magnétique et induction magnétique.

Pour un milieu linéaire, homogène, isotrope (LHI) et non magnétique, les relations constitutives sont réduites à de simples relations de proportionnalité dans le domaine fréquentiel comme suit :

$$\vec{D}(\omega) = \epsilon_0 \epsilon_r(\omega) \vec{E}(\omega) \quad (\text{II.5})$$

$$\vec{B}(\omega) = \mu_0 \vec{H}(\omega) \quad (\text{II.6})$$

Où ω est la pulsation de l'onde, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-2} F/m$ la permittivité diélectrique du vide et ϵ_r la permittivité relative du milieu étudié. La constante $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} H/m$ est la perméabilité magnétique du vide ($\epsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$, où c est la vitesse de la lumière dans le vide).

Les équations de Maxwell en coordonnées cylindriques s'écrivent de la manière suivante :

$$\epsilon \frac{\partial E_r}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} - \frac{\partial H_\phi}{\partial z} \quad (\text{II.7})$$

$$\epsilon \frac{\partial E_\phi}{\partial t} = \frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r} \quad (\text{II.8})$$

$$\epsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(rH_\phi)}{\partial r} - \frac{\partial H_r}{\partial \phi} \right) \quad (\text{II.9})$$

$$-\mu \frac{\partial H_r}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \frac{\partial E_\phi}{\partial z} \quad (\text{II.10})$$

$$-\mu \frac{\partial H_\phi}{\partial t} = \frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} \quad (\text{II.11})$$

$$-\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(rE_\phi)}{\partial r} - \frac{\partial E_r}{\partial \phi} \right) \quad (\text{II.12})$$

La figure II.1 montre la répartition en coordonnées cylindriques des composantes des champs électrique et magnétique dans la cellule de Yee. Selon ce schéma, les composantes électromagnétiques ne sont pas calculées aux mêmes endroits afin d'éviter les inversions de matrices qui engendrent des temps de calcul et une occupation des espaces mémoires importants. Les composantes du champ électrique sont calculées aux milieux des arêtes et les composantes magnétiques le sont aux centres des faces de la maille élémentaire. Il est à remarquer qu'après exploitation de la symétrie cylindrique, la cellule de Yee 3D devient 2D.

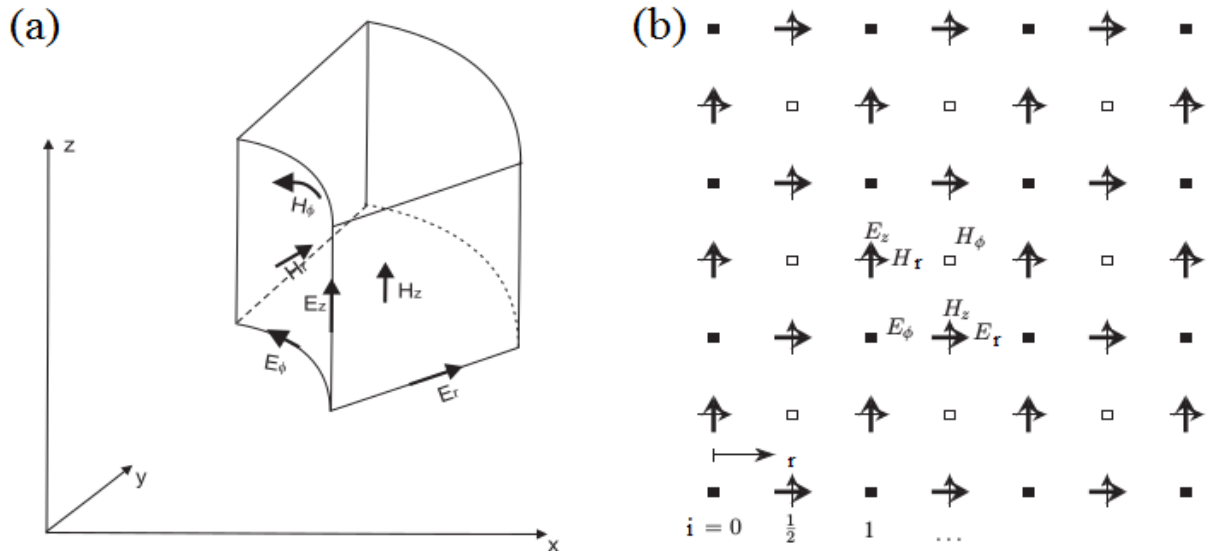


Figure II.1 – Schéma de Yee adapté en coordonnées cylindriques montrant les points de calcul des composantes électromagnétiques. a) Cas 3D et b) Cas 2D, [27].

Afin d'exploiter la symétrie de révolution du problème, les champs électrique et magnétique sont développés en série de Fourier comme suit :

$$\vec{E}(r, \phi, z, t) = \sum_{m \in \mathbb{Z}} \vec{E}_m(r, z, t) e^{im\phi}$$

$$\vec{E}(r, \phi, z, t) = \sum_{m=0}^{\infty} (\vec{e}_{\mu}(r, z, t) \cos(m\phi) + \vec{e}_{\nu}(r, z, t) \sin(m\phi)) \quad (\text{II.13})$$

$$\vec{H}(r, \phi, z, t) = \sum_{m \in \mathbb{Z}} \vec{H}_m(r, z, t) e^{im\phi}$$

$$\vec{H}(r, \phi, z, t) = \sum_{m=0}^{\infty} (\vec{h}_{\mu}(r, z, t) \cos(m\phi) + \vec{h}_{\nu}(r, z, t) \sin(m\phi)) \quad (\text{II.14})$$

Où \vec{E} et \vec{H} dépendent de r , z , ϕ et t , et \vec{e}_{μ} , \vec{e}_{ν} , \vec{h}_{μ} et \vec{h}_{ν} sont indépendants de ϕ . m est le nombre de modes, μ et ν dénotent respectivement les dépendances en cosinus et en sinus des coefficients de Fourier. En injectant les équations (II.13) et (II.14) dans le système d'équations (II.7) à (II.12), on obtient pour m donné deux systèmes indépendants :

$$\epsilon \frac{\partial e_{r\nu}}{\partial t} = -\frac{m}{r} h_{z\mu} - \frac{\partial h_{\phi\nu}}{\partial z} \quad (\text{II.15})$$

$$\epsilon \frac{\partial e_{\phi\mu}}{\partial t} = \frac{\partial h_{r\mu}}{\partial z} - \frac{\partial h_{z\mu}}{\partial r} \quad (\text{II.16})$$

$$\epsilon \frac{\partial e_{z\nu}}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial (r h_{\phi\nu})}{\partial r} + \frac{m}{r} h_{r\mu} \quad (\text{II.17})$$

$$-\mu \frac{\partial h_{r\mu}}{\partial t} = \frac{m}{r} e_{z\nu} - \frac{\partial e_{\phi\mu}}{\partial z} \quad (\text{II.18})$$

$$-\mu \frac{\partial h_{\phi\nu}}{\partial t} = \frac{\partial e_{r\nu}}{\partial z} - \frac{\partial e_{z\nu}}{\partial r} \quad (\text{II.19})$$

$$-\mu \frac{\partial h_{z\mu}}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial (r e_{\phi\mu})}{\partial r} - \frac{m}{r} e_{r\nu} \quad (\text{II.20})$$

$$\epsilon \frac{\partial e_{r\mu}}{\partial t} = \frac{m}{r} h_{z\nu} - \frac{\partial h_{\phi\mu}}{\partial z} \quad (\text{II.21})$$

$$\epsilon \frac{\partial e_{\phi\nu}}{\partial t} = \frac{\partial h_{r\nu}}{\partial z} - \frac{\partial h_{z\nu}}{\partial r} \quad (\text{II.22})$$

$$\epsilon \frac{\partial e_{z\mu}}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial (r h_{\phi\mu})}{\partial r} - \frac{m}{r} h_{r\nu} \quad (\text{II.23})$$

$$-\mu \frac{\partial h_{r\nu}}{\partial t} = -\frac{m}{r} e_{z\mu} - \frac{\partial e_{\phi\nu}}{\partial z} \quad (\text{II.24})$$

$$-\mu \frac{\partial h_{\phi\mu}}{\partial t} = \frac{\partial e_{r\mu}}{\partial z} - \frac{\partial e_{z\mu}}{\partial r} \quad (\text{II.25})$$

$$-\mu \frac{\partial h_{z\nu}}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial (r e_{\phi\nu})}{\partial r} + \frac{m}{r} e_{r\mu} \quad (\text{II.26})$$

Si on remplace ϕ par $\phi + \frac{\pi}{2}$ dans le système d'équations (II.15) à (II.20) on retrouve le système (II.21) à (II.26). Nous avons choisi de traiter seulement le deuxième système d'équations tout en omettant les indices μ et ν .

II.2.2 Discrétisation des équations de Maxwell selon le schéma de Yee adapté aux coordonnées cylindriques

La méthode BOR-FDTD nécessite de discrétiser l'espace et le temps de propagation. L'espace continu est remplacé par un espace discret repéré par les indices (i, k) . La coordonnée r sera remplacée par $i\Delta r$ et la coordonnée z sera remplacée par $k\Delta z$. Le temps est aussi échantillonné suivant un pas temporel Δt alors $t = n\Delta t$ avec n est le nombre d'échantillonnage temporel. Dans ces conditions les dérivées partielles des équations de Maxwell sont approximées par des différences finies centrées, le système d'équations (II.21) à (II.26) devient :

$$\begin{aligned} e_r^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) &= \\ e_r^{n-\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) + \frac{\Delta t}{\epsilon} & \left[\frac{m}{(i+\frac{1}{2})\Delta r} h_z^n(i+\frac{1}{2}) + \frac{1}{\Delta z} (h_\phi^n(i+\frac{1}{2}, k) - h_\phi^n(i+\frac{1}{2}, k+1)) \right] \\ e_\phi^{n+\frac{1}{2}}(i, k+\frac{1}{2}) &= \\ e_\phi^{n-\frac{1}{2}}(i, k+\frac{1}{2}) + \frac{\Delta t}{\epsilon} & \left[\frac{1}{\Delta r} (h_z^n(i-\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) - h_z^n(i+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2})) + \frac{1}{\Delta z} (h_r^n(i, k+1) - h_r^n(i, k)) \right] \\ e_z^{n+\frac{1}{2}}(i, k) &= e_z^{n-\frac{1}{2}}(i, k) + \frac{\Delta t}{\epsilon i \Delta r} \left[(i+\frac{1}{2})\Delta r h_\phi^n(i+\frac{1}{2}, k) - (i-\frac{1}{2})\Delta r h_\phi^n(i-\frac{1}{2}, k) - m h_r^n(i, k) \right] \\ h_r^{n+1}(i, k) &= h_r^n(i, k) + \frac{\Delta t}{\mu} \left[\frac{m}{i\Delta r} e_z^{n+\frac{1}{2}}(i, k) + \frac{1}{\Delta z} (e_\phi^{n+\frac{1}{2}}(i, k+\frac{1}{2}) - e_\phi^{n+\frac{1}{2}}(i, k-\frac{1}{2})) \right] \\ h_\phi^{n+1}(i+\frac{1}{2}, k) &= h_\phi^n(i+\frac{1}{2}, k) + \frac{\Delta t}{\mu} \left[\frac{1}{\Delta r} (e_z^{n+\frac{1}{2}}(i+1, k) - e_z^{n+\frac{1}{2}}(i, k)) + \frac{1}{\Delta z} (e_r^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2}, k - \frac{1}{2}) - e_r^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2})) \right] \\ h_z^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) &= h_z^n(i+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) + \frac{\Delta t}{\mu i + \frac{1}{2}\Delta r} \left[(i+1)\Delta r e_\phi^{n+\frac{1}{2}}(i+1, k+\frac{1}{2}) - \right. \\ & \left. i\Delta r e_\phi^{n+\frac{1}{2}}(i, k+\frac{1}{2}) + m e_r^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) \right] \end{aligned}$$

II.2.3 Equations aux différences centrées sur l'axe de symétrie

Sur l'axe de symétrie $z(r=0)$ les composantes e_ϕ , e_z et h_r ne peuvent pas être calculées par les équations discrétisées précédemment. Les composantes e_ϕ et h_r prennent des valeurs uniquement pour $m=1$ et elles sont égales à zéro pour $m \neq 1$, la composante e_z est calculée pour $m=0$ et elle est égale à zéro pour $m > 0$.

— **Pour $m=1$:**

$$e_\phi^{n+\frac{1}{2}}(0, k+\frac{1}{2}) = e_\phi^{n-\frac{1}{2}}(0, k+\frac{1}{2}) + \frac{\Delta t}{\epsilon} \left[-\frac{2}{\Delta r} h_z^n(\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) + \frac{1}{\Delta z} (h_r^n(0, k+1) - h_r^n(0, k)) \right]$$

$$h_r^{n+1}(0, k) = h_r^n(0, k) + \frac{\Delta t}{\mu} \left[\frac{1}{\Delta r} e_z^{n+\frac{1}{2}}(1, k) + \frac{1}{\Delta z} (e_\phi^{n+\frac{1}{2}}(0, k+\frac{1}{2}) - e_\phi^{n+\frac{1}{2}}(0, k-\frac{1}{2})) \right]$$

— **Pour $m=0$:**

$$e_z^{n+\frac{1}{2}}(0, k) = e_z^{n-\frac{1}{2}}(0, k) + \frac{4\Delta t}{\epsilon\Delta r} h_\phi^n(\frac{1}{2}, k)$$

II.3 Critère de stabilité de la méthode BOR-FDTD

La stabilité numérique liée à l'algorithme BOR-FDTD dépend de l'incrément d'espace Δr ainsi que du nombre de mode m , cette condition s'écrit :

$$\Delta t_{BOR} \leq \frac{\Delta r}{sc}$$

Avec $s \approx \max(\sqrt{2}, m+1)$ où $s = m+1$ pour $m > 0$ et $s = \sqrt{2}$ pour $m = 0$, c est la vitesse de la lumière dans le vide.

II.4 Conditions aux limites

L'annulation du champ aux bords du domaine de calcul FDTD entraîne des réflexions non physiques pouvant fortement perturber le signal. Pour contourner ces problèmes aux limites on peut utiliser la technique PML (Perfectly Matched Layers) de Bérenger [30] ou bien les conditions de Mur.

Dans ce travail, notre algorithme utilise les conditions aux limites PML qui sont souvent présentées comme étant les plus performantes malgré la complexité de leur codage.

II.4.1 Conditions PML

La technique PML repose sur la condition d'adaptation d'impédance entre deux milieux de même indice et dont l'un est absorbant avec des conductivités électrique σ_e et magnétique σ_m non nulles. Cette condition d'adaptation s'écrit :

$$\frac{\sigma_e}{\epsilon} = \frac{\sigma_m}{\mu_0}$$

L'onde n'est pas réfléchiée à l'interface mais absorbée par le milieu PML. Cette adaptation d'impédance n'était cependant possible qu'à incidence normale. Bérenger contourne ce problème en proposant un milieu absorbant artificiel biaxes. L'onde plane dans le milieu PML est décomposée fictivement en deux ondes, l'une se propageant en incidence normale est absorbée par le milieu PML, l'autre rasante se propageant parallèlement à l'interface PML-milieu incident et qui ne subit aucune réflexion vers le milieu incident.

Ce type de PML est conçu pour absorber des ondes propagatives mais pas des ondes évanescentes. Pour éviter les réflexions parasites de ces ondes évanescentes provenant de la discontinuité induite par la discrétisation spatiale, une solution proposée consiste à imposer une augmentation progressive de l'absorption, selon une loi polynomiale, dans la couche PML. Elle est donnée comme suit :

$$\sigma = \left(\frac{x_{PML}}{e}\right)^m \sigma_{max}$$

Avec σ_{max} est la conductivité maximale, x_{PML} représente la profondeur dans la région PML mesurée à partir de l'interface, e est l'épaisseur de la couche PML et m dénote le degré de la loi polynomiale qui est généralement égale à 2.

Dans ce travail, la PML est implémentée en r et z comme le montre la figure (II.2).

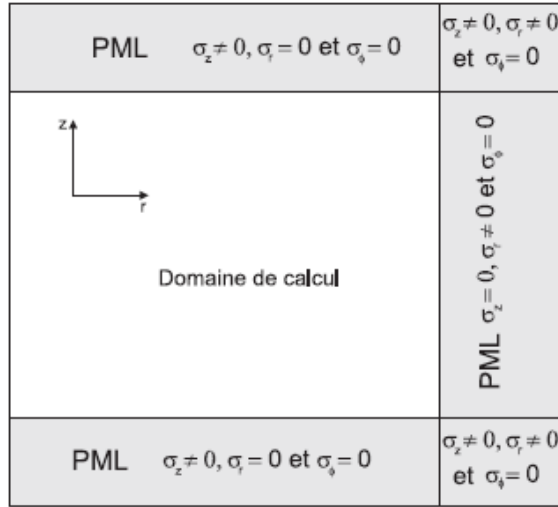


Figure II.2 – *Domaine de calcul BOR-FDTD entouré de PML [27].*

Dans le milieu PML, les composantes électriques et magnétiques sont dédoublées, au total on obtient 12 composantes électromagnétiques qui sont décrites par :

$$\epsilon \frac{\partial e_{rz}}{\partial t} + \sigma_z^e e_{rz} = -\frac{\partial(h_{\phi r} + h_{\phi z})}{\partial z} \quad (\text{II.27})$$

$$\epsilon \frac{\partial e_{r\phi}}{\partial t} + \sigma_\phi^e e_{r\phi} = \frac{m}{r}(h_{zr} + h_{z\phi}) \quad (\text{II.28})$$

$$\epsilon \frac{\partial e_{\phi r}}{\partial t} + \sigma_r^e e_{\phi r} = -\frac{\partial(h_{zr} + h_{z\phi})}{\partial r} \quad (\text{II.29})$$

$$\epsilon \frac{\partial e_{\phi z}}{\partial t} + \sigma_z^e e_{\phi z} = \frac{\partial(h_{rz} + h_{r\phi})}{\partial z} \quad (\text{II.30})$$

$$\epsilon \frac{\partial e_{zr}}{\partial t} + \sigma_r^e e_{zr} = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r(h_{\phi z} + h_{\phi r}))}{\partial r} \right) \quad (\text{II.31})$$

$$\epsilon \frac{\partial e_{z\phi}}{\partial t} + \sigma_\phi^e e_{z\phi} = -\frac{m}{r}(h_{rz} + h_{r\phi}) \quad (\text{II.32})$$

$$-\mu \frac{\partial h_{rz}}{\partial t} + \sigma_z^m h_{rz} = -\frac{\partial(e_{\phi r} + e_{\phi z})}{\partial z} \quad (\text{II.33})$$

$$-\mu \frac{\partial h_{r\phi}}{\partial t} + \sigma_\phi^m h_{r\phi} = -\frac{m}{r}(e_{zr} + e_{z\phi}) \quad (\text{II.34})$$

$$-\mu \frac{\partial h_{\phi r}}{\partial t} + \sigma_r^m h_{\phi r} = -\frac{\partial(e_{zr} + e_{z\phi})}{\partial r} \quad (\text{II.35})$$

$$-\mu \frac{\partial h_{\phi z}}{\partial t} + \sigma_z^m h_{\phi z} = \frac{\partial(e_{rz} + e_{r\phi})}{\partial z} \quad (\text{II.36})$$

$$-\mu \frac{\partial h_{zr}}{\partial t} + \sigma_r^m h_{zr} = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r(e_{\phi z} + e_{\phi r}))}{\partial r} \right) \quad (\text{II.37})$$

$$-\mu \frac{\partial h_{z\phi}}{\partial t} + \sigma_\phi^m h_{z\phi} = \frac{m}{r} (e_{rz} + e_{r\phi}) \quad (\text{II.38})$$

Pour résoudre ces équations dans le milieu PML, on les discrétise aux différences centrées dans l'espace et dans le temps [27].

II.5 Modèles de dispersion des métaux

Nous cherchons à modéliser le phénomène de diffraction de la lumière à travers des objets métalliques à symétrie de révolution. Il est donc primordial de tenir compte des propriétés de dispersion du métal, de surcroît dans le domaine optique. Comme nous l'avons déjà expliqué, l'algorithme BOR-FDTD nécessite l'introduction d'un modèle analytique pour la dispersion. Dans le cadre de ce travail, nous avons utilisé le modèle de Drude à deux points critiques (D2PC) [31] dans le cas de l'argent.

II.5.1 Modèle de Drude à deux points critiques

Ce modèle proposé initialement par Etchegoin [32], permet de décrire le métal dans la plus large gamme spectrale possible. L'expression analytique de la fonction diélectrique est la somme de trois contributions principales :

$$\varepsilon_{D2CP}(\omega) = \varepsilon_\infty - \frac{\omega_D^2}{\omega^2 + i\omega\gamma_D} + \sum_{p=1}^{p=2} G_p(\omega) \quad (\text{II.39})$$

$$G_p(\omega) = A_p \gamma_p \left(\frac{e^{i\varphi_p}}{\Omega_p - \omega - i\Gamma_p} + \frac{e^{-i\varphi_p}}{\Omega_p + \omega + i\Gamma_p} \right) \quad (\text{II.40})$$

Les deux premiers termes de l'équation (II.39) représentent la contribution classique de Drude (ε_∞ est la constante diélectrique limite à hautes fréquences, ω_D est la fréquence plasma du métal et γ_D le coefficient d'amortissement). Les termes contenus dans la somme représentent la contribution des transitions inter-bandes avec l'amplitude A_p , l'énergie du gap ω_p , la phase φ_p et l'élargissement Γ_p .

II.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les fondements et les principes de bases de la méthode BOR-FDTD, code maison utilisé dans le cadre de notre mémoire. Les conditions de stabilité ainsi que les conditions aux limites utilisées sont énumérées. Pour la prise en compte de la dispersion des milieux dispersifs, on a utilisé le modèle D2PC avec des paramètres optimisés dans la gamme optique 400-1500 nm.

Cette méthode nous servira dans le chapitre qui suit à la modélisation des objets à symétrie de révolution que nous allons étudier.

Chapitre III

Résultats et Discussions

Ce chapitre est consacré à la modélisation par la méthode BOR-FDTD du phénomène "Spot de Poisson-Arago" résultant de la diffraction de la lumière par des objets métalliques à symétrie de révolution, et ce en considérant l'aspect vectoriel du champ électromagnétique. La nature réelle du métal constituant l'obstacle (disque métallique) est considérée via le modèle de Drude à deux points critiques. La première partie de ce chapitre est consacrée à la validation du code BOR-FDTD utilisé tout au long de cette étude. Les avantages de cette méthode seront mis en évidence en la confrontant à la méthode FDTD classique développée dans le système de coordonnées cartésiennes. Ensuite une étude du phénomène "Spot de Poisson-Arago" sera réalisée en considérant les polarisations rectiligne (mode 1) et radiale (mode 0) du faisceau incident. L'effet des paramètres physique et géométriques sur l'intensité et la taille du spot dans le cas d'un disque métallique éclairé par un faisceau polarisé linéairement sera mis en exergue.

III.1 Test de validation du code BOR-FDTD utilisé

Afin de valider le code BOR-FDTD que nous avons adopté pour ce type d'étude, nous avons refait l'étude effectuée par Michel Gondran et Alexandre Gondran dans la référence [33] qui porte sur l'étude par simulation du spot de Poisson-Arago généré par diffraction de la lumière par un disque opaque de rayon $R = 5\mu\text{m}$. Le disque est placé dans le plan (x, y) . Il est éclairé par une onde plane, polarisée rectilignement, monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0.5\mu\text{m}$ se propageant en incidence normale.

La figure III.1 représente l'intensité électrique calculée derrière le disque opaque dans le plan (x, z) contenant l'axe optique.

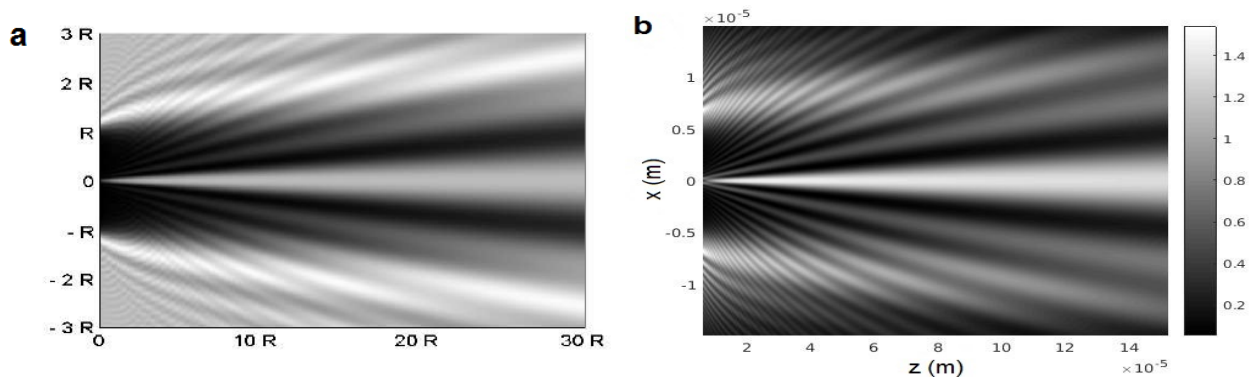


Figure III.1 – *Distribution de l'intensité dans le plan (x, z) : a) calcul de M.Gondran et A.Gondran [33] et b) nos calculs BOR-FDTD.*

On distingue bien la zone correspondant à l'ombre géométrique, avec l'apparition d'une tache lumineuse au centre de l'ombre résultant de l'interférence constructive des ondes lumineuses diffractées sur le bord du disque, sa position centrale étant déterminée par la symétrie du disque.

Comme le montre la figure III.1, nos résultats (figure III.1-b) sont en bon accord avec ceux obtenus dans la référence [33], ce qui constitue une validation de notre code BOR-FDTD. Cependant, les calculs présentés dans la référence [33] ne sont rigoureusement valables qu'en champ lointain et donc ce test ne peut constituer une validation de notre modèle en champ proche. Pour valider notre code BOR-FDTD aussi bien en champ proche qu'en champ lointain, nous avons refait les calculs précédents avec un autre code FDTD classique développé au sein de notre équipe, conçu pour des structures 3D, écrit en coordonnées cartésiennes, et qui a beaucoup fait ses preuves dans le domaine de la nano-optique. Comme ce code 3D est très gourmand en espace mémoire, on ne peut se permettre de considérer la même fenêtre de calcul que celle considérée dans le calcul BOR-FDTD ($(r, z) = (30\mu\text{m} \times 160\mu\text{m})$). Vu les moyens de calcul dont on dispose au laboratoire, la taille maximale de la fenêtre de calcul 3D qu'on peut considérer est $(x, y, z) = (7\mu\text{m}, 7\mu\text{m}, 7\mu\text{m})$. Dans tous ces calculs FDTD (BOR-FDTD et FDTD classique), le pas de discrétisation spatiale utilisé, satisfaisant les critères de convergence et de stabilité numérique est $\Delta = 35\text{nm}$. Les résultats des calculs de la distribution de l'intensité électrique dans le plan (x, z) avec des zooms contenant l'obstacle situé entre $z = 1.6\mu\text{m}$ et $z = 2\mu\text{m}$ sont portés sur la figure III.2 (pour la BOR-FDTD) et sur la figure III.3 (pour la FDTD 3D classique). Comme le montrent ces différentes images, les résultats obtenus par les deux méthodes sont identiques aussi bien en champ proche qu'en champ lointain.

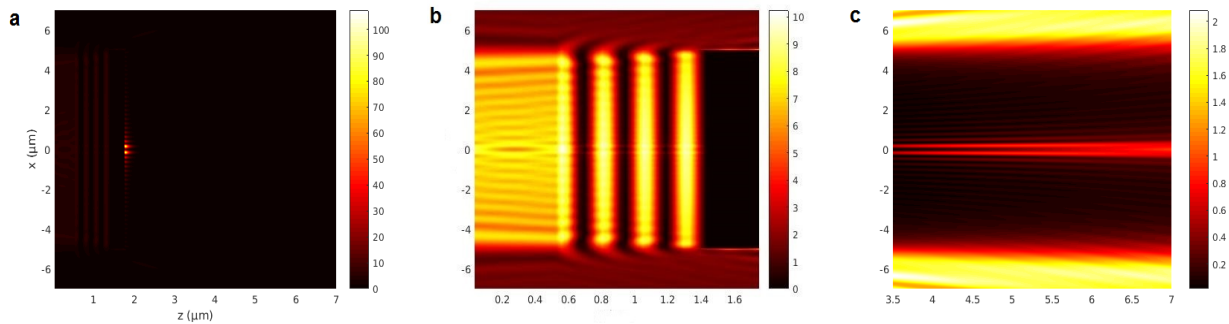


Figure III.2 – Distribution de l'intensité dans le plan (x, z) derrière le disque opaque obtenue par le code BOR-FDTD : (a) Intensité représentée entre $z=0\ \mu\text{m}$ et $z=7\ \mu\text{m}$, (b) Intensité représentée entre $z=0\ \mu\text{m}$ et $z=1.7\ \mu\text{m}$, (c) Intensité représentée entre $z=3.5\ \mu\text{m}$ et $z=7\ \mu\text{m}$.

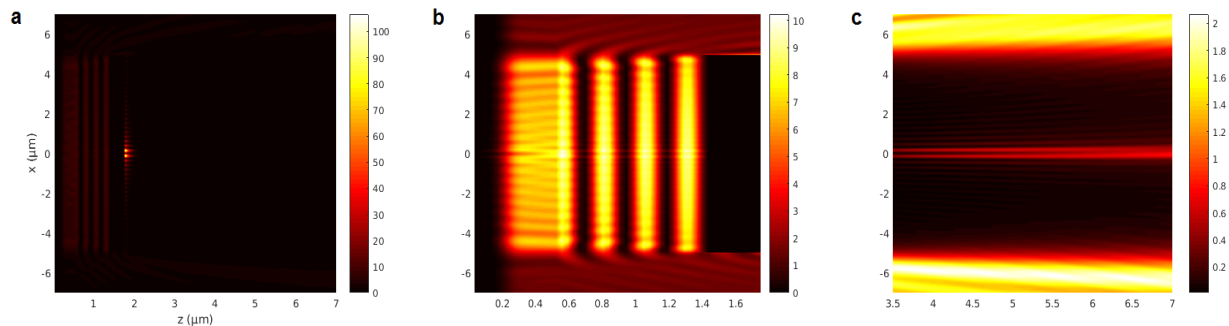


Figure III.3 – Distribution de l'intensité dans le plan (x, z) derrière le disque opaque obtenue par le code FDTD classique : (a) Intensité représentée entre $z=0\ \mu\text{m}$ et $z=7\ \mu\text{m}$, (b) Intensité représentée entre $z=0\ \mu\text{m}$ et $z=1.7\ \mu\text{m}$, (c) Intensité représentée entre $z=3.5\ \mu\text{m}$ et $z=7\ \mu\text{m}$.

Afin de montrer les avantages de travailler dans la base cylindrique, nous avons comparé les espaces mémoires et les temps de calculs nécessaires dans les deux cas (classique et BOR-FDTD). La taille de la fenêtre de calcul BOR-FDTD est $7 \times 7 \mu m^2$ et celle de la FDTD 3D est $7 \times 7 \times 7 \mu m^3$. Dans les deux cas, les calculs sont faits avec un pas de discrétisation de 35 nm impliquant 8000000 cellules élémentaires dans le cas de la FDTD classique et 40000 dans le cas de la BOR-FDTD. Ceci correspond à un gain dans un rapport 1/200 pour la BOR-FDTD. Le temps de calcul BOR-FDTD est d'environ 10 minutes, alors que le temps de calcul FDTD classique est d'environ une semaine. Le code BOR-FDTD procure des avantages réels, l'exploitation de la symétrie de révolution du problème a réduit considérablement le temps de calcul et a permis un gain important en espace mémoire. En plus de ces avantages liés à l'espace mémoire et au temps de calcul, la BOR-FDTD décrit parfaitement la géométrie des objets à symétrie de révolution. Notons aussi que les calculs avec le code classique sont irréalisables avec nos moyens au laboratoire pour des distances de propagation suivant la direction z dépassant $10 \mu m$.

III.2 Étude du spot

III.2.1 Disque en métal parfait éclairé par une onde polarisée rectilignement

Pour pouvoir discuter les résultats obtenus, nous avons représenté la distribution de l'intensité du champ électrique dans le plan (x, y) pour différentes valeurs de la distance d séparant l'obstacle de l'écran d'observation suivant la direction z (voir figure III.4). Comme première observation sur ces cartographies, on note l'apparition d'une tache lumineuse au centre de l'ombre avec des anneaux concentriques lumineux, dus aux interférences constructives, qui sont par ailleurs prédits par la théorie de Fresnel.

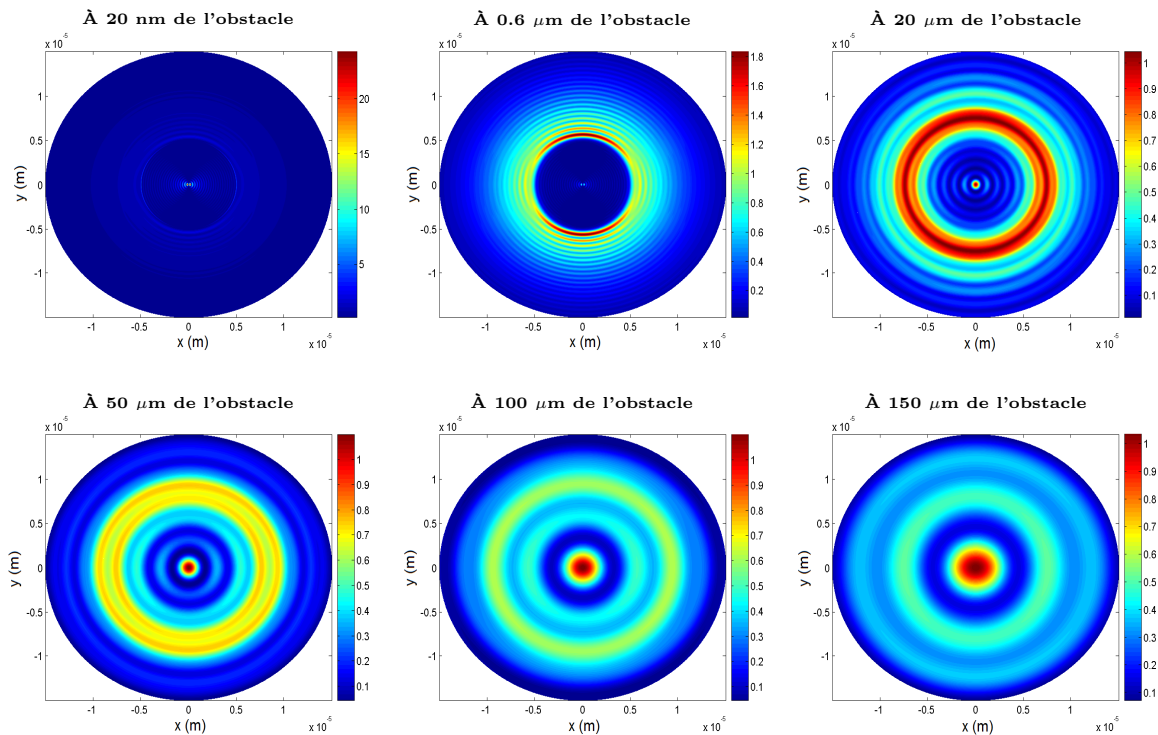


Figure III.4 – Distribution de l'intensité dans le plan (x, y) pour différentes valeurs de la distance d séparant l'obstacle de l'écran d'observation suivant la direction z .

On peut expliquer ce phénomène comme suit : les points situés sur les bords de notre obstacle se comportent comme des sources secondaires, et sont à égales distances du centre de la tache. Toutes les ondes provenant de la périphérie du disque sont synchronisées et arrivent en phase au point central de l'ombre formant ainsi un point lumineux d'intensité maximale au centre de l'ombre. La taille de la tache lumineuse augmente en fonction de la distance séparant le plan d'observation de l'obstacle. Pour des points situés sur l'axe de révolution à des distances relativement faibles de l'obstacle (mais situés en dehors de la zone du champ proche), la tache lumineuse s'éteint complètement. Ce n'est donc qu'au delà d'une certaine distance minimale de propagation que les ondes diffractées par les bords de l'obstacle interfèrent constructivement au centre pour donner naissance au spot lumineux.

Sur la figure III.5, nous avons représenté dans le plan (x, z) la distribution de l'intensité dans l'espace contenant l'obstacle. La figure III.5-a montre que l'intensité maximale juste après l'obstacle n'est pas située sur l'axe. Cette intensité est due essentiellement à la composante électrique Ez qui est par raison de symétrie nulle partout sur l'axe de révolution (car la polarisation est suivant \vec{e}_x). Par contre pour la composante électrique Er , le maximum de son intensité est situé sur l'axe de révolution. Cette intensité de Er , présente juste après l'obstacle, s'annule avant de réapparaître. Pour plus de clarté, nous avons tracé les mêmes distributions à partir de 600 nm de l'obstacle (voir figure III.6).

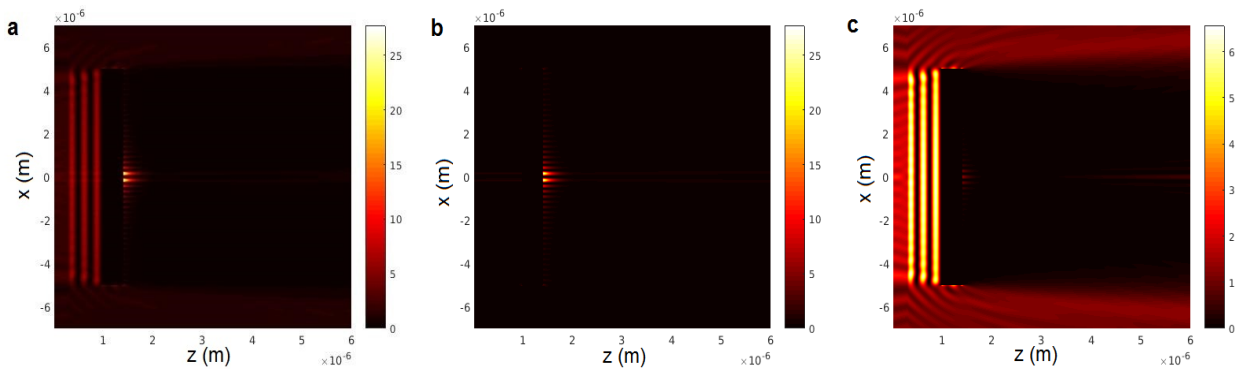


Figure III.5 – Distribution de l'intensité dans l'espace contenant l'obstacle : a) $|Er|^2 + |Ez|^2$, b) $|Ez|^2$, c) $|Er|^2$.

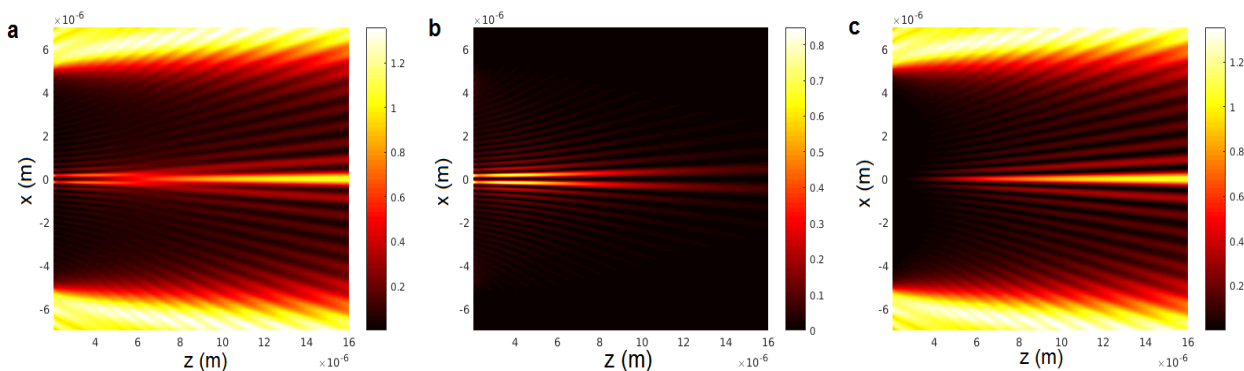


Figure III.6 – Distribution de l'intensité à partir de 600 nm de l'obstacle : a) $|Er|^2 + |Ez|^2$, b) $|Ez|^2$, c) $|Er|^2$.

Comme on peut le voir sur la figure III.7 qui représente la valeur absolue de la composante électrique Er et de la valeur absolue de la composante électrique Ez calculées sur l'axe x juste après le disque (à 20 nm de celui-ci), l'intensité juste après le disque est due à la composante Ez qui est nulle sur l'axe de révolution.

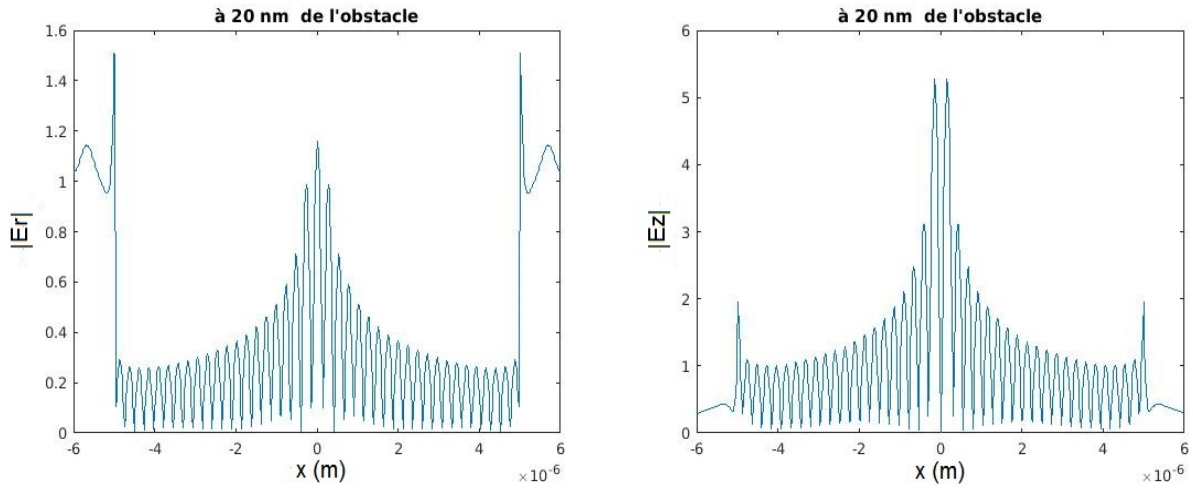


Figure III.7 – Évolution de $|E_r|$ et de $|E_z|$ en fonction de x juste après le disque.

Sur la figure (III.8), nous avons représenté la valeur absolue de la composante électrique E_r calculée sur l'axe de révolution en fonction de z . Comme on le voit sur la figure (III.8-b), le spot commence à apparaître à partir d'une distance $d = 2.3\mu\text{m}$ du disque. À des grandes distances (i.e., en champ lointain), son intensité atteint une valeur maximale et demeure constante le long de l'axe de révolution (figure III.8-a) conformément aux prédictions théoriques (équation I.14).

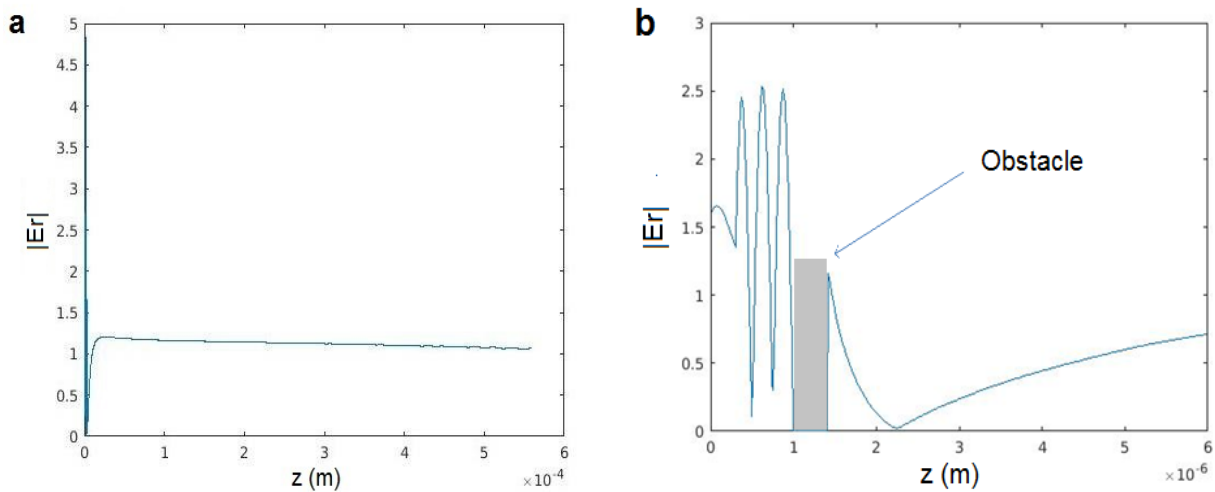


Figure III.8 – (a) Évolution de $|E_r|$ sur l'axe de révolution en fonction de la distance z . (b) zoom contenant l'obstacle.

III.2.2 Disque en métal parfait éclairé par une onde polarisée radialement

Pour étudier l'effet de la polarisation de l'onde incidente sur le spot, nous avons refait l'étude précédente en éclairant le disque en métal parfait par une onde polarisée radialement (mode 0). Nous avons considéré les mêmes paramètres que précédemment : rayon du disque $R = 5\mu\text{m}$ et longueur d'onde incidente $\lambda = 0.5\mu\text{m}$. Pour ce mode, le champ électrique est radial et il est suivant \vec{e}_r et dépend de la distance r . Les cartographies de la distribution de l'intensité du champ électrique dans le plan (x, z) (figure III.9) montrent la formation d'un spot

lumineux sur l'axe de révolution pour des distances inférieures à $10\mu\text{m}$ ($2\times R$) (voir figure III.9-a et III.10-b). Au-delà de cette distance ($d = 10\mu\text{m}$), on remarque la formation d'une tache noire au centre du spot résultant des interférences destructives sur l'axe de révolution dans cette zone. Lorsque les centres du faisceau et de l'obstacle sont alignés, le fameux spot d'Arago est remplacé par un anneau lumineux de centre sombre centré sur l'axe de symétrie. Ceci est une simple conséquence de la conservation de la singularité de phase qui caractérise le centre du faisceau incident. Ce résultat est similaire aux observations expérimentales et théoriques faites en [7] et [8] où il a été montré que la figure de diffraction d'un faisceau de Laguerre-Gauss par un disque opaque montre l'apparition d'une petite tache sombre au centre du spot d'Arago-Poisson habituellement brillant. De plus il a été démontré que pour ces faisceaux, les diamètres des taches sombres sont de l'ordre de $20\mu\text{m}$. Les faisceaux et les taches obtenues peuvent se propager sans diverger sur des dizaines de mètres et ce sans utilisation de lentilles de focalisation.

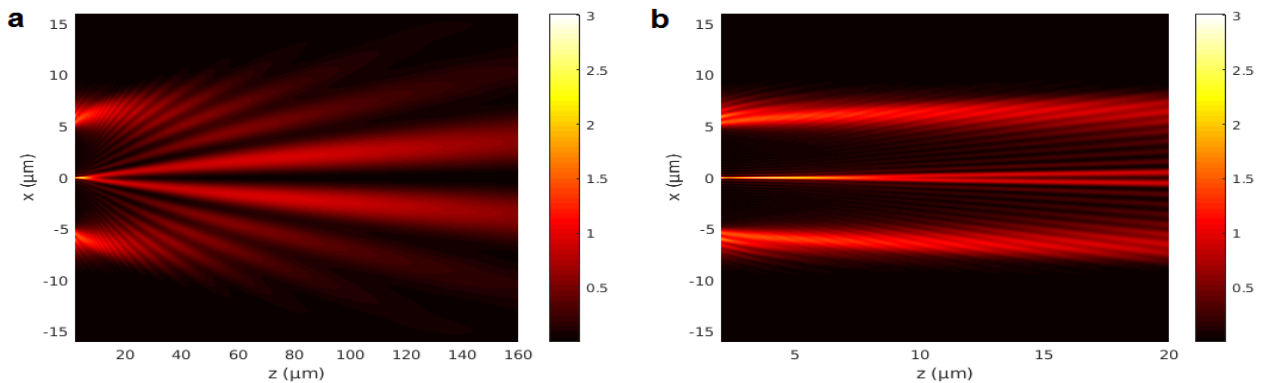


Figure III.9 – *Distribution de l'intensité dans le plan (x,z) : (a) à partir de 600nm après le disque. (b) zoom entre $0.6\mu\text{m}$ et $20\mu\text{m}$.*

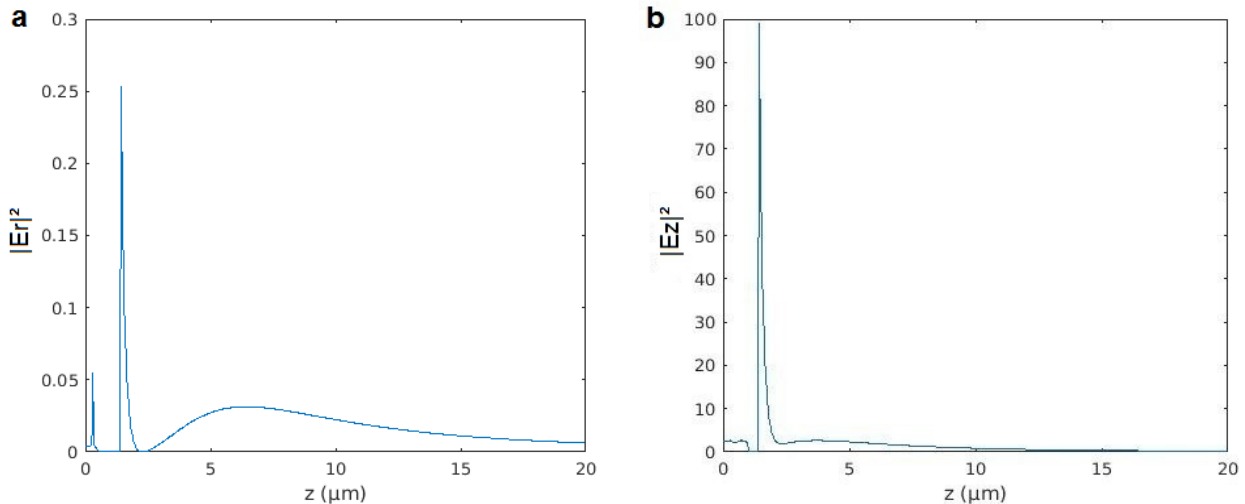


Figure III.10 – *(a) Évolution de l'intensité du champ électrique E_r sur l'axe de révolution en fonction de la distance z . (b) Évolution de l'intensité du champ électrique E_z sur l'axe de révolution en fonction de la distance z .*

Il est à noter qu'en polarisation radiale et par raison de symétrie le champ électrique E_r doit être nul le long de l'axe de révolution. Cependant, en champ proche cette composante n'est pas tout à fait nulle mais possède une valeur générée par diffraction qui reste négligeable devant E_z sur l'axe de révolution. La figure (III.11) représente la distribution de l'intensité du champ

électrique calculée dans le plan (x,y) pour différentes valeurs de la distance d le séparant de l'obstacle (suivant la direction z). Ces images montrent que la taille de la tache noire au centre (ici visible à partir de $d = 20\mu m$) augmente en fonction de la distance de propagation z . Nous avons vérifié que la taille de cette tache noire diminue lorsque la taille de l'objet diffractant augmente.

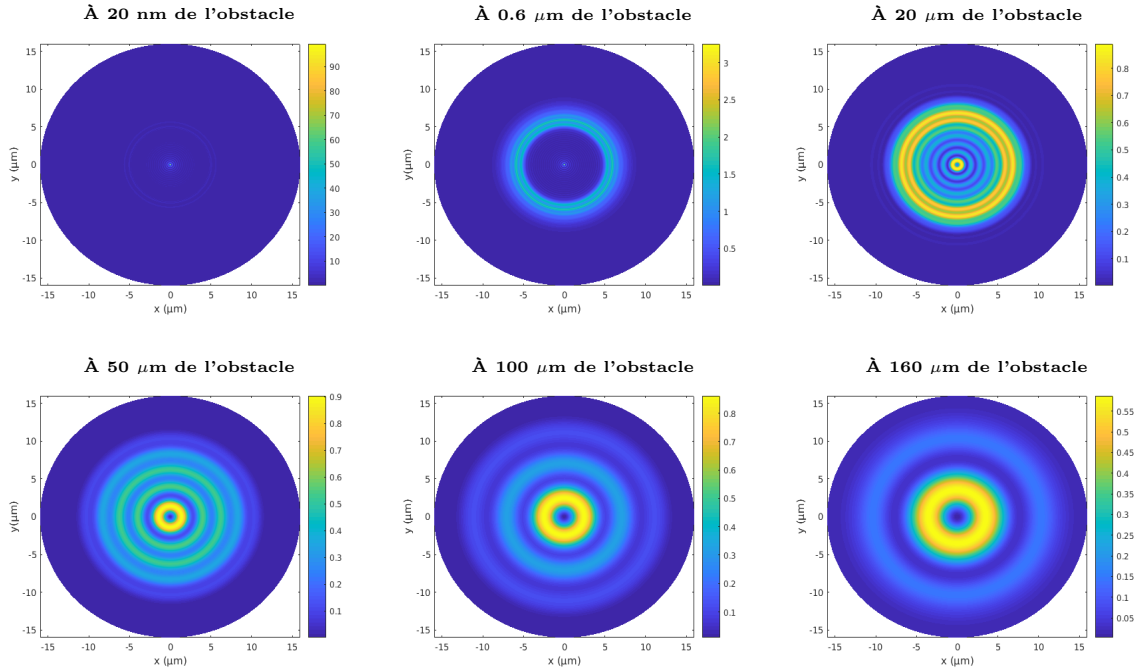


Figure III.11 – Distribution de l'intensité du champ électrique dans le plan (x,y) pour différentes valeurs de la distance d le séparant de l'obstacle (suivant la direction z).

Sur la figure (III.12), le point chaud au centre juste après le disque est dû essentiellement à la composante Ez générée par diffraction. En champ lointain, cette composante est négligeable devant la composante Er .

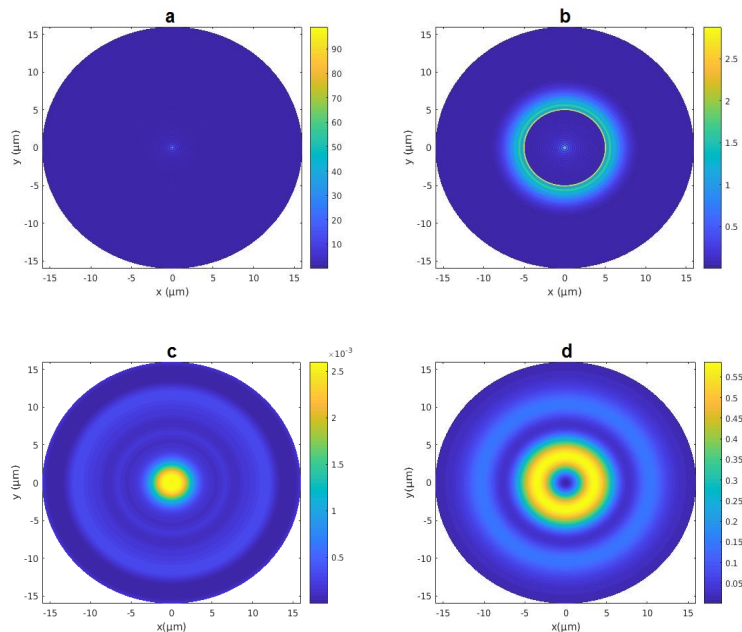


Figure III.12 – a) $|Ez|^2$ juste après l'obstacle, b) $|Er|^2$ juste après l'obstacle, c) $|Ez|^2$ à $160\mu m$ de l'obstacle, d) $|Er|^2$ à $160\mu m$ de l'obstacle.

III.3 Étude paramétrique dans le cas de la polarisation rectiligne

III.3.1 Effet de la dispersion

Nous allons ici nous intéresser à l'effet de la dispersion du métal sur l'intensité du spot. Pour ce faire, nous avons fait deux calculs en considérant les deux cas : métal parfait et argent. Dans cette étude le disque opaque de rayon $R = 5\mu\text{m}$ est éclairé par une onde plane polarisée rectilignement, de longueur d'onde $\lambda = 0.5\mu\text{m}$ se propageant en incidence normale. La distribution de l'intensité dans le plan (x, z) contenant l'obstacle dans les deux cas est représentée sur la figure III.13. Rappelons que la dispersion de l'argent est décrite par le modèle de Drude à deux points critiques.

Comme le montre la figure III.13-b, en remplaçant le métal parfait par l'argent, on constate l'exaltation du champ électrique en champ proche. L'intensité maximale juste après l'obstacle, portée par la composante E_z , n'est pas située sur l'axe et est due essentiellement aux effets plasmoniques.

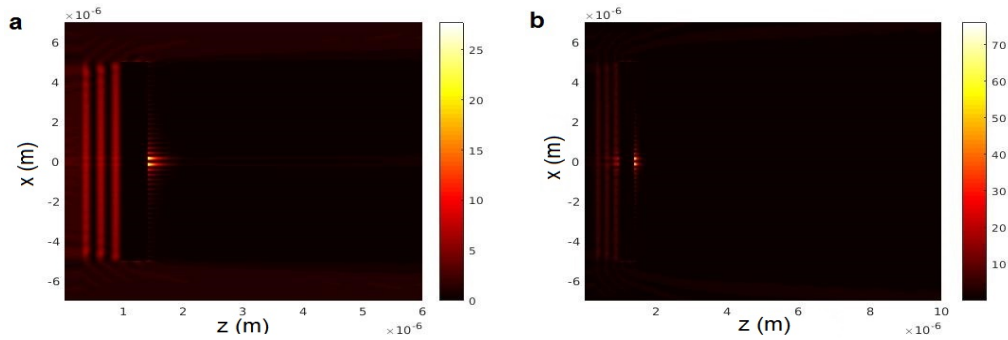


Figure III.13 – Distribution de l'intensité électrique dans le plan (x, z) contenant l'obstacle : a) dans le cas du métal parfait et b) dans le cas du métal réel (argent).

Comme on peut le voir sur la figure III.14, l'intensité dans le plan (x, z) tracée à partir de 600 nm de l'obstacle est à priori plus élevée dans le cas de l'argent.

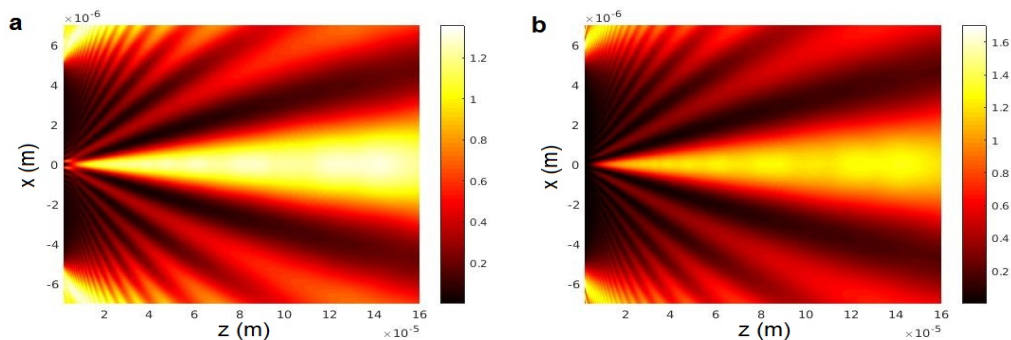


Figure III.14 – Distribution de l'intensité électrique dans le plan (x, z) tracée à partir de 600 nm de l'obstacle : a) dans le cas du métal parfait et b) dans le cas du métal réel (argent).

Sur la figure III.15 nous avons représenté uniquement le spot central. On constate que l'intensité est presque la même dans les deux cas, ce qui suggère que la dispersion du métal impacte peu, voire pas du tout le spot.

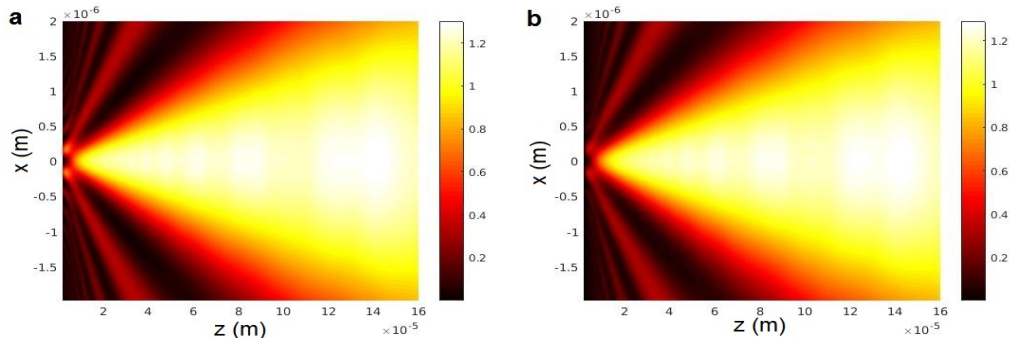


Figure III.15 – Distribution de l'intensité électrique dans le plan (x, z) (zoom contenant le spot centrale uniquement) : a) dans le cas du métal parfait et b) dans le cas du métal réel (argent).

III.3.2 Effet de l'épaisseur du disque

Pour étudier l'effet de l'épaisseur du disque opaque sur la taille et l'intensité du spot, nous avons repris les simulations précédentes en faisant varier l'épaisseur e du disque. Les cas du métal parfait et de l'argent sont considérés. Pour cette étude, on s'est limité à la polarisation rectiligne de l'onde incidente. L'intensité du spot ainsi que sa taille ont été déduites à partir des courbes d'évolution de l'intensité du champ électrique en fonction de la distance radiale. Les courbes d'évolution de la taille et de l'intensité du spot de Poisson-Arago, calculées à une distance $d = 140 \mu\text{m}$ suivant z de l'obstacle en fonction de l'épaisseur du disque opaque sont représentées sur la figure III.16. Comme le montre la figure III.16-a, dans le cas du disque opaque en métal parfait, l'intensité du spot n'est pas impactée par l'épaisseur du disque. Dans le cas du métal réel (argent) et contrairement au cas du métal parfait, l'augmentation de l'épaisseur du disque entraîne une légère diminution de l'intensité du spot. Cette diminution en intensité est attribuée aux effets plasmoniques qui entraînent des pertes d'énergie sous forme de chaleur dans le métal réel (voir en bas l'étude en champ proche). Quant à la taille du spot, elle diminue en fonction de l'épaisseur du disque et ce dans les deux cas du métal parfait et de l'argent (voir figure III.16-b). Cette diminution en taille peut être expliquée par le fait que plus le disque est fin et étroit, plus la lumière s'étale et plus la taille de la tache centrale de la figure de diffraction devient grande.

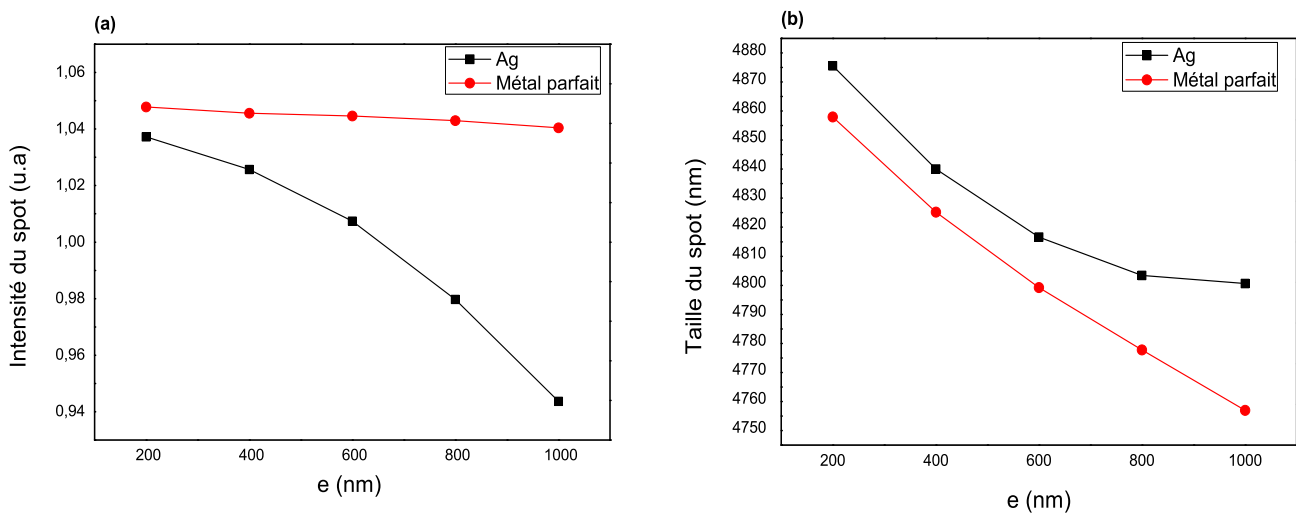


Figure III.16 – Évolution de la taille et de l'intensité du spot de Poisson-Arago en fonction de l'épaisseur du disque opaque en argent (courbe noire) et en métal parfait (courbe rouge).

III.3.2.1 Étude en champ proche

Dans cette partie, nous allons nous intéresser à la répartition de l'intensité du champ électrique diffracté dans la région proche de l'obstacle. La figure (III.17) illustre l'évolution du champ électrique le long de l'axe de révolution en fonction de z , dans la zone contenant l'obstacle, pour trois valeurs d'épaisseur du disque ($e = 200$ nm, $e = 600$ nm, $e = 1000$ nm) en argent (figure III.17-a) et en métal parfait (figure III.17-b). Les calculs sont faits sur une fenêtre de calcul $(r, z) = (30\mu\text{m}, 150\mu\text{m})$ avec un pas de discrétisation spatiale $\Delta = 20$ nm. Nous remarquons que pour toutes ces courbes, le spot fait son apparition à une distance voisine de $1\mu\text{m}$ de l'obstacle, correspondant à $2 \times R$, quelles que soient l'épaisseur et la nature de l'obstacle. Dans le cas de l'argent on observe une forte exaltation de la composante E_r du champ électrique au centre du disque à la sortie (à l'interface à la sortie) comparativement au cas du métal parfait. Cette exaltation s'amplifie encore davantage lorsque l'épaisseur du disque augmente. L'origine de ce comportement est attribuée aux effets plasmoniques. En effet, une onde de surface est générée par diffraction et se couple avec les plasmons de surface à l'interface derrière l'obstacle. Ce couplage entraîne un fort confinement de la lumière au voisinage du centre du disque (ici le maximum d'énergie est porté par la composante E_z).

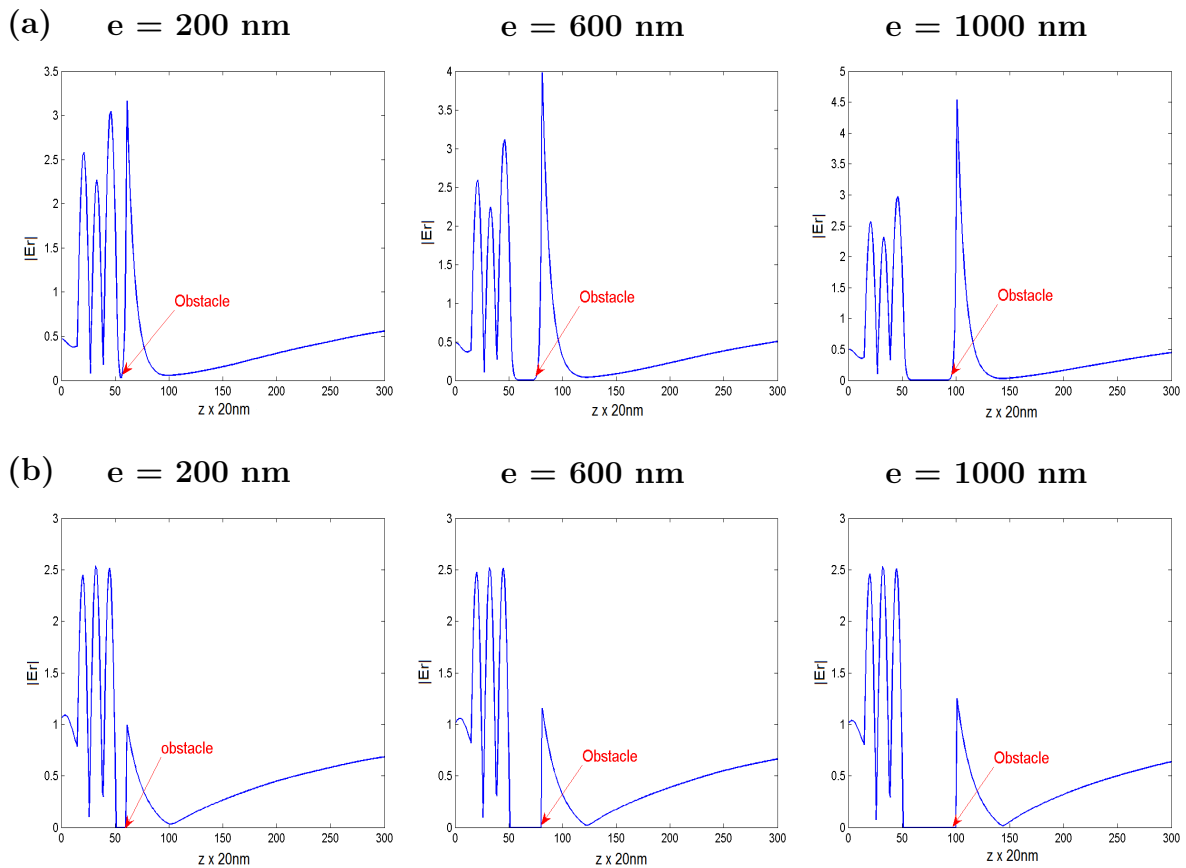


Figure III.17 – Distribution du champ électrique le long de l'axe de révolution en champ proche. a) dans le cas de l'argent, b) dans le cas du métal parfait.

III.3.3 Effet du rayon du disque

Dans cette partie, nous nous intéressons à l'effet du rayon du disque sur l'intensité et la taille du spot. Nous avons considéré un disque opaque en métal parfait d'épaisseur $e = 100$ nm éclairé par une onde plane polarisée rectilignement, de longueur d'onde $\lambda = 500$ nm. Les cartographies de l'intensité du champ électrique diffracté dans le plan (x, z) , pour différentes valeurs de rayons

du disque sont illustrées sur la figure III.18. Les différentes cartographies sont tracées à partir de 600 nm de l'obstacle.

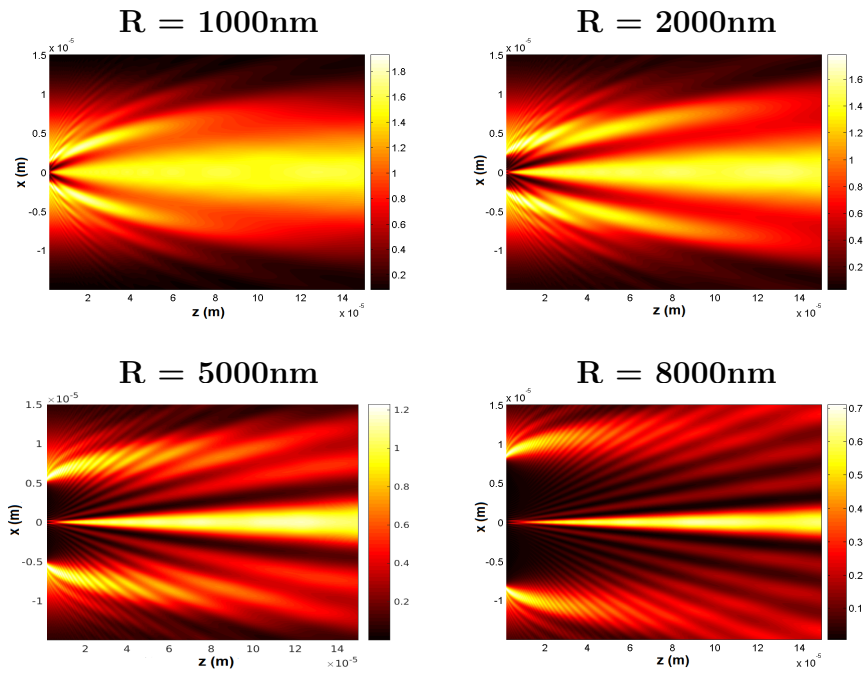


Figure III.18 – Distribution de l'intensité derrière le disque opaque dans le plan (x,z) pour différentes valeurs de rayon du disque.

La figure (III.19) illustre l'évolution de l'intensité et de la taille du spot en fonction de la distance d le séparant de l'obstacle diffractant (suivant la direction z), pour différentes valeurs de rayon du disque. On observe que l'intensité du spot ainsi que sa taille diminuent en fonction du rayon du disque. La figure (III.19-a) montre que l'intensité du spot augmente le long de l'axe de révolution jusqu'à ce qu'elle se stabilise à partir de $d = 20 \mu\text{m}$. Ce comportement est conforme aux prédictions des calculs analytiques de l'intensité du spot de Poisson-Arago. Sur la figure (III.19-b) la taille du spot augmente le long de l'axe de révolution.

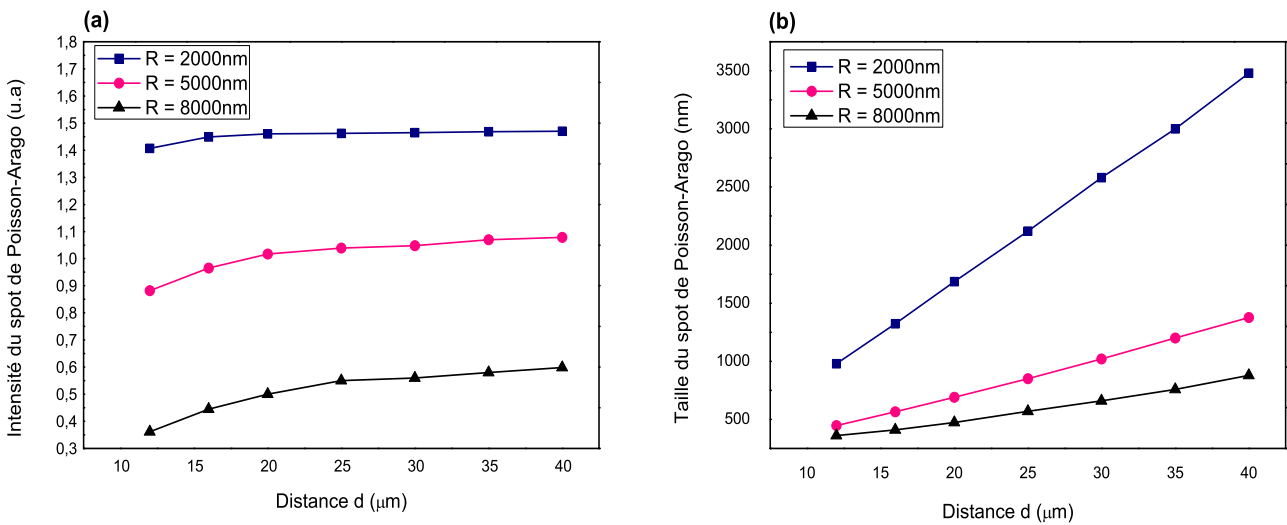


Figure III.19 – Évolution de la taille et de l'intensité du spot de Poisson-Arago en fonction de la distance d le séparant de l'obstacle (suivant la direction z) pour différentes valeurs du rayon du disque.

III.4 conclusion

Ce dernier chapitre est consacré à l'étude par BOR-FDTD du spot de Poisson-Arago résultant de la diffraction de la lumière par des objets à symétrie de révolution en considérant l'aspect vectoriel du champ électromagnétique. Après avoir effectué un test de validation du code de calcul utilisé, nous avons pu mettre en évidence les avantages de cette dernière en la confrontant à la méthode FDTD classique développée dans le système de coordonnées cartésiennes. Les résultats BOR-FDTD ont montré toute l'efficacité de ce code dans la description des objets à symétrie de révolution et dans la gestion de l'espace mémoire et de temps de calcul comparativement à la méthode FDTD classique. Nous avons, par la suite, effectué une étude du spot en considérant les deux cas de polarisations rectiligne (mode 1) et radiale (mode 0) du faisceau incident. Dans le cas du disque en métal parfait éclairé par une onde polarisée rectiligne, la diffraction a généré un point lumineux au centre de l'ombre géométrique en champ lointain résultat de l'interférence constructive des ondes diffractées par les bords de l'obstacle. Dans le cas de la polarisation radiale un spot lumineux est généré par diffraction en champ proche juste après le disque. En champ lointain une zone sombre très petite apparaît au centre du spot lumineux, qui est une conséquence de la conservation de la singularité de phase présente au centre du faisceau incident.

En dernier lieu, nous avons effectué une étude paramétrique de l'intensité et de la taille du spot dans le cas d'un disque métallique éclairé par un faisceau polarisé linéairement. Cette étude a montré le fort confinement de la lumière au voisinage du centre du disque en métal réel. Ce phénomène nous l'avons attribué au couplage entre l'onde de surface générée par diffraction et les plasmons à l'interface derrière l'obstacle.

Conclusion générale

Ce travail est consacré à l'étude du spot de Poisson-Arago résultant de la diffraction de la lumière par des objets métalliques à symétrie de révolution par la méthode BOR-FDTD. Cette tache lumineuse qui apparaît au centre de l'ombre d'un disque totalement opaque uniformément éclairé offre une voie prometteuse pour surmonter la limite de diffraction, pouvant ainsi ouvrir de nouvelles voies pour exploiter diverses applications dans différents domaines.

Nous avons commencé ce travail par l'introduction de quelques généralités sur le modèle scalaire de la lumière ainsi que les principales analyses mathématiques dans le développement théorique de la diffraction de la lumière en champ proche et en champ lointain établies à partir du principe d'Huygens-Fresnel. Nous avons aussi présenté le spot de Poisson-Arago et le calcul mathématique de son intensité. Nous avons terminé le premier chapitre par un bref rappel sur les plasmons de surface. Le deuxième chapitre a été consacré à la présentation de la technique BOR-FDTD, basée sur la discrétisation des équations de Maxwell exprimées en coordonnées cylindriques, pour la modélisation des objets à symétrie de révolution. Les passages du code de calcul 3D à 2D sont présentés. Le critère de stabilité inhérent à la méthode BOR-FDTD est discuté. Le modèle de Drude à deux points critiques est utilisé pour mieux rendre compte de la dispersion des métaux dans la gamme optique. Les conditions aux frontières absorbantes (PML de Bérenger) pour décrire l'espace libre sont abordées.

Le dernier chapitre a été consacré à la modélisation par la méthode BOR-FDTD du phénomène "Spot de Poisson-Arago" résultant de la diffraction de la lumière par des objets métalliques à symétrie de révolution, en tenant compte de l'aspect vectoriel du champ électromagnétique. Le modèle utilisé a fait l'objet d'une validation par la reproduction des résultats de la littérature montrant l'apparition d'une tache lumineuse de Poisson-Arago au centre de l'ombre géométrique d'un disque opaque éclairé par une onde polarisée rectilignement. Pour valider notre code BOR-FDTD aussi bien en champ proche qu'en champ lointain, nous avons refait les calculs avec un autre code FDTD-3D, développé en coordonnées cartésiennes et qui a fait ses preuves dans le domaine de la nano-optique. Nous avons montré que les résultats obtenus par la BOR-FDTD étaient identiques à ceux obtenus par la FDTD-3D classique aussi bien en champ proche qu'en champ lointain. De plus, les tests de validation effectués ont montré toute l'efficacité du code BOR-FDTD dans la description des objets à symétrie de révolution et dans la gestion de l'espace mémoire et du temps de calcul comparativement à la méthode FDTD classique.

Par la suite, nous avons mené une étude du phénomène "Spot de Poisson-Arago" en considérant les polarisations rectiligne (mode 1) et radiale (mode 0) du faisceau incident. Dans le cas de la polarisation radiale nous avons montré la formation d'une tache noire au centre du spot en champ lointain sur l'axe de symétrie que nous avons imputé à la conservation de la singularité de phase présente centre du faisceau incident. Dans la deuxième partie du dernier chapitre,

nous avons mené une étude paramétrique de l'intensité et de la taille du spot dans le cas d'un disque métallique éclairé par un faisceau polarisé linéairement. Les cas du métal parfait et du métal réel sont considérés dans le but d'exploiter l'impact des effets plasmoniques sur la lumière diffractée et notamment sur l'intensité du spot. Les résultats ont montré le fort confinement de la lumière au voisinage du centre du disque dû au couplage entre l'onde de surface générée par diffraction et les plasmons à l'interface derrière l'obstacle.

En perspectives, nous envisageons de prendre en considération d'autres types de matériaux. Nous envisageons aussi d'exploiter l'exaltation du champ juste après l'obstacle en utilisant un objet de forme conique déposé sur un substrat en verre, situation rencontrée dans les dispositifs de la nano-optique. et notamment les sondes de microscopie en champ proche.

Bibliographie

- [1] M.A Fresnel, «*Mémoire sur la diffraction de la lumière*», 1818.
- [2] Thomas Reisinger, A. Amil Patel, Herbert Reingruber, Katrin Fladischer, Wolfgang E. Ernst, Gianangelo Bracco, Henry I. Smith et Bodil Holst, «*Poisson's spot with molecules*», Phys. Rev. A, American Physical Society, vol.79, no 5, 2009.
- [3] Ioan Feier, Horst Friedsam, Merrick Penicka, «*The Poisson Alignment Reference System Implementation at the Advanced Photon Source*», Work supported by U.S. DOE, Office of Basic Energy Sciences, under No. Contract W-31-109-Eng-38.
- [4] James E. Harvey et James L. Forgham, «*The spot of Arago : New relevance for an old phenomenon*», American Journal of Physics, vol.52, no 3, 1984.
- [5] C. Finot et H. Rigneault, «*Arago spot formation in the time domain*», 2019.
- [6] L. Allen, S.M. Barnett, and M. Padgett, «*Optical Angular Momentum*», 2003.
- [7] O. Emile, A. Voisin, R. Niemiec, B. Viaris de Lesegno, L. Pruvost, G. Ropars, J. Emile and C. Brousseau «*Dark zone in the centre of the Arago-Poisson diffraction spot of a helical laser beam*», EPL, 101 (2013) 54005.
- [8] Pascal Fischer, Susan E. Skelton, Christopher G. Leburn, Casey T. Streuber, Ewan M. Wright, Kishan Dholakia, «*The dark spots of Arago*», Optical Society of America 2007.
- [9] Phénomènes de diffraction, Université Joseph Fourier, CESIRE Plate-forme Optique.
- [10] P.Poincelot, «*Sur le théorème de Babinet au sens de la théorie électromagnétique.*», t. 12, n 12, 1957.
- [11] Théories de la diffraction. <https://femto-physique.fr/optique/diffraction-de-fresnel.php>
- [12] Robert L Lucke, «*Rayleigh–Sommerfeld diffraction and Poisson's spot*», Eur. J. Phys. 27 193–204, 2006.
- [13] Glenn S Smith, «*Comment on Rayleigh–Sommerfeld diffraction and Poisson's spot*», Eur. J. Phys. 27 (2006) L21–L23.
- [14] Transformée de Fourier, diffraction et interférences : l'exemple des ondes lumineuses. <https://studylibfr.com/doc/2895942/3>.
- [15] R.W. Wood, «*On a remarkable case of uneven distribution of light in a diffraction grating spectrum*» Philosophical Magazine, 6, 4 :21, 396–402 (1902).
- [16] E. Kretschmann et H. Raether, «*Radiative decay of the non-radiative surface plasmons excited by light*» Z. Naturforsch, 23 a, 2135—2136 (1968).
- [17] Romain Mailhes, «*Effets plasmoniques induits par des nanostructures d'argent sur des couches minces de silicium*», Thèse de doctorat, Université Claude Bernard - Lyon 1, 2016.

-
- [18] L. Salomon, F. Grillot, A.V. Zayats et F. de Fornel, « *Near-field distribution of optical transmission of periodic subwavelength holes in a metal film* » Phys. Rev. Lett., 86, no. 6, pp. 1110–1113 (2001).
- [19] T. Nikolajsen, K. Leosson et S.I. Bozhevolnyi, « *In-line extinction modulator based on long-range surface plasmon polaritons* » Opt. Commun., 244, pp. 455–459, application des plasmons : modulateur (2005).
- [20] W. Srituravanich, N. Fang, C. Sun, Q. Luo et X. Zhang, « *Plasmonic nanolithography* » Nano Lett., 4, no. 6, pp. 1085–1088 (2004).
- [21] Samuel Aberra Guebrou, « *Influence des plasmons de surface propagatifs sur la cohérence de systèmes optiques* », Thèse de doctorat, Université de Lyon, HAL Id : tel-00798779, 2014.
- [22] M. Fleischmann, P. Hendra, and A. McQuillan, « *Raman spectra of pyridine adsorbed at a silver electrode* », Chemical Physics Letters, 1974.
- [23] F. L. Teixeira, J. R. Bergmann, « *Moment-method analysis of circularly symmetric reflectors using bandlimited basis functions* », IEE Proc. - Microw. Antennas Prop. 144 (3) (1997) 179–183.
- [24] X. Rui, J. Hu, Q. H. Liu, « *Higher order finite element method for inhomogeneous axisymmetric resonators* », Progress In Electromagnetics Research B 21 (2010) 189–201.
- [25] M. S. Novo, L. C. da Silva, F. L. Teixeira, « *Three-dimensional finite-volume analysis of directional resistivity logging sensors* », IEEE Trans. Geosci. Remote Sens. 48 (2) (2010) 1151–1158.
- [26] A. Taflove and S.C. Hagness, « *Computational Electrodynamics : The Finite-Difference Time-Domain Method* », 2nd ed. (Artech House, Norwood, MA, 2000).
- [27] A. Belkhir, « *Extension de la modélisation par fddd en nano-optique* », Ph.D. thesis, Université de Franche-comté. UFR des sciences et techniques (2008).
- [28] Z. Kebci, « *Implémentation de modèles numériques basés sur la FDTD pour des applications en nano-optique* », Thèse de doctorat, Université Mouloud Maameri de Tizi Ouzou (2018).
- [29] KANE S. YEE, « *Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equations in Isotropic Media* », IEEE Transaction on Antennas and Propagation, VOL. AP-14, so. 3, 1966.
- [30] J.P Berenger, « *A perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves* », Journal of computational physics 114,185-200 (1994).
- [31] M. Hamidi, « *Modélisation par la méthode FDTD des plasmons de surface localisés.* », Thèse de doctorat, Université Mouloud Maameri de Tizi Ouzou (2012).
- [32] P. G. Etchegoin, E. Le Ru, M. Meyer, « *An analytic model for the optical properties of gold.* », The Journal of chemical physics 125 (16) (2006).
- [33] Michel Gondran, Alexandre Gondran, « *Energy flow lines and the spot of Poisson-Arago* », American Journal of Physics, American Association of Physics Teachers, 78 (6), pp 598-602. 10.1119/1.3291215. hal-00934546, 2010.