

République Algérienne Démocratique Et Populaire
Ministère De L'enseignement Supérieur Et De La Recherche Scientifique
Université Mouloud Mammeri Tizi-Ouzou
Faculté de Génie de la Construction
Département de Génie Mécanique



Mémoire De Fin De Cycle
Présenté En Vu De L'obtention Du Diplôme De Master
Filière : Électromécanique
Spécialité : Maintenance Industrielle

THEME

Etude du comportement dynamique du vilebrequin en vue de son optimisation

Présenté par :

ALLALI Hamza

MAMMA Ahcene

Soutenu, le 25 mars 2021

Devant le jury composé de :

Mr. SI AHMED.H

M A A, UMMTO

Président

Mr. CHERABI.B

M C B, UMMTO

Examineur

Mr. BELGAID.H

M C B, UMMTO

Encadrant

Année universitaire 2019/2020

Remerciements

Nos remerciements vont en premier lieu à notre encadrant, monsieur BELGAID Hocine qui nous a consacré son temps, sa disponibilité constante et pour tout ce qu'il a fait pour nous tout au long de ce travail.

Son encouragement a toujours été pour nous une lumière pour mieux comprendre notre étude de recherche.

Nous remercions aussi toute personne qui a aidé et contribué à la réalisation de ce travail.

Hamza et Ahcene

Dédicace

C'est avec profonde gratitude et sincère mots, que nous dédions ce modeste travail de fin d'étude à nos chers parents ; qui ont sacrifié leur vie pour notre réussite et nous ont éclairé le chemin par leurs conseils judicieux.

Nous espérons qu'un jour, nous pourrons leurs rendre un peu de ce qu'ils ont fait pour nous, que dieu leur prête bonheur et longue vie. Nous dédions aussi ce travail à nos frères et sœurs, nos familles, nos amis, tous nos professeurs qui nous ont enseigné et tous ceux qui sont chers.

Hamza et Ahcene

Résumé

Ce travail contribue à l'étude et à la compréhension du comportement statique et dynamique des vilebrequins en vue d'optimiser leur conception. Le mémoire apporte au sujet deux contributions : En premier lieu, Contrairement aux modèles conventionnels de machines tournantes sur paliers rigides de la littérature en la matière, nous proposons ici, un modèle de vilebrequin tournant sur des paliers élastiques et dotés d'amortissement afin de mieux simuler les paliers hydrodynamiques réels des vilebrequins. Le modèle en question est construit sur SolidWorks et analysé sur ANSYS. En second lieu, Dans le but de cerner complètement le comportement mécanique de la pièce en étude, nous mettons en place, dans ce présent mémoire, plusieurs tests numériques, à savoir : réactions au chargement maximal, analyse modale, analyse des vitesses critiques, réponse au déséquilibres et réponses harmoniques.

Les résultats obtenus sont présentés sous forme tabulaire et graphique. Les résultats montrent une variation considérable par rapport à certaines données publiées dans la littérature et révèlent ainsi l'obsolescence du modèle basé sur des paliers rigides. Par ailleurs, L'analyse dynamique fournit les vitesses critiques à éviter, la réponse au balourd, fournit le seuil de déséquilibre admissible et la réponse harmonique renseigne sur les contraintes et les déformations harmoniques subies par les sections critiques du vilebrequin.

Mots clés : vilebrequin , vitesses critiques, fréquences propre, mode propre, palier, balourd, contraintes, déformations, vibrations des machines tournantes.

ملخص

يساهم هذا العمل في دراسة وفهم السلوك الساكن والديناميكي لأعمدة الكرنك من أجل تحسين استجابتها. تقدم الأطروحة مساهمتين في الموضوع: أولاً، على عكس النماذج التقليدية للألات الدوارة في هذا الموضوع، نقترح هنا نموذجاً للعمود المرفقي يدور على محامل مرنة ويتم تزويده بالتخميد من أجل محاكاة أفضل للسلوك المحاملاً لهيدروديناميكية الحقيقية لأعمدة الكرنك. النموذج المعني مبني على SolidWorks وتم تحليله على ANSYS.

لثانياً، من أجل تحديد السلوك الميكانيكي للقطعة المدروسة، قمنا في هذه المذاكرة بإجراء العديد من الاختبارات العددية، وهي: ردود الفعل على التحميل الأقصى، والتحليل النمطي، وتحليل السرعات الحرجة، والاستجابة للاختلالات التوازن والاستجابات التوافقية..

تم عرض النتائج المتحصل عليها في شكل جداول ورسوم بيانية. أظهرت النتائج تبايناً ملحوظاً مقارنة ببعض البيانات المنشورة في المجالات العلمية، وبالتالي تكشف عن تقادم النموذج المبني على المحامل الصلبة. علاوة على ذلك، يوفر التحليل الديناميكي السرعات الحرجة التي يجب تجنبها، والاستجابة غير المتوازنة، ويوفر عتبة عدم الاتزان المسموح بها والاستجابة التوافقية توفر معلومات عن الضغوط والتشوهات التوافقية التي تخضع لها الأقسام الحرجة من العمود المرفقي.

الكلمات المفتاحية: العمود المرفقي ، السرعات الحرجة ، الترددات الطبيعية ، المحمل ، عدم الاتزان ، الضغوط ، التشوهات ، اهتزازات الألات الدوارة.

Abstract

This work contributes to the study and understanding of the static and dynamic behavior of crankshafts in order to optimize their design. The thesis brings two contributions to the subject: Firstly, unlike conventional models of rotating machines on rigid bearings in the literature on the subject, we propose here a model of crankshaft rotating on elastic bearings and provided with damping in order to better simulate the real hydrodynamic bearings of the crankshafts. The model in question is built on SolidWorks and analyzed on ANSYS. Secondly, in order to completely define the mechanical behavior of the part under study, we set up, in this present memory, several numerical tests, namely: reactions to the maximum loading, modal analysis, analysis of critical speeds, response to imbalances and harmonic responses.

The results obtained are presented in tabular and graphical form. The results show a considerable variation compared to some data published in the literature and thus reveal the obsolescence of the model based on rigid bearings. Furthermore, the dynamic analysis provides the critical speeds to be avoided, the unbalance response, provides the admissible unbalance threshold and the harmonic response provides information on the stresses and harmonic deformations undergone by the critical sections of the crankshaft.

Keywords: crankshaft, critical speeds, natural frequencies, clean mode, bearing, unbalance, stresses, deformations, vibrations of rotating machines.

Table des matières

Introduction générale.....	1
-----------------------------------	----------

Chapitre 1 : Généralité sur les machines thermiques

1. Généralité sur les machines thermiques	5
1.1 Introduction.....	5
1.2 Les moteurs thermiques :.....	5
1.2.1 Les moteurs à combustion externe	6
1.2.2 Les moteurs à combustion interne	6
1.3 Principe de fonctionnement	7
1.4 Description des composants du moteur	8
1.4.1 Le bloc cylindre	8
1.4.2 La chemise	8
1.4.3 L'arbre à came	9
1.4.4 Les soupapes	10
1.4.5 Les pistons	11
1.4.6 Les segments	11
1.4.7 La bielle	12
1.4.8 Le vilebrequin	13
1.4.9 La distribution	13
1.5 Définitions Alésage, Course, Cylindrée	14
1.6 Paramètres de performance d'un moteur à combustion interne	16
1.6.1 La puissance	16
1.6.2 Couple	17
1.7 Différents types de configuration de moteur	20
1.8 Moteur a combustion interne industriel	20
1.9 Conclusion	21

Chapitre 2 : Technologie des vilebrequins

2. Technologie des vilebrequins	22
2.1 Généralités	22
2.2 Le vilebrequin	23
2.2.1 La conception	23

2.2.2	Les contraintes subies par le vilebrequin	24
2.2.3	Les qualités que doit posséder un vilebrequin	25
2.2.3.1	Bras de manivelle robuste	26
2.2.3.2	Equilibrage parfait	26
2.3	Les déformations que peut subir un vilebrequin	26
2.3.1	Déformations de flexion	26
2.3.2	Déformations de torsion	27
2.4	Les masses d'équilibrages	27
2.5	Equilibrage du vilebrequin	28
2.6	Palier et lubrification	29
2.7	Les lubrifiants	30
2.8	Conclusion	30

Chapitre 3 : Méthode des éléments finis

3.	Méthode des éléments finis.....	31
3.1	Introduction	31
3.2	Concept d'élément fini	31
3.2.1	Les nœuds géométriques	31
3.2.2	Attributs d'un élément fini	32
3.3	Classes des éléments finis	33
3.3.1	Les éléments unidimensionnels (1D)	33
3.3.2	Les éléments bidimensionnels (2D)	34
3.3.3	Les éléments tridimensionnels (3D).....	34
3.3.4	Les éléments axisymétriques	35
3.4	Formulation d'un élément	35
3.4.1	Fonction d'interpolation	35
3.4.2	Propriétés des fonctions d'interpolations	35
3.5	Famille de Lagrange	36
3.6	Famille de Serendip	40
3.7	Eléments isoparamétriques	42
3.8	Conclusion	46

Chapitre 4 : Ansys et SolidWorks

4.	Ansys et SolidWorks :	47
4.1	Logiciel de simulation ANSYS.....	47

4.2	ANSYS pour la mécanique des structures.....	47
4.3	Applications	47
4.3.1	Analyse de la résistance.....	47
4.3.2	Vibration.....	48
4.3.3	Analyse thermique.....	49
4.3.4	Durabilité	49
4.3.5	Dynamique des corps rigides.....	50
4.3.6	Hydrodynamique.....	50
4.3.7	Matériaux composites.....	51
4.3.8	Impact	51
4.3.9	Optimisation.....	52
4.3.10	HPC pour l'analyse par éléments finis	52
4.3.11	Optimisation topologique	52
4.3.12	Fabrication additive.....	53
4.4	Caractéristiques	54
4.4.1	Model numérique précis pour une simulation proche de la réalité	54
4.4.2	Des interfaces ouvertes pour plus de flexibilité	54
4.4.3	Couplage à d'autres physiques pour un maximum de qualité	54
4.4.4	Des procédés de travail spécifique pour plus de productivité	54
4.5	Présentation du logiciel SolidWorks	54
4.6	Interface d'utilisateur.....	55
4.7	Module DAO.....	56
4.8	Méthode de conception.....	56
4.8.1	Esquisse	57
4.8.2	Fonction principale.....	57
4.9	Conclusion	57

Chapitre 5 : Application, resultat et discussion

5.	Application	58
5.1	Introduction.....	58
5.1.1	Caractéristiques du moteur	58
5.1.2	Calcul des forces appliquées sur le vilebrequin	59
5.1.3	Caractéristiques du vilebrequin.....	59
5.2	Test de validation	60

5.2.1	Condition aux limites	61
5.2.2	Les différents tests numériques effectués	62
5.3	Analyse modale	67
5.3.1	Fréquences et modes propres-Cas d'un vilebrequin sans paliers hydrodynamiques	67
5.4	Vilebrequin sur paliers hydrodynamiques	69
5.4.1	Test au chargement statique-Cas d'un vilebrequin sur des paliers	69
5.4.2	Fréquences et modes propres-Cas d'un vilebrequin sur des paliers hydrodynamiques	70
5.4.3	Réponse du vilebrequin à un balourd	72
Conclusion générale.....		78
Bibliographie.....		81
Annexe.....		85

Liste des figures

Figure (1) : exemple d'un moteur à combustion interne [8]	6
Figure (2) : les principaux éléments du moteur [9]	7
Figure (3) : bloc cylindre [11].....	8
Figure (4) : les chemises du cylindre [12]	9
Figure (5) : la culasse [9]	9
Figure (7) : Les soupapes [12]	10
Figure (6) : arbre à came [12]	10
Figure (8) : le piston [9].....	11
Figure (9) : les segments [12]	12
Figure (10) : la bielle [12].....	12
Figure (11) : vilebrequin [12].....	13
Figure (12) : distribution [11]	14
Figure (13) : Quelques notions des moteurs [14].....	16
Figure (14) : Les quatre temps d'un moteur thermique essence à injection directe [15]	18
Figure (15) : diagramme de cycle d'un moteur à combustion [9].....	19
Figure (16) : La disposition des cylindres [9]	20
Figure (17) : RTA96-C le plus gros diesel du monde tout simplement (108 920 chevaux) [18]	20
Figure (18) : Vilebrequin conçu avec solidworks	23
Figure (19) : Vilebrequin en acier (photo Eric Girardot) [21]	24
Figure (20) : Torsion	24
Figure (21) : Flexion.....	25
Figure (22) : Les qualités de vilebrequin	25
Figure (23) : équilibrage d'un système bielle manivelle [20].....	27
Figure (24) : Position des nœuds pour le carré de Lagrange (degrés 1, 2 et 3) [21]	38
Figure (25) : Exemple de mode bulle associé à un nœud interne [27]	39
Figure (26) : Fonction d'interpolation associée à un nœud sommet [27].....	40
Figure (27) : Position des nœuds pour le carré de Serendip (degrés 1, 2 et 3) [27].....	40
Figure (28) : Quadrilatère non rectangulaire [27]	41
Figure (29) : Interpolation géométrique [27]	42
Figure (30) : Elément isoparamétrique bidimensionnel quadrilatère mappé à partir d'un élément rectangulaire: (a) l'élément réel, (b) l'élément déformé. [28]	43
Figure (31) : Test statique (force/déformation) [29]	48
Figure (32) : Déformée modale (mode propre) [29]	48
Figure (33) : Analyse thermique d'une structure [29].....	49
Figure (34) : Durabilité avec analyse par fatigue [C].....	49
Figure (35) : simulation d'un corps rigide «bras robot manipulateur » [29]	50
Figure (36) : simulation d'un bateau sur mer avec ansys[29].....	50
Figure (37) : représentation d'un gante conçu avec des matériaux composites[29]	51
Figure (38) : représentation d'un impacte entre deux corps[29].....	51
Figure (39) : optimisation d'une structure [29].....	52
Figure (40) : test statique (support/charge) [29]	53

Figure (41) : test statique (contrainte/déformation) [29]	53
Figure (42) : interface SolidWorks.....	56
Figure (43) : Caractéristiques géométriques et dimensionnelles du vilebrequin étudié [32] ...	60
Figure (44) : Modèle du vilebrequin avec SolidWorks	61
Figure (45) : Modèle éléments finis sur Ansys	61
Figure (46) : Conditions aux limites appliquées en références [32,33&34].....	61
Figure (47) : Magnitudes des déplacements - Cas des dimensions originales.....	63
Figure (48) : Magnitudes des déplacements - Cas de perçage axial augmenté	63
Figure (49) : Magnitudes des déplacements - Cas du trou de graissage augmenté.....	64
Figure (50) : Magnitudes des déplacements - Cas du diamètre du maneton augmenté.	64
Figure (51) : Magnitudes des déplacements - Cas de épaisseur de la bande diminuée.....	64
Figure (52) : Déplacements en fonction de la profondeur du perçage axial.....	65
Figure (53) : Déplacements en fonction des diamètres du trou de graissage du maneton	65
Figure (54) : Déplacements en fonction des diamètres du maneton	66
Figure (55) : Déplacements en fonction de l'épaisseur de la bande.....	66
Figure (57) : déformée modale (modes propres) - cas du vilebrequin encastré.....	68
Figure (56) : Diagramme de Campbell- cas d'un vilebrequin encastré.	68
Figure (58) : Modèle éléments finis du vilebrequin sur paliers implémenté sur ANSYS.	69
Figure (59) : déformée modale (modes propres) - cas du vilebrequin sur paliers hydrodynamiques	71
Figure (60) : Diagramme de Campbell- cas d'un vilebrequin sur paliers hydrodynamiques ...	72
Figure (61) : fréquence de résonance fondamentale du vilebrequin en fonction de la masse de déséquilibre.	73
Figure (62) : contraintes directionnelles harmoniques sur la section A	74
Figure (63) : contrainte harmonique sur la section B	75
Figure (64) : contraintes harmonique sur la section C	75
Figure (65) : déformations harmoniques sur la section A	76
Figure (66) : déformations harmoniques sur la section B.....	76
Figure (67) : déformations harmoniques sur la section C.....	77

Liste des tableaux

Tableau (1): comparaison entre un moteur essence et diesel [17]	19
Tableau (2) : Données dimensionnelles des paliers [23]	29
Tableau (3) : Spécifications du moteur monocylindre diesel [32]	58
Tableau (4) : Contraintes et déplacements maximaux en fonction de variations géométriques et dimensionnelles.	62
Tableau (5) : Fréquences de résonance et vitesses critiques du vilebrequin en étude.....	67
Tableau (6) : Contraintes et déplacements maximaux en fonction de variations géométriques et dimensionnelles.	70
Tableau (7) : Fréquences de résonance et vitesses critiques du vilebrequin en étude.....	70
Tableau (8) : Fréquences amorties en fonction de différentes vitesses de rotation– Cas du vilebrequin sur palier avec balourd de masse $m=0.1\text{kg}$ et de rayon $R=0.03\text{ m}$	73

Liste des abréviations

MEF : méthode des éléments finis
PMH : point mort haut
PMB : point mort bas
AOA : l'Avance d'Ouverture de l'Admission
RFA : de Fermeture de l'Admission
1-D : Uni- dimensionnel
2-D : Bi- dimensionnel
3-D : Tri- dimensionnel
ddl : Degré De Liberté
MCR: Mouvement de Corps Rigide

Notation

$[B]$: Matrice dérivée des fonctions de forme.
 $[Ke]$: Matrice de rigidité élémentaire
 (u,v,w) : Vecteur déplacements
 N : Fonction de forme
 a,b Dimensions de l'élément
 $[\varepsilon_{ij}]$: Tenseur des déformations
 $[J]$: Matrice jacobienne de la transformation
 V : volume disponible dans un cylindre au point mort bas
 v : volume disponible dans un cylindre au point mort haut
 ρ : Rapport volumétrique
 V_u : Cylindrée
 A : section des pistons
 C : course du piston
 W : travail
 C_m : Couple
 N : nombre de tours minute
 P : puissance
 ω : Pulsation
 F : Force

F_Q : Poussée sur la bielle

F_p : Force sur le piston

F_t : Force tangentielle

F_r : Force radiale

Θ : Angle de vilebrequin maximal

L : longueur de parcours

R : rayon du vilebrequin

ϕ : Angle d'inclinaison de la bielle avec la ligne de trait

Introduction

Introduction générale

Le premier site de production de Renault en Algérie est inauguré le 10 novembre 2014. L'événement parut exceptionnel, Cette usine est essentielle, non pas par sa taille, encore restreinte, mais par sa signification ; l'Algérie s'est enfin ouvert à l'industrie automobile. Cependant, très vite, plusieurs critiques furent entendues et plusieurs sonnettes d'alarmes furent tirées quant à la manière d'intégrer une industrie aussi développée, aussi poussée et aussi couteuse que l'industrie automobile. En effet, en plus de devoir relever le défi de la compétence et de la compétitivité, l'Algérie devait assurer une capacité de production dépassant le seuil de la rentabilité.

Dans le rapport publié par le Bureau International du Travail (BIT), il est souligné que « Les pays dépourvus d'une bonne base de qualifications ou d'une structure d'investissement ferme dans l'industrie automobile ont souvent beaucoup de difficultés à fournir un appui technique, financier et administratif à un secteur de la construction automobile relativement perfectionné et à forte intensité de capital, alors que les gouvernements des pays dotés d'un secteur automobile bien établi, comme le Royaume-Uni et d'autres pays du nord-ouest de l'Europe, introduisent des programmes d'éducation et de subvention visant à attirer et à maintenir l'IED dans ce secteur, et mettent en place des programmes d'appui spécialement conçus pour cette branche d'activité¹ ».

Une autre alternative fut adoptée par d'autres pays tel que la Chine. Celle-ci consiste en une intégration progressive de l'industrie automobile et cela en commençant par la fabrication de pièces de rechange. Une stratégie à priori et à posteriori réussie. Le graphique(A) montre les exportations des pays en pièces de rechange automobile en 2003 avec une projection pour 2010².

Il est clair que l'investissement dans la fabrication de pièces de rechange est plus avantageux pour un pays tel que l'Algérie. Il reste toutefois le défi de la technologie. En effet, pour pouvoir s'imposer sur le marché, les pièces produites doivent être entièrement conformes aux normes mondiales de qualité, d'où la nécessité d'investir dans l'étude, la recherche et le développement ; Cadre dans lequel s'inscrit ce présent projet de master.

¹Bureau international du travail (bit). Les évolutions de l'industrie automobile qui ont une incidence sur les équipementiers. Genève 2005.

²Roland Berger Strategy Consultants, exposé présenté lors du Congrès mondial de la SAE, Detroit, 8 mars 2004

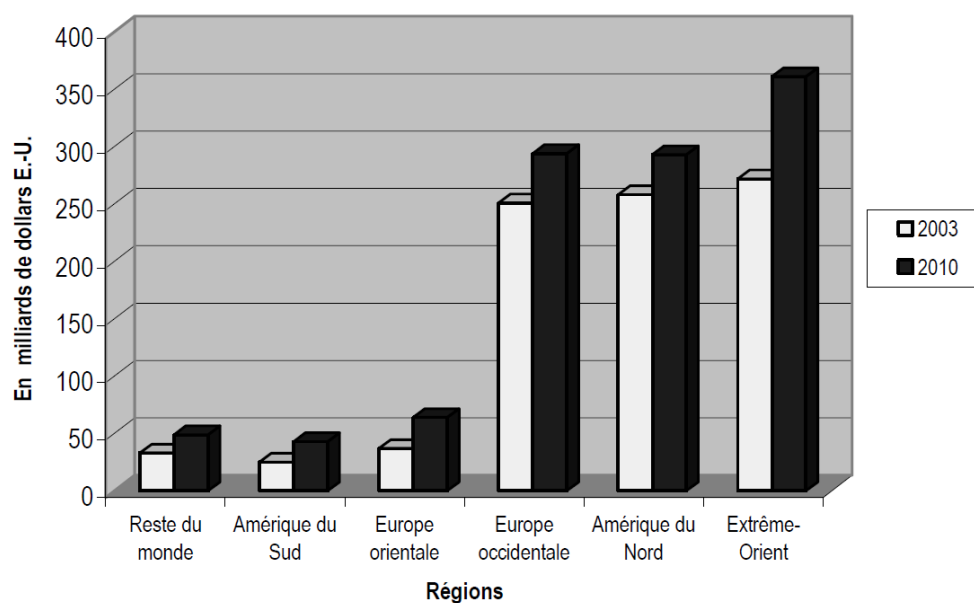


Figure (A) : marché mondiale des composants en 2003 des projections pour 2010

L'exigence en performance des moteurs thermiques modernes impose des contraintes et des vitesses de fonctionnement de plus en plus importantes aux pièces, d'où, la nécessité de développement des composants moteurs. Dans les moteurs à combustion interne, Le vilebrequin constitue l'une des pièces les plus exposées aux contraintes, aux chocs et à la vitesse, donc à la détérioration. L'optimisation de ce composant est d'autant plus importante qu'une défaillance du vilebrequin entraîne souvent une panne majeure du moteur et des frais de réparations importants. Par ailleurs, un défaut de fonctionnement de ce composant, entraîne une perte importante en performance et en durée de vie de tout le moteur.

Le vilebrequin est soumis à des sollicitations périodiques, ainsi qu'à de violents changements de régime ; ces sollicitations engendrent des phénomènes vibratoires, qui perturbent son fonctionnement. Les causes de défaillance les plus communes sont :

- Les vitesses critiques (résonance): lorsque la machine tourne à une vitesse critique, celle-ci devient instable. En effet, dans ce cas-là, le phénomène de résonance s'amorce faisant accroître les vibrations. Ainsi, le phénomène de résonance se produit lorsque la fréquence de rotation est proche d'une des fréquences propres de l'ensemble de la machine.
- La surcharge (chargement maximum): l'effort maximal que subit le vilebrequin durant son fonctionnement.

- Phénomène de déséquilibre (balourd) : Lorsque l'axe de rotation du vilebrequin ne s'aligne pas sur son axe d'inertie principale, celui-ci se retrouve déséquilibré. Des efforts apparaissent au niveau des paliers ainsi que des vibrations excessives.
- Friction (paliers) : des forces de frottement apparaissent lors du fonctionnement, celles-ci s'opposent au mouvement. Par ailleurs, les propriétés élastiques et d'amortissement des paliers influence le comportement dynamique du vilebrequin.

M.SJ Patil et al ont été récompensés pour leur étude portant sur l'analyse modale d'un vilebrequin. Le modèle tridimensionnel a été analysé sur ANSYS. Le vilebrequin a été considéré comme un système à deux rotors pour calculer les six premiers modes de fréquences. [1]

Momin Muhammad Zia Muhammad Idris et al ont travaillé sur l'optimisation statique du vilebrequin par une analyse de résistance après quoi, ils ont vérifié les fréquences de résonance. Le modèle tridimensionnel a été créé à l'aide du logiciel PRO-E, et l'analyse a été faite avec ANSYS. [2]

Rinklegarg et Sunil Bahal. Et al ont fait une analyse statique sur un vilebrequin de moteur 4 temps monocylindre et en utilisant la méthode des éléments finis. Les résultats ont été présentés en termes de contraintes et de vitesses critiques. Le modèle a été créé en pro-e et analyser sur ANSYS. [3]

BDN S Murthy et al ont fait une analyse comparative sur un vilebrequin en considérant différent matériaux. Le modèle a été créé avec le logicielle catia-v5 et l'analyse faite sur ANSYS. [4]

Après la revue de la bibliographie ainsi que de la production scientifique dans le domaine, on constate un manque accru d'études académiques. Il est vrai qu'à première vue, le sujet relevé plus du domaine de la recherche et développement industriels, d'où le manque de publications, sans doute pour ne pas divulguer de secrets de fabrication. Cependant, la rigueur de la recherche académique reste certes nécessaire pour une compréhension approfondie et une meilleure maîtrise de la phénoménologie liée au fonctionnement des vilebrequins.

L'objectif de ce travail est d'établir un protocole d'étude, de caractérisation et d'optimisation des vilebrequins et cela en investiguant les points suivants :

- Contrairement aux études précédentes, Dans ce travail, le vilebrequin n'est plus considéré encasté ou tournant sur des paliers rigides. En effet, nous proposons un modèle de vilebrequin tournant sur des paliers élastiques et dotés d'amorçement afin de mieux modéliser les coussinets hydrodynamiques réels.
- Après le test statique au chargement maximum, nous proposons de tracer des courbes représentant des grandeurs critiques (déplacement maximal) en fonction de variations dimensionnelles. Les courbes obtenues permettent une lecture plus claire et une meilleure compréhension de l'influence des variations dimensionnelles sur le comportement de la pièce facilitant ainsi son dimensionnement.
- Par la suite, nous proposons un teste dynamique pour évaluer les fréquences et les modes propres du vilebrequin, les résultats sont établis pour plusieurs vitesses de fonctionnement dans le but d'observer le décroissement des fréquences critiques en fonction de la vitesse de rotation.
- Nous proposons de simuler la réponse fréquentielle de la pièce étudiée à un balourd. Le but principal de ce test est de déterminer l'influence du déséquilibre massique sur le comportement dynamique su vilebrequin. Les résultats nous donnent des informations précieuses quant au déséquilibre admissible par la pièce.

Pour mener à bien notre projet de master, celui-ci est subdivisé en cinq chapitres comme suit :

Le premier chapitre présente des généralités sur les moteurs à combustion internes.

Le deuxième chapitre se focalise sur le fonctionnement et les différentes technologies des vilebrequins.

Le troisième chapitre présente la méthode des éléments finis qui constitue l'outil mathématique standard utilisé pour la modélisation des pièces mécaniques.

Le quatrième chapitre concerne les logiciels utilisés dans notre étude, à savoir: SolidWorks et ANSYS.

Dans **le cinquième chapitre**, nous présentons dans un premier temps, une étude comparative permettant de valider notre modèle. Nous présentons par la suite, l'ensemble des études et applications développées dans le cadre de cette présente étude avec les résultats, discussions et conclusions.

En fin, Nous clôturons ce mémoire par une **conclusion générale**.

Chapitre 1 : Généralités sur les machines thermiques

1. Généralité sur les machines thermiques

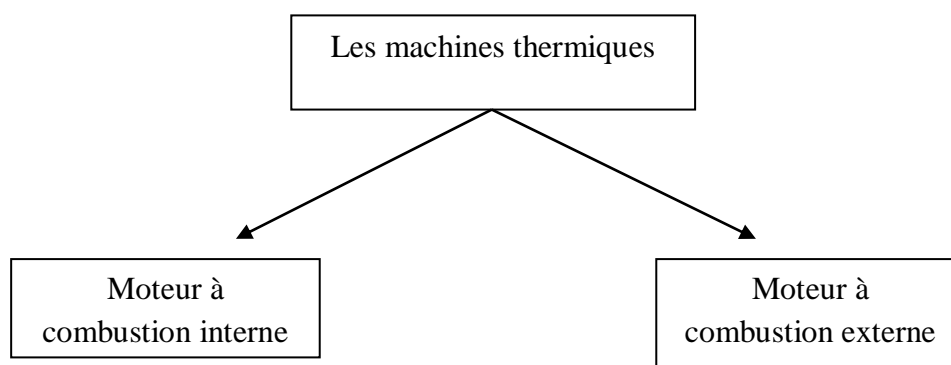
1.1 Introduction

La première réalisation d'un moteur à explosion est due à Étienne Lenoir (Moteur à gaz sans compression préalable 1860). Le développement des principes du moteur à explosion, tel qu'il existe aujourd'hui, peut être attribué à Beau de Rochas (1862) et la première réalisation à Nikoïais Otto (1876), celle du diesel revient évidemment à Rudolf.

Le moteur à combustion interne, s'inspire largement de la machine à vapeur (dimensionnement, mécanismes de distribution) telle que celle de Delamaire - Déboute ville (1883) ; les réalisations ultérieures s'en sont distinguées assez rapidement. Les applications préindustrielles se sont concrétisées dans la dernière décennie du 19e siècle (précurseurs G. Daimler, C. Benz, W.Marbach ; en France R. Panhard et E. Levassor). Le seul moteur rotatif ayant atteint le stade de développement industriel a été conçu par Félix Hankel (1929) et a été mis au point avec l'aide du constructeur automobile NSU au cours des années 1960. La turbine à gaz, dont certains auteurs font remonter le principe à l'antiquité, doit attendre le début du 20e siècle pour voir éclore ses premières réalisations (Arganeau et Le Male). La Seconde Guerre mondiale a accéléré le développement des propulseurs aéronautiques à réaction utilisant la turbine à gaz [5].

1.2 Les moteurs thermiques

Les moteurs thermiques ont pour rôle de convertir l'énergie thermique en énergie mécanique. Ils sont classés selon leurs modes de combustion.



« Classification des machines thermiques »

1.2.1 Les moteurs à combustion externe

C'est le cas où la combustion se fait à l'extérieur du moteur, ils sont conçus pour mettre en œuvre un cycle thermodynamique est utilisés pour convertir de la chaleur en mouvement [6].

1.2.2 Les moteurs à combustion interne

C'est le cas où la combustion se fait à l'intérieur du moteur, ils présentent plusieurs avantages tels que :

- Un rapport masse/puissance important.
- Une autonomie importante qui les destine aux longues distances.
- Une adaptation à l'automobile qui est le fruit d'un siècle d'évolution. [7]

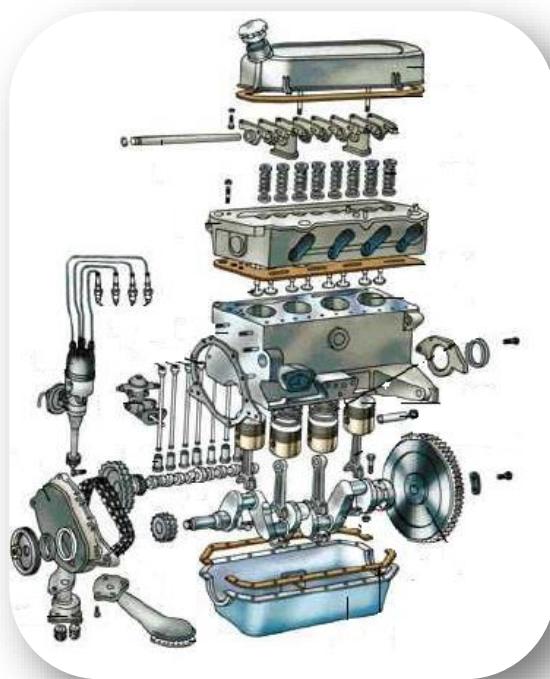


Figure (1) : exemple d'un moteur à combustion interne [8]

1.3 Principe de fonctionnement

Avant d'aborder le principe de fonctionnement du moteur à combustion interne, il est important de connaître les principaux éléments du moteur.

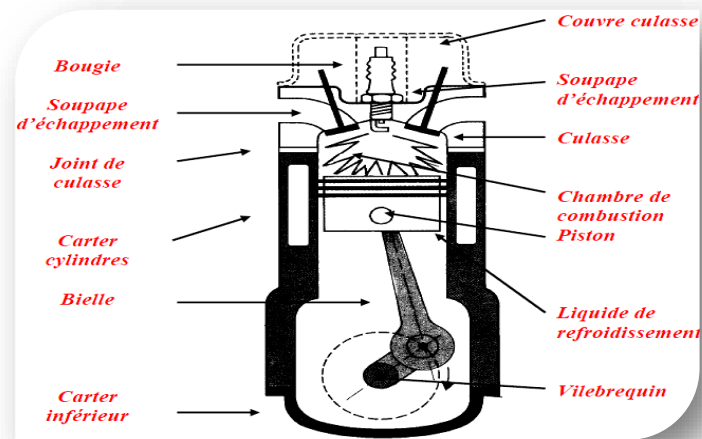


Figure (2) : les principaux éléments du moteur [9]

On distingue dans un moteur :

- Les parties fixes.
- Les parties mobiles

Les parties fixes comprennent principalement :

- Le bloc moteur ou bloc cylindres.
- La culasse qui sert de couvercle hermétique à la partie supérieure des cylindres et supportant l'arbre à cames et les soupapes.

Les parties mobiles comprennent deux parties principales :

- L'attelage mobile qui inclut : le vilebrequin, les bielles, les pistons munis de leurs segments.
- La distribution qui inclut : l'arbre à cames, soupapes et ressorts de rappel, un système de rappel entre le ou les arbres à cames et le vilebrequin constitué d'une ou plusieurs chaînes ou courroies crantées [9].

1.4 Description des composants du moteur

1.4.1 Le bloc cylindre

Il supporte le vilebrequin, permet le guidage des pistons, assure avec la culasse l'étanchéité des cylindres et permet le passage des canalisations de graissage et de l'eau.

Le bloc cylindres doit :

- Être indéformable et répondre à des dispositions géométriques précises.
- Résister aux pressions, torsions, frottements, variations de température.
- Posséder la masse la moins élevée possible [10].

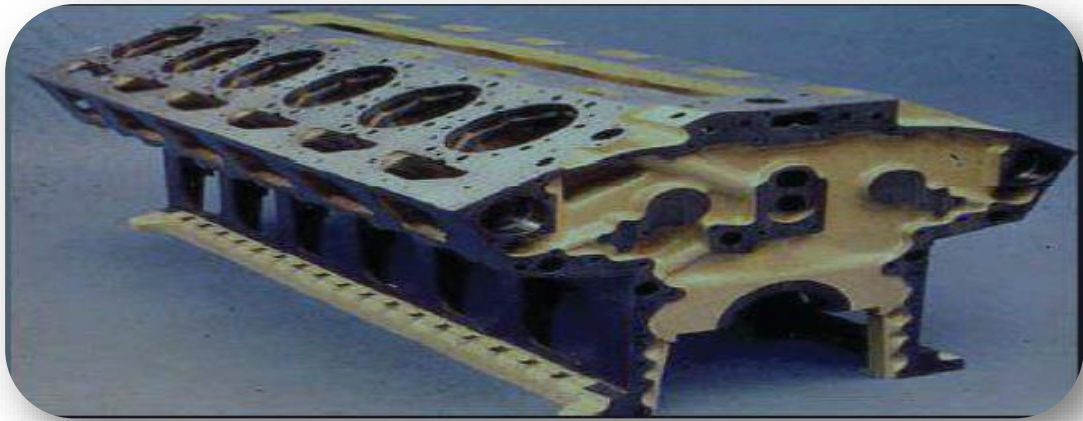


Figure (3) : bloc cylindre [11]

1.4.2 La chemise

La chemise est une pièce cylindrique emmanchée en force dans le cylindre (ayant un métal plus résistant que le reste du bloc moteur), et dans laquelle coulisse le piston et où se produit la combustion/compression à fortes contraintes.

Souvent en fonte ou en acier, la chemise reçoit différents usinages et traitements visant d'une part à améliorer son état de surface, pour diminuer les frottements, et d'autre part à accroître la dureté, afin d'éviter l'usure [10].



Figure (4) : les chemises du cylindre [12]

Le rôle de la culasse est d'assurer la fermeture des cylindres dans leur partie supérieure, constituant ainsi la chambre de combustion.

Elle permet :

- L'arrivée et l'évacuation des gaz.
- La mise en position des éléments de la distribution et d'une partie de l'allumage.
- L'évacuation rapide de la chaleur, au point le plus chaud situé dans la chambre de combustion [10].



Figure (5) : la culasse [9]

1.4.3 L'arbre à came

- Il est chargé de commander la levée des soupapes et pendant une durée bien déterminée.
- Le mouvement de l'arbre à cames doit être lié de façon invariable à celui du vilebrequin.

- La partie excentrée de la came, appelé flanc ou rampe, permet la levée ou la descente de la soupape. La partie cylindrique, zone de repos, correspond à la soupape fermée.
- Il y a autant de came que de soupape.
- L'arbre à cames peut être en fonte GS ou GLA, ou en acier cémenté ou nituré. [10]



Figure (6) : arbre à came [12]

1.4.4 Les soupapes

Les soupapes permettent le passage d'un maximum de gaz dans un temps très court et doivent assurer une parfaite étanchéité à la fermeture sur le siège de soupape. Les soupapes sont exposées aux températures très élevées régnant dans la chambre de combustion (de l'ordre de 800°C à l'ouverture de la soupape d'échappement). La fabrication des soupapes nécessite donc l'emploi de métaux capables de résister à la déformation à haute température (fluage) et aux chocs répétés, tels les aciers austéniques, additifs comme le chrome, le nickel, le tungstène.

La portée conique assure l'étanchéité parfaite à la fermeture et un centrage correct évitant la déformation de la tige ou de la queue [10].



Figure (7) : Les soupapes [12]

1.4.5 Les pistons

Le rôle du piston est de transmettre par l'intermédiaire de la bielle l'effort résultant de la pression des gaz. Son refroidissement est assuré par les segments et le contact de la jupe avec le cylindre. Ainsi, une partie de la chaleur est en outre évacuée par l'huile projetée sur son fond.

Le piston est lié à la bielle par un axe en acier. Le piston est en général en alliage d'aluminium (AS12UN par ex), parfois renforcé par l'adjonction de fibres. Plus rarement, le piston peut être en fonte GS ou en acier forgé [10].



Figure (8) : le piston [9]

1.4.6 Les segments

Le rôle des segments est d'assurer l'étanchéité aux gaz (coté chambre de combustion) et à l'huile (coté carter). Ils permettent d'évacuer une partie de la chaleur communiquée au piston par les gaz vers le cylindre.

Les segments sont en général au nombre de 3:

- Le segment de feu situé au sommet du piston.
- Le segment d'étanchéité au milieu.
- Le segment racleur enfin qui assure surtout l'étanchéité à l'huile [10].



Figure (9) : les segments [12]

1.4.7 La bielle

La bielle est un élément intermédiaire qui permet la transmission des forces entre deux éléments animés de mouvements différents :

- Le mouvement rectiligne alternatif du piston.
- Le mouvement circulaire continu du vilebrequin.

Par la combinaison des mouvements rapides du piston et du vilebrequin, cet élément est soumis à de multiples contraintes : la compression, la traction, la flexion. Elle peut être en fonte GS, en acier forgé ou fritté, et aussi en alliage léger [10].



Figure (10) : la bielle [12]

1.4.8 Le vilebrequin

Le vilebrequin transforme le mouvement rectiligne alternatif du piston en mouvement circulaire continu. Les contraintes subies par le vilebrequin sont :

- Torsions provenant des efforts opposés du couple moteur et du couple résistant.
- Flexions, compressions, tractions, cisaillements.
- Frottements au niveau des portées.
- Vibrations provenant de la masse du vilebrequin lancé à grande vitesse.

Un vilebrequin doit posséder des qualités afin de résister aux efforts qui lui sont soumis :

- Bras de manivelle robuste.
- Géométrie indéformable.
- Equilibrage parfait (Il peut être en acier forgé ou moulé et aussi en fonte GS) [10].



Figure (11) : vilebrequin [12]

1.4.9 La distribution

Le rôle de la distribution est de :

- Permettre l'entrée de gaz frais et d'en permettre l'évacuation après combustion.
- Augmenter le temps d'ouverture de la soupape d'admission afin d'éviter le freinage des gaz.
- Déclencher le point d'allumage.

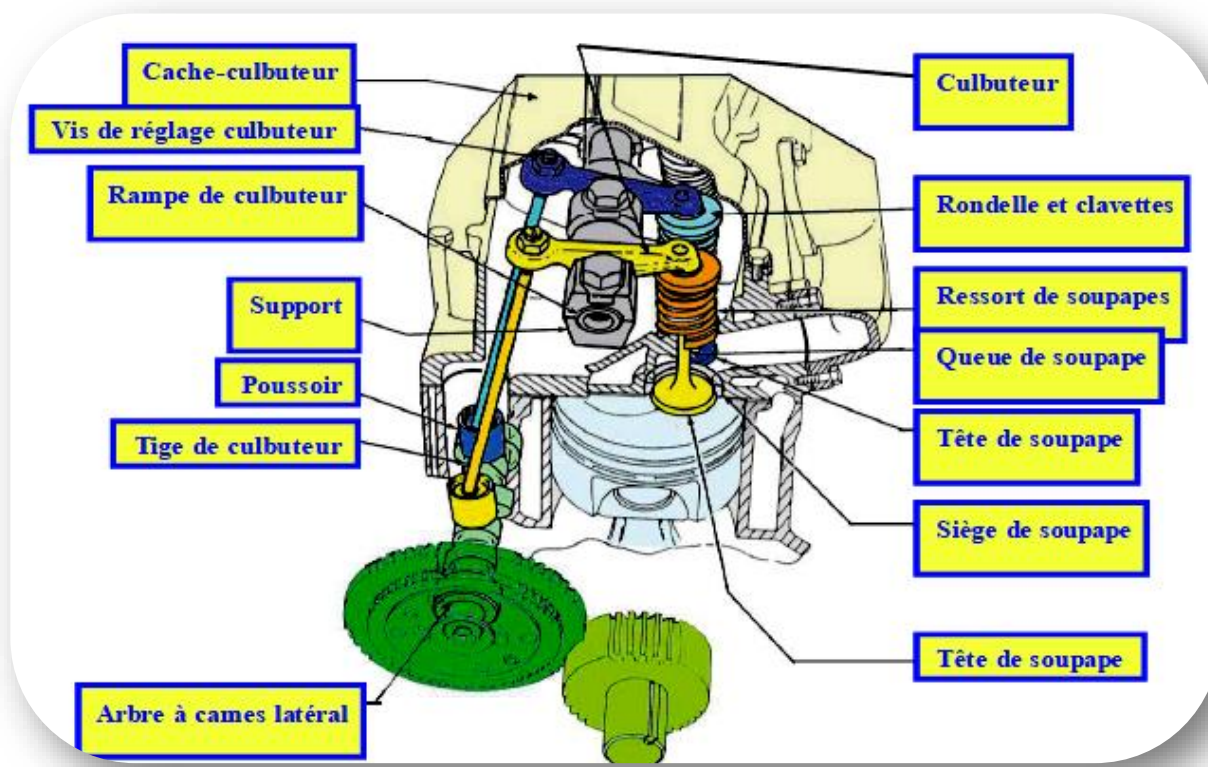


Figure (12) : distribution [11]

1.5 Définitions Alésage, Course, Cylindrée

a) **Alésage** : C'est le diamètre des cylindres exprimés en millimètres. Il varie de 90 à 150 mm environ.

b) **Course** : C'est la distance parcourue verticalement par le piston entre le Point Mort Haut (PMH) et le Point Mort Bas (PMB) qui varie de 90 à 179 mm environ. L'alésage est généralement inférieur à la course. S'ils sont identiques, le moteur est appelé "carré". Si l'alésage est supérieur à la course, il est appelé "supercarré". La tendance actuelle est aux moteurs ayant une course supérieure à l'alésage.

c) **Cylindrée** : Le volume engendré par le déplacement du piston entre ses points morts (PMH- PMB) s'appelle la cylindrée unitaire. La cylindrée unitaire multipliée par le nombre de cylindres donne la cylindrée du moteur. Elle varie de 3 à 17 litres. En raison du développement de la suralimentation, les cylindrées moyennes des moteurs modernes sont en diminution. [13]

- **La cylindrée unitaire**

Avec :

$$Vu = \frac{\pi \times A^2 \times C}{4} \quad (1.1)$$

V_u En cm^3

A En cm

C En cm

- **La cylindrée totale**

Avec :

$$Vt = \frac{\pi \times A^2 \times n \times C}{4} \quad (1.2)$$

V_t En cm^3

A En cm

C En cm

- **Le rapport volumétrique (taux de compression)**

Le rapport volumétrique est représenté par le signe (ρ).

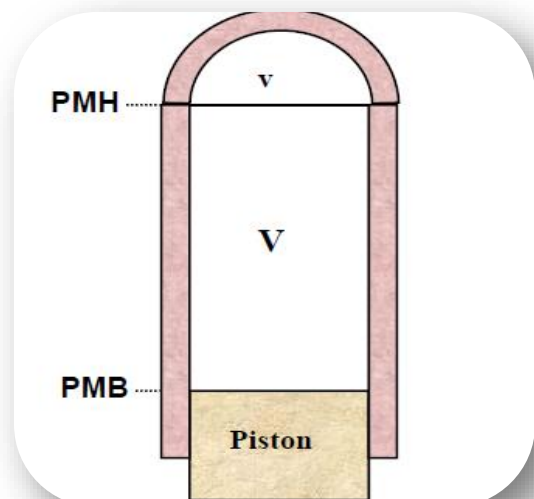
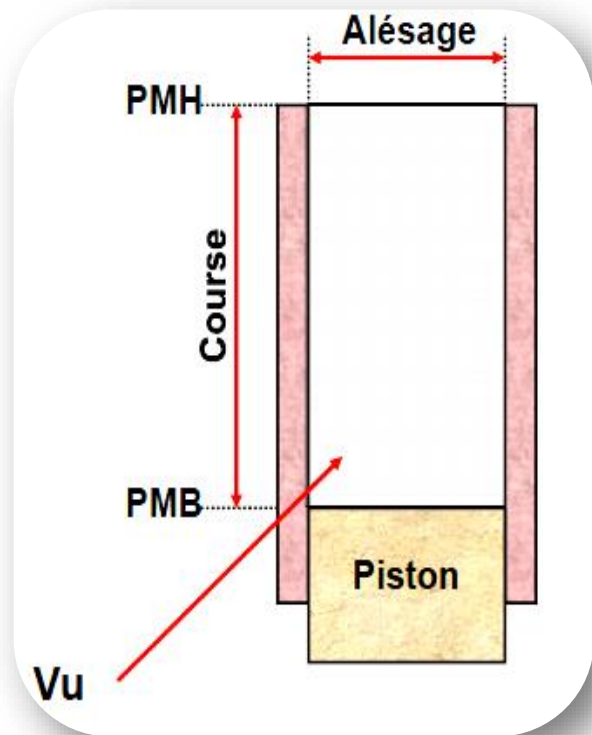
Avec :

$$\rho = \frac{V+v}{v} \quad (1.3)$$

V En cm^3

v En cm

ρ Sans unité



- **Le travail**

- Le déplacement de la force pour un tour est égal à : $2 \times \pi$
- Donc le travail moteur pour 1 tour sera égal à : $W = C_m \times 2 \times \pi$
- Pour un nombre de tours donnés (n) : $W = C_m \times 2 \times \pi \times n$

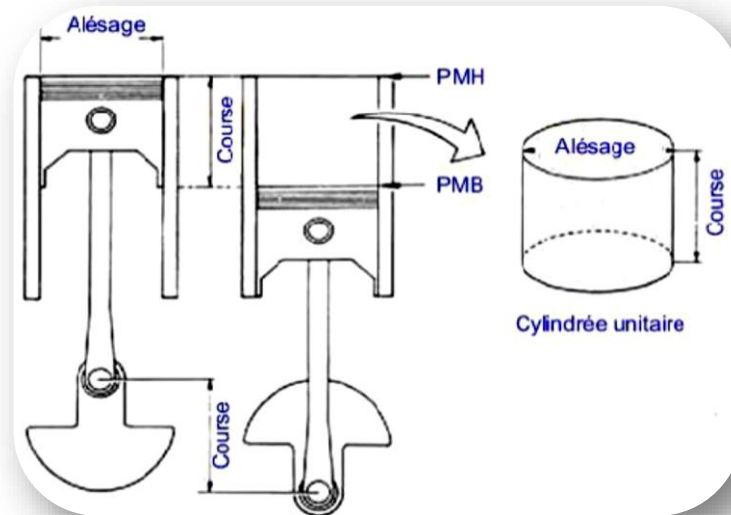


Figure (13) : Quelques notions des moteurs [14]

1.6 Paramètres de performance d'un moteur à combustion interne

1.6.1 La puissance

C'est le travail fourni par une machine divisée par le temps mis pour le réaliser. Elle peut s'exprimer en chevaux (Ch.) [14].

- 1 Ch = 736 watts

$$P = C_m \times \omega \quad (1.3)$$

Avec :

$$\omega = (\pi \times N) / 30$$

P En watt

C_m En Nm

ω En radian / seconde

N En tours / min

Ou

$$puissance = \frac{travail}{temp} = \frac{w(en\ joule)}{t(en\ seconde)} = \frac{C \times 2 \times \pi \times n}{60} = watt \quad (1.4)$$

1.6.2 Couple

Par définition, le couple est un ensemble de deux forces F , parallèles, opposées, de même intensité et distinctes d'un bras de levier. Dans un moteur à combustion interne, le couple moteur est essentiellement la force F fournie par la combustion qui donne une pression P sur la surface du piston S .

$$C_m = F \times r \quad (1.5)$$

Avec :

C_m En Newton x mètre (Nm).

F En Newton (N)

r En mètre (m) [14].

On retrouve les mêmes opérations nécessaires au fonctionnement du moteur et les mêmes définitions de certains termes c'est-à-dire :

- **L'admission** : le piston passe du PMH au Point Mort Bas (PMB). Les soupapes d'admission sont alors ouvertes et le cylindre se remplit d'air, additionné d'essence si l'injection est indirecte puis elles se referment légèrement après le PMB. Le décalage entre l'angle d'ouverture des soupapes et le PMH est appelé l'Avance d'Ouverture de l'Admission (AOA) et celui entre l'angle de fermeture et le PMB est appelé Retard de Fermeture de l'Admission (RFA).
- **La compression** : A cet instant dans le cylindre, le mélange gazeux est à faible pression. Si on l'enflammait à ce moment, il ne pourrait fournir qu'un travail insuffisant, il faut au préalable le comprimer
- **La combustion** : Le mélange s'enflamme, se détend en fournissant l'effort moteur transformé en mouvement de rotation sur l'arbre moteur grâce au mécanisme bielle-manivelle.

- **L'échappement** : Les résidus de la combustion sont évacués pendant la phase d'échappement, qui conclut le second tour moteur et le cycle. Durant celle-ci, les soupapes d'admission s'ouvrent et le piston chasse les gaz brûlés dans le conduit d'échappement. De la même manière que pour l'admission, le décalage entre l'angle d'ouverture des soupapes d'échappement et le PMB est appelé l'Avance d'Ouverture de l'Echappement (AOE) et celui entre l'angle de fermeture et le PMH est appelé Retard de Fermeture de l'Echappement (RFE). Notons qu'à un moment, les deux jeux de soupapes sont ouverts. C'est ce qui s'appelle le croisement de la distribution [15].

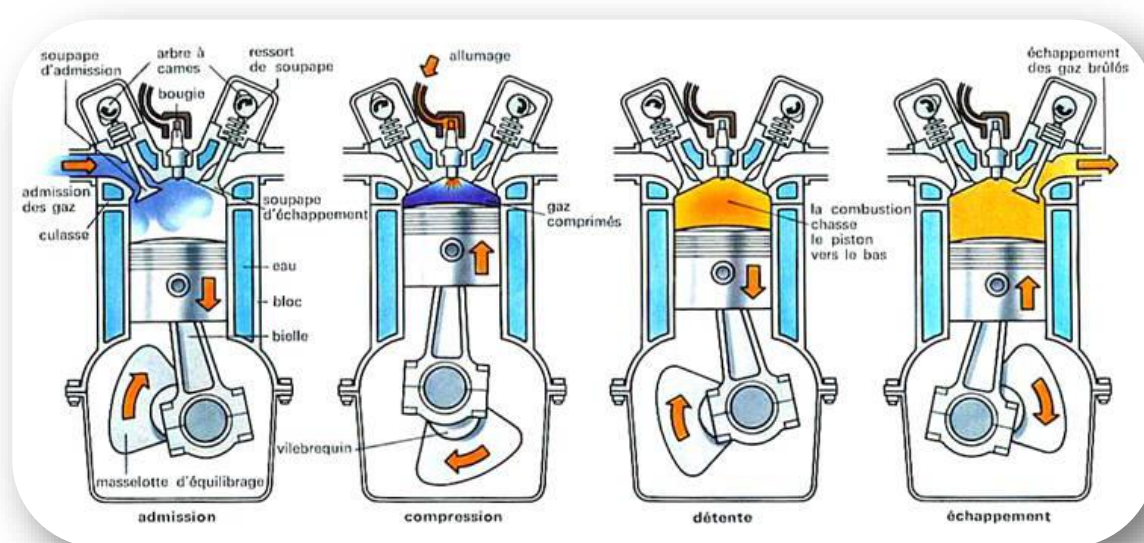


Figure (14) : Les quatre temps d'un moteur thermique essence à injection directe [15]

Ces étapes peuvent être représentées dans un diagramme volume - pression

- La phase d'admission peut être considérée comme une phase où le volume augmente à pression et température constantes. À pleine charge, cette pression est proche de la pression atmosphérique mais est inférieure à faible charge. Cette boucle basse pression représente des pertes appelées les "pertes par pompages"
- La phase de compression est suffisamment rapide pour que les échanges de chaleur soient négligeables et peut être considérée comme une compression adiabatique. Elle permet de placer le mélange dans de bonnes conditions thermodynamiques pour la combustion.
- L'explosion se représente comme une augmentation de la pression à volume constant puis la détente par une augmentation adiabatique du volume.

- Enfin, l'échappement peut être considéré à pression atmosphérique et à température constante. [16]

Nous retrouvons bien une boucle qui fournit du travail en bleu et une qui en consomme, en rouge.

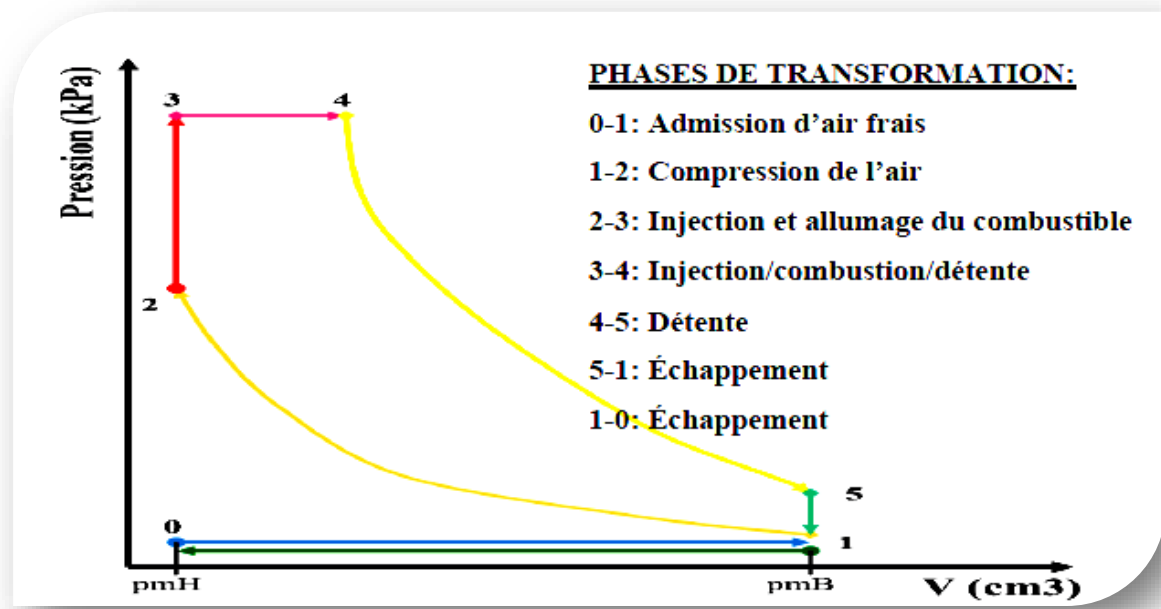


Figure (15) : diagramme de cycle d'un moteur à combustion [9]

Tableau (1): comparaison entre un moteur essence et diesel [17]

CYCLE	DIESEL	ESSENCE
Admission-1 ^{er} temps	Air seul	Mélange air+essence
Compression	Taux de compression 30 à 40 bars. Elévation de température 500 à 600°C	Taux de compression 10 à 12 bars. Elévation de température 320 à 380°C
2 ^{ème} temps		
Temps Moteur	Combustion détente injection gazole pulvérisé.	Explosion commandée par une étincelle électrique.
3 ^{ème} temps	Auto inflammation détente des gaz Température des gaz de 1800°C à	Explosion détente des gaz Température des gaz de 2000°C à
Echappement – ème	Gaz peu toxiques (particules)	Gaz plus toxiques (C.O)
Consommation spécifique	215 à 300 g/kW/h	310 à 405 g/kW/h

1.7 Différents types de configuration de moteur :

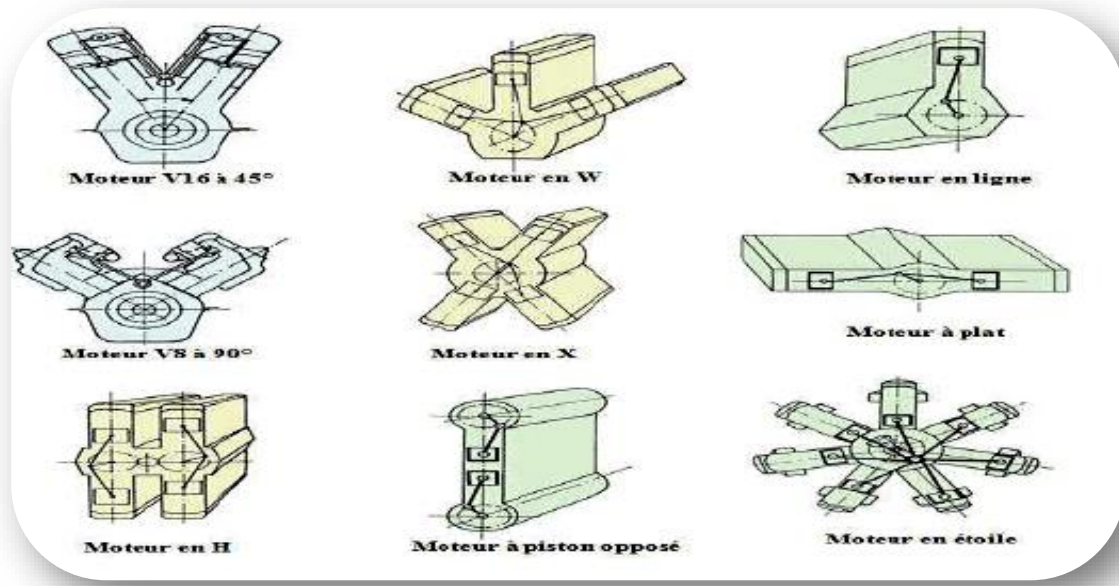


Figure (16) : La disposition des cylindres [9]

1.8 Moteur a combustion interne industriel :

Les activités industrielles nécessitent souvent l'élaboration d'outils adaptés. Dans certains secteurs d'activités, il ne s'agit plus vraiment d'outils mais de construction gigantesque, certaines d'entre elle dépassent les limites de la démesure.

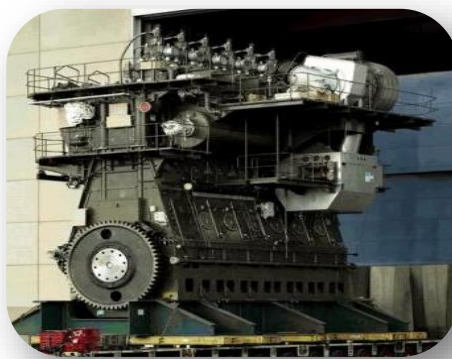


Figure (17) : RTA96-C le plus gros diesel du monde tout simplement (108 920 chevaux) [18]

Ces types de moteur fonctionnent de la même façon qu'un moteur standard « diesel ou essence » sauf que leur utilisation est faite pour un plus grand calibrage tel que motoriser les plus gros bateaux cargos au monde comme il est montré dans la figure (17).

1.9 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté des généralités sur la mécanique des moteurs à combustion interne. Ceci nous a permis de prendre connaissance des principaux organes et mécanismes des moteurs thermiques ainsi que des contraintes de conception et de fonctionnement de ces derniers.

Dans ce qui suit nous présenterons le vilebrequin qui est le sujet de ce mémoire.

Chapitre 2 : Technologie des vilebrequins

2. Technologie des vilebrequins

2.1 Généralités

Pour un moteur à piston, le vilebrequin a pour fonction la transformation des efforts de combustion en un couple utile.

On peut concevoir comme une poutre droite reposant sur $(\frac{n}{1} + 1)$ ou $(n + 1)$ ou appuis, n représente le nombre de cylindres. Ces appuis sont équidistants et alignés ; les travées travaillent sous flexions déphasées dans le temps et dans l'espace les unes par rapports aux autres [19].

Cette poutre comporte une succession de manivelles :

- Décalées angulairement les unes par rapport aux autres.
- Soumises à des flexions et torsions cycliques et déphasés.
- Tournant dans des paliers confondus avec les appuis de la poutre.

Le vilebrequin est soumis à des efforts en trainant des déformations qui peuvent compromettre le tourbillonnement de l'arbre.

Les tourillons sont l'objet de torsion qui son sollicité par deux types de contraintes :

- des contraintes résultant du couple dont la valeur moyenne connaît des variations cycliques des efforts reçus. Variations produisent, de part et d'autre de la position moyenne, des oscillations qui intéressent au moins une manivelle entière ; d'une amplitude de l'ordre 0,1 mm et d'une fréquence de quelque 10 hertz, ces oscillations obèrent de régularité du mouvement circulaire.

La résultante de ce couple et de ces efforts cycliques :

- Soumettent le vilebrequin à des contraintes de fatigue pouvant à long terme provoquer la rupture au niveau des zones où ces contraintes sont concentrées.
- Compromet l'ensemble vilebrequin et paliers.
- Déforment l'alignement des paliers qui entraînent la cassure de vilebrequin car les contraintes de flexion donc les flèchent augmentant comme le cube de la distance entre les appuis.

- Les contraintes provenant des déformations dues aux vibrations au sein du matériau élastique par les vibrations cycliques des efforts. Les déformations en question possèdent une amplitude de l'ordre de 0,001 mm et une fréquence de l'ordre de 10^4 Hertz. Les ruptures par fatigue peuvent donc survenir en quelque heure [20].

2.2 Le vilebrequin

Un vilebrequin d'un moteur 4 temps est une pièce complexe, tant par sa forme un peu étrange, que par sa fabrication. Il s'y joue des forces internes provoquant des contraintes complexes. [20]

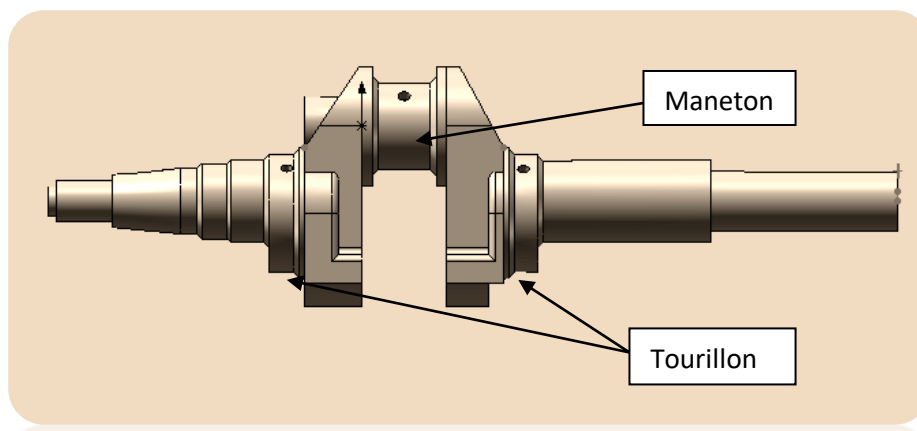


Figure (18) : Vilebrequin conçu avec solidworks

2.2.1 La conception

Le vilebrequin est conçu de manière que pour un encombrement et au poids aussi faibles que possible, soit capable de supporter indéfiniment les charges de service ; on conclue que les deux caractéristiques principales du matériau sont son module d'élasticité qui conditionne le dimensionnement pour un fonctionnement géométrique satisfaisant et la limite d'endurance à la fatigue qui conditionne la durée de vie [20].



Figure (19) : Vilebrequin en acier (photo Eric Girardot) [21]

2.2.2 Les contraintes subies par le vilebrequin

Le vilebrequin transforme la force qui lui est communiquée par la bielle en un couple.

Avec la bielle, il termine la transformation du mouvement rectiligne alternatif du piston en mouvement circulaire continu [22].

Il est soumis notamment :

- Aux torsions provenant des efforts opposés du couple moteur et du couple résistant (voir figure (20))

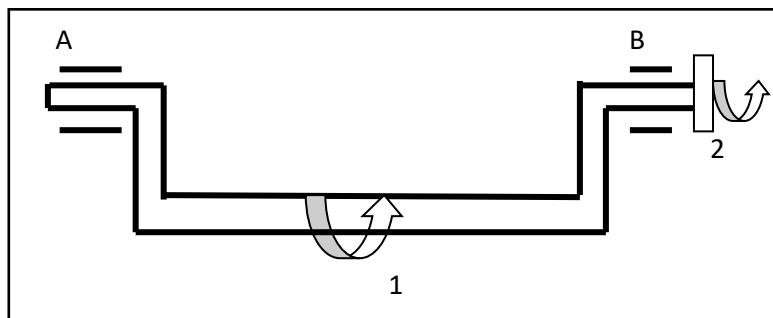


Figure (20) : Torsion

Avec :

- 1 = couple de torsion
- 2 = couple résistance.

- Aux flexions, compression, allongements et cisaillements (figure (21))
- Aux frottements au niveau des portées
- Aux vibrations provenant de la masse du vilebrequin lancé à grande vitesse (force centrifuge).

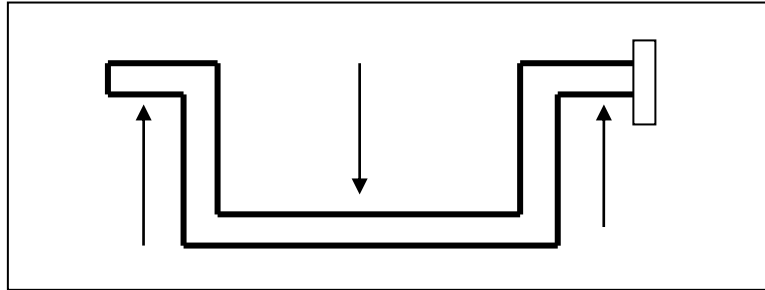


Figure (21) : Flexion

2.2.3 Les qualités que doit posséder un vilebrequin

Il doit être conçu de manière à résister aux efforts qui lui sont demandés (figure(22)).

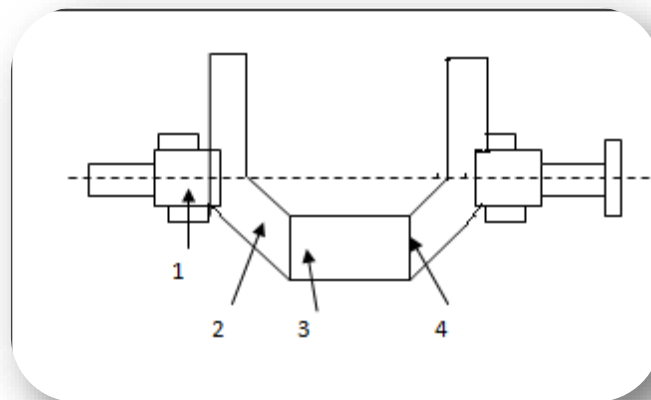


Figure (22) : Les qualités de vilebrequin

Avec :

- 1 = tourillon.
- 2 = bras de manivelle.
- 3 = maneton.
- 4 = conduit de graissage

2.2.3.1 Bras de manivelle robuste

- Grande surface des portées, manetons et tourillons
- Géométrie indéformable
- Alignement des axes de tourillons (ligne d'arbre)
- Alignement et parallélisme des axes de manetons entre eux et avec la ligne d'arbre
- Distance entre axes de manetons et axes de tourillons (course piston). [22]

2.2.3.2 Equilibrage parfait

Le vilebrequin peut être réalisé :

- Par forage, en acier au nickel-chrome ou manganèse.
- Par moulage, en fonte au chrome ou silicium.
- Il reçoit des traitements thermiques.
- Les manetons et tourillons sont tournés, puis rectifiés. [22]

2.3 Les déformations que peut subir un vilebrequin

2.3.1 Déformations de flexion

- Elles produisent une usure conique des paliers ce qui est préjudiciable à une lubrification correcte. Il convient donc de limiter cette inclinaison du tourillon par rapport au palier.
- Elles entraînent des déplacements élastiques du centre de gravité des masses en mouvement donnant lieu à des vibrations, qui dans le temps produisent des altérations irréversibles. [20]

2.3.2 Déformations de torsion

Ces déformations ne sont sensibles et ne présentent des inconvénients que pour les vilebrequins d'assez grande longueur. Dans ces cas et comme la commande des organes de distribution et pompes se fait d'ordinaire par l'extrémité du vilebrequin opposé aux résistances, la vitesse de rotation, du fait de la torsion de l'arbre, n'est pas uniforme ; il peut en résulter des chocs sur les pignons de commandes et des ruptures [20].

2.4 Les masses d'équilibrages

La technique de pose de contrepoids, représentée à la figure (23), compense les vibrations de premier ordre provoquées par les masses d'inertie en rotation. En effet, nous savons déjà que l'usage de contrepoids posé sur le vilebrequin de ce type de moteurs est insuffisant. De plus, après un ajustement précis de leur position respective, les contrepoids posés sur les volants produiront une force verticale minimale alliée une force horizontale maximale. Ces masses seront donc disposées de façon à créer une force égale et de sens opposé à la force horizontale produite par le mouvement des masses d'inertie en rotation. On tiendra compte alors des principes d'équilibrage déjà énoncés.

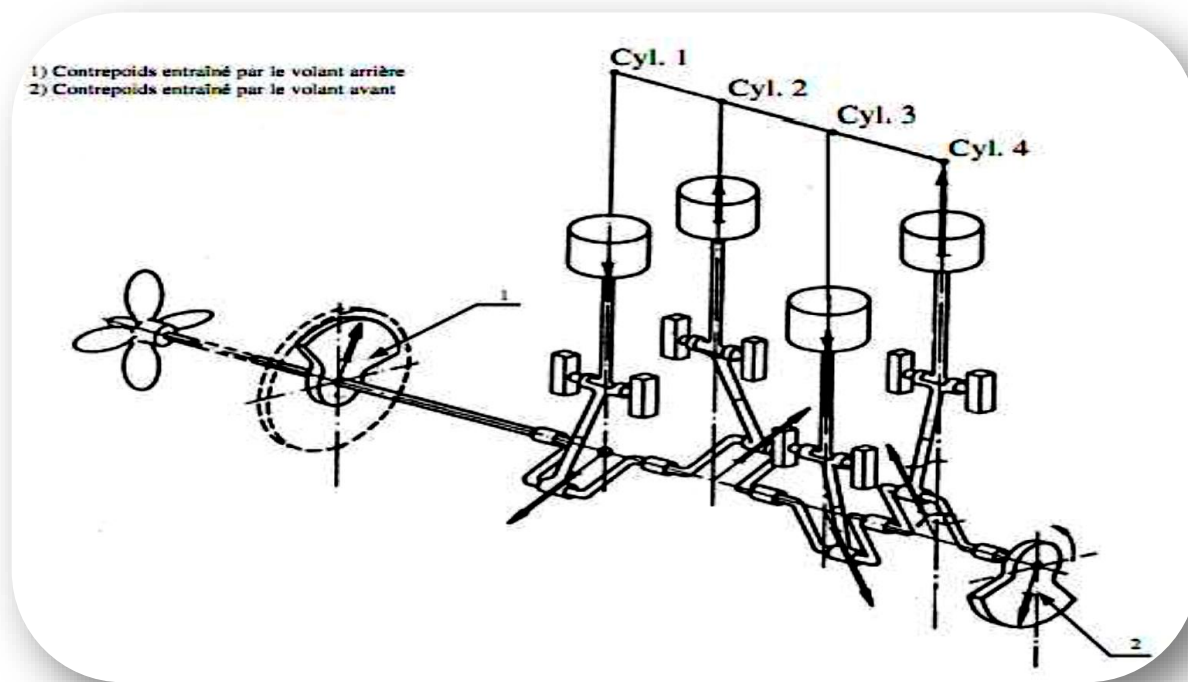


Figure (23) : équilibrage d'un système bielle manivelle [20]

2.5 Équilibrage du vilebrequin

L'équilibrage du vilebrequin se divise en deux segments bien différents, soit le segment où on peut changer quelque chose, puis le segment où on a peu d'action.

Le segment où on n'a aucun pouvoir est l'équilibrage interne au vilebrequin qui est fonction de la conception elle-même du vilebrequin. La conception du vilebrequin peut avoir prévu des contrepoids sur le vilebrequin pour contrer la masse rotative et alternative de l'ensemble piston-bielle, et aussi pour balancer le poids des manetons. Si l'on regarde de nouveau la figure (23), le vilebrequin n'a aucun contrepoids. Maintenant si l'on revient au vilebrequin, on aperçoit clairement les contrepoids. Lorsqu'on fait équilibrer un vilebrequin, personne n'ajuste ces poids. Sur un vilebrequin modifié avec coupe des bordures, on influence négativement cet équilibrage interne du vilebrequin. Lorsqu'on fait balancer un vilebrequin l'opération ajuste le poids du vilebrequin afin de diminuer la vibration de votre moteur dans son ensemble, mais n'a pas ou peu d'effet sur les contraintes internes du vilebrequin.

Comme nous avons vu dans l'ensemble piston-bielle possède une masse rotative et une masse alternative. La masse rotative peut être considérée comme fixée sur le vilebrequin, et s'ajoute à la masse du maneton. La masse alternative quant à elle provoque parfois une réaction vers le haut, puis parfois vers le bas en fonction de la position du vilebrequin dans son cycle. Les systèmes d'équations qui décrivent les efforts résultants de la masse alternative sont très complexes, mais il est généralement considéré que la masse du contrepoids devrait comprendre 100 % de la masse du maneton et de son attachement, 100 % de la masse rotative de l'ensemble piston-bielle, puis 50 % de la masse alternative de l'ensemble piston-bielle. Le 50 % étant pour une bielle de longueur infinie. Fiez-vous aux recommandations de votre centre d'usinage.

Dans tous les cas, l'équilibrage du vilebrequin tel qu'il est fait par les centres de reconditionnement de vilebrequin offre une paix d'esprit supplémentaire sur les vibrations globales, le coût relativement faible de l'opération en fait un incontournable [23].

2.6 Palier et lubrification

Depuis la fin du 19^{ème} siècle, les moteurs à combustion interne ont connu un développement continu qui a conduit à une amélioration du rendement, une baisse de la consommation de carburant, d'huile, ainsi que des émissions polluantes. Ces progrès ont été réalisés aussi bien grâce aux avancées de la mécanique que de la chimie des lubrifiants, des carburants et des systèmes de combustion.

Le palier de la liaison vilebrequin-bielle est le seul palier de l'attelage mobile dont le calcul des paramètres de lubrification peut être réalisé indépendamment des autres paliers. Les jeux dans les liaisons de la chaîne cinématique bloc moteur – vilebrequin – bielle – axe du piston – piston sont suffisamment grands pour assurer les mobilités suffisantes à la non-hyperstaticité de l'ensemble. Ceci permet le calcul a priori du diagramme de charge s'exerçant dans ce palier qui résulte de la combinaison des efforts d'inertie et de la poussée des gaz. Sauf dans le cas où géométriquement il y a un déport entre la tête et le pied de bielle, ce palier fonctionne dans une configuration alignée, ce qui permet de faire une simulation sur la moitié du domaine [15].

- Exemple de calcul de palier

Tableau (2) : Données dimensionnelles des paliers [23]

Types de moteur	Essence	Diesel	F 1	Dimension
Rayon du vilebrequin	46	46	20	Mm
Longueur de la bielle	145	144	105	Mm
Masse de la bielle	0.68	0.58	0.30	Kg
Position du centre de masse de la bielle	38	40	40	Mm
Moment d'inertie central de la bielle	2600	2800	500	Kg mm ²
Masse du piston et de l'axe	0.42	0.61	0.30	Kg
Rayon du maneton	24	24	18	Mm
Largeur des coussinets	19.6	19	18	Mm
Jeu radial	20	22	20	µm

2.7 Les lubrifiants

Il existe deux bases pour les huiles lubrifiantes qui sont soit d'origine minérale ou synthétique [24].

- **Les huiles à base minérale** : on distingue deux types de structure, la structure paraffinique formée d'hydrocarbures saturés à chaîne droite (très stable à l'oxydation, bonne résistance à haute température), et les structures naphthéniques formés de noyaux cycliques (grande-aptitudes à la gélification).
- **Les huiles à base synthétique** : les familles sont très nombreuses citant à titre d'exemple : les phosphoriques, aliphatiques, appréciés pour leur faible viscosité à basse température et leur bas point de congélation ; et les polypropylènes glycols.

Les principales caractéristiques d'huiles sont liées à :

- La réduction des frottements
- La réduction de l'usure
- L'amélioration de l'étanchéité
- L'évacuation des impuretés [24].

2.8 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les technologies des vilebrequins, ceci nous a permis de comprendre le comportement et le fonctionnement de cet organe au sein du moteur, dans ce qui suit cet organe fera l'objet d'une étude statique et dynamique en utilisant la méthode des éléments finis.

Chapitre 3 : méthode des éléments finis

3. Méthode des éléments finis

3.1 Introduction

Le calcul des structures par éléments finis est une discipline née il y a plus de 50 ans, où se mêlent étroitement les mathématiques, la mécanique et l'analyse numérique, d'où sa complexité et les différentes approches que l'on peut y trouver. La méthode des éléments finis (MEF) est une méthode numérique de résolution approchée des équations différentielles décrivant les phénomènes physiques de l'ingénierie, une extension fantastique, qui va de pair avec le développement et l'accroissement de la puissance des ordinateurs. Elle est devenue un outil de travail, calcul et conception quotidienne, voire familière, de l'ingénieur, dans des domaines aussi variés que l'analyse des structures, le transfert de chaleur, la mécanique des fluides, l'électromagnétisme, les écoulements souterrains, la combustion ou encore la diffusion des polluants. C'est une méthode très générale qui s'applique à la majorité des problèmes rencontrés dans la pratique : problèmes stationnaires ou non stationnaires, linéaires ou non linéaires, définis dans un domaine géométrique quelconque à une, deux ou trois dimensions. De plus elle s'adapte très bien aux milieux hétérogènes souvent rencontrés dans la pratique par l'ingénieur. Pour un problème dynamique, l'efficacité des calculs repose premièrement sur une bonne description du comportement cyclique des matériaux constitutifs. Deuxièmement, une bonne modélisation doit intégrer une représentation précise et efficace des distributions des masses, des modes de vibrations importants de la structure et des conditions aux limites. La multitude des phénomènes à prendre en compte semble indiquer la difficulté de tout calcul de prédiction, quel que soit le degré de complexité du modèle de comportement utilisé.

3.2 Concept d'élément fini

3.2.1 Les nœuds géométriques

Nous choisissons un ensemble de n points, sur le domaine V , qui servira à définir la géométrie des éléments. Ces points, appelés nœuds géométriques, peuvent éventuellement coïncider avec les nœuds d'interpolation. Puis nous remplaçons le domaine V par un ensemble d'éléments Ve de formes relativement simples. Chaque élément Ve doit être défini analytiquement de manière unique en fonction des coordonnées des *nœuds géométriques* qui appartiennent à cet élément [25].

3.2.2 Attributs d'un élément fini

Un découpage artificiel d'un milieu continu en éléments finis permet d'isoler un de ces éléments pour l'étudier et établir les caractéristiques. L'identification d'un élément fini comprend les points suivants [26] :

- **Géométrie** : un élément fini peut être un segment de droite ou de courbe, triangulaire ou quadrilatère (plan ou courbe), tétraèdre, prismes ou hexaèdre (brique). Les frontières entre les éléments peuvent être respectivement des points, des segments de droite ou de courbe, des faces planes ou courbes.
- **Matériau** : le matériau de l'élément est défini par une loi de comportement (Loi de Hooke isotrope ...etc.).
- **Nœuds** : les nœuds définissent la géométrie et assurent la connexion des éléments les uns aux autres : ils occupent les sommets, les milieux des arêtes et facesetc.
- **Degrés de liberté** : la fonction d'approximation (en général le champ de déplacements ou champ de potentiels) est exprimée en fonction des valeurs particulières qu'elles prennent aux nœuds, valeurs qui deviennent les inconnues nodales. L'union, par leurs degrés de liberté nodaux communs des différents éléments adjacents, permet de reconstituer la solution complète (assemblage) tout en veillant à respecter certaines règles, dites critères de convergence.
- **Forces nodales** : à travers les nœuds transitent des forces associées aux degrés de liberté. Elles sont dues aux charges appliquées à l'élément (poids propre, charge uniforme, températureetc.).

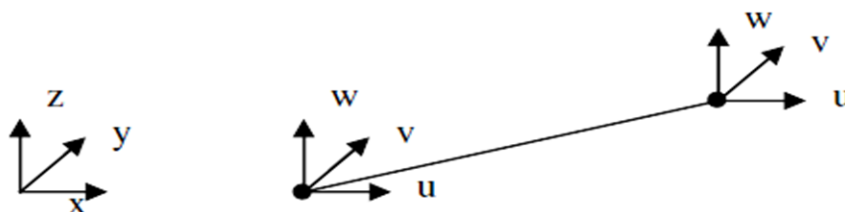
Ces paramètres d'identification permettent de construire les deux caractéristiques clés d'un élément fini qui sont sa matrice de rigidité et son vecteur de force.

3.3 Classes des éléments finis

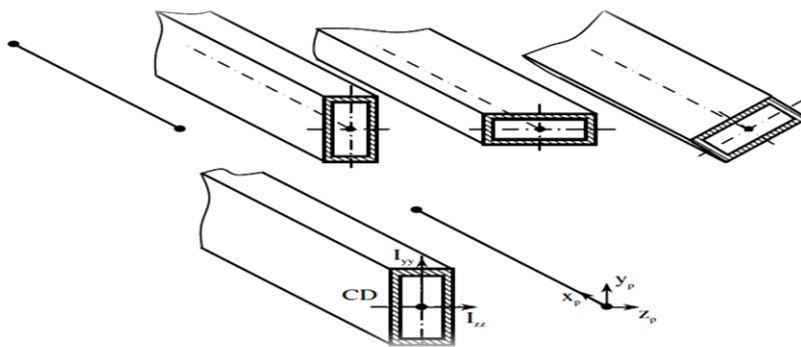
Nous distinguons trois familles correspondantes à des différents types d'éléments finis à une, deux, trois dimensions, chaque élément est identifié par sa forme géométrique, le type de courbe ou de surface qui forme sa frontière, ainsi que le nombre des nœuds géométriques.

3.3.1 Les éléments unidimensionnels (1D)

Barre, poutre.....une barre est définie par ses deux extrémités, chaque nœud possédant trois degrés de liberté de translation dans l'espace, notés u , v et w [26].



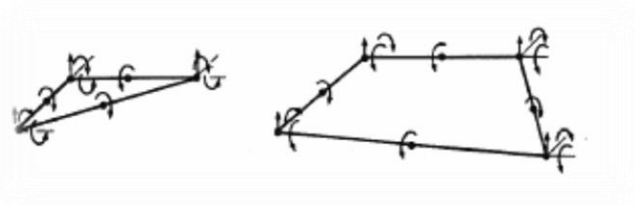
« Élément fini de barre du premier degré »



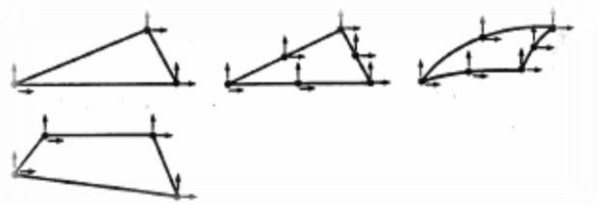
« Axe et directions principales de la section d'une poutre »

3.3.2 Les éléments bidimensionnels (2D)

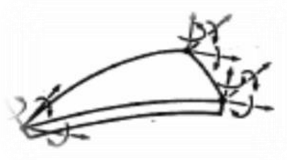
Elasticité plane membranaire, plaque en flexion, coques courbes, de forme triangulaire ou quadrangulaire. [20]



« Elasticité 2D membranes »



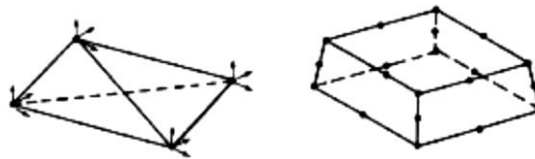
« Plaques en flexion »



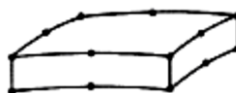
« Coques »

3.3.3 Les éléments tridimensionnels (3D)

Éléments de volume ou coques épaisses. [20]



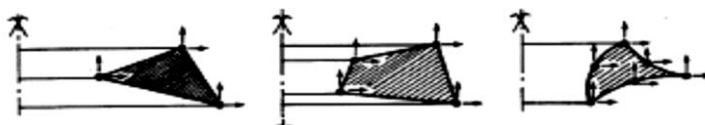
« Volume »



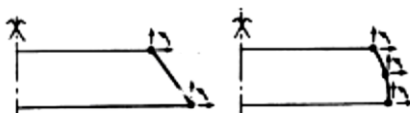
« Coque épaisse »

3.3.4 Les éléments axisymétriques

Qui constituent une classe bien particulière : toutes à section triangulaire ou quadrangulaire



« Tores axisymétriques »



« Coques axisymétriques »

3.4 Formulation d'un élément

3.4.1 Fonction d'interpolation

Les fonctions de forme ou fonctions d'interpolation sont les fonctions N_i qui relient les déplacements d'un point quelconque intérieur à un élément aux n déplacements nodaux q_i qui sont les degrés de liberté dans le cas de l'approche cinématique : il y a pour un élément autant de fonctions de forme que de degrés de liberté dans l'élément. [27]

$$U(x) = \sum_{i=1}^n N_i(x) q_i \quad (3.1)$$

Elles assurent le passage du problème continu au problème discret, la connaissance du déplacement en quelques nœuds discrets permettant de reconstruire le champ de déplacement dans l'élément. Le déplacement en un point quelconque de l'élément est une combinaison linéaire des déplacements nodaux, dont les coefficients sont les valeurs des fonctions de forme en ce point. La connexion entre éléments obéit à certaines règles car la violation du critère de continuité inter-éléments entraîne des modes de déformations inadmissibles du point de vue physique pour une structure continue, comme par exemple l'effet «boutonnière».

3.4.2 Propriétés des fonctions d'interpolations

Les fonctions de forme doivent être telles que la continuité du déplacement inter-élément soit garantie. Il en résulte que la fonction N_i associée au degré de liberté q_i y prend pour valeur 1 car le déplacement physique dans une direction en un point matériel situé sur un nœud du maillage est égal à la valeur du degré de liberté q_i qui le représente. D'autre part, elle

a pour valeur 0 sur tous les autres degrés de liberté de l'élément ce qui a pour conséquence que le déplacement sur un côté ne doit dépendre que des déplacements des nœuds situés sur ce côté pour respecter la condition de continuité inter-élément. [27]

$$u(x = x_i) = q_i \sum N_j(x = x_i)q_j = N_1(x_i)q_1 + N_2(x_i)q_2 + \dots + N_i(x_i)q_i + \dots \quad (3.2)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} N_i(x_i) = 1 \\ N_j(x_i) = 0 \end{cases} \Rightarrow N_j(x_i) = \delta_{ij}$$

Un mode rigide de translation est caractérisé par le même déplacement en tout point, égal à U . La somme des fonctions d'interpolation sur un élément doit avoir pour valeur 1.

$$u = U = \sum N_i q_i = \sum N_i U = \left(\sum N_i \right) U \Rightarrow \sum N_i = 1 \quad (3.3)$$

L'invariance géométrique est une qualité souhaitée dont le caractère obligatoire n'est pas démontré. L'énergie de déformation ne doit pas dépendre du repère dans lequel sont menés les calculs : c'est la notion d'invariance. Elle implique l'utilisation de polynômes complets si l'élément est défini dans son repère propre. Si l'élément est construit dans un système d'axes dits « intrinsèques », il suffit que les polynômes soient symétriques par rapport aux variables d'espace.

3.5 Famille de Lagrange

Les fonctions de forme N_i forment une base de l'espace des fonctions choisies pour représenter le déplacement dans l'élément : tout déplacement interne est une combinaison linéaire des fonctions d'interpolation. Il existe de très nombreuses familles connues définissant des bases fonctionnelles et qui peuvent être directement utilisées pour les fonctions de forme. Les séries de Fourier, les polynômes de Lagrange, Hermite, Legendre... en sont des exemples. [27]

Le polynôme de Lagrange d'ordre i passe exactement par 1 au point x_i et par 0 sur tous les autres points x_j On peut donc l'utiliser comme fonction de forme :

$$N_i(x) = \frac{\prod_{i \neq j} (x - x_j)}{\prod_{i \neq j} (x_i - x_j)} \quad (3.4)$$

Pour représenter un champ du premier degré le long d'un bord, ce qui suppose donc deux inconnues, il faut deux connecteurs indépendants donc deux nœuds : un à chaque extrémité de l'arête. Pour une barre du premier degré de longueur L et de caractéristiques constantes, on peut écrire directement : $x_1=0$ $x_2=L$

$$\begin{cases} N_1(x) = \frac{x-L}{0-L} = 1 - \frac{x}{L} \\ N_2(x) = \frac{x-0}{L-0} = \frac{x}{L} \end{cases} \quad (3.5)$$

On retrouve les deux fonctions d'interpolation précédemment calculées. Toute fonction linéaire $ax + b$ peut s'exprimer de façon unique dans la base définie par les « vecteurs » 1 et x , les variables internes a et b étant les composantes de la fonction f dans la base choisie. Mais toute fonction linéaire peut également s'exprimer de façon unique dans la base définie par les « vecteurs » $1 - x/L$ et x/L les variables externes u_1 et u_2 étant les composantes de cette même fonction f dans la nouvelle base choisie. Pour représenter un champ parabolique le long d'un bord, ce qui suppose trois inconnues, il y faut trois connecteurs. On peut choisir par exemple un nœud à chaque extrémité plus un nœud au milieu de l'arête, ou un nœud à chaque extrémité plus un connecteur de bord comme par exemple l'intégrale du déplacement sur l'arête. Soit une barre de longueur L et de caractéristiques constantes, du second degré: $x_1 = 0$, $x_2 = L/2$, $x_3 = L$.

Par application de la formule donnant l'expression des polynômes de Lagrange, on détermine les trois fonctions d'interpolation associées aux trois degrés de liberté de cet élément de barre du second degré :

$$\begin{cases} N_1(x) = \frac{(x-L/2)(x-L)}{(0-L/2)(0-L)} = \frac{(2x-L)(x-L)}{L^2} \\ N_2(x) = \frac{(x-0)(x-L)}{(L/2-0)(L/2-L)} = \frac{4x(L-x)}{L^2} \\ N_3(x) = \frac{(x-0)(x-L/2)}{(L-0)(L-L/2)} = \frac{x(2x-L)}{L^2} \end{cases} \quad (3.6)$$

Toute parabole est une combinaison linéaire des trois monômes 1, x et x^2 , mais est également une combinaison linéaire unique des trois fonctions ci-dessus.

Une façon simple de générer des fonctions de forme pour les éléments rectangulaires ou cubiques dont les faces sont parallèles aux axes structuraux consiste à effectuer des produits de polynômes pour chaque variable, la continuité le long des bords devant être respectée d'un

élément à celui qui lui est adjacent. Cette condition de continuité impose qu'il y ait exactement $(n+1)$ valeurs connues sur les bords d'un élément de degré n , donc n nœuds. En supposant une approximation linéaire selon chaque axe, on détermine

$$u(x, y) = (a_0 + a_1x)(b_0 + b_1y)$$

Ou (3.7)

$$u(x, y, z) = (a_0 + a_1x)(b_0 + b_1y)(c_0 + c_1z)$$

Ce même type de développement peut être réalisé pour des interpolations paraboliques, cubiques ou plus selon chaque direction. Pour des degrés supérieurs à 1, il est nécessaire de définir des nœuds sur chaque arête mais aussi des nœuds internes, ce qui enrichit le comportement de l'élément mais augmente le nombre de degrés de liberté de l'élément (Figure(24)). Les fonctions de forme associées aux nœuds internes, appelées « modes bulles », n'ont pas d'incidence sur les éléments voisins (Figure(25)). C'est la raison pour laquelle on élimine parfois des degrés de liberté internes par condensation, le temps nécessaire pour cette opération au niveau de chaque élément étant nettement compensé par le gain de temps résultant de la réduction de taille du système à résoudre.

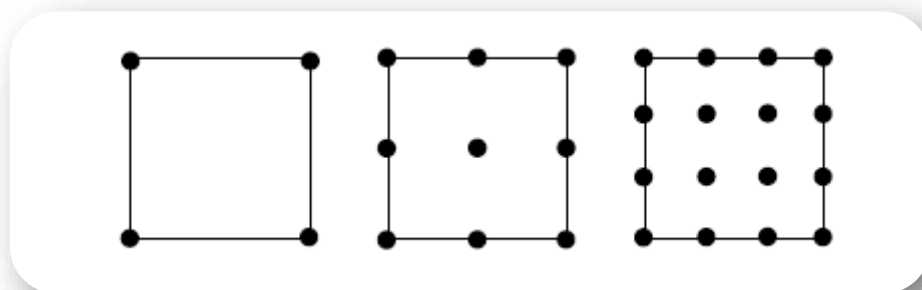


Figure (24) : Position des nœuds pour le carré de Lagrange (degrés 1, 2 et 3) [21]

Tous calculs faits, les fonctions de forme N_i sont des produits pour chaque direction des polynômes de Lagrange d'où le nom donné à cette famille. On peut aussi les construire directement par application de la formule les définissant. Pour une barre du premier degré parallèle à l'axe des x , avec $x_1 = 0$ et $x_2 = L$

$$N_1(x) = \frac{x - x_2}{x_1 - x_2} = 1 - \frac{x}{L} \quad (3.8)$$

Et

$$N_2(x) = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{x}{L} \quad (3.9)$$

Au second degré, on calcule directement avec $x_1 = 0, x_2 = L/2$ et $x_3 = L$:

$$N_1(x) = \frac{(x - x_2)(x - x_3)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} = \left(2 - \frac{x}{L} - 1\right) \left(\frac{x}{L} - 1\right) \quad (3.10)$$

$$N_2(x) = 4 \frac{x}{L} \left(1 - \frac{x}{L}\right) \quad (3.11)$$

$$N_3(x) = \frac{x}{L} \left(2 \frac{x}{L} - 1\right) \quad (3.12)$$

Même lorsqu'il s'agit de fonctions de forme associées à des degrés de liberté dans le plan de l'élément, la représentation graphique qui en est faite est transversale, ce n'est que la valeur prise par la fonction en un point. La figure(26) illustre la fonction de forme associée à un nœud d'élément quadrangulaire linéaire : elle prend la valeur 1 sur le nœud considéré et 0 sur les autres pour garantir la condition de continuité inter-éléments.

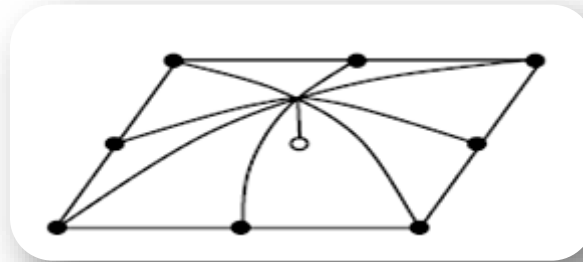


Figure (25) : Exemple de mode bulle associé à un nœud interne [27]

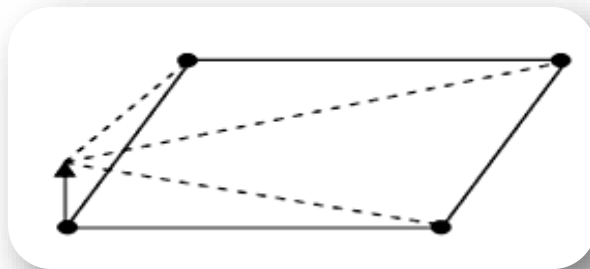


Figure (26) : Fonction d'interpolation associée à un nœud sommet [27]

3.6 Famille de Serendip

On ne rajoute des nœuds que sur les arêtes des éléments pour augmenter leur degré. Au premier degré, les éléments de Lagrange et de Serendip sont identiques. Au second degré, le rectangle de Serendip est défini par 8 nœuds alors que celui de Lagrange est défini par 9 nœuds (figure (27)). [27]

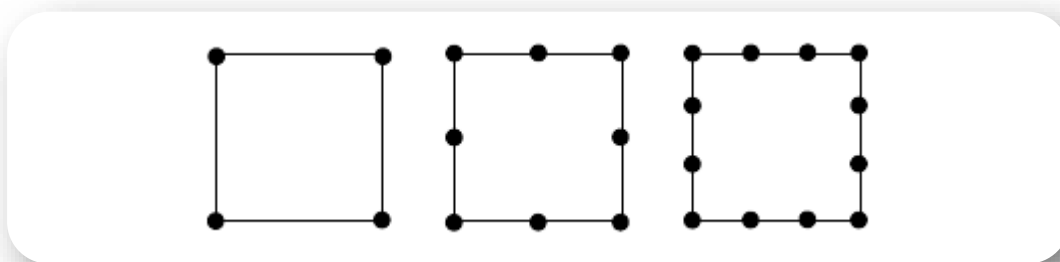


Figure (27) : Position des nœuds pour le carré de Serendip (degrés 1, 2 et 3) [27]

Les fonctions de forme de ces éléments sont classiques et connues. Au second degré, pour un carré de côté 2 dont les bords sont parallèles aux axes structuraux, les coordonnées x et y variant de -1 à $+1$, les fonctions de forme sont

- pour le nœud $x = 1$ et $y = 1$ $N_i = -\frac{1}{4}(1+x)(1+y)(1-x-y)$
- pour le nœud milieu $x = 0$ et $y = 1$ $N_i = \frac{1}{2}(1-x^2)(1+y)$
- pour le nœud milieu $y = 0$ et $x = -1$ $N_i = \frac{1}{2}(1-y^2)(1+x)$

Pour déterminer les fonctions manquantes, il suffit de remplacer x par $-x$ et y par $-y$. Ces fonctions de forme sont faciles à construire pour les deux familles si les éléments ont des

bords droits parallèles aux axes structuraux, si les quadrilatères sont des rectangles, les hexaèdres des parallélépipèdes rectangles.

Pour un quadrilatère quelconque (Figure (28)), se pose le problème suivant.

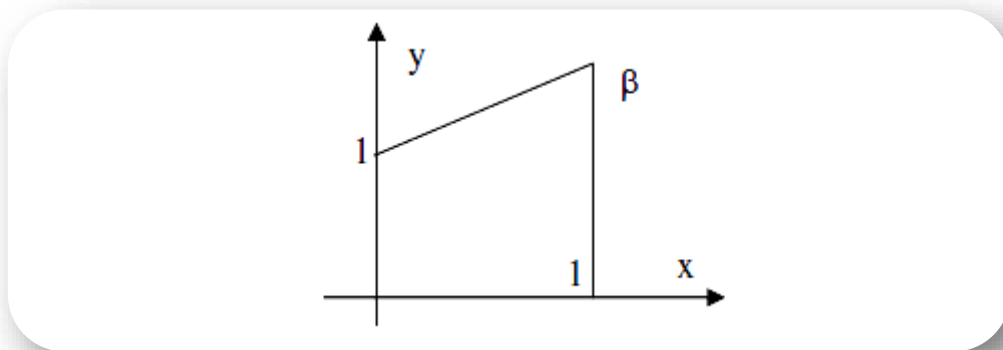


Figure (28) : Quadrilatère non rectangulaire [27]

On choisit pour le champ de déplacement selon la direction x la forme classique pour le rectangle du premier degré $u(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3xy$. Après calculs,

$$u(x, y) = (1 - x - y - xy)u_1 + \left(x - \frac{xy}{\beta}\right)u_2 + \left(\frac{xy}{\beta}\right)u_3 + (y - xy)u_4 \quad (3.13)$$

Le déplacement d'un point appartenant au premier bord défini par $y = 0$ est

$$u(x, y) = (1 - x)u_1 + (x)u_2 + 0 \times u_3 + 0 \times u_4 = (1 - x)u_1 + (x)u_2 \quad (3.14)$$

Ce déplacement ne dépend donc que des positions prises par les nœuds 1 et 2 qui sont les extrémités de l'arête. Mais le déplacement d'un point appartenant au troisième bord défini par $y = (\beta - 1)x + 1$ dépend des quatre nœuds de l'élément. Or pour garantir continuité avec l'élément voisin, il faudrait que le déplacement d'un point de cette arête ne dépende que des deux nœuds qui définissent cette arête. On ne peut donc pas construire par cette méthode un quadrangle non rectangle, car les seules fonctions que l'on peut déterminer ne vérifient pas les propriétés nécessaires. Cela limite considérablement la forme des éléments finis que l'on peut générer ainsi. Les fonctions de forme sont par contre faciles à déterminer pour des éléments très particuliers dont les bords sont parallèles aux axes structuraux : le carré de côté 2, le cube de côté 2, le triangle rectangle isocèle de côté 1. L'idée est donc d'établir une relation entre l'élément à construire et l'élément de forme particulière associé que l'on sait construire.

3.7 Éléments isoparamétriques

Soit un quadrilatère quelconque, défini par ses quatre sommets, dont les nœuds ont des coordonnées connues dans un système global (x,y) . Soit un élément carré de côté 2, dans le système de coordonnées (ζ,η) , appelé élément de référence. Les coordonnées intrinsèques (ζ,η) ou (ζ,η,ξ) pour un élément 3D, varient de -1 à +1, sauf pour le triangle pour lequel elles varient de 0 à 1 (Figure (29)). La transformation F , qui est en fait un changement de système de coordonnées [27], est telle que :

- à un point de coordonnées (ζ,η) ne correspond qu'un seul point de coordonnées (x,y) .
- Les nœuds et les frontières des deux éléments associés se correspondent par F
- F est défini par les mêmes nœuds que ceux utilisés pour les degrés de liberté.

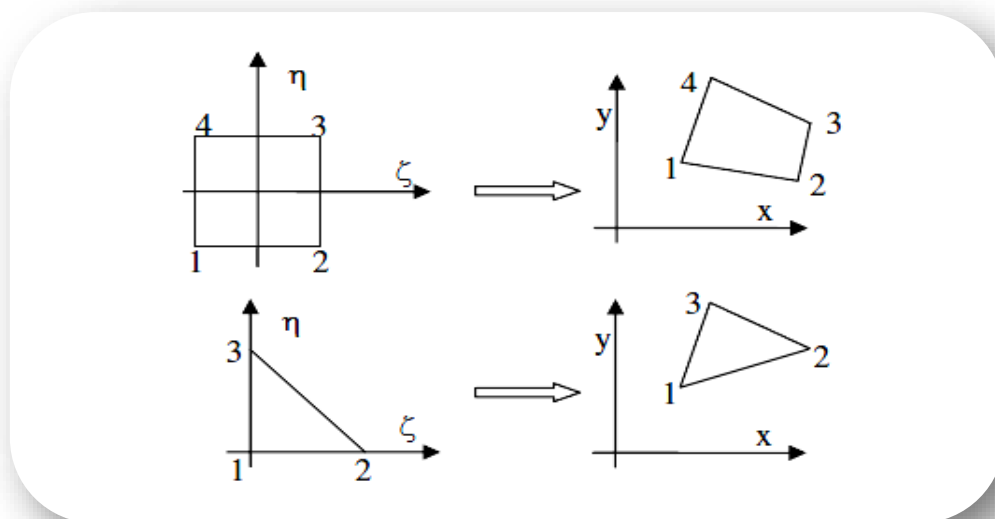


Figure (29) : Interpolation géométrique [27]

- **Exemple :**

Pour une utilisation le plus possible pratique de l'isopérimétrie, il est nécessaire de passer par les étapes suivantes:

- La construction des fonctions de forme de l'élément formulé.
- Calculs des dérivées des fonctions de forme pour former la matrice de contrainte-déplacement.
- L'intégration numérique sur l'élément (avec quadrature de Gauss).

Comme base de calcul de la matrice de rigidité de l'élément quadrilatère on met l'origine au centre de gravité du rectangle et l'élément déformé dans la figure (30), mais avec la

numérotation nodale obtenue, on positionne les noeuds 1, 2, 3, 4 en premier, troisième, quatrième et deuxième quadrants respectivement. [28]

Les fonctions de déplacement pour le 8-d.d.l. de l'élément Q4 dans la figure (30) (a) sont :

$$u(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 xy \quad (3.15)$$

$$v(x, y) = \alpha_5 + \alpha_6 x + \alpha_7 y + \alpha_8 xy \quad (3.16)$$

Les coordonnées x et y qui valent (± 1) sur les frontières du rectangle, tandis que les quatre constantes dans $u(x, y)$ coïncident avec des constantes de $v(x, y)$.

Les constantes $C_i (i = 1, 2, 3, 4)$ se trouvent en substituant des valeurs nodales u_i et les coordonnées appropriées, de sorte que :

$$u = \sum_{i=1}^4 N_i(x, y) u_i = [N_1 N_2 N_3 N_4] [u_1 u_2 u_3 u_4]^T \quad (3.17)$$

$$v = \sum_{i=1}^4 N_i(x, y) v_i = [N_1 N_2 N_3 N_4] [v_1 v_2 v_3 v_3]^T \quad (3.18)$$

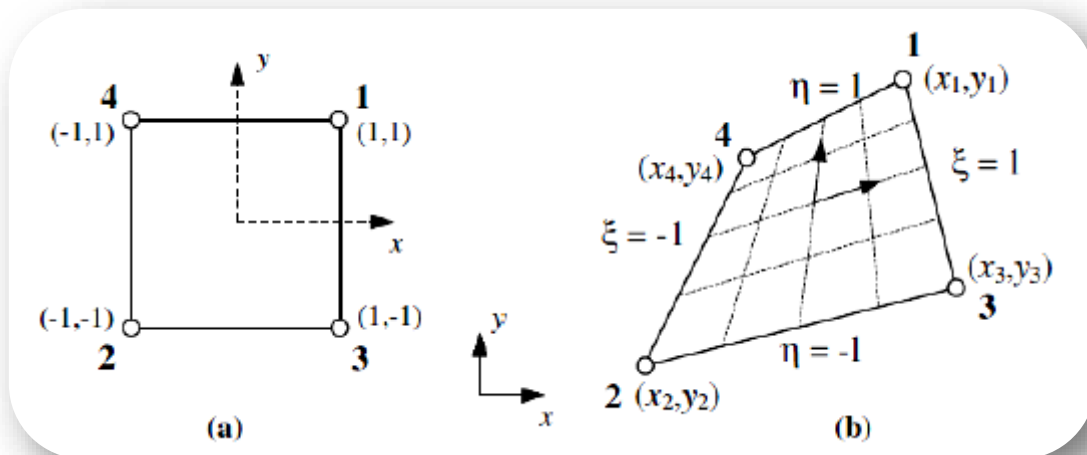


Figure (30) : Élément isoparamétrique bidimensionnel quadrilatère mappé à partir d'un élément rectangulaire: (a) l'élément réel, (b) l'élément déformé. [28]

$$\begin{aligned}
N_1(x, y) &= \frac{1}{4}(1+x)(1+y) \\
N_2(x, y) &= \frac{1}{4}(1-x)(1-y) \\
N_3(x, y) &= \frac{1}{4}(1+x)(1-y) \\
N_4(x, y) &= \frac{1}{4}(1-x)(1+y)
\end{aligned}$$

Avec la fonction de forme adimensionnelle Ni égale à l'unité au point i et zéro ailleurs, ce qui complète la définition de l'élément sans dimension rectangulaire.

L'élément de quadrilatère isoparamétrique représenté dans la figure (30) (b) possède les quatre coins définis par les coordonnées cartésiennes globales (x, y) , tandis que l'élément est défini au moyen de coordonnées curvilignes (ξ, η) . [28]

En conséquence, pour l'élément déformé les fonctions de déplacement sont

$$u = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta)u_i, \quad v = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta)v_i \quad (3.19)$$

Tandis que les fonctions géométriques sont

$$x = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta)x_i, \quad y = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta)y_i \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned}
N_1 &= \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta) & N_3 &= \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta) \\
N_2 &= \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta) & N_4 &= \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta)
\end{aligned}$$

La fonction $Ni(\xi, \eta)$ a la valeur de l'unité au point i et zéro ailleurs, comme dans le cas de la fonction de forme adimensionnelle $Ni(x, y)$ précédemment décrite [28].

En appliquant la méthode de l'énergie, la matrice de rigidité de l'élément rectangulaire peut être obtenue par:

$$K = t \iint B^T D B dx dy \quad (3.21)$$

Avec :

- t : épaisseur
- $[B]$: La matrice qui relie les déformations à l'intérieur de l'élément et les déplacements aux nœuds.

Pour le cas de contrainte plane

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-\nu) \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \text{ ou } \sigma = D\varepsilon \quad (3.22)$$

Les fonctions de déformations sont :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial x} & \frac{\partial N_4}{\partial y} & \frac{\partial N_4}{\partial x} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Ou

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = [B]\{q_e\}. \quad (3.24)$$

pour $i = 1,2,3,4$ (et B une matrice 3×8)

Puisque les fonctions de forme N_i de l'élément déformé sont exprimées par ξ et η dérivées seront modifiées de $\partial/\partial x, \partial/\partial y$ à $\partial/\partial \xi, \partial/\partial \eta$ par

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Avec $[J]$ la matrice jacobienne de la transformation donnée par :

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial \xi} & \frac{\partial N_2}{\partial \xi} & \frac{\partial N_3}{\partial \xi} & \frac{\partial N_4}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_1}{\partial \eta} & \frac{\partial N_2}{\partial \eta} & \frac{\partial N_3}{\partial \eta} & \frac{\partial N_4}{\partial \eta} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1+\eta & -(1-\eta) & 1-\eta & -(1+\eta) \\ 1+\xi & -(1-\xi) & -(1+\xi) & 1-\xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

3.8 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté des notions générales sur la méthode des éléments finis. Dans la suite de notre travail, nous utiliserons les paramètres de cette dernière et les éléments isoparamétrique afin de simuler le comportement statique et dynamique d'un vilebrequin, pour ce faire, nous utiliserons le logiciel SolidWorks pour la modélisation géométrique de la pièce en étude, géométrie que nous exporterons vers le logiciel ANSYS afin de la modéliser et de simuler son comportement par éléments finis.

Chapitre 4 : Ansys et SolidWorks

4. Ansys et SolidWorks

4.1 Logiciel de simulation ANSYS

ANSYS est un logiciel de simulation numérique FEM leader de son marché utilisé dans le développement de produits industriels. Il couvre toutes les étapes nécessaires à une simulation: le traitement géométrique, le maillage, la résolution, le traitement de résultats et l'optimisation. ANSYS offre une plateforme de calcul multi-physique intégrant la mécanique des fluides et des structures, l'électromagnétisme, la thermique ainsi que la simulation de systèmes et de circuits. [29]

Les utilisateurs ANSYS sont de domaines industriels différents telles que la construction de machines, les secteurs de l'énergie, l'automobile, le ferroviaire, l'aérospatial, le médical, la microtechnique, la micro-électronique ou encore les biens de consommation. [29]

4.2 ANSYS pour la mécanique des structures

Le logiciel d'analyse de structures d'ANSYS vous permet de résoudre des problèmes techniques complexes et de prendre plus rapidement de meilleures décisions en matière de conception. Grâce aux outils d'analyse par éléments finis (Finite Element Analysis, FEA) disponibles dans la suite logicielle, vous pouvez personnaliser et automatiser les calculs afin de résoudre vos problèmes de mécanique de structures et les paramétrer afin d'analyser de multiples scénarios de conception. [29&30]

Vous pouvez facilement les connecter à d'autres outils d'analyse physique afin de gagner en précision. Le logiciel d'analyse de structures d'ANSYS est utilisé par de nombreux professionnels du secteur et permet aux ingénieurs d'optimiser la conception de leurs produits et de réduire le coût des tests physiques.

4.3 Applications

4.3.1 Analyse de la résistance

ANSYS Mechanical possède tous les outils dont vous avez besoin pour analyser la résistance de vos composants et de vos assemblages. Il prend en compte la charge exercée sur les boulons, la contrainte causée par les variations de température et les charges physiques, telles que la pression, les forces, les moments cinétiques, l'accélération et les déplacements.

L'impact mécanique peut être évalué en termes de déplacement, de contrainte ou de déformation au niveau de l'assemblage ou au niveau de chaque partie. Cela vous aide à prévoir la performance du produit une fois en service. [29]

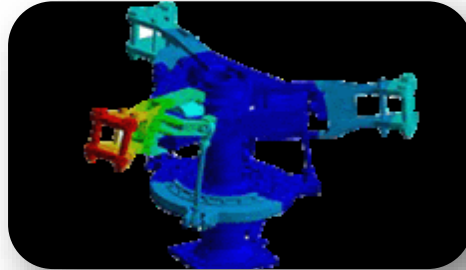


Figure (31) : Test statique (force/déformation) [29]

4.3.2 Vibration

Simuler avec ANSYS Mechanical vous permet de comprendre comment votre design va réagir à des phénomènes vibratoires, tels que les grincements de freins, les séismes, le transport et les charges acoustiques ou harmoniques. ANSYS Mechanical vous offre une plateforme de simulation physique et multi-physique vous permettant de faire face aux défis des analyses vibratoires les plus complexes. [29]

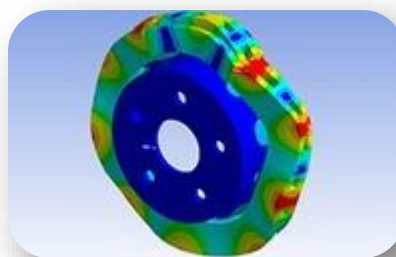


Figure (32) : Déformée modale (mode propre) [29]

4.3.3 Analyse thermique

La gestion thermique est un aspect clé de la conception d'un produit, car l'Internet des Objets, les équipements électroniques prêt-à-porter et autres tendances de design, concentrent des composants électriques générant de la chaleur dans des boîtiers toujours plus petits. Les outils ANSYS offrent un environnement de simulation thermique de haute précision, y compris celle des charges de convection, de radiation et de conduction, mais aussi celle provenant de l'effet des pertes de puissance et l'énergie thermique générée par la friction ou d'autres sources externes. [29]

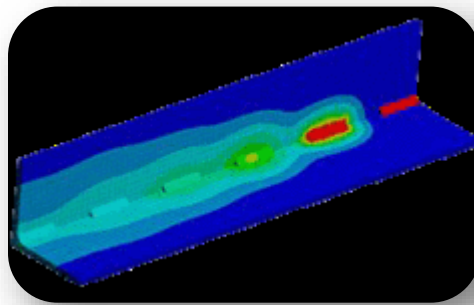


Figure (33) : Analyse thermique d'une structure [29]

4.3.4 Durabilité

La fatigue et les vibrations peuvent avoir un impact considérable sur les coûts de maintenance et la durée de vie de vos produits. ANSYS Mechanical et ANSYS n Code Design Life fournissent les outils intégrés nécessaires pour identifier les vibrations potentielles et les points d'usure mécanique et thermomécanique afin d'améliorer la durabilité du produit. [29]

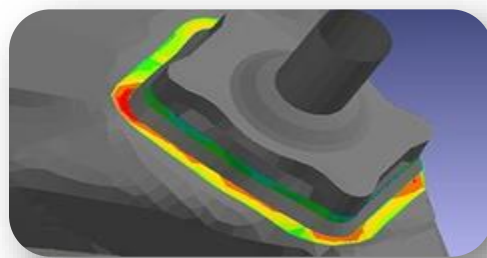


Figure (34) : Durabilité avec analyse par fatigue [C]

4.3.5 Dynamique des corps rigides

Les systèmes mécaniques contiennent souvent des assemblages complexes de pièces interconnectées, comme les suspensions dans les véhicules terrestres, la robotique dans les processus de fabrication, ou encore les systèmes de train d'atterrissage dans l'aviation. La simulation du mouvement dans de tels systèmes est chronophage et utilise beaucoup de ressources de calcul. Dans ANSYS Mechanical, ANSYS Rigid Body Dynamics offre une solution plus rapide, plus économique et plus efficace. [29]



Figure (35) : simulation d'un corps rigide «bras robot manipulateur » [29]

4.3.6 Hydrodynamique

Les exigences de conception pour les structures offshore sont parfois très différentes de celles des installations terrestres. ANSYS Mechanical vous fournit les outils pour simuler avec précision la charge et les effets des phénomènes associés aux vagues, aux courants et aux vents. Vous pouvez ajuster le niveau de détail en fonction de vos besoins, depuis les modèles simplifiés pour les structures en treillis jusqu'aux simulations haute-fidélité prenant en compte tous les aspects des vagues, des marées et de la charge en cours. [29]

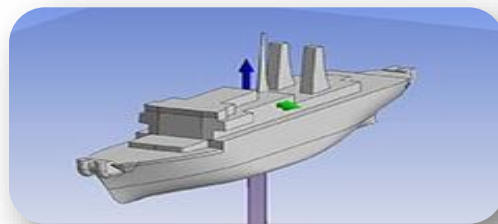


Figure (36) : simulation d'un bateau sur mer avec ansys[29]

4.3.7 Matériaux composites

Les matériaux composites apportent de nouvelles solutions - et de nouveaux défis à surmonter - aux fabricants en quête d'innovation, et de matériaux plus solides et plus légers ANSYS Composite PrepPost fait partie d'ANSYS Mechanical Enterprise. Il fournit tous les outils nécessaires pour l'analyse par éléments finis des structures composites stratifiées. [29]

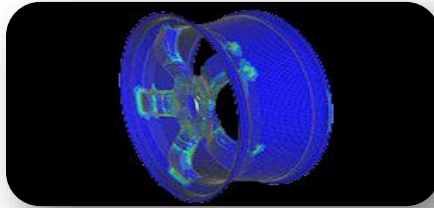


Figure (37) : représentation d'un gante conçu avec des matériaux composites[29]

4.3.8 Impact

Les dommages causés par une collision ou des conditions environnementales difficiles peuvent raccourcir la durée de vie d'un produit, causer des frais de garantie et de réparation et mettre en jeu la responsabilité du fabricant. Avec ANSYS, vous pouvez simuler des modèles mécaniques de dynamique explicite et de dynamique des corps rigides afin d'identifier les déformations ou dégâts potentiels du produit après impact. [29]

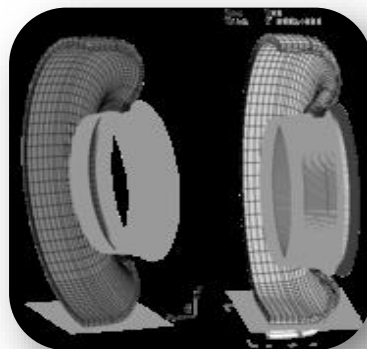


Figure (38) : représentation d'un impacte entre deux corps[29]

4.3.9 Optimisation

ANSYS Design Xplorer vous permet d'effectuer des tests pilotes sur de multiples paramètres de conception en utilisant des charges différentes. Il permet aussi de modifier vos conditions environnementales en moins de temps qu'il n'en faut pour construire un seul prototype physique. Des outils pour identifier, puis analyser l'impact de chaque paramètre, y compris la variabilité de la fabrication grâce aux méthodes 6 Sigma. Cela vous permet d'exécuter toutes vos simulations dans un environnement unique pour garantir que votre produit sera optimal en toutes conditions. [29]

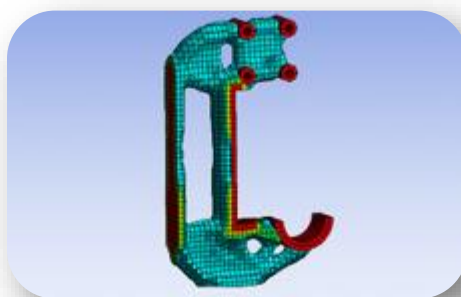


Figure (39) : optimisation d'une structure [29]

4.3.10 HPC pour l'analyse par éléments finis

ANSYS HPC utilise des traitements parallèles pour que vos simulations trouvent la solution en quelques heures et non plus en quelques jours. Des modèles virtuels de grande taille et extrêmement complexes, inimaginables par le passé, sont désormais possibles. Les designers peuvent évaluer plus de projets en moins de temps, ce qui accélère grandement l'optimisation de la conception. L'HPC peut être utilisé par tout type d'entreprise grâce à son mode de licence flexible et évolutif. [29]

4.3.11 Optimisation topologique

ANSYS Mechanical vous offre tous les outils nécessaires pour exploiter les nouvelles méthodes de fabrication, telles que la fabrication additive. La forme optimale d'une pièce détachée est souvent organique et paradoxale ; la technologie d'optimisation topologique

d'ANSYS vous permet de situer précisément les charges et les soutiens sur un volume de matériau pour en identifier la forme optimale. Vous pouvez désormais facilement alléger les structures, extraire des données CAO et vérifier rapidement la conception optimisée. [29]

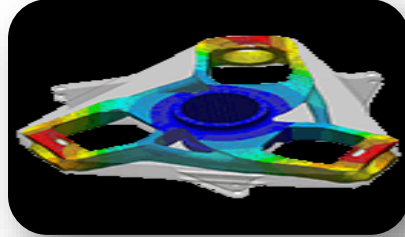


Figure (40) : test statique (support/charge) [29]

4.3.12 Fabrication additive

La fabrication d'additifs est une méthode de fabrication de pièces complexes couche par couche à partir d'un modèle 3D. Les simulations de fabrication additive d'ANSYS vous aident à optimiser votre conception pour l'impression 3D, à déterminer les contraintes ou distorsions potentielles dans la conception afin qu'elles puissent être corrigées à l'avance et à prédire la microstructure de la pièce en fonction de l'historique thermique au cours de la fabrication. La simulation élimine les essais et les erreurs et vous donne l'assurance que la pièce peut être construite avec succès la première fois avec des propriétés structurelles solides. [29]

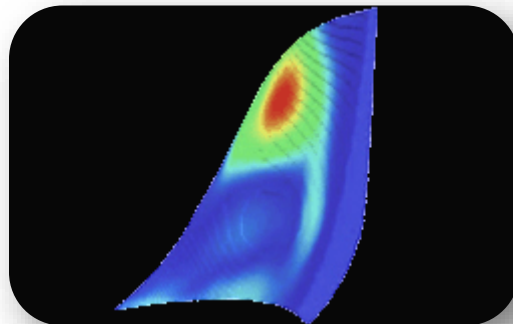


Figure (41) : test statique (contrainte/déformation) [29]

4.4 Caractéristiques

4.4.1 Model numérique précis pour une simulation proche de la réalité

Plus de 80 modèles de matériaux couvrent l'ensemble des effets tels que la plasticité, l'hyper-élasticité et le fluage. Une vaste bibliothèque de contacts et d'éléments permet une cartographie précise et numériquement efficace de l'interaction entre les composants. [30]

4.4.2 Des interfaces ouvertes pour plus de flexibilité

Les utilisateurs bénéficient d'un accès direct à la technologie FE sous-jacente et peuvent intégrer leurs propres méthodes pour les matériaux, le contact, le frottement et les processus automatisés via des interfaces de programmation. [30]

4.4.3 Couplage à d'autres physiques pour un maximum de qualité

L'étude de composants mécaniques couplés à d'autres domaines - thermiques, fluidiques, et électromagnétiques – donne une compréhension plus détaillée ce qui accroît le potentiel d'innovation. La vue des influences entre plusieurs composants du système facilite le réglage précis pour plus d'efficacité. [30]

4.4.4 Des procédés de travail spécifique pour plus de productivité

Les précontraintes de vis, la technique du sous-modèle, les évaluations de résistance et la mécanique de la rupture sont immédiatement disponibles dans des processus prédéfinis. [30]

4.5 Présentation du logiciel SolidWorks

SW a été créé en 1993 et par la suite achetée par la société Dassault Systèmes. Le logiciel **SW** de CAO "Conception Assistée par Ordinateur" également qualifié de logiciel de DAO "Dessin Assistée par Ordinateur" est une application de conception mécanique 3D paramétrique qui permet aux concepteurs d'esquisser rapidement des idées, d'expérimenter des fonctions et des cotes afin de produire des modèles et des mises en plan précises. **SW** est assez intuitif. Modéliser une pièce est assez rapide contrairement à d'autres logiciels de CAO. La version utilisée dans notre travail est celle de 2013. [31]

4.6 Interface d'utilisateur

L'application SW offre des outils et des fonctionnalités d'interface utilisateur qui vous aident à créer et à éditer efficacement les modèles, notamment des fonctionnalités Windows connues, comme le glissement et le redimensionnement des fenêtres. Un bon nombre de ces fonctionnalités, comme imprimer, ouvrir, enregistrer, couper et coller, etc., sont représentées dans SW par les mêmes icônes. [31]

- **Fenêtres de documents SW**

Les fenêtres de documents SW sont constituées de deux panneaux. Le panneau de gauche, ou Manager Pane, contient :

- **Arbre de création (Feature Manager)**

Affiche la structure de la pièce, de l'assemblage ou de la mise en plan. Sélectionnez un élément dans l'arbre de création Feature Manager afin d'éditer l'esquisse sous-jacente, d'éditer la fonction, et de supprimer ou d'annuler la fonction ou le composant. [31]

- **Property Manager**

Fournit des paramètres pour de nombreuses fonctionnalités, telles que les esquisses, les fonctions de congé et les contraintes d'assemblage. [31]

- **Configuration Manager**

Permet de créer, de sélectionner et d'afficher plusieurs configurations de pièces et d'assemblages dans un document. Les configurations sont des variations d'une pièce ou d'un assemblage dans un document. [31]

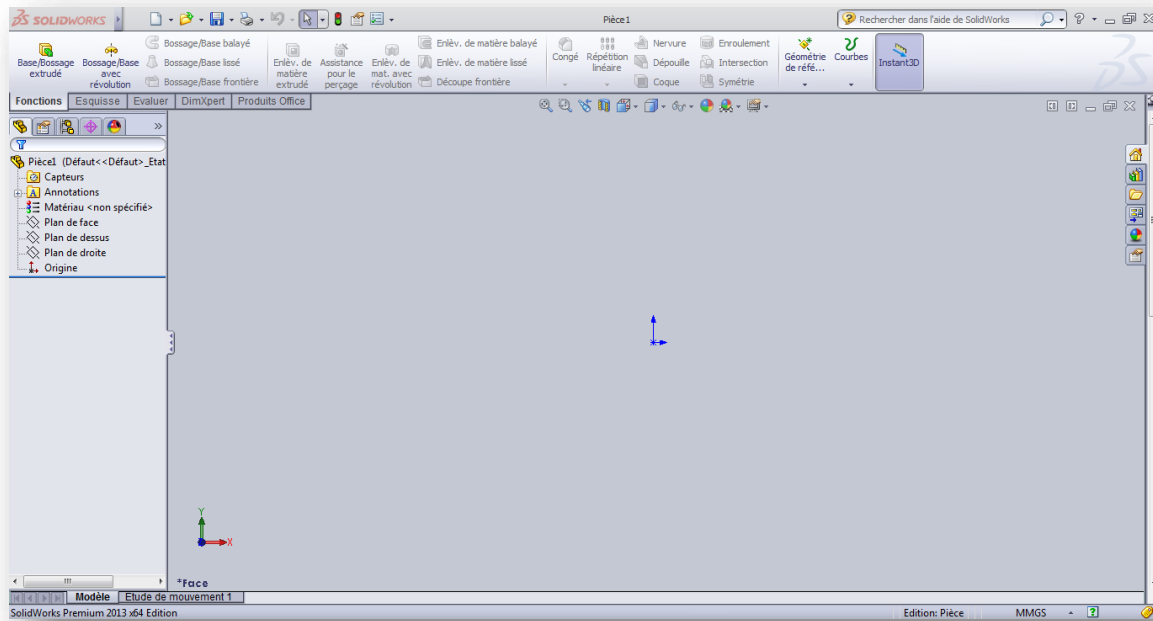


Figure (42) : interface SolidWorks

4.7 Module DAO

Le dessin assisté par ordinateur DAO est un outil d'aide à la production de dessins de communication : " la transmission d'informations sous forme de plans".

C'est une discipline permettant de produire des dessins techniques avec un logiciel informatique. On le distingue de la synthèse d'image dans la mesure où il ne s'agit pas du calcul de rendu d'un modèle numérique mais de l'exécution de commandes graphiques (traits, formes diverses...). De ce fait, en DAO, la souris et le clavier remplacent le crayon et les autres instruments du dessinateur. Les dessins produits sont le plus souvent réalisés en mode vectoriel (traits cohérents). Les logiciels de DAO attribuent des coordonnées (X, Y pour les plans 2D et X, Y, Z pour les modèles 3D). Chaque élément d'un dessin est appelé entité et chaque entité contient donc des propriétés de couleur, d'épaisseur, de calque, de type de ligne.[31]

4.8 Méthode de conception

Avant de procéder réellement à la conception du modèle, il est utile de planifier sa méthode de création. Une fois les besoins identifiés et les concepts appropriés élaborés, vous pouvez développer le modèle :

- Esquisse : Créez les esquisses et décidez du mode de cotation et des emplacements d'application des relations. Esquisse
- Fonction : Sélectionnez les fonctions appropriées, comme les extrusions, déterminez les meilleures fonctions à appliquer et l'ordre de leur application. Fonctions. [31]

4.8.1 Esquisse

La création d'un modèle commence généralement par une esquisse. A partir de l'esquisse, vous pouvez créer des fonctions. Vous pouvez combiner une ou plusieurs fonctions pour créer une pièce. Ensuite, vous pouvez combiner et contraindre les pièces appropriées pour créer un assemblage. [31]

4.8.2 Fonction principale

- Extrusion.
L'extrusion consiste simplement à "tirer" sur l'esquisse pour la mettre en volume, selon une direction donnée.
Cette direction est par défaut perpendiculaire au plan de l'esquisse.
- Révolution
Une révolution est la rotation d'un profil autour d'un axe. L'esquisse tourne autour de son axe, ce qui lui donne du volume
- Balayage
Le balayage consiste à "étirer" votre profil (esquisse) le long d'une courbe-guide.[31]

4.9 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les logiciels ANSYS et Solidworks.ces deux outils vont nous permettre dans la suite de notre étude de modéliser et de simuler le comportement statique et dynamique de pièces mécaniques.

Chapitre 5 : Application, résultats et discussion

5. Application, résultats et discussion

5.1 Introduction

Le vilebrequin est un composant critique pour le fonctionnement du moteur à combustion interne ; Un défaut dans la conception ou dans le fonctionnement de cet organe peut vite entraîner un mauvais fonctionnement, voir, une panne moteur majeur. En conséquence, une grande rigueur est requise lors de sa conception. Dans ce chapitre, nous proposons d'étudier le comportement d'un vilebrequin de moteur Diesel quatre temps à un seul cylindre à travers les quatre applications suivantes :

1. Test de validation du modèle par comparaison avec les résultats publiés dans la littérature scientifique [32,33&34]: Dans cette application, nous effectuons un test en statique sous les mêmes conditions que celles des publications précédemment citées. Les résultats sont présentés, discutés et comparés à ceux publiés.
2. Simulation du comportement statique : il s'agit de soumettre le vilebrequin à un chargement statique et d'observer sa déformation en fonction de modifications géométriques et dimensionnelles. Les résultats sont présentés, discutés et comparés à ceux publiés dans la revue scientifique.
3. Analyse modale : Dans cette application, les valeurs modales (fréquences et modes propres) du modèle étudié sont évaluées, les vitesses critiques sont déterminées. Les résultats sont présentés sous forme tabulaire et enfin le Diagramme de Campbell est tracé.
4. Etude de la réponse du vilebrequin à un balourd : Dans cette partie, Le vilebrequin est soumis à une série de déséquilibres massiques (balourd). Un test de la réponse fréquentielle de l'arbre et des paliers est effectué, les résultats sont présentés sous les formes graphiques suivantes : réponses fréquentielles des paliers, réponse fréquentielle maximale du vilebrequin.

5.1.1 Caractéristiques du moteur

Tableau (3) : Spécifications du moteur monocylindre diesel [32]

Paramètre	Spécification
Capacité	395 cm ³
Nombre de cylindre	1
Alésage X compression	86×68 millimètre
Rapport de Compression	18 :1
Puissance maximale	18 ch a 3600 tr /min
Couple maximale	16.7 Nm a 2200 tr/min
Gaz de pression maximale	25 barres

5.1.2 Calcul des forces appliquées sur le vilebrequin

Le vilebrequin est soumis à des charges dues au mouvement de la bielle, qui, à son tour est dû à l'explosion produite dans la chambre de combustion et à l'inertie du vilebrequin.

Nous effectuons ci-dessous l'évaluation précise du chargement. Nous obtenons deux résultantes qui sont F_t produisant la rotation du vilebrequin par torsion et F_r .

Force sur le piston :

- $F_p = \text{Surface de l'alésage} \times \text{La pression maximale de la combustion}$
- $= \pi / 4 \times D^2 \times \text{Pression max}$
- $= \pi / 4 \times 86,2 \times 10^{-6} \times 25 \times 10^5$
- $= 14,52 \text{ KN.}$

Poussée sur bielle :

- $F_Q = F_p / \cos \phi$

$\phi = \text{Angle d'inclinaison de la bielle avec la ligne de trait}$

$$\sin \phi = \sin \theta / (L / R)$$

$L = \text{longueur de parcours} = 68 \text{ mm}$

$\theta = \text{Angle de vilebrequin maximal} = 35^\circ$

$R = \text{rayon du vilebrequin} = 17 \text{ mm}$

$$\phi = 8,24^\circ$$

Poussée sur la bielle, $F_Q = 14,67 \text{ KN}$

La charge sur le vilebrequin est représentée par deux composantes :

- Force tangentielle, $F_t = F_Q \sin (\theta + \phi) = 10,049 \text{ KN}$
- Force radiale, $F_r = F_Q \cos (\theta + \phi) = 10,69 \text{ KN}$ [32]

5.1.3 Caractéristiques du vilebrequin

Les caractéristiques géométriques et matériaux du vilebrequin étudié sont tirées de la référence [24] et présentées ci-dessous et dans la figure (44):

- Densité : $\rho = 7850 \text{ Kg/m}^{-3}$
- Coefficient de poisson : $\nu = 0,29$
- Module d'élasticité : $E = 190 \text{ GPa}$

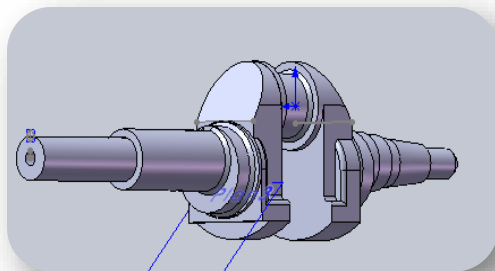


Figure (44) : Modèle du vilebrequin avec SolidWorks

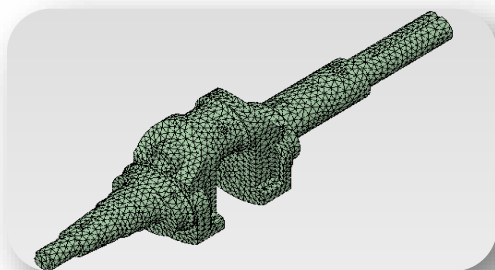


Figure (45) : Modèle éléments finis sur Ansys

5.2.1 Condition aux limites :

Dans ce présent test de validation, nous nous conformons aux conditions aux limites appliquées dans la référence [32] afin d'effectuer la comparaison. Ces dites conditions aux limites consiste à l'élimination totale des degrés de libertés aux niveaux des faces représentées en figure (46). Toutes fois, il faut noter que cette configuration ne correspond pas aux conditions de fonctionnement du vilebrequin dans l'enceinte du moteur, ou celui-ci tourne librement sur des coussinets hydrodynamiques.

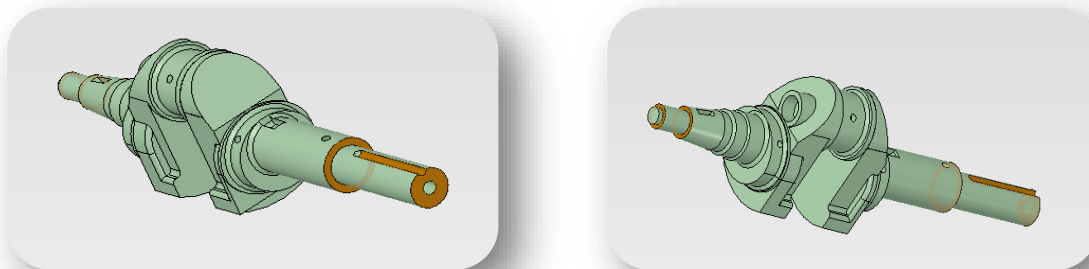


Figure (46) : Conditions aux limites appliquées en références [32,33&34]

5.2.2 Les différents tests numériques effectués :

Dans ce qui suit, nous présentons les résultats obtenus en termes de contraintes et des déplacements maximaux et cela en fonction de variations de certains paramètres, à savoir :

- A. Variation du perçage à l'arrière du vilebrequin de 34.29mm à 39.29mm.
- B. Variation du diamètre du trou de graissage du maneton de 4.83mm à 9.83mm.
- C. Variation du diamètre du maneton de 36.96 mm à 41.96 mm.
- D. Réduction de l'épaisseur de la bande de 24.38mm a 29.38mm.

Tableau (4) : Contraintes et déplacements maximaux en fonction de variations géométriques et dimensionnelles.

Modifications géométrique et dimensionnelle	Déplacement maximal (m)	Contrainte maximale (Pa)
Dimensions originales	Max : 1.8451×10^{-4}	Max : 1.6194×10^8
Variation du perçage à l'arrière du vilebrequin	Max : 1.8452×10^{-4}	Max : 2.1842×10^8
Variation du diamètre du trou de graissage du maneton	Max : 1.8512×10^{-4}	Max : 1.9975×10^8
Variation du diamètre du maneton	Max : 1.8451×10^{-4}	Max : 1.857×10^8
Réduction de l'épaisseur de la bande	Max : 1.8427×10^{-4}	Max : 2.1861×10^8

• Discussions

Des résultats satisfaisants ont été obtenus avec 42668 éléments. Les figures montrent une bonne concordance avec les résultats de l'étude en référence [32]. Cela nous permet de valider le modèle et de poursuivre notre investigation.

Les figures (47) à (51) montrent que les déplacements maximaux se concentrent au niveau du maneton qui constitue la zone la plus fragile du vilebrequin, de ce fait, la dite zone est à risque d'être sujette à des déformations excessives, voir irréversibles. Ce phénomène est très connu, notamment, dans le milieu de la maintenance automobile.

La variation de la profondeur du perçage axial (ligne 2 du tableau (4), figure (48) et figure (51)) montre que l'effet de celle-ci n'est pas significatif sur les déplacements, néanmoins, l'augmentation de la profondeur du perçage augmente les contraintes.

L'augmentation du diamètre du trou de graissage du maneton (ligne (3) du tableau (4), figure (49) et figure(53)) entraîne une augmentation très significative du déplacement maximal qui se situe au niveau du maneton.

L'augmentation du diamètre du maneton (ligne (4) du tableau (4), figure (50) et figure (54)) entraîne une diminution très significative du déplacement maximal et cela en rendant le maneton plus rigide.

L'augmentation de l'épaisseur de la bande (ligne (5) du tableau (4), figure (51) et figure (55)) diminue significativement les déplacements. La figure (55) montre qu'à partir d'une bande d'une épaisseur de 27.38 mm on atteint un déplacement minimum de $1.84 \cdot 10^{-4}$ mm.

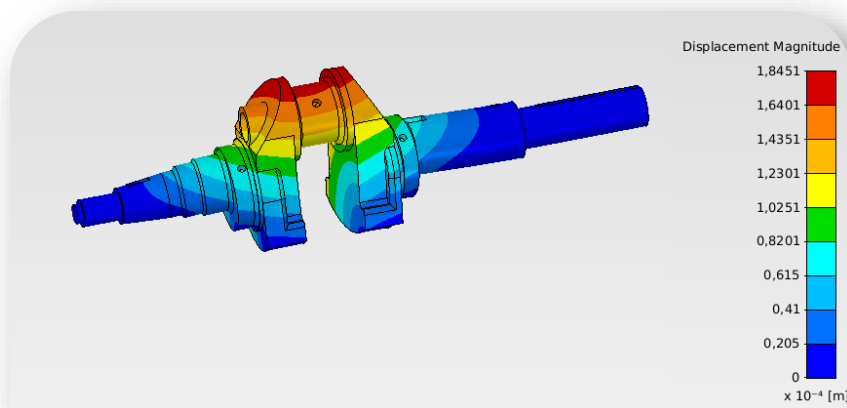


Figure (47) : Magnitudes des déplacements - Cas des dimensions originales

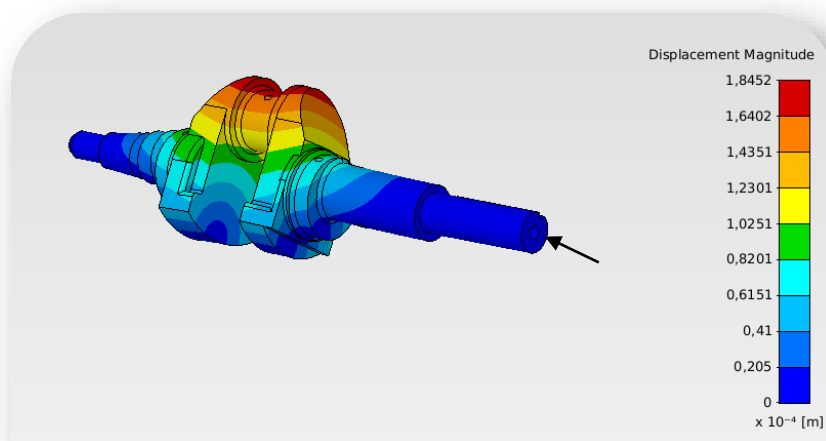


Figure (48) : Magnitudes des déplacements - Cas de perçage axial augmenté

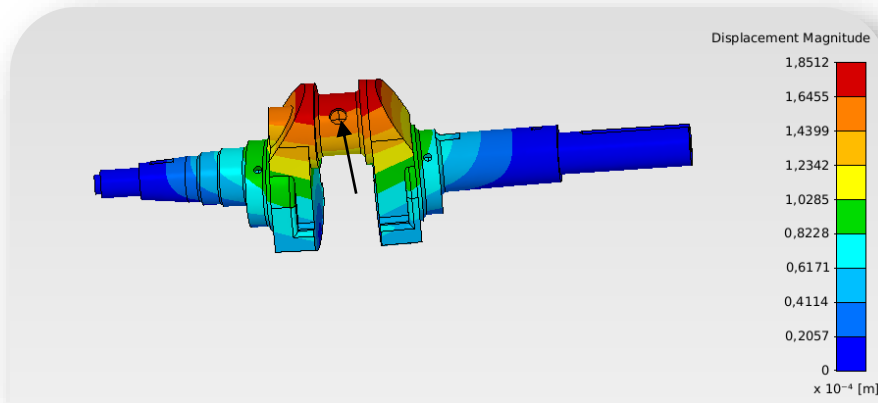


Figure (49) : Magnitudes des déplacements - Cas du trou de graissage augmenté.

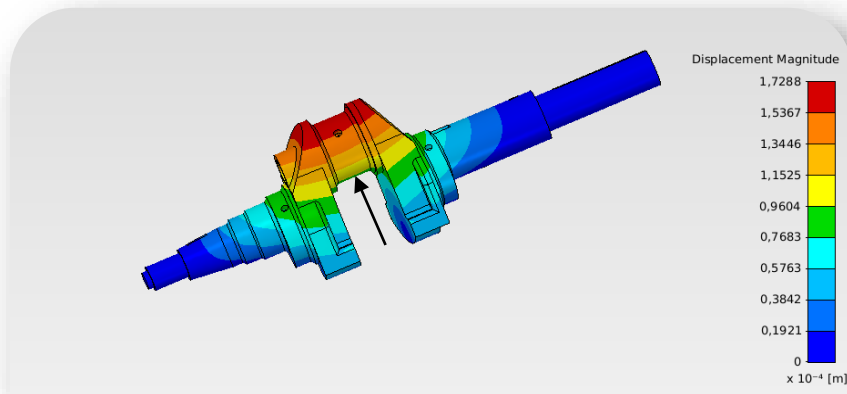


Figure (50) : Magnitudes des déplacements - Cas du diamètre du maneton augmenté.

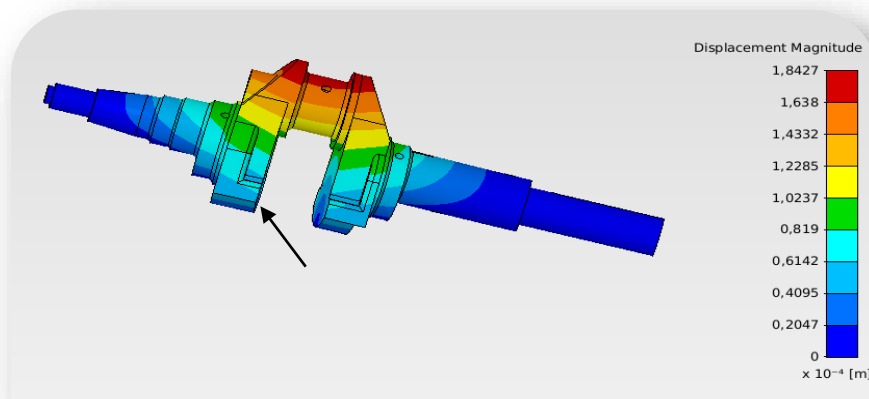
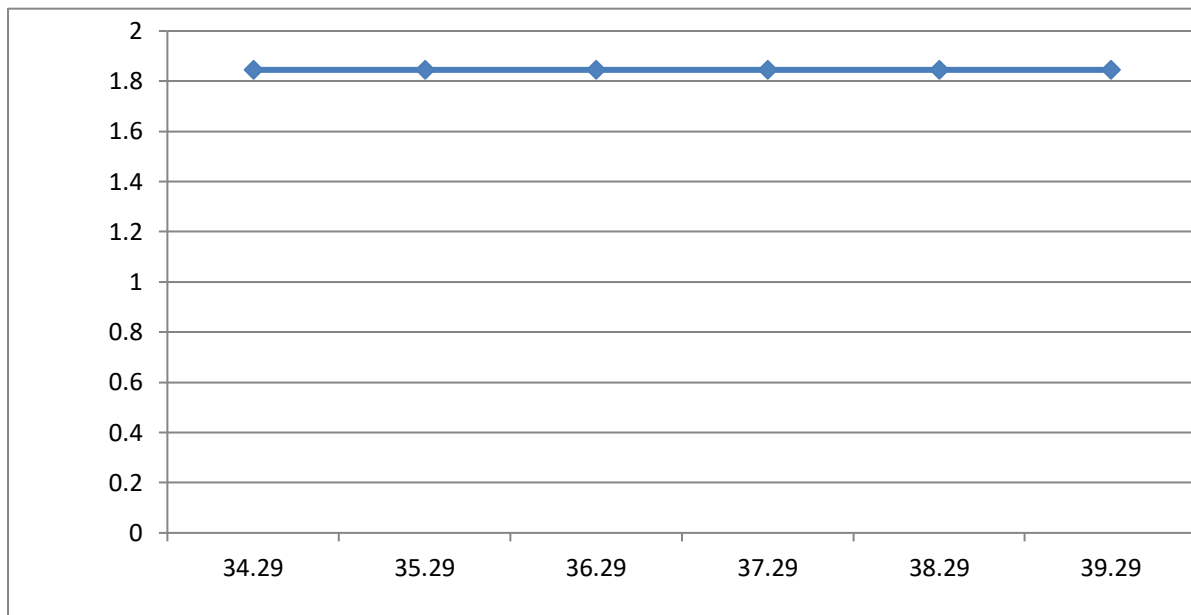


Figure (51) : Magnitudes des déplacements - Cas de épaisseur de la bande diminuée.

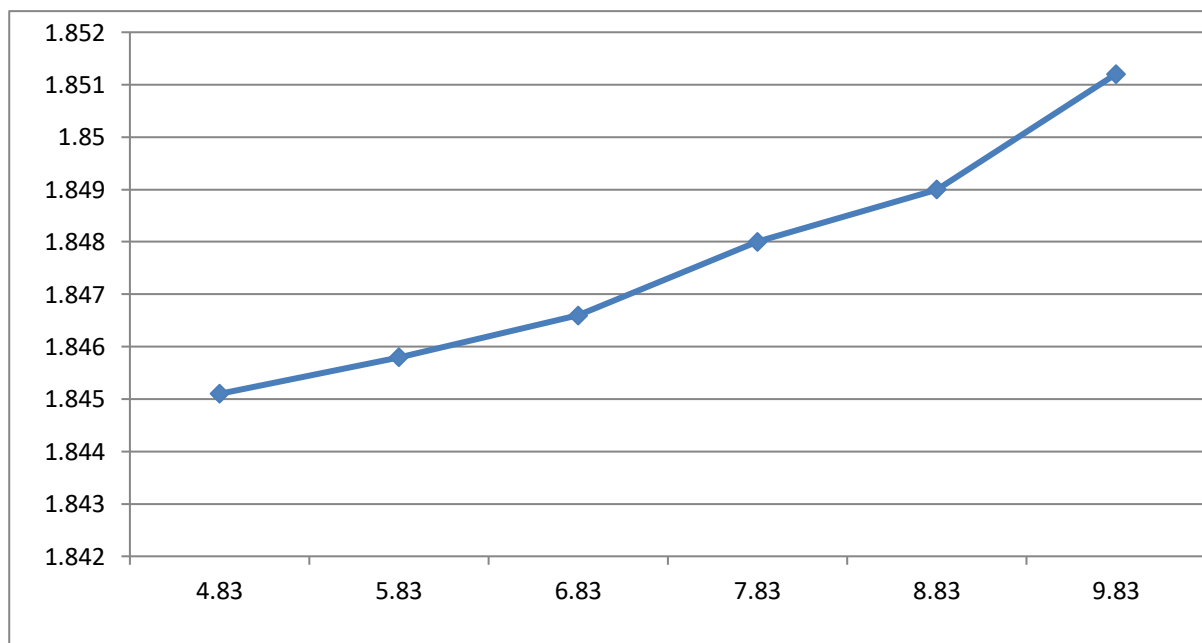
Déplacement ($10^{-4}m$)



Profondeurs du perçage (mm)

Figure (52) : Déplacements en fonction de la profondeur du perçage axial

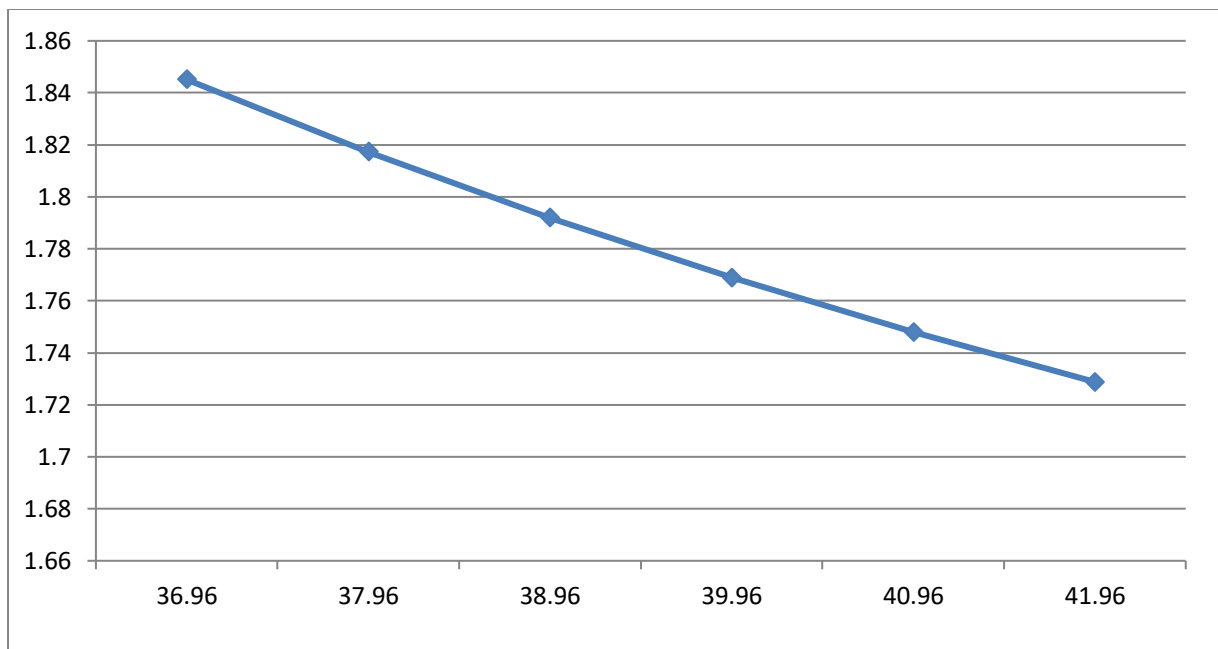
Déplacement ($10^{-4}m$)



Diamètres des trous de graissage (mm)

Figure (53) : Déplacements en fonction des diamètres du trou de graissage du maneton

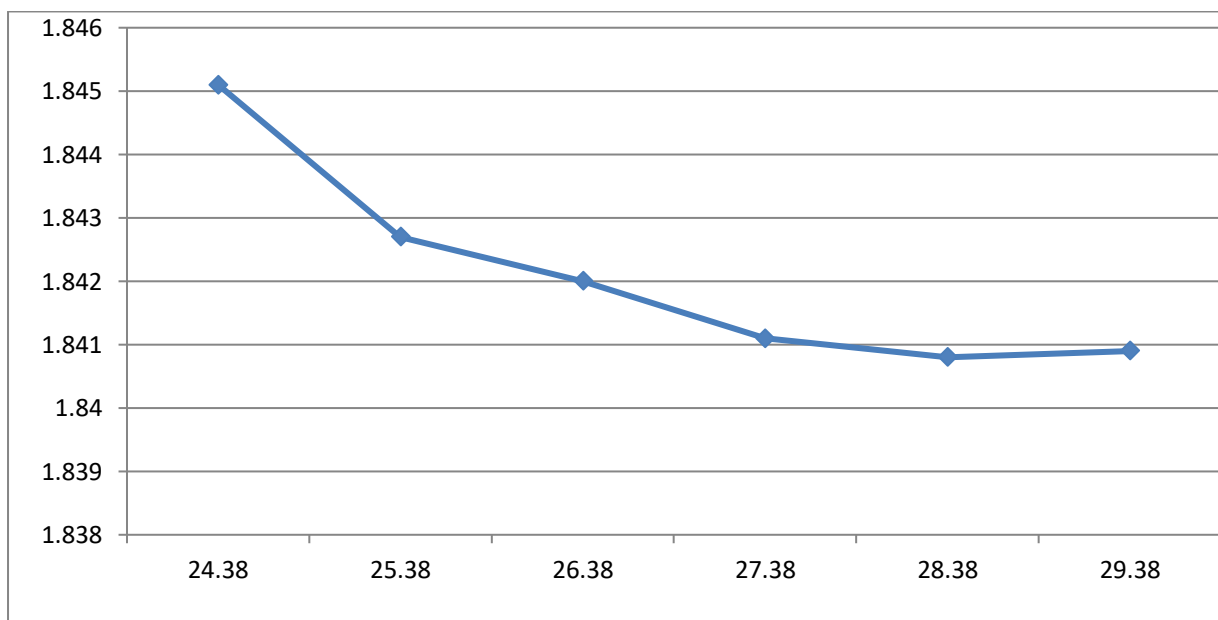
Déplacement ($10^{-4}m$)



Diamètres du maneton (mm)

Figure (54) : Déplacements en fonction des diamètres du maneton

Déplacement ($10^{-4}m$)



Epaisseur de la bande (mm)

Figure (55) : Déplacements en fonction de l'épaisseur de la bande

5.3 Analyse modale :

Dans cette section nous présentons les deux études suivantes : dans la sous-section 5.3.1, nous effectuons une analyse modale (fréquences et modes propres) du vilebrequin sous les mêmes conditions aux limites que celles publiées en références [32,33&34] ou les auteurs ont considérés que les extrémités de celui-ci sont encastées.

Sachant que les valeurs modales sont très sensibles aux conditions aux limites, nous proposons dans cette présente étude en sous-section 5.4.2, de modélisés les paliers hydrodynamiques (coussinets) du vilebrequin par des raideurs et amortissements dont les valeurs sont tirées de la référence [35].

Dans toutes les expériences, nous calculons les vitesses critiques et traçons le diagramme de Campbell afin d'étudier la stabilité de la pièce en étude.

5.3.1 Fréquences et modes propres-Cas d'un vilebrequin sans paliers hydrodynamiques :

Le tableau (5) présente les 6 premières fréquences de résonance ainsi que les vitesses critiques correspondantes. Les modes propres (déformées modales) sont présentés dans la figure (56). La figure (57) représente le diagramme de Campbell permettant de détecter des interférences possibles entre les vitesses de rotations du vilebrequin et ses fréquences de résonances.

Tableau (5) : Fréquences de résonance et vitesses critiques du vilebrequin en étude.

Mode	Frequence (hertz)	Vitesse critique (tr/min)
1	1197.2	71263
2	1369.6	82584
3	1447.6	87253
4	2796.6	166290
5	3363.5	189930
6	5138.5	353630

- **Discussions**

On constate que les vitesses critiques sont très supérieures aux vitesses de fonctionnement du vilebrequin étudié. On pourrait en conclure qu'à moins qu'il y'ait une source de vibrations autre que celle due à la rotation du moteur, celui-ci ne risque pas de devenir instable.

Cependant un point crucial semble avoir été négligé dans les précédentes études, c'est celui des conditions aux limites. Ce point sera étudié dans la prochaine section 5.4.2

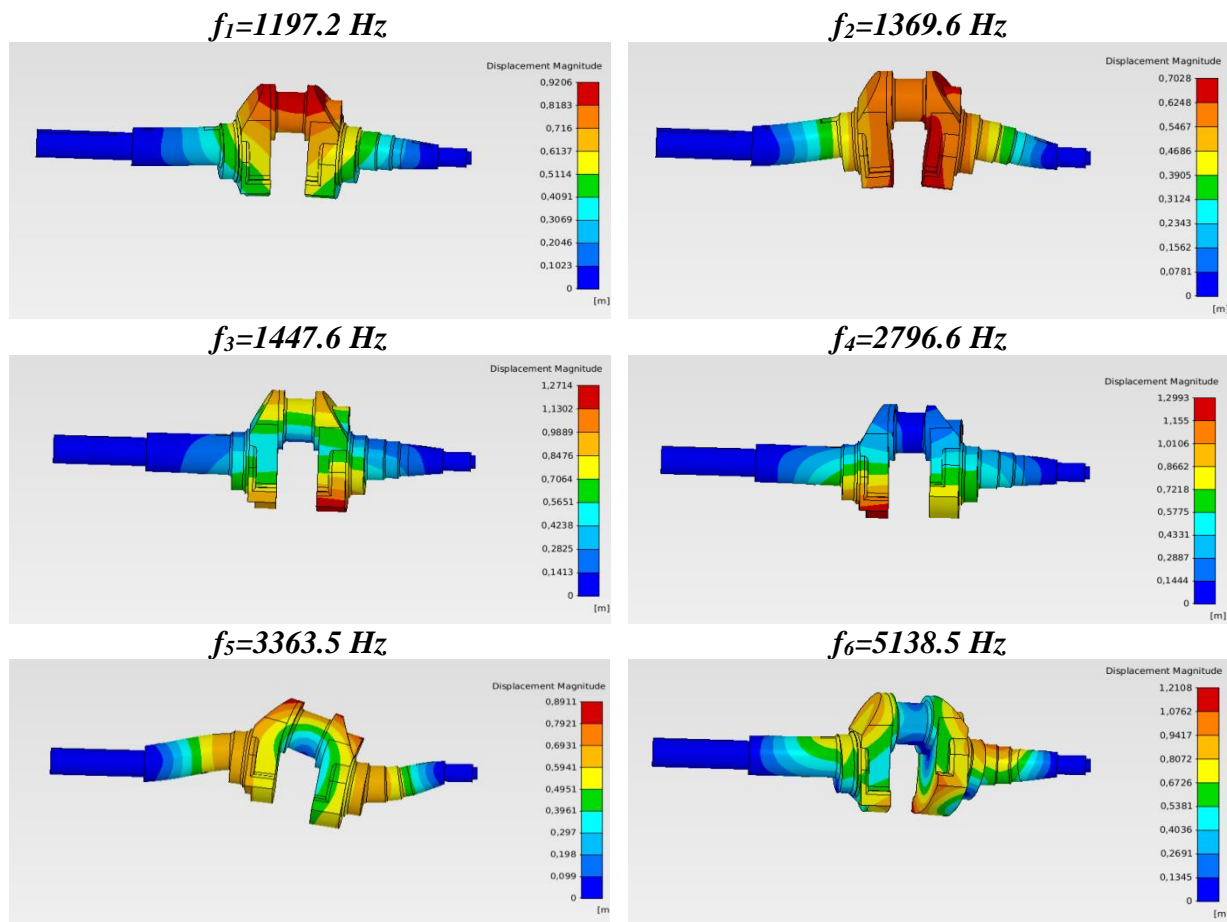


Figure (57) : déformée modale (modes propres) - cas du vilebrequin encastré

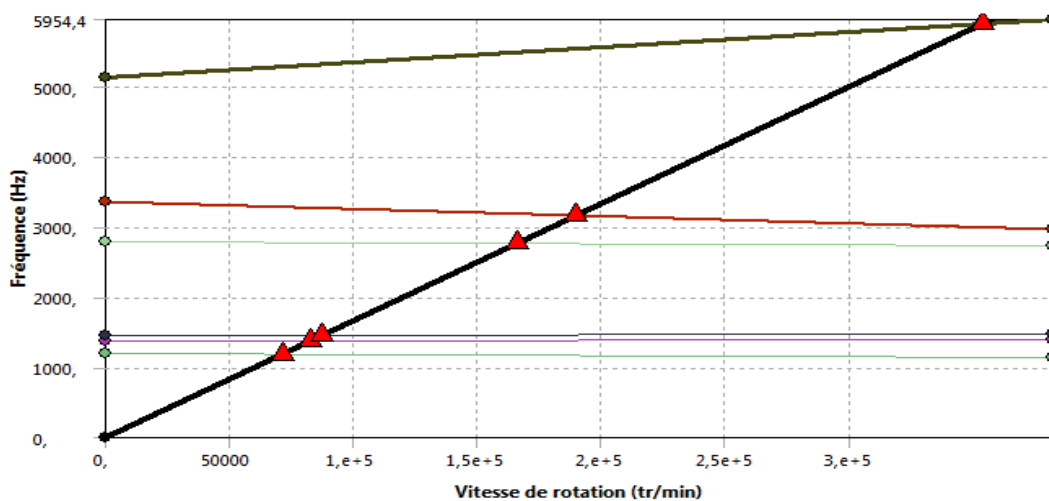


Figure (56) : Diagramme de Campbell- cas d'un vilebrequin encastré.

5.4 Vilebrequin sur paliers hydrodynamiques

Dans un moteur, le vilebrequin tourne sur des paliers hydrodynamiques communément appelés « coussinets », ceux-ci sont caractérisés par une raideur et un amortissement, dont les valeurs dépendent des dimensions et du lubrifiant ... On peut penser qu'a priori, ses conditions aux limites réelles affecteront significativement les caractéristiques statiques et dynamiques de la pièce en étude.

Dans cette présente étude, nous avons tirés les caractéristiques élastiques des paliers hydrodynamiques de la référence [35] et qui sont les suivantes :

- Raideurs : $k_{xx} = k_{yy} = 10^6 \text{ N/m}$
- amortissements visqueux $C_{xx} = C_{yy} = 5000 \text{ Ns/m}$

La figure (59) représente le modèle éléments finis du vilebrequin sur paliers implémenté sur ANSYS.

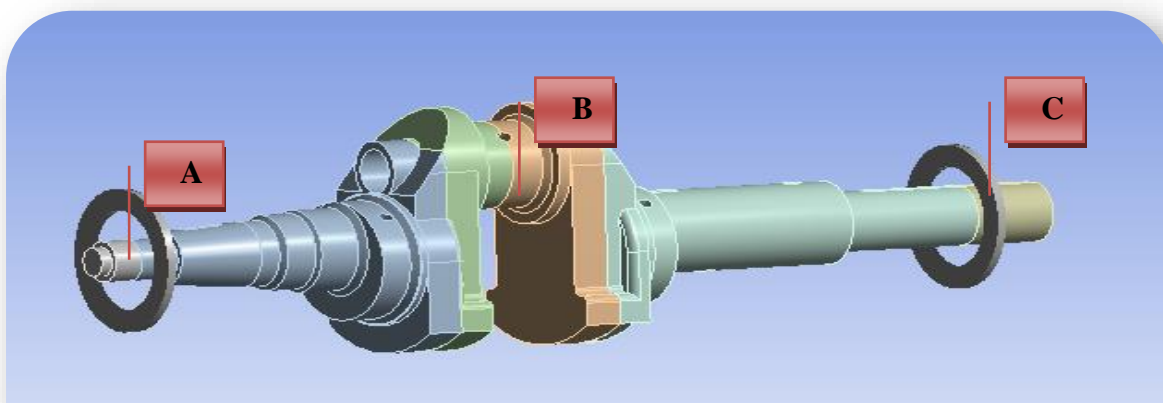


Figure (58) : Modèle éléments finis du vilebrequin sur paliers implémenté sur ANSYS.

5.4.1 Test au chargement statique-Cas d'un vilebrequin sur des paliers

Les déplacements obtenus sont beaucoup plus importants que ceux obtenus avec des paliers rigides. Cela peut être expliqué par l'élasticité ainsi que par l'amortissement des paliers hydrodynamiques. L'écart considérable entre les résultats met en évidence l'obsolescence de l'utilisation de conditions aux limites classiques pour des études de ce type.

Tableau (6) : Contraintes et déplacements maximaux en fonction de variations géométriques et dimensionnelles.

Modifications géométrique et dimensionnelle	Déplacement maximal (m)	Contrainte maximale (Pa)
Dimensions originales	Max : 8.34×10^{-4}	Max : 7.47×10^8
Variation du perçage à l'arrière du vilebrequin	Max : 8.35×10^{-4}	Max : 7.46×10^8
Variation du diamètre du trou de graissage du maneton	Max : 8.32×10^{-4}	Max : 7.44×10^8
Variation du diamètre du maneton	Max : 7.97×10^{-4}	Max : 7.29×10^8
Réduction de l'épaisseur de la bande	Max : 8.35×10^{-4}	Max : 7.35×10^8

5.4.2 Fréquences et modes propres-Cas d'un vilebrequin sur des paliers hydrodynamiques

Le tableau (7) présente les 6 premières fréquences de résonance ainsi que les vitesses critiques correspondantes. Les modes propres (déformées modales) sont présentés dans la figure (59). La figure (60) représente le diagramme de Campbell permettant de détecter des interférences possibles entre les vitesses de rotations du vilebrequin et ses fréquences de résonances.

Remarque : les modes rigides sont omis par manque d'intérêt dans le cadre de l'étude.

Tableau (7) : Fréquences de résonance et vitesses critiques du vilebrequin en étude.

Mode	Fréquences (Hz)	Vitesse critique (tr/min)
1	920.9	52814
2	1026.2	65580
3	2162.6	123140
4	2574.2	160370
5	3256.9	201380
6	4226.7	24729

- **Discussions**

On constate que le vilebrequin étudié résonne à des fréquences plus basses, ceci est expliqué par l'élasticité des paliers hydrodynamiques. On peut dire dans ce cas que la modélisation de ce type de pièces par des paliers rigides constitue une source d'erreur importante. Toutefois, les fréquences de résonance ainsi que les vitesses critiques restent très supérieurs aux vitesses de fonctionnement du vilebrequin.

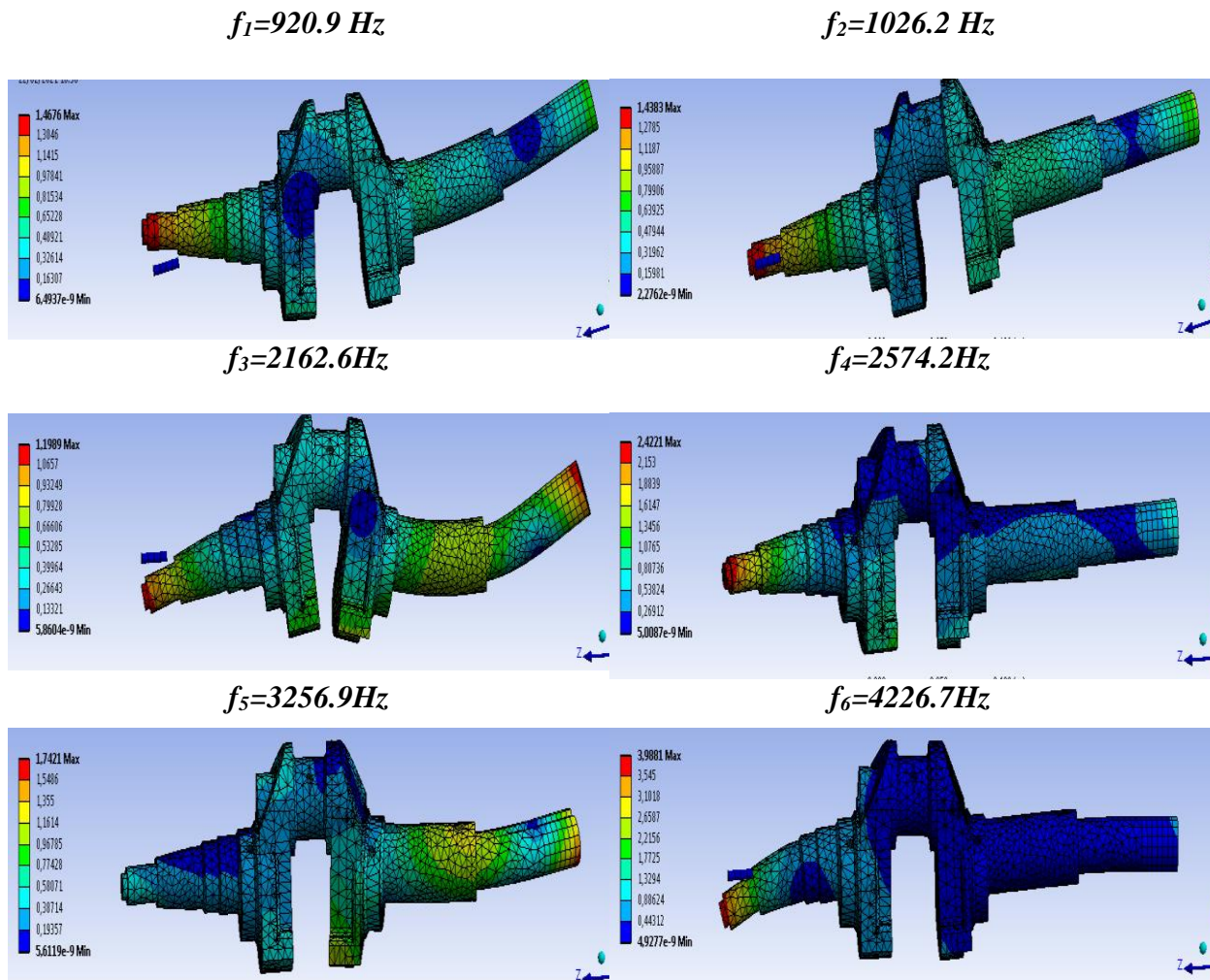


Figure (59) : déformée modale (modes propres) - cas du vilebrequin sur paliers hydrodynamiques

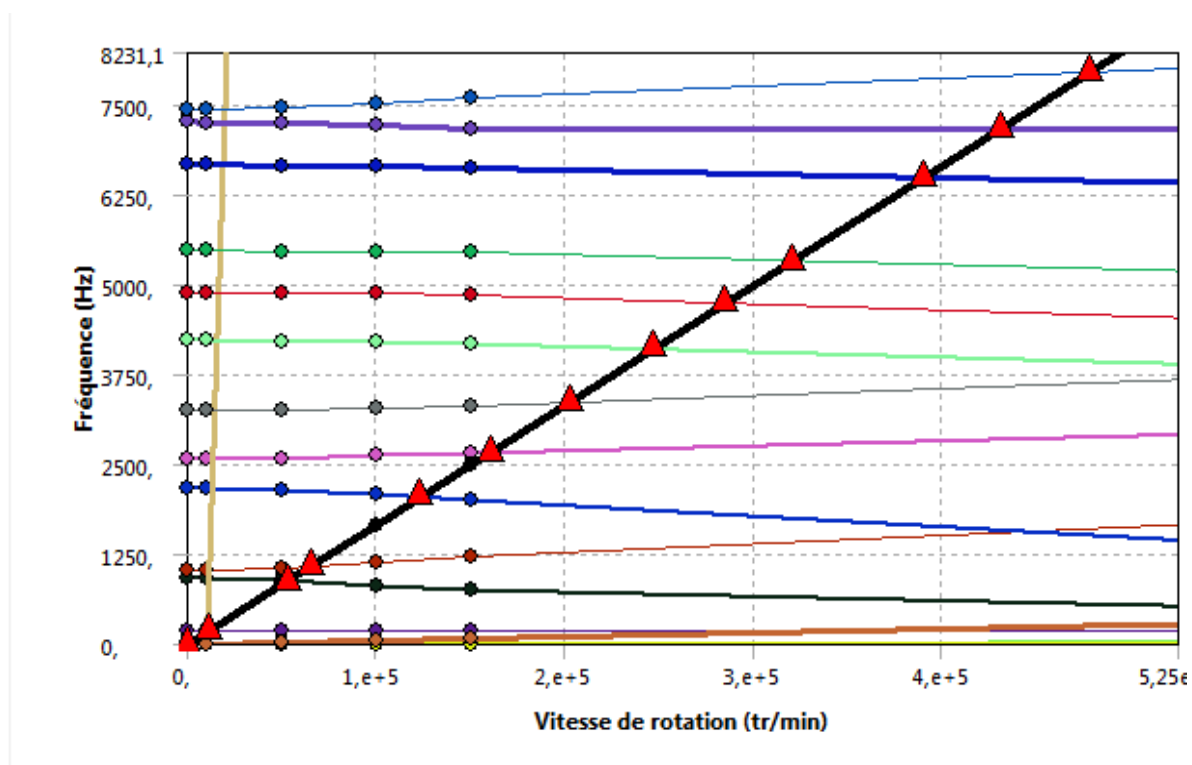


Figure (60) : Diagramme de Campbell- cas d'un vilebrequin sur paliers hydrodynamiques

5.4.3 Réponse du vilebrequin à un balourd

Un balourd est par définition, une répartition irrégulière de la masse d'un rotor lors de sa rotation autour d'un axe [36]. Plusieurs défauts peuvent apparaître sur un même rotor mais ils ont tous pour effet de déplacer le centre de gravité G de sa position théorique. Le balourd crée dans les pièces des forces centrifuges générant des vibrations au niveau des paliers susceptibles d'accélérer leur dégradation. Sous l'action permanente de ces vibrations, les éléments d'assemblage peuvent se rompre.

Les fréquences amorties obtenues pour différentes vitesses de rotation sont représentées dans le tableau (8). On constate que plusieurs fréquences de résonance croisent les vitesses de rotations usuelles du vilebrequin.

Afin d'estimer l'effet du balourd sur la fréquence de résonance, nous effectuons un deuxième test. Celui-ci consiste à faire varier la valeur du balourd (la masse de déséquilibre) et d'observer l'effet de celle-ci sur les fréquences propres et des vitesses critiques. Les résultats de ce test sont présentés dans la figure (61).

On constate que la fréquence fondamentale se maintient à sa valeur ce qui peut être expliqué par le fait que le mode vibratoire de cette fréquence n'est pas dans la direction du balourd (mode longitudinal ou de torsion). On remarque par contre que le second et le troisième mode descendent avec l'augmentation de la masse de déséquilibre.

Tableau (8) : Fréquences amorties en fonction de différentes vitesses de rotation– Cas du vilebrequin sur palier avec balourd de masse $m=0.1\text{kg}$ et de rayon $R=0.03\text{ m}$

Modes		Vitesses de rotations (tr/min)			
		0	1000	5000	8000
Fréquences	1	207,1	8,2477	15,584	12,184
	2	357,8	207,07	207,03	207,11
	3	369,86	366,1	324,12	254,14
	4	1768,6	356,38	320,68	312,78
	5	1929,8	1482,2	769,3	560,89
	6	2573	2075,4	630,33	413,47

Fréquence (Hz)

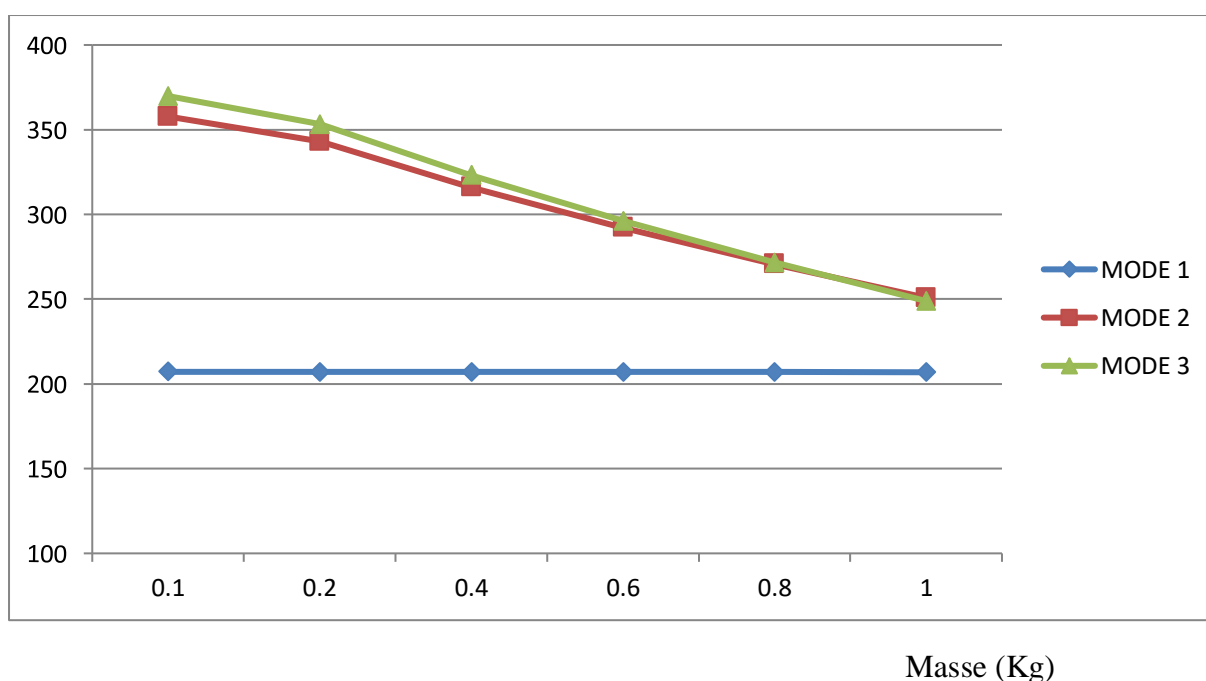


Figure (61) : fréquence de résonance fondamentale du vilebrequin en fonction de la masse de déséquilibre.

Dans ce dernier test, nous proposons de soumettre le vilebrequin à un déséquilibre massique de masse $m=0.1$ kg de rayon $R=0.03$ m, et d'observer les contraintes et les déplacements du vilebrequin dans trois zones critiques (figure(58)), à savoir :

- La section A : palier gauche.
- La section B : centre du maneton.
- La section C : palier droit.

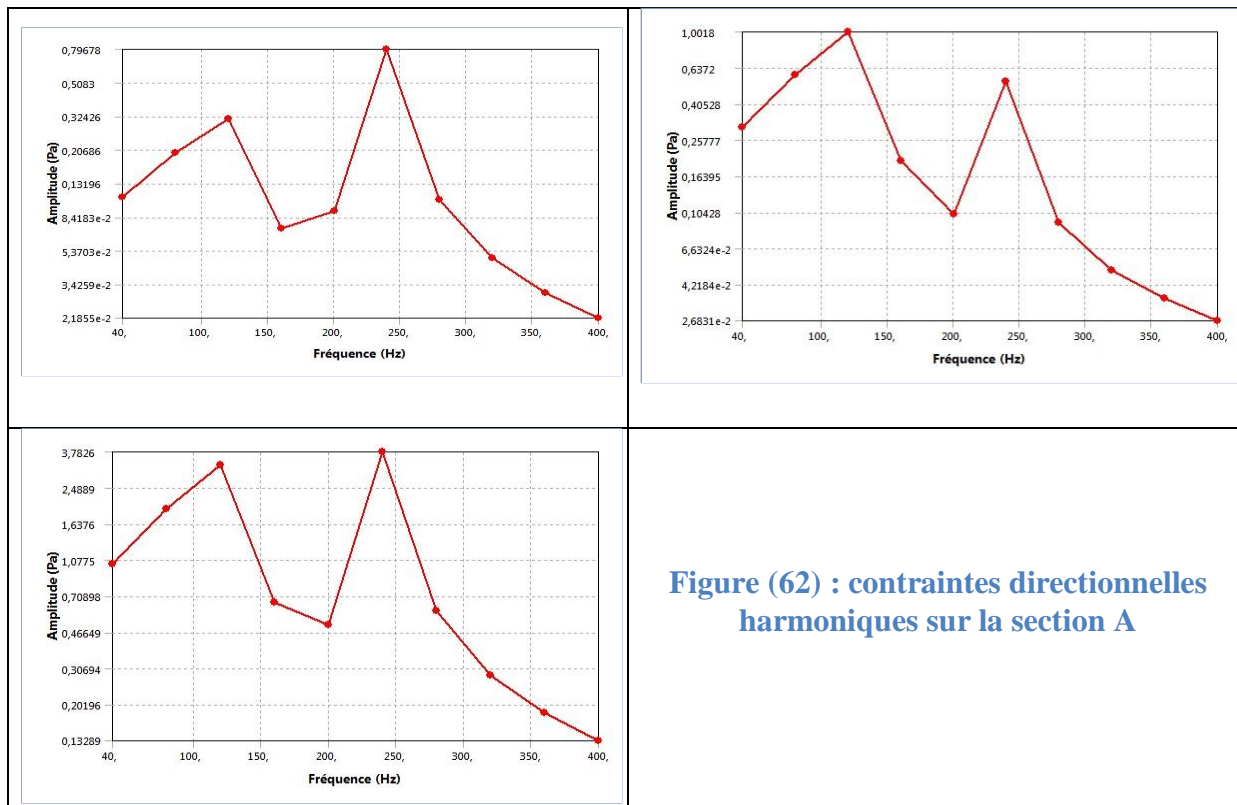
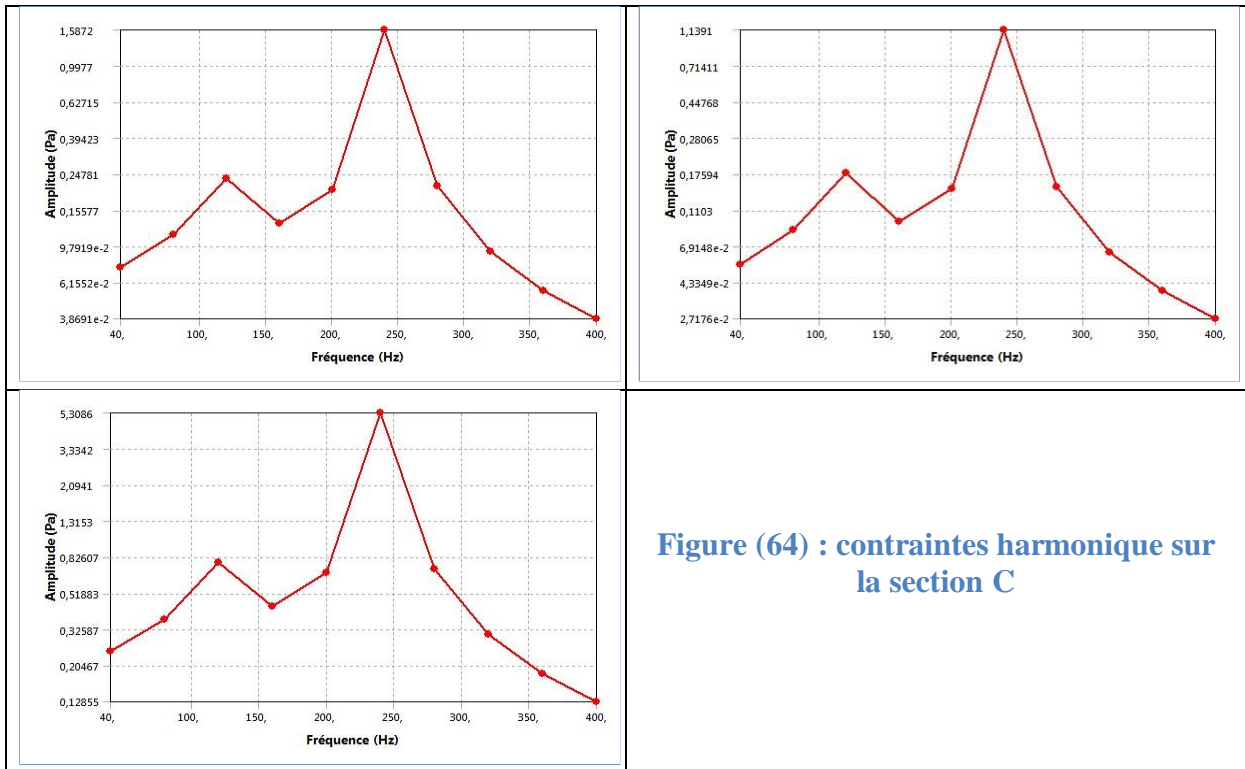
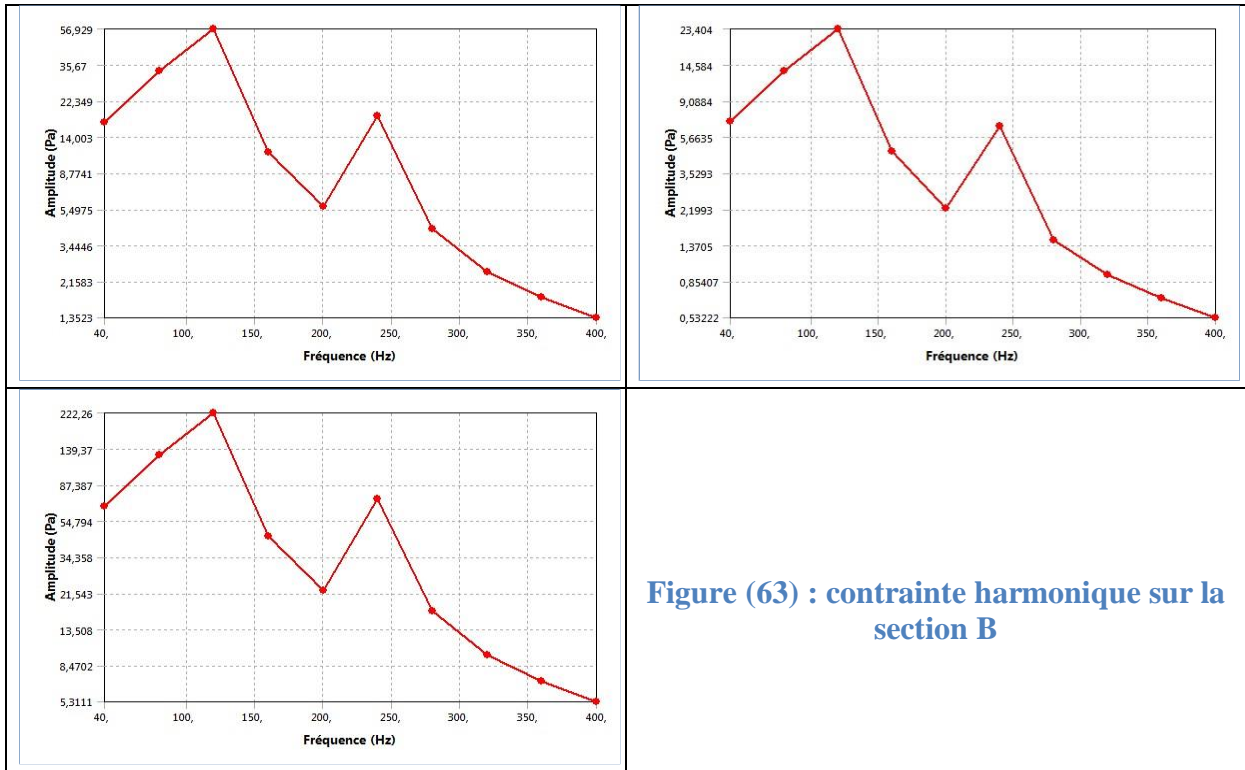
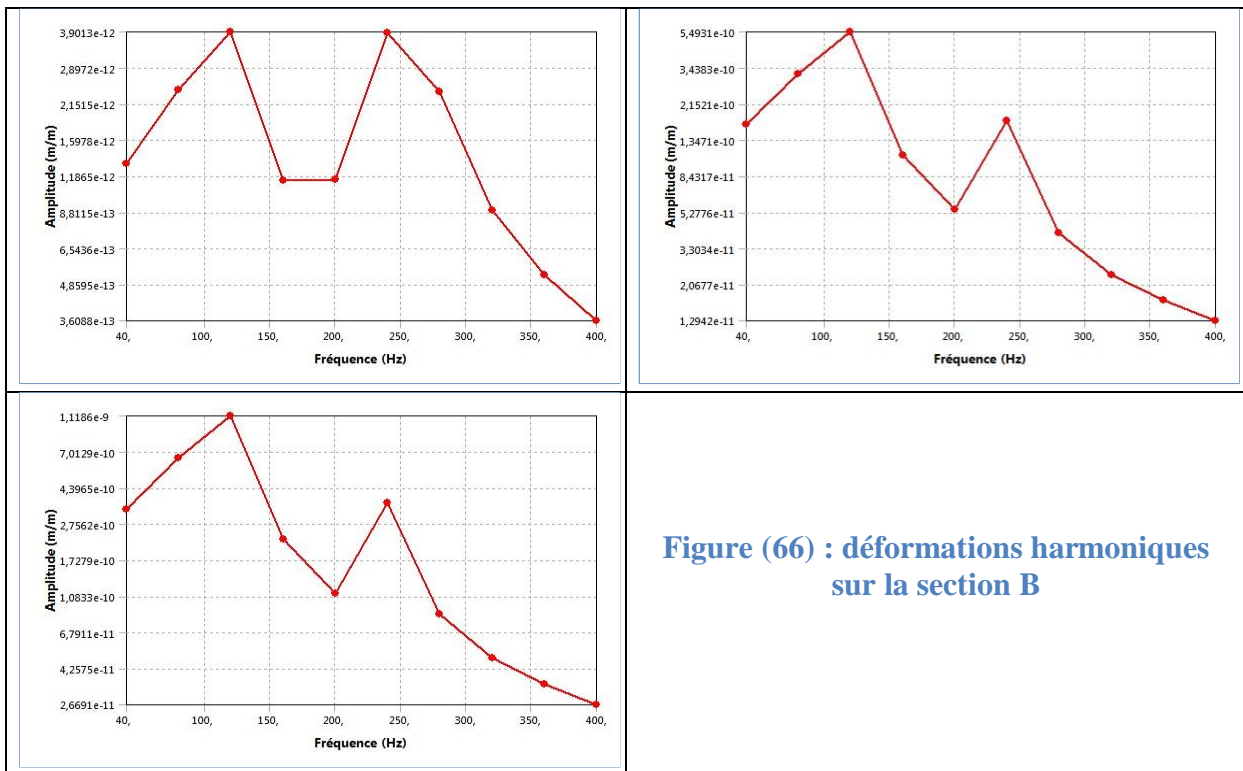
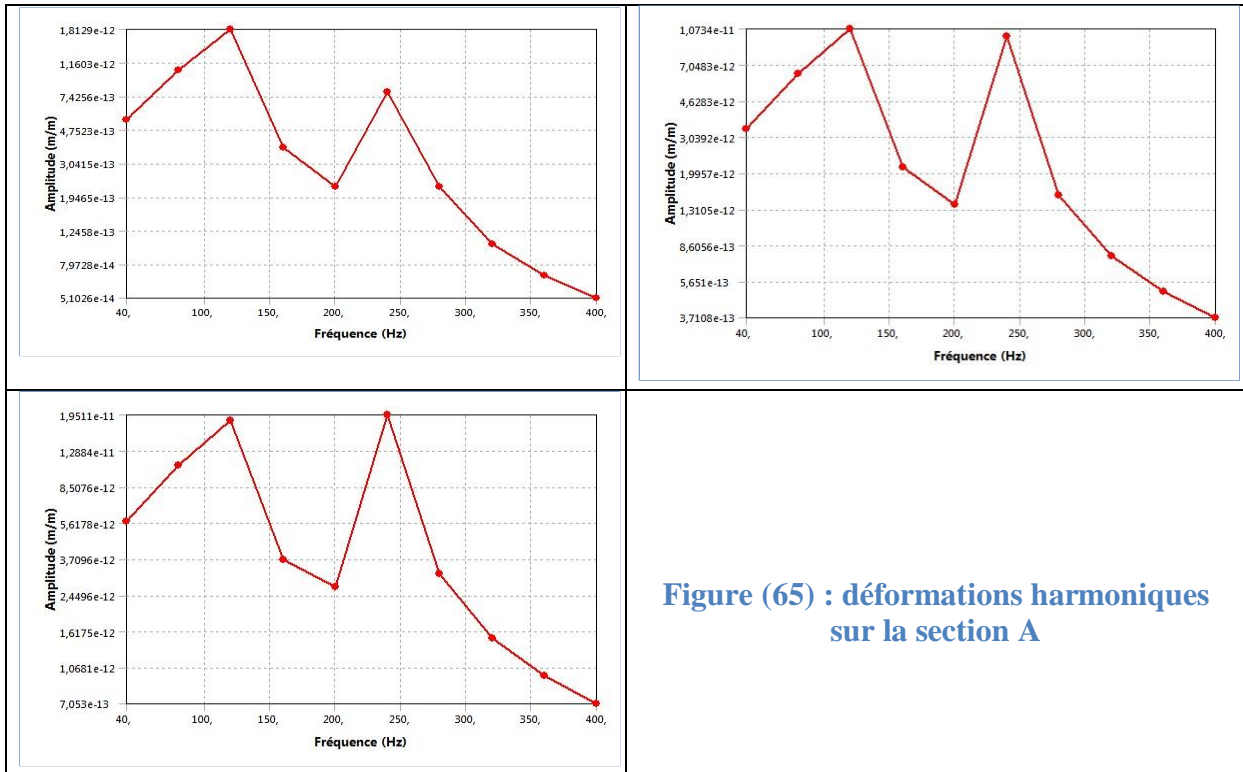
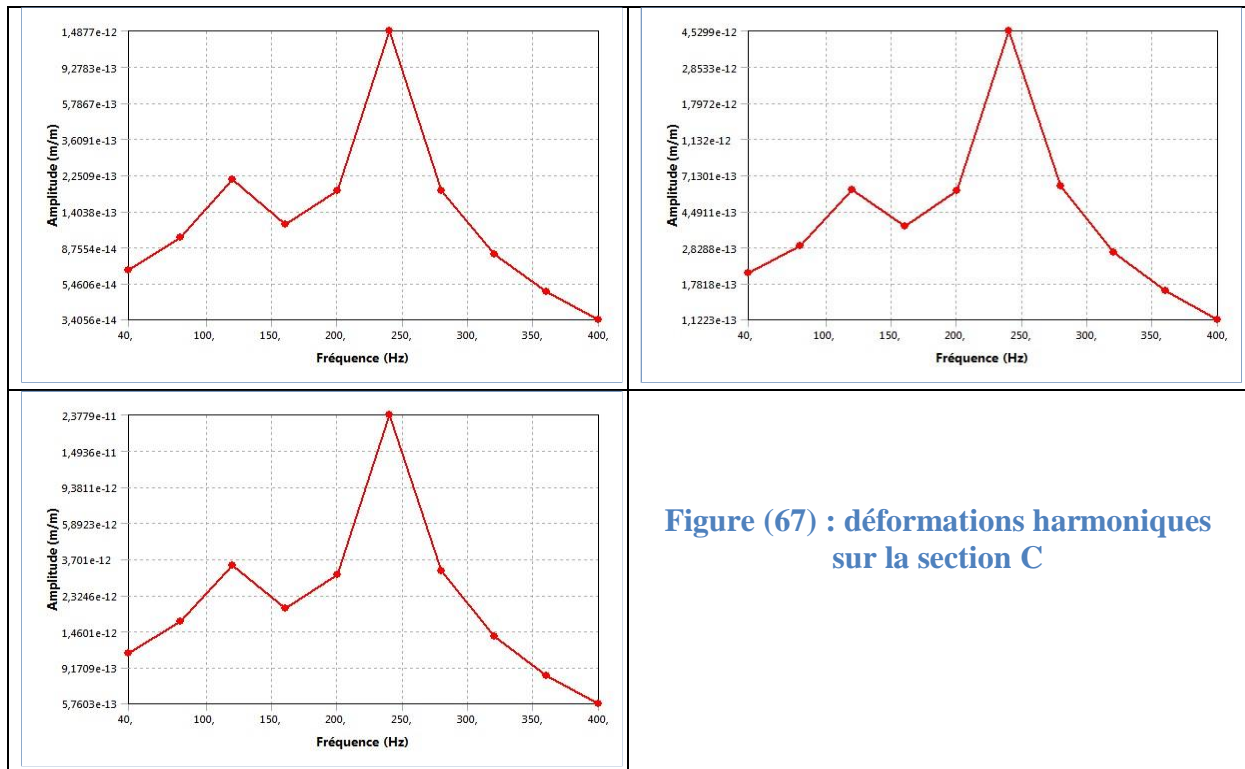


Figure (62) : contraintes directionnelles harmoniques sur la section A







Bien que les contraintes et les déplacements observés sont très faibles ce qui est dû à la valeur du déséquilibre appliqué et à la vitesse de rotation imposée au vilebrequin. On peut toutefois noter que la réponse en contraintes et en déformations présentent des pics aux mêmes fréquences vibratoires qui sont 120 Hz et 240 Hz, ces dernières correspondent aux fréquences amorties liées à la vitesse de rotation appliquée.

Il est à noter que les contraintes ainsi que les déformations maximales sont observées au niveau du maneton (section B) qui constitue la zone fragile du vilebrequin.

Conclusion générale

Conclusion générale

Ce présent travail traite de l'analyse du comportement statique et dynamique du vilebrequin en vue d'utiliser les résultats pour l'optimisation des moteurs à combustion interne.

Ce présent mémoire commence par quatre chapitres traitant respectivement des généralités sur les moteurs à combustion interne, des différentes technologies des vilebrequins, de la méthode des éléments finis comme outil de construction de modèles numériques et des logiciels utilisés dans le cadre de cette étude, à savoir SolidWorks et ANSYS.

Après avoir cerné l'aspect théorique et technologique et après avoir maîtrisé les outils de traitement, plusieurs applications sont présentées dans le chapitre cinq, chaque application est suivie de résultats, discussions et conclusions dont le récapitulatif est présenté ci-après :

Un test de validation est d'abord effectué. Celui-ci consiste à exécuter une simulation au chargement statique maximal et de comparer le résultat à ceux publiés, ce test nous a permis de valider notre modèle. Il est à noter que le modèle du premier test est constitué d'un vilebrequin tournant sur des paliers rigides. Pour cette même application, nous proposons de tracer des courbes représentant les déformations maximales en fonction de variations dimensionnelles dans le but d'apprécier l'influence de ces dernières sur la robustesse de la pièce en étude.

Un second test du même modèle consiste à calculer les fréquences et les modes propres du vilebrequin. Encore une fois, le but de ce présent test est purement comparatif, vu que le modèle développé dans cette présente étude tourne sur des paliers hydrodynamiques.

Les deux premiers tests numériques nous fournissent une base de données qui nous servira de comparaison dans la suite du travail. En effet, à partir de là, nous construisons un modèle numérique de vilebrequin tournant sur des paliers hydrodynamiques et cela en introduisant des raideurs et des amortissements directionnels aux paliers dont les valeurs sont fournies par le fabricant de coussinets hydrodynamiques pour vilebrequin.

Le troisième test consiste à imposer le même chargement statique au nouveau modèle et d'observer les contraintes et les déplacements maximaux. Nous constatons que les valeurs obtenues sont très supérieures à celles obtenues avec des paliers rigides vu la déformabilité

des paliers hydrodynamique. En effet, l'utilisation de conditions aux limites inadéquate pour ce cas d'étude a fourni des résultats erronés dont l'utilisation pourrait par exemple conduire à un mauvais dimensionnement.

Dans la même démarche, nous effectuons un quatrième teste consistant à simuler le comportement dynamique du modèle développé de vilebrequin et de calculer les fréquences et les modes de résonance. On retrouve des fréquences de résonance nettement plus basses que celles estimées en utilisant des paliers rigides. Il est toutefois à noter que les fréquences ainsi que les vitesses critiques obtenues restent en dehors du domaine de fonctionnement normal du vilebrequin.

Les deux derniers tests consistent à étudier la réponse du vilebrequin à un déséquilibre massique. Un balourd a été introduit dans le modèle sous forme d'une masse ponctuelle situé à un rayon donné de l'axe de rotation du vilebrequin.

Les résultats montrent un changement radical de comportement, en effet, on retrouve des fréquences de résonance et des vitesses critiques basses, s'entrecroisant avec les vitesses de fonctionnement du vilebrequin, on constate de plus en plus de modes vibratoires à basse fréquence avec l'augmentation de la vitesse de rotation.

Enfin, nous présentons les courbes des contraintes et des déplacements directionnels sur les sections critiques du vilebrequin déséquilibré, à savoir : les paliers et le maneton, les courbes sont données en fonction des fréquences. Le test montre que certaines fréquences sont susceptibles de provoquer des contraintes et/ou des déplacements excessifs sur certaines zones plus que d'autres, ceci est dû à la déformée modale relative à la fréquence en question.

Ce projet de fin d'étude nous a permis de nous former sur la discipline de la dynamique des machines tournantes, de mieux connaître la CAO à travers l'utilisation de SolidWorks et de ANSYS, de faire une étude rigoureuse utilisant des articles scientifiques, des données de constructeurs ... bref, de ne pas se contenter de reproduire des résultats mais de les produire.

Cette présente étude ouvre la voie sur des perspectives intéressantes, à savoir : étudier l'effet de l'échauffement du vilebrequin lors de son fonctionnement sur son comportement statique et dynamique, effectuer l'étude dynamique sur un assemblage constitué du

vilebrequin, volons moteur, bielles et piston, Rechercher des matériaux plus avantageux que les matériaux conventionnels à travers des simulations numériques ...

Bibliographie

Bibliographie

[1] Mr.S.J patil (juillet 2013), modal analysis of compressor crankshaft, international journal of scientific research, vol-2, issue7, ISSN: 2277-8179,pages 155-1558

[2] Momin Muhammad Zia Muhammad Idris (may - juin 2013), "Optimization of crankshaft using strength analysis", International Journal of Engineering Research and applications, Vol-3, Issue-3, ISSN: 2248-9622, Pages: 252-258.

[3] Rinkle Garg, Sunil Baghla (decembre 2012), "Finite element analysis and optimization of crankshaft", International Journal of Engineering and Management Research, vol-2, Issue-6, ISSN: 2250-0758, Pages: 26-31.

[4] BDNS Murthy (September-2013), "Modeling analysis and optimization of crankshaft", vol-2, Issue-9, ISSN: 2278-0181, Pages: 749-753.

[5] Michel Gratadour (10 mai 1995), Moteurs thermiques introduction aux moteurs alternatifs par président-directeur général du moteur moderne.

[6] Patrick Michel (1999), la préparation des moteurs, E-T-A-I(Auto service) (ED).

[7] Hubert et Bruno (2019), Technologie fonctionnel de l'automobile (5^{ème}ED).

[8] M.desbois, L.marie (1974), technologie de la réparation automobile, T.2:les organes de transmission et d'utilisation, foucher (ED).

[9] Roger Torri (1983), les moteurs à quatre temps et à deux temps, foucher (ED).

[10] Didier Jolivet (1986), Le moteur Diesel, Chotard Et Associés (ED).

[11] Chagette. Bordas (1977); « technique automobile » Tome I. Edition paris.

[12] Brice Goncier, Kevin Dubout, Florent (2005), les moteurs Diesel : évolutions des 30 dernières et des 10 prochaines années, Rapport Rédigé par les élèves de la promotion d'IPSA.

- [13] Technologie de l'automobile (2017), Le moteur, fonctionnement, carburation, allumage. Broché – Tome 2.
- [14] Medllet Aymen (2014), étude de cycle et de performances d'un moteur à combustion interne, thèse de doctorat science et technologie.
- [15] Jean-Laurent Duchaud (2015), Conception, modélisation et dimensionnement d'un système de levée de soupape à trois positions discrètes pour un moteur essence automobile, thèse de doctorat.
- [16] Marcel Ménardon (1979) La Mécanique automobile : Les organes de transmission et d'utilisation (Encyclopédie de l'automobile).
- [17] A. Benabbassi, A.S. Khatchian (1999), Résultats de l'étude expérimentale des processus de fonctionnement du diesel turbo compound avec limitation des pertes thermiques, Revue Entropie.
- [18] <https://www.turbo.fr/actualite-automobile/rta96-c-le-plus-gros-diesel-du-monde-tout-simplement-108-920-chevaux-41269>
- [19] Menardon m, Jolivet.d (1981), les moteur chotard et associes (ED).
- [20] R.burn (1984), Science et technique du moteur diesel industriel et de transport TOME 2. (ed) technip, (4^{ème} ED).
- [21] <http://foundrygate.com/upload/artigos/Technique%20-%20Le%20vilebrequin.pdf>
- [22] Hubert Memetau (1981), Technologie fonctionnelle de l'automobile-Tome 1 : Le moteur et ses auxiliaires, DUNOD (5^{émé} ED), Paris.
- [23] Aurelian Fatu (2013), étude numérique et expérimentale des paliers de moteur thermique et des joints d'étanchéité dynamique, thèse de doctorat mécanique, université de Poitier.
- [24] JemesJ .O'connor (1968), « Manuel standard d'ingénierie de la lubrification » McGraw-Hill (ED).

[25] Fortas Lahcène (2014), formulation isoparamétrique des éléments finis a champs de déformation, Mémoire présenté en vue de l'obtention du diplôme de magistère en génie civil, Université de Biskra.

[26] Meziani Nedjma (2006) , contribution de l'approche en déformation dans la modélisation des structures a contour circulaire, Mémoire présenté pour l'obtention du diplôme de Magister en génie civil, université de Biskra.

[27] Jean-Charles Craveur (2008), Modélisation des éléments finis : Cours et exercices corrigés, Dunod (3^e ED).

[28] Zloković .G, Maneski .T. and Nestorović. M (2004), Group theoretical formulation of quadrilateral and hexahedral isoparametric finite elements Computers and Structures

[29] <http://www.cadfem-an.com/produits/ansys.html>

[30] Ansys mechanical APDL rotor dynamic. Analysis Guide

[31] Kuang-Hua Chang Ph. D (2011), Motion Simulation and Mechanism Design with SolidWorks Motion, SDC publications (ED).

[32] B.Varun (may 2014)”Stress Analysis and Optimization of Crankshafts Subject to Static Loading”, International Journal Of Engineering And Computer Science, volume 3, Issue5, P.5579-5587.

[33] Kamimura, T., 1985, “Effects of Fillet Rolling on Fatigue Strength of Ductile Cast Iron Crankshaft,”SAE Technical Paper No. 852204, Society of Automotive Engineers, Warrendale, PA, USA.

[34] Park, H., Ko, Y. S., and Jung, S. C., 2001, “Fatigue Life Analysis of Crankshaft at Various Surface Treatments,” SAE Technical Paper No. 2001-01-3374, Society of Automotive Engineers, Warrendale, PA, USA.

[35] Brahimi Hamza « Etudes du comportement vibratoire et simulation numérique des charges dynamiques d'un rotor flexible », mémoire magistère, janvier 2010.

[36] F. Landolsi, 2018, « équilibrage des machines tournante ». Cours de technique de surveillance, 52-59.

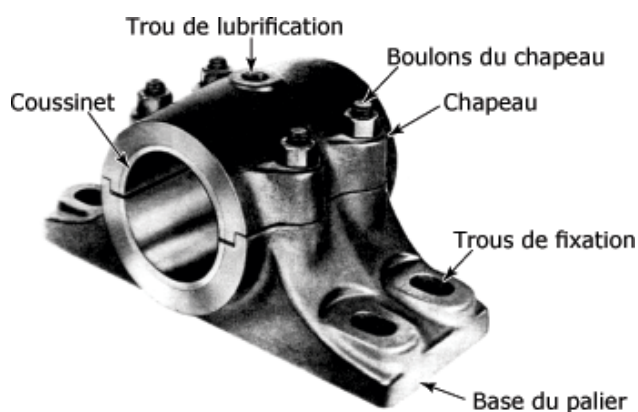
Annexe

Annexe

Annexe A

Paliers hydrodynamiques

Un palier est composé d'un arbre, d'un coussinet et d'un film lubrifiant séparant ces deux premiers composants. La lubrification de ces paliers est du type hydrodynamique car les pressions, dans le film lubrifiant, sont dues au mouvement relatif de l'arbre par rapport au coussinet. Le phénomène est également connu sous le nom de « coin d'huile » ou d'effet d'entraînement de lubrifiant dans un espace convergent.



Annexe B

Diagramme de Campbell

L'analyse dynamique montre que pour un système conservatif en rotation, les modes propres due aux effets gyroscopiques ont des formes complexes deux à deux conjuguées et dont les pulsations et les fréquences sont purement imaginaires avec une forte dépendance de la vitesse de rotation Ω . Ce dernier permet de construire un outil de base pour déterminer les vitesses critiques de façon à tracer le graphe représentant l'évolution de la fréquence propre en fonction de la vitesse de rotation, ce graphe s'appelle le diagramme de Campbell.

L'excitation majeure par les forces synchrones des balourds, permet de détecter les phénomènes de résonance et donc les vitesses critiques en reportant la droite d'équation $f = \Omega$ s'appelle droite d'excitation synchrone, sur le diagramme de Campbell. Les points d'intersection avec les courbes des fréquences propres directes fournissent les vitesses auxquelles les résonances ont lieu, donc les vitesses critiques du système.